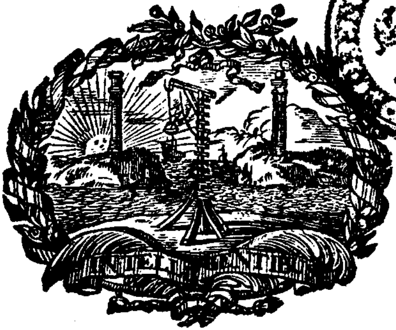
EUCLIDIS ELEMENTORUM SEX PRIORES LIBRI

Recogniti

OPERA

CHRISTIANI MELDER,

Matheseos Prof.



LUGD. BATAV. & AMST.

Apud DANIELEM, ABRAHAMUM & ADRIANUM à GAESBEECK.

cIɔ Iɔc LXXIII.

PRÆFATIO

AD

LECTOREM.

Inter plurimos qui ſex priora Euclidis Elementa commentariis illuſtrarunt non minimam laudem meretur Georgius Fournier. Qui prolixas obſcuraſque demonſtrationes evitando, claras ac ſuccinctas ſubſtituit, Lectorum attentionem ſine imaginationis confuſione ut ſibi conciliaret.

Præter figurarum intricatam exiguitatem primum nil diſplicuit; quas proinde ſimpliciter mutare decreveram: Sed in ipſo operis proceſſu non tantum multa ex Clavio, Tacqueto, Barrow aliiſque adjeci, verum perplurimas demonſtrationes ita immutavi, præſertim in poſterioribus libris, ut

nullo

nullo modo nomen meum reticere potuerim; quod in hunc finem moneo, ne quis me injuriam D° Fournier fecisse putet. Aliorum labores pro meis venditare nec studeo nec soleo. Agnosco pleraque ipsius esse. Correctiora vel ante annum prodiissent, nisi execrabilis bellorum turba, variaque hinc nata impedimenta intercessissent. Cæterum applausum si obtinuerint quæ appoſui ad meliora ac magis grata inſtigabor. Vale.

3.8.625

EVCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM.

DEFINITIONES.

1. *Punctum est, cujus pars nulla.*

Græcè legitur σημεῖον, signum hoc est à quo incipit designatio quantitatis finitæ. Idem intellige de linea ac superficie, non quod ex fluxu puncti aut lineæ originem traxerint.

 2. *Li-*

2. *Linea vero longitudo non lata.*

Linea talis nulla ducitur à parte rei; ſed ſicut punctum, ita & linea ſignum ſeu initium eſt quantitatis latæ.

3. *Lineæ autem termini ſunt puncta.*

Id eſt longitudinis determinatæ principium & finis eſt punctum: per infinitam autem lineam Euclides intelligit lineam cujuſvis magnitudins, ſeu indeterminatam.

4. *Recta linea eſt, quæ ex æquo ſua interjacet puncta.*

Sive cujus extrema obumbrant omnia media, ut dixit Plato: vel minima earum quæ terminos habent

bent eosdem, ut vult Archimedes.

5. *Superficies vero est quæ longitudinem latitudinemque tantum habet.*

6. *Superficiei autem extrema sunt lineæ.*

Hæc definitio intelligenda est tantùm de superficie plana vel mixta, non autem de circulari; quando enim habet extremum, lineam tantùm habet, non lineas.

7. *Plana superficies, est quæ ex æquo suas interjacet rectas.*

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana superficie sunt intelligenda.

8. *Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum jacentium, alterius ad alteram inclinatio.*

Hic causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt. Formalis est alterius in alteram inclinatio. Unde sequitur primò, quòd illæ duæ lineæ non ita se debent tangere, ut jaceant in directum, id est, ut unicam rectam constituant lineam; sed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas consistit in majori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

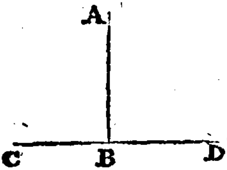
Sequitur 3. non esse necesse, ut duæ lineæ post contactum productæ se mutuò secent, ut vult Pel-

Pelletarius: id enim tantùm eſt verum in angulis rectilineis: ſed ſufficere, ut ſe tangant & inclinentur.

Denique ſi angulus ille ſit in ſuperficie plana, dicetur planus. In omni vero figura, licet quemlibet angulum tribus litteris appellemus, ille tamen ſemper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. *Cum autem continentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.*

Si utraque curua, curuilineus: ſi curua altera, altera recta; mixtus.

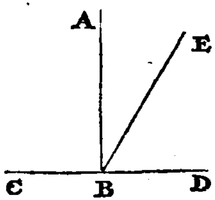


10. *Cum verò recta* AB. *super rectam* CD. *stans, eos qui sunt deinceps* ABC. ABD. *angulos, æquales inter se facit, rectus est uterque æqualium angulorum, & insistens recta* AB. *perpendicularis vocatur ejus cui insistit* CD.

Tunc angulus uterque dicitur æqualis, quando recta AB. non magis in C. quam in D. inclinat.

Quod autem Græci dicunt κάθετος Latinè redditur perpendicularis; frequentius tamen utuntur Mathematici verbo Græco quam Latino, maximè in Optica: unde apud eos nihil usitatius quàm ἡ κάθετος, imo Latine reddunt Cathetum.

11. *Ob-*



11. *Obtusus angulus* EBC. *est, qui major recto* ABC.

Nempe quia recta EB. magis recedit à subjecta GD. quàm perpendicularis AB.

12. *Acutus vero* EBD. *qui minor recto* ABD.

13. *Terminus est quod alicujus est extremum.*

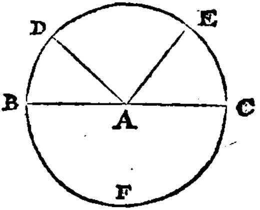
Talia sunt, punctum, linea superficies: nempe punctum lineæ, linea superficiei, & superficies corporis.

14. *Figura est quæ sub aliquo, vel sub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit sub aliquo, nempe quia circulum & ellipsim, unicus terminus, hoc est linea circularis, comprehendit: ad rectilineas verò figuras, plures semper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non vero tantum terminare. Unde sequitur 1. Quod lineæ nulla proprie est figura, cum puncta lineam, non ambiant, sed solum terminent. Sequitur 2. quod superficiei infinitæ vel corporis infiniti; si quod dari posset, figura nulla sit, 1. quia omnis figura debet ambire, & comprehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremum rei: Quomodo vero

vero id quod habet finem & extrema, erit infinitum?



15. *Circulus est figura plana sub una linea* A. B. C. *comprehensa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum quæ intra figuram sunt posita, omnes cadentes rectæ* DA. DB. DC. *æquales inter se sunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphæricorum lib. 1. deff. 1. & 2. idem habet, definitione vero 5. sic polum describit.

Polus

Polus circuli in Sphæra, eſt punctum in ſuperficie Sphæræ, à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, ſunt inter ſe æquales. Ex quibus colliges inter centrum, & polum hoc tantum eſſe diſcriminis, quod centrum concipiatur intra figuram poſitum: Polus vero in ſuperficie Sphæræ.

17. *Diameter autem circuli eſt recta quædam* AB. *per centrum* D. *ducta, & terminata ex utraque parte, à circuli peripheria* A. *&* B. *quæ & bifariam ſecat circulum.*

Hic tria obſervabis 1. omnes Diametros ejuſdem circuli eſſe æquales inter ſe, cum earum medietates ex def. 15. ſint æquales. 2. Quod ſequitur ex 1. eſt quod licet in circulo poſſint infinitæ duci

duci rectæ non transeuntes per centrum, solæ tamen rectæ per centrum ductæ, & in peripheria terminatæ dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ vero inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cujusque rei, ait Ptolomęus, in Analemmate, debet esse stata determinataque, non indefinita. Unde non est quod mirentur tyrones si in fœminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est Diameter quod linea dimetiens, vel in duo æqualia dividens.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionem semicirculi sic coaptari portioni reliquæ ut diameter sit utriusque basis. Si circumferentia una congruat penitus

nitus circumferentiæ alteri, manifestum est illas duas portiones à diametro factas, esse inter se æquales, cùm neutra aliam excedat. Si verò circumferentia una non congruat cum altera, sed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem est figura quæ continetur sub diametro* AB. *& sub ea linea* ADB. *quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Segmentum circuli est figura quæ continetur sub recta & circuli peripheria.*

Per rectam hic intellige omnem non diametrum, nisi item velis semicirculum dicere segmentum.

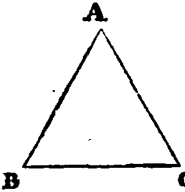
20. *Recti*

20. *Rectilineæ figuræ sunt quæ sub rectis continentur.*

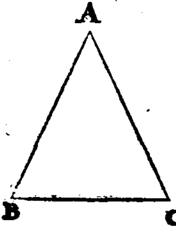
21. *Trilateræ quidem quæ sub tribus.*

22. *Quadrilateræ verò quæ sub quatuor.*

23. *Multilateræ autem quæ sub pluribus quam quatuor rectis comprehenduntur.*

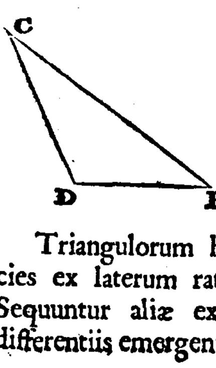


24. *Trilaterum porro figurarum, æquilaterum triangulum est quod tria latera habet æqualia.*



25. *Iſoſceles autem, quod duo tantum habet æqualia* A B. A C.

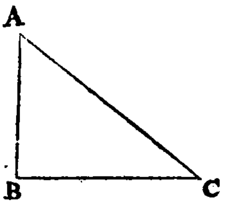
Σκέλος, τὸ, crus Græcis eſt, unde compoſitum ἰσοσκελὴς qui æqualibus eſt cruribus: τρίγωνον ἰσοσκελές; quod è tribus lineis duas æquales habet, quibus quaſi cruribus inſiſtit.



26. *Scalenum verò quod tria inæqualia habet latera.*

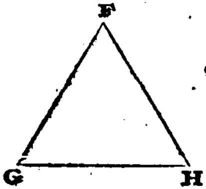
Triangulorum hæ ſunt ſpecies ex laterum ratione petitæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

27. *Ad*



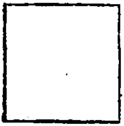
27. *Ad hæc etiam trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum* ABC.

28. *Amblygonium est quod habet obtusum angulum, hoc est, majorem recto.*



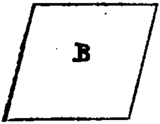
29. *Oxygonium vero quod tres acutos habet angulos, hoc est, minores recto.*

Not. In omni triangulo cujus duo quæcunque latera expressè nominantur, ſolet reliquum latus à Mathematicis, baſis dici, ſive illud in ſitu locum infimum occupet, ſive ſupremum.



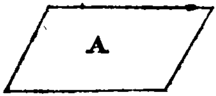
30. *Quadrilaterum autem figurarum quadratum quidem eſt quod æquilaterum eſt & rectangulum.*

31. *Altera parte longior figura eſt, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.*

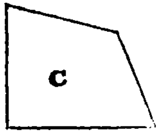


32. *Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.*

33. *Rhom-*



33. Rhomboides vero quæ adversa, & latera, & angulos æqualia inter se habens, neque æquilatera est, neque rectangula.



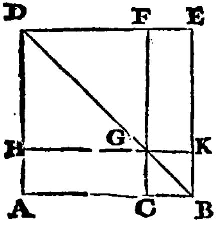
34. Præter has autem reliquæ quadrilateræ, Trapezia appellentur.

35. Parallelæ sunt rectæ, quæ in eodem plano existentes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neutram mutuo incidunt.

Ad hoc ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non sufficit ut productæ in infinitum non concurrant.

Sic enim duæ rectæ in transversum positæ re aliqua interposita, & non se tangentes, dicerentur parellelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, ut sint in eodem plano.

36. *Parallelogrammum est figura quadrilatera, cujus bina opposita latera sunt parallela seu æquidistantia.*



37. *Cum vero in parallelogrammo diameter* BD. *ducta fuerit, duæque rectæ* CF.HK. *lateribus parallelæ secantes diametrum in uno eodemque puncto* G. *ita ut parallelogrammum distri-*

distributum sit in quatuor parallelogramma; per quæ diameter non transit scil. AG. GE. *appellantur complementa eorum quæ circa diametrum consistunt ut* HF. GE.

POSTULATA.

1. *Postuletur à quovis puncto* A. *ad quodvis punctum* B. *rectam lineam* AB. *ducere.*

2. *Et terminatam rectam* AB. *in continuum recta producere in* C.

3. *Et quovis centro, & intervallo circulum describere.*

Communes notiones seu Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia.*

2. *Et si æqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt æqualia.*

3. *Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.*

4. *Et si inæqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt inæqualia.*

5. *Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.*

6. *Et quæ ejusdem duplicia, inter se sunt æqualia.*

7. *Et quæ ejusdem dimidia, inter se sunt æqualia.*

8. *Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.*

Id est, quæ collata, ita componuntur, ut pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem rectæ & æquales congruunt, uti & anguli.

9. *Et totum parte majus est.*

10. *Et omnes anguli recti æquales inter se sunt.*

11. *Si in duas rectas recta incidens interiores, & ad easdem partes angulos duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter se*

ſe ad eas partes, in quibus ſunt anguli duobus rectis minores.

Scio principium hoc obſcurum quibuſdam, & à Gemino & Proclo rejectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus communibus rejici, quod unus aut alter ei aſſenſum neget: oporteret enim & nonum expungere. Jam enim ſunt aliqui Philoſophi adeo ſubtiles ut negent totum ſua parte majus. His & illis ſufficiat dicere Euclidem cæteroſque omnes, hæc omnia ex ſola terminorum notione, evidentia cenſuiſſe, & exiſtimaſſe ſenſu communi carere, qui ea negaret. Ne ſcrupulus remaneat, illud demonſtrat Clavius prop. 28. l. 1.

12. *Duæ rectæ ſpatium non comprehendunt.*

Id eſt ex omni parte concludunt.

13. *Omne totum eſt æquale omnibus partibus ſimul ſumptis.*

Plura talia axiomata excogitari poſſunt & ab aliis propoſita ſunt, ſed hæc ſufficere nullus dubito.

NOTA.

Quicquid proponitur vocatur propoſitio, eſtque vel problema vel Theorema.

Problema eſt propoſitio ubi aliquid proponitur efficiendum & concluſio ſemper talis eſt, quod erat faciendum.

Theo-

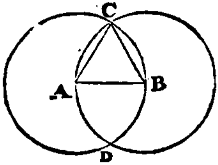
Theorema eſt propoſitio cum proponitur proprietas vel veritas de aliqua re demonſtranda, & concluſionis formula. Quod erat demonſtrandum.

Quicquid autem tanquam conſectarium aut lucrum ex demonſtratione ſequitur Corollarium appellatur.

Lemma inſuper vocatur demonſtratio præmiſſæ alicujus, ut quæſiti demonſtratio evadat brevior ac clarior.

PRO-

PROPOSITIO I.



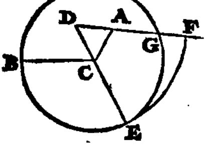
Super data recta terminata A B. *triangulum æquilaterum* A B C. *constituere.* *Problema I.*

Praxis. Ex centris A & B. ſpatio A B. deſcribe [a] duos circulos, & ex puncto ſectionis C. duc [b] rectas C A. C B. Dico triangulum A B C. eſſe æquilaterum. [a] 3. *Poſt.* [b] 1. *Poſt.*

Probatur. Recta A C. æqualis eſt [c] rectæ A B. & B C. [c] eidem: ergo rectæ A C. B C. æquales eidem A B. æquales ſunt [d] inter ſe. Ergo triangulum A B C. eſt [e] æquilaterum. Quod erat faciendum. [c] 15. *Def.* [d] 1. *Ax.* [e] 24. *Def.*

PROPOSITIO II.

Prob. 2.



Ad datum punctum A. *data recta* B C. *æqualem rectam* A F. *ponere.*

a 1. Post. b 1. 1. c 3. Post. d 2. Post.

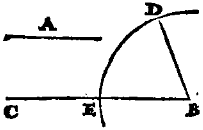
Prax. Jungatur [a] A C. Super ipsa A C. fac [b] triangulum æquilaterum C D A. centro C. spatio B C. duc [c] circulum: latus D C. produc [d] in E. centro D. spatio D E. duc circulum: latus D A. produc in F. Recta A F. æqualis est rectæ C B.

e Ex const. f 15. Def. g 3. Ax. h 1. Ax.

Prob. Rectæ D A. D C. sunt [e] æquales. Rectæ D E. æqualis [f] recta D F. [g] Ergo recta A F. rectæ C E. Rursum, recta [f] C E. æqualis est rectæ C B. [h] Ergo A F. ipsi C B. Quicunque autem alii ponantur casus, eadem semper erit constructio & demonstratio, ut bene notat Clavius ex Proclo.

PRO-

PROPOSITIO III.



Datis duabus rectis inæqualibus A. *&* B C. *de majori* BC. *minori* A. *æqualem rectam* B E. *detrahere.* Prob. 3.

Prax. Ad datum punctum B. datæ rectæ A. æqualem rectam D B. [a] pono. Centro B. spatio B D. duco [b] circulum, abscissa B E. est æqualis ipsi A. a 2. 1. b 3. *Post.*

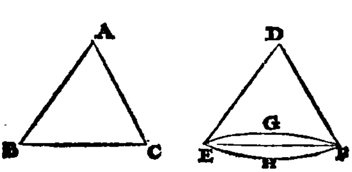
Prob. Recta B E. est [c] æqualis ipsi B D. quæ ponitur [d] æqualis ipsi A. Ergo abscissa B E. æqualis est [e] datæ A. Quod erat faciendum. c 15. *Def.* d *Ex const.* e 1. *Ax.*

SCHOLIUM.

Circino hoc ut & præcedens problema fieri potest secundum Tacquet; sed tunc ex sententia Procli nullo postulato satisfacit.

PROPOSITIO IV.

Theorema I.



Si duo triangula A. *&* D. *duo latera, duobus lateribus æqualia habeant utrumque utrique* hoc eſt A B. ipſi D E. & A C. ipſi D F. *habeantque angulos* A. *&* D. *lateribus illis contentos, æquales: Et Baſim* B C. *baſi* E F. *æqualem habebunt, & triangulum* A B C. *triangulo* D E F. *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erunt uterque utrique*, hoc eſt angulus B. angulo E. & angulus C. angulo F. æqualis erit, *ſub quibus æqualia latera* A B. ipſi D E. *&* A C. ipſi D F. *ſubtenduntur.*

Prob.

Prob. Latus A B. lateri D E. & latus A C. ipsi D F. & angulus A. angulo D. ponuntur æqualia: ergo si superponantur, [a] congruent: ergo & basis B C. basi E F. congruet. Adeoque totum triangulum toti triangulo super imposito æquale erit. Q.E.D. a 8. *Ax.*

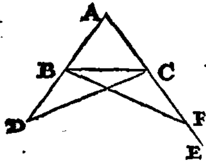
NOTA.

1. Proprietas trianguli in hoc theoremate proposita, cum ex terminorum explicatione videatur patere, posset assumi tamquam communis notio.

2. Quemadmodum duo latera cum angulo incluso inferant aequalitatem basium & angulorum; sic & vicissim dicendo, duo latera & bases aequales inferre angulos aequales. Adeoque octava propositio tanquam consectarium hujus haberi poterit.

PROPOSITIO V.

Theor. 2.



Isoscelis trianguli A B C. *qui ad basim sunt anguli* A B C. A C B. *inter se sunt æquales, & productis æqualibus rectis* A B. A C. puta in D. & E. *qui sub basi sunt anguli* C B D. B C F. *inter se æquales sunt.*

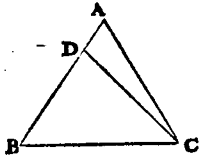
a 3. 1. Præparatio. Ex lineis A B. A C. productis, accipio a æqualia B D. C F.
b 1. Post. & b duco rectas C D. B F.

Prob. Triangulorum B A F. C A D. unum latus B A. Uni C A. & alterum
c Ex Hyp. F A. alteri D A. c æquale est. Et angulus B A C. utrique est communis : ergo
d 4. 1. d angulus A B F. æqualis est angulo A C D. & angulus A F B. angulo A D C. & basis B F. basi C D. æqualis. Rursus in triangulis B C D. C B F. latus C F. la-
e 3. 1. teri B D. e est æquale, & latus F B. probatum est æquale ipsi D C. & angulus D.
f 4. 1. angulo F. æqualis. Ergo f anguli C B D. B C F. infra basim sunt æquales & anguli B C D. C B F. æquales. Qui si tollantur ex æqualibus A B F. A C D. relinquent
g 3. Ax. angulos ad basim g A B C. A C B. æquales. quod erat demonstrandum. Thales fertur autor hujus propositionis.

Corollarium. Omne triangulum æquilaterum, est æquiangulum.

PRO-

PROPOSITIO VI.



Si trianguli A B C. *duo anguli* A B C. A C B. *aequales inter se fuerint, & sub aequalibus angulis subtensa latera* A B. A C. *aequalia inter se erunt.* Theor. 3.

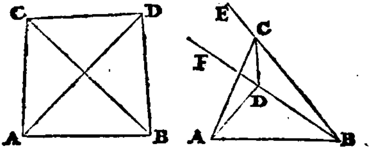
Si negas: pars unius B D. [a] fiat aequalis alteri C A. hoc posito; triangula D B C. A C B. se habent juxta quartam; nam latus B C. commune, & latera B D. C A. aequalia, & anguli D B C. A C B. aequales. Ego & totum triangulum aequale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. [b]

a 3. 1.

b 9. Ax.

Coroll. Omne triangulum aequiangulum, est aequilaterum.

PROPOSITIO VII.



Theor. 4. *Super eadem recta* AB. *duabus eiſdem rectis* AC. BC. *æquales aliæ duæ rectæ* AD. BD. *utraque utrique*, hoc eſt AC. ipſi AD. & BC. ipſi BD. *non conſtituentur ad aliud & aliud punctum*, puta D. *ad eaſdem partes, eoſdem terminos* B. & A. *habentes, cum duabus initio ductis rectis.*

Prob. Quia ſi poſſint duci duæ aliæ, ducantur in D. Ergo triangulum CAD. [a] eſt Iſoſceles: ergo anguli ACD. ADC. æquales. Rurſus triangulum CBD. eſt Iſoſceles. Ergo anguli BDC. BCD. ſunt æquales, cùm tamen angulus CDA. pars

a 5. 1.

pars anguli totalis C D B. probatus ſit æqualis totali angulo A C D. Idemque ſequetur incommodum ubicumque ſtatuatur punctum verſus eaſdem partes. Nam ſi ponatur punctum intra triangulum in D. ut in ſecunda figura, ductis A D. B D F. B C E. & D C. ſic dico. Rectæ A D. A C. ponuntur æquales, ergo [b] anguli A D C. A C D. ſunt [b] æquales: ſimiliter B D. B C. ponuntur æquales, ergo anguli infra baſim ECD. FDC. ſunt [b] æquales, ergo angulus F D C. major eſt angulo A D C. quemadmodum E C D. major eſt ipſo A C D. quod repugnat.

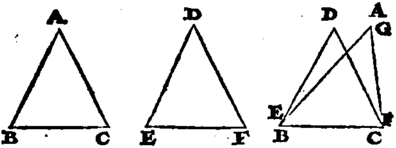
[b] 5. 1.

Denique non poteſt ſtatui punctum in parte alicujus lineæ ex datis, alioquin pars eſſet æqualis toti, contra 9. ax.

N B. *Hæc propoſitio tantum adhibetur ad demonſtrandam ſubſequentem octavam, quæ poſſet tamquam conſectarium quartæ aſſumi.*

PRO-

PROPOSITIO VIII.

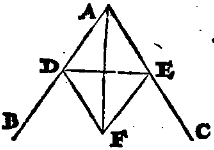


Theor. 5. *Si duo triangula* A. D. *duo latera*, AB. AC. *duobus lateribus* DE. DF. *æqualia habeant, alterum alteri: habeant etiam basim* BC. *basi* EF. *æqualem: Et angulum* A. *angulo* D. *æqualem habebunt, sub æqualibus rectis contentum.*

Prob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cum
a 8. Def. [a] angulus non sit aliud quàm inclinatio duarum linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD. apex D. non cadat in A. sed in G. ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC. ducentur ad aliud punctum, contra præcedentem.

PRO-

PROPOSITIO IX.



Datum angulum rectilineum B A C. *bifariam secare.* Prob. 4.

Prax. Ex lateribus dati anguli B A C. sumo [a] rectam A D. & ipsi æqualem A E. Jungo D E. constituo [b] triangulum æquilaterum D E F. ducta recta A F. bifariam dividet angulum A.

a 3. 1.

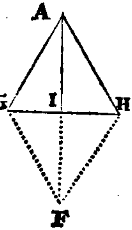
b 1. 1.

Prob. In triangulis D A F. E A F. rectæ A D. A E. sunt æquales: A F. communis est, & basis D F. basi E F. æqualis: [c] ergo anguli F A D. F A E. sunt æquales. Ergo angulus B A C. divisus est bifariam. Quod faciendum erat.

c 8. 1.

PRO-

PROPOSITIO X.



Prob. 5. *Datam rectam terminatam* G H. *bifariam secare.*

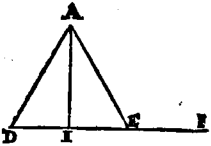
a 1. 1. b 9. 1.

Prax. Supra rectam G H. [a] constituo triangulum æquilaterum G A H. cujus angulum A. divido [b] bifariam, ducta recta A F. dividet rectam G H. bifariam.

Prob. Triangula GIA. HIA. se habent juxta quartam ex constructione figuræ : ergo habent bases G I. I H. æquales. Ergo recta G H. divisa est bifariam. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XI.



Data recta DF. *à puncto* I. *in ea dato, ad rectos angulos, rectam lineam* I A. *excitare.* Prob. 6.

Prax. Ex linea D F. à puncto I. ſumo [a] partes hinc inde æquales I D. I E. ſuper D E. [b] conſtituo triangulum æquilaterum D A E. à puncto A. ad punctum I. recta ducta erit perpendicularis.

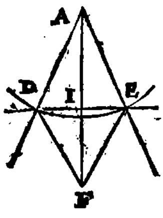
a 3. 1.
b 1. 1.

Prob. Latus D I. [c] eſt æquale lateri I E. & latus [d] D A. ipſi A E. & latus A I. commune. [e] Ergo anguli A I D. A I E. erunt æquales, [f] ergo recti: ergo [f] A I. perpendicularis. Q. E. F.

c *Ex conſt.*
d 23. *Def.*
e 8. 1.
f 10. *Def.*

PROPOSITIO XII.

Prob. 7.



Super datam rectam infinitam DE. *à dato puncto* A. *quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam* AI. *excitare.*

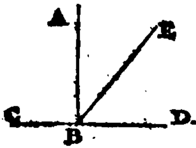
Prax. Centro A. duco circulum, qui secet rectam D E. à sectionibus duco rectas D A. E A.
a 10. 1. [a] divido D E. bifariam in I. ducta recta A I. erit perpendicularis.

b 15. Def. Prob. Latera AD. AE. [b] sunt æqualia, [c] latus D I. æquale lateri
c Ex const. I E. & AI. commune: [d] ergo an-
d 8. 1. guli AID. AIE. sunt æquales:
e 10. Def. [e] ergo recti: ergo AI. est [e] perpendicularis.

Hujus propositionis autor fertur Oenipides Chius annis ante Christum circiter 550.

PRO-

PROPOSITIO XIII.



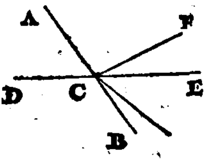
Cùm recta AB. vel EB. *supra rectam* CD. *consistens, angulos facit: aut duos rectos* ABC. ABD. *aut duobus rectis æquales* EBC. EBD. *facit.* Theor. 6.

Prob. Recta EB. cum recta DC. aut facit utrinque æquales angulos & [a] consequenter rectos; aut non facit: si non facit, [b] excitetur ex B. perpendicularis BA. Quoniam igitur angulo ABD. æquales [c] sunt ABE. EBD. Si utrisque addas rectum ABC. [d] erunt duo recti ABC. ABD. æquales tribus angulis ABC. ABE. EBD. quibus etiam anguli EBC. EBD. sunt æquales & consequenter hi duo sunt æquales duobus rectis. Q.E.D.

a 10. Def.
b 11. 1.
c 13. Ax.
d 2. Ax.

PROPOSITIO XIV.

Theor. 7.



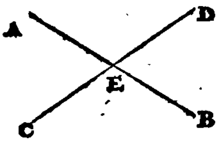
Si ad aliquam rectam A C. *& in ea punctum* C. *duæ rectæ* D C. C E. *non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos* A C D. A C E. *duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ*, hoc est D C E. erit una linea recta.

Prob. Si rectæ D C. C E. non jacent in directum, [a] jaceat C F. aut alia quæpiam. Ergo anguli A C D. A C F. valent [b] duos rectos. Ergo [c] pars A C F. est æqualis A C E. toti. Nam prius ex hypothesi A C D. A C E. valebant duos rectos.

a *Per* 2. *Post.*
b 13. 1.
c *Contra Ax.* 9.

PRO-

PROPOSITIO XV.



Si duæ rectæ A B. C D. *se invicem secent, angulos ad verticem* A E D. C E B. *æquales inter se facient.* Th. 8.

Prob. Nam angulo sive AED. sive C E B. addatur angulus medius D E B. a erit æqualis duobus rectis, b ergo anguli C E B. A E D. sunt æquales. Idemque fiet si angulo A E C. vel D E B. adjiciatur angulus A E D. a 13. 1. b 3. Ax.

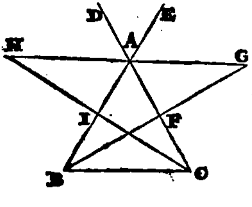
Thales Milesius fertur auctor hujus propositionis.

Coroll. 1. Duæ rectæ secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis, quatuor angulos, quatuor rectis æquales.

Coroll. 2. Omnes anguli circa idem punctum constituti æquales sunt quatuor rectis.

PROPOSITIO XVI.

Th. 9.



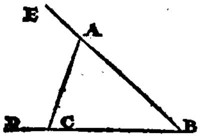
Trianguli ABC. *uno latere* BA. *producto* in E. *externus angulus* EAC. *utrolibet interno & opposito* C. *vel* B. *major est.*

a 10. 1. Prob. Latus AC. a biſecetur in F. ducatur BG. ita ut BF. ſit æqualis FG. junge rectam AG. tunc triangula AFG. CFB. habent ſe juxta 4. nam latus b AF. æquale eſt lateri CF. & latus FG. lateri FB. & angulus AFG. c angulo CFB. æqualis; d ergo & angulum GAF. angulo BCF. æqualem habebunt, ergo angulus totalis EAC. externus major eſt interno & oppoſito ACB. Quod ſi latus AB. biſecetur in I. idem fiet, & probabitur angulum externum DAB. majorem eſſe angulo ABC. Ergo cum angulus EAC. c ſit æqualis angulo DAB. erit angulus EAC. externus, major quolibet interno & oppoſito nempe angulo C. vel B. Q.E.D.

b *Ex conſt.*
c 15. 1.
d 4. 1.
c 15. 1.

