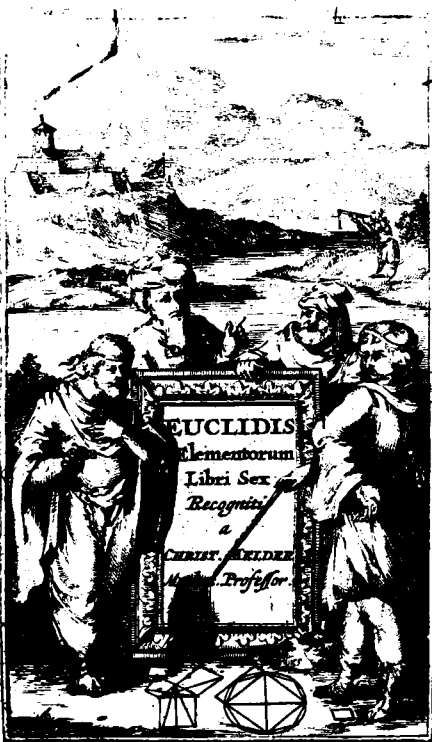


Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres





EVCLIDIS ELEMENTORVM

S E X

PRIORES LIBRI

Recogniti

O P E R A

CHRISTIANI MELDER.

Matheseos Prof.



LUGD. BATAV. & AMST.

Apud DANIELEM, ABRAHAMUM &
ADRIANUM à GAESBEECK.

clō lōc lxxiii.



PRÆFATIO

A D

LECTOREM.

Inter plurimos qui sex priora Euclidis Elementa commentariis illustrarunt non minimam laudem meretur Georgius Fournier. Qui prolixas obscurasque demonstrationes evitando, claras ac succinctas substituit, Le-

*

3

cto-

PRÆFATIO.

etorum attentionem sine imaginationis confusione ut sibi conciliaret.

Præter figurarum intricatam exiguitatem primum nil displicuit ; quas proinde simpliciter mutare decreveram : Sed in ipso operis processu non tantum multa ex Clavio, Tacqueto , Barrow aliisque adjeci , verum per plurimas demonstrationes ita immutavi , præsertim in posterioribus libris, ut
nullo

PRÆFATIO.

nullo modo nomen meum
reticere potuerim ; quod
in hunc finem moneo, ne
quis me injuriam D° Four-
nier fecisse putet. Aliorum
labores pro meis vendi-
tare nec studeo nec so-
leo. Agnosco pleraque
ipsius esse. Correctiora
vel ante annum prodiis-
sent, nisi execrabilis bello-
rum turba, variaque hinc
nata impedimenta inter-
cessissent. Cæterum ap-
plausum si obtinuerint

* 4 quæ

P R Æ F A T I O.

quæ apposui ad meliora
ac magis grata instigabor.
Vale.

EU.

EVCLIDIS

ELEMENTUM

PRIMUM.

DEFINITIONES.

1. *Punctum est, cujus pars nulla.*

Gracè legitur *σημειον*, signum hoc est à quo incipit designatio quantitatis finitæ. Idem intellige de linea ac superficie, non quod ex fluxu puncti aut lineæ originem traxerint.

2. *Linea vero longitudo non lata.*

Linea talis nulla ducitur à parte rei ; sed sicut punctum , ita & linea signum seu initium est quantitatis latæ.

3. *Lineæ autem termini sunt puncta.*

Id est longitudinis determinatæ principium & finis est punctum : per infinitam autem lineam Euclides intelligit lineam cujusvis magnitudinis , seu indeterminatam.

4. *Recta linea est, quæ ex æquo sua interjacet puncta.*

Sive cujus extrema obumbrant omnia media , ut dixit Plato : vel minima earum quæ terminos habent

bent eisdem, ut vult Archimedes.

5. *Superficies vero est quæ longitudinem latitudinemque tantum habet.*

6. *Superficiei autem extrema sunt lineæ.*

Hæc definitio intelligenda est tantum de superficie plana vel mixta, non autem de circulari; quando enim habet extremum, lineam tantum habet, non lineas.

7. *Plana superficies, est quæ ex æquo suas interjacet rectas.*

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana superficie sunt intelligenda.

8. *Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum jacentium, alterius ad alteram inclinatio.*

Hic causæ anguli explicantur : Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt. Formalis est alterius in alteram inclinatio. Unde sequitur primò, quòd illæ duæ lineæ non ita se debent tangere, ut jaceant in directum, id est, ut unicam rectam constituent lineam; sed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas consistit in majori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3. non esse necesse, ut duæ lineæ post contactum productæ se mutuò secent, ut vult Pel-

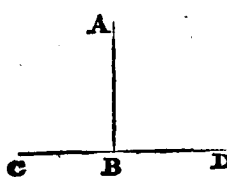
LIBER PRIMUS. 3

Pelletarius : id enim tantum est verum in angulis rectilineis : sed sufficere, ut se tangant & inclinentur.

Denique si angulus ille fit in superficie plana, dicetur planus. In omni vero figura, licet quemlibet angulum tribus litteris appellemus, ille tamen semper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. Cum autem continentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.

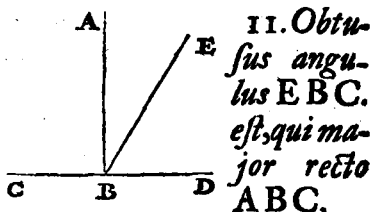
Si utraque curua, curvilineus: si curua altera, altera recta; mixtus.



IO. Cum
verò re-
cta AB.
super re-
ctam CD.
stans, eos qui sunt deinceps
ABC. ABD. angulos, æ-
quales inter se facit, rectus
est uterque æqualium angu-
lorum, & insists recta AB.
perpendicularis vocatur ejus
cui insistit CD.

Tunc angulus uterque dicitur
æqualis, quando recta AB. non
magis in C. quam in D. inclinatur.

Quod autem Græci dicunt *κα-
θήναι* Latinè redditur perpendicu-
laris; frequentius tamen utun-
tur Mathematici verbo Græco
quam Latino, maximè in Optica:
unde apud eos nihil usitatius
quàm *καθήναι*, imo Latine red-
dunt Cathetum.



Nempe quia recta EB. magis recedit à subiecta GD. quàm perpendicularis AB.

12. *Acutus vero EBD. qui minor recto ABD.*

13. *Terminus est quod alicujus est extremum.*

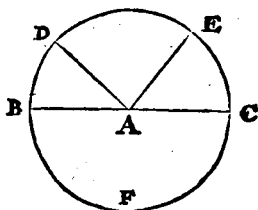
Talia sunt, punctum, linea superficies: nempe punctum lineæ, linea superficiei, & superficies corporis.

14. Figura est quæ sub aliquo, vel sub aliquibus terminis comprehenditur.

Dixit sub aliquo, nempe quia circulum & ellipsim, unicus terminus, hoc est linea circularis, comprehendit: ad rectilineas verò figuras, plures semper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non vero tantum terminare. Unde sequitur 1. Quod lineæ nulla proprie est figura, cum puncta lineam, non ambiant, sed solum terminent. Sequitur 2. quod superficiei infinitæ vel corporis infiniti; si quod dari posset, figura nulla sit, 1. quia omnis figura debet ambire, & comprehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremum rei: Quomodo
vero

vero id quod habet finem & extrema, erit infinitum?



15. *Circulus est figura plana sub una linea A. B. C. comprehensa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum quæ intra figuram sunt posita, omnes cadentes rectæ DA. DB. DC. æquales inter se sunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphæricorum lib. 1. deff. 1. & 2. idem habet, definitione vero 5. sic polum describit.

Polus

Polus circuli in Sphæra, est punctum in superficie Sphæræ, à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, sunt inter se æquales. Ex quibus colliges inter centrum, & polum hoc tantum esse discriminis, quod centrum concipiatur intra figuram positum: Polus vero in superficie Sphæræ.

17. *Diameter autem circuli est recta quædam AB. per centrum D. ducta, & terminata ex utraque parte, à circuli peripheria A. & B. quæ & bifariam secat circum.*

Hic tria observabis 1. omnes Diametros ejusdem circuli esse æquales inter se, cum earum medietates ex def. 15. sint æquales.
2. Quod sequitur ex 1. est quod licet in circulo possint infinitæ
duci

duci rectæ non transeuntes per centrum, solæ tamen rectæ per centrum ductæ, & in periphæria terminatæ dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ vero inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cujusque rei, ait Ptolomæus, in Analemmate, debet esse stata determinataque, non indefinita. Unde non est quod mirentur tyrones si in foeminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est Diameter quod linea dimetiens, vel in duo æqualia dividens.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionem semicirculi sic coaptari portioni reliquæ ut diameter sit utriusque basis. Si circumferentia una congruat penitus

nitus circumferentiæ alteri, manifestum est illas duas portiones à diametro factas, esse inter se æquales, cum neutra aliam excedat. Si verò circumferentia una non congruat cum altera, sed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem est figura quæ continetur sub diametro A B. & sub ea linea A D B. quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Segmentum circuli est figura quæ continetur sub recta & circuli peripheria.*

Per rectam hic intellige omnem non diametrum, nisi item velis semicirculum dicere segmentum.

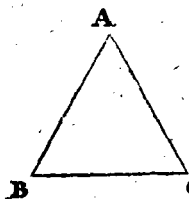
20. *Recti*

20. *Rectilineæ figuræ sunt quæ sub rectis continentur.*

21. *Trilateræ quidem quæ sub tribus.*

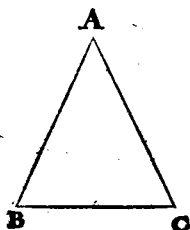
22. *Quadrilateræ verò quæ sub quatuor.*

23. *Multilateræ autem quæ sub pluribus quam quatuor rectis comprehenduntur.*



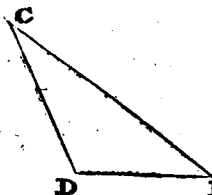
24. *Trilaterum porro figurarum, æquilaterum triangulum est quod tria latera habet æqualia.*

B 25. *Iso-*



25. *Isoceles autem, quod duo tantum habet æqualia A B. A C.*

Σκέλη, τὸ, crus Græcis est, unde compositum ἰσοσκελὲς qui æqualibus est cruribus: τείνων ἰσοσκελὲς; quod è tribus lineis duas æquales habet, quibus quasi cruribus insistit.

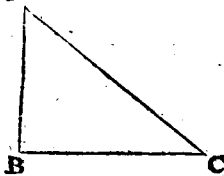


26. *Scalenum verò quod tria inæqualia habet latera.*

Triangulorum hæ sunt species ex laterum ratione petitæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

27. *Ad*

A

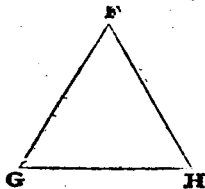


B

C

27. *Ad hæc etiam trilatararum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum ABC.*

28. *Amblygonium est quod habet obtusum angulum, hoc est, majorem recto.*



G

H

29. *Oxygonium vero quod tres acutos habet angulos, hoc est, minores recto.*

Not. In omni triangulo cujus duo quæcunque latera expresse

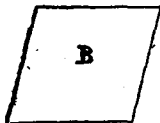
nominantur, solet reliquum latus à Mathematicis, basis dici, five illud in situ locum infimum occupet, five supremum.



30. *Quadrilaterum autem figurarum quadratum quidem est quod æquilaterum est & rectangulum.*

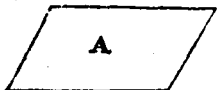


31. *Altera parte longior figura est, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.*

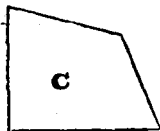


32. *Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.*

33. *Rhombus.*



33. Rhomboides vero quæ adversa, & latera, & angulos æqualia inter se habens, neque æquilatera est, neque rectangula.



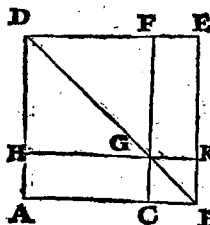
34. Præter has autem reliquæ quadrilateræ, Trapezia appellantur.

35. Parallelae sunt rectæ, quæ in eodem plano existentes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neutram mutuo incidunt.

Ad hoc ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non sufficit ut productæ in infinitum non concurrant.

Sic enim duæ rectæ in transversum positæ re aliqua interposita, & non se tangentes, dicerentur parallelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, ut sint in eodem plano.

36. *Parallelogrammum est figura quadrilatera, cujus bina opposita latera sunt parallela seu equidistantia.*



37. *Cum vero in parallelogrammo diameter BD. ducta fuerit, duæque rectæ CF. HK. lateribus parallela secantes diametrum in uno eodemque puncto G. ita ut parallelogrammum distri-*

distributum sit in quatuor parallelogramma ; per qua diameter non transit scil. AG. GE. appellantur complementa eorum qua circa diametrum consistunt ut HF. GE.

POSTULATA.

1. *Postuletur à quovis puncto A. ad quodvis punctum B. rectam lineam A B. ducere.*

2. *Et terminatam rectam AB. in continuum recta producere in C.*

3. *Et quovis centro, & intervallo circulum describere.*

Communes notiones seu
Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia ,
& inter se sunt æqualia.*

2. *Et si æqualibus æqua-
lia adjecta sint , tota sunt æ-
qualia.*

3. *Et si ab æqualibus
æqualia ablata sint , quæ re-
linquuntur sunt æqualia.*

4. *Et si inæqualibus æ-
qualia adjecta sint , tota sunt
inæqualia.*

5. *Et si ab inæqualibus
æqualia ablata sint , reliqua
sunt inæqualia.*

6. *Et quæ ejusdem dupli-
cia, inter se sunt æqualia.*

7. *Et*

7. *Et quæ ejusdem dimidia, inter se sunt æqualia.*

8. *Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.*

Id est, quæ collata, ita componuntur, ut pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem rectæ & æquales congruunt, uti & anguli.

9. *Et totum parte majus est.*

10. *Et omnes anguli recti æquales inter se sunt.*

11. *Si in duas rectas recta incidens interiores, & ad easdem partes angulos duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter se*

*se ad eas partes, in quibus
sunt anguli duobus rectis mi-
nores.*

Scio principium hoc obscurum quibusdam, & à Gemino & Proclo rejectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus communibus rejici, quod unus aut alter ei assensum neget: oporteret enim & nonum expungere. Jam enim sunt aliqui Philosophi adeo subtiles ut negent totum sua parte majus. His & illis sufficiat dicere Euclidem ceterosque omnes, hæc omnia ex sola terminorum notione, evidentia censuisse, & existimasse sensu communi carere, qui ea negaret. Ne scrupulus remaneat, illud demonstrat Clavius prop. 28. l. 1.

12. *Duæ rectæ spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

13. *Omne totum est æquale omnibus partibus simul sumptis.*

Plura talia axiomata excogitari possunt & ab aliis proposita sunt, sed hæc sufficere nullus dubito.

N O T A.

Quicquid proponitur vocatur propositio, estque vel problema vel Theorema.

Problema est propositio ubi aliquid proponitur efficiendum & conclusio semper talis est, quod erat faciendum.

Theo-

24 EUCL. LIBER PRIMUS.

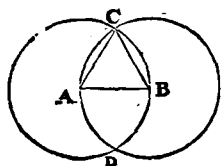
Theorema est propositio cum proponitur proprietas vel veritas de aliqua re demonstranda, & conclusionis formula. Quod erat demonstrandum.

Quicquid autem tanquam consecrarium aut lucrum ex demonstratione sequitur Corollarium appellatur.

Lemma insuper vocatur demonstratio præmissæ alicujus, ut quæsi demonstratio evadat brevior ac clarior.

PRO-

PROPOSITIO I.



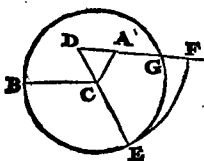
*Super data Proble-
ma I.
recta termi-
nata A B.
triangulum æ-
quilaterum A
B C. consti-
tuere.*

Praxis. Ex centris A & B. spa-
tio A B. describe ^a duos cir- ² 3.
culos, & ex puncto sectionis C. ^{Post.}
duc ^b rectas C A. C B. Dico ^b 1.
triangulum A B C. esse æquila- ^{Post.}
terum.

Probatur. Recta A C. æqualis
est ^c rectæ A B. & B C. ^c eidem: ^c 15.
ergo rectæ A C. B C. æquales ^{Def.}
eidem A B. æquales sunt ^d inter ^d 1.
se. Ergo triangulum A B C. est ^{Ax.}
^e æquilaterum. Quod erat fa- ^c 24.
ciendum. ^{Def.}

PROPOSITIO II.

Prob. 2.



*Ad datum
punctum A. da-
ta recta B C.
equalem re-
ctam A F. po-
nere.*

a 1.
Post.
b 1. 1.

c 3.
Post.
d 2.
Post.

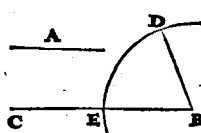
Prax. Jungatur ^a A C. Super
ipsa A C. fac ^b triangulum
æquilaterum C D A. centro C.
spatio B C. duc ^c circulum : latus
D C. produc ^d in E. centro D.
spatio D E. duc circulum : latus
D A. produc in F. Recta A F.
æqualis est rectæ C B.

e Ex
const.
f 15.
Def.
g 3.
Ax.
h 1.
Ax.

Prob. Rectæ D A. D C. sunt
^e æquales. Rectæ D E. æqualis
^f recta D F. ^g Ergo recta A F.
rectæ C E. Rursum, recta ^f C E.
æqualis est rectæ C B. ^h Ergo
A F. ipsi C B. Quicumque autem
alii ponantur casus, eadem semper
erit constructio & demonstratio,
ut bene notat Clavius ex Proclo.

PRO-

PROPOSITIO III.



*Datis duabus Prob. 3.
rectis inaequali-
bus A. & B C.
de majori B C.
minori A. æ-
qualem rectam B E. detrabere.*

Prax. Ad datum punctum B.
datae rectae A. æqualem
rectam D B. ^a pono. Centro B. ^a 2. 1.
spatio B D. ducō ^b circulum, ^b 3.
abscissa B E. est æqualis ipsi A. ^{Post.}

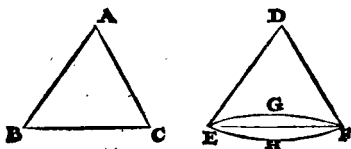
Prob. Recta B E. est ^c æqua- ^c 15.
lis ipsi B D. quæ ponitur ^d æqua- ^{Def.}
lis ipsi A. Ergo abscissa B E. ^d Ex
æqualis est ^e datae A. Quod erat ^e 1.
faciendum. ^{Ax.}

S C H O L I U M.

*Circino hoc ut & pracedens problema
fieri potest secundum Tacquet; sed tunc
ex sententia Procli nullo postulato satis-
facit.*

PROPOSITIO IV.

Theore-
ma I.



Si duo triangula A. & D. duo latera, duobus lateribus aequalia habeant utrumque utrique hoc est A B. ipsi D E. & A C. ipsi D F. habeantque angulos A. & D. lateribus illis contentos, aequales: Et Basim B C. basi E F. aequalem habebunt, & triangulum A B C. triangulo D E F. aequale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis aequales erunt uterque utrique, hoc est angulus B. angulo E. & angulus C. angulo F. æqualis erit, sub quibus aequalia latera A B. ipsi D E. & A C. ipsi D F. subtenduntur.

Prob.

Prob. Latus A B. lateri D E.
 & latus A C. ipsi D F. & an-
 gulus A. angulo D. ponuntur
 æqualia: ergo si superponantur,
 a congruent: ergo & basis B C. a 8.
 basi E F. congruet. Adeoque ^{Ax.}
 totum triangulum toti triangu-
 lo super imposito æquale erit.
 Q. E. D.

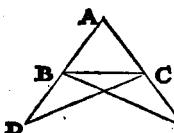
N O T A.

1. *Proprietas trianguli in hoc theoremate proposita, cum ex terminorum explicatione videatur patere, posset assumi tamquam communis notio.*

2. *Quemadmodum duo latera cum angulo incluso inferant æqualitatem basium & angulorum; sic & vicissim dicendo, duo latera & bases æquales inferre angulos æquales. Adeoque octava propositio tanquam confectarium hujus haberi poterit.*

PROPOSITIO V.

Theor. 2.



Isoſcelis trianguli
ABC. qui ad baſim
sunt anguli ABC.
ACB. inter ſe ſunt
æquales, & productis
æqualibus rectis AB.
AC. puta in D. &
E. qui ſub baſi ſunt
anguli CBD. BCF. inter ſe æquales ſunt.

Præparatio. Ex lineis AB. AC. pro-
 ductis, accipio a æqualia BD. CF.
 & b duco rectas CD. BF.

Post. Prob. Triangulorum BAF. CAD.

unum latus BA. Uni CA. & alterum

c Ex FA. alteri DA. c æquale est. Et angulus

Hyp. BAC. utrique est communis: ergo

d 4. 1. d angulus ABF. æqualis est angulo

ACD. & angulus AFB. angulo ADC.

& baſis BF. baſi CD. æqualis. Rurſus

in triangulis BCD. CBF. latus CF. la-

e 3. 1. teri BD. e est æquale, & latus FB. pro-

batum est æquale ipſi DC. & angulus D.

f 4. 1. angulo F. æqualis. Ergo f anguli CBD.

BCF. infra baſim ſunt æquales & angu-

li BCD. CBF. æquales. Qui ſi tollantur

ex æqualibus ABF. ACD. relinquent

angulos ad baſim g ABC. ACB. æqua-

g 3. les. quod erat demonſtrandum. Thales

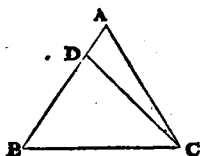
Ax. fertur autor hujus propoſitionis.

Corollarium. Omne triangulum æ-

quilaterum, est æquiangulum.

PRO-

PROPOSITIO VI.



Si trianguli Theor. 3.

A B C. duo
anguli A B C.

A C B. aqua-
les inter se fue-
rint, & sub

*æqualibus angulis subtensa latera
A B. A C. æqualia inter se erunt.*

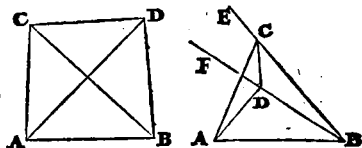
Si negas: pars unius B D. ^a fiat ^a 3. 1.
æqualis alteri C A. hoc posi-
to; triangula D B C. A C B. se
habent juxta quartam; nam latus
B C. commune, & latera B D.
C A. æqualia, & anguli D B C.
A C B. æquales. Ego & totum
triangulum æquale erit toti trian-
gulo, hoc est totum parti: quod
repugnat. ^b

^b 9.

Ax.

Coroll. Omne triangulum æ-
quiangulum, est æquilaterum.

PROPOSITIO VII.



Theor. 4. Super eadem recta AB . duabus
eisdem, rectis AC . BC . aequales
alia dua recta AD . BD . utraque
utrique, hoc est AC . ipsi AD .
& BC . ipsi BD . non constituentur
ad aliud & aliud punctum, puta D .
ad easdem partes, eosdem terminos
 B . & A . habentes, cum duabus ini-
tio ductis rectis.

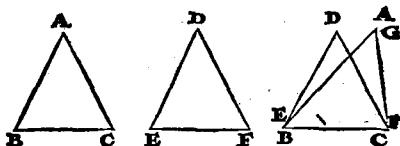
Prob. Quia si possint duci duæ
aliæ, ducantur in D . Ergo
a 5. 1. triangulum CAD . a est Ifofce-
les: ergo anguli ACD . ADC .
æquales. Rursus triangulum
 CBD . est Ifosceles. Ergo an-
guli BDC . BCD . sunt æqua-
les, cum tamen angulus CDA .
pars

pars anguli totalis CDB . probatus sit æqualis totali angulo ACD . Idemque sequetur incommodum ubicumque statuatur punctum versus easdem partes. Nam si ponatur punctum intra triangulum in D . ut in secunda figura, ductis AD . BD . BC . E . & DC . sic dico. Rectæ AD . AC . ponuntur æquales, ergo ^b anguli ADC . ACD . sunt ^b s. i. æquales: similiter BD . BC . ponuntur æquales, ergo anguli infra basim EDC . FDC . sunt ^b æquales, ergo angulus FDC . major est angulo ADC . quemadmodum ECD . major est ipso ACD . quod repugnat.

Denique non potest statui punctum in parte alicujus lineæ ex datis, alioquin pars esset æqualis toti, contra 9. ax.

NB. Hæc propositio tantum adhibetur ad demonstrandam subsequentem octavam, quæ posset tamquam confectarium quartæ assumi.

PROPOSITIO VIII.



Theor. 5. Si duo triangula A. D. duo latera, AB. AC. duobus lateribus DE. DF. equalia habeant, alterum alteri: habeant etiam basim BC. basi EF. equalem: Et angulum A. angulo D. equalem habebunt, sub equalibus rectis contentum.

Prob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cum
 a 8. angulus non sit aliud quàm inclinatio duarum linearum. Quod
 Def. si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD. apex D. non cadat in A. sed in G. ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC. ducentur ad aliud punctum, contra præcedentem.

PRO-

PROPOSITIO IX.



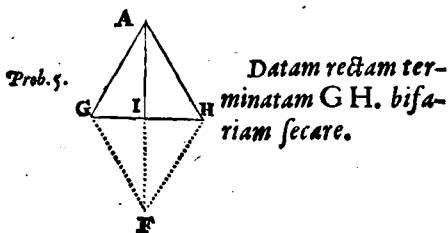
*Datum an-
gulum rectili-
neum B A C.
bifariam se-
care.*

Prax. Ex lateribus dati anguli
B A C. sumo ^a rectam A D. ^a 3. 1.
& ipsi æqualem A E. Jungo D E.
constituo ^b triangulum æquilate- ^b 1. 1.
rum D E F. ducta recta A F. bi-
fariam dividet angulum A.

Prob. In triangulis D A F.
E A F. rectæ A D. A E. sunt
æquales : A F. communis est , &
basis D F. basi E F. æqualis :
^c ergo anguli F A D. F A E. sunt ^c 8. 1.
æquales. Ergo angulus B A C.
divisus est bifariam. Quod facien-
dum erat.

PRO-

PROPOSITIO X.



Prax. Supra rectam GH .
 a 1. 1. ^a constituo triangulum æquilaterum GAH . cujus angulum
 b 9. 1. A . divido ^b bifariam, ducta recta AF . dividet rectam GH . bifariam.

Prob. Triangula GIA . HIA . se habent juxta quartam ex constructione figuræ : ergo habent bases GI . IH . æquales. Ergo recta GH . divisa est bifariam. Q. E. F.

PROPOSITIO XI.



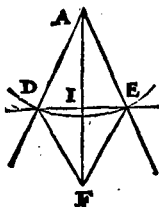
*Data recta Prob. 6.
DF. à puncto
I. in ea data,
ad rectos an-
gulos, rectam*

Prax. Ex linea DF. à puncto
I. sumo ^a partes hinc inde ^a 3. 1.
æquales ID. IE. super DE.
^b constituo triangulum æquilate- ^b 1. 1.
rum DAE. à puncto A. ad
punctum I. recta ducta erit per-
pendicularis.

Prob. Latus DI. ^c est æquale ^c Ex
lateri IE. & latus ^d DA. ipsi AE. ^{const.} d 23.
& latus AI. commune. ^e Ergo ^{Def.}
anguli AID. AIE. erunt æqua- ^e 8. 1.
les, ^f ergo recti: ergo ^f AI. per- ^f 10.
pendicularis. Q. E. F. ^{Def.}

PROPOSITIO XII.

Prob. 7.



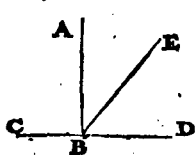
*Super datam
rectam infinitam
DE. à dato puncto
A. quod in ea non
est, perpendiculari-
rem rectam lineam
AI. excitare.*

Prax. Centro A. duco circu-
lum, qui secet rectam DE. à
sectionibus duco rectas DA. EA.
a 10. 1. a divido DE. bifariam in I. ducta
recta AI. erit perpendicularis.

b 15. Prob. Latera AD. AE. b sunt
D. f. æqualia, c latus DI. æquale lateri
c Ex IE. & AI. commune: d ergo an-
const. guli AID. AIE. sunt æquales:
d 8. 1. e ergo recti: ergo AI. est e per-
e 10. pendicularis.
Def.

Hujus propositionis autor fer-
tur Oenipides Chius annis ante
Christum circiter 550.

PROPOSITIO XIII.



Cum recta Theor. 6.

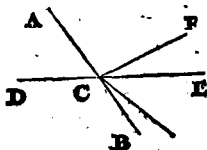
AB. vel EB.
supra rectam
CD. consistens,
angulos facit:
aut duos rectos

ABC. ABD. aut duobus rectis
æquales EBC. EBD. facit.

Prob. Recta EB. cum recta
DC. aut facit utrinque æqua-
les angulos & ^a consequenter ^a 10.
rectos; aut non facit: si non facit, ^{Def.}
^b excitetur ex B. perpendicularis ^b 11.1.
BA. Quoniam igitur angulo
ABD. æquales ^c sunt ABE. ^c 13.
EBD. Si utrisque addas rectum ^{Ax.}
ABC, ^d erunt duo recti ABC. ^d 2.
ABD. æquales tribus angulis ^{Ax.}
ABC. ABE. EBD. quibus
etiam anguli EBC. EBD. sunt
æquales & consequenter hi duo
sunt æquales duobus rectis.
Q.E.D.

PROPOSITIO XIV.

Theor. 7.



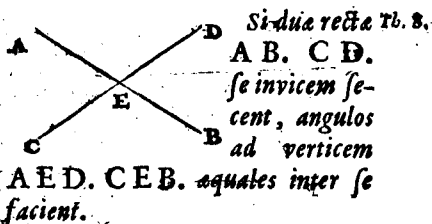
Si ad aliquam rectam AC. & in ea punctum C. duæ rectæ DC. CE. non ad easdem

partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos ACD. ACE. duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ, hoc est DCE. erit una linea recta.

Prob. Si rectæ DC. CE. non
^{a Per} ^{2. Post.} jacent in directum, ^a jaceat
 CF. aut alia quæpiam. Ergo an-
^b ^{13.1.} guli ACD. ACF. valent ^b duos
^{c Contra} ^{Ax. 9.} rectos. Ergo ^c pars ACF. est
 æqualis ACE. toti. Nam prius
 ex hypothese ACD. ACE. va-
 lebant duos rectos.

PRO-

PROPOSITIO XV.



Prob. Nam angulo sive A E D.
 sive C E B. addatur angulus
 medius D E B. a erit æqualis duo- a 13. 1.
 bus rectis, b ergo anguli C E B. b 3.
 A E D. sunt æquales. Idemque ^{4x.}
 fiet si angulo A E C. vel D E B.
 adjiciatur angulus A E D.

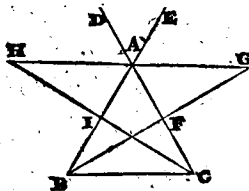
Thales Milesius fertur auctor
 hujus propositionis.

Coroll. 1. Duæ rectæ secantes
 se mutuo, efficiunt ad punctum
 sectionis, quatuor angulos, qua-
 tuor rectis æquales.

Coroll. 2. Omnes anguli circa
 idem punctum constituti æquales
 sunt quatuor rectis.

PROPOSITIO XVI.

Th. 9.

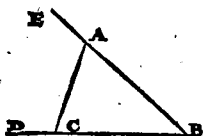


Trianguli
ABC. uno
latere BA.
producto in
E. exter-
nus angulus
EAC. utro-
libet interno
& opposito

C. vel B. major est.

- a 10. 1. **P**rob. Latus AC. a bisecetur in F.
ducatur BG. ita ut BF. sit æqua-
lis FG. junge rectam AG. tunc
triangula AFG. CFB. habent se jux-
ta 4. nam latus b AF. æquale est lateri
b Ex CF. & latus FG. lateri FB. & angu-
c 15. 1. lus AFG. c angulo CFB. æqualis;
d 4. 1. d ergo & angulum GAF. angulo BCF.
æqualem habebunt, ergo angulus tota-
lis EAC. externus major est interno &
opposito ACB. Quod si latus AB. bi-
secetur in I. idem fiet, & probabitur an-
gulum externum DAB. majorem esse
angulo ABC. Ergo cum angulus EAC.
c 15. 1. e sit æqualis angulo DAB. erit angulus
EAC. externus, major quolibet inter-
no & opposito nempe angulo C. vel B.
Q.E.D.

