

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

Orontij Finæi Delphi-

NATIS, REGII MATHEMA
ticarum Lutetiæ professoris,

In sex priores libros Geometricorum
elementorum Euclidis Megarensis demonstrationes, recens
auctæ, & emendatæ: vñà cum ipsius Euclidis textu
Græco, & interpretatione Latina Bartholomei
Zamberti Veneti. Omnia ad fidem geo-
metricam, per eundem Oron-
tium recognita.

2^a Aeditio tertia. 1551



LVTETIÆ PARISIORVM,

Apud Reginaldum Calderium.

1551.

vincit vulnere virtus.



Christianissimo ac

POTENTISSIMO GALLIARVM

Regi, Francisco huius nominis primo, Orontius

Finæus Delphinus,

S. D.



V M celebres illas & fidissimas artes, Francisce Rex inuictissime, quæ solæ Mathematicæ, hoc est, disciplinæ meruerunt adpellari, sub tuo foelici profiterer nomine: raros admodum offendi (etiã in numerosa auditorum multitudine) qui satis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philosophandi genus, à limine (vt aiunt) salutare, ne dicam ad illius penetralia, penitioraque secreta, peruenire dignarentur. Cuius adeò miseræ ac deplorandæ infœlicitatis radicem, ex eo maximè pullulare vel faciliè percepi: quòd siue inclementia temporis, siue parentum & præceptorum incuria, Geometriæ nusquam prægustauerint elemēta, sine quorum præuia, ac exacta cognitione, omnis prorsus, nedum Mathematica, negatur philosophia. Perscrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis est, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarum rationes, affectiones item, positionesque diuersas: multiformia ipsarum discrimina subtili admodum examine discutiendo. Exordium præterea sumit, à per sese, & vulgo notis principijs, & potissimis Dialectices innixa præceptis, ac collecta syllogismis, ad prima demonstrationum insurgit elemēta. à quibus per mediorum ordinem discurrendo, atque simplicia cōpositis, & cōposita simplicibus comparādo, progreditur ad vltima: ad propria tādē singula resoluendo principia. Quāquàm insuper circa intellectilia & abstracta, quemadmodum & diuina versetur philosophia: sensilia tamen & ipsi materiæ subiecta, veluti physica ratiocinatio, simul attingere comperitur. Et proinde fit, vt nulla disciplina certior existat Geometria, vel quæ illam antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiã quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletetque: vel quæ ingenium ipsum ad puriora studia, omni-

úmque ingenuarum adinventionum excogitationem, adeò
facile reddat, ac suapte natura propensum. Adde quòd víui, &
commodo generis humani plurimùm cedit. Hinc præclara illa
& toti Orbi decora liberalium artium facultas, cæterarúm mater
& alumna, ad veterum philosophorum imitationem, prudentis-
sima sanciuít institutione: ne quispiã in doctorúm, seu (vt vocát)
magistrorum admittátur ordinem, ni cum cæteris philosophi cì
discursus authoribus, sex priores libros geometricorum elemen-
torum Euclidis saltem audiuerit. quali ignoratis Geometriæ
rudimentis, ad cæteras disciplinas præclusa videatur esse via.
Cuius rei vestigia, Parisiensis adhuc obseruat academia. Qui enĩ
ad lauream adísperant philosophicam, iureiurando proficentur
arctíssimo, sese prænominatos Euclidis libros audiuisse. An verò
illius elementa, multis ab hinc annis, vsque ad nostraviderint,
ne dicam intellexerint, tempora (paucis forsitã exceptis, quos
æquus amauit Iuppiter) non ausim honestè confiteri. Nouerunt
enim singuli, etiam exteri, quibus deliramentis, non modò fœ-
cundissima iuuenum ingenia hætenus torserint, ac penè dixerĩ
deprauarint pseudophilosophi: verum etiam omnem bonam
extinxerint eruditionē. Redit tamen suus singulis honos, suaq;
dignitas: & in pristinum illum disciplinarúm splendorem (reiectis
barbaris, ac sophisticis nugis) paulatim cūcta reduci cōspicim⁹.
Idque tuo in primis fauore, ac liberali succurrente munificētia,
Princeps humanissime: qui primus inter maiores tuos, non sine
magna tui nominis ac dignitatis propagatione, & incomparabili
Reipub. commodo, bonarum literarum studia fouere cœpisti, et
publicis augere professoribus. Inter quos, me liberalium Mathe-
maticarum interpretem in primis instituisti: & præter decretũ
stipendiũ, laborum meorum rationem te tandem habiturum
sapius es pollicitus. Vt igitur pro mea virili parte, tum erga mu-
nificentiam tuam, tum erga ipsam Rempub. debito fungar offi-
cio, & præter publicas lectiones, aliquod hominis vestigium, in
fidele tuæ liberalitatis & clementiæ testimonium, posteris relin-
quam, vtque viam ad grauiora ijs simul aperiã, qui mathema-
tici fieri, hoc est, aliquid scire desiderant: conscripseram nuper in
sex (quos paulo ante dixi) libros Euclidis, commentaria admodũ
utilia, clarissimásque propositionum demonstrationes, & sub
nomine

**nomine, auspicioque tuo foelicissimo tandem adideram. Quæ
à studiola iuuentute, non sine magno eruditionis incremento,
sic auidè recepta fuerunt: vt iam distributa sint secūdx æditionis
exēplaria. Quapropter ipsas demonstrationes denuò recognoui
& emendaui, atque ad eam perduxi fidelitatis rationem, vt omni
vel accessione, vel detractiōe, in posterum carere facili possint.
Quas rursum sub tuo nomine & auspicio, in publicum redire
cōcessi. Reliquum est igitur, vt hosce labores nostros liberaliter
suscipere: & tui Orontij tandem meminisse non graueris. Vale
Regum decus, & literarum refugium vnicum. Ex Lutetia Pari
siorum, mense Octobri, Anno Christi M. D. XXXVI: Et
rursus mense Augusto, M. D. XLIII. Atque rursum
mense Octobri, M. D. LI.**

¶ IDEM ORONTIVS, AD CANDIDUM quemque, ac studiosum Lectorem.



Recognovimus tandem, candide ac studiose Lector, & non sine magna rerum geometricarum accessione adauximus & emendavimus, editas superioribus annis in sex priores libros elementorum Euclidis, disciplinarum omnium facile lanitoris, demonstrationes. Vnde cum ipsius Euclidis contextu graeco suis locis inserto, & interpretatione Latina Bartholomaei Zamberti Veneti: quam ubi geometricum visa est offendere sensum, ea qua decet modestia fideliter emendavimus. In primis itaque definitiones ipsas, quae durioris, quam invennum captus exposceret, plerumque videbantur interpretationis (potissimum libri quinti) qua potuimus elucidavimus facilitate, atque cetera principiorum genera, à quibus universa problematum atque theorematum multitudo consurgit, in suam redegitur harmoniam. Ipsorum porro theorematum atque problematum subtiles difficilesque demonstrationes, tali artificio, adeoque ordinato ac facili discursu conscripsimus, & convincentibus probavimus syllogismis (multis tum in melius commutatis, tum recens adinvenientis: nullisque, praeter ea quae in ipso continentur Euclide, subrogatis principiis) ut nemo futurus sit, qui legendo simul non valeat intelligere, quique minimum addere verbum absque temeritate, aut detrabere sine iactura possit. Adde quod ipsarum demonstrationum schemata sine figuris, ad rigorem artis seu literae propria manu depinximus: quod satis ex omni parte huic labori faceremus. Primo itaque libro describuntur triagula, lineae, anguli, paralleli: necnon quadrata & parallelogramma, tum invicem tum ipsis comparata triangulis. secundo, gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammum: linearum insuper tum sectorum, tum conjunctarum ad invicem potestates: hoc est, ex ipsis lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & retilinearum qualitates edocentur. Tertio autem, circularum perscrutantur inspectiones, atque sectorum in circulo subtensarum, & ipsorum angulorum tum ad centrum tum ad circuli circumferentiam consistentium discrimina. Quarto porro libro, ipsius trianguli, dein regularium aliquod figurarum inscriptiones, atque circumscriptiones cum ipso ostenduntur circulo. Quinto, magnitudinum rationes atque proportionales: quae totius artis geometricae videntur esse thesaurus in universum discuntur. sexto denique libro, post diffinitam rationum compositionem, linearum proportionum, alia

proportionalium inuentiones, rationes item atque proportionales figurarum, mirabili resoluntur artificio. — Que quidem omnia syllogismis, tum ad causas, tum ab inspectionibus sumptis (que fidem efficere possint) suo demonstrantur ordine. Incepit igitur Euclides à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea quod rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam ceteræ rectæ lineæ figuræ resoluntur. Penes insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, earundem rectilinearum figurarum attenduntur consideranturue discrimina. Et proinde liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps ita de ceteris. Nec alienum velim habeas iudicium, de proprijs singulorum librorum diffinitionibus. Nos autem sex priores libros, *Cur hos sex libros seorsum ediderit Orótius.* ad continuam spectantes quædam, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum, nostrorum, atque professorum artium liberalium, nostre potissimum Academiæ Parisiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiam ob ipsorum discipulorum non aspernandam utilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex librorum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipue Aristotelicam, que geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, ut ijs qui Geometriam ignorat, subobscurus difficilisque videatur Aristoteles. Quantum igitur publice studentium consulerimus utilitati, quam longè præterea ceteros omnes hac in parte superauerimus: non facile persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis ac perniciosissimis impostoribus, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de omnibus impudenter audent proferre iudicium. sed tu equissime ac humanissime Lector, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, & omnia boni & equi semper consulere nosti, nec ignoras quam pulchrum & quam decorum sit, pro concessa dexteritate, ceteros innare mortales, dum persegeris, & perperderis singula, poteris apud te tandem iudicare. Quid si hunc laborem nostrum, tibi per gratum (ut optamus & speramus) futurum acceperimus: habebis in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernanda que tibi parauimus Comentariorum. Vale igitur rursum feliciter: & Christianissimo Francorum Regi, metropolitano nostro clementissimo (cuius favore & auxilio hec tibi communicamus) vite imprimis, deinde rerum omnium felicissimum impetrare successum. Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. Anno Christi saluatoris M. D. L. I.

20 IDEM ORONTIVS.
IN INVIDVM.

Somniculose Glis, caput papatiere
Oppletum aggressi, trunco, stipes Aethiops:
Vt mortui, cuius iacet corpus pigrum,
Fortasse vel si paululum vigilaueris,
Impendis inguini, lufibus, gutturi:
Noli inuidere vigilias longas bonis,
Te non adurat docta lucubratio.
Non inuideo tot vicia, non somnum tibi.
Volito per ora, iacebis in silentio.

20 Antonius Mizaldus
MONSLVCIANVS
Lectori.

Ornatus Euclides suis coloribus.
Pictore prodit diligente, sedulo
Posthac legendus: quem Finæus reddidit
Maiore dignum protinus spectaculo:
Manabit illi certa laus, & præmium,
Ni prorsus obftet temporum vecordia:
Pollere raris haud parum est sic artibus:
Illis fauere, ac has fouere Regium.

Orontij Finæi Delphi-

VATIS, REGII MATHEMATICARUM

professoris, In sex priores libros elemen-

torum Euclidis, Demōstrationes: recēns

auctæ & emendatæ.

¶ Principiorum libri primi interpretatio.



Exceptum est ab omnibus, unamquamque disciplinam propria sibi uendicare principia: quæ & si nulla propria recipien-

da fore principia, deuenire uel facile contingit. Idcirco generalē principiorum geometricorum elucidationem, protheoriā in sex priores libros geometricorum elementorum Euclidis Megarensis, (quos in gratiam studi-

um omnium suscepimus interpretandos) præmittere: atque intellectualem figurarū contemplationē (prius, quā ad propositionū enunciationem deueniamus) rudioribus geometricarum speculationum tyrunculis

erire, non duximus importunum. ¶ Triplicem itaque principiorum offēdimus Triplex ordinem: utpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: postulatæ, ex do principio, sis collectæ diffinitionibus: & effata, seu communes sententias, quæ dicuntur rum geome, triorum.

nomata. In primis ergo diffinitiones: dein reliquæ, suo declarabimus ordine. Animaduertendum est igitur, subiectum ipsius Geometriæ fore magnitudinē, à Geometriæ

mero quidem & materia seorsum abstractum. Magnitudinis autem, triplex subiectum. Ignatur dimensio. Aut enim magnitudo longa tantum imaginatur, ut linea: Triplex in

longa & lata, ueluti superficies: uel denique longa & lata, simulque profun- magnitudine

sive crassa; hoc est, solida siue corporca, abstrahitur. Quorum omnium media dimensio. n uel immediatum principium, punctum, aliàs signum) esse dicitur. Fingitur Punctū om-

m magnitudo per continuam suū suū diuisionem (quanquam in semper di- nis magnitu- bilia naturaliter distribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quæ dinis princi- elicit amplius diuidi non possit, ac si foret omni dimensione priuata: instar pium.

dem unitatis in discreta quantitate. Vt quemadmodum ex unitatis multipli- Puncti cū v-

one, omnis conficitur numerus: haud dissimiliter ex huiusmodi parte, uel ratio. nitate cōpa-

uiuibili nota, per abstractum seu transumptium eiusdem notulæ motum, nem effingamus oriri seu produci magnitudinem. Hanc itaque magnitudinis

tem minimam, siue notulam, indiuisibilem seorsum abstractam, punctum

ellamus: & ab Euclide ita primum describitur,

¶ De puncto, linea, atque superficie, Diffinitiones.

μῆκος ἐστὶν, ὃ μέρους οὐδέν ἐστι.

Punctum.

netum est, cuius pars nulla.

A Id est,

Vt linea ex puncto describatur.

Id est, quod abstractum à continuo, uelut ipsius continui pars minima, omni dimensione priuatum imaginatur. Ex cuius quidem puncti abstracto defluxu, per infinitam sui ipsius multiplicationem, longitudo dimensionum primaria conficitur: quæ linea uocatur, in hunc diffinita modum.

Γραμμή δὲ μήκος ὁπλάττει.

Linea verò, est longitudo latitudinis expers.

Hoc est, latitudine priuata. Cum enim punctum omni careat dimensione: suo fluxu, seu transumptiuo motu, causat tantummodo longitudinem.

Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεία.

Lineæ autem limites, sunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctumque terminatur. Omnis porro linea, uel recta, uel obliqua uenit imaginanda.

Εὐθεία γραμμή, ἐστὶν ἥτις ἐξίστοι τοῖς ἐφ' αὐτῆς σημείοις κέταί.

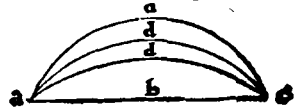
Recta linea est, quæ ex æquali suas interiacet puncta.

Recta linea non datur rectior.

Vtpote, quæ a puncto in punctum breuissime ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione connectens: uti subscripta a b c, linea representat. Cum igitur à dato puncto, in datum quodcumque punctum unica sit breuissima uia: sit, ut nulla recta linea rectior detur altera: sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in unam eandemque lineam rectam coincidunt. Secus est de obliqua: quæ

Obliquarum linearum infinita diuersitas.

per contrariam ipsius rectæ diffinitionem facile describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitæ producuntur obliquæ lineæ quæ circumferentiarum portiones adpellantur:



danturque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem puncto a, ad punctum c, per ipsum d, protrahuntur, ostendunt. Ex lineæ autem imaginario fluxu, ac si succedentium ad inuicem linearum uestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera responderet acquiritur, describiturque superficies.

Superfiei abstractiua descriptio.

Ἐπίφωσκα ἐστὶν, ὁ μήκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinē, latitudinēque tantū habet.

Quæ cum exordiat a linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, rectam uel obliquam lineam describant, in eademque linea mota quiescat ipsa superficies: relinquitur euident, quod superficiem terminant lineæ. hinc subiungit Euclides,

Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

Superfiei autem extrema sunt lineæ.

Porro cum linea, ad descriptionem mota superfiei, recta fuerit, atque in longum lineæ rectæ uniformiter breuissimæque traducta: sit superficies, quæ plana dicatur, & in hunc diffinitur modum.

Ἐπίπεδος ἐπιφανεία, ἐστὶν ἥτις ἐξίστοι ταῖς ἐφ' αὐτῆς εὐθείαις ἔχει.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas.

Id est,

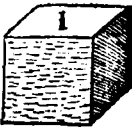


Id est, quæ per totam rectam in eam quaquaversum accommodatur, nullo prorsus inflexa curuamine: ueluti obiecta superficies e. f.

curuæ superficiæ diffinitio, per contrariâ ir imaginationem: quæ ex ea parte qua inflectitur, concua: forinfecus autem, curuæ conuexa nominatur. quemadmodum præsentat figura g, h.



Curua Superficies.



Ex superficiæ denique fluxu, solidū siue corpus trina dimensione, utpote longitudine, latitudine atque profunditate contentum, abstractione describitur. Quod uel unica tantummodo superficie, uti sphaera k: pluribusque superficie-

cubum l, terminatur. sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis nudum. Solidum porro motum, nunc iam uidetur acquirere dimensionem: sed imensiones augmentat, immutatque figuram. Igitur pro linearum atque rerum uarietate, diuersoque eorundem motu, seu abstracto defluxu: uaria, è infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficieum etiam abstrahitur multitudo, pro limitum et angulorum uarietate, diuersis à nominibus.

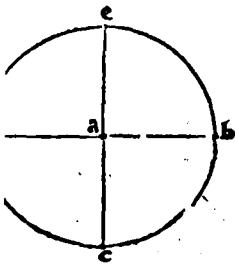
Vnde superficieum & corporum tanta diuersitas,

De rectilineis angulis.

GVLTORVM igitur, quidam plani: quidam uero solidi. Planos uocamus, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum causantur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum concursu fiunt: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractamus angulis. Pro quorum elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, initium manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describitur, quæ circulus adpellatur. utpote, si a b, recta, immoto puncto a, c, per d, et e, rediens tandem in b, circum idem punctum a, completè re-

Angulus.
Planus,
Solidus.

Angulorum origo notanda.



uoluatur: describens planum circulare b c d e. Nam punctum b, hoc modo circunductum, lineam efficit orbicularem, quæ circumferentia dicitur: et immotum punctum a, medium, siue centrum eiusdem uocatur circuli. Hinc orta est subscripta circuli, et in ordine decima quinta diffinitio. Prius quàm autem eiusmodi linea uniuersum compleuerit orbem, diuersas cum prima et recta linea facit inclinationes, nullo quam ab immoto recedendo puncto. Hæc igitur

arum super eodem plano sese ita contingentium inclinatio mutua, uel inanis habiudo (ut linearum a b, et a c, uel a c, et a d,) et non in directum, hoc est, unam eandemque rectam lineam minimè efficientium modi sunt a b, et a d, uel a c, et a e) planus uocatur angulus: qui ab

ipſo Euclide, hoc modo conſequenter diffinitur.

¶ **Επιπεδος ὁ γωνία**, ἐς τὴν ἢ ἐν ᾗ δύο γραμμῶν ἀπὸ μόνου ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐκ ἐνθείας καμύλου πρὸς ἀλλήλας τῷ γραμμῶν κλίσις.

Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentiū, & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio. 8

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimum uenit intelligenda: tales enī anguli in his primis sex libris geometricorum elementorum præcipuè considerantur. Hinc dicit Euclides,

¶ **Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαι, ἐνθεῖ ᾧσιν, ἐνθύ γραμμος καλεῖται ἡ γωνία.**

Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint rectilineus angulus nuncupatur. 9

Planorū angulorū diuer curuilineus dicitur angulus. quales sunt, qui à circumferentiæ circumferentiæ causantur.

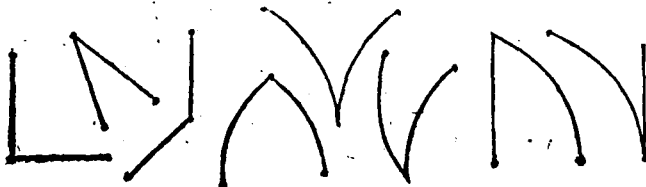
A N G U L I.

Rectilinei.

Curuilinei.

Mixti.

interferentibus, si autem ex recta & curua angulus ipse conficitur: is mixtus



tus uenit adpellandus. Veluti sunt anguli ex dimetiente, seu chorda, & arcubus circularum comprehensi. Potissima tamen inter planos angulos, rectilineorum apud Geometras (uti supra diximus) habetur consideratio.

¶ Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.

¶ Cuiuslibet igitur anguli plani rectilinei magnitudo siue quantitas, dicitur arcus circuli ab ipsis lineis rectis datum efficientibus angulum comprehensus: circuli: inquam, cuius centrum ad concursum dictarum linearum imaginatur, & qui ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur. Si datæ itaque lineæ rectæ angulum continentes, quadrantem admodum comprehendant ipsius circuli: huiusmodi angulus rectus dicitur. Si uero arcum includant quadrante minorem: acutus. Quoties autem idem arcus, quadrantem exsuperauerit circuli: datus angulus nominatur obtusus. Quod ex ipſo facile colligitur Euclide, cum dicit,

¶ **Ὅταν δὲ ἐνθεία ἢ ἐκ' ἐνθείας περιέχουσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὅρτ' ἔστιν ἑκατέρω τῶν ἴσων γωνιῶν. ἢ ἡ ἐφεσικύα, ἐνθεία καθετός, καλεῖται ἐφ' ἧν ἐφεσικύα.**

Angulus.
Rectus.
Acutus.
Obtus.

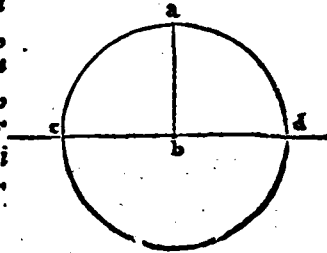
Anguli recti definitio.

Cum verò recta linea super rectam consistens lineam, utrobique angulos adinuicem æquales fecerit: rectus est uterque angulorum. 10

qualium angulorum. Et quæ superstat recta linea perpendi-
cularis vocatur, super quâ steterit.

Linea perpe-
dicularis.

Cuiusmodi sunt anguli a, b, c , & a, b, d , à recta a, b , super rectâ c, d , ad perpēdi-
cū incidēte, causari. Fit enī recta c, d , in quā
lit a, b , dimetres circuli, à circumducta b, a ,
à punctum b , descripti. Nec possunt ūdem
anguli a, b, c , & a, b, d , adinuicem æquales esse,
n̄ uterque quadrātem includat circuli: &
recta, super rectam c, d , perpēdicularis exi-
t. Ex quibus infert consequenter, obtusi &
tri anguli diffinitiones.



Ἀμβλεία γωνία ἐστὶ, ἢ μείζων ὀρθῆς.

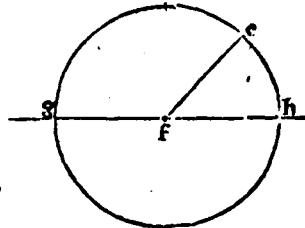
tulus angulus, maior est recto.

angulus e, f, g , includens arcum e, g , quadrante maiorem, descripti circa pun-
ctum f , circuli. Dicitur autem idem angulus e, f, g , obtusus: quoniam e, f , & f, g ,
e rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

Ὡς δὲ, ἐλάττω ὀρθῆς.

itus verò, minor est recto.

uti angulus e, f, b : cuius arcus e, b , eodem
li quadrante minor est. Vnde fit, ut e, f , &
cætarum linearum inclinatio, in acutam
eniat habitudinem. Quanto igitur obtu-
ngulus e, f, g , maior extiterit, tanto minor
cutus e, f, b : ipsa porro linea e, f , incia
in g, h , uocitetur. Et quoniam eiusdem cir-
uadrantes sunt adinuicem æquales: nō
propterea rectus angulus, altero rectior
o. secus de obtusis, nel acutis angulis: quoniam arcus circuli quadrante ma-
eodemue quadrante minores, uarij sunt, atque infiniti. Linearum itaque
aut minor longitudo, quemadmodum nec magnitudo circuli, angulum nō
tat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.



Cur omnes
anguli recti
inuicē æqua-
les.

Acutorū &
obtusorū an-
gulorum di-
uersitas.
Linearū quā-
titas angulū
non immutat

¶ De termino & figura.

M̄ autem omnis magnitudo finita sit, & terminata: diffinit consequenter
les ipsius magnitudinis terminum, in hunc qui sequitur modum.

πὸς ἐστὶ, ὁ τινὸς ἐστὶ πέρας.

minus est, quod cuiusque finis est.

note, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quē-
dum ex eorundem abstractiua descriptione facile colligitur. Itaque figuræ
lanæ, quā etiam solidæ hæc colligitur diffinitio.

ἢ μα ἐστὶ, τὸ ὑπὸ τινος, ἢ τινῶν ὁρίων πᾶσι χεῖρον.

ra est, quæ sub aliquo, vel aliquibus terminis cōprehēditur,
i quo quidem, ut planum circulare, uel solidū sphericū: sub aliquibus uerò,

Notandum.

ut triangulum uel quadrangulū inter planas, & cubū aut pyramis inter solidas & quæ sunt eiusmodi. Sed de planis figuris, atque de lineis & angulis in eodē plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

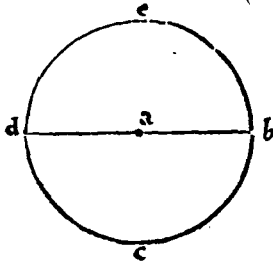
¶ De circulo, eiusque partibus.

¶ I N T E R Figuras, quæ planæ uocantur ea dicitur esse simplicissima, quæ unico comprehenditur termino: cuiusmodi uidetur esse circulus. Hunc itaque primum diffinit Euclides,

¶ Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπιπέδου, ὑπὸ μιᾷ γραμμῇ περιεχόμενον, ἢ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ᾧ ἅπ' ὅλης σημειῶται ὁ γένος τὸ σχήματος καὶ μέτρον, πᾶσαι αἱ προαπὸ τῆς αἰ ἐνθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσι.

Circulus, est figura plana, una linea contenta, quæ circumferētia adpellatur: ad quam, ab vno puncto inrorsum medio existēte, omnes prodeuntes lineæ, in ipsius circuli circumferentiam incidentes, adinuicem sunt æquales.

Hæc diffinitio, ex data nuper (cū de planis loqueremur angulis) abstractiua circuli descriptione fit manifesta. Cū enim a, b, recta linea data, circum a, punctum completè reuoluitur: punctū b, suo motu circumferentiam causat, & immotum punctum a, in circuli centrum permutatur. Hoc itaque circuli centrum, secundum longitudinē ipsius a b, rectæ linæ datæ, ex omni parte distabit a circumferentia. Ex quo necessum est, omnes rectas lineas, ab ipsius circuli cetro in circumferentiam eiusdem incidentes, fore eidem a, b, (ex qua circulus describitur) atque adinuicem æquales. Hoc est, eiusdem



circuli circumferentiam à suo centro æqualiter undiquaque distare. Hinc dicit consequenter.

¶ Κέντρον δὲ τὸ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

Centrum verò ipsius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio uelim intelligas: ut punctum a, in obiecta circuli figura b, c d e. Linæ nanque limites sunt puncta: quorum immotum (circa quod uidelicet alterum in circuli descriptione circumducitur) in medio permanet, & centri efficitur circuli.

¶ Διάμετρος δὲ τὸ κύκλου, ἐστὶν ἐνθεῖα τις, διὰ τὴν κέντρον ἡγμένη, τὴν αὖ περιμνην ἑὸν ἑκάτερά τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τὸ κύκλου περιφέρειας, ἥτις ἡ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex vtrique parte in circuli circumferentiam terminata, quæ circulum bifariam dissecit.

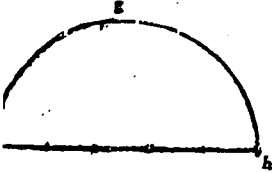
Huiusmodi est linea b d, supra scripti circuli b c d e, per a, centrum utrinque producta:

ducta: & quæcumque illi similis. Dimetiens enim, siue diameter, propriè circuli esse uidetur: diagonus autem, rectilinearum figurarum: axis uerò, soli-
um, & propriè ipsius sphaera.

Dimetiens à diagonio & axe differens-
tia.

ἡμικύκλιος ὅ, ἐστὶ τὸ περιχόμενον ὑπὸ τῆς διαμέτρου
τῆς ἀπολαμβανόμενης ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφέρειας.

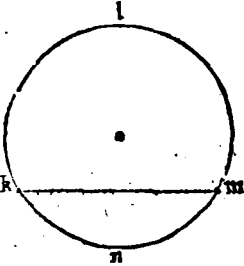
micirculus, est figura quæ sub dimetiente, & ea quæ ex ipsa
culi circumferentia sublata est, continetur.



Vt ea figura, quæ ex f b, dimetiente, & dimi-
dia circuli circumferentia f g h, comprehendi-
tur. Semicirculus enim, cum sit dimidium cir-
culi: non potest alijs lineis, quàm dimetiente,
& media claudi circumferentia.

μῦμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιχόμενον ὑπὸ τε εὐθείας, καὶ κύκλου πε-
ρίεας.

tio circuli, est figura quæ sub recta linea, & circuli circumfe-
ria, aut maiore aut minore semicirculo continetur.



cum enim recta linea per circuli centrum mi-
nime ducitur, utrinque tamen in circumferen-
tiam terminatur: ea circumferentiam ipsum in binas
partes dispartit inæquales, quæ circuli sectio-
nes adpellantur. Quarum ea quæ centrum in-
cludit circuli, ut k l m, obiecta descriptionis
maior dicitur: reliqua uerò, ut k n m, minor
adpellatur. Ipsa porro linea recta k m, chorda
siue subtensa: & comprehensa circumferentiæ
pars, arcus responderet nominatur.

Chorda.
Arcus.

De rectilineis figuris.

OSTENDITUR quæ unico clauditur limite, succedunt rectilineæ,
rectis lineis terminatæ figuræ, uariam quidem, pro laterum numero an-
imue qualitate, denominationem obtinētes: quæ ita ab Euclide diffiniuntur,
ὁβύγραμματα σχήματα ἐστίν, τὰ ὑπὸ εὐθεῶν περιχόμενα.

rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur.

inter rectilineas figuras, primum locum sibi uendicant trilatæræ, sub tri-
ctis lineis comprehensæ. Quoniam sub duabus lineis rectis non potest con-
figura, per ipsius lineæ rectæ descriptionem. subiungit itaque generalem nearū prima-
rarum figurarum diffinitionem.

Trilatera fi-
gura rectili-

ἑπλευρὰ μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

teræ figuræ sunt, quæ sub tribus rectis continentur lineis.

succedunt quadrilatæræ, a quaternario laterum numero denominatæ.

τετραπλευρὰ δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadri-

Quadrilateræ figuræ sunt, quæ sub quatuor comprehenduntur 22
rectis lineis.

Et quoniam rectilinearum figurarum supra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita uidetur excrefcere multitudo, quam singulatim describere, longum nimis uel impossibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellauit Euclides, & sub hac diffinitione complexus est.

Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλείονος ἢ τεσσάρων ἐμβαδῶν περιεχόμενα. Multilateræ figuræ sunt, quæ sub pluribus quàm quatuor rectis 23
lineis comprehenduntur.

Quæ quidem multilateræ figuræ, longè faciliorem ab angulis, quàm ab ipsa laterum multitudine, fortiuntur nomenclaturam: utpote, pentagona hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacumque figura tot anguli, quot & latera. Cum autem omnis multilatera figura immediate resoluat in trilateras, uel partim in trilateras, partim uerò in quadrilateras: subiungit propterea primum trilaterarum, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipsis lateribus, tum ab angulis sumpta discrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera sunt adinuicem æqualia, uel duo tantum, aut nulla.

Τῶν δὲ τριπλευρῶν σχημάτων, ἰσόπλευρου ἢ τρίγωνου ὄντι, τὸ ἴσος ἴσας ἔχον πλευράς.

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterum est triangulum, 24
quod tria continet æqualia latera.

Veluti subscripta in exemplum trianguli figura a, & quæ illi similes.

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς. Isosceles autem est, quod sub binis tantum æqualibus lateri- 25
bus continetur.

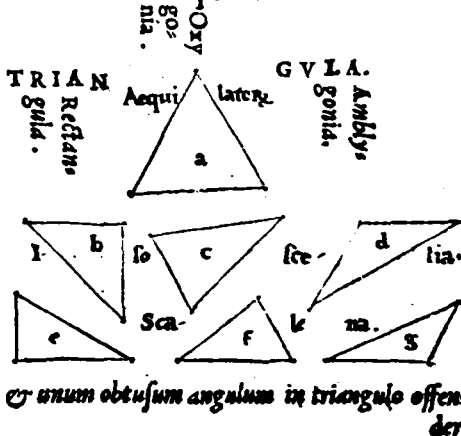
Cuiusmodi sunt triângula b, c, d, ad clariorem singulorum euidentiam depicta.

Σκαλωὺν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσας ἔχον πλευράς. Scalenum uerò est, quod sub tribus inæqualibus lateribus con- 26
tinetur.

Trilaterarū
figurarum
lateralibus dif-
crimina.

Vt obiecta e, f, g, triângula: & quæ sunt eiusmodi.

Ab angulis autem totidē differentias nanciscuntur in ipsa triângula. Omnis siquidē triânguli, uel tres anguli sunt acuti, uel unus rectus & cæteri duo acuti, aut denique unus obtusus & reliqui itidem acuti: duos enim rectos aut duos obtusos, uel unum rectum & unum obtusum angulum in triângulo offendere



non est possibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita scribit Euclides,

Ἐπεὶ δὲ τὸ τριπλύνειον χημάτων, ὀρθογώνιον ἢ τριγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ὡς γωνία.

nplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum, Trilaterarū figurarum ab angulis differentia.

isosceles b, uel scalenum triangulum e, proxima definitione descriptum.

ἰσὺ γωνίῳ δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλωα γωνία.

nbligonium autem, quod obtusum angulum habet.

veluti antecedens isosceles d, scalenumue triangulum g.

ὀξυγώνιον δὲ, τὸ πρὸς ὀξείας ἔχον γωνίας.

ygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

quodmodi sunt æquilaterum a, & isosceles c, atque triangulum scalenum f, & Basia triaguli

eis similia sunt triangula. Omnis porro trianguli unumquodque latus, æ-

duobus expressis, basis uocitatur. sequitur itaque, rectangula & amblygo-

triangula, fore tantummodo isoscelia, uel scalena: oxygonium autem, & æ-

terum, & isosceles, & scalenum offenditur triangulum. Quemadmodū ex

scriptis triangulorum licet elicere figuris. Et haud dissimiliter quadrilate-

figurarum, tum ab angulorum rectitudine uel obliquitate, tum ab æqualita-

te æqualitate laterum, succedentia colliguntur discrimina.

ὡς δὲ τὸ τετραπλύνειον χημάτων, τετραγώνιον μὲν δὲ, ὃ ἰσόπλευ-

ν δὲ, & ὀρθογώνιον.

adrilaterarum autem figurarum, quadratum quidem est,

d & æquilaterum & rectangulum est.

Veluti quadratum h. Omnis itaque qua-

drati unumquodque latus, radix eiusdem in Radix qua-

differentiter appellatur. Fit enim quadratum, drati.

ex data linea recta abstractiue in seipsam re-

ctissime ducta: quemadmodum numerus in

n ductus, quadratum efficit numerum.

τερόμηκισ δὲ, ὃ ὀρθογώνιον ἢ, ὃκ ἰσόπλευρον δὲ.

ra parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquila

n non est.

admodum suprascripta figura k, quoad angulorum rectitudinem conue-

um ipso quadrato, dissidens autem ex parte laterum.

εβθ δὲ, ὃ ἰσόπλευρον ἢ, ὃκ ὀρθογώνιον δὲ.

nbus, est quæ æquilatera, at rectangula non est.

Cuiusmodi est figura l. Conuenit itaq; rhō-

bus cum ipso quadrato, in sola laterū æqua-

litate: habet enim duos obtusos, & totidem

acutos angulos, quatuor rectorum simul

efficientes quantitatem.

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπ' ὑναντίας πλευράς, & γωνίας ἴσας ἔχον, ὅν τε ἰσὺν πλευρῶν ἐστὶ, ὅν τε ὀρθογώνιον.

Rhomboides verò est, quæ ex opposito latera & angulos habes æquales, neque æquilatera, neque rectangula est. 33

Parallelogramma.

Quemadmodum supra depicta figura m, repræsentat. sũntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id est, quorum opposita latera sũnt adinuicem parallela, seu æquidistantia. Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides,

Ἡ τὰ δὲ πρὸς τὰ ὅσα τετράκλιον, τραπέζια καλεῖται.

Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur. 34

In quibus uidelicet nulla oppositorum uel laterum, uel angulorum simul obseruatur æqualitas, siue respondetia: ueluti sunt n, & o, & quæcumque eis similes quadrilaterorum descriptiones.

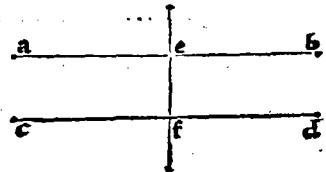


Parallelarum linearum diffinitio vltima.

Παράλληλοι εἰσιν ἐνθεῖαι αὐτῶν ὅν τῇ αὐτῇ ὀρθῇ πρὸς ὅσας, ἢ ἐκβαλομένης ἐπ' ἀπὸ τοῦ ἐκαστοῦ τὰ μέρη ὡς μὴ ἐνδεῖς συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt. 35

Quales tibi repræsentant, a b, & c d, lineæ rectæ. In quarum uidelicet alteram, utpote a b, recta lineæ e f, ad æquales seu rectos incidens angulos: & cum reliqua c d, rectos itidem uel æquales angulos efficit. Ex eo enim alterius in alteram æqualis utrobique surgit inclinatio: unde fit, ut ipse datæ lineæ in infinitum ex utraque parte productæ, æqualiter seu parallelè distent, nusquam adinuicem concurrentes.



Ἀιτήματα.

Postulata.

ORONTIUS.

Postulata quæ.

SECUNDO loco sese offerunt postulata, quæ petitiones nonnullis appellantur. Sunt autem postulata, generales quædā propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ pēdenter ab auditore cōcessæ, postulātur, assensu mutū in ordinē seu rationē principij. Primū itaque postulatum, est huiusmodi.

Ἡ τὴν ὁδὸν, ἀπὸ παντὸς σημείου ὡς πᾶσι σημείοις, ἐνθεῖαν ῥαμμεῖν ἔγγειν.

Ab omni puncto in omne punctū, rectā lineam ducere.

Potest

est enim datū quodcunque punctum, in
iud quodlibet punctum, etiam ubilibet ima
natum, per viam abstractiue fluendo bre
simam, rectam describere lineam. quemad
modum ex quatuor primis licet elicere diffi
nitionibus. Admittēda est itaque linea recta quantalibet, ac quibus uoluerimus
nētis, ubilibet indifferenter terminata.



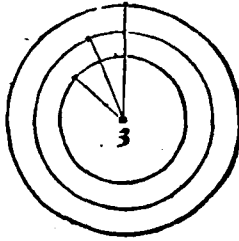
Καὶ περὶ τὰς μὲν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκ τῆς ἐκβάλλου
rectam lineam terminatam, in continuum rectūque pro
icere.

nam utrumque punctum ipsius datæ rectæ lineæ terminatiuum, per rectum
dem puncti defluxum, quantumlibet abstractiue continuatum, potest ipsam
eam lineam rectam efficere longiorem. quem
nodum ex data linearum rectarum colligitur
riptione.



Καὶ παντὶ κέντρῳ ὃν διαστήμασι κύκλον γράψαι.
omni centro & interuallo, circulum describere.

est, licet ubicunque uolueris, centrum defi
e circuli, & circa idem centrum, ad liberā
diametri quantitatem, ipsum figurare cir
n. Aut (si uelis) ex data quacunque linea
terminata, altero eiusdem lineæ termino
s collocato, per completam ipsius lineæ
nductionem, circulum describere. Admittē
tur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro
semidiametri uel interualli magnitudine.



καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἶναι.

nes angulos rectos, adinuicem æquales esse.

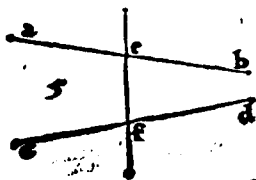
um enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli,
inque circuli quadrantes sint adinuicem æquales: sit ut inter quosuis an
rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinuicē æquales. Quē
dum ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, eli
el facile potes.

καὶ ἐὰν εἰς δύο ἐκβάλλει ἐκβάλλει ἐκπύπτει, τὰς γωνίας αὐτῶν τὰ αὐ
ρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὐτῶν ἐκ
τῶν αὐτῶν, συμπεσόνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν, αἱ τὶ δύο
ἐλάσσων: γωνίαι.

duas rectæ lineas recta linea incidens, interiores & in ea
parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas
initum productas concurrere necesse est, ad eas partes in
B ij quibus

quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vt pote, si in rectas $a b$, & $c d$, recta incidens $e f$, interiores angulos $b' e f$, & $d f e$, simul cōparatos, duobus rectis minores fecerit: ipse a , b & $c d$, in



infinitum productæ, conuenient tandem in g , ad partes quidem b , & d . Quoniam plus inclinatur adinuicē partes b, d , quā a, c . Vnde de quanto magis producentur $b e$, & $d f$, partes, tanto propiores efficiuntur, in unum tandem signum (ut pote g) concurrentes. Secus est de $a e$, & $c f$, partibus: propterea quod anguli $a e f$, & $c f e$, sunt duobus angulis rectis tanto maiores, quanto eisdem rectis minores fuerint ipsi $b e$

De cæteris f , atque d, f, e , anguli. Postulat.

ta: quæ cum sint omnibus (etiam rudissimis) per se manifesta, uel quæ recenseantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero.

Καὶ αὖτις ὅτι.

Communes sententiæ.

ORONTIVS.

Axiomata, efata, seu communes sententiæ.

RELIQUVM est tandem, communes elucidare sententiæ: quas Græci axiomata, Latini uerò effata solent adpellare. Sunt igitur communes sententiæ, generales quædam ac per se manifestæ propositiones, communiter scitæ ab omnibus, & in principij rationem uel ordinē coassumptæ. Quarum prima est hæc,

Ἐὰν τὸ αὐτὸ, & ἰσὺς ἀλλήλοις ᾖ δὲν ἰσὺς.

s. communes sententiæ rationem æqualitatis respicientes.

Quæ eidem æqualia, & adinuicem sunt equalia.



Vt pote, si a , magnitudo sit equalis b , magnitudini, eidem quoque b , sit equalis magnitudo c : necessum est a & c , magnitudines fore adinuicem æquales. Idem habeto iudicium de

numeris, atque cæteris eiusdem generis adinuicem comparabilibus.

Καὶ ἐὰν ἰσὺς ἰσὺς ᾖ πρὸς τὸ αὐτὸ δὲν ἰσὺς.

Et si æqualibus æqualia adiiciantur, omnia erunt æqualia.

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἰσῶν ἰσὺς ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ ᾖ δὲν ἰσὺς.

Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquentur æqualia erunt.

Vt si d , & e , magnitudinibus nuicem æqualibus, æquales addantur magni-



tudines f & g , consurgent $d f$, & $e g$, magnitudines adinuicem pariter æquales. Quod si uersa uice ab ipsis $d f$, & $e g$, magnitudinibus inuicē æqualibus, æquales tollātur, f quidē &

g , magnitudines: relinquentur d , & e , magnitudines rursus adinuicē æquales.

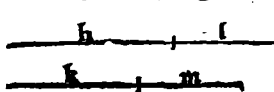
Καὶ ἐὰν ἀνίσῳ ἰσὺς πρὸς τὸ αὐτὸ δὲν ἀνίσῳ.

Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erūt.

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσῳ ἰσὺς ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ δὲν ἀνίσῳ.

Et si

si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erūt. si nāque h, k , magnitudinibus inæqualibus, æquales adiungantur magnitudines l, m : consurgent inæquales adinuicem magnitudines h, l & k, m . Aut si ab eisdem inæqualibus magnitudinibus datis h, l & k, m , æquales auferantur l & m :



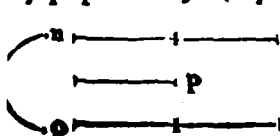
quæ relinquentur h & k , magnitudines, erunt adinuicem inæquales. Vnde & uersa uice, si æqualibus inæqualia adiungantur, uel ab æqualibus inæqualia auferantur: consur-

t, aut relinquentur inæqualia. Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communis sententiæ, rationem æqualitatis inter magnitudines, atque inuicem comparabilia, tum facta inuicem comparatione, tum addendo, subtrahendōue occurrētes respicientes.

Καὶ τὰ αὐτῶν διπλασία, καὶ ἀλλήλοις ὅσιν.

quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia.

Hoc est, quæ eiusdem sunt æquæ multiplicia, uel æquæ superparticularia, aut iæ superpartientia, uel (ut summam comprehendam) æquæ maiora: ea sunt Cōmunis sen-



adinuicem æqualia, nempe quod æquali excessu eandem superet magnitudinem. Vt si n , & o , magnitudines, eiusdem magnitudinis p , sint æquæ maiores, utpote duplæ: necessum est easdem magnitudines n & o , fore adinu-

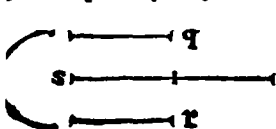
icem æquales. Nam æqualibus magnitudinibus ipsi p , in eisdem n & o , commensuris, æquales adduntur excessus. Idem censeto de numeris, & quibuscunque comparabilibus rebus, eadem ad tertiam maioris inæqualitatis ratio obtinentibus.

Καὶ τὰ τῶν αὐτῶν ἡμιον, καὶ ἀλλήλοις ὅσιν.

quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem.

Hæc communis sententia, pro magnitudinibus rationem minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obseruantibus magnitudinem, ita uenit intelligenda: ut

quæcunque eiusdem sunt æquæ submultiplicia, aut superparticularia, uel tertia pro ratione minoris inæqualitatis, hoc est, æquæ minora, ea sunt adinuicem æqualia. Vt pote, si q & r , magnitudines, eiusdem magnitudinis s , sint (uerbi gratia) subduplæ: illæ erunt adinuicem æquales, propterea quod æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.



καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἀλλήλα, καὶ ἀλλήλοις ὅσιν.

quæ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem.

utpote, si duæ rectæ lineæ in limitibus, duæue superficies in terminis, seu lateribus & angulis, & quæ sunt similia similibus ex omni parte conueniant, ea erunt adinuicem æquari, & è contrario.

Καὶ τὸ ὅλον τῷ μέρει μείζον ἐστίν.

notum est sua parte maius.

Adde, quòd & æquale suis partibus integralibus, id est quæ simul sumptæ ipsæ totum uidentur integrare.

¶ Καὶ δύο ἐν βῆαι χόριον ὁ ποδεχθῶν .

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt.

10

Prius quàm enim superficiem concludere ualerent: operæ precium esset, gemina puncta utriusque datarum linearum terminos limitantia mutuo conuenire. Duæ itaque lineæ rectæ, à dato puncto in datum punctum producerentur: coinciderent igitur in unam atque eandem lineam rectam, superficiem concludere nō ualentes, quemadmodum ex his, quæ quarta prædiximus diffinitione, sit manifestum.

De problemate, Theoremate, atque Hypothesi.

Problemata. **¶** E X his itaque sanè quàm intellectis principijs, colliguntur problemata: hoc est, ambigua propositiones, sciscitationesue, practicas figurarum affectiones discutientes: & Theoremata, id est, speculatiuæ propositiones, præceptionis utcunque participes, quæ singulis accidunt figuris sola inspectione diiudicantes. Quæ quidem omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa, ut ex antecedentibus omnis consequentium uideatur pendere comprobatio: fiatque mutua subministratio singulorum inter sese & problematum & theorematum. Quibus suffragantur hypotheses, hoc est, ex præuia supradictorum cognitione, assumpti concessæ suppositiones.

Theoremata

Hypotheses.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

Πι τῆς δοθείσης ἐνθείας περὶ πρᾶσμινης, τριγώνου ἰσοπλευροῦ συ-
 σκεῖσθαι.

EVCLIDIS LIBRI PRIMI

Problema I. Propositio I.

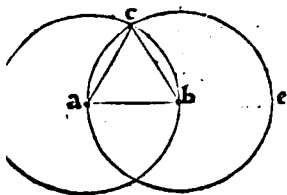


Vper data linea recta terminata, triangulum equilaterum constituere.

ORONTIVS. *¶* Sit data linea terminata a b, cuius limites sint a & b, puncta: super quam oporteat triangulum æquilaterum constituere: hoc est, datam rectam lineam terminatā in latus ipsius coaptare trianguli, & reliqua duo latera, quæ sint eidem lineæ datæ æqualia, ex superius enarratis principijs inuesti-

Nota propositionis interpretationem.

o. Centro igitur a, intervallo autem a b, describatur circulus b c d, per tertium postulatum. Et per idem postulatum, centro rursus b, eodēque intervallo describatur circulus a c e. Cum igitur circuli b c d, & a c e, in eodē sint centro, & communem habeant semidiаметrum, nempe datam a b, rectam, trāsfere per constructionem unius circūferentiæ per centrum alterius: necessarium est, circūferentiā partim, esse intra circulum a c e, partim uerò extra, & e contrario, & propterea sese mutuo intersecare. Sit ergo sectionum altera in puncto c: & connectantur tandem rectæ lineæ a c, & b c, per primum postulatum. Triangulum est itaque a b c, (non congruunt enim, neque in directum constituuntur. ipsæ a b, b c, & c a, lineæ rectæ: sed trigonam includūt superficiem a b c) dico quod & æquilaterum. Quo-



punctum a, centrum est circuli b c d, æqualis est igitur a c recta, ipsi a b: secundam quintam diffinitionem. Rursus, quoniam punctum b, centrum est circuli a c e: æqualis est, per eandem diffinitionem b c recta, eidem a b. Duæ itaque a c, & b c, eidem a b, sunt æquales: eapropter & æquales adinvicem, per eandem communem sententiam. Tres itaque lineæ a b, b c, c a, sunt adinvicem æquales. Igitur super data recta linea terminata a b, constitutum est triangulum æquilaterum a b c. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα β,

Πρόθεσις β.

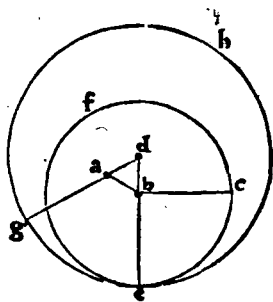
Πὸς τῷ διωθέντι σημείῳ τῆς δοθείσης ἐνθείας ἡσὼ ἐνθείαν θέσθαι.

Problema 2, Propositio 2.

D datum punctum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

ORON

PROPTER QUA *ORONTIVS.* *¶* Sit datum punctum *a*,
 data uero linea recta *b c*, cui expedit, ad ipsum
 punctum *a*, æquam rectam lineam ponere. Du-
 catur itaque recta *ab*, per primum postulatū:
 super qua triangulum æquilaterum constituatur
a b d, per primam propositionem. Et centro *b*,
 intervallo autem *b c*, circulus describatur *e f*,
 per tertium postulatū. Atque per secundum po-
 stulatū, producatū recta *db*, in ipsius circuli
 circumferentiam: sitque *d e*. Centro rursus *d*, in-
 tervallo autem *d e*, circulus describatur *e g h*, per idem tertium postulatū. Pro-
 ducaturque tandem recta *da*, in circumferentiam ipsius *e g h*, circuli, per secū-
 dum postulatū: sitque *d g*. Cum igitur punctum *b*, centrum existat circuli
c e f: æqualis est *b c*, recta ipsi *b e*, per decimam quintam diffinitionem. Rursus
 quoniam punctum *d*, centrum est *e g h*, circuli: æqualis est, per eandem diffini-
 tionem, recta *d e*, ipsi *d g*. A quibus si auferantur *a d*, & *b d*, inuicem æquales
 (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua *a g*, relique *b e*, per tertiam com-
 munem sententiam erit æqualis. Atqui monstratum est, quod & *b c*, eidem *b e*,
 est æqualis. Binæ igitur *a g*, & *b c*, eidem *b e*, sunt æquales: quapropter &
 æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Ad datū ergo punctū *a*,
 data recta linea *b c*, æqualis recta linea posita est *a g*. Quod oportuit fecisse.

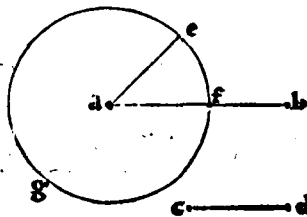



 Πρόβλημα γ, Πρόβ. γ.
 Το διὰ τῶν ἐνθῶν ἀνίῳ, ἀπὸ τῶν μέζοντι, τὰ ἑλῶσσι ἴσω
 ἐνθῶν ἀφελῶν.

Problema 3, Propositio 3.

D Vabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquam rectam lineam abscindere.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a, b , quidem maior, minor uerò c : cui receptum sit, ab ipsa maiore a , æquam lineam rectam abscindere. Ad datum ergo punctum a , alterum ipsius maioris a , limitem, eidem minori c d. ponatur æqualis, per secundam propositionem: sitque $a e$. Et centro a , intervallo autem $a e$, circulus describatur $e f g$, per tertiū postulātū. Cū igitur $a e$, recta sit æqualis ipsi c , sitque $c d$, minor ipsa a , per hypothesin: erit



Et a e, eadem ab minor. quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æque minora, per conuersam septimæ communis sententiæ. Egre-
diatur ergo a b, maior ipsa a e, circumferen-
tiam circuli e f g, ad interuallum eiusdem a
e, descripti, eandemque circumferentiam egre-
diendo secabit: secet igitur in puncto f. Et quo-
niam punctum a, centrum est circuli e f g: æ-
qualis est a f, recta ipsi a e, per decimam quin-
tam

diffinitionem. Eidem porro $a e$, æqualis est & recta $c d$. Binæ igitur $a f$, & $e d$ æquales: & propterea æquales adinuicē, per primam communem sententiam. Est autem & $a f$, pars ipsius maioris $a b$. Duabus ergo lineis re-
 inæqualibus datis, $a b$ quidem & $c d$: à maiori $a b$, secta est $a f$, ipsi $c d$, mino-
 ralis. Quod oportebat facere.

Θεώρημα α,

Θρόβους δ.

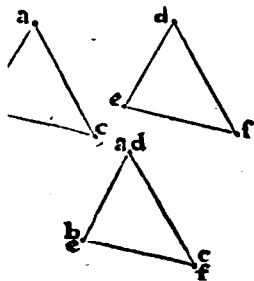
Αν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευράς, ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔ-
 χῃ κατέρας κατέρας. καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἰσην ἔχῃ, τὴν ὑπο-
 τῶν ἴσων ἐνθεῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ,
 τὸ τρίγωνον τῷ τρίγωνῳ ἴσον εἶναι, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι τὰς λοι-
 πὰς γωνίας ἴσαι εἶναι κατέρας κατέρας, ὑπὸ αἰετὶ αἰετὶ πλευραῖς
 πένοντι.

Thorema 1.

Propositio 4.

I duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habue-
 rint alterum alteri, & angulum angulo æqualem sub æ-
 qualibus rectis lineis contentum: & basin basi æqualē ha-
 unt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli
 quis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia
 ra subtenduntur.

ON TIVS. ¶ sint bina triangula $a b c$, & $d e f$, habentia duo late-
 ra, & $a c$, duobus lateribus $d e$, & $d f$, alternatim æqualia, hoc est, $a b$,
 & $d e$, & $a c$, ipsi $d f$: atque angulum $b a c$, æqualem angulo $e d f$, sub æqua-
 libus rectis lineis contento. Dico primum, quod basis $b c$, est æqualis basi $e f$. Pars prima
 parato namque triangulo $a b c$, ipsi $d e f$, atque puncto a , supra d , punctū theorematiss.
 ituto, extensaue recta $a b$, super rectam $d e$, conuenit: punctum b , ipsi pun-
 to: nam $a b$, ipsi $d e$, per hypothesein est æqualis. quæ autem sunt adinuicē
 æqualia, sibi metipsis conueniunt, per conuersam octauæ communis sen-
 tentiæ. Et quoniam angulus $b a c$, angulo $e d f$, per hypothesein quoque est
 æqualis: cadet igitur, per eandem conuersam, $a c$, recta super rectam $d f$:



secus enim alter angulorū foret reliquo maior,
 contra ipsam hypothesein. At cū $a c$, & $d f$, re-
 ctæ, sint ex eadē hypothesei adinuicē æquales:
 conuenit rursum punctū c , ipsi puncto f , per al-
 legatam octauæ communis sententiæ conuersio-
 nem. Binæ igitur rectæ $b c$, & $e f$, ab eodē cō-
 muni puncto, ad idē commune punctū educē-
 tur: conuenient ergo adinuicē, per datā ipsius
 lineæ rectæ diffinitionē. Conuenientibus enim
 $b c$, & $c f$, limitibus, si $c a$ de $b c$, & f , rectæ
 conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent, superficiem, contra deci-
 mum sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem:

C

conues-

cōuenit itaque b c, ipsi e f. Quæ autē sibi metipsis cōueniūt, æqualia sunt adinuicem, per octauam communem sententiam. basis ergo b c, basi e f, concluditur æqualis. ¶ Dico præterea, quod triangulum a b c, triangulo d e f, æquum est. Conueniunt enim singula latera ipsius a b c, trianguli, singulis d e f, trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Unde per eandem octauam communem sententiam, a b c, triangulum, ipsi d e f, triangulo æquū erit. ¶ Aio tandem, reliquos angulos æquales: utpote, a b c, ipsi d e f, sub quibus a c, & d f, & a c b, ipsi d f e, sub quibus a b, & d e, latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porro conuenientia æqualis eorundem subsequitur inclinatio. ex æquali autem inclinatione laterum, contentorum angulorum conuincitur æqualitas. si bina igitur triāgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. ut in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Pars secūda.

Tertia pars.

Θεώρημα 6, Πρόβησις 1.

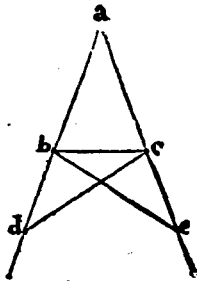
Τὸν ἰσοσκελῶν τριγώνου αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι, ἴσαι ἄλλῃ-
λαι εἰσι. Ἐπὶ προσεκβληθῶν τ' ἰσῶν ἐνθῶν, αἱ ὑπὸ τῶν βά-
σεω γωνίαι ἴσαι ἄλλῃλαι εἰσίν.

Theorema 2. Propositio 5.

Isoſcelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicē sunt æquales: & productis æqualibus lineis, qui sub basi sunt anguli adinuicem æquales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulū isosceles a b c, cuius latera a b, & a c, sint adinuicem æqualia. Hæc autem uersus d, & e puncta, in continuum rectūque producantur, per secundum postulatū. Aio itaque primum, angulos a b c, & a c b, qui ad basin b c, fore adinuicem æquales: angulum præterea d b c, angulo b c e, sub eadem basi b c, constituto, itidem cōæquari. Suscipiatur enim in b d, re-

Primus ostē-
sionis discursus.



Secundus.

est æqualis, & totum triangulū a b e, toti triangulo a c d, æquale, atque reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, responder æquales, utpote a b c, ipsi a c d, & a c b, ipsi a d e: per quartam propositionem. Rursum, quoniam b d, ipsi c e, per cōstructionem est æqualis, & b e, ipsi c d, æqualis ostēsa est: bina propterea latera d b, & d c, trianguli d b c, duobus e b,

et ec , ipsius ebc , trianguli lateribus sunt alternatim equalia, et contentos ipsis equalibus lateribus angulos, utpote, qui ad d , et e monstrauimus a-ales: eandemque basin subtendunt bc . Triangulum igitur dbc , triangulo ec , est æquale, et reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus equalia subtentur latera, adinuicem æquales: per eandem quartam propositionem. Angulus que dbc , angulo bce , est æqualis: nec non angulus bcd , ipsi angulo ceb . rus porro angulus abe , toti angulo acd , æqualis nuper ostensus est. Igitur ibi eisdem equalibus angulis abe , et acd , æquales auferantur anguli bcd , bce equi relinquentur anguli abc , et acb , ad basin bc , erunt per tertiam immunitatem adinuicem æquales. Et qui sub eadem basi bc , sunt anguli utpote, dbc , et bce , nunc quoque monstrati sunt æquales. Isoscelium igitur triangulorum, qui ad basin sunt anguli, et c . ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Recollectio demonstrationis.

Corollarium.

tunc manifestum est, triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem equaliter continere. Quoniam binatim sumpta latera, semper offenduntur equalia: et quoque anguli omnifariam sumpti, consequenter æquales.

ὁμῶς γὰρ,

Πρόβωσις 5.

Αν τριγώνῳ αἱ δύο γωνίαι ἴσας ἀλλήλαις ᾖσι, ἢ αἱ ὑπὸ τὰς ἰσῶς γωνίας ὑποτείνουσας πλευραὶ, ἴσας ἀλλήλαις ἔσονται.

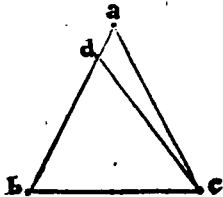
Theorema 3,

Propositio 6.

Si trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos subtendentia latera, æqualia adinuicem erunt.

PROBATIO. Est abc , triangulū, cuius anguli abc , et acb , sint adinuicem æquales. Dico propterea quod latus ab , æquū est lateri ac . Si nanque ab , ac , latera foret inæqualia, alterū esset maius: utpote, ab . Posset itaque à maiori ab , secari ipsi ac , minori æqualis, per tertiā propositionē. esto igitur d : et cecidit cd recta, per primū postulātū. Cadet igitur recta cd , intra triangulū abc , diuidetque latus ab , et angulū abc , in duos angulos, atque datū abc , tri- ulū in bina triangula adc , et dbc . Atqui abc triangulū, ipso dbc , trian- (nēpe totū sua parte) maius est: per nonā cōmunem sententiā. Quod si ac , recta foret æqualis ipsi bd , et bcd , sit utrique triangulo cōmunis, essent bina latera ac , et bd , trianguli abc , æqualia binis lateribus bc , et bcd , ipsius trianguli cbd . quæ cū æquales adinuicē cōprehendant angulos abc , et acb per hypothesin: basis ab , dati ac , bd , trianguli, foret æqualis basi cd , ipsius trianguli cbd , per quartā propositionē: ipsum denique trian-

Demonstratio ab impos- sibili.



ū abc , ipsi triangulo dbc , æquale, totū uidelicet suæ parti, quod per nonā immunitatem est impossibile. Nō est igitur ab , latus maius ac . Similiter ostenditur, quod neque minus. Aequū est itaque latus ab , ipsi lateri ac . si trian- i itaque duo anguli, æquales inuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera, æqualia adinuicem erunt. Quod fuerat ostendendum.

C. ij

¶ Co.

Corollarium.

Et proinde sit manifestū triangulum æquiangulum, fore uersa uice æquilaterū. anguli enim binatim sumpti, semper offenduntur æquales: & duo quoque latera omnifariam sumpta, respondententer æqualia.

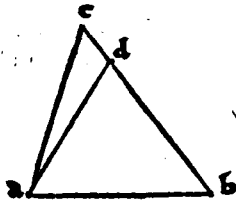
Θεώρημα δ. Πρόβλησις ζ.

Επί τῆς αὐτῆς ἐνθείας δυοὶ τὰς αὐτὰς ἐνθείαις, ἄλλαι δύο ἐν-
θείαις αἱ ἐκάτερα ἐκάτερα ὁ σὺν αὐτῶνται, πρὸς ἀλλή καὶ ἀλλο
σημείω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι τὰς δὲ ἀρχὰς
ἐνθείαις.

Thorema 4,

Propositio 7.

SVper eadē recta linea, duabus eidē rectis lineis, aliæ duæ 7
rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur: ad aliud
atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem fines primis
rectis lineis possidentes.

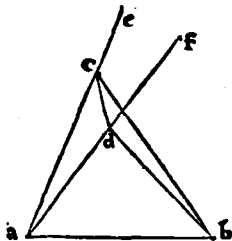


ORONTIVS. Super data inquam re-
cta linea a b, duæ rectæ lineæ a c, & b c, à li-
mitibus a, & b, ad datum punctum c, consis-
tuantur. Dico quòd super eadem a b, aliæ duæ
rectæ lineæ, ut pote a d, & b d, ad aliud pū-
ctū, hoc est d, ad eadē quoque partes, non cō-
stituuntur eisdem a c, & b c, altera alteri æqua-
els, ut pote a d, ipsi a c, & b d, ipsi b c, eosdem

fines a & b, cum eisdem primis rectis lineis a c, & b c possidentes. Aut enim
punctum d, cadet in alterutrā linearum a c, & b c, uel intra easdem, aut ex-
tra. Atqui in alterutrā datarum linearum, ipsum d, punctum minime potest
incidere. Cadat enim (si possibile sit) in rectā b c. coincidit igitur b d, recta, su-
per rectā b c: & cum d, sit aliud punctum quā c, erit eadem b d, pars ipsi-
us b c. Non erit igitur b d, æqualis b c: totum enim foret æquale suæ parti, cō-
tra nonam communem sententiam. Similiter ostendetur, quòd neque in a c, re-
ctam, neque in alterutrā aut a c, aut b c, in continuum rectūque productā,
cadet idem punctum d. ¶ Dico præterea, quòd neque intra easdē lineas, a c,

Prima figure
dispositio.

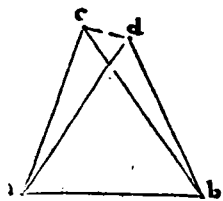
Secunda.



& b c, ipsum d c punctum potest incidere. Es-
to enim (si fuerit possibile) ut in subscripta fi-
gura, & connexa c d, recta, per primum po-
stulatum, utraque a c, & a d, per secundū po-
stulatum, in continuum rectūque, usque ad
e, & f, signa producat. Triangula igitur a
c d, & b c d, super eadem basi c d, constituta,
forent isoscelia, & angulus propterea a c d,
æquus esset angulo a d c: nec non b c d, angu-
lus, ipsi b d c, respondententer æqualis, per primam partem quintæ propositionis:
& per secundam eiusdem propositionis partem, qui sub eadem basi c d sunt an-
guli,

adinuicem quoque forent æquales: utpote, $c d$ ipsi $d c e$. Angulus porro maior est angulo $b c d$ (nempe totus sua parte) & $c d f$, angulus eodem angulo $b c d$, maior: & maior consequenter ipso angulo $b c d$. nam alii anguli eiusdem sunt æquæ maiores, uel æquæ minores: per cōuersam scilicet & septimæ communis sententiæ interpretationem. Est autem $c d f$, pars ipsius anguli $b c d$. Particularis igitur angulus, maior esset totali: per eandem nonam communem sententiam est impossibile. **¶** Haud dissimiliter inueniendus: ubi datum punctum d , incidit extra præfatas lineas rectas, $a c$, & $b c$. si nanque id possibile foret, uel earum altera quæ ex a ,

Tertia figure differentia.



puncto, alteram quæ ex b , secabit: aut nulla dabitur prædictarum linearum intersectio. Secet primum $a d$, ipsam $b c$: & connectatur $c d$, recta, per primum postulatam. Triangula rursum $a c d$, & $b c d$, essent isoscelia: & qui ad communem utriusque trianguli basim $c d$, fiunt anguli, per primam partem ipsius quintæ propositionis, æquales adinuicem, utpote, $a c d$,

$b c d$, ipsi $b d c$. Atqui angulus $a c d$, angulo $b c d$, maior est, per communem sententiam: recta enim $b c$, diuidit $a b d c$, quadrilaterum, & in propterea $a c d$. igitur & $a d c$, angulus, eodem angulo $b c d$, maior est: maior consequenter ipso $b d c$, angulo. angulus porro $a d c$, est pars ipsius $b d c$: recta nanque $a d$, diuidit eundem $b d c$, angulum, atque $a b d c$, laterum. Pars itaque, totum rursum excedit: quod ipsi non æ commutatur aduersari sententiæ. Idem etiam concludetur, ubi $a c$, recta secuerit in punctum d , ita seorsum locabitur, ut nulla subsequatur prædictarum intersectio, quemadmodum ex secunda figure dispositione deducere ille potest, c , in d , atque è diuerso permutato. Non sunt igitur $a c$, & $a d$, in æ, neque $b c$, & $b d$, adinuicem simul æquales. Super eadem ergo res, a , duabus eisdem rectis lineis & c . ut in theoremate. Quod demonstrare rat.

Θεώρημα ε,

Πρόβλησις ε.

Δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς τᾶς δύοσι πλευραῖς ἵσας ἔχοντες, καὶ τὴν ἑκάστην, ἔχει δὲ τὴν αὐτὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσων, καὶ τῇ γωνίᾳ ἰσῇ ἔξω τῇ ὑπὸ τῶν ἴσων ἐυθετῶν ποδὲς χρομένη.

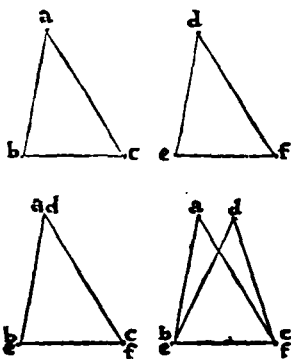
Theorema 5. Propositio 8.

Si triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habuerint, & basim quoque basi æqualem: angulum uel sub æqualibus lineis contentum æqualem habebunt.

ONTIUS. Sint bina triangula $a b c$, & $d e f$, habentia duo latera $a b$, duobus lateribus $d e$, & $d f$, alternatim æqualia, hoc est, $a b$ ipsi $d e$, & $d f$: sitque basis $b c$, basi $d f$, itidem æqualis. Aio itaque angulum $b a c$, $e d f$, esse respondentem æqualem. Comparatis nanque adinuicem trian-

c iij gulis.

gulis, & puncto b, supra punctum e, constituto, extensâque basi b c, in rectum ipsius e f: conueniet punctum c, cum puncto f, per conuersam octauæ communis sententiæ. Conuenientibus autem b & e, atque c & f punctis: conueniet, & punctum a, cum puncto d. Quoniam si a & d, puncta minime conuenirent: sequeretur ex hypothese laterum, quod super eadem recta linea b c, aut e f, duabus eisdem lineis a b, & a c, uel a e, & a f, aliæ duæ rectæ lineæ d b, & d c, seu d e, & d f, ad aliud atque aliud punctum, hoc est, a & d, ad eandem quoque partes, eosdem denique fines b, & c uel e & f, primis rectis lineis possidentes, altera alteri constituerentur æquales. quod per antecedentem septimam propositionem demonstratum est impossibile. Congruit igitur d, punctum, ipsi puncto a: quapropter & angulum c b a, angulo e d f, congruere necessarium est, foreque illi æqualem. Congruentibus enim terminis, congruunt & ipsæ lineæ rectæ. ex rectarum porro conuenientia, sub quibus ipsi continentur anguli: eadem surgit inclinatio, ex qua demum parilinearum inclinatione, eorundem angulorum conuincitur æqualitas. Ergo si bina triacula, duo latera duobus lateribus &c. ut in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

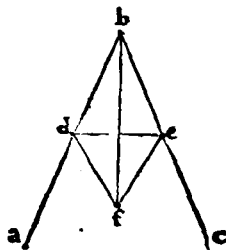


Τὸ πρόβλημα δ, Πρόβ. θ.
 Ημὶ δοθέντων γωνίᾳ ἐν βύθραμμον διχα τεμῆν.

Problema 4, Proposicio 9.

Datum angulum rectilineum, bifariam secare.

ΟΡΟΝΤΙ V S. ¶ Iste datus rectilineus angulus a b c: quæ oporteat bifariam secare. suscipiatur igitur in a b recta, cōtingens punctum d: seceturque à reliqua b c, ipsi b d, æqualis, per tertiam propositionem, sitque illa b e. Et per primum postulatum, connectatur recta d e: super quam triaculum æquilaterū d e f, per primam propositionem constituatur.



connectatur tandem recta b f, per idem primum postulatum. Manifestum est igitur, rectam b f secare datum angulū a b c, protrahitur enim ab angulo qui ad b, ad oppositum angulū qui ad f, in b d f e, quadrilatero. Aio quod & ipsa b f, datum a b c, angulum bifariam secat. Cum enim b d, per constructionem sit æqualis ipsi b e, communis autem b f: bina itaque late-

ra d b, & b f, triaculi d b f, duobus lateribus f b, & b e, triaculi f b e, sunt alternatim æqualia. Est insuper basis d f, basi e f, itidem æqualis: sunt enim latera triaculi æquilateri d e f. Angulus igitur d b f, angulo f b e, per octauam propositionē est æqualis. Datus itaque rectilineus angulus a b c, bifariam à recta b f, secatur. Quod facere oportebat.

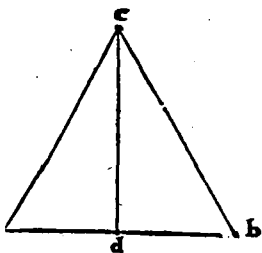
Πρόβλημα 4. Πρόβσις 1.

Ἡ δ' ὁδοὺς ἐνθεῖαν πεπορᾶσμένῳ, δύχα τιμῶν.

Problema 5. Propositio 10.

Atam rectam lineam terminatam bifariam secare.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea verminata a b, quam bifariam sit operæpretium. Constituatur igitur super eadem a b, triangulum æqui-



propositionem angulus a c b, bifariam, recta quidem c d, a puncto c in d, punctum ipsius lateris a b, coextensa. Dico lineam a b, datam, secari bifariam in puncto d. Cum enim a c b, triangulum sit æquilaterum, æqualis est a c ipsi c b, communis uero c d. Binæ igitur a c, & c d, trianguli a c d, duabus d c, & c b tria-

guli d c b, sunt altera alteri æquales: & qui sub ipsis æquis lateribus continentur anguli, onstructionem sunt adinuicem æquales, hoc est, a c d, ipsi d c b. Basis igitur asi d b, est æqualis, per quartam propositionem. Data igitur recta linea ter- ta b b, bifariam secata est in puncto d. Quod oportuit fecisse.

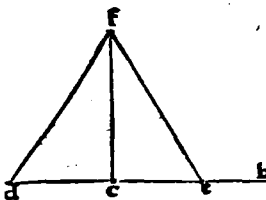
Πρόβλημα 5, Πρόβσις 11.

Ἡ δ' ὁδοὺς ἐνθεῖα, ἀπὸ τῆς πρὸς αὐτῇ δ' ὁδοῦς, σὺν σημείῳ, πρὸς ὁρθὰς γωνίας, ἐνθεῖαν γραμμὴν ἀγαγῶν.

Problema 6, Propositio 11.

Ata recta linea, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

N T I V S. ¶ Est o recta linea data a b, datumque in ea punctum c: à qua at, rectam lineam ad angulos rectos excitare. suscipiatur igitur in a c, re ingens punctū: sitque illud d, secetur præterea à recta c b, ipsi d c, æqua tertiam propositionem, utpote c e. Denique super recta d e, triangulū æqui-



laterum constituatur d f e, per primam propo- sitionem: connectaturque recta c f, per primū postulatū. Dico c f rectam, ad rectos angulos consistere super datam rectam a b. Quoniam d c est æqualis ipsi c e, communis autem c f, di uidens d f e triangulū. Duæ igitur f c, & c d, trianguli f c d, duabus f c & c e trianguli f c e, sunt altera alteri æquales: & basis d f basi

onstructionem æqualis. Angulus itaque f c d, angulo f c e, sub æqualibus reis contento, per octauam propositionem est æqualis. Recta igitur c f cō- per rectam a b, æquales utrobique facit angulos: ergo rectos, per decio- finitionem. A dato igitur puncto c, datæ rectæ lineæ a b, recta linea c f, s excitata est angulos. Quod faciendum susceperamus.

Πρόβλημα 6.

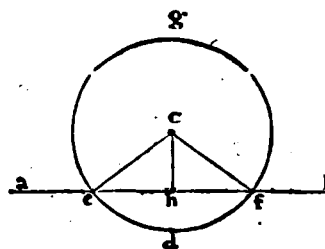
Επι τῇ δ' ὁθείᾳ ἐνθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τῆς δ' ὁθείας τῆς συμμέτρης, ὅ μὴ ὁρίμῃ αὐτῆς, κἀνέτορ ἐνθεῖαν ἡραμυλῶ ἀγαγέω.

Problema 7. Propositio 12.

Vper datam rectam lineam infinitam, à dato pūcto quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere. 12

Constructio figuræ.

ORONTIVS. **Ε**sit data recta linea infinita a b, datū uerò punctum quod in ea non est c: à quo in ipsam a b, perpendicularem rectam lineam deducere sit operæprecium. In eodem itaque plano, in quo data a b, recta linea infinita, & datum punctum c, ex opposita quidem parte ipsius c, contingens punctum suscipiatur: sitque illud d. Erit igitur c d, interuallum, dirimétque ipsam a b, rectam. Centro ergo c, interuallum autem c d, circulus describatur e f g, per tertium postulatum. Hic porro circulus e f g, cum in eodem sit plano, in quo & recta a b, sitque finitus, eadem uerò a b, infinita, & dirèpta ab interuallò c,



d: subtendet propterea idem e f g, circulus partem ipsius a b, egrediéturque eadem a b, recta circumferentiam ipsius e f g circuli, eandēque circumferentiam egrediendo secabit. Secet igitur in e, & f punctis: diuidatúrque recta, & subtenfa e f bifariam, in puncto quidem h, per decimam propositionem: & connectátur tandem c e, c h, atque c f, rectæ, per primum postulatum. Dico itaque, rectam c h, perpen-

Ostenfio problematis.

diculariter incidere super datam rectam a b. Quoniam e h, æqualis est ipsi h f, per constructionem: c h, uerò dirimens c e f, triangulum, utrique communis. Binæ igitur c h, & h e, trianguli c h e, duabus c h, & h f, triāgnlic h f, sunt altera alteri æquales: basis quoque c e, basi c f, æqualis, per decimam quintam diffinitionem. Æquus est igitur angulus c h e, angulo c h f, subæquis lateribus contento, per octauam propositionem. Recta ergo c h, consistens super datam rectam lineam a b, æquales utrobique facit angulos: ergo rectos. Et proinde c h, perpendicularis est super a b, per decimam diffinitionem. Super datam itaque rectam lineam infinitam a b, à dato puncto c, quod in ea non est deducta est perpendicularis c h. Quod fecisse oportuit.

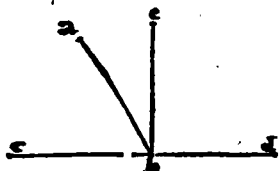
Θεώρημα 5, Πρόβωσις 17.
Σ ἂν ἐνθεῖαν ἐπ' ἐνθεῖαν περὶ τῆς γωνίας ποιῇ, ἅτοι δύο ὁρθὰς, ἢ δύο σὺν ὁρθῇς ἴσας ποιήσῃ.

Theorema 6, Propositio 13.

CVM re cta linea, super rectam consistens lineam angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. 13

ORONTIVS. **Ε**ncidat inquàm a b, recta, super rectā c d, efficiens angulos a b c, & a b d. Anguli itaque a b c, & a b d, aut sunt æquales adinuicem, aut inæ-

inequales. si æquales, ergo recti, per decimam diffinitionem, prima igitur pars uera. Quid si inequales extiterint ipsi a b c, & a b d anguli, utpote, a b c recto minor, & eodem recto maior a b d: dico nihilominus eosdem angulos a b c, & a b d, fore binis rectis æquales. Quoniam a b c, & a b d, anguli sunt inequales: non est igitur a b recta, perpendicularis super rectam c d, per conuersam ipsius decimæ diffinitionis. Excitetur ergo super data recta linea c d, à dato in ea puncto b, perpendicularis b e, per undecimam propositionem. Diuidet itaque recta b e, angulum a b d, recto maiorem: nec non recta a b, ipsum angulum e b c, rectum, maiorem acuto a b c. Aequus est igitur angulus e b c, binis angulis a b c, & a b e. communis adiiciatur angulus e b d. bini itaque anguli e b c, & e b d, tribus angulis, hoc est, a b c, a b e, & e b d, sunt æquales, per secundam communem sententiam. Angulus rursus a b d, æquus est duobus angulis a b e, & e b d. communis addatur angulus a b c. Duo igitur anguli a b c, & a b d, tribus angulis, utpote, a b c, a b e, & e b d, sunt per eandem secundam communem



sententiam æquales. Atqui monstratum est, quod & anguli e b c, & e b d, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porro qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoque sunt æquales, per primam communem sententiam. Igitur an-

a b c.
e b c. a b e. a b c.
e b d. e b d. a b d.



guli a b c, & a b d, duobus e b c, & e b d, sunt æquales. Sunt autem per constructionem anguli e b c, & e b d, recti: & duo igitur anguli a b c, & a b d, binis sunt rectis æquales. Idem etiam ostendetur, ubi a b c angulus fuerit maior ipso a b d. Cum igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit:

aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα 7.

Πρόβλησις 14.

EΑν πρὸς πνὶ ἐνθείᾳ καὶ ὅτ' πρὸς αὐτῇ σημείω, δύο ἐνθείαι μὴ πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας, δύο ἢ ὀρθαῖς ἢ ὡσὶν ὀρθαῖς ποιοῦσιν, ἐπ' ἐνθείας ἑστὸς ἀλλήλας αὐ ἐνθείαι.

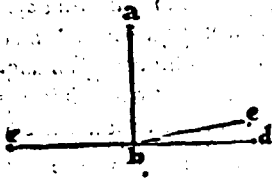
Theorema 7. Propositio 14.

14 I ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique duobus rectis angulos æquales fecerint: ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. Ad datam enim rectam lineam a b, atque ad eius punctum b, duæ rectæ lineæ b c, & b d, altera quidem ad laeuam c, reliqua uero ad dexteram partem d, conuenientes: angulos efficiant a b c, & a b d, aut rectos, aut duobus rectis æquales. Aio propterea, rectam lineam b d, in directum ipsius b c, & fore constitutam, hoc est, unam eandemque rectam efficere lineam. Nam si recta

D b d, non

b d, non fuerit in directum ipsius b c, constituta: producta b c, in continuum res-
ctumque, ab ipso b uersus e, per secundū postulatu, non cadet ipsa b e, cum b d.
Cadat ergo (si possibile sit) inter a b, & b d. Recta igitur a b, incidet super res-
ctam c e, ad angulos a b c, & a b e, aut recto, uel duobus rectis æquales, per
decimamtertiam propositionē. Atqui duo anguli a b c, & a b d, aut recti sunt,



aut binis iidem rectis æquales, per hypotbes-
in. Anguli itaq; a b c, & a b d, anguli a b e,
& a b e, forent per primam communem sen-
tentiam æquales. Dempto igitur communi an-
gulo a b c, reliquus a b d, reliquo a b e, per
tertiam communem sententiam æquaretur,
maior minori, hoc est, totum suæ parti: quod

per nonam communem sententiam est impossibile. Idem quoque deducetur in-
conueniens, si producta b e, detur incidere sub ip'a b d. Indirectum est igitur b d.
ipsi b c: quod demonstrandum fuerat. si ad aliquam igitur rectam lineam, atque
ad eius punctum duæ rectæ lineæ, & c. ut in theoremate.

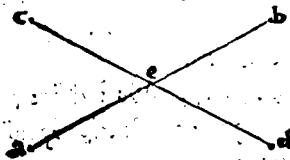
Θεώρημα 9, Πρόβωσις 10.

Εὰν δύο ἐνθαύαι τμήνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφῶν γωνίας, ἴσας
ἀλλήλας ποίησιν.

Theorema 8, Propositio 15.

SI duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, angulos qui circa
verticem sunt, æquos adinuicem efficiunt. 15

ORONTIVS. Secent se adinuicem binæ rectæ lineæ ab, & c d, in pūcto
quidē e: dico quod angulus a e c, æquus est angulo b e d, circa e uerticem posi-
to. Incidit enim recta c e, in rectam a b, efficiens angulos a e c, & c e b, duobus
rectis æquales: per decimamtertiam propositionem. Recta insuper b e, incidens



super rectam c d, facit angulos c e b, & b e d,
binis iidem rectis æquales: per eandem deci-
mamtertiam propositionē. Anguli porro qui
eisdem, ut pote binis rectis æquantur, & hi
quoque sunt adinuicem æquales, per primam
communem sententiam. Et duo igitur anguli

a e c, & c e b, duobus angulis c e b, & b e d, sunt æquales. Depto itaque comu-
ni c e b, reliquus a e c, reliquo b e d, per tertiam comunem sententiam est æqualis.
simili discursu monstrabitur, quod anguli a e d, & c e b, sunt æquales adinuicē.
si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicē secuerint, angulos qui circa uerticē sunt, æ-
quos adinuicē efficiunt. Quod oportebat ostendere. Corollarium.

¶ Hinc manifestum est, quotlibet rectas lineas in eodem puncto sese adinuicem
intersecantes, angulos efficere quatuor rectis æquales.

Θεώρημα 6, Πρόβωσις 10.

Πάντες τριγωνοί μίαι τ' ὡλερωῶν ἐκβαλθείσης, ἢ ἐκτὸς γωνία,
ἐκατέρας τῶν ὀντὸς ἐκ τῶν ὀντῶν μείζον ὄσι.

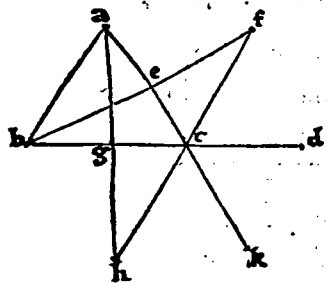
Theorema 9, Propositio 16.

Omnis

OMnis trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriusque interioribus & ex opposito maior est.

ORONTIVS. Est datum $a b c$, triangulum, cuius unum latus, utpote $b c$, producat in directum ad punctum usque d , per secundum postulatam. Aio itaque primum, exteriorem angulum $a c d$, maiorem esse intrinseco & ex opposito $b a c$. Secetur enim $a c$, bisariam in puncto e , per decimam propositionem: & connectatur $b e$, recta, per primum postulatam: quæ per secundum postulatam extendatur in directum versus f : sceturque recta $e f$, æqualis ipsi $b e$, per tertiam propositionem: tandem connectatur recta $c f$, per idem primum postulatam. Cum igitur $a e$, sit æqualis $e c$, & $b e$, ipsi $e f$, itidem æqualis, per constructionem: binæ itaque $a e$, & $b e$, trianguli $a e b$, duabus $c e$, & $e f$ trianguli $c e f$, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem efficiunt angulos $a e b$, & $e c f$, per decimam quintam propositionem, nempe qui circa e uerticem. Basis igitur $a b$, basi $c f$, est æqualis: & triangulum $a e b$, æquale triangulo $c e f$, atque reliquus angulus $b a e$, reliquo $e c f$, æqualis, per quartam propositionem. Angulus porro $a c d$, maior est angulo $a c f$, per nonam communem sententiam: quapropter & ipso $b a c$, angulo maior: æquales enim anguli, eiusdem sunt æque minores. Dico insuper, quod idem angulus $a c d$, maior est $a b c$, angulo. Diuisa namque $b c$, bisariam in puncto g , & connexa $a g$, recta, productaque ipsi $a g$, æquali $g h$, connexa ite $c h$, atque tandem producta $a c$ in k , per nunc expressa postulata, citatæque propositiones: haud dissimili discursu colligemus, angulum $a b g$, æquum esse angulo $g c h$. Et quoniam angulus $b c k$, angulo $b c h$, maior est, per nonam communem sententiam: erit & idem angulus $b c k$, ipso $a b c$, angulo maior. Æquus est autem $a c d$ angulus ipsi $b c k$, per decimam quintam propositionem: & angulus igitur $a c d$, eodem angulo $a b c$, maior est. Omnis itaque trianguli uno latere producto, exterior angulus utrisque interioribus & ex opposito maior est. Quod erat demonstrandum.

Prima demonstracionis pars.



Secunda pars.

Est g , & connexa $a g$, recta, productaque ipsi $a g$, æquali $g h$, connexa ite $c h$, atque tandem producta $a c$ in k , per nunc expressa postulata, citatæque propositiones: haud dissimili discursu colligemus, angulum $a b g$, æquum esse angulo $g c h$. Et quoniam angulus $b c k$, angulo $b c h$, maior est, per nonam communem sententiam: erit & idem angulus $b c k$, ipso $a b c$, angulo maior. Æquus est autem $a c d$ angulus ipsi $b c k$, per decimam quintam propositionem: & angulus igitur $a c d$, eodem angulo $a b c$, maior est. Omnis itaque trianguli uno latere producto, exterior angulus utrisque interioribus & ex opposito maior est. Quod erat demonstrandum.

Θεώρημα ι.

Πρόθεσις ιζ.

ΠΑντὸς τριγώνου αὐτὸν γωνία, διὸν ὀρθῶν ἐλάσσων ἐστὶ πᾶν τῇ μεταλαμβάνουσιν.

Theorema 10.

Propositio 17.

OMnis trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

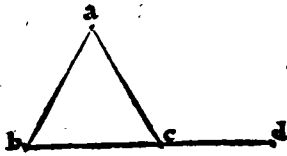
ORONTIVS. Sit triangulum $a b c$. Dico in primis, duos angulos $a b c$, & $a c b$, duobus rectis esse minores. Producat enim $b c$, latus in directum, usque ad punctum d : per secundum postulatam. Exterior igitur angulus $a c d$, maior est interiore & ex opposito $a b c$, per decimam sextam propositionem. Ad datur utrique eorundem angulorum, communis $a c b$. Duo igitur anguli $a b c$,

Præcipua orationis pars

D 4

& $a c b$,

De ceteris, angulorum combinationibus.