PRO-

PROPOSITIO XVII.



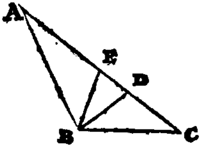
Trianguli Tb. 10.
ABC. *duo anguli*, BCA. CAB. vel alii quilibet, *quocunque modo sumpti, duobus rectis sunt minores.*

Prob. Producto BC. in D. externus angulus ACD. [a] major est angulo A. vel B. sed a 16.1.
anguli ACD. ACB. [b] valent b 13.1.
tantùm duos rectos, ergo anguli B. & C. interni, sive CAB. BCA. sunt minores duobus rectis. Idem dicam de angulis A. & B. si producam latus, BA.

Coroll. 1. In omni triangulo, cujus unus angulus fuerit rectus, vel obtusus, reliqui sunt acuti.

Coroll. 2. Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli Isosceles, anguli supra basim sunt acuti.

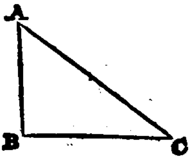
PROPOSITIO XVIII.

Th. 11. 

Trianguli A B C. *majus latus* A C. *majorem angulum* A B C. *subtendit.*

a 3. 1. Si negas: Ex majori latere A C. [a] fac A D. æquale ipsi A B.
b 5. 1. duc rectam B D. [b] erunt anguli A B D. A D B. æquales. Est autem angulus A D B. hoc est A B D. externus & oppositus an-
c 16. 1. gulo C. [c] major. Multo ergo major est totalis angulus A B C. angulo C. Major item est angulo A. nam fac C E. æquale ipsi C B.
d 5. 1. [d] erunt anguli C E B. C B E.
e 16. 1. æquales, [e] & angulus C E B. hoc
f 9. Ax. est E B C. major angulo A. [f] ergo angulus A B C. major angulo A. Q. E. D.

PROPOSITIO XIX.



Trianguli Th. 12.
A B C *majus latus* A C. *sub majori angulo* A B C. *subtenditur.*

Si negas latus A C. esse majus latere A B. sint æqualia: [a] ergo anguli B. & C. sunt æquales, contra hypothesin. Si latus A B. dicas majus latere A C. [b] ergo angulus C. major erit angulo B. contra hypoth. Idem dicam de latere B C. Ex quibus sic dico latus A C. nec minus est nec æquale lateribus AB. CB. ergo majus. Q. E. D.

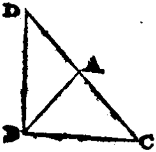
a 5. 1.
b 18. 1.

N O T A.

Hæc propositio est conversio præcedentis, quapropter hanc omittendo potuisset dici: si majus latus majorem angulum subtendit, utique & major angulus à majori latere subtenditur.

PRO-

PROPOSITIO XX.

Th. 13. 

Trianguli ABC. *duo latera* puta AB. AC. *quomodocunque sumpta, reliquo* BC. *sunt majora.*

Prob. Produco CA. in D. sic ut AD. sit æquale ipsi AB. & proinde [a] CD. æqualis ipsis CA. AB. ducta recta DB. sic dico: Rectæ AD. AB. sunt æquales [b] ergo æquales anguli D. & DBA. [c] Major ergo utrolibet erit totus angulus DBC, sed hunc angulum subtendit latus CD. hoc est CA. AB. [d] ergo rectæ CD. hoc est CA. AB. major est quàm latus BC. Q. E. D.

a 2. Ax.

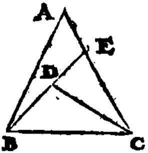
b 5. 1.

c 9. Ax.

d 19. 1.

PRO-

PROPOSITIO XXI.



Si super trianguli Th. 14.
ABC. *uno latere* BC. *ab extremitatibus duæ rectæ* BD. DC *interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ, reliquis trianguli duobus lateribus* AB. AC *minores quidem erunt, majorem verò angulum continebunt*, id est angulus D. major erit angulo A.

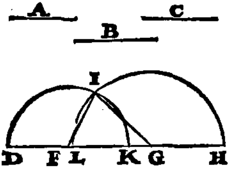
Prob. 1. pars. Producto BD. in E. in triangulo BAE. duo latera BA. AE. a majora sunt tertio BE. ergo a 20. 1.
si addatur commune EC. erunt BA. AC. majora quam BE. EC. Eodem modo in triangulo CED. latera CE. ED. majora sunt tertio CD. ergo si commune addatur DB. erunt CE. EB. majora quam BD. DC. sed AB. AC. probata sunt majora quam BE. EC. ergo multo majora quam BD. DC.

Prob. 2. pars. Angulus BDC. externus b major est interno & opposito DEC. b 16. 1.
& hic major angulo A. interno & opposito, multo ergo major angulus BDC. angulo A. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8.



Ex tribus rectis DF. FG. GH. *quæ sunt æquales tribus datis rectis* A. B. C. *triangulum* FIG. *constituere; oportet autem duas quomodocunque sumptas reliqua esse majores:* a *quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunque sumpta reliquo sunt majora.*

a 20. 1.

Prax. Datis rectis ABC. sume ipsis ordine æquales DF. FG. GH. centro F. spatio FD. duc circulum DI. & centro G. spatio GH. duc alium HI. à puncto intersectionis I. ducantur rectæ FI. & GI. & factum est quod petitur.

Prob. in triangulo FIG. recta FI. æqualis est b ipsi DF. hoc est A. & GI. ipsi GH. hoc est C. & GF. ipsi B. Q. E. F.

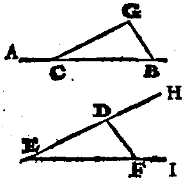
b 15. Def.

NOTA.

Hæc conditio in vigesima propositione contenta omitti potuisset.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.



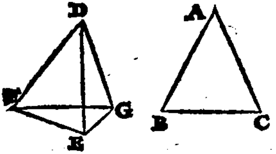
Ad datam rectam A B. *&* *punctum* C. *in ea datum, dato angulo rectilineo* D E F. *æqualem angulum rectilineum* G C B. *constituere.* Problema 9.

Sume in rectis E H. E I. duo puncta utcunque, puta D. & F. quæ recta D F. junges, Tum [a] fiat triangulum C G B. habens latera æqualia lateribus trianguli E D F. singula singulis: hoc facto triangula se habent juxta propositionem 8. ergo anguli E. & C. erunt æquales. Hujus propositionis autor fertur Oenipes Chius. a 22. 1.

E PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Tb. 15.

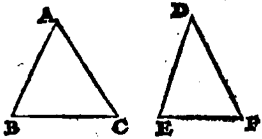


Si triãgulum ABC. *duo latera*, AB. AC. *duobus trianguli* DFE. *lateribus* DF. DE. *æqualia habuerit*, AB. *ipsi* DF. *&* AC. *ipsi* DE. *angulum vero* A. *majorem angulo* D. *basim* BC. *basi* FE. *majorem habebit*.

a 23. 1. Ad rectam FD. & ad punctum in ea datum [a] fiat angulus FDG. æqualis angulo A. & latus DG. ipsi DE. hoc est ipsi
b 4. 1. AC. sit æquale, [b] & consequenter basis BC. basi FG. jungantur rectæ GE. GF. anguli DGE.
c 5. 1. DEG. [c] æquales erunt. Ergo totus angulus FEG. major quam DEG. major etiam erit quam DGE. & multo major quam
d 19. 1. FGE. [d] ergo recta GF. & huic æqualis BC. major est quam EF. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXV.

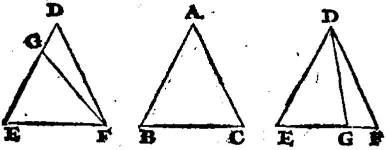


Si duo Th. 16.
triangula
A B C.
D E F.
duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri hoc est AB. ipsi ED. & AC. ipsi DF. *basim verò* BC. *basi* EF. *majorem habuerint: & angulum* A *angulo* D. *majorem habebunt sub æqualibus rectis contentum.*

Prob. Quia si angulus A. non est major angulo D. erit vel æqualis, vel minor: si æqualis [a] ergo bases BC. EF. erunt æquales, quod est contra hypothesim. Si minor: cum latera AB. AC. sint æqualia ipsis DE. DF. basis EF. [b] major erit base BC. contra hypoth. ergo cum nec æqualis vel minor esse potest erit necessario major Q. E. D.

a 4. 1.
b 24. 1.

PROPOSITIO XXVI.



Th. 17. *Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri; & unum latus uni lateri æquale, sive quod adjacet æqualibus angulis, sive quod uni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo.*

Prob. ſint in triangulis A B C. D E F. anguli B. & C. æquales angulis E. & F. ſintque primo latera B C. E F. (quæ adjacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus E D. non eſt æquale ipſi B A. ſit eo majus, & ſumatur E G. æquale ipſi B A. tum ducta F G. Duo latera triangulorum G E F. A B C. æqualia ſunt, & anguli E. & B. æquales contenti
a 4. 1. inter latera æqualia. a Ergo anguli C. & G F E. ſunt æquales, quod eſſe non poteſt: nam angulus G F E. eſt pars ipſius D F E. qui æqualis ponebatur ipſi C. non ergo D E. major eſt quam B A. Sed neque minor, alias lateri B A. eadem quæ prius, applicaretur demonſtratio.

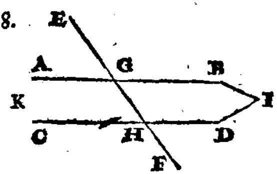
ſtratio. Ergo æqualis. Ergo triangula D E F. A B C. ſe habent juxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correſpondentibus ſunt æquales.

Sint deinde latera A B. D E. ſubtendentia æquales angulos C. & E F D. inter ſe æqualia, dico latera C B. C A. ipſis F E. F D. eſſe æqualia, & angulum A. angulo D. æqualem. Si enim latus E F ſit majus latere B C. ſume rectam E G. æqualem ipſi B C. duc rectam D G. quoniam igitur latera A B. B C. ſunt æqualia ipſis D E. E G. & anguli B. & E. ſunt æquales ex hypoth. erit b angulus C. angulo E G D. æqualis. b 4. 1.
Igitur & angulus E G D. angulo E F D. erit æqualis, hoc eſt externus interno & oppoſito c quod eſt abſurdum. Non c 16. 1.
eſt ergo latus E F. majus latere B C. ſed neque minus eſt, ut oſtendit eadem demonſtratio applicata lateri B C. ergo eſt ei æquale; ergo triangula A B C. D E F. ſe habent juxta 4. cum latus A B. ipſi D E. & B C. ipſi E F. & angulus B. angulo E. ſit æqualis & conſequenter baſis A C. baſi D F. Q. E. D.

Thales mileſius autor hujus fertur.

PROPOSITIO XXVII.

Th. 18.



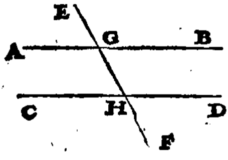
Si in duas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidēs angulos alternos* AGH. DHG. *æquales inter se fecerit: parallela erunt inter se rectæ.*

a 35. Def. Prob. Si non sunt parallelæ [a] coibunt tandem puta in I. & fiet triangulum GIH, cujus angulus externus AGH. erit

b 16. 1. [b] major interno & opposito GHD. cui tamen ex hypothesi erat æqualis. Similiter demonstrabitur, si dicantur concurrere in K. Ergo non concurrunt. Ergo sunt parallelæ Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXVIII.



Si in duas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens, externum angulum* AGE. *interno & opposito & ad easdem partes* GHC. *æqualem fecerit: aut internos & easdem partes* AGH. GHC. *duobus rectis æquales fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.* Th. 19.

Prob. 1. pars. Angulo AGE. a æqualis est angulus BGH, angulus CHG. æqualis ponitur angulo AGE. b ergo alterni BGH. GHC. sunt æquales, c ergo rectæ AB. CD. sunt parallelæ. a 15. 1. b 1. *Ax.* c 27. 1.

Prob. 2. Angulus EGA. cum angulo AGF. d valet duos rectos, anguli AGH. GHC. ponuntur æquales duobus rectis: e ergo subducto communi angulo AGH. remanebunt anguli EGA. GHC. æquales. Ergo rectæ AB. CD. sunt parallelæ per priorem partem hujus. d 13. 1. e 3. *Ax.*

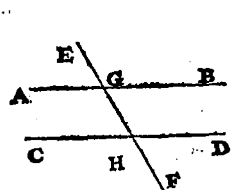
Ex secunda parte hujus propositionis, constat sufficienter de veritate undecimi Axiomatis: nimirum à contrario.

NOTA.

Hæ tres proprietates 27. ac 28. propositione proposita unicâ contineri potuissent uti sequens 29. quæque eatenus per modum conversionis demonstrata videtur.

PROPOSITIO XXIX.

Th. 20.



In parallelas rectas AB. CD. *recta* EF. *incidens: & alternos angulos* BGH. GHC. *æquales inter se facit: & externum* EGB. *interno & opposito & ad easdem partes* EHD. *æqualem: & internos ad easdem partes* AGH. CHG. *duobus rectis æquales.*

Prob. 1. pars. Anguli DHG.
a 13. 1. GHC. [a] valent duos rectos:
anguli item DHG. BGH.
b 28. 1. [b] valent duos rectos [c] ergo sub-
c 3. Ax. ducto communi angulo DHG. anguli BGH. GHC. alterni remanebunt æquales.

Prob. 2. Anguli EGB.
d 13. 1. BGH. valent [d] duos rectos: anguli BGH. GHD. valent [e] duos

[e] duos rectos, ergo ſubducto com- muni B G H. remanebunt anguli E G B. E H D. æquales. e 28. 1.

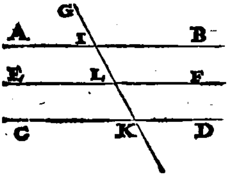
Prob. 3. Rectæ A B. C D. ponuntur parallelæ [f] ergo ne- que verſus A. neque verſus B. concurrunt, ergo tam verſus A. quam verſus B. anguli interni ad eaſdem partes ſunt æquales duo- bus rectis, [g] ſi enim ex aliqua parte eſſent minores, ex ea con- currerent. f 35. Def. g 11. Ax.

Coroll. Omne parallelogram- mum, habens unum angulum rectum, eſt parallelogrammum rectangulum.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

Th. 21.



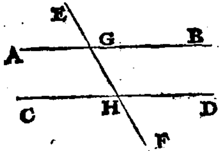
Quæ eidem rectæ E F. *parallelæ* A B. C D. *& inter se sunt parallelæ.*

Prob. In has tres rectas in eodem plano positas si cadat recta G K. angulus A I L. æqualis erit angulo I L F. [a] quia sunt alterni ; & angulus externus I L F. angulo L K D. interno & opposito : [b] ergo anguli A I L. L K D. sunt æquales : [c] ergo rectæ A B. C D. sunt parallelæ Q. E. D.

a 29. 1.
b 1. *Ax.*
c 27. 1.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.



A dato puncto G. data recta C D. parallelam rectam lineam A B. ducere. Problema 10.

Ex G. in datam C D. duc rectam G H. utcunque, & angulo G H D. [a] constituatur æqualis ad G. nempe angulus H G A. [b] erit recta A B. ipsi C D. parallela, quia anguli alterni A G H. D H G. sunt æquales Q. E. F.

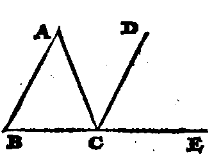
a 23. 1.

b 27. 1.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Tb. 22.



Trianguli ABC. *uno latere* BC. *producto* in E. *externus angulus* ACE *duobus internis & oppositis* ABC. BAC. *æqualis est: & trianguli, tres interni anguli* A. B. C. *duobus rectis æquales sunt.*

a 31. 1. Prob. 1. pars. [a] Ducatur ex C. recta CD. parallela rectæ AB. tunc quia recta AC. cadit in parallelas AB. CD. angulus
b 29. 1. A. æqualis est [b] alterno ACD. Et quia BC. cadit in easdem, parallelas angulus ECD. externus
c 29. 1. [c] æqualis est interno B. Totalis ergo ACE. æqualis est duobus internis & oppositis A. & B. Q. E. D.

Prob. 2. Angulus ACB.
d 13. 1. cum externo ACE. [d] valet duos rectos,

rectos, sed angulus ACE. [e] æqualis est angulis A. & B. ergo angulus C. cum angulis A. & B. valent duos rectos, ergo tres anguli, &c. Hujus propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christ. 650. e 32. c.

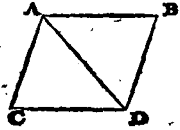
Coroll. 1. Omnes tres anguli vnius trianguli, sunt æquales tribus cujuscunque alterius trianguli simul sumptis; & quando duo sunt æquales duobus, erit & reliquus reliquo æqualis.

Coroll. 2. In triangulo Isoscele rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

Coroll. 3. Angulus trianguli æquilateri est una tertia duorum rectorum, vel duæ tertiæ unius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorum, constituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

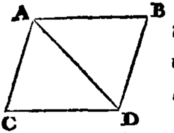
Th.23. 

Rectæ A C. B D. quæ æquales & parallelas A B. C D. ad easdem partes conjungunt: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

Prob. Duc rectam D A. quæ
a 29. 1. datas A B. C D. jungat [a] tunc
anguli alterni D A B. A D C. erunt æquales: latus A B. ponitur æquale lateri C D. latus A D. est commune ergo bases A C.
b 4. 1. D B. sunt æquales. [b] Ergo anguli C A D. A D B. sunt æqua-
c 27. 1. les; [c] ergo rectæ A C. D B. sunt parallelæ.

PRO-

PROPOSITIO XXXIV.



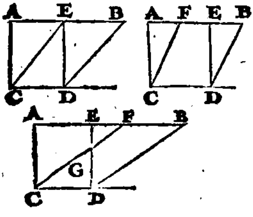
Parallelogrammorum spatiorum quæ ex adverso & *latera* AB. CD. AC. BD. *& anguli* A. & D. B. & C. *æqualia sunt inter se, & diameter* AD. *illa bifariam secat.* Tb. 24.

Prob. Rectæ AB. CD. ponuntur parallelæ, [a] ergo angulus BAD. angulo CDA. & angulus CAD. angulo ADB. sunt æquales, cum sint alterni. Ergo triangula ABD. ACD. habent duos angulos æquales alterum alteri, & ipsis commune latus AD. adjacet; [b] ergo & reliqui anguli B. & C. sunt æquales, & reliqua latera, AB. ipsi CD. & BD. ipsi AC. erunt æqualia, cum æqualibus angulis, nempe alternis opponantur. [c] Ergo triangula ABD. ACD. æqualia inter se sunt. Q. E. D.

a 29. 1.
b 26. 1.
c 4. 1.

PROPOSITIO XXXV.

Tb. 25.



Parallelogramma AD.FD. *ſuper eadem baſi* CD. & *in iiſdem parallelis* AB. CD. *conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.*

Id tribus modis poteſt contingere, ſi, ut vides, in 1. figura, ſic dico. Rectæ AE. EB. ſunt
a 1. Ax. [a] æquales, quia ſunt [b] æquales
b 34. 1. rectæ CD. Rectæ AC. ED. ſunt æquales : angulus CAE.
c 29. 1. [c] æqualis eſt angulo DEB. ergo
e 4. 1. triangulum CAE. [e] æquale eſt
f 2. Ax. triangulo DEB. [f] addito ergo communi FCD. fient parallelogramma AECD. CEBD. æqualia.

Si ut in 2. Rectæ AE. FB.
g 3. Ax. ſunt æquales ut priùs: [g] dempta igitur communi FE. erunt æquales

les AF. EB. Rectæ AC. ED. sunt [h] æquales: anguli A. & E. sunt [i] æquales, [l] ergo triangula FAC. BED. sunt æqualia, addito ergo communi trapesio EFCD. parallelogramma AECD. FBCD. erunt [m] æqualia. h 34. 1. i 29. 1. l 4. 1. m 2. Ax.

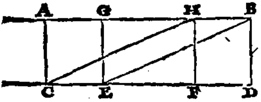
Si ut in 3ª. idem repeto. Rectæ AE. FB. sunt [n] æquales ipsi CD. [o] ergo & inter se: ergo recta AF. [p] æqualis est rectæ EB. Rectæ AC. ED. sunt [q] æquales, anguli item E. & A. sunt [r] æquales: ergo triangula ACF. EDB. sunt [s] æqualia: Ergo si ab utroque tollas triangulum EGF. relinques æqualia trapezia ACGE. & FGDB. quibus si addas commune triangulum CGD. facies parallelogramma AD. DF. æqualia. Q.E.D. n 34. 1. o 1. Ax. p 2. Ax. q 34. 1. r 29. 1. s 4. 1.

SCHOLIUM.

Hinc omnium parallelogrammorum dimensio, cum æqualia sint parallelogrammo rectangulo, cujus area provenit ex multiplicatione laterum, patebit.

PROPOSITIO XXXVI.

Th. 26.

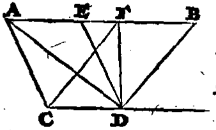


Parallelogramma AE. HD. *super æqualibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, inter se sunt æqualia.*

Prob. Connectantur parallelogramma rectis CH. EB.
a 34.1. [a] quæ erunt æquales & parallelæ.
Hoc posito, parallelogrammum
b 35.1. AE. æquale est ipsi [b] CB. & parallelogrammum CB. ipsi [b] HD.
c 1. Ax. [c] ergo parallelogramma AE. HD. sunt æqualia. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXXVII.

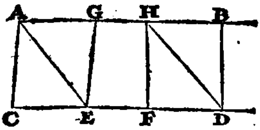


Triangula ACD.FCD. *super eadem basi* CD. *&* *in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, sunt inter se æqualia.* Th. 27.

Prob. [a] Per D. ducas DE. parallelam rectæ CA. & DB. ipsi CF. parallelogramma AD. CB. [b] erunt æqualia: [c] sed eorum dimidia sunt triangula ACD. FCD. [d] ergo ipsa triangula ACD. FCD. sunt æqualia. Q.E.D.

a 31. 1.
b 35. 1.
c 34. 1.
d 7. Ax.

PROPOSITIO XXXVIII.

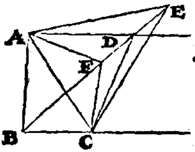


Th. 28. *Triangula* A C E. B F D. *super æqualibus basibus* C E. F D. *& in iisdem parallelis* A B. C D. *æqualia sunt inter se.*

a 31. 1. Prob. [a] Ducatur E G. parallela ipsi A C. & F H. ipsi B D.
b 36. 1. [b] erunt parallelogramma C G. H D. æqualia. [c] Horum dimidia
c 34. 1. sunt triangula A C E. B F D.
d 7. Ax. [d] Ergo sunt inter se æqualia. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXXIX.



Æqualia triangula A B C. D B C. *super eadem basi* BC. *& ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis.* Hoc est A D. est parallela B C. Th. 29.

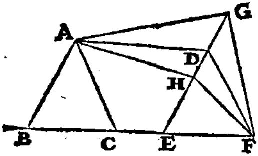
Prob. Si negas sit. [a] A E. ipsi B C. parallela cui recta B D. producta occurrat in E. Ducta ergo recta C E. [b] triangula ABC. E B C. erunt æqualia, pars toti, quod fieri nequit: nam triangulum D B C. æquale triangulo A B C. æquale quoque foret triangulo E B C. per 1. ax. Quod si dicas A F. & B C. esse parallelas, eadem repetetur demonstratio, & sequetur totum & partem esse æqualia.

[a] 31. 1.
[b] 37. 1.

PRO-

PROPOSITIO XL.

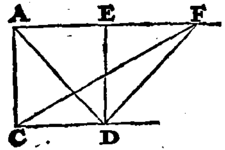
Th. 30.



Æqualia triangula A B C. D E F. *super æqualibus basibus* B C. E F. *& ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis* A D. B F.

Prob. Si negas A D. ipsi B F. esse parallelam, sit A G. cui occurrat E D. producta in G.
a 38.1. Tunc ducta G F. erunt [a] triangula G E F. A B C. æqualia: ponebantur autem æqualia triangula ABC. DEF. ergo totum G E F. & pars D E F. eidem triangulo
b 1. Ax. A B C. æquale, [b] erunt æqualia. Quod fieri nequit.

PROPOSITIO XLI.



Si parallelogrammum A E C D. *communem cum triangulo* F C D. *basim* C D. *habuerit, & in iisdem parallelis* A F. C D. *fuerit: parallelogrammum erit duplum trianguli.* Th. 31.

Prob. Ducatur diameter A D. Triangula F C D. A C D. [a] sunt æqualia; Parallelogrammum C E. [b] est duplum trianguli A C D. [c] ergo & trianguli FCD. Q. E. D.

a 37. 1.
b 34. 1.
c 6. *Ax.*

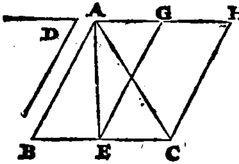
SCHOLIUM.

Cum jam per 35. omnium parallelogrammorum area obtinetur, etiam triangulorum, quæ eorundem dimidia sunt, non latebit.

PRO-

PROPOSITIO XLII.

*Proble-
ma* II.



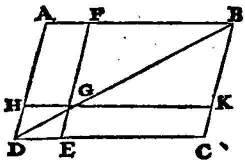
Dato triangulo ABC. *æquale parallelogrammum* GC. *constituere in dato rectilineo ang*. D.

a 10. 1. Dati trianguli ABC. Basim BC. divide [a] bifariam in E.
b 31. 1. ductaque EA. [b] agatur per A. recta AH. parallela ipsi BC. Ad
c 23. 1. punctum E. [c] facto angulo GEC. ipsi D. æquali; educatur ex C.
d 31. 1. recta CH. ipsi EG. [d] parallela dico factum.

Prob. Triangula ABE. AEC.
e 38. 1. sunt [e] æqualia: triangulum AEC. est dimidium trianguli, ABC.
f 41. 1. & [f] dimidium parallelogrammi BC. super eadem basi EC. constituti: ergo triangulum ABC.
g 6. *Ax.* est [g] æquale parallelogrammo GC. habens ex constructione angulum GEC. æqualem dato angulo D. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.

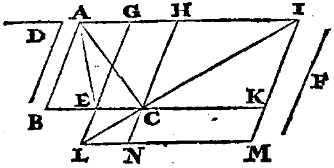


Omnis parallelogrammi, complemẽta eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia. Th. 32.

In hac figura, parallelogramma circa diametrum sunt, FK. HE. complementa verò eorum, parallelogramma AG. GC. hæc complementa dico esse æqualia.

Prob. Triangula BAD. BCD. sunt [a] æqualia. Itemque triangula BKG. BFG. & GED. GHD. Ergo si ab æqualibus triangulis BAD. BCD. tollas æqualia, nempe BKG. ipsi BFG. & GHD. ipsi GED. complementa GA. GC. quæ remanent, erunt æqualia. Q. E. D. a 34. 1.

PROPOSITIO XLIV.



Proble-ma 12. *Ad datam rectam* F. *dato triangulo* A B C. *æquale parallelogrammum* C M. *applicare in dato angulo rectilineo* D.

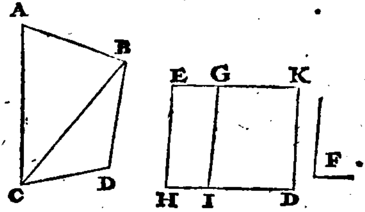
Constitue triangulo A B C. a 42. 1. [a] æquale parallelogrammum C G. habens angulum G E C. æqualem angulo dato D. tum produc B C. in K. ſic ut C K. b 3. 1. ſit [b] æqualis datæ F. per K. agatur c 31. 1. [c] K I. parallela ipſi C H. occurrens G H. productæ in I. Deinde ex I. ducatur per C. diameter I C. occurrens rectæ G E. productæ in L. & per L. ducatur L M. parallela ipſi E K. ſecans IK. pro-

productam in M. producaturque HC. in N. dico parallelogrammum CM. esse quod petitur.

Prob. Complementa GC. CM. sunt [d] æqualia, parallelogrammum GC. est [e] æquale triangulo ABC. ergo & complementum CM. habet autem lineam CK. æqualem datæ F. & angulum CNM. æqualem angulo HCK. qui [f] æqualis est angulo GEC. qui ponitur æqualis dato angulo D. ergo parallelogrammum CM. æquale est triangulo ABC. & habet lineam CK. æqualem datæ F. & angulum GNM. æqualem dato D. Q. E. F.

d 44. 1.
e *Ex const.*
f 28. 1. *Prop.*

PROPOSITIO XLV.



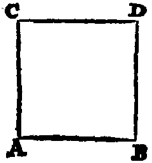
Proble-ma 13. ***Dato rectilineo* A D. *æquale parallelogrammum* E D. *constituere, in dato rectilineo angulo* F.**

a 44. 1. Divide rectilineum in triangula, fac parallelogrammum a E I. æquale triangulo B C D. in angulo H. æquali ipsi F. & supra latus G I. parallelogrammum G D. æquale triangulo A B C. habens in I. angulum G I D. æqualem ipsi H. & factum est quod petitur.

b *Ex const.* Prob. Parallelogrammum E I. æquale est b triangulo B C D. in angulo H. æquali dato F. rursus parallelogrammum G D. æquatur triangulo A B C. etiam in angulo dato, ergo parallelogrammum E D. quod æquale est partibus simul sumptis, æquatur rectilineo A B C D. in dato angulo Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XLVI.

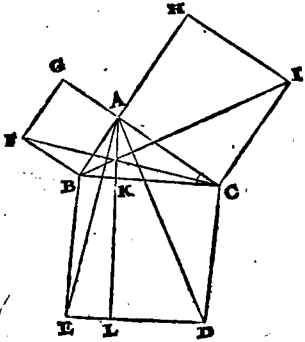


Datâ rectâ AB. *quadraum* ABDC. *describere.* *Problema* 14.

Ex A. & B. [a] erige perpendiculares CA. DB. æquales ipsi AB. jungaturque recta CD. & factum est quod petitur. a 11. 1.

Prob. [b] Anguli A. & B. sunt recti: ergo rectæ AC. BD. sunt [c] parallelæ. Utraque [d] est æqualis ipsi AB. ergo & inter se: [e] ergo & AB. & CD. parallelæ, sunt æquales: ergo AC. CD. DB. sunt æquales, & figura est parallelogramma: cumque anguli A. & B. sint recti, [f] erunt etiam oppositi C. & D. recti. Ergo ABDC. est quadratum. Q. E. F. b *Ex const.* c 28. 1. d *Ex const.* e 33. *Prop.* f 34. 1.

PROPOSITIO XLVII.