PROPOSITIO XVII.



Trianguli Tb. 10.

ABC. duo anguli, BCA. CAB. vel alii quilibet, quo-

cunque modo sumpti, duobus rectis sunt minores.

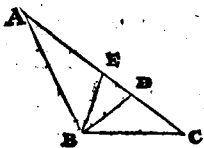
Prob. Producto BC. in D. externus angulus ACD. ^a major est angulo A. vel B. sed ^a 16. r. anguli ACD. ACB. ^b valent ^b 13. r. tantum duos rectos, ergo anguli B. & C. interni, sive CAB. BCA. sunt minores duobus rectis. Idem dicam de angulis A. & B. si producam latus, BA.

Coroll. 1. In omni triangulo, cujus unus angulus fuerit rectus vel obtusus, reliqui sunt acuti.

Coroll. 2. Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli Isoscelis, anguli supra basim sunt acuti.

PROPOSITIO XVIII.

Tb. II.

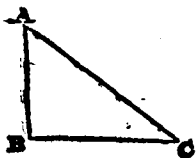


Trianguli

ABC. majus
 latus AC. ma-
 jorem angulum
 ABC. sub-
 tendit.

Si negas: Ex majori latere AC.
 a 3.1. ^a fac AD. æquale ipsi AB.
 b 5.1. duc rectam BD. ^b erunt anguli
 ABD. ADB. æquales. Est au-
 tem angulus ADB. hoc est
 ABD. externus & oppositus an-
 c 16.1. gulo C. ^c major. Multo ergo ma-
 jor est totalis angulus ABC. an-
 gulo C. Major item est angulo A.
 nam fac CE. æquale ipsi CB.
 d 5.1. ^d erunt anguli CEB. CBE.
 e 16.1. æquales, ^e & angulus CEB. hoc
 f 9. est ECB. major angulo A. ^f ergo
 Ax. angulus ABC. major angulo A.
 Q. E. D.

PROPOSITIO XIX.



Trianguli Th. 12.

ABC. majus
latus AC. sub
majori angulo
ABC. sub-
tenditur.

Si negas latus AC. esse majus latere AB. sint æqualia: ^a ergo ^a 5. 1. anguli B. & C. sunt æquales, contra hypothesin. Si latus AB. dicas majus latere AC. ^b ergo ^b 18. 1. angulus C. major erit angulo B. contra hypothesin. Idem dicam de latere BC. Ex quibus sic dico latus AC. nec minus est nec æquale lateribus AB, CB. ergo majus. Q. E. D.

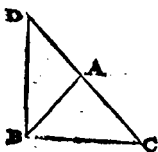
N O T A.

Hac propositio est conversio præcedentis, quapropter hanc omittendo potuisset dici: si majus latus majorem angulum subtendit, utique & major angulus à majore latere subtenditur.

P R O-

PROPOSITIO XX.

Th. 13. D



Trianguli ABC.
 duo latera puta
 AB. AC. quomo-
 docunque sumpta,
 reliquo BC. sunt
 majora.

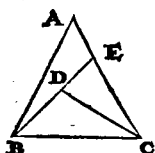
Prob. Produco CA. in D. sic^a
 ut AD. sit æquale ipsi AB.
 & proinde^a CD. æqualis ipsis
 CA. AB. ducta recta DB. sic
 dico : Rectæ AD. AB. sunt
 æquales^b ergo æquales anguli D.
 & DBA. ^cMajor ergo utroli-
 bet erit totus angulus DBC.
 sed hunc angulum subtendit latus
 CD. hoc est CA. AB. ^dergo
 rectæ CD. hoc est CA. AB.
 major est quàm latus BC.
 Q. E. D.

a 2.
 Ax.

b 5. 1.
 c 9.
 Ax.

d 19. 1.

PROPOSITIO XXI.



Si super trianguli Tb. 14.

*ABC. uno latere BC.
ab extremitatibus dua
recta BD. DC. inte-
rius constituta fuerint,
ha constituta, reliquis
trianguli duobus lateri-*

*bus AB. AC minores quidem erunt,
majorem verò angulum continebunt, id
est angulus D. major erit angulo A.*

Prob. 1. pars. Pro ducto BD. in E.
in triangulo BAE. duo latera BA.
AE. a majora sunt tertio BE. ergo a 20. 1.
si addatur commune EC. erunt BA.
AC. majora quam BE. EC. Eodem
modo in triangulo CED. latera CE.
ED. majora sunt tertio CD. ergo si
commune addatur DB. erunt CE. EB.
majora quam BD. DC. sed AB. AC.
probata sunt majora quam BE. EC.
ergo multo majora quam BD. DC.

Prob. 2. pars. Angulus BDC. externus
b major est interno & opposito DEC. b 16. 1.
& hic major angulo A. interno & op-
posito, multo ergo major angulus BDC.
angulo A. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8. $\overline{A}$ $\overline{B}$ $\overline{C}$ Ex tribus
 rectis DF. FG.
 GH. qua sunt
 aequales tribus
 datis rectis A.
 B. C. triangulum FIG. con-
 stituere ; oportet



a 20. 1. reliqua esse majores : a quoniam omnis
 trianguli duo latera quomodocunque
 sumpta reliquo sunt majora.

Prax. Datis rectis ABC. sume
 ipsis ordine æquales DF. FG.
 GH. centro F. spatio FD. duc
 circulum DI. & centro G. spatio
 GH. duc alium HI. à puncto in-
 terfectionis I. ducantur rectæ FI.
 & GI. & factum est quod pe-
 titur.

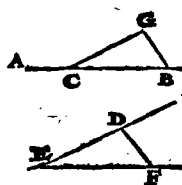
Prob. in triangulo FIG. recta
 FI. æqualis est ^{b 15.} ipsi DF. hoc
 Def. est A. & GI. ipsi GH. hoc est C.
 & GF. ipsi B. Q. E. F.

N O T A.

Hac conditio in vigesima propositione
 contenta omitti potuisset.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

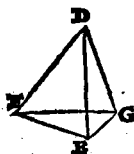


Ad datam re- Problemam A B. & ma 9.
punctum C. in
ea datum, dato
angulo rectilineo
DEF. aequalem
angulum rectilineum GCB. con-
stituere.

Sume in rectis EH. EI. duo
 puncta utcunque, puta D.
 & F. quæ recta DF. junges.
 Tum ^a fiat triangulum CGB. ^{a 22. 1.}
 habens latera æqualia lateribus
 trianguli EDF. singula singu-
 lis: hoc facto triangu-
 la se habent juxta propositionem 8. ergo
 anguli E. & C. erunt æquales.
 Hujus propositionis autor fertur
 Oenipes Chius.

PROPOSITIO XXIV.

Th. 15.

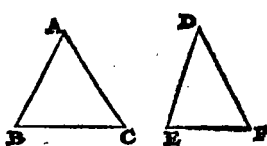


Si triangu-
lum ABC .
duo late-
ra, AB .
 AC . duo-
bus trian-
guli DFE .

lateribus DF . DE . aequalia habuerit,
 AB . ipsi DF . & AC . ipsi DE . angu-
lum vero A . majorem angulo D . basim
 BC . basi FE . majorem habebit.

Ad rectam FD . & ad punctum
a 23. 1. in ea datum ^a fiat angulus
 FDG . æqualis angulo A . & la-
tus DG . ipsi DE . hoc est ipsi
b 4. 1. AC . sit æquale, ^b & consequen-
ter basis BC . basi FG . jungan-
tur rectæ GE . GF . anguli DGE .
c 5. 1. DEG . ^c æquales erunt. Ergo
totus angulus FEG . major quam
 DEG . major etiam erit quam
 DGE . & multo major quam
d 19. 1. FGE . ^d ergo recta GF . & huic
æqualis BC . major est quam EF .
 $Q. E. D.$

PROPOSITIO XXV.



Si duo Th. 16.

triangula

A B C.

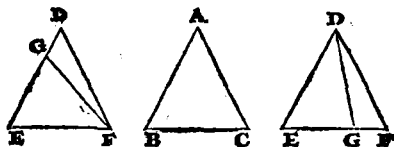
D E F.

duo late-

ra, duobus lateribus equalia habuerint, alterum alteri hoc est A B. ipsi E D. & A C. ipsi D F. basim verò B C. basi E F. majorem habuerint: & angulum A angulo D. majorem habebunt sub aequalibus rectis contentum.

Prob. Quia si angulus A. non est major angulo D. erit vel æqualis, vel minor: si æqualis ^a ergo bases B C. E F. erunt æqua- ^a 4. 1. les, quod est contra hypothesim. Si minor: cum latera A B. A C. sint æqualia ipsis D E. D F. basis E F. ^b major erit base B C. con- ^b 24. 1. tra hypoth. ergo cum nec æqualis vel minor esse potest erit necessario major Q. E. D.

52 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XXVY.



Th. 17. Si duo triangula, duos angulos, duobus
angulis æquales habuerint, alterum al-
teri; & unum latus uni lateri æquale,
sive quod adjacet æqualibus angulis, sive
quod uni æqualium angulorum subtendi-
tur, & reliqua latera, reliquis lateribus
æqualia habebunt, alterum alteri, & re-
liquum angulum reliquo angulo.

Prob. sint in triangulis ABC. DEF.
anguli B. & C. æquales angulis E.
& F. sintque primo latera BC. EF.
(quæ adjacent angulis æqualibus) æqua-
lia. Si latus ED. non est æquale ipsi BA.
sit eo majus, & sumatur EG. æquale
ipsi BA. tum ducta FG. Duo latera
triangulorum GEF. ABC. æqualia
sunt, & anguli E. & B. æquales contenti
a 4. i. inter latera æqualia. a Ergo anguli C.
& GFE. sunt æquales, quod esse non
potest: nam angulus GFE. est pars
ipsius DFE. qui æqualis ponebatur ipsi
C. non ergo DE. major est quam BA.
Sed neque minor, alias lateri BA. ea-
dem quæ prius, applicaretur demon-
stratio.

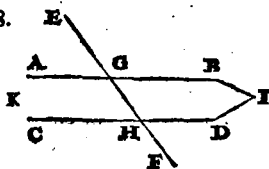
ratio. Ergo æqualis. Ergo triangu-
 DEF. ABC. se habent juxta 4. & la-
 tera lateribus, & anguli angulis cor-
 respondentibus sunt æquales.

Sint deinde latera AB. DE. subten-
 dentia æquales angulos C. & EFD.
 inter se æqualia, dico latera CB. CA.
 ipsis FE. FD. esse æqualia, & angu-
 lum A. angulo D. æqualem. Si enim
 latus EF sit majus latere BC. sume
 rectam EG. æqualem ipsi BC. duc
 rectam DG. quoniam igitur latera AB.
 BC. sunt æqualia ipsis DE. EG. & an-
 guli B. & E. sunt æquales ex hypoth.
 erit b angulus C. angulo EGD. æqualis. b 4. 1.
 Igitur & angulus EGD. angulo EFD.
 erit æqualis, hoc est externus interno
 & opposito c quod est absurdum. Non c 16. 1.
 est ergo latus EF. majus latere BC.
 sed neque minus est, ut ostendit
 eadem demonstratio applicata lateri
 BC. ergo est ei æquale; ergo triangu-
 lā ABC. DEF. se habent juxta 4. cum
 latus AB. ipsi DE. & BC. ipsi EF.
 & angulus B. angulo E. sit æqualis &
 consequenter basis AC. basi DF.
 Q. E. D.

Thales milesius autor hujus fertur.

PROPOSITIO XXVII.

Th. 18.



*Si in
duas rectas
AB. CD.
recta EF.
incidēs an-
gulos al-*

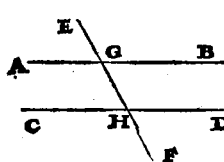
*ternos AGH. DHG. aqua-
les inter se fecerit: parallela erunt
inter se recta.*

a 35.
Def.

Prob. Si non sunt parallelæ
a coibunt tandem puta in I.
& fiet triangulum GIH, cujus
angulus externus AGH. erit
b 16. 1. b major interno & opposito
GHD. cui tamen ex hypothesi
erat æqualis. Similiter demon-
strabitur, si dicantur concurrere
in K. Ergo non concurrunt.
Ergo sunt parallelæ Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXVIII.



Si in duas *Th. 19.*
 rectas AB. CD.
 recta EF. inci-
 dens, externum
 angulum AGE.
 interno & oppo-
 sito & ad easdem
 partes G H C.

æqualem fecerit: aut internos & easdem partes
 AGH. GHC. duobus rectis æquales fecerit:
parallelæ erunt inter se rectæ.

Prob. 1. pars. Angulo AGE. a æqua- a 15. 1.
 lis est angulus BGH. angulus CHG.
 æqualis ponitur angulo AGE.
 b ergo alterni BGH. GHC. sunt æqua- b 1. Ax.
 les, c ergo rectæ AB. CD. sunt parallelæ. c 27. 1.

Prob. 2. Angulus EGA. cum angulo
 AGF. d valet duos rectos, anguli d 13. 1.
 AGH. GHC. ponuntur æquales duobus
 rectis: e ergo subducto communi angulo e 3. Ax.
 AGH. remanebunt anguli EGA. GHC.
 æquales. Ergo rectæ AB. CD. sunt pa-
 rallelæ per priorem partem hujus.

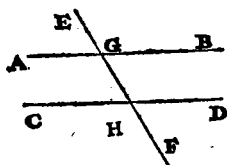
Ex secunda parte hujus propositionis,
 constat sufficienter de veritate undecimi
 Axiomatis: nimirum à contrario.

NOTA.

*Ha tres proprietates 27. ac 28. propo-
 sitione proposita unicâ contineri potuissent
 uti sequens 29. quaque eatenus per mo-
 dum conversionis demonstrata videtur.*

PROPOSITIO XXIX.

Th. 20.



In paral-
lelas rectas
AB. CD.
recta EF.
incidens : &
alternos an-

gulos B G H. G H C. aequales
inter se facit : & externum E G B.
interno & opposito & ad easdem
partes E H D. aequalem : & in-
ternos ad easdem partes A G H.
C H G. duobus rectis aequales.

Prob. 1. pars. Anguli D H G.
a 13. 1. G H C. ^a valent duos rectos :
anguli item D H G. B G H.
b 28. 1. ^b valent duos rectos ^c ergo sub-
c 3.
Ax. ducto communi angulo D H G.
anguli B G H. G H C. alterni re-
manebunt æquales.

Prob. 2. Anguli E G B.
d 13. 1. B G H. valent ^d duos rectos : an-
guli B G H. G H D. valent
^e duos

^e duos rectos, ergo subducto com- ^{e 28.1.}
 muni B G H. remanebunt anguli
 E G B. E H D. æquales. /

Prob. 3. Rectæ A B. C D.
 ponuntur parallelæ ^f ergo ne- ^{f 35.}
 que versus A. neque versus B. ^{Def.}
 concurrunt, ergo tam versus A.
 quam versus B. anguli interni ad
 easdem partes sunt æquales duo-
 bus rectis, & si enim ex aliqua ^{g 11.}
 parte essent minores, ex ea con- ^{ax,}
 currerent.

Coroll. Omne parallelogram-
 mum, habens unum angulum
 rectum, est parallelogrammum
 rectangulum.

PROPOSITIO XXX.

Th. 21.



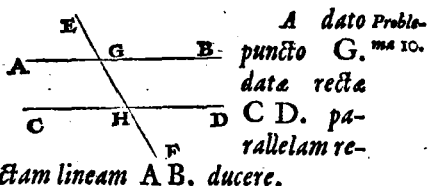
Qua ei-
dem recta
EF. paral-
lela AB.
CD. & in-
ter se sunt

parallelae.

Prob. In has tres rectas in eo-
dem plano positas si cadat
recta GK. angulus AIL. æqua-
a 29. 1. lis erit angulo ILF. ^a quia sunt
alterni ; & angulus externus
ILF. angulo LKD. interno &
b 1. opposito : ^b ergo anguli AIL.
Ax. LKD. sunt æquales : ^c ergo
c 27. 1. rectæ AB. CD. sunt. parallelæ.
Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

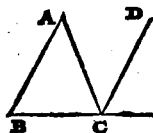


Ex G. in datam CD. duc rectam GH. utcunque, & angulo GHD. ^a constituatur ^a 23.1. æqualis ad G. nempe angulus HGA. ^b erit recta AB. ipsi ^b 27.1. CD. parallela, quia anguli alterni AGH. DHG. sunt æquales Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Tb. 22.



Trianguli

ABC. uno
latere BC.

producto in

E. externus

angulus ACE. duobus internis & oppositis ABC. BAC. æqualis est: & trianguli, tres interni anguli A. B. C. duobus rectis æquales sunt.

a 31. 1. **P**rob. 1. pars. ^a Ducatur ex C.

recta CD. parallela rectæ AB. tunc quia recta AC. cadit in parallelas AB. CD. angulus

b 29. 1. A. æqualis est ^b alterno ACD.

Et quia BC. cadit in easdem, parallelas angulus ECD. externus

c 29. 1. ^c æqualis est interno B. Totalis ergo ACE. æqualis est duobus

internis & oppositis A. & B.

Q. E. D.

Prob. 2. Angulus ACB.

d 13. 1. cum externo ACE. ^d valet duos

rectos,

rectos, sed angulus $A C E$. ϵx c 32.7.
 qualis est angulis A . & B . ergo
 angulus C . cum angulis A . & B .
 valent duos rectos, ergo tres an-
 guli, &c. Hujus propositionis
 autor fertur Pythagoras Samius
 circa annum ante Christ. 650.

Coroll. 1. Omnes tres anguli
vnius trianguli, sunt æquales tri-
bus cujuscunque alterius trianguli
simul sumptis; & quando duo sunt
æquales duobus, erit & reliquus
reliquo æqualis.

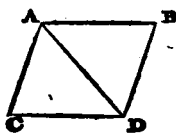
Coroll. 2. In triangulo Iſoſcele rectangulo, anguli ad baſim ſunt ſemirecti.

Coroll. 3. Angulus trianguli æquilateri est una tertia duorum rectorum, vel duæ tertiæ unius recti.

Sch. - Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorum, constituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

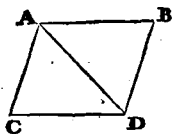
Th. 23.



Recta A C.
B D. quæ æqua-
les & parallelas
A B. C D. ad
easdem partes con-
jungunt : & ipsæ æquales & pa-
rallelae sunt.

- P**rob. Duc rectam D A. quæ
^a 29. 1. datas A B. C D. jungat ^a tunc
 anguli alterni D A B. A D C.
 erunt æquales : latus A B. poni-
 tur æquale lateri C D. latus A D.
 est commune ergo bases A C.
^b 4. 1. D B. sunt æquales. ^b Ergo an-
 guli C A D. A D B. sunt æqua-
^c 27. 1. les ; ^c ergo rectæ A C. D B.
 sunt parallelæ.

LIBER PRIMUS. 63
PROPOSITIO XXXIV.



Parallelogram-*th.* 24.

*morum spatiornm
qua ex aduerso &
latera AB. CD.*

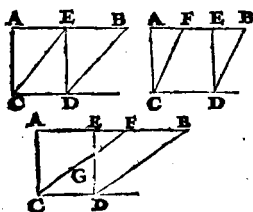
AC. BD. &

*anguli A. & D. B. & C. equalia
sunt inter se, & diameter AD.
illa bifariam secat.*

Prob. Rectæ AB. CD. po-
nuntur parallelæ, ^a ergo an- ^a 29. I.
gulus BAD. angulo CDA. &
angulus CAD. angulo ADB.
sunt æquales, cum sint alterni.
Ergo triangula ABD. ACD.
habent duos angulos æquales al-
terum alteri, & ipsis commune
latus AD. adjacet; ^b ergo & re- ^b 26. I.
liqui anguli B. & C. sunt æquales,
& reliqua latera, AB. ipsi CD.
& BD. ipsi AC. erunt æqualia,
cum æqualibus angulis, nempe
alternis opponantur. ^c Ergo trian- ^c 4. I.
gula ABD. ACD. æqualia in-
ter se sunt. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXV.

18. 25.



Parallelogramma
AD.FD.
super eadem basi
CD. &
in iisdem

parallelis AB. CD. constituta,
inter se sunt aequalia.

Id tribus modis potest contingere, si, ut vides, in 1. figura, sic dico. Rectæ AE. EB. sunt
 a 1. Ax. ^a æquales, quia sunt ^b æquales
 b 34 I. rectæ CD. Rectæ AC. ED.
 sunt æquales: angulus CAE.
 c 29. I. ^c æqualis est angulo DEB. ergo
 e 4. I. triangulum CAE. ^c æquale est
 f 2. Ax. triangulo DEB. ^f addito ergo
 communi FCD. fient parallelo-
 grammata AECD. CEBD.
 æqualia.

Si ut in 2. Rectæ AE. FB.
 g 3. sunt æquales ut prius: g dempta
 Ax. igitur communi FE. erunt æqua-
 les

LIBER PRIMUS. 65

les AF. EB. Rectæ AC. ED.
sunt ^h æquales : anguli A. & E. ^h 34.1.
sunt ⁱ æquales, ^l ergo triangula ⁱ 29.1.
FAC. BED. sunt æqualia, addito ^l 4.1.
ergo communi trapezio E F C D.
parallelogramma A E C D.
F B C D. erunt ^m æqualia. ^m 2.

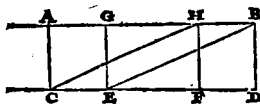
Si ut in 3^a. idem repeto. Rectæ ^{Ax.}
AE. FB. sunt ⁿ æquales ipsi C D. ⁿ 34.1.
^o ergo & inter se : ergo recta AF. ^o 1.
P æqualis est rectæ EB. Rectæ ^{Ax.}
AC. ED. sunt ^p æquales, anguli ^p 2.
item E. & A. sunt ^q æquales : et ^q 34.1.
ergo triangula ACF. EDB. sunt ^r 29.1.
^r æqualia : Ergo si ab utroque tol- ^r 4.1.
las triangulum EGF. relinques
æqualia trapezia ACGE. &
FGDB. quibus si addas com-
mune triangulum CGD. facies
parallelogramma AD. DF. æ-
qualia. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Hinc omnium parallelogrammorum
dimensio, cum æqualia sint parallelo-
grammo rectangulo, cujus area provenit
ex multiplicatione laterum, patebit.

PROPOSITIO XXXVI.

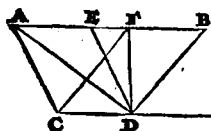
Th. 26.

Paral-
lelogram-
ma A E.

H D. su-
per aqua-
libus basibus CE. FD. & in iisdem
parallelis AB. CD. constituta, in-
ter se sunt aequalia.

Prob. Connectantur paral-
logramma rectis CH. EB.
 a 34.1. ^a quæ erunt æquales & parallelæ.
 Hoc posito, parallelogrammum
 b 35.1. A E. æquale est ipsi ^b CB. & pa-
 rallelogrammum CB. ipsi ^b HD.
 c 1. ^c ergo parallelogramma A E.
 Ax. HD. sunt æqualia. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXVII.



Triangula Tb. 27.

ACD.FCD.

super eadem

basi CD. &

in iisdem pa-

rallelis AB. CD. constituta, sunt
inter se aequalia.

Prob. ^a Per D. ducas DE. pa- ^a 31. 1.
rallelam rectæ CA. & DB.

ipsi CF. parallelogramma AD.

CB. ^b erunt æqualia : ^c sed eo- ^b 35. 1.

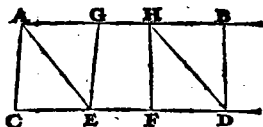
rum dimidia sunt triangula ACD. ^c 34. 1.

FC D. ^d ergo ipsa triangula ^d 7.

ACD. FCD. sunt æqualia. ^{Ax.}

Q. E. D.

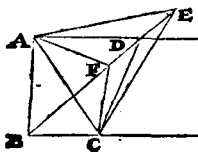
PROPOSITIO XXXVIII.



Tb. 28. Triangula ACE, BFD. super equalibus basibus CE. FD. & in iisdem parallelis AB. CD. aequalia sunt inter se.

^a 31. 1. **P**rob. ^a Ducatur EG. parallela ipsi AC. & FH. ipsi BD.
^b 36. 1. ^b erunt parallelogramma CG.
^c 34. 1. HD. æqualia. ^c Horum dimidia sunt triangula ACE. BFD.
^d 7. ^d Ergo sunt inter se æqualia.
Ax. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXIX.



Æqualiatrian-Tb. 29.

gula A B C.

D B C. super

eadem basi B C.

& ad easdem

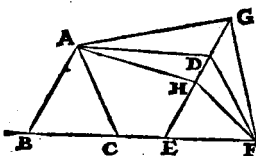
partes constituta, in iisdem sunt parallelis. Hoc est A D. est parallela B C.

Prob. Si negas sit. ^a A E. ipsi ^a 31. 1. B C. parallela cui recta B D. producta occurrat in E. Ducta ergo recta C E. ^b triangula A B C. ^b 37. 1. E B C. erunt æqualia, pars toti, quod fieri nequit: nam triangulum D B C. æquale triangulo A B C. æquale quoque foret triangulo E B C. per 1. ax. Quod si dicas A F. & B C. esse parallelas, eadem repetetur demonstratio, & sequetur totum & partem esse æqualia.

P R O-

PROPOSITIO XL.

Th. 30.

Æqualia
triangula

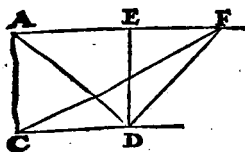
A B C.

D E F.

super a-
qualibus basibus B C. E F. & ad
easdem partes constituta, in iisdem
sunt parallelis A D. B F.

Prob. Si negas A D. ipsi B F.
esse parallelam, sit A G. cui
occurrat E D. producta in G.
a 38. I. Tunc ducta G F. erunt ^a triangu-
la G E F. A B C. æqualia: pone-
bantur autem æqualia triangula
A B C. D E F. ergo totum G E F.
& pars D E F. eidem triangulo
b 1. A x. A B C. æquale, ^b erunt æqualia.
Quod fieri nequit.

PROPOSITIO XLI.



*Si parallelogrammum
A E C D.
communem
cum trian-*

*gulo F C D. basim C D. habuerit,
& in iisdem parallelis A F. C D.
fuerit: parallelogrammum erit du-
plum trianguli.*

Prob. Ducatur diameter A D.

Triangula F C D. A C D.

^a sunt æqualia; Parallelogram-^a 37. I.

mum C E. ^b est duplum trianguli ^b 34. I.

A C D. ^c ergo & trianguli F C D. ^c 6.

Q. E. D.

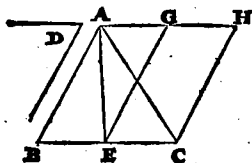
Ax.

S C H O L I U M.

*Cum jam per 35. omnium parallelo-
grammorum area obtinetur, etiam trian-
gulorum, qua eorundem dimidia sunt,
non latebit.*

PRO-

PROPOSITIO XLII.

Proble-
ma II.

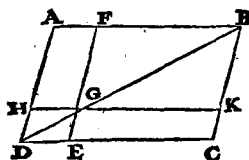
Dato trian-
gulo ABC .
equale pa-
rallelogram-
mum GC .
constituere
in dato recti-
lineo ang. D .

Dati trianguli ABC . Basim
a 10. I. BC . divide ^a bifariam in E .
b 31. I. ductaque EA . ^b agatur per A .
recta AH . parallela ipsi BC . Ad
c 23. I. punctum E . ^c facto angulo GEC .
ipsi D . æquali; educatur ex C .
d 31. I. recta CH . ipsi EG . ^d parallela
dico factum.

Prob. Triangula ABE . AEC .
e 38. I. sunt ^e æqualia: triangulum AEC .
est dimidium trianguli, ABC .
f 41. I. & ^f dimidium parallelogrammi
 BC . super eadem basi EC . con-
stituti: ergo triangulum ABC .
g 6. est ^g æquale parallelogrammo
Ax. GC . habens ex constructione
angulum GEC . æqualem dato
angulo D . Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.



Omnis Tb. 32.

parallelo-
grammi,
complemē-
ta eorum
quæ circa

diametrum sunt parallelogrammo-
rum, inter se sunt æqualia.

In hac figurâ, parallelogramma
circa diametrum sunt, FK.
HE. complementa verò eorum,
parallelogramma AG. GC. hæc
complementa dico esse æqualia.

Prob. Triangula BAD. BCD.
sunt æqualia. Itemque triangu- a 34. 1.
la BKG. BFG. & GED. GHD.
Ergo si ab æqualibus triangulis
BAD. BCD. tollas æqualia,
nempe BKG. ipsi BFG. &
GHD. ipsi GED. comple-
menta GA. GC. quæ remanent,
erunt æqualia. Q. E. D.

G

PRO-

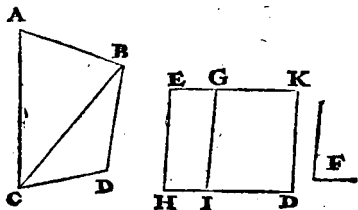
LIBER PRIMUS. 75

productam in M. producat-
que HC. in N. dico parallelo-
grammum CM. esse quod peti-
tur.

Prob. Complementa GC.

CM. sunt ^d æqualia, parallelo- ^d 44.1.
grammum GC. est ^e æquale ^e Ex
triangulo ABC. ergo & comple- ^{const.}
mentum CM. habet autem lineam
CK. æqualem datæ F. & angu-
lum CNM. æqualem angulo
HCK. qui ^f æqualis est angulo ^f 28.1.
GEC. qui ponitur æqualis dato ^{Prop.}
angulo D. ergo parallelogram-
mum CM. æquale est triangulo
ABC. & habet lineam CK.
æqualem datæ F. & angulum
GNM. æqualem dato D. Q.
E. F.

PROPOSITIO XLV.



*Proble-
ma 13.*

Dato rectilineo AD. æquale parallelogrammum ED. constituere, in dato rectilineo angulo F.

a 44. 1.

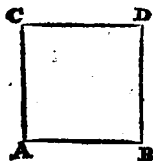
Divide rectilineum in triangu-
lac fac parallelogrammum a EI.
æquale triangulo BCD. in an-
gulo H. æquali ipsi F. & supra latus GI.
parallelogrammum GD. æquale trian-
gulo ABC. habens in I. angulum GID.
æqualem ipsi H. & factum est quod pe-
titur.

*b Ex
const.*

Prob. Parallelogrammum EI. æqua-
le est b triangulo BCD. in angulo H.
æquali dato F. rursus parallelogram-
mum GD. æquatur triangulo ABC.
etiam in angulo dato, ergo parallelo-
grammum ED. quod æquale est parti-
bus simul sumptis, æquatur rectilineo
ABCD. in dato angulo Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XLVI.

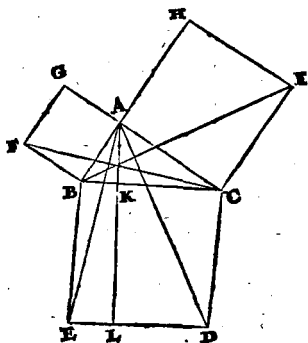


Data recta AB. Proble-
ma 14.
quadratum ABDC.
describere.

Ex A. & B. ^a erige perpendi- ^a II. I.
 culares CA. DB. æquales
 ipsi AB. jungaturque recta CD.
 & factum est quod petitur.

Prob. ^b Anguli A. & B. sunt ^b Ex
 recti: ergo rectæ AC. BD. sunt ^{const.}
^c parallelæ. Utraque ^d est æqualis ^d Ex
 ipsi AB. ergo & inter se: ^c ergo ^{const.}
 & AB. & CD. parallelæ, sunt ^c 33.
 æquales: ergo AC. CD. DB.
 sunt æquales, & figura est paral-
 lelogramma: cumque anguli A.
 & B. sint recti, ^f erunt etiam op- ^f 34. I.
 positi C. & D. recti. Ergo
 ABDC. est quadratum. Q. E. F.

PROPOSITIO XLVII.



