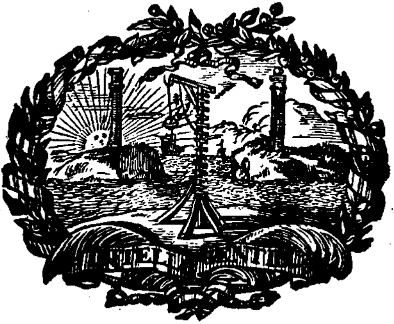
Notes du mont Royal
www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres


EUCLIDIS
Elementorum
Libri Sex
Recogniti
a
CHRIST. MELDER.
Professor.

# EUCLIDIS
## ELEMENTORUM
SEX
PRIORES LIBRI
Recogniti
OPERA
CHRISTIANI MELDER.
*Matheseos Prof.*



LUGD. BATAV. & AMST.
Apud DANIELEM, ABRAHAMUM &
ADRIANUM à GAESBEECK.
cIɔ Iɔc LXXIII.

# PRÆFATIO

## AD

# LECTOREM.

Inter plurimos qui ſex priora Euclidis Elementa commentariis illuſtrarunt non minimam laudem meretur Georgius Fournier. Qui prolixas obſcuraſque demonſtrationes evitando, claras ac ſuccinctas ſubſtituit, Lectorum attentionem sine imaginationis confusione ut sibi conciliaret.

Præter figurarum intricatam exiguitatem primum nil displicuit; quas proinde simpliciter mutare decreveram: Sed in ipso operis processu non tantum multa ex Clavio, Tacqueto, Barrow aliisque adjeci, verum perplurimas demonstrationes ita immutavi, præsertim in posterioribus libris, ut

nullo

nullo modo nomen meum reticere potuerim; quod in hunc finem moneo, ne quis me injuriam D° Fournier fecisse putet. Aliorum labores pro meis venditare nec studeo nec soleo. Agnosco pleraque ipsius esse. Correctiora vel ante annum prodiissent, nisi execrabilis bellorum turba, variaque hinc nata impedimenta intercessissent. Cæterum applausum si obtinuerint quæ appoſui ad meliora ac magis grata inſtigabor. Vale.

EU-

# EVCLIDIS ELEMENTUM

## *PRIMUM.*

### DEFINITIONES.

1. *Punctum est, cujus pars nulla.*

Græcè legitur σημεῖον, ſignum hoc eſt à quo incipit deſignatio quantitatis finitæ. Idem intellige de linea ac ſuperficie, non quod ex fluxu puncti aut lineæ originem traxerint.

2. *Linea vero longitudo non lata.*

Linea talis nulla ducitur à parte rei; ſed ſicut punctum, ita & linea ſignum ſeu initium eſt quantitatis latæ.

3. *Lineæ autem termini ſunt puncta.*

Id eſt longitudinis determinatæ principium & finis eſt punctum: per infinitam autem lineam Euclides intelligit lineam cujuſvis magnitudinis, ſeu indeterminatam.

4. *Recta linea eſt, quæ ex æquo ſua interjacet puncta.*

Sive cujus extrema obumbrant omnia media, ut dixit Plato: vel minima earum quæ terminos habent

bent eoſdem, ut vult Archimedes.

5. *Superficies vero eſt quæ longitudinem latitudinemque tantum habet.*

6. *Superficiei autem extrema ſunt lineæ.*

Hæc definitio intelligenda eſt tantùm de ſuperficie plana vel mixta, non autem de circulari; quando enim habet extremum, lineam tantùm habet, non lineas.

7. *Plana ſuperficies, eſt quæ ex æquo ſuas interjacet rectas.*

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana ſuperficie ſunt intelligenda.