Th. 33. *In rectangulo triangulo* B A C. *quadratum* BD. *quod à latere* BC. *rectum angulum* B A C. *subtendente describitur; æquale est quadratis* BG. GH. *quæ à lateribus* B A. AC. *rectum angulum* BAC. *continentibus, describuntur.*

Prob. Ex puncto A. duc a 31. 1. [a] rectam A L. parallelam ipsi B E. & junge rectas, A D. B I. Triangula A C D. I C B. se habent juxta 4. nam latera CD. CA. sunt

ſunt æqualia ipſis C B. C I. & anguli contenti ICB. ACD. æquales: cum anguli I C A. B C D. ſint [b] recti & angulus A C B. communis: ergo triangula ACD. BCI. ſunt æqualia. Sed triangulum ACD. eſt [c] dimidium parallelogrammi L C. cum ſint ſupra eandem baſim C D. & inter eaſdem parallelas AL. CD. & triangulum I C B. dimidium eſt quadrati C H. ob eandem cauſam. [d] Ergo quadratum CH. eſt æquale parallelogrammo L C. cum eorum dimidia ſint æqualia.

b 30. *Def.*

c 41. 1.

d 6. *Ax.*

Jam ducantur rectæ A E. F C. Triangula F B C. A B E. ſunt æqualia, cum ſe habeant juxta 4. & triangulum A B E. eſt dimidium parallelogrammi B L. ſicut triangulum F B C. dimidium quadrati B G. ergo quadratum B G. eſt æquale parallelogrammo B L. Totum ergo quadratum BD. æquale eſt quadratis BG. CH. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Nobilissimum hoc Pythagoræ inventum præter infinitas utilitates, quas per universam Mathesin spergere nemo inficias ibit, Methodum nobis tradit.

1. *Ex datis duobus quibuscunque lateribus in triangulo rectangulo reliquum latus invenire. Nimirum si* AB. 6. *partium* AC. 8. *erit* BC. 10. *nam si quadratum* AB. 36. *addatur ad quadratum* AC. 64. *summa erit* 100. *ex quo extracta radix erit* 10. *ipsum latus quæsitum* BC.

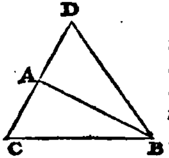
Vel si BC. *sit* 10. AB. 6. *erit* AC. 8. *quoniam si à quadrato* BC 100. *subtrahatur quadratum* AB. 36. *relinquitur* 64. *cujus radix est latus quæsitum* AC.

2. *Additionem & subtractionem quadratorum, quæ differentiam inter datarum linearum quadrata ostendit.*

3. *Cum ex tribus rectis lineis* 3. 4. 5. *partium vel ex æquo per alios numeros multiplicatis, non nisi triangulum rectangulum constitui potest (quod occasionem Pythagoræ de hoc invento dedisse plurimi contendunt) in ipsis campis semper poterimus funiculo conficiens jam dictum triangulum pythagoricum, angulum rectum determinare.*

PRO-

PROPOSITIO XLVIII.



Si quadratum quod à C B. *uno laterum trianguli* CAB. *describitur, æquale sit iis quæ à reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *describuntur quadratis: angulus* C A B. *contentus sub reliquis duobus trianguli lateribus* A B. A C. *rectus est.* Th. 34.

Prob. [a] Ducatur ex A. ipsi AB. perpendicularis AD. ipsi AC. æqualis, jungaturq; recta DB. hoc posito sic dico. Angulus D A B. [b] rectus est, [c] ergo quadratum rectæ D B. æquale est quadratis rectarum AB. AD. vel AC. Sed quadratum ipsius C B. ex hypoth. æquale est quadratis earundem CA. AB. [d] ergo rectæ C B. B D. sunt æquales. Ergo triangula C A B. ADB. habent tria latera æqualia, [e] & angulos qui æqualibus lateribus respondent æquales. Ergo si angulus D A B. rectus est, erit etiam rectus C A B. cum latera D B. B C. sint æqualia. Q. E. D.

a 11. 1.
b *Ex const.*
c 47. 1.
d 1. *Ax.*
e 8. 1.

SCHO-

SCHOLIUM.

Quamquam omnes propositiones in libris Euclidis suam per Universam Mathesin obtineant Usum, nihilominus ob frequentiorem allegationem, quasdam esse seligendas nullus dubito, quarum catalogum, ut hic, post omnes sequentes, apponam libros.

Libri primi Insigniores propositiones. 4. 5. 6. 13. 15. 26. 29. 31. 32. 36. 37. 38. 41. 47. *quibus à nonnullis annumerantur* 18. 19. 20.

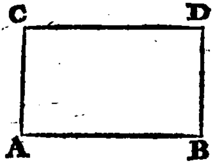
Problemata porro passim per totum librum primum dispersa, ad exercitium regula ac circini minimè negligenda sunt; cum in subsequentibus constructionum facilitatem pareant.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTUM II.

DEFINITIONES

I.



Parallelogrămum rectangulũ ABCD. *contineri dicitur ſub duabus rectis* AB. BD. *quæ rectum angulum* ABD. *comprehendunt.*

Quemadmodum in circulo cognita diametro, tota ejus area cognoſcitur, ſic expreſſis duabus lineis quæ angulum rectum continent in parallelogrammo rectangulo, ſtatim tota ejus quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.

Obſerva 1. Illud parallelogrammum dici rectangulum quod unum

unum habet angulum rectum. Si
a 29.1. enim unus est rectus [a] [b] erunt &
b 34.1. reliqui recti.

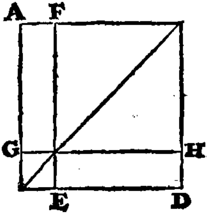
Observa 2. In sequentibus nomine rectanguli, Euclidem semper intelligere parallelogrammum rectangulum, licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quæ per diametrum opponuntur. Ut appositum parallelogrammum appellant. A D.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inveniri ejus aream ex multiplicatione numeri unius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similiterque cognita area rectanguli & uno laterum, inveniri alterum latus si dividatur numerus areæ per numerum lateris dati, quotiens enim erit latus quæsitum.

II.

II.

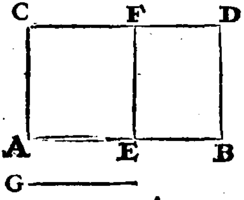


Omnis parallelogrāmi ſpatii unumquodlibet eorum quæ circa diametrū illius ſunt, parallelogrāmorum, cum duobus complementis, gnomon vocetur.

In parallelogrammo A D. parallelogrammum G E. cum duobus complementis G E. E H. vocetur γνομῶν, quod Latinè normam ſonat, ejus enim ſpeciem nobis exhibet.

PROPOSITIO I.

Th. 1.



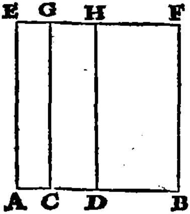
Si fuerint duæ rectæ G. *&* A B. *seceturque altera ipsarum* A B. *in quotcunque segmẽta* A E. E B. *rectangulum* CB. *comprehensum sub duabus rectis* AC. *insectâ* hoc est G. & A B. *sectâ, æquale est rectangulis* C E. F B. *quæ sub insectâ* C A. *& quolibet segmentorum* A E. E B. *comprehenduntur.*

a 11. & 3. 1. Prob. Ex punctis A. & B. erige a perpendiculares AC. BD. æquales datæ G. & ducatur recta C D. sicque fiat ex lineis C A. hoc est G. & A B. rectangulum C B. Rectam A B. utcunque di-
d 31. 1. vide in E. & fiat d E F. parallela & æqua-
& 3. 1. lis ipsi A C. erunt C E. F B. rectangula.
e 29. 1. Nam angulus F E B. rectus est e quia
f 28. 1. æqualis ipsi A. & consequenter f reliqui
g 34. 1. anguli recti, & latera g lateribus opposi-
tis æqualia. Hæc autem duo rectangula C F. B F. simul sumpta sunt æqualia totali B C. hoc est partes toti. Q. E. D.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2. divide 6. in 2. & 4. dico 12. numerum productum ex 6. in 2. ęqualem esse duobus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

PRO-

PROPOSITIO II.

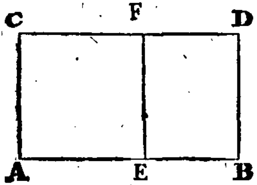


Si recta linea A B. *secta sit utcunque* puta in C. & D. *Rectangula* E C. G D. H B. *comprehensa sub tota* A E. hoc est A B. *&* *quolibet segmentorum* AC. C D. BD. *æqualia sunt, quadrato* A F. *quod à tota* A B. *fit.* Th. 2.

Prob. Ex A B. fiat a quadratum E B. a 46.1.
ex C. & D. erigantur b C G. D H. b 31.1.
parallelæ & æquales ipsi A E. hoc & 3.1.
posito, erit rectangulum E C. comprehensum sub tota A E. c hoc est A B. & c 30.
segmento A C. & eodem modo rectan- Def.
gula G D. H B. sub tota & utrolibet segmentorum. Cum ergo rectangula E C. G D. H B. sint partes omnes suo toti quadrato A F. æquales, patet rectangula comprehensa sub A E. hoc est A B. & segmentis A C. C D. D B. æqualia esse quadrato lineæ A B. Q. E. D.

In numeris divide 10. in 7. & 3. dico 70. & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & in 3. æqualia esse 100. quadrato numeri 10.

PROPOSITIO III.



Th. 3. *Si recta linea* AB. *secta sit utcunque in* E. *Rectangulum* CB. *sub tota* AB. *& uno segmentorum* AC. hoc est AE. *comprehensum, æquale est rectangulo* FB. *quod sub segmentis* BE. FE. hoc est BA. *comprehenditur, & quod à prædicto segmento* AE. *describitur quadrato* CE.

Prob. Datam AB. seco utcunque in E. ex punctis A. E. B.
a 11. 1. erigo [a] perpendiculares AC. EF.
b 31. 1. & 3. 1. BD. parallelas [b] inter se & æquales segmento AE. tum duco rectam à puncto C. ad D. quæ
c 33. 1. erit parallela [c] ipsi AB. Hoc posito sic dico, AC. est æqualis [d] ipsi

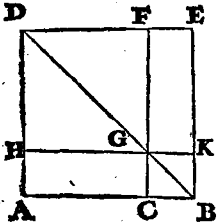
[d] ipsi AE. ergo rectangulum AD. est comprehensum sub tota A B. & uno segmentorum A C. hoc est A E. Rursus F E. est [d] æqualis ipsi E A. ergo rectangulum F B. est comprehensum sub segmento B E. E F. hoc est A E. Denique parallelogrammum A F. quadratum est cum A C. E F. sint perpendiculares & æquales ipsi A E. Ergo cum rectangulum A D. æquale sit quadrato A F. & rectangulo F B. patet rectangulum sub tota A B. & segmento A E. æquale esse rectangulo comprehenso sub segmentis A E. E,B. & quadrato prædicti segmenti A E. Q. E. D.

d *Ex const.*

In numeris divide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7. æqualis est numero 21. qui ex 7. in 3. producitur; una cum 49. quadrato prioris partis 7.

PROPOSITIO IV.

Th. 4.



Si recta linea A B. *secta sit utcunque;* in C. *quadratum* AE. *quod à tota* AB. *describitur, æquale erit quadratis* HF. CK. *quæ à segmentis* AC. CB. *describuntur, & ei rectangulo quod bis sub segmentis.* A C. C B. *comprehenditur* nempe rectangulis A G. G E.

a 46.1. Prob. Super datam A B. fiat a quadratum A E. duc diametrum D B.
b 31.1. ex C. fiat C F. parallela b recta B E. secans diametrum in G. per quod age H K. parallelam b ipsi A B. hoc posito sic dico. Trianguli A B D. latera A D. A B. sunt æqualia. ergo anguli A D B.
d 5. 1. ABD. sunt d æquales, ergo e semirecti,
e 32.1. cùm angulus A. sit rectus. Idemque
f 29. 1. dicendum de triangulo E D B. Rursus angulus D F G. rectus f est, angulus F D G. ostensus est semirectus, ergo an-
g 32.1. gulus F G D. etiam g semirectus est,
h 6. 1. ergo latera D F. F G. sunt h æqualia:
i 34. 1. sed ipsis etiam sunt æqualia i latera op-
l 30. posita D H. H G. ergo parallelogram-
Def. mum F H. quadratum l est. Eadem de causa

causa quadratum erit C K. ergo H F. C K. quadrata sunt segmentorum A C. C B. cum latus H G. sit æquale, ipsi A C. Similiter rectangula A G. G E. continentur sub segmentis A C. C B. quia CG.GK. sunt æquales ipsi CB. cum CK. sit quadratum: sic etiam G F. est æqualis rectæ H G. ob quadratum H F. hoc est rectæ A C. Igitur cum quadratum A E. sit æquale quadratis H F. C K. & rectangulis AG. G E. verum est quadratum A E. super datam A B. æquale esse quadratis segmentorum A C. C B. & rectangulo comprehenso sub iisdem segmentis, bis sumpto. Q. E. D.

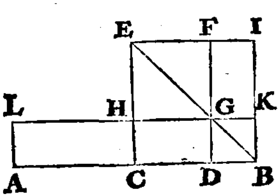
Si dividatur 6. in 4. & 2. quadratum 6. hoc est 36. æquale est quadratis partium 4. & 2. hoc est 16. & 4. una cum rectangulo bis sumpto ex numero 4. in 2. quod profert 8.

Coroll. 1. Hinc manifestum parallelogramma circa diametrum quadrati esse quadrata.

Coroll. 2. Diametrum quadrati dividere ejus angulos bifariam.

Coroll. 3. Si recta linea bifariam secetur quadratum totius lineæ æquari quatuor quadratis ex dimidia.

PROPOSITIO V.



Th. 5. *Si recta linea* A B. *secetur in æqualia in* C. *& non æqualia in* D. *Rectangulum* L D. *sub inæqualibus totius* A D. *segmentis* A D. D G. hoc est D B. *comprehensum, una cum quadrato* H F. *ab intermedia sectionum* C D. *æquale est quadrato* C I. *quod à dimidia* C B. *describitur.*

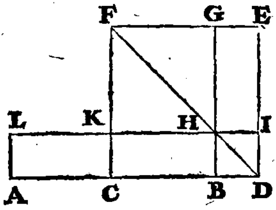
Prob. Super dimidia C B. fiat, a 46.1. [a] quadratum C I. ductaque b 31.1. diametro B E. agatur [b] per D. recta D F. ipsi B I. parallela: Ex eadem recta B I. sume BK. æqualem ipsi D B. & per punctum K. agatur K L. ipsi A B. parallela, ut ut & A L. parallela ipſi B K. hoc poſito ſic dico. Rectangulum C G. [d] æquatur rectangulo G I. igitur addito communi [e] quadrato D K. erit C K. rectangulum æquale rectangulo D I. ſed A H. [f] æquatur rectangulo C K. ergo A H. [g] æquatur D I. ſi itaque addatur commune C G. erit rectangulum A G. æquale gnomoni I G C. quare cum gnomon I G C. cum quadrato [e] H F. intermediæ ſectionum æquatur quadrato C I. erit quoque rectangulum A G. cum prædicto quadrato H F. æquale quadrato C I. à dimidia. Q. E. D.

d 43. 1.
e Corr. 2. præced.
f 36. 1.
g Ax. 1. 1.
e Corr. 2. præced.

Divide 10. æqualiter in 5. & 5. inæqualiter in 7. & 3. eritque numerus 21. ex 7. in 3. una cum quadrato numeri intermedii 2. quod eſt 4. æquale quadrato dimidii 5. hoc eſt numero 25.

PRO-

PROPOSITIO VI.



Th. 6. *Si recta linea* AB. *secetur bifariam in* C. *eique recta quadam* BD. *in rectum adjiciatur, rectangulum* AI. *comprehensum sub tota* AB. *cum adjecta* BD. *& sub adjecta* DI. hoc est BD. *una cum quadrato* KG. *à dimidia* KH. hoc est CB. *aquale est quadrato* CE. *à linea* CD. *qua tum ex dimidia* CB. *tum ex adjuncta* BD. *componitur tanquam una linea, descripto.*

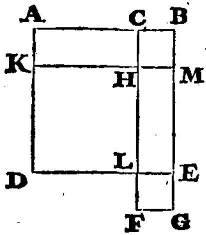
a 46.1. Prob. Super rectam CD. [a] fiat quadratum CE. per B. age
b 31.1. BG. parallelam [b] ipsi DE. sume DI. æqualem ipsi DB. & ex I. age IL. parallelam & æqualem ipsi DA. jungaturque recta LA. quo

quo facto sic dico. Rectangula LC. KB. sunt inter easdem paral- b 36.1.
lelas & supra æquales bases,[b] ergo c 45.1.
æqualia. Eidem KB. [c] æquale est complementum HE. ergo erit & HE. æquale ipsi LC. & additis communibus CH. BI. gnomon GHK. æqualis erit toti rectangulo AI. quod continetur sub tota AB. cum adjecta BD. & sub adjecta DI. hoc est BD. Jam vero gnomon GHK. adjecto quadrato KG. partis dimidiæ KH. [d] hoc d 34.1.
est CB. est æqualis quadrato ipsius CD. composito ex dimidia cũ adjuncta. Ergo parallelogrammũ AI. adjecto eodem quadrato KG. fiet ęquale eidẽ quadrato CE. Q.E.D.

In numeris 10. secetur bifariam in 5. & 5. addatur ei numerus 2. numerus 24. qui producitur, ducto composito 12. in adjunctum 2. una cum quadrato 25. quadrato dimidii æqualis est 49. quadrato numeri 7. qui ex dimidio 5. & adjecto 2. componitur. *PRO-*

PROPOSITIO VII.

Tb. 7.



Si recta linea AB. *secetur utcunque* in C. *quadrata totius & utriusvis segmenti* CB. *simul sumpta, hoc est* AE. EF. *æqualia sunt bis sumpto rectangulo* AM. *quod sub tota* AB. *& sub dicto segmento* CB. *continetur, cum addito* KL. *alterius segmenti* AC. *quadrato.*

a 46.1. Prob. Super AB. [a] fiat quadratum AE. sume BM. æqualem ipsi CB. ducantur CL. MK. parallelæ ipsis BE. AB. produc BE. in G. sic ut EG. sit æqualis ipsi BM. [c] hinc erit MG. æqualis ipsi BE. fiat quadratum EF. hoc posito: quadratum totius AB. quod est AE. cum quadrato

c 2. *Ax.*

segmen-

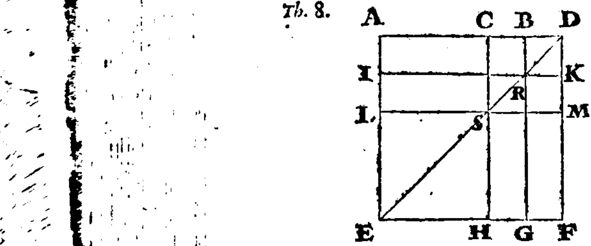
ſegmenti C B. [d] hoc eſt E F. æqualia ſunt rectangulis A M. M F. (quæ ſunt ſub tota A B. & ſegmento B C. cum B M. ſit ipſi B C. æqualis; & in rectangulo M F. latera M G. F G. ſint æqualia ipſis B E. B M. hoc eſt A B. C B.) una cum quadrato alterius ſegmenti A C. quod eſt K L. totum videlicet partibus omnibus eſt æquale. Q. E. D.

d Ex conſt.

Divide 6. in 4. & 2. quadratum totius 6. nempe 36. una cum quadrato ipſius 2. hoc eſt 4. æqualia ſunt numero 40. qui fit ex numero 6. bis ducto in 2. hoc eſt 24. una cum quadrato alterius partis 4. quod eſt 16.

PROPOSITIO VIII.

Th. 8.



Si recta linea A B. *secetur utcunque* in C. *rectangulum quater comprehensũ sub tota* A B. *&* *uno segmentorum* B R. hoc est B C. *cum eo, quod à reliquõ segmento* A C. hoc est L S. *fit, quadrato* L H. *æquale est quadrato* A F. *quod à tota* A B. *&* *dicto segmento* B D. hoc est B C. *tanquam ab una* A D. *describitur.*

Prob. Rectæ A B. sectæ in C. adjiciatur in rectum B D. ipsi B C. æqualis. Super tota A B. & adjuncta B D. hoc est super A D. fiat [a] quadratum E D. ex punctis B. & C. duc rectas B G. C H. ipsi D F. parallelas, acceptisque D K. K M. ipsis D B. B C. æqualibus, duc rectas K I. M L. ipsi D A. parallelas. Hoc posito sic dico, circa R. constituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi

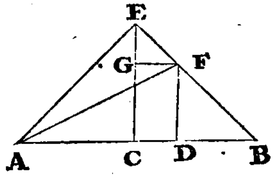
a 46.1.

ipsi B C. sunt [a] æqualia. Ducta diametro E D. complementa AR. RF. [b] sunt æqualia, suntque rectangula sub toto A B. & B R. hoc est segmento B.C. Eodemque modo I S. S G. sunt complementa æqualia, quibus si addas quadrata æqualia S R. B K. fient rectangula duobus præcedentibus æqualia, cum sint inter easdem parallelas & æquales bases: ergo quatuor illa rectangula sunt sub tota & uno segmento. Quod si quatuor illis rectangulis addas quadratum LH. alterius segmenti L S. hoc est AC. illa omnia simul sumpta erunt æqualia quadrato ED. quod fit supra AD. Q.E.D.

[a] Corr. 2. 4. hujus.
[b] 31.1.

Si 6. secentur in 4. & 2. ducaturque quater numerus 6. in 2. fient 48. & addatur quadratum ipsius 4. hoc est 16. fiet numerus 64. æqualis quadrato ipsius 8. qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2.

PROPOSITIO IX.



Th. 9. *Si recta linea* A B. *secetur in æqualia* in C. *& non æquali-* in D. *quadrata quæ ab inæqualibus segmentis* A D. D B. *fiunt, dupla sunt, eorum quæ à dimidia* A C. *& ab intermedia* C D. *fiunt.*

Prob. Ex C. erigatur C E. perpendicularis ipsi A B. & æqualis ipsi C A. vel C B. ducanturque rectæ E A. E B. Deinde ex D. erigatur D F. ipsi E C. parallela secans E B. in F. & fiat recta F G. ipsi C D. parallela, ducaturque recta A F. hoc posito: Trianguli
a Ex a Isoscelis A C E. anguli A. & E. sunt
const. b æquales c & semirecti, cum angulus
b 5. 1. A C E. sit rectus. Idem dicendum de
c 32. 1. triangulo E C B. ergo totus angulus A E B. rectus est. Jam in triangulo E G F.

angu-

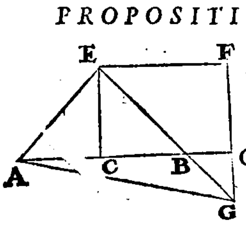
angulus G. d æqualis eſt angulo E C B. a ergo rectus, ergo anguli E. & F. b æquales c quia angulus E. ſemirectus eſt: e ergo latera G E. G F. æqualia. Unde cum G F. æquatur f ipſi C D. erit quoque G E. æqualis C D. Simili argumento probatur D F. æqualis ipſi D B. Jam quadratum rectæ A F. g æquale eſt quadratis ſegmentorum inæqualium A D. D F. hoc eſt D B. Rurſus quadratum rectæ A F. g æquale eſt quadratis A E. E F. Eſt autem A E. æquale ipſis A C. C E. atque adeo duplum quadrati quod fit à dimidia A C. Et quadratum E F. æquale eſt quadratis E G. G F. atque adeo duplum quadrati quod fit à ſegmento medio G F. ſeu C D. quare quadrata quæ fiunt ab inæqualibus ſegmentis A D D B. dupla ſunt eorum quæ à dimidia A C. & ab intermedia ſectione fiunt. Q. E. D.

d 29. 1.
e 6. 1.
f 34. 1.
g 47. 1.

Divide 10. in 5. & 5. & in 7. & 3. media ſectio 2. quadrata 49. & 9. partium inæqualium 7. & 3. ſunt duplum quadratorum 25. & 4. & partis dimidiæ 5. & ſectionis 2.

PROPOSITIO X.

Th. 10.



Si recta AB. secetur bifariam in C. eique adjiciatur in directum recta BO. quod à tota cum adjuncta AO. & quod ab adjuncta BO. utraque simul quadrata, dupla sunt quadrati à dimidia AC. & ejus quod à composita ex dimidia CB. & adjuncta BO. tanquam una describitur.

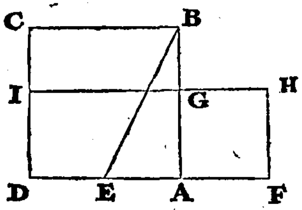
Prob. Ex C. erigatur perpendicularis CE. æqualis ipsi AC. jungatur rectæ AE. EB. ex E. fiat EF. parallela ipsi CO. per O. ducatur OF. parallela ipsi CE. occurrens rectæ EB. in G. jungaturque recta AG. In triangulo ACE. latera AC. EC. sunt æqualia, & angulus ad C. rectus: ergo reliqui semirecti: itidemque in triangulo ECB. Similiter in trian-

triangulis E F G. & BOG. latera E F. F G. ac BO. GO. sunt [a] æqualia, quia ang. ad O. rectus & B. semirectus unde reliqui semirecti & æquales. a 6. 1.

Quare cum in triangulo AOG. angulus ad O. rectus est: erit quadratum rectæ A G. æquale [b] quadratis rectarum AO.& OG. b 47. 1. hoc est B O. rursus in triangulo A E G. angulus ad E. rectus est constans ex duobus semirectis: ergo quadratum ipsius A G. æquale est quadratis A E. & E G. Est autem A E. duplum quadrati A C. & E G. duplum quadrati EF. vel F G. ergo etiam quadrata A O. & B O. dupla sunt ipsorum A C. & C O. Q. E. D.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati 169. & 9. numerorum 13. & 3. dupli sunt numerorum quadratorum 25. & 64. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

PROPOSITIO XI.



Prob. 1. *Datam rectam* A B. *ita ſecare in* G. *ut rectangulum* C G. *comprehenſum ſub tota* A B. *& ſub uno ſegmentorum* G B. *ſit æquale alterius ſegmenti* A G. *quadrato* G F.

Praxis. Ad punctum A. excita perpendicularem A D. æqualem datæ A B. eam ſeca bifariam in E. duc rectam E B. & ipſi æqualem E F. producendo E A. Ex A B. abſcindo A G. æqualem A F. & factum erit quod quæritur.

Prob. Supra datam AB. perfice quadratum A C. & ſupra rectam A F. quadratum F G. & rectam H G. produc in I. hoc poſito ſic dico. Recta D A. [a] ſecta eſt bifariam

a *Ex conſt.*

fariam in E. eique in directum adjecta est A F. [b] ergo rectangulum F I. quod factum est sub tota D F. & F H. hoc est F A. una cum quadrato mediæ E A. æquale est quadrato E F. hoc est E B. Jam quadratum E B. [c] æquale est quadratis A B. A E. ergo quadrata A B. A E. sunt æqualia rectangulo F I. cum quadrato E A. Ergo si commune quadratum A E. tollas, rectangulum F I. remanebit æquale quadrato ipsius A B. hoc est A C. Quod si ab æqualibus A C. F I. tollás commune AI. remanebit CG. rectangulum sub tota C B. hoc est B A. & altero segmentorum G B. æquale quadrato G F. quod fit à reliqua parte G A. Q. E. D.

b 6. 2.

c 47. 1. Th. 11.

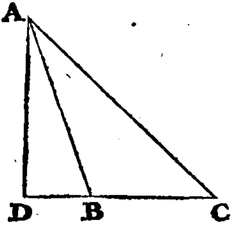
SCHOLIUM.

Hæc propositio numeris explicari nequit & idem denotat, quod tertia definitio libri sexti de media ac extrema alicujus lineæ sectione.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Th. 11.



In amblygonio triangulo ABC. *quadratum lateris* AC. *angulum* B. *obtusū subtendentis*, *quadrata laterum* B A. B C. *angulum obtusum comprehendentium, superat bis sumpto rectangulo sub latere* B C. *& sub ipsa* B D. *in directum ei addita usque ad occursum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

Prob. Demitte perpendicularem ex A. & rectam C B. produc usque dum ei occurrat in D. Quia recta C D. divisa est utcunque in B. [a] est quadratum ipsius C D. æquale quadratis rectarum D B. B C. cum duobus rectan-

a 4. 2.

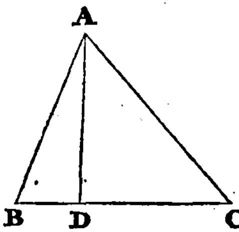
rectangulis ſub DB. B C. addatur ergo utrimque quadratum rectæ D A. erunt quadrata C D. D A. *per* 47. æqualia tribus quadratis CB.BD. 1. D A. cum duobus illis rectangulis, atqui quadratum rectæ A C. eſt æquale quadratis ipſarum CD. D A. & quadratum ipſius A B. eſt æquale quadratis ipſarum BD. D A. ergo quadratum rectæ A C. eſt æquale duobus quadratis C B. B A. cum duobus illis rectangulis. Superat ergo A C. duo quadrata duobus iſtis rectangulis ſub C B. in D B. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Hinc fluit generalis illa geometrarum regula ex tribus amblygonii trianguli lateribus ſegmentum D B. *inveniendi: nimirum ex quadrato* A C. *ſubt. ſumma quadratorum* A B. *&* B C. *reliquum diviſum per duplum baſeos* C B. *exhibebit ipſum* D B.

PRO-

PROPOSITIO XIII.



Th. 12. *In Oxygonio triangulo* A B C. *quadratum lateris* A B. *angulum* C. *acutum ſubtendentis ſuperatur à quadratis laterum* C A. C B. *eundem comprehendentium, bis ſumpto rectangulo ſub latere* C B. *& ſub aſſumpta interiùs linea* D C. *uſque ad occurſum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

Prob. Demitte perpendicularem A D. Recta B C. diviſa eſt utcunque in D. ergo per 7. 2. quadrata rectarum B C. D C. æqualia ſunt rectangulis duobus ſub B C. C D. & quadrato reliqui ſegmen-

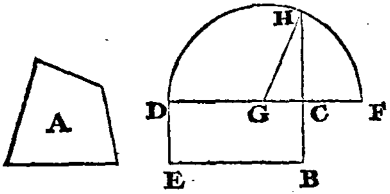
ſegmenti B D. Adde utriſque commune quadratum rectæ D A. ſic tria quadrata B C. D C. D A. æqualia ſunt quadratis duobus B D. D A. & rectangulis duobus ſub B C. D C. Nunc quadratis duobus D C. D A. [a] æquale eſt quadratum A C. Ergo duo quadrata rectarum B C. C A. æqualia ſunt rectangulo bis ſumpto ſub B C. D C. & quadratis B D. D A. hoc eſt quadrato A B. Ergo quadratum rectæ B A. minus eſt quadratis A C. C B. rectangulo bis ſumpto ſub rectis B C. D C. Q. E. D.

a 47.1.

SCHOLIUM.

Hinc altera Generalis regula Geometrarum conſtat in triangulo acutangulo ex tribus lateribus invenire ſegmentum baſis, ſcil. adde quadr. A C. *ad quadr.* B C. *ſubtrahatur ex ſumma quadr.* A B. *reliquum dividatur per duplum baſeos* B C. *& proveniet* D C.

PROPOSITIO XIV.