Et $a c b$, duobus angulis $a c b$, & $a c d$, sunt minores, per quartam communem sententiā. Anguli porro $a c b$, & $a c d$, duobus rectis sunt æquales, per decimamtertiam propositionem. Et duo igitur anguli $a b c$, & $a c b$, eisdem binis rectis sunt minores: idem nanque

anguli, æqualium angulorum æquè minores existunt. Nec dissimili uia, anguli $b a c$, & $a c b$, duobus itidem rectis ostenduntur esse minores: necnon $a b c$, & $c a b$ anguli, producto $a b$, uel $a c$ latere. Omnis itaque trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti. Quod expediebat demonstrare.

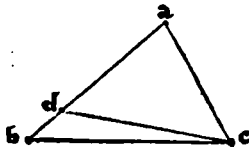
Θεώρημα ια, Πρόβσις ια.

Πᾶν τρίγωνον ἢ μείζον πλευρὰ τῶν μείζονα γωνίαν ὑπερέχει.

Theorema 11, Propositio 18.

Omnis trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur. 18

ORONTIVS. Sit triangulum $a b c$: cuius latus $a b$, maius sit $a c$, latere. dico quòd $a c b$ angulus, maior est angulo $a b c$. Secetur enim à maiori $a b$, ipsi minori $a c$, æqualis, per tertiam propositionem: sitque illa $a d$, & connectatur $c d$ recta, per primum postulatam. Diuidit itaque recta $c d$, triangulū $a b c$, & angulum propterea $a c b$. Maior est igitur angulus $a c b$, angulo $a c d$, per notam communem sententiā. Ipsi porro $a c d$ angulo, æquus est angulus $a d c$, per primam partem quintæ propositionis: sunt enim per constructionem $a c$, &



$a d$, latera adinuicem æqualia. Et $a c b$, igitur angulus, maior est angulo $a d c$. Angulus rursus $a d c$, maior est interiore, & ex opposito $d b c$, hoc est $a b c$, angulo, per decimam sextam propositionem. Multo maior igitur est angulus $a c b$, ipso $d b c$, seu $a b c$, angulo: quod enim

maiore maius est, à fortiori uidetur esse maius. Omnis itaque trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur. Quod demonstrandum susceperamus.

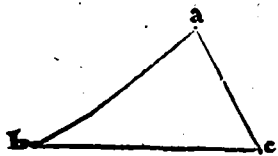
Θεώρημα ιβ, Πρόβσις ιβ.

Πᾶν τρίγωνον ὑπὸ τῆς μείζονα γωνίαν ἢ μείζονι πλευρὰ ὑποτέλει.

Theorema 12, Propositio 19.

Omnis trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur. 19

ORONTIVS. Sit rursus $a b c$, triangulum, habens angulum $a c b$, maiorem angulo $a b c$. Aio uersa uice, quòd latus $a b$, maius est ipso latere $a c$. Si nanque $a b$, latus, non foret maius $a c$: esset igitur uel eidem $a c$ æquale, uel eo minus. Aequum porro non est $a b$, ipsi $a c$: quoniam anguli $a b c$, & $a c b$, per quintam propositionem, forent adinuicem æquales: sunt autem inæquales, per hypothe-



hypothese. non est igitur $a b$, latus, æquale ipsi $a c$. Neque etiam minus est $a b$, eodē $a c$, latere: esset enim angulus $a c b$, minor angulo $a b c$, per antecedentem decimamoctavam propositionem. hoc autem aduersatur hypothese. Igitur $a b$ latus, non est minus ipso $a c$,

latere. ostensum est autem, quod nec eidem æquale. Maius est igitur ipsum latus $a b$, eodē $a c$ latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur. Quod demonstrare fuerat operæ precium.

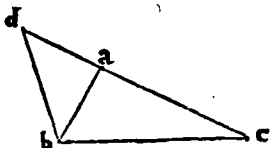
Θωρεµα ιγ, Πρόβησις κ.

Πάντος τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, ἢ λοιπῆς μείζοντι ὅσι, πᾶντες μεταλαμβάνονται.

Theorema 13, Propositio 20.

20 **O**Mnis trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodo-
cunque assumpta.

ORONTIVS. Cesto datum $a b c$, triangulum. Dico primum, duo latera $a b$, et $a c$, fore maiora reliquo $b c$. Producaturs enim per secundum postulatum, recta $a d$, in directum, usque ad punctum d : seceturque $a d$, recta, æqualis ipsi $a b$, per tertiam propositionem. Et connectatur $b d$, recta, per primum postulatum. Cum igitur $a b$, sit æqualis ipsi $a d$, per constructionem: qui ad basin $b d$, sunt anguli, æquales adinuicem erunt, per quintam propositionem, utpote $a b d$, ipsi $a d b$. Angulus porro $d b c$, maior est angulo $a b d$, per nonam communem sententiam: igitur et angulo $a d b$, maior. Triangulum igitur $d b c$, habet angulum $d b c$, maiorem angulo $b d c$. Omnis autem trianguli maior angulus sub maiori late-



tere subtenditur, per decimamnonam propositionem: maius est itaque $d c$, latus, ipso latere $b c$. Atqui latus $d c$, æquum est ipsis $a b$, et $a c$, lateribus: data est enim $a d$, ipsi $a b$, æqualis, et utrique iungitur $a c$. Duo igitur latera $a b$, et $a c$, sunt maiora reliquo $b c$. Si-

militer ostendemus, quod $a b$, et $b c$, latera maiora sunt reliquo $a c$: atque $a c$, et $c b$, reliquo $a b$, itidē maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta. Quod oportuit ostendisse.

Θωρεµα ιδ, Πρόβησις κα.

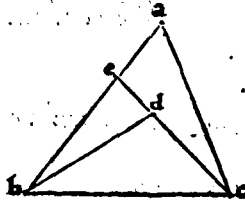
Ἐὰν τριγώνῳ ὑπὸ μιᾶς τῆς πλευρῆς ἀπὸ τῶν πρῶτων δύο ἐνθεῖαι ὁ-
τις συνεθεῖται, αἱ συνεθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τῶν τριγώνου δύο πλευ-
ρῶν, ἐλάττωσις μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν ποιεῖσσι.

Theorema 14, Propositio 21.

21 **S**I trianguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ intror-
sum constituentur, quæ constituuntur, reliquis trianguli bi-
nis lateribus minores quidem erunt, maioremque angulum co-
tinebunt.

Prime partis
ostensio.

ORONTIVS. ¶ In triangulo enim $a b c$, à limitibus lateris $b c$, duæ rectæ, lineæ $d b$, & $d c$, introrsum, ad punctum d , constituentur. Aio itaque primum ipsas $d b$, & $d c$, lineas rectas, minores esse reliquis $a b$, & $a c$, lateribus. Pro ducta namque $c d$, quousque secet latus $a b$, in puncto quidem e , per secundū postulatum: erunt bina latera $a e$, & $a c$, trianguli $a e c$, maiora reliquo $e c$, per vigesimam propositionem. Addatur ipsis $a e$, & $a c$, atque ipsi $e c$, communis $e b$: & composita igitur $a b$, & $a c$, latera, ipsis $e b$, & $e c$, lateribus, per quartam eodem munem sententiam, erunt maiora. Bina rursum latera $e b$, & $a d$, trianguli $e b d$, sunt maiora reliquo $b d$, per eandem vigesimam propositionem. Addatur ipsis inæqualibus communis $d c$: ergo bina latera $e b$, & $e c$, binis $d b$, & $b c$, lineis rectis sunt maiora, per eandem quæ



tam communem sententiam. Ostensum est autem, quod $a b$, & $a c$ latera, eisdem $e b$, & $e c$, sunt maiora. Multo igitur maiora sunt eadem $a b$, & $a c$, latera, ipsis $d b$, & $d c$, lineis rectis, à limitibus $b c$, introrsum constitutis. ¶ Dico præterea, quod angulus $b d c$, maior est interiore & ex opposito $b a c$. Trianguli enim $e b d$, exterior angulus $b d c$, maior est interiore & ex opposito $e b d$, interioris & ex opposito $e a c$, ipsius $a c e$, trianguli maior, per decimam sextam propositionem. Logè itaque maior est angulus $b d c$, ipso $e a c$, hoc est, $b a c$, angulo. Igitur si trianguli à limitibus unius lateris, binæ rectæ lineæ, & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Secunda pars.

Πρόβλημα 8, Πρόθεσις κβ.

ΕΚ τριῶν ἐνθεῖδῃ αὐ εἰσι μὴ ἴσαι, ἥσιν ἰταῖς διοθεῖς αἰς ἐνθεῖαις, τρίγωνον συστήσασαι. εἰ δὲ τὰς δύο, ἢ λοιπὴν μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβάνομενας, ὅσα τὸ αὐτὸς τρίγωνον τὰς δύο πλευρὰς, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβάνομεν.

Problema 8, Propositio 22.

EX tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum construere. Oportet autem duo latera, reliquo esse maiora quomodocunque assumpta: quoniam trianguli bina latera quomodocunque assumpta, reliquo sunt maiora.

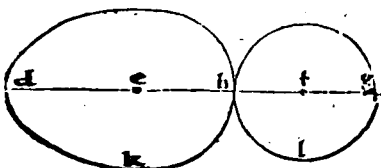
22

ORONTIVS. ¶ Dentur ergo tres rectæ lineæ $a b$, c , adinvicem ita proportionatæ, ut duæ quomodocunque assumptæ, sint maiores reliqua: utpote, a & b , ipsa c , atque b , & c , ipsa a , denique a , & c , ipsa b maiores. Oportet enim ipsius trianguli, ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis æquales construendi, duo latera, reliquo esse maiora, per vigesimam propositionem. Assumatur itaque recta quædam linea, ex altera parte puncto d limitata, infinita vero secundum reliquas: à qua secantur tres rectæ lineæ, ipsis, datis singularim æquales, per tertiam propositionem, $d e$ quidem æqualis ipsi $a c$, f autem ipsi $b c$, & $f g$, ipsi $c e$. Et centro e , intervallo autem $e d$, circulus describatur $d h k$: centro rursus f , & intervallo

$f g$,

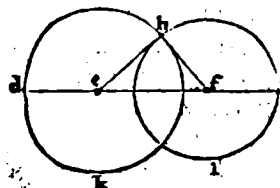
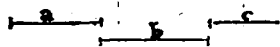
Constructio
figuræ.

f g, alius describatur circulus g h l, per tertium postulatū. Et quoniam circuli d h k, & g h l in eodem sunt plano, & e f, recta, ab unius circuli centro, ad cētrum alterius producitur: necessum est, eisdem circulos d h k, & g h l, sese mutuo interfecare. Si namque minime se secarent, sed sese adinuicem tangerent, utpote in puncto b: tunc recta e f, ipsi b æqualis, utriusque circuli semidiametrum necessarīo cōtineret: quā propter & duarum rectarum a, & c, magnitudinem. Eset enim e b, pars ipsius e f, æqua



lis d e, & propterea ipsi a: pars quoque h f, ipsi f g, & ipsi ergo c æqualis: quæ admodum ex decima quinta diffinitione, & prima communi sententia deducere uel facile est. Bina ergo trianguli latera, essent æqualia reliquo: contra datam hypotheseſin, & uigesimam proportionem. Longe item maius inconueniens sequeretur: ubi circuli ipsi utcumque distare ponerentur. Secat igitur circulus d h k, circulum g h l: esto sectionum altera in puncto b: & connectantur rectæ e b, & h f, per primum postulatū. Triangulum est igitur e b f: dico quod ex tribus re-

Problematis
ostensio.



ctis lineis constructum, quæ sunt tribus datis æquales. Cum enim punctum e, sit centrum circuli d h k, æqualis est d e, ipsi e b, per decima quintam diffinitionem, ipsa porro d e, secta est æqualis ipsi a. Binæ igitur, hoc est a, & e b, eidem rectæ d e, sunt æquales: quā propter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam: & e f autem, ipsi b, data est æqualis per constructionem. Rursum quoniam punctum f, centrum est circuli g h l: æqualis est f b, ipsi f g, per eandem decima quintam diffinitionem: ipsa autem f g, secta est æqualis ipsi c. Ergo f b, & c, eidem f g, sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam communem sententiam. Tres igitur lineæ rectæ e

b, e f, & f h, tribus datis a, b, c, sunt adinuicem æquales: & constituunt triāgulum e b f. Ex tribus igitur rectis lineis e b, e f, & f h, quæ tribus datis, hoc est, a, b, c, sunt æquales, constructum est triangulum e b f. Quod faciendum suscepimus.

ὁρίσµα .θ., πρόθεσις κγ.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ ἐνθείᾳ αὐτῇ πρὸς αὐτῇ σηµείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἐνθυγρᾶµµῳ, ἰσὺν γωνίᾳ ἐνθυγρᾶµµοι σκῆδαι.

Problema 9, Propositio 23.

²³ AD datā rectā lineā, ad datūque in ea punctū, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum constituere.

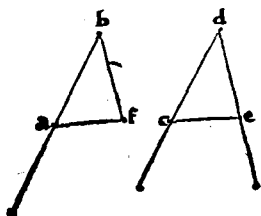
Figure con-
structio.

ORONTIVS. Ut sit datā recta linea a b, & datum in ea punctum b: rectilineus porro angulus c d e, cui receptū sit, ad d. tū punctum b, datæ rectæ lineæ a b, æquum angulum rectilineum constituere. Suscipiatur itaque in c d, recta, contingens punctum, sitque illud c: in d e, quoq; recta, contingens punctū, & illud

Figurae constructio.

fit e. connectatur deinde recta c e, per primum postulatam. Ex tribus denique lineis rectis a b, b f, & f a, quae sint tribus datis, hoc est ipsius c d e, trianguli lateribus aequales, utpote a b, ipsi c d, & b f, ipsi d e, atque f a, ipsi e c, triangulum

Conclusio problematis.



constituatur a b f, per praecedentem uigesimam secundam propositionem. Dico angulum a b f, aequum fore ipsi angulo dato c d e. Cum enim binae lineae rectae a b, & b f, trianguli a b f, duabus lineis rectis c d, & d e, trianguli c d e, sint altera alteri aequales, basis quoque a f, basi c e, per constructionem aequalis: erit angulus a b f, angulo c d e, sub aequalibus rectis lineis

contento, per octauam propositionem, aequalis. Ad datam ergo lineam rectam a b, & datum in ea punctum b, dato angulo rectilineo c d e, aequalis angulus rectilineus a b f, constitutus est. Quod fecisse oportuit.

Θεώρημα ιι, Πρόβλημα κδ.

ΕΑν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς τὰς ἀνὰ πλευρὰς ἕκας ἕκῃ ἐκαστὴν ἐκαστῆς, τὴν δὲ γωνίαν ἐν γωνίας μείζονα ἕκῃ τὴν ὑπο τῶν ἰσῶν ἐνθεῶν πρὸς ἐκαστὸν, καὶ τὴν βάσιν ἐν βάσιν μείζονα ἕκῃ.

Theorema 15, Propositio 24.

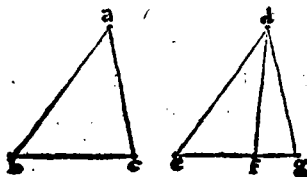
SI bina triangula, duo latera duobus lateribus aequalia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoque, basi maiorem habebunt.

24

Constructio figurae generalis.

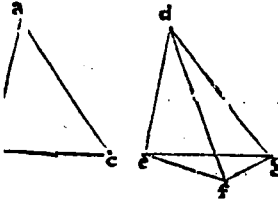
ORONTIUS. Esint bina triangula a b c, & d e f, habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia, utpote, a b, ipsi d e, & a c, ipsi d f: sitque angulus qui ad a, maior angulo qui ad d, sub æquis lateribus contento. Aio itaque, basin b c, trianguli a b c, maiorem esse basi e f, trianguli d e f. Quoniam angulus b a c, maior est angulo d e f, per hypothesin: ad datam ergo lineam rectam e d, ad datumque in ea punctum d, dato angulo rectilineo b a c, aequalis angulus rectilineus constituatur e d g, per uigesimam tertiam propositionem. Votriquet demum a c, & d f, aequalis ponatur d g, per secundam aut tertiam propositionem: connectanturque rectae e g, & g f, per secundum postulatam. Erunt itaque bina latera a b, & a c, trianguli a b c, aequalia duobus lateribus d e, & d g, trianguli d e g, alterum alteri: & qui sub eisdem lateribus continentur anguli, adinuicem aequales, per constructionem. Basis igitur b c, basi e g, per

Primus infereendi modus.



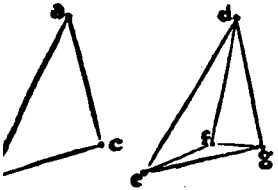
quartam propositionem est aequalis. His ita praemissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum, uaria contingit habitudo: poterit itaque recta e g, diuersis incidere modis, utpote, aut in directum ipsius e f, aut supra, uel infra. Cadat ergo primum in rectam e f, ut in hac prima figura dispositione. Igitur cum in triangulo d e g, ab angulo qui ad d, in oppositum latus e g, recta producat e f, diuidens tum ex hypothesi, tum ex constructione ipsum e d g angulum: diuidet quoque

que ipsa d f, basim e g, in puncto quidem f. Est itaque basis e f, pars ipsius
 Et propterea ipsa e g, maior eadem e f, per nonam communem sententiam.
 . Ipsi porro e g, æqualis ostensa est b c: Et b c igitur basis, maior est basi e f,
 conuersam sextæ communis sententiæ interpretationem. Quod si e g, Secundus mo-
 a incidit supra e f, uelut in secunda figura, fiet triangulum e f g, ex tri-
 basibus constitutum. Et quoniam trianguli d f g, latus d f, lateri d g, est æ-
 le: æquus erit Et d f g, angulus, angulo d g f, per quintam propositionem.



Atqui d g f, angulus, maior est angulo e g f,
 per nonam communem sententiam: Et, d f g i-
 taque angulus, maior erit eodem angulo e g f,
 per eandem sextæ communis sententiæ con-
 uersionem. Angulo rursus d f g, maior est an-
 gulus e f g, nempe totus sua parte: Et propter
 ea ipso angulo e g f, tanto maior. Omnis por-
 ro trianguli maior angulus, sub maiori latere

nditur, per decimam nonam propositionem: maior est itaque e g, ipsa e f, recta
 ostensum est autem, quod Et b c, ipsi e g, coequatur: basis ergo b c, basi e f,
 quenter est maior. Cum autem e g, sub eadem e f, ut in tertia figuræ (Tertius mo-
 one, ceciderit: idem etiam cõcludetur. Nam in triangulo d e g, a limitibus. dus.



lateris d e, binæ rectæ lineæ d f, Et e f, in-
 trorsum constituentur: erunt itaque d f, Et e
 f, reliquis ipsius trianguli lateribus d g, Et e
 g, minores, per uigesimam primam proposicio-
 nem. Subductis ergo d f, Et d g, inuicē æqua-
 libus: quæ relinquentur, erūt pariter inæqua-
 les, e g, quidem maior e f. Ipsi porro e g, æ-

monstrata est b c: cõcludes ergo rursus b c, basim, fore maiorem ipsa bas
 Igitur si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint
 in alteri, angulum uerò, Et c. ut in theoremate. Quod ostendere fuerat ope-
 rium.

Θώρημα ις,

Πρόθεσις κε.

Αν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς τὰς ἀντι πλευρὰς ἕκασ-
 ῃ ἐκατέρᾳ ἐκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ ᾧ βάσει μείζονα ἔχῃ, καὶ
 τὴν γωνίαν ᾧ γωνίας μείζονα ἔξῃ, τὴν ὑπὸ τῇ ἰσῶν ἐνθεῶν πε-
 ρύσῃ.

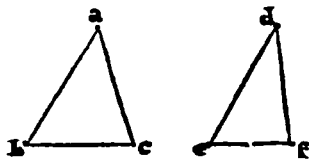
Theorema 16, Propositio 25.

Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia ha-
 buerint, basin uerò basi maiorem: angulum quoque sub æ-
 qualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

ΝΤΙ V S. Quidam inquam bina triangula a b c, Et d e f, habetia duo
 a b, Et a c, duobus lateribus d e, Et d f, æqualia alterum alteri, utpote,
 i d e, Et a c, ipsi d f: esto autem b c basis, maior ipsa e f. Aio uerj a uice, an

E gulum

galum $b a c$, angulo $e d f$, esse maiorem. Quoniam angulus $b a c$, non potest in



primis æqualis esse angulo $e d f$: basis enim $b c$, basi $e f$, per quartam propositionem foret æqualis. Est autem $b c$, basis, maior ipsa $e f$, per hypothesin. Neque rursus angulus $b a c$, minor erit eodem angulo $e d f$: quoniam basis $b c$, minor itidem foret basi $e f$, per antecedentem

uigessimam quartam propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus $b a c$, ipso $e d f$, angulo minor. Patuit autem, quod nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera, & reliqua, ut in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Θεώρημα ιζ, Πρόβλησις κς.

Εἰ μὲν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας τὰς δύοσι γωνίαις ἴσας ἔχοντες ἑκάστην ἑκατέρωθεν, καὶ μίαν πλευρὰν μίᾳ πλευρᾷ ἰσῶν, ὅτοι τῇ πρὸς τὰς ἰσὰς γωνίας, καὶ τῇ ὑποτείνουσιν ὑπὸ μιᾶν τῶν ἰσῶν γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς τὰς λοιπᾶς πλευραῖς ἴσας ἔσθ' ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν, καὶ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17, Propositio 26.

SI bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnūmq; latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualiū angulorum subtenditur: reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

26

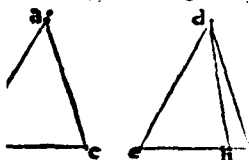
ORONTIUS. Si sint triangula $a b c$, & $d e f$, habentia duos angulos qui ad latus $b c$, duobus angulis qui ad latus $e f$, alterum alteri æquales, utpote, $a b c$, ipsi $d e f$, & $a c b$, ipsi $d f e$, unum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quod æquis adiacet angulis, hoc est, $b c$, ipsi $e f$. Dico propterea, quod & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebunt æqualia, $a b$ quidē ipsi $d e$, & $a c$, ipsi $d f$: atque reliquum angulum $b a c$, reliquo $e d f$, æqualem. si nā que $a b$, non fuerit æqualis ipsi $d e$, altera earum maior erit: utpote $a b$: poterit igitur à maiori $a b$, secari ipsi $d e$, minori æqualis, per tertiam propositionem. Abscindatur ergo, sitque $b g$, & connectatur $c g$ recta, per primum postulatum. Bina itaque latera $a g$, & $b c$, trianguli $a g c$, duobus lateribus $d e$, & $e f$, trianguli $d e f$, erunt alternatim æqualia: & qui ad b , & e , sub æquis lateribus continentur anguli, adinuicem æquales, per hypothesin. Basis igitur $a g$, basi $d f$, & reliquus angulus $a c b$, reliquo qui ad f (sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartam propositionem æqualis. Eidem porrò qui ad f angulo, æquus est angulus $a c b$, per hypothesin. Duo igitur anguli $a c b$, & $a g c$, eidem angulo qui ad f , erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Totus itaque angulus $a g c$ parti æqualibit: quod per nonam communem

Primæ partis demonstratio, ex prima hypothese laterum.

ententiam est impossibile. Non est igitur $a b$, maior ipsa $d c$: similiter ostēdetur, quod neque minor, ergo æqualis. Et quoniam $b c$, ipsi $e f$, per hypothesin est æqualis: bina ideo latera $a b$ & $b c$, trianguli $a b c$, duobus lateribus $d e$, & $e f$, trianguli $d e f$, sunt æqualia alterum alteri, & æquales qui ad b & e comprehendunt angulos, per hypothesin:

itaque $a c$, basi $d f$ (seu reliquum latus, reliquo lateri) atque reliquus angulus $a c$, reliquo $e d f$, per quartam propositionem æquatur. ¶ Sint autem quæterto æqualium subtenduntur angulorum latera, adinuicem æqualia, scilicet $b c$, ipsi $d e$. Aio rursum, quod & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt æqualia, alterum alteri, utpote $a c$, ipsi $d f$, & $b c$, ipsi $e f$: atque reliquum angulus qui ad a , reliquo qui ad d , æqualem. In primis enim, si $b c$, non fuerit æqualis $e f$, altera maior erit, esto uerbi gratia $e f$: poterit ergo ab eadem mafecari æqualis ipsi minori $b c$, per tertiam propositionem. Secetur itaque $e h$, connectaturque $d h$, recta, per primum postulatum. Erunt igitur bina $a b$, & $b c$, trianguli $a b c$, æqualia duobus lateribus $d e$, & $e h$, trianguli $d e h$, alterum alteri, & qui ad b & e , sub eisdem æquis lateribus contingunt anguli, sunt per hypothesin adinuicem æquales. Basis ergo $a c$, basi $d h$, & is angulus $a c b$, reliquo $d h e$ (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam propositionem æquabitur. Angulus porro $d f e$, eidem angulo $a c b$ per hypothesin est æqualis. duo itaque anguli $d f e$, & $d h e$, eidem angulo contingunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam. In triangulo igitur $d f h$, producto $f h$, latere, exterior angulus $d h e$, interiori & ex opposito $d f h$, æquabitur angulo: quod per decimam sextam propositionem est impossibile. Non est igitur $e f$, maior $b c$: simili discursu monstrabitur, quod nec minor. æqualis est igitur $b c$, eidem $e f$: est autem & $a b$, ipsi $d e$, per hypothesin æqualis. Bina itaque $a b$, & $b c$, duobus rursus $d e$, & $e f$, sunt æquales altera alteri: & adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos. Reliqui ergo latus $a c$, $d f$, hoc est basis basi, atque reliquus angulus qui ad a , reliquo qui ad d , & cetera æquatur, per sæpius allegatam quartam propositionem. Ergo si bina latera duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint: & continentur reliqua, ut in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Ostensio secundæ partis ex secunda hypothesi laterum.



¶ Theorema 18, Propositio 27. I in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt.

Θεώρημα ιθ. Πρόβλημα κζ.
μὲς δύο ἐνθεῖαι ἐνθεῖαι ἐμπίπτουσαι τὰς ἐν ἀλλὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῶν, παραλλοὶ εἶναι ἀλλήλαις αὐτὰς ἐνθεῖαι.

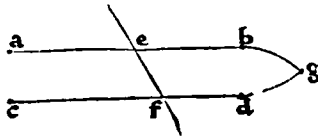
Theorema 18, Propositio 27.

I in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt.

¶ Theorema 18, Propositio 27. I in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt.

E ij recta

recta, efficiatque alternos angulos a et f , et e et d , æquales adinuicem. Aio quoddam a et b recta, parallela est ipsi c et d . Si nanque minimè forent parallelae, productæ tandem in aliqua parte conuenirent, per conuersam ultimæ diffinitionis. Concurrant ergo (si possibile sit) ad partes b , d , in puncto quidem g . Efficietur itaque triangulum e et f et g , cuius exterior angulus a et f , interiori et ex opposito e et g , æquabitur: quod per decimasextam propositionem non uidetur esse possibile. Non conueniunt igitur a et b , et c et d , ad partes b , d . neque similiter ad partes a , c : eadem namque sequeretur in conueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt, per ultimam diffinitionem existunt parallelae. Igitur a et b , parallela est ipsi c et d . Si



in binas ergo rectas lineas, et quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα ιθ, Πρόβωσις κη.

ΕΑΡΕΙΣ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΑΣ ΕΥΘΕΙΑ ΕΜΠΙΠΤΟΥΣΑΙ, ΤΩ ΕΚΤΟΣ ΓΩΝΙΑΜ Τῇ ΕΝΤΟΣ ΕΠΩΓΩΝΑΝΤΙΟΝ ΕΨΘΙ ΤΑ ΑΥΤΑ ΜΕΡΗΣΙΩΝ ΠΟΙῶ, ἢ ΤΑΣ ΕΝΤΟΣ ἢ ὡς ΤΑ ΑΥΤΑ ΜΕΡΗ ΔΥΣΙΝ ὉΡΘΑῖΣ ἸΣΑΙΣ ΠΟΙῶ, ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΙ ΕΨΤΑΙ ΑΛΛΗΛΑΣ Αἰ ΕΥΘΕΙΑΙ.

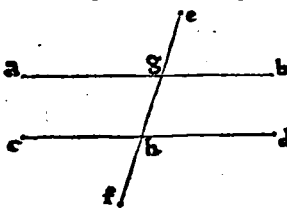
Theorema 19. Propositio 28.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, aut interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallelae erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

Primæ partis ostensio.

ORONTIVS. ¶ Sint rursum binæ lineæ a et b , c et d , et in eas incidēs e et f recta, efficiat primū exteriorem angulum e et g , interiori et ex opposito ad easdem partes g et c , æqualem: Dico, quod a et b , ipsi c et d , est parallela. Angulus enim g et c , angulo e et g , per hypothesin est æqualis, eadem rursum angulo e et g , æquus est ad uerticem positus b et h : per decimam quintam propositionem. Anguli porro qui eidem æquantur angulo, æquales sunt adinuicem, per primam communem sententiam. Angulus itaque b et h , æquatur alterno g et c . Parallela est igitur a et b , ipsi c et d , per uigesimam septimam propositionem.

Demonstratio secundæ partis.



¶ Sint rursum interiores et ad easdē partes a et g et h , et g et h , anguli, binis rectis æquales: Aio rursum, quod et eadē a et b , ipsi c et d , est parallela. Anguli namque a et g et b et h , duobus itidē rectis æquantur, per decimam tertiam propositionem. Qui autem eisdem, utpote binis rectis,

sunt æquales anguli, et adinuicem sunt æquales, per primam communem sententiam. Duo itaque anguli a et g et g et h , binis angulis a et g et b et h , sunt æquales. A quibus subducto communi angulo a et g et h : reliquus b et g et h , reliquo et alterno angulo g et h , æquabitur: per tertiam communem sententiam. Parallela est igitur a et b , ipsi c et d , per eandem uigesimam septimam propositionem. Si in binas itaque

re rectas lineas, recta incidens linea, &c. ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

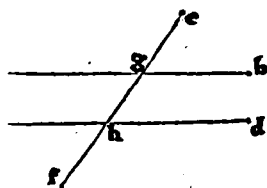
Θεώρημα κ, Πρόβσις κβ.

Ἐὰς τὰς παραλλήλας ἐνθείας ἐνθεία ἐπιπίπτει, τὰς ἐνθάδε γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ. Ἐκτὸς τῆς γωνίας, ἢ ἀπ' ἀντιόμου, καὶ ὑπὸ τὰ αὐτὰ μέρη ἰσῶν, καὶ τὰς γωνίας καὶ ὑπὸ τὰ αὐτὰ διυσιμὸν ἴσας.

Theorema 20, Propositio 29.

¶ parallelas rectas lineas, recta incidens linea: & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito & ad easdem partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

CONTIUS. ¶ Sint $a b$, & $c d$, inuicē parallelæ: in quas incidat recta $e f$. Prima theorematematis pars
 ¶ primum, quod alternatim sumptos angulos efficit æquales: utpote $a g h$, $b h d$. Nam si $a g h$, non fuerit æqualis ipsi angulo $b h d$, alter eorum maior sit. Est maior (si fieri possit) $a g h$: & utrique inæqualium angulorum, commensurabile addatur $b g h$. Compositi igitur anguli $b g h$, & $g h d$, ipsis $a g h$, & $b g h$ minoris erunt: per quartam communem sententiam. Anguli porro $a g h$, & $b g h$, binis rectis sunt æquales: per decimamtertiam propositionem. Igitur $g h d$, & $g h b$ anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas $c d$, recta incidens $e f$, interiores, & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficiet. Conuenient itaque tandem $a b$, & $c d$, rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b, d , per quintum postulatū: non erunt ergo parallelæ, per conuersam ultimæ diffinitionis. Hoc autē aduersatur hypothesis: æqualis est igitur angulus $a g h$, alter non $g h d$. ¶ Alio rursus, eandem $e f$, rectam



exteriorem angulum, utpote $e g b$, interiori

posito & ad easdem partes $g h d$ angulo, æqualem efficere. Angulus si non $e g b$, ipsi ad uerticem posito $a g h$, per decimamquintam propositionem sit æqualis: patuit quod & $g h d$. Bini itaque anguli $e g b$, & $g h d$, eisdem $g h$, sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. ¶ Dico tandem, quod & interiores & ad easdem partes sumptos angulos, utpote, $a g h$, & $g h c$, binis rectis æquales efficit. Oñsum est quod angulus $a g h$, alterno $g h d$, est æqualis: communis utrique addatur angulus $g h c$. Bini igitur anguli $a g h$, & $g h c$, duobus angulis $b g h$, & $g h d$, per secundam communem sententiam adæquantur. Eisdem ite angulis $g h c$, & $g h d$, bini recti sunt æquales, per decimamtertiam propositionem. Et $a g h$, igitur atque $g h c$, anguli, duobus rectis, per primam communem sententiam coæquantur. In parallelas igitur rectas lineas, recta incidēs & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Secunda pars.

Tertia pars.

E ij

Corol.

Corollarium.

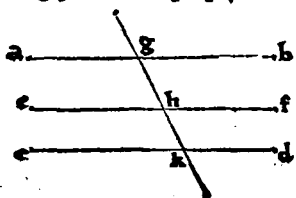
Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit: cum reliqua iidem cadit ad perpendicularum.

ΑΙ τῇ αὐτῇ ὑποκείνῃ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλων ἐπὶ παράλληλοι.
Theorema 21, Propositio 30.

Quæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli.

30

ORONTIVS. **U**sit utraque $a b$, & $c d$ rectæ, eidem $e f$, parallela. Dico $a b$, & $c d$, fore itidem parallelas. Coincidat enim in ipsas lineas, recta quædam $g h$. Cum igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta $g h$, incidat in $a b$, & $e f$, parallelas, erit angulus $a g h$, alterno $g h f$, æqualis per primam partem uigesimæ nonæ propositionis. Rursum, quoniam recta $g h$, incidit in $e f$, & $c d$, parallelas: æquus erit interior & oppositus angulus $h k d$, exteriori & ad easdem partes, hoc est, eidem $g h f$, angulo, per secundam partem eiusdem uigesimæ nonæ propositionis. Duo itaque anguli $a g h$, & $h k d$, hoc est, $a g k$, & $g k d$, eide angulo $g h f$, sunt æquales: & æquales igitur adinuicem, per primam communem sententiam. sunt autem $a g k$, & $g k d$, anguli alterni, a recta $g k$, in $a b$, & $c d$, rectas incidente causati. Parallela est igitur $a b$, ipsi $c d$, per uigesimam septimam propositionem. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallela, & adinuicem sunt parallela. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

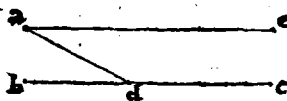
Quæ uni igitur parallelarum est parallela, alteri quoque uersa uice parallela est.

ΑΠὸ τῆς διδομένης σημείου, τῇ διδομένη ὑποκείνῃ παράλληλον ἐκθεῖν γραμμὴν ἀγαγῆν.
Problema 10, Propositio 31.

PER datum punctum, datæ rectæ lineæ, parallelam rectam lineam deducere.

31

ORONTIVS. **E**sto datum punctum a , data uero linea recta, cui per a punctum oporteat ducere parallelam, sit $b c$. Suscipiatur ergo in $b c$, recta contingens punctum d , & connectatur $a d$, recta, per primum postulatum. Ad datam insuper lineam $a d$, & in ea datu punctum a , dato angulo rectilineo $a d b$, æqualis angulus rectilineus constituatur $d a e$, per uigesimam tertiam propositionem. Et quoniam in rectas $a e$, atque $b c$, recta incidit $a d$, efficiens alternos angulos æquales, hoc est, $a d b$, & $d a e$: parallela est igitur $a e$, ipsi $b c$, per uigesimam septimam propositionem. Per datum itaque punctum a , datæ rectæ lineæ $b c$, parallelam duximus $a e$. Quod expediebat facere.



Θεώρημα κβ, Πρόβησις λβ.

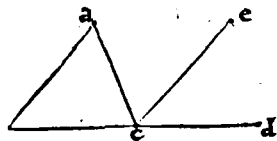
Αντὸς τριγώνῳ μιᾷς τ' πλευρῶν προσκεκληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία διυσι τὰς ὀντὸς καὶ ἀπὸ γωνιότητος ἰση ὄσῃ. Ἐὰν γὼντὸς τ' τριγώνῳ τρεῖς γωνίαι, διυσι ὁρῶν ἰσαι εἰσιν.

Theorema 22, Propositio 32.

Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis rectis sũnt æquales.

CONTINUIS. Sit triangulum abc , cuius unum latus, ut pote $b c$, produ-
tur in d , per secundum postularum. Aio primum, quod exterior angulus a
binis interioribus & ex opposito, hoc est, $a b c$, & $b a c$, angulis est æqualis.
tatur enim per datum punctu c , datæ rectæ lineæ $a b$, parallela $c e$, per tri-
mam primam propositionem. Quoniam igitur in $a b$, & $c e$, parallelas, recta
dit $a c$: æquus est angulus $b a c$, alterno $a c e$, per primam partem vigesi-
nonæ propositionis. Rursum, quoniam in easdem parallelas $a b$, & $c e$, coim-
t recta $b d$: exterior angulus $e c d$, æqualis est interiori & opposito, ad eas-
partes $a b c$, per secundam partem eiusdem vigesimæ nonæ propositionis.

Primæ illas
tionis demo-
stratio.



Porro si æqualibus angulis, æquales addan-
tur anguli, qui inde consurgunt, erunt adinuicem
æquales, per secundam communem senten-
tiam. Totus igitur angulus $a c d$, binis inte-
rioribus & oppositis $a b c$, & $b a c$, angu-
lis est æqualis. Dico insuper, quod eiusdẽ

zuli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. Patuit enim exteriorẽ
lum $a c d$, æquum esse duobus angulis $a b c$, & $b a c$. Quibus æqualibus
lis, si idem communis addatur angulus $a c b$: erunt per secundam commu-
nentiam, tres anguli $a b c$, $b a c$, & $a c b$, æquales binis angulis $a c b$,
d. Eisdem porro angulis $a c b$, & $a c d$, duo recti itidem æquantur augu-
decimam tertiam propositionem. Tres igitur anguli $a b c$, $b a c$, & $a c b$,
uli $a b c$, per primam communem sententiam, binis sunt rectis æquales.
s itaque triaguli, uno latere producto, & reliqua, ut in theoremate. Quod
ait demonstrasse.

Secundæ par-
tis vel illatio-
nis ostensio.

Corollarium.

c fit manifestum, cuiuslibet trianguli tres angulos, æquales esse tribus
s alterius cuiuscunque trianguli: nempe quod eisdem, ut pote binis rectis
que sint æquales.

Θεώρημα κγ, Πρόβησις λγ.

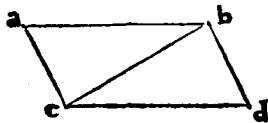
Ι τὰς ἰσὰς τε. Ἐ παραλλήλῃς ὑπὸ τὰ αὐτὰ μέρη ὑπὸ ζυγνύσσαι
ἐυθεῖαι, Ἐ αὐταὶ ἰσάαι τε καὶ παράλληλοι εἰσὶ.

Theorema 23, Propositio 33.

Quas & parallelos, ad easdem partes rectæ lineæ con-
iungentes: & ipsæ æquales, & parallelæ sunt.

NTIVS. Sint æquales & adinuicẽ parallelæ rectæ lineæ $a b$, & $c d$.

quas ad easdem partes coniungant rectæ a c, & b d. Dico a c, & b d, rectas, fore adinuicem æquales & parallelas. Connectatur enim b c, diagonus, per primum postulatum. In datis igitur a b, & c d, parallelas, recta incidens b c, efficit alternos angulos a b c, & b c d, adinuicem æquales, per primam partem uigesimalis propositionis: Est autem a b, recta æqualis ipsi c d, per hypothesein: & utrique communis b c. Bina igitur a b, & b c, trianguli a b c, duobus b, c, & c d, trianguli b c d, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos a b c, & b c d. Per quartam ergo propositionem, basis a c, æqualis est ipsi b d: atque reliquus angulus a c b, reliquo c b d, æqualis, utpote sub quibus æqualia subtenduntur latera. In rectas itaque lineas a c, & b d, recta incidens b c, efficit alternos angulos a c b, & c b d, adinuicem æquales: parallela est igitur a c, recta ipsi b d, per uigesimalis septimam propositionem. Patuit autem quod & eidem æqualis. Æquas igitur & parallelas, & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.



Θεώρημα κδ. Πρόβωσις λδ.

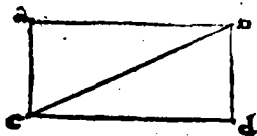
Τὸν παραλληλογράμμου χωρίων αὐτῶν ἀπεναντίας πλευραὶ τε ἑ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσι, ἃ ἢ διὰ μέτρον αὐτὰς διχατέμναι.

Theorema 24, Propositio 34.

Parallelogrammorum locorum, latera quæ ex opposito, & anguli æqualia sunt adinuicem: & dimetiens ea bifariam secat.

34

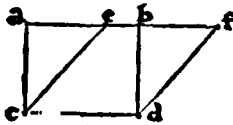
Prima pars. ΟΡΟΝΤΙ V S. Εἴστο datum parallelogrammum a b c d, illius uerò dimetiens b c. Aio primum, ipsius a b c, parallelogrammi latera quæ ex opposito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a b, & c d, recta incidens b c, facit alternos angulos a b c, & b c d, æquales adinuicem: per primam partem uigesimalis propositionis. Eadem quoque b c, incidens in parallelas & a c, & b d, efficit rursum alternos angulos a c b, & c b d, adinuicem æquales, per eandem uigesimalis nonam propositionem. Duo itaque triângula a b c, & b c d, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri, unumque lateras uni lateri æquale, commune scilicet b c, quod æquis adiacet angulis. Reliqua igitur latera, reliquis lateribus erunt æqualia alterum alteri, hoc est, a b, ipsi c d, & a c, ipsi b d: atque reliquus angulus qui ad a, reliquo qui ad d, æquabitur, per uigesimalis sextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b, duobus angulis qui circa c, fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b, toti qui ad c, per secundam communem sententiam æquabitur. Parallelogrammi igitur a b c d, latera quæ ex opposito, & anguli æquantur adinuicem. Dico præterea, quod & dimetiens illud bifariam secat.



Pars secunda.

Ostenſa eſt enim a b, æqualis ipſi c d, atque a c, ipſi b d, eſſique b c, communis. Bina itaque triângula a b c, & b c d, habent ſingula latera ſingulis lateribus æqualia:

lelogrammi, in latus alterius inciderit, uelut in tertia figuræ dispositione. Erunt



enim rursus $a b$, & $e f$, æquales adinuicem: à quibus dempta communis $b e$, reliqua $a e$, & $e f$, per tertiam communem sententiam erit æqualis. Hinc triagulum $a e c$, triangulo $b d f$, ueluti supra monstrabitur, æquale. Quod

si utriq; equalium angulorum, addatur comune trapezium $e b c d$, reuertabitur iterum $a b c d$, parallelogrammum, eidem parallelogrammo $c d e f$, per secundam communem sententiam æquale. Igitur parallelogramma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα κς,

Πρόβσις λς.

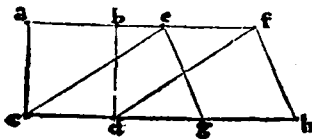
TΑ παραλληλογράμματα τὰ ὑπὸ τῶν ἰσῶν βασέων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἢ ἐν ἀλλοδαῖς ὄντι.

Theorema 26,

Propositio 36.

Parallelogramma in equalibus basibus, & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia. 36

ORONTIVS. Esint $a b c d$, & $e f g h$, parallelogramma, in basibus æqualibus $c d$, & $g h$, atque in eisdem parallelis $a f$, & $e h$, consistentia. Dico $a b c d$, parallelogrammum, æquari parallelogrammo $e f g h$. Connectantur enim rectæ $c e$, & $d f$, per primum postulatum. Et quoniam parallelogrammum est $e f g h$, æqualis est $e f$, ipsi $g h$, per trigessimamquartam propositionem. Eidem quoque $g h$, æqualis est $c d$, per hypothesin. Bina igitur $c d$, & $e f$, eidem $g h$, sunt æquales, & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam, suntque adinuicem parallelæ, ex hypothesi. Quæ autem æquales & parallelæ coniungunt lineæ rectæ, æquales sunt & parallelæ, per trigessimamtertiam propositionem: & $c e$, igitur atque $d f$, æquales sunt & parallelæ. Parallelogrammum est itaque $c d e f$. Ipsi porro $c d$ & $e f$, parallelogrammo, æquum est $a b c d$, parallelogrammum, per trigessimamquintam propositionem, in eadem enim basi $c d$, atque in eisdem parallelis $a f$, & $e h$, constituuntur. Et per eandem trigessimam



quintam propositionem, $e f g h$, parallelogrammum, æquum est ipsi $c d e f$, parallelogrammo: sunt enim in eadem basi $e f$, atque in eisdem parallelis $a f$, & $e h$. Bina igitur parallelogramma $a b c d$, & $e f g h$, eidem parallelo-

grammo $c d e f$, sunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Idem etiam ostendere licebit, de quacunque parallelogrammorum dispositione, hypothesi seruata. Parallelogramma igitur in basibus æqualibus, & c, ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα κς,

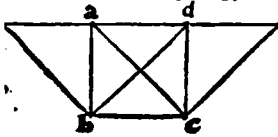
Πρόβσις λς.

TΑ τρίγωνα τὰ ὑπὸ ἐν αὐτῇ βασέως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἢ ἐν ἀλλοδαῖς ὄντι.

Theorema 27, Propositio 37.

Riangua in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.

ORONTIUS. Ἐσιντ triangula $a b c$, & $d b c$, in eadem basi $b c$, atque in eisdem parallelis $a d$, & $b c$, existentia. Dico triangulum $a b c$, æquari terea triangulo $d b c$. Producatur enim utrobique $a d$, recta, usque ad punctum f , per primum postulatum: & per punctum b , data recta linea $a c$, parallelam ducatur $b e$, atque ipsi $b d$, parallela $e f$, per trigessimam primam propositionem. Sunt itaque $a c b e$, & $d b c f$, parallelogramma, & in eadem basi $b c$, atque in eisdem parallelis $b c$, & $e f$, per hypothesein constituta: igitur adinuicem æqualia, per trigessimam quintam propositionem. Triangulum $a b c$, dimidium est parallelogrammi $a c b e$, atque $d b c$, triangulum dimidium ipsius $d b c f$, parallelogrammi: dimetientes enim $a b$, & $c d$, ipsa bis secant parallelogramma, per trigessimam quartam propositionem. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Igitur $a b c$, triangulum, æquum est $d b c$, triangulo. Ergo triangula in eadem basi, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

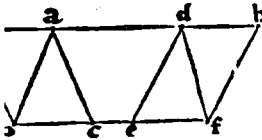


$\Theta\omega\rho\mu\alpha$ κη. $\Pi\rho\acute{o}\theta\epsilon\iota\varsigma$ λη.
 Λ τρίγωνα τὰ ὑπὸ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ γὰρ ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἑλλήλοις εἰσιν.

Theorema 28, Propositio 38.

Riangua in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.

ORONTIUS. Ἐσιντ $a b c$, & $d e f$, triangula, in basibus æqualibus c , & e , in eisdemque parallelis $a d$, & $b f$, constituta. Aio triangulum $a b c$ quum esse $d e f$, triangulo. Producatur enim utrobique in directum & communi recta $a d$, usque ad g , & h , puncta: per secundum postulatum. Et per punctum b , data recta linea $a c$, parallela ducatur $b g$: atque per f , punctum, e , parallela $f h$, per trigessimam primam propositionem. Sunt igitur $a c b g$, & $d e f h$, parallelogramma, in basibus quidem æqualibus $b c$, & $e f$, ac in



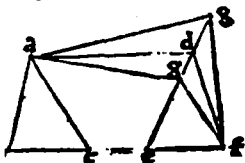
eisdem parallelis $b f$, & $g h$, per hypothesein constituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigessimam sextam propositionem. Atqui parallelogramma $a c b g$, & $d e f h$, à dimetiētibus $a b$, & $d f$, bisariam secantur, per trigessimam quartam propositionem. Est igitur $a b c$, triangulum dimidium ipsius $a c b g$, parallelogrammi: atque triangulum $d e f$ dimidium ipsius $d e f h$, parallelogrammi dimidium. Quæ autem æqualium sunt dimidia, sunt adinuicem æqualia, per septimam communem sententiam. æquum igitur triangulum $a b c$, ipsi $d e f$, triangulo. Triangula itaque in æqualibus basibus, &c. ut in theoremate. Quod demonstrandum erat.

E ij

Θωρ.

Triangula æqualia, in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis.

ORONTIVS. *Esint a b c, & d e f, triangula æqualia adinuicē, & basibus æqualibus b c, & e f (in directū quidē existentibus semper uelim intelligas) atque ad easdem partes a, & d, constituta: & connectatur a d recta, primum postulatum. Aio quod a d, ipsi b f, est parallela. Nam si a d, non sit eidem b f, parallela: poteris per datum punctum a, ipsi datæ lineæ b f, a quædam parallela duci, per trigessimam primam propositionem. Ducatur igitur, si possibile sit, & sit a g. Cader itaque a g, recta, uel supra a d, aut infra. Quocumque autem dederis, eam cum e d (utraq; in directum producta) conuenire necessum est: quoniam ex a, in e connexa per imaginationem linea recta, incidit in a g, & e d, efficiens angulos interiores, & ad easdem partes a e d, & g d, duobus rectis (ueluti supra) minores. Vincat ergo primum a g, sub a d: Prima demonstratio-
connectatur f g, per primum postulatum, dirimens d e f, triangulum. Erit in-
ter triangulum g e f, æquum ipsi a b c, triangulo, per trigessimam octauam pro-
positionem: sunt enim in basibus æqualibus b c, & e f, ex hypothesi, & in eis-
dem parallelis a g, & b f, per datam constructionem. Ipsi porro a b c, triangulo,
æquum est per hypothesin d e f, triangulum. Triangula igitur d e f, & g e f, ci-
a c b, triangulo erunt æqualia: & æqualia propterea adinuicem, per pri-
mam communem sententiam. Itaque triangulū d e f, æquum erit ipsi g e f, trian-
gulo, maior scilicet minori, hoc est, totum suæ parti: quod nonam communem
sententiam est impossibile. Quod si detur a d, incidere super a d, conuenient rursus,
a g, & e d, idēque subducatur inconueniens. Producta siquidem e d, in-*



ter totum g e f, triangulum, suæ parti, hoc est, d e f, triangulo, per primam com-
munem sententiam æquabitur: quod per ipsam nonam communem sententiam
impossibile. Cadit igitur parallela ex a, in d, uerticem. Concludendum ergo,
triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes, & in
eisdem fore parallelis. Quod demonstrare fuerat operæ pretium. Eadem quo-
uia, supradictarum sex propositionū cōcludetur intentum, ubi plura duo-
bata fuerint uel triangula uel parallelogramma: facta binatim, iuxta hy-
pothesin, eorundem triangulorum uel parallelogrammorum comparatione.

Secunda para-
strationis dif-
ferentia.
siue differen-
tia.

Notandum.

Πρόβλημα λα, Πρόβλησις μα.

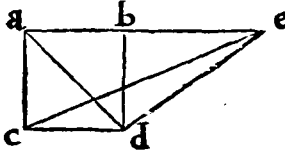
Ἄν παραλληλογραμμοὶ ἔξωθεν ἔωσιν τὴν ἑκαστὴν τῶν αὐτῶν, αὐτῶν
ταύτων παραλλήλων ἑ, διπλασίου ἴσαι τὴν παραλληλό-
γραμμον εἰς τριών.

Problema 13, Propositio 41.

I parallelogrammum & triangulum eandem basin ha-
buerint, in eisdemque fuerint parallelis: trianguli paralle-

logrammum duplum est.

ORONTIVS. $\square$ Est parallelogrammum $a b c d$, eandem habens basin $c d$, cum triangulo $c d e$, in eisdemque parallelis $a e$, & $c d$, constitutum. Aio $a b c d$ parallelogrammum, fore duplum ipsius trianguli $c d e$. Connectatur enim $a d$, recta, per primum postulatam. Triangula igitur $a c d$, & $c d e$, erunt adinuicem equalia, per trigessimam septimam propositionem: habent enim eandem basin $c d$, suntque in eisdem Parallelis $a e$, & $c d$. Atqui triangulum $a c d$, dimidium est ipsius $a b c d$, parallelogrammi: fecit enim illud bifariam dimetiens $a d$, per trigessimam quartam propositionem. Quæ autem sunt equalia, eiusdem sunt dimidium: per conuer-



sam septimæ communis sententiæ. Triangulum igitur $c d e$, dimidium est $a b c d$, parallelogrammi: & ipsum itaque parallelogrammum $a b c d$, eiusdē $c d e$, trianguli duplum. si parallelogrammum igitur & triangulum, & c. ut in theoremate. Quod oportebat ostendere. Eadem quoque demonstrabitur, ubi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint bases, in eisdemque fuerint parallelis.

Notandum.

Corollarium. Hinc sit manifestum, cur in dimetiendis triangularum areis, dimidium basis ducatur in perpendicularem: aut ipsius perpendicularis dimidium, per basin ipsam multiplicetur. sic enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadē basi, atque in eisdem collocatur parallelis cum ipso triangulo dato.

Τὸ προβλεπόμενον, ὅτι τὰς ἀπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐκτεταγμένους ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις τριγωνοῖς, ἴσους ἐστὶν ἀπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐκτεταγμένους ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις τριγωνοῖς.

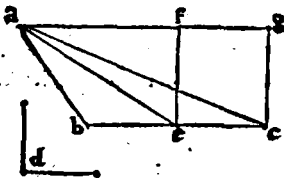
Problema II, Propositio 42.

Dato triangulo, æquale parallelogrammum constituere, 42
in dato angulo rectilineo.

Constructio figuræ.

ORONTIVS. $\square$ Sit datum $a b c$, triangulum, cui oporteat in angulo equali ei qui ad d , æquum parallelogrammum constituere. Diuidatur itaque $b c$, latus bifariam in puncto e , per decimam propositionem: & connectatur $a e$, recta, per primum postulatam. Ad datam insuper lineam rectam $c d$, datumque in ea punctum e , dato angulo rectilineo qui ad d , æqualis angulus rectilineus constituatur $f e c$: per uigesimam tertiam propositionem. Et per punctum a , datæ rectæ lineæ $b c$, parallela ducatur $a g$: atque per punctum c , ipsi $e f$, parallela $c g$, per trigessimam primam propositionem. Et quoniam $a b e$, & $a e c$, triangu-
la, in basibus sunt equalibus $b e$, & $e c$, atque in eisdē parallelis $a g$, & $b c$, constituta: ipsa propterea sunt adinuicē equalia, per trigessimam octauam propositionem. Triangulū igitur $a b c$, duplū est $a e c$, trianguli. Atqui parallelogrammū $f e c g$, eiusdē $a e c$, trianguli duplū est, per quadragessimā primam propositionem: habent namque eandem basin $b c$, in eisd-

Ostensio problematis.



eisdē

inque sunt parallelis a g, et b c. Quæ autem eiusdem sunt duplicia, æquales adinuicem, per sextam communem sententiam. Parallelogrammum ergo g, æquum ipsi b c, triangulo dato: suscipitque angulum f e c, æqualem ei a d. Dato itaque triangulo, æquale parallelogrammum constituitur, in dato rectilineo. Quod faciendum erat.

Θεώρημα λβ, Πρόβσις μυ.

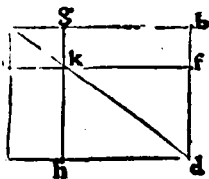
[Αντὸς παραλληλογράμμον, τὸ πρὸς τῷ διαμέτρῳ παράλληλον, λογαρίμων τὰ παραπληρώματα, καὶ ἀλλήλοις ἴσην.

Theorema 3., Propositio 43.

Unius parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.

NOTIVS. Unius parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur esse eorum, quando eundem cum toto possident dimetientem. Supplementa uocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem constituta. Sit igitur a b c d, parallelogrammum, cuius dimetiens a d, et circa ipsam dimetientem sint e g, et b f, parallelogramma, supplementa uero sint e h, et g d, dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim a b c d, bifariam a dimetiente a d, per trigessimam quartam propositionem: igitur a b d, æquum est ipsi triangulo a c d. Dimetiens insuper a k, bifariam secat e g, parallelogrammum, necnon et k d, ipsum h f, per eandem trigessimam quartam propositionem: æquum est igitur a e v, triangulum ipsi a g k: atque triangulum k b d, ipsi k f d, triangulo. Si autem æqualibus triangulis æqualia iungantur triangula: omnia erunt æqualia, per secundam communem sententiam. Tri-

Parallelogramma circa dimetientem. Supplementa.



itaque a e k, et k b d, triangulis a g k, et k f d, sunt æqualia. Patuit quod et totum a b d, triangulum, toti triangulo a c d, idem coequale: et si ab æqualibus triangulis, æqualia subducantur triangula: quæ relinquantur æqualia erunt, per tertiam communem sententiam. Subductis itaque tria g k, et k f d, ab ipso a b d, triangulo, atque a e k, et k b d, triangulis, triangulo a c d: relinquentur g f, et e h, supplementa adinuicem æqualia: ergo parallelogrammi, et c. ut in theoremate. Quod demonstrare fuerat præpositum.

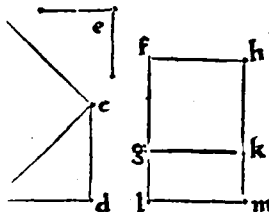
Πρόβλημα ιβ, Πρόβσις μδ.

Ἀρὰ τῷ δοθέντι ἐνθεῶν τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλογράμμον παραβαλεῖν ὅν τῃ δοθείσῃ γωνίᾳ ἐνθυγράμμω.

Problema 12., Propositio 44.

D datam rectam lineam, dato triangulo, æquale parallelogrammum construere, in dato angulo rectilineo.

CONTIVS. *¶* Sit datum rectilineum $a b c d$: cui oporteat construere α ,
 le parallelogrammum, in dato angulo rectilineo qui ad e . Connectatur ergo
 recta, per primum postulatam: & dato $a b c$, triangulo, α quale parallelo-
 grammum constituatur $f g h k$, in dato angulo rectilineo $f h k$, ei qui ad e , α -
 li: per quadragesimam secundam propositionem. Ad datam insuper rectam
 $a m g k$, dato $b c d$, triangulo, α quum construatur parallelogrammum $g k$
 in dato angulo rectilineo $g k m$, α quali eidem qui ad e : per antecedentem
 dragesimam quartam propositionem. Ostendendum est itaque primū, hanc
 parallelogramma unum efficere parallelogrammum: quod ita sit manifes-
 n. Quoniam anguli $f h k$, & $g k m$, eidem angulo qui ad e , sunt α quales, Quod cōstru-
 cōstructionē: sūt igitur α quales adinuicē, per primam communem sententiā. cta parallelo-
 latur utrique communis angulus $g k h$: igitur anguli $g k h$, & $g k m$, sunt grammum, v-
 primam communem sententiā, α quales angulis $f h k$, & $g k h$. Eisdē por- num efficiāt
 ngulis $f h k$, & $g k h$, duo anguli recti sunt α quales, per ultimam partem parallelogrā-
 sum α nonae propositionis: anguli igitur $g k h$, & $g k m$, binis sunt rectis α - mum.
 les, per eandem primam communem sententiā. In directum est igitur $g k$,
 $c m$, per decimam quartam propositionem. Rursum quoniam angulus $f g k$,
 sito qui ad h , per trigessimam quartam propositionem est α qualis: patuit au-
 quod & $g k m$. Bini itaque anguli $f g k$, & $g k m$, eidem qui ad h , sunt
 des: & α quales propterea adinuicē, per primam communem sententiā.



Communis rursus addatur angulus $g k l$: erūt
 igitur $f g k$, & $g k l$, anguli, binis interiori-
 bus & ad easdem partes $l g k$, & $g k m$, per
 secundam communem sententiā α quales. Ips-
 sis porro $l g k$, & $g k m$, angulis, bini recti
 coequantur, per eandem partem ultimam uo-
 gesimae nonae propositionis: per primam ergo
 cōmunē sententiā, anguli $f g k$, & $g k l$, sunt

les duobus rectis. In directum est itaque $f g$, ipsi $g l$, per ipsam decimam-
 am propositionē. Est autē & $f g$, ipsi $h k$, atque $g l$, ipsi $k m$, per trige-
 uartā propositionē α qualis: & utraque utriq; parallela. Igitur $f l$, & h
 secundam communem sententiā, sunt α quales adinuicē, atque paralle-
 eas itaque cōiūgentes rectae lineae $f h$, & $l m$, α quales & parallelae sunt,
 gesimam tertiam propositionem. Parallelogrammum est igitur $f l h m$. Huius
 pars $f g h k$, triangulo $a b c$, α quatur: & reliqua $g k l m$, ipsi trian-
 c d , per ipsam constructionem. Totum ergo $f l h m$, parallelogrammum

to $a b c d$, rectilineo, est α quale: suscipitque angulum $f h m$, α qualem dato
 e angulo. Dato itaque rectilineo $a b c d$, α quale construximus parallelo-
 num $f l h m$, in dato angulo rectilineo qui ad e . Quod faciendum propo-
 us. *¶* Idem quoque licebit ostendere, ubi datum rectilineum, in plura
 separabitur triangula. Cuilibet enim triangulo, peculiare constructur pa-
 rammum, per quadragesimam secundam & quadragesimam quartā pro-
 iem: quae simul unum efficere parallelogrammum ipsi dato rectilineo α -
 aud dissimili disursu conuincuntur.

Demonstra-
 tionis resolu-
 tio.

Notandum.

Από τῆς δοθείσης ἐνθεῆς τετραγώνου ἀναγεῖν τὴν.

Problema 14,

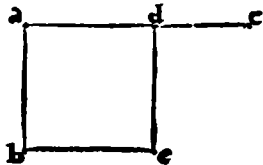
Propositio 46.

EX data recta linea, quadratum describere.

ORONTIVS. Cesto data linea recta $a b$: ex qua sit oprepretiū describere quadratū. A dato itaque puncto a , ipsi rectæ lineæ $a b$, ad angulos rectos excitetur $a c$, per undecimā propositionē, indefinitæ quidē quantitatis, donec ipsam superet $a b$. A qua secetur æqualis eidē $a b$: sitque $a d$, per tertiam propositionē. Rursum per datū punctū d , ipsi $a b$, rectæ parallela ducatur $d e$: atque per punctū b , ipsi $a d$, parallela $b e$, per trigesimalprimam propositionē.

Quodd descri-
ptum paralle-
logrammū sit
quadratum.

Parallelogrammum est igitur $a b d e$: dico quod et quadratum. Nam parallelogrammorum locorū latera quæ ex opposito, æquantur adinuicē, per trigesimalam quartā propositionē. Aequū est igitur latus $d e$, ipsi $a b$: atque $b e$, ipsi $a d$. Sur autē $a b$, et $a d$, per constructionem æquales. Quatuor igitur $a b$, $a d$, $b e$, et $d e$, latera, æqualia sūt adinuicē: quæ enim æqualibus sunt æqualia, et adinuicem æqualia sunt, per primā cōmū-



nē sententiā. Aequilaterū est igitur $a b d e$, parallelogrammu. Rursum quomōd in parallela $a b$, et $d e$, recta incidit $a c$, facit igitur interiores, et ad easdem partes angulos $b a d$, et $a d e$, binis rectis æquales, per ultimam partem trigesimalnonæ propositionis. Rectus autē est qui ad a angulus: igitur et qui ad d , rectus. Et qui ex opposito consistunt ad b et e , anguli, iidem recti sunt: per eandem trigesimalquartam propositionem. Rectangulum est igitur $a b d e$, parallelogrammum. Patuit quod et æquilaterum: ergo quadratum, per trigesimalam diffinitionem. Ex data igitur linea recta $a b$, quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.

Corollarium.

Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem: et è diverso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inæqualia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

Θεώρημα λγ,

Πρόβωσις μζ.

Εάν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς πλὴν ὀρθῶν γωνίας ἵσο τῶν ἄλλων πλευρῶν τετραγώνου ἴσῃ δὲ, τοῖς ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας περιεχθεὶς πλεωρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33,

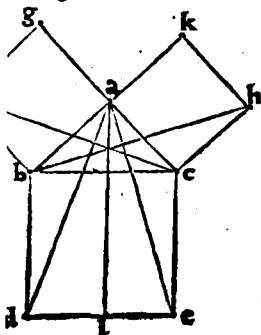
Propositio 47.

IN rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendēte fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus.

ORONTIVS. Csit rectangulum triangulum $a b c$, cuius sub $b a$, et $a c$, lateribus contentus angulus, rectus existat. Dico, quod descriptū ex $b c$, quadratum, iis quæ ex $b a$, et $a c$, fiunt quadratis, est æquale. Describantur ergo quadrata, per quadragesimalsextam propositionem: ex $b c$, quidem qua-

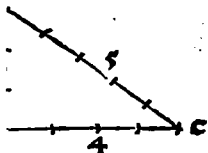
dratum

in $b c d e$, ex $a b$ uero, $a b f g$, & ex ipso $a c$, quadratum $a c b$ einde per a punctū, utrique $b d$, & $c e$, parallela ducatur $a l$: per trigesima primam propositionē. Parallelogramma igitur erunt $b l$, & $c l$, quadrangula. Connectantur denique $a d$, & $c f$, lineæ rectæ: per primum postulatum. oniam ad rectam lineam $a b$, atque ad eius punctum a , duæ rectæ lineæ $a g$, non ad easdem partes ductæ, angulos utrobique rectos efficiunt enim sunt, qui circa punctum a , consistunt anguli) in directum est igitur $p s i a g$: & $a b$, consequenter ipsi $a k$, per decimamquartā propositionē. eleæ itaque sunt $b f$, & $c g$: similiter & $b k$, atque $c h$. Cu porro omnes i recti sunt adinuicē æquales, per quantum postulatu: erit angulus $a b f$, Alterius par tis demonstratis angulo $c b d$. Communis apponatur angulus $a b c$: totus igitur a tio.



$b d$, toti $f b c$, angulo, per secundam communē sententiā erit æqualis. Rursum quoniā per trigessimam diffinitionē, æqualis est $a b$, ipsi $b f$, atque $b c$, ipsi $b d$: sunt igitur bina latera $a b$, & $b d$, trianguli $a b d$, duobus lateribus $f b$, & $b c$, trianguli $f b c$, equalia alterū alteri. & æquales continēt angulos $a b d$, & $f b c$. Basis ergo $a d$, basi $f c$, & triangulū $a b d$, triangulo $f b c$, per quartam æquatur propositionē. ipsius porro trianguli $a b d$, duplū est $b l$, parallelogrammū, in eadē basi $b d$, atque

eisdē parallelis $a l$, & d , constitutū: per quadragesimā primam propositionē & per eandē propositionē, $a b f g$, quadratū, duplū ipsius $f b c$, trianguli enim eandē basin $b f$, in eisdēque cōsistūt parallelis $f b$, & $g c$. Quæ qualitū duplicia sunt, & adinuicē sunt æqualia: per sextam cōmunē sententiā. Igitur $b l$, parallelogrammū, æquū est $a b f g$, quadrato. Haud dissimile ostēdetur $c l$, parallelogrammū, æquū esse $a c h k$, parallelogrammo, Reliquæ par adrato. Connexis enim $a e$, & $b h$, lineis rectis, per primum postulatu: tis ostensio. ursum $a c e$, & $b c h$, triangula adinuicem æqualia. Et cum $c l$, parallelogrammum duplum sit $a c e$, trianguli, & quadratum $a c h k$, ipsius trianguli itidē duplum, per eandem quadragesimā primam propositionē ludetur tandē parallelogrammū $c l$, æuari quadrato $a c h k$. Atqui $c l$, parallelogramma, conficiunt quadratum $b c d e$, quod sit ex $b c$: um ergo $b c d e$, æquum est $a b f g$, & $a c h k$, discriptis reliqua, quadratis. In rectangulis itaque triangulis, & quæ sequuntur reliqua, ore mate. Quod expediebat demonstrare. ¶ Hoc spectabile & semper Notandum.



sedecim: atqui 9 & 16 conficiunt 25 .

G ij

Corol-

Corollarium.

In triangulis itaque rectangulis, duobus lateribus datis, ipsorum adminiculo, deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum subtractionem adinuicem, et lateris seu radices eorundem inuestigationem. Nam cognitis (uerbi gratia) a , b , et a , c , lateribus, utrumque in se multiplicetur, et quadratum ipsius a , b , a quadrato ipsius a , c , subducatur: relinquetur enim quadratum quod fit ex b , c , cuius radix quadrata ostendet ipsius b , c , longitudinem. Haud dissimiliter cognitis b , c , et a , c , lateribus: cognoscetur ipsius a , b , longitudo. subductis enim 9 a 25 , relinquentur 16 : quorum radix est 4 . Atque subtractis 16 a 25 , relinquentur 9 : quorum radix est 3 . Idem uelim habeas iudicium, de ceteris quibuscumque similibus. Quæ admodum in dimetiendis rerum longitudinibus, passim obseruari comprobabis.

Εὐκλείης 18^{ος}, Πρόβλησις 14^η.

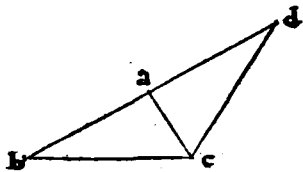
Εἰ μὲν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετραγώνου, ἴσον ἢ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τῶν τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἢ πῶδεχομένῃ γωνίᾳ ὑπὸ τῶν λοιπῶν ἐν τριγώνῳ δύο πλευρῶν, ὀρθὴ ὅσῃ.

Theorema 34, Propositio 48.

Cōuersa præcedentis.

Si trianguli quod ab vno laterum quadratum, æquale fuerit 48
eis, quæ à reliquis trianguli lateribus quadratis: angulus cōprehēsus sub reliquis triāguli duobus lateribus, rectus erit.

ORONTIUS. Cēsto a , b , c , trianguli, quod ex b , c , quadratum, æquū eis quæ ex a , b , et a , c , lateribus sunt quadratis: aio propterea, angulum: b a c , fore rectum. A dato enim puncto a , data lineæ a , c , perpendicularis excitetur a , d : per undecimam propositionem. Et per tertiam propositionē, ponatur a , d , ipsi a , b , æ-



qualis: connectaturque c , d , recta, per primum postulatum. Cum igitur a , b , ipsi a , d , sit æqualis: æquū est quod ex a , b , quadratum, ei quod fit ex a , d , per corollarium quadragesimæ sextæ propositionis. Addatur utriq; id quod ex a , c , quadratum. Quæ ex a , b , igitur et a , c , quadrata, æqualia sunt eis quæ ex a , c , et a , d ,

quadratis: per secundam communem sententiam. Eis autem quæ ex a , c , et a , d , quadratis, æquum est, quod ex c , d , per antecedentem quadragesimam septimam propositionē: angulus enim c a d , rectus est. Quadratis porro quæ ex a , b , et a , c , æquum est quod ex b , c , quadratum: per hypothesin. Quæ autem æqualibus sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Quadratum igitur quod ex b , c , æquum est ei quod ex c , d , quadrato. Æqualis est ergo b , c , ipsi c , d : æqualia enim quadrata sunt, quæ ab æqualibus describuntur lineis rectis. Posita est autem a , d , ipsi a , b , æqualis, et a , c , utrique communis. Bina ergo latera a , b , et a , c , trianguli a , b , c , binis lateribus a , c , et a , d , trianguli a , c , d , sunt alternatim æqualia: basis quoque b , c , basi c , d , æqualis: Angulus igitur b a c , angulo c a d , per octauam propositionem est æqualis.

Est

Item $e a d$, angulus rectus, per constructionem: $\& b a c$: igitur angulus
us est. si trianguli itaque quod ab uno latere sit quadratum, æquale fue-
ris quæ à reliquis trianguli lateribus describuntur quadratis: angulus com-
ensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit. Quod tandem
dendum susceperamus.

PRIMI LIBRI GEOMETRICO-
RVM ELEMENTORVM

FINIS.

Orontij Finæi Delphi-
ATIS, REGII MATHEMATICÆ
rum professoris, in Secundum elementorum
Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ:

Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

I Αν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, πῶς ἐκείνου λέγεται ὑπὸ
δύο τῶν ὀρθῶν γωνιῶν πῶς ἐκείνου ἐνθεῖται.

Parallelogrammum rectangulum.



Pne parallelogrammum rectangulum,
sub duabus rectum angulum comprehē-
dentibus rectis lineis, dicitur contineri.

O R O N T I V S. ¶ Parallelogrammum, dicitur fi-
gura quadrilatera, sub oppositis lateribus adinuicem
æqualibus comprehensa. sunt autem parallelogram-

Quid paral-
lelogrammū.

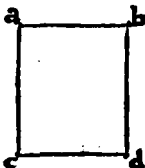
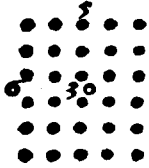
morum quatuor tantummodo genera: utpote, quæ
im, altera parte longius, rhombus, $\&$ rhomboides: quemadmodum trigesi-
rtia primi libri ante monuimus diffinitione. Vtrunque porro $\&$ quadratū
tera parte longius, rectangulum appellatur: contineturque sub duabus li-
rectis, ad rectum conuenientibus angulum, quatum altera in reliquam ab-

Quot paral-
lelogrammo-
rum genera.

G. iij. tracta.

Exemplum.

abstractiue ducta, ipsum efficit parallelogrammū. ¶ ut ex a, b, c, d , potes elicere parallelogrammo, quod sub a, b , & a, c , lateribus, rectum qui ad a comprehē-



dentibus angulum, continetur. Non potest enim angulus qui ad a , fore rectus, quin per uigesimamnonam & trigessimam quartā propositionē libri primi, reliqui tres anguli sint, itidem recti. Imaginanda est igitur a, b , res-

cta, fluere directa uia in c : & punctum b , describere latus b, d , uel a, c , rectam, uenire recto fluxu in b : atque punctum c , efficere latus c, d . ita enim abstractiue describuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum similitudinem, numerus per alium quemuis numerum multiplicatus, planum atque rectangulum efficit, numerum: uti subiecta uidetur indicare figura, in qua 6 unitates per 5 multiplicatæ, reddunt 30, planum & rectangulum numerum.

Corollarium.

¶ Quomodo igitur æquales numeri per numeros æquales multiplicati, æquales inuicem procreant numeros: haud dissimiliter sub æqualibus rectis comprehensa rectangula, æqualia sunt adinuicem.

Γνώμων τίς.

Πάντος δὲ παραλλογραμμοῦ χωρὶς τῆς πρὸς τὸν ἀπὸ μέτρον αὐτῶν ἐν παραλλογραμμοῦ ὁποιοῦν σὺν τοῖς δυοῖν παραπληρώμασι, γνώμων καλεῖται.

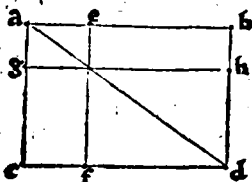
Quid gnomon.

Omnis parallelogrammi, loci eorum quæ circa dimetiētem illius sunt parallelogrammorū, vnūquodque eorū cum binis supplementis, gnomon vocetur.

ORONTIVS. ¶ Quamquā gnomon, proprie intelligamus rectangulum: accipitur tamē supra scripta gnomonis diffinitio, pro quacūq; figura ex duobus cuiusuis oblatis parallelogrami supplementis, & altero eorum quæ circa dimetiētem illius sunt parallelogrammorum comprehensa. Diximus autem quadragesimatertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetiētem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammorum supplementa. ¶ sit igitur a, b, c, d , parallelogrammum, & il-

Vide 4^{ta} primi.

Gnomonis exemplum.



lius dimetiens a, d : circa uerò $din. e$: ientem cōsistant g, e , & f, h , parallelogramma, atque illorum supplementa g, f , & e, h . Dico itaque g, e , parallelogrammum, unā cum binis supplementis g, f , & e, h : gnomonem efficere f, g, e, h , seu f, a, h . Cui si addatur f, h , parallelogrammum, totum integrabitur a, b, c, d : aut si eidem f, h , pa-

Cur tales asumpti gnomones. ¶ rallelogrammo, gnomon circunponatur f, g, e, h , non mutabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiusmodi gnomoni tradita descriptio, in partiu oblatorum in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principaliter excogitata.

Θω,

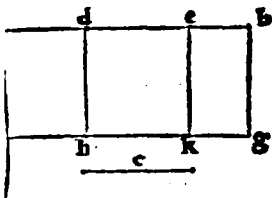
Θεώρημα α, Πρόβσις α.

— Ἀν ὧσι δὺο ἑνθεῖα, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὅσα διαποτοῦν
— τμήματα, τὸ περιεχομένου ὀρθογωνίου ὑπὸ τῶν δὺο ἑνθεῶν,
— ἴσον ὅσι τοῖς ὑπὸ τῇ ᾗ ἀτμήσαν καὶ ἐκείνου τῶν τμημάτων
περιχομένων ὀρθογωνίοις.

Theorema 1, Propositio 1.

I fuerint binæ lineæ, seceturque ipsarum altera, in quotcū-
) que segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus
rectis lineis, æquum est eis quæ ab infecta & quolibet seg-
mento rectangulis comprehenduntur.

ON TIVS. ¶ sint binæ rectæ lineæ a , b , & c , quarum altera, utpote
secetur in quotcunque, utpote in a , d , e , & b , segmenta. Aio quòd sub
& ipsa c , comprehensum rectangulum: æquū est eis, quæ sub c , & a , d ,
 e , & b , comprehenduntur rectangulis. A dato enim puncto a , datæ res
lineæ a , b , recta quædam linea, per undecimam primi libri propositionem,
rectos excutetur angulos, excedens datam lineam c : à qua secetur æqualis
 n , c , per tertiam eiusdem primi, fitque a , f . Per datum insuper punctum f ,



ipsi a , b , parallela ducatur f , g : atque per ip-
sa b , d , & e , puncta, ipsi a , b , parallelae duc-
cantur b , g , d , h , & e , k , per trigesimalprimam
ipsius primi, quæ per trigesimalquartam
eiusdem primi parallelae erunt adinuicem.
Rectangula igitur sunt, a , b , f , g , a , h , d , k ,
& e , g , parallelogramma: per uigesimanono-

& trigesimalquartam primi. Quælibet insuper e , b , g , & d , h , & e , k ,
est æqualis, per eandem trigesimalquartam primi: eidem quoque a , f ,
qualis c . Omnes igitur adinuicem, atque ipsi c , sunt æquales: per primam
communem sententiam. Quod igitur sub c & a , d , continetur rectangulum,
est ipsi a , b : & quòd sub c , & d , e , ipsi d , k : atque id quod sub eadē c
 b , ipsi e , g , rectangulo æquale. sub æqualibus enim rectis lineis, æqualia cō-
nuntur rectangula: per corollarium primæ diffinitionis huius secundi li-
bris porro a , h , d , k , & e , g , rectangulis, æquum est a , b , f , g , rectangu-
nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis.) Quæ igitur sub
 a , d , e , atque e , b , segmentis continentur rectangula, æqualia sunt
primam communem sententiam ipsi a , b , f , g , rectangulo. Eidem rursum
 f , g , rectangulo, æquum est id quod sub a , b , & c , continentur: comprehen-
enim sub a , b , & c , quæ ipsi c , data est æqualis. Quæ autem eidem
æqualia, ea sunt æqualia adinuicem: per primam communem sententiam.
igitur sub datis rectis lineis a , b , & c , continetur rectangulum, æquum
quæ sub infecta c , & quolibet ipsius a , b , segmento comprehenduntur
gulis. Quod oportebat demonstrare.

Ex hac pro-
positione nu-
merorum ab
Arithmetici-
s tradita colli-
gitur multi-
plicatio.

Θεώρημα β, Πρόβλησις β.

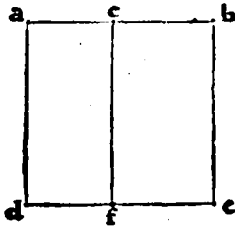
Εὰν ἐνθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχῃ, τὰ ὑπὸ τῇ ὅλῃς καὶ ἐκαστῇ τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ὄντι τῷ ἀπὸ τῇ ὅλῃς τετραγώνῳ.

Theorema 2. Propositio 2.

Sirecta linea secetur vtcunque: quæ sub tota & quolibet segmentorum rectangula comprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

Quid rectali-
neam, vtcun-
que secari.

ΟΡΟΝΤΙΟΥΣ. **Κ**ρεττα linea utcunque secari dicitur, quæ in quouis dato il-
lius puncto, absque partium determinata ratione, indifferenter diuiditur. Sit igitur $a b$, linea recta, quæ utcunque secetur in c . Dico quòd sub $a b$, & $a c$, atque sub eadem $a b$, & $c b$, comprehensa rectangula: æqua sunt ei, quod ex tota $a b$, fit quadrato. Ex data namque $a b$, quadratum describatur $a b d e$: per quadragesimam sextam primi. Et per datum punctum c , utrique & $a d$, & $b e$, parallela ducatur $c f$: per quadragesimam primam eiusdem primi libri pro-



positionem. Rectangula igitur sunt, $a f$, & $c e$, parallelogramma: atque ipsum $a f$, sub $a d$, & $a c$: ipsum uero $c e$, sub $c b$, & $b e$, per primam huius diffinitionem comprehensum. Et quoniam $a b$, & $a d$, sunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipsarum altera, scilicet $a b$, secta est in $a c$, & $c b$, segmenta, ex hypothefi. Quæ igitur ab insecta $a d$, & utroque segmento $a c$, & $c b$, continentur re-

ctangula: æqua sunt ei, quod sub duabus lineis rectis $a b$, & $a d$, comprehenditur rectangulo, per primam huius secundi propositionem. Atqui $b e$, ipsi $a d$, & utraque ipsi $a b$, per trigessimam diffinitionem primi est æqualis: & sub æqualibus rectis æqualia continentur rectangula. Est insuper $a b d e$, rectangulum, id quod ex ipsa $a b$, fit quadratum. Quæ sub tota igitur $a b$, & quolibet segmento $a c$, & $c b$, rectangula comprehenduntur: æqualia sunt ei quod ex tota $a b$, est quadrato. Quod erat ostendendum.

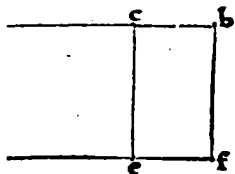
Θεώρημα γ, Πρόβλησις γ.

Εὰν ἐνθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχῃ τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῇ ὅλῃς καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ὄντι τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογώνιῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς προσημνησῆς τμήματ' τετραγώνῳ.

Theorema 3. Propositio 3.

Sirecta linea secetur vtcunque: rectangulum sub tota & vno segmentorum comprehensum, æquum est ei quod sub segmentis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

ONTIVS. Cesto $a b$, recta linea, utcumque secta in puncto c . Aio sub tota $a b$, & altero segmentorum, utpote $a c$, comprehensum rectangulum: æquum est ei quod sub $a c$, & $c b$, segmentis rectangulo continetur, quod ex eodem segmento $a c$ fit quadrato. Describatur enim ex $a c$, quæ in $a c d e$: per quadragesimam sextam primi: & producat $d e$, in directum usque ad f , per secundum postulatum. Per punctum denique b , utrique $a d$, & $c e$, parallela ducatur $b f$, per trigesimam primam ipsius primi. Rectangula igitur sunt $a e$, & $c f$, parallelogramma, per primam huius diffinitionem. Et quoniam $a b$, & $a d$, binæ quædam videntur esse lineæ rectæ, quarum altera, utpote $a b$, secta est



ypothese in $a c$, & $c b$, segmenta. sub duabus igitur lineis rectis $a b$, & comprehensum rectangulum $a f$: æquum est eis quæ ab insecta $a d$, & $c b$ segmentis $a c$, & $c b$, continentur rectangulis, per primam huius secunda positionem, hoc est, rectangulis $a e$, & $c f$. Atqui $a f$, rectangulo, æquum quod sub tota $a b$, & segmento $a c$, continetur: nam $a d$, ipsi $a c$, est æquum, per trigesimam diffinitionem primi. $a e$, porro quadratum, quod ex eo segmento $a c$, describitur. Rectangulo denique $c f$, æquum est id quod sub $c b$, segmentis continetur: est enim $c e$, eidem $a c$, per ipsius quadrati diffinitionem æqualis. Quod igitur sub tota $a b$, & altero segmentorum, utpote comprehenditur rectangulum: æquum est ei quod sub $a c$, & $c b$, segmentis rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento $a c$, est quadrato. Si recta igitur secetur utcumque: & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate. Quod de oportebat.

Θεώρημα δ, Πρόβις δ.

Αν ἐνθεῶν γραμμὰ τιμῶν ὡς ἔτυχι, τὸ ἀπὸ τοῦ ὅλης τετραγώνου, ἵσῃ ἔσται τοῖς ἀπὸ τῶν τιμῶν τῶν τετραγώνων, καὶ τοῦ ὅλης τετραγώνου πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ ὅλης τετραγώνου.

Theorema 4, Propositio 4.

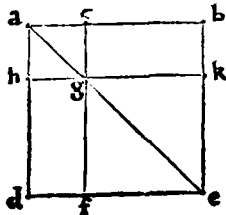
I recta linea secetur utcumque: quadratum quod fit ex tota, æquum est quadratis quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo.

ONTIVS. Csit $a b$, linea recta, quæ secetur utcumque in puncto c . Diadatum quod ex tota fit $a b$, æquum esse eis quæ ex $a c$, & $c b$, segmentis scribuntur quadratis, & bis sub eisdem segmentis comprehenso rectangulo scribatur in primis ex $a b$, quadratum $a d e$, per quadragesimam sextam. Et connectatur $a e$, dimetiens, per primum postulatum: & per datum $a e$, utrique $a d$, & $b e$, parallela ducatur $c f$, secans $a e$, dimetientem $a e$ in g . Per punctum denique g , ipsis $a b$, & $d e$, parallela ducatur $h k$, per trigesimam primam eiusdem primi. Cum igitur $a b d e$, sit quadratum,

H

æqualis

æqualis est $a b$, ipsi $b e$, per trigessimam ipsius primi diffinitionem. Isoscelis igitur $a b e$, trianguli, qui ad basin $a e$, sunt anguli, hoc est, $b a e$, & $a e b$, sunt per quintam primi adinuicem æquales. Eiusdem porro trianguli $a b e$, tres anguli, binis sunt rectis æquales: per trigesimam secundam eiusdem primi. Rectus est autem angulus qui ad b . reliqui igitur anguli $b a e$, & $a e b$, uni recto sunt æquales. sunt autem & æquales adinuicem: uterque



Hoc theorema, à nonnullis aliter demonstratur: sed hæc demonstratio est omnium clarissima.

igitur dimidiū est anguli recti. Trianguli rursus $a c g$, tres anguli, duobus rectis, per eandem trigesimam secundam primi, coequantur. angulus porro $a c g$, rectus est: nempe æqualis interiori, & ad easdem partes qui ad b , per uigesimam nonam ipsius primi. Ergo reliqui duo anguli $c a g$, & $a g c$, uni recto sunt æquales. sed angulus $c a g$, dimidio recti æqualis præstestus est: & $a g c$, igitur angulus, recti iridem est dimidius. Aequus est propterea angulus $c a g$, ipsi $a g c$: per primam communem sententiā. Et latus consequenter $a c$, lateri $c g$, per sextam primi æquale. Est autem & $a b$, latus, ipsi $c g$, necnon $b g$, ipsi $a c$, æquale: per trigesimam quartam eiusdem primi. Aequaliteru est itaque $a c g b$, parallelogrammum. Aio quod & rectangulū: nam angulus qui ad a , rectus est. Rectangulū porro sub duabus rectis lineis angulū rectū comprehendentibus, per primam huius diffinitionē, contineri dicitur. Quadratū est igitur $a c g b$: & æquum ei quod ex $a c$. Haud dissimili discursu, $f k$, parallelogrammū, quadratū esse conuenietur: & æquale ei quod ex $c b$. Nam æqualis est $g k$, eidem $a c$, per eandem trigesimam quartam primi. Et quoniam æquum est $b f$, supplementum ipsi $c k$, per quadragesimam tertiam primi: & eidem $c k$, id quod sub $a c$, & $c b$, continetur æquale (nam $a c$, ostensa est æqualis ipsi $c g$) & proinde æquale ipsi $b f$. Rectangulis igitur $c k$, & $b f$, æquum est id quod bis sub segmentis $a c$, & $c b$, comprehenditur rectangulum. Ostensum est autem quæ ab eisdem segmentis fiunt quadrata, ipsis $a g$, & $c g$, quadratis fore æqualia. Quæ igitur ex $a c$, & $c b$, segmentis fiunt quadrata, & id quod bis sub eisdem segmentis comprehenditur rectangulum: ipsis $a g$, $c g$, & $b f$, sunt æqualia. Eisdem porro $a g$, $c g$, & $b f$, æquum est quadratum $a b d e$, ex ipsa $a b$, descriptū: nempe totū suis partibus integralibus. Quod igitur ex tota $a b$, fit quadratū, æquum est quadratis quæ fiunt ex $a c$, & $c b$, segmentis, & ei quod bis sub eisdem segmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonstrandum.

Corollarium.

¶ Parallelogramma igitur, quæ circa quadrati diuidentem consistunt, fore itidem quadrata, relinquitur manifestum.

Θεώρημα ε.

Πρόθεσις ε.