8. *Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum jacentium, alterius ad alteram inclinatio.*

Hic causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt. Formalis est alterius in alteram inclinatio. Unde sequitur primò, quòd illæ duæ lineæ non ita se debent tangere, ut jaceant in directum, id est, ut unicam rectam constituant lineam; sed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas consistit in majori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

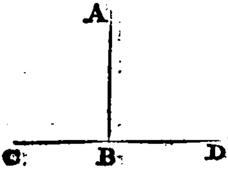
Sequitur 3. non esse necesse, ut duæ lineæ post contactum productæ se mutuò secent, ut vult Pel-

Pelletarius: id enim tantùm est verum in angulis rectilineis: sed sufficere, ut se tangant & inclinentur.

Denique si angulus ille fit in superficie plana, dicetur planus. In omni vero figura, licet quemlibet angulum tribus litteris appellemus, ille tamen semper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. *Cum autem continentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.*

Si utraque curua, curuilineus: si curua altera, altera recta; mixtus.

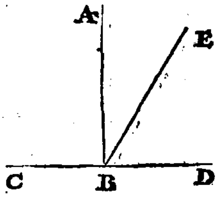



10. *Cum verò recta* A B. *super rectam* CD. *stans, eos qui sunt deinceps* A B C. A B D. *angulos, æquales inter se facit; rectus est uterque æqualium angulorum, & insistens recta* AB. *perpendicularis vocatur ejus cui insistit* CD.

Tunc angulus uterque dicitur æqualis, quando recta A B. non magis in C. quam in D. inclinat.

Quod autem Græci dicunt κά-θετος Latinè redditur perpendicularis; frequentius tamen utuntur Mathematici verbo Græco quam Latino, maximè in Optica: unde apud eos nihil usitatius quàm πρὸς κάθετον, imo Latine reddunt Cathetum.

11. *Ob-*




11. *Obtusus angulus* EBC. *est, qui major recto* ABC.

Nempe quia recta EB. magis recedit à subjecta CD. quàm perpendicularis AB.

12. *Acutus vero* EBD. *qui minor recto* ABD.

13. *Terminus est quod alicujus est extremum.*

Talia sunt, punctum, linea, superficies: nempe punctum lineæ, linea superficiei, & superficies corporis.

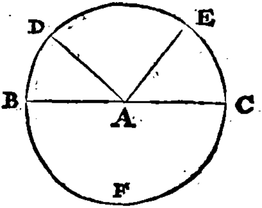
14. *Figura est quæ sub aliquo, vel sub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit sub aliquo, nempe quia circulum & ellipsim, unicus terminus, hoc est linea circularis, comprehendit: ad rectilineas verò figuras, plures semper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non vero tantum terminare. Unde sequitur 1. Quod lineæ nulla proprie est figura, cum puncta lineam, non ambiant, sed solum terminent. Sequitur 2. quod superficiei infinitæ vel corporis infiniti; si quod dari posset, figura nulla sit, 1. quia omnis figura debet ambire, & comprehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremum rei: Quomodo

vero

vero id quod habet finem & extrema, erit infinitum?



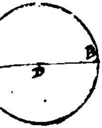

15. *Circulus eſt figura plana ſub una linea* A. B. C. *comprehenſa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum quæ intra figuram ſunt poſita, omnes cadentes rectæ* DA. AB. EA. AC. *æquales inter ſe ſunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodoſius Sphæricorum lib. 1. deff. 1. & 2. idem habet, definitione vero 5. ſic polum deſcribit.

Polus

Polus circuli in Sphæra, eſt punctum in ſuperficie Sphæræ, à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, ſunt inter ſe æquales. Ex quibus colliges inter centrum, & polum hoc tantum eſſe diſcriminis, quod centrum concipiatur intra figuram poſitum: Polus vero in ſuperficie Sphæræ.