Th. 13. *Dato rectilineo* A. *æquale quadratum* CH. *constituere.*

Per 45. 1. fiat rectangulum BD. æquale rectilineo A. si rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas unum, puta DC. in F. sic ut CF. æqualis sit ipsi CB. seca bifariam DF. in G. & centro G. spatio DG. duc circulum DHF. produc latus BC. in H. quadratum quod fit ex CH. erit æquale rectangulo CE.

Prob. Recta DF. secta est æqualiter in G. & non æqualiter in C. [a] ergo rectangulum CE. sub inæqualibus segmentis DC. CB.

a 5. 2.

hoc

hoc eſt CF. una cum quadrato ſegmenti medii GC. æqualia ſunt quadrato rectæ GF. [b] hoc eſt GH. ſed quadratum GH. [c] æquale eſt quadratis GC. CH. & conſequenter quadrata GC. CH. æqualia ſunt rectangulo CE. & quadrato GC. Ergo ſi tollas commune quadratum GC. remanebit quadratum rectæ CH. æquale rectangulo CE. hoc eſt rectilineo A. quod erat faciendum.

[b] 15. Def. 1.
[c] 47. 1.

MONITUM.

In ſuperioribus, frequenter adhibui numeros: cum tamen in demonſtrationibus geometricis ſæpe uſui eſſe non poſſint; quia irrationales & incommenſurabiles quantitates non explicant. Sed nota 1. Semper in omnibus præponi geometricas demonſtrationes. 2. Non recipi quidem debere numeros in demonſtrandis irrationalium aut incommenſurabilium quantitatum habitudinibus & affectionibus, quæ ſola quantitate continua cognoſcuntur: verum nemo negarit in demonſtrationibus quantitatis continuæ majoris lucis gratia, & explicandæ clarius propoſitionis, nos poſſe uti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Unde robur ſuum non accipit demonſtratio à numeris, ſed lucem tantum. Et vero iis uſus eſt Archimedes propoſit. 2. de circuli dimenſione & poſt eum omnes paſſim geometræ.

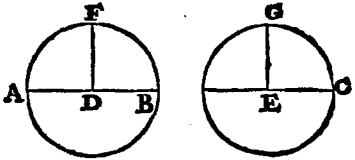
NOTA.

Hujus libri ſelectæ propoſitiones ſunt 5. 6. 12. 13.

EVCLIDIS ELEMENTUM III.

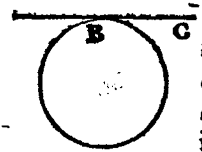
DEFINITIONES

I.



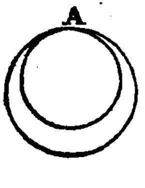
Æquales circuli sunt, quorum diametri A B. B C. *sunt æquales: vel quorum, quæ ex centris* D. & E. *recta lineæ* DF. EG. *sunt æquales.*

II.



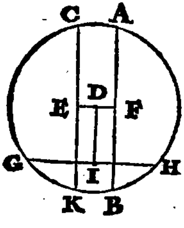
Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat puta in B. *si producatur* in C. *circulum non secat.*

III.



Circuli se mutuo tangere dicuntur qui sese mutuo tangentes ut in A. *sese mutuo non secant.*

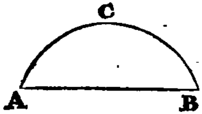
IV.



In circulo æqualiter distare à centro rectæ dicuntur, cum perpendiculares DE. DF. *à centro* D. *ad ipsas* AB. CK. *ductæ æquales sunt; longius autem abesse dicitur* GH. *in quam major perpendicularis* DI. *cadit.*

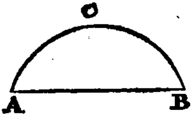
V.

V.



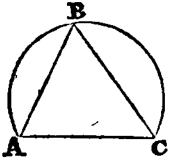
Segmentum circuli, eſt figura quæ ſub recta A B. *&* *circuli peripheria* A C B. *comprehenditur.*

VI.



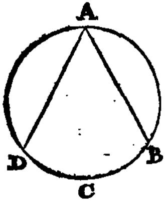
Segmenti autem angulus eſt C A B. *qui ſub recta linea* A B. *& circuli peripheria* C A. *comprehenditur.*

VII.



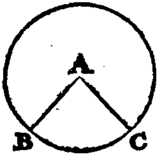
In ſegmento autem angulus eſt puta ABC. *cum in ſegmenti circumferentia ſumptum fuerit punctum quodpiam* B. *& ab eo in terminos recta* A C. *ſegmentum terminantes, liniæ rectæ ut* B A. B C. *fuerint ducta.*

VIII.



Cum vero comprehendentes angulum D A B. *recta* A D. AB. *aliquam assumũt peripheriam ut* B C D. *illi angulus dicitur insistere.*

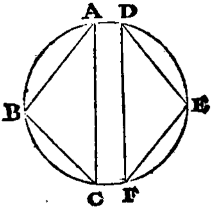
IX.



Sector circuli est, cum ad ipsius circuli centrum A. *angulus* B A C. *fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis* A B. A C. *angulum* B A C. *continentibus, & à peripheria* B C. *ab illis assumpta.*

X.

X.

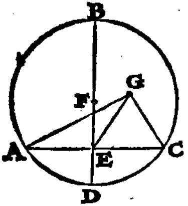


Similia circuli ſegmenta ſunt ABC. DEF. *quæ angulos* B A C. E D F. *capiunt æquales, aut in quibus anguli* C B A. F E D. *inter ſe ſunt æquales.*

PRO-

PROPOSITIO I.

Prob. I.



Dati circuli ABC. *centrum* F. *reperire.*

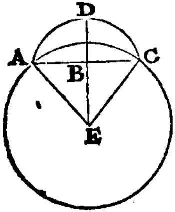
a 10.1. b 11.1. Prax. Ductam A C. a divide bifariam in E. Ad punctum E. b erige perpendicularem attingentem ambitum in B. & D. hanc B D. bifariam a seca in F. punctum F. erit centrum circuli.

c 15.1. Def. Prob. Non est aliud punctum in recta B D. c cum centrum ibi sit tantum ubi linea secatur bifariam. Neque erit extra rectam B D. Sit enim in G. ducanturque G A. G E. G C. in triangulis G A E. d Ex conſt. G C E. Latera G A. A E. sunt d æqualia ipsis G C. C E & G E. commune. Ergo e 8. 1. tota triangula e sunt æqualia, & anguli f 10. 1. Def. G E A. G E C. æquales. f Ergo angulus G E A. rectus: quod esse non potest g Ex conſt. cum ejus partialis F E A. g sit rectus.

Coroll. Si linea recta in circulo aliam lineam rectam bifariam & ad angulos secat, in secante erit centrum.

PRO-

PROPOSITIO II.



Si in peripheria circuli A B C. *duo qual. puncta* A. *&* C. *accepta fuerint, recta* AC. *quæ ad ipsa puncta adjungitur, intra circulum* A B C. *cadet.* *Th.* 1.

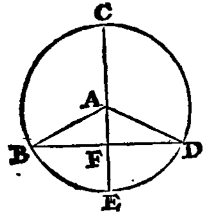
Prob. Si non cadat intra, cadat extra, sitque recta A D C. Centro E. a reperto, ducantur rectæ E A. E C. a 1. 3.
E D. secetque E D. peripheriam in B. quia autem trianguli EADC. (qui rectilineus ab adversario ponitur) latera E A. E C. sunt b æqualia, erunt anguli b 15.
c E A D C. ECDA. æquales. Est autem *Def.*
externus A D E. d major interno D C E. c 5. 1.
& per consequens quam E A D. Ergo d 16. 1.
A E. & ei b æqualis E B. e major erit e 19. 1.
quam ED. pars quàm totum. Non ergo recta ex A. ad C. ducta, extra circulum cadet: ergo intra. Q. E. D.

Coroll. Hinc patet lineam rectam circulum tangentem in uno tantum puncto tangere.

PRO-

PROPOSITIO III.

Th. 2.



Si in circulo C B D. *recta quædam* C E. *per centrum* A. *rectam quãdam* BD. *non per centrum, bifariam in* F. *secet, & ad* (angulos) *rectos eam secabit: Et si ad rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.*

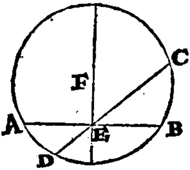
Prob. 1. pars. Ductis à centro A. æqualibus rectis A B. AD. triangula A B F. A F D. habent omnia latera
a 8. 1. æqualia singula singulis: a ergo anguli
b 10. 1. AFB. AFD. sunt æquales, b ergo recti.

Prob. 2. pars. Latera A B. A D. sunt
c 5. 1. æqualia: angulus A B D. c æqualis est
d Ex angulo A D B. & A F B. d ipsi A F D.
const. Ergo latera e B F. F D. sunt æqualia.
e 26. 1. Q. E. D.

Coroll. In omni triangulo seu æquilatero seu Isoscele linea recta basin bifariam secans, ad eandem perpendicularis est & contra.

PRO-

PROPOSITIO IV.



Si in circulo Tb. 3.
A D B. *duæ rectæ* A B. C D. *se invicem secent, non per centrum* F. *extensæ, sese bifariàm non secant.*

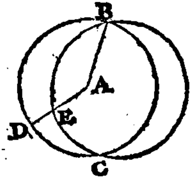
Prob. Si una tantum per centrum transeat & alia non: [a] ergo altera alteram non secabit bifariam. Si neutra transeat. Ex centro F. in punctum sectionis E. duco rectam F E. & sic dico. Si rectæ A B. C D. forent bisectæ in F. ang. FEB. & FEC. [b] forent recti & proinde æquales. Q. E. A.

a 15. Def. 1.

b 3. 1.

PROPOSITIO V.

Th. 4.



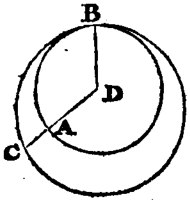
Si duo circuli D C B. E C B. *sese mutuo secent* in B. & C. *non erit illorũ idem centrum* A.

Prob. Ductæ rectæ AB. AD. erunt æquales, cùm sint à centro ad circumferentiam. Rectę etiam AE. AB. erunt æquales, ob eandem rationem ergo AE. erit [a] æqualis ipsi AD. Q. E. A.

a 1. *Ax.* 1.

PRO-

PROPOSITIO VI.

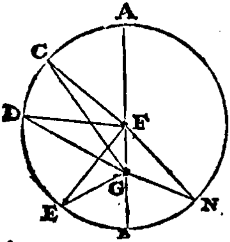


Si duo circuli Th. 5.
A B. C B. *se se mutuo interius tangant* in B. *eorum non erit idem centrum* D.

Prob. Ductis D B. D C. linea D A. est æqualis lineæ D B. cùm sint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ DC. DB. sunt æquales ob eandem causam. Ergo D A. D C. erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

PROPOSITIO VII.

Th. 6.



Si in circuli diametro AB. *sumatur aliquod punctũ* G. *quod non sit centrum circuli: & à puncto* G. *quadam recta* G C. G D. G E. G N. *in circulum cadant: maxima quidem erit* G A. *in qua centrum* F. *minima vero reliqua* G B. *aliarum vero semper ejus, qua per centrum ducitur, propior* G C. *remotiore* G D. *major erit: solum autem dua recta* G E. G N. *ab illo puncto* G. *aequales in circulum cadunt ad utrasque* (partes) *minima vel maxima.*

Prob. 1. pars. Ductis rectis F C. F D. F E. F N. ex centro F. duo latera C F. F G. trianguli C F G. [a] majora sunt tertio C G. at hæc sunt æqualia toti

a 20.1.

G A.

GA. ergo GA. est majus quam GC. Q. E. D.

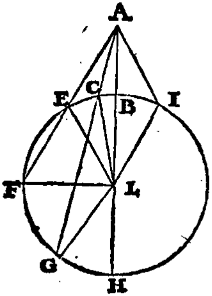
Prob. 2. Latera EG. GF. trianguli EGF. [a] majora sunt tertio EF. ergo majora sunt quàm linea FB. quæ est æqualis ipsi FE. ergo si dematur utrique communis recta GF. remanebit GE. major quam GB. Q. E. D. a 20.1.

Prob. 3. Triangula CFG. DFG. habent latera FC. FD. æqualia & latus FG. commune, angulus vero CFG. major est angulo DFG. totum parte: ergo latus CG. [b] majus erit quam DG. Q. E. D. b 24.1.

Prob. 4. Facto angulo GFN. æquali GFE. GN. GE. erunt [c] æquales. Nec à puncto G. aliæ duci possunt æquales ipsis GE. GN. erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter majores vel minores, per tertiam partem hujus. Q. E. D. c 4.1.

PROPOSITIO VIII.

Th. 7.



Si extra circulum BEH. *sumatur punctum quodpiam* A. *& à puncto ad circulum ducantur rectæ quædam* AF. AG. AH. *quarum una quidem per centrum* L. *reliqua verò ut libet. In cavam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima* (erit) *quæ per centrum* L. (ducitur) *aliarum vero semper propior* (ei) *quæ per centrum* L. *remotiore major erit. In convexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est illa quæ inter punctum* A. *& diametrum* BH. *(ponitur) Aliarum vero ea quæ propior est minimæ* AB. *remotiore semper minor est. Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto* A. *cadent in circulum ad utrasque partes minimæ* AB. *vel maximæ* AH.

Prob. 1. pars. Ductis rectis LG. LF. duo latera AL. LG. hoc est LH. a majora sunt tertio AG. ergo AH. major erit quam AG. Q. E. D.

a 20. 1.

Prob. 2.

Prob. 2. Latera A L. L G. trianguli A L G. sunt æqualia lateribus L F. L A. trianguli A L F. angulus autem A L G. major est angulo A L F. b ergo latus A G. majus est latere A F. Q. E. D. b 24. 1.

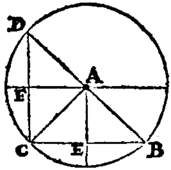
Prob. 3. Ductis rectis L C. L E. duo latera A C. L C. trianguli A C L. a majora sunt tertio A L. demantur æqualia L B. L C. remanebit A C. major quàm B A. Q. E. D. a 20. 1.

Prob. 4. Quia intra triangulum A L E. duæ rectæ A C. C L. junguntur: c erunt lateribus A E. E L. minores; demptis igitur æqualibus L C. L E. remanebit E A. major quam C A. Q. E. D. c 21. 1.

Prob. 5. Facto angulo A L I. æquali A L E. duo triangula illa d erunt æqualia: ergo latera A I. A E. æqualia; neque alia duci potest recta, his æqualis: erit enim semper propior minimæ A B. vel remotior & consequenter e major vel minor per partem quartam hujus. Q. E. D. d 4. 1. e 21. 1.

PROPOSITIO IX.

Tb. 8.



Si intra circulum BCD. *sumptum sit aliquod punctum* A. *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB. AC. AD. *acceptum punctum, centrum est circuli.*

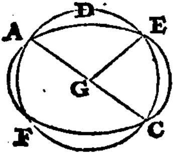
Prob. Ductis rectis BC. CD. divisisque bifariàm per rectas AE. AF. triangula ADF. ACF.
[a] erunt æqualia : ergo anguli
a 8. 1. DFA. AFC. æquales : [b] ergo
b 10. Def. 1. recti : ergo in linea FA. est circuli
c 1. 3. centrum. Rursùs cum idem sit de triangulis ACE. ABE. in recta AE. erit circuli centrum. Cum verò non sit in duobus locis, debet esse ubi se intersecant. Q. E. D.

ALITER.

A nullo puncto plures quam, duæ rectæ ad circumferentiam duci possunt per 7. 3. *ergo* A. *erit centrum.* Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO X.



Circulus AEF. *non secat circulum* FDC. *per plura puncta quam duo.* Th. 9.

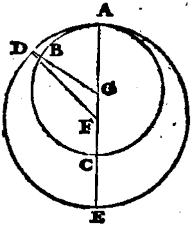
Prob. Secet enim in tribus si vis. Circuli EFC. centro G. [a] invento, ducantur rectæ GA. GC. GE. quæ, quia sunt æquales, & attingunt ambitum circuli utriusque, punctum G. [b] erit etiam centrum circuli utriusque; quod est absurdum per 5. hujus.

a 1. 3.

b 9. 3.

PROPOSITIO XI.

Th. 10.



Si duo circuli ABC. AED. *contingant ſeſe interius* in A. *& ſumpta fuerint eorum centra* G. *&* F. *ad eorum centra adjuncta recta linea* F A. *& producta, in contactum* A. *cadet circulorum.*

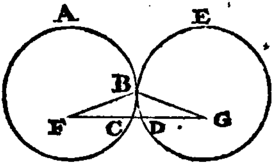
Prob. Recta F G. conjungens eorum centra, non incidat in contactum ſed alibi in D. à puncto G. centro circuli A B C. ducatur recta G A. ad contactum ut & FD. latera G D. G F. [a] majora ſunt tertio F D. ergo majora [b] latere F A. dempto ergo communi F G. remanebit GA. majus latere GD. Eſt autem GA. æqualis lateri GB. ergo GB. majus erit quam G D. pars toto. Q. E. A.

a 20. 1.

b 15. *Def.*

PRO-

PROPOSITIO XII.

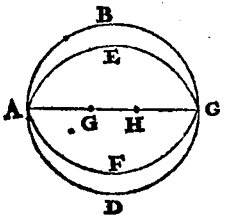


Si duo circuli A B C. E B D. *Tb.* 1 *contingunt se invicem exterius* in B. *quæ adjungitur ad eorum centra, per contactum transibit.*

Prob. Si neges: sit recta F G. centra conjungens. Ductis F B. G B. latera B F. B G. [a] majora sunt tertio F G. sed BF. BG. sunt æqualia radiis F C. G D. ergo quoque F C. G D. majora sunt F C. C D. G D. pars toti. Q. E. A. a 20. 1.

PRO-

PROPOSITIO XIII.



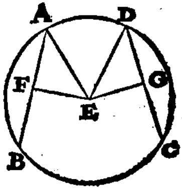
Th. 12. *Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam uno, sive intus, sive extra tangit.*

Prob. Tangat enim in duobus, puta A. & C. centrum [a] debebit esse in linea, quæ junget contactum circulorum: utriusque autem non [b] potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra, puta G. & H. quod fieri non potest, cum linea in unico puncto, possit tantum secari bifariàm.

a 11. & 12. 3.
b 6. 3.

PRO-

PROPOSITIO XIV.

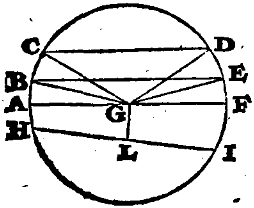


In circulo A B C. *æquales rectæ* A B. D C. *æqualiter distant à centro* E. *& æqualiter distantes à centro, sunt sibi invicem æquales.* *Th.* 13.

Prob. A centro E. in rectas AB. CD. duc a perpendiculares EF. EG. rectæ A B. C D. sectæ b erunt bifariam. Junctis EA. E D. quadratum rectæ ED. c est æquale quadratis rectarum DG. GE. ut & quadratum A E. quadratis rectarum A F. F E. Demptis ergo ab æqualibus A F. F E. ipsis D G. G E. æqualium linearum quadratis AF. DG. remanebit recta E F. æqualis rectæ E G. & consequenter rectæ A B. C D. d æqualiter distant à centro. a 12. 1. b 3. 3. c 47. 1. d 4. *Def.* 3.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata EG. GD. sunt æqualia quadratis EF. FA. & quadratum EG. æquale quadrato EF. ergo quadratum FA. æquale est quadrato GD. e ergo recta BA. æqualis est rectæ DC. Q. E. D. e 7. *Ax.* 1.

PROPOSITIO XV.



Th. 14. *In circulo* ABCD. *maxima quidem est diameter* AF. *aliarum verò semper propior* BE. *centro* G. *erit major remotiore* CD.

Prob. 1. pars. Ductis GB. GE. duo latera GB. GE. trianguli GBE. [a] majora sunt tertio BE. at hæc sunt æqualia diametro AF. ergo AF. major est quam BE. Q. E. D.

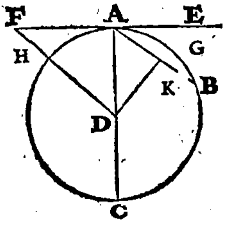
a 20.1.

Prob. 2. Ductis rectis GC. GD. duo latera GC. GD. sunt æqualia lateribus GB. GE. angulus vero BGE. major est angulo CGD. [b] ergo latus BE. majus latere CD. Q. E. D.

b 24.1.

PRO-

PROPOSITIO XVI.



Quæ ab extremitate diametri A C. *ad rectos angulos linea* E F. *ducitur, cadet extra circulum* A B C. *& in locum inter ipſam* E F. *& circumferentiam,* ABC. *altera recta* A B. *non cadet: & ſemicirculi angulus* DAGB. *major erit omni acuto angulo rectilineo: reliquus autem* E A G B. *minor.* Th. 15.

Prob. 1. pars. Ex centro D. ducatur recta D H F. utcunque: latus D F. ſubtendens angulum F A D. rectum [a] majus erit D A. a 19. 1. hoc eſt D H. cum itaque H. ſit in circumferentia erit F. extra. Simili ratione de omnibus pũctis in linea FAE. argumentari licet. Q.E.D.

 Prob.

Prob. 2. pars. Ad AB. quæ inter peripheriam & rectam EF. caderet ducatur perpendicularis DK. ergo latus DA. majus erit
b 19. 1. b ipsi DK. sed punctum A. est in circumferentia itaque K. & tota AB. erit intra circulum. Q. E. D.

Prob. 3. Ut fieret angulus major angulo DAGB. semicirculi, deberet duci recta inter rectam EA. & peripheriam AB. quod jam probavi fieri non posse.

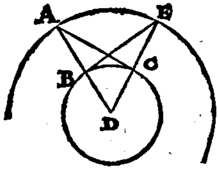
Prob. 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAGB. contactus, duceretur recta inter AE. & peripheriam AB. quod, ut jam dixi, fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectã ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in unico puncto geometrice tangere:
c 2. 3. nam si plura tangeret, caderet c intra circulum.

PRO-

PROPOSITIO XVII.



A dato puncto A. rectam lineam A C. ducere, quæ datum tangat circulum B C D. Prob. 2.

Praxis. Centro D. spatio A. fiat pars circuli A E. ducatur recta D A. & ad punctum B. excitetur perpendicularis B E. jungaturque recta D E. à puncto A. ducatur recta A C. hanc dico tangere circulum B C D.

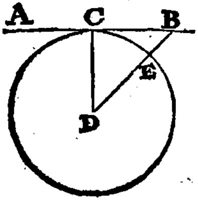
Prob. Triangula ADC. BED. se habent juxta 4. 1. cum latera DA. DE. DB. DC. sint [a] æqualia & angulus D. communis. Ergo cum angulus E B D. sit rectus, rectus etiam erit D C A. recta itaque A C. [b] tanget circulum. Q. E. F.

a 15. 1. Def.

b 16. 3.

PROPOSITIO XVIII.

Th. 16.

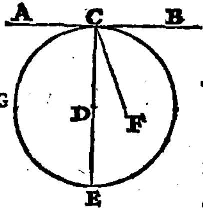


Si aliqua recta AB. *tangat circulum* DCE. *à centro vero* D. *ad contactum* C. *quadam recta* DC. *adjungatur: adjuncta* DC. *perpendicularis erit ad* AB. *quæ continget.*

Prob. Si negas: sit alia, puta DB. perpendicularis, ergo cum angulus B. ponatur rectus
a 17. 1. erit angulus C.[a] minor recto, ergo
b 19. 1. latus DC. hoc est DE. [b] majus erit latere DB. pars toto quod est absurdum.

PRO-

PROPOSITIO XIX.

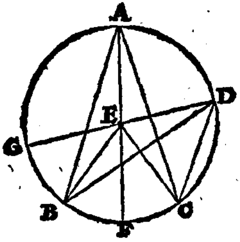


Si circulum E G C. *contingat aliqua recta* A B. *à contactu vero* C. *tangenti* AB. *ad rectos angulos recta linea* E C. *ducta sit, in recta ducta* E C. *erit centrum circuli.* Th. 17.

Prob. Si negas, ſit alibi nimirum in F. proinde ducta F C. ipſi A B. [a] erit perpendicularis: a 18. 3. ergo angulus rectus F C B. recto D C B. erit æqualis, pars toti quod eſt abſurdum.

PROPOSITIO XX.

Tb. 18.



In circulo DFGA. *angulus* BEC. *ad centrum* E. *duplū est anguli* BAC. *ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria* B C. *basis angulorum.*

Prob. Id tribus poteſt modis contingere. Includant 1. rectę AB. AC. rectas EB. EC. ductaque AF. per centrum E. duo latera EA. EB. erunt æqualia [a] ergo anguli EBA. EAB. æquales: angulus autem B E F. duobus EAB. E B A. [b] eſt æqualis, ergo duplus anguli BAF. Idem dic de angulo FEC. reſpectu anguli EAC. ergo totus B E C. totius B A C. erit duplus. Q. E. D.

a 5. 1.

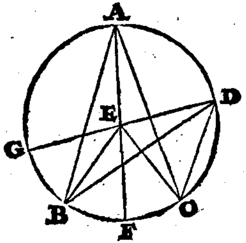
b 32. 1.

2. Rectæ

2. Rectæ D G. D B. non includant rectas E C. E B. iterum cum latera E D. E B. sint æqualia erunt E D B. E B D. [c] anguli c 5. 1.
æquales. His autem duobus, angulus G E B. est [d] æqualis. Ergo d 32. 1.
idem erit duplus anguli G D B. Q. E. D.

3. Triangula B E C. B D C. sese intersecent, ducaturque recta D G. per centrum E. totus angulus G E C. erit duplus totius G D C. angulus vero G E B. duplus est anguli G D B. ergo reliquum B E C. duplum erit reliqui B D C. Q. E. D.

PROPOSITIO XXI.

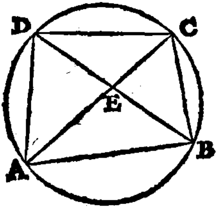


Th. 19. *In circulo* A D C B. *qui in eodem ſegmento* B C. *ſunt anguli* B A C. B D C. *ſunt inter ſe æquales.*

a 20. 3. Prob. Angulus B E C. [a] eſt duplus anguli B A C. & du-
b 1. Ax. plus anguli B D C. [b] ergo anguli B A C. B D C. ſunt inter ſe æquales. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXII.



Quadrilatirorum in circulo ABCD. *descriptorum oppositi anguli* D C B. D A B. *duobus rectis sunt æquales.* Th. 20.

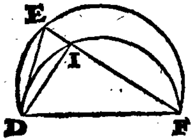
Prob. Diametris A C. D B. ductis, anguli A D B. A C B. in eadem portione [a] sunt æquales, similiterque anguli B A C. BDC. ergo totus angulus ADC. est æqualis angulis B C A. BAC. sed anguli BCA. BAC. cum tertio A B C. [b] valent duos rectos: ergo angulus ADC. æqualis ipsis BCA. BAC. cum angulo ABC. valebit duos rectos. Idem de aliis oppositis dicetur. Ergo, &c. Q. E. D.

a 21. 3.
b 32. 1.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Th. 21.



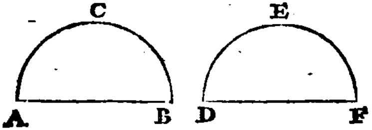
Super eadem recta DF. *duo segmenta circulorum similia* DIF. DEF. *& inæqualia non constituentur ad easdem partes.*

Prob. Sint enim si fieri potest DIF. DEF. similia segmenta, ductis rectis ED. EF. ID. anguli DIF. DEF. [a] erunt æquales, quod est absurdum per 16. 1.

a 10. Def. 3.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.



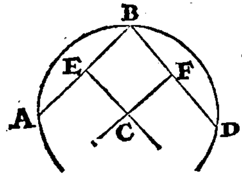
Super æqualibus rectis AB. DF. *similia segmenta circulorum sunt inter se æqualia.* Th. 22.

Prob. Collocetur AB. super DF. [a] congruent. Etenim si segmenta non congruant vel unum totum extra aliud cadet, quod est absurdum per 23. 3. vel cadet partim intra, partim extra; & sic circulus circulum secabit in pluribus punctis quam duobus, quod repugnat per 10. 3.

a 8. *Ax.*

PROPOSITIO XXV.

Prob. 3.



Circuli segmento dato A B D. *describere circulum, cujus est segmentũ.*

Prax. Accipiantur in dato segmento tria puncta A B D. a 10. & 11. 1. ductis rectis A B. B D. [a] divisisque bifariam & ad angulos rectos per rectas CE. CF. se mutuo intersecantes in puncto C. illud erit centrum.

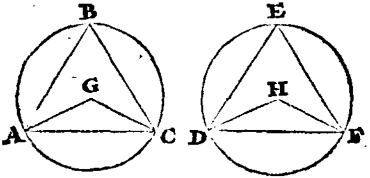
Prob. Per 1. 3. centrum est in utraque C E. & C F. ergo ubi se intersecant. Circuli enim unius, unicum tantum potest esse centrum. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Hinc datis tribus punctis facile centrum circuli reperitur per data puncta transeuntis.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

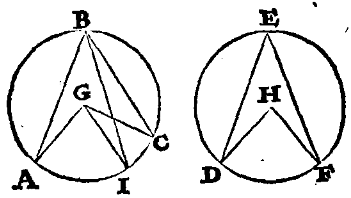


In æqualibus circulis ABC.DEF. *æquales anguli* G. *&* H. B. *&* E. *æqualibus peripheriis* AC.DF. *insistunt, sive ad centra* G.*&* H.*sive ad peripharias* B. *&* E. *constituti sint.* Th. 13.

Prima pars. Prob. Trianguli A G C. latera G A. G C. & angulus G. ponuntur æqualia lateribus H D. H F. & angulo H a ergo bases A C. D F. sunt æquales. Ergo b peripheriæ A C. D F. erunt etiam æquales. Q. E. D. a 4. 1. b 24. 3.

Prob. 2. Anguli A B C. D E F. ponuntur æquales: c ergo segmenta ABC. DEF. sunt similia: d ergo æqualia cum rectæ AC. DF. sint æquales. Ergo cum circuli ponantur æquales, remanebunt segmenta A C. D F. e æqualia. c Def. 10. 3. d 23. 5. e 3. Ax.

PROPOSITIO XXVII.



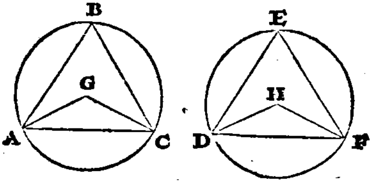
Th. 24. *In æqualibus circulis* ABI. DEF. *anguli qui in æqualibus peripheriis* AI. DF. *insistunt sunt inter se æquales, sive ad centra* G. *&* H. *sive ad peripherias* B. *&* E. *constituti, insistant.*

Prob. Si non sint æquales, sit alter minor, puta AGI. [a] fiatque AGC. ipsi DHF. æqualis: ergo peripheria AC. erit [b] æqualis peripheriæ DF. sed peripheria DF. ponitur æqualis ipsi AI. ergo AC. & AI. erunt æquales, pars toti: Idem [c] dic de angulis B. & E. cum G. & H. [d] sint eorum dupli.

a 23. 1. b 25. 3. c 7. Ax. d 20. 3.

PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

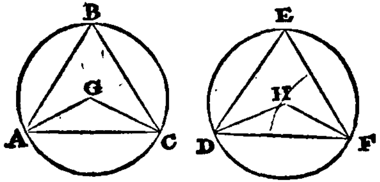


In æqualibus circulis ABC.DEF. *æquales rectæ* AC. DF. *æquales peripherias* AC. DF. ABC.DEF. *auferunt, majorem quidem majori, minorem autem minori.* *Th. 25.*

Prob. Ductis rectis GA. GC. HD. HF. triangula AGC. DHF. [a] sunt æqualia. Ergo angulus G. angulo H. est æqualis: ergo peripheriæ AC. DF. [b] æquales. [c] ergo reliquæ ABC. DEF. sunt æquales. Q. E. D.

a 8. 1.
b 26. 3.
c 3. Ax.

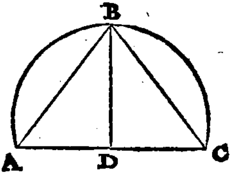
PROPOSITIO XXIX.



Tb. 26. *In æqualibus circulis* ABC.DEF. *æquales peripherias* ABC.DEF. *æquales rectæ* AC. DF. *subtendunt.*

Prob. Ductis rectis GA.GC. HD. HF. anguli G. & H.
a 27. 3. [a] erunt æquales: latera etiam GA. GC. HD. HF. sunt æqualia ex suppositione: ergo bases AC.
b 4. 1. DF. [b] erunt æquales. Q.E.D.

PROPOSITIO XXX.



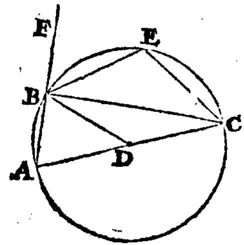
Datam peripheriam A B C. *secare bifariam.* Prob. 4.

Praxis. Ducatur recta A C. quam divide [a] bifariam in D. per perpendicularem D B. erit peripheria secta bifariam in B. a 10.1.

Prob. Ductis rectis AB. CB. triangula A B D. D B C. se habent juxta 4. 1. ergo latera A B. C B. sunt æqualia. [b] Ergo peripheriæ quas subtendunt sunt æquales. Q. E. D. b 28. 3.

PROPOSITIO XXXI.

Tb. 27.



In circulo ABEC. *angulus* ABC. *in semicirculo rectus est: qui autem in majore segmento* BAC. *minor recto: qui vero in minore segmento* BEC. *major recto: & insuper angulus* CBA. ex recta CB. & peripheria BA. *majoris segmenti, recto quidem major est; minoris autem segmenti angulus* EBC. qui ex peripheria EB. & recta BC. *minor est recto.*

Prob. 1. pars. Centro D. ductis rectis DA. DB. DC. anguli

a 5. 1. DAB. DBA. [a] erunt æquales: itemque anguli DCB. DBC. ergo totalis angulus ABC. est æqualis angulis A, & DCB. sed his

his [b] est æqualis F B C. ergo angulus A B C. [c] est rectus. b 32. 1. c 13. 1.

Prob. 2. Angulus A B C. est rectus: ergo angulus B A C. in majore segmento [d] est minor recto. d 32. 1.

Prob. 3. Fiat quadrilaterum A B E C. angulus A. [e] minor est recto, ergo angulus BEC. in minori segmento [f] est major recto. e per 1. partem hujus. f 22. 3.

Prob. 4. Angulus ex peripheria A B. & rectæ C B. est major angulo recto composito ex rectis A B. B C. totum videlicet parte.

Prob. 5. Angulus compositus ex peripheria E B. & recta C B. minor est angulo F B C. recto composito ex recta FB. BC. pars toto. Hujus propositionis autor fertur Thales Milesius annis ante Christum, 650.

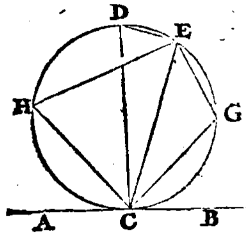
SCHOLIUM.

Hinc in triangulo rectangulo, secta hypothenusa bifariam, erit illud punctum centrum circuli tria puncta illa pertranseuntis, adeoque examen exacta norma.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Tb. 28.



Si circulũ CHEG. *tetigerit aliqua recta* AB. *à tactu autem* C. *ducatur quædam recta, secans circulum* DC. vel EC. *anguli quos ad tangentem* AB. *faciet, erunt æquales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus*, id est angulus ACE. æqualis est angulo G. & angulus BCE. angulo H.

Prob. Ducta perpendiculari DC. cum angulus ACD. sit rectus, angulus qui fieret in
a 31:1. semicirculo, illi [a] esset æqualis: si vero non sit rectus ut ACE. primo duc rectam DC. per centrum, deinde accipe in periphe-

ria

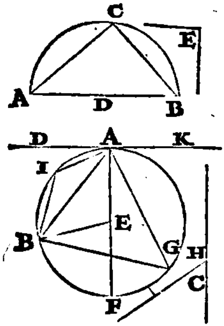
ria aliquod punctum puta G ducanturque rectæ D E. E G. G C. cum angulus D E C. in semicirculo [b] sit rectus, reliqui duo puta E C D. E D C. [c] valent unum rectum: sed anguli B C E. & E C D. valent etiam unum rectum, cum recta D C. sit perpendicularis: dempto igitur communi E C D. remanebit B C E. æqualis angulo E D C. qui [d] æqualis est angulo C H E. ergo & angulus B C E. angulo C H E. æqualis. Rursus, cum quadrilateri D G. anguli in circulo oppositi E D C. E G C. [e] valeant duos rectos, sicut & anguli [f] ACE. E C B. & angulus C D E. sit [g] æqualis angulo B C E. remanebit angulus G. angulo A C E. æqualis. Q. E. D.

b 13. 3.
c 32. 1.
d 27. 3.
e 22. 3.
f 13. 1.
g per 1. partem hujus.

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

Prob. 5.



Super data recta AB. *portionem circuli describere, qua capiat angulum dato angulo, rectilineo æqualem.*

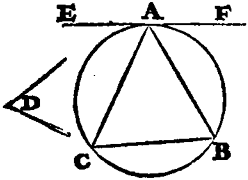
Si datus angulus ſit rectus, qualis eſt E. recta AB. diviſa bifariam in D. centro D. ſpatio, DA. ſi fiat ſemicirculus ACB. ductis rectis AC. CB. angulus
a 31. 1. C. [a] erit æqualis dato angulo E. quia erit in ſemicirculo. Si angulus ſit acutus ut C. ſitque data recta BA. ad punctum A. fiat an-
b 23. 1. gulut DAB. [b] æqualis angulo C. ductaque ad punctum A. perpendiculari FA. fiat angulus EBA.

æqua-

æqualis angulo E A B. latera EB. EA.[c] erunt æqualia: quare si puncto E. spatio E A. fiat circulus, transibit per punctum B. quo posito sic pergo. Cum recta F A. sit diameter, & recta D A. ad ejus extremum sit ei perpendicularis, [d] tanget circulum: ergo angulus D A B. [e] erit angulo cuicunque, qui fiet in alterna circuli portione, puta angulo AGB. æqualis: ergo portio A H G B. continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus sit obtusus puta H. eadem erit demonstratio: angulus enim A I B. ipsi H. [f] erit æqualis.

c 6. 1.
d *per corol.* 16. 3.
e 32. 3.
f 22. 3.

PROPOSITIO XXXIV.



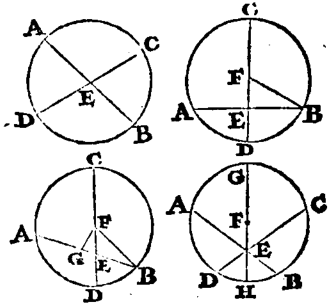
A dato circulo A B C. *segmentum* C B A. *abscindere capiens angulũ* B. *æqualem dato angulo rectilineo* D.

[a] Ducatur tangens E F. ad punctum A. [b] fiat angulus CAE. æqualis dato D. portio ABC. [c] capiet angulum B. æqualem dato. Q.E.F.

a 17. 3.
b 23. 1.
c 32. 3.

O PRO-

PROPOSITIO XXXV.



Th. 29. *Si in circulo* ADBC. *duæ rectæ* AB. CD. *se mutuo* in E. *secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius* AE. EB. *æquale est ei quod sub segmentis alterius* CE. ED. *comprehenditur rectangulo.*

Prob. 1. Rectæ AB. CD. secent se in centro E. rectangulum unum, alteri erit æquale: cum omnes radii sint æquales.

2. Sola CD. transeat per centrum F.
a 3. 3. dividatque rectam AB. bifariam in E. a ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB. quo facto, cum recta CD. secetur in æqualia in F. & non æqualia in E. erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE. ED. cum quadrato seg-
b 5. 2. menti intermedii EF. b æquale quadrato dimi-

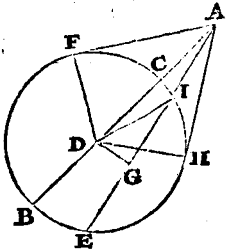
dimidiæ FD. vel FB. ſed quadratum FB. eſt c æquale quadratis BE. EF. quæ per conſequens æqualia ſunt rectangulo CE. ED. cum quadrato EF. Dempto igitur communi FE. remanebit rectangulum CE. ED. æquale rectangulo ſub BE. EA. Q. E. D. c 47. 1.

3. Recta CD. tranſiens per centrum F. rectam AB. non dividat bifariam in E. ductaque recta FB. & perpendiculari FG. rrctangulum ſub CE. ED. cum quadrato FE. d erit æquale quadrato FD. vel FB. rectangulum etiam ſub AE. EB. cum quadrato GE. eſt æquale quadrato GB. adde quadratum FG. jam cum quadratum FB. ſit æquale quadratis FG. GB. erit rectangulum AE. EB. cum quadratis EG. GF. æquale quadrato FB. hoc eſt rectangulo CE. ED. & quadrato FE. ergo cum quadratum FE. ſit æquale quadratis FG. GE. ſi ab uno demas FE. & ab alio EG. GF. remanebunt æqualia rectangula CE. ED. & AE. EB. Q. E. D. d 5. 2.

4. Si neutra tranſeat per centrum & ſe ſecent utcunque, ducatur ad interſectionem E. recta GH. tranſiens per centrum: cum rectangulum ſub CE. ED. e ſit æquale ei quod ſub HE. EG. Idemque AE. EB. ſit æquale ipſi GE. EH. erunt æqualia rectangula ſub CE. ED. & AE. EB. Q. E. D. e per 3. partem hujus.

PROPOSITIO XXXVI.

Th. 10.



Si extra circulũ FBE. *sumatur punctum aliquod* A. *ab eoque in circulum cadant duæ rectæ: & hæc quidem* AB. *secet circulum* in C. *illa autem* AF. *tangat* in F. *Quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* AC. *inter punctum* A. *& convexam peripheriam* C. *comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente* AF. *describitur quadrato.*

Prob. Transeat 1. recta AB. per centrum D. ductaque recta DF. cum recta CB. bifariam secta sit in D, & ei recta AC. adjiciatur, rectangulum sub AB. & AC. contentum, una cum quadrato DC. vel DF. a æquale est ei quod à DC. cum AC. tanquam una linea fit quadrato. Sed quadratum DA. b est æquale quadratis DF. FA. ergo dempto communi FD. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo sub AB. & CA. Q.E.D.

a 6. 2.
b 47. 1.

2. Si

2. Si recta AE. non transeat per centrum, à centro D. duc perpendicularem DG. c hæc secabit rectam EI. bi- c 3. 3.
fariam, cum igitur recta EI. sit secta bifariam in G. & ei recta IA. adjiciatur, erit rectangulum sub AE. & sub AI. cum quadrato GI. d æquale quadrato GA. d 6. 2.
addito ergo quadrato DG. erit rectangulum sub AE. & sub IA. cum quadratis IG. GD. hoc est quadrato DI. hoc est DF. æquale quadrato DA. sed DA. est æquale quadratis FA. FD. demptis ergo æqualibus DF. DI. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo sub AE. & AI. Q.E.D.

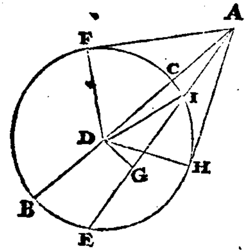
Coroll. 1. Hinc sequitur, si à puncto quovis extra circulum sumpto, plures rectæ circulum secantes ducantur, rectangula comprehensa sub totis lineis & partibus exterioribus, inter se esse æqualia.

Coroll. 2. Duæ rectæ, ab eodem puncto ductæ, quæ circulum tangunt, sunt inter se æquales.

Coroll. 3. Ab eodem puncto extra circulum sumpto, duci tantum possunt duæ rectæ, quæ circulum tangunt.

PROPOSITIO XXXVII.

Th. 31.



Si extra circulum F H E. *ſumatur punctum aliquod* A. *ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ* AF. AB. vel A E. *& hac quidem* A B. *ſecet circulum: illa autem* A F. *incidat: ſit autem quod ſub tota ſecante* AB. *& exterius aſſumpta* C A. *inter punctum & convexam peripheriam, rectangulum æquale ei quod ab incidente* A F. *deſcribitur: incidens illa circulum tanget.*

a 17. 3. Prob. [a] Duc tangentem A H. & ad H. rectam D H. cum
b 36. 3. ergo quadratum AH. [b] ſit æquale rectangulo ſub AB. CA. & idem rectangulum ſub A B. C A. ponatur

natur æquale quadrato F A. lineæ F A. H A. erunt æquales, latera item F D. H D. ſunt æqualia & baſis A D. communis: ergo tota triangula [c] ſunt æqualia. Ergo cum angulus A H D. ſit [d] rectus, rectus etiam erit AFD. ergo AF. circulum tanget per coroll. 16. 3.

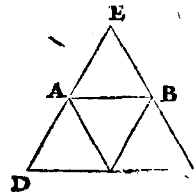
c 8. 1.
d 18. 3.

NOTA.

Selectiores hujus libri propoſitiones ſunt. 20. 22. 31. 35. 36.

EVCLIDIS ELEMENTUM IV.

DEFINITIONES.



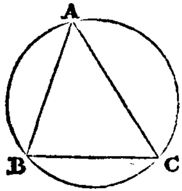
1. Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, ejus figuræ, quæ inscribitur, anguli, singula latera ejus quæ inscribitur tangunt.

Ut triangulum A B C. inscriptum est triangulo D E F. quia anguli A. B. C. tangunt latera D E. E F. D F.

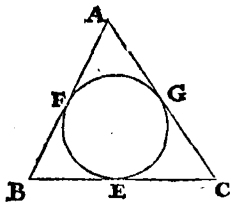
2. *Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula ejus quæ circumscribitur, latera, singulos ejus figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.*

Ut triangulum D E F. dicitur propriè describi circa triangulum A B C. quia singula latera majoris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia ut impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, ut bene advertit illustrissimus Princeps Flussates Candalla ut nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planum figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

3. *Fi-*



3. *Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, ejus figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.*

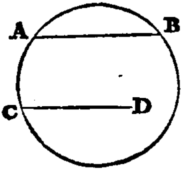


4. *Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera ejus quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.*

5. *Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera tangit ejus figuræ in qua inscribitur.*

6. Cir-

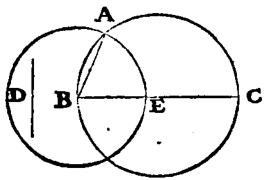
6. Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit ejus figuræ, quam circumscribit, angulos.



7. Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum ejus extrema in circuli peripheria fuerint.

Sic A B. dicitur in circulo accommodata non vero C D.

PROPOSITIO I.



Prob. 1. *In dato circulo* A B C. *accommodare rectam* B A. *aequalem data recta* D. *qua circuli diametro* B C. *non sit major.* [a]

a 7. Def. 4.

Dati circuli ducas diametrum B C. si data recta D. æqualis sit diametro B C. factum est quod petitur. Si D. minor sit

b 3. 1. diametro : [b] abſcindatur B E. æqualis ipſi D. & centro B. ſpatio B E. fiat circulus E A. dicta

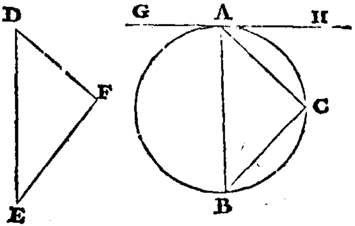
c 7. Def. jam recta B A. coaptala erit [c] in

d 15. circulo BAC.& [d] æqualis ipſi BE.

Def. 1. & conſequenter ipſi D. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO II.

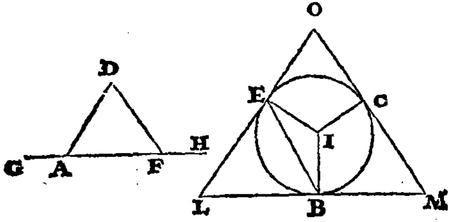


In dato circulo A B C. *triangulum* A B C. *describere, dato triangulo* D E F. *aequi angulum.* *Prob. 2.*

[a] Fiat tangens G H. ad punctum A. fiat angulus H A C. [b] aequalis angulo E. & G A B. angulo F. ducta recta B C. factum erit quod petitur. a 16. 3. b 23. 1.

Prob. Angulus H A C. aequalis est [c] angulo B. & similiter angulus G A B. angulo C. ergo & angulus E. angulo B. & angulus F. angulo C. & consequenter angulus D. angulo A. [d] ęqualis. Ergo triangulum triangulo aequi angulum in dato circulo inscriptum. Q. E. F. c 32. 3. d Cor. 2. 32. 1.

PROPOSITIO III.



Prob. 3. *Circa datum circulum* BCE. *describere triangulum* LMO. *æquiangulum dato triangulo* D. F. A.

Dati tranguli latus AF. produc
a 23. 1. in G. & H. angulo D F H. æqualis fiat ad centrum angulus CIB. & angulo D A G. angulus
b 11. 1. EIB. & ad puncta EBC. [b] ducas
c Ex 16. 3. perpendiculares quæ [c] tangentes erunt scilicet M O. M L. L O. & coëuntes petitum triangulum constituent. Quod autem concurrant patet; nam uterque angulorum ad A. & C. est rectus: ergo si intelligatur duci linea B E. erunt duo anguli versus L. minores duo-

duobus rectis: [d] ergo in illam partem protractæ tangentes concurrent similiterque aliæ in alias partes protractæ: ergo fiet triangulum circa datum circulum. Quod autem sit dato triangulo æquiangulum, sic probo. In quadrilatero C I B M. anguli ad C. & B. [e] sunt recti: ergo reliqui C I B. CMB. [f] duobus rectis sunt æquales: Sed angulus C I B. æqualis ponitur ipsi D F H. ergo angulus C M B. æqualis est angulo [g] D F A. eodem modo ostendi potest in quadrilateris B I E L. C I E O. angulos L. & O. æquales esse angulis A. & D. Ergo circa datum, &c. Q. E. F.

d 11. Ax.

e 18. 3.

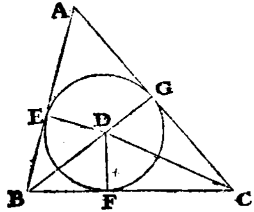
f 32. 1.

g 13. 1.

PROPOSITIO IV.

Prob. 4.

In dato triãgulo AB C. *circulum* G E F. *describe-re.*



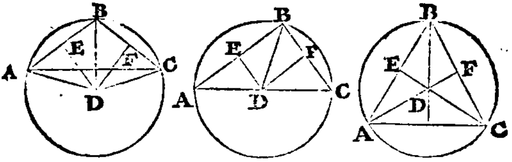
a 9. 1. Divide duos ejus angulos B. & C. bifariam per rectas CD. BD. & ex puncto in quo concurrent
b 12. 1. puta D. b duc perpendiculares DE. DG. DF. ad tria latera dati trianguli. Jam quia triangulorum F C D. G C D. angulus C. unius, ponitur æqualis angulo C. alterius, & uterque angulorum G & F. rectus est, & latus CD commu-
c 26. 1. ne: linea D G. c erit æqualis lineæ D F. similiterque ostendetur rectas D E. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D.
d 9. 3. descriptus circulus spatio DG. d transibit per puncta EGF. & quia per coroll. 16. 3. unaquæque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectũ esse propositũ.

SCHOLIUM.

Hinc cognitis lateribus trianguli, inveniuntur segmenta quæ fiunt ad puncta contactus circuli inscripti. scil: sit AB. 12. BC. 16. AC. 18. *erit* AB. BC. 28. *subtrahatur* AC. 18. *æquale* AE. *&* FC. *remanebit* 10. *pro* B E. *&* B F. *adeoque* BE. *vel* B F. *erit* 5. *& per consequens* F C. *vel* GC. 11 GA. *vel* AE. 7.

PRO-

PROPOSITIO V.



Circa datum triangulum ABC. *circulum describere.* Prob. 5.

Cujuſcunque dati trianguli, duo aliqua latera puta A B. B C. a divide bifariam in E. & F. b ad quæ puncta excitabis perpendiculares quæ coïbunt in D. vel intra triangulum, vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF. fient anguli D E F. D F E. minores duobus rectis: ergo coïbunt) duc præterea rectas D B. D A. D C. Quia triangulorum B E D. A E D. latera BE. EA. ſunt æqualia & D E. commune & anguli ad E. recti, erunt & baſes A D. D B. æquales. Eodem modo c erunt æquales baſes D B. D C. Centro igitur D. ſpatio B D. ductus circulus A B C. tranſibit per puncta A B. C. Circa datum ergo triangulum, circulum deſcripſimus. Q. E. F.

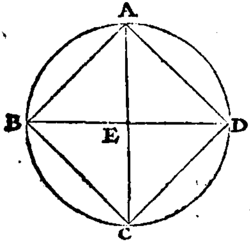
a 10. 1.
b 11. 1.
c 4. 1.

SCHOLIUM.

Hinc etiam patet methodus deſcribendi circulum, qui tranſibit per tria data puncta non in rectum conſtituta.

PROPOSITIO VI.

Prob. 6.



In dato circulo ABCD. *quadratum describere.*

Ducantur duæ diametri A C. B D. ſecantes ſe ad angulos rectos in centro E. & jungantur rectæ BA. BC. CD. DA. & factum eſt quod petitur.

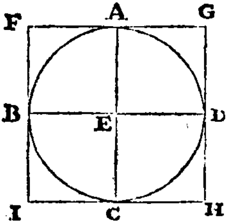
Prob. Quatuor anguli ad centrum E. ponuntur recti & quatuor lineę EA. EB. EC. ED. ęquales.

a 4. 1. [a] ergo & quatuor baſes AB. BC. CD. DA. ſunt æquales. Omnia ergo quadrati latera ſunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti ſunt omnes in ſemicirculo: [b] ad-

b 31. 3. eoque recti: Erit igitur ABCD. quadratum circulo inſcriptum. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO VII.



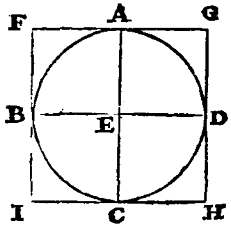
Circa datum circulum, quadratum describere. Prob. 7.

Ductis duabus diametris A C. B D. secantibus se ad rectos in centro E. per earum extrema si ducantur perpendiculares F G. F I. I H. H G. coëuntes petitum dabunt quadratum,

Prob. Anguli quatuor ad E. ponuntur recti, sicut & anguli ad ABCD. a ergo rectæ F G. BD. H I. sunt parallelæ, similiterque rectæ FI. AC. GH. b ergo figura F G I H. est parallelogramma. Angulus A C H. est rectus: c ergo Angulus H G A. est rectus, eodem modo ostendetur angulos F. I. H. esse rectos. a 28. 1. b 34. 1. c 34. 1.

De lateribus sic dico, latus I H. est æquale lateri BD. & latus HG. lateri AC. hoc est B D. ergo latera I H. H G. sunt æqualia: ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratum cujus latera circulum tangunt per coroll. 16. lib. 3. Ergo circa datum, &c. Q. E. F.

PROPOSITIO VIII.



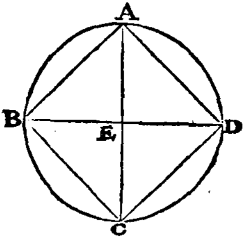
Prob. 8. *In dato quadrato, circulum describere.*

a 10. 1. Latera quadrati a divide bifariam in ABCD. duc rectas AC. BD. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum circuli spatio E B. describendi.

Prob. Rectæ A F. I C. sunt parallelæ
b 33. 1. & equales: ergo rectæ A C. F I. b sunt parallelæ & æquales, & similiter rectæ A C. H G. eodemque modo rectæ FG.
c 34. 1. IH. c sunt igitur parallelogramma F E. EI. EH. E G. quare cum æquales. Rectæ BF. F A. A G. sunt æquales, ipsis
d 14. 1. d BE. EA. ED. rectæ BE. EA. ED.
e 9. 3. erunt & æquales. e Ergo E est centrum, ex quo si spatio E A. describatur circulus, tanget puncta A B C D. & consequenter omnia quadrati latera per co-
f 29. 1. roll. pr. 16. l. 3. f In dato ergo, &c. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO IX.



Circa datum quadratum, circulum describere. Prob. 9.

Ducantur diametri A C. B D. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum describendi circuli.

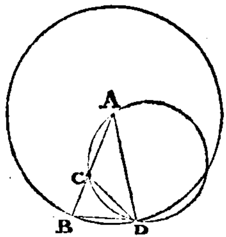
Prob. Rectæ A B. A D. sunt æquales: a ergo & anguli A B D. A D B. Angulus B A D. b est rectus, c ergo anguli A B D. A D B. sunt singuli semirecti; eodem modo partes angulorum ad A. B. C. D. erunt semirecti: ergo omnes inter se æquales. d Ergo latera E A. E B. E C. E D. æqualibus angulis subtensa sunt æqualia. e Ergo E. est centrum circuli, qui si describatur spatio E A. transibit per puncta quadrati A B C D. Ergo circa datum, &c. Q.E.F.

a 5. 1.
b 32. 3.
c 32. 1.
d 6. 1.
e 9. 3.

PRO-

PROPOSITIO X.

Pr. 30.



Isosceles triangulum A B D. *constituere, quod habeat utrumque eorum qui ad basim sunt, angulorum* B. & D. *duplum reliqui* A.

a 11. 1. Sume rectam quamlibet A B. quæ sic a dividatur in C. ut rectangulum sub A B. B C. æquale sit quadrato rectæ A C. tum centro A. spatio B.
b 1. 4. ducatur circulus, in quo b accommodetur recta B D. æqualis ipsi A C. jungaturque recta A D. dico triangulum A B D. fore quæsitum, quod sic probo.

c 5. 4. Ducta recta C D. c describe circulum A C D. circa triangulum D A C. cum itaque rectangulum sub A B. B C. æquale ponitur quadrato C A. erit etiam æquale quadrato B D. cum B D. æqualis ponitur ipsi A C. Ergo cum à puncto B. ducatur secans BA. recta B D. ab eodem puncto ducta incidens in circulum

A C D.

ACD. quorum rectangulum & quadratum sunt æqualia, BD. tanget d circulum in D. ergo angulus CDB. e æqualis est ipsi A. in alterno segmento, ergo communi CDA. addito, duo anguli A. & CDA. æquales sunt duobus BDC. & CDA. hoc est toti ADB. vel ABD. Sed angulus externus BCD. duobus internis A. & ADC. f æqualis est: ergo idem BCD. erit æqualis ipsi CBD. vel ADB. ergo rectæ DC. DB g æquales, cum æquales angulos subtendant. Sed BD. ponitur æqualis ipsi CA. ergo CD. CA. æquales erunt: ergo anguli A. & CDA. h æquales. Ergo externus angulus BCD. duplus est ipsius A. ergo ejusdem quoque dupli sunt CBD. ADB. cum singuli externo BCD. æquales sint. Triangulum ergo, &c. Q. E. F.

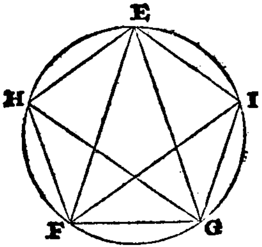
d 37. 3.
e 32. 3.
f 32. 1.
g 6. 1.
h 5. 1.

Corollarium.

Cum tres anguli A. B. D. simul constituant $\frac{5}{5}$ duorum rect. hoc est duos rectos, liquet A. esse $\frac{1}{5}$ duor. rectorum.

PRO-

PROPOSITIO XI.



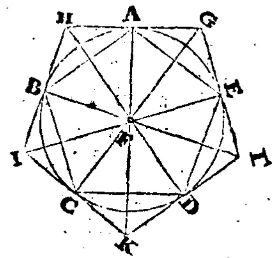
Pr. 11. *In dato circulo* EHFGI. *pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.*

a 10. 4. [a] Fiat triangulum Isosceles quicunque, cujus anguli ad basim sint dupli ejus qui ad verticem & ipsi æqui angulus [b] inscri-
b 2. 4. batur in dato circulo ·EFG. Angulos ad basim divide bifariam rectis IF. HG. jam quinque puncta E. H. F. G. I. junge lineis totidem, & factum esse quod petitur, sic probo. Quinque anguli EFG. FGH. HGF.

HGF. IFG. EFI. ponuntur æquales: [c] ergo arcus quibus insistunt, sunt æquales [d] Ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias subtendunt. Arcus EH. æqualis est arcui FG. ergo si addas communem BF. erunt peripheriæ EHF. HFG. æquales: ergo & reliqua segmenta FG IE. GI. EH. æqualia: [e] ergo anguli EHF. PFF. æquales. Idemque dicendum de reliquis. Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscriptum. Q. E. F.

c 26. 3.
d 29. 3.
e 27. 3.

PROPOSITIO XII.