Εάν ἐνθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἰσὰ καὶ ἀνίστα, τὸ ὑποτὶ ἀνίστου τὸ ὅλης τμηματώων πλάτος ὀρθογώνιον, μετὰ τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ἀμεινότερας τετραγώνου.

Theo.

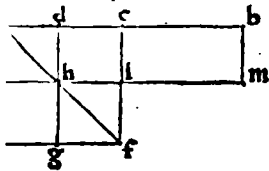
Theorema 5, Propositio 5.

I recta linea secetur in æqualia, & non æqualia, rectangulum comprehensum ab inæqualibus sectionibus totius, unà cum quadrato quod à medio sectionum, æquum est quod à dimidia fit quadrato.

ON TIVS. Csit rursus a b, linea recta: quæ bifariam secetur in puncto que in nō æqualia, in puncto d. Aio quod sub a d, & d b, comprehensum regulū, unā cū eo quod ex d c, quadrato: æquū est ei, quod ex a c, dimidia quadrato. Describatur ergo ex a c, quadratū a c e f, per quadragesimam i primi, & cōnectatur dimetiēs a f, per primū postulatū, per punctū in d, utrique a e, & c f, parallela ducatur d g, secans a f, dimetiētē in pū. Rursus per datū punctū b, ducatur k l m, ipsis a b, & e f, parallela: per simā primam ipsius primi. tandē per punctū b, ipsis a k: & c f, parallela utur b m: per eandē trigessimā primam primi. His itaque cōstruētis, quo-

Constructio figuræ.

Demonstratio theore-
matis.



niam supplemētum g k, æquū est supplemēto d l, per quadragesimā tertiam ipsius primi: addatur cōmune a b. totum ergo a g, rectangulū, totū a l, rectangulū, per secundā cōmune sentētiam erit æquale. At c m, rectangulū, eidē a l, est æquale, per trigessimā sex. primi: sunt enim in basibus æqualibus a c, & c b, & in eisdē parallelis & k m. Et a g, itaque rectangulū, ipsi c m, per primā cōmunem sententiam est æquale. Addatur rursus cōmune rectangulū d l: & d m, igitur rectangulum, per eandē secundā cōmunem sentētiam, æquabitur gnomoni g a l. At qui rectangulo, æquū est id quod sub a d, & d b, cōtinetur: quadratū est enim corollarium quartæ propositionis huius: & æqualis propterea a d, ipsi a sub qua & d b, ipsum d m, cōprehenditur rectangulū. Quod igitur sub a d, b, cōtinetur rectangulum, æquum est per primā cōmunē sentētiam gnomoni g a l. Addatur tandē ei quod sub a d, & d b, cōtinetur rectangulo, quod quod sit ex d c, & ipsi gnomoni g a l, quadratū h f, ei quod ex d æquale (sit enim ex h l, quæ ipsi d c, per trigessimā quartā primi est æ.) Cōprehensum igitur sub a d, & d b, rectangulum, unā cum quadrato ex c d, æquum est per primā communem sentētiam gnomoni g a l, ipsi quadrato h f. Ipsi denum g a l, gnomoni, & quadrato h f, æquū e f, quod à dimidia a c, descriptum est quadratum. Quod igitur sub a d b, in æqualibus sectionibus continetur rectangulum, unā cum quadrato à medio sectionum d c: æquum est, per primā communem sentētiam, d ex a b, dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur: ut in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θέωρημα 5, Πρόβλημα 5.

Αν ἐνθεῖα γραμμὴ διχῆται, προσεβῇ δὲ τῆς αὐτῆς ἐνθεῖας ἐπ' ἐνθεῖας, τὸ ἐπὶ τῷ ὅλῳ σὺν τῇ προσκείμενῃ, & τῇ προσκείμενῃ
H ij πρὸς ἑαυτὴν.

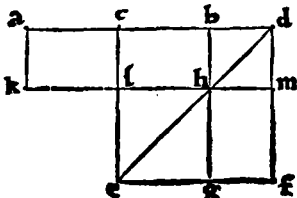
πρὸς τὸν ὁρθογώνιον, μὲν δὲ ἡ ἀπὸ τῆς ἀμωσίας τριζωνία, ἵσον δὲν,
τῇ ἀπὸ τῆς συνηκῆς μωσίας ἐκτὲρ τῆς ἀμωσίας ἐκ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ
μῆκος ἀναγραφῆς τριζωνίας.

Theorema 6, Propositio 6.

SI recta linea bifariam secetur, adiiciaturque ei aliqua recta
linea in rectum: rectangulum comprehensum sub tota
cum apposita & apposita, vnà cum quadrato quod fit à
dimidia, æquū est ei quod ex coniecta ex dimidia & apposita,
tanquam ex vna descripto quadrato.

Figura com-
positio.

Ostensionis
deductio.



O R O N T I V S. Cesto a b, recta linea, secta bifariam in puncto c: cui recta
quædam linea b d, in directum adiiciatur. Dico, quod sub a d, & d b, compre-
hensum rectangulum, vnà cum eo quod ex c b, quadrato: æquum est quadrato
quod ex c d. Fiat enim ex c d, quadratum c d e f, per quadragesimam sextam
primi: & connectatur e d, per primum postulatum. Per punctum insuper b,
utrique c e, & d f, per trigesimam primam eiusdem primi, parallela ducatur
b g, quæ secet dimesientem e d, in puncto h. Rursum per punctum b, ducatur k
l m, ipsi a d, & e f, parallela: necnon per a punctū, utrique c l, & d m, paral-
lela a k, per eandem trigesimam primam primi. Cum igitur a c, æqualis sit ipsi c
b, per hypothesin, & a d, ipsi k m, parallela: æquum est a l, parallelogrammū,
ipsi c b, parallelogramo, per trigesimam sextam primi. Eidem porro c h, æquū est
b f, supplementū: per quadragesimam tertiam
eiusdem primi. Et a l, igitur ipsi b f, per primam
communem sententiam est æquale. Addatur
utrique æqualium, commune rectangulum
c m: totum igitur a m, rectangulū, gnomo-
ni l d g, per secundam communem sententiam
æquabitur. Atqui a m, rectangulo, æquum est
id quod sub a d, & d b, comprehenditur rectangulum: continetur enim sub a
d, & d m, quæ est æqualis ipsi d b, nam b m, quadratum est, per corollarium
quartæ huius secundi. Comprehensum igitur sub a d, & d b, rectangulum, æ-
quum est gnomoni l d g. Addatur rursum ei quod sub a d, & d b, continetur
rectangulo, quadratum quod ex b c: ipsi porro gnomoni l d g, quadratum l g,
ei quod ex b c, fit æquale (nam b c ipsi, b l, per trigesimam quartam primi est
æqualis, & ipsum l g (per corollarium quartæ huius) quadratum. Quod igitur
sub a d, & d b, continetur rectangulum, vnà cum eo quod ex b c fit qua-
drato: æquum est gnomoni l d g, & ipsi quadrato l g. Eidem porro gnomo-
ni l d g, & quadrato l g: æquum est c d e f, quadratum. Rectangulum igitur
sub a d, hoc est sub tota a b, cum adposita b d, & ipsa b d, adposita comprehe-
sum, vnà cum quadrato quod fit à dimidia c b: æquum ei est quod fit ex c d,
hoc est ex dimidia c b, & adposita b d, tanquam ex vna descripto quadrato.
Quod demonstrare fuerat operæ precium.

Θωρύμας ζ, Πρόβις ζ.

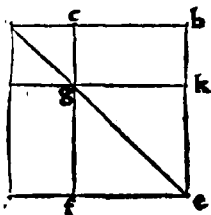
Ἡ ἐν βῆα γραμμὴ τμηθῆ ὡς ἔτυχε, καὶ ἀπὸ τῶ ὅλης ἐπὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς
τῶν τμημάτων, τὰ σωμαφότιστα τετραγώνια, ἵνα ὅσα ἔσῃ τε
ἴσιν ὑπὸ τῶ ὅλης, καὶ τῶ ἀρμεγνῶν τμημάτων πρὸς κομῶν ὁρθογών-
ια ἔσῃ ἀπὸ τοῦ τμημάτων τετραγώνια.

Theorema 7, Propositio 7.

I recta linea secetur vtcunque: quod à tota & ab vno se-
gmentorum vtraque fiunt quadrata: equalia sunt rectā
gulo comprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei
à reliquo segmento fit quadrato.

NTIVS. ¶ Data enim recta linea a b, utcunque secetur in puncto c:
tota a b, & vno segmentorum, utpote a c, utraque descripta quadra-
alia fore ei quod bis sub a b, & a c, continetur rectāgulo, & ei quod
fit quadrato. Ex ipsa enim a b, describatur quadratum a b d e, per quas
mam sextam primi: & connectatur a e, dimetiens, per primum postula-
r punctum deinde c, ducatur c f, ipsis a d, & b e, parallela, secans a e, &
ntem in g: & per idem punctum g, utrique a b, & d e, parallela turo-
atur h k, per trigessimam primam primi. Erunt igitur b c, & f k, paral-
lna, circa dimetientem a e consistētia, quadrata: per quartā huius co-
m. Et quoniam c k, & h f, supplementa, sunt per quadragessimam ter-
tius primi adinuicem equalia: addatur utrique, commune quadratum

Figure præ-
paratio.



h c. Totum igitur rectangulum a k, toti a f, Demonstratio
per secundam communem sententiam erit æ-
quale. Est autem ipsi a k, æquum id quod sub
tota a b, & segmento a c, continetur rectan-
gulo: nam a c, ipsi a b, per quadrati diffinitio-
nem est equalis. Rectangulis itaque a k, &
a f, æquum est id quod bis sub a b, & a c,
continetur rectangulum. Eisdem porro a k,

rectāgulis, æquatur gnomō f a k, & quadratū insuper h c (bis enim
is a k, & a f, rectangulis, includitur quadratum h c) gnomon igitur f
mā cum quadrato h c, equalis est ei quod bis sub a b, & a c, comprehē-
rectangulo. Addatur insuper ei quod sub a b, & a c, cōtinetur rectan-
quadratum quod ex c b: eisdem porro gnomoni f a k, & quadrato h c,
itum f k, ei quod ex c b, fit æquale: nam c b, & g k, æquales sunt ad-
per trigessimam quartam primi. Quod igitur sub a b, & a c, bis cōpre-
ur rectangulum, mā cum eo quod ex c b, fit quadrato, æquum est gno-
a k, & ipsis f k, & h c, quadratis. Iphis porro gnomoni f a k, & quas
k: æquum est quadratum a b d e, nempe totum suis partibus inte-
is. Est autem a b d e, quadratum, id quod ex tota a b, descriptum est:
id quod sub a c, segmento. Quod igitur ex tota a b, & segmento a c,
e fiunt quadrata: equalia sunt rectangulo comprehenso bis sub tota a b,

Et dicto segmento $a c$, et ei quod sub reliquo segmento $c b$, fit quadrato. si recta igitur linea, &c. ut in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα π, Πρόβλεσις π.

Εὰν ἐνθεῶα γραμμὰ τιμῇ, ὡς ἐν τυχῇ, τὸ τετραγώνιον ὑπὸ τῶν ὅλων ἐστι γινώσκον τὴν τιμὴν τοῦ πλάτους τοῦ ὀρθογώνιου, κατὰ τὸ ἀπὸ τῶν ὅλων πᾶσι τμήμασι τοῦ τετραγώνου, εἰς ὅσα ἐστὶν ἀπὸ τοῦ ὅλου ἐστὶν ἕρπον μὲν τμήμασι τοῦ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφῆς τετραγώνου.

Theorema 8, Propositio 8.

Si recta linea secetur vtrunque: rectangulum comprehensum quater sub tota & vno segmentorum, cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento, tanquam ab vna descripto quadrato.

8

ORONTIVS. **C**esto a b, recta linea, utcumq; secta in puncto c, dico quod
rectangulum quater sub tota a b, & uno segmentorum, supore b c, comprehen-
sum, una cum quadrato quod sit ex a c: æquum est ei, quod ex a b, & eodẽ
segmento b c, tanquam ab una describitur quadrato. Producatnr enim a b, in
directum versus d, per secundam postulatam: & ponatur b d, æqualis ipsi b
c, per tertium primi. Ex a d, autẽ describatnr quadratum a d e f, s; per quadra-
geimam sextam eiusdẽ primi: & conectatur directiois e d, per primum postu-
latum. Per trigessimam primum deinde ipsas primi, per c & b, puncta, ipsis a
e, & d f, parallele ducantur e g, & b h, donec inter e & d, & b h, in punctis
h, i: & per eadẽ trigessimam primum, per puncta b, & h, ipsi a d, & e f, pa-
rallele rursus ducantur in b o, & p i r. Et quoniam per constructionem c b,
ipsi b d, sũt æquales: & q l, ipsi c b, utroq; l r, ipsi b d, per trigessimam primum.
Est igitur q l, æqualis ipsi l r, per primum communem sententiam: quæ
enim æquales æquales sunt, ea sunt æquales ad alteram. & b n, consequenter
ipsi n o, talis conclusio est æqualis. Parallelogramum itaque a r, æquum
est ipsi c l, & prout q n, ipsi i l o, parallelogramum æquum, per trigessimam.

[illegible]

et dicitur in e. l. l. d. q. 2. in abstracto equales et quadrupla consequens
tertio et e. l. d. q. 2. in abstracto equales et quadrupla consequens
quarto et e. l. d. q. 2. in abstracto equales et quadrupla consequens
quarto et e. l. d. q. 2. in abstracto equales et quadrupla consequens

55

Figure construction

Demonstration theorematice.

ipsi c b, per primam communem sententiam est æqualis. ipsi rursum c b, est q l, necnon c q, ipsi b l, æqualis, per trigesimam quartam primam: igitur ipsi q l, per eandem communem sententiam est æqualis. ac q b, q l, æqualis præostensa est: & c q, igitur ipsi q b, per ipsam primam communem sententiam est æqualis. Patuit autem, quod & h n, ipsi n o, eisdem æst. Parallelogrammum igitur a q, ipsi p b, necnon b k, ipsi n f, per trigesimam primam cœquatur: sunt enim a q, & p b, similiter & b k, & n f, sub ijs æqualibus, ac in eisdem parallelis constituta. Vtrumque igitur q, & p b, dimidium est ipsius a b: necnon utrumque b k, & n f, ipsius dimidium. Et quoniam a b, & h f, supplementa eorum quæ circa dimidietate d, sunt parallelogrammorum, æqualia sunt adinuicem, per quadragesimam primam: & quæ æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicem æquales septimam communem sententiam. Quatuor igitur a q, p b, b k, & n f, sunt adinuicem: & quadrupla consequenter ipsius a q, parallelogrammum est autem, quod & b r, c l, o, & q n, quadruplum sunt ipsius totum igitur parallelogrammum, m d g, gnomonem constituentia, quadruplum totius a l, parallelogrammi. Est autem a l, parallelogrammum, id quod b, & b c, continetur rectangulum æquale: nam b l, ipsi b c, æqualis ostenditur. Rectangulum igitur quater sub a b, & b c, comprehensum, æquum est m d g. Addatur ei quod sub a b, & b c, quater comprehenditur rectangulum, quadratum quod ex a c: ipsi autem gnomoni m d g, quadratum m n quod ex a c, sit æquale (nam a c, ipsi m h, per trigesimam quartam sententiam æqualis). Quater igitur sub a b, & b c, comprehensum rectangulum, cum quadrato quod ex a c: æquatur gnomoni m d g, & ipsi quadrato eisdem porro gnomoni m d g, & quadrato m g: æquum est quadratum e f. Quadratum autem a d e f, æquum est ei quod ex a b, & b c, cum ex una describitur quadrato: data est enim b d, ipsi b c, æqualis. Cōsequenter igitur quater sub tota a b, & segmento b c, cum eo quod ex reliquo segmento a c, est quadrato: æquum est ei quod sit sub tota a b, & prædicto segmento b c, tanquam ex una descripto quadrato. Si recta igitur linea, sit in theoremate. Quod demonstrare fuerat operæ precium.

Θεώρημα θ, Πρόβλησις θ.

Ἀνὲνθεῖα γραμμή τεμνθεῖς ἰσῶς διὰ τῆς ἀνίσου ἐν ὁλῇ τῶν τεμνμάτων τετραγώνων, διπλασία ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς ἑκαστοῦ ἀπὸ τῆς μετὰ τῶν βωμῶν τετραγώνου.

Theorema 9, Propositio 9.

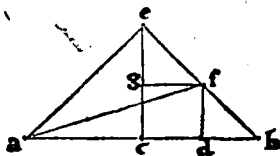
I recta linea secetur in æqualia & non equalia: quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia, & eius quod à medio sectionum sit quadratum.

INTEIVS. Secetur enim a b, recta bisectā, in pūcto c: & in nō æquale. Aio quòd descripta ex a d, & d b, quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a c,

Vt construe-
da figura.

**Primus de-
mōstrationis
progressus.**

ex a c, & c d, sunt quadratorum. A dato enim puncto c, data recta linea a b, recta linea c e, ad rectos excitetur angulus, per undecimum primi: & utriusque ipsarum a c, & c b, ponatur æqualis, per tertiam eiusdem primi. Cōnectantur deinde a e, & e b, per primum postulatū. Per punctum insuper d, ipsi c e, ducatur parallela d f: atque per punctum f, ipsi a b, parallela ducatur f g, per trigessimam primam ipsius primi. connectatur tandem a f, per idem primum postulatū. Cū igitur a c, sit æqualis ipsi c e: erit per quintam primi, angulus c a e, æqualis angulo a e c. Et quoniam trianguli a e c, tres anguli sunt æquales duobus rectis, per trigessimam secundam ipsius primi, rectus est autem, qui qui ad c: reliqui igitur anguli c a e, & a e c, omni recto sunt æquales. sunt autem æquales adinuicem, uterque igitur c a e, & a e c, recti dimidius est. Et proinde uterque eorum qui ad basin e b, isoscelis e c b, dimidius est recti. Itaque totus a e b, angulus, rectus est. Rursum, quoniam e g f, trianguli tres an-



guli binis rectis sunt æquales, per eandem tri
gesimamsecundam primi. rectus est autem qui
ad g: nam æqualis interiori & opposito ad
easde partes, qui ad e, per uigesimamnonam
primi. dimidius item recti est, qui sub g e f.
Reliquus igitur qui sub e f g, rectitudinis est

dimidius. Ambo igitur eidē, ut pote dimidio unius recti, sunt æquales: & æqua-
les propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Et latus cōsequen-
ter e g, lateri g f, æquale, per sextam primi. Haud dissimili uia, latus f d, late-
teri d b, concluditur æquale. His ita præstensis, quoniam a c, æqualis est ipsi
c e: æquum est quadratum quod fit ex a c, ei quod ex c e, fit quadrato: per cor-
ollarium quadragesimæ sextæ ipsius primi. Eis porro quæ ex a c, & c e, sunt
quadratis, æquum est quod ex a e, describitur, per quadragesimam septimam
eiusdem primi: & propterea duplum eius quod fit ex a c, quod enim binis æ-
qualibus est æquale, alterutrius æqualium duplum est. Item quoniam æqualis
est e g, ipsi g f: æquum est rursus per idem corollarium, descriptum ex e g,
quadratu, ei quod fit ex g f. Eisdem porro quadratis quæ ex e g, & g f, æquū
est quod fit ex e f, per eandem penultimam primi. Duplum est igitur, quod
ex e f, quadratu, eius quod ex g f, describitur. Atqui g f, ipsi c d, est æqua-
lis, per trigessimam quartam primi: & ab æqualibus rectis, æqualia describun-
tur quadrata, per corollarium ipsius quadragesimæ sextæ primi libri. Quod igi-
tur ex e f, quadratu, duplum est eius quod fit ex c d. Ostensum est autem, de-
scriptum ex a e, quadratum, duplum fore eius quod ex a c. Descripta igitur
ex a e, & e f, quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex a c, & c d, sunt quadra-
torum. Eis porro quæ ex a e, & e f, quadratis, æquum est id quod ex a f, de-
scribitur, per quadragesimam septimam primi: rectus est enim angulus a e f.
Descriptum igitur ex a f, quadratum, duplum est eorum quæ ex a c, & c d,
sunt quadratorum. Et rursus quod ex a f, describitur quadrato, æqua sunt quæ
ex a d, & d f, quadrata, per eandem quadragesimam septimam primi: rectus
est enim angulus qui ad d, per uigessimam nonam ipsius primi. Quæ igitur ex a
d, & d f, utraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a c, & c d, sunt qua-
dratorum.

Secundus & principalis processus demonstrationis.

nam equalia eorundem duplicia sunt, per conversionem sextæ contentiæ. Atqui d f, æqualis est ipsi d b, & ab æqualibus lineis, describuntur quadrata, per allegatum quadragesimæ sextæ primi corollæ. Descripta igitur ex a d, & d b, quadrata, eorum quæ ex a c, & c d, quadratorum dupla sunt. si recta igitur linea, &c. ut in theoremate. Quod dum susceperamus.

Θεώρημα 1, Πρόβλησις 1.

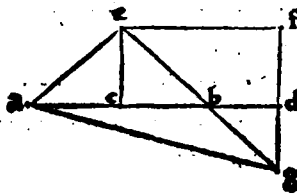
ἐνθεῖα γραμμὴ τμηθῆ δὴχα, προσεὶδῆ δὲ τὴς αὐτῆς ἐνθεῖα ἐπ' θέας, ὅ ἀπὸ τ' ὅλης σὺν τῇ προσκείμενῃ & ὅ ἀπὸ προσκειμένης τὰ σωμαφόρτιστα τετραγώνια, διπλασσία δὲ τῶν ἀπὸ ἑαυτῶν, καὶ ἑκὼν ὅτι συνημμένης ἐκτε ὅτι ἡμισείας, & ὅτι προσεὶδῆ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἑαυτῶν γράφοντ' τετραγώνια.

Theorema 10, Propositio 10.

I recta linea secetur bifariam, apponatur autem ei quæpiam recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita utraque quadrata, dupla sunt eod ex dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia & ad, tanquam ex vna descriptorum quadratorum.

NTIVS. Data enim a b, recta linea, bifariam secetur in c, adda ei in directum recta quædam linea b d. Aio quod ex a d, & b d, uquadrata, dupla sunt eorum quæ ex a c, & c d, sunt quadratorum. σ enim per undecimam primi, à puncto c, data rectæ lineæ a d, ad rectos c e: ponaturq; utriq; a c, & c b, æqualis, per certā ipsius pri Constructio
restantur deinde a e, & e b, per primum postulatū. Et per e pun- figuræ.
si a d, parallela ducatur e f, non & per punctum d, ipsi c e, pa-
l f, per trigessimam primam eiusdem primi. In parallelas igitur c e, &
ita linea incidens e f, interiores & ad easdem partes angulos c e f,
l bini rectis per uigesimā nonam primi, efficit æquales. Atqui b e f, an-
nior est ipso c e f: duo itaq; anguli b e f, & e f d, à recta e f, in
d f, rectas incidente causati, binis rectis sunt minores. Productæ igitur
f d, ad partes b, d, tandem concurrent, per quintum postulatū. Pro-
ur igitur, per secundum postulatū, & conueniant in puncto g: & cō-
r a g, per primum postulatū. Cum igitur a c, sit æqualis ipsi c e:
quintum primi angulus c a e, æqualis angulo a e c. Et quoniam triā
a c, tres anguli, binis sunt rectis æquales, per trigessimam secundam pri
us est autem qui ad c. Reliqui igitur c a e, & a e c, anguli, uni re-
t æquales: qui cum sint æquales adinuicem, uterque dimidius est re-
iterque propterea c e b, & e b c, qui ad basin e b, isoscelis e c b, re-
idius est. Ergo totus a e b angulus, est rectus. Insuper, quoniam per tri-
nsecundam primi, trianguli b d g, tres anguli, sunt æquales duobus

rectis: rectus autem est qui ad d (nam equalis alterno e c d , per vigesimam nonā primū) et d b g , recti dimidiū est (equalis siquidē ad uerticē posito c b e , per quintādecimā ipsius primū) reliquus igitur angulus b g d , dimidiū itidē est recti. Ambo ergo d b g , et b g d , anguli, eidem (hoc est dimidio unius recti) sunt æquales: et æquales propterea adinuicē, per primā communem sententiam. hinc b d , latus, ipsi d g , lateri, per sextā primū responderet æquatur. Præterea, quoniam e f g , trianguli, tres anguli binis rectis, per eandem trigessimā secundā primū, sunt rursus æquales: rectus est autem qui ad



f (nam equalis opposito qui ad c , per trigessimā quartā eīusdem primū) et e g f , recti dimidiū est: reliquus igitur f e g , dimidiū itidē est recti. Aequalis igitur est angulus f e g , ipsi e g f , per primā communem sententiam: et latus consequenter e f , lateri f g , per sextā eīusdem primū æquale.

Demonstratio
theorematis.

Hic ita demonstratis, quoniam equalis est a c , ipsi c e : quod igitur ex a c , quadratum, æquum est ei quod ex c e , fit quadrato, per corollarium quadragesimæ sextæ ipsius primū. Eis porro quæ ex a c , et c e sunt quadratis: æquū est id, quod ex a e , describitur, per quadragesimā septimā primū. Quod igitur ex a e fit quadratum, duplum est eius quod ex a c . Item, quoniam equalis est e f , ipsi f g : quæ ab ipsis describuntur quadrata, sunt rursus adinuicem æqualia. Eisdem porro quæ ex e f , et f g , sunt quadratis, æquum est ex e g , descriptum quadratum, per eandem quadragesimā septimā primū: rectus est enim qui ad f , angulus. Quod igitur ex e g , fit quadratū, duplum est eius quod ex e f . Aequalis autem est e f ipsi c d , per trigessimā quartā primū: et quæ ab æqualibus rectis describuntur quadrata, æqualia sunt adinuicem, per ipsum quadragesimæ sextæ primū corollarium. Quod igitur ex e g , fit quadratum, duplum est eius quod ex c d . Ostendimus autem descriptum ex a e , quadratum duplū itidē fore, eius quod fit ex a c . Quæ igitur ex a e , et e g , utraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a c , et c d , sunt quadratorum. Eis autem quæ ex a e , et e g , sunt quadratis, æquum est rursus quod ex a g , describitur, per ipsam quadragesimā septimā primū: rectus est enim a g , angulus. Descriptum itaque ex a g , quadratum, duplum est eorum quæ ex a c , et c d , sunt quadratorum. Eisdem quod ex a g , fit quadrato, æqualia sunt quæ ex a d , et d g , quadrata describuntur, per sæpius allegatam quadragesimā septimā primū: quoniam a d g , angulus, rectus est. Ergo descripta ex a d , et d g , quadrata, eorum quæ ex a c , et c d sunt quadratorum, dupla sunt. Aequalis porro ostensa d b , ipsi d g : et unius propterea quadratum, alterius quadrato æquum fore necessum est. Quod igitur ex tota a b , cum adposita b d , et quod ex eadem b d , adposita, utraque quadrata: dupla sunt eius quod ex a c , dimidia, et eius quod ex adiacente dimidia c b , et adiuncta b d , tanquam ex una descriptorum quadratorū. Quod demonstrare oportebat.

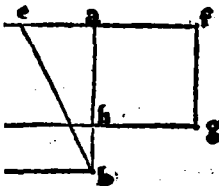
Πρόβλημα α, Πρόβσις ικ.
 ὅτι δοθέντων ἑνὸς αὐτῶν τεμνῶν, ὅστις τὸ ὑπὸ τῆς ὀλῆς ἐκ τῶν ἰσίων
 ἀμφοτέρω πρὸς ἑαυτὸν ὁρθογώνιον, ἔστω ἂν ἑστὶ ἀπὸ τῆς λοιποῦ
 ἀμέτρου τετραγώνου.

Problema 1, Propositio II.

Rectam rectam lineam secare: ut quod ex tota & altero se-
 mento comprehensum rectangulum, æquum sit ei
 quod fit ex reliquo segmento quadrato.

TIVS. Cesto recta linea a b: quam oporteat ita secare, ut quod ex
 & altero segmento comprehenderetur rectangulum, æquum sit ei quod
 segmento fiet quadrato. Ex a b, igitur, describatur quadratum a b
 uadagesimam sextam primi. Ipsa postmodum c a, bifariam sece-
 reto c, per decimam ipsius primi: & per primum postulatam, con-
 c b, recta. Producat deinde c a, in rectum versus f, per secun-
 dationem: atque ipsi b c, secetur æqualis e f, per tertiam primi. Per
 um quadragesimam sextam primi, describatur ex a f, quadratum a
 per idē secundū postulatū, producat g b, directē in k. secta est
 , in puncto h: idque tali ratione, ut quod sub a b, & b h, cōprehē-
 angulū, æquum sit ei quod ex a b, fit quadrato. Recta enim linea
 est bifariam in puncto c, cui in rectum adposita est a f: compre-
 itur sub c f, & f a, rectangulum, una cum quadrato quod fit ex e
 est quadrato quod ex e f, describitur, per sextam huius propositio-
 est autem e f, ipsi e b, æqualis: & quæ ab æqualibus rectis qua-
 tribuntur, sunt adinvicem æqualia. Comprehensum igitur sub c f,

Confirmatio
 problematis.



& f a, rectangulum, una cum quadrato,
 quod fit ex e a, æquum est ei quod ex e b,
 describitur quadrato. Quadrato rursum quod
 fit ex e b, æqualia sunt quæ ex e a, & a b,
 describuntur quadrata, per quadragesimā sep-
 timam primi. Rectangulum igitur quod sub
 c f, & f a, continetur, una cum eo quod
 ab e a, fit quadrato: æquatur eis, quæ ex e

sunt quadratis. Auferatur quadratum quod ex e a, utrique com-
 mum ergo quod sub c f, & f a, continetur rectangulum: æquum
 d ex a b, describitur quadrato, per tertiam communem sententiā.
 b c d, quadratum e' id, quod fit ex a b: & c g, rectangulum,
 quod sub c f, & f a, cōtinetur: æqualis est enim f g, ipsi f a, sunt
 lem quadrati latera. Rectangulum igitur c g, æquum est qua-
 c d. Auferatur pars c h, utrique communis. Reliquum itaque re-
 d h, reliquo a g, quadrato, per eādem tertiam communem sententiā
 . Porro d h, rectangulum, æquū est ei quod sub a b, & b h, segmen-
 etur: est enim b d, ipsi a b, æqualis, per ipsius quadrati diffinitio-
 uero, æquum est ei quod ex b a, reliquo segmento fit quadrato:

I ij descriptum

descriptum est enim ex a f , quæ ipsi a b , rursum æquatur. Comprehensum er
go sub a b , & b b , rectangulum, æquū est ei quod ex a h , sit quadrato. Data
igitur recta linea a b , tali ratione secta est in puncto h : ut comprehensum sub
tota a b , & uno segmentorum (utpote b h) rectangulum, æquum sit ei quod
ex reliquo segmento h a , sit quadrato. Quod faciendum suscepimus.

Θεώρημα 1α,

Πρόθεσις 16.

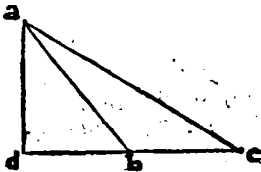
ΕΝ οἷς ἀμβλυγώνιοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τῶν ἀμβλῶν γωνίας ὑποστρεφουσιν πλευρᾶς τετραγώνου, μᾶλλον δὲ τῶν ἀπὸ τῶν τῶν ἀμβλῶν ποδὲχουσιν πλευρῶν τετραγώνων, ἢ ποδὲχουμένης δις ὥστε μᾶλλον τῶν ποδῶν τῶν ἀμβλῶν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεὶς ἢ καθέτω πρὸς τὴν, ἢ πρὸς τὴν ἀπολαμβανόμενης ἐκτός ὥστε καθέτω πρὸς τὴν ἀμβλῶν γωνίαν.

Theorema II,

Propositio 12.

IN obtusiangulis triāgulis, quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiūt ad obtusum angulum comprehendentibus lateribus quadratis: comprehēso bis sub vno eorum, quæ sunt circa obtusum angulum, in quod protractum cadit perpēdicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum.

ORONTIUS. Sic triangulum obtusangulum seu amblygonium $a b c$, habens obtusum angulum qui ad b . producat ergo $c b$, latus in rectum versus d , per secundam postulatum: & per duodecimam primi, à dato puncto a , in productum latus $c b$, perpendicularis ducatur à d . Aio quod descriptum ex $a c$, quadratum, eis quæ ex $a b$, & $b c$, sunt quadratis, maius est comprehenso bis sub $c b$, & $b d$, rectangulo. Cum enim recta $c d$, utriusque facta sit in b : descriptum igitur ex $d c$, quadratum, æquum est eis quæ ex $d b$, & $b c$, quadratis, & ei quod bis sub $d b$, & $b c$, comprehenditur rectangulo, per quartam huius sectionis li. His autem æqualibus, addatur commune quadratum quod ex $a d$, quæ igitur ex $a d$, & $d c$, utraque quadrata, æqua sunt eis quæ ex $a d$, & $d b$, & $b c$, sunt quadratis, & bis comprehenso sub $d b$, & $b c$, rectangulo. Quadratis porro quæ ex $a d$, & $d b$, æquum est id quod fit ex $a b$, per quadragesimam septimam primi: rectus est enim angulus qui ad d . Qua-



a
 d b c

datur igitur quæ ex a , & d , c , eis quæ fi-
 nunt ex a , b , & b , c , quadratis sunt æqua-
 lia, & ei quod bis sub d , & b , c , contie-
 netur rectangulo. Quadratis rursum quæ ex
 a , d , & d , c , æquum est quadratum quod
 ex a , c , per eandem quadragesimam septimā
 primi. Quod igitur ex a , sit quadratum,
 æquum est eis quæ ex a , b , & b , c , sunt quadratis, & comprehenso bis sub
 d , & b , & b , c , rectangulo. Superat igitur descriptum ex a , c , quadratum, ea quæ
 ex.

ex a , & b , & c , sunt quadrata: comprehenso bis sub c , & b , & d , rectangulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygoniis triangulis, & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα 16,

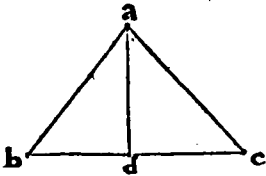
Πρόβις 17.

EN ὁξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τοῦ πλάτους ὀξείας γωνίας ὑποτέτης πλευρᾶς τετραγώνου, ἐλάττω δὲ τῶν ἀπὸ τῶν τῆς ὀξείας γωνίας περιεχσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ ὅτις ὑπότις μίαν τῶν περι πλάτος ὀξείας γωνίας ἐφ' ἣν ἡκούμετο περιττῆς, ὅτι ἀπολαμβανομένης ὅττος ὑπὸ τῆς καθεύτης πρὸς τῆς ὀξείας γωνίας.

Theorema 12, Propositio 13.

IN oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum subtendente latere fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.

ORONTIVS. Sit datum oxygonium, siue acutiangulum triangulum, a b c , & datus in eo acutus angulus qui ad b . Ducatur itaque in latus b c , à puncto a , quod in eo non est, perpendicularis a d : per duodecimam primi. Dico quadratū quod fit ex a c , minus esse eis quæ ex a b , & b c , hanc quæ Summaria dicitur, comprehenso bis sub c b , & b d , rectangulo. Recta siquidem linea b theorematibus c , secta est utrunque in puncto d : quod igitur ex tota c b , & segmento b d , ostensio. utraque quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub tota c b , & eodem segmento b d , rectangulo, & ei quod ex reliquo segmento d c , fit quadrato: per septimam huius secundi. Addatur ipsi æqualibus cōmune quadratū, quod fit ex



a d : quæ igitur ex c b , & b d , & d a , fiunt quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub c b , & b d , rectangulo, & eis quæ ex a d , & d c , fiunt quadratis, per secundam communem sententiam. Eis autem quæ ex b d , & d a , fiunt quadratis, æquum est id quod ex a b , describitur, per quadragesimā septimam primi: rectus est enim angulus qui ad d . Igitur quadrata quæ fiunt ex a b , & b c , æqualia sunt bis sumpto sub c b , & b d , rectangulo, & eis quæ ex a d , fiunt quadratis. Eisdem porro quæ ex a d , & d c , fiunt quadratis, æquum est rursus id quod ex a c , describitur, per eandem quadragesimā septimam primi: rectus est enim, qui sub a d c , angulus. Quæ igitur ex a b , & b c , utraque quadrata, æqua sunt bis comprehenso sub c b , & b d , rectangulo, & ei quod ex a c , est quadrato. Superatur ergo id quod ex a c , fit quadratum, ab ijs quæ ex a b , & b c , fiunt quadratis, comprehenso bis sub c b , & b d , rectangulo. In oxygoniis itaque, vel acutiangulis triangulis, & c. ut in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Iij.

Corol.

Corollarium.

¶ Hinc facile colligitur, huiusmodi perpendicularem, in reſtangularis triangulis, neceſſariò coincidere ſuper ipſius trianguli latus, hoc eſt, neque intra, neque extra triangulum: in amblygoniis uerò extra, & in oxygoniis intra. Non poſteſt enim perpendicularis ipſa in amblygoniis neque in oxygoniis triangulis, cū ipſo trianguli latere conuenire: obtuſus enim uel acutus angulus, foret æqualis recto, contra undecimam & duodecimam diffinitionem primi. Similiter nec in amblygoniis intra, uel in oxygoniis extra poteſt incidere: tunc enim trianguli exterior angulus, minor eſſet interiore & ex oppoſito, contra decimamſextam ipſius primi. ¶ Nec te fugiat inſuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur trianguli: uerùm etiam habere, de quocunq; latere angulum acutum, tam in reſtangularis quàm amblygoniis triangulis ſubtendente.

Notandum.

Τὸ ἀποδύει ἐν τῷ ἑκτῷ ἰσὺν τετραγώνου οὐκ ἔστι.

Problema 2, Propoſitio 14.

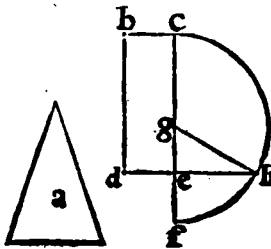
Dato reſtilineo, æquum quadratum conſtituere.

14

Vt conſtituatur quadratum conſtituere. In primis ergo ipſi a, reſtilineo, æquale conſtituatur da figura.

ORONTIVS. ¶ Eſto datum reſtilineum a, cui oporteat æquale parallelogrammum reſtangularum b c d e: per quadrageſimam quintam primi. ſi igitur c e, & e d, latera, fuerint adinuicem æqualia, conſtabit iam ipſius problematis intentio: erit enim b c d e, parallelogrammum quadratum. At ſi latus c e, ipſi e d, non fuerit æquale, alterum eorum erit maius: eſto maius c e. Producatuſ igitur c e, in reſtum uerſus f, per ſecundum poſtulatũ: detũrque e f, ipſi e d, æqualis, per tertiam primi. Recta in ſuper c f, diuidatur biſariam in puncto g, per decimam eiſdem primi. Et centro g, inter-

uallo autem g c, aut g f ſemicirculus deſcribatur c b f, per tertium poſtulatũ. Et per ſecundum poſtulatũ, producatuſ d e, in reſtum uſque ad h: & connectatur g h, recta, per primum poſtulatũ. His ita conſtructis, quoniam recta linea c f, ſecta eſt in æqualia in g, & in non æqualia in puncto e: reſtangularum igitur comprehenſum ſub c e, & e f, uſnà cum quadrato quod ex e g, æquum eſt ei, quod à diuidia g f, deſcribitur quadrato, per quintam huius. Aequalis eſt autem g f, ipſi



Demonſtratur problema.

g b, per decimam quintam diffinitionem primi: & ab æqualibus lineis reſtis, æqualia deſcribuntur quadrata, per corollarium quadrageſimæ ſextæ primi. Comprehenſum igitur ſub c e, & e f, reſtangularum, una cum quadrato quod ab e g: æquum eſt ei quod ex g h, ſit quadrato. Et porrò quod ex g h, ſit quadrato, æqualia ſunt ea, quæ ex g e, & e h, deſcribuntur, per quadrageſimam ſeptimam primi: reſtus eſt enim angulus qui ad e, per decimam tertiam, aut uigeſimam nonam ipſius primi. Comprehenſum igitur ſub c e, & e f, reſtangularum,

gulum, una cum eo quod ex g e , fit quadrato: æquū est illi, quæ ab eadem g e , & ipsa e b , sunt quadratis. Tollatur id quod ex g e , fit quadratum, utrisque æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum sub c e , & e f , comprehensum, æquum erit descripto ex e b , quadrato: per tertiam communem sententiam. Ipsi porro sub c e , & e f , comprehenso rectangulo, æquum est b c d e , parallelogrammum: ipsa enim e f , data est æqualis e d . Igitur b c d e , parallelogrammo, æquum est id quod ex e b , fit quadratum, per primam communem sententiam. Eidem rursum b c d e , parallelogrammo, æquū est datum a , rectilineum, per constructionem. Per eandem itaque primam communem sententiam, dato a rectilineo: æquum est id quod ex e b , fit quadratum. Quod fuerat in primis constituendum.

SECYNDI LIBRI GEOMETRICO-
RVM ELEMENTORVM.
FINIS.

Orontij Finæi Delphi- NATIS, REGII MATHEMATICARUM professoris, in tertium elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Οροι.

Ισοὶ κύκλοι ἐσὶν, ὧν αἱ διαμέτροι ἐσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι ἐσὶν.

Diffinitiones.

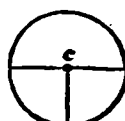
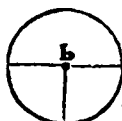
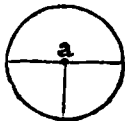
Circulorum
inæqualiū cō-
traria diffini-
tio.



Equales circuli sunt, quorum dimetientes sunt æquales: vel quorum quæ ex centris sunt æquales.

Quales tibi representant subscripti a, & b, circuli. Hinc patet circulorum non æqualium diffinitio. Quorum enim dimetientes, vel quæ ex centris fuerint inæquales, & ipsi quoque inæquales sūt circuli. Maior

autē erit, cuius
dimetiēs,
uel quæ ex
cētro maior:
minor uerò,



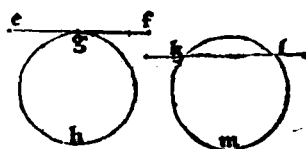
cuius dimetiens, uel quæ ex cētro minor extiterit. Veluti sunt c & d, circuli: quorum c, maior est ipso d.

Εὐθεῖα κύκλῳ ἐφ' ᾧ πηδᾷ λέγεται, ἥτις ἀποθμύει τὸν κύκλῳ ἐκβαλλομένη, ὅν τέμνει τὸν κύκλῳ.

Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non secat.

Quæ circuli
secat.

Hanc tibi representat e f, tangēs circuli g h, in puncto quidem g. Quæ igitur cadit intra circulum: eiecta, circulum secare perhibetur: ueluti recta k l, quæ datum k l m, circulum interfecat.



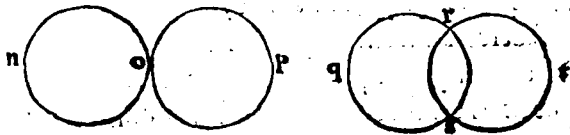
Κύκλοι ἐφ' ᾗ πηδᾷ ἀλλήλων λέγονται

οἱ τῶν ἀποθμύοντων ἀλλήλων, ὅ τε μὴ πηδῶν, ἀλλήλους.

Circuli sese tangere adinuicem dicuntur, qui sese adinuicem & tangentes, se non inuicem secant.

Quales

Quales esse uidentur in a, & p, circuli, in o, puncto sese inuicem contin-
gentes. Cum por-
to unius circum-
ferentia, alterius
ingreditur arcu:
tunc huiusmodi



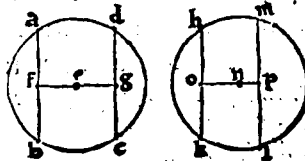
Circuli sese
intersecātes.

di circuli, sese dicuntur intersecare. Veluti circuli q r s, & r s t, in punctis
quidem r, & s, se mutuo intersecantes.

¶ Εμ κύκλῳ ἰσοῦ ἀπέχων ἄ κέντρον ἑνὴν λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ
κέντρου ἐπ' αὐτὰς κἀθετοὶ ἀγόμεναι ἴσαι ᾖσι. μείζον δὲ ἀπέχων λέγεται,
ἐφ' ᾧ ἢ μείζων κἀθετὸν πῖπτει.

- 4 In circulo aequaliter distare à centro rectę lineę dicuntur: cum
à centro in eas perpendiculares ductę sunt æquales. Magis au-
tem distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

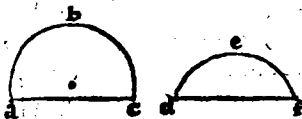
Quemadmodum in a b c d, circulo, cu-
ius centrum e, existentes lineę rectę a b, &
c d, æqualiter ab eodem centro e, distare cen-
sentur: propterea quod e f, & e g, perpendi-
culares, sunt inuicem æquales. In circulo por-
to b k l m, cuius centrum n, plus distare di-
citur b k, à centro n, quàm l m: quoniam
perpendicularis n o, maior est n p.



¶ Τμήμα κύκλου, ὅστις τὸ περιχώρητον γῆμα, ὑπὸ τῆς ἐνθείας καὶ κύ-
κλου περιφύσσας.

- 5 Sectio circuli, est figura comprehensa sub recta linea, & circu-
li circumferentia.

In exemplum habes a b c, & d e f, cir-
culorum sectiones: sub rectis a c, & d f, &
a b c, atque d e f, circumferentijs compre-
hensas. Quatum a b c, centrum includens,
maior est ipsa d e f, extra centrum constituta.



Sectio, ma-
ior, minor.

¶ Τμήμα τῆς δὲ γωνίας ὅστις, ἢ περιχομένη ὑπὸ τῆς ἐνθείας, ὁ κύκλου
περιφύσσας.

- 6 Sectionis angulus, est qui sub recta linea, & circuli circumferē-
tia comprehenditur.

Cuiusmodi est angulus b a c, antecedentis descriptionis: sub a c, recta, &
a b, circumferentia comprehensus: aut e d f, angulus, qui sub recta d f, & d
e, circumferentia continetur. Quos quidem angulos mixtos uocitare solemus: id
est, sub recta & curua linea comprehēsos.

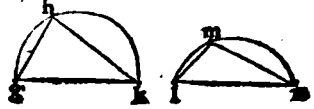
Anguli mi-
xti.

¶ Εμ τμήματι δὲ γωνία ὅστις, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφύσσας τοῦ τμήμα-
τος, λαφύρῃ τὸ σημεῖον, ὁ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς ἐνθείας, ἢ τις

ὅτι βάσις τ' τμήματ' ὅτι ζυγῶσιν ἐνθάδε, ἢ πρὸς ἑκατέρωθεν γωνία
ὑπὸ τῶν ὁμοίων ἐνθάδε.

In sectione autem angulus est: cum in circumferentia sectionis contingit aliquod punctum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est sectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus angulus, sub coniunctis rectis lineis.

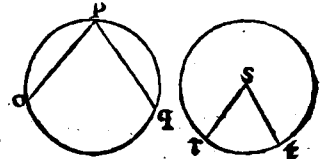
Quemadmodum ex subiectæ descriptionis angulis g b k, & l m n, deprehēdere licet. A puncto enim b, in fines ipsius rectæ lineæ g k (quæ basis dicitur) rectæ lineæ h g, & h k, coniunctæ, angulum ipsum g b k, in data sectione, & ad punctum b, constituentur. Idem censeto de l m n, alterius sectionis, angulo.



Ὅταν δὲ αἱ πρὸς ἑκατέρωθεν γωνίαν ἐνθάδε ἀπολαμβάνοσι ἵσα περιφέρειαν ἑκάστης λεγεται διευκρίναι ἡ γωνία.

Cum verò comprehēdentes angulum rectæ lineæ, aliquā suscipiunt circumferentiam: in illa angulus esse dicitur.

Veluti sunt o p, & p q, lineæ rectæ, angulus qui ad punctū p, cōprehētes, & o p q, suscipiētes circumferentiā. In ipsa igitur circumferentia o p q, comprehensus angulus esse dicitur. Quod si rectæ lineæ angulū cōstituentes, ad centrum conueniant circuli: cōprehensus tūc angulus in cētro dicitur esse circuli, veluti angulus r s t, sub rectis r s, & s t, ex cētros, prodeūtib: cōprehēsus.



Ὅταν δὲ κύκλῳ ὅτι, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τῷ κύκλῳ σταθῇ ἡ γωνία τὸ πρὸς ἑκατέρωθεν γωνία ὑπὸ τῶν ὁμοίων ἐνθάδε, ἢ ἀπολαμβάνομεν, ὑπὸ αὐτῶν περιφέρειας.

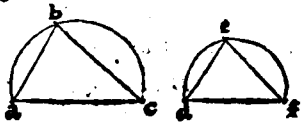
Sector autem circuli est, cū ad centrum circuli steterit angulus, comprehensa figura sub angulum comprehēdentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circumferentia.

Cuiusmodi esse uidetur figura r s t, antecedētis descriptionis, sub rectis lineis r s, & s t, angulum qui ad centrum s, constituentibus, & circumferentia r s, comprehensa. Differt igitur sector, à sectione circuli.

Ὅμοια τμήματα τὰ κύκλῳ ὅτι, τὰ διχομόρφα γωνίας ἴσας, ἢ γὰρ οἱ αἱ γωνία ἴσαι ἀλλήλας εἰσίν.

Similes sectiones circuli sūt, quæ angulos æquos suscipiūt, vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.

Vti subiectæ circuli sectiones a b c, & d e f, in quibus anguli, qui ad b, & e, sūt adinuicē æquales. Quamuis itaque circuli sectiones fuerint inæquales, possunt nihilominus ef,



Angulus in centro.

¶ *similes. Nam similitudo sectionum, respicit tantummodo susceptorum angulorum aequalitatem: non autem datarum sectionum magnitudinem. quemadmodum angulorum magnitudo, non linearum angulos ipsos comprehendentium quantitatem: sed earundem linearum solam respicit inclinationem.*

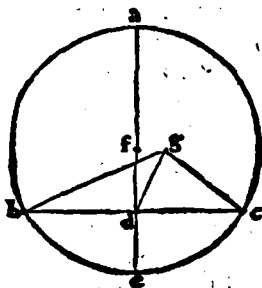
Τὸ ὁλοκλήρως κύκλος καὶ πρὸς τοῦ ἐν ἑαυτῷ.
Πρόβλημα α, Πρόβλημα β.

Problema 1, Propositio 1.

¶ *Ati circuli, centrum inuenire.*

DORONTIVS. *Est datus a b c, circulus: cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipso a b c, circulo, recta quaedam linea b c quae bifariam secetur in d, per decimam primi. Et à puncto d, data recta linea b c, ad angulos rectos excitetur d a, per undecimam eiusdem primi: producatúrque in rectum usque ad e, per secundum postulatam. Secetur tandem a e, bifariam in puncto f, per ipsam decimam primi. Dico, quod f punctum, centrum est ipsius dati a b c, circuli. Si enim non fuerit in a e, linea recta, erit igitur extra eam. esto (si possibile sit) in g: et connectantur g b, g d, et g c, rectae, per primum postulatam. Et quoniam b d, ipsi d c, est aequalis, et utrique com-*

*Demonstratio
munitis d g: binæ igitur b d, et d g, trianguli ab impossibili*



b d g, duabus g d, et d c, trianguli g d c, sunt altera alteri aequales. Basis quoque b g, basi g c (si g, foret centrum circuli) per decimam quintam primi diffinitionem esset aequalis. Per octauam igitur ipsius primi, angulus b d g, angulo g d c, sub æquis lateribus comprehenso, respondentem æquaretur. Recta itaque linea g d, incidens in rectam b c, efficeret utrobique angulos æquales: ergo rectos, per decimam primi diffinitionem. Rectus igitur esset b d g, angulus.

Atqui b d a, rectus est, per constructionem: suntque recti omnes æquales adinuicem, per quartum postulatū. Et b d g, itaque angulus, æquus esset angulo b d a: totus uidelicet sue parti, contra nonam communem sententiam. Recta enim d a, cadit inter b d, et d g: diuiditque propterea angulū b d g. Non est igitur centrum a b c, circuli, in g. Haud dissimiliter ostendemus, quod nec alibi quàm in puncto f. Igitur f, centrum est dati circuli a b c. Quod inueniendum fuerat.

Corollarium.

¶ *Si igitur in circulo recta linea, aliā quandā rectam lineam bifariam, et ad rectos secuerit angulos: in ipsa diuidente erit centrum dati circuli.*

Θεώρημα α, Πρόβλημα β.

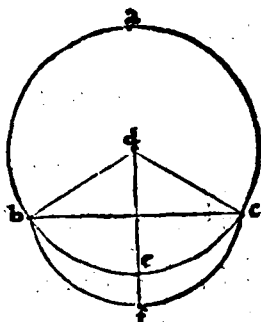
EΑ κύκλος ὡς τὸ περιφραγὲς λεγόμενον δύο τυχόντα σημεῖα, ἢ ὡς ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιφέρων ἑνὶ ἑκάστῳ ἑνὶ τῶν πρὸς αὐτῷ κύκλῳ.
Theorema 1, Propositio 2.

SI in circuli circumferentia duo fuerint pūcta, utcūque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipsum circulum cadit.

K ij

ORONTIVS. Sit $a b c$, circulus: in cuius circumferentia sint b, c , ut, cunque contingant puncta. Aio quod connexa ex b , in c , recta linea, cadit intra circulum $a b c$: si enim non cadit intra, coincidit igitur in comprehensam circumferentiam, uel cadit extra circulum. Atqui recta ipsa, cum ipsius circuli circumferentia minime potest convenire: non differret enim rectum a curuo. Ca-

Ostensio rursum per impossibile.



dat igitur, si possibile sit, extra circulum $a b c$: et inuenio ipsius circuli centro d , per primam huius, susceptoque puncto e , in $b c$, circumferentia: connectantur $d b$, $d e$, et $d c$, recta linea, per primum postulatam: producatique per secundum postulatam, recta $d e$, in directum usque ad f , hoc est, in eam quae extra cadere concessa est. Erunt igitur $d b$, $d e$, et $d c$, adinvicem aequales, per decimam quintam diffinitionem primi: et $d f$, insuper maior ipsa $d e$, per nonam communem sententiam. Triangulum itaque erit $d b f c$, atque

isofceles: quoniam $d b$, aequalis est ipsi $d c$. Unde per quintam primi, anguli $d b c$, et $d c b$, qui ad basin $b f c$, erunt adinvicem aequales. Triangulum insuper erit $d b f c$, et ipsum $b f c$ latus, productum in c : exterior igitur angulus $d f c$, maior erit interiore et ex opposito $d b f$, per decimam sextam ipsius primi. Ipsi porro $d b f$, angulo, ostensus est aequalis $d c f$: et $d f c$, igitur angulus, ipso $d c f$, angulo maior erit. quae enim sunt aequalia, eiusdem sunt aequae minora, per septimae communis sententiae conversionem. In triangulo igitur $d c f$, angulus qui ad f , maior erit angulo qui ad c . Omnis porro trianguli maius latus sub maiori angulo subtenditur per decimam octavam eiusdem primi. maius igitur erit latus $d c$, ipso $d f$. Ipsi autem $d c$, aequalis est $d e$, ut nuper ostendimus. Et $d e$, igitur maior erit ipsa $d f$, minor uidelicet maiore, seu pars toto: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Non cadit igitur connexa ex b , in c recta, extra circulum $a b c$, neque in circumferentiam $b c$: igitur intra. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα β, Πρόβλησις γ.

ΕΑν γὰρ κύκλω ἐνθεῖται τις ὁδὸς ἢ κέντρον, ἐνθεῖται τινὰ μὴ δὲ τὸ κέντρον διχα τέμνῃ, ἢ πρὸς ὁρθὰς αὐτῷ τέμνῃ, ἢ καὶ πρὸς ὁρθὰς αὐτῷ τέμνῃ, ἢ διχα αὐτῷ τέμνῃ.

Theorema 2, Propositio 3.

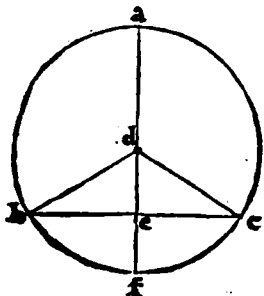
SI in circulo recta linea quaedam per centrum extensa, quaedam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescat, bifariam quoque ipsam secabit.

ORONTIVS. Sit $a b c$, circulus, et illius centru d : recta uero linea per idem centrum extensa sit $a f$, quae aliam quandam rectam lineam $b c$,

non

non ductam per centrum, bisariam imprimis facit in puncto e. Aio quod & ad rectos eam simul discescit angulos. Connectantur enim d b, & d c, rectæ, per primum postulatum. Cum igitur ex hypothesi recta b e, sit æqualis e c, & e d, utrique communis: binæ igitur b e, & e d, trianguli b e d, duabus d e, & e c, trianguli d e c, sint æquales altera alteri: basis quoque b d, b a si d c, est æqualis, per decimam quintam diffinitionem primi. Angulus ergo b e d, angulo d e c, sub æquis lateribus cōprehensō, per octauā ipsius primi, est æqualis. Recta itaq; d e, consistēs super rectam b c, efficit utrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiusdem primi diffinitionem. Rectus est igitur uterque angulorum qui sub b e d, & d e c.

Pars secūda
conuersa præ
cedentis.



sum eadem a f, datam ipsam b c, ad rectos angulos. Dico quod & bisariam eandem uersa uice diuidet. Eadem nanque figuræ manente dispositione, quoniam æqualis est d b, ipsi d c, per circuli diffinitionem, æquus est proinde angulus d b c, angulo d c b, per quintā primi. Rectus insuper d e b, recto d e c, itidem æqualis est, per quartum postulātū. Reliquus igitur angulus b d e, reliquo e d c, per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis.

Bina itaque triacula b d e, & d e c, habet duo latera b d, & d e, binis lateribus e d, & d c, æqualia alterum alteri (nam b d, ipsi d c, est æquale, & d c, utrique commune) & angulum angulo æqualem sub æquis lateribus contentum. Basis igitur b e, basi e c, per quartam eiusdem primi est æqualis. Propterea hæc secunda pars ita demonstrari: quoniam uterque angulorum, qui circa e, rectus est, per hypothesin: rectangula igitur sunt b e d, & d e c, triacula. Quæ igitur ex b e, & e d, utraque sunt quadrata, æqua sunt ei quod ex b d, similiter & quæ ex d e, & e c, ei quod sit ex d c, per quadragesimam septimam primi. Quadrata porro quæ sunt ex b d, & d e c, æqualia sunt adinuicem, per quadragesimæ sextæ primi libri corollarium: recta enim b d, ipsi d c, est æqualis, per decimam quintam ipsius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia sunt: ea sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiā. Quæ igitur ex b e, & e d, sunt quadrata, æqua sunt eis, quæ ex d e, & e c. Tollatur commune quadratum quod sit ex e d: reliquum ergo quadratū quod ex b e, reliquo quod sit ex e c, per tertiam communem sententiam est æquale. Æqualia porro quadrata sunt, quæ ab æqualibus rectis describuntur: per idē corollarium quadragesimæ sextæ primi libri. Æqualis est igitur b e, ipsi e c. Itaque si in circulo recta linea quædam: & quæ sequuntur reliqua. Quod demōstrare oportebat.

Θεώρημα γ, Πρόβρις δ.

Εὰν γὰρ κύκλῳ δύο ἐνθεῖαι τμήνωσιν ἀλλήλας, καὶ διὰ τῆς κέντρου ἑσσεαι, ὁ τμήνωσιν ἀλλήλας διχῶ.

K iij

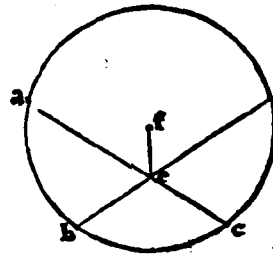
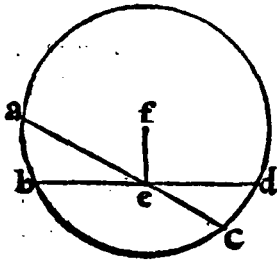
Theo-

Theorema 3, Propositio 4

SI in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint, non per centrū extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt.

ORONTIVS. Cesto datus a b c d, circulus: in quo binæ rectæ lineæ a c, & b d, nō per centrū extensæ, sese inuicē secēt in pūcto e. Aio quòd altera alterā bifariā nō secat in eodē pūcto e: utpote, si a c, secuerit bifariā ipsam b d, eadē niblominus a c, ab ipsa b d, bifariam non diuidetur. Inueniatur enim centrū dati circuli a b c d, sitque illud f, per primam huius: & connectatur e f, recta, per primū postulatū. Si igitur a e, ipsi e c, fuerit æqualis: re-

Demonstratio ab impossibili, & ad rectos igitur angulos, per tertiā huius. Rectus erit itaque a e f, angulus. Haud dissimiliter si b e, sit æqualis ipsi e d: eadem e f, per centrum educta, ipsa b d, nō per centrū extensam, bifariam



gulus. Haud dissimiliter si b e, sit æqualis ipsi e d: eadem e f, per centrum educta, ipsa b d, nō per centrū extensam, bifariam

& ad rectos quobue secabit angulos, per eandē tertiā huius. Rectus erit igitur angulus b e f. Atqui rectū idē fore monstrauimus a e f, angulū: sūntq; recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatū. Aequus erit igitur b e f, angulus ipsi angulo a e f. Angulus porro a e f, est pars ipsius b e f, anguli: recta siquidem e a, cadit inter b e, & e f, rectus, diuiditque propter ea ipsum angulum b e f. Totus itaque b e f, angulus, suæ parti a e f, erit æqualis: quod per nouam communē sententiā est impossibile. Si in circulo igitur a b c d, binæ rectæ lineæ a c, & b d, sese inuicē secuerint, nō per centrū extensæ, sese inuicem bifariam non secabūt. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θώρυμα δ', Πρόθεσις 1.

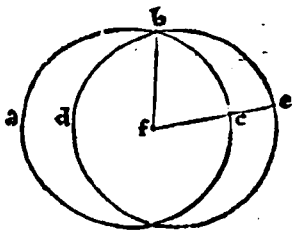
EΛΛ' ΔΥΟ ΚΥΚΛΟΙ ΤΕΜΝΟΥΝΤΙ ΑΛΛΗΛΟΥΣ, ΞΚ' ΕΣΤΑΙ ΑΥΤῶΝ ὁ ΑΥΤὸ ΚΕΝΤΡΟΝ.

Theorema 4, Propositio 5.

SI bini circuli sese inuicem secuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. Cbini enim circuli a b c, & d b e, sese inuicem secēt in duobus pūctis, quorum alterum sit b. Dico quòd ipsorum circulorum non est idem centrum. si enim fuerit possibile, ut idem habeant centrum: e'io illud f. & connectantur f b, & f c, per primum postulatū: extendaturque per secundum postulatū, eadē f c, in rectū usque ad e. si igitur f, pūctum fuerit centrum circuli a b c, erit f c, ipsi f b, æqualis, per decimā quintam

Ostensio rursum ab impossibili.



quintam diffinitionem primi. si idem quoque punctum f, centrum extiterit ipsius d b e, circuli: æqualis rursus erit f e, eidem f b, per eandem decimanquintam diffinitionem: produceturs enim f b, ex communi centro in utriusque circuli circumferentiam. Binæ igitur f c, et f e, eidem f b, erunt æquales: et æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Aequalis igitur erit f e,

ipsi f c. atqui f c, pars est ipsius f e: totum igitur esset æquale suæ parti. Omne porro totum est sua parte maius, per nonam communem sententiam: igitur punctum f, non est commune centrum datorum a b c, et d b e, circulorum. Si bini itaque circuli: et quæ sequuntur reliqua. Quod receperamus ostendendum.

Θεώρημα 5.

Πρόβσις 5.

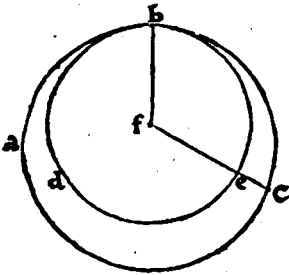
Εἰ δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ὅτ' οὗτοι ἔσονται αὐτῶν τὸ αὐτὸ τὸ κέντρον.

Theorema 5, Propositio 6.

¶ **S** I duo circuli se adinuicem tetigerint: eorum non est idem centrum.

S O R O N T I V S. ¶ De circulis potissimū intelligit Euclides, quorū unus intra aliū collocatur. Tangunt igitur se bini circuli a b c, et d b e, in puncto b.

Dico rursus, quod ipsorū circulorū nō est idē cōmune centrū. Si id enim fuerit Idē qui prius
possibile: esto illud f. et cōnectatur f b, et f e, per primū postulātū: et per se- arguendi mo-
cundū postulātū, extendatur in rectū f e, in punctū c. si f igitur punctū, sit dus ab impos-
sibili.



centrū a b c, circuli: æqualis erit f e, ipsi f b, per decimanquintam diffinitionem primi. Itē si idē punctū f, cētrum fuerit circuli d b e: æqualis rursus erit f e, eidē f b, per eandē decimanquintam ipsius primi diffinitionem: nam f b, ex cōmuni centro, in utriusque circuli produceturs circumferentiam. Binæ igitur f c, et f e, eidē f b, erūt æquales: et propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiā. Ergo f c, æqualis erit ipsi f e. Est

autē f e, pars ipsius f e: totū igitur f c, suæ parti f c, cōæquabiturs: quod per nonam cōmunem sententiā non uidetur esse possibile. Ergo punctum f, non est idem commune centrum eorundem circulorum a b c, et d b e, intus se adinuicem tangentium: nam de ijs qui se tangunt extra, per se fit manifestum. si duo igitur circuli, et c. ut in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα 5.

Πρόβσις 5.

Εἰ κύκλος ὡς ὅτι διαμέτρου λαβὼν ἔσται σμικρὸν, οὐ μὴ δὲ κέντρον ἔχει κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσαπέναντον εὐθεῖαν ἕως πρὸς τὸν κύκλον,

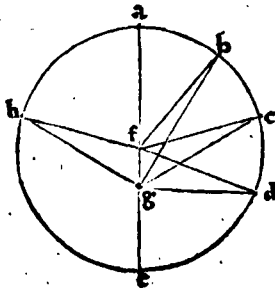
κύκλου, μεγίστη ἢ ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἢ λοιπὴ. τῶν δ' ἄλλων αἰετὶ ἐγγιωρ θλίσσεται κέντρον, θλίσσεται ὑπερβαίνει μείζον ὅστις. δύο δὲ μόνον ἐυθείαι εἰσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσκινούνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα θλίσσεται ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propositio 7.

SI in diametro circuli aliquod contingat punctum quod minimè circuli centrum sit, ab eoque puncto in circum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. Aliarū verò, semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circum cadunt, ad vtrasque partes minimæ.

Pars prima
theorematis.

ORONTIVS. Est datus circulus a c e b, cuius centrum f, dimetiens uerò a f e, et contingens in eo punctum g, quod non est circuli centrū: procidentes autem ex eodem puncto g, in ipsius circuli circumferentiam lineæ rectæ, sint g b, g c, et g d. Aio primum, quod g a, est omnium maxima, et g e, minima: aliarum porro, g b, ipsi g a, propinquior, maior ipsa g e, atque g c, remotiore g d, maior. Connectantur enim f b, f c, et f d, rectæ, per primum postulatū. Cum igitur f a, ipsi f b, per decimam quintam diffinitionem primi, sit æqualis, et utrique communis f g: binæ igitur g f, et f a, duabus g f, et f b, sunt æquales. Porro g f, et f b, maiores sunt ipsa g b: omnis siquidem trianguli binæ latera, reliquo sunt maiora quomodocunque assumpta, per uigesimam primi. Et g a, igitur, ipsa g b, maior est: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquæ maiora, per ipsius sextæ communis sententiæ conuersionem. Item quoniam æqualis est f b, ipsi f c, et g f, rursum utrique communis: binæ igitur g f, et f b, trianguli g f b, duabus g f, et f c, trianguli g f c, sunt æquales altera alteri. Atqui g f b, angulus, maior est ipso g f c, sub æquis lateribus comprehenso: recta enim f c, cadit inter f b, et f g, et diuidit propterea ipsum angulum g f b. Basis itaque g b, basi g c, maior est, per uigesimam quartam primi. Simili discursu, g c, ipsa g d, maior ostendetur. Insuper quoniam f g, et g d, maiores sunt ipsa f d, per ipsam uigesimam primi, et æqua-



lis est f e, ipsi f d, per decimam quintam eiusdem primi diffinitionem: igitur f g, et g d, maiores sunt eadem f e: quæ enim sunt æqualia, eiusdē sunt æquæ minora, per septimæ cōmunis sententiæ cōuersionem. Tollatur communis f g: ergo reliqua g d, reliqua g e, per quintam communē sententiam erit maior. Omnium itaque maximæ est g a, minima uerò reliqua g e: aliarum porro g b, maior ipsa g c, et eadem g c, ipsa g d, itidem maior. Dico præterea, quod ab eodem

ab eodem puncto g , duæ rectæ lineæ coincidunt æquales, ad utraq; partes ipsius g c , minimæ: utpote ipsi g c , æqualis uersus h . Ad datam enim rectâ lineam g f , datumque in ea punctum f , dato angulo rectilineo g f c , æqualis angulus rectilineus constituatur g f h , per uigesimamtertiam primi: connectatur deinde g h , per primum postulatum. Cum igitur f c , ipsi f h , sit æqualis, per decimamquintam ipsius primi diffinitionem, & g f , utrique communis: binæ ergo g f , & f c , trianguli g f c , duabus g f , & f h trianguli g f h , sunt altera alteri æquales: & æquos inuicem comprehendunt angulos, per constructionem. Basis igitur g c , basi g h , per quartam eiusdem primi est æqualis. Cui tandem, quod ipsi g c , ab eodem puncto g , alia quam g h , non cadet æqualis. Si enim id possibile fuerit: aut illa caderet supra punctum h , uel infra. Si ceciderit supra, uersus a : tunc ipsa erit propinquior ei, quæ per centrum, utpote ipsi g a : ergo maior ipsa g h , remotiore, per primam partem iam demonstratam: & maior consequenter ipsa g c . Quod si detur incidere infra punctum h , uersus e : tunc ipsa lineæ, remotior erit ab eadem g a , quæ per centrum: ergo minor ipsa g h , propinquiore, per eandem præostensam primam partem: & minor igitur ipsa g c . Similiter ostendemus quod nec ipsi g h , alia quam g c , dabitur æqualis, ab eodem puncto g , & ad partes b d . De cæteris quibuscunque, idem responderet subsequetur. Igitur si in diametro circuli aliquod contingat punctum, & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum fuerat.

Tertia pars.

Θεώρημα ζ.

Πρόβωσις π.

Εἰν κύκλῳ λαβὼν ὃ σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τῆς σημεῖος πρὸς τὸν κύκλον διαβῶσιν ὑπεῖλαι πᾶντες, ὅν μίαν εἴδη ἢ τὴν κέντρον, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τὴν ἢ πρὸς τὴν κοίλῳ περιφέρειαν, ἢ περιπῆσαν ὑπεῖλαι, μείζου ἢ ἢ δὲ τὴν κέντρον, τῶν δὲ ἄλλων, αἱ ἢ ἔγγιον τῆς κέντρον, ἢ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς, μείζου ἢ εἶσαι. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτῶν περιφέρειαν, ἢ περιπῆσαν ὑπεῖλαι, ἐλαχίστη ἢ ὅσην ἢ μεταξὺ τῶν σημείων καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων αἱ ἢ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, ἢ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἐλαχίστη. δύο δὲ μόνον ὑπεῖλαι ἵσαι προαπισσύνται ἀπὸ τῶν σημείων πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἐκάτερον τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7,

Propositio 8.

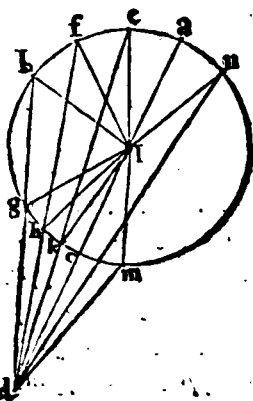
- 8 **S**I extra circulum suscipiatur aliquod punctum, ab eoque puncto ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrum extendatur, reliquæ verò utcunque: In concavam circumferentiam cadentium rectarum linearum, maxima est, quæ per centrum ducta est: Aliarum autem semper ei quæ per centrum transit propinquior, remotiore maior est. In curuam verò circumferentiam cadentium rectarum linearum, minima est, quæ inter punctum & dimetiētē iacet: minimæ verò propinquior, semper remotiore minor

L est.

est. Dux autem tantum rectæ lineæ, ab eo puncto in ipsum circum-
culum cadunt æquales, ad utrasque partes minime.

Pars prima
theorematidis.

ORONTIVS. *U*esto circulus *a b c*, datum uerò punctum extra circum-
d: à quo in ipsum circumulum procidant rectæ lineæ *d a*, *d e*, *d f*, & *d b*, curuam
eiusdem circuli circunferentiam in punctis *g*, *h*, *k*, & *c*, disijcenes: quarum *d a*,
per ipsius circuli centrum (quod sit *l*) extendatur. Duo primum, quòd in *a b*,
concauam circunferentiam, hoc est intra circumulum, cadentium rectarum linearum,
maxima est *d a*, per *l*, centrum educta: & quæ illi uicinior *d e*, remotiore *d f*,
f, maior, eademque *d f*, maior ipsa *b d*. Connectantur enim *l e*, *l f*, & *l b*,
rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam equalis est *l a*, ipsi *l e*, per
decimanquintam diffinitionem primi, & utrique cõmunis *d l*: tota igitur *d a*,
ipsis *d l*, & *l e*, per secundam cõmunem sententiam est equalis. Atqui *d l*, & *l e*,
bina ipsius *d l*, & trianguli latera, sunt maiora reliquo *d e*, per uigesimam primam:
& ipsa igitur *d a*, maior est ipsa *d e*: æqualia enim eiusde sunt æque maiora,
per sextam cõmunis sententiam conuersione. Insuper, quoniam *l e*, ipsi *l f*, per eandem



Pars secunda.

decimanquintam diffinitionem primi est æqua-
lis, & utrique cõmunis *d l*: bina igitur *d l*, & *l e*, trianguli *d l e*, duabus *d l*, & *l f*,
trianguli *d l f*, sunt æquales altera alteri,
per eandem secundam cõmunem sententiã. Ang-
ulus porro *d l e*, maior est ipso *d l f*, sub
æquis lateribus comprehenso: recta, inquit
l f, cadit inter *d l*, & *l e*, & uidetur, quæ pro-
rea ipsum angulũ *d l e*. Basis igitur *d e*, basi
d f, maior est, per uigesimam quartam primi.
Et proinde *d f*, maior est ipsa *d b*. Igitur *d a*,
maxima est, & *d e*, ipsa *d f*, atque *d f*, ipsa
d b, maior. *U*dico præterea, quod incidit in
curuam seu cõuexam circunferentiã *g c*: hoc
est, extra circumulum, minima est *d c*: & quæ

ipsi *d c*, minime propinquior, semper remotiore minor, hoc est, *d k*, ipsa *d b*,
& *d h*, ipsa *d g*. Connectantur enim *l g*, *l b*, & *l k*, rectæ, per primum postu-
latum. Et quoniam trianguli *d k l*, bina latera *d k*, & *l k*, reliquo *d l*, per
uigesimam primam sunt maiora: tollantur *l c*, & *l k*, quæ per decimanquintam
ipsius primi diffinitionem sunt æquales. Reliqua igitur *d c*, reliqua *d k*, per
quintam cõmunem sententiam erit minor. Item quoniam trianguli *d h l*, à
limitibus lateris *d l*, duæ rectæ lineæ *d k*, & *l k*, introsum constituantur:
ipse igitur constituitur, reliquis ipsius trianguli lateribus *d b*, & *h l*, per uige-
simam primam ipsius primi sunt minores. Auferantur *l b*, & *l k*, per ipsam de-
cimanquintam diffinitionem primi, adiuuicem æquales. Reliqua igitur *d k*, re-
liqua *d b*, minor erit, per eandem quintam cõmunem sententiã. Et *d b*, pro-
pterea minor erit ipsa *d g*, minima igitur est *d c*: & quæ illi propinquior *d k*,
minor ipsa *d b*, eademque *d b*, remotiore *d g*, itidem minor. *U*ltimo tandem,

Tertia pars.

quòd

quod binæ tantū æquales, à puncto d , in circulum ipsum $a b c$, cadunt ad utrasque partes ipsius $d c$, minimæ, siue in concavam, siue in curuam inciderint circumferentiam: utpote, ipsi $d b$, unā tantū in primis æqualis, ad alteram partem ipsius $d c$, uersus m . Ad rectā enim $d l$, atque ad datum in ea punctū l , dato angulo rectilineo $d l b$, æqualis angulus rectilineus constituatur $d l m$, per uigesimamtertiam primi: & connectatur $d m$, per primum postulātū. Cū igitur $l b$, ipsi $l m$, sit æqualis, per decimamquintam ipsius primi definitionem, & utrique cōmunis $d l$ binæ igitur $d l$, & $l b$, trianguli $d l b$, duabus $d l$, & $l m$, trianguli $d l m$, sunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, per constructionem. Basis igitur $d b$, basi $d m$, per quartam primi est æqualis. Neque ipsi $d b$, alia cadit æqualis, præter $d m$: & è diuerso. Aut enim caderet inter b , & m , puncta: tūcque minor esset utraque & $d b$, & $d m$, nempe uicinior ipsi $d c$, minimæ, uel caderet extra puncta b , & m , uersus a : & tūc remotior esset ab eadem minima, & propterea maior ipsa $d b$, uel $d m$, per primam partem iam demonstratam. Haud aliter, si angula rectilineo $d l c$, æqualis angulus constituatur $d l n$, per eandem uigesimamtertiam primi, & connectatur recta $d n$, per primum postulātum: ipsa $d n$, ipsi $d c$, cōcludetur æqualis. nec poteris ipsis $d c$, & $d n$, alia dari æqualis: quoniam uel ea erit uicinior ei quæ per centrū, uel ab eadem remotior, quā sint ipsæ $d c$, & $d n$, & proinde utraque maior aut minor, per primam huiusce demonstratio nis partem: quæ simul impossibilia sunt. Non cadunt igitur ab eodem puncto d , in circulum ipsum $a b c$, plures duabus rectis lineis æquales, ad utrasque partes ipsius $d c$, minimæ, aut $d a$, maximæ. Si extra igitur circulum: & c. ut in theoremate. Quod tandem erat ostendendum.

Corollarium.

Quæ igitur à puncto extra circulum dato, in circulum ipsum cadunt rectæ lineæ, ab ipsa minima, uel maxima (quæ per centrū) æque distantes: æquales sunt adinuicem, & è diuerso, siue in concavam, siue in curuam aut conuexam inciderint eiusdem circuli circumferentiam.

Θωρύμα κ, πρόβσις θ.

Εὰν κύκλῳ λαβὴν τίς σημείον ἄλλόν, ἐπὶ δὲ τὸ σημείον πρὸς τὸν κύκλον προσηύψωσιν πλείους ἢ δύο ὑπεῖαι ἴσαι, τὰ λαβόντων σημείον, καὶ τὸν δὲ τὸν κύκλῳ.

Theorema 8, Propositio 9.

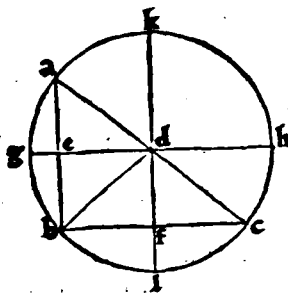
Si in circulo suscipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures quā duæ rectæ lineæ æquales: susceptum punctum, centrum ipsius est circuli.

ORONTIUS. Sit intra circulum $a b c$, susceptum punctum d , à quo in eundem circulum cadant plures quā duæ rectæ lineæ inuicem æquales, $d a$, $d b$, & $d c$. Aio quod punctum d , est centrum ipsius circuli $a b c$. Connectantur enim $a b$, & $b c$, rectæ, per primum postulātum: seceturque bisectā $a b$, in puncto e , & $b c$, in puncto f , per decimam primi, connectantur rursus $d e$, & $d f$, per idem primum postulātum: & per secundū postulātum, producat in

L ij

directum

Hoc theorema directum utrobique ad puncta quidem g, b & k , l. Cum igitur a, e , sit a ma aliter o-qualis e, b , & utrique communis e, d , bini igitur a, e , & d , trianguli a stendi potest, e, d , duobus b, e , & e, d , trianguli b, e, d sunt equales alteri: basibus quo-que d, a , basi d, b , per hypothesin est equalis. Angulus igitur a, e, d , equalis est per octavam primi, angulo b, e, d : & proinde uterque re-ctus, per decimam ipsius primi diffinitionem. Recta igitur g, b , rectam ab , bisariam & ad rectos angulos intersecat, in discescente itaque g, b , erit centrum ipsius a, b, c , circuli, per co-rollariū primæ huius tertij. Haud dissimili via ostendetur, eiusdem circuli centrum fore in re-cta k, l . In utraque igitur & g, b , & k, l , est centrum dati circuli a, b, c , & in puncto propterea utrique communi. Atqui nullum aliud punctum habent commune, præter ipsum d : punctum igitur d , centrum est ipsius a, b, c , circuli. si ergo intra circulum suscipiatur punctum aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

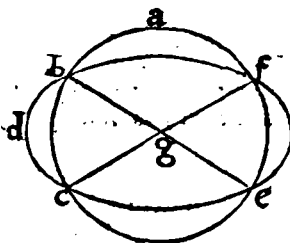


propterea utrique communi. Atqui nullum aliud punctum habent commune, præter ipsum d : punctum igitur d , centrum est ipsius a, b, c , circuli. si ergo intra circulum suscipiatur punctum aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Θεώρημα θ, Πρόβωσις ι.
Κυκλο-τίμνα κύκλου ἢ πλείονα σημεία ἢ δύο.

Theorema 9, Propositio 10.

Circulus circulum in pluribus duobus punctis non secat. 10
CORONTIVS. Csecet enim (si possibile sit) circulus a, b, c , circuli d, e, f , in pluribus duobus punctis, hoc est in punctis b, c, e, f . Et susci-platur centrum ipsius circuli a, b, c , per primam huius, sitque illud g : & cono-nectantur g, b, g, c, g, e, g, f , rectæ, per primū postulatum. Cum igitur pun-ctum g , sit centrum circuli a, b, c , erunt g, b, g, c, g, e, g, f , adinvicē æ-uales, per decimam quintam primi libri diffi-nitionem. Et quoniam b, c, e, f , sunt communes utriusque circuli sectiones, per hypothesin erit punctum g , utcumque susceptum intra circuli d, e, f . Ab ipso itaque puncto g , in eundem cir-culum d, e, f , cadunt plures quàm duæ rectæ lineæ invicē æquales, utpote g, b, g, c, g, e, g, f . Erit ergo punctum g , centrum eiusdē cir-culi d, e, f , per antecedentem nonam proposi-tionem. Atqui idem punctum g , centrum est i-psiū a, b, c , circuli. Duorum itaque circulorū



Hæc rursus aliter potuiss-et ostēdi, sed hanc potiorē existimo de-mōstrationē.

a, b, c , & d, e, f , sēc inuicē secantium, idem erit centrum: quod per quintam huius tertij, non est possibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus pun-ctis non secat, Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα ι, Πρόβωσις ια.
Εἰ δύο κύκλοι ἐφ' ἄλληλους γίνονται, ἢ ἀφ' ἑαυτῶν τε καὶ ἀφ' ἄλληλων γένονται.

κέντρα, ἢ ὑπὸ τὰ κέντρα αὐτῶν ὑπὸ ζωνογυμῶν ἐνθεῖα & ἐκθεῖα.
μῶν, ὑπὸ τὴν σωμαφῶν πινεῖται τῶν κύκλων.

Theorema 10, Propositio II.

11 **S**i bini orbes seintrorsum adinuicem tetigerint, suscipianturque eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & electa, in contactum circulorum cadit.

ORONTIVS. ¶ Duo enim circuli $a b c$, & $a d e$, se introrsum adinuicem tangant, in puncto quidem a : sitque ipsius $a b c$, circuli centrum f , ipsius uero $a d e$, centrum g . Dico quod ad centra f , g , applicata recta linea, & Demonstratio electa, id est, in directum utrinque producta: cadit in contactum a . si enim nō ab impossibili ceciderit in punctum a : cadit igitur alio. Cadat ergo (si possibile sit) ut electa bili.

uersus g , in d , & b , puncta, utranque dirimens circumferentiam, & connecta

tur $a f$, & $a g$, recta, per primum postulatū.

Triangulum erit igitur $a g f$: & duo propte

rea latera $a g$, & $g f$, erunt maiora reliquo

$a f$, per uigesimam primā. Atqui ipsi $a f$, æ-

qualis est $f b$, (utraq; enim à centro f , in

circumferentiam circuli $a b c$) & $a g$, igitur

& $g f$, maiores sunt eadem $f b$. Tollatur

$f g$, utrisque inæqualibus communis: reliqua

igitur $a g$, reliqua $g b$, maior erit, per quin-

tam communem sententiam. Ipsi porro $a g$,

æqualis est $g d$, (utraq; enim à centro g , in

circumferentiam ipsius $a d e$, circuli) & $g d$, igitur maior erit ipsa $g b$, quæ

enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquæ maiora: per sextæ communis senten-

tiæ conuersionem. Ipsa porro $g d$, pars est ipsius $g b$: pars igitur erit maior to-

to, contra nonam communem sententiam. Cadit igitur $f g$, electa, in contactū

a . ¶ Cogimur in hac demonstratione, centrum interioris circuli extra proprium

locum (ut oculari satisfaciamus inspectioni) uel inuiti collocare: quanquam id dispositio-

nideatur absurdum. Nam ex hypothesi, necessarium est lineam $f g b$, transire per

centra $f g$. nō poterit itaque recta $f g b$, ad

aliud punctum quàm ad a , peruenire, & si

nul transire per g , quin ipsum g , centrum

à suo loco dimoueatur: aut connexa $a f$, li-

nea, tanquam recta imaginetur. Non erunt

enim per aduersarium $f g$, & $g a$, in dire-

ctum constitutæ (alias enim sequeretur pro-

positionis intentio) & proinde inclinabuntur

adinuicem: & unā cum $a f$, triangulum a

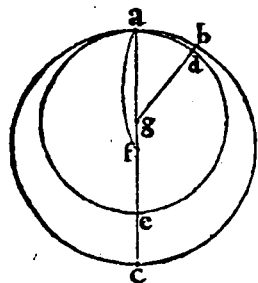
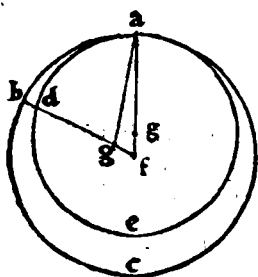
$g f$, de necessitate constituent. Quæ enim im-

possibilia sunt, depingi minime possunt: sed solo intellectu discursu concipien-

da sunt. intelligendum est itaque centrum (quanuis dimoueatur) à proprio non

recedere loco: aut linea à f , ac si recta foret imaginanda est. Ut in hac secū-

I iij da figu-



da figura, in qua rursus duo latera $a g$, & $g f$, sunt maiora tertio $a f$, per uigesimam primi: & proinde maiora ipsa $f g$ b , quæ per circuli diffinitione ipsi $a f$, est æqualis. Sublata porro communī parte $g f$: relinquetur $a g$, maior ipsa $g d$, per tertiam communem sententiam. In circulo itaque $a d e$, quæ à centro g , in circumferentiam producit lineæ rectæ $a g$, & $g d$, non erunt inuicem æquales: contra decimanquintam diffinitionem primi. Cadit igitur $f g$, cicta, in contactum a . Ergo si bini orbes se introrsum, & c. ut in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

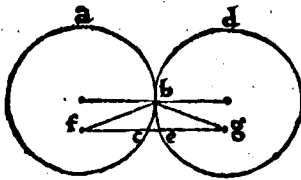
Εἰς δύο κύκλους ἀπέναντα ἀλλήλων κέντρα, ἃ ὑπὸ τῆς κεντρικῆς αὐτῶν ὑποζωγνυμένων, ὅσα ἑπικρῖναι εἰσίνονται.

Theorema II, Propositio 12.

Idē qui prius ostendēdi modus ab impossibili.

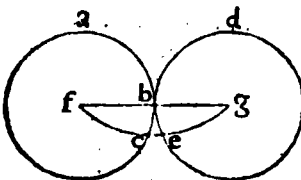
SI duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea, per cōtactum trāsbīt.