Tb. 33. In rectangulo triangulo BAC . quadratum BD . quod à latere BC . rectum angulum BAC . subtendente describitur; aequale est quadratis BG . GH . quae à lateribus BA . AC . rectum angulum BAC . continentibus, describuntur.

Prob. Ex puncto A . duc
 a 31. I. a rectam AL . parallelam ipsi
 BE . & junge rectas, AD . BI .
 Triangula ACD . ICB . se ha-
 bent juxta 4. nam latera CD . CA .
 sunt

sunt æqualia ipsis CB . CI . & anguli contenti ICB . ACD . æquales: cum anguli ICA . BCD . sint ^b recti & angulus ACB . ^{b 30.}
communis: ergo triangu- ^{Def.}
 BCI . sunt æqualia. Sed triangu-
lum ACD . est ^c dimidium paral- ^{c 41. 1.}
lelogrammi LC . cum sint supra
eandem basim CD . & inter eas-
dem parallelas AL . CD . & trian-
gulum ICB . dimidium est qua-
drati CH . ob eandem causam.
^d Ergo quadratum CH . est æqua- ^{d 6.}
le parallelogrammo LC . cum ^{Ax.}
eorum dimidia sint æqualia.

Jam ducantur rectæ AE . FC .
Triangula FB C . AB E . sunt æ-
qualia, cum se habeant juxta 4. &
triangulum ABE . est dimidium
parallelogrammi BL . sicut trian-
gulum FB C . dimidium quadrati
 B G . ergo quadratum B G . est æ-
quale parallelogrammo BL . To-
tum ergo quadratum BD . æquale
est quadratis B G . CH . Q . E . D .

SCHOLIUM.

Nobilissimum hoc Pythagora inventum præter infinitas utilitates, quas per universam Mathesin spargere nemo inficiabit, Methodum nobis tradit.

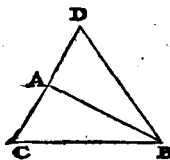
1. Ex datis duobus quibuscunque lateribus in triangulo rectangulo reliquum latus invenire. Nimirum si AB. 6. partium AC. 8. erit BC. 10. nam si quadratum AB. 36. addatur ad quadratum AC. 64. summa erit 100. ex quo extracta radix erit 10. ipsum latus questum BC.

Vel si BC. sit 10. AB. 6. erit AC. 8. quoniam si à quadrato BC 100. subtrahatur quadratum AB. 36. relinquitur 64. cuius radix est latus questum AC.

2. Additionem & subtractionem quadratorum, qua differentiam inter datarum linearum quadrata ostendit.

3. Cum ex tribus rectis lineis 3. 4. 5. partium vel ex aequo per alios numeros multiplicatis, non nisi triangulum rectangulum constitui potest (quod occasionem Pythagora de hoc invento dedisse plurimi contendunt) in ipsis campis semper poterimus funiculo consiciens jam dictum triangulum pythagoricum, angulum rectum determinare.

LIBER PRIMUS. 81
PROPOSITIO XLVIII.



Si quadratum quod Th. 34.
à C B. uno laterum
trianguli CAB. descri-
bitur, æquale sit iis
quæ à reliquis duobus
trianguli lateribus
AB. AC. describuntur
quadratis: angulus

C A B. contentus sub reliquis duobus
trianguli lateribus A B. A C. rectus est.

Prob. ^a Ducatur ex A. ipsi AB. ^a 11.1.
perpendicularis AD. ipsi AC.
æqualis, jungaturq; recta DB. hoc
posito sic dico. Angulus D A B.
rectus est, ^c ergo quadratum rectæ ^b Ex
D B. æquale est quadratis rectæ ^{const.}
rum AB. AD. vel AC. Sed qua- ^c 47. 1.
dratum ipsius C B. ex hypoth. æ-
quale est quadratis earundem CA.
AB. ^d ergo rectæ C B. B D. sunt ^d 1.
æquales. Ergo triangula C A B. ^{An.}
ADB. habent tria latera æqualia,
^e & angulos qui æqualibus lateri- ^c 8. 1.
bus respondent æquales. Ergo si
angulus D A B. rectus est, crit
etiam rectus C A B. cum latera
D B. B C. sint æqualia. Q. E. D.
SCHO-

SCHOLIUM.

Quamquam omnes propositiones in libris Euclidis suam per Universam Mathesin obtineant Usum, nihilominus ob frequentiore allegationem, quasdam esse seligendas nullus dubito, quarum catalogum, ut hic, post omnes sequentes, apponam libros.

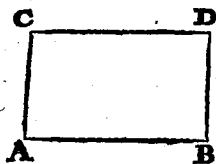
*Libri primi Insigniores propositiones.
4. 5. 6. 13. 15. 26. 29. 31. 32. 36. 37. 38.
41. 47. quibus à nonnullis annumerantur
18. 19. 20.*

Problemata porro passim per totum librum primum dispersa, ad exercitium regula ac circini minimè negligenda sunt; cum in subsequentiis constructionum facilitatem pareant.

EVCLIDIS ELEMENTUM II.

DEFINITIONES

I.



Parallelogrammum rectangulū ABCD. contineri dicitur sub duabus rectis AB.

BD. quæ rectum angulum ABD. comprehendunt.

Quemadmodum in circulo cognita diametro, tota ejus area cognoscitur, sic expressis duabus lineis quæ angulum rectum continent in parallelogrammo rectangulo, statim tota ejus quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.

Observa 1. Illud parallelogrammum dici rectangulum quod
unum

unum habet angulum rectum. Si

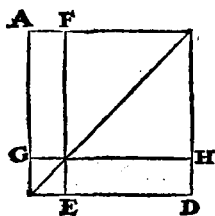
^a 29. I. enim unus est rectus ^a ^b erunt &
^b 34. I. reliqui recti.

Obſerva 2. In ſequentibus nomine rectanguli, Euclidem ſemper intelligere parallelogrammum rectangulum, licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quæ per diametrum opponantur. Ut appositum parallelogrammum appellent. A D.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inveniri ejus aream ex multiplicatione numeri unius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similiterque cognita area rectanguli & uno laterum, inveniri alterum latus ſi dividatur numerus areæ per numerum lateris dati, quotiens enim erit latus quæſitum.

II.

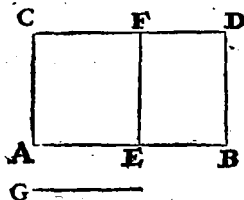


Omnis parallelogrammi spatii unumquodlibet eorum quæ circa diametrum illius sunt, parallelogrammorum, cum duobus complementis, gnomon vocetur.

In parallelogrammo A D. parallelogrammum G E. cum duobus complementis G E. E H. vocetur *γνομώνη*, quod Latinè normam sonat, ejus enim speciem nobis exhibet.

PROPOSITIO I.

Th. 1.



*Si fuerint
duæ rectæ G.
& A B. seceturque alte-
ra ipsarum
A B. in quot-
cunq; segmē-
ta A E. E B.
rectangulum*

*CB. comprehensum sub duabus rectis AC.
insectâ hoc est G. & A B. sectâ, æquale
est rectangulis C E. F B. quæ sub insectâ
C A. & quolibet segmentorum A E. E B.
comprehenduntur.*

a 11.

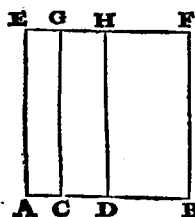
& 3. 1.

Prob. Ex punctis A. & B. erige æper-
pendiculares AC. BD. æquales datæ
G. & ducatur recta CD. sicque fiat
ex lineis CA. hoc est G. & A B. rectan-
gulum CB. Rectam A B. utcunque di-
d 31. 1. vide in E. & fiat d E F. parallela & æqua-
& 3. 1. lis ipsi A C. erunt C E. F B. rectangula.
e 29. 1. Nam angulus F E B. rectus est e quia
f 28. 1. æqualis ipsi A. & consequenter f reliqui
g 34. 1. anguli recti, & latera g lateribus opposi-
tis æqualia. Hæc autem duo rectangula
C F. B F. simul sumpta sunt æqualia to-
tali B C. hoc est partes toti. Q. E. D.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2.
divide 6. in 2. & 4. dico 12. numerum
productum ex 6. in 2. æqualem esse duo-
bus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multi-
plicatione duorum in duo, & in quatuor.

PRO-

PROPOSITIO II.



Si recta linea Th. 2.

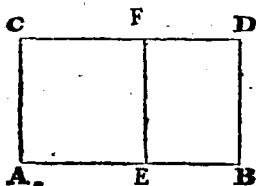
*A B. secta sit ut-
cunque puta in
C. & D. Rectan-
gula E C. G D.
H B. comprehen-
sa sub tota A E.
hoc est A B. &
quolibet segmen-
torum A C. C D.*

*B D. aqualia sunt, quadrato A F. quod à
tota A B. fit.*

Prob. Ex A B. fiat a quadratum E B. a 46. i.
ex C. & D. erigantur b C G. D H. b 31. i.
parallelæ & æquales ipsi A E. hoc & 3. i.
posito, erit rectangulum E C. compre-
hensum sub tota A E. c hoc est A B. & c 30.
segmento A C. & eodem modo rectan- Def.
gula G D. H B. sub tota & utrolibet
segmentorum. Cum ergo rectangula
E C. G D. H B. sint partes omnes suo
toti quadrato A F. æquales, patet rectan-
gula comprehensa sub A E. hoc est A B.
& segmentis A C. C D. D B. æqualia esse
quadrato lineæ A B. Q. E. D.

In numeris divide 10. in 7. & 3. dico
70. & 30. qui producuntur ex multipli-
catione 10. in 7. & in 3. æqualia esse
100. quadrato numeri 10.

PROPOSITIO III.



7b. 3. Si recta linea AB. secta sit ut-
cunque in E. Rectangulum CB.
sub tota AB. & uno segmentorum
AC. hoc est AE. comprehensum,
æquale est rectangulo FB. quod sub
segmentis BE. FE. hoc est BA.
comprehenditur, & quod à prædicto
segmento AE. describitur quadra-
to CE.

Prob. Datam AB. secō utcun-
que in E. ex punctis A. E. B.
a 11. 1. erigo ^a perpendiculares AC. EF.
b 31. 1. BD. parallelas ^b inter se & æqua-
& 3. 1. les segmento AE. tum duco
rectam à puncto C. ad D. quæ
c 33. 1. erit parallela ^c ipsi AB. Hoc po-
sito. sic dico, AC. est æqualis
^d ipsi

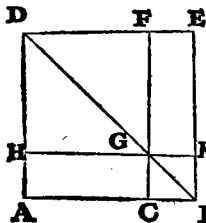
LIBER SECUNDUS. 89

d ipsi AE . ergo rectangulum AD . d *Ex*
 est comprehensum sub tota AB . *const.*
 & uno segmentorum AC . hoc est
 AE . Rursus FE . est d æqualis
 ipsi EA . ergo rectangulum FB .
 est comprehensum sub segmento
 BE . EF . hoc est AE . Denique
 parallelogrammum AF . quadra-
 tum est cum AC . EF . sint
 perpendiculares & æquales ipsi
 AE . Ergo cum rectangulum
 AD . æquale sit quadrato AF . &
 rectangulo FB . patet rectangu-
 lum sub tota AB . & segmento
 AE . æquale esse rectangulo com-
 prehenso sub segmentis AE . EB .
 & quadrato prædicti segmenti
 AE . Q. E. D.

In numeris divide 10. in 7. &
 3. numerus 70. productus ex 10.
 in 7. æqualis est numero 21. qui
 ex 7. in 3. producitur; una cum
 49. quadrato prioris partis 7.

PROPOSITIO IV.

Th. 4.



*Si recta linea
A B. secta sit
utcumque, in C.
quadratum AE.
quod à tota AB.
describitur, æ-
quale erit qua-
dratis HF. CK.
qua à segmentis
AC. CB. descri-
buntur, & ei*

*rectangulo quod bis sub segmentis A C.
C B. comprehenditur nempe rectangulis
A G. G E.*

a 46.1.

b 31.1.

d 5.1.

e 32.1.

f 29.1.

g 32.1.

h 6.1.

i 34.1.

l 30.

Def.

Prob. Super datam A B. fiat a qua-
dratum A E. duc diametrum D B.
ex C. fiat C F. parallela b recta B E.
secans diametrum in G. per quod age
H K. parallelam b ipsi A B. hoc posito
sic dico. Trianguli A B D. latera A D.
A B. sunt æqualia. ergo anguli A D B.
A B D. sunt d æquales, ergo e semirecti,
cùm angulus A. sit rectus. Idemque
dicendum de triangulo E D B. Rursus
angulus D F G. rectus f est, angulus
F D G. ostensus est semirectus, ergo an-
gulus F G D. etiam g semirectus est,
h 6.1. ergo. latera D F. F G. sunt h æqualia:
i 34.1. sed ipsis etiam sunt æqualia i latera op-
posita D H. H G. ergo parallelogram-
mum F H. quadratum l est. Eadem de
causa

causa quadratum erit CK . ergo HF .
 CK . quadrata sunt segmentorum AC .
 CB . cum latus HG . sit æquale, ipsi AC .
 Similiter rectangula AG . GE . conti-
 nentur sub segmentis AC . CB . quia
 CG . GK . sunt æquales ipsi CB . cum CK .
 sit quadratum: sic etiam GF . est æqua-
 lis rectæ HG . ob quadratum HF . hoc
 est rectæ AC . Igitur cum quadratum
 AE . sit æquale quadratis HF . CK . &
 rectangulis AG . GE . verum est quadra-
 tum AE . super datam AB . æquale esse
 quadratis segmentorum AC . CB . &
 rectangulo comprehenso sub iisdem
 segmentis, bis sumpto. Q. E. D.

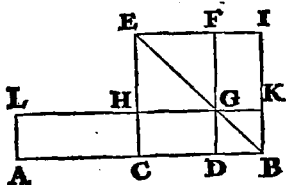
Si dividatur 6. in 4. & 2. quadratum
 6. hoc est 36. æquale est quadratis par-
 tium 4. & 2. hoc est 16 & 4. una cum
 rectangulo bis sumpto ex numero 4. in
 2. quod profert 8.

Coroll. 1. Hinc manifestum paralle-
 logramma circa diametrum quadrati
 esse quadrata.

Coroll. 2. Diametrum quadrati divi-
 dere ejus angulos bifariam.

Coroll. 3. Si recta linea bifariam se-
 cetur quadratum totius lineæ æquari
 quatuor quadratis ex dimidia.

PROPOSITIO V.



Tb. 5. Si recta linea AB. secetur in aequalia in C. & non aequalia in D. Rectangulum LD. sub inaequalibus totius AD. segmentis AD. DG. hoc est DB. comprehensum, una cum quadrato HF. ab intermedia sectionum CD. aequale est quadrato CI. quod à dimidia CB. describitur.

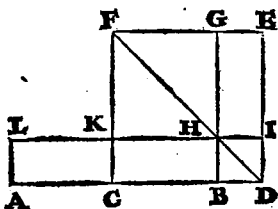
Prob. Super dimidia CB. fiat,
^{a 46.1.} quadratum CI. ductaque
^{b 31.1.} diametro BE. agatur ^b per D.
 recta DF. ipsi BI. parallela: Ex
 eadem recta BI. sume BK. æqua-
 lem ipsi DB. & per punctum K.
 agatur KL. ipsi AB. parallela,

ut

ut & A L. parallela ipsi B K.
 hoc posito sic dico. Rectangu-
 lum C G. ^d æquatur rectan- ^d 43. i.
 gulo G I. igitur addito com-
 muni ^e quadrato D K. erit C K. ^e *Corr.*
 rectangulum æquale rectangu- ^{2. præ-}
 lo D I. sed A H. ^f æquatur ^f 36. i.
 rectangulo C K. ergo A H.
 æquatur D I. si itaque addatur ^g *Ax.*
 commune C G. erit rectangulum ^{1. 1.}
 A G. æquale gnomoni I G C.
 quare cum gnomon I G C. cum
 quadrato ^e H F. intermediæ ^e *Corr.*
 sectionum æquatur quadrato C I. ^{2. præ-}
 erit quoque rectangulum A G.
 cum prædicto quadrato H F.
 æquale quadrato C I. à dimidia.
 Q. E. D.

Divide 10. æqualiter in 5. &
 5. inæqualiter in 7. & 3. eritque
 numerus 21. ex 7. in 3. una cum
 quadrato numeri intermedi 2.
 quod est 4. æquale quadrato di-
 midii 5. hoc est numero 25.

94 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VI.



Th. 6. Si recta linea AB. secetur bifariam in C. eique recta quadam BD. in rectum adjiciatur, rectangulum AI. comprehensum sub tota AB. cum adjuncta BD. & sub adjuncta DI. hoc est BD. una cum quadrato KG. à dimidia KH hoc est CB. equale est quadrato CE. à linea CD. qua tum ex dimidia CB. tum ex adjuncta BD. componitur tanquam una linea, descripto.

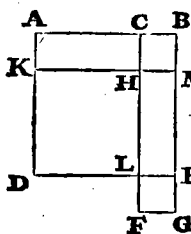
a 46. I. Prob. Super rectam CD. ^a fiat quadratum CE. per B. age BG. parallelam ^b ipsi DE. sume DI. æqualem ipsi DB. & ex I. age IL. parallelam & æqualem ipsi DA. jungaturque recta LA. quo

quo facto sic dico. Rectangula
 LC. KB. sunt inter easdem paral- ^b 36. r.
 lelas & supra æquales bases, ^b ergo ^c 45. r.
 æqualia. Eidem KB. ^c æquale est
 complementum HE. ergo erit &
 HE. æquale ipsi LC. & additis
 communibus CH. BI. gnomon
 GHK. æqualis erit toti rectan-
 gulo AI. quod continetur sub tota
 AB. cum adjecta BD. & sub ad-
 jecta DI. hoc est BD. Jam vero
 gnomon GHK. adjecto quadra-
 to KG. partis dimidiæ KH. ^d hoc ^d 34. r.
 est CB. est æqualis quadrato ipsius
 CD. composito ex dimidia cū ad-
 juncta. Ergo parallelogrammū AI.
 adjecto eodem quadrato KG. fiet
 æquale eidē quadrato CE. Q. E. D.

In numeris 10. fecetur bifariam
 in 5. & 5. addatur ei numerus 2.
 numerus 24. qui producitur, ducto
 composito 12. in adjunctum 2.
 una cum quadrato 25. quadrato
 dimidii æqualis est 49. quadrato
 numeri 7. qui ex dimidio 5. &
 adjecto 2. componitur. PRO-

PROPOSITIO VII.

Tb. 7.



*Si recta li-
nea AB. sece-
tur utcumque
in C. qua-
drata totius
& utriusvis
segmenti CB.
simul sumpta,
hoc est AE. EF. equalia sunt bis
sumpto rectangulo AM. quod sub
tota AB. & sub dicto segmento CB.
continetur, cum addito KL. alte-
rius segmenti AC. quadrato.*

a 46.1.

Prob. Super AB. ^a fiat qua-
dratum AE. sume BM. æqua-
lem ipsi CB. ducantur CL. MK.
parallelæ ipsis BE. AB. produc
BE. in G. sic ut EG. sit æqualis
ipsi BM. ^c hinc erit MG. æqua-
lis ipsi BE. fiat quadratum EF.
hoc posito : quadratum totius
AB. quod est AE. cum quadrato
segmen-

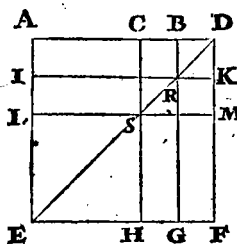
c 2.
Ax.

segmenti CB . ^d hoc est EF . ^{d Ex const.}
 α qualia sunt rectangulis AM .
 MF . (quæ sunt sub tota AB . &
segmento BC . cum BM . sit ipsi
 BC . α qualis; & in rectangulo
 MF . latera MG . FG . sint α -
qualia ipsis BE . BM . hoc est
 AB . CB .) una cum quadrato
alterius segmenti AC . quod est
 KL . totum videlicet partibus
omnibus est α quale. $Q. E. D.$

Divide 6. in 4. & 2. quadra-
tum totius 6. nempe 36. una
cum quadrato ipsius 2. hoc est 4.
 α qualia sunt numero 40. qui fit
ex numero 6. bis ducto in 2. hoc
est 24. una cum quadrato alterius
partis 4. quod est 16.

PROPOSITIO VIII.

Tab. 8.



Si recta li-
nea AB. se-
cetur utcum-
que in C.
rectangulum
quater com-
prehensū sub
tota AB. &
uno segmen-
torum BR.
hoc est BC.

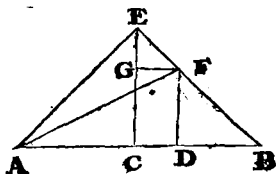
cum eo, quod à reliquo segmento AC.
hoc est LS. fit, quadrato LH. aequale
est quadrato AF. quod à tota AB. &
dicto segmento BD. hoc est BC. tan-
quam ab una AD. describitur.

Prob. Rectæ AB. sectæ in C.
adjiciatur in rectum BD. ipsi
BC. æqualis. Super tota AB. &
adjuncta BD. hoc est super AD.
a 46. I. fiat^a quadratum ED. ex punctis B.
& C. duc rectas BG. CH. ipsi
DF. parallelas, acceptisque DK.
KM. ipsis DB. BC. æqualibus,
duc rectas KI. ML. ipsi DA.
parallelas. Hoc posito sic dico,
circa R. constituta sunt quadrata
quatuor, quorum latera omnia
ipsi

ipsi B C. sunt ^a æqualia. Ducta ^a *Corr.*
 diametro E D. complementa ^{2. 4.}
 AR. RF. ^b sunt æqualia, suntque ^b *hujus.* 3 I. I.
 rectangula sub toto A B. & B R.
 hoc est segmento B C. Eodem-
 que modo I S. S G. sunt comple-
 menta æqualia, quibus si addas
 quadrata æqualia S R. B K. fient
 rectangula duobus præcedentibus
 æqualia, cum sint inter easdem
 parallēlas & æquales bases: ergo
 quatuor illa rectangula sunt sub
 tota & uno segmento. Quod si
 quatuor illis rectangulis addas
 quadratum L H. alterius segmenti
 L S, hoc est A C. illa omnia simul
 sumpta erunt æqualia quadrato
 E D. quod fit supra A D. Q. E. D.

Si 6. secetur in 4. & 2. duca-
 turque quater numerus 6. in 2.
 fient 48. & addatur quadratum
 ipsius 4. hoc est 16. fiet nume-
 rus 64. æqualis quadrato ipsius 8.
 qui numerus componitur ex
 toto 6. & parte 2.

PROPOSITIO IX.



Th. 9. Si recta linea AB. secetur in equalia in C. & non equali- in D. quadrata qua ab inequalibus segmentis AD. DB. fiunt, dupla sunt, eorum qua à dimidia AC. & ab intermedia CD. fiunt.

Prob. Ex C. erigatur CE. perpendicularis ipsi AB. & æqualis ipsi CA. vel CB. ducanturque rectæ EA. EB. Deinde ex D. erigatur DF. ipsi EC. parallela secans EB. in F. & fiat recta FG. ipsi CD. parallela, ducaturque recta AF. hoc posito: Trianguli a Iſoscelis ACE. anguli A. & E. sunt b æquales c & semirecti, cum angulus b 5. I. ACE. sit rectus. Idem dicendum de c 32. I. triangulo ECB. ergo totus angulus AEB. rectus est. Jam in triangulo EGF. angu-

a Ex
const.

b 5. I.

c 32. I.

LIBER SECUNDUS. IOI

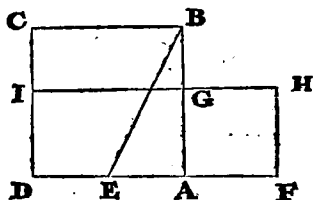
angulus G. d æqualis est angulo E C B. d 29. i.
 a ergo rectus, ergo anguli E. & F. b æ-
 quales c quia angulus E. semirectus est:
 e ergo latera G E. G F. æqualia. Unde e 6. i.
 cum G F. æquatur sibi CD. erit quo- f 34. i.
 que G E. æqualis C D. Simili argu-
 mento probatur D F. æqualis ipsi D B.
 Jam quadratum rectæ A F. g æquale g 47. i.
 est quadratis segmentorum inæqualium
 A D. D F. hoc est D B. Rursus qua-
 dratum rectæ A F. g æquale est qua-
 dratis A E. E F. Est autem A E. æqua-
 le ipsis A C. C E. atque adeo duplum
 quadrati quod fit à dimidia A C. Et
 quadratum E F. æquale est quadratis
 E G. G F. atque adeo duplum qua-
 drati quod fit à segmento medio G F.
 seu C D. quare quadrata quæ fiunt ab
 inæqualibus segmentis A D. D B. du-
 pla sunt eorum quæ à dimidia A C. &
 ab intermedia sectione fiunt. Q. E. D.

Divide 10. in 5. & 5. & in 7. & 3.
 media sectio 2. quadrata 49. & 9. par-
 tium inæqualium 7. & 3. sunt duplum
 quadratorum 25. & 4. & partis dimi-
 diæ 5. & sectionis 2.

triangulis EFG. & BOG. latera EF. FG. ac BO. GO. sunt ^a æ ^a 6. r. qualia, quia ang. ad O. rectus & B. semirectus unde reliqui semirecti & æquales.

Quare cum in triangulo AOG. angulus ad O. rectus est : erit quadratum rectæ AG. æquale ^b quadratis rectarum AO. & OG. ^b 47. r. hoc est BO. rursus in triangulo AEG. angulus ad E. rectus est constans ex duobus semirectis : ergo quadratum ipsius AG. æquale est quadratis AE. & EG. Est autem AE. duplum quadrati AC. & EG. duplum quadrati EF. vel FG. ergo etiam quadrata AO. & BO. dupla sunt ipsorum AC. & CO. Q. E. D.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati 169. & 9. numerorum 13. & 3. dupli sunt numerorum quadratorum 25. & 64. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.



Prob. I. *Datam rectam AB. ita secare in G. ut rectangulum CG. comprehensum sub tota AB. & sub uno segmentorum GB. sit aequale alterius segmenti AG. quadrato GF.*

Praxiſ. Ad punctum A. excita perpendicularẽ AD. æqualem datæ AB. eam ſeca bifariam in E. duc rectam EB. & ipſi æqualem EF. producendo EA. Ex AB. abſcindo AG. æqualem AF. & factum erit quod quæritur.

Prob. Supra datam AB . perfice
quadratum AC . & supra rectam
 AF . quadratum FG . & rectam
 HG . produc in I . hoc posito sic
dico. Recta DA . a secta est bi-
fariam

fariam in E. eique in directum
 adjecta est AF. ^b ergo rectan- ^b 6. 2.
 gulum FI. quod factum est sub
 tota DF. & FH. hoc est FA. una
 cum quadrato mediæ EA. æqua-
 le est quadrato EF. hoc est EB.
 Jam quadratum EB. ^c æquale est ^c 47. 1.
 quadratis AB. AE. ergo quadra- ^{Th. 11.}
 ta AB. AE. sunt æqualia rectan-
 gulo FI. cum quadrato EA.
 Ergo si commune quadratum
 AE. tollas, rectangulum FI re-
 manebit æquale quadrato ipsius
 AB. hoc est AC. Quod si ab
 æqualibus AC. FI. tollas com-
 mune AI. remanebit CG. rectan-
 gulum sub tota CB. hoc est BA.
 & altero segmentorum GB.
 æquale quadrato GF. quod fit à
 reliqua parte GA. Q. E. D.

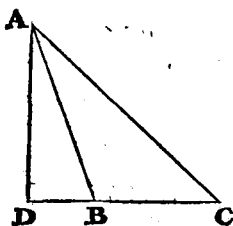
S C H O L I U M

*Hac propositio numerus explicari ne-
 quit & idem denotat, quod tertia definitio
 libri sexti de media ac extrema alicujus
 lineæ sectione.*

P R O-

PROPOSITIO XII.

Th. II.



In ambly-
gonio trian-
gulo ABC.
quadratum
lateris AC.
angulum B.
obtusũ sub-
tendentis ,

quadrata laterum BA. BC. an-
gulum obtusum comprehendentium,
superat bis sumpto rectangulo sub la-
tere BC. & sub ipsa BD. in di-
rectum ei addita usque ad occursum
perpendicularis ab A. altero angulo
acuto cadentis.

Prob. Demitte perpendicula-
rem ex A. & rectam CB.
produc usque dum ei occurrat in
D. Quia recta CD. divisa est
a 4. 2. utcunque in B. ^a est quadratum
ipsius CD. æquale quadratis
rectarum DB. BC. cum duobus
rectan-

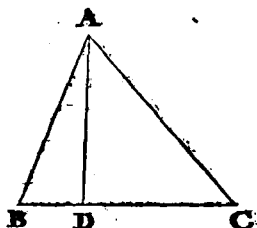
rectangulis sub DB. BC. addatur
 ergo utrimque quadratum rectæ
 DA. erunt quadrata CD. DA. *per 47.*
 æqualia tribus quadratis CB. BD. ^{1.}
 DA. cum duobus illis rectangu-
 lis, atqui quadratum rectæ AC.
 est æquale quadratis ipsarum CD.
 DA. & quadratum ipsius AB.
 est æquale quadratis ipsarum BD.
 DA. ergo quadratum rectæ AC.
 est æquale duobus quadratis CB.
 BA. cum duobus illis rectangulis.
 Superat ergo AC. duo quadrata
 duobus istis rectangulis sub CB.
 in DB. Q. E. D.

S C H O L I U M.

*Hinc fluit generalis illa geometrarum
 regula ex tribus amblygonii trianguli la-
 teribus segmentum DB. inveniendi: ni-
 mirum ex quadrato AC. subtr. summa
 quadratorum AB. & BC. reliquum di-
 visum per duplum baseos CB. exhibebit
 ipsum DB.*

P R O-

108 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XIII.



Th. 12. In Oxygono triangulo ABC . quadratum lateris AB . angulum C . acutum subtendentis superatur à quadratis laterum CA . CB . eundem comprehendentium, bis sumpto rectangulo sub latere CB . & sub assumpta interiùs linea DC . usque ad occursum perpendicularis ab A . altero angulo acuto cadentis.

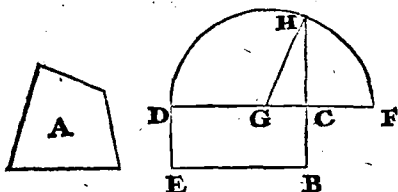
Prob. Demitte perpendicularem AD . Recta BC . divisa est utcunque in D . ergo per 7. 2. quadrata rectarum BC . DC . æqualia sunt rectangulis duobus sub BC . CD . & quadrato reliqui segmen-

segmenti B D. Adde utrisque commune quadratum rectæ D A. sic tria quadrata B C. D C. D A, æqualia sunt quadratis duobus B D. D A. & rectangulis duobus sub B C. D C. Nunc quadratis duobus D C. D A. ^a æquale est ^a 47. r. quadratum A C. Ergo duo quadrata rectarum B C. C A. æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub B C. D C. & quadratis B D. D A. hoc est quadrato A B. Ergo quadratum rectæ B A. minus est quadratis A C. C B. rectangulo bis sumpto sub rectis B C. D C. Q. E. D.

S C H O L I U M.

Hinc altera Generalis regula Geometrarum constat in triangulo acutangulo ex tribus lateribus invenire segmentum basis, scil. adde quadr. A C. ad quadr. B C. subtrahatur ex summa quadr. A B. reliquum dividatur per duplum baseos B C. & proveniet D C.

110 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XIV.



Tab. 13. Dato rectilineo A. aequale quadratum CH. constituere.

Per 45. 1. fiat rectangulum B D. æquale rectilineo A. si rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas unum, puta DC. in F. sic ut CF. æqualis sit ipsi CB. seca bifariam DF. in G. & centro G. spatio DG. duc circum- lum DHF. produc latus BC. in H: quadratum quod fit ex CH. erit æquale rectangulo CE.