Pr. 12. *Circa datum circulum* A B C D. *pentagonum* G H I K L. *æquilaterum & æquiangulum describere.*

Quasi juxta propositionem 11. inscripsissem pentagonum in dato circulo, reperiam centrum F. & notabo in peripheria quinque linearum F A. FB. &c. quinque puncta angularia ABCDE. & ab iisdem punctis a ducam tangentes quæ b concurrent in punctis GHIKL. à quibus si duxero ad centrum rectas GF. IF. sic demonstrabo factum esse quod petitur. Et primò quidem quod anguli omnes sint æquales. In quadrilatro AFBH. quatuor anguli c valent quatuor rectos cum cujuslibet trianguli AHF. HFB. tres anguli valeant duos rectos: similiterque in quadrilatero BFCI. & sic de aliis: ergo cum anguli A. & B. sint recti, anguli AHB. AFB. valent duos rectos, similiterque anguli BIC. CFB. & sic de aliis. Sed anguli AFB. BFC. sunt d æquales ob æquales arcus

a *corol.* 16. 3.
b 11. *Ax.*
c 32. 1.
d 27. 3.

erge

ergo reliqui H. & I. sunt æquales, idemque dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

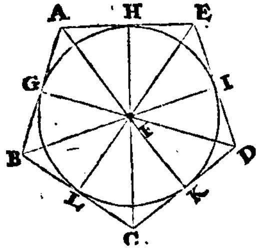
Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo. Quadratum FI. e est æquale quadratis tam ipsarum FB. BI. quam ipsarum IC. CF, sublatis ergo quadratis æqualium FB. FC. remanent æqualia quadrata BI. IC. ergo rectæ BI. IC. sunt æquales. Nunc anguli FBI. FCI. & continentia latera sunt æqualia: ergo f anguli BIF. FIC. sunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis CFK. KFD. & de aliis omnibus. Ergo cum anguli BFD. CFD. g sint æquales, & anguli IFC. CFK. sint eorum dimidia, æquales erunt anguli IFC. CFK. Ergo cum in triangulis IFC. CFK. anguli IFC. FCI. æquales sint duobus angulis CFK. FCK. alter alteri & latus FC. commune, reliqua latera h erunt æqualia. Ergo rectæ IC. CK. sunt æquales, & dimidiæ ipsius IK. eodem modo ostendam IB. esse dimidiam ipsius IH. & sic de aliis: ergo, cum dimidiæ IC. IB. ostensæ sint æquales, erunt tota latera HI. IK. æqualia, idemque dicendum de aliis. Q. E F.

e 47. 1.
f 4. 1.
g 27. 1.
h 26. 1.

Corollarium.

Hinc, si in circulo qualiscunque figura æquilatera & æquiangula fuerit inscripta, lineæ perpendiculares ad extremitates semidiametrorum excitatæ constituent figuram totidem laterum & æqualium angulorum circulo circumscriptam.

PROPOSITIO XIII.



Pr. 12. *In dato pentagono quod eſt æquilaterum & æquiangulum, circulum inſcribere.*

a 9. 1. [a] Dividantur bifariam duo anguli proximi BAE. ABC. rectis A F. B F. quæ [b] coibunt, puta in F. cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF. FBC. æqualia ſunt latera B A. B C. & B F. commune, & anguli ad B. [c] ſunt ęquales, anguli BAF.BCF.& baſes A F. C F. [d] erunt æquales. Sed angulus BAF. eſt dimidium angu-

b 11. Ax.

c Ex. conſt.

d 4. 1.

anguli BAE. ergo quoque BCF. erit dimidium anguli BCD. Eodem modo reliqui anguli bifariam erunt secti. Ducantur similiter ex F. ad singula pentagoni latera perpendiculares FG. FH. &c. Quia triangulorum GFB. BFL. duo anguli FGB. GBF. duobus FLB. FBL. sunt æquales, & latus FB. commune, æqualia etiam [e] erunt latera FG. FL. & his FK. FI. FH. quare centro F. spatio FG. [f] si ducatur circulus, transibit per puncta H. I. K. L. existentia in lateribus pentagoni, [g] quę etiam tangent circulū, cum sint super extremitate diametri ad rectos constitutæ. Q. E. F.

e 26. 1.

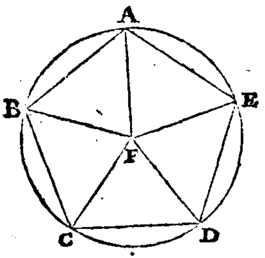
f 15. Def. 1.

g Coroll. 16. 3.

SCHOLIUM.

Hinc duo sequuntur. 1. omnes angulos cujuscunque figuræ æquilateræ & æquiangulæ bifariam secari per lineas à puncto ductas in quo coeunt duæ rectæ proximos angulos bisecantes. 2. eadem methodo in quacunque figura æquilatera & æquiangula circulum describere.

PROPOSITIO XIV.



Pr. 14. *Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.*

a 9. 1. Angulos A. & E. [a] divido bifariam rectis AF. FE.
b 11. Ax. quæ alicubi [b] concurrent, puta in F. hinc ad reliquos angulos duco rectas FD. FC. FB. quas eos secare bifariam probatur ut in proxima propositione per prop. 26. 1. Ergo cum anguli totales ponantur æquales, æquales erunt
c 1. dimidii, & [c] consequenter æquales

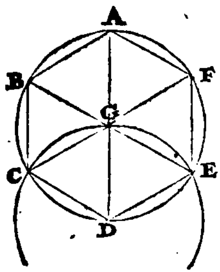
les F A. F B. hisque æquales omnes rectæ F C. F D. F E. Ergo centro F. spatio F A. descriptus circulus transibit per angulos pentagoni, nec ullum ejus latus [d] secabit, cum omnia cadant intra circulum. Q. E. F. d 2. 3.

SCHOLIUM.

Eodem prorsus modo circa quamlibet figuram æquilateram & æquiangulam circulus describetur.

PROPOSITIO XV.

Pr. 15.



In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inſcribere.

Sit diameter A D. centro D. ſpatio ſemidiametri D G. fiat circulus C G E. ſecans datum circulum in C. & E. per centrum G. ductis C F. E B. jungantur A B. B C. C D. &c. eritque inſcriptum hexagonum æquilaterum & æquiangulum.

Prob. Rectæ G C. G D. à centro G. & rectæ C D. D E. à centro D. ſunt æquales, ergo triangulum D G C. eſt æquilaterum. [a] Ergo & æquiangulum.

a 51.

Hi

Hi tres anguli, [b] valent duos rectos: ergo quilibet eorum est pars tertia duorum rectorum. Similiterque angulus D G E. Ergo cum C G E. E G F. [c] valeant duos rectos. E G F. erit etiam pars tertia duorum rectorum. Sed illis [d] æquales sunt anguli ad verticem. Ergo sex anguli ad centrum G. sunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ A B. B C. &c. quibus insistunt [e] sunt æquales. Est ergo hexagonum æquilaterum. Quod vero sit æquiangulum patet, cum omnium angulorum medietates sint ostensæ æquales & constare duabus tertiis duorum rectorum.

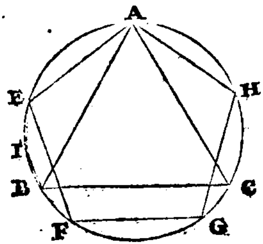
b 32. 1.
c 13. 1.
d 15. 1.
e 26. & 29. 3.

Coroll. Hexagoni latus, æquale est semidiametro.

SCHOLIUM.

Hinc facillime triangulum æquilaterum in circulo describetur ductis rectis A C. A E. C E.

PROPOSITIO XVI.



Pr. 16. *In dato circulo quindecagonum & æquilaterum & æquiangulum, deſcribere.*

a 11. 4. [a] Inſcribe in dato circulo pentagonum æquilaterum AEFGH. & eidem ad pun-
b 2. 4. ctum A. [b] inſcribe triangulum æquilaterum ABC. hoc poſito cum tertiam partem citcumfe-
c 26. & 28. 3. rentiæ [c] ſubtendat AB. hoc eſt qninque quindenas, duo vero pentagoni latera, AE. EF. earundem quindecimarum ſubtendant

dant ſex. Si ab ipſis A E. E F. ſubtentibus ſex, ipſam A B. ſubtendentem quinque tollas, ſupererit B F. ſubtendens unam decimamquintam totius. Ergo ſi quatuordecim ei æquales in circulo [d] accommodentur, erit quindecagonum æquilaterum & æquiangulum [e] cum ſinguli anguli ſubtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni. Q. E. F.

d 1. 4.

e 27. 3.

SCHOLIUM.

Omnes propoſitiones hujus libri cum ſunt problemata ejuſdem valoris cenſeri poſſunt, quamvis à quibuſdam inter præcipuas numerantur. 5. & 15.

EU-

EVCLIDIS
ELEMENTUM V.

Hujus Elementi quinti Vitruvius autorem prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonem comitatus eſt in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars eſt magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum metitur majorem.

Id eſt, quæ aliquoties ſumpta, majorem ipſam præciſè conſtituit: ſic unitas, eſt pars ternarii, quia ter ſumpta facit ternarium. Atque hæc eſt pars propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota*, Impropriè verò dicta pars, eſt *quæ aliquoties ſumpta, vel ſuum totum excedit, vel ab eo deficit:* ſic

ſic binarius numerus, eſt impropriè dicta pars ſeptenarii, quia ter ſumptus, deficit: quater autem ſumptus excedit: atque hæc pars dicitur *Aliquanta*. Imo Euclides libro 7. non vocat partem, ſed partes, & benè quia quatuor non eſt pars numeri ſex, ſed ejus duæ partes tertiæ. In genere ſic poſſet definiri. *Pars eſt minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita, metitur vel excedit ſuum totum.*

Similiter & ſi definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conveniat quantitati continuæ, quæ ſola propriè ſecundùm Philoſophum appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros ſuis quoque conſtitui partibus dubium ſit nemini, ſic forte commodius potuiſſet exprimi. *Pars eſt minor quantitas, quæ metitur majorem.* Ut ut ſit, in ſequentibus, partis nomine utar, cum in quantitate continua, tum in discreta; imò brevitatis gratiâ frequentius utar numeris, quorum tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est major quantitas, quam metitur minor.*

Multiplex nil aliud est quam eadem quantitas aliquoties repetita.

3. *Ratio est duarum quantitatum ejusdem generis, mutua quædam secundùm mensuram habitudo.*

Quod Euclidis dixit λόγος hoc Campanus vertit *Proportio*, melius alii *Ratio*. Sensus vero hic est, quando duæ quantitates ejus-

ejusdem generis, ut duo numeri duæ lineæ, duæ superficies, duo solida (nec enim linea cum superficie, aut linea alba cum sonora, ut sic, possent conferri, cum sint diversi generis) inter se comparantur; secundùm capacitatem hoc est excessum, defectum aut æqualitatem, appellatur hæc comparatio aut habitudo mutua Ratio. Observabis verò, requiri semper duas quantitates: nihil enim habet rationem ad seipsum, & decempeda solitariè considerata, nec major est, minor, aut æqualis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, secundùm quam una quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum excessu. Cùm autem in omni ratione duo sint termini *Antecedens* & *Consequens* qui ad invicem referuntur: Ille in nominativo efferri ſolet, hic in alio caſu: exempli gratia linea ſex palmorum eſt dupla lineæ trium: antecedens eſt linea ſex palmorum; conſequens, lineæ trium. Exceſſus antecedentis ſupra conſequentem vel conſequentis ſupra antecedentem dicitur *Differentia terminorum.* *Ratio Rationalis* eſt quæ eſt inter quantitates commenſurabiles & numeris poteſt exprimi, ut ratio dupla, tripla, &c. *Ratio Irrationalis* eſt ea quæ eſt inter magnitudines quarum nulla eſt communis menſura quæ ullo numero poſſit exprimi: exempli gratia inter latus quadrati & ejus diametrum.

4. *Proportio eſt rationum ſimilitudo.*

Græcè dicitur ἀναλογία, ſenſus verò hic eſt. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitarum dicitur ratio:

tio: Ita ſimilitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio. Ex gr. Cum ſimilis ſit ratio 12. ad 4. quæ 9. ad 3. ideo dico inter has quantitates eſſe proportionem, quia eſt ſimilitudo rationum.

Proportio divitur in *Arithmeticam*, *Geometricam*, *&* *Muſicam*. *Arithmetica eſt quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur*, ut hi numeri 4. 7. 10. eſt enim differentia 4. & 7. æqualis differentiæ 7. & 10. hæc proportio dicitur Arithmetica quia invenitur inter numeros in ordine ſuo naturali ſumptos puta 1. 2. 3. 4. 5. &c.

Geometrica eſt ſimilitudo rationum inter tres, vel plures quantitates ut inter numeros 2. 6. 18. eſt enim ratio 2. ad 6. ſimilis rationi 6. ad 18. nam utraque ratio eſt tripla. Hæcque ſola eſt propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

Proportio Muſica eſt quando tres magnitudines ita ordinantur ut eadem ſit ratio prima ad tertiam, quæ differentiæ primæ & ſecundæ, ad differentiam ſecundæ & tertiæ, ut 3. 4. 6. Sunt in proportione muſica, quia eadem eſt ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & ſecundi, quæ eſt 1. ad differentiam ſecundi & tertii, quæ eſt 2. dicitur vero harmonica, quia conſonantes facit ſonos, inter quos invenitur.

5. Rationem habere inter ſe quantitates dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ ſeſe mutuo ſuperare.

Quia ratio eſt duarum quantitatum ejuſdem generis mutua ſecundùm menſuram habitudo, propterea quantitates quæ ratio-

rationem habent inter se, debent esse tales ut se mutuo superare possint: nam quantitas quæ metitur alteram, potest eam superare hinc.

Colligitur 1. inter lineam & superficiem, inter superficiem & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam esse rationem, quia quantumuis horum unum multiplices, nunquam tamen aliud superabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati esse rationem, quia ita potest multiplicari ut latus excedat diagonalem, sed hæc ratio dicitur irrationalis quia non potest exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curuilinea & rectilinea esse rationem cum inter ea sit æqualitas & inæqualitas: nam Hippocrates Chius Lunulam crescentem, & Archimedes Parabolam quadravit, & Proclus inter angulos rectilineos & curuilineos æqualitatem demonstravit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. *In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à secundæ & quartæ æquemultiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque vel unà deficiunt, vel unà æqualia sunt, vel unà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.*

A Signo ostendit Euclides quomodo possimus cognoscere utrũ quatuor quantitates sint in in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiam. 2°. Æquemultiplica ſecundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici ſecundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ; & vide, utrum quotieſcunque multiplex primæ deficit à multiplici ſecundæ, vel æqualis eſt, vel excedit, etiam multiplex tertiæ tunc deficiat à multiplici quartæ, vel æqualis ſit vel excedat: tunc enim ſi id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates eſſe in eadem ratione, ſi non fiat, nega eſſe.

8	6	12	9
4	2	6	3
A.	B.	C.	D.

Exemplum: volo ſcire utrum hæ quantitates A. B. C. D. ſint in eadem

eadem ratione: 1°. æquemultiplico A. & C. puta per binarium. 2°. æquemultiplico B. & D. puta per ternarium, ut factum vides superius. 3°. confero multiplicem primæ 8. cum multiplici secundæ 6. & multiplicem tertiæ 12. cum multiplici quartæ 9. & video non tantùm multiplicem secundæ deficere à multiplici primæ, sed multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12	12	18	18
4	2	6	3
A	B	C	D.

Deinde iterum ęquemultiplico A. & C. puta per ternarium: similiter æquemultiplico B. & D. puta per senarium (eadem est ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices) tum video multiplicem primæ æqualem esse multiplici secundæ: & multiplitiplicem tertiæ multiplici quartæ.

8	16	12	24
4	2	6	3
A	B	C	D.

Tertio æquemultiplico A. & C. puta per binarium, æquemultiplico etiam B. & D. puta per octonarium & adverto multiplicem primæ 8. deficere à multiplici secundæ 16. & multiplicem tertiæ 12. à multiplici quartæ 24. & quia qualitercunque æquemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primæ ad multiplicem secundæ, ut se habet multiplex tertiæ ad multiplicem quartæ, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt æquales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primam in eadem ratione esse ad secundam in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	B	C	D.

Alterum exemplum. Proponantur aliæ quatuor A B C D. 1°. æquemultiplico A. & C. puta per quaternarium. 2°. æquemultiplico B. & D. puta per quinarium. 3°. Video multiplicem primæ 16. ſuperare multiplicem ſecundæ 15. multiplicem verò tertiæ 24. ſuperari à multiplici quartæ 25. quare concludo duas quantitates non eſſe in eadem ratione, quia ſi eſſent in eadem ratione, quadruplum tertiæ ſuperaret quadruplum 4æ. Sicut quadruplum primæ, ſuperat quadruplum ſecundæ. Id enim fieri debet qualiſcunque ſit multiplicatio. Quare licet duplum primæ ſuperet duplum ſecundæ, & ſimiliter duplum tertiæ ſuperet duplum quar-

quartæ. Tamen non poteſt inde colligi quod ſint proportionales; quia ut ſint proportionales oportet ita fieri facta quavis multiplicatione.

SCHOLIUM.

Hæc ſunt quæ ad verba & ſenſum Euclidis nunc occurrunt. Quod ad rem ipſam, nunquam judicavi definitionem illam poſſe inſervire tyronibus: cum tradatur per obſcurius. Sic itaque illam aliter enuncio. *Quatuor quantitates dicuntur eſſe proportionales, cum prima eodem modo continet ſecundam, vel continetur à ſecunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates eſſe proportionales, eſt primam ita ſe habere ad ſecundam, ſicut tertia ſe habet ad quartam: hoc autem aliud nihil eſt, quam primam ita eſſe majorem vel minorem ſecunda, ſicut tertia major eſt vel minor quarta. Si autem res ita ſe habet, prima eodem modo continebit ſecundam, vel à ſecunda continebitur, quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet ſecundam, vel continetur à ſecunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem convenire tum quantitatibus rationalibus, tum irrationalibus. Supereſt tantum explicandus ille modus continentiæ vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet ſecundam aut continetur à ſecunda toties exacte, quoties tertia continet quartam, aut continetur à quarta exacte, ita ut nulla pars ſuperſit v. g. linea duorum pedum toties continet lineam unius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3. pedum. Similiterque linea unius pedis toties continetur in linea duorum pedum, quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, ille modus continentiæ vel contentionis dicitur idem cum prima ſecundam, & tertia quartam æque continet; & præterea eandem partem, vel eaſdem partes; vel cum prima, cum tali ſui parte aut talibus partibus continetur in ſecunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur in quarta. Ut linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem inſuper ejus partem, quoties lineam 6. pedum qualemve ejus partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum

& insuper trientem ipsius ternarii, sicut linea 20. pedum continet ter 6. & insuper trientem ipsius senarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales ejus partes, quoties lineam 10. pedum qualesve ejus partes continet linea 24. Rursus linea 3. pedum cum tali sui parte continetur in linea 10. pedum sicut linea 6. pedum cum tali sui parte continetur in linea 20. pedum. Similiter linea 5. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12. pedum, sicut linea 10. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. *Eandem autem habentem rationem quantitates, vocentur proportionales.*

Nam quæ habent eandem rationem, habent rationum similimilitudinem seu proportionem. Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continue proportionales: secus autem dicuntur tantum proportionales ut 4. 2. 6. 3.

8. *Cum vero æquemultiplicium, multiplex primæ, excesserit multiplicem secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, majorem rationem habere dicetur, quam tertia, ad quartam.*

16.	15.	24	25.
4.	3.	6.	5.
A	B	C	D.

SCHOLIUM.

Vel potius ut in scholio ad definitionem 6. à contrario

 tunc

tunc prima ad ſecundam majorem rationem habet quam tertia ad quartam cum primum antecendens magis continet ſuum conſequens quam alterum antecendens ſuum conſequens, & contra.

9. Proportio vero in tribus ad minimum terminis conſiſtit.

Cum proportio ſit rationum ſimilitudo: ratio autem ſit duarum magnitudinum ejuſdem generis comparatio, duarum una dicitur antecedens, alia conſequens: in proportione, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo conſequentia: quia tamen medius terminus poteſt eſſe conſequens primæ & antecedens ſecundæ rationis, propterea proportio poteſt eſſe in tribus terminis, nimirum quæ continua eſt ut 16. 8. 4. quę vero non eſt continua,

tinua, poſtulat quator terminos ut 16. 4. 12. 3.

10. *Cum autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad ſecundam. At cum quatuor quantitates continue proportionales fuerint: prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad ſecundam: & ſemper deinceps uno amplius, quandiu proportio extiterit.*

Differunt ratio dupla & ratio duplicata, itemquem ratio tripla, & ratio triplicata, ut iſta oſtendunt exempla.

64.	16.	4.	1.
A.	B.	C.	D.

Primum ſint quatuor quantitates A. B. C. D. continue proportionales, nulla ex ipſis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipſis una ratio duplicata & una triplicata: quia ratio primæ ad ſecundam erit inter primam & tertiam duplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad ſecundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id eſt quater quadrupla ſeu ſexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id eſt quater quater quadrupla, id eſt quater ſexdecupla, id eſt, ſexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates
1. 2. 4. 8.
quatuor E. F. G. H. continue proportionales, erit prima ſubdupla ſecundæ. Secunda tertiæ. Tertia quartæ: Erit tamen ratio primæ ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad ſecundam.

Erit

Erit item ratio primæ ad quartam, tripla rationis quam habet prima ad ſecundam, nec tamen erit prima dupla tertiæ, ſed ejus ſubquadrupla: nec prima eſt tripla quartæ, ſub ejus ſuboctupla.

Uno verbo diſcrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur eſſe ratio dupla niſi una præciſe bis alteram contineat: dicitur autem eſſe ratio duplicata, quamcunque habeant inæqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio quæ eſt inter primum & ſecundum terminum: & triplicata, ſi tertio eadem inſtituatur.

II. *Homologæ quantitates dicuntur eſſe antecedentes quidem antecedentibus, conſequentes vero conſequentibus.*

1. 4. 8. 32.

Si proportionales ſunt ABCD. & ut prima ad ſecundam, ita tertia

tertia ad quartam : homologæ dicenter prima & tertia inter ſe, ſecunda item & quarta inter ſe, quia eaſdem vices gerunt prima & tertia, & ſimiliter ſecunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius ſuis locis demonſtrabuntur.

12. *Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.*

Quia Geometræ quinque diverſas concluſiones colligunt ex una quatuor quantitatum proportione, propterea quinque modos illarum concluſionum nunc definit Euclides. Prima eſt alterna, hoc eſt permutata ratio, ſeu permutando quantitates & comparando ipſas antecedentes inter

inter ſe, & ipſas conſequentes inter ſe.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

puta ex eo quod proportionales ſunt A B C D. eſtque ut A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando ut A. ad C. ita B. ad D.

13. *Inverſa ratio, eſt ſumptio conſequentis inſtar antecedentis ad antecedentem velut conſequentem.*

Secunda ſpecies ſeu modus argumentandi dicitur inverſa ratio, quando conſequens inſtar antecedentis ſumitur, invertendo ſcilicet terminos proportionis, & ad antecedens velut ad conſequens comparatur. Nam quia eſt ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{C}$. Ergo

Ergo invertendo inferam ut $\overset{3}{B}$. ad $\overset{9}{A}$. ita $\overset{2}{D}$. ad $\overset{6}{C}$.

14. *Compositio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente, velut unius ad ipſum conſequentem.*

Tertia ſpecies dicitur compoſitio rationis cum antecedens ſimul cum conſequente inſtar unius ſumitur, & ad conſequens comparatur. Sic, Quia eſt ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{C}$. ergo componendo erit, ut $\overset{12}{AB}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{8}{CD}$. ad $\overset{2}{D}$.

15. *Diviſio rationis eſt ſumptio exceſſus, quo conſequentem ſuperat antecedens,*

dens, ad ipſum conſequentem.

Hoc eſt comparatio differentiæ terminorum cum alterutro ipſorum.

Ut quia eſt ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$.
erit dividendo ut 6. ad 3. ita 4. ad 2.
vel ut 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. *Converſio rationis, eſt ſumptio antecedentis ad exceſſum, quo ſuperat antecedens ipſum conſequens.*

Hoc eſt, comparatio unius termini cum differentia terminorum.

ut quia eſt ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$.
Erit convertendo rationem.
út 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel ut 3. ad 6. ita 2. ad 4.
Unde vides quod converſio eſt diviſionis inverſio.

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur in eadem ratione: cum ut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad ultimam se habeat.* Vel.

Sumptio extremorum, per subductionem mediorum. Ut si sint plures magitudines.

12		4
A	B	C

Et aliæ totidem.

6		2	
D	E	F	binæ &

binæ in eadem ratione hoc est ut

12
A. ad

12 6
A. ad B. quidpiam. ita D. ad E. quidpiam, & ut B. ad C. ita. E. ad E. erit ex æquo ut in prioribus
12 4
A. ad ultimam C. ita in poste-
6 2
rioribus D. ad F. Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hîc non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet autem æqualitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum: hos duæ sequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio est, cum fuerit quemadmodum antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem: fuerit etiam ut consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.*

Dicitur ordinata proportio, qua duæ partes proportionis eundem ſervant ſuarum rationum ordinem.

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F

Exemplum, eſto utruſque partis prima ratio eſt dupla, ſecunda ratio eſt ſeſquialtera. Concluditur quod ut eſt $\overset{12}{A}$. ad $\overset{4}{C}$. ita eſt $\overset{6}{D}$. ad $\overset{2}{F}$.

19. *Perturbata autem proportio eſt, cum tribus poſitis magnitudinibus, & aliis quæ ſint his multitudine pares: ut in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens*

cedens ad conſequentem: ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: ut autem in primis magnitudinibus conſequens ad aliud quidpiam: ſic in ſecundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.

Hoc eſt, cum ut in primis, prima ſe habet ad ſecundam, ita in ſecundis ſecunda ad tertiam; & ut in primis ſecunda ad tertiam, ita in ſecundis, prima ſe habet ad ſecundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia una proportionis pars non ſervat ordinem rationum alterius partis. Exemplum eſto.

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialteram.

In secunda parte sequitur,

Concluditur tamen perinde atque in proportione ordinata. Quod ut est

	12		4
	A	ad	C
Sic est	6		2
	D	ad	F

Axioma ex Tacqueto.

Datis tribus quantitatibus dabilis est quarta ad quam tertia talem rationem habet, qualem prima ad secundã, hoc est, quoties prima continet vel continetur à secunda, toties tertia continet vel continetur à quarta.

NOTA.

Cum perplurimæ hujus libri propositiones tamquam axiomata haberi possunt, subinde simpliciter nulla adhibita demonstratione declarabo.

Acutissimi Tacqueti Methodus laudanda, sed ne in totum videar discedere à Fournier ordinem propositionum prosequar. *PRO-*

PROPOSITIO I.

3. 1. 3. 1. *Si ſint quotcunque* Th. 1.
A. E. C. F. *magnitudines quotcunque*
6. 2. *que magnitudinum æ-*
G. H. *qualium numero, ſingula ſingularum æquemultiplices; quam multiplex eſt unius una magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.*

Id eſt quia [a] æquemultiplices ſunt A. ad E. & C. ad F. Si A. & C. jungantur in G. ſimiliterque E.&F. in H, quam multiplex erit A. ipſius E. & C. ipſius F. tam multiplex erit G. ipſius H.

a Def. 2. 5.

Prob. Quia tam G. quam H. æquali numero partium continentium ac contentarum augentur.

PROPOSITIO II.

Th. 2.

6	3	4	2
A.	B.	C.	D.
9	6	15	10
E.	F.	G.	H.

Si prima A. *secundæ* B. *æquè fuerit multiplex, atque tertia* C. *quartæ* D. *fuerit autem & quinta* E. *secundæ* B. *æquè multiplex, atque sexta* F. *quartæ* D. *erit & composita prima cum quinta* E. nempe G. *secundæ* B. *æquemultiplex, atque tertia* C. *cum sexta* F. nempe H. *quartæ* D.

Prob. ex hypothesi secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis multiplicibus A. & C. nempe bis. Similiterque eadem secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E. & F. nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiam pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. ut fiat G. similiterque F. & G. ut fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PRO-

PROPOSITIO III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si ſit prima A. *ſecunda* B. *aquè multiplex, atque tertia* C. *quarta* D. *ſumantur autem aquemultiplices* E. *&* F. *prima* A. *& tertia* C: *erit ex aquo ſumptarum, utaque utriuſque aquemultiplex, altera quidem* E. *ſecunda* B. *altera autem* F. *quarta* D. Th. 3.

Prob. Ponuntur B. & D. æqualiter contineri in ſingulis A. & C. ergo æqualiter [a] continentur etiam in iiſdem pari numero multiplicatis in E. & F. a 1. 5

PROPOSITIO IV.

4	2	6	3
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Th. 4. *Si prima* A. *ad secundam* B. *eandem habuerit rationem ac tertia ad quartam: etiam æquimultiplices primæ* E. *& tertiæ* G. *ad æquemultiplices secundæ* F. *& quartæ* H. *juxta quamvis multiplicationem eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, sumptæ fuerint.*

Posita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc poprositionem sic breviter perstringo.

Ratio patet præsertim ex scholio 6. def. utique idem est quatuor quantitates in eadem esse ratione & earum æquimultiplicia vel una deficere vel una excedere vel una ęqualia esse, quemadmodum idem est & vel conferre singulas B. & D. ad

D. ad ſingulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A.& C. pari inter ſe numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis converſæ. Nam ſi A. eſt ita majus ipſo B. ſicut C. ipſo D. eſt evidens B. ita minus fore ipſo A. ſicut D. ipſo C. minus eſt. Nec minus foret evidens ſi A. & C. ſumpta eſſent æqualia, aut minora ipſis B. & D.

PROPOSITIO V.

Tb. 4.

E	4	F	2
C	8	D	4
A	12	B	6

Si magnitudo A. *magnitudinis* B. *ita multiplex fuerit : ut ablata* C. *ablatæ* D. *etiam reliqua* E. *reliquæ* F. *ita multiplex erit, ut tota* A. *totius* B.

Patet. Sit enim A. duplum ipsius B. & pars ablata C. dupla ſimiliter partis ablatæ D. ergo ſi reſidua E. non eſt duplex reſiduæ F. omnes partes totius B. non continentur in omnibus partibus toties A. ſicut totum in toto. Eſt ergo reſidua reſiduæ ita multiplex, ut tota totius

PRO-

PROPOSITIO VI.

G	2	H	3	G	8	H	12
E	10	F	15	E	4	F	6
A	12	B	18	A	12	B	18
C	2	D	3	C	2	D	3

Si duæ magnitudines A. *&* B. *duarum magnitudinum* C. *&* D. *sint æquemultiplices: & detracta quædam* EF. *sint earundem* CD. *æquemultiplices. Reliquæ* GH. *iisdem* CD. *aut æquales sunt aut æquemultiplices.* Th. 6.

Prob. C. & D. in totis A. & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis E. & F. æqualiter continentur ex hypothesi: [a] ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G. & H. Ergo reliquæ ejusdem, aut æquales sunt aut æquemultiplices.

a 5. 5.

PROPOSITIO VII.

Ib. 7.	A 12	B 4	A 12

Æquales A. & A. ad eandem B. eandem habent rationem: & eadem B. ad æquales A. & A.

Purissimum est axioma & perclare patet ex scholio def. 3. collato cum axiom. 1. lib. 1. Scil. $\frac{A}{B.}$ ratio est æqualis est rationi $\frac{A}{B.}$

PROPOSITIO VIII.

16 8 5 *Inæqualium magnitudi-* Th. 8.
A B C *num* A. B. *major* A. *ad*
6 4 8 *eandem* C. *majorem rationem habet, quam minor* B: *Et eadem* C. *ad minorem* B. *majorem habet rationem, quam ad majorem* A.

Prob. 1ª pars. Si A. esset æqualis B. vel si A. & B. æqualiter continerent C. eandem rationem haberent [a] ad C. & C. eandem ad A. & B. per præcedentem: sed major ponitur A. hoc est pluries continere C. ergo per definitionem 8. A. majorem habet rationem ad C. Prob. 2. Et quia C. pluries continetur ab A. quam à B. minorem habebit ad A. rationem quam ad B. per 8. def.

a 6. Def. 5.