ORONTIVS. ¶ Tangant se exterius bini circuli $a b c$, & $d b e$, in puncto quidem b : sitque ipsius $a b c$, circuli centrum f , & ipsius $d b e$: centrum g . Aio quoddā connexa $f g$, recta linea, transibit per contactum b . si enim non transierit per punctum b , transeat (si possibile sit) per c & e , puncta: & connectantur $b f$, & $b g$, rectæ lineæ, per primum postulatū. Et quoniam punctum f , centrū est circuli $a b c$: æqualis erit $f b$, ipsi $f c$, per decimanquintam diffinitionem primi. Rursus quoniam g , centrū est circuli $d b e$,



æqualis erit per eandē decimanquintam primi diffinitionem $g b$, ipsi $g e$. Binæ igitur $f b$, & $b g$, duabus $f c$, & $e g$, per secundā communem sententiam erunt æquales. Totā porro $f g$, ipsi $f c$, & $e g$, maior est (nemo pe $c e$, extra circulos incidente particula.) tota igitur $f g$, maior est eisdem $f b$, & $b g$. In triangulo itaque $f b g$, binā latera $f b$,

& $b g$, erūt minora reliquo $f g$. sunt autem maiora, per uigesimam primi: quæ simul impossibilia sunt. Igitur à centro f , ad centrum g , applicata recta linea $f g$, transit per contactum b . si duo igitur circuli, & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat. ¶ In hac igitur, ueluti proxima propositione, aut intellectuāli discursu, aut oculari inspectione demonstrationi succurrendum



est. Cū non possit igitur $f g$. linea recta alibi transire, quā per contactum b : erunt centra f, g , à suis ueris sedibus (ostensionis gratia) dimouenda, aut producta $f c$ & $e g$, linea, & si obliqua uideatur, recta tamen imaginanda est, & cum duabus $f b$, & $b g$ (quæ per aduersarium inclinabuntur

adinuicē, & non erunt in directū constitutæ) triangulum efficiēt $b f g$. ut ex hac potes dicere figura: quæ te ad pristinum deducet inconueniens.

Θιώρημα 12, Πρόβωσις 17.

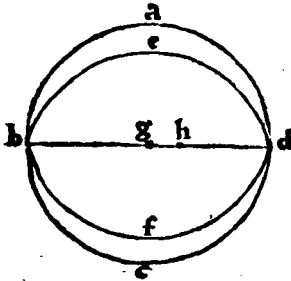
Κύκλος κύκλου δε ἐφάπτεται πλεονα σημεία ἢ καὶ ὅν, καὶ πρὸς ἐφάπτεται.

Theorema 12, Propositio 13.

13. **C**irculus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si ext^a, & si intus tangat.

De circulis se
introrsum tā
gentibus.

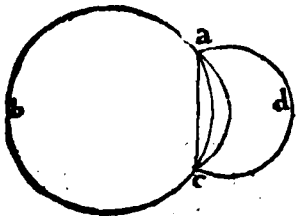
ORONIVS. *Εἰς τὸν* in primis circulus a b c d, circulum b introrsum cā e d f, introrsum si fuerit possib^{ile}. In punctis b, d, itque ipsius a b c d, circuli centrum g, circuli autem b e d f, centrum h. Adplicata igitur ex g, in



b, recta linea, et cuncta cadet in puncta cōtactuum b d, per undecimam huius secundī libri. Et quoniam g, centrum est circuli a b c d: erit g v, ipsi g d, per circuli diffinitionem equalis. Tollatur g b, ipsa g d: eadem ergo g b, reliqua h d, maior erit. Rursum quoniam h, centrum est circuli b e d f, equalis erit h b, ipsi h d, per eandem circuli diffinitionē. Tollatur rursum g b, ab ipsa h b: reliqua igitur g b, minor erit ipsa b d. Ostensum est autem, quod & multo maior:

quod non est possibile. Non tangit igitur circulus a b c d, circulum b e d f, int^{er}sum, in pluribus punctis vno. Accet rursum circulus a b c, circulum a d e, ext^{er}ius in punctis a & c (si id fuerit possibile) & connectatur recta a c, per primum postulacū. Et quoniam in circulo

De circulis
qui se tangāt
extra.



recta circuli a b c, duo sunt accepta pūcta a & c: adplicata igitur recta linea a c, intra ipsū circulū cadet, per secundam huius tertij: ergo extra circulū a d e. Rursum quoniam eadem a & c, pūcta in circumferētia ipsius a d e, circumcoasumpta sunt (utpote utriq; circulo cōmunia) eas dē igitur recta a c, cadet intra circulū a d e, per eandē secundam huius: & extra igitur circulum a b c. Patuit autē, quod & intra ipsum a b

c, circulū cadit eadem a c, atq; extra ipsum a d e, circulum. Cadet igitur intra & extra utrunque datorum circularū: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus a b c, circulum a d e, ext^{er}ius in pluribus punctis vno. Patuit quod nec int^{er}sum. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θιώρημα 17, Πρόβωσις 18.

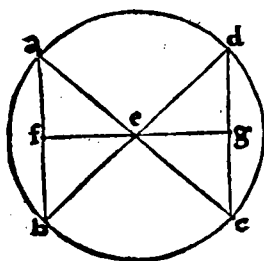
Εν κύκλῳ αἰῶσαι ἐνθεαί, ἵδω ἀπέχουσι ἀπὸ τῆς κέντρῳ· ἢ αἰῶσαι ἀπέχουσι ἀπὸ τῆς κέντρῳ, ἵδω αἰῶσαι ἀλλήλους ἐσω.

Theo-

IN circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro: & si æqualiter distāt à centro, æquales adinuicē sunt.

Prima pars
theorematis.

ORONTIVS. **E**sint in circulo $a b c d$, cuius centrum e bina rectæ lineæ $a b$, & $c d$, inuicem primum æquales. Aio quodd & æqualiter distant à centro e . Diuidatur enim $a b$, bisariam in pūcto f , & $c d$, in pūcto g , per decimam primi: & connectantur $e a$, $e b$, $e c$, $e d$, $e f$, & $e g$, lineæ rectæ, per primum postulatū. Recti sunt itaque anguli qui circa f , & g , pūcta consistunt: & ipsæ $e f$, & $e g$, in easdem $a b$, & $c d$, perpendiculares, per tertiam huius tertij. Et quoniam $a b$ recta, æqualis est per hypotesin ipsi $c d$, & $a e$, ipsi $e d$, æqualis: duo itaq; latera $b a$, & $a e$, trianguli $b a e$, duobus lateribus $e d$, & $e c$, trianguli $e d c$, sunt æqualia alteri alteri: basis quoq; $b e$, basi $e c$, itidem æqualis est. Angulus igitur qui ad a , angulo qui ad d , per octauam primi est æqualis. Rectus præterea $a f e$, recto $e g d$, per quartum



postulatum æquatur. Bina ergo triacula $a f e$, & $d e g$, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: & unum latus uni lateri æquale, quod sub uno æqualium subtenditur angulorum, utpote $a e$, ipsi $e d$. Reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri, per uigesimam sextam primi. sed $a f$ ipsi $d g$, æqualis est (sunt enim ipsarum $a b$, & $c d$, adinuicem æqualium dimidium) reliqua igitur $e f$, reliquæ $e g$, est æqualis. Quæ igitur in $a b$,

& $d c$, rectas, ex centro e , deducuntur perpendiculares $e f$, & $e g$, æquales sunt adinuicem: distant ergo $a b$, & $d c$, rectæ æqualiter ab eodem centro e , ipsius $a b c d$, circuli, per quartam huius tertij diffinitionem. **E**st autem $e f$, ipsi $e g$, æqualis, hoc est, distent $a b$, & $d c$, æqualiter ab eodem centro e . Dico quodd $a b$, æqualis est ipsi $c d$. Eisdem nanque constructis, quoniam triacula $a e f$, & $d e g$, sunt rectangula, & qui ad f , & g , consistunt anguli recti: quæ igitur ex $a f$, & $f e$, describuntur quadrata, æqualia sunt ei quod ex $a e$: similiter & ea quæ sunt ex $d g$, & $e g$, ei quod ex $d e$, æqualia per penultimam primi. Porro $a e$, ipsi $d e$, est æqualis: & ex ipsis igitur descripta quadrata inuicem æqualia, per corollarium 46, ipsius primi. Quæ autem æqualibus sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Quæ igitur ex $a f$, & $f e$, sunt quadrata, æqua sunt eis quæ ex $d g$, & $e g$: quorum id quod ex $f e$, ei quod fit ex $e g$, per idem corollarium est æquale. His itaque subtractis, reliquum quod ex $a f$, reliquo quod ex $d g$, fit quadrato, per tertiam communem sententiam est æquale. Et proinde latus $a f$, latera $d g$, respondentem æquale. Ipsius porro $a f$, dupla est $a b$, & $c d$, ipsius $d g$, itidem dupla: quæ autem æqualium duplicia sunt, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Æqualis est igitur $a b$, ipsi $c d$. In circulo itaque rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro: & si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt. Quod receperamus ostendendum.

Secūda pars,
conuersa præcedentis.

Quia-

Θεώρημα ιβ', Πρόβσις ιβ'.

ΕΝ κύκλῳ μεγίστη μὲν ὁδὸν ἡ διαμέτρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀπὸ τοῦ κέντρου τῷ κέντρῳ, ὅτι ἀπὸ τοῦ κέντρου μείζον ὁδὸν.

Theorema 14, Propositio 15.

15 **I**N circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior.

O R O N T I V S. *U*sit in circulo $a b c d$, cuius centrum e , dimetiens $a d$: et ipsi centro uicinior $b c$, remotior autē $f g$. Aio quod $a d$, quæ per centrum, maxima est: $b c$, uerò, maior ipsa $f g$. Diuidatur enim $b c$, bifariam in puncto h , et $f g$ in puncto k , per decimam primi: et connectantur $e h$, et $e k$, per primum postulatū. Perpendicularis erit igitur $e h$, super $b c$, atque $e k$, super $f g$: per tertiam huius tertij. Maior erit itaque perpendicularis $e k$, ipsa $e h$, per quartam huius diffinitionem. Secetur itaque à maiori $e k$, ipsi $e h$, minori æqualis, per tertiam primi: sitque l : et per datum punctum h , data rectæ lineæ $f g$, parallela ducatur $m n$: per trigessimam primam primi, cadet igitur l , ad perpendicularum super $m n$: per corollarium uigesimalononæ ipsius primi. Et quoniam $e h$, est æqualis ipsi $e l$: distant igitur $b c$, et $m n$, æqualiter a centro e , per quartam huius tertij diffinitionem: suntque per decimam quartam ipsius tertij, inuicem æquales. Connectantur demum per primum postulatū, $e f$, $e g$, $e m$, et $e n$, quæ per circuli diffinitionem, æquales sunt adinuicem. Cum igitur $e a$, ipsi $e m$, et $e d$, ipsi $e n$, per circuli diffinitionem sit æqualis: tota $a d$, bina

Construitur figura.

Demonstratur theorema.

nis $m e$, et $e n$, per secundam communem sententiam æquabitur. Bina porro $m e$, et $e n$, trianguli $m e n$, sunt maiores reliqua $m n$, per uigesimalam primam. Et $a d$, igitur, maior est eadem $m n$: et ipsa consequenter $b c$, maior, per conuersam sextæ atque septimæ communis sententiæ interpretationem. Rursum quoniam æqualis est $e m$, ipsi $e f$, et $e n$, ipsi $e g$: bina igitur latera $m e$, et $e n$, trianguli $m e n$, binis lateribus $f e$, et $e g$, trianguli $f e g$, sunt æqualia alterum alteri: et qui sub $m e n$, angulus, eo qui sub $f e g$, maior (rectæ siquidem $e f$, et $e g$, coincidunt inter $e m$, et $e n$, ipsum angulum $m e n$, diuidētes) basis igitur $m n$, per uigesimalam quartam primi, basi $f g$, maior est. Ipsi porro $m n$, æqualis est $b c$. Et $b c$ igitur, est eadē $f g$, maior: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquæ maiora. Ostēsum est autem, quod et $a d$, ipsa $b c$, maior est. Dimetiens itaque $a d$, est omnium maxima: et $b c$, cetero uicinior, ipsa $f g$, remotiore maior. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα ιγ', Πρόβσις ιγ'.

HΤΕ διαμέτρω τῷ κύκλῳ πρὸς ὁρθὰς ἀπ' ἀκρὰς ἀγομένη, ἐκ τῶς ποιεῖται ἡ κύκλος, καὶ ἐς τὸν μεταξὺ τὸν τοῦ τε ἐνθεῖας καὶ τῆς πρυφερείας, ἐτέρω ἐνθεῖα ὅτι πρυμπεσιῖται, ἢ ἢ ἢ

M αμ

ἀμικυκλίου γωνία, ἑπ' αὐτοῦ ὀξείας γωνίας ἐν γράμμῳ μέζον δὲν, ἢ δὲ λειπῶν, ἐλάττω.

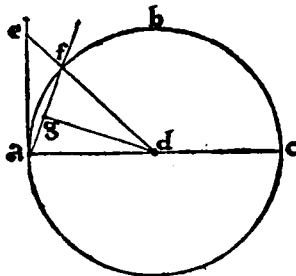
Theorema 15, Propositio 16.

QUæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos duci
tur, extra ipsum circulum cadit: & in locum inter ipsam
rectam lineam & circumferentiam, altera recta linea non ca-
det: & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo ma-
ior est: reliquus autem, minor.

Pars prima
theorematis.

ORONTIVS. **E**st circulus $a b c$, & illius centrū d , dimetiēs uerò $a c$,
& ab a , dimetientis extremitate, ad angulos rectos excitetur $a e$, per undeci-
mam primi. Dico primū, quòd $a e$, recta extra ipsum cadit circulū. Suscipia-
tur enim in ipsa $e a$, contingens aliquod punctū, sitque illud e : & cōnectatur
 $e d$, per primū postulatū. Triangulū erit igitur $e a d$: omnis porò triangulū
tres interiores anguli, binis rectis sunt æquales, per trigessimā secundā primi.
rectus est autē qui ad a , per constructionē. Reliqui igitur qui ad e , & d , sunt
anguli, uni recto sunt æquales: & eorū propterea quilibet, ipso recto qui ad a ,
minor. In triangulo autem maior angulus, sub maiori latere subtenditur, per
decimā nonam primi: maior est igitur $d e$, ipsa $a d$, quæ est ipsius dati circuli
semidiameter. Egređitur ergo $d e$, circumferentiā ipsius $a b c$, circuli: ca-
ditque punctum e , extra eundē circulum $a b c$. Haud dissimilis erit, cæteros

Pars secūda.



rumpunctorum ipsius e , demonstratio. Ca-
dit ergo tota $a e$, extra datum circulum $a b c$. **C**ito rursum, quòd inter rectam $a e$, &
circumferentiā $a b$, non cadit altera recta li-
nea. Si enim id fuerit possibile, esto $a f$: &
ad datam rectam lineam $a d$, ad datūque
in ea punctū d , dato angulo rectilineo $e a$
 f , æqualis angulus rectilinus, constituatur
 $a d g$, per uigesimā tertiam primi. Vterq;
igitur $a d g$, & $a d$, pars erit ipsius e

$a d$: & recto propterea minor. In rectas itaque $a f$, & $d g$, recta incidit a
 d , efficiens interiores, & in eadem parte angulos binis rectis minores: ipsæ igi-
tur $a f$, & $d g$, in infinitum productæ, tandem concurrent, per quintum po-
stulatū: cōueniant ergo ad punctū g . Triangulū est itaq; $a g d$, cuius tres inte-
riores anguli binis rectis, per eandē trigessimā secundā primi sunt æquales.
& qui sub g $a d$, & $a d g$, anguli, uni recto, hoc est, ipsi $e a d$, cōequantur,
(datus est enim $a d g$, æqualis ipsi $e a f$.) Reliquus igitur $a g d$, rectus est: &
maior ppter ea utroq;, & $g a d$, & $a d g$. Vnde rursum $a d$, semidiameter, maior
est ipsa $d g$, per eandē decimā nonam primi. Cadit igitur punctū g , intra circulū
 $a b c$: ergo & $a f$, recta (in qua punctū g) circulū ipsum intersecat, utpote in
 f . Nō cadit itaque $a f$, recta, inter rectam $a e$, & circumferentiā $a b$. **E**dico
tandē, quod angulus $b a d$, ipsius $a b c$, semicirculi, omni acuto & rectilineo an-
gulo

Tertia pars
de angulo cō-
tingentis.

gulo maior est: reliquus autem (utpote, $b a e$, minor. Cum enim a ngulus $e a d$, sit rectus, & diuisus à sola circūferentia $a b$, inter quam & rectam $a e$, non cadit altera recta linea (uti nunc ostēsum est) non potest ipse angulus $b a e$, bipartiri: & proinde non minuetur neque augebitur consequenter ipse $b a d$. Igitur angulus $b a d$, sub $a b$, circūferentia, & $a d$, recta comprehensus, omni acuto rectilineo maior est angulo: $b a e$, uero, qui sub eadem circūferentia & $a e$, recta continetur (quē angulum contingentiae nominare consueuimus) omni itidem acuto & rectilineo angulo minor est. Quae omnia fuere demonstranda.

Corollarium.

Quae igitur ab extremitate dimetientis dati circuli, ad rectos ducitur angulos, ipsum circulum tangit, idque in uno tantūmodo pūcto: ad duo enim pūcta adplicata recta linea, per secundam huius tertij, cadit intra datum circulum.

Πρόβλημα 6, Πρόβσις 17.

Ἀπὸ δοθέντος σημείου, τὸ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην ἵσθαι γραμμὴν ἀγανῶν.

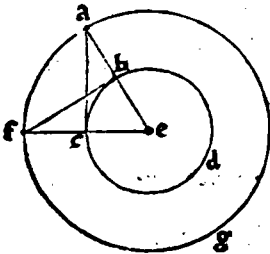
Problema 2,

Propositio 17.

17 **A** Dato pūcto, dato circulo, contingentem rectam lineam ducere.

ORONTIVS. Esit a , pūctum datum, à quo oporteat in datum circulum $b c d$, contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipsius $b c d$, circuli centrum, per primam huius tertij, sitque illud e : & connectatur $a e$, recta, per primum postulatū. quae cum ab interiore pūcto e , ad exterius pūctum a deducatur, secabit $b c d$, circūferentiam: secet igitur, in pūcto b . Et centro e , intervallo autem $e a$, circulus describatur $a f g$, per tertium postulatū. Postmodum à pūcto b , datae rectae lineae $a e$, ad rectos angulos excitetur $b f$, per undecimam primi: & connectatur $e f$, per primum postulatū, quae eandem circūferentiam $b c d$ secet rursum in pūcto c . Connectatur demum $a c$, per idem primum postulatū. Dico quodd $a c$, contingit circulum $b c d$. Cum enim per circuli diffinitionem, aequalis sit $a e$, ipsi $e f$, & $b e$, ipsi $e c$: erunt bina latera $a e$, & $e c$, trianguli $a e c$, aequalia duobus $f e$, & $e b$, trianguli $f e b$: & communē comprehendunt angulum qui ad e . Basis igitur $a c$, basi $f b$, & triangulum $a e c$, triangulo $f e b$, & reli

Demonstratio



qui anguli reliquis angulis (sub quibus aequalia subtenduntur latera) per quartam primi coaequantur. aequalis est igitur angulus $a e c$, angulo $e b f$. Angulus porro $e b f$, rectus est: igitur & qui sub $a e c$, rectus. Et quoniam $e c$, semidiameter est ipsius $b c d$, circuli, & ab illius dimetientis extremitate, eadem $a c$, ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo $a c$, tangit circulum $b c d$, per corollarium decimasextae huius tertij. Igitur à dato pūcto a , dato $b c d$, circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat.

Θεώρημα 15, Πρόταση 12.

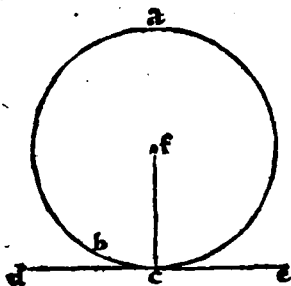
[illegible]

Theorema 16, Propositio 18.

SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

**Hæc aliter
ostēdi potest,
sed hic demō
strādi modus
præstat.**

ORONTIVS. *¶* Sit datus circulus a b c, quem tangat recta linea d e, in puncto quidem c: sitque centrum ipsius circuli f, & connectatur f c, recta, per primum postulatum. Dico quod f c, perpendicularis est ipsi d e. si enim f c, non fuerit perpendicularis ipsi d e, erit d c f, & f c e, anguli, per decimae diffinitionis primi libri conuersionem, inaequales, & proinde alter recto maior, alter uero minor: nam d c f, & f c e, anguli, per decimam tertiam primi binis rectis sunt aequales. Esto maior, (si fuerit possibile) & obtusus f c e: erit itaque d c f, acutus. Et quoniam recta d e, tangit circulum a b c, per hypothesin: ipsum igitur non secat circulum. Cadit itaque circumferentia b c, inter d c, & c f, lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d c f, maior erit angulus



lo femicirculi b c f, ex circumferentia b c, & recta c f, comprehenso. Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo femicirculi: contra decimam sextam huius tertij propositionem. Angulus ergo d c f, non est recto minor: similiter ostendetur, quod nec recto maior. est igitur rectus, & qui sub f c e, cōtinetur angulus, itidē rectus: & proinde recta f c, in ipsam d e, perpendicularis est, per decimam primi diffinitionem. Si circuli itaque tetigerit aliqua recta linea, &c. ut in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιθ.

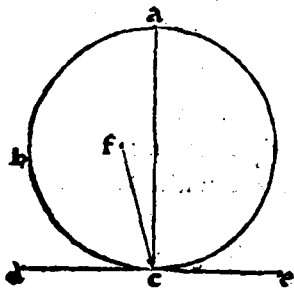
Ε Αν κύκλω ἐφάπτεται ἑς ἐνθεῶν, ἀπὸ τῆς ἀφ᾽ ἑνὸς ἐφάπτομένης πρὸς ὁμοῦς γωνίας ἐνθεῶν γραμμῇ ἀχθῆναι, ὡς ὅτι ἀχθεσσις ἔσται ἰσὺς κέν-
τρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17, Propositio 19.

SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

ORONTIVS. *¶* *Est* circulus *a b c*, quem rursus tangat recta *d e*, in pūcto *c*: ex à dato puncto *c*, data rectæ lineæ *d e*, ad rectos excitetur angulos *c a*, per undecimam primi. Dico quòd in *c a*, est centrū ipsius dati circuli *a b c*.

a b c. Si enim non fuerit in recta *c a*: erit alicubi. Esto (si possibile sit) in pun- Demonstras-
cto *f*: & connectatur *f c*, recta, per primum postulatam. Et quoniam recta tio ab impos-
quædam linea *d e*, tangit per hypothesin circulum *a b c*, à centro autè *f*, sibili.
in contactum *c*, coniuncta erit *f c*, recta linea: cōiuncta igitur *f c*, perpendicu-
laris erit in contingente *d e*, per antecedentem decimanonauam huius tertij
propositionem. Rectus erit igitur uterque angulorum *d c f*, & *f c e*. Atqui



per cōstructionem angulus *d c a*, rectus est: suntq; recti omnes inuicē æquales, per quar-
tum postulatam. Aequus erit igitur angulus
d c a, ipsi angulo *d c f*. Est autem *d c f*
pars ipsius anguli *d c a*: recta siquidem *f c*,
cadit intra circulum, ac inter *d c*, & *e a*, re-
ctas, diuiditque propterea ipsum angulum *d*
c a. Totus igitur angulus *d c a*, siue parti
d c f, æquabitur: quod per nonam commu-
nem sententiam est impossibile. Centrū itaque
circuli *a b c*, non est in puncto *f*, haud disti-
militè ostendemus, quòd nec alibi: præterquam in *a c*. Si circulum ergo recti-
gerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Θεώρημα ιη, πρόβλησις κ.

EN κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλάσιον ἐστὶ τῇ πρὸς τῇ
παραφρεσίᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν παραφρεσίαν βάσωι ἑχούσῃ αἱ γωνίαι.

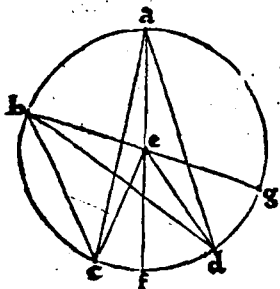
Theorema 18,

Propositio 20.

IN circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad
circūferentiam: quando anguli eandem circūferentiam
habuerint.

ORONTIUS. Csit *a b c*, circulus: ad cuius centrum *e*, sit angulus *c e d*, ad circūferentiam autem *c a d*, & utriusque basis eadem circūferentia
c d. Aio quòd angulus *c e d*, ipsius anguli *c a d*, duplus est. Connectatur
enim *a e*, per primum postulatam: & per secundum postulatam, directè pro-
ducatur in *f*. Cum igitur per circuli diffinitionem, *a e*, sit æqualis *e c*: æquus
est angulus *e a c*, ipsi angulo *e c a*, per quintam primi. Anguli itaque *e a c*, & *e c a*, tiam includit
& *e c a*, simul sumpti, alterutrius eorum du-
pli sunt: utpote ipsius *e a c*. Exterior por-
rò angulus *c e f*, binis interioribus & ex op-
posito *e a c*, & *e c a*, per trigesimalsecun-
dam primi est æqualis: quæ autem sunt æ-
qualia, eiusdem duplicia sunt, per conuersam
sexte communit sententiæ. Duplus est igitur
c e f, angulus, ipsius *e a c*. Et proinde an-
gulus *f e d*, ipsius *e a d*, anguli duplus
est. Totus itaque angulus *c e d*, totius
anguli *c a d*, consequenter est duplus. Si enim

Quando ang-
gulus qui ad
circūferentia
centrum.



M iiij

Quādo idem
angulus qui
ad circūferē-
tiā non capit
centrū circū-
li.

æquē multiplicibus, addantur æquē multiplicia: æquē itidem multiplicia resulta-
bunt. ¶ Quod si angulus qui ad circūferentiam, fuerit extra cētrum ipsius
circuli, ueluti $c b d$: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta $b e$,
per primum postulatū, & directē producta in g , per secundum: concludetur
ueluti suprà, ex eadem quinta & trigesima secunda primi, angulum $c e g$,
duplum fore ipsius anguli $c b e$: quorum $d e g$, pars ipsius anguli $c e g$,
duplus rursū est partis ipsius $c b e$, utpote anguli $e b d$. Reliquus igitur an-
gulus $c e d$, qui ad cētrum, duplus itidem est reliqui $c b d$, qui ad circū-
ferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaque angulus qui ad cētrum,
duplus est eius qui ad circūferentiam: quando ipsi anguli communem basin ean-
dem circūferentiam habuerint. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα ιθ,

Πρόβσις κα.

ΕΝ κύκλῳ αὖ γὰρ ὅταν αὐτῷ τμήματι γωνία, ἴσται ἀλλήλαις ἔσσαι.

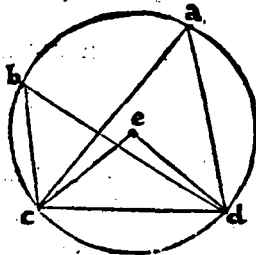
Theorema 19,

Propositio 21.

IN circulo qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem
sunt æquales.

De segmento
semicirculo
maiori.

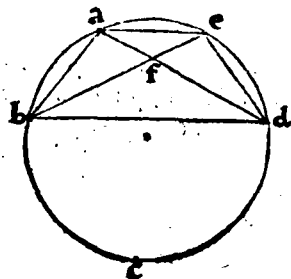
ORONTIVS. ¶ Sint primū in segmento semicirculo maiori $c a d$, dati a
 $b c d$, circuli: anguli $c a d$, & $d b c$. Dico eosdē angulos $c a d$, & $d b c$, fo-
re adinuicē æquales. Inueniatur enim cētrum ipsius $a b c d$, circuli, per pri-
mā huius tertij, sitq; illud e : & connectantur $e c$, & $e d$, per primum postulatū.



Cū igitur angulus $c e d$, ad cētrum existat cir-
culi, & $c a d$, uero angulus ad circūferentiam,
habeātq; basin cōmunē eandē circūferentiā c
 d : angulus propterea $c e d$, duplus est, per an-
tecedētē trigesiā propositionē, anguli $c a d$.
Angulus itaq; $c a d$, dimidiū est ipsius anguli
 $c e d$. Et proinde præfatus angulus $c e d$, du-
plus est ipsius anguli $d b c$: atq; idē angulus d
 $b c$, eiusdē $c e d$, anguli dimidiū. Quæ autē
eiusdē sunt dimidiū, ea sunt adinuicē æqualia:
per septimā cōmunē sententiā. Aequus est
igitur angulus $c a d$, angulo $d b c$. ¶ Sint
rursū in segmento $b a d$, semicirculo minori, ipsius $a b c d$, circuli, $b a d$,
& $d e b$, anguli. Hos dico fore similiter æquales. Connectatur enim recta a
 e , per primum postulatū: sitque ipsarum a
 d , & $b e$, sectio f . Erit igitur $a c e$, segmē-
tum maius, & qui in eodem segmento maiori
sunt anguli $a b e$, & $e d a$, per primam
partem iam demonstratā, adinuicē æqua-
les. Et quoniam trianguli $a b f$, interiores
& qui ex opposito sunt anguli $a b f$, & f
 $a b$, extrinseco $b f d$, coæquantur angulo:
necnon & duo anguli $e d f$, & $f e d$, ip-
sius $d e f$, triāguli, eidem extrinseco $b f d$:
sunt itidem æquales, per trigesiā secundā

De segmento
semicirculo mi-
nori.

rursū in segmento $b a d$, semicirculo minori, ipsius $a b c d$, circuli, $b a d$,
& $d e b$, anguli. Hos dico fore



primi. Duo igitur anguli $a b f$, & $f a b$, duobus angulis $e d f$, & $f e d$, sunt per primam communem sententiam æquales. A quibus si demantur æquales anguli $a b f$, & $e d f$ reliquus $b a f$, reliquo $d e f$, hoc est, $b a d$, ipsi $d e b$, per tertiam communem sententiam erit æqualis. Idem quoque demonstrare licebit, de angulis in semicirculo constitutis. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

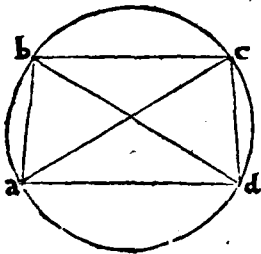
Θωρήμα κ, Πρόβωσις κβ.

TΩν εν τῷ κύκλῳ τετραπλεύρου, αὐτῶν ἑκατέρου γωνία, δι-
σὺ ὁρθῶς ἴσαι εἰσιν.

Theorema 20, Propositio 22.

22 **I**N circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex op-
posito: duobus rectis sunt æquales.

ORONTIVS. Sit in $a b c d$, circulo, quadrilaterum $a b c d$: dico an-
gulos qui ad a & c , similiter qui ad b , & d , ex opposito constituuntur, duo-
bus rectis coequari. Connectantur enim $a c$, & $b d$, rectæ, per primum postu-
latum. Triangulum est igitur $a b c$. Et quoniam angulo $b a c$, æquus est an-
gulus $c d b$, per antecedentē vigesimam primam huius tertij: sunt enim in eo-
dem segmento $b a d c$. Angulus $a c b$, æqualis est angulus $b d a$, per
eandem vigesimam primam huius tertij: in
eodem nanque segmento consistunt $a d c b$.



Totus igitur qui sub $a d c$, continetur angu-
lus, binis angulis $b a c$, & $a c b$ (nempe
suis partibus integralibus) coequatur. Adj-
ciatur utrisque æqualibus, communis angulus
 $a b c$. duo igitur anguli $a b c$, & $c d a$, tribus
angulis $b a c$, $a c b$, & $c b a$, ipsius $a b c$,
trianguli, sunt per secundam communem sen-
tentiam æquales. Eisdem porro tribus angu-
lis eiusdē $a b c$, trianguli, duo recti sunt æ-

quales anguli: omnis siquidem trianguli, tres interiores anguli binæ sunt rectis
æquales, per trigessimam secundam primi. Qui igitur ex opposito sunt anguli a
 $b c$, & $c d a$, per primam communem sententiam, sunt æquales duobus rectis.
Nec dissimiliter ostendemus, quod anguli $b a d$, & $c b d$, duobus itidē rectis
coequantur. igitur in circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex oppo-
sito, duobus rectis sunt æquales. Quod demonstrare oportebat.

Θωρήμα κα, Πρόβωσις κγ.

EΠὶ τῇ αὐτῇ ὑπερίκει δύο τμήματα κύκλου ὁμοία καὶ ἀντίθετα, ὅ-
σα θάβονται ἀπὸ τῶν αὐτῶν μέτρων.

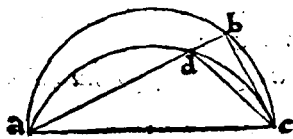
Theorema 21, Propositio 23.

23

SVper eadem recta linea, duæ sectiones circulorum si-
miles, & inæquales non constituentur ad easdē partes.

ORON:

ORONTIVS. ¶ Super eadem nanque recta linea a c, binæ & inæquales
circularum sectiones a b c, quidem maior, minor autem a d c, ad easdem par-
tes b, d, constituuntur. Dico quod ipsæ sectiones non sunt similes, & simul inæ-
quales. si enim id fuerit possibile: extendatur recta quædam linea a d b, quæ



secet utranque sectionem, maiorem quidem in
b, & ipsam minorem in d: & connectantur b
c, & c d, rectæ, per primum postulatu. Tri-
gulum erit igitur b c d, cuius unum latus b
d, producit in a: exterior igitur angulus a
d c, interiore & ex opposito c b d, maior
est, per decimasextam primi. Quod si segme-
tum a d c, fuerit ipsi a b c, simile: æquus erit angulus a d c, eidem angulo
c b d, per ultimam huius tertij diffinitionem: similes nanque sectiones circuli
sunt, quæ angulos æquos suscipiunt. Esset igitur angulus a d c, maior angulo
c b d, atq; eidem æqualis: quod est impossibile. Super eadē itaque recta linea,
duæ sectiones circularum similes, & inæquales non constituentur ad easdem
partes. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Τὸ ὅμοιον καὶ, Πρόβιον καὶ.
Λ ὡς ἴσων ἐνθεῶν ὅμοια τμήματα κύκλου, ἵνα ἀλλήλοις ἐσίν.

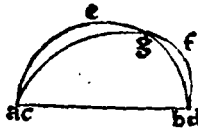
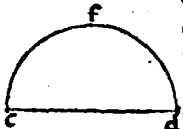
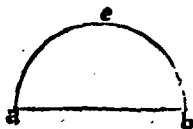
Theorema 22,

Propositio 24.

S Vper æqualibus rectis lineis similes circularum sectio- 24
nes constitutæ, sibi inuicem sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Constituantur enim super æqualibus rectis lineis a
b, & c d, similes circularum sectiones a e b, & c f d. Dico quod sectio a e
b, sectioni c f d, est æqualis. Comparatis nanque adinuicem ipsis a e b, & c
f d, sectionibus, & puncto c, supra punctum a, collocato, extensæque recta li-
nea c d, in directum ipsius a b: congruet punctum d, ipsi puncto b, quæ e-
nim sunt æqualia, sibi inuicem conueniunt, per octauæ communis sententiæ cō-
uersionem. Conueniente autem recta c d, ipsi a b: conueniet & c f, d, circumse-
rentia, ipsi a e b, & illi consequenter erit æqualis. Tunc enim super eadem re-
cta & communi linea a b, uel c d, duæ circularum sectiones constituentur si-
miles: igitur & æquales, per uigesimamtertiam huius. Aequalis est igitur a e
b, ipsi c f d. ¶ Quod si non fueris
contentus hac demonstratione, & dixe-
ris forsan circumferentiam c f d, ipsi
a e b, minime conuenire: tunc uel alto-
tra alteram secabit, uel una cadet intra
reliquam. Secent si primum (si possibi-
le sit) in puncto g. Et quoniam si secant
iam, in cōmuni bus punctis a, b, uel c,
d: secabunt sese inuicem circuli, quorū
sunt sectiones, in pluribus duobus pū-
ctis. quod per decimam huius tertij, est
impossibile. Quod si una ceciderit intra reliquam, utpote c f d, intra a e b:
idem

Alia eiusdē
theorematis
ostensio.



idem quod in proxima sequetur inconueniens, uelut ex ipsa potes elicere figura. Exterior enim angulus qui ad f , trianguli $a f b$, aut $e f d$, maior erit intrinseco & ex opposito qui ad e , per decimam sextam primi: ac eidem æqualis, per similitum sectionum diffinitionem, quod non est possibile. Cōgruit itaque circumferentia $c f d$, ipsi $a e b$: quemadmodum & recta $c d$, ipsi $a b$. quæ autem sibi metipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam communem sententiam. Æqualis est igitur sectio $a e b$, ipsi $c f d$. Igitur super æqualibus rectis lineis, similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις κβ.

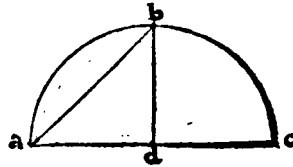
Κύκλου τμήματ' & διορθόντ' & προθένα γράψαι τὴν κύκλου ὁπὸρ δὲ τμήμα.

Problema 3, Propositio 25.

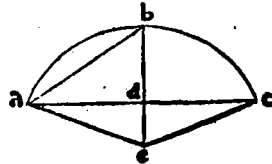
25

Circuli sectione data, describere circulum, cuius est sectio.

ORONTIVS. Est data circuli sectio $a b c$, cuius centrū oportet inuenire: hoc est, circulum cuius est sectio describere. Secetur itaque $a c$, recta bisariam in puncto d , per decimam primi. Et per undecimam eiusdē primi, à puncto d , ipsius $a c$, rectæ lineæ, perpendicularis excitetur $d b$: & connectatur $a b$, recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur $a b d$, cuius angulus $b a d$, ipsi angulo $d b a$, erit æqualis, aut eo minor, uel eodem angulo maior. Si æqualis (ut in hac prima figura) æqualis erit $a d$, ipsi $d b$, per sextam primi. Eidē porro $a d$, æqualis est $d c$, per constructionem: & $d b$, igitur ipsi $d c$, per primam communē sententiam erit æqualis. Tres itaque $a d$, $d b$, & $d c$, erunt inuicē æquales. Cadent ergo à puncto d , in circumferentiam $a b c$, plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: crit igitur punctum d , centrum circuli, cuius $a b c$, est sectio, per nonam huius tertij. At si angulus $b a d$, minor fuerit angulo $d b a$, (ut in secunda figure dispositione) constitutur ad datum punctum a , data rectæ lineæ $a b$, dato angulo rectilineo $d b a$, æqualis angulus rectilineus $b a e$, per uigesimam tertiam primi. Et quoniam trianguli $a b d$, angulus qui ad d , rectus est: igitur & qui ad b , minor est recto, per trigessimam secundam primi. Angulo autem $d b a$, datus est æqualis $b a e$: & $b a e$, igitur angulus recto minor est. Incidit itaque recta linea $a b$, in $a e$, & $b d$, rectæ, efficiens interiores & in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur $a e$, & $b d$, in rectū produci, per quintum postulatum. conueniant ergo ad punctum c : & connectatur $e c$, recta, per primum postulatum. Cum igitur angulus $e a b$, æquus sit angulo



Prima huius ostensionis diffrentia.

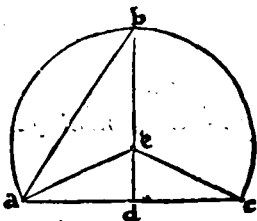


Secunda diffrentia.

N gulo

gulo $a b e$: æqualis est $a e$, ipsi $e b$, per sextam primi. Rursum quoniam $a d$, ipsi $d e$, est æqualis, & $d e$, utrique communis. bina igitur latera $a d$, & $d e$, trianguli $a d e$, binis lateribus $e d$, & $d e$, trianguli $e d c$, sunt æqualia alterum alteri: & æquales comprehendunt angulos, nempe rectos qui circa d . Basis igitur $e c$, basi. $a e$, per quartam primi est æqualis. Eidem porro $a e$, æqualis ostensa est $e b$: tres igitur $a e$, $e b$, & c , sunt adinvicem æquales.

Tertia differentia,



Quare rursum, ex nona huius tertij, punctum e , centrum erit circuli, cuius $a b c$, est sectio.

Quod si idem angulus $b a d$, maior extiterit ipso $d b a$: idem responderet concludetur. Dato enim rursum angulo $b a e$, ipsi $d b a$, per vigesimam tertiam primi, æquali: concludemus (veluti supra) ex sexta primi, $c b$, fore æquale ipsi $a e$, ac eidem $a e$, ipsi $a e c$, per quartam ipsius primi, consequetur æquari. Et pro-

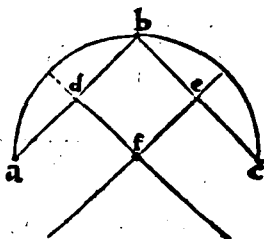
inde punctum e , centrum erit circuli, cuius $a b c$, sectio est: per nonam huius tertij.

Corollarium.

Hinc fit manifestum, in semicirculo angulum $b a d$, fore æqualem ipsi $d b a$, in sectione autem semicirculo minore, minorem: & in maiore, maiorem.

Alia & uniuersalior eiusdem problematis ostensio

EST ET ALIVS modus uniuersalis inueniendi præfatũ centrũ, cuiusque sectioni datae indifferenter ad commodum. Assumantur itaque in data circuli sectione siue sectione $a b c$, tria utcumque contingentia puncta: sintque a , b , c . Connectantur deinde $a b$, & $b c$, rectæ, per primum postulatum. utraque postmodum bisariam diuidatur, per decimam primi: $a b$, quidem in puncto d , & $b c$, in puncto e . A punctis autem d , & e , in eadem $a b$, & $b c$, perpendiculares excutentur $d f$, & $e f$, per undecimam eiusdem primi.



Cum igitur uterque angulorum $b d f$, & $b e f$, sit rectus: recta quæ ex puncto d , in punctum e , producet, utrumque diuidet angulum: quæ cum incidat in $d f$, & $e f$, rectas, efficiet propterea interiores & in eadem parte angulos $d e f$, & $e d f$, duobus rectis minores. Cöcurrent igitur $d f$, & $e f$, productæ, per quintum postulatum: & sese eadem interfecabunt in eodem puncto f . Et quoniam recta quædam linea $d f$, quandam rectam lineam $a b$, bisariam & ad rectos dissecit angulos: in ipsa igitur $d f$, est centrum circuli. & proinde in $e f$, recta, erit eiusdem circuli centrum: per corollarium primæ huius tertij. Est igitur centrum circuli, cuius sectio est $a b c$, in puncto f , utrique & $d f$, & $e f$, communi. Data igitur circuli sectione $a b c$, describitur cuius circulus est sectio. Quod oportuit ostendisse.

Θεωρημα κγ, ἡ προποσῖς κς.

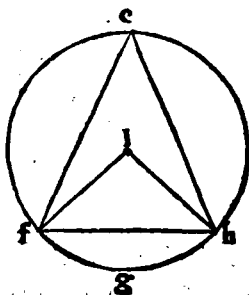
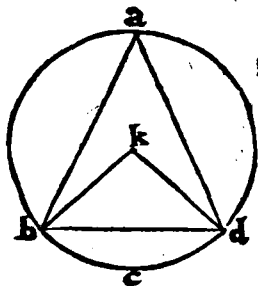
ΕΝ τῷς ἰσῖς κύκλοις αἰ, ἰσα γωνία ὑπὸ ἰσῶν ποδιφρεσῶν, βεβηκασί, ἑαυτὲ πρὸς τῷς κνήτροις, ἑαυτὲ πρὸς ταῖς πριφρεῖαις ὡς βεβηκῖναι.

Theorema 23, Propositio 26.

26 **I**N æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circumferentiis subtenduntur: et si ad centra, et si ad circumferentias deducti fuerint.

ORONTIVS. **E**sint binī circuli $a b c d$, et $e f g h$, inuicē æquales, in quibus æquales deducantur anguli, ad eorū quidem cētra k, l , anguli $b k d$, et $f l h$, ad circumferētiās autē, $b a d$, et $f e h$. Dico q $b c d$, circumferētia, æqualis est $f g h$, circumferētiæ. Cōnectantur enī in primis $b d$, et $f h$, rectæ, per primū postulatu. Et quoniā per hypothesin circuli $a b c d$, et $e f g h$, sunt inuicē æquales: quæ igitur ex eorū cētris prodeunt rectæ lineæ, sunt æquales adinuicē, per

primā huius tertij diffinitionem. Dux igitur $b k$, et $k d$, trianguli $b k d$, duabus $f l$, et $l h$, trianguli $f l h$, sunt æqua



les altera alteri: et æquos inuicem, qui ad k et l , comprehendunt angulos. Bafis itaq; $b d$, bafis $f h$, per quartam primi est æqualis. Rursum quoniā angulus qui ad a , æquus est angulo qui ad e , similis est sectio $b a d$, sectioni $f e h$, per decimam huius tertij diffinitionē: et super æqualibus rectis cōstitūt $b d$, et $f h$. Æqualis est igitur sectio $b a d$, ipsi $f e h$: super æqualibus enim rectis lineis similes circuloꝝ sectiones cōstitutæ, sibi inuicē sunt æquales, per uigesimā quartam huius tertij. Atqui totus $a b c d$, circulus, toti $e f g h$, circulo est æqualis. si ab æqualibus autē circulis, æquales auferantur circumferētiæ: quæ relinquentur æquales erūt, per tertiam cōmunem sententiā. Æqualis est igitur circumferētia $b c d$, ipsi $f g h$. In æqualibus ergo circulis, et c. ut in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

Θεωρημα κδ, Πρόβλημα ςβ.

EN ὅις ἰσοῖς κύκλοις, αἱ ὑπὸ ἰσῶν περιφερειῶν ἐκβακύναι γονίαι, ἰσοῦνται ἀλλήλαις εἰς κέντρα τε πρὸς τοῖς κέντροις, καὶ τε πρὸς ταῖς περιφερείαις αἱ ἐκβακύναι.

Theorema 24, Propositio 27.

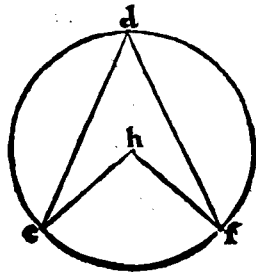
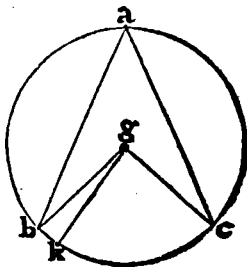
27 **I**N æqualibus circulis, anguli qui super æquales circumferentias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales: & si ad cētra, & si ad circumferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. **H**æc est conuersa præcedentis. sint ergo in circulis æqualibus $a b c$, et $d e f$, super æqualibus circumferentijs $b c$, et $e f$, anguli $b c d$ et $e f g$, et $e h f$, ad eorū cētra g, h : ad circumferētiās autē, $b a c$, et $d e f$. Aio

Nū quod

quod angulus qui ad g , æquus est angulo qui ad h , nec non qui ad a , æqualis ei qui ad d . In primis enim, si angulus $b g c$, angulo $e h f$, non fuerit æqualis, alter eorum erit maior. Esto maior (si possibile sit) $b g c$: & ad datam rectam lineam $g c$, ad datumque in ea punctum g , dato angulo rectilineo $e h f$, æqualis angulus rectilineus constituatur $k g c$, per vigesimam tertiam primi. Maior erit itaque angulus $b g c$, ipso $k g c$, angulo: incidetque propterea recta $g k$, inter $b g$, & $g c$, rectas, & proinde secabit circumferentiam $k c$, ipsa $b c$, minorem. At quoniam in circulis æqualibus æquales anguli, in

æqualibus circumferentijs subtenduntur, per antecedentem vigesimam sextam propositionem: æqualis erit circumferentia $k c$, ipsi $e f$. Eadem porro circumferentia $e f$, æqualis est per hypothesin circumferentia $b c$. & $b c$ igitur circumferentia, ipsi $k c$, per primam communem sententiam erit æqualis: maior videlicet minori, totumque sue parti: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Non est igitur angulus $b g c$, maior ipso $e h f$: similiter ostendemus, quod neque minor. Est igitur æqualis. Et quoniam per vigesimam huius tertij, angulus $b a c$, dimidius est eius qui ad centrū g : necnon & $e d f$, angulus, illius qui ad centrū h , dimidius. quæ autē eiusdem uel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem: per septimam communem sententiam. Et angulus igitur $b a c$, angulo $e d f$, est æqualis. In æqualibus ergo circulis, anguli qui super æquales circumferentias: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



Θεώρημα 25, Πρόβλημα 28.
EN τῷ 18ῳ κύκλοις αἱ ἰσαὶ ἐνθεταὶ, ἵσες ποδὲς φέρουσιν, ἀφαιρούσιν, πλὴν μὴ μείζονα, τῷ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττωνα, τῷ ἐλάττω. 28

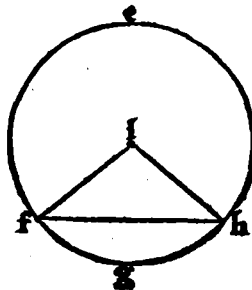
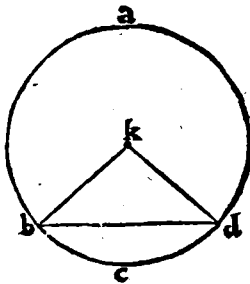
Theorema 25,

Propositio 28.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circumferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autē minori. 28

ORONTIVS. ¶ Sins bini circuli $a b c d$, & $e f g h$, inuicem æquales, quorum centra k , & in ipsis uero æqualibus circulis, æquales sint rectæ lineæ $b d$, & $f h$, auferentes circumferentias $b a d$, quidem & $f e h$, maiores, minores autem $b c d$, & $f g h$. Aio quod circumferentia $b a d$, circumferentia $f e h$, est æqualis: necnon & $b c d$, ipsi $f g h$. Connectantur enim $b k$, & $k d$, atque $f l$, & $l h$, rectæ, per primum postulatum. Cum igitur

igitur ex hy-
pothesi, cir-
culi $a b c$
 $d, e f g h$,
sint æqua-
les, & æqua-
les quoque ad
inuicem erunt
quæ ex eorū
centris dedu-
centur lineæ



rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ itaque $b k$, & $k d$, trian-
guli $b k d$, binis $f l$, & $l h$, trianguli $f l h$, sunt æquales altera alteri: ba-
sis quoque $b c$, basi $f g$, per hypothesin æqualis. Angulus igitur $b k d$, an-
gulus $f l h$, per octauam primi est æqualis. In æqualibus porro circulis æqua-
les anguli, & ad centra deducti, in æqualibus circumferentijs subtenduntur: per
uigesimalixtam huius tertij. Et $b c d$, igitur circumferentia, ipsi $f g h$, cir-
cumferentiæ, est æqualis. Atqui totus $a b c d$, circulus, toti $e f g h$, circulo
per hypothesin æquatur: & si ab æqualibus circulis æquales auferantur cir-
cumferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem senten-
tiam. Reliqua igitur circumferentia $b a d$, reliquæ $f e h$, est æqualis. Igitur
in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circumferentias auferunt:
maïorem maïori, minorem autē minori. Quod demonstrare fuerat operæpretiū.

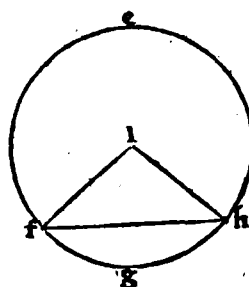
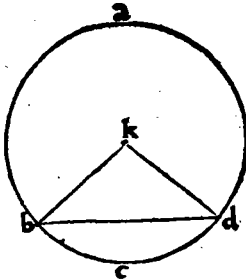
ὁμογενεῖς, ἰσομέτρους καὶ ἰσοπερίμετροις.

EN ἰσοῖς κύκλοις καὶ τὰς ἰσὰς περιμέτρους, ἴσαι ὑπὸ τῶν
τέντρον.

Theorema 26, Propositio 29.

19 **I**N æqualibus circulis, sub æqualibus circumferentijs, æqua-
les rectæ lineæ subtenduntur.

ORONTIVS. Hæc est conuersa proximè antecedentis propositionis. Cōuersa pro-
sint igitur rursus æquales circuli $a b c d$, & $e f g h$, quorum centra k, l : καὶ ἴσας.
sintque in eisdem circulis $b c d$, & $f g h$, circumferentiæ inuicem æquales.
Dico quod connexæ $b d$, & $f h$, rectæ lineæ, æquales sunt adinuicem. Produ-
cātur enim



ex centro
 k , rectæ li-
neæ $b k$,
& $k d$: nec
non ex cen-
tro l , rectæ
lineæ $f l$,
& $l h$, per
primū po-
sulatū. Et

N iij quoniam

quoniam ex hypothesi circumferentia $b c d$, æqualis est circumferentia $f g h$: æqualis est propterea angulus $b k d$, angulo $f l h$, per uigesimam septimam huius tertij. Rursum quoniam dati circuli per hypotixin sunt inuicem æquales: & quæ ex eorum centris igitur k & l , per primam huius diffinitionem sunt æquales. Æquales itaque inuicem sunt $b k$, $k d$, $f l$, & $l h$. Triangula ergo $b k d$, & $f l h$, habent duolatera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales. Basis igitur $b d$, basi $f h$, per quartam primi est æqualis. In æqualibus ergo circulis, sub æqualibus circumferentiis, æquales rectæ lineæ subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.

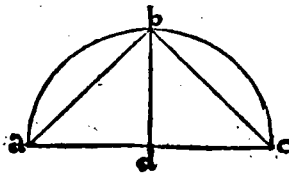
Τ $\rho\rho\beta\lambda\mu\alpha$ δ , $\rho\rho\theta\iota\varsigma$ λ .
 $\tau\eta\mu\delta\theta\epsilon\omega\sigma\alpha\nu\pi\omicron\delta\epsilon\phi\epsilon\rho\iota\alpha\nu\delta\iota\chi\alpha\tau\iota\mu\epsilon\nu$.

Problema 4, Propositio 30.

D Atam circumferentiam bifariam discindere.

30

ORONTIVS. Æsto data circumferentia $a b c$, quam oporteat bifariam discindere. Connectatur ergo recta linea $a c$, per primum postulatum: quæ bifariam secetur in puncto d , per decimam primi. Et per undecimam eiusdem primi, à dato puncto d , data rectæ lineæ $a c$, ad angulos rectos excitetur $d b$, connectanturque $a b$, & $b c$, lineæ rectæ, per primum postulat.



Cum igitur $a d$, ipsi $d c$, sit æqualis, & $d b$, utrique communis: bina itaque latera $a d$, & $d b$, trianguli $a d b$, duobus lateribus $b d$, & $d c$, trianguli $b d c$, sunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, nempe rectos. Basis igitur $a b$, basi $b c$, per quartam primi est æqualis. Æquales porro lineæ in eodem circulo, æquales circumferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, per uigesimam octauam huius tertij. Æqualis est ergo $a b$, circumferentia, ipsi $b c$. Data itque circumferentia $a b c$, bifariam discinditur in puncto b . Quod facere oportebat.

$\theta\epsilon\omega\rho\eta\mu\alpha$ $\kappa\zeta$, $\rho\rho\theta\iota\varsigma$ $\lambda\alpha$.

Ε $\nu\kappa\lambda\alpha$, $\eta\mu\delta\theta\epsilon\omega\sigma\alpha\nu\pi\omicron\delta\epsilon\phi\epsilon\rho\iota\alpha\nu\delta\iota\chi\alpha\tau\iota\mu\epsilon\nu$.
 $\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\omega\mu\delta\theta\epsilon\omega\sigma\alpha\nu\pi\omicron\delta\epsilon\phi\epsilon\rho\iota\alpha\nu\delta\iota\chi\alpha\tau\iota\mu\epsilon\nu$.
 $\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\omega\mu\delta\theta\epsilon\omega\sigma\alpha\nu\pi\omicron\delta\epsilon\phi\epsilon\rho\iota\alpha\nu\delta\iota\chi\alpha\tau\iota\mu\epsilon\nu$.
 $\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\omega\mu\delta\theta\epsilon\omega\sigma\alpha\nu\pi\omicron\delta\epsilon\phi\epsilon\rho\iota\alpha\nu\delta\iota\chi\alpha\tau\iota\mu\epsilon\nu$.
 $\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\omega\mu\delta\theta\epsilon\omega\sigma\alpha\nu\pi\omicron\delta\epsilon\phi\epsilon\rho\iota\alpha\nu\delta\iota\chi\alpha\tau\iota\mu\epsilon\nu$.

Theorema 27, Propositio 31.

I N circulo, angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiori segmento, minor recto: qui verò in minori segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

31

ORONTIVS. Æsit datus circulus $a b c$, cuius centrum e , dimetiens.

uerò

pars est ipsius anguli recti $d b f$. Omnis autem pars minor est toto, per ipsius nonæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur segmenti minoris, sub $d b$, recta, & $b c d$, circumferentia comprehensus, minor est recto. In circulo itaque angulus qui in semicirculo est: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat ostendere.

Corollarium primum.

Ex hac, & decimasexta huius tertij propositione fit manifestum, quod tametsi in mixtis angulis, sub recta linea & circuli circumferentia comprehensus, datus minor atque maior recto: nunquam tamen dabitur æqualis.

Corollarium secundum.

Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quod trianguli angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. Et quando utrobique cōsistētes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: uterque æqualiū angulorū rectus erit.

Θωρήμα κη, Πρόβις λβ.

Εὰν κύκλῳ ἐφάπτεται ἡς ἐνθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἀφ᾽ ἧς αὐτὴ τὸν κύκλῳ δικαθεῖς ἡς ἐνθεῖα τέμνεται τὸν κύκλῳ, αἱ ποιεῖς γωνίαι πρὸς τῇ ἐφάπτομένῃ, ἴσαι ταῖς ὄνται ταῖς γὰρ τοῖς ὀρθῶς ἡ ἀπὸ τῆς ἐφάπτομένης γωνίας.

Theorema 28, Propositio 32.

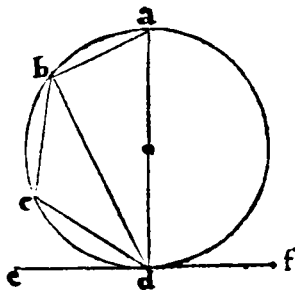
Si circumulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ³¹ extendatur quædam recta linea circumulum dispescens: anguli quos efficit ad tangentem, æquales sunt eis qui alter ni in circuli segmentis consistunt, angulis.

Quando dispescēs, orthogonaliseft ad tangentem.

ORONTIVS Efto enim circulus $a b c d$, quem tangat recta linea $e f$, in puncto d : à contactu autem d , extendatur recta quædam linea $d b$, dispescens datum circumulum $a b c d$. Aio quod angulus $b d e$, æqualis est angulo qui in segmento $b a d$: & angulus $b d f$, sei qui in segmento $b c d$, eidem æqualis. In primis enim, aut $b d$, recta super rectam $e f$, ad rectos incidet angulos, aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea transibit per centrum, efficiturque dimetiens ipsius $a b c d$, circuli, per decimamnonam huius tertij. Qui autem in utroque semicirculo consistet angulus, rectus erit, per antecedentem

trigesimamprimam ipsius tertij. hinc per quartum postulatum, uterque rectus qui circa d , utrique recto in alternis semicirculis constituto erit æqualis. Sed esto $b d$, minime per pēdicularis super $e f$: & per undecimam primi, à dato puncto d , datæ rectæ lineæ $e f$, perpendicularis excutetur a d . Sumatur præterea in $b d$, circumferentia pūctum aliquod, sitque illud c : & per primum postulatum, cōnectantur rectæ $a b$, $b c$, atque $c d$. Cum igitur ex hypothesi, recta linea $e f$, tangat ipsum $a b c d$, circumulum, à contactu autem d , ipsi tangēti $e f$, ad rectos angulos

Quando exstentia, nō est orthogonaliseft circumulum.



ipsum $a b c d$, circumulum, à contactu autem d , ipsi tangēti $e f$, ad rectos angulos

gulos excitata est a d:transit igitur a d,recta per centrum,fitque dimetiēs Partium figu
 ipsius a b c d,circuli,per decimamnonam huius tertij.Trianguli igitur a b ræ præpara
 d,angulus qui ad b,in ipso existens semicirculo, per antecedentem trigessimam tio.
 primam huius tertij,rectus est:reliqui itaque anguli a d b,et b a d,uni re
 cto,per trigessimamsecundam primi,sunt æquales.Angulus porro a d e, re
 ctus est:qui igitur sub a d b,et b a d,continentur anguli, ipsi angulo a d
 e,sunt æquales.utriq; autem æqualium, communis est a d b: reliquus igitur
 b d e, reliquo b a d,(qui alternus in b a d,segmento consistit) angulo, per
 tertiam communem sententiam est æqualis. Rursum quoniam anguli b d e,
 et b d f, duobus rectis, per decimamtertiam primi,sunt æquales:eisdē quo
 que duobus rectis,æquales sunt qui in a b c d,quadrilatero,ex opposito cō
 sistunt anguli b a d,et b c d,per uigesimamsecundam huius tertij.Et angu
 li igitur b a d,et b c d,ipsis angulis b d e,et b d f,sunt per primam
 communem sententiam æquales:quorum alter,utpote b a d,alteri b d e,æ
 qualis præostensus est. Reliquus igitur angulus b d f, reliquo et alterno b
 c d,per tertiam communem sententiam coequatur. Si circulum igitur tetige
 rit aliqua recta linea,et c.ut in theoremate. Quod receperamus ostendendum.

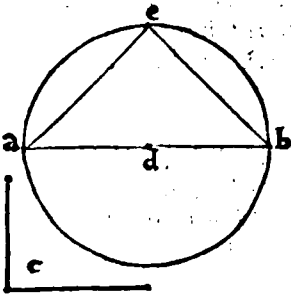
Πρόβλημα 5, Πρόβωσις 33.

Problema 5 Propositio 33.

33

SVper data recta linea,describere sectionem circuli, ca
 pientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.

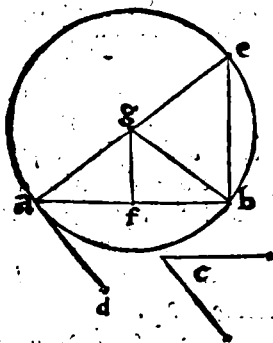
ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a b, datus porro angulus
 rectilineus qui ad c,fitque receptum describere super a b, circuli sectionem,
 qua capiat angulum ipsi dato angulo c,æqualem.Datus itaque angulus, aut
 erit rectus,aut acutus,uel obtusus.Esto primum rectus,ut in prima figura.Sece
 tur ergo ipsa a b,recta linea bisariam,per



decimam primi,in puncto d:et centro d,in
 tervallo autem d a,uel d b,circulus descri
 batur a e b,per tertium postulatam.Sumas
 tur deinde contingens aliquod punctum in
 alterutro semicirculo,fitque illud e,et con
 iungantur a e,et e b,lineæ rectæ,per pri
 mum postulatam. Et quoniam semicirculus
 est a e b:angulus igitur qui ad e,per trige
 simā primam huius tertij rectus est, et ipsi
 propterea angulo c, per quartum postulatū

æqualis. Descriptus est itaque super a b,recta,semicirculus a e b,suscipiens
 angulum qui ad e,dato angulo c,æqualē. Sit autē ipse datus angulus c,acu
 tus,uelut in secūda figuræ descriptione. Ad datā itaque rectam lineā a b,da
 tūque in ea punctū a, dato angulo rectilineo c,æqualis angulus rectilineus cō
 stituatur

fituratur b a d , per trigessimam tertiam primi. Erit igitur angulus b a d , acutus: & proinde a b , super ipsam a d , non est perpendicularis. Excitetur ergo per undecimam primi, à dato puncto a , data recta lineæ a d , perpendicularis a e : dividaturque ipsa a b , recta bisaria in puncto f , per decimam ipsius primi: & per undecimam eiusdem primi, à dato puncto f ipsi a b , recta lineæ ad angulos rectos excitetur f g . Convenient itaque a e , & f g , per quintum postula-



tum: interiores enim & in eadem parte anguli a f g, & g a f, binis rectis sunt minores, conueniant igitur ad punctum g: & connectatur b g, recta, per primum postulatum. Cū igitur a f, ipsi f b sit æqualis, & utriq; communis f g: duæ igitur a f, & f g, trianguli a f g, duabus g f, & f b, trianguli g f b, sunt æquales altera alteri: & æquos inuicem capiunt angulos, nèp rectos, qui circa f. Bas is igitur a g, basi g b, per quartam primi est æqualis. Centro itaq; g, intervallo autē g a, uel g b, circulus describitur a e b, per tertium postulatum. transibit ergo circulus a e b,

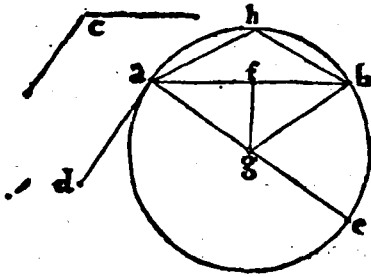
per ipsius $a b$, limites. Extensa igitur $a e$ recta, per secundum postulatam, in circumferentiā ipsius circuli: connectatur recta $b e$, per primum postulatam. Et

Resolutio de quoniam a d recta, ab a puncto ipsius a e dimetiētis extremitate, ad rectos est
mōstrationis. angulos: tangit igitur a d ipsum a e b circulum, per corollarium decimæ sex-
tæ huius tertij. Rursum, quoniam recta quædā linea a d, tangit ipsum a e b cir-
culū, à contactu autem extensa est recta quædam linea a d, circulum dissecēs:
angulus igitur qui ad e, consistens in alterno segmento a e b, angulo b a d,
quem facit extensa a b, cum extensa a d, per trigessimā secundam huius tertij
est æqualis. Eidem porro b a d, æquus est angulus c, per constructionem. Angu-
lus igitur qui ad e, dato angulo c, per primam communem sententiam est æqua-
lis. Super data itaque recta linea a b, descriptum est circuli segmentum a e b.

Quando idē angulus datus est obtusus. suscipiens angulū qui ad e, dato angulo c æqualē. Quod si datus angulus c, fuerit obtusus: haud dissimili uia, propositionis intentum perficietur. Dato enim rursus angulo b a d ipsi angulo c æquali, per uigesimātertiam primi, et a

Resolutio de *tum. Cùm igitur a f, sit æqualis f b, & f g, utrfque communis: duo late-*
môstrationis *ra a f, & f g, trianguli a f g, duobus lateribus g f, & f b, trianguli g f b,*
priori simili. *sunt æqualia alterum alteri: & æquales invicem continent angulos, utpote re-*
ctos qui circa punctum f. Basis igitur a g, basi g b, per quartam primi est æ-
qualis. Centro itaque g, intervallo autem g a, uel g b, describatur a e b circulus,
per tertium postulatum. transibit ergo circulus ipse, per limites datæ rei

६८



Et lineæ a b. Hinc rursus, quoniam
recta a d, ab extremitate diuertiens a
e, ad rectos excitata est angulus: tangit
igitur a d, ipsum a e b circulum, per
corollarium decimæ sextæ huius terrij.
Itē quoniam a d recta, tangit a e b circu-
lū, à cōtactu autē extēsa est a b recta,
circulū dissecēs: angulus igitur qui ad
b, consistens in alterno circuli segmēto
a h b, angulo b a d, sub contingē-
te d a, & extēsa a b comprehēso

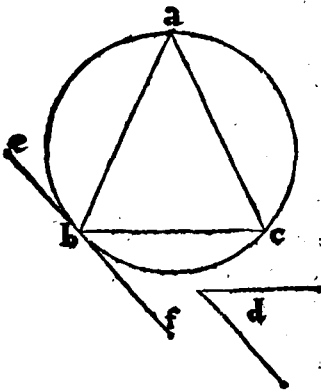
fo, per trigessimamsecundam huius tertij est equalis. Eidem quoque angulo
b a d, equus est per constructionem angulus qui ad c. Qui igitur ad c, et
b, puncta consistunt anguli, per primam communem sententiam sunt inuicem
equales. Itaque super data recta linea a b, describitur sectio circuli a b b,
capiens angulum qui ad b, equalem dato angulo rectilineo qui ad c. Quod fa-
cere oportebat. Πρόβλημα ε, Πρόθεσις λλ.

Α πὸ τὸ δοθέν κύκλῳ, τμήμα ἀφελὼν διχομήσαν γωνίαν ἵ-
στω τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἐκυττάμω.

Problema 6, Proposicio 34:

34 **A** Dato circulo, segmentum abscindere, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

PROPOSITIONS. *Uti datus circulus a b c: à quo oporteat segmentum abscindere, capiens angulum æqualem dato angulo qui ad d. A dato igitur puncto e, ducatur recta linea e f, contingens ipsum a b c circuli in puncto b, figura per decimam septimam huius tertij: Et ad datam rectam lineam b f, datimque in ea*



promittū b, dato angulo rectilineo qui ad d, æ-
qualis angulus rectilineus constituitur c b f;
per vigesimā tertiam primi: & per primum
postulatu, coniungatur a b, & a c, lineæ re-
ctæ, comprehēdentes angulū qui ad a. Cū
igitur recta quæ dā linea b f, atq; circulum Demonstratio
a b c, & à contactu b, alia quæ dā linea re- Problematis.
ctā b c extēsa est, circulū dissecēs: angulus
igitur qui ad a, existēs in alterno segmento b
a c, æquus est ipsi angulo c b f, quē efficit
recta b c cū tangere b f, per trigessimā secū-
dā huius tertij. Eidē porro c b f, angulo, æ-
quus est per constructionem angulus d. Est
igitur sub b a c, contentus angulus, æqualis

ipsi angulo d, per primā communē sententiā. A dato itaque circulo a b c, seg-
mētum abscinditur b a c, capiens angulum qui ad a, æqualem dato angulo re-
ctilineo d. Quod oportuit fecisse.

Θέωρημα κθ, Πρόβησις λβ.

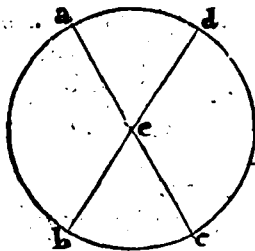
EΑν γν κύκλω δύο ἐνβῆαι τέμνωσι ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν ἑκατέρωθεν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον δὲ τῷ ὑπὸ τῶν ἑτέρωθεν τμημάτων περιεχόμενῳ ὀρθογώνιῳ.

Theorema 29, Propositio 35.

SI in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: recta 35
sgulum comprehensum sub sectionibus vnus, æquum est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectāgulo.

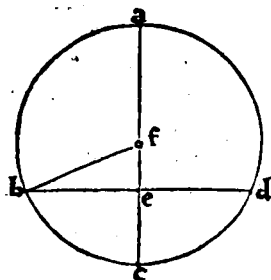
ORONTIVS. ¶ In dato enim circulo a b c d, binæ rectæ lineæ a c, & b d, se inuicē secant in puncto e. Aio quod rectangulū comprehensum sub a e, & e c, æquum est comprehensō sub b e, & e d, rectangulo. In primis itaque

Prima lineæ
rum sese inui-
cem secantiū
dispositio.



Secunda line-
arum supradi-
ctarum dispo-
sicio.

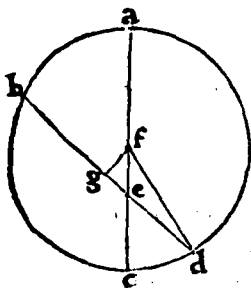
¶ sed iam altera tantummodo linearum, ut pote a c, transeat per centrum, quod sit f: secetque reliquam b d, in eodem puncto e. Secabit igitur a c, ipsam b d, in duo æqualia, uel in duo non æqualia. Secet primum bifariam: & ad rectos igitur eam secabit angulos, per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b f, per primum postulatum. Rectangulum erit itaque triangulum b e f. Et quoniam recta a c, secatur in æqualia in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur sub a e, & e c, continetur re-



Transseat primū utraque per centrum e, ut in prima figura. Erunt igitur, per decimam quintam diffinitionē primi, a e, e c, b e, & e d, inuicem æquales: nempe eiusdem circuli semidiametri. Quod igitur sub a e, in e c, sit rectangulū, æquū est ei, quod sub b e, & e d, continetur rectangulo, per corollarium quædragesimæ sextæ primi libri: sunt enim ambo rectangula quadrata, & sub æqualibus re-
ctangulū, una cū quadrato quod ex e f, æquū est ei, per quintā secundi, quod ab f c, sit quadrato. Ei porro quod ab f c, sit quadrato, æquū est id quod ex b f, per corollarium quædragesimæ sextæ primi: æqualis siquidē est b f, ipsi f c. Cōprehēū igitur sub a e, & e c, rectangulū, una cū quadrato quod ex e f: æquū est quadrato quod sit ex b f. Quadrato autē quod sit ex b f, æqualia sunt per quædragesimā septimā primi, quæ ex b e, & e f, describuntur quadrata. Cōprehensum itaque sub a e, & e c, rectangulū, una cū quadrato quod sit ex e f: æquū est quadratis quæ sunt ex b e, & e f. Ablato igitur cōmuni quadrato quod ex e f: reliquū sub a e, & e c, cōprehensum rectangulū, æquū erit, per tertiam cōmūnem sententiam, reliquo quod ex b e, describitur quadrato. Quod autē ex b e, sit quadratum,

sub a e, & e c, rectangulū, una cū quadrato quod sit ex e f: æquū est quadratis quæ sunt ex b e, & e f. Ablato igitur cōmuni quadrato quod ex e f: reliquū sub a e, & e c, cōprehensum rectangulū, æquū erit, per tertiam cōmūnem sen-

tum, idem est quod sub b , e , g et d , comprehensum rectangulū: est enim per hypothesin b , e , ipsi e , d , æqualis. Comprehensum igitur sub a , e , g et c , rectangulū, æquū est rectangulo, quod sub b , e , g et d , continetur. Quod si a , c , per f , centrū Earundem lineæ educatā, ipsam b , d , non ductā per cētrum secuerit inæqualiter, et ad angulos in nearū dispositos: ideo non minus facile concludetur. Diuidatur enim b , d , recta, bisariam in puncto g , per decimā primī: et connectatur f , g , atque f , d , per primum postulatum. Cum igitur f , g , per cētrum educatā, ipsam b , d , non ductā per cētrum bisariam diuidat: et ad rectos quoque eā dissecet angulos, per tertiā huius terti. Rectus erit igitur uterque angulorum qui circa g : et proinde triāgula f , g , d , et f , g , e , rectāgula. Et quoniam recta a , c , bisariam secatur in puncto f , et in non æqualia in puncto e : quod igitur sub a , e , g et c , continetur rectāgulum, unā cum

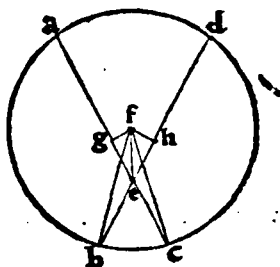
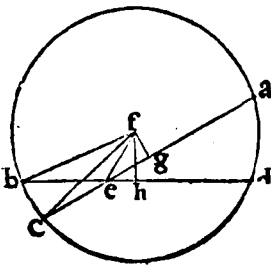
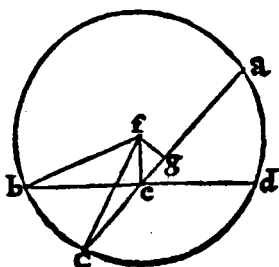


quadrato, quod ex e , f , æquum est ei quod ex f , c , describitur quadrato, per quintā secundī. Quadrato autē quod ex f , c , æquum est id quod fit ex f , d : æqualis siquidē est f , c , ipsi f , d , per decimā quintā ipsius primī diffinitione. Quadrato rursum quod ex e , f , æqualia sunt descripta ex f , g , et g , e , quadrata, per quadragessimā septimā eiusdē primī. Comprehensum igitur sub a , e , g et c , rectangulū, unā cum descriptis ex f , g , et g , e , quadratis: æquum est quadrato quod fit ex f , d . Quadrato ino super quod fit ex f , d , æqualia sunt quæ ex f , g ,

et g , d , sunt quadrata, per eādem quadragessimā septimā primī. Quod igitur sub a , e , g et c , continetur rectāgulum, unā cum quadratis quæ ex f , g , et g , e , æquū est eis, quæ ex f , g , et g , d , sunt quadratis. Subducto igitur quod ex f , g , utriusque cōmuni: reliquum sub a , e , g et c , comprehensum rectāgulum, unā cū quadrato quod ex g , e , æquum est ei quod ex g , d , fit quadrato. Eidē rursum quod ex g , d , fit quadrato, æquum est comprehensum sub b , e , g et d , rectangulum, unā cum eo quod ex eadē e , f , fit quadrato, per eādem quintā secundī: diuiditur enim b , d , bisariam in puncto g , et in non æqualia in puncto e . Quæ autem eidē æqualia sunt, ea sunt æqualia adinuicē, per primā communem sententiā. Rectāgulum itaque sub a , e , g et c , comprehensum, unā cum quadrato quod ex g , e : æquum est comprehensio sub b , e , g et d , rectāgulo, unā cū eodē quadrato quod fit ex g , e . Ablato autē cōmuni quadrato quod ex g , e : reliquū sub a , e , g et c , comprehensum rectāgulum, reliquo quod sub b , e , g et d , continetur rectāgulo, per tertiā communem sententiā est æquale. Neutra demū supradictarum linearum per centrū educatur (ut in sequētibz figuris) siue una secet aliā per æqualia, dictarū linearum siue non: sitque rursum ipsius circuli centrū f . Connectatur igitur e , f , recta, rē dispositio. per primum postulatum: et utraque a , c , et b , d , bisariam diuidatur, per decimā primī, a , c , quidem in g , et b , d , in puncto h : et connectantur demū f , g , h , f , c , f , e , g , et f , h , per primum postulatum. Diuidet ergo f , g , ipsam a , c , ad rectos angulos: similiter et f , h , ipsam b , d , per tertiā huius terti propositiōnem: eruntque triāgula f , g , e , et f , h , necnon f , g , c , et f , h , d , rectāgula. Et quoniam a , c , bisariam secatur in g , et in non æqualia in puncto

Quarta prædictarū linearum dispositio.

Et e comprehenditur igitur sub a et e et c rectangulum, una cum eo quod ex g et sit quadrato, æquum est per quintam secundi quadrato quod sit ex g et c . Addatur commune quadratum, quod ex f et g describitur: quod igitur sub a et e et c



continetur rectangulum, una cum quadratis quæ sunt ex f et g , et g et e , binis quadratis quæ ex f et g , et g et c , per tertiam communem sententiam est æquale. Quadratis porro quæ sunt ex f et g , et g et e , æquum est quadratum quod sit ex e et f : eis item quæ ex f et g , et g et c , sunt quadratis, æquum est id quod sit ex f et c , per quadragesimam septimam primi. Quod igitur sub a et e , et c , continetur rectangulum, una cum quadrato quod sit ex e et f , æquum est quadrato quod sit ex f et c . Ipsi autem f et c , æqualis est f et b , per circuli diffinitionem: hinc per corollarium quadragesimæ sextæ primi descriptum ex f et b quadratum, æquum est ei quod sit ex f et c . Comprehensum igitur sub a et e , et c rectangulum, una cum quadrato quod sit ex e et f : æquum est quadrato quod sit ex f et b . Et proinde quod sub b et e , et e et d , continetur rectangulum, una cum ipso quadrato quod sit ex e et f : æquum est eidem quadrato, quod sit ex f et b . Quæ autem eisdem æqualia, et adinvicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Comprehensum igitur sub a et e , et c , rectangulum, una cum quadrato quod sit ex e et f : æquatur rectangulo, quod sub b et e , et e et d continetur, ac ipsi quadrato quod sit ex e et f . Dempto itaque communi quadrato quod sit ex e et f : reliquum sub a et e , et c , comprehenditur rectangulum, reliquo quod sub b et e , et e et d , continetur rectangulo, per tertiam communem sententiam est æquale. In prima autem trium antecedentium figuratum, ubi a et c bisariam fecit ipsam b et d , erit f et super eadem b et d , perpendicularis: et quadratum quod sit ex f et b , vis quæ ex b et e , et e et f sunt quadratis æquale. Hinc facile concludetur, quadratum quod sit ex b et e , seu rectangulum sub b et e , et e et d , comprehenditur, æquum fore rectangulo quod sub a et e et c continetur. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ se adinvicem secuerint: et c. ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα λ, Πρόβλημα λς.

ΕΑν κύκλος ληθῇ ἔσθ' ἡ ἀπόκέντρος, ὅτι αὐτὴ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτῃσι δύο ἐνθεταί, ὅτι ἡ ἀπόκέντρος τὴν κύκλον, ἡ δὲ ἐφαπτομένη ἐσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τμήσεως ὅτι ἐκτός ἀπολαμβάνει.

λαμβάνομένης, μεταξὺ τῆς σημείας & τῆς κυρτῆς πόδας φέρειας, πόδας ἑξομῆτον ὀρθογωνίου ἴσους τῶν ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγωνίων.

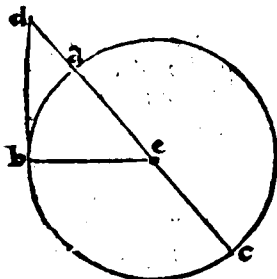
1. theorema 30,

Propositio 36.

36

SI extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulū dispescat, altera verò tangat: quod sub tota dispescente, & extrinsecus sumpta, inter punctum & curuam circumferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangente quadrato.

O R O N T I V S. De tangente hic uelim intelligas, quæ inter punctum exterius sumptum, & contactum ipsum intercipitur. Est igitur datus semicirculus $a b c$, extra quem sumatur punctum d : & à puncto d , in ipsum circulum cadant binæ rectæ lineæ $d b$, & $d a c$, quarum $d b$ tangat ipsum circulum, $d a c$ uero eundem circulum dispescat. Aio quod rectangulum sub $c d$, & $d a$, comprehensum: æquum est quadrato, quod fit ex $b d$. Aut enim recta linea $d a c$,



transit per circuli centrum, uel extra. Trans- Vbi dispe-
eat primò per centrum, sitque illud e : & con- scens circuli
nectatur $e b$, recta, per primū postulatū. trāsit, per $c e$.
Aequalis est igitur $a e$, ipsi $e c$, per circuli trum.

diffinitionem. Discinditur itaque $a c$ bifariam, in puncto e : & illi in rectum adiucitur $a d$. Quod igitur sub $c d$, in $d a$, continetur rectangulum, unā cum eo quod ex $a e$ fit quadrato: æquum est, per sextam secundū,

quadrato quod fit ex $e d$. Ei porro quod ex $a e$, fit quadrato, æquum est quod ex $b e$ fit quadrato: quod ex $b e$, per ipsius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehensum igitur sub $c d$, & $d a$, rectangulum, unā cum eo quod ex $b e$ fit quadrato: æquum est quadrato, quod ex $e d$. Quadrato rursum quod fit ex $e d$, equalia sunt quæ ex $d b$, & $b e$, utraque sunt quadrata, per quadragesimam septimam primi: angulus enim qui ad b , per decimam octauam huius tertij rectus est. Quod igitur sub $c d$, & $d a$, continetur rectangulum, unā cum eo, quod ex $b e$ fit quadrato: æquum est eis, quæ ex $d b$, & $b e$, sunt quadratis. Subducto itaque communi quadrato, quod ex $b e$, reliquum quod sub $c d$, & $d a$, continetur rectangulū, æquū est per tertiā communem sententiā reliquo, quod ex tangente $d b$ fit quadrato. Non extendatur autē $d a c$, recta per centrū ipsius circuli, quod rursum sit e : & diuidatur $a c$, bifariā in puncto f , per decimā primicōnectārūq; per primum postulatū $e a$, & $b e$, $d e$, & f . Diuidet igitur $e f$ eandem $a c$ orthogonaliter, per tertiā huius tertij: & $e b$ perpendicularis erit ad tangentem $b d$, per decimā octauam eiusdem tertij. Et quoniam $a c$ bifariam diuiditur in puncto f , cui in rectum adposita est $a d$: quod igitur sub $c d$, in $d a$, continetur rectangulum, unā cum eo quod ex $a f$ describitur quadrato: æquum est

Vbi dispe-
scens circuli
trāsit, per $c e$.
trum.

Quando cir-
culum dispe-
scens, nō trā
sit per centrū

per sextam ipsius secundi, quadrato quod fit ex d f. Addatur commune quadratum, quod fit ex f e: comprehensum igitur sub c d, & d a, rectangulum, una cum descriptis ex a f, d

& f e, quadratis, æquum est quadratis, quæ ex d f, & f e, describuntur. Quadratis porro quæ fiunt ex a f, & f e, æquum est quadratū quod ex a e: eis item quæ ex d f, & f e, fiut quadratis, æquum id quod ex ipsa d e, per quadragesimā septimā primi. Quod fit igitur ex c d, in d a, una cum eo quod ex a e, fit quadrato: æquū est quadratū quod fit ex d e. Quadrato rursum quod fit ex a e, æquum est id quod ex e b: æqualis enim a e, ipsi e b, per ipsam circuli diffinitionem. Quod igitur sub c d, & d a, continetur rectangulum, una cum quadrato quod fit ex e b: æquum est quadrato, quod fit ex d e. Ipsi autem quod ex d e, fit quadrato: æqualia sunt, per eandem quadragesimā septimā primi, descripta ex e b, & b d, quadrata. Comprehensum igitur ex c d, in d a, rectangulum, una cum quadrato quod ex e b: æquum est eis, quæ ex eadem e b, & ipsa b d, fiunt quadratis. Ablato itaque quadrato quod ex e b, utrique æqualium communi: reliquum ex c d, in d a, comprehensum rectangulum, reliquo quod ex tangente b d, fit quadrato, per tertiam communem sententiam est æquale. Igitur si extra circulum sumatur punctum aliquod, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Corollarium.

Quotlibet igitur rectangula, sub rectis singulis ex eodem puncto extra circulum sumpto deductis, atque circulum ipsum disspescentibus, & extrinsecus sumptis inter punctum & curvam circumferentiam comprehensa. sunt inuicem æqualia: Nam eidem æqualia quadrato, quod ex ipsa tangente describitur.

Θωρήματα λα, Πρόβιςις λζ.

Εὰν κύκλῳ λαφθῇ ἡ σημείω ἐκ τῆς, ἀπὸ δὲ τῆς σημείω πρὸς τὸν κύκλῳ προαπίπτωσιν δύο εὐθεῖαι, ὧς ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλῳ, ἡ δὲ προαπίπτῃ· ἡ δὲ τὸ ὑπὸ τῇ ὅλῃς τὸ μνηστος, καὶ τῇ ἐκ τῆς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τῶν σημείων ὧς τῇ κυρτῆς περιφέρειας, ἴσῳ ᾧ τὸ ὑπὸ τῇ προαπίπτουσιν, ἡ προαπίπτουσα ἐφαίνεται τῷ κύκλῳ.

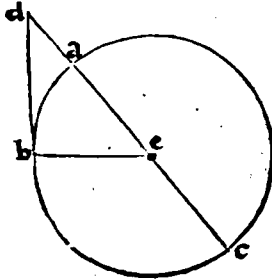
Theorema 31, Propositio 37.

Couersa præcedentis.

Si extra circulum sumatur punctū aliquod, & ab eo pūcto in circulū duæ rectæ lineæ ceciderint, & earū altera circulum secet, altera verò cadat: sit autem quod fit sub tota disspescente

disperscente & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam
circunferentiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulū
tanget.