Prob. Recta DF. secta est æqualiter in G. & non æqualiter
a 5. 2. in C. a ergo rectangulum CE. sub inæqualibus segmentis DC. CB. hoc

LIBER SECUNDUS. III

hoc est CF. una cum quadrato
segmenti medij GC. æqualia sunt
quadrato rectæ GF. ^{b 15.} hoc est
GH. sed quadratum GH. ^{Def. 1.} æqua-
le est quadratis GC. CH. & con-
sequenter quadrata GC. CH.
æqualia sunt rectangulo CE. &
quadrato GC. Ergo si tollas
commune quadratum GC. re-
manebit quadratum rectæ CH.
æquale rectangulo CE. hoc est
rectilineo A. quod erat facien-
dum. ^{c 47.1.}

MONITUM.

In superioribus, frequenter ad-
hibui numeros: cum tamen in
demonstrationibus geometricis
sæpe usui esse non possint; quia
irrationales & incommensurabiles
quantitates non explicant. Sed
nota 1. Semper in omnibus præ-
poni geometricas demonstatio-
nes. 2. Non recipi quidem debe-
re numeros in demonstrandis ir-

rationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus & affectionibus, quæ sola quantitate continua cognoscuntur: verum nemo negarit in demonstrationibus quantitatis continuæ maioris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse uti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Unde robur suum non accipit demonstratio à numeris, sed lucem tantum. Et vero iis usus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

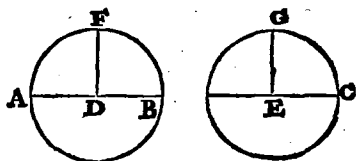
N O T A.

*Hujus libri selecta propositiones sunt 5.
6. 12. 13.*

EVCLIDIS ELEMENTUM III.

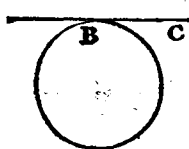
DEFINITIONES

I.



Æquales circuli sunt, quorum diametri AB. BC. sunt æquales: vel quorum, quæ ex centrīs D. & E. recta lineæ DF. EG. sunt æquales.

II.

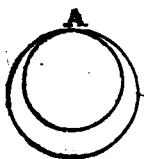


Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulo tangat puta in B. si producat in C. circulum non secat.

K 3

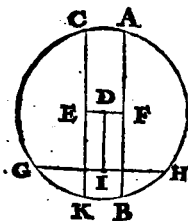
III.

III.



Circuli se mutuo tangere dicuntur qui sese mutuo tangentes ut in A. sese mutuo non secant.

IV.



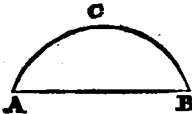
In circulo aqualiter distare à centro recta dicuntur, cum perpendiculares DE. DF. à centro D. ad ipsas AB. CK. ducta aequales sunt; longius autem abesse dicitur GH. in quam major perpendicularis DI. cadit.

V.



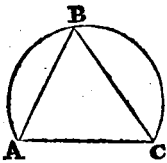
Segmentum
circuli, est fi-
gura qua sub
recta A B. &
circuli peripheria A C B. compre-
henditur.

VI.



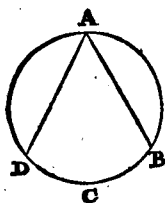
Segmenti au-
tem angulus est
C A B. qui sub
recta linea A B.
& circuli peripheria C A. compre-
henditur.

VII.



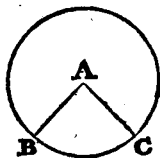
In segmento
autem angulus est
puta A B C. cum
in segmenti cir-
cumferentia sum-
ptum fuerit pun-
ctum quodpiam B. & ab eo in ter-
minos recta A C. segmentum ter-
minantes, linea recta ut B A. B C.
fuerint ducta.

VIII.



Cum vero comprehendentes angulum DAB . recta AD . AB . aliquam assumunt peripheriam ut BCD . illi angulus dicitur insistere.

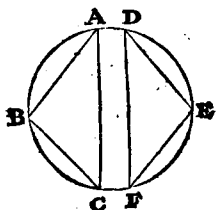
IX.



Señor circuli est, cum ad ipsius circuli centrum A . angulus BAC . fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis AB . AC . angulum BAC . continentibus, & à peripheria BC . ab illis assumpta.

X.

X.

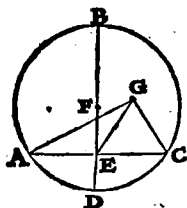


*Similia circuli segmenta sunt
ABC. DEF. qua angulos BAC.
EDF. capiunt aequales, aut in qui-
bus anguli CBA. FED. inter se
sunt aequales.*

PRO-

PROPOSITIO I.

Prob. I.



*Dati circuli
ABC. centrum
F. reperire.*

Prax. Ductam A C. a divide bifariam
in E. Ad punctum E. b erige per-
pendicularem attingentem ambi-
tum in B. & D. hanc B D. bifariam a seca
in F. punctum F. erit centrum circuli.

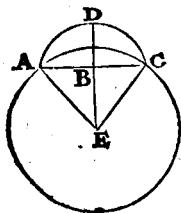
Prob. Non est aliud punctum in recta
BD. c cum centrum ibi sit tantum ubi
linea secatur bifariam. Neque erit extra
rectam B D. Sit enim in G. ducantur-
que G A. G E. G C. in triangulis G A E.
G C E. Latera G A. A E. sunt d æqualia
ipsis G C. C E & G E. commune. Ergo
e 8. 1. tota triangula e sunt æqualia, & anguli
f 10. 1. G E A. G E C. æquales. f Ergo angulus
Def. G E A. rectus : quod esse non potest
cum ejus partialis F E A: g sit rectus.

g Ex
const.

Coroll. Si linea recta in circulo aliam
lineam rectam bifariam & ad angulos
secat, in secante erit centrum.

PRO-

PROPOSITIO II.



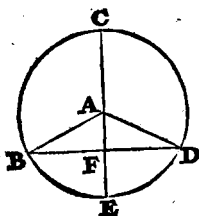
Si in peripheria Th. 1.
circuli A B C.
duo qual. puncta
A. & C. accepta
fuerint, recta
AC. qua ad ipsa
puncta adjungi-
tur, intra circulum A B C. cadet.

Prob. Si non cadat intra, cadat ex-
 tra, sitque recta A D C. Centro E.
 a reperto, ducantur rectæ E A. E C. a 1. 3.
 E D. secetque E D. peripheriam in B.
 quia autem trianguli E A D C. (qui recti-
 lineus ab adversario ponitur) latera E A.
 E C. sunt b æqualia, erunt anguli b 15.
 c E A D C. E C D A. æquales. Est autem Def.
 externus A D E. d major interno D C E. c 5. 1.
 & per consequens quam E A D. Ergo d 16. 1.
 A E. & ei b æqualis E B. c major erit c 19. 1.
 quam E D. pars quàm totum. Non ergo
 recta ex A. ad C. ducta, extra circulum
 cadet: ergo intra. Q. E. D.

Coroll. Hinc patet lineam rectam
 circulum tangentem in uno tantum
 puncto tangere.

PROPOSITIO III.

Th. 2.



*Si in circulo
C B D. recta
quadam C E.
per centrum
A. rectam
quãdam B D.
non per cen-
trum, bifa-*

*riam in F. secet, & ad (angulos)
rectos eam secabit: Et si ad rectos
eam secet, bifariam quoque eam se-
cabit.*

Prob. 1. pars. Ductis à centro A.
æqualibus rectis A B. A D. triangu-
la A B F. A F D. habent omnia latera

a 8. 1. æqualia singula singulis: a ergo anguli

b 10. 1. AFB. AFD. sunt æquales, b ergo recti.

Prob. 2. pars. Latera A B. A D. sunt

c 5. 1. æqualia: angulus A B D. c æqualis est

d Ex angulo A D B. & A F B. d ipsi A F D.

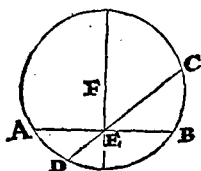
const. Ergo latera e B F. F D. sunt æqualia.

e 26. 1. Q. E. D.

Coroll. In omni triangulo seu æqui-
latero seu Isoscele linea recta basin bifa-
riam secans, ad eandem perpendicularis
est & contra.

PRO-

PROPOSITIO IV.



Si in circulo 76. 3.

*A D B. dua
recta A B.*

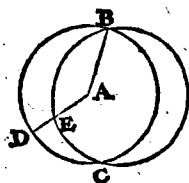
*CD. se invi-
cem secant,
non per cen-*

*trum F. extensa, sese bifariam non
secant.*

Prob. Si una tantum per cen-
trum transeat & alia non:
^a ergo altera alteram non secabit ^{a 15.}
bifariam. Si neutra transeat. Ex ^{Def. 1.}
centro F. in punctum sectio-
nis E. duco rectam FE. & sic
dico. Si rectæ AB. CD. forent
bifectæ in F. ang. FEB. & FEC.
^b forent recti & proinde æquales. ^{b 3. 1.}
Q. E. A.

PROPOSITIO V.

Fig. 4.



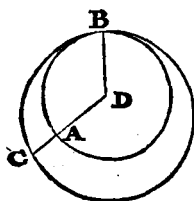
Si duo circuli D C B. E C B. sese mutuo secant in B. & C. non erit illorū idem centrum A.

Prob. Ductæ rectæ AB. AD. erunt æquales, cū sint à centro ad circumferentiam. Rectę etiam AE. AB. erunt æquales, ob eandem rationem ergo AE. erit æqualis ipsi AD. Q. E. A.

21.
Ax. I.

PRO-

PROPOSITIO VI.

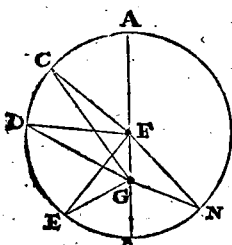


*Si duo circuli $AB.$ $CB.$ se
se mutuo inte-
rius tangant in
 $B.$ eorum non
erit idem cen-
trum $D.$*

Prob. Ductis $DB.$ $DC.$ linea
 $DA.$ est æqualis lineæ $DB.$
cùm sint ductæ à centro ad cir-
cumferentiam. Lineæ $DC.$ $DB.$
sunt æquales ob eandem causam.
Ergo $DA.$ $DC.$ erunt æquales,
pars toti, quod repugnat.

124 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VII.

Tb. 6.



Si in circuli diametro AB. sumatur aliquod punctū G. quod non sit centrum circuli : &

à puncto G. quadam recta GC. GD. GE. GN. in circulum cadant : maxima quidem erit GA. in qua centrum F. minima vero reliqua GB. aliarum vero semper ejus, qua per centrum ducitur, propior GC. remotiore GD. major erit : solum autem dua recta GE. GN. ab illo puncto G. aequales in circulum cadunt ad utrasque (partes) minima vel maxima.

Prob. I. pars. Ductis rectis FC. FD. FE. FN. ex centro F. duo latera CF. FG. trianguli CFG. ^a majora sunt tertio CG. at hæc sunt æqualia toti GA.

^a 20. I.

GA. ergo GA. est majus quam GC. Q. E. D.

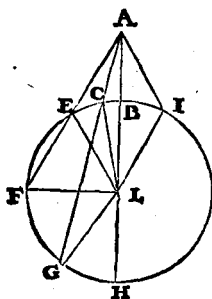
Prob. 2. Latera EG. GF. trianguli EGF. ^a majora sunt ter- ^a 20.1.
tio EF. ergo majora sunt quàm linea FB. quæ est æqualis ipsi FE. ergo si dematur utrique communis recta GF. remanebit GE. major quam GB. Q. E. D.

Prob. 3. Triangula CFG. DFG. habent latera FC. FD. æqualia & latus FG. commune, angulus vero CFG. major est angulo DFG. totum parte: ergo latus CG. ^b majus erit quam DG. ^b 24.1.
Q. E. D.

Prob. 4. Facto angulo GFN. æquali GFE. GN. GE. erunt ^c æquales. Nec à puncto G. aliæ ^c 4.1.
duci possunt æquales ipsis GE. GN. erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter majores vel minores, per tertiam partem hujus. Q. E. D.

PROPOSITIO VIII.

Th. 7.



Si extra circulum BEH. sumatur punctum quodpiam A. & à puncto ad circulum ducantur rectæ quædam AF. AG. AH. quarum una quidem per centrum L. reliqua vero ut libet. In

cavam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima (erit) quæ per centrum L. (ducitur) aliarum vero semper propior (ei) quæ per centrum L. remotiore major erit. In convexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est illa quæ inter punctum A. & diametrum BH. (ponitur) Aliarum vero ea quæ propior est minima AB. remotiore semper minor est. Dua autem tantum rectæ æquales ab eo puncto A. cadent in circulum ad utrasque partes minima AB. vel maxima AH.

Prob. 1. pars. Ductis rectis LG. LF. duo latera AL. LG. hoc est LH. a majora sunt tertio AG. ergo AH. major erit quam AG. Q. E. D.

Prob. 2.

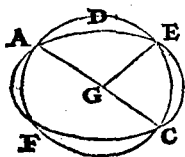
Prob. 2. Latera AL . LG . trianguli ALG . sunt æqualia lateribus LF . LA . trianguli ALF . angulus autem ALG . major est angulo ALF . b ergo latus AG . b 24.1. majus est latere AF . Q. E. D.

Prob. 3. Ductis rectis LC . LE . duo latera AC . LC . trianguli ACL . a ma- a 20.1. jora sunt tertio AL . demantur æqualia LB . LC . remanebit AC . major quam BA . Q. E. D.

Prob. 4. Quia intra triangulum ALE . duæ rectæ AC . CL . junguntur: c erunt lateribus AE . EL . minores; c 21.1. demptis igitur æqualibus LC . LE . remanebit EA . major quam CA . Q. E. D.

Prob. 5. Facto angulo ALI . æquali ALE . duo triangula illa d erunt æqua- d 4.1. lia: ergo latera AI . AE . æqualia; neque alia duci potest recta, his æqualis: erit enim semper propior minimæ AB . vel remotior & consequenter c major c 21.1. vel minor per partem quartam hujus. Q. E. D.

PROPOSITIO X.

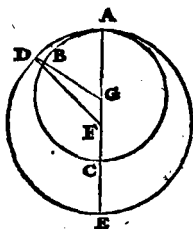


*Circulus AEF. Tb. 9.
non secatur circu-
lum FDC. per
plura puncta
quam duo.*

Prob. Secet enim in tribus si-
vis. Circuli EFC. centro G.
^a invento, ducantur rectæ GA. ^a 1. 3.
GC. GE. quæ, quia sunt æqua-
les, & attingunt ambitum circuli
utriusque, punctum G. ^b erit ^b 9. 3.
etiam centrum circuli utriusque;
quod est absurdum per 5. hujus.

PROPOSITIO XI.

7b. 10.



*Si duo circuli
ABC. AED.
contingant sese
interius in A.
& sumpta fue-
rint eorum cen-
tra G. & F. ad
eorum centra*

*adjuncta recta linea F A. & pro-
ducta, in contactum A. cadet circu-
lorum.*

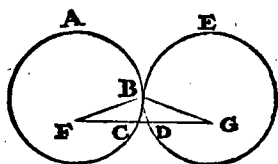
Prob. Recta FG. conjungens
eorum centra, non incidat in
contactum sed alibi in D. à
puncto G. centro circuli ABC.
ducatur recta GA. ad contactum
ut & FD. latera GD. GF. ^a ma-
jora sunt tertio FD. ergo majora
^b latere FA. dempto ergo com-
muni FG. remanebit GA. majus
latere GD. Est autem GA. æqua-
lis lateri GB. ergo GB. majus erit
quam GD. pars toto. Q. E. A.

a 20. I.

b 15.
Def.

PRO-

PROPOSITIO XII.

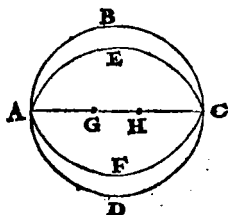


*Si duo circuli ABC. EBD. Th. 11.
contingunt se invicem exterius in B.
que adjungitur ad eorum centra,
per contactum transibit.*

Prob. Si neges: sit recta FG.
centra jungens. Ductis
FB. GB. latera BF. BG. ^ama- ^a 20.1.
jora sunt tertio FG. sed BF. BG.
sunt æqualia radiis FC. GD.
ergo quoque FC. GD. majora
sunt FC. CD. GD. pars tot.
Q. E. A.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

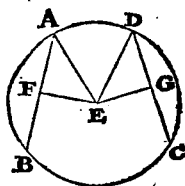


Th. 12. Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam uno, sive intus, sive extra tangit.

Prob. Tangat enim in duobus, puta A. & C. centrum ^a debet esse in linea, quæ junget contactum circulorum: utriusque
^a 11.
[&] 12.
^{3.}
^b 6. 3. autem non ^b potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra, puta G. & H. quod fieri non potest, cum linea in unico puncto, possit tantum secari bifariam.

PRO-

PROPOSITIO XIV.

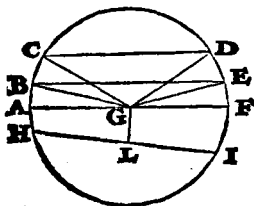


*In circulo ABC. Tb. 13.
 æquales rectæ AB.
 DC. æqualiter di-
 stant à centro E.
 & æqualiter di-
 stantes à centro,
 sunt sibi invicem
 æquales.*

Prob. A centro E. in rectas AB. CD.
 duca perpendiculares EF. EG. rectæ a 12. 1.
 AB. CD sectæ b erunt bifariam. b 3. 3.
 Junctis EA. ED. quadratum rectæ ED.
 cest æquale quadratis rectarum DG. GE. c 47. 1.
 ut & quadratum AE. quadratis recta-
 rum AF. FE. Demptis ergo ab æquali-
 bus AF. FE. ipsis DG. GE. æqualium
 linearum quadratis AF. DG. remanebit
 recta EF. æqualis rectæ EG. & conse-
 quenter rectæ AB. CD. d æqualiter di- d 4.
 stant à centro. Def. 3.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata
 EG. GD. sunt æqualia quadratis EF. FA.
 & quadratum EG. æquale quadrato EF.
 ergo quadratum FA. æquale est quadra-
 to GD. e ergo recta BA. æqualis est rectæ c 7.
 DC. Q. E. D. Ax. 1.

PROPOSITIO XV.

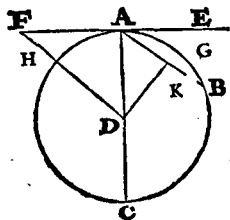


Th. 14. In circulo ABCD. maxima quidem est diameter AF. aliarum vero semper propior BE. centro G. erit major remotiore CD.

Prob. 1. pars. Ductis GB. GE. duo latera GB. GE. trianguli ^a 20.1. GBE. ^a majora sunt tertio BE. at hæc sunt æqualia diametro AF. ergo AF. major est quam BE. Q. E. D.

Prob. 2. Ductis rectis GC. GD. duo latera GC. GD. sunt æqualia lateribus GB. GE. angulus vero BGE. major est angulo CGD. ^b 24.1. ^b ergo latus BE. majus latere CD. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.



Qua ab Th. 15.

extremita-
te diametri
A C. ad
rectos an-
gulos linea
E F. duci-
tur, cadet

extra circulum A B C. & in lo-
cum inter ipsam E F. & circumfe-
rentiam, A B C. altera recta A B.
non cadet: & semicirculi angulus
D A G B. major erit omni acuto an-
gulo rectilineo: reliquus autem
E A G B. minor.

Prob. 1. pars. Ex centro D. du-
catur recta D H F. utcumque:
latus D F. subtendens angulum
F A D. rectum ^a majus erit D A. ^{a 19. 1.}
hoc est D H. cum itaque H. sit in
circumferentia erit F. extra. Simili
ratione de omnibus pūctis in linea
FAE. argumentari licet. Q. E. D.

Prob. 2. pars. Ad AB. quæ inter peripheriam & rectam EF. caderet ducatur perpendicularis DK. ergo latus DA. majus erit
 b 19. 1. b ipsi DK. sed punctum A. est in circumferentia itaque K. & tota AB. erit intra circulum. Q. E. D.

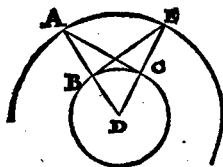
Prob. 3. Ut fieret angulus major angulo DAGB. semicirculi, deberet duci recta inter rectam EA. & peripheriam AB. quod jam probavi fieri non posse.

Prob. 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAGB. contactus, duceretur recta inter AE. & peripheriam AB. quod, ut jam dixi, fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectā ad extremum diametri perpendicularē, tangere circulum, & in unico puncto geometricè tangere:
 c 2. 3. nam si plura tangeret, caderet c intra circulum.

PROPOSITIO XVII.



A dato puncto Prob. 2.

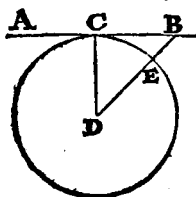
A. rectam lineam A C. ducere, quæ datum tangat circulum B C D.

Praxis. Centro D. spatio A. fiat pars circuli A E. ducatur recta D A. & ad punctum B. excitetur perpendicularis B E. jungeturque recta D E. à puncto A. ducatur recta A C. hanc dico tangere circulum B C D.

Prob. Triangula ADC. BED. se habent juxta 4. 1. cum latera DA. DE. DB. DC. sint ^a æqua- ^a 15. 1. lia & angulus D. communis. Ergo ^{Def.} cum angulus E B D. sit rectus, rectus etiam erit D C A. recta itaque A C. ^b tanget circulum. ^b 16. 3. Q. E. F.

PROPOSITIO XVIII.

76. 16.



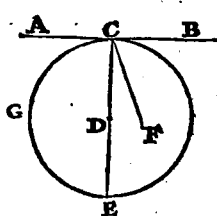
*Si aliqua
recta A B.
tangat circu-
lum D C E.
à centro vero
D. ad conta-
ctum C. que-*

*dam recta D C. adjungatur : ad-
juncta D C. perpendicularis erit
ad A B. qua continget.*

Prob. Si negas : sit alia , puta
D B. perpendicularis , ergo
cum angulus B. ponatur rectus
a 17. 1. erit angulus C.^a minor recto, ergo
b 19. 1. latus D C. hoc est D E. ^b majus
erit latere D B. pars toto quod est
absurdum.

PRO-

PROPOSITIO XIX.



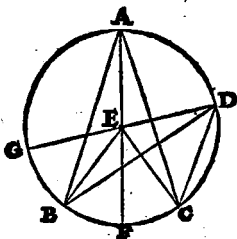
Si circulum tbl. 17.
EGC. contingat aliqua recta
AB. à contactu
vero C. tangen-
ti AB. ad rectos
angulos recta li-

nea EC. ducta sit, in recta ducta
EC. erit centrum circuli.

Prob. Si negas, sit alibi nimirum in F. proinde ducta FC. ipsi AB. ^a erit perpendicularis : ^a 18. 3. ergo angulus rectus FCB. recto DCB. erit æqualis, pars totius quod est absurdum.

PROPOSITIO XX.

Th. 18.



In circulo
DFGA.
angulus
BEC. ad
centrum
E. duplū
est anguli
BAC. ad

peripheriam, cum fuerit eadem pe-
ripheria BC. basis angulorum.

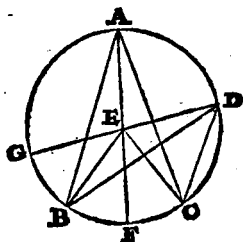
Prob. Id tribus potest modis
contingere. Includant i. rectę
AB. AC. rectas EB. EC. ducta-
que AF. per centrum E. duo la-
tera EA. EB. erunt æqualia ^a ergo
anguli EBA. EAB. æquales: an-
gulus autem BEF. duobus EAB.
^a 5. I. EBA. ^b est æqualis, ergo duplus
^b 32. I. anguli BAF. Idem dic de angulo
FEC. respectu anguli EAC. ergo
totus BEC. totius BAC. erit
duplus. Q. E. D.

2. Rectę

2. Rectæ DG . DB . non includant rectas EC . EB . iterum cum latera ED . EB . sint æqualia erunt EDB . EBD . ^c anguli ^c 5. 1. æquales. His autem duobus, angulus GEB . est ^d æqualis. Ergo ^d 32. 1. idem erit duplus anguli GDB .
Q. E. D.

3. Triangula BEC . BDC . sese interfecent, ducaturque recta DG . per centrum E . totus angulus GEC . erit duplus totius GDC . angulus vero GEB . duplus est anguli GDB . ergo reliquum BEC . duplum erit reliqui BDC . Q. E. D.

PROPOSITIO XXI.

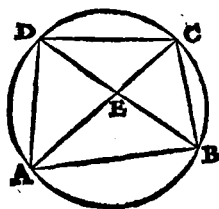


Th. 19. *In circulo A D C B. qui in eodem segmento B C. sunt anguli B A C. B D C. sunt inter se aequales.*

a 20. 3. **P**rob. Angulus B E C. a est
 b 1. duplus anguli B A C. & du-
 Ax. plus anguli B D C. b ergo angu-
 li B A C. B D C. sunt inter se
 æquales. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXII.



*Quadrilateri- Tb. 20.
rorum in cir-
culo ABCD.
descriptorum
oppositi an-
guli DCB.
DAB. duo-*

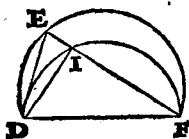
bue rectis sunt aequales.

Prob. Diametris AC. DB.
ductis, anguli ADB. ACB.
in eadem portione ^a sunt æqua- ^{a 21. 3.}
les, similiterque anguli BAC.
BDC. ergo totus angulus ADC.
est æqualis angulis BCA. BAC.
sed anguli BCA. BAC. cum ter-
tio ABC. ^b valent duos rectos: ^{b 32. 1.}
ergo angulus ADC. æqualis ipsis
BCA. BAC. cum angulo ABC.
valebit duos rectos. Idem de aliis
oppositis dicetur. Ergo, &c.
Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Tab. 21.

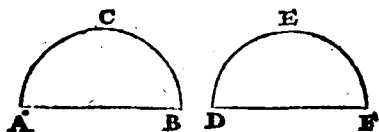


*Super eadem
recta DF. duo
segmenta cir-
culorum similia
DIF. DEF.
& inequalia
non constituentur ad easdem partes.*

Prob. Sint enim si fieri potest
DIF. DEF. similia segmen-
ta, ductis rectis ED. EF. ID.
anguli DIF. DEF. ^a erunt
^a 10. ^{Def.} 3. æquales, quod est absurdum
per 16. 1.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.



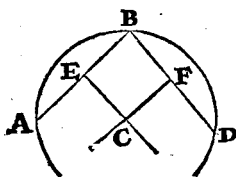
*Super equalibus rectis AB. DF. ^{7b. 22.}
 similia segmenta circularum sunt in-
 ter se equalia.*

Prob. Collocetur AB. super DF.
^a congruent. Etenim si se- ^{a 8.}
 gmenta non congruant vel unum ^{Ax.}
 totum extra aliud cadet, quod est
 absurdum per 23. 3. vel cadet par-
 tim intra, partim extra; & sic cir-
 culus circulum secabit in pluribus
 punctis quam duobus, quod re-
 pugnat per 10. 3.

N PRO-

PROPOSITIO XXV.

Prob. 3.



*Circuli segmento dato
A B D. describere circulum,
cujus est segmentum.*

Prax. Accipiantur in dato segmento tria puncta A B D. ductis rectis A B. B D. ^a divisisque bisariam & ad angulos rectos per rectas C E. C F. se mutuo intersecantes in puncto C. illud erit centrum.

^a 10. &
11. I.

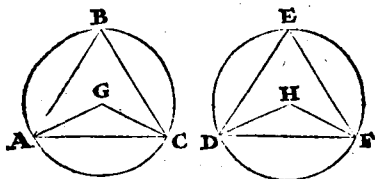
Prob. Per 1. 3. centrum est in utraque C E. & C F. ergo ubi se intersecant. Circuli enim unius, unicum tantum potest esse centrum. Q. E. D.

S C H O L I U M.

Hinc datis tribus punctis facile centrum circuli reperitur per data puncta trans-euntis.

P R O-

PROPOSITIO XXVI.

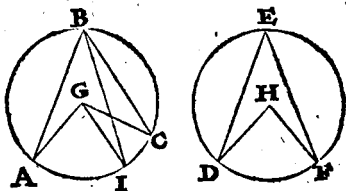


*In aequalibus circulis ABC. DEF. ^{Th. 13.}
 æquales anguli G. & H. B. & E.
 æqualibus peripheriis AC. DF. insi-
 stunt, sive ad centra G. & H. sive ad
 peripharias B. & E. constituti sint.*

Prima pars. Prob. Trianguli A G C.
 latera G A. G C. & angulus G. po-
 nuntur æqualia lateribus H D. H F.
 & angulo H ^a ergo bases A C. D F. sunt ^{a 4. 1.}
 æquales. Ergo ^b peripheriæ A C. D F. ^{b 24. 3.}
 erunt etiam æquales. Q. E. D.

Prob. 2. Anguli A B C. D E F. po-
 nuntur æquales: ^c ergo segmenta A B C. ^{c Def.}
 D E F. sunt similia: ^d ergo æqualia cum ^{10. 3.}
 rectæ A C. D F. sint æquales. Ergo cum ^{d 23. 5.}
 circuli ponantur æquales, remanebunt
 segmenta A C. D F. ^e æqualia. ^{e 3.}
 Ax.

PROPOSITIO XXVII.

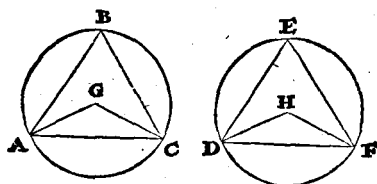


Th. 24. In aequalibus circulis ABI. DEF. anguli qui in aequalibus peripheriis AI. DF. insistent sunt inter se aequales, sive ad centra G. & H. sive ad peripherias B. & E. constituti, insistent.

Prob. Si non sint æquales, sit
 a 23. 1. alter minor, puta AGI. ^a fiat-
 que AGC. ipsi DHF. æqualis:
 b 25. 3. ergo peripheria AC. erit ^b æqua-
 lis peripheriæ DF. sed peripheria
 DF. ponitur æqualis ipsi AI.
 c 7. ergo AC. & AI. erunt æquales,
 Ax. pars toti: Idem ^c dic de angulis
 d 20. 3. B. & E. cum G. & H. ^d sint eo-
 rum dupli.

PRO-

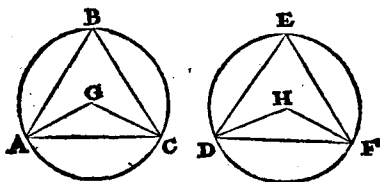
PROPOSITIO XXVIII.



*In æqualibus circulis ABC.DEF. Th. 25.
 æquales rectæ AC. DF. æquales
 peripherias AC. DF. ABC.DEF.
 auferunt, majorem quidem majori,
 minorem autem minori.*

Prob. Ductis rectis GA. GC.
 HD. HF. triangula AGC.
 DHF. ^a sunt æqualia. Ergo an- ^a 8. ²
 gulus G. angulo H. est æqualis:
 ergo peripheriæ AC. DF. ^b æ- ^b 26. ³
 quales. ^c ergo reliquæ ABC. ^c 3.
 DEF. sunt æquales. Q. E. D. ^{ax.}

PROPOSITIO XXIX.

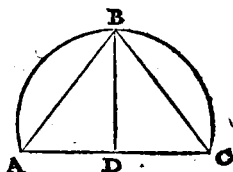


Ab. 26. *In aequalibus circulis ABC.DEF.
 aequales peripherias ABC.DEF.
 aequales rectae AC. DF. subten-
 dunt.*

Prob. Ductis rectis GA. GC.
 HD. HF. anguli G. & H.
a 27. 3. ^a erunt aequales: latera etiam GA.
 GC. HD. HF. sunt aequalia ex
 suppositione: ergo bases AC.
b 4. 1. DF, ^b erunt aequales. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXX.



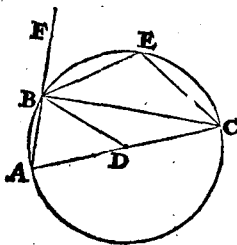
*Datam peripheriam ABC. se- Prob. 4.
care bifariam.*

Praxis. Ducatur recta AC.
quam divide ^a bifariam in D. ^a 10. 1.
per perpendicularem DB. erit
peripheria secta bifariam in B.