17. *Diameter autem circuli eſt recta quædam* A B. *per centrum* D. *ducta, & terminata ex utraque parte, à circuli peripheria* A. *&* B. *quæ & biſariam ſecat circulum.*

Hic tria obſervabis 1. omnes Diametros ejuſdem circuli eſſe æquales inter ſe, cum earum medietates ex def. 15. ſint æquales. 2. Quod ſequitur ex 1. eſt quod licet in circulo poſſint infinitæ duci

duci rectæ non transeuntes per centrum, solæ tamen rectæ per centrum ductæ, & in peripheria terminatæ dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ vero inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cujusque rei, ait Ptolomęus, in Analemmate, debet esse stata determinataque, non indefinita. Unde non est quod mirentur tyrones si in fœminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est Diameter quod linea dimetiens, vel in duo æqualia dividens.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionem semicirculi sic coaptari portioni reliquæ ut diameter sit utriusque basis. Si circumferentia una congruat penitus

nitus circumferentiæ alteri, manifestum est illas duas portiones à diametro factas, esse inter se æquales, cùm neutra aliam excedat. Si verò circumferentia una non congruat cum altera, sed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem est figura quæ continetur sub diametro* AB. *& sub ea linea* ADB. *quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Segmentum circuli est figura quæ continetur sub recta & circuli peripheria.*

Per rectam hic intellige omnem non diametrum, nisi item velis semicirculum dicere segmentum.

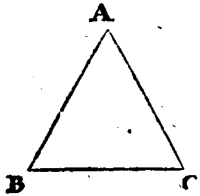
20. *Recti*

20. *Rectilineæ figuræ sunt quæ sub rectis continentur.*

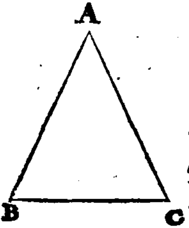
21. *Trilateræ quidem quæ sub tribus.*

22. *Quadrilateræ verò quæ sub quatuor.*

23. *Multilateræ autem quæ sub pluribus quam quatuor rectis comprehenduntur.*

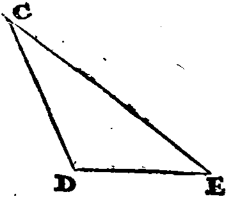



24. *Trilaterum porro figurarum, æquilaterum triangulum est quod tria latera habet æqualia.*




25. *Isosceles autem, quod duo tantum habet æqualia* A B. A C.

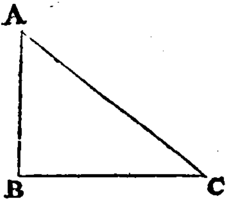
Σκέλος, τὸ, crus Græcis eſt, unde compoſitum ἰσοσκελὴς qui æqualibus eſt cruribus : τρίγωνον ἰσοσκελές; quod è tribus lineis duas æquales habet, quibus quaſi cruribus inſiſtit.




26. *Scalenum verò quod tria inæqualia habet latera.*

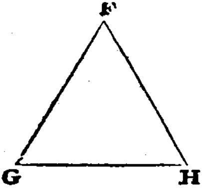
Triangulorum hæ ſunt ſpecies ex laterum ratione petitæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

27. *Ad*




27. *Ad hæc etiam trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum* ABC.

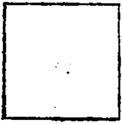
28. *Amblygonium est quod habet obtusum angulum, hoc est, majorem recto.*



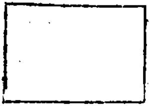

29. *Oxygonium vero quod tres acutos habet angulos, hoc est, minores recto.*

Not. In omni triangulo cujus duo quæcunque latera expreſsè no-

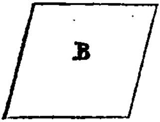
nominantur, ſolet reliquum latus à Mathematicis, baſis dici, ſive illud in ſitu locum infimum occupet, ſive ſupremum.