ORONTIVS **H**æc est conuersa præcedentis: & de cadente rursum uenit
intelligenda, quæ inter punctum datum extra circulum, & ipsum contactum
comprehenditur. sit igitur rursum extra circulum a b c, susceptum punctum d,
à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d b quidem in circulum
incidens, d a c uero eundem circulum disperscens: sit autem receptum, ut

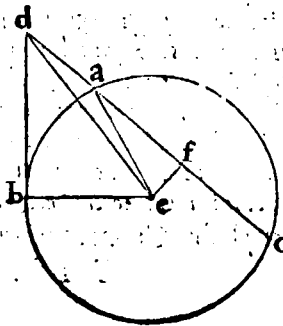
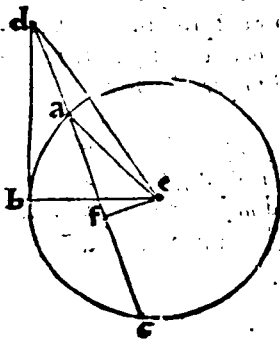


id quod sub c d, in d a comprehenditur rectā-
gulum, æquum sit ei quod ex cadente d b fit
quadrato. Aio quod d b tangit circulum a b c.
In primis enim aut d b circulū disperscens trāsīt
per ipsius circuli centrum (quod rursum sit e)
uel extra. Detur primum: & connectatur e b
recta, per primum postulatū. Cū igitur a c,
bifariam diuidatur in puncto e, & eidem adpo-
natur in directum a d: erit sub c d in d a, cō-
prehensum rectangulum, unā cū quadrato

Prima figuræ
differentia.

quod fit ex a e, æquale quadrato quod ex e d, per sextam secundi. Ipsi porro
a e, æqualis est e b, per circuli diffinitionem: & ab æqualibus rectis equalia
describuntur quadrata, per corollarium quadragesimæ sextæ primi. Comprehen-
sio igitur sub c d, in d a, rectangulo, unā cū eo quod ex e b fit quadrato, æquum
est quadratum quod fit ex e d. Eidem porro sub c d, in d a, comprehenso rectā-
gulo: æquum est quadratum quod fit ex b d, per hypothesein. Quod igitur ex e d
fit quadratum æquum est eis quæ ex d b & b e quadratis describuntur. Rectus
est igitur angulus qui ad b, per ultimam primi. hic per corollarium decimæ sextæ
huius tertij, ipsa d b tangit circulum in puncto b. **S**ed disperscat d a c recta
eundem circulum alibi, quā per centrum: ut in secunda uel tertia figura. &
diuidatur a c bifariam in puncto f, per decimam primi: & connectantur per
primum postulatū a e, e b & e f. Perpendicularis erit igitur e f, super a c,
per tertiā huius tertij: & a e f, atque e f d, triagula, rectāgula. His ita constru-
ctis, erit rursum per eandē sextā secūdi, comprehensum sub c d, in d a, rectāgulū,

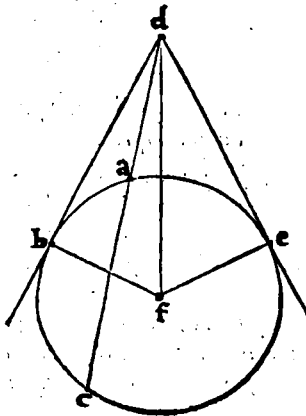
Secunda figu-
ræ differētia.



unā cū qua-
drato quod
ex a f, æqua-
le quadrato
quod fit ex
d f. addatur
utrobique
quadratum
q̄ fit ex f e.
Cōprehensū
igitur sub c d
& d a rectā-
gulum, unā
cū quadratis

quadratis quæ sunt ex $a f$, & $f e$: æqualia sunt eis, per secundum communem sententiam, quæ ex $d f$, & $f e$ quadratis describuntur. Eis autem quæ ex $a f$, & $f e$ quadratis describuntur: æquum est quadratum quod fit ex $c a$, per penultimam primi: & proinde id quod fit ex $e b$. Eis rursus quæ ex $d f$, & $f e$, quadratis describuntur: æquum est per eandem penultimam primi, id quod fit ex $e d$. Quod igitur sub $c d$, in $d a$, continetur rectangulum, unâ cum eo quod ex $e b$, fit quadrato: æquum est quadrato quod fit ex $e d$. Eidem porro sub $c d$, in $d a$, comprehenso rectangulo, æquum est per hypothesin, quod ex $b d$, fit quadratum. Quæ igitur ex $d b$ & $b e$, quadrata describuntur: æqualia sunt ei, quod ex $e d$, fit quadrato. Et proinde angulus qui ad b , rectus est, per ultimam ipsius primi: & $b d$, propterea tangit circulum $a b c d$, per ipsum decimæ sextæ huius tertij corollarium. Quod fuerat ostendendum. ¶ Potest & hæc ultima propositio aliter in uniuersum demonstrari, unica tantummodo coassumpta figura, in hunc qui sequitur modum. A dato puncto d , dato circulo $a b c$, contingens recta linea ducatur, per decimam septimam huius tertij: sitque illa $d e$. Ipsius autem circuli centrum esto f : & per primum postulatum connectantur rectæ lineæ $f b$, $f d$, & $f e$. Erit igitur $f e$, perpendicularis in contingente $d e$, per decimam octauam huius tertij: & proinde angulus $d e f$, rectus. Cum igitur à puncto d , cadant binæ lineæ rectæ $d a c$, & $d e$, quarum altera, utpote $d a c$, circulum secat, reliqua uero $d e$, ipsum tangit circulum: quod igitur ex $d e$, fit quadratum, æquum est comprehenso sub $c d$, & $d a$, rectangulo, per antecedentem trigessimam sextam propositionem. Eidem porro quod ex $c d$, in $d a$, fit rectangulo, æquum est per hypothesin, quod ex $d b$, fit quadratum. Quæ igitur ex $d b$, & $d e$, fiunt quadrata, sunt per primam communem sententiam inuicem æqualia. Et proinde recta $d b$, æqualis ipsi $d e$, per corollarij quadragesimæ sextæ primi conuersionem. Æqualis rursus est $f e$, ipsi $f b$, per sæpius allegatam circuli diffinitionem. Binæ igitur $d b$, & $b f$, trianguli $d b f$, duobus $d e$, & $e f$, trianguli $d e f$, sunt æquales altera alteri: habentque eadē basin communē. Angulus itaque $d b f$, ipsi angulo $d e f$, per octauā primi est æqualis. At qui $d e f$ angulus, est rectus: & qui sub $b f$, igitur continetur angulus, rectus est. Est autem $f b$, semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b , ad angulos rectos excitatur $b d$: tangit igitur $b d$, circulum ipsum $a b c$, per corollarium decimæ sextæ huius tertij. Idē quoque deducetur, ubi $d a c$, recta per centrum ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctum aliquod: & c. ut in ipso theoremate. Quod tandem fuerat ostendendum.

Idem aliter
& uniuersali-
ter magis o-
stendere.



bus $d e$, & $e f$, trianguli $d e f$, sunt æquales altera alteri: habentque eadē basin communē. Angulus itaque $d b f$, ipsi angulo $d e f$, per octauā primi est æqualis. At qui $d e f$ angulus, est rectus: & qui sub $b f$, igitur continetur angulus, rectus est. Est autem $f b$, semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b , ad angulos rectos excitatur $b d$: tangit igitur $b d$, circulum ipsum $a b c$, per corollarium decimæ sextæ huius tertij. Idē quoque deducetur, ubi $d a c$, recta per centrum ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctum aliquod: & c. ut in ipso theoremate. Quod tandem fuerat ostendendum.

¶ Tertij Libri Geometricorum Elementorum, ¶

F I N I S.

Orontij Finæi Delphi-

NATIS, REGII MATHEMATICA-

rum professoris, in quartum elementorum
Euclidis, Demonstrationes.

ΒΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τῷ ἐγγράφῳ καὶ περιγράφῳ σχήμα, ὅροι ̅̅.

Σχήμα ἐνθ' ἑξαμῶν εἰς σχήμα ἐνθ' ἑξαμῶν ἐγγράφῳ καὶ λή-
γεται ὅταν, ἑκάστῃ τῷ ἐγγράφῳ μὲν ὁ σχήματος γωνίῳ, ἑκάστῃς
πλευρᾷ τῷ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἀπῆνται.

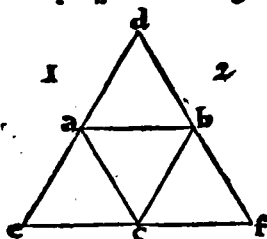
De inscriptione ac circumscriptione figurarum definitiones septem.

Figura rectilinea, in figura rectilinea describi dicitur:
quando unusquisque inscriptæ figuræ angulus, vnū-
quodque latus eius in qua describitur, tangit.

Σχήμα δὲ ὁμοίως περὶ σχήμα περιγράφῃσθαι λέγεται
ὅταν ἑκάστῃ πλευρᾷ τῷ περιγεγραφομένῳ, ἑκάστῃς γωνίας τῷ περὶ ὃ πε-
ριγράφεται ἀπῆνται.

Figura autem similiter circa figuram describi dicitur: quando
vnumquodque latus circumscriptæ, vnumquenque angulum
eius circum quam describitur, tangit.

ORONTIUS. Huiusmodi figurarum inscriptiones ac circumscrip-
tiones, de regularibus, hoc est, equalia latera, et angulos inuicem æquales habenti-
bus (exceptis forsitan triangulis, in quæ cæteræ resoluuntur rectilineæ figuræ)
veniunt potissimum intelligendæ. Inscribuntur præterea, atque inuicem cir-



cunscrībuntur rectilineæ tantummodo figuræ, Quæ figuræ
quæ eiusdem sunt speciei: utpote, triaguli tria inscribantur
gulo, quadratū quadrato, petagonū petagono, & circumscri-
buntur adinuicem.
etc. Oportet enim, tot esse latera circumscriptæ,
quot ipsius inscriptæ sunt anguli. Quanquam
porro circulus non sit figura rectilinea: propter
illius tamē regularitatem, possunt et ipsæ recti
lineæ ac æquilateræ figuræ, circulo inscribi ac

circumscribi, et est diuerso. In exemplum igitur primæ ac secundæ diffinitionis,
habes obiectū a b c triangulum æquilaterum, descriptum in d e f triangulo: uel
ipsum d e f triangulum, ipsi a b c triangulo responderent circumscriptum.

Σχήμα δὲ ἐνθ' ἑξαμῶν εἰς κύκλον ἐγγράφῳσθαι λέγεται, ὅταν ἑκά-

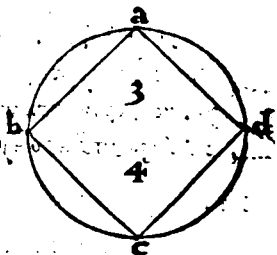
ἐν γωνία τῷ ἔγγραφομένῳ, ἀπῆται τῆς τῷ κύκλῳ περιφερείας.

Figura rectilinea, in circulo describi dicitur: quando vnusquisque angulus inscriptæ, circuli circumferentiam tangit.

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεται λέγεται, ὅταν ἢ τῷ κύκλῳ περιφύρῃ ἐκάστης γωνίας, τῷ περὶ ὃ περιγράφεται ἀπῆται.

Circulus verò, circa figuram rectilineam describi dicitur: quædo circuli circumferentia, vnumquodque eius, circum quam describitur, angulum tangit.

Figura circularis, ob uniformem & regulatam circumferentiæ a cetro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tum extra facile capit: singulos angulos inscriptæ, uel omnia circumscriptæ contingens latera. Quemadmodum in præcedentium tertiæ & quartæ diffinitionum elucidationem, ostendit descriptum in a b c d circulo quadratam: uel idem circulus, quadrato a b c d circumscriptus.



Cur figura circularis, rectilineis inscribatur & circumscribatur.

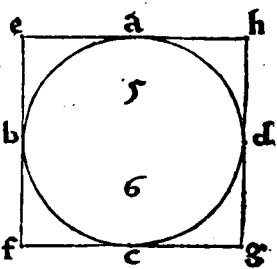
Κύκλος δὲ ὁμοίος ἐς σχῆμα λέγεται ἔγγραφον, ὅταν ἢ τῷ κύκλῳ περιφύρῃ ἐκάστης πλευρᾶς, τῷ ἐς ὃ ἔγγραφεται ἀπῆται.

Circulus autē, in figura rectilinea describi dicitur: quædo circuli circumferentia, vnumquodque latus eius in qua describitur tangit.

Σχῆμα δὲ ἐνὸς γράμμου περὶ κύκλον περιγράφεται λέγεται, ὅταν ἢ ἐκαστὴ πλευρὰ τῆς τῷ κύκλῳ περιφύρῃ, τῷ περὶ γράφομένῳ ἐφά-

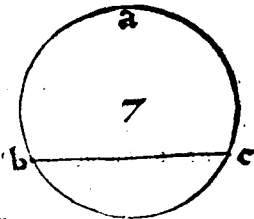
Figura verò rectilinea, circa circulum describi dicitur: quædo πῖσαι. 6. vnumquodque latus circumscriptæ, circuli circumferentiā tangit.

In exemplum, habes circulum a b c d, in quadrato e f g h descriptum: atque idem quadratum e f g h, descriptum circa eundem circulum a b c d. Idem responderet uelim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo uel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.



Εὐθεῖα ἐς κύκλον ὁμαροῦσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφύρῃ, ἢ τῷ κύκλῳ.

Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circumferentiā cadunt.



Quamquā hæc ultima diffinitio, tā de circuli dimetientibus, quam de cæteris rectis non per centrū eductis (quas uocāt chordas) sit intelligēda: ipsas tamē rectas circuli

dimetiēte minores potissimū respicere uidetur, quæ sūt uidelicet latera inscribē dari intra circuli rectilinearum figurarum. Cuiusmodi uidetur esse recta b c: cuius extrema, siue limites b & c, in dati circuli a b c circumferentiam cadunt.

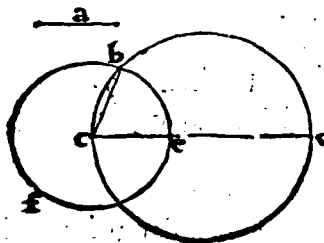
Πρόβλημα α Πρόβησις α.

EΙς τὸν δοθέντα κύκλον, τι δοθείσῃ ἐνθάδε μὴ μείζονι ὀνόσῃ τῆς δὲ κύκλου διαμέτρως, ἑσὼν ἐνθάδε γράμματα.

Problema I, Propositio I.

IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare..

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea, non maior dimetiēte dati circuli b c d (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiēns, per decimam quintam tertij) in quo quidē circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a, æqualem rectam lineam coaptare. Producaturs ergo circuli b c d, dimetiēns c d. Erit itaque a recta linea, aut æqualis ipsi dimetiēti: aut eo minor. Si æqualis: iam coaptata est recta linea c d, æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a. Quod si recta linea a, fuerit minor dimetiēte c d: secetur à maiori c d, ipsi a minori æqualis, per tertiam primi: sit quæ illa c e. Et centro c, intervallo autem c e, describatur circulus b e f, per tertium postulatū. Secabit igitur circulus b e f, datū b c d circulum: sunt enim in eodem plano, & semidiameter unius pars dimetiēntis alterius, atque unius circumferentia partim intra reli-



quam, partim uerò extra. secet igitur in puncto b: & per primum postulatū, connectatur recta b c. Coaptatur itaque b c recta, in dato b c d circulo: radiū enim extrema b & c, in ipsius b c d circuli circumferentiam. Ad id quod æqualis est ipsi a. Quoniam punctum c, centrum est circuli b e f: æqualis est igitur b c ipsi c e, per circuli diffinitionem. Eisdem porro c e, æqualis est recta linea a, per constructionem. Duæ igitur, a inquam, & b c, eidem c e, sunt æquales: & proinde æquales adinuicē per primā cōmunē sententiā. Datæ igitur rectæ lineæ a, æqualis recta linea b c, in dato circulo b c d coaptatur. Quod oportebat facere.

Πρόβλημα β, Πρόβησις β.

EΙς τὸν δοθέντα κύκλον, ὅθεν δόθεντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τριγώνον ἐγγράψαι.

Problema 2, Propositio 2.

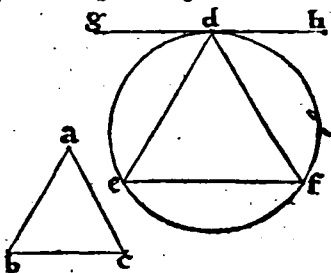
IN dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Esto datum triangulum a b c, cui oporteat describere æquiangulum triangulum, in dato circulo d e f. A dato igitur puncto g, dato circulo d e f, contingens recta linea ducatur g d h, tangens ipsum circulum d e f, Constructio figuræ

P iij in

Ostēſio pro-
blematis.

In puncto d, per decimaseptimam tertij. Et ad datam rectā lineam d h, datūque in ea punctum d, dato angulo rectilineo qui ad b, æqualis angulus rectilineus constituitur f d h, per uigesimamtertiam primi: Et per eandem angulo qui ad c, æqualis angulus constituitur ad idem punctum d, datæ rectæ lineæ g d, sitque g d e. ipsi d e, Et d f, circulo d e f coaptatis: connectatur de mum e f, recta, per primum postulatū. Et quoniam circulum d e f, tangit quedam recta linea f d h, à contactu autem d, recta quedā linea d f extenditur, circulum dissecens: angulus igitur qui ad e, in alterno segmento d e f, angulo f d h, per trigessimam secundam tertij est æqualis. Eidem porro angulo f d h, datus est æqualis angulus qui ad b: per primam igitur communem sententiam, angulus qui ad b, æquus est angulo qui ad e. Et proinde angulus qui ad f, ipsi angulo qui ad c, æqualis. Reliquus igitur angulus qui ad a, reliquo qui ad d, per trigessimamsecundam primi est æqualis. Aequiangulum est itaque triangulum d e f, ipsi a b c, triangulo, descriptūque in dato circulo d e f. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

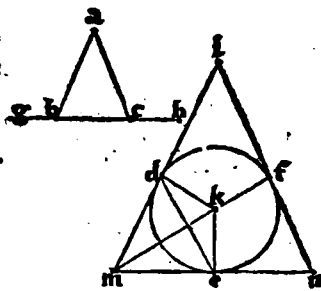


Πρόβλημα γ. Πρόβλημα γ.
Επὶ τοῦ δοθέντος κύκλου, τὸν δοθέντι τρίγωνον ἰσόγωνιον περιγράψαι.

Problema 3, Propositio 3.

Circa datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶ sit datum triangulum a b c, datus uero circulus d e f, 3
circa quem expedit describere triangulum æquiangulum ipsi a b c, triangulo dato. Producat utraque in directum ex utraque parte latus b c, in g, et h, puncta, per secundum postulatū: sitque per primam tertij, ipsius circuli a b c, centrum k, et connectatur d k, semidiameter, per primum postulatū. Ad punctum deinde k, datæ rectæ lineæ d k, ipsi angulo a b g, æqualis angulus constituitur d k e, per uigesimamtertiam primi: Et per eandem, ad idem punctum k, datæ rectæ lineæ e k, angulus constituitur e k f, ipsi angulo a c h æqualis. A punctis autem d, e, f, ad rectos utrinque excitentur angulos d l, d m, e m, e n, f n, et f l, per unum decimum primi: quæ per decimamquartam eiusdem primi, in directum constituentur, atque per corollarium decimasextæ tertij, tangent ipsum circulum in punctis d, e, f, conuenientque ad puncta l, m, n. Connexa enim



enim $d e$, per primum postulatum, diuidet utrumque angulum rectū qui ad d , & qui ad e : efficiētque propterea ad easdem partes uersus m , interiores angulos $m d e$, & $d e m$, binis rectis minores. quare per quintum postulatum, conuenient $d m$, & $e m$, in punctum m . Et proinde $e n$, & $f n$, in punctum n : atque $d l$, & $f l$, ad punctum l . Triangulum erit igitur $l m n$: & circa datum circulum $d e f$, per sextam diffinitionem huius descriptum. Dico quod & $ab c$, triangulo, est, æquiangulum. Quadrilaterum enim $d m e k$, connexam k , in bina triangu-
la diuidetur: & cuiuslibet trianguli tres anguli, binis rectis, per trigesimā secundam primi, sunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipsius quadrilateri $d m e k$, sunt æquales quatuor rectis. quorum qui ad d , & e , recti sunt per constructionem: reliqui igitur qui ad m , & k , puncta consistunt anguli, duobus rectis coequantur. Eisdem quoque duobus rectis, æquales sunt per decimam tertiam primi, $a b g$, & $a b c$, anguli. æquales igitur sunt anguli qui ad m , & k , puncta, hoc est $d m e$, & $d k e$, ipsis angulis $a b g$, & $a b c$, per primam communem sententiam. Angulus porro $a b g$, angulo $d k e$, per constructionem est æqualis: reliquus igitur $d m e$, seu qui ad m , angulus, reliquo qui sub $a b c$, per tertiam communem sententiam est æqualis. Haud dissimiliter ostendemus angulum qui ad n , æqualem esse angulo $a c b$: atque reliquum angulum qui ad l , reliquo qui sub $b a c$, tandē coequare. Aequiangulum est igitur $l m n$, triangulum, ipsi dato triangulo $a b c$: describiturque circa datum circulum $d e f$. Circa datum itaque circulum, dato triangulo, æquiangulum descriptum est triangulum. Quod faciendum fuerat.

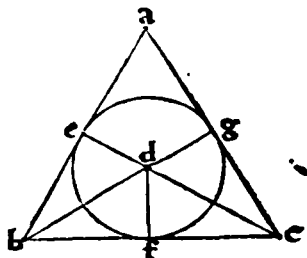
Quod l, m, n , sit triangulū, & ipsi a, b, c , æquiangulum.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι. Πρόβλημα Δ, Πρότασις. Δ.

Problema 4, Propositio 4.

4 **I**N dato triangulo, circulum describere.
ΠΟΡΟΝΤΙΥΣ. Est dato triangulum $a b c$, in quo oporteat circulum describere. Secentur ergo bifariam, per nonam primi, qui sub $a b c$, & $a c b$, conueniunt anguli: rectis quidem lineis $d b$, & $d c$, in punctum d , per quintum postulatum, tandem conuenientibus. Et ab ipso puncto d , in rectas $a b$, $b c$, & $c a$, perpendiculares deducantur $d e$, $d f$, & $d g$, per duodecimam primi. quæquidem perpendiculares, cadent necessariò intra datum triangulum: tametsi laterales eiusdem trianguli lineæ non sint infinitæ, ut eadem præsupponit duodecima (Alias enim productis in infinitum eiusdem trianguli lateribus, usque ad casum perpendicularium: triangu-
la constituerentur, quorum exterior angulus non esset maior interiore & ex opposito, contra decimam sextam ipsius primi) His ita præparatis, aio primū, $d e$, $d f$, & $d g$, fore inuicē æquales, Triangula enim $b e d$, & $d f b$, habent duos angulos duobus angulis æquales uelut, $e b d$, ipsi $d b f$, per constructionem, & rectum qui ad e , recto qui ad f , per quartum postulatum. habent insuper unum latus, uni lateri æquale: com-
mune

mune scilicet $b d$, quod sub uno equalium subtenditur angulorum. Reliqua itaque latera, reliquis lateribus habebunt equalia alterum alteri, per uigesimam sextam primi. Aequalis est igitur $d e$, ipsi $d f$: et proinde $d g$, ipsi $d f$ itidem equalis. Hinc per primam communem sententiam, $d e$, atque $d g$, inuicem equaliter erunt. Tres igitur $d e$, $d f$, atque $d g$, equaliter sunt adinuicem. Centro igitur d , intervallo autem $d e$, aut $d f$, aut $d g$, circulus describatur $e f g$, per tertium postulatum. Transibit ergo circulus ipse, per eadem puncta e, f, g : tangenteque propterea eundem circumulum $e f g$, ipsa $a b, b c$, et $c a$, dati $a b c$ trianguli latera, per decimam sextam tertij corollarium: ex citantur enim ad rectos angulos, ab ipsorum dimetiens $d e, d f$, et $d g$, extremitatibus. Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quando circuli circumferentia, unumquodque latus eius in qua describitur tangit, per quintam huius quarti diffinitionem. In dato itaque triangulo $a b c$, circulus describitur $e f g$. Quod oportuit fecisse.



Πρόβλημα

Πρόβλημα

Π

Εἰς τὸ δοθέν τρίγωνον, κύκλον περιγεράσαι.

Problema

5,

Propositio 5.

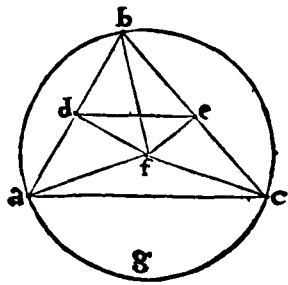
Circa datum triangulum, circulum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum $a b c$: circa quod receptam sit des-

Generalis figura præparatio.

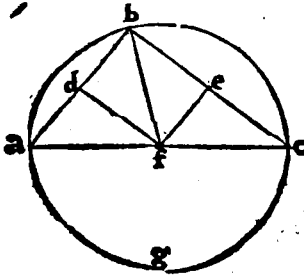
scribere circulum. Secentur itaque bisariam, per decimam primi, $a b$, et $b c$, ipsius dati trianguli latera: in punctis quidem d , et e . Ab ipsis deinde punctis d , et e , ad rectos excitentur angulos $d f$ et $e f$, per undecimam ipsius primi. Aio primum, rectas $d f$, et $e f$, in directum productas, tandem conuenire. Connexa enim recta $d e$, per primum postulatum: ea diuidet utrumque rectum angulum $b d f$, et $b e f$. Et proinde in rectas $d f$, et $e f$, recta incidens $d e$: efficitur ad easdem partes interiores angulos, duobus rectis minores. Conuenient igitur ipsæ $d f$, et $e f$, per quintum postulatum: conueniant itaque, ad punctum f . Aut igitur f , punctum cadet intra triangulum $a b c$, aut super latus $a c$, uel extra ipsum $a b c$, triangulum. Cadat primum intra triangulum, ueluti in prima figura dispositione: et connectantur, per primum postulatum, $f a, f b$, et $f c$, lineæ rectæ. Cum igitur $a d$, sit equalis ipsi $d b$, et utrique communis $d f$: erunt duo latera $a d$, et $d f$ trianguli $a d f$, duobus lateribus $f d$, et $d b$, trianguli $f d b$, equalia alterum alteri: et æquos inuicem continent angulos, per quartum postulatum: nempe rectos, qui circa d . Basis igitur $a f$, basi $f b$, per quartam primi est equalis. Haud dissimiliter ostendetur, quod $f c$, eidem $f b$, equalis est: et proinde $f a$, equalis ipsi $f c$, per primam communem sententiam. Tres

Prima figure differentia.



igitur

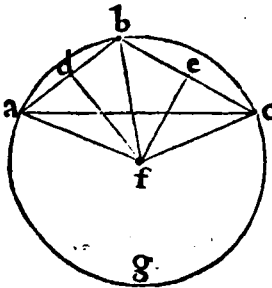
igitur $f a, f b, \text{ et } f c$, sunt inuicem æquales. Centro itaque f , interuallo autem $f a$, uel $f b$, aut $f c$: circulus describatur $a b c g$, per tertium postulatum. Transibit igitur descriptus ipse circulus, per puncta a, b, c , ad quæ dati trianguli $a b c$, continentur anguli: tangetque propterea ipsius circuli circumferentia, unumquæque angulum dati $a b c$ trianguli. Ergo per quartam huius quarti diffinitionem,



circa datum triangulum $a b c$, circulus describitur. ¶ Concurrant autem ipsæ rectæ lineæ $d f, \text{ et } e f$, super latus $a c$, ut in secunda figura: et connectatur $f b$, per primum postulatum. Haud dissimiliter ostendemus, quod $f a$, ipsi $f b$, est æqualis: necnon $f c$, eidem $f b$, per eandem quartam primi. Hinc rursum, iuxta præmissam demonstrationem, colligemus tres rectas lineas $f a, f b, \text{ et } f c$, fore inuicem æquales. Quapropter si centro f , interuallo autem $f a$, uel $f b$, aut

Secunda figuræ differentia.

$f c$, circulus per tertium describatur postulatum: is per puncta a, b, c , transire cogetur. Ipsius itaque circuli circumferentia, tanget unumquæque angulum ipsius $a b c$, trianguli: describeturque propterea circulus ipse, circa datum triangulum $a b c$ per eandem quartam huius quarti libri diffinitionem. ¶ sed conueniant demum ipsæ $d f, \text{ et } e f$, perpendiculares, extra datum $a b c$ triangulum, ut habet ultima descriptionis formula: et connectantur rursum $f a, f b, \text{ et } f c$ lineæ rectæ per primum postulatum. Simili prorsus concludemus ostensione, tres rectas lineas $f a, f b, \text{ et } f c$, fore rursum inuicem æquales. habent enim triangula $a d f, \text{ et } f d b$, duo latera $a d, \text{ et } d f$, duobus lateribus



$f d b$, duo latera $a d, \text{ et } d f$, duobus lateribus $f d, \text{ et } d b$, æqualia alterum alteri: et æquos angulos, utpote rectos qui circa d , continetia. Vnde per quartam ipsius primi, basis $a f$, basi $f b$, concludetur æqualis: et proinde $f c$, æqualis eidem $f b$. Hinc per primam communem sententiam $f a$, ipsi $f c$ æquabitur: tres quoque $f a, f b, \text{ et } f c$, tandem cōiunguntur æquales. Quapropter descripto, per tertium postulatum pro centro f , ad ipsius $f a$, uel $f b$, aut $f c$ interuallum circulo: transibit ipsius circuli circumse-

Tertiz figuræ dispositio.

retia, per eadē puncta a, b, c , ad quæ dati trianguli $a b c$ conueniūt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem, descriptus erit idē circulus, circa datum $a b c$ triagūlū. Quod faciendū susceperamus. ¶ Corollarium.

¶ Ex his, et trigesima prima tertij sit manifestū, quod dū f , centrum circuli cadit intra datū $a b c$ triagūlū: angulus qui ad b , recto minor est, nepe in segmento semi circulo maiori consistēs. Dū autē cadit in latus $b c$: angulus ipse qui ad b , in semi circulo est, et proinde rectus. Quādo uerò centrū ipsū cadit extra datū triagūlū: idem angulus qui ad b , recto maior est, utpote in segmento semicirculo minori cōstitutus. Hinc uersatice sequitur, quod dum angulus qui ad b , est acutus, circumscribendi circuli centrum cadit intra datum triangulum: si autem rectus extite-

rit,

rit, cadit in medium subtensil lateris: quodd si idem angulus fuerit obtusus, cadit extra ipsum triangulum datum.

Πρόβλημα 6, Προβόσις 6.

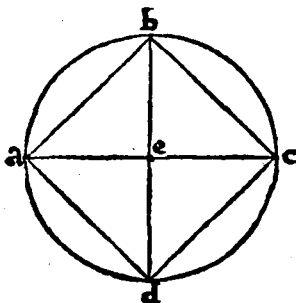
ΕΙς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἑγγραψαίαι.

Problema 6, Propositio 6.

IN dato circulo, quadratum describere.

ORONTIVS. Est dato circulus $a b c d$, cuius centrum e : in quo quidē circulo, oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi $a b c d$ circulo, dimetientes $a c$, & $b d$, ad rectos angulos sese inuicem dirimentes: & coniungantur $a b$, $b c$, $c d$, & $d a$ lineæ rectæ, per primum postulatū. Quadrilaterum erit igitur $a b c d$: & intra datum circulum, per tertiam huius quarti diffinitionem descriptum: unusquisque enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circumferentiam tangit. Ad id ipsum $a b c d$ quadrilaterum, fore quadratum. Nam $e a$, $b e$, $c e$, & $d e$, lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionē inuicē æquales: ex centro enī in circumferentiā. Binæ igitur $a e$, & $b e$, trianguli $a e b$, duabus $b e$, & $c e$, trianguli $b e c$, coæquantur: & quos inuicē cōtinet angulos, nempe rector qui ad centrum e . Basis igitur $a b$, basi $b c$, per quartam primi est æqualis. Et proinde $a d$, & $d c$, tum inuicem, tum utrique ipsarum $a b$, & $b c$, ostēdētur æquales. Aequilaterum est itaque $a b c d$, quadrilaterū. Insuper, quoniam $a c$, dimetiens est ipsius dati circuli: uterque propterea angulorum qui ad b , & qui ad d , est in semicirculo, & proinde rector, per trigesimam primam tertij. Et per eandem, qui ad a , & c , sunt anguli, itidem recti: dimetiens enim est $b d$. Rectangulum est igitur ipsum $a b c d$ quadrilaterum. Patuit quod & æquilaterum: ergo quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionē. In dato igitur circulo $a b c d$, quadratū describitur. Quod facere oportebat.

Postrema demonstrationis pars.



dimetiens enim est $b d$. Rectangulum est igitur ipsum $a b c d$ quadrilaterum. Patuit quod & æquilaterum: ergo quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionē. In dato igitur circulo $a b c d$, quadratū describitur. Quod facere oportebat.

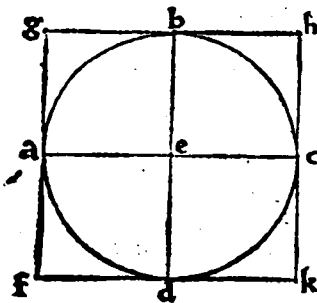
Πρόβλημα 7, Προβόσις 7.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγγραψαίαι.

Problema 7, Propositio 7.

IRCA datum circulum, quadratum describere.

ORONTIVS. Est dato circulus $a b c d$: circa quem receptum sit quadratum describere. Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes $a c$ & $b d$, in centro e ad rectos sese dirimētes angulos. Et per ipsorum dimetiensium extremā puncta a, b, c, d , parallelæ ducantur, per trigesimam primam primi: $f g$ quidem & $h k$ ipsi $b d$, $f k$ autem & $g h$ ipsi $a c$, ad puncta tandē f, g, h, k , tanquā concurrentes: conuenient enim per quintū postulatū, si intelligantur rectæ lineæ $a b$, $b c$, $c d$, & $d a$, interiores & ad easdē partes angulos binis rectis minores efficiētes. Quæ autē eidē rectæ lineæ parallelæ: & ad inuicē, per trigesimā ipsius primi, sunt parallelæ. Parallela est igitur $f g$, ipsi $h k$ & $f k$ ipsi $g h$: et pōde quadrilaterū $f g h k$ parallelogrammū, atq; singula in eodē $f g h k$ cōprehēsa quadrilatera, itidem parallelogramma. Dico ipsum $f g h k$ parallelogrammum, fore



fore quadratum: descriptumque circa datum
 $ab c d$ circulum. Parallelogrammorum enim
 locorum latera quæ ex opposito, æqualia sunt
 adinuicem, per trigessimam quartam primi. æ-
 qualis est igitur $f g$, ipsi $h k$, et $f k$, ipsi $g b$:
 necnon utraque $f g$ et $h k$, ipsi $b d$: utraque
 rursus $f k$ et $g b$, ipsi $a c$, æqualis. Porro $a c$,
 et $b d$, æquales sunt adinuicem: nempe eius-
 dem circuli dimetientes. Quæ autem æqualibus
 æqualia sunt: ea quoque sunt inuicem æqualia,
 per primam communem sententiam. Quatuor
 igitur $f g$, $g b$, $h k$, et $k f$, sunt adinuicem æquales: et proinde $f g b k$ parallelo-
 grammum æquilaterum. Parallelogrammorum rursus $a b$, $b c$, $c d$, et $d a$, qui ex
 opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem, per eandem trigessimam quartam
 primi: æquales sunt igitur singuli qui ad puncta f, g, h, k sunt anguli, singulis qui
 ad e centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porro qui circa e , per con-
 structionem recti sunt: et recti igitur sunt, qui ad puncta f, g, h, k , continentur.
 Rectangulum est itaque $f g b k$ parallelogrammum. Patuit quod et æquilate-
 rum: est igitur quadratum, per trigessimam ipsius primi diffinitionem. Ad demum
 quod et circa datum circulum $a b c d$ describitur. In parallelas enim $f g$, et $b d$,
 recta incidens $a e$, facit alternos angulos $a e b$, et $e a f$: similiter et $a e d$, atque
 $e a g$, uicē æquales, per uigesimam nonā primi. æqui recti sunt qui sub $a e d$, et $a e b$
 per constructionem: et uterque igitur qui circa a , rectus est. Haud aliter osten-
 demus, quod et reliqui circa puncta b, c, d , consistentes anguli, recti sunt.
 Quæ autem à circuli dimetentiū extremitatibus, ad rectos ducuntur angulos:
 ipsum circulum tangunt, per decimam sextæ tertij corollarium. Tangit igitur unū
 quodque latus ipsius quadrati $f g b k$, circumferentiam dati $a b c d$ circuli. igitur
 per sextam huius quarti diffinitionem, circa datum circulum $a b c d$, qua-
 dratum describitur $f g b k$. Quod faciendum receperamus.

Quod descri-
 ptum paralle-
 logrammum
 sit quadratū.

Quod ipsum
 quadratum,
 circulo circū-
 scribatur.

Πρόβλημα

8.

Πρόβλημα

8.

E Is τὸ δοδὲν τετραγώνου, κύκλον ἐγγράψαι.

Problema

8.

Propositio

8.

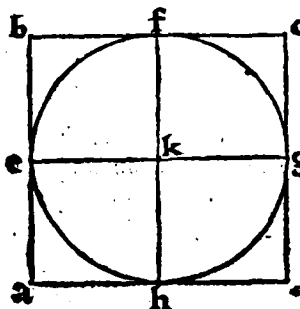
IN dato quadrato, circulum describere.

ORONTIVS. ¶ In quadrato enim $a b c d$, circulum describere sit opera-
 pretium. Secetur itaque bisariam utrunq; latus $a b$, et $b c$, in punctis quidem
 e , et f : per decimam primi, æquales erunt igitur $a e$, $e b$, $b f$, et $f c$ adinuicem, per
 septimam communem sententiam: nempe æqualium laterum $a b$, et $b c$ dimidiæ.
 Rursus per trigessimam primam eiusdem primi, per punctum e , ipsi $a d$, et $b c$,
 parallela ducatur $e g$: per f autem punctum, ipsi $a b$ et $c d$, parallela $f h$, secans
 eandem $e g$, in puncto k . Parallelogramma sunt igitur $a f$, $f d$, $d e$, et $e c$: necnon
 $e f$, $f g$, $g b$, et $h c$. Parallelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposito,
 et anguli, æqualia sunt adinuicem: per trigessimam quartam ipsius primi. Paralle-

Centri inscri-
 bendi circuli
 inuestigatio.

Q. 4. logrammi

logrammi igitur $d e$, angulus qui ad e , æqualis est opposito qui ad d : ipsius item



et parallelogrammi, angulus qui ad e , opposito qui ad c , idem æqualis. Qui autem ad c , et d , consistunt anguli, recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur uterque angulus, qui circa punctum e . Haud dissimiliter ostendetur, quod uterque angulus, qui circa f , aut g , uel h punctum, rectus est. Aequalis insuper est $k h$, ipsi $a e$, et $k f$, ipsi $e b$: item $k e$, ipsi $b f$, et $k g$, denum ipsi $f c$. Atqui $a e$, $e b$, $b f$, et $f c$, sunt æquales adinuicem: quæ autem æquales sunt æqualia, et adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Quatuor

Absolutio
problematis.

igitur $k e$, $k f$, $k g$, et $k h$, æquales sunt adinuicem. Centro ergo k , interuallo autem $k e$, uel $k f$, aut $k g$, seu $k h$, circulus per tertium describatur postulatum et $f g h$. Transibit igitur ipsius circuli circumferentia, per eadem puncta e , f , g , ipsorum $e g$ et $f h$, dimetientium extremitates: cum quibus dimetientibus, ipsius $a b c d$ quadrati latera, ad rectos (ut præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli $e f g h$ circumferentia, unumquodque latum eiusdem quadrati $a b c d$, per decimæ sextæ tertiæ corollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionem, in dato quadrato $a b c d$, circulus describitur et $f g h$. Quod faciendū fuerat.

Πρόβλημα θ,

Πρόθεσις.

θ.

Περί τοῦ ὁμοῦ τετραγώνου, κύκλου περιγράφαι.

Problema 9,

Propositio 9.

Circa datum quadratum, circulum describere.

CORONTIUS. Cesto quadratum $a b c d$, circa quod oporteat describere circulum. Connectantur igitur $a c$ et $b d$, rectæ lineæ, per primum postulatum, in puncto e , sese inuicem dirimentes. Et quoniam per quadrati diffinitionem, æqualis est $a b$, ipsi $b c$, et $b d$, utrique communis: binæ igitur $a b$, et $b d$, trianguli $a b d$, duabus $d b$, et $b c$, trianguli $d b c$, sunt æquales altera alteri: et basis $a d$, basi $d c$, idem æqualis. Angulus igitur $a b d$, angulo $d b c$, per octauam primi est æqualis. Totus itaque angulus $a b c$, bifariam diuiditur sub recta $b d$. Haud aliter monstrabimus quod unusquisque reliquorum angulorum qui sub $b a d$, $b c d$, et $a d c$, bifariam itidem sub ipsa $b d$, et $a c$, recta diuiditur. Angulus porro $a b c$, angulo $b a d$, per quartum postulatum est æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus $a b e$, angulo $e a b$: et proinde latus $e a$, lateri $e b$, æquale, per sextam primi. Eodem prorsus modo ostendemus, $e c$ et $e d$ rectas, tu adinuicem, tu ipsis $e a$, et $e b$, rectis lineis coæquari. Quatuor igitur $e a$, $e b$, $e c$, et $e d$, æquales sunt adinuicem. Centro igitur e , interuallo autem $e a$, uel $e b$, aut $e c$, uel $e d$, circulus describatur, per tertium postulatum. Transibit ergo descriptus circulus per puncta a , b , c , d : quapropter et ipsius circuli circumferentia, tanget unumquemque angu

Vt circuli
bendi circuli
centrum inue
niatur.

$b c d$ per trigefimā secundā primī cōequatur. Per primā igitur cōmunē sententiā
 āgulus $a d b$, āgulo $b c d$ est equalis. Angulo rursū $a d b$, equus est āgulus $c b d$,
 aut (si uelis) $a b d$, per quintā primī: sunt enim ad basim $b d$, isoscelis trianguli
 $a b d$. Duo itaq; anguli $b c d$ & $c b d$, eidē āgulo $a d b$ sunt equales: & equales
 ppter adinuicē, per primā cōmunem sententiā. Hinc latus $c d$ lateri $b d$, per sex
 tā ipsius primī cōequatur. Sed eidem $b d$, equalis est per cōstructionem $a c$. binō
 igitur $a c$ & $c d$, eidem $b d$ sunt equales: & equales itaq; rursū adinuicē, per
 eādē primā cōmunem sententiā. Angulus igitur $a d c$, āgulo $c a d$, per eādē
 quintā primī est equalis: & uterq; ppter adinuicē ipsius āguli $a d b$, nā āgu
 lus $a d b$ eidem āgulis $a d c$ & $c a d$ equalis iā ostensus est. Duplus est igitur
 āgulus $a d b$, ipsius āguli qui ad a . Eidem porro āgulo $a d b$, equalis rursū est
 $a b d$: quæ autem equalia sunt, eiusdem sunt duplicia, per sextā cōmunis senten
 tiæ cōuersionem. Et $a b d$ itaq; āgulus, eiusdem anguli qui ad a duplus itidem
 est. Isosceles ergo triangulum constituitur $a b d$, habens unumquēque eorum
 qui ad basim $b d$ sunt angulorum duplum reliqui. Quod facere oportebat.

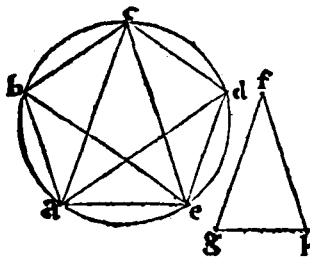
ΕΙΣ Τὸν ὁδοῦντα κύκλον, πῶς τὸν ὡνομίσω πλῆρὸν τε & ἰσογῶ
 νιον ἐγγράψαι. Problema II, Propositio II.

Constructio
 inscribendi
 pentagoni.

IN dato circulo, pētagonū equilaterū & equiāgulū describere.

ORONTIVS. Cēsto datus circulus $a b c d e$, in quo receptū sit describere pen
 tagonum equilaterū & equiāgulū. Constituatur per antecedentem decimā pro
 positionem, triāgulus $f g h$: cuius unusquisque eorū qui ad basim $g h$ sunt angulo
 rum, duplus sit reliqui anguli qui ad f . Et per secundā huius quarti, in dato circulo
 $a b c d e$, dato triāgulo $f g h$, equiāgulum triāgulum describatur $a c e$, sitq; an
 gulus qui ad c , angulo qui ad f equalis. Cū igitur uterque angulorum qui ad ba
 sim $g h$, duplus sit reliqui qui ad f : erit uterque eorū qui ad basim $a c e$, reliqui an
 guli qui ad c itidem duplus. Secetur itaque bifariā, per nonā primī, uterque angu
 lorum qui sub $c a e$ & $a e c$, productis in circumferentiā $a d e$ & b lineis rectis:
 & cōnectatur $a b, b c, c d, d e$ & lineæ rectæ, per primū postulatū. Pentagonum
 est itaque $a b c d e$ rectilīneū: & in dato circulo, per tertiā huius quarti diffinitio
 nē descriptum. Cui primū, quod & equi
 laterum. Nā āgulus qui sub $a c e$, dimidiū est
 utriusque equalium āgulorum qui sub $c a e$ & $a e c$, sed āguli $c a d$ & $d a e$, ipsius $c a e$ angu
 li item $a e b$ & $b e c$, ipsius $a e c$ sunt dimidiū:
 facti enim sunt bifariā $c a e$ & $a e c$ anguli.
 Quæ autem eiusdē, uel equalium sunt dimi
 diū, equalia sunt adinuicē, per septimā com
 munē sententiā. Quinque igitur āguli $a c e$,
 $a e b, b e c, c a d, d a e$, ad circumferentiā ipsius circuli cōsistentes, sunt adinuicē
 equalēs. In eodē porro circulo equalēs āguli, in equalibus circumferen
 tijs subtenduntur, etsi ad centrum, etsi ad circumferentiā deducti fuerint, per uige
 simā sextam tertij. Quinque ergo circumferentiæ $a b, b c, c d, d e$, et $e a$, equalēs
 sunt

Quod inscri
 ptum penta
 gonum sit æ
 quilaterum.



sunt adinvicem. In eodem rursum circulo, sub æqualibus circumferentijs æquales rectæ lineæ subtrahuntur, per vigesimā nonā ipsius tertij. Æquales itaque inuicem sunt præfatas circumferentias subtrahentes lineæ rectæ: et pinde a b c d e pentagoni æquilateri. Et dico tandē q̃ et æquiāgulū. Quoniā circumferētia a b, Quodd idem pentagonum sit æquiāgulū. a c d, resultabūt a e d c et b a e d circumferentiæ, per secundā cōmūem se nētiā inuicē æquales. Sub ipsa porro circumferentiā a e d, deducitur angulus a b c: sub ipsa autē b a e d, angulus b c d, et uterq; ad circumferentiā eiusdē circuli. Æqualis est igitur angulus a b c, angulo b c d: sub æqualibus enim circumferentijs, æquales deducuntur anguli, in eodē potissimū circulo, et si ad centrū: et si ad circumferentiā fuerint deducti, per vigesimā septimā tertij. Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos qui sub c d e, et d e a, et e a b, tū inuicē, tū unicuique ipsorum a b c et b c d cōæuari. Æquiangulum est igitur a b c d e pentagonum. patuit et quod et æquilaterum. In dato itaque circulo, pentagonum æquilaterum et æquiangulum descripsimus. Quod faciendum receperamus.

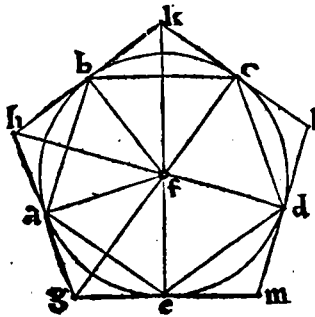
Πρόβλημα ιβ. Πρόβσις ιβ.

Περὶ τοῦ δοθέντος κύκλου, πεντάγωνον ἰσοπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι..

Problema 12, Propositio 12.

12. C Irca datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

ORONTIVS. Cū sit rursum datus circulus a b c d e, cuius centrū f: circa quē Pētagonipro oporteat describere pentagonū æquilaterū et æquiāgulū. Describatur in pri positi circulo. scriptio. mis in ipso circulo dato, pentagonū æquilaterū et æquiāgulū a b c d e, per antecedente undecimā ppositionem: et cōnectātur f a, f b, f c, f d, et f e semidiāmetri, per primū postulātū. A punctis autē a, b, c, d, e, ad rectos utrinq; susciētur āgulos a g a, b, h, b, k, c, k, c, l, d, d, m, e, m, et g, p undecimā primi. In directū igitur cōstituētur g a, h, b, k, c, l, d, m, et m, e, g, per decimā quartā eiusdē primi tāgētq; circulū datū, per decimā sextā tertij corollariū, in pūctis quidē a, b, c, d, e. Cōueniēt insuper ad pūcta g, h, k, l, m. Recta enī a b, incidēs in g h et b k rectas, diuidit utruq; āgulū rectū qui sub f a b et b f, efficitque propterea interiores et in eadē parte āgulos a b h et h a b duobus rectis minores: necessū est igitur rectas g h et h k, in infinitū productas, eādē cōcurrere ad partes b, per quintum postulātum. Haud dissimiliter ostēdemus, quod b k et k l cōuenient ad punctum k, atq; k l et l m ad punctū l, necnō l m et m g ad punctū m: et m g eādē g et l ad punctū g. Pētagonū est igitur g h k l m: et circa datū circulū a b c d e, per sextā hui⁹ quarti diffinitionē descriptum. Cāio idē q̃ et æquilaterum. Cōiungātur enī Quodd circū scriptum pentagonum, sit æquilaterū. f g, f h, et f k rectæ lineæ, per primum postulātum. Cū igitur f a ipsi f b, per circuli diffinitionē sit æqualis: isosceles est triāgulum a f b, et pinde āgulus f a b, angulo f b a, per quintā ipsius primiest æqualis. Atqui rectus f a b, recto f b h, per quartū postulātū æquus est: reliqu⁹ igitur āgulus a b h, reliquo h a b, per tertiam cōmūne sententiā est æqualis. Et latus ppterea a b lateri b h, per sextā eiusdē primi æquus est. Similiter ostēdetur q̃ a g ipsi g e, et b k ipsi k c, est æqualis: et cōsequēter ita de cæteris. Rursū quoniā a f ipsi f b, est æqualis, et f b utriq; cōis: et duo igitur latera a f, et f b, triāguli a f b, duobus b f et f b, triāguli b f b sunt



æqualia alteri alteri: basis quoq; a b, basi g b, æqualis. Angulus igitur a f h, angulo h f b, æqualis est per octavā primi: & uterq; pinde, ipsius anguli a f b dimidius. Eodē modo colligimus, angulū a f g, dimidiū fore ipsius anguli a f e. Atqui anguli a f b, & a f e, æquales sūt adiuvicē, per vigesimā septimā tertii: nepe ad cētū f, sub circumferentijs a b, et a e inuicē æqualibus deducti. Quæ autē æqualiū sūt dimidiū, æqualia sūt adiuvicē per septimā cōmunē sententiā. Æqualis est igitur angulus a f g, angulo

a f h: & rectus f a g, recto f a b, p quartū postulatū æqualis. Triangula igitur a f g, & a f h, habēt duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri, unūq; latus a f, utriq; cōmune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, per vigesimā sextā primi. Æqualis est igitur a g, ipsi a h, & tota cōsequenter g h, ipsius a b dupla. Haud aliter ostēdemus quod h k, dupla est ipsius b h. Porro a b, & h b, æquales p octavā sūt. Quæ autē æqualium duplicia sūt, adiuvicē sūt æqualia, per sextā cōmunē sententiā: æqualis est igitur g h, ipsi h k. similiter quoq; demonstrabitur, quod cætera ipsius pentagoni latera, utpote k l, l m, & m g, bifariā diuiduntur: & tum inuicē, tum utriq; ipsarum g h, & h k, sūt æqualia. Æquilatrum est igitur g h k l m pentagonum. Dico itādē, qd & æquiāgulum, Quoniā enī ostensum est a h, ipsi h b fore æqualem, necnō & a g, ipsi g e, : quatuor igitur a h, h b, a g, & g e, æquales sūt adiuvicē. Bina ergo triangula a h b, & a g e, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basim a b, basi a e æqualem (sunt enim latera inscripti a b c d e pentagoni, æquilateri & æquiāguli) angulus igitur a h b, angulo a g e, per octavā primi est æqualis. similiter ostēdemus, qd reliqui anguli qui sub b k c, & c l d, atq; d m e, tum inuicē, tum utriq; ipsorum a g e, & a h b, respondenter cōæquātur. Æquiāgulum est itaq; g h k l m, pentagonum. Patuit qd & æquilatrum: descriptūq; circa a b c d e, circulum. Circa datum ergo circulum a b c d e, pētagonū æquilaterū & æquiāgulū describitur g h k l m. Quod oportuit fecisse.

Quodd idem
circūscriptū
pentagonum
sit æquiangu-
lum.

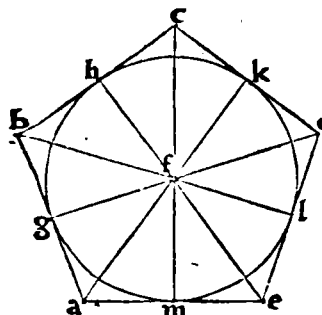
Vt centrum
inscribendi
circuli repe-
riatur.

Πρόβλημα ιγ. Πρόpositio ιγ.
Εἰς τὸ δοθεὶς πεντάγωνον, ὃ ὅτι ἐστὶ ἰσόπλευρον τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι. Problema 13, Propositio 13.

IN dato pētagono æquilatero & æquiāgulo, circulū describere. ORONTIVS. Estο datu pentagonū æquilatrum & æquiāgulum a b c d e, in quo expediat describere circulum. secetur in primis uterq; angulorum a b c, et b a e bifariā, pēnonā primi, sub rectis quidē lineis a f, & b f: quas operæpretiū est tandem conuenire. Angulus enim a b c, minor est duobus rectis (nam aliās a b, et b c, in rectum constituerentur) quapropter et angulus a b f, dimidiū ipsius anguli a b c, recto minor est. Et proinde b a f, recto itidem minor. Hinc fit, ut recta a b, incidat in a b, et b f lineas rectas, efficiens in eadem parte int̄iores angulos binis rectis minores. Concurrent igitur, per quintum postulatū a f, et b f, in directum productæ: idque in itra datum pentagonum.

Angu-

Angulo enim $a b c$, opponitur latus $d e$: & $c d$ latus, ipsi $b a e$ angulo. Recta igitur $a f$, in rectum extensa, cadet in latus $c d$: & ipsa $b f$, in latus d



e: sese inuicem intra datum interfecantes pentagonum. Secent se igitur, & concurrant in puncto f . Aio punctum f fore centrum de Quodd inueni
scribendi in dato pentagono circuli. Conne-
ctantur enim $f c, f d$, & $f e$, lineæ rectæ, f , centrū exis-
per primum postulatū. Cum igitur $a b$ sit stat eiusdem
æqualis $b c$, & $b f$, utriq; cōmunis: erūt bina circuli.
latera $a b$, & $b f$, triāguli $a b f$, duobus
lateribus $c b$, & $b f$ triāguli $c b f$ alternatim
æqualia: & qui sub æquis lateribus cōtinen-
tur anguli $a b f$, & $c b f$, sunt per constru-

tionē adinuicē æquales. Basis igitur $a f$, basi $f c$, & angulus $b a f$, angulo $b c f$, per quartā primi est æqualis. Angulus porro $b a f$, dimidiū est ipsius anguli $b a e$: & ipsi $b a e$, æqualis angulus $b c d$, per hypothesin. Quæ autem inuicem æqualia sunt, eiusdem uel æqualium dimidiū esse uidentur: per septimæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur $b c f$, dimidiū est ipsius anguli $b a e$, & proinde anguli $b c d$: reliquus insuper angulus $f c d$, dimidiū itidem est eiusdem anguli $b c d$. Bifariam itaque diuiditur angulus $b c d$, sub recta $c f$. Nec dissimiliter ostendetur, uterque reliquorum angulorum qui sub $c d e$, & $d e a$, bifariam discindi sub rectis lineis $d f$, & $e f$ fiatque $f e, f d$, & $f c$ rectas, tum inuicem, tum ipsi $f a$ & $f b$ cœquari. Diuidantur consequenter singula ipsius pentagoni latera bifariam, per decimam primi, in punctis g, h, k, l, m : & connectantur rectæ lineæ $f g, f h, f k, f l$, & $f m$, per primum postulatū. Erunt igitur singulæ ipsorum laterum medietates inuicem æquales: quæ enim æqualium sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiā. Et quoniam triangulorum $g b f$, & $f b h$, duo latera $g b$, & $b f$, duobus lateribus $f b$, & $b h$, sunt æqualia alterum alteri, & angulus $g b f$, angulo $f b h$, æqualis: basis igitur $g f$, basi $f h$, per quartam primi est æqualis. Haud dissimiliter ostenduntur reliquæ $f k, f l$, & $f m$, tum inuicem, tum utrique ipsarum $f g$, & $f h$, cœquari. Quinq; ergo rectæ lineæ $f g, f h, f k, f l$, & $f m$, sunt æquales adinuicē. Cetero itaq; f , interuallo autē $f g$, aut $f h$, uel $f k$, seu $f l$, aut $f m$, circulus describatur $g b k l m$, per tertium postulatū. Transibit ergo ipsius circuli circumferentia, per singula puncta g, h, k, l, m . Et quoniam triangulorum $a g f$, & $f g b$, duo latera $a g$, & $g f$, duobus $f g$, & $g b$, sunt æqualia alterum alteri, & basis $a f$, basi $f b$, æqualis: angulus igitur $a g f$, angulo $f g b$, per octauam primi est æqualis: & proinde uterque rectus, per decimam primi diffinitionem. Haud aliter ostendetur uterque angulus qui circa reliqua puncta h, k, l, m , esse rectus. Tangit itaque dati circuli circumferentia singula ipsius pentagoni latera, per decimæ sextæ terti corollarium. Circulus porro in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circumferentia, unumquodque latus eius in qua describitur tangit, per quintam huius quarti diffinitionem. In dato

Problematis
absoluta reso-
lutio.

R igitur

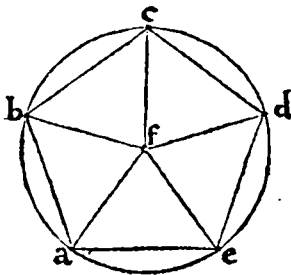
igitur pentagono $a b c d e$, circulus describitur $g h k l m$. Quod expediebat facere.

Π Πρόβλημα ιδ', Πρόθεσις ιδ'.
Εἰς τὸ δοθέν πεντάγωνον, ὃ δὲ ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγεράσαι.

Problema 14, Propositio 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulū, circulum describere. 14

CORONTIVS. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum $a b c d e$, circa quod circulum describere sit operæpretium. Secetur bifariam uterque angulorum qui sub $a b c$, & $b a e$, per nonam primi, productis $a f$, & $b f$, lineis rectis: quæ per quintum postulatum, concurrant tandem adinuicem intra datū pentagonum: uterque enim angulus qui sub $a b f$, & $f a b$, recto minor est, nempe dimidius anguli ipsius pentagoni, qui binis rectis minor est. Concurrant igitur ad punctum f : & connectantur $f c$, $f d$, & $f e$, lineæ rectæ, per primum postulatum. Et quoniam angulus $a b c$, angulo $b a e$, est æqualis: & quæ eiusdem uel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Angulus igitur $a b f$, angulo $f a b$, æqualis est: & latus propterea $a f$, lateri $f b$ æquale, per sextam primi. Rursum quoniam latus $a b$, lateri $b c$, est æquale, & $b f$ utrique commune: binæ ergo latera $a b$, & $b f$ trianguli $a b f$, binis lateribus $f b$, & $b c$ trianguli $f b c$, sunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem continent angulos, per constructionem. Basis igitur $a f$, basi $f c$, per quartam primi est æqualis: & reliquus angulus $b c f$, reliquo $f a b$ æqualis. Angulus porro $f a b$, dimidium est anguli $b a e$: & $b c f$ igitur



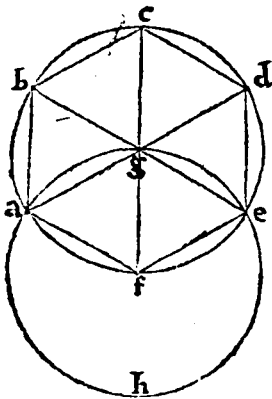
angulus, dimidium est ipsius anguli $b c d$. quæ enim æqualia sunt, eiusdem uel æqualium sunt dimidium, per septimæ communis sententiæ conuersionem. Reliquus igitur angulus $f c d$, eiusdem anguli $b c d$ est dimidium: & proinde ipsi angulo $b c f$ æqualis. Haud aliter ostenduntur $f d$ ipsi $f b$, & $f e$ ipsi $f c$: & omnes demum quinque lineæ rectæ, ex puncto f in singulos angulos incidentes coæquari. Centro igitur f , intervallo autem $f a$, uel $f b$, aut $f c$, uel $f d$, aut $f e$ circulus describatur $a b c d e$, per tertium postulatum. Veniet ergo ipsius circuli circūferentia, per singula puncta a, b, c, d, e : tangetque propterea unumquodque angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum $a b c d e$: circulus per quartam huius diffinitionem, describitur. Quod faciendum fuerat.

Ε Πρόβλημα ιε', Πρόθεσις ιε'.
Ις τὸν δοθέντα κύκλον, ἐξάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἑγγραψάσαι.

Proble-

15

P R O P O S I T I O N E S. Cesto datus circulus a b c d e f, cuius centrum g: in quo quidem circulo oporteat describere hexagonum æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaque in circulo a b c d e f, diuertiens c f. Et centro f, intervallo autem f g, describatur per tertium postulatum circulus a g e h. Et quoniam præfati circuli in eodem sunt plano, communem habentes semidiametrum f g, & centrum unius in alterius circumferentia constituitur: sit ut unus prædictorum circulorum, sit partim intra reliquum, partim uero extra. Vnde necessum est, circulum a g e h, interfecisse datum circulum a b c d e f: idque per decimam tertij, in duobus tantummodo punctis, utpote a & e. Coniungantur.



tur igitur a g, et e g lineæ rectæ, per primum postulatū: et per secundum postulatū, directē producātur in puncta b, d. Rursum per idem primum postulatū, connectantur rectæ lineæ a b, b c, c d, d e, e f, et f a. Hexagonum est itaque a b c d e f resiliuū: et in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, descriptū. ¶ Aio primum ipsum fore æquilaterū. Quoniam punctum g, centrum est circuli a b c d e f: qualis est igitur a g, ipsi g f, per circuli diffinitionem. Rursum quoniam punctum f centrum est circuli a g e h: æqualis est, per eādē circuli diffinitionē, a f ipsi f g. Binæ igitur

Quodd inscri-
ptum hexago-
num sit æqui-
laterum.

a g & a f, eidē f g sint æquales: & æquales propterea adiuvicem, per primā communem sententiā. Aequilaterum est igitur ipsum a f g triāgulum: & pin de æquiāgulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniā per trigesima secū dā primi, omnis triāguli tres anguli sunt æquales duobus rectis: quilibet triū angulorū eiusdē triāguli a f g, unū tertiū duorū rectorum cōprehendit. Angulus itaq; a g f, duorum rectorū tertium est. Et proinde triāgulum e f g, æquilaterū & æquiāgulum est: & angulus consequenter f g e, unum itidem tertium duorū rectorum. Recta insuper a g, consistens super rectam b e: efficit duos angulo s b g a & a g e, binis rectis æquales, per decimam tertiam ipsius primi. quorum a g e, duo tertia eorū eidem duorum rectorum comprehendit: reli quus igitur angulus b g a, uni tertio duorum rectorū est æqualis. Quilibet igitur trium angulorum b g a, a g f, & f g e, uni tertio duorū rectorum est æqua lis: & æquales ob id adiuvicem, per primā cōmunem sententiā. Et qui ad uer ticem igitur cōsistunt anguli b g e, c g d, & d g e, eidem angulis, per decimā quintam primi cōæquantur: hoc est, d g e ipsi b g a, & c g d ipsi a g f, atq; b g c ipsi f g e. Hinc colligitur, sex angulos ad g centrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porō circulo æquales anguli, in æqualibus circumferentijs

R ij subten-

Quodd idē hexagonum sit æquiangulū.

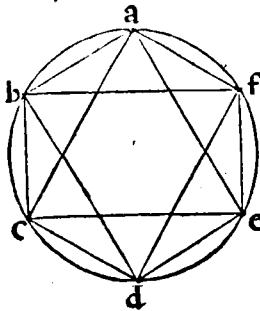
Alia eiusdem hexagoni descriptio facilior.

subtenduntur, per uigesimā sextam tertij. Sex igitur circūferentiæ $a b, b c, c d, d e, e f, \text{ \& } f a$, sunt adinuicē æquales. Sub æqualibus rursum circūferentijs, æquales rectæ lineæ, per uigesimā nonā tertij subtenduntur. Sex itaq; rectæ lineæ $a b, b c, c d, d e, e f, \text{ \& } f a$, sibi inuicē coæquantur. Aequilaterū est propterea hexagonum $a b c d e f$. Dico iam, quod $\text{ \& }$ æquiangulum. Nam circūferentia $a b$, circūferentiæ $c d$ est æqualis: si addatur igitur communis circūferentia $d e f a$: consurgent per secundam communem sententiam, æquales circūferentiæ $c d e f a$, $\text{ \& } d e f a b$. Sub ipsa porro circūferentia $c d e f a$, continetur angulus $a b c$: sub ipsa uerō circūferentia $d e f a b$, angulus $b c d$. Anguli autem qui super æquales circūferentias in eodem circulo deducuntur, sibi inuicē sunt æquales: etsi ad centra, etsi ad circūferentias deducti fuerint, per uigesimā septimam tertij. Aequalis est igitur angulus $a b c$, angulo $b c d$. Haud aliter monstrabitur, quod reliqui anguli ipsius $a b c d e f$ hexagoni, utpote $c d e, d e f, \text{ \& } e f a$, tum sibi inuicē, tum utrique ipsorum $a b c, \text{ \& } b c d$, coæquantur. Aequiangulum est igitur ipsum $a b c d e f$ hexagonum. Patuit iam quod $\text{ \& }$ æquilaterum, $\text{ \& }$ in dato circulo descriptū.

Idem rursum hexagonum æquilaterum $\text{ \& }$ æquiangulum, aliter in dato describitur circulo. Sit datus circulus $a b c d e f$: in quo describatur in primis triangulum æquilaterum $\text{ \& }$ æquiangulum, per secundā huius quarti. Erunt igitur arcus $a b, b c, c d, d e, e f, \text{ \& } f a$, tum per uigesimā sextam, tum per uigesimā octauam ipsius tertij inuicē æquales. Diuidatur quilibet ipsorum trium arcuum bifariam, per trigesimā eiusdem tertij, in punctis quidem b, d, f : $\text{ \& }$ connectantur $a b, b c, c d, d e, e f, \text{ \& } f a$, lineæ rectæ, per primum postulatū. Descriptum erit igitur hexagonum $a b c d e f$, in dato circulo per tertiam huius quarti diffinitionem: quod palam est fore æquilaterum. Singuli enim arcus ipsa latera subtendentes, æquales sunt adinuicē, nempe æqualium (hoc est) ipsorum $a b, b c, c d, d e, e f, \text{ \& } f a$, dimidiū: $\text{ \& }$ sub æqualibus eiusdem circuli arcubus, æquales subtenduntur rectæ lineæ, per uigesimā nonā eiusdem tertij. Aequalia sunt igitur ipsius hexagoni latera. Aio quod $\text{ \& }$ æquales comprehendunt angulos: unusquisque enim ipsius hexagoni angulus, sub æqualibus deducitur arcubus: nempe sub quatuor circūferentiæ partibus, qualium ipsa circūferentia est sex. Aequales igitur sunt adinuicē ipsius hexagoni anguli, per uigesimā septimā eiusdem tertij. In dato igitur circulo $a b c d e f$, hexagonum æquilaterum $\text{ \& }$ æquiangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Corollarium.

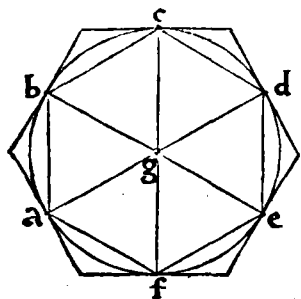
Hinc fit manifestum, quod hexagoni latus, ei quæ ex centro circuli, in quo ipsum describitur hexagonum, est æquale. Ostensa est enim utraq; $a f, \text{ \& } f e$ (quæ latera sunt hexagoni) ipsi $f g$, quæ ex cetro g , æqualis: $\text{ \& } a f$ ipsi $a g$, atque



atque f e, ipsi e g, itidem æqualis. Item si per puncta a, b, c, d, e, f , rectæ educantur lineæ circulum ipsum contingentes, & cum illius dimittentibus ad rectos conuenientes angulos: hexagonum æquilaterum & æquiangulum circa datum circulum

Vt circulo hexagonum circumscribatur.

36



quemadmodum ex duodecima huius quarti propositione de pentagono, & obiecta figura uel facile deducetur. Præterea, nec minus facile in dato hexagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere, & circumscribere poterimus: per ea quæ decimatertia & decimaquarta propositione, de pentagono ipso præostensa sunt. Quod ex supradictis colligere oportebat.

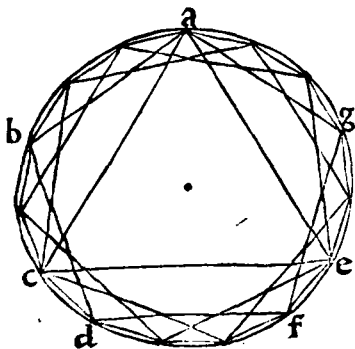
Πρόβλημα 16, Πρόβλημα 16,
 Ἐἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαδεγώνον, ἰσοπλευρὸν τε & ἰσογώνιον ἔγγραψαι.

Problema 16, Propositio 16.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

ORONTIVS. Sit datus circulus $a b c d e$, in quo receptam sit describere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis su per data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterum, per primam primi: quod per quintæ eiusdem primi corollarium, erit æquiangulum. Huic post modum triangulo, æquiangulum rursum describatur triangulum in dato circulo $a b c d e$, per secundam huius quarti propositionem: sitque $a c e$. Item à puncto a , in eodem circulo $a b c d e$, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur $a b d f g$, per undecimam huius quarti. Erit igitur triangulum $a c e$, æquilaterum, per sextæ primi libri corollarium: cuius latus quodlibet subtendit tertiam circumferentiæ partem circuli $a b c d e$.

Artificiose, la-
 teris quinti-
 decagoni ad-
 inuentio.



quodlibet autem ipsius $a b d f g$ pentagoni latus, subtendit quintam eiusdem circumferentiæ partem. Qualium igitur partium uel segmentorum, tota circuli $a b c d e$ circumferentia est quindecim: talium segmentum $a b c$ erit quinque, & utrumque segmentum $a b$ & $b d$ trium, & proinde totum segmentum $a b d$, sex. Et quoniam segmentum $a b c$ est quinque: erit reliqua pars $c d$, sextum ipsius $a b d$, seu tertium ipsius $b d$, & totius propterea $a b c d e$ circuli quindecimum. Coniuncta igitur $c d$, recta, per primum postulatum,

R iij

erit latus quintidecagoni in dato circulo describēdi. Cui si *æquales rectas lineas* in dato circulo *a b c d e*, ab ipso quidem puncto *d*, iunctus *e*, & *a*, in *c*, cōtinuē, per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodem circulo descriptum quini-

Idem aliter. decagonum æquilaterum. ¶ Poterunt & singulorum quindecim segmentorum distinctiones, per ipsius pentagoni æquilateri & æquianguli, in dato circulo *a b c d e*, geminatam rursus descriptionē obtineri, à punctis quidem *c* & *e*. & cōparatis inuicem segmentis, demonstratiuē concludi. Quēadmodum ex ipsa li-

Quodd descri-
ptum quinti-
decagonū æ-
quilaterum,
sit æquiangu-
lum.
cet inspicere figura. ¶ Et ideo iam, quod ipsum quintidecagonum æquilaterum, est æquiangulum. Quibuslibet enim angulis, sub duobus quibuscumque ipsius quintidecagoni lateribus ad circūfrentiā comprehensis, *æquales subtenduntur circūfrentiæ*: nempe segmentorum inuicem *æqualium* tredecim, qualium totus circulus est quindecim. In eodem porro circulo, anguli qui super *æquales circūfrentias* deducuntur, sibi inuicem sunt *æquales*, & si ad centra, et si ad circūfrentias fuerint deducti, per vigesimam septimam tertij. Aequiangulum est igitur ipsum *a b c d e*, quintidecagonum. Patuit quod & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato itaque circulo *a b c d e*, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Corollarium.

¶ Quod si per singulas segmentorum & angulorum quintidecagoni distinctiones, rectæ ducantur lineæ circulum ipsum contingentes, & ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulum describetur. quem admodum duodecima huius quarti propositione, de circūscribendo tradidimus pentagono. ¶ Haud dissimiliter, per ea quæ decima tertia & decima quarta eiusdem quarti propositione, de pentagonis ostensa sunt: in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo circulum describere, ac circūscribere licebit.

¶ Quarti libri Geometricorum Elementorum, ¶

F I N I S.

Orontij Finæi Delphi-

NATIS, REGII MATHEMATICARUM

professoris, in quintum elementorum
Euclidis, Demonstrationes.

¶ Diffinitionum elucidatio non aspernanda.

ORONTIVS.



POST QUAM Euclides quatuor antecedentibus libris, quantitatis cōtinuæ qualitatem, illiusq; dimensiones aperte demonstravit: iā binis succedentibus libris, magnitudinū rationes, atq; pporiones, acutissimis psequitur ostensionibus. Huius itaq; libri quinti scopus est, de proportionibus in uniuersum pertractare: singula enim quæ in eo demonstrantur, non solum ad geometricā uidentur spectare cōtemplationem, sed cō

Scopus huius
libri quinti.

mune aliquid habent cum Arithmetica, et Musica, et cum doctrinis omnibus quæ sub mathematica traditione comprehenduntur. Verum quoniam de proportionibus futurus est sermo, proportio autem rationum uidetur esse similis: de rationibus, quibus ipsæ componuntur proportionibus, in primis tractandā est: prius enim oportet agnoscere, simplicia, quā composita. Cum igitur binæ Magnitudines magnitudines inuicem comparantur: hæ proculdubio aut æquales, aut inæquales offenduntur. Proprium enim quantitatis esse diffinit Aristoteles, secundum eam æquale, uel inæquale dici: et huiusmodi comparatio, habitudo dicitur, quam Euclides ad ueterum imitationem, rationem appellat. Ipsæ autem magnitudines, terminantur uocitantur: illa quidem quæ alteri refertur, antecedens: reliqua uerò, consequens, ad quam scilicet alterius fit comparatio. Id porro, quo altera distat à reliqua, differentia propriè dicitur. Quoties itaque propositæ et adinuicem comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, et minor metiatur maiorem, hoc est, aliquotiens sum pta, seu per datum aliquem multiplicata numerum, ipsam maiorem restituit magnitudinem: tunc minor magnitudo, pars ipsius maioris dicitur: quam uulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicationis numerum, multiplicatiuam seu quotam partē eiusdem maioris appellat. Quæ ab Euclide sic primum diffinitur.

Quota seu
multiplica-
tiua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ Μέρος ἐστὶ μέγους, τὸ ἐλασσον τοῦ μέζοντος, ὅταν καταμετρηῇ τὸ μέζον,

¶ Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem.

Vtpote

Exemplū quo
tæ partis.

utpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bidepalis, altera uero sex
tupedalis existat, quoniam bipedalis ter sumpta, seu per tria multiplicata, sextu-
pedalem metitur magnitudine: idcirco bipedalis magnitudo, pars est ipsius sex-
tupedalis magnitudinis, & tertia pars eiusdem sextupedalis peculiari discretio-
ne uocatur. Ipsa porro maior magnitudo, quam minor supradicta multipli-
catione metitur: multiplex ipsius minoris adpellatur magnitudinis, hoc est, mul-
totiens ipsam minorem comprehendens magnitudinem, uel ex multiplici eiusdem
minoris repetitione consurgens. Hinc dicit Euclides.

Multiplex.

Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μᾶζον τῷ ἐλάσσονι, ὅταν καταμετρηται ὑ-
πὸ τῷ ἐλάσσονι.

Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.

Exemplum
multiplicis.

Ut in præassumpto nuper exemplo, sextupedalis magnitudo multiplex dicitur
ipsius bipedalis magnitudinis, utpote, quod multotiens, hoc est, ter eandem bipe-
dalem contineat magnitudinem, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur: &
propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione uocatur.

Pars adgre-
gatiua.

Cum autem minor magnitudo aliquotiens sumpta, seu multiplicata, plus aut
minus efficit, quam sit ipsa magnitudo maior: non quota, sed aggregatiua pars
ipsius maioris uidetur esse magnitudinis, ex quotis scilicet partibus adgrega-
ta, ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda.

Exemplum.

Veluti quadrupedalis ad sextupedaie relata magnitudinem, aggregatiua pars
eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis. Componitur enim ex geminis
bipedalibus magnitudinibus, quarum quælibet tertiam sextupedalis partem effi-
cit: hinc biparties tertias eiusdem sextupedalis denominatur. Quæ igitur ad-
inuicem comparatæ magnitudines, communem aliqua metiuntur magnitudine:
commensurabile, seu comunicantes, & rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt
omnes numeri, à binario in infinitum distributi, quos indifferenter metitur uni-
tas: omnes insuper ad numeros relatæ magnitudines, determinatæ inter sese ra-
tionem uel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit communis ali-
qua, & per numerum expressa mensura: incommensurabiles, & incommunicatæ
tes, irrationalesue dicuntur magnitudines, quarum habitudo determinatis non
exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius, & latus quadrati geometrici.

Incommensu-
rabiles & ir-
rationales.

Illa igitur rationalium: uel irrationalium, seu commensurabilium, & incom-
mensurabilium magnitudinum comparatio, uel habitudo, ratio (quemadmodum
suprà dictum est) à ueteribus adpellatur: quæ ab Euclide in hunc modum dis-
finitur.

Ἡ λόγος ἐστὶ δύο μεγέθων ὁμογενῶν ἢ ἢ πηλικότῃτα πρὸς ἀλλήλας
ποιαί σχέσις.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis, aliquate-
nus adinuicem quædam habitudo.

Quæ inuicē
comparantur.

Sola enim uniuoca ueniunt inter sese comparanda, utpote, numerus numero,
linea lineæ, superficies superficiēi, solidum solido, sonus sono, tempus tempori, uelo-
citas uelocitati, & quæ sunt huiusmodi. Inter ea enim quæ diuersorum sunt
generum,

generum, nulla uidetur accidere comparatio. ¶ Offenditur autem ratio inter numeros absolute consideratos, quā arithmetica nuncupamus rationē: interue so-
 moros, hoc est, ad sonorū harmoniā relatos numeros, quæ harmonica ratio dici-
 tur: uel inter abstractas tū à motu, tum à materia magnitudines, quæ geomet-
 rica proprie nominatur. Quæcūq; porro rationes inter ipsos inueniuntur
 numeros, eadē inter singula continuorum offenduntur genera: at non ē diuerso.
 ¶ Arithmetica siquidē ratio, tantummodo rationalium uidetur esse magnitudi-
 num: geometrica uerò, tam rationalium, quā irrationalium contemplatur ma-
 gnitudinum habitudinem. Quæcūque insuper rationis diuersitates uni conti-
 nuorū accidunt generi, utpote lineis: cæteris continuorum uidentur euenire ge-
 neribus, superficies in quā & solidis: quod ipsis non solet accidere numeris.
 Idcirco de geometrica, & ueluti principatum obtinente ratione, hoc loco tracta-
 re principaliter intendit Euclides. ¶ Duplex est autem ratio geometrica: altera
 quidem æqualitatis, cuius differentia nulla est: altera uerò inæqualitatis, cuius
 rationales species sunt quinque: tres quidem simplices, utpote multiplex, super-
 particularis, & superpartiens: & duæ ex eis compositæ, scilicet multiplex su-
 perparticularis, & multiplex superpartiens. Primò igitur doctrina simplicium, post-
 ea cætera in uniuersum perscrutantur rationum discrimina: d. bet enim simpli-
 cium doctrina, in omnibus doctrinam, præcedere compositorum. ¶ Multipli-
 cem itaque solemus adpellare rationem, quoties maior magnitudo minorem (uti
 supra dictum est) pluries & adæquatè comprehendit magnitudinem: quæ in du-
 plā ut quaternarij ad binariū, triplā ueluti senarij ad ipsum binariū, quadru-
 plam ut duodenarij ad ternariū, & deinceps ita quantūlibet subdiuiditur, pro
 ut maior, magnitudo bis, ter, quater, pluriesue minorem comprehendit. Super-
 particularis autem ratio dicitur, cū maior magnitudo minorē semel, & quo-
 tam insuper minoris partem continet: quæ sesquialtera dicitur, ut ternarij ad bi-
 nariū: aut sesquitercia ueluti quaternarij ad ternarium: uel sesquiquarta, ut
 quinarij ad quaternarium, & responderet ita quantūlibet, prout pars ipsa
 alteram minoris magnitudinis partem, uel tertiam, aut quartam, aliamue quorā
 partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superpartientem uerò ra-
 tionem adpellamus, quoties maior magnitudo minorem itidem semel compre-
 hendit, & contingentem præterea uel aggregatiuam eiusdem minoris partem,
 ex quotis ipsius minoris partibus compositam: quæ uaria, pro numero ac ratio-
 one partium, sortitur discrimina, gemino indigentia numero, altero quippe mul-
 titudinem, altero autem nomenclaturam talium partium exprimentē: sic tamen
 ut ipse numerator, à denominatore sola unitate superetur. Alia enim superbi-
 partiens tertijs dicitur, ut quinarij ad ternarium: alia supertripartiens quartas,
 ueluti septenarij ad quaternarium: alia uerò superquadrupartiens quintas, ue-
 luti nouenarij ad quinarium, & deinceps ita sine statu, uocatur. ¶ Hinc fa-
 cile colligitur, utriusque compositorum rationum diffinitio. Multiplex enim &
 superparticularis ratio dicitur, cū maior magnitudo minorē pluries, & quo-
 tam insuper eiusdem minoris partem comprehendit. Multiplex denique & su-
 perpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem iti-
 dem pluries, & partem ultra non quorā, sed ex quotis eiusdem minoris par-
 tibus

Ratio.
 Arithmetica
 Harmonica.
 Geometrica.

Ratio.
 Aequalitatis
 Inæqualita-
 tis.

Ratio multi-
 plex.

Superpartien-
 lar ratio.

Ratio super-
 partiens.

Multiplex su-
 perparticula-
 ris.

Multiplex su-
 perpartiens.

Surdæ ratio- nes.
Notandum.
De rationum cōparatione.

bus adgregatam continet. Quæ tum pro uarietate multiplicis, tum pro utriusque & superparticularis & superpatientis diuersitate, in uaria, & (si liceat dicere) in infinita compositarum rationum partiuntur discrimina. Ceteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: surdæ, irrationalesque nuncupantur. Porro hæc omnia uelim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nam si minores ipsis maioribus comparantur magnitudinibus, subrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinum rationes, submultiplices, subsuperparticulares, subsuperpatientes, submultiplices superparticulares, & submultiplices superpatientes, pro ratione atque transpositione terminorum, adpellantur. Cuiuslibet autem supra-scriptarum rationum cum alia quauis simili ratione comparatio uel habitudinis (non ut magnitudo magnitudini, sed ut hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc est summaria definitio,

Ἄναλογία δὲ ὁδὴ, ἢ τῶν λόγων ὁμοίότης.

Proportio uero, est rationum identitas.

De proportione arithmetica.
De musica proportionē.

Hoc est, duarum pluriusue geometricarum rationum similitudo: ut si duarum plain duplæ, sesquialteram sesquialteræ, pluresue duplas, aut sesquialteras, & alias quasunque similes rationes inuicem comparaueris. Nam de arithmetica proportionē, quam uocant æqualium differentiarum inter datos numeros obseruatam progressionem: nihil ad præsentem doctrinam. Neque de proportione musica, quæ potius harmonia quædam esse uidetur: utpote, quæ sit cum oblati tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoque seruat differentia maximi supra medium ad differentiam medijs supra minimum, in superscripta rationum similitudine minime consistens. Sicut enim arithmetica progressio, à musica differre perhibetur harmonia: sic & geometrica proportio (quæ sola peculiari nomine proportionis uenit adpellanda)

Proportio geometrica cōtinua.

ab utraque distinguitur. Est autem geometrica proportio, aut continua aut discontinua. Continuiam adpellamus proportionem, cum datis quotibet eiusdem generis quantitatis, omnium antecedentium ad proximè succedentes continuata seruetur rationis habitudo: sicut prima solum antecedentis, ultima uero consequentis, intermediæ autem & antecedentis & consequentis fungantur officio. Ut pote, cum prima ad secundam eam seruat rationem, quam secunda ad tertiā, & tertiā ad quartā, & deinceps ita quantūlibet. Quæcūque igitur continua proportionē ligantur, eiusdem oportet esse generis: propter necessariam cuiuslibet antecedentis cum suo consequente respondentiam, & continuandam inuicem comparabilium habitudinem, siue relationem. Discontinua uero proportio fit, cum oblati quatuor pluribusue quantitatis, prima ad secundam eam habet rationem, quam tertiā ad quartā, & quinta ad sextam, & consequenter ita quantumlibet. Huiuscemodi nanque rationum similitudo, uel identitas, proportio, sed discontinua uocatur. consequens enim primæ rationis, non sit antecedens secundæ, neque item consequens ipsius secundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedens: uelut ipsi continuæ diximus conuenire proportioni. Possunt itaque genere diuersa, discontinua inuicem proportionē colligari: ob singulorum antecedentium, ad singula consequentia, se para-

Sola uniuoca continua proportionē ligatur.

Discontinua proportio geometrica.
Genere diuersa discontinuam proportionem obseruant.

etiam factam comparationem. Eadem nanque ratio inter duos accedens numerus: potest simul inter duas lineas, binasue superficies, aut alias quasvis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, discontinuam proportionem sub pari semper terminorum comprehendendi numero: continuam uero tam parem, quam imparem admittere terminorum seu quantitatum multitudinem.

Corollarium

¶ Λόγος ἔχει πρὸς ἄλλα μεγέθη λέγεται, ἃ διώκται, πολλὰ πλάσια ῥομῶν ἄλλων ὑπερέχει.

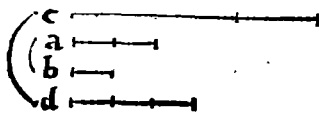
5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere.

Post ipsius rationis, atque proportionis assignatas diffinitiones: describit consequenter Euclides qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationem habere dicantur. Cum igitur tam rationalium quam irrationalium hic perscrutetur magnitudinum habitudo, et ipsa irrationalium magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipsi naturæ sit ignota, denominatione ab aliquo non ualens accipere numero: coactus est Euclides (ut generale quoddam rationalium et irrationalium prescriberet diffinitione) ad comparatarum inuicem magnitudinum conjugere multiplicationem, hoc est, per ipsarum magnitudinum æquæ multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur.

Quoniam modo magnitudines rationem habere diffiniuntur.

Si igitur magnitudo a magnitudini b comparatur, et ambæ æqualiter multiplicentur, hoc est, ambarum sumantur æque multiplicia, c quidem ipsius a,

Exemplum.



et d ipsius b: quam rationem habebit multiplex c ad multiplex d, eā seruabit et a magnitudo, ad b magnitudine. Quasi ignota inter a et b differentia, per multiplicationem ipsarum augeatur magnitudinum, et in ratio-

nis ignotæ nos inducat agnitionem. Tanta quidem multiplicium cum submultiplicibus, seu partibus inuenitur esse fraternitas: ut ipsæ æquæ multiplices magnitudines non possint aliquam rationalem aut irrationalem inter sese habitudinem obseruare, quin ea simul partibus accidat submultiplicibus, et e contrario.

Notandum.

¶ Εἰς τὸ αὐτὸ λόγος μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, ὡς τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τῷ πρώτῳ ὡς τρίτον, ἰσάκως πολλὰ πλάσια ᾖ τῷ δεύτερον ὡς τέταρτον ἰσάκως πολλὰ πλάσιον, καὶ ὁ πρῶτος ὡς πολλὰ πλάσιον ἑκάτερον ἑκάτερον, ἢ ἅμα ἑλέσθην, ἢ ἅμα ἵκαται, ἢ ἅμα ὑπερέχην ἀφ' ὧν καταλλύεται.

6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ æquæ multiplicia, secundæ & quartæ æquæ multiplicia, iuxta quauis multiplicationem, utraque utranque vel vnâ excedunt, vel vnâ æquales sunt, vel vnâ deficiunt iumptæ adinuicem.

Quæ magnitudines in eadem ratione

Ostensa rationis atque proportionis diffinitione, qualiter insuper magnitudines rationem habere adinuicem iudicantur: diffinit respondenter Euclides, quoniam consistant modo magnitudines ipsæ sicut proportionales, hoc est, similè uideantur obtine-

Notandum.

Diffinitionis
elucidatio.

Exemplum.

De continuè
proportiona-
libus.

Exemplum.

re rationē, habitudinisue nāciscantur identitatē. Quæ diffinitio nō potuit per al-
licuius præcedētū quinq; rationaliū speciēū ipsius rationis uel habitudinis, ut
pote aut multiplicis, aut superparticularis, aut superpartietis, uel multiplicis su-
perparticularis, uel deniq; multiplicis superpartietis describi similitudinē: p-
pter surdas (ut uocant) irrationaliū magnitudinū habitudines, quarū denomina-
tiones exprimi nō possunt. Cōfugiendū ergo fore existimauit Euclides, ad cōtra-
genē æquē multipliciū habitudinē, tā cōtinuē, quā separatim facta earudem
magnitudinum relatione. Nā in proportionibus sicuti antecedentia adinuicem,
et ipsa pariter consequentia, mutuam quandam inter sese uidentur habere re-
lationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium, pariter et consequentium
æquē multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta, fraterna quadā
rationum colligantur similitudine, atque ē diuerso: tamen si alia inter ipsa æquē
multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur submultiplices, contingat pleriq;
rationum identitas. Quōd autem ex multiplicium proportionē, eundem partiū
submultipliciūmue magnitudinum proportio, uel ē contrariio subsequatur: succe-
dentibus ostendetur propositionibus, prius enim diffinire, quā diffinitionū con-
cludere necessitatem est operæpretiū. ¶ Cū itaque similitudo rationis, binariū
ad minus rationum, et proinde quaternarium magnitudinum uideatur exop-
tare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadē esse ratione, prima quidem
ad secundam, et tertia ad quartam: quando primæ et tertiæ, hoc est antecede-
ntium magnitudinū sumptis æquē multiplicibus, et cōsequentiū itidē magnitudo-
dinū, secundæ uidelicet et quartæ, æquē multiplicibus (etiā in alia quāuis ab
antecedentiū multiplicatione) coassumptis, multiplex primæ ad multiplex secū-
dæ eam seruat rationem, quā multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: siue ipsa
ratio maioris, aut minoris extiterit in æqualitatis. Hæc enim de excessu uel
defectu proportionali ueniunt intelligenda. Velut ex obiecta numerorū potes
colligere formulā. In
qua numeri dati
sint a, b, c, d: et ipso-
rum a et c, primum
inquā et tertiū
a | b | c | d | Nu. dīl cōtinuē proportionales.
12 | 6 | 3 | 4 |
e | g | f | h |
24 | 18 | 16 | 12 | Aequē multiplices.
æquē multiplices e, nempe dupli: numerorum autem b, d, hoc est secundū et
quartū æquē itidem multiplices g, h, utpote tripli. Et quoniam multiplex e, ad
multiplicem g, eam habet rationem, quā multiplex f ad multiplicem b (u-
trobique enim sesquitertia) necessum est primum numerum a ad secundum
numerum b eam simul obseruare rationem, quā tertius numerus c ad
quartum d, nempe duplā. Haud aliter de magnitudinibus, siue contra-
nuis intelligito. ¶ Hinc fit, ut in continuē proportionis, ubi uidelicet
consequens primæ rationis sit antecedens secundæ, sumenda sint æquē multi-
plicia singularum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem, hoc est, aut
simul tripla, aut simul quadrupla, et c. propterea quōd secunda magnitudo,
ipsius tertiæ simul fungatur officio, et geminas potentia magnitudines re-
præsentat. Ut datis in exemplum a, b, c, numeris: quorum æquē multipli-
ces sint d, e, f, utpote tripli, d quidem ipsius a, et e ipsius b, atque f ipsius c.

a	b	c
8	4	2
d	e	f
24	12	6

Nu. continue proportionales.