Prob. Ductis rectis AB. CB.
triangula ABD. DBC. se ha-
bent juxta 4. 1. ergo latera AB.
CB. sunt æqualia. ^b Ergo peri- ^b 28. 2.
pheriæ quas subtendunt sunt æ-
quales. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXI.

Tb. 27.



In circulo
 ABEC.
 angulus
 ABC. in
 semicirculo
 rectus est:
 qui autem
 in maiore

segmento BAC. minor recto: qui
 vero in minore segmento BEC. ma-
 jor recto: & insuper angulus CBA.
 ex recta CB. & peripheria BA.
 majoris segmenti, recto quidem ma-
 jor est; minoris autem segmenti an-
 gulus EBC. qui ex peripheria EB.
 & recta BC. minor est recto.

Prob. 1. pars. Centro D. ductis
 rectis DA. DB. DC. anguli
 25. 1. DAB. DBA. ² erunt æquales:
 itemque anguli DCB. DBC.
 ergo totalis angulus ABC. est
 æqualis angulis A. & DCB. sed
 his

LIBER TERTIUS. 153

his^b est æqualis F B C. ergo an- ^{b 32. 1.}
gulus A B C. ^c est rectus. ^{c 13. 1.}

Prob. 2. Angulus A B C. est
rectus: ergo angulus B A C. in
majore segmento ^d est minor ^{d 32. 1.}
recto.

Prob. 3. Fiat quadrilaterum
A B E C. angulus A. ^e minor est <sup>e per 1.
partem
hujus.</sup>
recto, ergo angulus B E C. in mi-
nori segmento ^f est major recto. ^{f 22. 3.}

Prob. 4. Angulus ex periphe-
ria A B. & rectæ C B. est major
angulo recto composito ex rectis
A B. B C. totum videlicet parte.

Prob. 5. Angulus compositus
ex peripheria E B. & recta C B.
minor est angulo F B C. recto
composito ex recta F B. B C. pars
toto. Hujus propositionis autor
fertur Thales Milesius annis ante
Christum, 650.

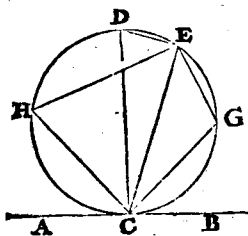
SCHOLIUM.

*Hinc in triangulo rectangulo, secta hy-
pothenusa bisariam, erit illud punctum
centrum circuli tria puncta illa pertrans-
euntis, adeoque examen exacta norma.*

P R O-

PROPOSITIO XXXII.

Tb. 28.



*Si circulū
CHEG.*

*tetigerit
aliqua re-
cta AB. à
tactu au-
tem C. du-
catur qua-*

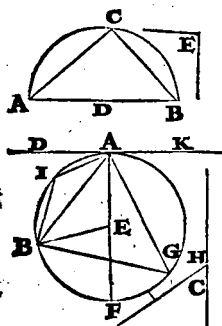
*dam recta, secans circulum DC.
vel EC. anguli quos ad tangentem
AB. faciet, erunt æquales angu-
lis qui sunt in alternis circuli por-
tionibus, id est angulus ACE.
æqualis est angulo G. & angulus
BCE. angulo H.*

Prob. Ducta perpendiculari
DC. cum angulus ACD.
sit rectus, angulus qui fieret in
a 31:1. semicirculo, illi a esset æqualis:
si vero non sit rectus ut ACE.
primo duc rectam DC. per cen-
trum, deinde accipe in periphe-
ria

ria aliquod punctum puta G du-
 canturque rectæ D E. E G. G C.
 cum angulus D E C. in semicir-
 culo ^b sit rectus, reliqui duo puta ^b 13. 3.
 E C D. E D C. ^c valent unum ^c 32. 1.
 rectum: sed anguli B C E. &
 E C D. valent etiam unum re-
 ctum, cum recta D C. sit per-
 pendicularis: dempto igitur com-
 muni E C D. remanebit B C E.
 æqualis angulo E D C. qui ^d æ- ^d 27. 3.
 qualis est angulo C H E. ergo &
 angulus B C E. angulo C H E.
 æqualis. Rursus, cum quadrila-
 teri D G. anguli in circulo op-
 positi E D C. E G C. ^e valeant ^e 22. 3.
 duos rectos, sicut & anguli ^f A C E. ^f 13. 1.
 E C B. & angulus C D E. sit ^g æ- ^g per 1.
 qualis angulo B C E. remanebit ^{par: em}
 angulus G. angulo A C E. æqua- ^{hujus.}
 lis. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXIII.

Prob. 5.

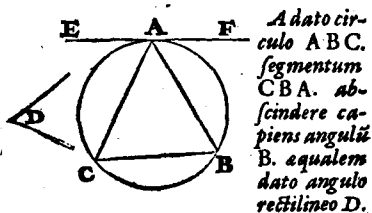


† Super data
recta AB.
portionem
circuli de-
scribere, qua
capiat angu-
lum dato, an-
gulo recti-
lineo aequa-
lem.

Si datus angulus sit rectus, qua-
lis est E. recta AB. divisa bi-
fariam in D. centro D. spatio,
DA. si fiat semicirculus ACB.
ductis rectis AC. CB. angulus
a 31. 1. C. ^a erit æqualis dato angulo E.
quia erit in semicirculo. Si angu-
lus sit acutus ut C. sitque data
recta BA. ad punctum A. fiat an-
gulus DAB. ^b æqualis angulo C.
ductaque ad punctum A. perpen-
diculari FA. fiat angulus EBA.
æqua-

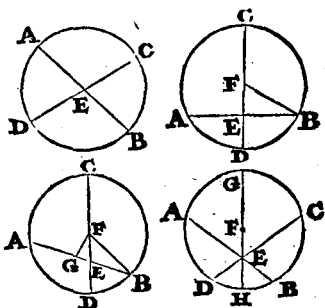
æqualis angulo EAB . latera EB .
 EA .^c erunt æqualia: quare si pun-^c 6. 1.
 cto E . spatio EA . fiat circulus,
 transibit per punctum B . quo posi-
 to sic pergo. Cum recta FA . sit
 diameter, & recta DA . ad ejus
 extremum sit ei perpendicularis,
 d tanget circulum: ergo angulus ^{d per}
 DAB .^c erit angulo cuicunque, ^{corol.}
 qui fiet in alterna circuli portione, ^{16. 3.}
 puta angulo AGB . æqualis: ergo ^{c 32. 3.}
 portio $AHGB$. continet angu-
 lum æqualem angulo dato C . Si
 vero angulus sit obtusus puta H .
 eadem erit demonstratio: angulus
 enim AIB . ipsi H .^f erit æqualis. ^{f 22. 3.}

PROPOSITIO XXXIV.



Ducatur tangens EF . ad punctum A . ^{a 17. 3.}
^b fiat angulus CAE . æqualis dato D . ^{b 23. 1.}
 portio ABC . ^c capiet angulum B . æ- ^{c 32. 3.}
 qualem dato, $Q.E.F.$ O P R O.

PROPOSITIO XXXV.



Th. 29. Si in circulo ADBC. dua recta AB. CD. se inuicem in E. secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius AE. EB. aequale est ei quod sub segmentis alterius CE. ED. comprehenditur rectangulo.

Prob. 1. Rectæ AB. CD. secent se in centro E. rectangulum unum, alteri erit æquale: cum omnes radii sint æquales.

2. Sola CD. transeat per centrum F. dividatque rectam AB. bifariam in E. ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB. quo facto, cum recta CD. secetur in æqualia in F. & non æqualia in E. erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE. ED. cum quadrato segmenti intermedii EF. b æquale quadrato dimi-
- a 3. 3.
- b 5. 2.

LIBER TERTIUS. 159

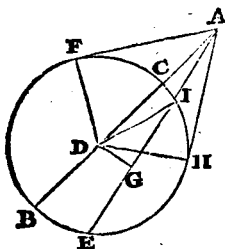
dimidiæ FD. vel FB. sed quadratum FB. est æquale quadratis BE. EF. quæ per c 47.1. consequens æqualia sunt rectangulo CE. ED. cum quadrato EF. Dempto igitur communi FE. remanebit rectangulum CE. ED. æquale rectangulo sub BE. EA. Q. E. D.

3. Recta CD. transiens per centrum F. rectam AB. non dividat bifariam in E. ductaque recta FB. & perpendiculari FG. rectangulum sub CE. ED. cum quadrato FE. d erit æquale quadrato FD. vel FB. rectangulum etiam sub AE. EB. cum quadrato GE. est æquale quadrato GB. adde quadratum FG. jam cum quadratum FB. sit æquale quadratis FG. GB. erit rectangulum AE. EB. cum quadratis EG. GF. æquale quadrato FB. hoc est rectangulo CE. ED. & quadrato FE. ergo cum quadratum FE. sit æquale quadratis FG. GE. si ab uno demas FE. & ab alio EG. GF. remanebunt æqualia rectangula CE. ED. & AE. EB. Q. E. D.

4. Si neutra transeat per centrum & se secent utcunque, ducatur ad intersectionem E. recta GH. transiens per centrum: cum rectangulum sub CE. ED. e sit æquale ei quod sub HE. EG. Idemque AE. EB. sit æquale ipsi GE. EH. erunt æqualia rectangula sub CE. ED. & AE. EB. Q. E. D. c per 3.
partem
hujus.

PROPOSITIO XXXVI.

Th. 10.



Si extra circulum FBE. sumatur punctum aliquod A. ab eoque in circulum cadant duae rectae: & hac quidem AB. secet circulum in C. illa autem AF.

tangat in F. Quod sub tota secante AB. & exterius assumpta AC. inter punctum A. & convexam peripheriam C. comprehenditur rectangulum, aequale erit ei, quod à tangente AF. describitur quadrato.

Prob. Transeat i. recta AB. per centrum D. ductaque recta DF. cum recta CB. bifariam secta sit in D, & ei recta AC. adjiciatur, rectangulum sub AB. & AC. contentum, una cum quadrato DC. vel DF. aequale est ei quod à DC. cum AC. tanquam una linea fit quadrato. Sed quadratum DA. est aequale quadratis DF. FA. ergo dempto communi FD. remanebit quadratum FA. aequale rectangulo sub AB. & CA. Q. E. D.

2. Si

2. Si recta AE. non transeat per centrum, à centro D. duc perpendiculari-
rem DG. c hæc secabit rectam EI. bi- c 3. 3.
fariam, cum igitur recta EI. sit secta
bifariam in G. & ei recta IA. adjiciatur,
erit rectangulum sub AE. & sub AI. cum
quadrato GI. d æquale quadrato GA. d 6. 2.
addito ergo quadrato DG. erit rectan-
gulum sub AE. & sub IA. cum quadra-
tis IG. GD. hoc est quadrato DI. hoc
est DF. æquale quadrato DA. sed DA.
est æquale quadratis FA. FD. demptis
ergo æqualibus DF. DI. remanebit qua-
dratum FA. æquale rectangulo sub AE.
& AI. Q. E. D.

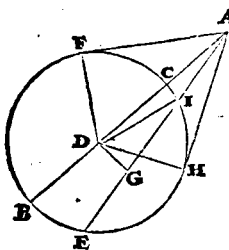
Coroll. 1. Hinc sequitur, si à puncto
quovis extra circulum sumpto, plu-
res rectæ circulum secantes ducantur,
rectangula comprehensâ sub totis lineis
& partibus exterioribus, inter se esse æ-
qualia.

Coroll. 2. Dux rectæ, ab eodem
puncto ductæ, quæ circulum tangunt,
sunt inter se æquales.

Coroll. 3. Ab eodem puncto extra
circulum sumpto, duci tantum possunt
dux rectæ, quæ circulum tangunt.

162 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XXXVII.

Th. 31.



Si extra
circulum
FHE.
sumatur
punctum
aliquod-
A. ab eo-
que pun-
cto in

circulum cadant dua recta AF. AB.
vel AE. & hac quidem AB. secet
circulum : illa autem AF. incidat :
fit autem quod sub rota secante AB.
& exterius assumpta CA. inter
punctum & convexam peripheriam,
rectangulum aequale ei quod ab in-
cidente AF. describitur : incidens
illa circulum tanget.

^a 17. 3. **P**rob. ^a Duc tangentem AH.
& ad H. rectam DH. cum
^b 36. 3. ergo quadratum AH. ^b sit æquale
rectangulo sub AB. CA. & idem
rectangulum sub AB. CA. po-
natur

LIBER TERTIUS. 163

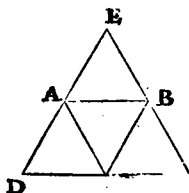
natur æquale quadrato FA . lineæ
 FA . HA . erunt æquales, latera
 item FD . HD . sunt æqualia &
 basis AD . communis : ergo tota
 triangula c sunt æqualia. Ergo c 8. 1.
 cum angulus AHD . sit d rectus, d 18. 3.
 rectus etiam erit AFD . ergo AF .
 circulum tanget per coroll. 16. 3.

NOTA.

Selectiores hujus libri propositiones sunt. 20. 22. 31. 35. 36.

EVCLIDIS ELEMENTUM IV.

DEFINITIONES.

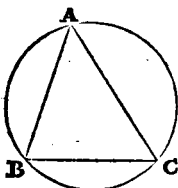


I. *Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, ejus figura, qua inscribitur, anguli, singula latera ejus qua inscribitur tangunt.*

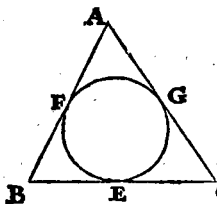
Ut triangulum ABC. inscriptum est triangulo DEF. quia anguli A. B. C. tangunt latera DE. EF. DF.

2. *Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula ejus quæ circumscribitur, latera, singulos ejus figura angulos tetigerint, circum quam illa describitur.*

Ut triangulum D E F. dicitur propriè describi circa triangulum A B C. quia singula latera majoris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia ut impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, ut bene advertit illustrissimus Princeps Flusates Candalla ut nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planum figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsichis lib. 15. elementorum.



3. *Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, ejus figura, qua inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.*

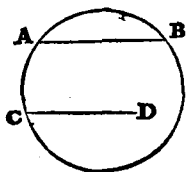


4. *Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera ejus qua circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.*

5. *Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera tangit ejus figura in qua inscribitur.*

6. Cir-

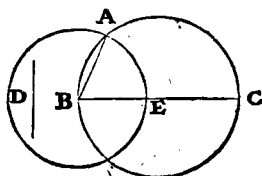
6. *Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit ejus figura, quam circumscribit, angulos.*



7. *Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum ejus extrema in circuli peripheria fuerint.*

Sic *A B.* dicitur in circulo accommodata non vero *C D.*

PROPOSITIO I.



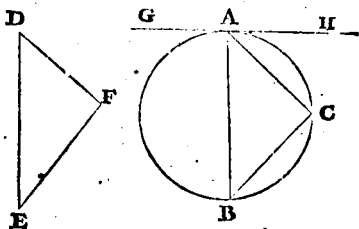
*Prob. 1. In dato circulo A B C. accom-
modare rectam B A. aequalem
data recta D. quae circuli diametro
B C. non sit major.^a*

*a 7.
Def. 4.*

Dati circuli ducas diame-
trum B C. si data recta D.
æqualis sit diametro B C. factum
est quod petitur. Si D. minor sit
diametro : ^b abscindatur B E.
^{b 3. 1.} æqualis ipsi D. & centro B. spa-
tio B E. fiat circulus E A. dicta
jam recta B A. coaptata erit ^c in
^{c 7.} circulo B A C. & ^d æqualis ipsi B E.
^{d 15.} & consequenter ipsi D. Q. E. F.
Def. 1.

PRO-

PROPOSITIO II.

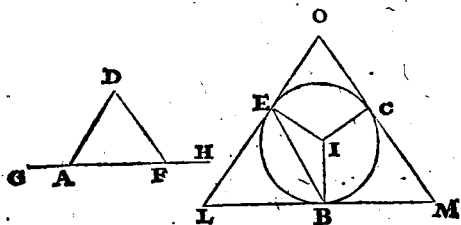


In dato circulo ABC . triangulum ABC . describere, dato triangulo DEF . æqui angulum. Prob. 2.

Fiat tangens GH . ad punctum A . a 16. 3.
 fiat angulus HAC . b æ- b 23. 1.
 qualis angulo E . & GAB . angulo F . ducta recta BC . factum erit quod petitur.

Prob. Angulus HAC . æqualis est c 32. 3. angulo B . & similiter angulus GAB . angulo C . ergo & angulus E . angulo B . & angulus F . angulo C . & consequenter angulus D . angulo A . d Cor. 2. æqualis. Ergo triangulum ABC æqui angulum in 32. 1. dato circulo inscriptum. Q. E. F.

PROPOSITIO III.



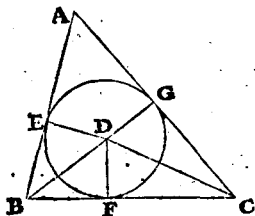
Prob. 3. Circa datum circulum BCE. describere triangulum LMO. æquiangulum dato triangulo D. F. A.

a 23. 1. **D**ati trangu- latus AF. produc
in G. & H. angulo D F H.
æqualis fiat ad centrum angulus
CIB. & angulo D A G. angulus
EIB. & ad puncta EBC. ^b ducas
perpendiculares quæ ^c tangentes
erunt scilicet MO. ML. LO.
& coeuntes petiitum triangulum
constituent. Quod autem concur-
rant patet ; nam uterque angulo-
rum ad A. & C. est rectus: ergo si
intelligatur duci linea BE. erunt
duo anguli versus L. minores
duo-

duobus rectis: ^d ergo in illam par- ^{d 11.}
tem protractæ tangentes concur- ^{11.}
rent similiterque aliæ in alias par-
tes protractæ: ergo fiet triangu-
gulum circa datum circulum.
Quod autem sit dato triangulo æ-
quiangulum, sic probo. In qua-
drilatero C I B M. anguli ad C.
& B. ^e sunt recti: ergo reliqui ^{e 18. 3.}
C I B. C M B. ^f duobus rectis sunt ^{f 32. 2.}
æquales: Sed angulus C I B. æ-
qualis ponitur ipsi D F H. ergo
angulus C M B. æqualis est angu-
lo & D F A. eodem modo ostendi ^{g 13. 1.}
potest in quadrilateris B I E L.
C I E O. angulos L. & O. æqua-
les esse angulis A. & D. Ergo
circa datum, &c. Q. E. F.

172 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO IV.

Prob. 4.



In dato
triangulo
ABC.
circulum
GEF.
describere.

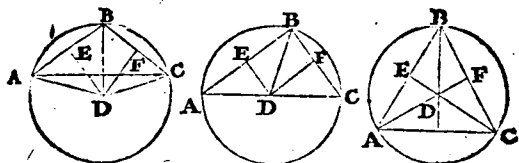
- a 9. 1. **D**ivide duos ejusangulos B. & C. bifariam per rectas CD. BD. & ex puncto in quo concurrent
- b 12. 1. puta D. b duc perpendiculares DE. DG. DF. ad tria latera dati trianguli. Jam quia triangulorum FCD. GCD. angulus C. unius, ponitur æqualis angulo C. alterius, & uterque angulorum G. & F. rectus est, & latus CD commune: linea DG. erit æqualis lineæ DF. similiterque ostendetur rectas DE. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D.
- c 26. 1. descriptus circulus spatio DG. d transibit per puncta EGF. & quia per coroll. 16. 3. unaquæque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

SCHOLIUM.

Hinc cognitio lateribus trianguli, inveniuntur segmenta quæ sunt ad puncta contactus circuli inscripti. scilicet: sit AB. 12. BC. 16. AC. 18. erit AB. BC. 28. subtrahatur AC. 18. æquale AE. & FC. remanebit 10. pro BE. & BF. adeoque BE. vel BF. erit 5. & per consequens FC. vel GC. 11. GA. vel AE. 7.

PRO-

PROPOSITIO V.



*Circa datum triangulum ABC. Prob. 5.
circulum describere.*

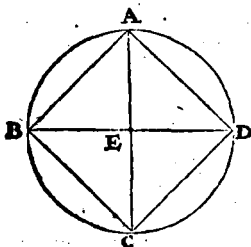
Cujuscunque dati trianguli, duo aliqua latera puta AB. BC. a di- a 10. 7.
vide bifariam in E. & F. b ad quæ b 11. 1.
puncta excitabis perpendiculares quæ
coibunt in D. vel intra triangulum, vel
in tertio latere, vel extra (ducta enim
EF. fient anguli DEF. DFE. minores
duobus rectis: ergo coibunt) duc præ-
terea rectas DB. DA. DC. Quia trian-
gulorum BED. AED. latera BE. EA.
sunt æqualia & DE. commune & an-
guli ad E. recti, erunt & bases AD. DB.
æquales. Eodem modo c erunt æqua- c 4. 1.
les bases DB. DC. Centro igitur D.
spatio BD. ductus circulus ABC.
transibit per puncta A B.C. Circa da-
tum ergo triangulum, circulum de-
scripsimus. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Hinc etiam patet methodus describendi Circu-
lum, qui transibit per tria data puncta non in
rectam confluenta.

174 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VI.

Prob. 6.



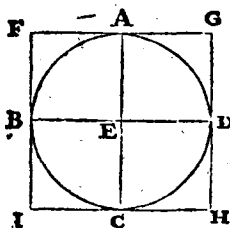
In dato
circulo
ABCD.
quadra-
tum de-
scribere.

Ducantur duæ diametri A C.
B D. secantes se ad angulos
rectos in centro E. & jungantur
rectæ BA. BC. CD. DA. & fa-
ctum est quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad cen-
trum E. ponuntur recti & quatuor
lineæ EA. EB. EC. ED. æquales.
¶ 4. 1. ¶ ergo & quatuor bases AB. BC.
CD. DA. sunt æquales. Omnia
ergo quadrati latera sunt æqualia.
Anguli vero his lateribus contenti
sunt omnes in semicirculo: ¶ ad-
¶ 31. 3. eoque recti: Erit igitur ABCD.
quadratum circulo inscriptum.
Q. E. F.

P R O-

PROPOSITIO VII.



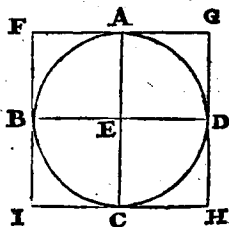
*Circa da- Prob. 7.
tum circu-
lum, qua-
dratum de-
scribere.*

Ductis duabus diametris A C. B D. secantibus se ad rectos in centro E. per earum extrema si ducantur perpendiculares F G. F I. I H. H G. coeuntes petatum dabunt quadratum,

Prob. Anguli quatuor ad E. ponuntur recti, sicut & anguli ad A B C D. a ergo a 28. 1. rectæ F G. B D. H I. sunt parallelæ, similiterque rectæ F I. A C. G H. b ergo figu- b 34. 1. ra F G I H. est parallelogramma. Angulus A C H. est rectus: c ergo Angulus H G A. est rectus, eodem modo ostendetur angulos F. I. H. esse rectos. c 34. 1.

De lateribus sic dico, latus I H. est æquale lateri B D. & latus H G. lateri A C. hoc est B D. ergo latera I H. H G. sunt æqualia: ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratum cujus latera circulum tangunt per coroll. 16. lib. 3. Ergo circa datum, &c. Q. E. E.

PROPOSITIO VIII.



Prob. 8. In dato quadrato, circulum describere.

a 10. 1. **L**atera quadrati a divide bifariam in ABCD. duc rectas AC. BD. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum circuli spatio E B. describendi.

b 33. 1. Prob. Rectæ AF. IC. sunt parallelæ & æquales: ergo rectæ AC. FI. b sunt parallelæ & æquales, & similiter rectæ AC. HI. eodemque modo rectæ FG.

c 34. 1. IH. c sunt igitur parallelogramma FE. EI. EH. EG. quare cum æquales. Rectæ BF. FA. AG. sunt æquales, ipsis

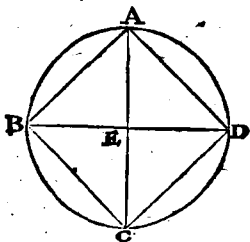
d 14. 1. d BE. EA. ED. rectæ BE. EA. ED.

e 9. 3. erunt & æquales. e Ergo E. est centrum, ex quo si spatio EA. d scribatur circulus, tanget puncta ABCD. & consequenter omnia quadrati latera per co-

f 29. 1. roll. pr. 16. l. 3. f In dato ergo, &c. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO IX.



*Circa datum quadratum, cir- Prob. 9.
culum describere.*

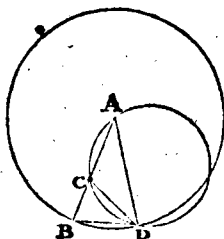
Ducantur diametri A C. B D. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum describendi circuli.

Prob. Rectæ A B. A D. sunt æquales : a ergo & anguli A B D. A D B. a 5. 1.
 Angulus B A D. b est rectus, c ergo anguli A B D. A D B. sunt singuli semirecti; eodem modo partes angulorum ad A. B. C. D. erunt semirecti: ergo omnes inter se æquales. d Ergo latera d 6. 1.
 E A. E B. E C. E D. æqualibus angulis subtensa sunt æqualia. e Ergo E. est e 9. 3.
 centrum circuli, qui si describatur spatium E A. transibit per puncta quadrati A B C D. Ergo circa datum, &c. Q. E. F.

P R O-

PROPOSITIO X.

Pr. 30.

Isosceles
triangulum.

A B D.

constituere,
quod habeat
utrumque eo-
rum qui ad
basim sunt,angulorum B. & D. duplum reli-
qui A.

- a 11. 1. **S**ume rectam quamlibet A B. quæ
sic a dividatur in C. ut rectangu-
lum sub A B. B C. æquale sit qua-
drato rectæ A C. tum centro A. spatio B.
b 1. 4. ducatur circulus, in quo b accommo-
detur recta B D. æqualis ipsi A C. jun-
gaturque recta A D. dico triangulum
A B D. fore quæsitum, quod sic
probo.

- c 5. 4. Ducta recta C D. c describe circ-
lum A C D. circa triangulum D A C.
cum itaque rectangulum sub A B. B C.
æquale ponitur quadrato C A. crit etiam
æquale quadrato B D. cum B D. æqua-
lis ponitur ipsi A C. Ergo cum à puncto
B. ducatur secans B A. recta B D. ab eo-
dem puncto ducta incidens in circulum
A C D.

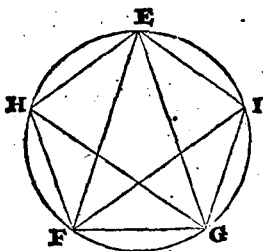
A C D. quorum rectangulum & quadratum sunt æqualia, B D. tanget d^{37. 3.} circulum in D. ergo angulus C D B. e æ- c^{32. 3.} qualis est ipsi A. in alterno segmento, ergo communi C D A. addito, duo anguli A. & C D A. æquales sunt duobus B D C. & C D A. hoc est toti A D B. vel A B D. Sed angulus externus B C D. duobus internis A. & f^{32. 1.} A D C. f æqualis est: ergo idem B C D. erit æqualis ipsi C B D. vel A D B. ergo g^{6. 1.} rectæ D C. D B. g æquales, cum æquales angulos subtendant. Sed B D. ponitur æqualis ipsi C A. ergo C D. C A. æquales erunt: ergo anguli A. & h^{5. 1.} C D A. h æquales. Ergo externus angulus B C D. duplus est ipsius A. ergo ejusdem quoque dupli sunt C B D. A D B. cum singuli externo B C D. æquales sint. Triangulum ergo, &c. Q. E. F.

Corollarium.

Cum tres anguli A. B. D. simul constituent $\frac{2}{3}$ duorum rect. hoc est duos rectos, liquet A. esse $\frac{2}{3}$ duor. rectorum.

PRO-

PROPOSITIO XI.



Pr. 11. In dato circulo EHFGI. pentagonum aequilaterum & equiangularum inscribere.

a 10. 4. ^a Fiat triangulum Isosceles quicunque, cujus anguli ad basim sint dupli ejus qui ad verticem & ipsi æqui angulus ^b inscribatur in dato circulo EFG. Angulos ad basim divide bisectione rectis IF. HG. jam quinque puncta E. H. F. G. I. junge lineis totidem, & factum esse quod petitur, sic probo. Quinque anguli EFG. FGH. HGF.

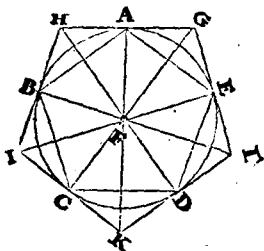
LIBER QUARTUS. 181

HGF. IFG. EFI. ponuntur
 æquales : ^c ergo arcus quibus in- ^c 26. 3.
 sistunt, sunt æquales ^d Ergo æ- ^d 29. 3.
 quales rectæ quæ æquales peri-
 pherias subtendunt. Arcus EH.
 æqualis est arcui FG. ergo si
 addas communem BF. erunt
 peripheriæ EHF. HFG. æqua-
 les : ergo & reliqua segmenta
 FG IE. GI. EH. æqualia :
^e ergo anguli EHF. PFF. æ- ^e 27. 3.
 quales. Idemque dicendum de
 reliquis. Ergo pentagonum æ-
 quilaterum & æquiangulum in-
 scriptum. Q.E.F.

Q

PRO-

PROPOSITIO XII.



Pr. 12. Circa datum circulum ABCD. pentagonum GHIKL. aequilaterum & aequiangulum describere.

Quasi juxta propositionem 11. in scripsissem pentagonum in dato circulo, reperiam centrum F. & nota-

tabo in peripheria quinque linearum FA. FB. &c. quinque puncta angularia ABCDE.

& ab iisdem punctis a ducam tangentes quae concurrent in punctis GHIKL. à quibus si

duxero ad centrum rectas GF. IF. sic demonstrabo factum esse quod petitur. Et primo

quidem quod anguli omnes sint aequales. In

c 32. 1. quadrilatro AFBH. quatuor anguli c valent

quatuor rectos cum cujuslibet trianguli AHF.

HFB. tres anguli valeant duos rectos: similiterque in quadrilatero BFCI. & sic de aliis:

ergo cum anguli A. & B. sint recti, anguli

AHB. AFB. valent duos rectos, similiterque

anguli BIC. CFB. & sic de aliis. Sed anguli

d 27. 3. AFB. BFC. sunt d aequales ob aequales arcus,

ergo

a corol.

16. 3.

b 11.

Ax.

LIBER QUARTUS. 183

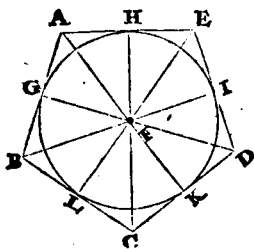
ergo reliqui $H.$ & $I.$ sunt æquales, idemque dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo. Quadratum $FI.$ e est æquale quadratis tam ipsarum $FB.$ $BL.$ quam ipsarum $IC.$ $CF.$ sublati ergo quadratis æqualium $FB.$ $FC.$ remanent æqualia quadrata $BI.$ $IC.$ ergo rectæ $BI.$ $IC.$ sunt æquales. Nunc anguli $FBI.$ $FCI.$ & continentia latera sunt æqualia: ergo f anguli $BIF.$ $FIC.$ sunt æquales. e 47. 1. f 4. 1.
Eodemque modo dicam de triangulis $CFK.$ $KFD.$ & de aliis omnibus. Ergo cum anguli $BFD.$ $CFD.$ g sint æquales, & anguli $IFC.$ g 27. 1.
 $CFK.$ sint eorum dimidia, æquales erunt anguli $IFC.$ $CFK.$ Ergo cum in triangulis $IFC.$ $CFK.$ anguli $IFC.$ $FCI.$ æquales sint duobus angulis $CFK.$ $FCK.$ alter alteri & latus $FC.$ commune, reliqua latera h erunt h 26. 1.
æqualia. Ergo rectæ $IC.$ $CK.$ sunt æquales, & dimidiæ ipsius $IK.$ eodem modo ostendam $IB.$ esse dimidiam ipsius $IH.$ & sic de aliis: ergo, cum dimidiæ $IC.$ $IB.$ ostensæ sint æquales, erunt tota latera $HI.$ $IK.$ æqualia, idemque dicendum de aliis. Q. E. F.

Corollarium.