30. *Quadrilaterum autem figurarum quadratum quidêm eſt quod æquilaterum eſt & rectangulum.*



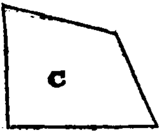
31. *Altera parte longior figura eſt, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.*




32. *Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.*

33. *Rhom-*


*33. Rhomboides vero quæ adversa, & latera, & angulos æqualia inter se habens, neque æquilatera est, neque rectangula.*



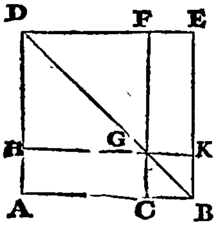

*34. Præter has autem reliquæ quadrilateræ, Trapezia appellantur.*

*35. Parallelæ sunt rectæ, quæ in eodem plano existentes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neutram mutuo incidunt.*

Ad hoc ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non sufficit ut productæ in infinitum non concurrant.

Sic enim duæ rectæ in transversum positæ re aliqua interposita, & non se tangentes, dicerentur parellelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, ut sint in eodem plano.

36. *Parallelogrammum est figura quadrilatera, cujus bina opposita latera sunt parallela seu æquidistantia.*




37. *Cum vero in parallelogrammo diameter* BD. *ducta fuerit, duæque rectæ* CF.HK. *lateribus parallelæ secantes diametrum in uno eodemque puncto* G. *ita ut parallelogrammum distri-*

*distributum sit in quatuor parallelogramma; per quæ diameter non transit scil.* AG. GE. *appellantur complementa eorum quæ circa diametrum consistunt ut* HF. GK.

## POSTULATA.

1. *Postuletur à quovis puncto* A. *ad quodvis punctum* B. *rectam lineam* AB. *ducere.*

2. *Et terminatam rectam* AB. *in continuum recta producere in* C.

3. *Et quovis centro, & intervallo circulum describere.*

## Communes notiones seu Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia.*

2. *Et si æqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt æqualia.*

3. *Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.*

4. *Et si inæqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt inæqualia.*

5. *Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.*

6. *Et quæ ejusdem duplicia, inter se sunt æqualia.*

7. Et

7. *Et quæ ejusdem dimidia, inter se sunt æqualia.*

8. *Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.*

Id est, quæ collata, ita componuntur, ut pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem rectæ & æquales congruunt, uti & anguli.

9. *Et totum parte majus est.*

10. *Et omnes anguli recti æquales inter se sunt.*

11. *Si in duas rectas recta incidens interiores, & ad easdem partes angulos duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter*

*se*

*ſe ad eas partes, in quibus ſunt anguli duobus rectis minores.*

Scio principium hoc obſcurum quibuſdam, & à Gemino & Proclo rejectum à numero principiorum : verum non debet res aliqua à notionibus communibus rejici, quod unus aut alter ei aſſenſum neget : oporteret enim & nonum expungere. Jam enim ſunt aliqui Philoſophi adeo ſubtiles ut negent totum ſua parte majus. His & illis ſufficiat dicere Euclidem cæteroſque omnes, hæc omnia ex ſola terminorum notione, evidentia cenſuiſſe, & exiſtimaſſe ſenſu communi carere, qui ea negaret. Ne ſcrupulus remaneat, illud demonſtrat Clavius prop. 28. l. 1.

12. *Duæ*

12. *Duæ rectæ spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

13. *Omne totum est æquale omnibus partibus simul sumptis.*

Plura talia axiomata excogitari possunt & ab aliis proposita sunt, sed hæc sufficere nullus dubito.

## NOTA.

Quicquid proponitur vocatur propositio, estque vel problema vel Theorema.

Problema est propositio ubi aliquid proponitur efficiendum & conclusio semper talis est, quod erat faciendum.

Theo-

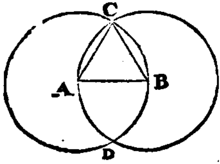
Theorema eſt propoſitio cum proponitur proprietas vel veritas de aliqua re demonſtranda, & concluſionis formula. Quod erat demonſtrandum.

Quicquid autem tanquam conſectarium aut lucrum ex demonſtratione ſequitur Corollarium appellatur.

Lemma inſuper vocatur demonſtratio præmiſſæ alicujus, ut quæſiti demonſtratio evadat brevior ac clarior.