Aequae multiplices.

si multiplex d
ad multiplicem
e habuerit eam
rationem, quam
idem e ad f:

tunc a primus numerus ad secundum b, eam simul obseruabit rationem, quam idem numerus b, ad tertium c. quemadmodum ex ipsa numerorum potes elicere descriptione: in quataam dati numeri a, b, c, quam eorundem numerorum aequae multiplices d, e, f, sub dupla inuicem ratione proportionantur.

Ἐὰν δὲ τῶν αὐτῶν ἔχοντα μείζον λόγον, ἀνὰ λόγον καλεῖσθαι.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportio- Diffinitio pro
nales vocentur. portionalium.

Cum enim proportio, rationum sit identitas: sit ut magnitudines, quae in easdem offendentur esse ratione, uel inter quas rationum offendetur similitudo (sive ue continua, siue discontinua eiusdem rationis obseruetur identitas) proportiones adpellentur.

Ἢταν δὲ τῶν ἰσάκως πολλαπλασίων τὸ μὲν πρῶτον πολλαπλασίον ὑπερέχῃ τῶν δευτέρων πολλαπλασίων, καὶ τὸ τρίτον πολλαπλασίον, καὶ ὑπερέχῃ τῶν τετάρτων πολλαπλασίων, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δευτέριον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, καὶ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τεταρτέον.

8 Quando verò multiplicium multiplex primi excefferit multiplex secundi, multiplex autem tertij non excefferit multiplex quarti: tunc primum ad secundum maiorem rationem habere dicetur, quam tertium ad quartum. Improportio
naliū magni-
tudinū dis-
finitio.

Quemadmodum datarum magnitudinum continuam uel discontinuam proportionem, ex coassumptorum aequae multiplicium, et ordinatim comparatarum proportionem pendere diffinitum est: haud dissimiliter et improportionalium magnitudinum disproportion, ex suprascripto modo sumptorum aequae multiplicium disproportionem, uersa uice colligitur. Est enim disproportion, rationum dissimilitudo: utpote, quando prima magnitudo ad secundam maiorem uel minorem rationem habet, quam tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis haec est summa. si quatuor oblatarum magnitudinum coassumentur aequae

Dispropor-
tio.

Diffinitionis
interpretatio

multiplicia primae et tertiae, atque secundae et quartae, et multiplex primae ad multiplex secundae maiorem rationem habuerit, quam multiplex tertiae ad multiplex quartae: tunc prima magnitudo ad secundam maiorem itidem rationem obseruabit, quam tertia ad quartam: et si minorem, minorem. Et proinde rationum subsequetur dissimilitudo, ergo disproportion: siue ipsae magnitudines continuas, uel discontinuas ratione, seu relatione terminorum inuicem conferantur. Quorum exempla dare, inutile iudicamus: utpote, quae a contraria proportionalium interpretatione colligi uel facile possumus.

Corollarium.

s ij

Hinc

Hinc fit, ut cum æquè multipliciū supra scripto modo coassumptorum, multiplex primi non exceſſerit multiplex ſecundi, ſed multiplex tertiꝝ exceſſerit multiplex quarti: tunc primum ad ſecundum minorem rationem habere dicitur, quàm tertium ad quartum.

¶ Αναλογία δὲ, ὅν τριῶν ὁροῖς ἐλαχίστοις ὄντιν.

Proportio autem, in tribus terminis ad minus eſt.

De continua uetiū intelligas proportionē. Cum enim proportio rationum exiſtat ſimilitudo: operæpretium eſt in ipſa proportionē duas ad minus inuicē ſimiles occurrere rationes, & proinde terminos quatuor, duo in quā antecedeſtia & totidem conſequentia. Et quoniam in proportionē continua, conſequens primæ rationis ſit antecedens ſecundæ, im diſcontinua uerò minime: ſit ut cōtinua proportio non poſſit conſiſtere in paucioribus tribus terminis, diſcontinua autem in paucioribus quatuor. Hi ſunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos uidetur accidere proportio: maximi uerò, nunquam dabileſ ſunt, utpote, quoniam ſimilitudo rationum in infinitum poteſt deuenire numerum.

¶ Όταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχον λέγεται, ἢ πρὸς τὸ δεύτερον. Όταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχον λέγεται, ἢ πρὸς τὸ δεύτερον, ἢ αἰ ἐφ' ὅν πλείον, ὥς αὖ ἡ ἀναλογία ὑπάρχει.

Quam ratio-
nē habeat pri-
ma magnitu-
do ad ultimā
in continuē
proportionā-
libus.

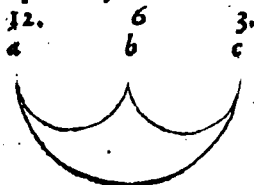
Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplo maiorem rationem habere dicitur, quàm ad ſecundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplo maiorem rationem habere dicitur, quàm ad ſecundam, & ſemper ordine vna plus, quo uſque ſit abſoluta proportio.

10

Hinc diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad ultimam, in continuē proportionalibus. Senſus itaque diffinitionis eſt, q in proportionē continua ratio extremarum magnitudinum, ex ſingulis rationibus in eadē occurrentibus proportionē inuicem compoſitis generatur. Hinc ſit, ut in minima proportionē, quæ ſub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad ultimam duplo maiorem rationem habere dicatur, quàm habeat ad ſecundā, hoc eſt, ex ipſis duabus rationibus ſimilibus, primæ in quā magnitudinis ad ſecundā, & eiꝯ ſecundæ ad tertiā inuicem compoſitis, uel altera earum duplata cōſurgentem. Multiplicandi ſunt, igitur ipſarum rationum denominatores ad inuicem: producet enim optatæ rationis denominator: quæ admodum ſecundo capite libri quarti noſtræ docuimus Arithmetice: & quinta diffinitione libri ſexti clari

Vbi tres tan-
tum magnitu-
dines propor-
tionales.

Exemplum



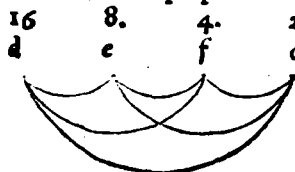
us oſtedemus. Sint exempli gratia obiecti numeri a, b, c, ſubdupla ratione proportionati. ut a. q. igitur ratio à binario denominatur numeri r. Bis autē duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertium, hoc eſt, a ad c denominabitur. Erat ergo primi ad iſſum

ipsum tertium ratio quadrupla, seu primi ad secundum duplicata. Porro si quatuor extiterint magnitudines continue itidem proportionales: prima ad quartam triplo maiorem rationem habere dicitur, quam ad secundam, hoc est, ex tribus rationibus, primæ quidē ad secundā, & secundæ ad tertiam, atque tertiæ ad quartā generatā. Sed animaduertas oportet, q̃ in trium aut plurium rationum compositione, operæpretium est ex duabus primis unā efficere rationem, & ex illa consequenter & succedente tertia unā rursus conglutinare: & deinceps ita quācumlibet, pro datarum rationum multitudine. Dentur in exemplū quatuor numeri continue proportionales d, e, f, g, sub dupla itidem ratione distributi.

Vbi quatuor magnitudines continue fuerint proportionales.

Notandum.

Exemplum.



Quæbet igitur trium rationum, à binario rursus denominatur numero: bis autem duo, efficiunt quatuor, quæ ostendunt primū numerum ad tertium, uel secundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem. bis autem quatuor restituant octo: à quibus octupla ratio denominatur.

Aio itaq; eundē primum numerum ad quartū, octuplam seruare rationem: quæ non propterea primi ad secundum triplata ratio uocatur, q̃ ipsa ratio primi ad secundū per tria sit multiplicada: sed quoniā ter in eadē portione reperitur, ex qua quidē triplici ratione, extremorū ratio suo præscripto modo cōsurgit. Eadem quoq; ratio primi ad quartū resultabit, si eā ratione quæ est primi ad tertium, uel secundi ad quartū, per rationē eiusdē primi ad secundū multiplicaueris. Vtraque enim in præassumpto numerorum exemplo est quadrupla: quæ in duplam ducta, restituit octuplam. Quod si quinque magnitudines continue fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplo maiorem rationem habere dicitur, quam ad secundam: si sex, quintuplo maiorem, & consequenter ita, una semper ordinatim adiuncta ratione, pro extensione proportionis, uel adiuncto magnitudinum continue proportionalium numero.

Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

Ομόλογα μέγεθς λέγεται τὰ ἡγούμενα τοῖς ἡγούμενοις, τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς ἐπόμενοις.

- 11 Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & consequentia consequentibus.

De varia rationum similitudine.

Id est, similitudo rationum inter easdem magnitudines inuicem proportionales, non solum inuenitur per relationem antecedentium ad sua consequentia, uel è diuerso: sed tum ex ipsorum antecedentium, tum etiam consequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus subscriptæ rationum illationes, speciei sue proportionum derivatæ sunt: quæ primum diffiniuntur ab Euclide, postea suo eluciduntur & ostenduntur ordine.

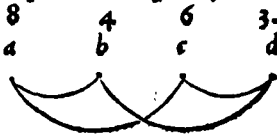
Ἐναλλάξ λόγος ὅτι, ἀντίς τῷ ἡγούμενῳ πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τῷ ἐπόμενῳ πρὸς τὸ ἐπόμενον.

- 12 Permutata ratio est, acceptio antecedentis ad antecedēs, & consequentis ad consequens.

Permutata seu reciproca ratio.

Vt pote, si fuerint quatuor magnitudines inuicē proportionales a, b, c, d, sicut

quidem a ad b, ita c ad d: inferamus autē, et permutatim igitur sicut a ad c, ita b ad d. Hęc rationū illationem, permutatā adpellamus. permutatur enim consequens primę rationis, in antecedēs secundę: et antecedens eiusdē secundę rationis, in consequens ipsius primę uertitur. Primę itaque rationis uterque terminus antecedentis: et uterque terminus secundę rationis, consequentis fungitur officio.



¶ **Ανάπληψι λόγου** ὅτι, λήψις τοῦ ἐπομένου ὡς ἡγεμένου πρὸς τὸ ἡγεμένον ὡς ἐπόμενον.

Conuerſa ratio, eſt acceptio conſequentis tanquam antecedentis, ad antecedens tanquam ad conſequens. 13

Id eſt conſequentium in antecedentia, et antecedentium in conſequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerſo, conuertendo. Vt ſi a ad b, eam habuerit rationem quam c ad d: et à conuerſa terminorum ratione inferamus: ergo ſicut b ad a, ita d ad c. Igitur in permutata atque conuerſa ratione, nulla terminorum ſubſequitur alteratio: ſed et antecedentia, et conſequentia manent ſubſtantialiter eadem.

Notandum.

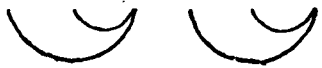
¶ **Σύνθεσις λόγου** ὅτι, λήψις τῆς ἡγεμένης μετὰ τοῦ ἐπομένου, ὡς ἡγός πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

Compoſita ratio, eſt acceptio antecedentis cum conſequentē, ſicut vnius, ad ipſum conſequens. 14

Solemus nonnunquā in proportionibus, arguere à diuiſis ad coniuncta: unde huiuscemodi rationis illatio, compoſita, ſeu coniuncta ratio dicitur. Eſt enim acceptio cuiuſlibet antecedentis cū proprio conſequentē, tanquā vnius antecedētis, ad ipſum conſequens. Vtpote, ſi a ad b, eam habeat rationem quam c ad d: et cōiunctim inferamus. Igitur ſicut a b, ad b: ita c d ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per conſequentium ipſorum cōpoſitionem. Huic contraria eſt diuiſa, ſeu diſiuncta ratio: quę ita diſinitur,

Illatio ratio-
nis à diuiſis
ad coniuncta.
Exemplum.

12. 8. 4. 6. 4. 2.
a b. a. b. c d. c. d.



¶ **Διαίρεσις λόγου** ὅτι, λήψις τοῦ ὑπὸ προχῆς, ἢ ὑπὲρ χεί τοῦ ἡγεμένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

Diuiſa ratio, eſt acceptio exceſſus, quo excedit antecedens ipſum conſequens, ad ipſum conſequens. 15

Illatio ratio-
nis, à coniun-
ctis ad diuiſa.

Hoc eſt, comparatio differentię cuiuſlibet antecedentis ſupra conſequens proprium, ad ipſum conſequens. Veluti ſi eadem ſit ratio a b ad b, quę eſt c d ad d: et diuiſim in hunc modū inferatur, igitur ſicut a ad b, ita c ad d. Eſt enim a differentia, qua tota a b ipſam b ſuperat: et c itidem differentia, qua tota c d ipſam excedit d. Hic autem modus arguendi, à coniunctis ad diuiſa nūcupatur.

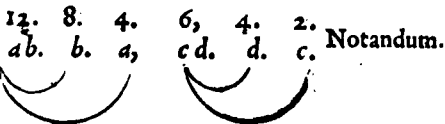
¶ **Αἰερέφης λόγος** ὅτι, λήψις τοῦ ἡγεμένης πρὸς τὸν ὑπὸ προχῆ, ἢ ὑπὲρ χεί τοῦ ἡγεμένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

Conuer-

- 16 **Conuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens.**

Hanc rationis illationem: plerique euerfam seu reflexam nominant. Est enim cōparatio cuiuslibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens suum excedit consequens. Exempli gratia: Sit rursum ueluti a b ad b, ita c d ad a: & con

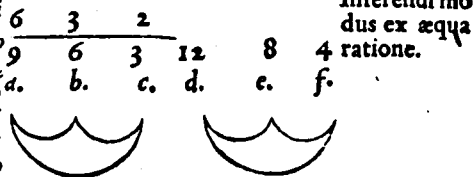
uertantur in hunc modum. Ergo sicut a b ad a, ita c d ad c. Sunt enim a & c differentiae, quibus b & d ab ipsis a b & c d superantur. In composita igitur, & diuisa ratione, ac conuersione rationis, quanquam nihil sumatur extrinsecum: alterantur nihilominus termini, iidem se cunctum substantiam minime permanentes.



Ἡ δὲ λόγος δὲ, πλεονάζοντων ὁυτῶν μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλεονάζοντων δύο λαμβανόμενων, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μετέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἰσχυρόν, οὕτως ἐν τοῖς δεύτεροις μετέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἰσχυρόν, ἢ ἄλλως, ἀπὸ τῆς ἀκέραιας ὑπερβαίεισιν τῆς μέσου.

- 17 **Aequa ratio est, pluribus existentibus magnitudinibus, & alijs eis aequalibus multitudine, cum duabus sumptis & in eadem ratione: quando fuerit sicut in primis magnitudinibus primū ad vltimum, sic in secundis magnitudinibus primum ad vltimum. Vel aliter: acceptio extremorum, per subtractionem mediorum.**

Exempli gratia, sint primi ordinis quantitates a, b, c, secundi uero d, e, f: sitque a ad b ueluti d ad e, & b ad c sicut e ad f: uel a ad b sicut e ad f, & b ad c ueluti d ad e: & concludendo subinferamus. Igitur sicut a ad c, ita d ad f. Hunc modum arguendi, ex aequali, aut ex aequa ratione uocamus. Vt si a ad b & d ad e sesquialteram, b autem ad c & e ad f duplam obtinuerit rationem: uel a ad b, & e ad f dupla, b autem ad c atque d ad e sesquialtera ratione proportionetur: necessum est a ad c, atque d ad f, triplam obseruare rationem, ut ex ipsa numerorum potes elicere formula. Aequa igitur ratio, tam in ijs quæ ordinatam, quam etiam perturbatam obseruant proportionem reperitur.



Ἡ τεταγμένη ἀναλογία δὲν, ὅταν ᾖ ὡς ἡ γένεσις πρὸς ἐπὶ ὄμνηρον, ὅντως ἡ γένεσις πρὸς τὸ ἐπὶ ὄμνηρον, ἢ δὲ ὡς ἐπὶ ὄμνηρον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐπὶ ὄμνηρον πρὸς ἄλλο τι.

T. Or-

Ordinata proportio est, cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedens ad consequens: & consequens ad rem aliam, sicut consequens ad rem aliam. 18

Expeditis quæ ex eadem proportionem subinferuntur rationum cōparationibus diffinit tandem Euclides, binas proportionum species, inter geminos proportionalium magnitudinum ordines accidentes. Ordinatam itaque proportionem adpellamus, quando antecedentium & consequentium ordinatim sit comparatio. Ut si

Exemplum ordinatæ proportionis.

a	b	c	d	e	f
9	6	3	12	8	4

bini (uerbi gratia) fuerint numerorum ordines, a, b, c inquam primus, & d, e, f secundus: fueritque a ad b sicut d ad e, & b ad c sicut e ad f. Hanc rationum identitatem, ordinatam soleamus uocitare proportionem. Huic contraria est perturbata, quæ sic diffinitur.

Τεταραχυμὴν δὲ ἀναλογία ὄντων, ὅταν τριῶν τῶν μεγέθων, ἢ ἄλλων ἰσῶν αὐτοῖς τὸ πλῆθος γινέσθαι, ὥς μὴ γὰρ τοῖς πρώτοις μεγέθεισι ἡγούμενον, πρὸς ἐπόμενον, οὕτως γὰρ τοῖς δευτέροις μεγέθεισι ἰγούμενον πρὸς ἐπόμενον, ὥς δὲ γὰρ τοῖς πρώτοις μεγέθεισι ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως γὰρ τοῖς δευτέροις μεγέθεισι ἡγούμενον πρὸς ἄλλο τι.

Perturbata autem proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine: sit sicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad consequens, sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequens, sicut autem in primis magnitudinibus consequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens. 19

Hæc diffinitio tam lucida est, ut ampliori non uideatur indigere declaratione. Non grauaberis tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rursus

Exemplū perturbatæ rationis.

a	b	c	d	e	f
8	6	4	6	4	3

a, b, c, & d, e, f gemini numerorum ordines: sitque a ad b sicut e ad f, & b ad c sicut d ad e. Hunc itaque inuersum proportionis ordinem, perturbatam proportionem adpellamus. Præter has autem, Zambertus Venetus adiecit extensæ atque inordinatæ proportionis diffinitiones, ab ipsius ordinatæ atque perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè discrepantes: quas tum quia in

De extensâ, atque inordinata ratione.

Notandum.

græcis nusquam reperi eximus; Libris, tum quod mihi superabundare uideantur, consulto prætermisi. Omnis siquidem extensa proportio, ordinata est: & inordinata, eadem quæ perturbata. Ni forsitan uoluerimus extensam proportionem, terminorum utriusque ordinis continuatam præsupponere relationem: cum scilicet præcedentium rationum consequentia, sunt antecedentia succedentium. ut extensa proportio, continuè proportionalium solummodo respiciat magnitudinum habitudinem: ordinata uerò, tam continuè, quam discontinuè proportionata. Et sic extensa proportio, simul erit ordinata: sed non omnis ordinata, extensa uocabitur. Idem uelim habeas iudicium, de inordinata atque perturbata proportionem.

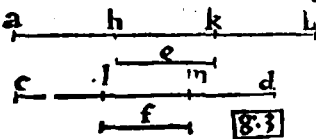
Θεώρημα α, Πρόθεσις, α.

Ε Ἄν ὁ πόδας αὐτῶν μετρίων, ὅποσον αὐτῶν μεγέθων ἴσων τὸ σκέτος, ἴκασον ἴκασον ἴσάκις πολλαπλάσιον, ὅσα πλάσιον ὅσον ἐν τῶν μεγέθων ἑνός, τοσαύτα πλάσια ἴσαι ἐν τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theorema I. Propositio I.

Si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularum æquæ multiplices: quotuplex est vnius vna magnitudo, totuplices erūt & omnes omnium.

ORONTIVS **¶** Exordium sumit Euclides, à ratione multiplici, quæ est omnium simplicissima, ut pote, quæ unico denominatur ex primitivis numero. At itaque primum si quotlibet antecedentes magnitudines, totidem consequentium magnitudinum, in data ratione multiplici fuerint proportionales: omnes antecedentes omnium consequentium, ut una antecedentium ad suam consequentem, in eadem ratione multiplici coniunctim proportionales erunt. Sint enim a & c & d quælibet magnitudines, ipsarum e & f magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquæ multiplices: utpote, a b ipsius e , & c d ipsius f ratio, a b & c d magnitudines, totuplices fore ipsarum e & f magnitudinum, quotuplex est a b ipsius e , uel c d ipsius f . Nam ex hypothesis tot sunt magnitudines in a b , æquales ipsi e : quot in c d magnitudine, æquales ipsi f . Sit utraque multitudo, æqualis numero g . Et distinguatur (exempli gratia) in a b , magnitudines æquales ipsi e , iuxta numerum g , sintque a h , b k , & c l , m : in ipsa porro c d , æquales ipsi f , quæ sint c l , m , & n d . Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari, uel adsignari posse æ-



quales, recipiendum est. Omnis præterea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinui-

Notandum.

cem æquales partes (& si forsitan nondum præstensum fuerit, quanam ratione id exequatur) abstractivè saltem partibilis est: potestque magnitudo quælibet discretionem quadam (ac si seorsum distincta foret) annotari. Cum igitur a h æqualis sit ipsi e , & c l ipsi f : æquales erunt a h & c l , ipsi e & f magnitudinibus, per secundam communem sententiam. Rursum quoniam æqualis est h k ipsi e , & l m ipsi f : æquales rursum erunt, per eandem communem sententiam, h k & l m , ipsi e , & f . Haud dissimiliter ostendetur, quod & cæteræ k b & m d , eisdem e & f coquantur. Quoties igitur a b continet ipsam e , aut c d ipsam f : toties a b & c d , eadem e & f simul comprehendunt, nempe secundum eundem numerum g . Quotuplex igitur est a b ipsius e , uel c d ipsius f : totuplices sunt a b & c d , ipsarum e & f . Idem respondere licebit ostendere: ubi plures duabus, plurium fuerint æquæ multiplices. Hoc autem in discretis evidentius manifestatur: quemadmodum sequentes formulæ videntur indicare numeri. si fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet

Deductio theorematum.

Tij. magni-

magnitudinū: &c. ut in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

	2	1		3	1		4	1		5	1
Nu. in du:	4	2	In ratione	6	2	In ratione	8	2	In rōne	10	2
plā rōne p	6	3	tripla	9	3	quadrup.	12	3	quintupla	15	3
portional.	8	4		12	4		16	4		20	4
	10	5		15	5		20	5		25	5
Comūcti. 30 15 Comūcti. 45 15 Cōiūcti. 60 15 Cōiūcti. 75 15											

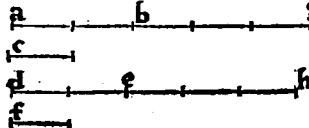
Θώρημα β, Πρόθεσις β.

Eὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκῃς ἢ πολλαπλάσιον, Ἐκτὼς τετάρτου, ἢ δὲ Ἐπὲμψον δευτέρου ἰσάκῃς πολλαπλάσιον, Ἐκτὼς τετάρτου: καὶ σὺν ἵεβῃ πρῶτον, Ἐπὲμψον, δευτέρου ἰσάκῃς ἴσαι πολλαπλάσιον, Ἐκτὼς, Ἐκτὼς τετάρτου.

Theorema 2, Propositio 2.

SI prima secundæ æquæ fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secundæ æquæ multiplex & sexta quartæ: & composita prima & quinta secundæ æquæ multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

ORONTIVS. Eid est si æquæ multiplicib⁹ æquæ multiplices addantur magnitudines, cōsurgēt æque multiplices. Sint enī sex magnitudines, a b prima, c secūda, d e tertia, f quarta, b g quinta, & h sexta: quarum prima a b secundæ c sit æquæ multiplex, ac tertia d e ipsius quartæ f: & quinta rursū b g eiusdem secundæ c æquæ multiplex esto, ac sexta e h eiusdem f quartæ. Aio quodd composita ex prima & quinta, ut pote a g, ipsius secundæ c erit æquæ multiplex:



Demōstratio theorematis.

ac tertia & sexta simul, uidelicet d h, ipsius quartæ f. Cū enim ex hypothesi, æquæ multiplex est a b ipsius c: ut d e, ipsius f: quot igitur magnitudines sunt in a b æquales ipsi c, tot sunt & in d e æquales ipsi f. Rursū quoniā b g æquæ multiplex est eiusdē c, ac e h eiusdē f: tot igitur sunt magnitudines eidē c æquales in b g, q̄ & in e h æquales eidē f. Quot igitur sunt magnitudines in tota a g, ipsi c æquales: tot sūt & in tota d h, æquales ipsi f. si enī æqualibus multitudinibus, æquales addantur multitudines: resultabunt, per secundam communem sententiam, multitudines adinuicem æquales. Quotuplex igitur est a g ipsius c: totuplex est d h ipsius f. Sed a g, continet primam & quintam magnitudinem: d h autem, tertiam & sextam. Et cōposita igitur prima & quinta a g, secundæ c æquæ multiplex erit: ac tertia & sexta d h, ipsius quartæ f. Igitur si prima secundæ æquæ fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

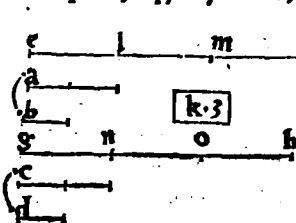
Θώ:

Θεώρημα γ, Πρόβλημα γ.

EΑν πρῶτον διευτέρου ἰσάκως ἢ πολλαπλασίου, καὶ τρίτον τετάρτου, λαβόν δὲ ἰσάκως πολλαπλασία τῶ πρώτου καὶ τρίτου, ὁ δὲ διὰ τῶν λαβόντων, ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκως ἢ πολλαπλασίον, ὁ μὲν, τὸ δευτέρου, τὸ δὲ, τὸ τετάρτου. Theorema 3, Propositio 3:

SI primum secundi æque fuerit multiplex, & tertium quarti, sumantur autem æquæ multiplicia primi & tertij: & æquæ sumptorum vtrunque vtriusque æquæ erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

ORONTIVS. Hoc est, q. æquæ multiplicia, sūt æquæ multiplicia: eadē par tū æquæ multiplicia sunt. Sit primū a secūdi b æquæ multiplex, ac tertiu c ipsius quarti d: & accipiātur ipsoru a & c æquæ multiplicia, e f & g h. Dico quod e f ita multiplex est ipsius secūdi b, quā multiplex est g h ipsius quarti d. Cum enim



per hypothesin, totuplex sit e f, ipsius a, quōtuplex est g h ipsius c: totigitur erūt magni tudines in e f æquales ipsi a, quot in magnitu dine g h æquales ipsi c. Sit utraque multitudo, iuxta numerum k. & discernantur (maioris e uidentie gratia) in e f, magnitudines æquales ipsi a, sintque e l, l m, & m f: & ita g h magnitu dine, ipsi c æquales, utpote g n, n o, & o h. Et

quoniam per hypothesin, æquæ multiplex est a ipsius b, atq; c ipsius d. Est autem Primus ostendit e ipsi a, & n ipsi c per constructionem æqualis. Aequalia porro eiusdem sunt sionis discursus.

æquæ multiplicia, per sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Aequæ mul tiplex igitur est e l ipsius b, ac g n ipsius d. Et proinde l m æquæ multiplex itidem est ipsius b, ac n o ipsius d. sunt itaque sex magnitudines, quarum prima e l se cundæ b æquæ multiplex est, ac tertia g n ipsius quartæ d: quinta rursum l m eiusdem secundæ b æquæ multiplex est, ac sexta n o eiusdem quartæ d. Et compo si ta igitur prima & quinta e m ipsius secundæ d, æquæ multiplex est, ac tertia & sexta g o ipsius quartæ d: per antecedentem secundam propositionem. Rursum

quoniam æqualis est m f ipsi a, & o h ipsi c: æquæ multiplex itidem erit m f ipsi us b, atque o h ipsius d, per eandem sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Secundus pri ori similis dis cursus ostens ionis.

Ostensum est autem, e m & g o ipsarum b & d fore æquæ multiplices. Sunt itaq; rursum sex magnitudines, quarum prima e m secundæ b æquæ multiplex est, ac tertia g o ipsius quartæ d: quinta insuper m f eiusdem secundæ b æquæ est multi plex, ac sexta o h eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e f, ipso us secundæ b æquæ multiplex est, ac tertia & sexta g h eiusdem quartæ d: per allegatam huius quinti secundam propositionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus consequentes adiungendo magnitudines, pro contingēte ipsorum æquæ multiplicium e f & g h multitudine. Atqui multitudo e l, l m, & m f, mul titudini g n, n o, & o h æqualis est: utraque enim ipsi k numero æqualis. Si igitur primum secundi æquæ fuerit multiplex & tertium quarti: & c. ut in

T iii.

theoremate.

theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα δ, πρόθεσις δ.

ΕΑν πρῶτον πρὸς διευτερον τον αυτον εχη λογον, και τεττον πρὸς τετάρτον, και τὰ ισάκεις πολλαπλασια τὸ τε πρῶτον και τεττον πρὸς τὰ ισάκεις πολλαπλασια τὸ διευτερον και τετάρτον καὶ ὁ ποιοιῶν πολλαπλασιασμου, τον αυτον εφε λογον ληφθεντα και ἀλλήλα.

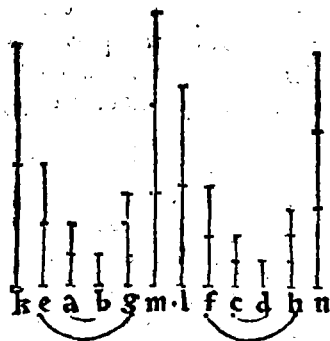
Theorema 4, Propositio 4.

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij, ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quavis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

4

De æquè multiplicium & eas magnitudines in eadem esse ratione, sexta huius quinti uisa est innuere diffinitio: haud dissimiliter ex ipsarum magnitudinum habitudine proportionata, eorum dem æque multiplicium uersa uice concluditur rationis identitas. tanta est æque multiplicium cum submultiplicibus necessitudo. esto igitur ut primum a ad secundum b eandem habeat rationem, quam c tertium ad quartum d: & accipiantur ipsorum a & c, hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e & f, secundi pariter & quarti, utpote, ipsorum b & d alia itidem æque multiplicia g & h. At quod e multiplex primi, ad g multiplex secundi eandem habet rationem, quam f multiplex tertij ad h multiplex quarti. Sumantur enim ipsorum e & f, æque multiplicia k & l ipsorum porro g & h, alia similiter æque multiplicia m & n. Cum igitur e totuplex sit ipsius a, quotuplex est f ipsius c, & ipsorum e & f sumpta sunt æquè multiplicia k & l, primæ inquam & terciæ magnitudinis: igitur æque multiplex est k ipsius a, & l ipsius c, per tertiam huius quinti. et per eandem, æque multiplex est m ipsius b, atque n ipsius d. Est autem ex hypothesi, sicut a ad b ita c ad d: & ipsorum a & c ostensa sunt æque multiplicia k & l, necnon ipsorum b & d alia itidem æque multiplicia m & n. Est igitur sicut k ad m, ita l ad n: per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secundi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porro k & l, ipsorum e & f sunt æque multiplicia: m uero & n æque multiplicia ipsorum g & h, per constructionem. Est igitur ut e ad g, sic f ad h: per sextam huius quinti diffinitionem. At qui e & f, sunt æque multiplicia primi et tertij: g autem et h, secundi et quarti alia itidem æque multiplicia. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem: et quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum suscepimus.

Demonstratio theoremat.



igitur e totuplex sit ipsius a, quotuplex est f ipsius c, & ipsorum e & f sumpta sunt æquè multiplicia k & l, primæ inquam & terciæ magnitudinis: igitur æque multiplex est k ipsius a, & l ipsius c, per tertiam huius quinti. et per eandem, æque multiplex est m ipsius b, atque n ipsius d. Est autem ex hypothesi, sicut a ad b ita c ad d: & ipsorum a & c ostensa sunt æque multiplicia k & l, necnon ipsorum b & d alia itidem æque multiplicia m & n. Est igitur sicut k ad m, ita l ad n: per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secundi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porro k & l, ipsorum e & f sunt æque multiplicia: m uero & n æque multiplicia ipsorum g & h, per constructionem. Est igitur ut e ad g, sic f ad h: per sextam huius quinti diffinitionem. At qui e & f, sunt æque multiplicia primi et tertij: g autem et h, secundi et quarti alia itidem æque multiplicia. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem: et quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum suscepimus.

Lemma

Lemma siue assumptum.

¶ Et quoniam ostensum est, quod multiplex k ad multiplex m se habet, ut multiplex l ad multiplex n . si igitur k excedit m , et l proportionaliter excedit n : et si æquale, æquale: et si minus, itidem proportionaliter minus. Quare et uersa uice, si m excedit k , et n proportionaliter excedit l : et si æquale, æquale: si autem minus, et proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quarti diffinitionem, erit ut g ad e , sic h ad f : atque responderiter sicut b ad a , ita d ad c .

¶ Corollarium.

¶ Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: et contra, seu à conuersa ratione proportionales erunt: facta uidelicet consequentium tanquam antecedentium, ad antecedentia tanquam ad consequentia relatione. Conuersa ratio.

Θέωρημα ι, Πρόβλησις ι.

Εἰ μὲν γὰρ ὁ μὲν μέγεθος ἰσάκεις ἢ πολλὰ πλάσιον, ὁ πρὸς ἀφαιρέσειν ἀφαιρέσειν ἴσος, καὶ τὸ λοιπὸν τὸ λοιπὸν ἰσάκεις ἢ πολλὰ πλάσιον ἢ ἴσος πλάσιον ὅτι τὸ ὅλον τὸ ὅλον.

Theorema 5, Propositio 5.

5 **S**I magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablata: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex.

ORONTIVS. ¶ Eſto magnitudo a b magnitudinis c d tam multiplex, quam multiplex est ablata a et ablata c f . Dico reliquam e b , reliquæ f d totuplicem fore, quotuplex est tota a b totius c d . Ponatur enim e b æque multiplex ipsius g c , ut a et ipsius c f . Cum igitur tum per hypothesin, tum per constructionem, totuplex sit a et ipsius c f , quotuplex est e b ipsius g c : quotuplex autem est una uni

Assumptum.
Demonstratio theorematidis.

us, totuplices sunt et omnes omnium, per primam huius quinti: Quotuplex est itaque a et ipsius c f , totuplex est tota a b totius g f . At quotuplex est a et ipsius c f , totuplex est et eadem a b ipsius c d , per hypothesin. Et a b igitur utriusque et

a b g f et c d est æque multiplex: et proinde utraque g f et c d , eiusdem a b æque submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æque submultipli

cia, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g f ipsi c d , et utrique communis c f : qua dempta, reliqua g c reliquæ f d , per tertiam communem sententiam est æqualis. Aequalia rursum eiusdem sunt æque submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem. Et g c igitur atque f d , eiusdem e b sunt æque submultiplices: et proinde et b utriusque et g c et f d æque est multiplex. Porro et b æque multiplex est ipsius g c , per constructionem, ut a et ipsius c f , et eadem propterea et b , ipsius f d tam multiplex est, quam multiplex est ipsa a et eiusdem c f . Atqui per hypothesin a et totuplex est ipsius c f , quotuplex est tota a b totius c d . Et reliqua igitur e b , reliquæ f d æque multiplex est, atque tota a b totius c d . Ergo si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex et ablata ablata, et reliqua reliquæ: etc. ut in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα λα, Πρόβσις λζ.

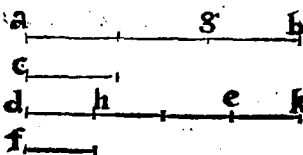
Eὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαίρει
θγόντα τῶν αὐτῶν ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ
τοῖς αὐτοῖς ἰσοῖσα ᾖ, ἢ ἰσάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propositio 6.

Si duæ magnitudines, duarum magnitudinum æquæ fue-
rint multiplices, & ablata aliquæ, earū æquæ fuerint multi-
plices: & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquæ ipsarū
multiplices.

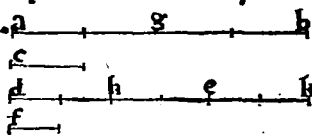
ORONTIVS. Sit a b magnitudo tam multiplex ipsius c, quàm multiplex
est d e ipsius f: æquæ insuper multiplex esto ablata a g eiusdem c, ut ablata h e
ipsius f. Aio quòd reliquæ g b, & d h, ipsius c & f
aut sunt æquales altera alteri: uel earundem
c et f æquæ multiplices. Esto primum, ut g b sit
æqualis ipsi c: dico quòd et h g, ipsi f est æqua-
lis. Detur enim e k ipsi f æqualis. Cum igitur
a g æquæ multiplex si ipsius c, ut h e ipsius f,

Prima theore-
matis diffe-
rentia.



per hypothesin. Porro g b æqualis est ipsi c per hypothesin: et e k ipsi f, per con-
structionem. Et æquæ igitur multiplex est a b ipsius c, et h k ipsius f. Ponitur au-
tem ex hypothesi, a b æquæ multiplex ipsius c, ut d e ipsius f. Et utraque igitur
d e et h k, æquæ est multiplex ipsius f: nempe ut a b ipsius c. Quæ autem eiusdē
sunt æquæ multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextæ communis sententiæ
interpretationem. Æqualis est ergo d e ipsi h k, et utrique communis h e: ea
itaque dempta, reliqua d h reliquæ e k erit per tertiam communem sententiam
æqualis. Eidē porro e k, æqualis est per constructionē ipsa f magnitudo. Binæ igitur
magnitudines d h et f, eidem e k sunt æquales: et proinde æquales adinuicē,
per primam communem sententiam. si reliqua igitur g b, sit æqualis ipsi c: et re-

Secunda the-
orematis diffe-
rentia.



liqua d h, ipsi f erit æqualis. Quòd si g b fue-
rit multiplex ipsius c: aio responderet d h, æ-
quæ multiplicem fore ipsius f. Quotuplex est
enim g b ipsius c, totuplex assumatur e k ipsius
f. Et quoniam per hypothesin, a g prima sicū
d e c æquæ est multiplex, ac tertia h e quartæ f: quinta rursus g b eiusdem secun-
dæ c tam multiplex est per constructionem, quàm multiplex est sexta e k eiusdē
quartæ f. Et composita igitur prima & quinta a b, eiusdem secundæ c æquæ
erit multiplex, ac tertia et sexta h k ipsius quartæ f, per secundam huius quin-
ti. Quotuplex est autem a b ipsius c, totuplex data est d e ipsius f, per hypothesin.
Et utraque igitur d e et h k, æquæ est multiplex ipsius f, ut ab ipsius c. Hinc
per sextam communem sententiam, æqualis rursus est d e ipsi k, et utriq; com-
munis h e: quæ subtracta, reliqua d h reliquæ e k, per ipsam tertiā communē sen-
tentiā, est æqualis. Æqualia porro eiusdē sunt æquæ multiplicia, per ipsius sextæ
communis

communis sententiae conversionem. Et d b igitur et e k, eiusdem f aequè multiplicia sunt. At e k ipsius f tam multiplex est per constructionem, quam multiplex est g b ipsius c. Et reliqua igitur d b aequè est multiplex ipsius f, quoniam est reliqua g b ipsius c. Haec autem omnia subsequens numerorum, ad faciliorem demonstrationis intelligentiam adiuncta corroborat formula.

Prima.	secun.	tert.	quar.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	Magnitudines da.
a b	c	d e	f	ag	gb	he	dh	
12	3	8	2	9	3	6	2	ut i i n.
12	3	8	2	6	6	4	4	ut i 2 h.

Exempli
in nume-
ris.

si duae itaque magnitudines: et quae sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

T

Θεώρημα 7, Πρόβλημα 7.

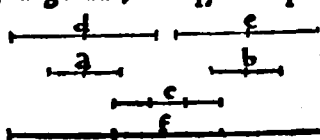
Ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τοῦ αὐτοῦ ἔχῃ λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἄλλα.

Theorema 7, Propositio 7.

A Equales ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad aequales.

ORONTIVS. Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a & b, ad aliam quandam magnitudinem relatæ, utpote c. Dico primum, a & b ad eandem c eandem habere rationem. Assumantur enim ipsarum a & b, æquè multiplices d & e: ipsius autem c, alia utcumque multiplex f. Cum igitur æquè multiplex sit d ipsius a, ut e ipsius b, & per hypothesin a & b magnitudines sint adinuicem æquales: erit & d æqualis ipsi e: quæ enim eiusdem uel æqualium sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. At qui f magnitudo, binas ipsius e repræsentans æquè multiplices sibi met æqualis est.

Prima theore-
matis para.



Ut si habet igitur d multiplex ad f, ita e ad eādem f: nam quæ sunt æqualia, eiusdem sunt æquè multiplicia, aut submultiplicia, per sextam aut septimam communis sententiæ conversionem.

Est autem a prima magnitudo, c secunda, b ter-

tia, & c. rursum in ordine quarta: suntque d & e ipsarum a & b æquè multiplicia, primæ inquam & tertiæ magnitudinis: f porro bis repetita, ipsius c bis repetendæ, hoc est, secundæ & quartæ alia utcumque multiplex. Præostensum est insuper, d multiplex primæ ad f multiplex secundæ ita se habere, ut e multiplex tertiæ ad ipsum f multiplex quartæ. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, ut a ad c, ita b ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a & b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem. Cuius quoque, eandem magnitudinem c, ad a & b inuicem æquales magnitudines, eandem uersa uice obseruare rationem. Hoc autem conuerso licebit ordine concludere. Ostendemus enim (ueluti supra) d & e multiplices fore rursum inuicem æquales: & f bis coassumpta geminas æquè multiplices repræsentare non denegabitur. Et proinde f ad d ita se habere concludetur, ut e ad eandem f: hinc per assumptum, siue lemma

Pars secunda
theorematis.

V. quarta

quarta propositionis huius quinti, f ad d se habebit, ut eadem f ad e. Est autem f prima et tertia magnitudinis, hoc est, ipsius c bis repetendae aequè multiplex: d uerò et e secunda et quarta, utpote ipsarum a et b aequè multiplices. Est igitur Idem aliter. ut c ad a, sic eadem c ad b, per eandem sextam huius quinti diffinitionem. Eisdem quoque a conuersa ratione, per quartam propositionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, et è contra proportionales erunt. Atqui ostensum est a ad c eandem habere rationem, quam b ad eandem c: et è contra igitur, ut c ad a, ita eadem c ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem: et eadem ad aequales. Quod oportuit ostendisse.

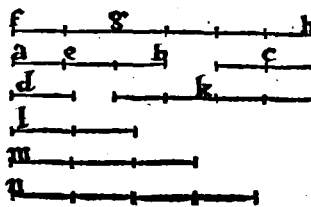
Τὸ πρῶτον μὲν τὸ μᾶλλον πρὸς τὸ αὐτὸ μᾶλλον λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ ἐλαττόν: ὁ δὲ αὐτὸ πρὸς τὸ ἐλαττόν, μᾶλλον λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ μᾶλλον.

Theorema 8, Propositio 8

IN æqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem. 8

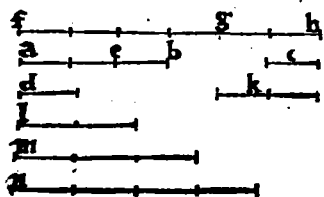
ORONTIVS. Sint binæ magnitudines æquales, a b quidem maior, et c minor: d autem alia quædam magnitudo. Aio primum, quod a b ad d maiorem rationem habet, quàm c ad ipsam d. Cum enim ex hypothesi a b sit maior magnitudine c: comprehendet itaque a b magnitudo eandem c, & aliquam insuper magnitudinem. Sit igitur e b æqualis ipsi c, & a e residua eiusdem magnitudinis pars. Erunt ergo a e & e b aut inæquales, aut æquales adinuicem. Sine primum inæquales, & a e minor ipsa e b. suscipiatur autem ipsius minoris a e utcumque multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d: sitque illud f g. Quàm multiplex insuper est f g ipsius a e: tam multiplex detur g h ipsius e b, & k ipsius c. suscipiatur rursum duplum ipsius d, utpote l: postea triplum, sitque illud m. Et deinceps ita, uno semper adiuncto: quatenus resultet multiplex ipsius d, proximo maius ipso g h, id est, quod inter multiplicia ipsius d, per continuam simplicis additionem consurgentia, primum incipiat excedere g h: sitque illud n, quædruplum ipsius d. Erit ergo g h multiplex, proximo minus ipso n: & proinde non minus ipso m: hoc est, aut illi æquale, aut eo maius. His ita constructis, quoniã æquè multiplex est f g ipsius a e, ut g h ipsius e b: quotuplex igitur est f g ipsius a e, totuplex est f h ipsius a b, per primam huius quinti. Sed quotuplex est f g ipsius a e, totuplex est k ipsius c. Et f h igitur tam multiplex est ipsius a b, quàm multiplex est k, ipsius c: nempe ut f g ipsius a e. Insuper quoniam æquè multiplex est g h ipsius e b, ut k ipsius c: & e b ipsi

Demonstratio eiusdem primæ differentiæ.



ipsi c per constructionem est æqualis. quæ autem æqualium sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g h ipsi k. Verùm g h ipso m non est minor, uti nuper ostensum est, & f g data est maior ipsa d: tota igitur f h, binis d & m erit maior. sunt autem d & m ipsi n æquales: est enim n quadruplum ipsius d, & m triplum, unà cum ipso d efficiens quadruplum. Et f h igitur ipso n maius est: nam idem, æqualium est æquè maius. Porro k ipsi g h æqualis ostensa est: & k igitur minor est ipsa n. Atqui f b & k, ipsarum a b & c, primæ inquam & tertiæ magnitudinis sunt æquè multiplicia: n uerò uterunque multiplex ipsius d, secundam & quartam magnitudinem representantis: & multiplex primæ excedit multiplex secundæ, at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a b ad secundam d maiorem rationem habet, quam tertia c ad quartam d: per octauam diffinitionem huius quinti. ¶ Quod si a e fuerit maior

Eiusdem primæ partis differentia secundæ da.



e b, multiplicetur iam ipsa e b minor, quatenus insurgat multiplex maius ipsa d magnitudinis: sitque illud g h. Quàm multiplex insuper est g h ipsius e b: tam multiplex accipiat f g ipsius a e, & k rursum ipsius c. Subsumatur præterea multiplex ipsius d, proximò maius ipso f g: sitque rursum n, quadruplum ipsius d. Haud

disimiliter ostendemus, totam f h ipsius a b fore totuplicè, quotuplex est g h ipsius e b: & demum f b & k, ipsarum a b & c æquè itidem fore multiplices: item g b æquari ipsi k. Et quoniam n multiplex, proximò maius est f g, non est igitur f g, minus ipso m. At qui g b maius est ipso d, per constructionem: tota igitur f h, ipsius d et m maius est, et maius consequenter ipso n. Porro k non excedit ipsū n: est enim k, ipsi g b æquale, quā multiplex est ipsius minoris e b, quā multiplex est f g ipsius maioris a e. q: autē in æqualiū sunt æquè multiplicia, sūt respondenter in æqualia.

Ostensionis resolutio.

Et k igitur, minus est ipso f g: & ipso n propterea lōge minus. Rursum itaq; multiplex primi excedit multiplex secundi, at multiplex tertij, non excedit multiplex quarti. Per ipsam igitur octauam huius quinti diffinitionem, primum a b ad secundum d maiorem rationem habet, quàm tertium c ad quartum d. ¶ Porro cum a e, fuerit æqualis ipsi e b: utraque erit æqualis ipsi c. Cuiuslibet itaque ipsarum trium magnitudinum, sumenda sunt æquè multiplicia, ipso d maiora: f g quidem

Tertia eiusdem primæ partis differentia.



ipsius a e, & g h ipsius e b, & k rursum ipsius c. quæ per sextam cōmunem sententiam, erunt adinuicem æqualia. Item n multiplex ipsius d, quod illorum quolibet proximò maius existat: utpote, triplum ipsius d. Quibus constructis, ostendentur rursum f h & k, ipsarum a b & c fore æquè multiplicia: & f h multiplex primæ

magnitudinis, excedere ipsū n multiplex secundæ: k autem multiplex tertiæ, non excedere multiplex quartæ. hinc priori deductione colligemus, a b ad d maiorem habere rationem, quàm c ad ipsam d.

Pars secunda
principalis
theorematis.

¶ Dico insuper, quod eandem magnitudo d, ad minorem c maiorem rationem, habet, quam ad maiorem a b. Hoc autem ex superscripto discursu, immutato to magnitudinum & æquè multiplicium ordine, haud obscure colligemus. Cum enim omnibus modis præstentur sit, f h excedere ipsū n, & k ab eodē n sup̄e vari: & conuersim igitur, n excedit k, non excedit autem f h. Porro n est multiplex ipsius d hoc est primæ & tertiæ magnitudinis k autem, multiplex secundæ, utpote c: & f h æquè multiplex quartæ, scilicet a b. Multiplex insuper primæ, excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ, non excedit multiplex quartæ. R. r octauam ergo diffinitionem huius quinti, prima d, ad secundā c maiorem rationem habet, quam tertia d, ad quartam a b. Ergo d, ad minorem c maiorem rationem habet, quam ad maiorem a b. In æqualium igitur magnitudinum: & c. ut in theoremate. Quod ostendere oportebat.

Θεώρημα θ, Πρόβσις θ.

ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸν τὸ αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἑλλείλει δὲ, καὶ πρὸς ἂν τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ αὐτὰ ἴσα ἑλλείλει δὲ.

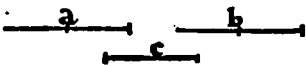
Theorema 9, Propositio 9.

Q Væ ad eandem, eandem habent rationem, æquales inui cem sunt: & ad quas eadem eandem habet rationem, 9
ipsæ sunt æquales.

Primæ partis
ostensio ab
impossibili.

ORONTIVS. ¶ Hic in uniuersum ostendendum proponitur, quod prima, sexo ta, atque septima communi sententia, & illarum conuersione, in rationem assum pferamus principij. Ut pot̄, quod ea quæ eidem æqualia, uel eiusdem sunt æquè maiora, uel æquè minora: sunt adinuicem æqualia, & è diuerso. Sint ergo datæ magnitudines a & b, ad eandem magnitudinem c eandem rationem obtinentes. Aio quod æqualis est a, ipsi b. Nam si a & b magnitudines, forent inæquales: maior ad eandem c maiorem rationem haberet, quam minor, per primam partē antecedentis octauæ propositionis huius quinti. Habet autem utraque ipsarum a & b eandem rationem ad ipsam c, per hypothesin. Haberent igitur a & b, eandem, atque diuersam rationem ad eandem c: quod est impossibile. Aequalis est ita que a, ipsi b. ¶ Quod si c ad easdem a & b eādem habuerit rationem: dico rursum, quod a et b æquales sunt adinuicem. Si enim forent inæ

Pars secunda
theorematis.



æquales: eadem c ad ipsas a & b magnitudines eandem non haberet rationem: ad minorem enim maiorem rationem obtineret, quam ad maiorem, per secundā partem eiusdem octauæ propositionis. Supponitur autem, eadem c ad ipsas a & b eandem habere rationem. Eadem itaque magnitudo c, ad ipsas a & b magnitudines, eandem simul atque diuersam rationem haberet. Quod uidetur absurdum. Aequalis est igitur a ipsi b. Quod susceperamus ostendendum. Idem quoque respondentem ostendetur: ubi plures duabus ad eandem, uel eadem ad plures eandem rationem habuerint.

Θεώρημα ι, Πρόβσις ι.

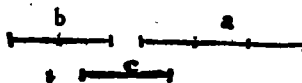
ΤΟμ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγου ἔχοντων, τὸ τὸν μᾶζονα λόγον ἔχον, ἔχον

ἔχοντο μᾶλλον ὅτι: πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μᾶλλον λόγον ἔχει, ἔχοντο ἰσάκῃον ὅτι.

Theorema 10, Propositio 10.

10 **A**D eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

ORONTIVS. *¶* Sint rursum a & b magnitudines ad eandem magnitudinem c comparatæ: habeatque a ad c maiorem rationem, quam b ad eandem c . Dico Primateore quod a , ipsa b maior est. Quoniam si non fuerit maior: uel erit æqualis ipsi b , uel minor. Æqualis porro non est a ipsi b : haberent enim a & b eandem rationem ad c magnitudinem, per primam partem septimæ propositionis huius quinti,



quod aduersatur hypothefi. Non est igitur a , æqualis ipsi b . Haud dissimiliter ostendetur, quod neque minor est a ipsa b : quoniam a magnitudo, minorem rationem haberet ad c ma-

gnitudinem, quam ipsa b ad eandem c , per primam partem octauæ propositionis eiusdem quinti: habet autem a maiorem rationem, quam b ad eandem c per hypothefin. Haberetur igitur a ad c maiorem & minorem rationem quam b ad ipsam c . Quod non est possibile. Itaque a non est minor b : neque eidem (uti nunc ostendimus) æqualis. Et a igitur, ipsa b maior est. *¶* Quod si eadem magnitudo c , Partis secundæ maiorem rationem habuerit ad b , quam ad a : dico rursum, a fore maiorem ipsa demonstratione b . Non erit enim a ipsi b æqualis: quoniam c ad eandem rationem haberet, quæ ad b , per secundam partem præallegatæ septimæ propositionis. Habet autem c , minorem rationem ad a , quam ad b , ex hypothefi: quæ simul stare non possunt. Non est igitur a , ipsi b æqualis. Neque etiam minor: tunc enim c , ad ipsam a maiorem rationem haberet, quam ad b , per secundam partem ipsius octauæ propositionis huius quinti. Habet autem c minorem rationem ad a , quam ad b , ex ipsa hypothefi. Haberetur itaque c , minorem simul atque maiorem rationem ad a , quam ad b : quod uidetur impossibile. Igitur a non est minor ipsa b : ostensum est, quod nec eidem æqualis. Maior est itaque rursum a ipsa b . Ad eandem ergo rationem habentium: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Θιώρημα ια, Πρόβωσις ια.
 ○ **I**σὲς αὐτοῖς λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11, Propositio 11.

11 **Q**UÆ eidem sunt eadem rationes, & adiuicem sunt eadē.

ORONTIVS. *¶* Sint eidem rationi quæ a ad b , eadem rationes quæ c ad d , & e ad f . Aio quod rationes c ad d & e ad f , sunt eadem adiuicem: sicut qui dem c ad d , sic e ad f . Accipiantur enim ipsarum antecedentium a, c, e , æquæ multiplicitia g, h, k : ipsarum autem consequentium b, d, f , alia quæuis æquæ multiplicia l, m, n . Cum igitur ex hypothefi a ad b eandem habeat rationem, quam c ad d ,
 v ij. *¶*

Discursus
quæ multipli-
cium.

Et ipsarum a et c , primæ inquam et tertiæ magnitudinis, sumpta sint æquæ multiplicia g, h , secundæ rursum et quartæ, utpote ipsarum b et d alia itidem æquæ multiplicia l, m ; et æquæ multiplicia igitur g, h , ad æquæ multiplicia l, m , eandem habent rationem sumpta adinuicem, per quartam huius quinti. Itaque si g excedit l , et b proportionaliter excedit m ; et si æquale, æquale: si autem minus, itidem proportionaliter minus. Insuper quoniam per ipsam hypothesein, sicut a ad b , ita e ad f : et ipsarum a et b , primæ uidelicet et tertiæ magnitudinis, sumpta sunt æquæ multiplicia g, k , secundæ rursum et quartæ, utpote ipsarum b et f , alia utcumque æquæ multiplicia l, n . Si itaque g excedit l , et k proportionaliter excedit n ; et si æquale, æquale: si uero minus, itidem proportionaliter minus, per eandem quartam huius quinti propositionem. A tui præostensum est, quod si g excedit l , excedit et h ipsum m : et si æquale, æquale: si autem minus, et h proportionaliter minus est ipso m . Quapropter si h excedit m , et k proportionaliter ipsum n : et si h æquatur ipsi m , coæquatur et k ipsi n : et si minus fuerit h ipso m , et k denum proportionaliter minus est ipso n . Porro h et k ipsarum c et e , primæ uidelicet et tertiæ magnitudinis data sunt æquæ multiplicia: ipsarum autem d et f , hoc est secundæ et quartæ, alia utcumque æquæ multiplicia m et n . Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, sicut c ad d , ita e ad f . Quæ eidem itaque sunt eadem rationes, et adinuicem sunt eadē. Quod fuerat ostendendum.

Resoluto de
proportionibus

Ὅτι ἂν ἡ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀνάλογον, ἴσται ὡς ἐν τῶν ἰσομέλων πρὸς ἐν τῶν ἰσομέλων, οὕτως ἀπαντὰ τὰ ἰσομέλεια, πρὸς ἀπαντὰ τὰ ἰσομέλεια.
Theorema 12. Propositio 12.

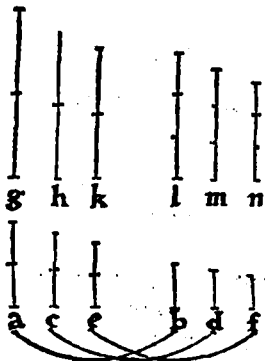
E Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit sicut vna anteceditum ad vnam consequentiū, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes.

S I fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit sicut vna anteceditum ad vnam consequentiū, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ORONTIVS. Quod in prima huius quinti propositione, de ratione tantum præostensum est multiplici: hic de sub quacunque ratione proportionatis magnitudinibus, vniuersaliter proponit Euclides. Sint itaque a, b, c, d, e, f quotlibet magnitudines inuicem proportionales: sicut quidem a ad b , ita c ad d , sicutque c ad d , sic e ad f . Alio quod quam rationem habet a ad b , eam habet et composita a et c , ad coniunctas b et d . Suscipiantur enim ipsarum anteceditum a et c , æquæ multiplicia g, h, k : et ipsarum consequentium b, d, f , alia quæuis æquæ multiplicia l, m, n . Cum sit igitur ut a ad b , sic c ad d , et ipsarum a et c æquæ multiplicia sunt g, h, k , ipsarum uero b, d , alia itidem æquæ multiplicia l, m : sicut se habet igitur g ad l , sic h ad l ipsum m , per quartam huius quinti. Rursum quoniam est ut c ad d , sic e ad f , et ipsarum c et e æquæ multiplicia sunt h, k , ipsarum autem d, f , alia utcumque æquæ

Quatuor
quæ multipli-
cium inuicē
proportiona-
lium, inferen-
darum magni-
tudinum,
subtilis adin-
uentio.

æque multiplicia m, n : sicut se habet igitur h multiplex ad ipsum m , ut k ad ipsum n , per eandem quartam ipsius quinti. Ve autem se habet h ad m , sic g ad l se habere præostensum est. Est igitur ut g ad l , sic k ad n , per antecedentem undecimam propositionem. Sūt itaque g, h, k, l, m, n , multiplicia, inuicē proportionalia: sicut quidem g ad l , sic h ad m , et k ad n . Igitur si g multiplex excedit l , excedit et h proportionaliter ipsum m , necnon et k ipsum n : et si g æquatur ipsi l , æquum est et h ipsi m , et k respondentem ipsi n : si autem g minus fuerit ipso l , est et h proportionaliter minus ipso m , et k demum ipso n . Et proinde si g multiplex excedit l , excedunt et g, h, k multi-



plicia proportionaliter ipsa l, m, n : et si æquum est g ipsi l , æqualia sunt et g, h, k ipsis l, m, n : si autem g sit minus ipso l , erunt et eadem g, h, k , eisdem l, m, n , stande æque minora, per secundam et quartam communem sententiam. At qui g, h, k magnitudines, ipsarum a, c, e magnitudinum sunt per constructionem singulæ singulorum æque multiplices: quotuplex igitur est unius una magnitudo, hoc est g ipsius a , totuplices sunt et omnes g, h, k , omnium a, c, e , per primam eiusdem quinti. Et proinde quotuplex est ipsius b , totuplices sunt l, m, n ipsarum b, d, f . Sunt itaque g et g, h, k , ipsarum a et a, c, e , hoc est, primæ et tertiæ magnitudinis æque multiplicia: l autem n et l, m , secundæ b et tertiæ d, f , æque itidem multiplicia. Et ostensum est, quod si g multiplex excedit l , excedit et g, h, k proportionaliter ipsum l, m, n : et si æquale, æquale: si uero minus, itidem proportionaliter minus. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, sicut a ad b , sic a, c, e composita ad b, d, f composita: hoc est, sicut una, antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes, ad omnes consequentes. Quod de monstrandum susceperamus. In quorum omnium rationalem confirmationem, si biceclam contemplare numerorum formulam.

g.	l.	g, h, k.	l, m, n
a.	b.	a, c, e.	b, d, f.
prima.	secunda.	tertia.	quarta.

Summaria
theorematis
ostensio.

Dupli.	inqual- teri.	superbi- gientes.	dupli in- qualteri.	dupli super- bi-gientes.
mul 2 1 super.	3 2 super.	5 3 m.ulti.	5 2 mul.	8 3
dupl. 4 2 part.	6 4 partiē.	10 6 super.	10 4 super.	16 6
6 3	9 6	15 9	15 6	24 9
cop. 12 6 cōp.	18 12 comp.	30 18 comp.	30 12 comp.	48 18

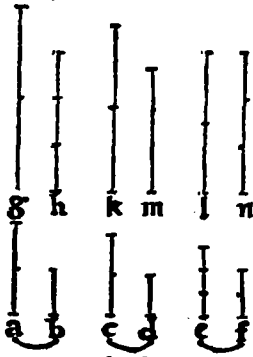
Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς διωτέρον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τετάρτον, τετάρτον ὡς πρὸς τετάρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἢ πρὸς πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς διωτέρον μείζονα λόγον ἔξει ἢ πρὸς πέμπτον πρὸς ἕκτον.

SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam: prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.

ORONTIVS. Habeat enim prima magnitudo *a* ad secundam *b* eandem rationem, quàm tertia *c* ad quartam *d*: ipsa porro tertia *c* ad eandem quartam *d* maiorem rationem habeat, quàm *e* quinta ad *f* sextam magnitudinem. Aio quòd & *a* prima magnitudo ad secundam *b* maiorem itidem rationem habebit, quàm ipsa *e* quinta ad eandem sextam *f*. Multiplicetur enim utraque ipsarum *a, b*: sintque earundem *a, b*, utrumque multiplicia *g, h*, sed *g* maius ipso *b*: potest enim *a* toties multiplicari, quousque multiplex ipsius *a* superet multiplex eiusdem *b*. Quàm multiplex insuper est *g* ipsius *a*, tam multiplex detur *k* ipsius *c*, & *l* ipsius *e*. Rursum quàm multiplex est *h* ipsius *b*, tam multiplex esto *m* ipsius *d*, & *n*

Discurſus multiplicium ad theorematis illationem nos perducetium.



ipsius *f*. Cum igitur *a* ad *b* eandem rationem habeat, quàm *c* ad *d*, sintque *g* & *k* primæ & tertiæ æquæ multiplicia, *h* autem & *m* secundæ & quartæ æquæ itidem multiplicia: si *g* itaque excedit *b*, excedit & *k* ipsum *m*, per quartam huius quinti. Atqui *g* superat *b*, per constructionem: & *k* igitur superat *m*. Rursum quoniam *c* ad *d* maiorem rationem habet, quàm *e* ad *f*, & ipsarum *c* & *e* primæ inquam & tertiæ magnitudinis, æquæ multiplicia sunt *k, l*, secundæ porro *d* & quartæ *f* alia utrumque æquæ multiplicia *m, n*: si *k* igitur excedit *m*, non excedit *l* ipsum *n*, per conuersionem octauæ diffinitionis eiusdem quinti. Porro *k* (uti nunc ostensum est) excedit *m*: & *l* igitur non excedit *n*. Excedit autem & *g* ipsum *b*, sintque *g* & *l* ipsarum *a* et *e*, hoc est, primæ et tertiæ magnitudinis æquæ multiplicia, per constructionem: rursum et *n* ipsarum *b* et *f*, utpote, secundæ et quartæ alia utrumque æquæ multiplicia: et *g* multiplex primæ excedit multiplex secundæ, *l* autem multiplex tertiæ non excedit *n* multiplex quartæ. Prima igitur *a*, ad secundam *b* maiorem rationem habet, quàm *e* tertia ad quartam *f*, per octauam huius quinti diffinitionem. Ergo si prima ad secundam eandem rationem habueris: et cætera, ut in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θιώρημα ιδ,

πρόδοις ιδ.

EΑν πρῶτον πρὸς δυνάτεω τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτου πρὸς τίτλετου, τὸ δὲ πρῶτον τῷ τρίτῳ μᾶζον ἢ καὶ τὸ δυνάτεω τῷ τίτλετου μᾶζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον καὶ ἔλαττον ἢ ἔλαττον.

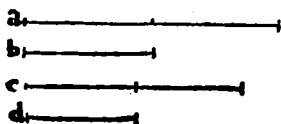
Theorema

Theorema 14, Propositio 12.

14 **S**I prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: prima verò tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

ORONTIVS. *¶* Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d , inuicem proportionales: sicut quidem a ad b , ita c ad d . sit autem primum a , maior ipsa c : dico quòd b , ipsa d respondententer est maior. Cum enim ex hypothesi a sit maior c : habebit igitur a ad b maiorem rationem, quàm c ad eandem b , per

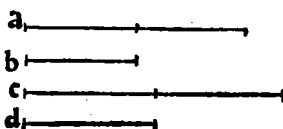
Quando prima maior est tertia.



octauam huius quinti. Est autem ratio a ad b , eadē quæ c ad d , per hypothesin: c igitur ad d maiorem rationem habet, quàm eadem c ad b . Ad quam autem eadem maiore rationē habet: c illa minor est, per secundā

partem decimæ propositionis huius quinti. minor est itaque d , ipsa b : c per se ipse maior. Quòd si a fuerit minor c : erit c minor ipsa d magnitudine. Rursum enim per eandem octauam huius quinti, c maior ad ipsam b maiorem rationem habebit, quàm a minor ad eandem b . Quam rationem porro habet a ad b , eam seruat ex hypothesi c ad d . Et c igitur ad b , maiorem rationem habet, quàm ad d . Est igitur b minor ipsa d , per ipsam decimam huius quinti.

Quando prima minor est tertia.



¶ Porro si a fuerit æqualis ipsi b : haud dissimuliter ostendemus, b fore æqualem ipsi d .

Vbi prima æquatur tertia.

Æquales enim a & c ad eandem b eadem rationem habebunt, per septimā huius quinti.

sed quam rationem habet a ad b , eam rursum habet c ad d , per hypothesin. Et c igitur ad utranque b & d , eandem obseruabit rationem. Ad quas autem eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam huius quinti propositionem. Æqualis erit igitur b ipsi d . si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem, & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα ιι, Πρόβησις ιι.

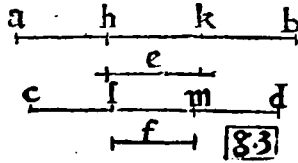
TA μέρη τοῖς αὐάντως πολλαπλασίοις, τοῦ αὐτὸν ἔχον λόγον, ἀντιθῆναι κατὰ ἀλλήλα.

Theorema 15, Propositio 15.

15 **P**ARTES eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

ORONTIVS. *¶* Sint a, b & c, d ipsarum e & f , æquè multiplices. Aio partem e ad partē f eandem rationem habere, quàm a b multiplex ad c d multiplicē. Cū enim a b æquè multiplex sit ipsius e , ut c d ipsius f : quot igitur partes sunt in a b æquales ipsi e , tot sunt & in c d æquales ipsi f . Sint exempli gratia iuxta numerum g : & distingatur a b in partes æquales ipsi e , sintque a, h, b, k , & k binectō & c d in partes æquales ipsi f , utpote in e

x



l, m & m d. Erat itaque multitudo ipsarum a b, h k, & k b, multitudini c l, l m, & m d æqualis: utraq; enim æqualis ipsi numero g. Rursum quoniam a b, h k, & c b, eisdem e sunt æquales: sunt igitur æquales adinvicem, per primam communem sententiam.

Et proinde c l, l m, & m d, sunt quoque adinvicem æquales. Aequales porro ad eandem eadē b. bent rationē, & eadē ad æquales: per septimam huius quinti. Est igitur ut a b ad c l, sic h k ad l m, & k b ad m d. Proportionales igitur sunt ipsæ a b, h k, & k b, ipsis c l, & l m, m d. Et sicut igitur una antecedens ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, per duodecimā ipsius quinti. Ergo sicut a b ad c l, sic tota a b ad totā c d. æqualis porro est a b ipsi e, & c m ipsi f: & æquales ad easdē, eandem habēt rationem, per ipsam huius quinti septimam. Et sicut igitur a b multiplex ad c d multiplicem: sic pars e, ad partem f. Partes itaque eodem modo multipliciū, eandem rationem habent sumptæ adinvicem. Quod ostendendum fuerat.

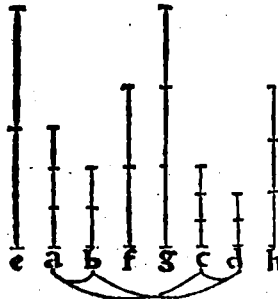
Θεώρημα 15, Πρόβλησις, 15.

Εἰ ἑνὶ τῶν τεσσάρων μεγέθεσιν ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἑνὶ τῶν ἄλλων ἀνάλογον ᾖ τῇ αὐτῇ.

Theorema 16, Propositio 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatim proportionales erunt. 16

PERMUTATÆ seu recipro- cæ rationis demonstratio. **ORONTIVS.** Usint uerbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicem proportionales: sicut a ad b, sic c ad d. Dico quod & uicissim, hoc est, permutatim proportionales existunt: sicut quidem a ad c, sic b ad d. Accipiantur enim ipsarum a, b, æquæ multiplices e, f: ipsarum quoque c, d, aliæ utcumque æquæ multiplices g, h. Cum igitur æquæ multiplex sit e ipsius a, ut si ipsius b: erit ut a ad b, sic e ad f: nam partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinvicem, per antecedentem decimam quintam propositionem. Ut autem a ad b, sic f habet c ad d, per hypothesein. Et sicut igitur e ad f, sic c ad d: nam quæ eidem sunt eadē rationes, & ad



inuicem sunt eadē, per undecimam huius quinti. Insuper, quoniam æquæ multiplex est g ipsius c, ut h ipsius d: erit rursum ut c ad d, sic g ad h, per eandem quindecimam huius quinti. Sicut porro c ad d, sic e ad f: & e ad f se habere præostēsum est: & sicut igitur e ad f, sic g ad h, per ipsam undecimam ipsius quinti. Quatuor itaque magnitudines e, f, g, h, sunt inuicem proportionales: habetque prima e ad secundā f eā rationem, quam tertia g ad quartā h. Si prima igitur e fuerit maior tertia g, & secunda f, ipsa h quarta maior erit: et si æqualis, æqualis: & si minor, minor, per decimam quartam eiusdem quinti. Atqui e & f, ipsarum

ipsarum a et b, hoc est primæ et tertiæ magnitudinis (de illationis ordine uel
intelligas) sunt æque multiplices: g autem et h, secundæ et quartæ, utpote
ipsarum c et d æque rursus multiplices. Est igitur per sextam huius quinti
diffinitionem, ut prima a ad secundam c, sic tertia b ad quartam d. Si quatuor
igitur magnitudines proportionales fuerint, et permutatim seu uicissim propor
tionales erunt. Quod erat demonstrandum.

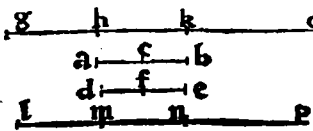
Θεώρημα ιζ,

Πρόβλημα ιζ.

ΕΑΥ ΣΥΓΚΑΜΒΛΑ ΜΕΓΕΘΗ ΑΝΩΛΟΓΟΥΝ Ε, ΚΑΙ ΔΙΑΚΕΤΕΤΑΙ ΑΝΩΛΟ
ΓΟΥ ΕΣΑΙ. Theorema 17, Propositio 17

17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, diuise
quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. Esint compositæ magnitudines a b, b c, d e, et e f, inui Diuisa ratio,
cem proportionales: sicut a b ad b c, sic d e ad e f. Aio quod et diuise propor siue modus ar
tionales erunt: sicut quidem a c ad c b, sic d f ad f e. Accipiantur enim ipsarum guendi à cō
a c, c b, d f, et f e, æquæ multiplices g h, h k, l m, et m n: ipsarum rursus b c, uisā.



et f, aliæ itidem æquæ multiplices k o, et n p.
His ita constructis, quoniam g h et h k ma
gnitudines, ipsarum a c et c b magnitudinum
æqualium numero singulæ singularū, per cō
structionē, sunt æquæ multiplices: quotuplex

igitur est una g h unius a c, totuplex est et tota g k totius a b, per primā huius
quinti. Quotuplex autem est g h ipsius a c, totuplex est l m, ipsius d f, per cons
tructionem: quā multiplex est igitur g k ipsius a b, tam multiplex est l m ip
sius d f, per undecimam ipsius quinti. Rursus quoniam l m

et m n, ipsarum d f et f e æqualium numero singulæ singu
larū æquæ sunt multiplices, per ipsam constructionē: quotu
plex igitur est una l m unius d f, totuplex est tota l n totius d e, per eandem pri
mā huius quinti. Quotuplex autē est l m ipsius d f, totuplex ostendimus g k

ipsius a b: quotuplex est igitur g k ipsius a b, totuplex est l n, ipsius d e, per
ipsam undecimam eiusdem quinti. Sunt itaque g k et l n, ipsarum a b et d

et e f, hoc est secundæ et quartæ, æque itidem multiplices: h o et p. Est

igitur ut g k ad h o, sic l n ad m p, per

quartam huius quinti. Auferantur utrisq

que communes h k, et m n: ut reliqua igitur g

h ad reliquam k o, sic l m ad reliquam n p, per tertiam et quintā

x ij

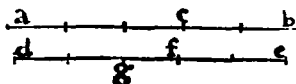
communem sententiam. Si enim ab æquè multiplicibus, æquè multiplicia aufe-
rantur, relinquentur æque multiplicia. Igitur si gh excedit $k o$, excedit $l m$
proportionaliter ipsam $n p$: et si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem
proportionaliter minor. Atqui $g h$ & $l m$, primæ & tertiæ magnitudinis
(iuxta ordinem illationis) hoc est, ipsarum $a c$, & $d f$ datæ sunt æque multipli-
ces: $k o$ uero & $n p$, ipsarum $c b$ & $f e$, secundæ
inquam & quartæ magnitudinis æquè itidem mul-
tiplices. Prima igitur $a c$, ad secundam $c b$ eam ra-
tionem habet: quam tertia $d f$, ad quartam $f e$, per sextam huius quinti diffini-
tionem. Si compositæ itaque magnitudines proportionales fuerint, diuisæ quo-
que proportionales erunt. Quod susceperamus ostendendum.

Θεώρημα ιη, Πρόβλησις ιη.
Εἰ διειρημένα μεγέθη ἀνάλογον ἦ, καὶ σωτηριεῖται ἀνάλογον
ἔσται.

Theorema 18; Propositio 18.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoque proportionales erunt. 18

PROPOSITIONES. Si diuisæ magnitudines $a c, c b, d f, f e$, inui-
cè proportionales: sicut $a c$ ad $c b$, sic $d f$ ad $f e$. Aio quod & compositæ, e-
runt uersa uice proportionales: sicut quidem $a b$ ad $b c$, sic $d e$ ad $e f$. Sicut e-
nim $a b$ ad $b c$, sic $d e$ ad aliam quandam magnitudinem se habere necessarium
est. Hæc autem magnitudo, si non fuerit $e f$, erit uel ipsa $e f$ maior, aut eadem
minor. Esto primum $a b$ ad $b c$, sicut $d e$

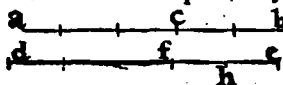


ad maiorem (si possibile fuerit) ipsa $e f$: utpote
ad $e g$. Erit igitur sicut $a b$ ad $b c$, sic $d e$

ad $e g$. Si compositæ autem magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque
proportionales erunt, per antecedentem decimam septimam propositionem. Erit
itaque sicut $a c$ ad $c b$, sic $d g$ ad $g e$. Sicut porro $a c$ ad $c b$, sic per hypothe-
sin $d f$ ad $f e$. Ergo sicut $d f$ ad $f e$, sic $d g$ ad $g e$: nam quæ eadem sunt
eædem rationes, adinuicem sunt eadem, per un-
decimam huius quinti. Quatuor itaque magnitu-
dines $d f, f e, d g$, atque $g e$, sunt inuicem pro-
portionales, & prima $d f$, maior est tertia $d g$: & secunda igitur $f e$, maior e-
rit quarta $g e$, per decimam quartam huius quinti. Atqui $f e$, minor est ipsa
 $g e$, per hypothesin. Erit itaq; $f e$, minor simul & maior eadē $g e$ magnitudi-
ne: quod est impossibile. Nō est igitur sicut $a b$ ad $b c$, sic $d e$ ad maiorem ipsa
 $e f$. Aio rursum, quod neque ad minorem ipsa $e f$: utpote $e b$. Concludemus
enim iterū ex decima septima & undecima huius quinti, fore sicut $d f$ ad $f e$, sic
 $d b$, ad $b e$: utrobique enim sicut $a c$ ad $c b$. Et quoniam prima $d f$, minor
est tertia $d b$: erit rursum per ipsam decimam-
quartam butus quinti, secunda $f e$, minor
quarta $b e$. supponitur autem maior: quæ si
null

Prima osten-
sionis differē-
tia.

Secunda pars
sive differen-
tia.



mutare non possunt. Non est ergo sicut $a b$ ad $b c$, sic $d e$ ad minorem $e f$: patuit quod neque ad maiorem. Et sicut igitur $a b$ ad $b c$, sic $d e$ ad ipsam $e f$. Itaque diuise magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoque proportionales erunt. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα ιθ, πρόβλησις ιθ.

Εὰν ἡ ὁλόκληρος πρὸς ὁλόκληρον οὕτως ἀφαίρεθῇ πρὸς ἀφαίρεθον, ὡς τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὁλόκληρος πρὸς ὁλόκληρον.

Theorema 19, Propositio 19.

19 Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum: & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.

ORONTIVS. Quod quinta huius, de ratione multiplici tantum proposuisse uidetur: hæc de quibuscumque rationibus in uniuersum proponit. Sic igitur ut totum $a b$, ad totum $c d$, sic ablatum $a e$ ad ablatum $c f$. Aio reliquum $e b$ ad reliquum $f d$, fore sicut idem totum $a b$ ad idem totum

$c d$. Cum enim, sit uelut $a b$ ad $c d$, sic $a e$ ad $c f$, per hypothesin: erit per decimam sextam huius quinti, & permutatim sicut $a b$ composita ad $a e$, sic $c d$ composita ad $c f$. Cum autem compositæ magnitudines proportionales sunt, & diuise quoque sunt proportionales, per decimam septimam huius quinti propositionem. Et sicut igitur $a e$ ad $e b$, sic $c f$ ad $f d$: & permutatim rursus, per eandem decimam sextam huius quinti, sicut $a e$ ablata ad ablatam $c f$, sic reliqua $e b$ ad reliquam $f d$.

Tota. Ablata. Reliqua. Sicut porro ablata $a e$ ad ablatam $c f$, sic totum $a b$ ad totum $c d$, per hypothesin. Reliquum igitur $e b$ ad reliquum $f d$, se habet ut totum $a b$ ad totum $c d$, per undecimam eiusdem quinti. Si fuerit ergo sicut totum ad totum, &c. ut

in theoremate. Quod expediebat demonstrare.

Lemma siue assumptum.

Et quoniam erat ex hypothesi, ut $a b$ ad $c d$, sic $a e$ ad $c f$: & permutatim $a b$. $c d$. $e b$. $f d$. deinde ut $a b$ ad $a e$, sic $c d$ ad $c f$. Nunc porro ostensum est, quod sicut $a b$ ad $c d$, sic $e b$ ad $f d$. Et permutatim itaque rursus, ut $a b$ ad $e b$, sic $c d$ ad $f d$, per sæpius allegatam

decimam sextam huius quinti. Fit igitur, ut sicut $a b$ ad $a e$, sic $c d$ ad $c f$: atque rursus uelut idem $a b$ ad $e b$, sic idem $c d$ ad $f d$. Corollarium.

Et proinde conuersio rationis, hoc est, acceptio antecedentis ad excessum quo antecedens ipsum excedit consequens, sit manifesta.

Conuersio rationis.

Θέωρημα κ, Πρόβλημα κ.

ΕΑν ἢ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλεονέχον σιμῶντο λαμβανέμεθα, ὅμοια, ὅ γὰρ ἔχον αὐτὰς λόγους, διῃσιν δὲ τὸ πρῶτον τὸ τρίτον μὲν ζοῖν ἢ, ὅ τὸ τέταρτον ἢ ἕκτον μὲν ζοῖν ἢ, καὶ ἴσον ἴσον, καὶ ἴσον ἴσον, ἔλαστον.

Theorema 20, Propositio 20.

SI fuerint tres magnitudines, & aliz eisdē æquales numero, binatim sumptæ, & in eadē ratione: ex æquali autē prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: et si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

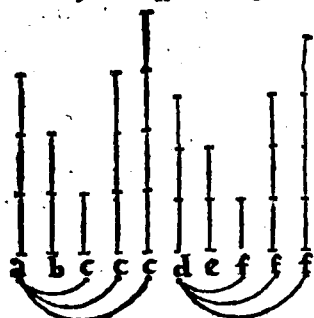
Aequā rationē respiciens in ordinatis.

Prima differentia.

ORONTIVS. *¶* Sint tres magnitudines a, b, c , & rursū aliz tres d, e, f , cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: ut pote, sicut a ad b , sic d ad e , sicut item b ad c , sic e ad f . Aio quod si a fuerit maior ipsa c , erit ex æquali d maior ipsa f : et si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor. Sit primum a , maior ipsa c . Et quoniam est sicut b ad c , sic e ad f : erit & a conuerſa ratione, sicut c ad b , sic f ad e , per corollariū quartæ huius quinti. Verū c minor est a , per hypothesin, & b alia quædam magnitudo: habet igitur a ad b maiorem rationem, quā c ad eandem b , per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porro c ad b , sic f ad e : & a igitur ad b maiorem rationem habet, quā f ad e . Sicut rursū a ad b , sic d ad e , per hypothesin: & d igitur ad e maiorem rationem habet, quā f ad ipsam e . Ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens illa maior est, per decimam ipsius quinti. Et d igitur, ipsa f maior est. Quod si a sit æqualis ipsi c , erit & d æqualis ipsi f : habebunt enim a & c ad eandem b eandem rationem, per primam partem septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a ad b , sic d ad e , sicutque c ad b , sic f ad ipsam e : habebunt quoque d & f eandem rationem ad ipsam e . Quæ autē ad eadē eadē habent rationem, æquales adinuicē sunt, per primam partē nonæ ipsius quinti. Æqualis est igitur d , ipsi f . Haud dissimiliter ostendetur, quod si a fuerit minor ipsa c : erit consequenter d minor ipsa f . Tunc enim c ad b maiorem rationem habebit, quā a ad ipsam b , per eandem octauam huius quinti. Est autem ut a ad b , sic d ad e , per hypothesin: sicutque c ad b , sic f ad e se habere præostensum est. Et proinde f ad e maiorem rationem habebit, quā d ad ipsam e . Hinc rursū per primam partem decimæ eiusdem quinti, f ipsa d maior erit: & d propterea ipsa f minor. Itaque si fuerint tres magnitudines, & aliz eisdem æquales numero, & quæ sequuntur reliquæ. Quod oportuit demonstrasse.

Secunda differentia.

Tertia differentia.



Θώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Εὰν ὡς πρὶς μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλεονέκτημα λαμβανόμενα, καὶ γὰρ τῶν αὐτῶν λόγων, καὶ δὲ τετραραγμῶν αὐτῶν καὶ λογία, δι' ἴσων δὲ τὸ πρῶτον τῶν ῥιζῶν μέζον, καὶ τὸ τετάρτον τῶν ἵκτων ἴσα, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἐλασσον, ἐλασσον.

Theorema 21, Propositio 21.

21 **S**i fuerint tres magnitudines, & aliae eisdem æquales numero, binatim sumptæ, & in eadem ratione, fuerit autē perturbata earum proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: et si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

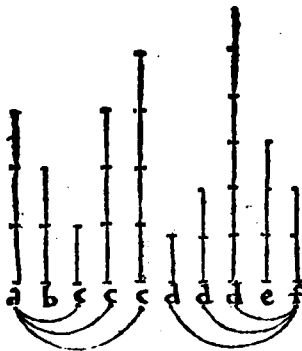
O R O N T I V S. *¶* Sint tres magnitudines a, b, c , & rursum aliae tres d, e, f , cū duabus perturbatim in eadem ratione coassumptis: utpote sicut a ad b , sic e ad f : sicutque b ad c , sic d ad e . Dico quòd si a fuerit maior c , erit ex æquali d maior f : et si æqualis, æqualis: et si minor, minor. sit primum a maior c : iam recipio probandum, quòd d sit maior f . Et quoniam est sicut b ad c , sic d ad e , per hypothesin: erit à cōuersa ratione, ut c ad b , sic e ad d , per quartæ huius quinti corollarium. Rursum quoniam a maior est c , & b alia quædam magnitudo: habet igitur a ad b maiorem rationem, quàm c ad eandem b , per primā partem octauæ huius quinti. sicut porro a ad b , sic ex hypothesi e ad f : sicutque c ad b , sic e ad d (uti nunc ostensum est.) & e propterea ad f maiorem rationem habet, quàm ad d . Ad quam autem eadem magnitudo maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimæ ipsius quinti. Est igitur ipsa d minor: & d propterea maior f . *¶* Hæc aut dissimiliter si a fuerit æqualis ipsi c : ostendetur & d æqualis ipsi f . Nam a & c , ad eandem b eandem rationem habebunt: per primā partem septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a ad b , sic e ad f , sicutque c ad b , sic e ad d : & igitur ad utranque d & f eadem rationem habebit. Ad quas autem eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales. per secundam partem nonæ ipsius quinti: æqualis erit igitur d , ipsi f . *¶* Item si a fuerit minor c : dico tandem, quòd & d minor erit f . Tunc enim c ad b maiorem rationem habebit, quàm a ad eandem b : per eandem octauam huius quinti. Et cū sit uelut c ad b , sic e ad d , sicutque a ad b , sic e ad f , (ueluti supra deductum est) habebit consequenter e ad d maiorem rationem, quàm e ad f . Ad quam autem eadem maiorem rationem habet, & illa minor est, per secundam partem decimæ eiusdem quinti: Est itaque d ipsa f minor. Ergo si fuerint tres magnitudines, & c. ut in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Aequā rationem respiciētia in perturbatione.

Quando prima maior est tertia.

Vbi prima quatuor tertia.

Quando prima minor est tertia.

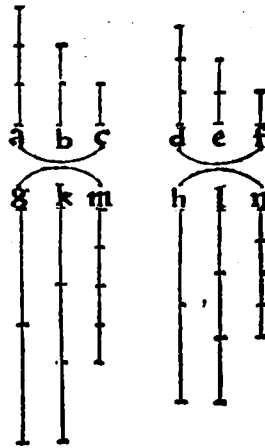


Eὰ μὲ ὁποῖα αὐτῶν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σωθῶν λαμβανόμενα ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, καὶ διὰ τὸ ἐστὶν ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ ἴσα.

Theorema 22, Propositio 22.

Si fuerint quælibet magnitudines, & aliæ eisdē æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt. 22

Aequa ratio in ordinatis. **O R O N T I V S.** *¶* Sicut uerbi gratia tres magnitudines a, b, c, & aliæ eisdem numero æquales d, e, f, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: utpote, sicut a ad b, sic d ad e, sicut autem b ad c, sic e ad f. Dico quod extremæ utriusque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: sicut quidem a ad c, sic d ad f. Accipiantur enim ipsarum a, d, æquæ multiplices g, h: ipsarum uero b, e, aliæ itidem æquæ multiplices k, l: ipsarum denique c, f, utcumque etiam multiplices m, n. Cum sit igitur ut a ad b, sic d ad e: & ipsarum a, d, hoc est primæ & tertiæ, æquæ multiplices sint g, h: secundæ autem & quartæ, utpote ipsarum b, e, aliæ itidem æquæ multiplices k, l. Est igitur sicut g, multiplex ad k, multiplicem, sic h ad l: per quartam huius quinti. Et proinde erit ut k ad m, sic l ad n: est enim ex hypothesi, ut b ad c, sic e ad f: & ipsarum b, e, æquæ multiplices k, l: ipsarum c, f, æquæ rursus multiplices m, n, per constructionem. Sunt ergo g, k, m, tres magnitudines, & h, l, n, aliæ eisdem numero æquales, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: sicut quidem g ad k, sic h ad l, sicutque k ad m, sic l ad n. Si g itaque fuerit maior ipsa m, & ex æquali h ipsa n maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor, per huius quinti uigesimam. Atqui g, h, ipsarum a, d, hoc est primæ & tertiæ magnitudinis (quoad illationis ordinem) datæ sunt æquæ multiplices, m, n autē secundæ & quartæ, utpote ipsarum c, f, æquæ itidē multiplices. Est igitur per sextam huiusce quinti diffinitionē, ut prima a ad secundam c: sic d tertiā, ad quartā f. Eisdem quoque licebit ostendere, ubi plures tribus in utroque ma-



Vbi plures tribus in utroque magnitudinū extiterint ordine. Vtpote si fuerint quatuor a, b, c, d, & aliæ quatuor e, f, g, h: similiter ostendemus cum tribus primis magnitudinibus a, b, c, & e, f, g, fore uelut a ad c, sic e ad g. Et rursus cū tribus succedentibus (secundo da utrobique prætermis) s, & coassumpta quarta, utpote a, c, d, & e, g, h: concludemus uelut supra, fore ut a ad d, sic e ad h. Et deinceps quantumlibet,

ostendere, ubi plures tribus in utroque ma-

pro utriusque ordinis multitudine. si fuerint
ergo quaelibet magnitudines, & alia eisdem
æquales numero: & quæ sequuntur reliqua.
Quod ostendendum proposueramus.

a, b, c, d.

e, f, g, h.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κγ.