Hinc, si in circulo qualiscunque figura æquilatera & æquiangula fuerit inscripta, linee perpendiculares ad extremitates semidiametrorum excitatæ constituent figuram totidem laterum & æqualium angulorum circulo circumscriptam.

PROPOSITIO XIII.



Pr. 12. In dato pentagono quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum inscribere.

a 29. I. **D**ividantur bifariam duo anguli proximi BAE. ABC. rectis A F. B F. quæ^b coibunt, puta in F. cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF. FBC. æqualia sunt latera B A. B C. & B F. commune, & anguli ad B. ^c sunt æquales, anguli BAF. BCF. & bases A F. C F. ^d erunt æquales. Sed angulus BAF. est dimidium anguli

b II.
Ax.

c Ex.
const.

d 4. I.

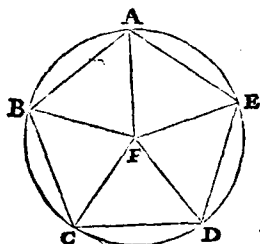
LIBER QUARTUS. 185

anguli BAE. ergo quoque BCF.
erit dimidium anguli BCD.
Eodem modo reliqui anguli bi-
fariam erunt secti. Ducantur si-
militer ex F. ad singula pentago-
ni latera perpendiculares FG.
FH. &c. Quia triangulorum
GFB. BFL. duo anguli FGB.
GBF. duobus FLB. FBL. sunt
æquales, & latus FB. commune,
æqualia etiam^e erunt latera FG.^e 26. 1.
FL. & his FK. FI. FH. quare
centro F. spatio FG.^f si ducatur^f 15.
circulus, transibit per puncta H. I.^{Def. 1.}
K. L. existentia in lateribus penta-
goni, & quæ etiam tangent circulū,^g *Corol.*
cum sint super extremitate diame-^{16. 3.}
tri ad rectos constitutæ. Q. E. F.

SCHOLIUM.

*Hinc duo sequuntur. 1. omnes angulos
cujuscunque figura æquilatera & æqui-
angula bifariam secari per lineas à puncto
ductas in quo coeunt duæ rectæ proximos
angulos bisecantes. 2. eadem methodo in
quacunque figura æquilatera & æqui-
angula circulum describere.*

PROPOSITIO XIV.



Pr. 14. Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

29. 1. **A**ngulos A. & E. ^a divido
 bifariam rectis AF. FE.
^b 11. quæ alicubi ^b concurrent, puta
 in F. hinc ad reliquos angulos
 duco rectas FD. FC. FB. quas
 eos secare bifariam probatur ut in
 proxima propositione per prop.
 26. 1. Ergo cum anguli totales
 ponantur æquales, æquales erunt
 dimidii, & ^c consequenter æqua-
 les

LIBER QUARTUS. 187

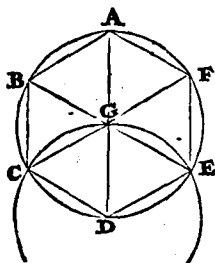
les F A. F B. hisque æquales
omnes rectæ F C. F D. F E.
Ergo centro F. spatio F A. de-
scriptus circulus transibit per an-
gulos pentagoni, nec ullum ejus
latus ^d secabit, cum omnia cadant ^d 2. 3.
intra circulum. Q. E. F.

SCHOLIUM.

*Eodem prorsus modo circa
quamlibet figuram æquilateram &
æquiangulam circulus describetur.*

PROPOSITIO XV.

Pr. 15.



In dato
circulo, he-
xagonum, &
æquilaterum
& æquian-
gulum inscri-
bere.

Sit diameter A D. centro D. Sspatio semidiametri D G. fiat circulus C G E. secans datum circulum in C. & E. per centrum G. ductis C F. E B. jungantur A B. B C. C D. &c. eritque inscriptum hexagonum æquilaterum & æquiangulum.

Prob. Rectæ G C. G D. à centro G. & rectæ C D. D E. à centro D. sunt æquales, ergo triangulum D G C. est æquilaterum. ^a Ergo & æquiangulum.

Hi

Hi tres anguli, ^b valent duos ^{b 32. 1.}
 rectos: ergo quilibet eorum est
 pars tertia duorum rectorum.
 Similiterque angulus D G E.
 Ergo cum C G E. E G F. ^c va- ^{c 13. 1.}
 leant duos rectos. E G F. erit
 etiam pars tertia duorum rectorum.
 Sed illis ^d æquales sunt an- ^{d 15. 2.}
 guli ad verticem. Ergo sex an-
 guli ad centrum G. sunt æquales.
 Ergo omnes rectæ & circumfe-
 rentiæ A B. B C. & c. quibus in-
 sistunt ^e sunt æquales. Est ergo ^{e 26. 2.}
 hexagonum æquilaterum. Quod ^{29. 3.}
 vero sit æquiangulum patet, cum
 omnium angulorum medietates
 sint ostensæ æquales & constare
 duabus tertiis duorum rectorum.

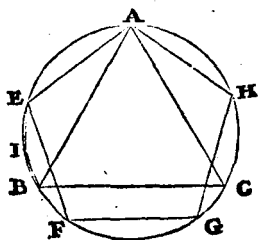
*Coroll. Hexagoni latus, æquale
 est semidiametro.*

S C H O L I U M.

*Hinc facillime triangulum æquilate-
 rum in circulo describetur ductis rectis
 A C. A E. C E.*

P R O-

PROPOSITIO XVI.



*Pr. 16. In dato circulo quindecagonum
& æquilatorum & æquiangulum,
describere.*

a 11. 4. ^a **I**nscribe in dato circulo
pentagonum æquilaterum
A E F G H. & eidem ad pun-
b 2. 4. ctum A. ^b inscribe triangulum
æquilaterum A B C. hoc posito
cum tertiam partem circumfe-
c 16. & rentiæ ^c subtendat A B. hoc est
28. 3. quinque quindenae, duo vero
pentagoni latera, A E. E F. ea-
rundem quindecimarum subten-
dant

LIBER QUARTUS. 191
 dant sex. Si ab ipsis A E. E F.
 subtentibus sex, ipsam A B.
 subtendentem quinque tollas,
 supererit B F. subtendens unam
 decimam quintam totius. Ergo
 si quatuordecim ei æquales in
 circulo ^d accommodentur, erit ^d 1. 4.
 quindecagonum æquilaterum &
 æquiangulum ^e cum singuli an- ^e 27. 3.
 guli subtendant arcus æquales
 tredecim laterum quindecagoni.
 Q. E. F.

SCHOLIUM.

*Omnes propositiones hujus libri cum
 sunt problemata ejusdem valoris cense-
 ri possunt, quamvis à quibusdam inter
 precipuas numerantur. 5. & 15.*

E U.

EVCLIDIS ELEMENTUM V.

Hujus Elementi quinti Vitruvius autorem prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonem comitatus est in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum metitur majorem.

Id est, quæ aliquoties sumpta, majorem ipsam præcisè constituit: sic unitas, est pars ternarii, quia ter sumpta facit ternarium. Atque hæc est pars propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota*. Impropriè verò dicta pars, est *quæ aliquoties sumpta, vel suum totum excedit, vel ab eo deficit*:
sic

fic binarius numerus, est improprie dicta pars septenarii, quia ter sumptus, deficit: quater autem sumptus excedit: atque hæc pars dicitur *Aliquanta*. Imo Euclides libro 7. non vocat partem, sed partes, & bene quia quatuor non est pars numeri sex, sed ejus duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita, metitur vel excedit suum totum.*

Similiter & si definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conveniat quantitati continuæ, quæ sola proprie secundum Philosophum appellatur Magnitudo, cum tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini, sic forte commodius potuisset exprimi. *Pars est minor quantitas, quæ metitur majorem.* Ut ut sit, in sequentibus, partis nomine utar, cum in quantitate

titate continua, tum in discreta;
imò brevitatis gratiâ frequen-
tius utar numeris, quorum ta-
men loco poterit quilibet ma-
gnitudines tot palmorum intel-
ligere quot numeris exprimen-
tur.

*2. Multiplex autem est
major quantitas, quam me-
titur minor.*

Multiplex nil aliud est quam
eadem quantitas aliquoties
repetita.

*3. Ratio est duarum quan-
titarum ejusdem generis, mu-
tua quædam secundum men-
suram habitudo.*

Quod Euclidis dixit λόγος hoc
Campanus vertit *Proportio*,
melius alii *Ratio*. Sensus vero hic
est, quando duæ quantitates
ejus-

eiusdem generis, ut duo numeri, duæ lineæ, duæ superficies, duo solida (nec enim linea cum superficie, aut linea alba cum sonora, ut sic, possent conferri, cum sint diversi generis) inter se comparantur ; secundùm capacitatem hoc est excessum, defectum aut æqualitatem, appellatur hæc comparatio aut habitudo mutua Ratio. Observabis verò, requiri semper duas quantitates : nihil enim habet rationem ad seipsum, & decempeda solitariè considerata, nec major est, minor, aut æqualis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, secundùm quam una quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum excessu. Cùm autem in omni ratione duo sint termini *Antecedens* & *Consequens* qui ad invicem referuntur : Ille in nòmi-

nativo efferri solet, hic in alio casu: exempli gratia linea sex palmorum est dupla lineæ trium: antecedens est linea sex palmorum; consequens, lineæ trium. Excessus antecedentis supra consequentem vel consequentis supra antecedentem dicitur *Differentia terminorum*. *Ratio Rationalis* est quæ est inter quantitates commensurabiles & numeris potest exprimi, ut ratio dupla, tripla, &c. *Ratio Irrationalis* est ea quæ est inter magnitudines quarum nulla est communis mensura quæ ullo numero possit exprimi: exempli gratia inter latus quadrati & ejus diametrum.

4. *Proportio est rationum similitudo.*

Græcè dicitur *ἀναλογία*, sensus verò hic est. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitarum dicitur ratio:

tio : Ita similitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio. Ex gr. Cum similis sit ratio 12. ad 4. quæ 9. ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem , quia est similitudo rationum.

Proportio divitur in *Arithmetica* , *Geometrica* , & *Musica*. *Arithmetica* est quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur , ut hi numeri 4. 7. 10. est enim differentia 4. & 7. æqualis differentia 7. & 10. hæc proportio dicitur *Arithmetica* quia invenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1. 2. 3. 4. 5. &c.

Geometrica est similitudo rationum inter tres , vel plures quantitates ut inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similis rationi 6. ad 18. nam utraque ratio est tripla. Hæcque

R 3 sola

sola est propriè dicta proportio,
& quam hic definit Euclides.

Proportio Musica est quando tres magnitudines ita ordinantur ut eadem sit ratio primæ ad tertiam, quæ differentiæ primæ & secundæ, ad differentiam secundæ & tertie, ut 3. 4. 6. Sunt in proportionē musica, quia eadem est ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & secundi, quæ est 1. ad differentiam secundi & tertii, quæ est 2. dicitur vero harmonica, quia consonantes facit sonos, inter quos invenitur.

5. Rationem habere inter se quantitates dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuo superare.

Quia ratio est duarum quantitatum ejusdem generis mutua secundum mensuram habitudo, proptereà quantitates quæ
ratio-

rationem habent inter se, debent esse tales ut se mutuo superare possint: nam quantitas quæ metitur alteram, potest eam superare hinc.

Colligitur 1. inter lineam & superficiem, inter superficiem & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam esse rationem, quia quantumvis horum unum multiplices, nunquam tamen aliud superabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati esse rationem, quia ita potest multiplicari ut latus excedat diagonalem, sed hæc ratio dicitur irrationalis quia non potest exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curvilinea & rectilinea esse rationem cum inter ea sit æqualitas & inæqualitas: nam Hippocrates Chius Lunu-

lam crescentem, & Archimedes Parabolam quadravit, & Proclus inter angulos rectilineos & curvilineos æqualitatem demonstravit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. *In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à secundæ & quartæ æquemultiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque vel unà deficiunt, vel unà æqualia sunt, vel unà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.*

A Signo ostendit Euclides quomodo possimus cognoscere utrū quatuor quantitates sint
in

in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiam. 2°. Æquemultiplica secundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ; & vide, utrum quotiescunque multiplex primæ deficit à multiplici secundæ, vel æqualis est, vel excedit, etiam multiplex tertiæ tunc deficiat à multiplici quartæ, vel æqualis sit vel excedat: tunc enim si id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates esse in eadem ratione, si non fiat, nega esse.

8	6	12	9
4	2	6	3
A.	B.	C.	D.

Exemplum: volo scire utrum hæ quantitates A. B. C. D. sint in eadem

eadem ratione: 1°. æquemultiplico A. & C. puta per binarium.

2°. æquemultiplico B. & D. puta per ternarium, ut factum vi-

des superius. 3°. conféro multi-

plicem primæ 8. cum multiplici

secundæ 6. & multiplicem tertiæ

12. cum multiplici quartæ 9. & video non tantum multiplicem

secundæ deficere à multiplici

primæ, sed multiplicem quartæ

deficere à multiplici tertiæ.

12 12 18 18

4 2 6 3

A B C D.

Deinde iterum æquemultiplico

A. & C. puta per ternarium: si-

militer æquemultiplico B. & D.

puta per senarium (eadem est ratio

de quocunque numero per quem æquemultiplices) tum video

multiplicem primæ æqualem

esse multiplici secundæ: & mul-

tipli-

tiplicem tertiæ multiplici quartæ.

8	16	12	24
4	2	6	3
A	B	C	D.

Tertio æquemultiplico A. & C. puta per binarium, æquemultiplico etiam B. & D. puta per octonarium & adverto multiplicem primæ 8. deficere à multiplici secundæ 16. & multiplicem tertiæ 12. à multiplici quartæ 24. & quia qualitercunque æquemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primæ ad multiplicem secundæ, ut se habet multiplex tertiæ ad multiplicem quartæ, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt æquales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primam in eadem ratione esse ad secundam in qua est tertia ad quartam.

16 15 24 25

4 3 6 5

A B C D.

Alterum exemplum. Proponantur aliæ quatuor A B C D.

1°. æquemultiplico A. & C. puta per quaternarium. 2°. æquemultiplico B. & D. puta per quinarium. 3°. Video multiplicem primæ 16. superare multiplicem secundæ 15. multiplicem verò tertiæ 24. superari à multiplici quartæ 25. quare concludo duas quantitates non esse in eadem ratione, quia si essent in eadem ratione, quadruplum tertiæ superaret quadruplum 4^æ. Sicut quadruplum primæ, superat quadruplum secundæ. Id enim fieri debet qualiscunque sit multiplicatio. Quare licet duplum primæ superet duplum secundæ, & similiter duplum tertiæ superet duplum quar-

quar-

quartæ. Tamen non potest inde colligi quod sint proportionales; quia ut sint proportionales oportet ita fieri facta quavis multiplicatione.

SCHOLIUM.

Hæc sunt quæ ad verba & sensum Euclidis nunc occurrunt. Quod ad rem ipsam, nunquam judicavi definitionem illam posse inservire tyronibus: cum tradatur per obscurius. Sic itaque illam aliter enuncio. *Quatuor quantitates dicuntur esse proportionales, cum prima eodem modo continet secundam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates esse proportionales, est primam ita se habere ad secundam, sicut tertia se habet ad quartam: hoc autem aliud nihil est, quam primam ita esse majorem vel minorem secundam.

cunda, sicut tertia major est vel minor quarta. Si autem res ita se habet, prima eodem modo continebit secundam, vel à secunda continebitur, quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet secundam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem convenire tum quantitatibus rationalibus, tum irrationalibus. Superest tantum explicandus ille modus continentiae vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet secundam aut continetur à secunda toties exacte, quoties tertia continet quartam, aut continetur à quarta exacte, ita ut nulla pars supersit v. g. linea duorum pedum
toties

toties continet lineam unius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3. pedum. Similiterque linea unius pedis toties continetur in linea duorum pedum, quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, ille modus continentiae vel contentionis dicitur idem cum prima secundam, & tertia quartam æque continet; & præterea eandem partem, vel easdem partes; vel cum prima, cum tali sui parte aut talibus partibus continetur in secunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur in quarta. Ut linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem insuper ejus partem, quoties linea 6. pedum qualemve ejus partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum

& insuper trientem ipsius ternarii, sicut linea 20. pedum continet ter 6. & insuper trientem ipsius senarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales ejus partes, quoties lineam 10. pedum qualesve ejus partes continet linea 24. Rursus linea 3. pedum cum tali sui parte continetur in linea 10. pedum sicut linea 6. pedum cum tali sui parte continetur in linea 20. pedum. Similiter linea 5. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12. pedum, sicut linea 10. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. Eandem autem habentem rationem quantitates, vocentur proportionales.

Nam quæ habent eandem rationem, habent rationum simili-

militudinem seu proportionem. Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continue proportionales: secus autem dicuntur tantum proportionales ut 4. 2. 6. 3.

8. *Cum vero æquemultiplicium, multiplex primæ, excesserit multiplicem secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, majorem rationem habere dicetur, quam tertia, ad quartam.*

16. 15. 24 25.

4. 3. 6. 5.

A B C D.

S C H O L I U M.

Vel potius ut in scholio ad definitionem 6. à contrario

S 3

tunc

210 ELEM. EUCLIDIS

tunc prima ad secundam maiorem rationem habet quam tertia ad quartam cum primum antecedens magis continet suum consequens quam alterum antecedens suum consequens, & contra.

9. Proportio vero in tribus ad minimum terminis consistit.

Cum proportio sit rationum similitudo : ratio autem sit duarum magnitudinum ejusdem generis comparatio, duarum una dicitur antecedens ; alia consequens : in proportionem, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo consequentia: quia tamen medius terminus potest esse consequens primæ & antecedens secundæ rationis, propterea proportio potest esse in tribus terminis, nimirum quæ continua est ut 16. 8. 4. quæ vero non est continua,

tinua,

tinua, postulat quator terminos
ut 16. 4. 12. 3.

10. *Cum autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam. At cum quatuor quantitates continue proportionales fuerint: prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam: & semper deinceps uno amplius, quandiu proportio extiterit.*

Differunt ratio dupla & ratio duplicata, itemquem ratio tripla, & ratio triplicata, ut ista ostendunt exempla.

64. 16. 4. 1.

A. B. C. D.

S 4

Pri-

Primum sint quatuor quantitates A. B. C. D. continue proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipsis una ratio duplicata & una triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam duplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates
^{1.} ^{2.} ^{4.} ^{8.}
 quatuor E. F. G. H. continue
 proportionales, erit prima sub-
 dupla secundæ. Secunda tertiæ.
 Tertia quartæ: Erit tamen ratio
 primæ ad tertiam dupla rationis
 quam habet prima ad secundam.

Erit

Erit item ratio primæ ad quartam, tripla rationis quam habet prima ad secundam, nec tamen erit prima dupla tertiæ, sed ejus subquadrupla: nec prima est tripla quartæ, sub ejus suboctupla.

Uno verbo discrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur esse ratio dupla nisi una præcise bis alteram contineat: dicitur autem esse ratio duplicata, quamcunque habeant inæqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio quæ est inter primum & secundum terminum: & triplicata, si tertio eadem instituat.

II. Homologæ quantitates dicuntur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes vero consequentibus.

1. 4. 8. 32.

Si proportionales sunt ABCD.
& ut prima ad secundam, ita
tertia

tertia ad quartam : homologæ dicenter prima & tertia inter se, secunda item & quarta inter se, quia easdem vices gerunt prima & tertia, & similiter secunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius suis locis demonstrabuntur.

12. Alterna ratio . est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.

Quia Geometrarum quinque diversas conclusiones colligunt ex una quatuor quantitatum proportionibus, propterea quinque modos illarum conclusionum nunc definit Euclides. Prima est alterna, hoc est permutata ratio, seu permutando quantitates & comparando ipsas antecedentes inter

inter se , & ipsas consequentes
inter se.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

puta ex eo quod proportionales
sunt A B C D. estque ut A. ad
B. ita C. ad D. inferam ergo
perinutando ut A. ad C. ita B.
ad D.

13. *Inversa ratio , est
sumptio consequentis instar
antecedentis ad anteceden-
tem velut consequentem.*

Secunda species seu modus ar-
gumentandi dicitur inversa
ratio, quando consequens instar
antecedentis sumitur, inverten-
do scilicet terminos proportio-
nis, & ad antecedens velut ad
consequens comparatur. Nam

quia est ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{C}$.
Ergo

Ergo invertendo inferam ut

$\overset{3}{B.}$ ad $\overset{9}{A.}$ ita $\overset{2}{D.}$ ad $\overset{6}{C.}$

14. *Compositio rationis, est sumptio antecedentis cum consequente, velut unius ad ipsum consequentem.*

Tertia species dicitur compositio rationis cum antecedens simul cum consequente instar unius sumitur, & ad consequens comparatur. Sic, Quia est ut $\overset{9}{A.}$ ad $\overset{3}{B.}$ ita $\overset{6}{C.}$ ad $\overset{2}{C.}$ ergo componendo erit, ut $\overset{12}{AB.}$ ad $\overset{3}{B.}$ ita $\overset{8}{CD.}$ ad $\overset{2}{D.}$

15. *Divisio rationis est sumptio excessus, quo consequentem superat antecedens,*

*dens, ad ipsum consequen-
tem.*

Hoc est comparatio differen-
tiæ terminorum cum alteru-
tro ipsorum.

Ut quia est ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$.
erit dividendo ut 6. ad 3. ita 4. ad 2.
vel ut 6. ad 9. ita 4. ad 6.

*16. Conversio rationis, est
sumptio antecedentis ad ex-
cessum, quo superat antece-
dens ipsum consequens.*

Hoc est, comparatio unius
termini cum differentia ter-
minorum.

ut quia est ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$.
Erit convertendo rationem.

ut 9. ad 6. ita 6. ad 4.

vel ut 3. ad 6. ita 2. ad 4.

Unde vides quod conversio est
divisionis inversio.

T 17. *Ex*

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur in eadem ratione: cum ut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad ultimam se habeat. Vel.*

Sumptio extremorum, per subductionem mediorum. Ut si sint plures magnitudines.

12	4
A B	C

Et aliæ totidem.

6	2	
D E	F	binæ &

binæ in eadem ratione hoc est ut

12
A. ad

¹²A. ad B. quidpiam. ita ⁶D. ad E.
quidpiam, & ut B. ad C. ita. E. ad
E. erit ex æquo ut in prioribus

¹²A. ad ultimam ⁴C. ita in poste-

⁶rrioribus ²D. ad ⁶F. Nullum nu-
merum oportet opponere ipsis B.
& E. quia hîc non agitur de ipso,
sed in sequentibus. Continet au-
tem æqualitas rationis duos mo-
dos argumentandi ex proportionē
plurium, quam quatuor quantita-
tum: hos duæ sequentes definitio-
nes explicant.

18. *Ordinata proportio
est, cum fuerit quemadmo-
dum antecedens ad conse-
quentem, ita antecedens ad
consequentem: fuerit etiam
ut consequens ad aliud quid-
piam, ita consequens ad a-
liud quidpiam.*

Dicitur ordinata proportio, qua duæ partes proportionis eundem servant suarum rationum ordinem.

$$\begin{array}{ccc} 12 & 6 & 4 \\ A & B & C \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 6 & 3 & 2 \\ D & E & F \end{array}$$

Exemplum, esto utrusque partis prima ratio est dupla, secunda ratio est sesquialtera. Concluditur quod ut est A . ad C . ita est D . ad F .

19. *Perturbata autem proportio est, cum tribus positis magnitudinibus, & aliis quæ sint his multitudine pares: ut in primis quidem magnitudinibus se habet antecedens*

cedens ad consequentem : ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem : ut autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quidpiam : sic in secundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.

Hoc est, cum ut in primis, prima se habet ad secundam, ita in secundis secunda ad tertiam; & ut in primis secunda ad tertiam, ita in secundis, prima se habet ad secundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia una proportionis pars non servat ordinem rationum alterius partis. Exemplum esto.

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F
	T	3

In

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialteram.

In secunda parte sequitur,

Concluditur tamen perinde atque in proportionem ordinata.
Quod ut est

$$\begin{array}{rcl} 12 & & 4 \\ A & \text{ad} & C \\ \text{Sic est } 6 & & 2 \\ D & \text{ad} & F \end{array}$$

Axiomæ ex Tacqueto.

Datis tribus quantitativibus dabilis est quarta ad quam tertia talem rationem habet, qualem prima ad secundam, hoc est, quoties prima continet vel continetur à secunda, toties tertia continet vel continetur à quarta.

NOTA.

Cum per plurimæ hujus libri propositiones tamquam axiomata haberi possunt, subinde simpliciter nulla adhibitâ demonstratione declarabo.

Acutissimi Tacqueti Methodus laudanda, sed ne in totum vidcar discedere à Fournier ordinem propositionum prosequar.

PRO-

PROPOSITIO I.

3. 1. 3. 1. Si sint quotcunque Th. 1.
 A. E. C. F. magnitudines quotcun-
 6. 2. que magnitudinum a-
 G. H. qualium numero, sin-
 gula singularum æquemultiplices;
 quam multiplex est unius una ma-
 gnitudo, tam multiplices erunt &
 omnes omnium.

Id est quia ^a æquemultiplices ^a Def.
 sunt A. ad E. & C. ad F. Si A. ^{2. 5.}
 & C. jungantur in G. similiterque
 E. & F. in H, quam multiplex erit
 A. ipsius E. & C. ipsius F. tam
 multiplex erit G. ipsius H.

Prob. Quia tam G. quam H.
 æquali numero partium continen-
 tium ac contentarum augentur.

224 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO II.

Th. 2. 6 3 4 2 Si prima A. secunda
A. B. C. D. B. aequè fuerit multi-
9 6 15 10 plex, atque tertia C.
E. F. G. H. quarta D. fuerit au-
tem & quinta E. secunda B. aequè
multiplex, atque sexta F. quarta D.
erit & composita prima cum quinta
E. nempe G. secunda B. aequemul-
tiplex, atque tertia C. cum sexta F.
nempe H. quarta D.

Prob. ex hypothefi secunda B.
& quarta D. pari numero con-
tinentur in suis multiplicibus A. &
C. nempe bis. Similiterque eadem
secunda B. & quarta D. pari nume-
ro continentur in suis aliis multi-
plicibus E. & F. nempe ter. Ergo
per præcedentem, continebuntur
etiam pari numero in multiplici-
bus collectis, hoc est si compo-
nantur A. & E. ut fiat G. similiter-
que F. & G. ut fiat H. quemadmo-
dum G. 15. continet B. 3. quin-
quies. Ita H. 10. continebit D. 2.
quinquies.

P R O-

PROPOSITIO III.

4 2 6 3 Si sit prima A. secun-
 ABCD da B. aequè multiplex, *rb. 3.*
 8 12 atque tertia C. quarta
 E F D. sumantur autem a-
 quemultiplices E. & F. prima A.
 & tertia C: erit ex aquo sumpta-
 rum, utaque utriusque equemul-
 tiplex, altera quidem E. secunda,
 B. altera autem F. quarta D.

Prob. Ponuntur B. & D. æ-
 qualiter contineri in singulis
 A. & C. ergo æqualiter a conti-
 nentur etiam in iisdem pari nume-
 ro multiplicatis in E. & F. *a r. 3.*

P R O-

PROPOSITIO IV.

4 2 6 3 Si prima A. ad secun-
 ABCD dam B. eandem habue-
 8 6 12 9 rit rationem ac tertia ad
 Tb. 4. EF GH quartam: etiam equi-
 multiples prima E. & tertia G.
 ad æquemultiples secunda F. &
 quarta H. juxta quamvis multipli-
 cationem eandem habebunt ratio-
 nem, si prout inter se respondent,
 sumpta fuerint.

Posita & explicata superius à
 nobis definitione 6. hanc
 propositionem sic breviter per-
 stringo.

Ratio patet præsertim ex scho-
 lio 6. def. utique idem est quatuor
 quantitates in eadem esse ratione
 & earum æquimultiplicia vel una
 deficere vel una excedere vel una
 equalia esse, quemadmodum idem
 est & vel conferre singulas B. &
 D. ad

D. ad singulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter se numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conversæ. Nam si A. est ita majus ipso B. sicut C. ipso D. est evidens B. ita minus fore ipso A. sicut D. ipso C. minus est. Nec minus foret evidens si A. & C. sumpta essent æqualia, aut minora ipsis B. & D.

PRO-

PROPOSITIO V.

th. 4. E 4 F 2 Si magnitudo A.
 C 8 D 4 magnitudinis B. ita
 A 12 B 6 multiplex fuerit : ut
 ablata C. ablata D. etiam reliqua
 E. reliqua F. ita multiplex erit, ut
 tota A. totius B.

Patet. Sit enim A. duplum
 ipsius B. & pars ablata C. du-
 pla similiter partis ablatæ D. er-
 go si residua E. non est duplex re-
 siduæ F. omnes partes totius B.
 non continentur in omnibus par-
 tibus toties A. sicut totum in to-
 to. Est ergo residua residuæ ita
 multiplex, ut tota totius

P R O-

PROPOSITIO VI.

$G \ 2 \ H \ 3 \ G \ 8 \ H \ 12$ *Si dua Th. 6.*
 $E \ 10 \ F \ 15 \ E \ 4 \ F \ 6$ *magnitu-*
 $A \ 12 \ B \ 18 \ A \ 12 \ B \ 18$ *dines A.*
 $C \ 2 \ D \ 3 \ C \ 2 \ D \ 3$ *& B. dua-*
rum magnitudinum C. & D. sint
aequemultiplices: & detracta qua-
dam EF. sint earundem CD. aequ-
multiplices. Reliquae GH. iisdem
CD. aut aequales sunt aut aequ-
multiplices.

Prob. C. & D. in totis A. & B.
 & in eorum aliquibus parti-
 bus assumptis E. & F. æqualiter
 continentur ex hypothesi: ^a ergo ^{a 5. 5.}
 æqualiter etiam continebuntur in
 reliquis G. & H. Ergo reliquæ
 ejusdem, aut æquales sunt aut æ-
 quemultiplices.

PROPOSITIO VII.

th. 7. $\frac{A}{12}$ $\frac{A}{12}$ *Æquales A. & A.*
 $\frac{B}{4}$ $\frac{B}{12}$ *ad eandem C. ean-*
 dem habent ratio-
nem : & eadem C. ad æquales
A. & A.

Purissimum est axioma & per-
 clare patet ex scholio def. 3.
 collato cum axiomi. 1. lib. 1.

Scil. $\frac{A}{B}$ ratio est æqualis est ra-
 tioni $\frac{A}{B}$.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

16 8 5 *Inequalium magnitudi-* 76. 8.
 A B C *nem A. B. major A. ad*
 6 4 8 *eandem C. maiorem ra-*
tionem habet, quam minor B: Et
eandem C. ad minorem B. maiorem
habet rationem, quam ad mayo-
rem A.

Prob. 1^a pars. Si A. esset æqua-
 lis B. vel si A. & B. æqualiter
 containerent C. eandem rationem
 haberent ^a ad C. & C. eandem ^{a6.}
 ad A. & B. per præcedentem: sed ^{Def. 8.}
 major ponitur A. hoc est pluries
 continere G. ergo per definitio-
 nem 8. A. maiorem habet ratio-
 nem ad C. Prob. 2. Et quia C.
 pluries continetur ab A. quam à
 B. minorem habebit ad A. ratio-
 nem quam ad B. per 8. def.

PROPOSITIO IX.

7b. 9. *A B C* Quæ *A. & B.* ad eandem
 15 15 4 *C.* eandem habent ra-
 tionem, æquales sunt inter se, &
 ad quas *AB.* eadem *C.* eandem ha-
 bet rationem, hæ quoque *AB.* æ-
 quales sunt inter se.

a 8. 5. *S*i enim dicas *A.* esse majus
 quam *B.* ^a ergo major erit ra-
 tio majoris *A.* ad eandem *C.*
 quàm minoris *B.* ad eandem *C.*
 Item major ratio ipsius *C.* ad *B.*
 quam ad *A.* quod est contra hy-
 pothesim.

P R O-

PROPOSITIO X.

16 8 4 Earum magnitudinum 16. 10.