PROPOSITIO IX.

16.9. A B C 15 15 4 | *Quæ A.& B. ad eandem C. eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas AB. eadem C. eandem habet rationem, hæ quoque AB. æquales sunt inter se.*

Si enim dicas A. esse majus
a 8.5. quam B. [a] ergo major erit ratio majoris A. ad eandem C. quàm minoris B. ad eandem C. Item major ratio ipsius C. ad B. quam ad A. quod est contra hypothesim.

PROPOSITIO X.

16 8 4 | *Earum magnitudinum* Th. 10.
A B C | A B. *quæ ad eandem* C. *habent rationem : quæ* A. *rationem majorem habet, hæc major est : ad quam autem* B. *eadem* C. *majorem rationem habet, hæc* B. *minor est.*

Si enim B. esset æqualis aut major quam A. [a] haberent A. & B. eandem rationem ad C. vel B. [b] haberet majorem, quod est contra hypothesim. Item si C. habet majorem rationem ad A. quam ad B. minor est A. quam B. vel utrumque, quod dixi, sequatur absurdum. Hæc convertit 8.

a 7. 5.
b 1. 5.

PROPOSITIO XI.

Th. 11. A 9 E 6 C 12 | B 6 F 4 D 8 | *Quæ eidem sunt eadem rationes, & inter se sunt eadem.*

Hæc propositio nulla videtur ex præmissis indigere explicatione: nimirum si AB. ratio sit æqualis rationi EF. eidemque EF. æqualis CD. erit quoque AB. ratio æqualis rationi CD. per 1. axioma lib. 1.

PRO-

PROPOSITIO XII.

4 2 6 3
A B . C D
10 5
E F

Si sint quotcunque magnitudines proportionales A B C D *quemadmodum se habuerit una antecedentium* A. *ad unam consequentium* B. *ita omnes antecedentes* E. *ad omnes consequentes* F. Th. 12.

Quod prop. 1. de proportione multiplici demonstratur, hîc de omni proportione etiam irrationali ostenditur per eandem primam & defin. 6. si sumantur antecedentium & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia A. & B. æquali numero partium tam continentium quam contentarum augentur in E. & F. adeoque quoties A. vel C. continet B. vel D. toties continebit E. ipsum F.

PROPOSITIO XIII.

Th. 13.

A	B	C	D	E	F
6	4	3	2	4	3

Si prima A. *ad secundam* B. *eandem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *tertia verò ad quartam majorem habuerit rationem, quàm quinta* E. *ad sextam* F. *prima quoque* A. *ad secundam* B. *majorem rationem habebit quam quinta* E. *ad sextam* F.

Res per se ex 3. def. clara; utique ratio $\frac{C}{D}$ hoc est $\frac{A}{B.}$ ex hypot. major est ratione $\frac{E}{F.}$ Q.E.D.

PROPOSITIO VIX.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

Si prima A. *ad secundam* B. *eandem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *prima verò* A. *quam tertia* C. *major fuerit, erit & secunda* B. *major quam quarta* D. *Quod si prima* A. *fuerit æqualis tertiæ* C. *erit & secunda* B. *æqualis quartæ* D. *Si verò minor, & minor erit.* Th. 14.

Sit A. major quam C. ergo [a] ratio A. ad B. hoc est C. ad D. major erit ratione C. ad B. adeoque per 10. hujus B. major erit D. idem concludam si A. æqualis fuerit vel minor quam C. Q. E. D.

[a] 8. 5.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Tb. 15. C 25 D 35 *Partes A & B. cum*
A 5 B 7 *pariter multiplicibus C & D. in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.*

SIt A. pars ipſius C. & B. ipſius D. continet C. toties A. quoties D. continet ipſam B. Quia ergo ut una antecedentium, A. ad unam conſequentium B. ita [a] omnes antecedentes C. ad omnes conſequentes D. Ergo ut C. ad D. ita A. ad B.

a 12. 5.

PRO-

PROPOSITIO XVI.

A.	8	B	10	E	4
C.	4	D	5	F	5

Si quatuor magnitudines ABCD. *Th. 16.*
proportionales fuerint & viciſsim proportionales erunt.

HOc eſt, ſi ſit A. ad C. ſicut B. ad D. erit permutando vt A. ad B. ita C. ad D.

Prob. Supponamus enim A. continere C. bis, ſicut continet B. ipſum D. ſi dividamus A. & B. bifariam, erit E. æqualis C. & F. æqualis D. ſed ut E. ad F. ſic dupla A. ad B. per 12. Ergo ut dupla A. ad duplam B. ſic C. æqualis ipſi E. ad D. æqualem ipſi F. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Th. 17.

	C 12		E 6
A 16		B 8	
	D 4		F 2

Si composita magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoque divisæ proportionales erunt.

Hoc est A. compositum ex C.& D. ita B. ex E.& F. sitque ut A. 16. ad sui partem D. 4. ita B. 8. ad F. 2. erit & ut C. 12. ad D. 4. ita E. 6. ad F. 2.

Id probant Theon & alii per ęque multiplices. Dibualdus quod aliàs sequeretur partem esse æqualem toti. Breviter A. & B. ponuntur proportionales [a] ergo simili ratione continent partes D. & F. puta quater: ergo si eædem è suis singulis totis auferantur, similiter in residuis C. F. continebuntur: erit ergo ut C. ad D. ita E. ad F.

a 24. Def.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

	C 12	E 6
A 16	B 8	
	D 4	F 2

Si divisæ magnitudines sint proporlionales, hæ quoque compositæ proportionales erunt. Th. 18.

Sit ut D. ad C. ita F. ad E. Erit & A. ad D. ut B. ad F.

Prob. Ex hypothesi partes C. E. simili ratione continent partes D. F. ergo si hæ illis addantur, tota A. B. adhuc simili ratione continebunt suas partes D. F.

NOTA.

Hæc propositio & præcedens cujus est conversum, eodem jure inter axiomata quo 2.3.& axioma lib. 1. recenseri posset.

PROPOSITIO XIX.

Th. 19. D 4 F 2 *Si quem-*
A 16 B 8 *admodum*
C 16 E 6 *totum* A. *ad totum* B. *ita ablatum* D. *se habuerit ad ablatum* F. *& reliquum* C. *ad reliquum* E. *ut totum* A. *ad* B. *se habebit.*

Prob. A. B. D. F. ponuntur
a 16. 5. proportionales ; erit [a] ergo
b 17. 5. ut B. ad F. ita A. ad D. Ergo [b] erit ut F. ad E. ita D. ad C. Ergo ut F. ad D. ita E. ad C. hoc est ut tota A. ad totam B. cum posita sit A. ad B. ut D. ad F.

Brevius quia aliter omnes partes essent majores omnibus partibus, quam totum toto. Idem fere cum quinta.

PRO-

PROPOSITIO XX.

12 9 6 *Si ſint tres magnitudines*
A B C ABC. *& alia* DEF. *Th. 20.*
8 6 4 *ipſis æquales numero, quæ*
D E F *bina & in eadem ratione*
ſumantur (hoc eſt ut A. ad B. ita D. ad E. & ut B. ad C. ita E. ad F.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *major fuerit, erit & quarta* D. *quàm ſexta* F. *major. Quod ſi prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis ſextæ, ſin illa minor, hæc quoque minor erit.*

Prob. Sit major A. quam B. [a] ergo major erit ratio ipſius A. ad B. quam C. ad B. ſed ratio A. ad B. æqualis eſt rationi D. ad E. ergo etiam D. ad E. ratio major eſt quam B. ad C. hoc eſt E. ad F. quare D. major erit F. per 10. 5. Haud ſecus concludam ſi A. ipſi C. ęqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus, non de tribus tantum. a 8. 5.

PROPOSITIO XXI.

	18	12	4
Th. 21.	A	B	C
	27	9	6
	D	E	F

Si sint tres magnitudines ABC. *& ipsis aquales numero* DEF. *qua bina & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio* (hoc est ut A. ad B. sic E. ad F. & ut B. ad C. sic D. ad E) *Ex aquo autem prima* A. *quam tertia* C. *major fuerit: erit & quarta* D. *quam sexta* F. *major. Quod si prima tertia fuerit aqualis, erit & quarta aqualis sexta, sin illa minor, hac quoque minor erit.*

Prob. Sit A. major quam C. ergo per 8. A. ad B. majorem rationem habebit quam C. ad B. sed ratio A. ad B. æqualis est rationi E. ad F. ergo etiam ratio E. ad F. major erit ratione B. ad C. hoc est D. ad E. adeoque per 10. 5. F. minor erit quam D. Idem ostendetur si A. minor vel æqualis fuerit D.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

Si fuerint quotcunque magnitudines ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *quæ binæ in eadem ratione sumantur* (hoc est ut A. ad B. ita D. ad E. & ut B. ad C. ita E. ad F.) *& ex æqualitate in eadem ratione erunt.* Hoc est erit A. ad C. sicut D. ad F. Th. 22.

Prob. Sumantur ipsarum ABC. æquemultiplicis GHL. & ipsarum DEF. æquemultiplica, LMN. cum simplicia sint in eadem ratione A. ad B. ut D. ad E. & B. ad C. ut E. ad F. a erunt eorum multiplicia G. ad H. & H. ad I. ut L. ad M. & M. ad. N. Ergo si quotvis magnitudines GHI. & aliæ totidem LMN. binæ sumantur in eadem ratione quarum b primæ ultimam in utroque ordine simul excedunt, æquantur, vel deficiunt, earum simplices erunt in eadem ratione, hoc est A. ad C. c ut D. ad F.

a 15. 5.
b 20. 5.
c 6. Def.

PROPOSITIO XXIII.

Th. 23.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si fuerint tres magnitudines A B C. *aliaque ipsis aquales numero* D E F. *qua bina in eatione sumantur, fuerit autem perbata eadem ratio* (hoc est sit A. ad B. ut E. ad F. & ut B. ad C. ita D. ad E.) *etiam ex aqualitate in eadem ratione erunt* (hoc est ut A. ad C. ita D. ad F.)

a 21. 5. Prob. [a] Si A. excedit C. æquatur vel deficit; D. excedet F.
b 15. 5. æquabitur, vel deficiet. [b] Idemque fiet in æquemultiplicibus.
c 17. Def. Ergo ex [c] æqualitate in [d] eadem
d 6. Def. ratione est A. ad C. ita D. ad F.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

4	2	6
A	B	C
3	10	15
D	E	F
14	21	
G	H	

Si prima A. *ad secundam* B. *eandem habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habuerit autem & quinta* E. *ad secundam* B. *eandem rationem quam sexta* F. *ad quartam* D. *Etiam* G. *composita prima cum quinta: ad secundam* B. *eandem habebit rationem, quam* H. *tertia cum sexta, ad quartam* D. Th. 24.

Prob. Ex hypothesi B. est talis pars singularum A.& E.qualis est D. singularum C. & F. Ergo [a] erit quoque B. talis pars compositarum A. & E. in G. qualis est ipsarum C. & F. compositarum in H. a 18. 5.

PROPOSITIO XXV.

12	4	9	3.
A	B	C	D.
E	3.	F	1.

Th. 25. *Si quatuor magnitudines* ABCD. *proportionales fuerit: maxima* A. *& minima* D. *reliquis duabus* B C. *majores erunt.*

Nam ſi ab A. 12. demas C. 9. remanebit E. 3. item ſi à B. 4. auferas D. 3. remanebit F. 1. nunc quoniam eſt A. ad B. ita C. ad D. erit quoque dividendo A. ad B. ita E. 3. F. 1. ſed A. major eſt C. ergo & E. major erit F. ergo A. compoſita ex C. & E. plus D. major erit quàm B. compoſita ex C. & F. plus C. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

8	4	5	3
A	B	C	D

Si prima A. *ad secundam* B. *habuerit majorem rationem quàm tertia* C. *ad quartam* D. *habebit convertendo, secunda* B. *ad primam* A. *minorem, quàm quarta* D. *ad tertiam* C. *Th. 26.*

Hæc & reliquæ octo propositiones, cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quàm indicando propositiones Euclidis in quibus virtute continentur.

Hanc vero propositionem 4. & 10. hujus elementi contineri, patet manifestè.

PROPOSITIO XXVII.

Th. 27.

8	4	5	3
A	B	C	D

Si prima A. *ad secundam* B. *habuerit majorem rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habebit quoque vicißim prima* A. *ad tertiam* C. *majorem rationem, quam secunda* B. *ad quartam* D.

Continetur prop. 16.

PROPOSITIO XXVIII.

Th. 28.

8	4	5	3
A	B	C	D
E 12		F	8

Si prima A. *ad secundam* B. *habuerit majorem rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habebit quoque composita prima cùm secunda* E. *ad secundam* B. *majorem rationem, quam composita tertia cum quarta* F. *ad quartam* D.

Continetur prop. 18.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

8 4 5 3
A B C D
E 12 F 8

Si composita E. *prima cum secunda, ad secundam* B. *majorem habuerit rationem quàm composita* F. *tertia cum quarta ad quartam* D. *habebit quoque dividendo, prima* A. *ad secundam* B. *majorem rationem quàm tertia* C. *ad quartam* D. Th. 29.

Continetur propositione 17.

PROPOSITIO XXX.

8 4 5 3
A B C D
E 12 F 8

Si composita E. *prima cum secunda, ad secundam* B. *habuerit majorem rationem, quam composita* F. *tertia cum quarta, ad quartam* D. *habebit per conversionem rationis, prima cum secunda* E. *ad primam* A. *minorem rationem, quam tertia cum quarta* F. *ad tertiam* C. Th. 30.

Continetur prop. 19.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

16	8	4.	9	5	3.
A	B	C.	D	E	F.

Th. 31. *Si sint tres magnitudines* A B C. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque major ratio primæ priorum* A. *ad secundam* B. *quam primæ posteriorum* D. *ad secundam* E. *Item secundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *major quam secundæ posteriorum* E. *ad tertiam* F. *erit quoque ex æqualitate major ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ posteriorum* D. *ad tertiam* F.

Continetut prop. 20. & 22.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

16	8	5	*Si sint tres magnitudi-* Th. 32.
A	B	C	*nes* A B C. *& aliæ ipsis*
9	6	4	*æquales numero* D E F.
D	E	F	*sitque major ratio primæ*

priorum A. *ad secundam* B. *quam secunda posteriorum* E. *ad tertiam* F. *Item secundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *quàm prima posteriorum* D. *ad secundam* E. *Erit quoque ex æqualitate major ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ posteriorum* D. *ad tertiam* F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSITIO XXXIII.

12	6	*Si fuerit major ratio totius* Th. 33.
A	B	A. *ad totum* B. *quam ablati*
4	3	C. *ad ablatum* D. *erit &*
C	D	*reliqui* E.. *ad reliquum* F.
8	3	*major ratio, quam totius* A.
E	F	*ad totum* B.

Continetur propositione 18.

PROPOSITIO XXXIV.

12	8	4.	6	5	3
A	B	C.	D	E	F

Th. 34. *Si sint quotcunque magnitudines* ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque major ratio primæ priorum* A. *ad primam posteriorum* D. *quam secundæ* B. *ad secundam* E. *&* B. *ad eundem* E. *major, quam tertiæ* C. *ad tertiam* F. *& sic deinceps: habebunt omnes priores simul* ABC. *ad omnes posteriores simul* DEF. *majorem rationem quam omnes priores* BC. *relicta prima* A. *ad omnes posteriores,* EF. *relicta quoque prima* D. *minorem autem, quam prima priorum* A. *ad primam posteriorum* D. *majorem denique etiam quam ultima priorum* C. *ad ultimam posteriorum* F.

Hujus nullus usus & facilis demonstratio ex præcedentibus.

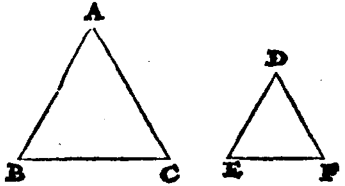
NOTA.

Quidam inter celebriores numerant. 15. 16. 17. 18.

E U-

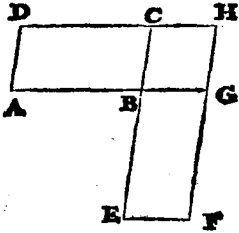
EVCLIDIS ELEMENTUM VI.

DEFINITIONES.



1. *Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales sunt, proportionalia.*

Duas conditiones requirit, 1. ut anguli sint æquales singuli singulis, ut hic A. & D. B. & E. C. & F. 2. ut latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc eſt ita ſe habeat B A. ad A C. ut E D. ad D F. quod ſi harum altera deſit, non dicentur ſimiles. Sic quadratum & altera parte longius non ſunt ſimiles figuræ.



2. *Reciprocæ autem figuræ ſunt, cum in utraque figura, antecedentes & conſequentes rationum termini fuerint.*

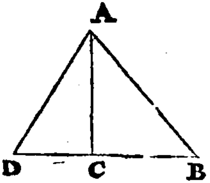
Hoc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam ſi qua ratione AB. eſt ad BG.

in

in eadem ſit BE. ad BC. erunt reciprocæ figuræ, nam in utroque eſt antecedens & conſequens diverſarum rationum.

3. *Secundum extremam & mediam rationem, recta* AB. *ſecta eſſe dicitur, cum ut tota* AB. *ad majus ſegmentum* AC. *ita majus* AC. *ad minus* CB. *ſe habuerit.*

Ob miram ſui utilitatem, hæc proportio, divina communiter appellatur; aſt mirum quod 11. prop. lib. 2. hic inter definitiones annumeratur, niſi velis veritatem jam demonſtratam hic reſumi.



4. *Altitudo cujuſque figuræ, eſt lineæ perpendicularis* A D. *à vertice ad baſim deducta.*

Cum ut ait Ptol. lib. de Anal. menſura cujuſque rei debeat eſſe ſtata, merito Euclides à perpendiculari altitudinem petit cujuſvis figuræ: ſola enim perpendicularis eſt ſtatæ & certæ longitudinis: hanc vero altitudinem lib. 1. vocavit eſſe in iiſdem parallelis.

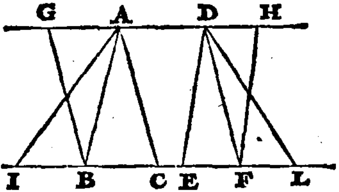
5. *Ra-*

5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cùm rationum quantitates, inter se multiplicatæ, aliquam efferint rationem.

Quod Euclides vocat quantitates rationum, solent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis; sic 4. est denominator rationis quadruplæ: 3. triplæ. Ratio igitur est rationibus componi dicitur, quando harum denominatores seu quantitates rationum inter se multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus: nam sex componitur ex denominatore duplæ 3. Inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis sextuplæ compositæ.

PROPOSITIO I.

Th. 1.



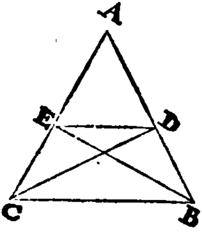
Triangula ABC. DEF. *&* *parallogramma* CG. DF. *quorum*
a Def. 4. [a] *eadem fuerit altitudo* GH. BF. *ita se habent inter se, ut bases* BC. EF.

Id est, eam inter se habent rationem quam bases. Prob. Triangula ejusdem altitudinis [a] possunt inter parallelas constitui: [b] tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ majorem majora, quæ minorem minora. Idemque [c] est de æquemultiplicibus. Ergo absolutè triangula se habent ut bases, similiterque parallelogramma; cum sint dupla [d] triangulorum.

a Def. 4.
b 36.
c 45. 5.
d 34. 1.

PRO-

PROPOSITIO II.



Si ad trianguli ABC. *latus unum* CB. *parallela ducatur* ED. *hac proportionaliter secabit ipsius trianguli latera* AC. AB. *Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta* D E. *per puncta sectionis ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus* C B. Th. 2.

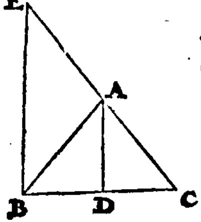
Prob. Ductis duabus rectis EB. DC. a erunt triangula EDC. EDB. super eandem basim ED. & inter easdem parallelas E D. C B. æqualia. b Ergo ut AED. ad ECD. ita A E. ad E C. c (sunt enim in eadem altitudine) & ut A D E. ad DBE. ita AD. ad DB. d ergo ut AE. ad EC. ita AD. ad DB. 2. Ponantur jam latera AC. AB. proportionaliter secta in E. & D. cum AED. ad DEC. eandem habeat rationem, quam ad EDB. (nam est ut AE. ad EC. sic AD. ad DB. cum triangula sint ejusdem altitudinis) e erunt DEC. E D B. æqualia, & quia sunt in eadem basi f erunt inter parallelas. Q. E. D.

a 37. 1.
b 1. 6.
c *Def.* 4.
d 7. 5.
e 9. 5.
f 39. 1.

PRO-

PROPOSITIO III.

Fi. 9.



Si trianguli ABC. *angulus* A. *bifariam sectus sit: secans autem angulum recta* AD. *secet & basim* BC. *basis segmenta* BD. DC. *eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *& si basis segmenta* BD. DC. *eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *recta* AD. *quæ à vertice* A. *ad sectionem* D. *producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum* A.

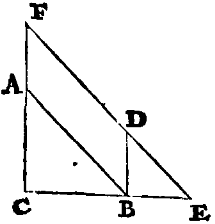
a 31. 1. Prob. Ad punctum B. [a] agatur BE. ipsi DA. parallela,
b 17. & 29. 1. cui CA. producta [b] occurrat in
c 29. 1. E. tunc erit EBA. [c] æqualis
alter-

alterno B A D. & E. externo D A C. ergo cum anguli B A D. C A D. æquales ponantur, erunt anguli E B A. & E. æquales, & rectæ B A. A F. [d] æquales. d 6. 1.
Ergo cum in triangulo E B C. rectæ D A. B E. parallelæ sint, ut E A. hoc est B A. ad A C. [e] ita B D. ad D C. Sit rursus e 3. 6.
ut B A. ad A C. sic B D. ad D C. ut autem B D. ad D C. ita [f] est E A. ad A C. [g] Ergo f 26.
ut B A. ad A C. ita E A. ad g 11. 5.
A C. [h] æquales ergo B A. E A. h 9. 5.
& [i] anguli A B E. & E. Cum i 5. 1.
ergo A B E. alterno B A D. æqualis sit & E. externo D A C. erunt anguli B A D. D A C. æquales.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Tb. 4.



Æquiangulorum triangulorum ACB. DBE. *proportionalia sunt latera* (hoc est ut AD. ad CB. ita DB. ad BE.) *quæ circa æquales angulos* C. *&* B. *& homologa sunt latera* BA. ED. *quæ æqualibus angulis* C. *&* B. *subtenduntur.*

Prob. Sic in directum statue rectas CB. BE. ut angulus extern. DBE. interno C. sit æqualis: tunc DB. & AC. a erunt parallellæ: similiterque ED. BA. cum anguli E. & ABC. sint æquales. Et quia anguli ACB. ABC. hoc b est DEB. minores sunt c duobus rectis, si
a 28. 1. producantur ED. CA. convenient d puta in F. e Eritque DA. parallelogrammum.
b 29. 1. Cum igitur in triangulo FCE. rectæ DB.
c 17. 1. FB. sint parallelæ, f erit ut ED. ad DF.
d *Ax.* 11. hoc est BA. ita EB. ad BC. Cumque BA. EF. sint item parallelæ, erit CB. ad BE.
e 34. 1. ut CA. ad AF. hoc est BD. & ut AB. ad
f 2. 6. BE. ita ED. hoc est AB. ad DE.

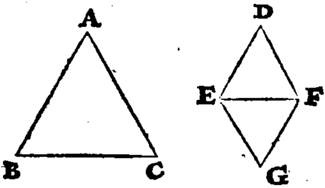
SCHOLIUM.

Quæ hinc vulgo colliguntur nota erunt demonstrata prop. 8. *cum annexo scholio.*

PRO-

PROPOSITIO V.

Th. 5.



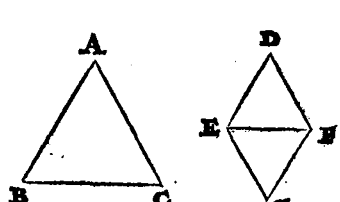
Si duo triangula ABC. DEF. *latera* AB. BC. *proportionalia ipsis* DE. EF. *habuerint, erunt æquiangula, eosdemque angulos,* DA. EB. FC. *habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.*

Prob. Super recta EF. ad punctum E. a ponatur angulus FEG. angulo B. æqualis & ad F. alius ipsi C. consequenter reliquus G. reliquo A. b æqualis, sicque fiant triangula ABC. EFG. æquiangula; ergo GE. erit ad EF. ut AB. ad BC. hoc est ex hypot: DE. ad EF. c quare GE. æqualis erit DE. Simili ratione GF. æqualis est DF. cumque latus EF. utrique triangulo commune est erunt triangula ABC & DEF. per. 8. 1. æquiangula &c. Q. E. D.

a 23. 1.
b 32. 1.
c 9. 5.

PROPOSITIO VI.

Tb. 6.



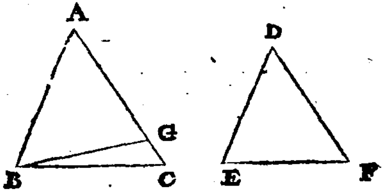
Si duo triangula ABC. DEF. *unum habeant æqualem angulum* A. *&* D. *& latera circa eum proportionalia* (ut BA. ad AC. ita ED. ad DF.) *erunt æquiangula, anguloſque habebunt æquales* E. B. C. F. *quibus homologa latera* BA. ED. AC. DF. *ſubtenduntur.*

Prob. Ad rectam EF. angulos FEG. EFG. fac æqua-

æquales ipsis B. C. erit & G. æqualis A. quia ergo æquiangula sunt ABC. GEF. [a] erunt ut AB. ad AC. ita GE. ad GF. proportionalia: sed sunt etiam proportionalia AB. AC. & DE. DF. [b] sunt ergo latera DE. DF. ipsis GE. GF. æqualia. Cumque basis EF. sit communis, triangula DEF. EFG. [c] æquiangula sunt: [d] ergo etiam æquiangula ABC. DEF. Q. E. D.

a 4. 6.
b 11. & 9. 5.
c 8. 1.
d Ax. 1.

PROPOSITIO VII.



Th. 7. *Si duo triangula* ABC. DEF. *unum angulum* A. *uni angulo* D. *aequalem, circum autem alteros angulos* B. E. *latera proportionalia habeant* (ut AB. ad BC. ita ED. ad EF.) *reliquorum vero* B. E. *simul utrumque, aut minorem aut non minorem recto: aequiangula erunt triangula, & aequales habebunt angulos* ABC. DEF. *circũ quos sunt proportionalia latera.*

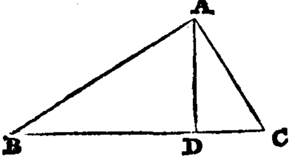
Prob. Sit enim C. & F. minor recto, tunc si anguli ABC. & E. non sunt aequales, sit ABC. major quam E. fiatque ipsi E. aequalis ABG. cum igitur angulus
a 33. 1. A. angulo D. ponatur aequalis [a]
erit

erit & reliquus AGB. reliquo F. æqualis, ideoque triangula ABG. DEF. æquiangula erunt. [b] Ergo b 4. 6.
ut AB. ad BG. ita erit DE. ad EF. ſed ut DE. ad FE. ita ponitur AB. ad BC. adeoque [c] æquales c 9. 5.
BG. CB. & [d] anguli B,CG. d 5. 1.
BGC. æquales. Cum igitur angulus C. ſit recto minor erit & BGC. minor recto, & ei deinceps AGB. [e] major recto. Eſt autem e 13. 1.
oſtenſus angulus AGB. angulo F. æqualis; Major igitur eſt recto angulus F. qui minor ponebatur.

Jam ſit angulus B. & E. recto non minor probabitur ut prius rectas BG. & BC. eſſe æquales, & [f] conſequenter angulos BGC. f 5. 1.
BCG. eſſe æquales, & non minores duobus rectis, [g] quod abſur- g 17. 1.
dum. Non ergo inæquales ſunt anguli ACB. & F. ſed æquales, & conſequenter reliqui anguli B. & E. [h] æquales, quod erat pro- h 32. 1.
bandum.

PROPOSITIO VIII.

56. 8.



Si in triangulo rectangulo BAC. *ab angulo recto* A. *in basim* B C. *perpendicularis* A D. *ducta sit: quæ ad perpendicularem triangula* ADC. B D A. *tum toti triangulo* BAC. *tum ipsæ* A D C. B D A. *inter se sunt similia.*

Prob. In trianguli A B C. D B A. anguli BAC. ADB. recti sunt & angulus B. communis: ergo [a] reliqui A C B. B A D. æquales: ergo triangula A B C. D B A. [b] similia. Non aliter ostendetur A B C. simile A D C. & A D C. triangulo B D A. Q. E. D.

a 32. 1.

b 1. Def. 4. 6.

Coroll. 1.

Coroll. 1. Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.

[c] Nam ut BD. ad DA. ita DA. ad DC. quod est rectam DA. esse mediam proportionalem inter basis partes BD. DC. c 4. 6.

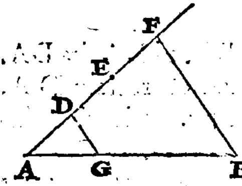
Coroll. 2. Hinc etiam patet utrumlibet laterum rectum ambientium, medium proportionale esse inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adjacet.

SCHOLIUM.

Omnes proportiones respectu laterum facillimo negotio conspici poterunt, modo literæ, quibus triangula insignita sunt, ordine æqualium angulorum disponantur & ab utraque parte similiter conferantur, unde etiam corollaria hinc desumpta patent.

PROPOSITIO IX.

Prob. 1.



A data recta AB. *imperatā partē* puta tertiam AG. auferre.

Prax. Ex A. ducatur recta AF. utcunque faciens angulum, & ex AF. sumatur quævis pars, puta AD. ac duæ aliæ addantur æquales DE. EF. jungatur FB. cui ex D. parallela fiat DG. eritque ablata AG. pars tertia ipsius AB.

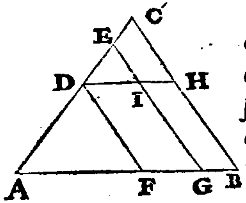
Prob. In triangulo AFB. lateri BB. parallela est linea GD. [a] ergo erit ut FD. ad DA. ita BG. ad GA. & [b] componendo ut FA. ad DA. ita BA. ad GA. Est autem AD. pars tertia ipsius AF. Ergo AG. erit pars tertia ipsius AB. Q. E. F.

a 2. 6.

b 18. 5.

PRO-

PROPOSITIO X.



Datam rectam insectam AB. *similiter secare, ut data altera recta* AC. *secta fuerit* in D. & E. Prob. 2.

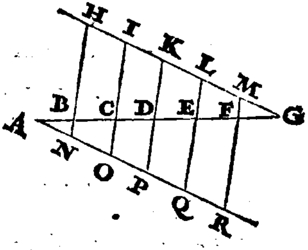
Prax. Jungantur datæ lineæ in A. connectantur recta BC. & ex D. & E. agantur DE. EG. ipsi CB. parallelæ, & factum est quod petitur.