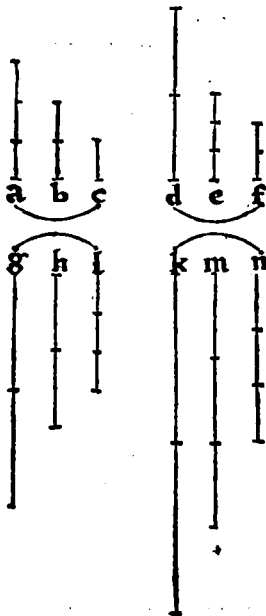
Eὰν ἡ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλεονέσσον σαυτοῦ λαμβανόμενα εἴη ὅς τῶν αὐτῶν λόγῳ, ἢ δὲ τετραεργμλὴν αὐτῶν ἢ ἀναλογίαν, καὶ οἱ ἴσοι εἴη ὅς τῶν αὐτῶν λόγῳ ἔσται.

Theorema 23, Propositio 23.

23

SI fuerint tres magnitudines, aliaque eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadē ratione, fuerit autem perturbata earum proportio: & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIUS. Esint tres magnitudines a, b, c & alia eisdem numero æ. Aequa ratio quales d, e, f, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut qui in perturbatis dem a ad b, sic e ad f, sicutque b ad c, sic d ad e. Aio fore ex æqua ratione, sicut a ad c: sic d ad f.



Assumantur enim ipsarum a, b, d, æquæ multiplices g, h, k: ipsarum porro c, e, f, alia itidem æquæ multiplices, l, m, n. Cum ergo g, h, ipsarum a, b, sint per constructionem æquæ multiplices, & partes eodem modo multiplicium eandem habeant rationē sumptæ adinvicem, per quindecimā huius quinti: est igitur ut a ad b, sic g ad h. sicut autem a ad b, sic e ad f, per hypothesin: & sicut igitur g ad h, sic e ad f, per undecimā ipsius quinti. Rursum quoniam m, n, ipsarum c, f, sunt æquæ multiplices: erit rursum per eandem quindecimā huius quinti, ut e ad f, sic m ad n. Sicut porro e ad f, sic g ad h, sic m ad n, per ipsam undecimā eiusdem quinti. Insuper quoniam est sicut b ad c, sic d ad e, per hypothesin: & ipsarum b, d, sumptæ sunt æquæ multiplices, h, k, ipsarum uero c, e, alia itidem æquæ multiplices l, m. Est igitur ut h multiplex, ad l mul-

tiplicem, si k ad m, per quartam huius quinti propositionem. Ostensum est autem quod sicut g ad h, sic m ad n. Sunt itaque g, h, l, tres magnitudines, & k, m, n, alia eisdem æquales numero, cū duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem g ad h, sic m ad n, sicut rursum h ad l, sic & k ad m. Ergo si g fuerit maior l, erit ex æquali k maior n: & si æqualis, æqualis: si

autem minor, itidem minor, per uigesimam primam huius quinti. Porro g, k, sunt æque multiplices ipsarum a, d, primæ & tertię magnitudinis (seruato illationis ordine) autem & n, secundæ & quartæ, hoc est y sarum c, f, æque rursus multiplices, per constructionem. Est igitur ut prima a, ad secundam c: sic tertia d, ad quartam f, per sextam eiusdem quinti diffinitionem. Si fuerint igitur tres magnitudines, aliæque eisdem æquales: &c. ut in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα κδ', Πρόβωσις κδ'.

ΕΑν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸ αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ὃ τρίτον πρὸς τετάρτον, ἔχῃ δὲ ὃ πέμπτον πρὸς δειντερον τοῦ αὐτοῦ λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τετάρτον. ὃ σωτὴρ πρῶτον ὃ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τοῦ αὐτοῦ ἐξ ὃ λόγον, καὶ τρίτον ὃ ἕκτον πρὸς τετάρτον.

Theorema 24. Propositio 24.

SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum. 24

ORONTIVS. Quod secunda huius quinti, de ratione tantum proposuit multiplici: hæc indifferenter ad omnem rationum sese extendit similitudinem. Habeat itaque primum a b, ad secundum c eandem rationem, quam tertium d e, ad quartum f: quintum rursus b g, ad secundum c eandem quoque rationem habeat, quam sextum e h, ad ipsum f quartum. Aio, quod & composita

primum & quintum a g, eandem rationem habebunt ad idem secundum c: quam tertium & sextum d h, ad idem quartum f. Cū enim sit ex hypothesi, ut b g ad c, sic e h ad f: & a conuersa itaque ratione, erit ut c ad

b g, sic f ad e h, per corollarium quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipsa hypothesi, est sicut a b ad c, sic d e ad f: sicut rursus c ad b g, sic f ad e h.

ab. c. b g. d e. f. e h. Et ex æquali igitur, sicut a b ad b g, sic d e ad e h: per uigesimam secundam huius quinti. Di-

uisæ itaque magnitudines a b, b g, d e, & e h, sunt proportionales. Et compositæ igitur, per decimam octauam ipsius quinti, proportionales erunt: ut a g ad g

b h: sic d h ad h e. Receptum est autem, sicut b g ad c, sic e h ad f. Et ex æquali igitur, per eandem uigesimam secundam quinti, si-

cut a g ad c, sic d h ad f. Ergo si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrare.

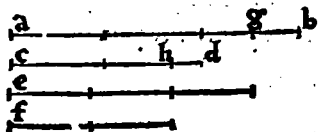
Θεώρημα κί, Πρόβησις κί.

ΕΑΝ ΤΙΣΑΡΑ ΜΕΓΕΘΗ ΑΝΑΛΟΓΟΥΝ, ΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟΝ ΚΑΙ ΤΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟΝ, ΔΥΟ ΤΩΝ ΛΟΙΠΩΝ ΜΕΙΖΟΝΑ ΔΕΙΝ.

Theorema 25, Propositio 25.

25 Siquatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt.

ORONTIVS. Usint quatuor eiusdem generis magnitudines a, b, c, d, e, f , inuicem proportionales, sicut quidem a b ad c d , sic e ad f : sitque a b omnium maxima, f uero minima. Dico quod a b & f , reliquis c d & e sunt minores. Quoniam enim a b omnium quatuor supponitur maxima: maior est igitur a b , ipsa e magnitudine. A maiori itaque a b , secetur equalis ipsi e minori, per tertiam primi: sitque a g . Rursum quoniam est ut a b ad c d , sic e ad f , prima autem a b , maior est tertia e : & secunda igitur c d , ipsa f quarta maior erit, per decimam quartam huius quinti. A maiori rur-



sum c d , secetur ipsi f equalis, per eandem tertiam primi: sitque h d . Cum igitur sit ut a b ad c d , sic e ad f , & equalis sit a g ipsi e , & c h ipsi f : est igitur ut a b ad c d , sic a g ad c h , hoc est, sicut totum a b ad totum c d , sic ablatum a g ad ablatum c h . Et reliquum itaque g b ad reliquum h d erit, sicut totum a b ad totum c d : per decimam nonam ipsius quinti. Prima autem a b , maior est tertia c d : & secunda itaque g b , maior erit quarta h d , per ipsam decimam quartam eiusdem quinti. Porro a g equalis est ipsi e : & c h ipsi f , per constructionem. Binæ igitur a g & f , duabus c h & e , sunt per secundam communem sententiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur, omnia erunt inæqualia: per quartam communem sententiam. Et quoniam ipsis a g & f additur g b , ipsis autem c h & e additur h d , & maior est g b ipsa h d : maiores ergo sunt a b maxima & f minima, reliquis c d & e magnitudinibus.

Quod receperamus ostendendum.

20 Quintilibri Geometricorum Elementorum, &c

FINIS.

Y 5

Orontij Finæi Delphi- NATIS, REGII MATHEMATICARUM professoris, in sextum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Οροι.

Ομοία σχήματα ἐνὺν γράμματι ὄντιν, ὅτε τὰς τε γωνίας ἔχῃ ἡμί-
αν, καὶ τὰς πόδι τὰς ἰσὰς γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

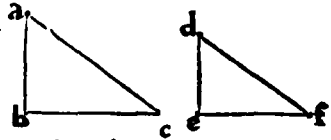
Diffinitiones. 5.



Similes figuræ sunt, quæ & angulos æqua-
les habent ad vnum, & quæ circa angulos
æquales sunt latera proportionalia.

Verpote, si fuerint bina triangula $a b c$, & $d e f$
inulcem æquiangula, fueritque angulus qui ad a æ-
qualis angulo qui ad d , & qui ad b est angulus ei
qui ad e , atque is qui ad c angulo qui ad f responde-

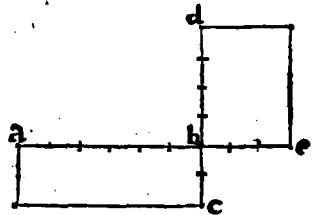
ter æqualis: sitque insuper ut $a b$ latus ad b
e, sic $d e$ ad $e f$: utq; $b c$ ad $c a$, sic $e f$ ad $f d$:
a. que demū sicut $c a$ ad $a c$, sic $f d$ ad $d e$.
Huiusmodi namque triangula, similia
nuncupamus: etiam si fuerint inæqualia.



Ἀντιποπιδότα δὲ σχήματα ὄντιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων
ἰσὺ μὲνοντι καὶ ἐπὶ ὁμοιοι λόγοι ὦσι.

Reciprocarum autem figuræ sunt, quando in vtraque figura ante-
cedentes & consequentes termini rationales fuerint.

De rectilineis uidetur intelligere figuris.
quemadmodum si duorum rectilincorum &
æquiangulorum $a b c$ & $d b e$, angulū qui
sub $a b$ & c , ei qui sub $d b$ & e cōtinetur
æqualem habentiū: fuerit sicut latus $a b$ ad
latus $b d$, sic latus $e b$ ad latus $b c$: aut sicut
 $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. Tali namque mor-
dosit antecedentiū & consequentiū termino



rum, hoc est, comparatorum adinuicem laterum, quæ circum æquales angulos,
reflexa proportio, reciprocarum rationum similitudo: dicunturque eiuscemodi si
guræ, cum ad adinuicem comparantur, reciprocaræ.

Ἄρα

Ἡ ἀκροῦ καὶ μέσου λόγου ἔνθα τετμηθῇ λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μᾶζον τμήμα, ὅντως τὸ μᾶζον πρὸς τὸ ἑλάσσον.

- 3 Per extremam & mediam rationem, recta linea diuidi dicitur: quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus.

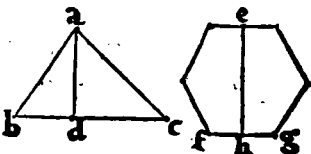
Per extremam & mediam rationem, hoc est, per extremos & medios terminos rationum similitudinem constituentis. Vt pote, si data recta linea $a b$, diuidatur in puncto c : fueritque ut tota $a b$ ad segmentum maius $b c$, sic idem segmentum $b c$, ad reliquum $c a$.



Ἡ ὑψὺς ὅτι, πάντος σχήματος ἢ ἀπὸ τριγωνοῦς ἢ πᾶσι βάσει καὶ χεῖρος ἀγομένη.

- 4 Altitudo est, vniuscuiusque figuræ à vertice ad basin perpendicularis deducta.

Exempli gratia, trianguli $a b c$ altitudo, est $a d$ recta linea, $a b$ a vertice ad basin $b c$ perpendiculariter incidens. Et hexagoni $e f g$ altitudinem, ostendet perpendicularis $e h$, quæ ab e vertice, in basin $f g$ deducitur.



Ἡ λόγος ἐκ λόγων συγκείσθι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικόταται ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσι ἑνός.

- 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur: quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quidnam rationē ad pellemus: quot insuper rationū fuerint species siue differentiæ, atque singula in uniuersum cōprehensa rationū discrimina. Nunc porro diffinit Euclides, quonā modo ratio ex rationibus cōponi, seu cōstare dicatur. Ea namque ratio ex rationibus constat, siue notanda.

cōponitur: quarū quantitates inuicē multiplicatæ illā efficere videntur. De ea rationis cōpositione, seu rationaliū terminorū illatione, hic minime uelim intelligas: quā decima quarta libri quinti, diffinitione, compositam rationē adpellauimus: acceptionē uidelicet antecedentis cū consequente, sicut unius, ad ipsum cōsequens. Aliud siquidē est, rationē ex rationibus cōponere: aliud uerò in proportionibus, à diuisis rationū terminis ad cōiunctos siue cōpositos, proportionem aliquā subinferre.

¶ Ait igitur Euclides, rationē ex binis aut pluribus rationibus cōponi, siue constare: cū datarū rationū quantitates fuerint adinuicē multiplicatæ, & aliā quāpiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationē exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiusmodi quantitatū multiplicatio, inter duarū tantummodo rationum quantitates. Nam ubi plures res sese obtulerint rationes, ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatio duabus extime duarū primarū quantitatū generatur. Ex hac postmodum ratione & sequēter tertia, alia ratio protreanda est. Hinc rursus, per quantitatū huiuscera-

De compositione rationū interpretatio notanda.

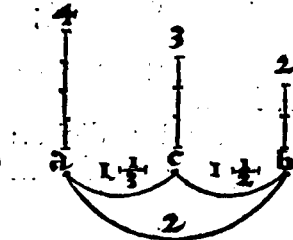
Diffinitionis interpretatio

Vbi plures terint rationes.

Quænta sint
rationu quæ
titates.

tionis et succedentis quartæ multiplicationem, consurgens ratio tandem elicitur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datae rationes eiusdem, aut diuersæ fuerint speciei, et sub cõtinaua aut discontinua ordinatane seu perturbata proportione constituta. Quætitates autem rationum hæc uocat Euclides, non illas quæ sub datis continentur rationibus: sed ad numeros reuelatas, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt in discretis duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: et quatuor, unde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in super particularibus unum et dimidium, a quo sesquialtera: unum et tertium, a quo sesquitercia: unum in super et quartum, unde sesquiquarta ratio nomenclaturâ accipit. Itē unum et duo tertia, unde rationem super bipartientem tertiâ: atq; unum et tria quarta, ex quibus super tripartientem quartâ in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeo iudiciu, de rationibus ex multiplici et superparticulari ratione, aut ex multiplici et superpartiente cõpositis: et datis quibuscunque singularum quinq; rationalium specierum differentis. Necnon et de surdis irrationalium quantitatum rationibus: quæ ex surdis itidem et ignotis rationibus constare uidentur.

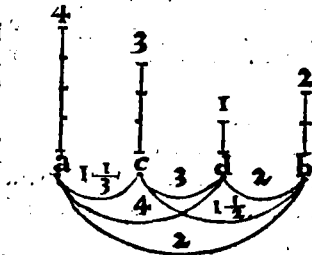
Exemplu ubi
ratio multi-
plex ex binis
componitur
rationibus.



Exempli de
monstratio.

ad b autē sesquialtera: quæliu igitur partium c est trium, talium necessum est a fore quatuor, et b duarum similium. Habet igitur a ad b rationem, quâ quatuor ad duo: et proinde duplâ, ex sesquitercia ipsius a ad c, et sesquialtera ipsius c ad b resultantem. Et sit rursus in maiore expressionem, inter c et b alia quædâ magnitudo d, subtripla ipsius c, ipsius autē b subdupla. Ad quoque rationē a ad b, ex rationibus a ad c, et c ad d, atq; d ad b cõstare. Duce enim unum

Exemplum ubi
vna datarum
rationu fuerit
minoris
inequalitatis.



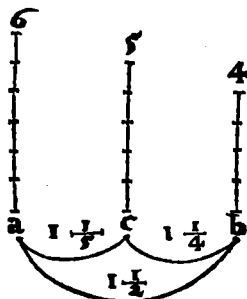
Ostensio eius-
dem exempli

tionē denominatâ. Nā cū d subduplū sit ipsius b, et subtriplū ipsius c: qualium igitur d est unū, talium b est duorū, et c trium similium. Itē quoniā a ad c est sesqui-

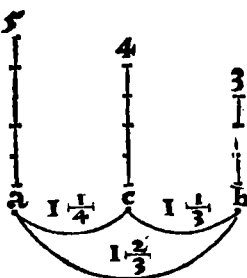
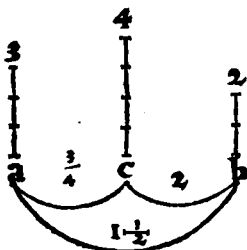
tertium rationis a ad c denominatorem, in tria denominatorem triplâ, quæ est c ad d: fiet quatuor, ostēdentia a ad d quadruplâ obtinere rationē. Et quoniā d ad b ratio, minoris est inæqualitatis, nēpe subdupla a dimidio denominata: ducēda sunt igitur quatuor, à quibus nominatur quadrupla in, dimidium ipsius subduplæ denominatorem: prouenient enim due, duplâ (quæ est ipsius a ad b) ratio

tertium: quoniam propterea c est trium, a erit quatuor: sed quoniam c est trium, b duorum esse deductum est: quoniam itaque b est duorum, a quatuor erit similem. Quatuor rursus ad duo, rationem habent duplam, qualem a ad b obtinere supposuimus. Sed denique exemplum in ratione superparticu-

Exemplum de
ratione super
particulari.



lia a ad b, rationem sesquialtera. ¶



Quod si c magnitudo fuerit ipsius a sesquialtera, et dupla ipsius b, ut in secunda figura. Ratio ipsius a ad c, a tribus quartis denominabitur: et ipsius c ad b, a binario. Ducenda sunt propterea tria quarta in duo, fiet sex quarta: quae reuocantur ad unum integrum, et ipsius integri dimidium, sesquialtera rationis (quae est a ad b) denominator. Nam cum c ad a sit sesquialtera, ad b autem duplum: quoniam proinde partium c est quatuor, salu a est trium, et b duarum similem. Ratio igitur a ad b, est ut tria ad duo, quae sesquialtera nuncupatur. Idem in superpartiente ratione, tandem obseruari uidebis. sit enim a ad b superbiparties tertias: et inter a et b incidat c, sub sesquiquarta ipsius a, et sesquialtera ipsius b. Duo iam ratione a ad b, componi ex ratione a ad c sesquialtera, et sesquialtera ipsius c ad b. Multiplicetur enim unum et quartum, per unum et tertium: fiet unum et duo tertia, unde superbiparties tertias (quae est ipsius a ad b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypothesen, quoniam partium c fuerit quatuor, salu b fore trium, et a quinque similem. Quinque porro ad tria, eam seruant rationem, iquam a ad b: nempe superbipartientem tertias. Quod si inter a et c incidat magnitudo d, sub sesquiquinta ipsius a, et ipsius c sesquialtera. Ratio a ad b, ex rationibus a ad d, et d ad c, atque

Inductio.

Aliud exemplum superparticularis, ubi una ratio minoris est inaequalitatis.

Exemplum de
claratio,

Exemplum de
superpartien
tis composi
tione.

Ostensio ex
pli.

Duco igitur triginta minuta, in minuta uiginti: sunt secunda sexcenta, quæ diuisa

Integra.	Minuta.	secunda.
1	30	00
1	20	00
	10	00
	20	10
1	30	0
2		6

per sexaginta, restituantur decem minuta. hæc subscribo suo loco. Deinde multiplico unum integrum per ipsa uiginti minutæ: redeunt minuta uiginti. hæc noto subprioribus decem minutis. Postea duco triginta minuta in unum integrum, restituantur minuta triginta: nam fractio per integra multiplicata, similem uidetur producere fractionē. Quibus subnotatis, mul-

tiplico integra adinuicem: & nuum tantummodò restituitur integrum. Compono tandem decem, uiginti & triginta minuta: consurgunt sexaginta, quæ unum ualent integrum priori demum adiungendum. Proueniunt igitur ex hac quantitate multiplicatione duo integra, a quibus dupla ratio (quæ erat a ad b) uenit denominanda. In cæteris respondenter facito, siue uulgaribus, siue astronomicis inuet uti fractionibus.

EST & alius rationalium quantitatum multiplicandi modus, ipsis potissimum numeris ad numerumue relatis quantitibus peculiaris. Nam ex eorundem numerorum sub datis rationibus constitutorum multiplicatione, numeri procreantur, sub composita, uel inde constante ratione se habentes. Multiplicandi sunt itaque primum antecedentes numeri adinuicem, & antecedens ipsius compositæ rationis efficietur. Deinde consequentes itidem inter sese ducendi, ut consequens eiusdem rationis generetur. Repetatur in maiorem singulorum euidentiā, antecedentis primæ compositionis exemplum: sintque rursus numeri, tria ad duo in ratione sesquialtera, & quatuor ad tria in sesquitercia ratione constituti. Duc igitur

Alius modus componendi rationes adinuicem.

Primum exemplum de compositione multiplicis.

Ratio	{	seisquialtera.	3 — 2	antecedentes numeros inter sese, ut pote quatuor in tria: sient duodecim,
		sesquitercia.	4 — 3	
Dupla ex eisdem cõpolita			12 — 6	quæ pro generata rationis antecedente subnotabis. Postea cõsequentes, hoc

est tria & duo, inuicem multiplicato: sient sex, eiusdem productæ rationis consequentem exprimentia numerum. Atqui duo decim ad sex, duplam constat obtinere rationem, ex sesquialtera & sesquitercia resultantem. Sint rursus binæ rationes, altera quidem subseisquitercia, ut trium ad quatuor: altera uerò dupla, ueluti

Secundum exemplum, de compositione superparticulis.

Ratio {	Subseisquitercia.	3 — 4	Quatuor ad duo. Si compositam ex his uolueris obtinere rationem, ducito tria in quatuor, unum uidelicet antecedentium in reliquum: sicut duodecim. Post-
	Dupla.	4 — 2	
Seisquialtera ratio.		12 — 8	

Quatuor ad duo. Si compositam ex his uolueris obtinere rationem, ducito tria in quatuor, unum uidelicet antecedentium in reliquum: sient duodecim. Postmodum ipsa consequentia inuicem multiplicato, utpote quatuor in duo: sient octo. Porro duodecim ad octo, sesquialteram rationem obseruant: qualem exemplo quarto (denominatorem duplæ, per ipsius subseisquiterciæ denominatorem diuidendo) reperimus. Haud dissimiliter ex sesquiquarta & sesquitercia, ueluti quinque ad quatuor, & quatuor

Tertium exemplum de compositione superpartientis

Z. ad

ad tria, superbi-partiens tertias producet: quemadmodum præcedēs monstrat formula. Ex antecedentium namque multiplicatione, sient uiginti: ex multiplicatione uerò consequentium, duodecim. continent autem uiginti semel duodecim, & duo insuper eorundem tertia. ¶ Et proinde non minus facile colligenus, ex quintupla & subdupla ratione, conflari duplam sesquialteram: necnon ex dupla & sesquitertia, duplam superbi-partientem tertias resultare. sed hæc de rationū compositione, siue rationalium quantitatū multiplicatione, sint satis.

Ratio	Quintupla.	5 — 1	Ratio	Dupla.	2 — 1
	Subdupla.	2 — 4		Sesquitertia.	4 — 3
Dupla sesquialtera.		10 — 4	Dup. superbi-parties ter.		8 — 3

¶ Corollarium.

De subtracti- one rationū adinuicem. ¶ HINC fit manifestum, quod si a qualibet ratione composita, unaquæque componentium subtrahatur: proficiet ipsarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio, non omnis indifferenter a qualibet: sed minor tantum a maiori. Hæc autem rationum disgregatio per diuisionem, sicuti compositio per multiplicationem absoluitur: idque rursus dupliciter. ¶ In primis enim, si compositæ rationis denominatorem, per denominatorem alterius componentium diuiseris: habebis reliquæ rationis denominatorem, siue numeros in relicta ratione constitutos. Oportet autem (ubi alterius uel utriusque rationis denominator, integro & fracto exprimitur numero) ipsa integra ad simile genus denominationis cū propria, uel occurrente fractione reducere: postea numeratorem diuidende rationis, per communem multiplicare denominatorem, fiet enim relicta rationis numerator. Deinde numeratorem diuidentis, in eundem communem denominatorem ducere, nam eiusdem relicta rationis prodibit denominator. Quemadmodum ex secundo libro nostræ deprehendere potes Arithmeticæ. ¶ Resumatur in exemplū ratio dupla, ex sesquitertia & sesquialtera resultans: sitque propositum alteram componentium, utpote sesquitertiam, ab ipsa dupla ratione subducere. Denominator itaque sesquitertia, est unum & tertium, quæ quatuor efficiunt tertia: duo

Primus modus.

Primum exemplum.

autem, a quibus dupla denominatur ratio conficiunt tertia sex. Diuide itaque sex tertia, per quatuor tertia, in hunc modum. Duc sex in tria, sient decem & octo: & rursus quatuor per tria multiplicato, sient duodecim. Et quoniam decem & octo continent semel duodecim, & alteram earundem partem: relicta itaque ratio, sesquialtera est. ¶ Detur rursus sesquialtera ratio, a qua uelis auferre sesquiquintam. Ex uno itaque & dimidio, a

$$\begin{array}{r} 6 \\ 3 \end{array} \times \begin{array}{r} 4 \\ 3 \end{array} = \frac{18}{12}$$

Secundum exemplum.

quibus sesquialtera denominatur, sunt tria secunda: ex uno autem & quinto, ipsius sesquiquintæ denominator, sunt quinta sex. diuidenda sunt igitur tria secunda, per sex quinta. Duc itaque tria in quinque, sient quindecim: postea sex in duo multiplicato, proueniunt duodecim. Et quoniam quindecim ad duodecim, rationem habent sesquiquartam: idcirco relicta ratio, sesquiquarta dicitur. Nam ex sesquiquarta & sesquiquinta ratione, sesquialtera (ueluti supra deduximus) generatur.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \end{array} \times \begin{array}{r} 6 \\ 5 \end{array} = \frac{15}{12}$$

¶ Potentis

¶ POTERIS & idem per numeros, in datis rationibus constitutos, responde-
ter absolue. Dentur enim rursum numeri, sub antecedentibus rationibus constitu-
ti, ut pote duo ad unum in dupla, & quatuor ad tria in sesquitertia ratione se ha-
bentes: sitque ueluti prius, sesquitertia ab ipsa dupla ratione subducenda.

Alius subtra-
hendi modus
rationes ad in-
uicem.

2	1	Dupla, diuidentia.
4	3	Sesquitertia
6	4	Sesquialtera reiecta.

Scribatur in primis sesquitertia, sub ea-
dem ratione dupla. Postea multiplicato
duo in tria hoc est, antecedens diuidentis
rationis, in consequens diuidentis: sient

sex. Rursum ducito unum in quatuor, ut pote consequens ipsius diuidentis ratio-
nis, in diuidentis antecedens: sient quatuor. A ratione igitur quam habent sex ad
quatuor, reiecta ratio denominanda est: quæ rursum ostenditur sesquialtera. Sub
ducamus rursum ad maiorem singulorum respondentiam, à sesquialtera ratione,
præfatam rationem sesquiquintam. Propone itaque tibi numeros sub datis ra-
tionibus constitutos: ut pote, tria ad duo in sesquialtera, & sex ad quinque in sesqui-

Aliud exem-
plum.

3	2	Sesquialtera ratio.
6	5	Sesquiquinta.
15	12	Sesquiquarta.

quinta. Et posita sesquiquinta sub sesqual-
tera: ducito tria in quinque, fiet quindecim:
postea multiplicato duo per sex, prouenient
duodecim. Habent autem quindecim ad duo

decim, rationem sesquiquartam, qualem superius offendimus. Haud aliter, de cæ-
teris quibuscunque inuicem subducendis facito rationibus, & si minus in hoc ge-
nere calculi fueris exercitatus, ad caput secundum libri quarti ipsius Arithmeti-
cæ nostræ confugio. $\Theta\omega\gamma\mu\alpha\ \alpha,$ $\pi\rho\acute{o}\theta\epsilon\iota\varsigma\ \alpha.$

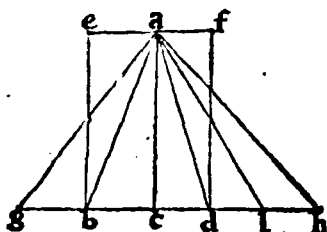
T $\text{Ἡ τριγῶνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος}$
 $\text{ἢ πρὸς ἄλληλα ὅταν ᾖ αἱ βάσεις.}$

Theorema 1, Propositio 1.

T Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitu-
dine: ad se inuicem sunt, ut bases.

CONTIVS. ¶ Sint bina triangula $a b c$ & $a c d$, eisdemque parallelogramma $e c$ quidem atque $c f$, sub eadem altitudine, seu perpendiculari ex a vertice in

Figura con-
stitutio.

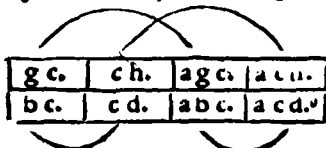


$b d$ basin incidente constituta. Aio in primis
triangulum $a b c$, ad triangulum $a c d$ se ha-
bere, ueluti basis $b c$ ad basin $c d$. Cum enim
 $e c$ & $c f$ parallelogramma, in eadem sint alti-
tudine: in directum est igitur $e a$ ipsi $a f$, atque
 $b c$ ipsi $c d$: & proinde $e f$, ipsi $b d$ parallela.
Producatur igitur recta $b d$ ex utraque parte

in continuum rectumque, ad g & h puncta, Prima dedu-
per secundum postulatam. secetur deinde $b g$, æqualis ipsi $b c$: necnon $d l$ & $a l$ theore-
 $l h$, ipsi $c d$ æquales: per tertiam primi: & per primum postulatam, connectan-
tur $a g$, $a l$, & $a h$ lineæ rectæ. Cum itaque $g b$, ipsi $b c$ sit æqualis, erunt tri-
angula $a g b$ & $a b c$, in basibus æqualibus, & in eisdem parallelis $e f$ & $g h$
constituta: & propterea inuicem æqualia, per trigessimam octauam primi.
& proinde $a c d$, $a d l$ & $a l h$ triangula, æqualia quoque erunt ad inuicem.

Z ij. Quotus

Quotuplex igitur est $g c$ basis, ipsius δc : totuplex est triangulum $a g c$, ipsius $a b c$ trianguli. Quotuplex rursus est $c b$ basis, ipsius $c d$: totuplex est $\epsilon c a b$ triangulum, ipsius trianguli $a c d$. si basis itaque $g c$, maior est basi $c b$: erit $a g c$ triangulum, triangulo $a c h$ proportionaliter maius. Et si $g c$ $\epsilon c b$ bases, fuerint inuicem aequales: erunt $a g c$ $\epsilon a c b$ triangu-
la, aequalia quoque adinuicem. Quod si basis $g c$, minor extiterit basi $c b$: erit $\epsilon a g c$ triangulum, ipso $a c b$ tri-
angulo aequae idem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarum inquam
basium $b c$ $\epsilon c d$, totidemque triangulorum $a b c$ $\epsilon a c d$, sumpta sunt aequae



$g c$	$c h$	$a g c$	$a c h$
$b c$	$c d$	$a b c$	$a c d$

multiplicia primae ϵ tertiae: necnon secundae
 ϵ quarta, alia utcumque aequae multiplicia.
Et sicut multiplex primae magnitudinis, ad
multiplex secundae, hoc est, $g c$ basis, ad basin
 $c b$: sic multiplex tertiae, ad multiplex ipsius

quartae, utpote $a g c$ triangulum, ad triangulum $a c b$, se habere praestitum est.
Sicut igitur prima, ad secundam praedictarum magnitudinum: sic tertia ad quar-
tam, per sextam ipsius quinti diffinitionem. Ut basis ergo $b c$, ad basin $c d$: sic
triangulum $a b c$, ad triangulum $a c d$. Quod prius ueniebat ostendendum.

Secunda the-
orematis res-
olutio, de pa-
rallelogram-
mis.

¶ Insuper quoniam $a b c$ triangulum, ϵ parallelogrammum $e c$, in eadem sunt
basis, ϵ in eisdem parallelis constituta: duplum est $e c$ parallelogrammum, ip-
sius $a b c$ trianguli, per quadragesimam primam primi: ϵ propterea $c f$ paral-
lelogrammum, ipsius trianguli $a c d$ idem duplum. Sunt igitur $e c$ ϵ $c f$ paral-
lelogramma, ipsorum $a b c$ ϵ $a c d$ triangulorum aequae multiplicia. Partes autem

$[b c, c d.] [a b c, a c d.] [e c, c f.]$

aequae multiplicium, eandem rationem habent
sumptae adinuicem: per decimanquintam
quinti. Ut igitur $a b c$ triangulum, ad tri-
angulum $a c d$: sic parallelogrammum $e c$,
ad $c f$ parallelogrammum. Ostensum est

autem $a b c$ triangulum, ad triangulum $a c d$ se habere, ueluti $b c$ basis, ad basin
 $c d$. Binae itaque rationes, utpote $b c$ basis, ad basin $c d$, atque parallelogram-
mi $e c$ ad $c f$ parallelogrammum, eadem sunt cum ratione ipsius $a b c$ trianguli,
ad triangulum $a c d$. Quae autem eidem sunt eadem rationes, ϵ adinuicem
sunt eadem: per undecimam eiusdem quinti. Est igitur ut basis $b c$, ad basin $c d$:
sic parallelogrammum $e c$, ad $c f$ parallelogrammum. Poterit ϵ ipsorum paral-
lelogrammorum ratio, quemadmodum ϵ triangulorum, seorsum demonstrari: de-
scriptis super $g b$, $d l$, ϵ $l h$ basibus, ϵ in eadem altitudine, parallelogrammis.
Triangula itaque ϵ parallelogramma, quae sub eadem sunt altitudine: ad se in-
uicem sunt, ut bases. Quod erat ostendendum.

Notandum.

Θεώρημα Β, πρόδιξις Β.

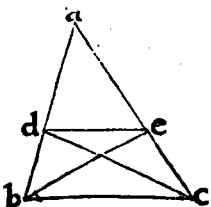
Εἰ μὲν γὰρ τὸ πρῶτον ἴσῃ πλεονάζῃ ἢ ὀλίγον τις ἐνθεῖα παρὰ τὴν
λευκὴν, ἀπὸ λογοῦ τιμῆς τὰς τῶν τριγώνων πλευρὰς: καὶ ἐὰν αἱ τῶν τρι-
γώνων πλευραὶ ἀπὸ λογοῦ τιμῆς αἰσῶσι, ἢ ἐπὶ τὰς τοιαύτας ἐπιζωγνύμεν
ἐνθεῖα,

ἐνθα, παρὰ τῶν λοιπῶν ἵσα τὰ τρίγωνα πλὴν παρὰ ἄλλοις.

Theorema 2, Propositio 2.

2 **S**I trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela: proportionaliter secatur ipsius trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta connexa recta linea, parallela ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

ORONTIVS. In triangulo enim abc , agatur recta de , ipsi bc lateri parallela. Dico primum, ipsam de , secare ab & ac latera proportionaliter: sicut



quidem $a d$ ad db , sic $a e$ ad $e c$. Connectantur enim $b e$ & $c d$ lineae rectae: per primum postulat.

Prima theorematidis pars

Erunt itaque $b d e$ & $c e d$ triangu-
la, in eadem basi $d e$, ac in eisdem parallelis $b c$ & $d e$: & proinde inuicem aequalia, per trigessimam septimam primi. Est autem & $a d e$, aliud quoddam triangulum. Idem porro triangulum, ad aequalia triangu-
la eandem habet rationem: per septimam quinti. Ergo sicut $a d e$

triangulum, ad triangulum $b d e$: sic idem triangulum $a d e$, ad $c e d$ triangulum. Est autem $a d e$ triangulum, ad triangulum $b d e$, ueluti basis $a d$ ad basin $d b$,

$$\frac{|a d . d b .| a d e . b d e .| a d e . c e d .|}{|a d . d b .| a d e . b d e .| a d e . c e d .|}$$



per primam huius sexti: sunt enim sub eodem uertice e , & proinde sub eadem altitudine. Et sicut igitur basis $a d$, ad basin $d b$: sic $a d e$ triangulum, ad triangulum $c e d$, per undecimam quinti. Sicut rursus $a d e$ triangulum, ad triangu-
li

$c e d$: sic basis $a e$, ad basin $e c$, per eandem primam huius sexti: sunt enim $a d e$

$$\frac{|a d . d b .| a d e . c e d .| a e . e c .|}{|a d . d b .| a d e . c e d .| a e . e c .|}$$



& $c e d$ triangu-
la sub eodem uertice d : & sub eadem consequenter altitudine. Et sicut igitur $a d$ basis, ad basin $d b$: sic basis $a e$, ad basin $e c$, per eandem undecimam quinti. Secat ergo $d e$ parallela, ipsa ab & ac latera, in punctis d & e proportionaliter. Sed iam esto ut $a d$

Partis secundae demonstratio.

ad b , sic $a e$ ad $e c$: & connectatur recta $d e$, per primum postulat. Aio uersa uice, $d e$ ipsi bc fore parallelam. Connexis enim (ueluti prius) $b e$ atque $c d$ rectis,

$$\frac{|a e . e c .| a d . d b .| a d e . b d e .|}{|a e . e c .| a d . d b .| a d e . b d e .|}$$



per idem primum postulat: erit rursus, per primam huius sexti, triangulum $a d e$, ad triangulum $b d e$, ueluti basis $a d$ ad basin $d b$. At sicut $a d$ ad db , sic per hypothesin $a e$ ad $e c$. Et sicut igitur per undecimam quinti, $a e$ ad $e c$: sic $a d e$ triangulum,

ad triangulum $b d e$. sicut rursus per eandem primam sexti, $a e$ basis, ad basin

Z ii. e.c:

| a d e. b d e. | a e. e c | a d e. c e d. |



e c: sic idem triangulum a d e, ad triangulum c e d. Et proinde sicut a d e triangulum ad triangulum b d e: sic idem triangulum a d e, ad triangulum c e d, per undecimam ipsius quinti. Idem ergo triangulum a d e,

ad ipsa b d e & c e d triacula, eandem habent rationem. Ad quæ autem triacula idem triangulum eandem habet rationem: & ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam eiusdem quinti. Aequum est igitur b d e triangulum, ipsi c e d triangulo. Quæ cum in eadem sint basi d e, & ad easdem partes: & in eisdem quoque sunt parallelis, per trigessimam nonam primi, parallela est itaque d e, ipsi b c. Si trianguli ergo ad unum latus: & c. ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα γ, Πρόβσις γ.

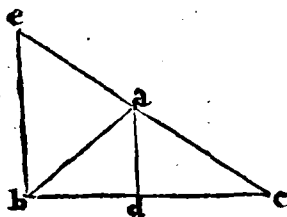
ΕΑν τριγώνω γωνία διχα τμηθῇ, ἢ δὲ τέμνουσα τῇ γωνίᾳ ἐνθεῖα τέμνῃ. Ὁ τῇ βάσει: τὰ τῆς βάσεως τὸν αὐτὸν ἐξ ἑλ λογομ ταις λοιπαῖς τῷ τριγώνω πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λογομ, ταις λοιπαῖς τῷ τριγώνω πλευραῖς: ἀπο το κορυφῆς ἐπὶ τῇ τομῇ, ἐπιζυγνυμένη ἐνθεῖα, διχα τέμνῃ τῇ τῷ τριγώνω γωνίᾳ.

Theorema 3, Propositio 3.

SI trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin: basis segmenta eadem habebunt rationem, reliquis ipsius triaguli lateribus. Et si basis segmēta eandem habuerint rationem, reliquis ipsius trianguli lateribus: à vertice ad basin coniuncta recta linea, bifariam dispescit trianguli angulum.

O R O N T I V S. Esit datum a b c triangulum, cuius angulus b a c bifariam secetur, per nonam primi: recta quidem a d, basin ipsam b c itidem secante in puncto d. Aio quod b d, ad d c se habet: ut b a, ad a c. Per datum enim punctum b,

Figuræ compositio.



data rectæ lineæ a d, parallela ducatur b e, per trigessimam primam primi: producaturque c a recta, per secundum postulatam, donec cō uenerit in punctum e cum ipsa b e, feceritque triangulum b e c. Conueniet autem c a cum b e, per quintum postulatam: propterea quod anguli e b c & b c e, duobus rectis sunt minores. nam angulus e b c, exteriori & opposito

Prime partis ostensio.

a d c, per uigesimam nonam primi est æqualis: & duo anguli a d c & d c a triaguli d a c, binis rectis minores existunt, per ipsius primi decimam septimam. His ita constructis, quoniam in parallelas a d & b e, rectæ incidunt a b & c e: æqualis est angulus a b e alterno b a d, necnon interior a e b exteriori & ex opposito d a c, per uigesimam nonam primi. Atqui b a d & d a c anguli, sunt inuicem per hypothesin æquales: duo itaque anguli a b e & a e b, æquales proinde sunt ad inuicem

adinuicem. binc latus a b, lateri a e, per sextam primi, æquale. Trianguli demū b e c, ad latus b e acta est parallelus a d, per constructionem: secatur igitur a d proportionaliter ipsius trianguli latera, per secundam huius sexti, sicut quidem b d, ad d c, sic e a, ad a c. Ipsi porro e a, ostensa est æqualis b a: æquales autem ad e a dem, eandem habent rationem, per septimam quinti. Et sicut igitur b d, ad d c, sic b a, ad a c. Sit autem ut b d ad d c, sic b a ad a c: et connectatur a d recta, per primum postulatum. Dico uersa uice, quod a d recta bifariam discindit angulum b a c. Constructa enim ut prius figura, quoniam ex hypothesi receptum est, sicut

Pars secunda
theorematis,
conuerſa pri-
mæ.

[b a. a c. | b d. d c. | e a. a c.]



b d ad d c, sic b a ad a c. sed per secundam huius sexti, sicut b d ad d c, sic e a ad a c: in triangulo enim b e d, ad latus b e acta est parallelus a d. Binæ itaque rationes, b a in quā ad a c, et e a ad a c, eidem rationi b d ad

d c sunt eadem: et propterea eadem adinuicem, per undecimam quinti. Et sicut igitur b a ad a c, sic e a, ad eandem a c. Quæ autem ad eandem, eandem habent rationem, æquales sunt adinuicem, per nonam ipsius quinti. Aequalis est itaque b a, ipsi e a: et proinde qui ad basin b e sunt anguli, adinuicem sunt æquales, per quintam primi, hoc est, a b e ipsi a e b. Et quoniam parallela est a d ipsi b e, et in eas incidunt a b et c lineæ rectæ: æqualis est angulus b a d alterno a b e, necnon et exterior angulus d a c interiori et ex opposito a e b, per uigesimam nonam ipsius primi. Ostensum est autem, angulos a b e et a e b fore inuicem æquales: quæ uero æqualibus æqualia sunt, ea quoque inuicem sunt æqualia, per primæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est igitur angulus b a d, angulo d a c. Et proinde angulus b a c, sub a d recta bifariam discinditur. si trianguli itaque angulus bifariam secetur: et quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum suscepimus.

Θεώρημα δ', πρόδιξις δ'.

Tοἰς ἰσογώνιοις τριγώνοις, ἀνάλογον εἰσὶν αἱ πλευραὶ αἱ πρὸς τὰς ἴσας γωνίας: ὁμοιοιοὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theorema 4, Propositio 4.

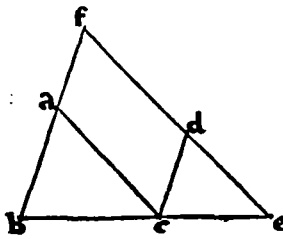
4 **A** Equiangulorum triangulorum, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

ORONTIVS. Sint bina triangula inuicem æquiangula, a b c et d e: sitque angulus a b c æqualis angulo d e, et b a c angulus ipsi c d e, atque a c b ipsi angulo d e c. Aio latera ipsorum triangulorum a b c et d e quæ circum æquales angulos, fore proportionalia: et quæ angulis subtenduntur æqualibus, eiusdem esse rationis, sicut quidem a b ad b c, sic d e ad e c, sicutque b c ad c a, sic c e ad e d, atque sicut c a ad a b, sic e d ad d c. Constituatur enim in directum bina eorūdem triangulorum latera, ea scilicet quæ æqualibus subtenduntur angulis: utpote b c latus, in directum ipsius c e. id autem efficietur, cum anguli b c d et d c e, binis rectis fuerint æquales, per decimam quartam primi.

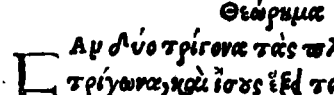
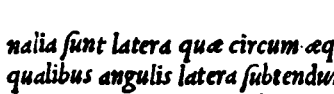
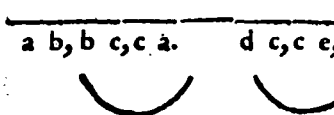
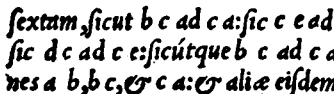
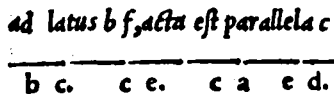
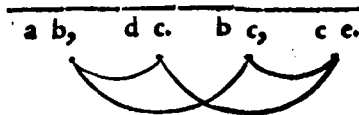
Produ-

Producantur insuper $b a$ & $e d$ latera in rectam & continuum ad partes a & d , per secundum postulatam: donec tandem in unum congregiantur punctum. Id enim per quintum postulatam euenire necessum est: propterea quod anguli $a b c$ & $a c b$, duobus rectis per decimaseptimam primi sunt minores, & angulus $d e c$ angulo $a c b$ per hypothesin est equalis. Ex quo fit, ut anguli $a b e$ & $d e b$, eisdem angulis $a b c$ & $a c b$ sint aequales: & proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypothesi angulus $d e c$, interiori & opposito ad easdem partes $a b c$ est equalis angulo, necnon & $a c$ bis $d e c$ itidem interiori & opposito equalis: parallela est igitur $c d$ ipsi $b f$, & $a c$ ipsi $f e$, per uigesimam octauam primi. Parallelogrammum est itaque $a c d f$: & proinde $a c$ latus opposito $f d$ equalis, similiter & $a f$ ipsi $c d$, per trigemam quartam eiusdem primi. His ita constructis, quoniam trianguli $b f e$, ad latus $f e$, acta est parallela $a c$: secatur igitur $a c$, ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti: sicut quidem $b a$ & $a f$, sic $b c$ ad $c e$. & equalis ostensa est $a f$, ipsi $c d$. aequales autem

Demonstratio problematis.



ad eandem, eandem habent rationem: & ea dem ad aequales, per septimam quinti. Et sicut igitur $a b$ ad $d c$: sic $b c$ ad $c e$. Et permutatim insuper, sicut $a b$, ad $b c$, sic $d c$ ad $c e$, per decimasextam eiusdem quinti. Item quoniam ipsius trianguli $b f e$, ad latus $b f$, acta est parallela $c d$: secatur rursus eadem $c d$, eiusdem trianguli latera proportionaliter, per eandem secundam huius sexti: sicut quidem $b c$ ad $c e$, sic $f d$ ad $d e$. ipsi porro $f d$, ostensa est equalis $a c$. Et sicut igitur $b c$, ad $c e$: sic $c a$ ad $e d$, per eandem septimam quinti. atque rursus permutatim, per ipsius quinti decimasextam, sicut $b c$ ad $c a$: sic $c e$ ad $e d$. Iam itaque ostensum est, sicut $a b$ ad $b c$ sic $d c$ ad $c e$: sicutque $b c$ ad $c a$, sic & $c e$ ad $e d$. sunt igitur tres magnitudines $a b, b c$, & $c a$: & aliae eisdem aequales numero $d c, c e$, et $e d$, cum duabus sumptis in eadem ratione. Et ex qua igitur ratione, erit sicut $b a$, ad $a c$: sic etiam $c d$, ad $d e$, per uigesimam secundam quinti. Aequiangulorum itaque triangulorum $a b c$ et $d c e$, proportionalia sunt latera quae circum aequales angulos: et similis sunt rationis, quae aequalibus angulis latera subtenduntur. Quod demonstrandum fuerat.

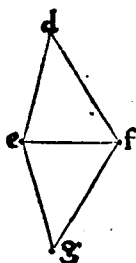
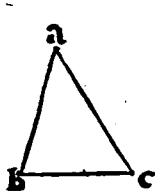


Θεώρημα Δ, Πρόβλημα Δ.
 Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνέλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται καὶ τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσους ἔσθαι τὰς γωνίας ὑφ' αἷς αἱ δύο μολογοὶ πλευραὶ ὑποτίθενται.
 Theore-

Theorema 5, Propositio 5.

5 **S**I duo triangula, latera proportionalia habuerint: æquiangu-
la erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub qui-
bus eiusdem rationis latera subtenduntur.

O R O N T I V S. **H**æc est conuersa præcedentis, quæ non potuit eadem fi-
gura, uel deductione (quemadmodum secunda & tertia obseruauimus propositio-
ne) demonstrari. Sint igitur bina triagula $a b c$ & $d e f$, habentia latera propor-
tionalia: sicut quidem $a b$ ad $b c$, sic $d e$ ad $e f$, sicut præterea $b c$ ad $c a$, sic $e f$
ad $f d$, sicut denique $c a$ ad $a b$, sic $f d$ ad $d e$. Aio triangula ipsa $a b c$ &



$d e f$, fore æquiangula, & æquales angulos cõ-
prehendere, sub quibus eiusdem rationis latera
subtenduntur: utpote, angulum $a b c$,
æquum fore angulo $d e f$, & angulum
 $b c a$ angulo $e f d$, atque angulum $b a c$ an-
gulo $d f e$. Ad datam enim rectam lineam $e f$, Constructio
& data illius puncta e & f , datis angulis re: figuræ.
tilineis $a b c$ & $a c b$, æquales anguli consti-
tuantur, per uigesimã tertiam primi: $f e g$ qui-

dem ipsi $a b c$, & $e f g$ ipsi $a c b$. Et quoniam anguli $a b c$ & $a c b$, per decimã
septimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & $f e g$ itaque $a c e f g$ anguli,
binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem $e g$ & $f g$ rectæ eli-
neæ, per quintum postulatum: conueniant ad punctum g . triangulum erit igitur
 $e f g$: & reliquus angulus qui ad g , reliquo qui ad a æqualis, per corollarium
trigesimæ secundæ eiusdem primi, una cum ipsa tertia communi sententia. Acqui-
angula sunt itaque $a b c$ & $e f g$ triagula, & proinde latera ipsorum proportio-
nalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ equalibus an-
gulis latera subtenduntur, per quartam huius sexti. Est igitur sicut $a b$ ad $b c$, sic

Ostensionis
deductio.

$d e . e f . | a b . b c . | g e . e f .$



$g e$, $a d e f$: sicut porro $a b$ ad $b c$, sic
est per hypothesein $d e$ ad ipsam $e f$. Et sicut
igitur $d e$ ad $e f$, sic $g e$ ad eandem $e f$, per
undecimam quinti. Quæ autem ad eandem,
eandem habent rationem, æquales sunt ad in-

uicem, per nonam quinti: æqualis est igitur $d e$, ipsi $e g$. Haud dissimiliter ostens-
demus $d f$, ipsi $f g$ æqualem. eadem enim $e f$ ad utranque, tum ex hypothese, tum
ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nempe quam $b c$ ad $c a$. Ad quas
porro magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationem, ipsæ sunt æqua-
les, per eandem nonam quinti. Et quoniam æqualis est $d e$, ipsi $e g$, utrique autem
communis e binæ itaque $d e$ & $e f$ trianguli $d e f$, duabus $f e$ & $e g$ triangu-
li $e f g$ sunt æquales altera alteri, & basis $d f$, basi $f g$ æqualis. Angulus igitur
 $d e f$, angulo $f e g$ sub æqualibus rectis comprehenso, per octauam primi, est æqua-
lis. Nec dissimili uia demonstrabimus, angulum $e d f$, angulo $e g f$, æqualem atque
 $e f d$, ipsi $e f g$. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis lateribus
alterum alteri offenditur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et contentos

Resolutio the-
orematis.

¶

propterea

Propterea sub æqualibus lineis rectis angulos æquales habebunt, per eandem octauam primi. His præstis, quoniam angulus d e f, æqualis est angulo f e g, eidem quoque angulo f e g, æquus est per constructionem angulus a b c. Duo itaque anguli a b c et d e f, eidem angulo f e g sunt æquales: et proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Pari discursu angulus a c b, o angulo d f e: necnon et b a c angulus, ipsi e d f angulo concludetur æqualis. Aequiangula sunt itaque a b c, et d e f triangu- la. Si bina ergo triangu- la: et c. ut in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα 6, Πρόpositio 6

Εὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μὴ γωνίᾳ ἰσῶν ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἰσῆς γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνὰ λόγον ἰσογώνια εἶναι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας εἶναι τὰς γωνίας, ὅφ' αἱ ὁμολογοὶ πλευραὶ ὑποτάσσονται.

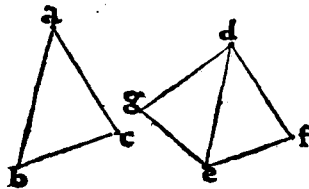
Theorema 6, Propositio 6.

SI bina triangu- la vnum angulum vni angulo æqualem ha- buerint, circum æquales angulos latera proportionalia: æ- 6
quiangula erunt triangu- la, & æquales habebūt angulos, sub qui- bus eiusdem rationis latera subte-nduntur.

Figure com-
positio.

ORONTIVS. Cſint rurſum bina triangu- la a b c et d e f, habentia vnum angulum vni angulo æqualem, utpote cum qui ad b e i qui ad e: atque circum eoſ- dem æquales angulos latera proportionalia, ſicut a b, ad b c, ſic d e ad e f. Dico ipſa triangu- la a b c et d e f fore æquiangula: et angulum b a c angulo e d f, atq; a c b, ipſi d f e reſponderiter co-æquari. Ad datam enim rectam lineam d e, datū- que illius punctum e, utrique æqualium qui ad b et e ſunt angulorum: æqualis angulus conſtituatur d e g, per vigefimamtertiam primi: et per eandem, ad pun- ctum d, ipſi angulo b a c: æqualis rurſum conſtituatur angulus e d g. Et quoniā duo anguli a b c et b a c, ſunt minores duobus rectis, per decimamſeptimam ip- ſius primi: erunt et ipſi anguli d e g et e d g binis iſdem rectis minores. Con- uenient ergo tandem d g et g rectæ in continuum productæ, per quintum po- ſulatum: ſit illarum concurſus in puncto g. Triangulum erit itaque d e g: et re- liquus angulus qui ad g, reliquo qui ad c æqualis, per tertiam communem ſentē- tiam, et ipſius trigefimæſecundæ primi corollarium. Aequiangula ſunt itaque a b c, et d e g triangu- la: et proinde latera ip- ſorū pportionalia, ſimiliſque rationis erūt quæ æqualibus angulis latera ſubte-nduntur, per quar- tā huius ſexti. Et ſicut igitur a b, ad b c: ſic d e ad e g. Sicut porro a b, ad b c: ſic per hypothe- ſin d e, ad e f. Et ſicut igitur d e ad e f: ſic ipſa d e ad e g: quæ enim eidem ſunt eadem ratio- nes, et adinuicem ſunt eadem, per undecimā quinti. Eadem itaque d e, ad ipſas e f et e g eandem habet rationem: æqualis eſt igitur e f ipſi e g, per nonā ipſius quinti.

Deductio the-
orematæ.



nes, et adinuicem ſunt eadem, per undecimā quinti. Eadem itaque d e, ad ipſas e f et e g eandem habet rationem: æqualis eſt igitur e f ipſi e g, per nonā ipſius quinti.

Quinti. His ita præstentis, quoniam æqualis est e f ipsi e g, utriusque autem comu-
 nis d e bina itaq; d e e f trianguli d e f, dua
 bus d e e g trianguli d e g, sunt æquales

Demonstrati-
 onis resolutio



altera alteri: et æquos adinvicem continent
 angulos, per constructionē. Basis ergo d f, basi
 d g est æqualis, et totū triangulū toti triangu-
 lo æquale: reliqui insuper anguli reliquis angu-

lis æquales sub quibus æqualia subtenduntur latera, per quartam primi. Æqualis
 est igitur angulus e d f ipsi e d g, atq; is qui ad f ei qui ad g, æqualis. Sed eidē
 angulo e d g, æqualis est per constructionē angulus b a c: eidem insuper qui ad g,
 is qui ad c itidem æqualis. quæ autem eidem æqualia, et adinvicem sunt æqualia
 per primā cōmūnem sententiā. Æquus est igitur angulus e d f, ipsi b a c: necnon
 et d f e, ipsi angulo a c b. Reliquū porro angulū d e f, reliquo a b c, ex hypothesi
 recepinus æqualem. Æquiāgula itaque sunt a b c et d e f triāgula: et æquales
 habent angulos, sub quibus eiusdem rationi. *Latere subtenduntur.* Ergo si bina
 triāgula: et quæ sequuntur triāgula. Quod demonstrare fuerat operæ pretium.

Θέωρημα 7, Πρόβλησις 7.

Εάν δύο τρίγωνα μία γωνίαν μὴ γωνίᾳ ἰσῶν ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλ-
 λας γωνίας, τὰς πλεονεξίας ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἰσότηταν ἔ-
 μμῆντοι ἰσάρονα ἢ μὴ ἰσάρονα ὁρθῆς: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, ὅ-
 ἴσας ἔσται τὰς γωνίας, περὶ αἷς ἀνάλογον εἰσὶν αἱ πλευραί.

Theorema 7, Propositio 7.

7 Si bina triāgula vni angulū vni angulo æqualē habuerint,
 circū autē alios angulos latera proportionalia, reliquorū
 verō vtrunque simul aut minore aut nō minore recto: æquian-
 gula erunt triāgula, & æquales habebunt angulos, circum quos
 proportionalia sunt latera.

ORONTIVS. Esint bina triāgula a b c et d e f, vni angulū vni angulo, utpo-
 te, cui ad a ei qui ad d æqualē habētia: et circū alios angulos, scilicet a b c et
 d e f, latera proportionalia, sicut quidē a b ad b c, sic d e ad e f: reliquorū porro
 qui ad c et f sunt angulorum, uterque primū sit recto minor. Aio a b c et d e f
 triāgula, fore æqui- ngula: et angulū a b c æquū esse angulo d e f, atque re-
 liquū a c b reliquo d e f e itidē æqualē. In primis enim, uel angulus a b c æqualis
 est angulo d e f, uel eidē in æqualis. si æqualis fuerit a b c ipsi d e f, reliquis a c b
 reliquo d e f, per corollarīū trigesimū secundū primi, et terciā cōmūnem sententiā
 am, erit æqualis. et proinde ipsa triāgula a b c et d e f æquiāgula. Quod si an-
 gulus a b c, non fuerit æqualis ipsi d e f: alter eorū, reliquo maior erit. Esto (si pos-
 sibile fuerit) a b c angulus, ipso d e f angulo maior: et ad datā rectā lineam a b, et

Prima theo-
 rematis, siue
 hypothesis
 pars.

et h. datum

Demōstratio
eiusdem pri-
mæ partis, ab
impossibili.

datū in ea punctū b: ipsi angulo d e f æqualis angulus constituatur a b g, per ui-
gesimā tertiam primi. producatūq; b g in latus a c: cum enim angulus a b c, datus
sit maior angulo d e f, cadet recta b g inter a b et b c latera. His ita cōstructis,
quoniam æqualis est angulus qui ad a ei qui ad d, et qui sub a b g ei qui sub d e f
æqualis: reliquus igitur angulus a g b, reliquo d e f
per corollarium 32. primi, et tertiam cōmune senten-
tiā erit æqualis. Et p̄de a b g triāguli, ipsi d e f
triāgulo æquiāguli. Hinc per quartā huius sexti
proportionalia erūt latera quæ circum æquales āgu-
los: sicut quidē d e ad e f, sic a b ad b g, sicut porro d e ad e f, sic receptū est a b ad
b c. Et sicut igitur a b ad b c, sic a b ad b g, per 11. quinti. Eadē itaq; a b, ad utrū-
q; ipsarū b c et b g, eādē habet rationem: æqualis erit igitur b c ipsi b g per 9. ip-
sius quinti. Hinc per 5. primi, angulus b c g, angulo b g c erit æqualis. Angulus
porro b c g, minor recto supposit⁹ est: et b g c propterea angulus, recto minor erit.

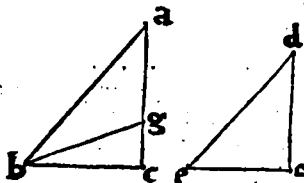
| a b . b c | d e . e f | a b . b g . |



Et quoniam angulus qui ad f recto minor est, et
ei æqualis est a g b, et b g c, vidē recto minor,
(uti nunc ostensū est) duo itaq; anguli b g c
b g c, à recta b g super a c incidente causari,
duobus rectis erunt minores: contra 13. primi.

Nō est igitur a b c angulus, maior angulo d e f. haud dissimiliter ostendetur, qd ne-
que minor. Æqualis igitur est angulus a b c, ipsi d e f. Hinc reliquus qui ad c, re-
liquo qui ad f (uti suprà) cōcludetur æqualis: et triāgula consequenter a b c, et
d e f, inuicē æquiāgula. Sed esto simul uterq;
eorū qui ad c et f sunt angulorū, nō minor re-
cto: hoc est, aut uterque rectus, uel uterq; recto
maior. si uterq; rectus existerit (cū recti omnes
per quartū postulatum sint adinuicem æqua-
les) statim cōcludetur propositionis intentum.

Secunda pars
theorematis,
siue hypothe-
sis differētia.



Quodd si uterque fuerit recto maior: aio nihilominus triāgula a b c, et d e f esse in-
uicē æquiāgula. Constructis nanque (ueluti suprà) figuræ partibus: haud dissimi-
liter ostendemus, b c atque b g, latera, esse inuicem æqualia: et angulum
propterea b c g, angulo b g c per quintam primi responderentur cœquari.
Et quoniam angulus b c g maior est recto: et eodem recto maior erit angulus
b g c. Trianguli itaque g b c, duo anguli b c g, et b g c binis rectis erunt maiores:
quod per decimā septimam primi est impossibile. Nō est igitur a b c angulus, ma-
ior angulo d e f: neque eodem angulo minor. Æqualis est propterea angulus a b c,
ipsi d e f: et reliquus a c b, reliquo d e f consequenter æqualis, ueluti suprà dedu-
ctum est. Æquiāgula sunt igitur a b c et d e f triāgula: et æquales habent
angulos, circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendū receperamus.

Θέωρημα π, Πρόβλησις π.

EΑν γὼ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τῷ βάσει
κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῷ καθέτῳ τριγῶνα ὁμοιάδῃ τοῖς τε
ἀλλῶ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema

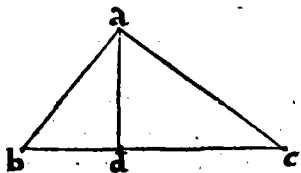
Theorema 8, Propositio 8.

8 **S**I in triangulo rectangulo, ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

ORONTIVS. *Uesto rectangulum triangulum a b c, habens angulū qui sub b a c rectum: & a dato puncto a, super datam rectam lineam b c perpendicularis deducatur a d, per duodecimam primi. Cadet enim huiusmodi perpendicularis, intra datum a b c triangulum: ipsumque in bina diuidet triangula. Si enim incideret extra, producto b c latere usque ad ipsam perpendicularem, triangulum efficeretur, cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimam sextam primi. Neque in alterutrum laterum aut a b, ut a c poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores, contra eiusdem primi decimam sextam. Cadit igitur intra a b c triangulum. Aio itaque a b d & a d c triangula, toti a b c, atque inuicem fore similia. ¶ In primis quod triangulum a b d, simile sit toti a b c: in hunc ostenditur modum. Angulus enim a d b, æquus est angulo b a c, per quartum postulatū, nempe rectus recto: & angulus qui ad b, utrique triangulo communis. Ergo reliquus a c b, reliquo b a d, per corollarium trigesimalsecundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Aequiangula sunt itaque a b c & a b d triangula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, per quartam huius sexti. Sicut igitur b c ad c a, trianguli a b c: sic b a ad a d, trianguli a b d. sicut præterea c a ad a b, ipsius a b c trianguli: sic a d ad d b, ipsius a b d trianguli. sicut denum c b ad b a, eiusdem trianguli a b c: sic a b ad b d, eiusdem trianguli a b d. simile est itaque triangulum a b d, toti a b c triangulo, per primam huius sexti diffinitionem. ¶ Haec dissimili uia ostendemus, c, simile sit a*

Nota de casu
Ipsius perpẽ
dicularis.

Quod trian
gulum a b d,
simile sit toti
a b c.



Quod eidem
triangulo a b
c, simile sit a

triangulū a d c, ipsi toti a b c fore simile. Rectus enim angulus a d c, recto b a c, d c triangulum per quartum æquatur postulatū: & is qui ad c est angulus, utrique rursus triangulo communis. reliquus ergo d a c angulus, reliquo a b c (ueluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaque sunt a b c & a d c triangula. Hinc per quartam huius sexti, proportionata erunt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b c ad c a, trianguli a b c: sic a c ad c d, trianguli a d c. sicut rursus c a ad a b, ipsius a b c trianguli: sic c d ad d a, ipsius a d c trianguli. sicut præterea c b ad b a, eiusdem trianguli a b c: sic c a ad a d, eiusdē trianguli a d c. simile est igitur, a d c triangulum, toti a b c: per eandem primam diffinitionem huius sexti. ¶ Reliquum est, demonstrare quod ipsa a b d & a d c triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus, haud difficile colligimus. Angulus enim b a d, angulo qui ad c præostensus est æqualis: & is qui ad b, ipsi d a c, reliqui autem sunt recti, utpote a d b & a d c anguli: & proinde æquales adinuicem, per idem quartum postulatū. Aequiangulum est itaque lia. a b d triangulum, ipsi triangulo a d c. Et sicut igitur a c ad c d, sic b a ad a d.

& iij. sicut

GEOMET. ELEMENT.

sicut præterea $c d$ ad $d a$, sic $a d$ ad $d b$, sicut denum $c a$ ad $a d$, sic $a b$ ad $b d$. Proportionalia namque sunt latera, quæ circum æquales angulos: per sæpius allegatam quartam huius sexti. Triangula itaque $a b d$ & $a d c$, similia sunt adinuer- cem: per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangu- lo, ab angulo recto: &c. ut in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

¶ Corollarium.

¶ Et quoniam ostensum est sicut $c d$ ad $d a$, sic $a d$ ad $d b$: sicut insuper $c b$ ad $b a$, sic $a b$ ad $b d$: sic utque $b c$ ad $c a$, sic $a c$ ad $c d$. Proinde manifestum est, quod in tri- angulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpendicularis, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta: & unumquodque præterea laterum rectum continentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum, quod cum ipso congregitur latere.

Πρόβλημα α, Πρόβσις θ.

Τῆς δοθείσης ὑπεύθυας, τὸ προσκεχθὲν μέρος ἀφελῆν.

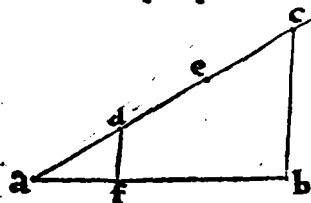
Problema 1, Propositio 9.

Ata recta linea, ordinatam partem abscindere.

Ordinata
pars quid.

DORONTIVS. Ordinatam partem hic uocat euclides, quæ ab ordi- nato aliquo denominatur numero, & quæ pars integræ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmetici: uti secunda siue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipso quaternario numero denominatur. sit igitur data linea recta $a b$: à qua sit operæ rectum ordinatam aliquam, ut po- te tertiā abscindere partem. A dato itaque puncto a , recta quedam linea produ- catur $a c$, contingentem qui sub $b a$ cum eadem efficiens angulum. Ipsius porro $a c$ liberum aliquod punctum versus a suscipiatur: sitque illud d . Secentur deinde

Problematis
executio



ipsi $a d$ æquales $d e$ & $e c$, per tertiā primi: & connectatur recta $b c$, per primum postu- latum. Tandem per punctum d , ipsi $b c$ paral- lela ducatur $d f$, per trigessimā primam eius- dem primi. Triangulum est itaque $a c b$, & ad latus $c b$ acta est parallela $d f$ fecat igitur $d f$, ipsius trianguli latera pportionaliter, per secū- dā hui⁹ sexti, sicut quidē $c d$ ad $d a$, sic sic $b f$ ad $f a$. Et à cōposita igitur ratione, si- cut $c a$ ad $a d$, sic $b a$ ad $a f$: per decimā octauā quinti. Tripla est autē $c a$ ipsius $a d$: & $a b$ igitur ipsius $a f$ itidem erit tripla, & proinde $a f$ tertia pars ipsius $a b$. Da- ta itaque recta linea $a b$, ordinatam partem (nempe tertiā) abscidimus. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα β, Πρόβσις ι.

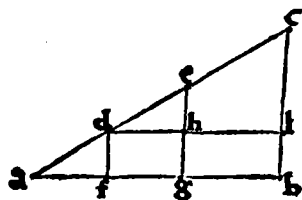
Τῆς δοθείσης ὑπεύθυας αἱ μῆτοι, τὴν δοθείσαν ὑπεύθυαν τὴν μὲν ὅλην ὁμοίως τμήν.

Proble-

Problema 2, Propositio 10.

10 **D** Atam rectam lineam non sectam, datæ rectæ linæ sectæ similiter secare.

O R O N T I V S. Ut rursum a b data et infecta linea recta, a c uerò utcumque secta in punctis d et e. Cōponantur autē a b et a c datæ rectæ linæ, ad cōtingentem angulū qui sub b a c: et cōnectatur recta b c, per primū postulatū. Per puncta cōsequenter d et e, ipsi b c, parallelæ ducantur rectæ linæ d f et e g: itidem et per punctū d, ipsi a b parallela ducatur d h l, per trigessimā primā primi, diuidens e g in puncto h. Parallelogrāma sunt itaque, d g et h b: et æqualis propterea



fg ipsi d h, et g b ipsi h l, per trigessimā quartā primi. His ita præmissis, quoniā triāguli ostensio. a e g, ad latus e g acta est parallela d f: secat igitur d f ipsius triāguli latera proportionaliter, per secundā huius sexti. Et sicut igitur a d ad d e, sic a f ad f g. Insuper quoniā triāguli d c l, ad latus c l acta est parallela e h: sit rursum per eandē secundā huius sexti, sicut d e ad e c, sic d h ad h l. Ipsi uerò d h æqualis ostensio est f g, atque ipsi b l æqualis g b. Aequales porro ad easdē, eandē habent rationē, et eadē ad æquales: per septimā quinti. Sicut itaque d e ad e c, sic f g ad g b. Præostensum est autē, sicut a d ad d e, sic a f ad f g. Et sicut igitur a d ad d e, sic a f ad f g: sicutque d e ad e c, sic f g ad g b. Data ergo linea infecta a b datæ rectæ linæ utcumque sectæ a c, similiter secatur. Quod faciendū receperamus.



Πρόβλημα γ,

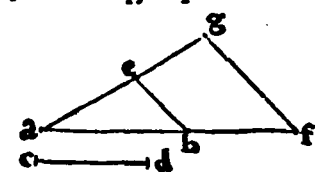
Πρόδοσις. ιε.

Υποδοσῶν ἑνὸς ὧν, ἕτερον ἀνάλογον προσενεῖν.

Problema 3, Propositio 11.

11 **D** Vabuis datis rectis lineis, tertiā proportionalē inuenire.

O R O N T I V S. Ut sint datæ binæ rectæ linæ, a b et c d: quibus tertiā oporteat inuenire proportionalem. Ad datum itaque punctum a, datæ rectæ lineæ a c, æqualis recta linea ponatur a e, per secundam primi, contingentem figuræ, qui sub e a b efficiens angulum. Et ipsis a b et a e in continuum rectūque ad, f et g puncta productis: utrique ipsarum c d et a e æqualis abscondatur b f, per tertiā ipsius primi: cōnectanturque recta b c, per primum postulatū. Per



trigessimā deinde primā eiusdem primi: per datum punctum f, ipsi b c parallela ducatur f g, conueniens cum a e ad punctum g. Conuenient enim tandem per quintum postulatū: propterea quod anguli e a b et a b c triāguli a e b, sunt per decimā septimā primi binis

rectis minores, et ipsi angulo a b c interior, et ad easdē partes qui ad f per uigessimā nonā ipsius primi æqualis. His ita constructis, quoniā triāguli a g f ad latus f g acta est parallela b c: secat igitur b c ipsius a g f triāguli latera proportionaliter, per secundā huius sexti: sicut quidem a b ad b f, sic a e ad e g. Aequalis porro est c d utrique ipsarum a e et b f, per constructionem.

et

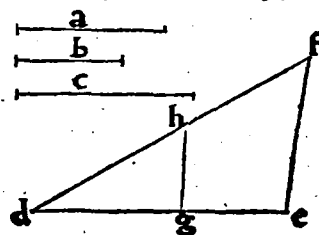
¶ æquales ad eandē, eādē habent rationem, ¶ eadē ad æquales, per septimā quinti. Et sicut igitur a b ad c d , sic eadē c d ad e g . Datis itaque binis rectis lineis a b ¶ c d , tertia proportionalis inuenta est e g . Quod oportuit fecisse.

Τριῶν δοθέντων ἐνθέντων, τετάρτῳ ἀνάλογον προστερεῖν.
 Problema 4, Propositio 12.

Tribus datis rectis lineis, quartam proportionale inuenire.

Figuræ præparatio.

Demonstrationis resolutio



ORO NTI VS. ¶ Sint datae tres lineæ rectæ a , b , c , quibus oporteat quartā inuenire proportionalem. Constituatur itaque binæ quædam rectæ lineæ d e , atq; d f contingenter qui sub e d f angulū efficiētes. seceturq; per tertiā primī, ipsi a æqualis d g , ipsi uerō b æqualis g e , et ipsi c æqualis d h . Et cōnexa g h , per primū postulatū: ducatur e ipsi g h parallela, per trigessimā primā ipsius primī. Per secundū tādē postulatū ipsæ d h ¶ e f in cōtinuum rectūmq; producat: donec cōueniāt ad punctū f . Cōcurrent enim tādē: quæadmodū ex præcedenti potes elicere demonstratiōne. His in iunc modū præparatis, quoniā triāgulum est d f e , et ad latus e f acta est parallela g h : proportionalia itaque sunt reliquorū laterū segmenta, per secundam huius sexti, sicut d g ad g e , sic d h ad h f . Ipsi porro d g æqualis est a , ¶ b ipsi g e , atque c ipsi d h æqualis, per constructionem. Æquales autem, ad eandē eandē habēt rationem, ¶ eadē ad æquales, per septimā quinti. Et sicut igitur a ad b , sic c ad h f . Tribus itaq; rectis lineis datis, a , b , c : quartam inuenimus proportionalem h f . Quod faciendum fuerat.

Πρόβλημα 4, Πρόδοσις. 12.

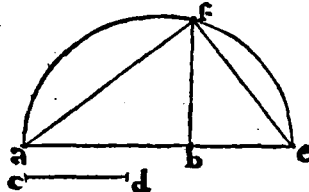
Δύο δοθέντων ἐνθέντων, μέσλῳ ἀνάλογον προστερεῖν.

Problema 5, Propositio 13

Duobus datis rectis lineis, mediā proportionale inuenire.

Constructio figuræ.

ORO NTI VS. ¶ Sint datae binæ rectæ lineæ a , b ¶ c d : inter quas receptum sit, mediam inuenire proportionalem. Producat ergo altera earum, utpote a b in rectum ¶ cōtinuum uersus e , per secundum postulatū: ¶ abscindatur b e ipsi c d æqualis, per tertiā primī. Et diuisa a e bisariā, per decimā ipsius primī: describatur ad alterutrius partis interuallum semicirculus



Summaria problematis ostensio.

a f e , per tertiū postulatū. A pūcto deniq; b , perpendicularis excitetur b f , per undecimā primī: ¶ cōnectantur a f ¶ f e lineæ rectæ, per primū postulatū. His cōstructis, quoniā triāguli a f e angulus qui ad f est in semicirculo, is ppter ea rect⁹ est, per trigessimā primā tertiū. Rectangulū est itaq; a f e triāgulū, ¶ ab angulo recto qui ad f in basin a e perpendicularis demittitur f b : est igitur ipsa perpendicularis f b , media proportionalis interea b ¶ e e ipsius basis.

basis segmenta, per primam partem corollarij octauæ huius sexti. Est igitur ut $a b$ ad $b f$, sic $b f$ ad $b e$. Ipsi porro $b e$ æqualis est $c d$, per constructionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimā quinti. Et sicut igitur $a b$ ad $b f$, sic $b f$ ad $c d$. Binis itaq; rectis lineis datis, $a b$ & $c d$, media proportionalis inuenta est $b f$. Quod oportebat facere.

Θεώρημα θ, Πρόβλεσις ιδ.

Τὸν ἴσων τε καὶ μίαν μὲν ἴσων ἔχοντων γωνιῶν παραλληλογράμμων, ἀντιστοιχόντων αἱ πλευραὶ αἱ πρὸς τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὅν παραλληλογράμμων, μίαν μὲν ἴσων ἔχοντων γωνιῶν, ἀντιστοιχόντων αἱ πλευραὶ πρὸς τὰς ἴσας γωνίας, ἴσες δὲ καὶ ἐκείνα.

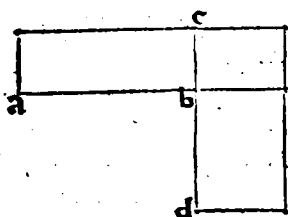
Theorema 9, Propositio 14.

14

A Equalium & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sūt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Sint bina parallelogramma inuicem æqualia, $a b c$, & $d b e$, angulum qui sub $a b$ & $b c$, ei qui sub $d b$ & $b e$ continetur æqualem habentia. Dico ipsorum parallelogrammorum $a b c$ & $d b e$ latera, quæ circum æquales angulos, fore reciproce proportionalia: sicut quidem $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. Constituatur enim $a b$ & $b e$ latera in directum: hoc autem fiet, cum anguli $a b c$ & $c b e$ fuerint æquales duobus rectis, per decimam quartam primi. In directum quoque tunc erit $d b$ ipsi $b c$, per eandem propositionem: anguli enim $d b e$ & $c b e$, binis itidem rectis, per primam & secundam communem sententiam, erunt æquales. Compleatur tandem $c b e$ parallelogrammum: productis in continuum rectumque datorum parallelogrammorum lateribus, per secundum postulatū. Cum igitur $a b c$ parallelogrammū, æquale sit per hypothesein ipsi $d b e$ parallelogrammo, & $c b e$ aliud quoddam utriusque comparabile parallelogrammum: erit proinde

Pars prima
theorematis.



de ut $a b c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c b e$, sic parallelogrammum $d b e$ ad idem $c b e$ parallelogrammum. Aequales enim magnitudines, ad eandem magnitudinem eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut porro $a b c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c b e$, sic per primā huius

Eiusdē primæ
partis ostē sio

sexti, basis $a b$ ad basin $b e$: sub eadē enim sūt altitudine, ipsa $a b c$ & $c b e$ parallelogramma. Et sicut igitur basis $a b$, ad basin $b e$: sic per undecimam quinti, $d b$ & $b e$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c b e$. Sicut rursum

per eandem primam huius sexti, $d b e$ parallelogrammū, ad ipsum parallelogrammum $c b e$: sic basis $b d$, ad basin $b c$. Et sicut igitur per ipsam undecimā quinti.

ti, $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. Datorum itaque parallelogrammorum $a b c e$

$| a v. b c | d b e. c b e | d b b c |$

$d b e$, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundā huius sexti definitionem. Sed isto ut qui ad b sunt anguli æquales sint adinvicem, et circum eodem æquales angulos latera reciproce proportionalia, sicut $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. Aio uersa uice, quod $a b c$ parallelogrammum, æquum est ipsi $d b e$ parallelogrammo. Receptum est enim ex hypothesi, ut $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. sed sicut $a b$, ad $b e$: sic per primam huius sexti, parallelogrammum $a b c$, ad $c b e$ parallelogrammum. Et sicut igitur $a b c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c b e$: sic per undecimam quinti, $d b$ ad $b c$. sicut uersum $d b$, ad $b c$: sic per eandem primam huius sexti, parallelogrammum $d b e$, ad $c b e$ parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam undecimam quinti, $a b c$ parallelogrammum, ad $c b e$ parallelogrammum: sic parallelogrammum $d b e$, ad idem $c b e$ parallelogrammum. Vtrunque igitur $a b c$ et $d b e$ parallelogrammum, ad idem parallelogrammum $c b e$ habet eandem rationem: æquum est itaque $a b c$ parallelogrammum, ipsi $d b e$ parallelogrammo, per nonā ipsius quinti. Aequalium igitur, et unū uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum: et quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

Secunda pars
theorematis,
conuersa pri-
mæ.

portionalia, sicut $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. Aio uersa uice, quod $a b c$ parallelogrammum, æquum est ipsi $d b e$ parallelogrammo. Receptum est enim ex hypothesi, ut $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. sed sicut $a b$, ad $b e$: sic per primam huius sexti, parallelogrammum $a b c$, ad $c b e$ parallelogrammum. Et sicut igitur $a b c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c b e$: sic per undecimam quinti, $d b$ ad $b c$. sicut uersum $d b$, ad $b c$: sic per eandem primam huius sexti, parallelogrammum $d b e$, ad $c b e$ parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam undecimam quinti, $a b c$ parallelogrammum, ad $c b e$ parallelogrammum: sic parallelogrammum $d b e$, ad idem $c b e$ parallelogrammum. Vtrunque igitur $a b c$ et $d b e$ parallelogrammum, ad idem parallelogrammum $c b e$ habet eandem rationem: æquum est itaque $a b c$ parallelogrammum, ipsi $d b e$ parallelogrammo, per nonā ipsius quinti. Aequalium igitur, et unū uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum: et quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

$| a b c. c b e. | a b. b e | d b b c |$

$| a b c. c b e. | d b b e | d b e. c b e |$

$| a b c. c b e. | d b b e | d b e. c b e |$

$| a b c. c b e. | d b b e | d b e. c b e |$

$| a b c. c b e. | d b b e | d b e. c b e |$

$| a b c. c b e. | d b b e | d b e. c b e |$

$| a b c. c b e. | d b b e | d b e. c b e |$

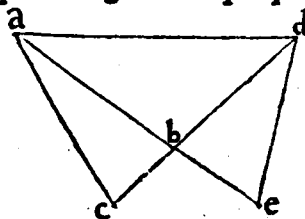
parallellogrammum, ad idem parallellogrammum $c b e$ habet eandem rationem: æquum est itaque $a b c$ parallellogrammum, ipsi $d b e$ parallellogrammo, per nonā ipsius quinti. Aequalium igitur, et unū uni æqualem habentium angulum parallellogrammorum: et quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα 10, Πρόpositio 15.

Tὁ ἴσος καὶ μίαν μὲν ἰσὺν ἔχοντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπὸν θασιν αἱ πλευραὶ αἰ ποδὶ τὰς ἰσὰς γωνίας· καὶ ὅλη μίαν μὲν ἰσὺν ἔχοντων γωνίαν ἀντιπεπὸν θασιν αἱ πλευραὶ αἰ ποδὶ τὰς ἰσὰς γωνίας, ἴσα δὲ καὶ ἔσονται. Theorema 10, Propositio 15.

Aequalium & vnum vni æqualē habentium angulum triangulorum, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circū æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.

Prima theore-
matis pars.



ORONTIUS. Sint bina et inuicem æqualia triângula $a b c$ et $d b e$, angulum qui sub $a b$ et $b c$, ei qui sub $d b$ et $b e$ continetur æqualē habentia. Dico latera ipsorum $a b c$ et $d b e$ triangulorum, quæ circū eodem æquales sunt angulos, fore reciproce proportionalia: sicut quidem $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. Collocetur enim $a b$ et $b e$ latera in directū, et $d b$

ipsi $b c$: quemadmodum præcedenti demonstratione, ex decimaquarta primi, de parallelogramorum deductum est lateribus. Connektatur dimidium recta $a d$, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesein, æquum est $a b c$ triangulum, ipsi triangulo $d b e$: et $a b d$ aliud quoddam utriusque comparabile triangulum. Et sicut igitur $a b d$ triangulum ad triangulum $a b c$, sic idem triangulum $a b d$ ad triangulum $d b e$: eadem enim magnitudo, ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti. sicut porro triangulum $a b d$ ad triangulum $d b e$, sic per primam huius sexti, $a b$, ad $b e$. Et sicut igitur per undecimam quinti, $a b$ ad $b e$, sic $a b d$ triangulum ad

$$| a b d . a b c | a b d . d b e | a b . b e |$$



triangulum $a b c$. Rursum, ut triangulum $a b d$ ad triangulum $a b c$, sic per eandem primam huius sexti, $d b$ ad $b c$. Ergo sicut $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$, per ipsam undecimam quinti.

Triangulorum itaque $a b c$ et $d b e$, latera quæ circum æquales angulos reciproce sunt proportionalia: per secundam huius sexti definitionem. Et sed receptum sit, angulos qui

$$| a b . b e | a b d . a b c | d b . b c |$$



$a d b$ fore inuicem æquales, et quæ circum conuersa præceduntur. Pars secunda;

idem æquales angulos: latera reciproce proportionalia: sicut $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad

$$| a b d . d b e | a b . b c | d b . b c |$$



$b c$. Aio quod $a b c$ triangulum, æquum est ipsi $d b e$ triangulo. Est enim ex hypothese, sicut $a b$ ad $b e$, sic $d b$ ad $b c$. sed sicut $a b$ ad $b c$, sic $a b d$ triangulum ad triangulum $d b e$, per primam huius sexti. Et sicut igitur $d b$ ad $b c$, sic per undecimam quinti, $a b$ ad

$$| a b d . a b c | d b . b c | a b d . d b e |$$



$b c$: sic per undecimam quinti, $a b d$ triangulum, ad triangulum $d b e$. sicut rursum $d b$ ad $b c$, sic triangulum $a b d$ ad triangulum $a b c$, per sæpius allegatam primam huius sexti. Et proinde, sicut $a b d$ triangulum, ad triangulum $a b c$: sic per

undecimam ipsius quinti, idem $a b d$ triangulum, ad triangulum $d b e$. Ad quas porro magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationem: ipsæ per unam eiusdem quinti, sunt æquales. Acquum est igitur $a b c$ triangulum, ipsi triangulo $d b e$. æqualium itaque et unum unum æqualem habentium angulum, et c . ut in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα ιε, Πρόβλησις ιε.

Εὰν τρεῖς ἑνθεταὶ ἀνάλογον ᾦσι, το ὑπὸ τῶν ἀκρῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογώνῳ. Ἐὰν το ὑπὸ τῶν ἀκρῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογώνῳ, αἱ τρεῖς ἑνθεταὶ ἀνάλογον ἔσονται. Theorema 11, Propositio 16.

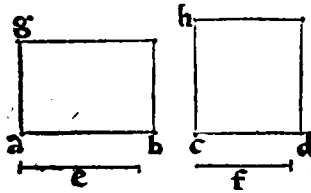
16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei, quod

Ad ij

sub mediis continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum, æquum fuerit ei, quod sub mediis continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

Primæ partis demonstratio.