A B C A B. quæ ad eandem C.
habent rationem : quæ A. rationem
majorem habet , hac major est : ad
quam autem B. eadem C. majorem
rationem habet , hac B. minor est.

Si enim B. esset æqualis aut
major quam A. ^a haberent A. ^a 7. 5.
& B. eandem rationem ad C. vel
B. ^b haberet majorem , quod est ^b 1. 5.
contra hypothesim. Item si C.
habet majorem rationem ad A.
quam ad B. minor est A. quam
B. vel utrumque , quod dixi , se-
quatur absurdum. Hæc conver-
tit 8.

PROPOSITIO XI.

Tab. II. A 9 E 6 C 12 *Qua eidem*
 B 6 F 4 D 8 *sunt eadem ra-*
tiones, & inter se sunt eadem.

Hæc propositio nulla videtur
 ex præmissis indigere ex-
 plicatione: nimirum si A B. ra-
 tio sit æqualis rationi E F. ei-
 demque E E. æqualis C D. erit
 quoque A B. ratio æqualis ra-
 tioni C D. per 1. axiomata lib. 1.

PRO-

PROPOSITIO XII.

4 2 6 3 *Si sint quotcunque ma- Th. 12.*
 A B C D *gnitudines proportiona-*
 10 5 *les A B C D quemad-*
 E F *modum se habuerit una*
antecedentium A. ad unam conse-
quentium B. ita omnes antecedentes
E. ad omnes consequentes F.

Quod prop. 1. de proportionemultiplici demonstratur, hîc de omni proportionem etiam irrationali ostenditur per eandem primam & defin. 6. si sumantur antecedentium & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia A. & B. æquali numero partium tam contentientium quam contentarum augmentur in E. & F. adeoque quoties A. vel C. continet B. vel D. toties continebit E. ipsum F.

PROPOSITIO XIII.

th. 13. ABCDEF Si prima A. ad se-
 6 4 3 2 4 3 cundam B. eandem
 habuerit rationem, quam tertia C.
 ad quartam D. tertia verò ad
 quartam maiorem habuerit ratio-
 nem, quàm quinta E. ad sextam
 F. prima quoque A. ad secundam
 B. maiorem rationem habebit quam
 quinta E. ad sextam F.

Res per se ex 3. def. clara; uti-
 queratio $\frac{C}{D}$ hoc est $\frac{A}{B}$ ex
 hypot. major est ratione $\frac{E}{F}$.

Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO VIX.

2 3 8 12 Si prima A. ad se-
 9 9 9 9 cundam B. eandem ha-
 12 8 6 4 buerit rationem, quam
 A B C D tertia C. ad quartam
 D. prima verò A. quam tertia C.
 major fuerit, erit & secunda B.
 major quam quarta D. Quod si
 prima A. fuerit equalis tertia C.
 erit & secunda B. equalis quarta D.
 Si verò minor, & minor erit.

Sit A. major quam C. ergo ^a 8. 5.
^a ratio A. ad B. hoc est C.
 ad D. major erit ratione C. ad B.
 adeoque per 10. hujus B. major
 erit D. idem concludam si A.
 æqualis fuerit vel minor quam C.
 Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Th. 15. C 25 D 35 Partes A & B. cum
 A 5 B 7 pariter multiplici-
 bus C & D. in eadem sunt ratione,
 si prout sibi mutuo respondent, ita
 sumantur.

SIt A. pars ipsius C. & B. ipsius
 D. continet C. toties A. quo-
 ties D. continet ipsam B. Quia
 ergo ut una antecedentium, A.
 ad unam consequentium B. ita
 12. 5. omnes antecedentes C. ad omnes
 consequentes D. Ergo ut C. ad
 D. ita A. ad B.

PRO-

PROPOSITIO XVI.

A.	8	B	10	E	4
C.	4	D	5	F	5

*Si quatuor magnitudines ABCD. Th. 16.
proportionales fuerint & vicissim
proportionales erunt.*

HOc est, si sit A. ad C. sicut
B. ad D. erit permutando vt
A. ad B. ita C. ad D.

Prob. Supponamus enim A.
continere C. bis, sicut continet
B. ipsum D. si dividamus A.
& B. bifariam, erit E. æqualis C.
& F. æqualis D. sed ut E. ad F.
sic dupla A. ad B. per 12. Ergo
ut dupla A. ad duplam B. sic C.
æqualis ipsi E. ad D. æqualem
ipsi F. Q. E. D.

PROPOSITIO XVII.

Tb. 17. C 12 E 6 Si compo-
 A 16 B 8 sita magni-
 D 4 F 2 tudines ,
 proportionales fuerint , ha quoque
 divisa proportionales erunt.

Hoc est A. compositum ex C. & D. ita B. ex E. & F. sit- que ut A. 16. ad sui partem D. 4. ita B. 8. ad F. 2. erit & ut C. 12. ad D. 4. ita E. 6. ad F. 2.

Id probant Theon & alii per e- que multiplices. Dibualdus quod aliàs sequeretur partem esse æ- qualem toti. Breviter A. & B. ponuntur proportionales * ergo
 24. Def. simili ratione continent par- tes D. & F. puta quater : ergo si eædem è suis singulis totis aufe- rantur , similiter in residuis C. F. continebuntur : erit ergo ut C. ad D. ita E. ad F.

PROPOSITIO XVIII.

$C \ 12 \quad E \ 6$ *Si divisa* Th. 18.
 $A \ 16 \quad B \ 8$ *magnitudi-*
 $D \ 4 \quad F \ 2$ *nes sint*
proportionales, hæ quoque compositæ
proportionales erunt.

Sit ut D. ad C. ita F. ad E.
 Erit & A. ad D. ut B. ad F.

Prob. Ex hypothefi partes C.
 E. simili ratione continent partes
 D. F. ergo fi hæ illis addantur,
 tota A. B. adhuc simili ratione
 continebunt suas partes D. F.

N O T A.

Hæc propositio & præcedens
 cujus est conversum, eodem jure
 inter axiomata quo 2.3. & axioma
 lib. 1. recenferi posset.

PROPOSITIO XIX.

1b. 19. D 4 F 2 Si quem-
 A 16 B 8 admodum
 C 16 E 6 totum A.
 ad totum B. ita ablatum D. se ha-
 buerit ad ablatum F. & reliquum
 C. ad reliquum E. ut totum A. ad
 B. se habebit.

a 16. 5. **P**rob. A. B. D. F. ponantur
 b 17. 5. proportionales ; erit ^a ergo
 ut B. ad F. ita A. ad D. Ergo ^b
 erit ut F. ad E. ita D. ad C. Ergo
 ut F. ad D. ita E. ad C. hoc est
 ut tota A. ad totam B. cum posita
 sit A. ad B. ut D. ad F.

Brevius quia aliter omnes par-
 tes essent majores omnibus parti-
 bus , quam totum toto. Idem
 fere cum quinta.

PROPOSITIO XX.

12 9 6 Si sint tres magnitudines
 A B C A B C. & alia D E F. *Tb. 20.*
 8 6 4 ipsis aequales numero, qua
 D E F bina & in eadem ratione
 sumantur (hoc est ut A. ad B. ita
 D. ad E. & ut B. ad C. ita E.
 ad F.) Ex aquo autem prima A.
 quam tertia C. major fuerit, erit &
 quarta D. quàm sexta F. major.
 Quod si prima tertia aequalis fuerit,
 erit & quarta aequalis sexta, sin illa
 minor, hac quoque minor erit.

Prob. Sit major A. quam B. ^a
 ergo major erit ratio ipsius A. ^{a 8. 5.}
 ad B. quam C. ad B. sed ratio A.
 ad B. æqualis est rationi D. ad E.
 ergo etiam D. ad E. ratio major
 est quam B. ad C. hoc est E. ad F.
 quare D. major erit F. per 10. 5.
 Haud secus concludam si A. ipsi
 C. æqualis ponatur aut minor. In-
 terpretes idem probant de quot-
 cunque magnitudinibus, non de
 tribus tantum.

PROPOSITIO XXI.

18 12 4 *Si sint tres magnitudi-*
 Tb. 21. A B C A B C. & ipsis *aquales*
 27 9 6 *numero DEF. qua bina*
 D E F & *in eadem ratione su-*
mantur, fueritque perturbata ea-
rum proportio (hoc est ut A. ad B.
sic E. ad F. & ut B. ad C. sic D.
ad E) Ex aquo autem prima A.
quam tertia C. major fuerit: erit
& quarta D. quam sexta F. major.
Quod si prima tertia fuerit equalis,
erit & quarta equalis sexta, sin illa
minor, hæc quoque minor erit.

Prob. Sit A. major quam C.
 ergo per 8. A. ad B. maiorem
 rationem habebit quam C. ad B.
 sed ratio A. ad B. æqualis est ra-
 tioni E. ad F. ergo etiam ratio E.
 ad F. major erit ratione B. ad C.
 hoc est D. ad E. adeoque per
 10. 5. F. minor erit quam D.
 Idem ostendetur si A. minor vel
 æqualis fuerit D.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

12 9 6 8 6 4 Si fuerint *rb.* 22.
 A B C D E F quotcunque

24 18 12 16 12 8 magnitudines

G H I L M N ABC. & alia
 ipsiſ aquales numero DEF. qua
 bina in eadem ratione ſumantur
 (hoc eſt ut A. ad B. ita D. ad E.
 & ut B. ad C. ita E. ad F.) & ex
 aequalitate in eadem ratione erunt.
 Hoc eſt erit A. ad C. ſicut D.
 ad F.

Prob. Sumantur ipſarum ABC.
 æquemultiplicia GHL. & ipſarum
 DEF. æquemultiplicia, LMN. cum
 ſimplicia ſint in eadem ratione A. ad
 B. ut D. ad E. & B. ad C. ut E. ad F.
 a erunt eorum multiplicia G. ad H. *a 15. 5.*
 & H. ad I. ut L. ad M. & M. ad. N.
 Ergo ſi quotvis magnitudines GHI.
 & aliæ totidem LMN. binæ ſumantur
 in eadem ratione quarum b primæ *b 20. 5.*
 ultimam in utroque ordine ſimul ex-
 cedunt, æquantur, vel deficiunt, ea-
 rum ſimplices erunt in eadem ratione,
 hoc eſt A. ad C. c ut D. ad F. *c 6.*

Def.

PROPOSITIO XXIII.

Th. 23. 18 12 4 Si fuerint tres magni-
 A B C tudines A B C. aliaque
 27 9 6 ipsis aequales numero
 D E F DEF. quæ binæ in ea-
 tione sumantur, fuerit autem per-
 bata eadem ratio (hoc est sit A.
 ad B. ut E. ad F. & ut B. ad C.
 ita D. ad E.) etiam ex æqualitate
 in eadem ratione erunt (hoc est ut
 A. ad C. ita D. ad F.)

a 21. 5. **P**rob. ^a Si A. excedit C. æqua-
 tur vel deficit; D. excedet F.
 b 15. 5. æquabitur, vel deficiet. ^b Idem-
 que fiet in æquemultiplicibus.
 c 17. Ergo ex ^c æqualitate in ^d eadem
 Def. ratione est A. ad C. ita D.
 d 6. ad F.
 Def.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

4 2 6 Si prima A. ad secun- th. 24.
 A B C dam B. eandem habue-
 3 10 15 rit rationem , quam
 D E F tertia C. ad quartam
 14 21 D. habuerit autem &
 G H quinta E. ad secundam
 B. eandem rationem quam sexta F.
 ad quartam D. Etiam G. composita
 prima cum quinta : ad secundam B.
 eandem habebit rationem, quam H.
 tertia cum sexta , ad quartam D.

Prob. Ex hypothefi B. est talis
 pars singularum A. & E. qualis
 est D. singularum C. & F. Ergo
 a erit quoque B. talis pars com- a 18. 5.
 positarum A. & E. in G. qualis
 est ipfarum C. & F. composita-
 rum in H.

PROPOSITIO XXV.

12	4	9	3.
A	B	C	D.
E	3.	F	1.

Th. 25. *Si quatuor magnitudines ABCD. proportionales fuerit : maxima A. & minima D. reliquis duabus B C. majores erunt.*

Nam si ab A. 12. demas C. 9. remanebit E. 3. item, si à B. 4. auferas D. 3. remanebit F. 1. nunc quoniam est A. ad B. ita C. ad D. erit quoque dividendo A. ad B. ita E. 3. F. 1. sed A. major est C. ergo & E. major erit F. ergo A. composita ex C. & E. plus D. major erit quam B. composita ex C. & F. plus C. Q. E. D.

PROPOSITIO XXVI.

8 4 5 3. Si prima A. ad se-
 A B C D cundam B. habuerit
 majorem rationem quàm tertia C.
 ad quartam D. habebit converten-
 do, secunda B. ad primam A. mi-
 norem, quàm quarta D. ad ter-
 tiam C.

Hæc & reliquæ octo propo-
 sitiones, cum non sint Eu-
 clidis, eas non aliter demonstra-
 bimus quàm indicando propo-
 sitiones Euclidis in quibus virtute
 continentur.

Hanc vero propositionem 4.
 & 10. hujus elementi contineri,
 patet manifestè.

PROPOSITIO XXVII.

27. 8 4 5 3 Si prima A. ad secundam B. habuerit maiorem rationem, quam tertia C. ad quartam D. habebit quoque vicissim prima A. ad tertiam C. maiorem rationem, quam secunda B. ad quartam D.

Continetur prop. 16.

PROPOSITIO XXVIII.

28. 8 4 5 3 Si prima A. ad secundam B. habuerit maiorem rationem, quam tertia C. ad quartam D. habebit quoque composita prima cum secunda E. ad secundam B. maiorem rationem, quam composita tertia cum quarta F. ad quartam D.

Continetur prop. 18.

PROPOSITIO XXIX.

8 4 5 3 Si composita E. prima Th. 19.
 A B C D cum secunda, ad secun-
 E 12 F 8 dam B. maiorem ha-
 buerit rationem quam composita F.
 tertia cum quarta ad quartam D.
 habebit quoque dividendo, prima A.
 ad secundam B. maiorem rationem
 quam tertia C. ad quartam D.

Continetur propositione 17.

PROPOSITIO XXX.

8 4 5 3 Si composita E. prima Th. 30.
 A B C D cum secunda, ad secun-
 E 12 F 8 dam B. habuerit mayo-
 rem rationem, quam composita F.
 tertia cum quarta, ad quartam D.
 habebit per conversionem rationis,
 prima cum secunda E. ad primam
 A. minorem rationem, quam tertia
 cum quarta F. ad tertiam C.

Continetur prop. 19.

P R O-

PROPOSITIO XXXI.

16	8	4.	9	5	3.
A	B	C.	D	E	F.

*Tb. 31. Si sint tres magnitudines A B C.
 & alia ipsis æquales numero DEF.
 sitque major ratio prima priorum
 A. ad secundam B. quam prima po-
 steriorum D. ad secundam E. Item
 secunda priorum B. ad tertiam C.
 major quam secunda posteriorum E.
 ad tertiam F. erit quoque ex æqua-
 litate major ratio prima priorum
 A. ad tertiam C. quam prima po-
 steriorum D. ad tertiam F.*

Continetur prop. 20. & 22.

PROPOSITIO XXXII.

16 8 5 Si sint tres magnitudi- Th. 32.
 A B C nes A B C. & alia ipsis
 9 6 4 equales numero D E F.
 D E F sitque major ratio prima
 priorum A. ad secundam B. quam
 secunda posteriorum E. ad tertiam
 F. Item secunda priorum B. ad ter-
 tiam C. quam prima posteriorum
 D. ad secundam E. Erit quoque
 ex aequalitate major ratio prima
 priorum A. ad tertiam C. quam pri-
 ma posteriorum D. ad tertiam F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSITIO XXXIII.

12 6 Si fuerit major ratio totius Th. 33.
 A B A. ad totum B. quam ablati
 4 3 C. ad ablatum D. erit &
 C D reliqui E. ad reliquum F:
 8 3 major ratio, quam totius A.
 E F ad totum B.

Continetur propositione 18.

Y PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

12 8 4. 6 5 3 Si sint quot-
 Th. 34. A B C. D E F cunque magni-
 tudines ABC. & alia ipsis aequales
 numero D E F. sitque major ratio
 primæ priorum A. ad primam poste-
 riorum D. quam secunda B. ad se-
 cundam E. & B. ad eundem E.
 major, quam tertia C. ad tertiam
 F. & sic deinceps: habebunt omnes
 priores simul ABC. ad omnes poste-
 riores simul DEF. maiorem ratio-
 nem quam omnes priores B C. re-
 licta prima A. ad omnes posteriores,
 EF. relictæ quoque prima D. mino-
 rem autem, quam prima priorum A.
 ad primam posteriorum D. maiorem
 denique etiam quam ultima priorum
 C. ad ultimam posteriorum F.

Hujus nullus usus & facilis
 demonstratio ex præceden-
 tibus.

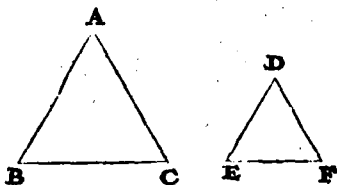
N O T A.

Quidam inter celebriores numerant.
 15. 16. 17. 18.

E U.

EVCLIDIS ELEMENTUM VI.

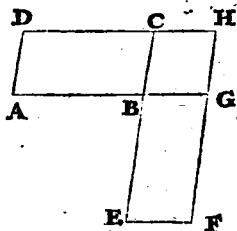
DEFINITIONES.



1. *Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales sunt, proportionalia.*

Duas conditiones requirit,
 1. ut anguli sint æquales
 singuli singulis, ut hic A. & D. B.
 & E. C. & F. 2. ut latera circa
 æquales angulos sint proportio-
 Y 2 nalia,

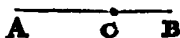
nalia, hoc est ita se habeat B A. ad A C. ut E D. ad D F. quod si harum altera desit, non dicentur similes. Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.



2. *Reciprocae autem figuræ sunt, cum in utraque figura, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

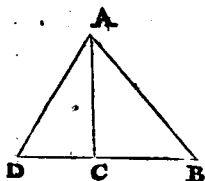
Hoc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam si qua ratione AB. est ad BG. in

in eadem sit BE. ad BC. erunt reciprocae figuræ, nam in utroque est antecedens & consequens diversarum rationum.



3. *Secundum extremam & mediam rationem, recta AB. secta esse dicitur, cum ut tota AB. ad majus segmentum AC. ita majus AC. ad minus CB. se habuerit.*

Ob miram sui utilitatem, hæc proportio, divina communiter appellatur; est mirum quod 11. prop. lib. 2. hic inter definitiones annumeratur, nisi velis veritatem jam demonstratam hic resumere.



4. *Altitudo cujusque figuræ, est lineæ perpendicularis AD. à vertice ad basim deducta.*

Cum ut ait Ptol. lib. de Anal. mensura cujusque rei debeat esse statæ, merito Euclides à perpendiculari altitudinem petit cujusvis figuræ: sola enim perpendicularis est statæ & certæ longitudinis: hanc vero altitudinem lib. 1. vocavit esse in iisdem parallelis.

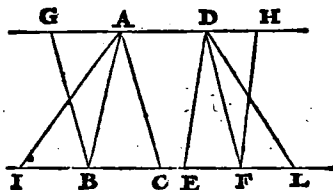
5. *Ra-*

5. *Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates, inter se multiplicatæ, aliquam efferrint rationem.*

Quod Euclides vocat quantitates rationum, solent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis; sic 4. est denominator rationis quadruplæ: 3. triplæ. Ratio igitur est rationibus componi dicitur, quando harum denominatores seu quantitates rationum inter se multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus: nam sex componitur ex denominatore duplæ 3. Inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis sextuplæ compositæ.

PROPOSITIO I.

Th. I.

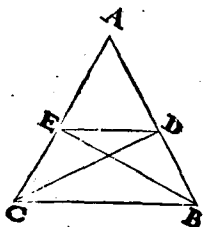


Triangula ABC. DEF. & parallelogramma CG. DF. quorum
^aDef. 4. ^a eadem fuerit altitudo GH. BF. ita se habent inter se, ut bases BC. EF.

Id est, eam inter se habent rationem quam bases. Prob. Triangula ejusdem altitudinis ^a possunt
^aDef. 4. ^b 36. inter parallelas constitui: ^b tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ majorem majora, quæ minorem minora.
^c 15. 5. Idemque ^c est de æquemultiplicibus. Ergo absolutè triangula se habent ut bases, similiterque parallelogramma; cum sint dupla
^d 34. 1. ^d triangulorum.

PRO-

PROPOSITIO II.



*Si ad trian- Th. 2.
guli ABC. la-
tus unum CB.
parallela du-
catur ED. hac
proportionali-
ter secabit
ipsius trian-*

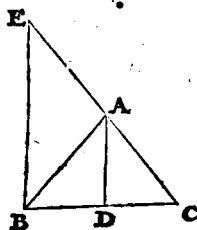
*guli latera AC. AB. Et si trianguli
latera, proportionaliter secta sint,
recta DE. per puncta sectionis
ducta, erit parallela ad reliquum
ipsius trianguli latus CB.*

Prob. Ductis duabus rectis EB. DC.
a erunt triangula EDC. EDB. super a 37. 4.
eandem basim ED. & inter easdem
parallelas ED. CB. æqualia. b Ergo ut b 1. 6.
AED. ad ECD. ita AE. ad EC. c (sunt c Def. 4.
enim in eadem altitudine) & ut ADE.
ad DBE. ita AD. ad DB d ergo ut AE. ad d 7. 5.
EC. ita AD. ad DB. 2. Ponantur jam la-
tera AC. AB. proportionaliter secta in E.
& D. cum AED. ad DEC. eandem habe-
at rationem, quam ad EDB. (nam est ut
AE. ad EC. sic AD. ad DB. cum triangu-
la sint ejusdem altitudinis) e erunt DEC. e 9. 5.
EDB. æqualia, & quia, sunt in eadem
basi ferunt inter parallelas. Q. E. D. f 39. 1.

PRO.

PROPOSITIO III.

Th. 3.



*Si trianguli
ABC. angu-
lus A. bifa-
riam sectus sit:
secans autem
angulum recta
AD. secet &
basim BC. ba-*

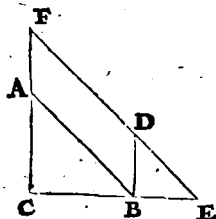
*sis segmenta BD. DC. eandem
habebunt rationem, quam reliqua
trianguli latera BA. AC. & si
basim segmenta BD. DC. ean-
dem habeant rationem, quam re-
liqua trianguli latera BA. AC.
recta AD. quæ à vertice A. ad
sectionem D. producitur, bifa-
riam secat trianguli ipsius angu-
lum A.*

a 31. I. **P**rob. Ad punctum B. ^a aga-
tur BE. ipsi DA. parallela,
b 17. & cui CA. producta ^b occurrat in
29. I. E. tunc erit EBA. ^c æqualis
c 29. I. alter-

alterno $BAD.$ & $E.$ externo
 $DAC.$ ergo cum anguli $BAD.$
 $CAD.$ æquales ponantur, erunt
 anguli $EBA.$ & $E.$ æquales, &
 rectæ $BA.$ $AF.$ ^d æquales. ^{d 6. 1.}
 Ergo cum in triangulo $EB C.$
 rectæ $DA.$ $BE.$ parallelæ sint,
 ut $EA.$ hoc est $BA.$ ad $AC.$
^e ita $BD.$ ad $DC.$ Sit rursus ^{e 3. 6.}
 ut $BA.$ ad $AC.$ sic $BD.$ ad
 $DC.$ ut autem $BD.$ ad $DC.$
 ita ^f est $EA.$ ad $AC.$ ^g Ergo ^{f 16.}
 ut $BA.$ ad $AC.$ ita $EA.$ ad ^{g 11. 5.}
 $AC.$ ^h æquales ergo $BA.$ $EA.$ ^{h 9. 5.}
 & ⁱ anguli $ABE.$ & $E.$ Cum ^{i 5. 1.}
 ergo $ABE.$ alterno $BAD.$
 æqualis sit & $E.$ externo $DAC.$
 erunt anguli $BAD.$ $DAC.$
 æquales.

264 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO IV.

Tab. 4



*Æquiangu-
lorum triangu-
lorum ACB.
DBE propor-
tionalia sunt
latera (hoc est
ut AC. ad CB.
ita DB. ad BE)
que circa æ-
quales angulos
C. & B. & ho-*

*mologa sunt latera BA. ED. qua equali-
bus angulis C. & B. subtenduntur.*

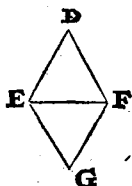
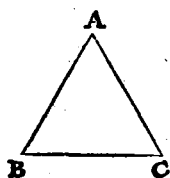
- P**rob. Sic in directum statue rectas
CB. BE. ut angulus extern. DBE.
interno C. sit æqualis: tunc DB. &
AC. a erunt parallelæ: similiterque ED.
BA. cum anguli E. & ABC. sint æquales.
Et quia anguli ACB. ABC. hoc est
DEB. minores sunt e duobus rectis, si
a 28. 1. producantur ED. CA. convenient d puta
in F. e Eritque DA. parallelogrammum.
b 29. 1. Cum igitur in triangulo FCE. rectæ DB.
c 17. 1. FB. sint parallelæ, f erit ut ED. ad DF.
d Ax. hoc est BA. ita EB. ad BC. Cumque BA.
ii. EF. sint item parallelæ, erit CB. ad BE.
e 34. 1. ut CA. ad AF. hoc est BD. & ut AB. ad
f 2. 6. BE. ita ED. hoc est AB. ad DE.

SCHOLIUM.

*Quæ hinc vulgo colliguntur nota erunt
demonstrata prop. 8. cum annexo scholio.*

PRO-

PROPOSITIO V.



76. 5.

*Si duo triangu-
la ABC. DEF.
latera AB. BC. proportionalia
ipsis DE. EF. habuerint, erunt æ-
quiangula, eosdemque angulos,
DA. EB. FC. habebunt æquales,
quibus homologa latera subtendun-
tur.*

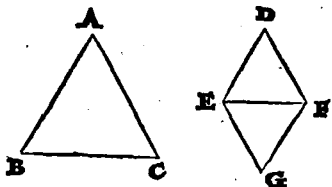
Prob. Super recta EF. ad punctum
E. a ponatur angulus FEG. angulo a 23. 1.
B. æqualis & ad F. alius ipsi C. con-
sequenter reliquus G. reliquo A. b æ b 32. 1.
qualis, sicque fiant triangu-
la ABC. EFG.
æquiangula; ergo GE. erit ad EF. ut
AB. ad BC. hoc est ex hypot. DE. ad EF.
quare GE. æqualis erit DE. Simili ratio-
ne GF. æqualis est DF. cumque latus c 9. 5.
EF. utrique triangulo commune est
erunt triangu-
la ABC. & DEF. per. 8. 1.
æquiangula &c. Q. E. D.

Z

PRO-

PROPOSITIO VI.

76. 6.

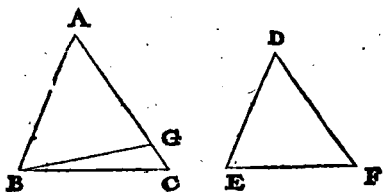


Si duo triangula ABC. DEF. unum habeant equalem angulum A. & D. & latera circa eum proportionalia (ut BA. ad AC. ita ED. ad DF.) erunt æquiangula, angulosque habebunt æquales E. B. C. F. quibus homologa latera BA. ED. AC. DF. subtenduntur.

Prob. Ad rectam EF. angulos FEG. EFG. fac æqua-

æquales ipsis B. C. erit & G.
 æqualis A. quia ergo æquian-
 gula sunt ABC. GEF. ^a erunt ^a 4. 6.
 ut AB. ad AC. ita GE. ad
 GF. proportionalia : sed sunt
 etiam proportionalia AB. AC.
 & DE. DF. ^b sunt ergo late- ^b 11.
 ra DE. DF. ipsis GE. GF. ^c 9. 5.
 æqualia. Cumque basis EF. sit
 communis , triangula DEF.
 EFG. ^c æquiangula sunt : ^d ^c 8. 1.
 ergo etiam æquiangula ABC. ^d 11. 1.
 DEF. Q. E. D.

268 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VII.



Th. 7. Si duo triangula ABC. DEF. unum angulum A. uni angulo D. æqualem, circum autem alteros angulos B. E. latera proportionalia habeant (ut AB. ad BC. ita ED. ad EF.) reliquorum vero B. E. simul utrumque, aut minorem aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos ABC. DEF. circū quos sunt proportionalia latera.

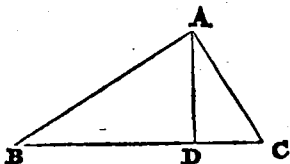
Prob. Sit enim C. & F. minor recto, tunc si anguli ABC. & E. non sunt æquales, sit ABC. major quam E. fiatque ipsi E. æqualis ABG. cum igitur angulus A. angulo D. ponatur æqualis
erit

erit & reliquus AGB . reliquo F .
 α qualis, ideoque triangula ABG .
 DEF . α quiangula erunt. ^b Ergo ^b 4. 6.
 ut AB . ad BG . ita erit DE . ad
 EF . sed ut DE . ad FE . ita ponitur
 AB . ad BC . adeoque ^c α quales ^c 9. 5.
 BG . CB . & ^d anguli B . CG . ^d 5. 1.
 BGC . α quales. Cum igitur an-
 gulus C . sit recto minor erit &
 BGC . minor recto, & ei deinceps
 AGB . ^e major recto. Est autem ^e 13. 2.
 ostensus angulus AGB . angulo
 F . α qualis; Major igitur est recto
 angulus F . qui minor ponebatur.

Jam sit angulus B . & E . recto
 non minor probabitur ut prius re-
 ctas BG . & BC . esse α quales, &
^f consequenter angulos BGC . ^f 5. 1.
 BCG . esse α quales, & non mi-
 nores duobus rectis, ^g quod absur- ^g 17. 1.
 dum. Non ergo in α quales sunt
 anguli ACB . & F . sed α quales,
 & consequenter reliqui anguli B .
 & E . ^h α quales, quod erat pro- ^h 32. 2.
 bandum.

PROPOSITIO VIII.

75. 8.



*Si in triangulo rectangulo BAC.
ab angulo recto A. in basim BC.
perpendicularis AD. ducta sit :
que ad perpendicularem triangula
ADC. BDA. tum toti triangulo
BAC. tum ipsa ADC. BDA.
inter se sunt similia.*

Prob. In trianguli ABC.
DBA. anguli BAC. ADB.
recti sunt & angulus B. com-
munis : ergo ^a reliqui ACB.
BAD. æquales : ergo triangula
^{a 32. 1.} ABC. DBA. ^b similia. Non
^{b 1. Def.} aliter ostendetur ABC. simile
^{4. 6.} ADC. & ADC. triangulo
BDA. Q. E. D.

Coroll. 1.

LIBER SEXTUS. 271

Coroll. 1. Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.

^c Nam ut $BD.$ ad $DA.$ ita $DA.$ c. 4. 6. ad $DC.$ quod est rectam $DA.$ esse mediam proportionalem inter basis partes $BD.$ $DC.$

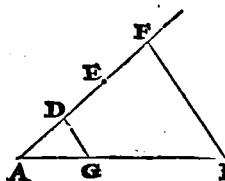
Coroll. 2. Hinc etiam patet utrumlibet laterum rectum ambientium, medium proportionale esse inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adjacet.

SCHOLIUM.

Omnes proportionales respectu laterum facillimo negotio conspici poterunt, modo litera, quibus triangula insignita sunt, ordine aequalium angulorum disponantur & ab utraque parte similiter conferantur, unde etiam corollaria hinc desumpta patent.

PROPOSITIO IX.

Prob. 1.

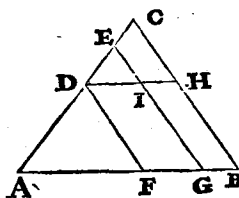


A data re-
cta AB. im-
peratā par-
tē puta ter-
tiam AG.
B auferre.