PRO-

## PROPOSITIO I.



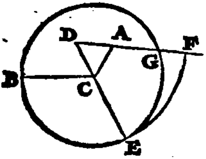

*Super data recta terminata* A B. *triangulum æquilaterum* A B C. *constituere.* *Proble-ma I.*

Praxis. Ex centris A & B. spatio A B. describe [a] duos circulos, & ex puncto sectionis C. duc [b] rectas C A. C B. Dico triangulum A B C. esse æquilaterum. *a 3. Post.* *b 1. Post.*

Probatur. Recta A C. æqualis est [c] rectæ A B. & B C. [c] eidem: ergo rectæ A C. B C. æquales eidem A B. æquales sunt [d] inter se. Ergo triangulum A B C. est [e] æquilaterum. Quod erat faciendum. *c 15. Def.* *d 1. Ax.* *e 24. Def.*

## *PROPOSITIO II.*

*Prob. 2.*




*Ad datum punctum* A. *data recta* B C. *æqualem rectam* A F. *ponere.*

a 1. *Post.* b 1. 1. c 3. *Post.* d 2. *Post.*

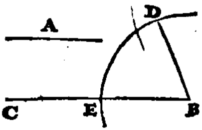
Prax. Jungatur [a] A C. Super ipsa A C. fac [b] triangulum æquilaterum C D A. centro C. spatio B C. duc [c] circulum: latus D C. produc [d] in E. centro D. spatio D E. duc circulum: latus D A. produc in F. Recta A F. æqualis est rectæ C B.

e *Ex conft.* f 15. *Def.* g 3. *Ax.* h 1. *Ax.*

Prob. Rectæ D A. D C. sunt [e] æquales. Rectæ D E. æqualis [f] recta D F. [g] Ergo recta A F. rectæ C E. Rursum, recta [f] C E. æqualis est rectæ C B. [h] Ergo A F. ipsi C B. Quicunque autem alii ponantur casus, eadem semper erit constructio & demonstratio, ut bene notat Clavius ex Proclo.

PRO-

## PROPOSITIO III.




*Datis duabus rectis inaequalibus* A. *&* B C. *de majori* BC. *minori* A. *aequalem rectam* B E. *detrahere.* *Prob. 3.*

Prax. Ad datum punctum B. datæ rectæ A. æqualem rectam D B. [a] pono. Centro B. [a 2. 1.] spatio B D. duco [b] circulum, [b 3. *Post.*] abscissa B E. est æqualis ipsi A.

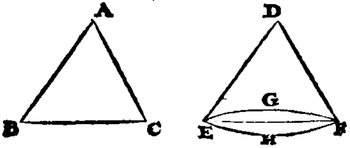
Prob. Recta B E. est [c] æqualis ipsi B D. quæ ponitur [d] æqualis ipsi A. Ergo abscissa B E. [c 15. *Def.*] [d *Ex const.*] æqualis est [e] datæ A. Quod erat [e 1. *Ax.*] faciendum.

### SCHOLIUM.

*Circino hoc ut & praecedens problema fieri potest secundum Tacquet; sed tunc ex sententia Procli nullo postulato satisfacit.*

## PROPOSITIO IV.

Theorema I.




*Si duo triangula* A. *&* D. *duo latera, duobus lateribus æqualia habeant utrumque utrique* hoc est A B. ipsi D E. & A C. ipsi D F. *habeantque angulos* A. *&* D. *lateribus illis contentos, æquales: Et Basim* B C. *basi* E F. *æqualem habebunt, & triangulum* A B C. *triangulo* D E F. *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erunt uterque utrique*, hoc est angulus B. angulo E. & angulus C. angulo F. æqualis erit, *sub quibus æqualia latera* A B. ipsi D E. *&* A C. ipsi D F. *subtenduntur.*

Prob.

Prob. Latus A B. lateri D E. & latus A C. ipsi D F. & angulus A. angulo D: ponuntur æqualia: ergo si superponantur, [a] congruent: ergo & basis B C. basi E F. congruet. Adeoque totum triangulum toti triangulo super imposito æquale erit. Q. E. D. [a] 8. Ax.