ORONTIVS. Sint datæ quatuor rectæ lineæ discontinuè proportionales, a, b, c, d, e, f sic ut a ad b sic c ad d , sic e ad f . Aio quod sub extremis a, b et c, d comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub mediis c, d et e, f continetur rectangulo. A datis enim punctis a, b, c, d, e, f datarum linearum a, b, c, d , perpendiculares excitentur a, g et c, h , per undecimam primæ: seceturque a, g æqualis ipsi f , et c, h æqualis ipsi e , per tertiam primæ propositionem: et ductis utrinque parallelis, per trigessimam eiusdem primæ, compleantur g, b, e, h, d parallelogramma. Et quoniam receptum est ut a ad b sic c ad d , sic e ad f . Ipsi porro e æqualis est c, h , et ipsi f æqualis a, g , per constructionem: et æquales ad eandem, eandem habent rationem, per septimam quinti. Est igitur ut a ad b sic c ad d , sic e ad f . Parallelogrammorum itaque g, b, e, h, d , latera quæ circum æquales sunt angulos (utpote rectos qui ad a et c) reciproce sunt proportionalia. Aequum est proinde g, b parallelogrammum, ipsi h, d parallelogrammo, per secundam partem decimæ quartæ propositionis huius sexti. Est autem g, b parallelogrammum id quod sub a, b et f , parallelogrammum uero h, d id quod sub c, d et e continetur rectangulum: æqualis enim c, h ipsi e , et a, g ipsi f , per constructionem. Comprehensum itaque sub extremis a, b et f rectangulum, ei quod sub mediis c, d et e continetur rectangulo, est æquale. Est nunc ut ipsum g, b sub extremis comprehensum rectangulum æquum sit h, d rectangulo, quod sub mediis c, d et e continetur. Dico uersa uice, quatuor ipsas rectas lineas fore inuicem proportionales. Eadem nanque manente constructione, quoniam g, b est id quod sub a, b et a, g , ipsum uero h, d id quod sub c, d et c, h continetur rectangulum, per primam diffinitionem secundi: et ipsi c, h , atque ipsi a, g , per constructionem æquales. Est itaque g, b id quod sub a, b et f , necnon e, h, d id quod sub c, d et e comprehenditur rectangulum. Sed id quod sub a, b et f comprehenditur rectangulum, æquum est ei per hypothesein quod sub c, d et e continetur rectangulo. Aequum est igitur g, b rectangulum, ipsi rectangulo h, d : et angulus qui ad a angulo qui ad c æqualis, per quartum postulatium, nempe rectus recto. Aequalium porro et unum uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum, reciproci sunt latera quæ circum æquales angulos, per primam partem ipsius decimæ quartæ huius sexti. Et sicut igitur a, b ad c, d sic e, h ad a, g . Ipsi porro c, h æqualis est e , et ipsi a, g , per ipsam constructionem: æquales præterea ad eandem, eandem habent rationem, et eadem ad æquales, per septimam quinti. Est igitur ut a, b ad c, d sic e ad f . Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est



Secundæ partis conuersæ prioris, ostensio.

est ei quod sub medijs, & e converso. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα ιβ, Πρόβιςις. ιζ.

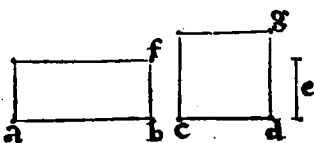
ΕΑν τρεῖς ἐνθεῖαι ἀνάλογον ᾧσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ποτεχομένην ὁρθογώνιον, ἵσον ᾗ τὸ ὑπὸ τῶν μέσων τετραγώνῳ, ἢ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ποτεχομένην ὁρθογώνιον, ἵσον ᾗ τὸ ὑπὸ τῶν μέσων τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς ἐνθεῖαι ἀνάλογον ἔχονται.

Theorema 12, Propositio 17.

17 **S**I tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod à media fit quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media fit quadrato: ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

ΟΡΟΝΤΙ V S. Ἐσιντ τρεῖς rectæ lineæ continuæ proportionales a, b, c, d , & Pars prima theorematis.
εἰς: sicut $a b$ ad $c d$, sic $c d$ ad e . Dico quòd sub $a b$ & e comprehensum rectangulum, æquum est ei quod à media $c d$ fit quadrato. Describatur enim ex $a b$ & $b f$ quæ sit æqualis ipsi e , rectangulum $a f$, per undecimam, & tertiā,

atque trigessimam primam primi: ex $c d$ uero, quadratum $c g$, per ipsius primi quadragesimam sextam. Aequalis erit igitur $d g$, ipsi $c d$, per ipsius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut igitur $a b$ ad $c d$, sic $d g$ ad e . Quatuor itaque rectæ



lineæ a, b, c, d, g, e , sunt discontinuæ proportionales. Cōprehensum ergo sub extremis rectangulum, æquum est ei quod sub medijs rectangulo continetur: per primam partem antecedētis decimæ sextæ propositio-

nis. Sed rectangulum $a f$, est id quod sub $a b$ & e , nam $b f$ est æqualis ipsi e , per constructionem: rectangulum autem $c g$, id quod ex $c d$ quadratum.

Quod igitur sub extremis $a b$ & e comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod à media $c d$ fit quadrato. Sed detur, ut id quod sub $a b$ & e conti-

netur rectangulum, æquum sit ei quod ex $c d$ fit quadrato. Aio responderet fore sicut $a b$ ad $c d$, sic $c d$ ad e . Eisdem nanque ueluti suprā cōstructis: quo-

niam id quod sub $a b$ & e continetur rectangulum, æquum est ei per hypothe-

sin quod ex $c d$ fit quadrato. Sed ei quod sub $a b$ & e continetur rectangulo, æquum est rectangulum $a f$ (æqualis siquidē est $b f$ ipsi e , per constructionem)

& $c g$, id quod ex $c d$ fit quadratum. Aequum est igitur $a f$ rectangulū, ipsi qua-

drato $c g$. Quadratum porro $c g$, sub duabus rectis lineis $c d$ & $d g$, per primā diffinitionem secundæ continetur. Quatuor itaque sunt rectæ lineæ $a, b, c, d, d g$, & $b f$: & quod sub extremis $a b$ & $b f$ rectangulum continetur, æquum est

ei quod sub medijs $c d$ & $d g$ comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque sunt eadem quatuor rectæ lineæ, per secundam partem ipsius antecedētis decimæ sextæ propositio-

nis: sicut $a b$ ad $c d$, sic $d g$ ad $b f$. Sed e ipsi $b f$, per

Ad iij

constructionem est æqualis: & c d ipsi d g, per quadrati diffinitionē. Aequales porro ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimā quinti. Est igitur ut a b ad c d, sic eadē c d ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint, & c. ut in theoremate. Quod demonstrandum receperamus.

Πρόβλημα 5, Πρόθεσις 18.

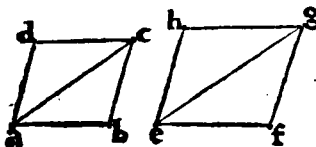
Από τῆς δόσεως ἐνθάδε, τῶν δὲ δοθέντων ἐκσυγγραμμῶν ὁμοίων τε καὶ ὁμοίων καὶ μόνον ἐκσυγγραμμῶν ἀναγράψαι.

Problema 5, Propositio 18.

Data recta linea, dato rectilineo simili, similiterque pos- 18
situm rectilineum describere.

Descriptio
propositi res-
ctilinei.

ΑΡΟΝΤΙΥΣ. Sit datum rectilineū a b c d, data uero linea recta e f, ex qua, uel super quā oporteat ipsi a b c d rectilineo simile similiterq; positiū describere rectilineū. Cōnectatur itaq; a c recta, per primū postulātū. Et ad datā rectā lineā e f, & data illius puncta e & f: datis angulis c a b & a b c, æquales per uigesimamtertiam primi cōstituātur anguli, g & f quidem ipsi c a b, & e f ipsi a b c. Et quoniam anguli c a b & a b c, per decimamseptimā primi, sunt minores duobus rectis: & ipsi quoque anguli g e f & e f g, binis itidem rectis sunt minores: concurrent ergo tandem e g & f g in continuum rectūque productæ, per quintum postulatum, conueniant itaque ad punctum g. Reliquus igitur angulus e g f, reliquo a c b, per collatium trigesima secundæ primi, & tertiam communem sententiam erit æqualis. Aequiangulum est propterea e f g triangulum, ipsi a b c triangulo. Ad datam rursum lineam rectam e g, & data illius puncta e & g, datis angulis d a c & a c d, æquales anguli per eandem uigesimamtertiam primi constituuntur, h & g quidem ipsi d a c, & e g h ipsi a c d. & producantur e b, & g h, per secundū postulatum: donec (ueluti priores) congregiantur ad punctum h. Erit itaque reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d consequenter æqualis: & proinde e g h triangulum, ipsi a c d triangulo æquiangulum. Aequiangulū insuper est e f g triangulum, ipsi triangulo a b c. Aequiangulorum porro triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, per quartam huius sexti. Est igitur ut a b ad b c, sic e f ad f g, sicut insuper b c ad a c, sic f g ad e g, sicut præterea a c ad c d, sic e g ad g h. Et ex æquali igitur, per uigesimamsecundam quinti, sicut b c ad c d, sic f g



Problematis
ostensua res-
olutio.

| b c. a c. c d. | f g. e g. g h. | ad g h. Rursum est sicut c d ad d a, sic g h ad h e: & sicut d a ad a c, sic b e ad e g: sicutque a c ad a b, sic e g ad e f. Et ex æquali rursum, per eandem uigesimamsecundam quinti, sicut d a ad a b, sic b e ad e f. Et quoniam angulus g e f, angulo c a b est æqualis, & h e g ipsi d a c: totus propterea angulus h e f, toti d a b, per secundam communem sententiam æqualis est. Et proinde totus f g h, toti b c d respondententer æqualis. Angulus porro qui ad f, angulo qui ad

$|d a, a c a b. | h e, e g e f.$ $b: \text{et reliquus qui ad } b, \text{reliquo qui ad } d \text{ æ}$
 $\text{qualis ostensus est. Aequiangulum est itaq;}$
 $e f g h \text{ rectilineum, ipsi rectilineo } a b c d. \text{ Pao}$
 $\text{tuit, quod } \text{et latera quæ circum æquales}$
 $\text{sunt angulos, cum eodem habet proportiona-}$

lia: sicut $a b$ ad $b c$, sic $e f$ ad $f g$: sicut item $b c$ ad $c d$, sic $f g$ ad $g h$: $\text{et sicut } c d$
 $\text{ad } d a$, sic $g h$ ad $h e$: sicut denique $d a$ ad $a b$, sic $h e$ ad $e f$. simile est itaque
 $\text{rectilineum } e f g h$, ipsi rectilineo $a b c d$, atque similiter positum: per primam
 $\text{huius sexti diffinitionem. Super data igitur recta linea } e f, \text{ dato rectilineo } a b c d,$
 $\text{simile similiterque positum rectilineum descriptum est } e f g h. \text{ Quod fecisse o}$
 portuit.

Θεώρημα ιγ, Πρόβσις ιδ.

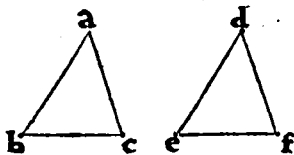
Τὰ ὁμοία τρίγωνα, πρὸς ἀλλήλα ὡς διπλασίωνι λόγῳ ὅτι τῶν ὁμοίων λόγῳ πλεονῶν.

Theorema 13, Propositio 19.

19 Similia trianguia, adinuicem in duplo maiore sunt ratione laterum similis rationis.

ORONTIVS. ¶ Sint bina et similia, hoc est æquiangula et propor-
 $\text{tionalium laterum trianguia, } a b c \text{ et } d e f$: habentia angulum qui ad b æqualē
 $\text{angulo qui ad } e$, $\text{et sicut } a b$ ad $b c$, sic $d e$ ad $e f$. Dico triangulum $a b c$ ad
 $\text{triangulū } d e f$ duplo maiore habere rationē, quā $\text{latus } b c$ ad $\text{latus } e f$: hoc est, Prima ostens
 tionis differē

quā ratio ipsius $a b c$ triaguli ad triagulū $d e f$, ex ratione lateris $b c$ ad latus
 $e f$ per seipsam multiplicata consurgit. In primis itaque, quā $b c$ est æqualis ipsi
 $e f$, aut inæqualis. Si æqualis, erit sicut $a b$ ad $e f$, sic $d e$ ad $b c$. æ-



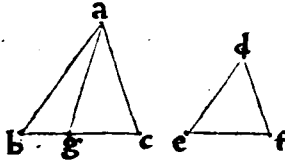
quales enim ad eandem, eandem habent ra-
 $\text{tionem, et eadem ad æquales per septimam}$
 $\text{quinti. Et proinde trianguia } a b c \text{ et } d e$
 f , habebunt unum angulum uni angulo æ-

qualem: $\text{et quæ circum æquales angulos la-}$
 $\text{tera reciproce proportionalia. Aequum eo}$
 $\text{rit itaque triangulum } a b c \text{ ipsi triangulo } d e f$, per secundam partem de-
 $\text{cimæ quintæ huius sexti: sicuti } \text{et basis } b c$, basi $e f$. Atqui ratio æqualitatis
 $\text{eorundem triangulorum, ex ipsa ratione æqualitatis laterum } b c \text{ et } e f$ du-
 $\text{plicata, id est, per seipsam multiplicata consurgit. Quantitates enim duarum ra-}$
 $\text{tionum æqualitatis, per quintam diffinitionem huius sexti inuicem multiplicas}$
 $\text{tæ: restituant æqualitatis iidem quantitatem. ¶ At si } b c \text{ fuerit inæqualis ip-}$
 $\text{si } e f$, altera earum erit maior. Esto $b c$, ipsa $e f$ maior: $\text{et ipsis } b c \text{ et } e f$, tertia de ostensionis
 $\text{suscipiatur proportionalis } b g$, per undecimā huius sexti: sicut $b c$ ad $e f$: sic $e f$ ad g .
 $\text{¶ Et si } b c$ fuerit inæqualis ipsi $e f$, tertia de ostensionis
 $\text{suscipiatur proportionalis } b g$, per undecimā huius sexti: sicut $b c$ ad $e f$: sic $e f$ ad g .
 $\text{¶ Cum enim } b c$ ma-
 $\text{ior sit } e f$, multo maior erit igitur ipsa $b g$: poteris itaque $b g$ secari ab eas-
 $\text{dem } b c$. Et quoniam est ut $a b$ ad $b c$, sic $d e$ ad $e f$: et permutatim
 $\text{igitur, per sedecimā quinti, sicut } a b$ ad $d e$, sic $b c$ ad $e f$. sicut porro $b c$ ad e
 f , sic $e f$ ad $ad b g$: $\text{et pinde sicut } a b$ ad $d e$, sic per undecimā quinti $e f$ ad $b g$.

| ab. de. | bc. ef. | ef. bg.



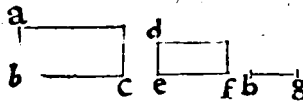
partem quindecimæ huius sexti. Rursum quoniam est sicut bc ad ae et f , sic e f ad b g : tres itaque rectæ lineæ sunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplo maiorem rationem habet, quam ad secundam: per decimam ipsius quinti diffinitionem. Sed sicut prima b c ad tertiam b g , sic a b c triangulum ad triangulum a b g , per primam huius sexti: sub eodem enim sunt uertice, atque in eadem altitudine ipsa trian-



gula. Et triangulum igitur a b c ad trian-
gulum a b g : duplo maiorem rationem ha-
bet, quam b c ad e f . Ipsi porro a b g triangulo, æquum est trian-
gulum d e f : et idem triangulum ad æqualia trian-
gula eandem habet rationem, per se-
ptimam quinti. Et trian-
gulum igitur a b c ad trian-
gulum d e f , duplo ma-
iorem rationem habet quam b c ad e f , hoc est, ex duabus rationibus b c ad e f inuicem multiplicatis consurgentem. Similia itaque trian-
gula, in duplo maiore ratione sunt laterum similis rationis. Quod demonstrandum recepera-
mus.

Corollarium.

Est proinde manifestum, quod si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic quod à prima describitur rectangulum, ad simile si-



militerque positum rectangulum quod à secunda. Offensum est enim sicut b c ad b g , sic a b c triangulum ad trian-
gulum a b g . Et sicut igitur b c ad b g , sic a c res-
tangulum ad d f rectangulum. Omne si-
quidem rectangulum, diuisibile est in duo simi-
lia et æqualia trian-
gula, per trigessimam quo-
tam primi. Quicquid igitur de triangulo ad trian-
gulum præostēsum est: id per
decimam quintam quinti de triangulis similibus et æquaibus ad similia et æ-
qualia trian-
gula relatis, subsequi necessum est.

Θεώρημα ιδ,

Πρόθεσις κ.

Τὰ ὁμοία πολύγωνα, εἰς τὰ ὁμοία τρίγωνα διατρέτται, καὶ ἵσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ πολύγωνον διπλασιόνα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς ἡ ὁμόλογον πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευρὰν.

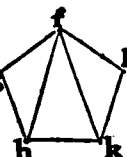
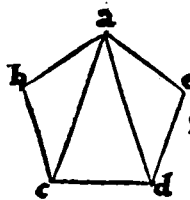
Theorema 14,

Propositio 20.

Similia polygona, in similia trian-
gula diuiduntur, & in
æqualia numero: & æqua ratione totis. Et polygonum
ad polygonum duplo maiorem rationem habet, quam
similis rationis latus ad similes rationis latus.

ORONTIVS. ¶ Sint bina & similia polygona $abcde$, & $fg h k l$, habentia angulum qui ad f , angulo qui ad a aequalem, & eum qui ad g , ei qui ad b , & qui ad h , ei qui ad c , & sic de cæteri: sitque ut latus $a b$ ad $b c$, sic $f g$ ad $g h$, sicutque $b c$ ad $c d$, sic $g h$ ad $h k$, & deinceps ita, seruata laterum & angulorum respondentia. Dico primum, quod ipsa $a b c d e$, & $f g h k l$ polygona, in similia & equalia numero diuiduntur triangula. Connectantur enim $a c$ & $a d$, necnon $f h$ & $f k$ lineæ rectæ, per primum postulat um. Et quoniam per hypothesin (hoc est, datam polygonorum similitudinem) angulus qui ad b , æquus est angulo qui ad g , & sicut latus $a b$ ad $b c$, sic $f g$ ad

Prima theorematiss pars.



$g h$ sit ut bina triangula $a b c$, & $f g h$, habeant unum angulū uni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula sunt propterea $a b c$, & $f g h$ triangula, per sextam huius sexti: & æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subeuntur, utpote, angulum $b a c$, angulo $g f h$, & angulum $b c a$, ipsi $g h f$.

Hinc per quartam eiusdem sexti, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos: & similis rationis, quæ equalibus angulis latera subeuntur. sicut igitur $a c$ ad $b c$, sic $f h$ ad $g h$. sed per hypothesin, ut $b c$ ad $c d$, sic $g h$ ad $h k$. Et ex æquali igitur, sicut $a c$ ad $c d$, sic $f h$ ad $h k$, per uiginti.

$$\frac{a c . b c . c d}{f h . g h . h k .}$$



simam secundam quinti. Et quoniam totus angulus $b c d$, toti angulo $g h k$, per hypothesin est æqualis, & angulus $b c a$, ipsi $g h f$ æqualis nunc ostensus est: reliquus igitur $a c d$, reliquo $f h k$, per tertiam communem sententiam est æqualis. Triangula itaque $a c d$ & $f h k$, habent rursus unum angulum uni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula sunt igitur $a c d$ & $f h k$ triangula, per eandem sextam huius sexti. Et per quartam ipsius sexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud dissimiliter ostendetur triangulum $a d e$, triangulo $f k l$, fore æquiangulum: & proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera. Simile est itaque $a b c$ triangulum ipsi $f g h$ triangulo, & $a c d$ ipsi $f h k$, necnon $a d e$ ipsi triangulo $f k l$: per primam huius sexti libri diffinitionem. Data igitur $a b c d e$ & $f g h k l$ polygona, in similia & equalia numero triangula diuiduntur. ¶ Dico insuper, quod ipsa triangula sunt inuicem, atque totis ipsis polygonis proportionalia: sicut triangulum $a b c$ ad triangulum $f g h$, sic $a c d$ ad $f h k$, & $a d e$ ad $f k l$ triangulum: sicutque $a b c$ triangulum ad ipsum triangulum $f g h$, sic $a b c d e$ polygonū ad polygonum $f g h k l$. Cum enim $a b c$ triangulum simile sit $f g h$ triangulo, sinque $a c$ & $f g$ similis rationis latera: triangulum igitur $a b c$ ad triangulum $f g h$, duplo maiorem rationem habet, quam latus $a c$ ad latus $f h$, per antecedentem decimamnonam propositionem. Et proinde triangulum $a c d$, ad triangulum $f h k$ duplo itidem maiorem rationem habet, quam idem latus $a c$ ad latus $f h$. Quæ autem eidem sunt eadem rationes, ad inuicem sunt eadem:

per undecimam quinti. Et sicut igitur $a b c$ triangulum ad triangulum $f g h$, sic triangulum $a c d$ ad triangulum $f h k$. Rursum quoniam triangulum $a c d$ simile est triangulo $f h k$, et latus $a d$ similis rationis cum $f k$: triangulum propterea $a c d$, ad triangulum $f h k$ duplo maiorem rationem habet, quam latus $a d$ ad latus $f k$, per ipsam antecedentem decimamnonam huius sexti. Et triangulum consequenter $a d e$, ad triangulum $f k l$ duplo itidem maiorem rationem habet, quam idem latus $a d$ ad ipsum latus $f k$. Et sicut igitur $a c d$ triangulū, ad triangulum $f h k$: sic per eandem undecimam quinti, triangulum $a d e$, ad

$| a b c | f g h | a c d. f h k | a d e. f k.$



triangulum $f k l$. Sicut porro $a c d$ ad $f h k$: sic patuit $a b c$ triangulū, ad triangulum $f g h$. Et sicut igitur per undecimam ipsius quinti, triangulum $a b c$, ad triangulum $f g h$: sic triangulum $a d e$, ad triangulum

$f k l$. Proportionalia itaque sunt ipsa nuper expressa triacula: sicut $a b c$ ad $f g h$, sic $a c d$ ad $f h k$, et $a d e$, ad $f k l$. Est igitur per duodecimam quinti,

sicut — $a b c.$	$\left. \begin{array}{l} f g h. \\ f h k. \\ f k l. \end{array} \right\}$	sicut unum antecedentium ad unū
sic — $a c d.$		consequentium, sic omnia antecedentia
et — $a d e.$		ad oīa consequentia. Sicut itaque triaculū

Tertia pars.

$a b c$, ad triaculū $f g h$: sic $a b c d e$ polygonum, ad polygonum $f g h k l$. Sunt igitur ipsa triacula tuum inuicem, tū ipsis totis polygonis proportionalia. Cuius demum, quod polygonum $a b c d e$, ad $f g h k l$ duplatam rationem habet, quam latus $a b$ ad similis rationis latus $f g$. Ostensum est enim ut triangulum $a b c$, ad triangulum $f g h$: sic $a b c d e$ polygonum, ad polygonum $f g h k l$. Sed triangulum $a b c$, ad triangulum $f g h$ duplo maiorem rationem habet, quam $a b$ latus ad similis rationis latus $f g$, per antecedentem decimamnonam propositionem huius sexti: simile namque ostensum est $a b c$ triangulum, ipsi $f g h$ triangulo. Et polygonum igitur $a b c d e$ ad polygonum $f g h k l$ duplo maiorem rationem habet, quam latus $a b$ ad similis rationis latus $f g$. Similia itaque polygona: et c. ut in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

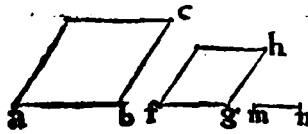
Corollarium primum.

Erīt itaque generaliter manifestum, quod similes quacūque rectilineae figurae, in duplo maiore ratione sunt adinuicem similis rationis laterum: id est, quod ratio similium rectilinearum figurarum, ex duplo maiore similium laterum ratione confurgit. Id enim primò patuit in triangulis, et rectangulis, siue quadratis: nunc autem in polygonis, et omnia polygona in triacula diuisibilia sunt. Hic et in similibus quibuscumque propositionibus et corollariis, per duplo maiorem rationem ipsa ratione data, non eam uelim intelligas quae per duo, sed quae per seipsam multiplicata confurgit.

Corollarium secundum.

Sequitur rursum, quod si tres rectae lineae fuerint proportionales, erit sicut prima ad tertiam: sic descripta super primam, uel à prima species rectilini, ad similem similitérque positam speciem, quae à secunda uel supra secundam describitur. ostensum est enim polygonum $a b c d e$, ad polygonum $f g h k l$ duplam rationem

rationem habere, quam latus ab ad latus fg . Et si ipsarum ab & fg tertiam acceperimus proportionalem, per undecimam huius sexti, utpote m n: ipsa a b ad m n duplia itidem rationem habebit, quam eadem a b ad fg , per decimam diffinitionem quinti. Et proinde sicut a b ad m n , sic a b c rectilineum ad simile similiterque positum rectilineum fg o .

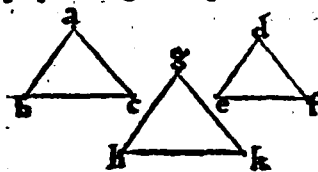


Τ **Θεώρημα ιε, Πρόβλησις κα.**
Α τῶν αὐτῶν ἐνθύγραμμων ὁμοία καὶ ἀλλήλοις ὄντι ὁμοία.

Theorema 15, Propositio 21.

21 Q Væ eidē rectilineo sunt similia, & adinuicē sunt similia.

QUORONTIVS. **Q**uasi bina rectilinea abc & def , eidem rectilineo ghk similia. Dico abc rectilineum, simile fore rectilineo def . Cum enim ex hypothesis abc & ghk rectilinea, similia sint adinuicem: habebunt propterea angulos æquales ad unum, & quæ circum æquales angulos sunt latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Et proinde rectilinea d e f & ghk , æquiangula erunt, & proportionalium itidem laterum: cum ex ijs hypothesis similia sint adinuicem. Sit uterque angulorum qui ad b & e , ipsi angulo qui ad h æquali: & sicut gh ad hk , sic a b ad b c , & d e ad e f . Et quoniam angulus qui ad b æqualis est angulo qui ad h , & eidē angulo qui ad h æqualis angulus qui ad e : angulus igitur qui ad b , angulo qui ad e , per primam communem sententiam est æqualis. Insuper quoniam est ut



a b ad b c , sic gh ad h k : sicut rursum gh ad h k , sic d e ad e f . Et sicut igitur a b ad b c , sic per undecimam quinti, d e ad e f . Proportionalia itaque sunt latera, quæ circum eodē

æquales angulos qui ad b & e . Naud dissimuliter ostendemus, reliquos angulos ipsius abc rectilinei, reliquis angulis ipsius def fore inuicem æquales: & circū eosdē æquales angulos latera proportionalia. Simile est itaque abc rectilineū, ipsi rectilineo d e f , per primam huius sexti diffinitionem. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα ις, Πρόβλησις κβ.

Εν τρισσaris ἐνδεῖαι ἀνάλογον ὄσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἐνθύγραμμα ὁμοία τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσαι. καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἐνθύγραμμα ὁμοία τε ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔ, αὐταὶ αὖ ἐνδεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 16, Propositio 22.

22 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta proportionalia erunt.

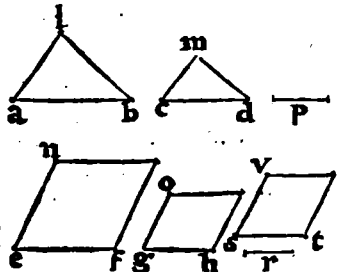
Bb.ij. Et

Et si ab ipsis rectilinea similia similiterque descripta, proportio-
nalia fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

Pars prima
theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ discōtinuè proportionales a, b, c, d, e, f, g, h : sicut quidem a, b ad c, d , sic e, f ad g, h . Et per decimamoctā-
nam huius sexti, ab ipsis a, b et c, d , similia similiterque posita rectilinea de-
scribatur, l, a, b et m, c, d : et per eādem decimamoctauā, ab ipsis e, f et g, h ,

alia quodā similia similiterque posita rectili-
nea, n, e, f et o, g, h . Aio fore sicut l, a, b ad m, c, d , sic n, e, f ad o, g, h . Inueniatur enim ipsis
 a, b et c, d , tertia proportionalis p : ipsis au-
tem e, f et g, h , tertia itidem proportionalis
 r , per undecimā huius sexti. Cum sit igitur
ex hypothesi, ut a, b ad c, d , sic e, f ad g, h :
et per constructionē, sicut c, d ad p , sic g, h
ad r . Et ex æqua igitur ratione, sicut a, b ad
 p : sic e, f ad r , per uigesimā secundā quinti. Sicut porro a, b ad p , sic l, a, b re-



| $ab. cd. p$ | $ef. gh. r$ |

ctilineum, ad rectilineum m, c, d : per secun-
dum corollarium uigesimæ huius sexti. Et



sicut igitur l, a, b rectilineum, ad rectilineū
 m, c, d : sic per undecimam ipsius quinti, e, f

| $ab. mcd$ | $ab. p$ | $et. r.$ |

ad r . Sicut rursus e, f , ad r : sic per idē cor-

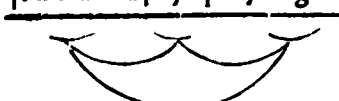


ollarium, rectilineum n, e, f ad rectilineū
 o, g, h . Et sicut itaq; l, a, b , ad m, c, d : sic

Secundapars
conuersa pri-
ma.

| $ab. mcd$ | efr | $nef. ogh$ |

sic n, e, f ad o, g, h : dico uersa uice, qua-
tuor lineas rectas a, b, c, d, e, f, g, h , fore



re proportionales, sicut a, b ad c, d , sic e, f
ad g, h . Datīs enim tribus rectis lineis $a, b,$
 c, d , et e, f : quarta inueniatur proportio-

nalis s, t , per duodecimam huius

sexti. Et per decimamoctauam eiusdem sex-
ti, ad eādem s, t , ipsis n, e, f et o, g, h simile similiterque positum rectilineū

describatur u, s, t . Et quoniam est ut a, b ad c, d , sic e, f ad s, t : et ab ipsis

rectis lineis a, b et c, d , similia similiterque posita describuntur rectilinea l, a, b et m, c, d : ab ipsis autem e, f et s, t , similia itidem similiterque posita rectilinea n, e, f

et u, s, t . Est igitur per primam partem iam demonstratam huius propositio-

nis, sicut l, a, b ad m, c, d , sic n, e, f ad u, s, t . Receptum est autem ex hypothesi, ut l

| $nef. ogh$ | $ab. mcd$ | $nef. ust$ |

a, b ad m, c, d , sic n, e, f ad o, g, h . Et sicut igitur

$nef. ust$ | $ab. mcd$ | $nef. ust$ |

n, e, f ad o, g, h : sic per undecimā quinti, n, e, f

$nef. ust$ | $ab. mcd$ | $nef. ust$ |

ad u, s, t . Eadem itaque magnitudo n, e, f , ad

$nef. ust$ | $ab. mcd$ | $nef. ust$ |

utrasque o, g, h et u, s, t , eandem habet ratio-

$nef. ust$ | $ab. mcd$ | $nef. ust$ |

nem. Aequum est igitur rectilineum o, g, h , ipsi

$nef. ust$ | $ab. mcd$ | $nef. ust$ |

u, s, t : per nonam quinti. Est autem et eidem simile, similiterque positum, per con-

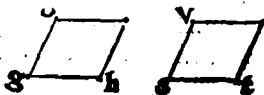
structionē,

structionem. similia porro similiterque posita, & inuicem equalia rectilinea, ab equalibus, aut super equalibus rectis lineis describuntur. Aequalis est igitur $s t$ ipsi $g h$. Est autem ut $a b$ ad $c d$, sic $e f$ ad $s t$: ipsi porro $s t$, equalis ostensa est $g b$: & eadem ad equalis, eandem habet rationem, per septimam quinti. Et sicut igitur $a b$, ad $c d$: sic $e f$, ad $g h$. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

¶ Lemma siue assumptum.

¶ Quod autem similia, similiterque posita, & inuicem equalia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem equalia, sic demonstratur. sint rursum æqualia, & similia, similiterque posita rectilinea, $o g h$ & $u s t$: sitque ut $o g$ ad

Hypothesis
demonstratio.



$g h$, sic $u s$ ad $s t$. Aio quod $g h$ & $s t$, sunt inuicem æquales. si namque fuerint inæquales: altera maior erit. Est (si possibile sit) $g h$ maior $s t$. Et quoniam est ut $o g$ ad $g h$, sic

$u s$ ad $s t$: & e contra igitur, uel à conuersa ratione, sicut $g h$ ad $o g$, sic erit $s t$ ad $u s$: per corollarium quartæ libri quinti. sed prima $g h$ maior est tertia $s t$, & secunda itaque $o g$, quarta $u s$ maior erit, per decimam quartam ipsius quin

t . Binæ itaque $o g$ & $g h$, duabus $u s$ & $s t$ erunt maiores: & proinde ipsum rectilineum $o g h$, maius rectilineo $u s t$. quæ enim sub maioribus rectis comprehenduntur, maiora esse necessarium est. Est autem eidem æquale, per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur $g h$, maior ipsa $s t$. similiter ostendetur, quod neque minor. Aequalis est itaque $g h$ eidem $s t$. Quod fuerat ostendendum.

Θιώρημα ιζ, Πρόβσις κγ.
Τα ἰσωνία παραλληλόγραμμα πρὸς ἀλλήλα λόγῳ ἔχουσιν ὡς τὰς πλευρὰς.

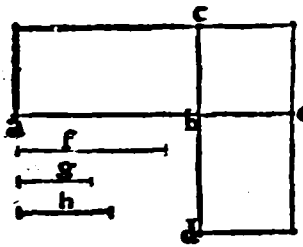
Theorema 17, Propositio 23.

23 **E** Quiangula parallelogramma, ad inuicem rationem habent compositam ex lateribus.

¶ R O R O N T I V S. ¶ De lateribus uelim intelligas, quæ circum equalia sunt angulos. sint igitur bina parallelogramma inuicem equiangula, $a b c$ & $d b e$, quorum angulus qui sub $a b$ & $b c$, angulo qui sub $d b$ & $b e$ continetur sit equalis. Dico $a b c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $d b e$, rationem habere compositam ex ratione laterum $a b$ ad $b e$, & $c b$ ad $b d$. Cōstituantur enim $a b$ & $b e$ latera in directū: hoc autem fiet, cum anguli $c b a$ & $c b e$, duobus rectis fuerint æquales, per decimam quartam primi. tunc quoque in directum erit $c b$ ipsi $b d$, per eandem propositionem: nam anguli $e b c$ & $e b d$, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidē rectis æquabuntur. Compleatur denique parallelogrammum $c b e$: productis in continuum rectum que, per secundum postulatū, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f : & tribus datis rectis lineis $a b b e$, & f : quarta subsumatur proportionalis g , per duodecimam huius sexti. Erit igitur ut $a b$, ad $b e$: sic f , ad g . Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis

B b iij.

rectis,



Præcipua de-
monstrationis
resolutio.

ne laterum $a b$ ad $b e$, & $c b$ ad $b d$. His præostensis, quoniam $a b c$ & $c b e$ pa-
rallelogramma, sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem igitur sunt ut bases, per
primam huius sexti. sicut igitur $a b$, ad $b e$: sic $a b c$ parallelogrammum, ad pa-

rallelogrammum $c b e$. sicut autem $a b$ ad $b e$,



sic per constructionem f ad g . Et sicut igitur f
ad g : sic per undecimam quinti, $a b c$ paral-
lelogrammum, ad $c b e$ parallelogrammum. in-
super, quoniam $c b e$ & $c b d e$ parallelogram-
ma, in eadē sunt altitudine: ad se inuicē ruriū sunt ut bases, per eandē primā huius
sexti. sicut ergo $c b$ ad $b d$: sic parallelogrammū $c b e$, ad $d b e$ parallelogrammū. sicut
porro $c b$, ad $b d$: sic per constructionē g , ad h . Et sicut igitur g ad h : sic parallelo-

grammū $c b e$, ad $d b e$ parallelogrammū,



ut rursus g ad h , sic idem parallelogrammum $c b e$, ad $d b e$ parallelogram-

mu. n. Ex æqua igitur ratione, per uigesimā se-



undam eiusdem quinti, sicut f ad h : sic $a b c$ pa-

rallelogrammū, ad $d b e$, parallelogrammū.

Atqui ratio f ad h , composita est, uti suprà de-

duximus) ex ratione laterum $a b$ ad $b e$, &

$c b$ ad $b d$. Et parallelogrammum igitur $a b c$, ad parallelogrammum $d b e$

rationem habet compositam ex ratione laterum $a b$ ad $b e$, & $c b$ ad $b d$. Ac

quiangula itaque parallelogramma, rationem habent compositam ex lateribus,

angulos inuicem æquales continentibus. Quod demonstrandum fuerat. Et haud

dissimili discursu probabis, eandem rationem $a b c$ parallelogrammi ad parallelo-

grammum $d b e$, componi ex ratione lateris $a b$ ad $b d$, atque $c b$ ad $b e$: ubi tri-

bus datis rectis $a b$, $b d$, & f , quartam dederis proportionalem g . & rursus tri-

bus datis $c b$, $b e$, & g , quartam acceperis proportionalem h , per duodecimam

huius sexti propositionem.

rectis lineis $c b$, $b d$, & g : quartam rursus pro-
portionalis accipias h . Et erit ergo ut $c b$, ad
 $b d$: sic g ad h . Est autem sicut $a b$ ad $b e$: sic f
ad g . Rationes itaque ipsas, f ad g , & g ad h : ean-
dem sunt ipsas rationibus, $a b$ ad $b e$, & $c b$ ad
 $b d$. Ratio porro f ad h , componitur ex ratio-
ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti
quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

ne ipsius f ad g , atque ipsius g ad h : ueluti

quinta huius, sexti præmissum est diffinitione.

Et proinde ratio f ad h , compo- nitur ex ratio-

Θεώρημα ια, Πρόβις κδ.

Π Ἀντὸς παραλληλογράμμω, τὰ πρὸς τὸν δίαμετρον παραλλη-
λογράμμω, ὁμοίαι εἶναι ὅτε ὅτε ὁλὴ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema

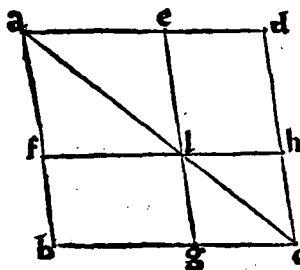
Theorema 18, Propositio 24.

24

Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma: similia sunt toti, & adinuicem.

ORONTIVS. Esto datum parallelogrammum $a b c d$, cuius dimetiens sit $a c$, & circa ipsum dimetientem parallelogramma $e f$, & $g h$. Aio ipsa $e f$ & $g h$ parallelogramma, toti parallelogrammo $a b c d$, atque inuicem fore similia. Quod autem $e f$ parallelogrammum, toti $a b c d$ sit simile, sic demonstratur. In primis enim, æquiangulum est ipsum $e f$ parallelogrammum, eidem $a b c d$ parallelogrammo. Nam angulus qui ad a , utriusque parallelogrammum communis est.

Quod $e f$ parallelogrammum, simile sit toti $a b c d$.



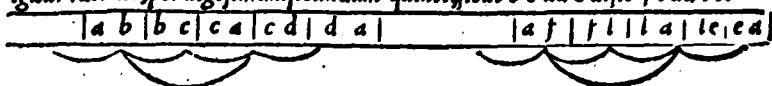
Insuper, quoniam parallela est $f l$, ipsi $b c$: æqualis est angulus $a f l$, ipsi angulo $a b c$: necnon $e a l f$, ipsi $a c b$, per uigesimam nonam primi. Angulus porro qui sub $f a l$ aut $b a c$, utrique triangulo $a b c$ & $a f l$ communis est. Æquiangulum est itaque triangulum $a f l$, triangulo $a b c$. Haud dissimiliter triângulum $a e l$, triangulo $a d c$ ostendetur æquiangulum: & angulus $a e l$ angulo $a d c$ æqualis, atque $a l e$ ipsi angulo $a c d$. Si autem æquales anguli, æqualibus componentur angulis:

conferent per secundam communem sententiam, æquales anguli. Æquus est igitur angulus $f l e$, ipsi $b c d$: & totum proinde parallelogrammum $e f$, toti $a b c d$ æquiangulum. Aio quod proportionalia habent latera, quæ circum æquales angulos: quoniam $a b c$ & $a f l$ triângula sunt (uti nuper ostensum est) inuicem æquiangula: proportionalia itaque sunt latera quæ circum æquales angulos, per



$b a$, $a c$, $a d$, $f a$, $a l$, $a e$. quartam huius huius sexti. Sicut igitur $b a$ ad $a c$, sic $f a$ ad $a l$: item sicut $a c$ ad $a d$, sic $a l$ ad $a e$. Et ex æqua igitur ratione, sicut $b a$, ad $a d$: sic $f a$, ad $a e$. Proportionalia itaque sunt latera, quæ circum angulum qui ad a

utriusque parallelogrammo communem. Rursum erit per eandem quartam sexti, sicut $a b$ ad $b c$, sic $a f$ ad $f l$: sicutque $b c$ ad $a c$, sic $f l$ ad $a l$. Sicut rursum $a c$ ad $c d$, sic $a l$ ad $l e$: sicut denique $c d$ ad $d a$, sic $l e$ ad $e a$. Et quoniam ostensum est, ut $b c$ ad $a c$, sic $f l$ ad $a l$: sicut præterea $a c$ ad $c d$, sic $a l$ ad $l e$. Et ex æqua igitur ratione, per uigesimam secundam quinti, sicut $b c$ ad $c d$: sic $f l$ ad $l e$.



Æquiangulorum itaque parallelogrammorum $a b c d$ & $e f$, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos. simile est igitur $e f$ parallelogrammum, ipsi $a b c d$ parallelogrammo: per primam huius sexti diffinitionem. Haud dissimili uia, $g h$ parallelogrammum, ipsi $a b c d$ parallelogrammo simile fore conuincetur: eundem qui prius uersus angulum c , & ipsum $g h$ parallelogrammum respondenter iterado discursu. Et proinde utrumque ipsorum $e f$ & $g h$ parallelogrammorum, simile est eidem $a b c d$ parallelogrammo. Omne autem parallelogrammum rectilium, neque est: et quæ eidem rectilineo sunt similia, et adinuicem similia sunt per 21 huius 6:

Quod $g h$ parallelogrammum, simile sit eidem $a b c d$ sit simile.

Quoddam f & simile est igitur $e f$ parallelogrammum, ipsi $g h$ parallelogrammo. Omnis itaque $g h$, similia parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma, similia sunt toti, & sint adinuicem. Quod oportuit ostendisse.

Πρόβλημα 7, πρόθεσις. κτ.

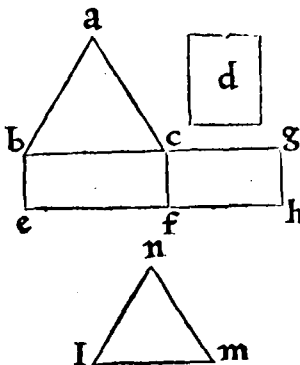
Τὸ δοθέν ἐν τυχρά μὴ ἴσιον, καὶ ὅλως ἑστὶ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συνθεσθαι.

Problema 7 Propositio 25.

Dato rectilineo simile, & alij dato æquale, idem constituere

ORONTIVS. Esint bina rectilinea, $a b c$ inquàm, & d : sitque receptum

Partium figuræ præmittens descriptionem.



ipsi dato $a b c$ rectilineo simile, ipsi uerò d æquale, idem rectilineum constituere. Ad datam itaque rectam lineam $b c$, & in dato angulo qui sub $e b c$, dato rectilineo $a b c$, æquale construatur parallelogrammum $b f$: similiter & ad rectam lineam $f c$, atque in dato angulo qui sub $f c g$, ei qui sub $e b c$ æquali, dato rectilineo d , æquale rursum parallelogrammum constituatur $c h$, per quadragesimam quartam, & quadragesimam quintam primi, utroque rectilineo (si expediat) in triangula distributo. Et quoniam angulus $f c g$ æquus est

angulo $e b c$, per constructionem, utriusque autem communis $b c f$: anguli propter $e a b c f$ & $f c g$, duobus angulis $e b c$ & $b c f$, sunt per secundam communem sententiam æquales. sed angulus $e b c$ & $b c f$ sunt æquales duobus rectis, per uigesimam nonam ipsius primi. Et duo igitur anguli $b c f$ & $f c g$, binis itidem rectis sunt æquales. In directum est igitur $b c$, ipsi $c g$, per decimam quartam eiusdem primi: & $e f$ consequenter ipsi $f h$. Binis insuper datis rectis lineis $b c$ & $c g$, media proportionalis inueniatur $l m$, per decimam tertiam huius sexti. Et per decimam octauam eiusdem sexti, super data recta linea $l m$, dato rectilineo $a b c$, simile similiterque positum rectilineum describatur $n l m$. Aio rectilineum $n l m$,

Demonstrati æquum fore ipsi d . Cum enim tres lineæ rectæ $a b c$, $l m$, & $c g$, sint per constructionem continuè proportionales: erit per secundum corollarium uigesimæ

huius sexti, sicut prima ad tertiam, sic species rectilinei quæ à prima, ad simile similiterque positam speciem quæ à secunda. Sicut igitur $b c$, ad $c g$: sic $a b c$ res

rectilineum, ad rectilineum $n l m$. Sicut porro $b c$, ad $c g$: sic $b f$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c h$, per primam huius sexti: sunt enim in eadem altitudine $c f$.

Ergo sicut $a b c$ rectilineum, ad rectilineum $n l m$: sic per undecimam quinti, $b f$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c h$. sed rectilineum $a b c$, æquum est per constructionem ipsi $b f$ parallelogrammo:



et

Et rectilineum igitur $n l m$, ipsi parallelogrammo $c h$, per decimā quartam quā si est æquale. Eidem rursum parallelogrammo $c h$, æquum est d rectilineum, per constructionem: Et $n l m$ itaque rectilineum, ipsi d rectilineo, per primam communem sententiam est æquale. Constructum est autem Et ipsi $a b c$ simile. Idem itaque rectilin. $um n l m$, ipsi dato rectilineo $a b c$ simile, Et aliq dato, scilicet d , æquale constitutum est. Quod efficere oportebat.

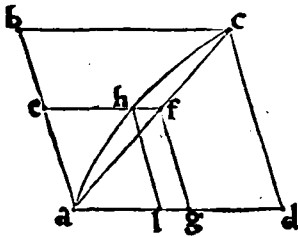
Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κς.

Eὰν ἀπὸ παραλληλόγραμμο παραλληλόγραμμου ἀφαιρεθῇ ὁμοί-
ου τε τῶν ὁλῶ καὶ ὁμοίους κεντρίου, κοινῶν γωνιῶν ἔχον αὐτῶ, πορ-
τῶ αὐτῶν ἴσμετρον δὲ τῶν ὁλῶ.

Theorema 19, Propositio 26.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simi-
le toti & similiter positum, communem angulum habens
26 ei: circum eundem dimetientem est toti.

ORONTIVS. ¶ De dimetiente uelim intelligas, qui ab ipso communi angu-
lo, in utrumque oppositum extenditur. Est datum parallelogrammum $a b c d$:
à quo simile similiterque positum, Et communem illi habens angulum qui ad
 a , auferatur distinguaturque parallelogrammum $a e f g$. Dico ipsa $a b c d$ Et
 $a e f g$ parallelogramma, circa eundem fore dimetientem $a f$: hoc est, dimetien-
tem $a f c$ totius parallelogrammi $a b c d$, transire per angulum qui ad f , Et utri-



que parallelogrammo fore communem. si
enim $a c$ non trāsierit per f : trāsseat (si possibi-
le sit) ut $a h c$: secabit igitur aut $a b c$, aut $e f g$ latus ipsi $a e$ & $f g$ parallelogrammi. Secer ip-
sum latus $e f$, in puncto h : Et per punctum h ,
utrique ipsarum $a e$ & $f g$ parallela ducatur
 $h l$, per trigesimalprimam primi. Erīt itaque
 $e l$ parallelogrammum, Et circa eundem dime-
tientem cum ipso $a b c d$ parallelogrammo.
Ostenso theo-
rematis ab
impossibili.

simile erit igitur $e l$ parallelogrammum, ipsi $a b c d$ parallelogrammo, per uigesimā
quartam huius sexti. Eidem porro $a b c d$ parallelogrammo, simile est per hy-
pothesin, ipsum $e f g$ parallelogrammum. Quæ autem eidem rectilineo similia, Et
adinvicem similia sunt, per uigesimā primam huius sexti. simile erit itaque $e l$
parallelogrammum, ipsi $e f g$ parallelogrammo. similia porro parallelogramma
sunt, quæ angulos æquales habent ad unum, Et quæ circa angulos æquales la-
tera proportionalia, per primæ diffinitionis huius sexti conversionem. Et sicut
igitur $e a$ ad $a g$ sic $e a$ ad $a l$. Ad quas autem eadem eandem habet rationē,
ipsæ sunt æquales, per nonam quinti. Aequalis foret igitur $a g$ ipsi $a l$, totū suæ
parti: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Idem etiam subse-
quetur inconueniens, ubi posueris eundem $a c$ dimetientem secare latus $f g$.
Transit igitur $a c$ totius $a b c d$ parallelogrammi dimetiens, per angulum atque
punctum f : Et proinde ipsum $a e f g$ parallelogrammum, circum eundem di-
metientem est toti $a b c d$ parallelogrammo. Igitur si à parallelogrammo paral-

Cc. lelogramū

lelogrammum auferatur: Γ c, ut in theoremate. Quod demonstrare fuerat operæ pretium.

Θώρημα κ, Πρόβλησις κζ.

ΠΑΝΤΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑ ΤΩ ΑΥΤΩ ΕΥΘΕΙΑ ΠΑΡΑΒΑΛΛΟΜΕΝΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΩΝ, ΕΙΛΛΗΠΟΝΤΩΝ ΕΙΣΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΙΣ ΟΜΟΙΟΙΣ ΤΙ ΕΙ ΟΜΟΙΩΣ ΚΕΙΜΕΝΟΙΣ ΤΩ ΑΠΟ ΤΙΣ ΗΜΙΣΕΙΑΣ ΑΝΤΙΓΡΑΦΟΜΕΝΩ, ΜΕΓΙΣΤΟΝ ΟΥΤΙ, ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΗΜΙΣΕΙΑΣ ΠΑΡΑΒΑΛΛΟΜΕΝΟΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΝ, ΟΜΟΙΟΝ ΟΥ ΤΩ ΕΙΛΛΕΜΜΑΤΙ.

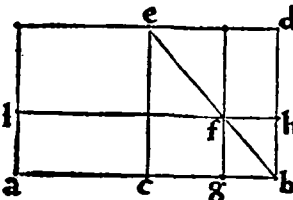
Theorema 20, Propositio 27.

ΟMnium parallelogrammorum circum eandem rectā lineam proiectorum, deficientiūmque specie parallelogrammis similibus similiterque politis, ei quod à dimidia descriptum est: maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum, simile existens sumpto.

Quomodo parallelogrammum deficiat specie à dato parallelogrammo. Prima theorematidis differentia.

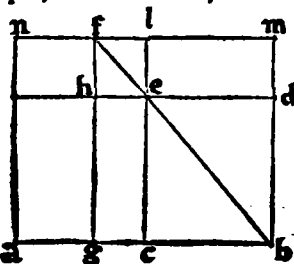
ΟRONTIVS. ¶ Deficere specie dicitur parallelogrammum, dato parallelogrammo, quando utrumque parallelogrammum super eadem recta linea constitens, alterum deest alteri, ad complendum similis speciei parallelogrammum super totam datam rectam lineam coextensum. Vel dum comparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipso similis speciei parallelogrammo, super totam ipsam rectam lineam constituto. Sit igitur data recta linea a b, secta bisariam in c, per decimam primi: describatūque à dimidia c b, contingens parallelogrammum c d. Iuxta uerò datam rectam lineam a b, gemina comparentur parallelogramma: alterum proiectum à reliqua dimidia a c, utpote a e, simile similiterque descriptum existens sumpto c d, et deficient specie ipso c d à toto a d parallelogrammo: alterum autem a f, super a g comparatum maiore dimidia ipsius a b, et proinde subingrediens ipsum parallelogrammum c d, deficientisque

Demonstratio



specie parallelogrammo g h, simili similiterque posito ipsi c d, quod à dimidia c d descriptum est, ad complendum ipsum a h parallelogrammum. Dico quod a e parallelogrammum, maius est a f parallelogrammo. Cum enim ex hypothesi, g h parallelogrammum, simile sit ipsi parallelogrammo c d: circum igitur eundem sunt dimetientem e f b, per uigesimam sextam huius sexti. Producatū ergo g f in rectum Γ c continuū usque ad latus e d, per secundum postulatum. Parallelogrammi igitur c d, eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplementa c f et f d, sunt per quadragesimam tertiam primi adinuicem æqualia. Addatur utrique commune g h: totum ergo c h, totum g d, per secundam communem sententiam est æquale. Eidem porro c h, æquum est c l, per trigessimam sextam primi: sunt enim in basibus æqualibus a c et c b, in eisdemque parallelis a b et l h. Et g d itaque, ipsi c l per primam communem sententiam æquum est. Commune rursum addatur c f: totus igitur gnomon c b d, toti a f parallelogrammo.

parallelogrammo est æquale. sed totum parallelogrammum c d, maius est per
nonam communem sententiam, ipso gnomone c b d: & proinde, ipso a f maius.
æquum est porro a e parallelogrammum, ipsi c d parallelogrammo, per eandē
trigesimam sextam primi: in basi- bus enim sunt æqualibus a c & c b, atque in e-
isdem parallelis a b & e d. Quæ autem sunt æqualia, eiusdem sunt æque maio-
ra, per sextæ communis sententiæ conversionem. Maius est itaque parallelogrammum



mum a e ipfo a f parallelogrammo. Csed esto
 a f parallelogrammum, proiectum super a g
 mi iore dimidia ipsius a b lineæ datæ, & es
 grediens ipsum a e parallelogrammum: deficiat
 ens rursum specie ipfo f b parallelogrammo-
 simili similiterque posito ipfic d, quod à dimo-
 dia c b descriptum est, ad complendum totum
 a m parallelogrammum. Aio quod & a e pa-
 rallelogrammum maius est ipfo a f parallelo

**Secunda the
orematls dif
ferentia.**

Demonstration

grammo. Cum enim ex hypothefi $c d$ & $f b$ parallelogramma, ſimilia ſint: cir-
cum eundem propterea dimetientem $f e$ & b , per uigefimafexti a huius ſexti coſtitu-
entur. Cōpleantur itaq; per trigefimā primā primi, & ſecundū poſtulatū, $h l$ &
 $a m$ parallelogrāma: ut in ipſa cōtinetur figura. Et quoniā parallelogrāma ſunt
 $a l$ & $c m$: ſūt igitur per trigefimā quartā primi, $n l$ & $l m$ ipſis $a c$ et $c b$ quæ ex
oppoſito, atq; inuicē æquales. Et proinde $n e$ parallelogrammū, ipſi $e m$ paral-
lelogrāmo, per trigefimā ſextam primi æquale. Eidem porro $e m$, æquū eſt & g , per
quadreſimā tertiam ipſius primi. Et $n e$ itaque ipſi & g , per primā cōmunē ſentē-
tiā eſt æquale. Subducto igitur $h l$: reliquū & g , reliquū $n h$ maius eſt. ſi autem in
æqualibus & g & $n h$, æqualia uel idem commune $a h$ apponatur: omnia per
quartā cōmunē ſententiā, erūt inæqualia: coſurget igitur $a e$ parallelogrānum,
maius ipſo $a f$ parallelogrāmo. Omnium itaque parallelogrammorū iuxta eandem
lineam conſiſtentium, & deficientium ſpecie: & quæ ſequuntur reliqua. Quod
oſtendendum receperamus. Πρόβλημα 1. Πρόβλημα 22.

Πρόβλημα π, Πρόβιςις. ππ.

Π Ἐὰν τίνι δοῦνται ἐνθάδε τρεῖς δόξιντι ἐνδυγράμμοισον πα-
ραλλήλογραμμοι παραβαλῶν, ἡλέπων ὡς παραλλλό-
γραμμω, ομοίῳ ὄντι τρεῖς δόξιντι. διὲ δ' αὖτε διωρίμενον ἐνύ-
τραμμον, ὃ δ' αὖ ἴσον παραβαλῶν, μὴ μέσων εἶναι [τ] ἀπὸ τῆς ἑμισείας
παραβαλλομένου, ομοίῳ ὄντων τῶν ἡλεμμάτων, τὸ τε ἀπὸ τῆς ἡμι-
σεως, καὶ ὃ δ' αὖ ομοίον ἡλέπων. Problema 8 Propositio 28.

28 **A**mū cōparare, deficiēs specie parallelogrāmō simili dato.

Oportet iā datū rectilineū, cui expedit æquū cōparare, nō maius esse eo quod à dimidia cōparatum, similibus existen-
tib⁹ sūptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit simile deficere.

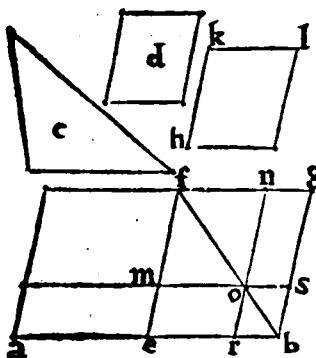
ORONTIVS. Oſtenſum eſt enim antecedenti nigeſimaſeptima propoſitione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum,

Notandum.

C c.ij. defis

deficientiūq; specie similibus similiterq; positis parallelogramis ei q; à dimidia describitur: maximū esse q; a dimidia cōparatū parallelogramū, simile existens sup̄to. Oportet itaq; datū rectilineū, cui ad datā rectā lineā æquale cōparandū est parallelogrammum: non maius esse eo quòd à dimidio ipsius datæ rectæ li-
nearæ comparatur, similibus similiterque positis existentibus utriusque compara-
ti parallelogrammi defectionibus (ad complenda similis speciei parallelogra-
ma super totam datam rectam lineam coextensa) cuius inquam quòd a dimidia,
et eius cui simile similiterque positum eidem quòd à dimidia defuturum est
parallelogrammum. Est ergo data recta linea a b: datum uerò rectilineum,
cui oportet ad datam rectam lineam a b æquum parallelogrammum compara-
re, esto c, non existens maius eo quòd à dimidia comparatur, similibus existen-
tibus utriusque defectionibus. Ipsum autem parallelogrammum, cui expedi-
tū simile deficere, sit d. Recipio itaque ad datam rectam lineam a b, dato rectilineo c

Interpretati o problema, tis.



Prima ostēsis onis differen tia.

**Differentia se-
cūda, & abso-
luta partium
figuræ com-
positio.**

The diagram illustrates geometric relationships between various shapes. At the top left is a triangle labeled 'c'. To its right is a square labeled 'd' and a rectangle labeled 'k'. Further right is a parallelogram labeled 'l'. Below these are several larger rectangles and triangles. A large rectangle contains points 'm' and 'o'. Another rectangle contains points 'n' and 's'. A triangle at the bottom left has vertices 'a', 'e', and 'r'. Other points like 'f', 'g', 'h', 'i', 'j', 'k', 'l', 'm', 'n', 'o', 'p', 'q', 'r', 's' are distributed throughout the figure, often marking vertices or intersections of lines.

similia similiterque posita & inuicem æqualia rectilinea: habere similis rationis latera adinuicem æqualia. Ergo quæ similia sunt & similiter posita, sed inæqualia: habent iunius rationis latera inæqualia, & proinde maiora quæ sunt maioris, & minora quæ minoris sunt rectilinei. Maius est itaque $f e$ ipsi $b k$, & $f g$ ipsi $k l$. Secetur igitur per tertiam primi, ipsi $b k$ æqualis $f m$, & ipsi $k l$ æqualis $f n$: & per trigessimam primam ipsius primi, compleatur $m o n$, & reliqua parallelogramma, ut in figura. Aequum est igitur $m n$ parallelogrammum, ipsi $h l$: atque eidem simile: sed $h l$ ipsi $e f g$ simile est, per constructionem: & $m n$ igitur, ipsi $e f g$ simile est, per eandem uigesimam primam huius sexti. Circum ergo eundem sunt dimeritatem $f o b$, ipsa $e f g$ & $m n$ parallelogramma, per uigesimam sextam eiusdem sexti. Et proinde parallelogrammum $r s$, ipsi $m n$, atque toti $r g$, per secundam communem sententiam est æquale. Sed eidem $e s$, æquum est $a m$, per trigessimam sextam primi: sunt enim $a m$ & $e s$, in basibus æqualibus, ac in eisdem parallelis. Et $a m$, igitur ipsi $e g$, per primam communem sententiam æquum est. Adponatur rursus utrique commune $e o$: totum igitur $a o$, ipsi $e o g$ aut in $b n$ gnomoni, per eandem secundam communem sententiam est æquale. Eidem porro gnomoni $m b n$, æquum est rectilineum c : & quæ eide æqualia, adinuicem sunt æqualia, per primam communem sententiam. Aequum est igitur $a o$ parallelogrammum, ipsi rectilineo c : deficitque specie (ad completum $a s$ parallelogrammum) ipsi $r s$ parallelogrammo, quod simile est ipsi d . Ad datam itaque rectam lineam $a b$, dato rectilineo c , æquum parallelogrammum comparauimus $a o$, deficiens specie parallelogrammum $r s$, dato parallelogrammo d simili. Quod oportebat facere.

Præcipua de
mōstrationis
resolutio.

Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κθ.

Π Ἀρά τὴν δοθεῖσαν ἐνθεῖαν ἑστὶ δοθέντι ἐνδυγρόμμῳ ἴσον πρᾶμνολογρόμμον πρᾶβαλεῖν, ὡς ἐβλήθη ἐν τῇ πρᾶμνολογρόμμῳ ὁμοίῳ ἑστὶ δοθέντι.

Problema 9, Propositio 29.

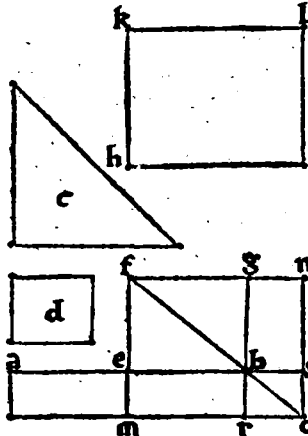
29

AD datam rectam lineam, dato rectilineo, æquale parallelogrammum prætereendere, excedens specie parallelogrammo simili dato.

ORONTIVS. Sit rursus data recta linea $a b$, datum uero rectilineum c , datum insuper parallelogrammum d . Operæpretium itaque sit, ad datam rectam lineam $a b$, dato rectilineo c , æquum parallelogrammum comparare, excedens similis speciei parallelogrammum j : per totam $a b$ comparatum, parallelogrammo c iij. ipsi

Præparatio
figurae ipsius
ostensionis
præambula.

ipsi d simili. secetur itaque primum a b recta bifariam in puncto e, per decimam
primam. Et à data recta linea e b, dato rectilineo d, simile similiterque positum
rectilineum (et proinde parallelogrammum) describatur e f g b: per decimam
octauam huius sexti. Vtriusque præterea e g parallelogrammo et c rectilineo
æquale, ipsi autem d simile similiterque positum, eidem constitutur h l: per uig
gesimam quintam ipsius sexti. Vtrumque igitur e g et h l, ipsi d simile est: et
proinde e g et h l similia adinuicem, per uiggesimam primam eiusdem sexti. Simi
lia uero rectilinea: habent angulos æquales ad unum, et quæ circum æquales
angulos latera proportionalia: per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem.
Esto igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: et sicut e f ad f g, sic b k
ad k l. Et quoniam b l, utriusque simul e g



parallelogrammo, et ipsi c rectilineo est æqua
le, per constructionem: maius est igitur b l, ipso
e g parallelogrammo et maius propterea b k, ipso
e f maius: necnon et k l maius ipso f g,
per ea quæ proxima annotauimus propositioni
ne, aut per lemmatis uiggesimæ secundæ huius
demonstrationem. Producantur itaque in rectum
et continuum, f e et f g uersus m et n, per
secundum postulatam: seceturque ipsi b k æqua
lis f m, ipsi autem k l æqualis f n, per tertiam
primi. Compleatur deinde m n parallelogram
m, per trigessimam primam ipsius primi, u
nâ cum r s, atque cæteris quæ in figura sunt
parallelogrammis. Parallelogrammum itaque

Discursus pri
cipalis demon
strationis.

m n, æquum est et simile ipsi h l. sed eidem h l simile ostensum est e g: simile est
igitur m n, ipsi e g, per uiggesimam primam huius sexti: et proinde ipsa e g et m n
parallelogramma, circa eundem dimetiētem f b o, per uiggesimam sextam ipsius sex
ti sunt constituta. Rursum quoniam e g et r s parallelogramma, circa eundem
dimetiētem f b o: simile est propterea, per uiggesimam quartam eiusdem sex
ti, r s parallelogrammum, ipsi e g, atque toti m n, et proinde ipsi d parallelogra
mo. His ita præmissis, quoniam m n æquum est ipsi h l, et ipsum h l utriusque
e g parallelogrammo et c rectilineo æquale: et m n igitur, eidem e g parallelo
grammo et c rectilineo est æquale: quæ enim inuicem æqualia, eidem æqualia
sunt, per primæ communis sententiæ conuersionem. subducto igitur cōmuni e g:
reliquum c rectilineum, reliquo gnomoni e o g, per tertiam communem sententiā,
est æquale. Et quoniam g s supplementum, ipsi e r supplemento, per quadregesi
mam tertiam primi est æquale: et eidem e r, æquum est a m, per trigessimam sextam
eiusdem primi, nempe in æquali basi, ac in eisdem parallelis constituto. Et a m
igitur ipsi g s, per primam communem sententiam æquum est. Commune adpo
natur e o: consurgit itaque a o parallelogrammum, ipsi e o g gnomoni, per secun
dam communem sententiam, æquale. Sed eidem gnomoni e o g, æquum est recti
lineum c: et quæ eidem æqualia, adinuicem sunt æqualia per primam commu
nem

nem sententiam. Et d'o igitur parallelogrammum, æquum est ipsi dato rectilineo c: exceditque similis speciei parallelogrammum a r super totam rectam ab comparatum, ipso parallelogrammo r s, quod ipsi d' simile ostensum est. Ad datā igitur rectam lineam a b, dato rectilineo c, æquale comparatum est parallelogrammum a o, excedens similis speciei parallelogrammum a r super totam a b comparatum, parallelogrammo r s, simili dato parallelogrammo d. Quod faciendū receperamus.

Θεώρημα ι, Πρόβλημα λ.

Τὴν τιθεῖσαν ὑποῖαν πεπορασμένῳ, ἀπὸ τοῦ μέσου λόγου τεμαῖν.

Problema 10, Propositio 30.

30 **D**Atam rectam lineam terminatam, per extremam ac mediam rationem dispescere.

ORONTIVS. Recta linea per extremam & mediam rationem Problematis secari dicitur: quando sic dispescitur, ut tota ad unum segmentorum eandem habeat interpretationem, quam idem segmentum ad reliquum. Est igitur data recta quaedam linea terminata a b, quam oporteat per extremam & mediam dispescere rationem. Secetur itaque a b recta in puncto c, per undecimam secundi: ut quod sub tota a b & altero segmento a c comprehenditur rectangulum, æquū sit ei quod ex c b reliquo segmento sit quadrato. Propositis itaque tribus re-

Exequutio de demonstrativa problematis.

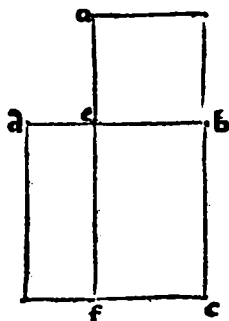
a c b
|-----|
c a continetur rectangulum, æquum erit ei quod a media b c sit quadrato. Ipse igitur tres rectæ lineæ proportionales erunt, per secundam partem decimæ septimæ huius sexti: sicut a b ad b c, sic b c ad c a. Data ergo recta linea a b, per extremam & mediam rationem secatur in c, & illius segmentum maius est b c. Aut si uelis, describatur ex a b recta linea data, Idem alia ratione demonstrare. quadratum a b c, per quadragesimam sextam primi. Et ad datam rectam lineam b c, dato quadrato a b c, æquum parallelogrammum comparatur c d, excedens strare.

similis speciei parallelogrammum c e super totam b c comparatum, ipso d b parallelogrammo simili a b c dato: per antecedentem vigesimam nonam propositionem. Et quoniam simile est a b c, ipsi d b, & quadratum est a b c, & utrique cō-

mune c e ablato itaque c e, reliquū a f reliquo d b, per tertiā cōmunē sententiā est æquale: & qui circa e sunt anguli, æquales sunt ad invicem, per decimā quintā primi, vel quartū postulatu. Aequalium porro, & unū uni æquale habentiu angulū parallelogrammorum: reciproca sunt latera quæ circa æquales angulos, per decimam quartā huius sexti. Et sicut igitur e f ad e d, sic b e ad e a. Sed b e æqualis est e d, & a b ipsi b c, per quadrati diffinitionem: eidem rursū b c, æqualis est e f, per trigessimā quartā primi. Et

e f igitur, ipsi a b, per primā cōmunē sententiā est æqualis. Aequales autē ad eandem eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per septimam quinti.

Et



Et sicut igitur ab ad b e, sic b e ad e a. Data igitur recta linea a b, per ex tremam
 et mediam rationē, in puncto e dispecitur. Quod oportuit fecisse.

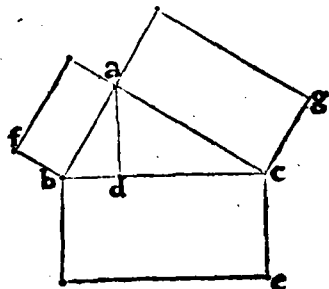
Θώρημα κα, Πρόβωσις λα.

ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίαις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τῶν ὀρθῶν γωνιᾶν ὑπο-
 τήνουσας πλευρᾶς εὐδός, ἴσου δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν τῶν ὀρθῶν γωνιᾶν
 περιεχουσῶν πλευρῶν εὐδοσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγρᾶ-
 φομένοις.

Theorema 21, Propositio 31.

IN rectangulis triangulis, quæ ab rectum angulum subten-
 dente latere species: æqualis est eis, quæ ab rectum angulum
 comprehendentibus lateribus speciebus similibus, similiter
 que descriptis.

Interpretati-
 o theorema-
 tis, cum par-
 tium figuræ
 descriptione.



Demonstratio
 ipsius theore-
 matis.

ORONTIVS. Quod de quadratis superficiebus, proposuit quadragesima

septima primi: hic de quibuscunque rectilineorum speciebus, proponit Euclides.

Esto igitur datum rectangulum triangulum a b c, rectum habens angulum qui
 ad a . Dico quod species rectilinei, quæ describitur ex b c rectum angulum sub-

tens a b et a c rectum angulum continetibus.

A dato enim puncto a , super datam rectam
 lineam b c, perpendicularis deducatur ad , per
 duodecimam primi: quæ per octavam huius

sexti, cadet intra datum a b c triangulum,
 ipsumque in bina diuidet triangula a b d et

a d c, toti a b c atque adinuicem similia. Desi-
 cribatur insuper ex b c, contingens et cuius-

cunque libuerit speciei rectilineum b e: et a
 datis rectis lineis a b et a c, dato rectilineo
 b e, similia similiterque posita rectilinea descri-

bantur a f et a g, per decimamoctauam huius sexti. Et quoniam simile est a b c

triangulum ipsi a b d triangulo, et qui ad b angulus utrique communis: est igitur

sicut ut c b ad b a, sic a b ad b d: sunt itaque b c et a b, similis rationis latera.

Similia porro triangula, adinuicem in dupla ratione sunt similis rationis laterum

per decimamnonam eiusdem sexti. Triangulum igitur a b c, ad triangulum a b d,

duplam rationem habet, quam b c latus ad latus a b. Rursum quoniam b e reo

ctilincum, simile est ipsi a f: similes autem rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt

adinuicem similis rationis laterum, per primum corollarium uigesimæ huius

sexti. Et b e itaque rectilincum, duplam rationem habet, quam latus b c ad simi-

lis rationis latus a b. Ostemus est autem, quod et triangulum a b c ad trian-

gulum a b d, duplam itidem rationem habet quod latus b c ad latus a b. Et sicut

igitur a b c triangulum ad triangulum a b d, sic per undecimam quinti, b e re-

ctilincum ad rectilincum a f: et a conuersa insuper ratione, sicut a b d triangu-

lum ad triangulum a b c: sic a f rectilincum, ad rectilincum b e, per quartæ ipsius

quinti corollarium. Haud dissimiliter ostendemus triangulum a b c ad trian-

gulu

gulu a d c, atq; b e rectilineu ad rectilineu a g, duplicē itidē habere rationem, quā latus b c ad similis rōnis latus a c. Et p̄inde fore sicut a b c triangulu, ad triangulu a d c: sic b e rectilineu, ad rectilineu a g. Et e contra rursū, sicut triangu lu a d c, ad triangulu a b c: sic a g rectilineum, ad rectilineum b e. Patuit autem, quod sicut a b d triangulum ad triangulum a b c, sic a f rectilineum ad rectilineum b e. Primum igitur a b d, ad secundum a b c eandem habet rationem, & tertium a f ad quartum b e: habet rursū & quintum a d c ad secundum a b c eandem rationem, & sextum a g ad ipsum quartum b e. Et composita igitur primum & quintum a b d & a d c, ad secundum a b c eandem habebūt rationem, & tertium a f cum sexto a g ad ipsum quartum b e: per uigesimā quartam ipsius quinti. Sed a b d & a d c triangula, æqualia sunt ipsi a b c triangulo, tanquam partes ipsum totum a b c triangulum integrantes: & ipsa igitur a f & a g rectilinea ipsi b e rectilineo sunt æqualia. Aequum est ergo rectilineum quod ex b e, eis quæ ex a b & a c similibus similiterque descriptis. Idem etiā ostēdere licebit, ex secundo corollario eiusdem uigesimæ huius sexti: coassumptis propter similitudinem triangulorum a b c, a b d, & a d c, tribus rectis lineis b c a b, & b d proportionalibus: & alijs tribus itidem proportionalibus, b c, a c, & c d. Erit enim per idem corollarium, sicut b c ad b d, sic b e ad a f: sicutq; eadem b c ad c d, sic b e ad a g. Hinc ipsarum trium linearum b c, b d, & d c, quemadmodum & supradictorum triangulorum adnunculo, conclusionem haud dissimili poteris elicere discursu. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulum subtendente latere species. & c. ut in t. e. remate. Quod ostendendum fuerat.

Idem alia ratione demonstrare.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

Eὰν δύο τρίγωνα συντιθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς ἀντιστοίχουσιν ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους ἀντιπάλους καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπὴν τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ' ἐνδείας ἔσονται.

Theorema 22, Propositio 32.

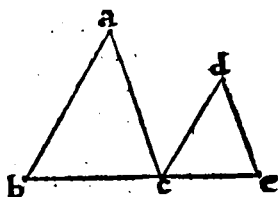
32 **S**I duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut sint eiusdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera, in rectam lineam erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a b c & d c e, ad vnum angulum qui sub a c d composita, habentia duo latera b a & a c duobus lateribus c d & d e proportionalia, sicut b a ad a c ita c d ad d e: sintque eiusdem rationis latera inuicem parallela, utpote a b ipsi c d, & a c ipsi d e. Dico quod reliqua latera b c & c e, in rectam lineam sunt constituta. Cum enim ex hypothesi a b & c d sint parallela. & in eas incidat a c: erit angulus b a c æqualis alterno a c d.

Ostensio theorematiss.

De angulis
qui ad cen-
trum.

a c d sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Bina itaque triangula a b c & d c e, habent unum angulum unum angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula ergo sunt ipsa a b c & d c e triangula, & æquales habent angulos



sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, per sextam huius sexti. Aequus est itaque angulus c b a, angulo d c e. Oportet autem, quod & b a c angulus, æquus est angulo a c d. Duo igitur anguli a c d & d c e, duobus angulis b a c & c b a sunt æquales. Totus rursum qui sub a c e continetur angulus, eisdem angulis, a c d & d c e

æqualis est. Et proinde angulus a c e, duobus angulis b a c & c b a est æqualis. Communis addatur angulus a c b: duo igitur anguli a c b & a c e, tribus angulis b a c, a c b, & c b a, ipsius a b c trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales. sed eisdem tribus angulis ipsius a b c trianguli, sunt æquales duo recti, per trigessimam secundam primi. Et duo itaque anguli a c b & a c e, duobus rectis per primam communem sententiam coquantur. Ad datam ergo rectam lineam a c, atque ad eius punctum c, duæ rectæ lineæ b c & c e non ad easdem partes ductæ, efficiunt utrobique angulos a c b & a c e binis rectis æquales: ipsæ igitur rectæ lineæ b c & c e in directum seu rectam lineam, per decimam quartam ipsius primi sunt constitutæ. Ergo si bina triangula: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

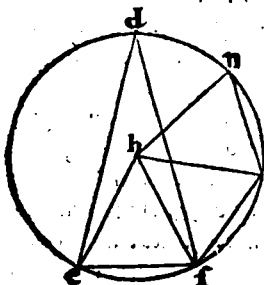
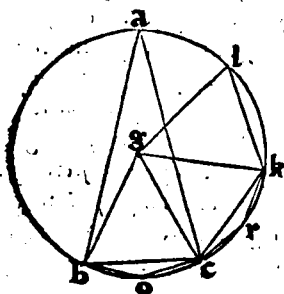
EΑν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι τοῦ αὐτοῦ λόγου ἔχουσιν αἰσ πόδας περιέχουσιν ἐφ' οὗ βιβλικασίμ, ἵκαντα πρὸς τοῖς κέντροις, ἵκαντα πρὸς τὰς περιφύσεις ὡς βιβλικίαι. ἐτι δὲ καὶ οἱ τομῆς, αὐτὸ πρὸς τοῖς κέντροις σὺν ἰσῶν ἀμφοῖν.

Theorema 23, Propositio 33.

IN æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circumferentijs in quibus deducuntur: & si ad centra, & si ad circumferentias fuerint deducti. tunc etiam sectores, tamquam ad centra constituti.

ORONTIVS. *¶* Sint bini & adinuicem æquales circuli, a b c & d e f: ad quorum centra, g & h, anguli deducantur b g c & e h f, ad circumferentias autem, b a c & e d f, circumferentias b c & e f comprehendentes. Aio primum quod ueluti circumferentiæ b a c, ad e f circumferentiā, sic angulus b g c ad angulum e h f: necnon & angulus b a c, ad angulum e d f. Cōnectantur enī per primum postulatū b c & e f. & in datis circulis a b c & d e f, datis rectis lineis b c & e f, nō maioribus eorundem colorum dimetiētibus: quotcūq; æquales rectæ lineæ ordine coaptentur, c k & k l ipsi b c, atque f m & m n ipsi e f æquales, per primam quartam. & per primum postulatū, cōnectantur g k, g l, h m, & h n rectæ lineæ. Et quoniam æquales sunt b c, c k, & k l, rectæ lineæ: æquales sunt & circumferentiæ b c, c k, & k l easdem rectas inuicē æquales subtendentes, per uigesimam octauam tertij. Hinc per uigesimam

utige, si man eptim in eiusdem tertij, anguli b g c, c g k, & k g l, æquales sunt adinuicē. Et proinde anguli e h f, f h m, & m b n, adinuicē: pariter æquales.



Quotuplex igitur est b c l circumferentia, ipsi⁹ circumferentiæ b c: totuplex est angulus b g l ipsius anguli b g c. quotuplex in super

est e f n circumferentiæ, ipsi⁹ circumferentiæ e f: totuplex est angulus e h n, ipsi⁹ anguli e h f. quia æquæ multiplicia, æquæ multipliciū sunt æquæ maiora, uel æquæ minora. si itaque circumferentiæ b e l, maior est circumferentiæ e f n: æquæ maior est & angulus b g l ipso angulo e h n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidē proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinum, ut pote b c & e f circumse-

Circumferentiæ		Anguli	
b e l.	e f n.	b g l.	e h n.
b c.	e f.	b g c.	e h f.

rentiarum, & angulorum b g c & e h f, sumpta sunt æquæ multiplicia primæ & tertiæ: nec non secundæ & quartæ alia utrunque æquæ multiplicia. & sicut multiplex primæ, ad multiplex secundæ: sic multiplex tertiæ, ad multi-

plex quartæ se habere deductum est, in eadem ratione igitur est prima ad secundam, & tertia ad quartam, per sextam ipsius quinti diffinitionem: hoc est, sicut b c circumferentiæ, ad e f circumferentiā: sic angulus b g c, ad angulum e h f.

Et quoniam angulus b g c, duplus est anguli b a c: & e h f, ipsius e d f itidem De angulis duplus, per uigesimā tertij, sunt itaque b g c & e h f anguli ipsorū b a c & e d f qui ad circumferentias sunt angulorum æquæ multiplices. Partes autem eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicē: per decimam quintam eiusdem quinti. Quam rationē igitur habet angulus b g c, ad angulum e h f: eam habet & angulus b a c, ad angulum e d f. Ostensum est autem, quod angulus b g c ad angulū e h f eam habet rationem: quā b c circumferentiā, ad

b c e f | b g c e h f | b a c e d f

circumferentiā e f. Et b a c igitur angulus ad angulū e d f eam habet rationem, per undecimam quinti: quā b c circumferentiā, ad circumferentiā e f. Dico insuper, quod sicut eadem circumferentiā b c, ad cir-

cumferentiā e f: sic g b c sector, ad sectorem h e f. Coassumantur enim in De sectorib⁹ b e & c k circumferentiæ contingentiæ si nō connectatur h o o c c r.

Rursum quoniam b e circumferentia, æqualis est circumferentiæ c k: si à tota a b e circumferentia, eadem æquales auferantur circumferentiæ, reliqua b a c reliquæ c a k, per tertiam communem sententiam, est æqualis. Et proinde angulus h o c & c r k æquales sunt aduicem, per uigesimamseptimam tertij. Similis est igitur sectio b o c, sectioni c r k, per decimam ipsius tertij diffinitionem: & in æqualibus rectis lineis b c & c k constitutæ sunt. Æqualis est igitur sectio b o c, sectioni c r k, per uigesimamquartam eiusdem tertij. Et quoniam æquum est triangulum g b c, triangulo c g k: totus propterea sector g b c, totic c g k sectori, per secundam communem sententiam est æqualis. Et proinde sector g k l, utrique ipsorum g b c, & c g k conuincitur æqualis. Tres itaque sectores g b c, c g k & g k l, sunt æquales aduicem. Haud dissimiliter, sectores h e f, f b m, & b m n, inuicem æquales fore concludentur. Quotuplex est igitur circumferentiæ b c, ipsius b e circumferentiæ: totuplex est g b l sector, ipsius sectoris g b c. Et proinde quotuplex est circumferentia e f n, ipsius e f circumferentiæ: totuplex est & sector h e n, ipsius sectoris h e f. Ergo si b c l circumferentia, maior est ipsa e f n: æquè maior est & sector g b l, ipsius sectoris h e n: & si æqualis, æqualis: & si minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinū, duarū inquam circumferentiarū b c & e f, & duorum sectorum g b c & h e f, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ, necnon secundæ & quartæ: alia utcumque æquè multiplicia: & ut multiplex primæ ad multiplex secundæ, sic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ se habere deductum est. Prima igitur ad secundam, eandem habet rationem, & tertia ad quartam, per sextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circumferentia b c ad circumferentiam e f: sic g b c sector, ad sectorem h e f. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipsius circumferentijs in quibus deducuntur: & si ad centra, & si ad circumferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tanquam ad centra cōstituti. Quod tandem receperamus ostendendum.

Circumferentiæ.	Sectores.
b c l.	e f n.
g b l.	h e n.
b c.	e f.
g b c.	h e f.

¶ Et proinde manifestum est, quod ueluti sector ad sectorem, sic per undecimam quinti angulus ad angulum: utrobique enim ratio offenditur, quæ circumferentiæ ad circumferentiam.

¶ Corollarium.

¶ Et proinde manifestum est, quod ueluti sector ad sectorem, sic per undecimam quinti angulus ad angulum: utrobique enim ratio offenditur, quæ circumferentiæ ad circumferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICORVM

Elementorum Euclidis Megarenfis, Ex Orontij

Finæ Delphinatis, Regij Mathematicarum

Lutetiæ professoris, recens aucta &

emendata traditione,

FINIS.

INDEX OPERVM AB ORON.

tio Finæo Delphinatæ, Regio Mathematicarum Lutetiæ professore, ab hinc annis XXX (quibus eadẽ Mathematicas Lutetiæ publicè docere, ac instaurare non cessauit) successiue conscriptorum.

¶ In primis quæ iam edita & impressa sunt.

1. De Arithmetica practica, Libri quatuor, ijs qui ad Mathematicam aspirant Philosophiam peritiles ac necessarii: ter iam æditi.
2. De Geometria practica, Libri duo: vbi de rectis in circulo subten sis: & de longitudinibus, planorum, & solidorum dimensionibus.
3. De Mundi Sphæra, siue Cosmographia, primæ Astronomiæ parte, Libri quinque, proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati: bis iam æditi, & absque commentarijs semel.
4. De quadrantibus & solaribus horologijs, Libri quatuor: in quibus præter emendatas aliorum inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio, & hydraulicum inter cætera horologium, æqualia describens horarium interualla.
5. De sinibus, hoc est, rectis in circuli quadratæ subtēsis, Libri duo: vnâ cum eorundem sinuum tabula, per ipsum Orontiũ fideliter admodum supputata: quorum extat æditio secunda seorsum impressa.
6. Organum sinuum: quo tũ geometrici, tum astronomici canones, ex quatuor sinuum proportionibus pēdentes, certa ratione, ac inaudita facilitate tractantur: cuius æditio secunda recens seorsum impressa est.
7. Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Geometricorum Euclidis: quorum hæc est æditio tertia.
8. Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiens, eiusdem (& amplioris) cum ipso Astrolabio siue Planisphærio commoditatis: bis iam æditus.
9. Aequatorium planetarum, sub quadrangula & altera parte longiori forma comprehensum, bis itidem æditum.
10. Theoricæ planetarum gallicè conscriptæ, & elegantissimis figuris ornata: vnâ cum Armillis & Meteoroscopio Ptole.
11. ¶ Almanach coniunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum computum spectare videntur, xxxv annis inseruiens.

14. Descriptio vniuersi orbis, sub gemina cordis humani figura, & vniuerso papyri folio comprehensa.
15. Eiusdē Orbis amplior designatio, in vnicam humani cordis effigiem dudum coextensa, & piusque impressa.
16. Chorographia terrarum, ad sacre scripturę intelligentiam necessarium, quam vocant diui Pauli peregrinationem.
17. ¶ De Circuli quadratura, Liber vnus: vbi de area seu dimensione ipsius circuli, & ratione circumferentię ad diametrum.
18. De multangularum omnium & regularium figurarū descriptione, tam intra quā extra circulum, ac super quauis data linea recta.
19. De inuenienda longitudinis locorum differētia, aliter quā per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore, Liber admodū singularis.
20. Planisphærium geographicum: quo tum longitudinis atque latitudinis differentię, tum directę locorum deprehenduntur elōgationes.

¶ *Recens edita, anno scilicet 1551.*

21. Sphæra Mundi siue Cosmographia quinque libris recens auctis & emendatis absoluta, & tam latinē quā gallicē conscripta suisque figuris elegantissimis & tabulis illustrata.
22. In præfatos libros de Mundi Sphæra, & planetarum theoricarum canonum astronomicorum, atque geographicorum, Libri duo.
23. De speculo vstorio ignem ad propositam distantiam generante, Liber vnus.
24. Canones in vulgatas ephemerides, gallicē, sed mira facilitate cōscripti.

¶ *Que absoluta, sed nondum edita sunt.*

1. Theoricę motuum cælestium in suam harmoniam redactę, per opportunisquē tum figuris elegantissimis, tum scholijs & demonstrationibus recens illustratę.
2. Liber de componendis artificialibus theoricis, tam peculiaribus quā generali instrumento comprehensis: quibus vera planetarum loca, vel facili deprehenduntur.
3. De ratione partium vsūque Astrolabij siue Planisphærij, libri tres: gallicē & latinē conscripti, & propediem ædendi: vnā cum ipso instrumento, noua & eleganti vsūque paratissima descriptione fabricato, ac geographicis canonibus per eundem Orontium recens adiuuentis illustrato.
4. Lilium astronomicum, vniuersam motuum cælestium & theoriam & praxin breui admodūque subtili complectēs artificio: opus planē diuinum.

Directorij

5. Directorium planetarum, tum circa limbū Astrolabij, tum seorsū mirabili ratione contextum: ijs qui iudiciariam exercent Astrologiam perutile valdeque necessarium.
6. Nouæ aliquot quadrantum, & horariorum annulorum descriptio- nes, ab eodem Orontio recēns excogitatæ: quæ cum prius ædis- tis horologijs propediem in lucem emittentur.
7. Galliarum Chorographia noua, ad iustam locorum positionem summa diligentia aucta, emendata, & depicta.
8. Topographia Delphinatus, Prouinciæ, Sabaudia, & patriæ Pede- montanæ, ad viuum quantum fieri potuit figurata.
9. Noua Orbis descriptio recēns adiuuenta geminis constans hemi- sphærijs, ex fidelioribus terrarum obseruationibus deprompta.
10. De geometria practica libri tres, in quibus de linearū, planorum, solidorum dimensione, inaudita eruditione, tam gallicè quàm latinè tractatur.
11. In arithmetica Euclidis elementa, septimo octauo & nono suorū elementorum libris comprehensa demonstrationes.
12. In decimum, & reliquos libros eiusdem Euclidis demonstratio- nes dudum conscriptæ: quæ tandem in lucem edentur.
13. De rebus mathematicis hætenus desideratis, libri quatuor: op⁹ hætenus inauditum, & mira subtilitate refertum.

¶ *Molitur nunc & alia quàm plurima, tum circa reliquos Euclidis libros, tum in magnam Ptolomæi constructionem, quam vocant Almagestum, atque cele- stium motuum tabulas quæ per inclementiam temporum, & domesticorum ne- gociorum urgentem multitudinem, in sua cogitur differre tempora.*
Addde quòd non parca ex alienis emendauit, ac in lucem emisit, & tum scholijs & appendicibus, tum figuris pro singulorum exigentia decorauit. Quæ cum lon- gum esset recensere, data prætermittimus opera.