Prax. Ex A. ducatur recta AF.
utcumque faciens angulum, &
ex AF. sumatur quævis pars, puta
AD. ac duæ aliæ addantur æqua-
les DE. EF. jungatur FB. cui ex
D. parallela fiat DG. eritque abla-
ta AG. pars tertia ipsius AB.

Prob. In triangulo AFB. lateri
BB. parallela est linea GD. ^a er-
^a 2. 6. go erit ut FD. ad DA. ita BG. ad
GA, & ^b componendo ut FA. ad
^b 18. 5. DA. ita BA. ad GA. Est autem
AD. pars tertia ipsius AF. Er-
go AG. erit pars tertia ipsius AB.
Q. E. F.

PROPOSITIO X.



*Datam re-
ctam in-
sectam AB.
similiter se-
care, ut da-
ta altera
recta AC.*

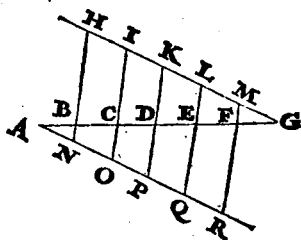
secta fuerit in D. & E.

Prax. Jungantur datæ lineæ in
A. connectantur recta BC. &
ex D. & E. agantur DE. EG. ipsi
CB. parallelæ, & factum est quod
petitur.

Prob. In triangulo ABC. ductæ
sunt DF. EG. parallelæ lateri BC.
ergo ut AD. ad DE. ita AF. ad
FG: Proportionales ergo sunt
partes AF. FG. partibus AD. DE.
Jam si ducatur DH. parallela ipsi
AB. erit ut DE. ad EC. ita DI. ad
IH. hoc est FG. ad GB. quare
proportionales sunt partes FG.
GB. partibus DE. EC. Q.E.D.

SCHO-

SCHOLIUM.

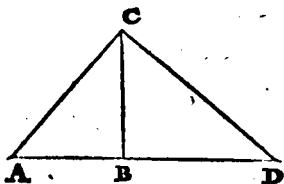


Ex hac & pracedente propositione facile constat lineam quavis aper-
turâ circini in quotvis partes divi-
dere, cujus demonstrationem &
praxin apposita figura exhibet.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Prob. 3.



*Datis duabus rectis AB. BC.
tertiam proportionalem invenire.*

Praxis. Duabus datis fac angulum ABC. rectum, item ad AC. angulum rectum ACD. per rectam CD. occurrentem protractæ AB. in D. & factum est quod petitur per coroll. 8. cum BC. sit media proportionalis.

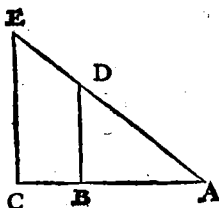
NOTA.

Idem demonstratur, ut in sequente, per lineas parallelas; sumendo tertiam alterutri æqualem.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Prob. 4.



*Tribus da-
tis rectis
AB. BC.
AD. quar-
tam pro-
portionalem DE.
invenire.*

Prax. Ex datis, duas AB. BC. in directum colloca, ex reliqua AD. & totali AC. fac angulum DAC. junge recta BD. & fac ipsi parallelam CE. quarta DE. proportionalis erit.

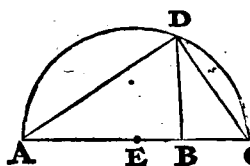
Prob. CE. BD. sunt paralle-
lae : ^a ergo ut se habet AB. ad
BC. ita AD. ad DF. Ergo DE.
quarta est proportionalis.

NOTA.

Idem constat ex 35. prop.
lib. 3.

PRO-

LIBER SEXTUS. 277
PROPOSITIO XIII.



*Datis dua- Pr. 9.
bus rectis
AB. BC.
mediā pro-
portiona-
lem BD.
Cinvenire.*

Prax. Colloca in directum AB.
BC. super AC. duc semicir-
culum ADC. In B. excita per-
pendicularem BD. ad periphe-
riam semicirculi, illa erit quæsitæ.

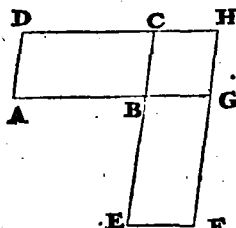
Prob. Ductis rectis AD. CD.
a erit angulus ADC. in semicir- a 31. 3.
culo rectus, & à vertice D. ad
basim AC. ducta perpendicula-
ris DB. facit b duo triangula æ- b 8. 6.
quiangula: c ergo proportiona- c 4. 6.
lia: ergo ut AB. ad BD. ita BD.
ad BC. est ergo BD. media pro-
portionalis inter AB. BC. Q. E. D.

Corollarium.

*Hinc quævis recta à circumferentia
ad diametrum perpendicularis ducta,
media proportionalis est inter diametri
segmenta.*

PROPOSITIO XIV.

Th. 9.

*Æqualium**A C. B F.**& unum**G ABC. uni**E B G. æ-**qualem ha-**bentiũ an-**gulum, pa-*

rallelogrammorum, reciproca sunt latera A B. B G. E B. B C. quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum, unum angulum uni angulo, æqualem habentiũ, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.

Prob. Jungantur parallelogramma ad angulum æqualem B. ita ut A B.

a 14.

c 15.1.

b 7.3.

c 1.6.

d 11.5.

e 1.6.

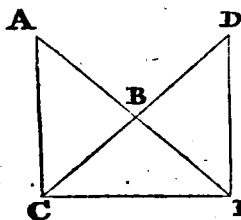
f 9.5.

& B G. jaceant in directum a jacebunt & reliquæ E B. B C. perficiatur parallelogrammũ BH. ergo ut FB. ad BH. ita b erit BD. ad BH. sed ut FB. ad BH. ita c est EB. ad BC. & ut DB. ad BH. ita AB. ad BG. igitur ut E B. ad BC. d ita est AB. ad BG.

Prob. 2. pars. Ex hypoth. EB. ad B C. est ut AB. ad B G. ergo e E G. ad BH. est ut DB. ad B H. f ergo parallelogramma æqualia sunt. Q. E. D.

P R O-

LIBER SEXTUS. 279
PROPOSITIO XV.



Æqualium Tb. 10.

A B C.

D B E.

& unum

B. uni B.

equalem

habentium

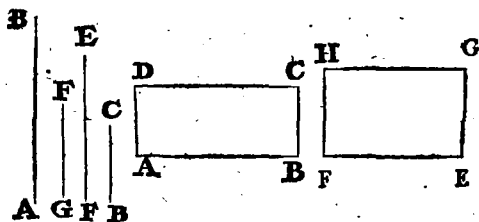
*angulum, triangulorum reciproca
sunt latera ut AB. ad BE. ita DB.
ad BC. quæ circum æquales angulos
B, & quorum triangulorum, unum
angulum uni æqualem habentium
reciproca sunt latera, quæ circum
æquales angulos, illa sunt æqualia.*

Prob. Sic junge triangula ad angu-
lum æqualem B. ut AB. BE. jaceant
in directum, ducta CE. a erit ut a 7. 5.
A B C. ad B C E. ita D B E. ad B C E. sed
ut A B C. ad B C E. ita b A B. ad B E. & b 1. 6.
ut D B E. ad B C E. ita B D. ad B C. Si-
militer demonstratur A B C. D B E. esse
æqualia, si fit ut AB. ad BE. ita DB. ad
BC. Nam cum ponatur ut AB. ad BE.
ita DB. ad BC. & ut A B. ad B E. ita
triangulum A B C. ad B C E. & ut D B.
ad B C. ita D B E. ad B C E. erit ut A B C.
ad B C E. ita D B E. ad B C E. ergo trian-
gula A B C. D B E. c sunt æqualia. Q. E. D. c 9. 5.

A a 2.

P R Q-

280 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XVI.

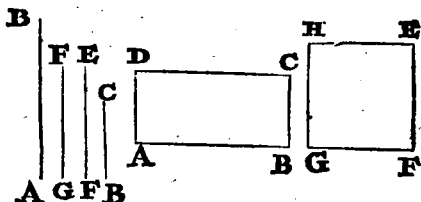


th. II. Si quatuor rectæ A.G.F.B. proportionales fuerint: quod sub extremis AB. BC. comprehenditur rectangulum AC. æquale est ei, quod sub mediis EF. FG. comprehenditur rectangulo FG. Et si sub extremis AB. BC. comprehensum rectangulum AC. æquale fuerit ei quod sub mediis GF. FE. continetur rectangulo FG. illa quatuor rectæ proportionales sunt.

Prob. 1. Anguli recti B. & E. sunt æquales, & ut se habet AB. ad EG. ita EF. ad BC. ergo latera circa æquales
a 14. 6. angulos B. & E. sunt reciproca, & ergo parallelogramma AC. FG. sunt æqualia.

Prob 2. Æqualia sunt rectangula AC. FG. & habent angulos æquales, nempe rectos B. & E. ergo b latera circa hos angulos reciproca erunt etiam b proportio-
nalia. Q. E. D. PRO-

LIBER SEXTUS. 281
PROPOSITIO XVII.



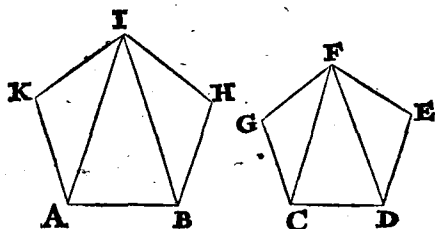
Si tres rectæ AFB. sint proportionales Th. 12. les: quod sub extremis AB. BC. comprehenditur rectangulum AC. æquale est ei, quod à media F. describitur quadrato EG. Et si sub extremis AB. AC. comprehensum rectangulum AC. æquale sit ei quod à media F. describitur quadrato EG. illæ tres rectæ proportionales erunt.

Prob. 1. pars. Sume rectam GF. æqualem ipsi FE. erunt quatuor rectæ AG. FB. proportionales, eritque quadratum EG. comprehensum sub mediis FG. EF. æ ergo rectangulum AC. æquale erit quadrato GE.

Prob. 2. Quadratum FG. mediæ EF. (vocemus parallelogrammum) rectangulo AC. sub extremis AB. BC. æquale a 16. 6. ponitur, & habent angulos æquales: ergo latera ut proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca adeoque proportionalia. **N O T A.**

Ex hac & precedenti, cujus quasi repetitio est, infertur fundamentum regule vulgò dictæ de Tri, &c.

PROPOSITIO XVIII.

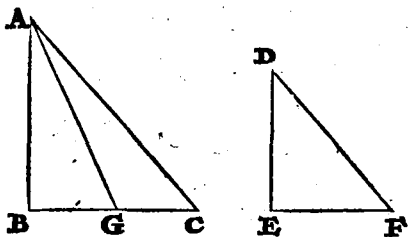


Prob. 6. Super data recta AB. dato rectilineo CDEFG. simile, similiterque positum rectilineum. ABHIK. describere.

Datum rectilineum resolve in triacula, ductis rectis puta CF. DF. Ad punctum
 a 32. 1. A. ^a fiat angulus IAB. æqualis ipsi FCD. & ipsi FDC.
 b 32. 1. æqualis IBA. & ^b consequenter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triacula FCD. IAB.
 c 4. 6. & similia ^c & ut CF. ad AI. ita CD. ad AB. Ad rectam AI. fac simi-

similiter triangulum IKA . æ-
 quiangulum triangulo FGC .
 & quia anguli BAI . IAK . æ-
 quales sunt angulis DCF . FCG .
 totales KAB . GCD . æquales
 erunt, & latera proportionalia.
 Idemque repetendum, donec
 omnia triangula eodem ordine
 quo jacent absolvantur, sicque
 totum rectilineum toti rectili-
 neo ^d simile erit, & super da-
 tam AB . similiter descriptum. ^{d 1. Def.}
 Q. E. F.

PROPOSITIO XIX.



Th. 13. Similia triangula ABC. DEF. inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.

Quando triangula sunt æqualia, hoc est quando BC . EF . nec non tertia proportionalis BG . sunt æquales, res est manifesta.

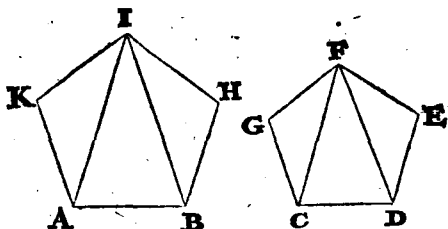
Quando vero latera BC . EF . sunt inæqualia, demonstratur, hoc modo. Sit BC . latus, latere EF . majus, & ex BC . abscindatur ^a rectis BC . EF . tertià proportionalis BG . ducaturque recta AG . Quia igitur angu-

angulus B. est æqualis E. & propter similitudinem triangulorum, ut A B. ad B C. ita D E. ad E F. & permutando ut A B. ad D E. ita B C. ad E F. hoc est E F. ad B G. erunt circa angulos æquales B. E. latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangu-
la A B G. D E F. erunt æqualia; & per 7. quoniam ut triangulum A B C. ad A B G. ita erit idem triangulum A B C. ad D E F. ut autem A B C. ad A B G. ita est per 1. hujus B C. ad B G. Ergo A B C. ad D E F. erit ut B C. ad B G. hoc est in duplicata ratione per 10. def. 5. Q. E. D.

Corollarium.

Si tres linea fuerint proportionales, ut prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulum super secundam.

PROPOSITIO XX.



Tb. 14. *Similia polygona in similia triangula dividuntur, & numero aequalia, & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.*

Sint polygona similia ABHIK. CDEFG. habentia angulos $\propto$ uales K. G. Itemque I. F. & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos $\propto$ uales, puta ut AB. ad BH. ita CD. ad DE. &c.

Dico 1. illa dividi in triangula similia & numero $\propto$ ualia. Prob. ab angulis I. & F. duc rectas ad angulos oppositos A B. C D. divisa erunt illa polygona in triangula numero $\propto$ ualia: quod etiam similia sunt.

Prob. Anguli K. & G. sunt $\propto$ uales, & circa ipsos latera sunt proportionalia. a ergo $\propto$ quiangula sunt triangula IKA. FGC. ergo similia. Eadem ratione erunt similia triangula IHB. FED. dein ut IB. ad BH. ita FD. ad DE. ut autem HB. ad BA. ita ED. ponitur ad DC. b erit ex $\propto$ quo ut IB. ad BA.

LIBER SEXTUS. 287

ad BA. ita FD. ad DC. & quoniam angulus HBA. ipsi EDC. est æqualis, & ablati HBI. ablato EDF. erunt reliqui IBA. FDC. æquales. Ergo triangula IBA. FDC. æquiangula erunt & similia, eademque ratio de omnibus.

Dico 2. quod sicut unum triangulum ad triangulum sibi respondens alterius polygoni: ita esse polygona tota inter se.

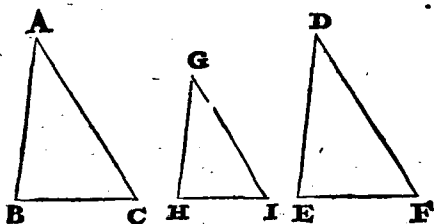
Prob. Quia omnia triangula sunt similia, singula singulis: d ergo sunt in duplicata ratione laterum homologorum; cumque singula singulis probata sint proportionalia, sic ut in triangulo unius sunt omnia antecedentia, in alio consequentia proportionum, eut unum antecedens est ad unum consequens ita omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est ergo polygonum ad polygonum ut triangulum ad triangulum: ergo ea triangula sunt totis homologa, & quia triangula sunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB. CD. Q. E. D.

Corollarium.

Hinc si fuerint tres rectæ proportionales, ut est prima ad tertiam ita polygonum super primam descriptum ad polygonum super secundam simile similiterque descriptum, vel etiam polygonum super tertiam simile similiterque descriptum.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

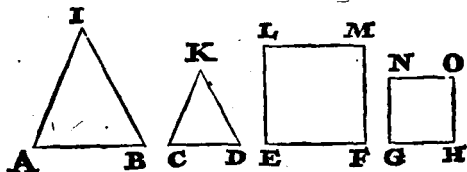


Tb. 15. Quæ eidem rectilineo GHI. sunt similia ABC. DEF. & inter se sunt similia.

Prob. Anguli A. & D. ponuntur æquales uni G. ergo & inter se, eodemque modo singuli singulis : ^a latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus ejusdem tertii sunt proportionalia : ergo cum habeant angulos æquales & latera circa eos proportionalia, ^b sunt similia. Q. E. D.

^b 1.
Def. 6.

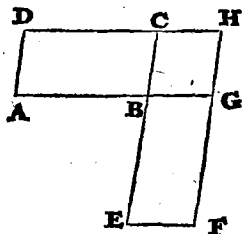
PROPOSITIO XXII.



Si quatuor rectæ AB. CD. EF. GH. proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta ABI. CDC. & ME. NH. proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ rectæ proportionales erunt. Tb. 16.

Prob. Triangulum ABI. est ad triangulum CDK. in duplicata a ratione lateris AB. ad CD. similiter EM. ad GO. ut EF. ad GH. adeoque erit ABI. ad CDK. ut EM. ad GO. Q. E. D. Jam vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectæ super quas positæ sunt, proportionales erunt: nam ratio unius figuræ ad alteram b est rectæ ad rectam duplicata: b 19. & ergo ratio laterum eadem erit, nempe c 20. 6. ut AB. ad CD. ita EF. ad GH. ergo c 7. 5. illarum latera proportionalia erunt. Q. E. D.

PROPOSITIO XXIII.



Th. 17. *Æquiangula parallelogramma AC. BF. inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur AB. ad BG. & EB. ad BC.*

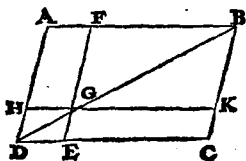
Sint parallelogramma AC. BF. habentia angulos ad B. æquales, & ita disposita ut appositæ figura resultet. Nunc ratio AC.

a 10. ad BF. æqualis est rationi a.

Def. 5. AC. ad BH. una cum ratione BH. ad BF. itidem æqualis ra-

b 1. 6. tioni b. AB. ad BG. cum ratione CB. ad BE. Q. E. D.

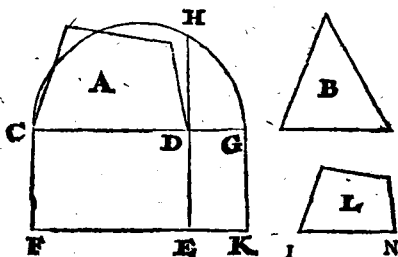
PROPOSITIO XXIV.



In omni parallelogrammo AC . *th. 12.*
 qua circa diametrum DB . sunt
 parallelogramma FK . HE . & toti
 AC . & inter se sunt similia..

Parallelogramma HE . FK .
 cum toto angulum commu-
 nem habentia reliquosque per
 29. 1. æquales ut BAD . GHD .
 BFG . ipsis BCD . GED .
 BKG . æquiangula erunt, adeo-
 que latera per 4. 6. proportio-
 nalia, constituunt parallelogram-
 ma cum toto & inter se similia.
 $Q.E.D.$

292. ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XXV.

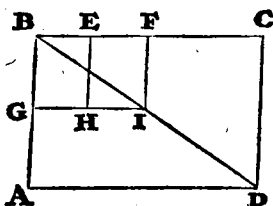


Prob. 7. Dato rectilineo A. simile, similiterque positum, & alteri dato B. æquale L. constituere.

Prax. Ad dati rectilinei A. latus CD. a fiat rectangulum CE. æquale ipsi A. Producaturs CD. versus G. super DE. in angulo EDG. fiat rectangulum DK. b æquale ipsi B. c fiat inter CD. DG. media proportionalis DH. equalis ipsi N. d 18. 6. super quam fiat d rectilineum L. simile ipsi A. similiterque positum, eritque rectilineum L. æquale dato B. & simile ipsi A. e *Ux* Prob. Rectæ CD. DH seu IN. DG. e sunt conf. f 19. & proportionales: fergo erit ut prima CD. 20. 6. ad tertiam DG. ita rectilineum super primam, id est A. ad rectilineum super secundam, id est L. sed ut CD. ad DG. gita parallelogrammum CE. hoc est A. ad DK. hoc est B. h ergo erit ut A. ad B. ita i 9. 5. A. ad L. i ideoque rectilinea B. & L. erunt æqualia. Q. E. D.

PRO-

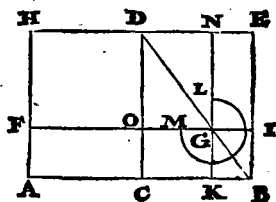
PROPOSITIO XXVI.



*Si à parallelogrammo BD. pa-
rallelogrammum FG. ablatum sit,
& simile toti, & similiter positum:
communem cum eo habens angulum
FBG. circa eandem cum toto dia-
metrum BD. consistet.*

Si neget: transeat alibi diameter puta
per H. à quo puncto ducatur ex H.
recta HE. parallela BG. tunc pa-
rallelogramma BD. BH. circa can-
dem diametrum BHD. a erunt simi-
lia: b quare erit ut BA. ad AD. ita BG. a 24.6
ad GH. Sed ut BA. ad AD. ita BG. ad
GI. unde per 9. 5. GH. æqualis GI. pars
toti. Q. E. A.

PROPOSITIO XXVII,



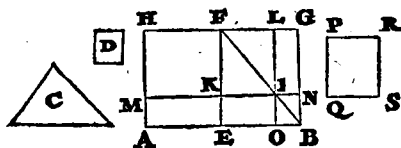
Th. 20. *Omniū parallelogrammorum secundum eandem rectam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur; maximum est id quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.*

SUPER AC. semissem totius AB. applicatum sit parallelogrammum AD. ita ut à toto AE. deficiat parallelogrammo CE. quod est æquale & simile ipsi AD. Deinde ad quodvis aliud segmentum AK. sit applicatum

catum aliud parallelogrammum
 A G. ita deficiens, ut defectus sit
 parallelogrammum K I. simile
 ipsi C E. hoc est circa commu-
 nem diametrum B G D. Dico
 A G. minus esse parallelogram-
 mo A D. Probatur.

1. Parallelogramma A D.
 C E. F D. O E. sunt ^a æqualia ^a 36. r.
 ut & ^b C G. G E. adeoque ad- ^b 43. r.
 dito comuni K I. erit C I.
 hoc est A O. æquale ipsi K E.
 addito comuni C G. erit A G.
 æqualis gnomoni L G M. minor
 parall. C E. hoc est A D. pa-
 rall. Q. E. D.

296 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XXVIII.

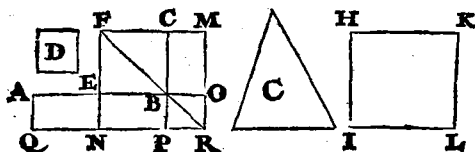


Prob. 8. *Ad datam rectam AB. dato rectilineo C. equale parallelogrammum AI. applicare : deficiens figura parallelogramma ON. quæ similis sit alteri parallelogrammo dato D. Oportet autem datum rectilineum C. cui equale applicandum est AI. non majus esse eo, quod ad dimidiam AE. applicatur, cum similes fuerint defectus, & ejus quod ad dimidiam applicatur, & ejus cui simile deesse debet.*

Rectam AB. ut prius biseca in E. super mediam EB. fac parallelogrammum EG. simile ipsi D. similiterque positum : & comple parallelogrammum BH. Si EH. ipsi C. est æquale, factum est quod petitur : nam est applicatum ad AB. & deficit parallelogrammo EG. simili ipsi D. Si EH.
& ipsi

& ipsi æquale b E G. sit majus quam C. b 36. 7.
 (nam minus esse non debet, cum E H.
 sit c maximum eorum quæ applicari c 27. 6.
 possunt ad A B.) si inquam sit majus, d 45. 1.
 d reperta quantitate excessus, e fac pa-
 callelogrammum Q R æquale exces-
 sui, & simile similiterque positum ipsi que.
 D. & parallelogrammo Q R. aliud æ- c 25. 6.
 quale similiter positum K L. f quod f 44. 1.
 erit circa diametrum, sicque remane-
 bit gnomon L I K. æquale rectilineo
 C. Jam productis L I. K I. erit paral-
 lelogrammum A I. ad rectam A B. ap-
 plicatum & deficiens parallelogrammo
 O N. g simili ipsi E G. hoc est ipsi D. g 24. 6.
 Quod autem A I. sit æquale ipsi C. sic
 probo. Complementa - L N. K O.
 h sunt æqualia, ergo addito communi g 43. 2.
 N O. erit O G. æquale ipsi E N. hoc
 est A K. Ergo si æqualibus A K. O G.
 addas commune K O. erit A I. æquale
 gnomoni L I K. hoc est rectilineo C.
 Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

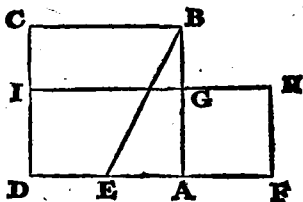


Prob. 9. Ad datam rectam AB. dato rectilineo C. æquale parallelogrammum applicare, excedens rectam datam AB. figura parallelogramma PO. qua fit similis dato alteri parallelogrammo D.

a 18.6. Super rectam EB. mediam datæ AB. fiat parallelogrammum EC. simile ipsi D. similiterque positum: tum rectilineo C. & parallelogrammo
b 25.6. EC. fiat b æquale aliud parallelogrammum IK. cui æquale est NM. simile ipsi D. Completis parallelogrammis QE. NB. PO.

PO. erit AR. quæsitum. Etenim
 NM. est positum æquale ipsis
 EC. & C, ablato communi EC.
 gnomon ER C. ipsi C. erit
 æqualis. Et quia æqualia ^c c 36.1.
 sunt QE. NB. & æqualia
^d NB. BM. si loco ipsius ^d 43.1.
 BM. substituatur æquale QE.
 erit parallelogrammum AR. æ-
 quale gnomoni ER C. ideoque
 etiam rectilineo C. Quare ad
 rectam AB. applicatum est pa-
 rallelogrammum AR. æquale
 dato rectilineo C. excedens
 rectam AB. figura parallelo-
 gramma PO. quæ similis est
 dato parallelogrammo D. cum
 sit circa eandem diametrum
 cum ipso EC. quod positum
 est simile ipsi D. Q. E F.

PROPOSITIO XXX.

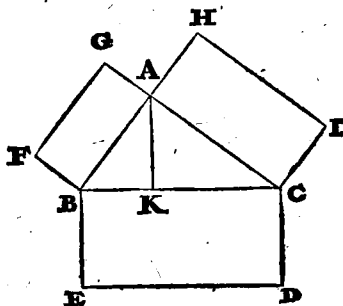


Pr. 10. *Propositam rectam terminatam
AB. extrema ac media ratione
secare in G.*

^a 11.2. ^a **D**IVIDATUR AB. in G.
ita ut rectangulum CG.
sub tota AB. & segmento BG.
sit æquale quadrato AH. alterius
^b 17.6. segmenti AG. tunc enim tres
rectæ proportionales ^b erunt; &
erit ut tota AB. ad AG. ita
^c 3. Def. AG. ad GB. Ergo AB. secta
est in G. ^c secundum extremam,
& mediam rationem. Q. E. F.

PRO-

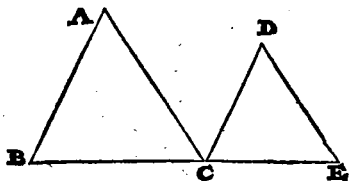
PROPOSITIO XXXI.



In triangulo rectangulo ABC. figura Th. 20. quavis BD. descripta à BC. subtendente rectum angulum BAC. aequalis est figuris FA. AI. quæ priori illi similes & similiter posita, à lateribus BA. CA. rectum angulum continentibus, describuntur.

POLYGONÆ figuræ FA. AI. BD. ponuntur similes a ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorundem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA. AC. b habeant rationem æqualitatis cum tertio BC. habebunt & polygonæ FA. AI. rationem æqualitatis cum tertio BD. c ergo eidem erunt æqualia. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXII.

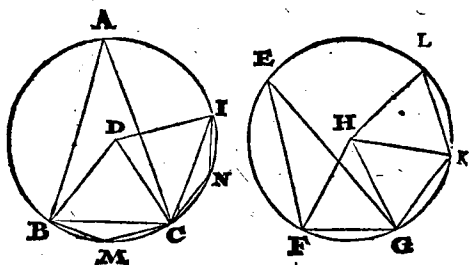


Th. 21. Si duo triangula ABC . DCE .
 qua duo latera AB . AC . duo-
 bus lateribus DC . DE . pro-
 portionalia habeant, secundum
 unum angulum ACD . compo-
 sita fuerint, ita ut homologa eo-
 rum latera AB . DC . AC . DE .
 sint etiam parallela, tum reliqua
 illorum triangulorum latera BC .
 CE . in rectam lineam BE . collo-
 cata reperientur.

PROB. Latera homologa AB .
 DC . AC . DE . ponuntur
 a 29.1. parallela, ^a ergo anguli alterni A .
 & ACD . sunt æquales & D .
 eidem ACD . ergo A . & D .
 æqua-

æquales. Hos æquales angulos
 circumstant latera proportiona-
 lia ex hypoth. ^b ergo triangula ^b 6. 6.
 sunt æquiangula, habentque æ-
 quales angulos B. & D C E.
 additis ergo æqualibus A. &
 A C D. erunt B. & A. duobus
 angulis D C E. A C D. hoc est
 angulo A C E. æquales. Ergo
 addito communi A C B. erunt
 tres anguli A. B. C. duobus A C E.
 A C B. æquales; ^c illi autem ^c 32. 1.
 tres valent duos rectos, ergo &
 hi duo. Ergo ^d B C. C E. unam ^d 14. 2.
 rectam constituunt. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXIII.



76. 22. In aequalibus circulis $ABCI$. $EFGL$. anguli A . E . D . H . eandem habent rationem, cum ipsis peripheriis BC FG . quibus insistant: sive ad centra D . H . sive ad peripherias A . E . constituti insistant: insuper vero & sectores BDC . FHG . quippe qui ad centra, insistant.

PROB. Ductis BC . FG .
 a 1. 4. ad C . ^a applica CI . æqualem ipsi BC . & ad G . & K .
 GK . KL . æquales singulas ipsi FG .

FG. ductis ID. KH. LH.
 sic dico; rectæ BC. CI. po-
 nuntur æquales, ^b ergo & arcus ^b 28. 3.
 BC. CI. ^c ergo & anguli BDC. ^c 27. 3.
 CDI. æquales. Idemque est de
 arcubus FG. GK. KL. & an-
 gulis ad H. qui ipsis insistant.
 Ergo quam multiplex est arcus
 BCI. ipsius BC. tam multi-
 plex erit angulus BDI. ipsius
 BDC. & quam multiplex ar-
 cus FGKL. ipsius FG. tam
 multiplex erit angulus FHL.
 ipsius FHG. ^d ergo si arcus ^d 27. 3.
 BCI. FGKL. sint æquales,
 erunt & anguli BDI. FHL.
 æquales. Si eorum arcuum unus
 sit major, major erit & angulus,
 si minor, minor: ^e Ergo erit ^e 6.
 ratio arcus BC. ad FG. eadem ^{Def. 5.}
 quæ est anguli BDC. ad FHG.
 Et quia anguli ad D. & H. sunt
^f dupli angulorum ad A. & E. ^f 20. 3.
 & eadem erit ratio angulorum A. ^g 15. 5.
 & E. quæ D. ad H. & sic eadem

anguli A. ad angulum E. quæ arcus BC. ad arcum FG.

Rursus, in æqualibus segmentis BG. CI. si fiant anguli BMC. CN I. ^h æquales erunt; cum insistant æqualibus arcibus BAC. ^h 27.3. CAI. ergo ⁱ similia sunt segmenta BMC. CN I. & æqualia, cum sunt super æquales BC. CI. additis ergo triangulis BDC. CDI. quæ æqualia sunt, erunt sectores BDC. CDI. æquales. Ergo tam multiplex est sector BDI. sectoris BDC. quam multiplex arcus BCI. arcus BMC. Idem ostendetur de sectore FHL. Ergo si æqualis sit arcus BCI. arcui FGL. sector quoque BDI. æqualis erit sectori FHL. si deficiat, deficiet, si excedat, excedet. Ergo quæ est ratio arcus BC. ad arcum FG. eadem erit & sectoris BDC. ad sectorem FHG. Q. E. D.

Selectiones hujus libri sunt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 13. 14. 16. 19. 31.

F I N I S.