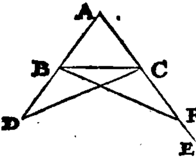
## N O T A.

1. *Proprietas trianguli in hoc theoremate proposita, cum ex terminorum explicatione videatur patere, posset assumi tamquam communis notio.*

2. *Quemadmodum duo latera cum angulo incluso inferant æqualitatem basium & angulorum; sic & vicissim dicendo, duo latera & bases æquales inferre angulos æquales. Adeoque octava propositio tanquam consectarium hujus haberi poterit.*

## PROPOSITIO V.

*Theor.* 2.



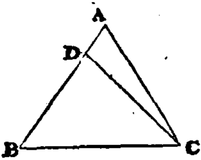

*Isoscelis trianguli* A B C. *qui ad basim sunt anguli* A B C. A C B. *inter se sunt æquales, & productis æqualibus rectis* A B. A C. puta in D. & E. *qui sub basi sunt anguli* C B D. B C F. *inter se æquales sunt.*

Præparatio. Ex lineis A B. A C. pro-
a 3. 1. ductis, accipio a æqualia B D. C F.
b 1. & b duco rectas C D. B F.
*Post.* Prob. Triangulorum B A F. C A D.
unum latus B A. Uni C A. & alterum
c *Ex* F A. alteri D A. c æquale est. Et angulus
*Hyp.* B A C. utrique est communis: ergo
d 4. 1. d angulus A B F. æqualis est angulo
A C D. & angulus A F B. angulo A D C.
& basis B F. basi C D. æqualis. Rursus
in triangulis B C D. C B F. latus C F. la-
e 3. 1. teri B D. e est æquale, & latus F B. pro-
batum est æquale ipsi D C. & angulus D.
f 4. 1. angulo F. æqualis. Ergo f anguli C B D.
B C F. infra basim sunt æquales & angu-
li B C D. C B F. æquales. Qui si tollantur
ex æqualibus A B F. A C D. relinquent
g 3. angulos ad basim g A B C. A C B. æqua-
*Ax.* les. quod erat demonstrandum. Thales
fertur autor hujus propositionis.

*Corollarium.* Omne triangulum æquilaterum, est æquiangulum.

*PRO-*

## PROPOSITIO VI.



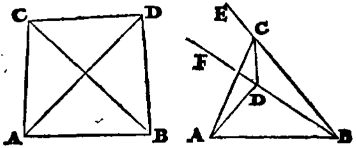

*Si trianguli* ABC. *duo anguli* ABC. ACB. *aequales inter se fuerint, & sub aequalibus angulis subtensa latera* AB. AC. *aequalia inter se erunt.* *Theor. 3.*

Si negas: pars unius BD. [a] fiat aequalis alteri CA. hoc posito; triangula DBC. ACB. se habent juxta quartam; nam latus BC. commune, & latera BD. CA. aequalia, & anguli DBC. ACB. aequales. Ergo & totum triangulum aequale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. [b]

a 3. 1.
b 9. *Ax.*

*Coroll.* Omne triangulum aequiangulum, est aequilaterum.

## PROPOSITIO VII.




Theor. 4. *Super eadem recta* A B. *duabus eisdem rectis* A C. B C. *æquales aliæ duæ rectæ* A D. B D. *utraque utrique*, hoc est A C. ipsi A D. & B C. ipsi B D. *non constituentur ad aliud & aliud punctum*, puta D. *ad easdem partes, eosdem terminos* B. & A. *habentes, cum duabus initio ductis rectis.*

Prob. Quia si possint duci duæ aliæ, ducantur in D. Ergo

a 5. 1. triangulum C A D. [a] est Isosceles: ergo anguli A C D. A D C. æquales. Rursus triangulum C B D. est Isosceles. Ergo anguli B D C. B C D. sunt æquales, cùm tamen angulus C D A. pars