Prob. In triangulo ABC. ductæ sunt DF. EG. parallelæ lateri BC. [a] ergo ut AD. ad DE. ita AF. ad FG: Proportionales ergo sunt partes AF. FG. partibus AD. DE. Jam si ducatur DH. parallela ipsi AB. erit ut DE. ad EC. ita DI. ad IH. [b] hoc est FG. ad GB. quare proportionales sunt partes FG. GB. partibus DE. EC. Q.E.D.

a 2. 6.
b 34. 1.

SCHO-

SCHOLIUM.

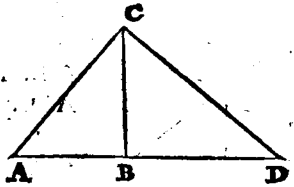


Ex hac & præcedente propositione facile constat lineam quavis aperturâ circini in quotvis partes dividere, cujus demonstrationem & praxin apposita figura exhibet.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Prob. 3.



Datis duabus rectis* AB. BC. *tertiam proportionalem invenire.

Praxis. Duabus datis fac angulum ABC. rectum, item ad AC. angulum rectum ACD. per rectam CD. occurrentem protractæ AB. in D. & factum est quod petitur per coroll. 8. cum BC. sit media proportionalis.

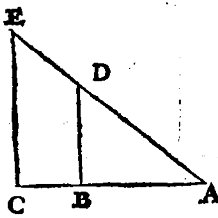
NOTA.

Idem demonstratur, ut in sequente, per lineas parallelas; sumendo tertiam alterutri æqualem.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Prob. 4.



Tribus datis rectis AB. BC. AD. *quartam proportionalem* DE. *invenire.*

Prax. Ex datis, duas AB. BC. in directum colloca; ex reliqua AD. & totali AC. fac angulum DAC. junge recta BD. & fac ipsi parallelam CE. quarta DE. proportionalis erit.

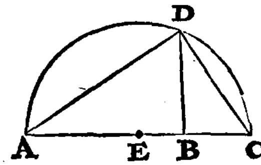
a 2. 6. Prob. CE. BD. sunt parallelæ: [a] ergo ut se habet AB. ad BC. ita AD. ad DF. Ergo DE. quarta est proportionalis.

NOTA.

Idem constat ex 35. prop. lib. 3.

PRO-

PROPOSITIO XIII.



Datis duabus rectis AB. BC. *mediã proportionalem* BD. *invenire.* Pr. 5.

Prax. Colloca in directum AB. BC. super AC. duc semicirculum ADC. In B. excita perpendicularem BD. ad peripheriam semicirculi, illa erit quæsita.

Prob. Ductis rectis AD. CD. [a] erit angulus ADC. in semicirculo rectus, & à vertice D. ad basim AC. ducta perpendicularis DB. facit [b] duo triangula æquiangula: [c] ergo proportionalia: ergo ut AB. ad BD. ita BD. ad BC. est ergo BD. media proportionalis inter AB. BC. Q. E. D.

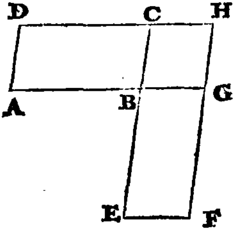
a 31. 3.
b 8. 6.
c 4. 6.

Corollarium.

Hinc quævis recta à circumferentia ad diametrum perpendicularis ducta, media proportionalis est inter diametri segmenta.

PROPOSITIO XIV.

Th. 9.



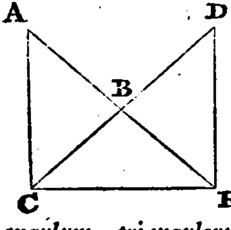
Æqualium A C. B F. *& unum* ABC. *uni* EBG. *æqualem habentiũ angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera* A B. B G. E B. B C. *quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum, unum angulum uni angulo, æqualem habentiũ, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.*

Prob. Jungantur parallelogramma ad angulum æqualem B. ita ut A B.
a 14. & B G. jaceant in directum a jace-
& 15.1. bunt & reliquæ E B. B C. perficiatur parallelogrammũ BH. ergo ut FB ad BH ita
b 7.5. b erit BD. ad BH. sed ut FB. ad BH. ita c est
c 1.6. EB. ad BC. & ut DB. ad BH ita AB. ad BG.
d 11.5. igitur ut E B. ad BC. d ita est AB. ad BG.

Prob. 2. pars. Ex hypoth. EB. ad BC.
e 1.6. est ut AB. ad B G. ergo e E G. ad BH. est
f 9.5. ut DB. ad BH. f ergo parallelogramma æqualia sunt. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XV.

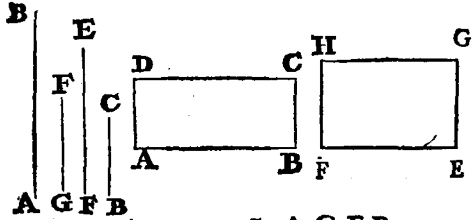


Æqualium ABC. DB. E. *& unum* B. *uni* B. *æqualem habentium* *Tb.* 10.
angulum, triangulorum reciproca sunt latera ut AB. ad BE. ita DB. ad BC. *quæ circum æquales angulos* B. *& quorum triangulorum, unum angulum uni æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.*

Prob. Sic junge triangula ad angulum æqualem B. ut AB. BE. jaceant in directum, ducta CE. a erit ut ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. sed ut ABC. ad BCE. ita b AB. ad BE. & ut DBE. ad BCE. ita BD. ad BC. Similiter demonstratur ABC. DBE. esse æqualia, si sit ut AB. ad BE. ita DB. ad BC. Nam cum ponatur ut AB. ad BE. ita DB. ad BC. & ut AB. ad BE. ita triangulum ABC. ad BCE. & ut DB. ad BC. ita DBE. ad BCE. erit ut ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. ergo triangula ABC. DBE. c sunt æqualia. Q.E.D.

a 7. 5.
b 1. 6.
c 9. 5.

PROPOSITIO XVI.

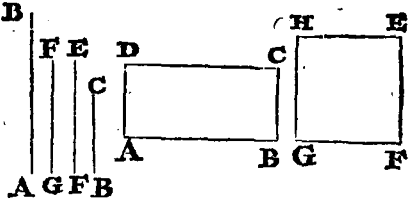


Th. 11. *Si quatuor rectæ* A.G.F.B. *proportionales fuerint: quod sub extremis* AB. BC. *comprehenditur rectangulum* AC. *æquale est ei, quod sub mediis* EF. FG. *comprehenditur rectangulo* FG. *Et si sub extremis* AB. BC. *comprehensum rectangulum* AC. *æquale fuerit ei quod sub mediis* GF. FE. *continetur rectangulo* FG. *illæ quatuor rectæ proportionales sunt.*

Prob. 1. Anguli recti B. & E. sunt æquales, & ut se habet AB. ad EG. ita EF. ad BC. ergo latera circa æquales
a 14. 6. angulos B. & E. sunt reciproca, a ergo parallelogramma AC. FG. sunt æqualia.

Prob 2. Æqualia sunt rectangula AC. FG. & habent angulos æquales, nempe rectos B. & E. ergo b latera circa hos an-
b 14. 6. gulos reciproca erunt etiam b proportionalia. Q. E. D.

PROROSITIO XVII.



Si tres rectæ A F B. *sint proportionales: quod sub extremis* AB. BC. *comprehenditur rectangulum* A C. *æquale est ei, quod à media* F. *describitur quadrato* E G. *Et si sub extremis* A B. A C. *comprehensum rectangulum* A C. *æquale sit ei quod à media* F. *describitur quadrato* E G. *illæ tres rectæ proportionales erunt.* Th. 12.

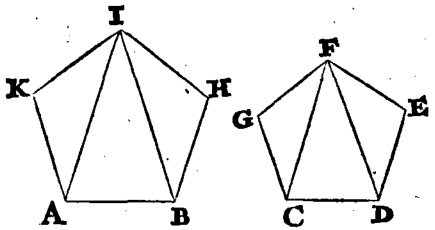
Prob. 1. pars. Sume rectam G F. æqualem ipsi F E. erunt quatuor rectæ AG. FB. proportionales, eritque quadratum E G. comprehensum sub mediis FG. EF. a ergo rectangulum AC. æquale erit quadrato G E.

Prob. 2. Quadratum FG. mediæ EF. (vocemus parallelogrammum) rectangulo A C. sub extremis AB. BC. æquale ponitur, & habent angulos æquales: ergo latera ut proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca adeoque proportionalia. a 16. 6.

NOTA.

Ex hac & præcedenti, cujus quasi repetitio est, infertur fundamentum regulæ vulgò dictæ de Tri, &c.

PROPOSITIO XVIII.



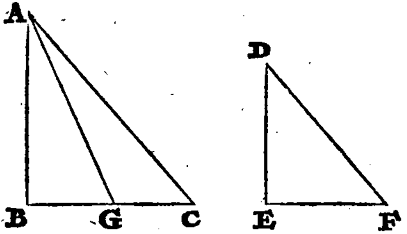
Prob. 6. *Super data recta* AB. *dato rectilineo* CDEFG. *simile, similiterque positum rectilineum* ABHIK. *describere.*

Datum rectilineum resolve in triangula, ductis rectis puta CF. DF. Ad punctum
a 32. 1. A. [a] fiat angulus IAB. æqualis ipsi FCD. & ipsi FDC.
b 32. 1. æqualis IBA. & [b] consequenter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triangula FCD. IAB.
c 4. 6. & similia [c] & ut CF. ad AI. ita CD. ad AB. Ad rectam AI. fac simi-

ſimiliter triangulum IKA. æquiangulum triangulo FGC. & quia anguli BAI. IAK. æquales ſunt angulis DCF. FCG. totales KAB. GCD. æquales erunt, & latera proportionalia. Idemque repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo jacent abſolvantur, ſicque totum rectilineum toti rectilineo [d] ſimile erit, & ſuper datam AB. ſimiliter deſcriptum. Q. E. F.

d 1. Def.

PROPOSITIO XIX.



Th. 13. *Similia triangula* ABC. DEF. *inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

Quando triangula sunt æqualia, hoc est quando B C. E F. nec non tertia proportionalis B G. sunt æquales, res est manifesta.

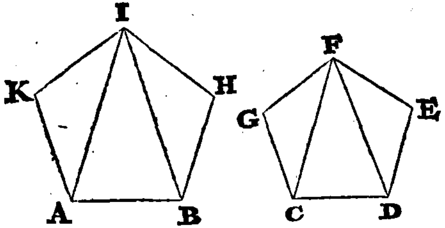
Quando vero latera B C. E F. sunt inæqualia, demonstratur, hoc modo. Sit B C. latus, latere E F. majus, & ex B C.
ax. 6. abscindatur [a] rectis B C. E F. tertià proportionalis B G. ducaturque recta A G. Quia igitur angu-

angulus B. eſt æqualis E. & propter ſimilitudinem triangulorum, ut A B. ad B C. ita D E. ad E F. & permutando ut A B. ad D E. ita B C. ad E F. hoc eſt E F. ad B G. erunt circa angulos æquales B. E. latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangula A B G. D E F. erunt æqualia; & per 7. quinti ut triangulum A B C. ad A B G. ita erit idem triangulum A B C. ad D E F. ut autem A B C. ad A B G. ita eſt per 1. hujus B C. ad B G. Ergo A B C. ad DEF. erit ut B C. ad B G. hoc eſt in duplicata ratione per 10. def. 5. Q. E. D.

Corollarium.

Si tres lineæ fuerint proportionales, ut prima ad tertiam, ita triangulum ſuper primam ad ſimile triangulum ſuper ſecundam.

PROPOSITIO XX.



Th. 14. ***Similia poligona in ſimilia triangula dividuntur, & numero æqualia, & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter ſe rationem, quam latus homologum ad homologum latus.***

Sint polygona ſimilia ABHIK. CDEFG. habentia angulos æquales K. G. Itemque I. F. & ſic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, puta ut AB. ad BH. ita CD. ad DE. &c.

Dico 1. illa dividi in triangula ſimilia & numero æqualia. Prob. ab angulis I. & F. duc rectas ad angulos oppoſitos A B. C D. diviſa erunt illa polygona in triangula numero æqualia: quod etiam ſimilia ſunt.

Prob. Anguli K. & G. ſunt æquales, &
a 6. 6. circa ipſos latera ſunt proportionalia. a ergo æquiangula ſunt triangula IKA. FGC. ergo ſimilia. Eadem ratione erunt ſimilia triangula IHB. FED. dein ut IB. ad BH. ita FD. ad DE. ut autem HB. ad BA. ita
b 22. 5. ED. ponitur ad DC. b erit ex æquo ut IB. ad BA.

ad BA. ita FD. ad DC. & quoniam angulus HBA. ipſi EDC. eſt æqualis, & ablatus HBI. ablato EDF. erunt reliqui IBA, FDC. æquales. c Ergo triangula IBA, FDC. æquiangula erunt & ſimilia, eademque ratio de omnibus. c 6. 6.

Dico 2. quod ſicut unum triangulum ad triangulum ſibi reſpondens alterius polygoni: ita eſſe polygona tota inter ſe.

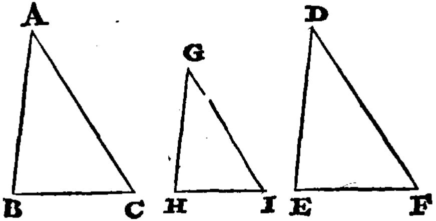
Prob. Quia omnia triangula ſunt ſimilia, ſingula ſingulis: d ergo ſunt in duplicata ratione laterum homologorum; cumque ſingula ſingulis probata ſint proportionalia, ſicut in triangulo unius ſint omnia antecedentia, in alio conſequentia proportionum, e ut unum antecedens eſt ad unum conſequens ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia. Eſt ergo polygonum ad polygonum ut triangulum ad triangulum: ergo ea triangula ſunt totis homologa, & quia triangula ſunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB. CD. Q. E. D. d 19. 6. e 12. 5.

Corollarium.

Hinc ſi fuerint tres rectæ proportionales, ut eſt prima ad tertiam ita polygonum ſuper primam deſcriptum ad polygonum ſuper ſecundam ſimile ſimiliterque deſcriptum, vel etiam polygonum ſuper tertiam ſimile ſimiliterque deſcriptum.

PRO-

PROPOSITIO XXI.



Th. 15. *Quæ eidem rectilineo* GHI. *sunt similia* ABC. DEF. *& inter se sunt similia.*

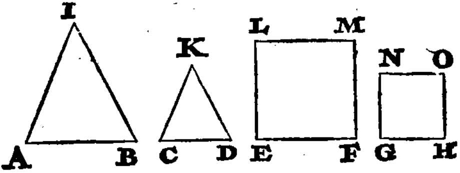
Prob. Anguli A. & D. ponuntur æquales uni G. ergo & inter ſe, eodemque modo ſinguli ſingulis : [a] latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus ejuſdem tertii ſunt proportionalia : ergo cum habeant angulos æquales & latera circa eos proportionalia, [b] ſunt ſimilia. Q. E. D.

a 11. 5.

b 1. Def. 6.

PRO-

PROPOSITIO XXII.



Si quatuor recta AB. CD. EF. GH. *proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta* ABI. CDC. & MF. NH. *proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsa recta proportionales erunt.* Th. 16.

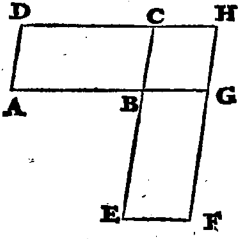
Prob. Triangulum ABI. est ad triangulum CDK. in duplicata a ratione lateris AB. ad CD. similiter EM. ad GO. ut EF. ad GH. adeoque erit ABI. ad CDK. ut EM. ad GO. Q. E. D. Jam vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectæ super quas positæ sunt, proportionales erunt: nam ratio unius figuræ ad alteram b est rectæ ad rectam duplicata: c ergo ratio laterum eadem erit, nempe ut AB. ad CD. ita EF. ad GH. ergo illarum latera proportionalia erunt. Q. E. D.

a 19. 6.

b 19. & 20. 6.

c 7. 5.

PROPOSITIO XXIII.

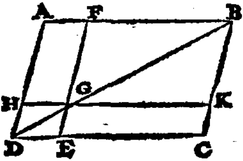


Th. 17. *Æquiangula parallelogramma* A C. B F. *inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur* A B. *ad* B G. *&* E B. *ad* B C.

Sint parallelogramma AC. BF. habentia angulos ad B. æquales, & ita disposita ut apposita figura resultet. Nunc ratio A C.
a 20. ad B F. æqualis est rationi [a].
Def. 5. A C. ad B H. una cum ratione B H. ad B F. itidem æqualis ra-
b 1. 6. tioni [b], AB. ad BG. cum ratione CB. ad BE. Q. E. D.

PRO-

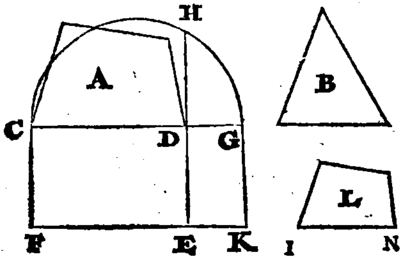
PROPOSITIO XXIV.



In omni parallelogrammo A C. *quæ circa diametrum* D B. *ſunt parallelogramma* FK. HE. *& toti* A C. *& inter ſe ſunt ſimilia.* Th. 18.

Parallelogramma H E. F K. cum toto angulum communem habentia reliquoſque per 29. 1. æquales ut BAD. GHD. BFG. ipſis B C D. G E D. B K G. æquiangula erunt, adeoque latera per 4. 6. proportionalia, conſtituunt parallelogramma cum toto & inter ſe ſimilia. Q. E. D.

PROPOSITIO XXV.

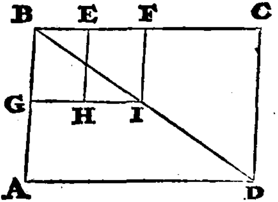


Prob. 7. *Dato rectilineo* A. *simile, similiterque positum, & alteri dato* B. *æquale* L. *constituere.*

Prax. Ad dati rectilinei A. latus CD.
a 45. 1. a fiat rectangulum CE. æquale ipsi
A. Producatur CD. versus G. super
DE. in angulo EDG. fiat rectangulum
b 44. 1. DK. b æquale ipsi B. c fiat inter CD. DG.
c 13. 6. media proportionalis DH. ęqualis ipsi IN.
d 18. 6. super quam fiat d rectilineũ L. simile ipsi
A. similiterque positum, eritque rectili-
e Ux neum L. æquale dato B. & simile ipsi A.
const. Prob. Rectæ CD. DH seu IN. DG. e sunt
f 19. & proportionales: f ergo erit ut prima CD.
20. 6. ad tertiam DG. ita rectilineum super
primam, id est A. ad rectilineum super
g 1. 6. secundam, id est L. sed ut CD. ad DG. g ita
parallelogrammum CE. hoc est A. ad
h 12. 5. DK. hoc est B. h ergo erit ut A. ad B. ita
i 9. 5. A. ad L. i ideoque rectilinea B. & L.
erunt æqualia. Q. E. D.

PRO-

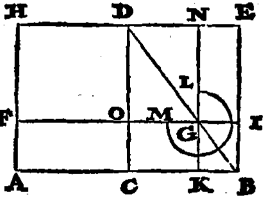
PROPOSITIO XXVI.



Si à parallelogrammo BD. *parallelogrammum* FG. *ablatum sit, & simile toti, & similiter positum: communem cum eo habens angulum* FBG. *circa eandem cum toto diametrum* BD. *consistet.* Th. 19.

Si neges: transeat alibi diameter puta per H. à quo puncto ducatur ex H. recta HE. parallela BG. tunc parallelogramma BD. BH. circa eandem diametrum BHD. a erunt similia: b quare erit ut BA. ad AD. ita BG. ad GH. Sed ut BA. ad AD. ita BG. ad GI. unde per 9. 5. GH. æqualis GI. pars toti. Q.E.A. a 24.6.

PROPOSITIO XXVII.



26. 20. *Omnium parallelogrammorum ſecundum eandem rectam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis ſimilibus, ſimiliterque poſitis, ei quod à dimidia deſcribitur; maximum eſt id quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum ſimile exiſtens defectui.*

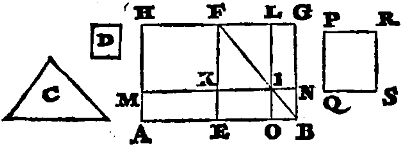
SUPER A C. ſemiſſem totius A B. applicatum ſit parallelogrammum A D. ita ut à toto A E. deficiat parallelogrammo C E. quod eſt æquale & ſimile ipſi A D. Deinde ad quodvis aliud ſegmentum A K. ſit applicatum

catum aliud parallelogrammum A G. ita deficiens, ut defectus sit parallelogrammum K I. simile ipsi C E. hoc est circa communem diametrum B G D. Dico A G. minus esse parallelogrammo A D. Probatur.

1. Parallelogramma A D. C E. F D. O E. sunt [a] æqualia ut & [b] C G. G E. adeoque addito communi K I. erit C I. hoc est A O. æquale ipsi K E. addito communi C G. erit A G. æqualis gnomoni L G M. minor parall. C E. hoc est A D. parall. Q. E. D.

a 36. 1.
b 43. 1.

PROPOSITIO XXVIII.



Prob. 8. *Ad datam rectam* AB. *dato rectilineo* C. *æquale parallelogrammum* AI. *applicare: deficiens figura parallelogramma* ON. *quæ similis sit alteri parallelogrammo dato* D. *Oportet autem datum rectilineum* C. *cui æquale applicandum est* A I. *non majus esse eo, quod ad dimidiam* A E. *applicatur, cum similes fuerint defectus, & ejus quod ad dimidiam applicatur, & ejus cui simile deesse debet.*

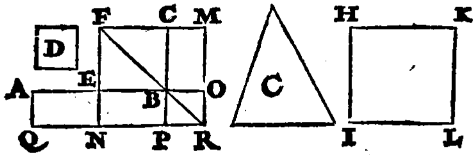
Rectam A B. ut prius biseca in E. super mediam E B. fac parallelogrammum E G. simile ipsi D. similiterque positum: & comple parallelogrammum B H. Si E H. ipsi C. est æquale, factum est quod petitur: nam est applicatum ad A B. & deficit parallelogrammo E G. simili ipsi D. Si E H.

& ipsi

& ipsi æquale b EG. sit majus quam C. b 36. 1.
(nam minus esse non debet, cum EH.
sit c maximum eorum quæ applicari c 27. 6.
possunt ad AB.) si inquam sit majus, d 45. 1.
d reperta quantitate excessus, e fac pa- *aut arte*
rallelogrammum QR æquale exces- *quacunque.*
sui, & simile similiterque positum ipsi
D. & parallelogrammo QR. aliud æ- e 25. 6.
quale similiter positum KL. f quod f 44. 1.
erit circa diametrum, sicque remanebit gnomon LIK. æquale rectilineo
C. Jam productis LI. KI. erit parallelogrammum AI. ad rectam AB. applicatum & deficiens parallelogrammo
ON. g simili ipsi EG. hoc est ipsi D. g 24.6.
Quod autem AI. sit æquale ipsi C. sic
probo. Complementa LN. KO.
h sunt æqualia, ergo addito communi g 43. 1.
NO. erit OG. æquale ipsi EN. hoc
est AK. Ergo si æqualibus AK. OG.
addas commune KO. erit AI. æquale
gnomoni LIK. hoc est rectilineo C.
Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.



Prob. 9. *Ad datam rectam* AB. *dato rectilineo* C. *æquale parallelogrammum applicare, excedens rectam datam* AB. *figura parallelogramma* PO. *quæ sit similis dato alteri parallelogrammo* D.

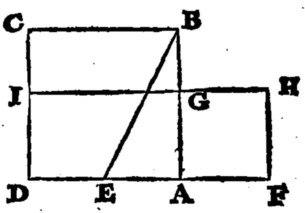
a 18.6. Super rectam EB. mediam datæ AB. [a] fiat parallelogrammum EC. simile ipsi D. similiterque positum: tum rectilineo C. & parallelogrammo
b 25.6. EC. fiat [b] æquale aliud parallelogrammum IK. cui æquale est NM. simile ipsi D. Completis parallelogrammis QE. NB. PO.

PO. erit AR. quæsitum. Etenim NM. est positum æquale ipsis EC. & C, ablato communi EC. gnomon ERC. ipsi C. erit æqualis. Et quia æqualia [c] sunt QE. NB. & æqualia [d] NB. BM. si loco ipsius BM. substituatur æquale QE. erit parallelogrammum AR. æquale gnomoni ERC. ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB. applicatum est parallelogrammum AR. æquale dato rectilineo C. excedens rectam AB. figura parallelogramma PO. quæ similis est dato parallelogrammo D. cum sit circa eandem diametrum cum ipso EC. quod positum est simile ipsi D. Q. E F.

c 36.1.
d 43.1.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

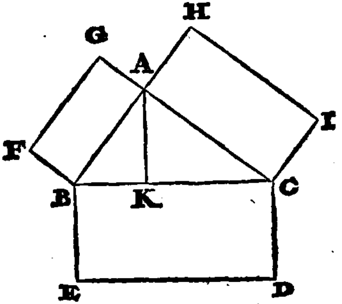


Pr. 10. *Propositam rectam terminatam* AB. *extrema ac media ratione secare in* G.

a 11.2. [a] DIVIDATUR AB. in G. ita ut rectangulum C G. ſub tota AB. & ſegmento B G. ſit æquale quadrato A H. alterius
b 17.6. ſegmenti A G. tunc enim tres rectæ proportionales [b] erunt; & erit ut tota A B. ad A G. ita
c 3.Def. A G. ad G B. Ergo A B. ſecta eſt in G. [c] ſecundum extremam, & mediam rationem. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

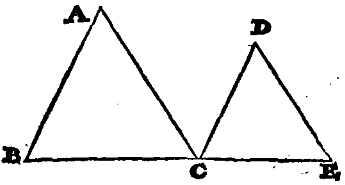


In triangulo rectangulo ABC. *figura quavis* BD. *descripta à* BC. *subtendente rectum angulum* BAC. *æqualis est figuris* FA. AI. *quæ priori illi similes & similiter positæ, à lateribus* BA. CA. *rectum angulum continentibus, describuntur.* Th. 1

POLYGONÆ figuræ FA. AI. BD. ponuntur similes a ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorundem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA. AC. b habeant rationem æqualitatis cum tertio BC. habebunt & polygona FA. AI. rationem æqualitatis cum tertio BD. c ergo eidem erunt æqualia. Q.E.D.

a 20. 6.
b 47. 1.
c 9. 5.

PROPOSITIO XXXII.



Th. 21. *Si duo triangula* ABC. DCE. *quæ duo latera* AB. AC. *duobus lateribus* DC. DE. *proportionalia habeant, secundum unum angulum* ACD. *composita fuerint, ita ut homologa eorum latera* AB. DC. AC. DE. *sint etiam parellela, tum reliqua illorum triangulorum latera* BC. CE. *in rectam lineam* BE. *collocata reperientur.*

PROB. Latera homologa AB. DC. AC. DE. ponuntur
a 29.1. parallela, [a] ergo anguli alterni A. & ACD. sunt æquales & D. eidem ACD. ergo A. & D. æqua-

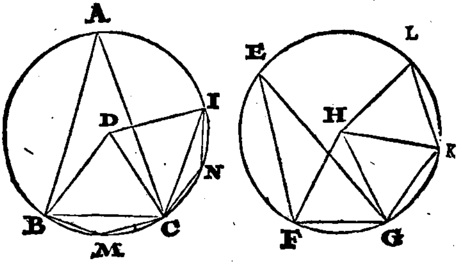
æquales. Hos æquales angulos circumſtant latera proportionalia ex hypoth. [b] ergo triangula ſunt æquiangula, habentque æquales angulos B. & DCE. additis ergo æqualibus A. & ACD. erunt B. & A. duobus angulis DCE. ACD. hoc eſt angulo ACE. æquales. Ergo addito communi ACB. erunt tres anguli A.B. C. duobus ACE. ACB. æquales, [c] illi autem tres valent duos rectos, ergo & hi duo. Ergo [d] BC. CE. unam rectam conſtituunt. Q. E. D.

b 6. 6.

c 32. 1.

d 14. 1.

PROPOSITIO XXXIII.



Th. 22. *In æqualibus circulis* ABCI. EFGL. *anguli* A. E. D. H. *eandem habent rationem, cum ipsis peripheriis* BC FG. *quibus insistunt: sive ad centra* D. H. *sive ad peripherias* A. E. *constituti insistant: insuper vero & sectores* BDC. FHG. *quippe qui ad centra, insistunt.*

a 1. 4. PROB. Ductis B C. FG. ad C. [a] applica CI. æqualem ipsi B C. & ad G. & K. GK. KL. æquales singulas ipsi FG.

FG. ductis ID. KH. LH. sic dico; rectæ BC. CI. ponuntur æquales, [b] ergo & arcus BC. CI. [c] ergo & anguli BDC. CDI. æquales. Idemque est de arcubus FG. GK. KL. & angulis ad H. qui ipsis insistunt. Ergo quam multiplex est arcus CI. ipsius BC. tam multiplex erit angulus BDI. ipsius BDC. & quam multiplex arcus FGKL. ipsius FG. tam multiplex erit angulus FHL. ipsius FHG. [d] ergo si arcus BCI. FGKL. sint æquales, erunt & anguli BDI. FHL. æquales. Si eorum arcuum unus sit major, major erit & angulus, si minor, minor: [e] Ergo erit ratio arcus BC. ad FG. eadem quæ est anguli BDC. ad FHG. Et quia anguli ad D. & H. sunt [f] dupli angulorum ad A. & E. [g] eadem erit ratio angulorum A. & E. quæ D. ad H. & sic eadem

b 28. 3.
c 27. 3.
d 27. 3.
e 6. Def. 5.
f 20. 3.
g 15. 5.

anguli A. ad angulum E. quæ arcus BC. ad arcum FG.

Rursus, in æqualibus segmentis BC. CI. si fiant anguli B M C.
h 27.3. C N I. [h] æquales erunt, cum insistant æqualibus arcubus B A C.
i 24.3. C A I. ergo [i] similia sunt segmenta B M C. C N I. & æqualia, cum sunt super æquales B C. C I. additis ergo triangulis BDC. CDI. quæ æqualia sunt, erunt sectores BDC. CDI. æquales. Ergo tam multiplex est sector B D I. sectoris B D C. quam multiplex arcus B C I. arcus B M C. Idem ostendetur de sectore FHL. Ergo si æqualis sit arcus B C I. arcui FGL. sector quoque B D I. æqualis erit sectori FHL. si deficiat, deficiet, si excedat, excedet. Ergo quæ est ratio arcus B C. ad arcum F G. eadem erit & sectoris B D C. ad sectorem F H G. Q. E. D.

Selectiores hujus libri sunt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 13. 14. 16. 19. 31.

FINIS.