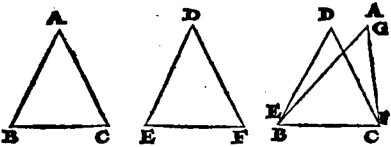
pars anguli totalis C D B. probatus ſit æqualis totali angulo A C D. Idemque ſequetur incommodum ubicumque ſtatuatur punctum verſus eaſdem partes. Nam ſi ponatur punctum intra triangulum in D. ut in ſecunda figura, ductis A D. B D F. B C E. & D C. ſic dico. Rectæ A D. A C. ponuntur æquales, ergo [b] anguli A D C. A C D. ſunt æquales: ſimiliter B D. B C. ponuntur æquales, ergo anguli infra baſim ECD. FDC. ſunt [b] æquales, ergo angulus F D C. major eſt angulo A D C. quemadmodum E C D. major eſt ipſo A C D. quod repugnat. b 5. 1.

Denique non poteſt ſtatui punctum in parte alicujus lineæ ex datis, alioquin pars eſſet æqualis toti, contra 9. ax.

N B. *Hæc propoſitio tantum adhibetur ad demonſtrandam ſubſequentem octavam, quæ poſſet tamquam conſectarium quartæ aſſumi.*

PRO-

## PROPOSITIO VIII.

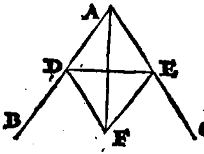



Theor. 5. *Si duo triangula* A. D. *duo latera*, AB. AC. *duobus lateribus* DE. DF. *æqualia habeant, alterùm alteri: habeant etiam basim* BC. *basi* EF. *æqualem: Et angulum* A. *angulo* D. *æqualem habebunt, sub æqualibus rectis contentum.*

Prob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cùm a 8. Def. [a] angulus non sit aliud quàm inclinatio duarum linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD. apex D. non cadat in A. sed in G. ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC. ducentur ad aliud punctum, contra præcedentem.

PRO-

## PROPOSITIO IX.




*Datum angulum rectilineum* B A C. *bifariam secare.* Prob. 4.

Prax. Ex lateribus dati anguli B A C. ſumo [a] rectam A D. & ipſi æqualem A E. Jungo D E. conſtituo [b] triangulum æquilaterum D E F. ducta recta A F. bifariam dividet angulum A.

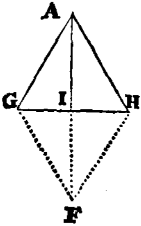
a 3. 1.

b 1. 1.

Prob. In triangulis D A F. E A F. rectæ A D. A E. ſunt æquales: A F. communis eſt, & baſis D F. baſi E F. æqualis: [c] ergo anguli F A D. F A E. ſunt æquales. Ergo angulus B A C. diviſus eſt bifariam. Quod faciendum erat.

c 8. 1.

## PROPOSITIO X.




Prob. 5.

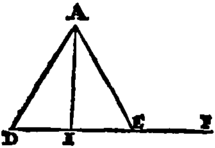
*Datam rectam terminatam* G H.[a] *bifariam secare.*

a 1. 1. Prax. Supra rectam G H. [a] constituo triangulum æquilaterum G A H. cujus angulum
b 9. 1. A. divido [b] bifariam, ducta recta A F. dividet rectam G H. bifariam.

Prob. Triangula GIA. HIA. se habent juxta quartam ex constructione figuræ : ergo habent bases G I. I H. æquales. Ergo recta G H. divisa est bifariam. Q. E. F.

PRO-

## PROPOSITIO XI.



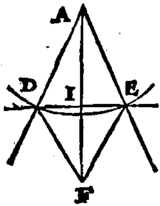

*Data recta* DF. *à puncto* I. *in ea dato, ad rectos angulos, rectam lineam* I A. *excitare.* Prob. 6.

Prax. Ex linea D F. à puncto I. sumo [a] partes hinc inde æquales I D. I E. super D E. [b] constituo triangulum æquilaterum D A E. à puncto A. ad punctum I. recta ducta erit perpendicularis. [a] 3. 1. [b] 1. 1.

Prob. Latus D I. [c] est æquale lateri I E. & latus [d] D A. ipsi AE. & latus A I. commune. [e] Ergo anguli A I D. A I E. erunt æquales, [f] ergo recti: ergo [f] A I. perpendicularis. Q. E. F. [c] Ex const. [d] 23. Def. [e] 8. 1. [f] 10. Def.

## PROPOSITIO XII.

Prob. 7.



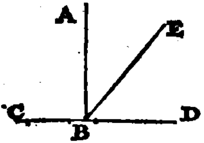

*Super datam rectam infinitam DE. à dato puncto A. quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam AI. excitare.*

Prax. Centro A. duco circulum, qui secet rectam D E. à sectionibus duco rectas D A. E A.
a 10. 1. [a] divido D E. bifariam in I. ducta recta A I. erit perpendicularis.
b 15. Def. Prob. Latera AD. AE. [b] sunt
c Ex conſt. æqualia, [c] latus D I. æquale lateri I E. & AI. commune: [d] ergo an-
d 8. 1. guli A I D. A I E. sunt æquales:
e 10. Def. [e] ergo recti: ergo A I. est [e] perpendicularis.

Hujus propositionis autor fertur Oenipides Chius annis ante Christum circiter 550.

PRO-

## PROPOSITIO XIII.



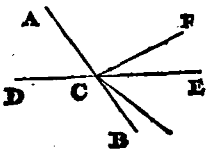

*Cùm recta* AB. vel EB. *supra rectam* CD. *consistens, angulos facit: aut duos rectos* ABC. ABD. *aut duobus rectis æquales* EBC. EBD. *facit.* Theor. 6.

Prob. Recta EB. cum recta DC. aut facit utrinque æquales angulos & [a] consequenter rectos; aut non facit: si non facit, [b] excitetur ex B. perpendicularis BA. Quoniam igitur angulo ABD. æquales [c] sunt ABE. EBD. Si utrisque addas rectum ABC. [d] erunt duo recti ABC. ABD. æquales tribus angulis ABC. ABE. EBD. quibus etiam anguli EBC. EBD. sunt æquales & consequenter hi duo sunt æquales duobus rectis. Q.E.D.

a 10. Def.
b 11. 1.
c 13. Ax.
d 2. Ax.

## PROPOSITIO XIV.

*Theor.* 7.




*Si ad aliquam rectam* A C. *& in ea punctum* C. *duæ rectæ* D C. C E. *non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos* A C D. A C E. *duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ,* hoc est D C E. erit una linea recta.

a *Per* 2. *Post.*
b 13. 1.
c *Contra Ax.* 9.

Prob. Si rectæ D C. C E. non jacent in directum, [a] jaceat C F. aut alia quæpiam. Ergo anguli A C D. A C F. valent [b] duos rectos. Ergo [c] pars A C F. est æqualis A C E. toti. Nam prius ex hypothesi A C D. A C E. valebant duos rectos.

## PROPOSITIO XV.


*Si duæ rectæ* Th. 8.
A B. C D. *se invicem secent, angulos ad verticem* A E D. C E B. *æquales inter se facient.*

Prob. Nam angulo sive AED. sive C E B. addatur angulus medius D E B. a erit æqualis duobus rectis, b ergo anguli C E B. A E D. sunt æquales. Idemque fiet si angulo A E C. vel D E B. adjiciatur angulus A E D.

a 13. 1.
b 3. Ax.

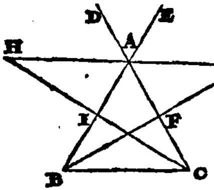
Thales Milesius fertur auctor hujus propositionis.

*Coroll.* 1. Duæ rectæ secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis; quatuor angulos, quatuor rectis æquales.

*Coroll.* 2. Omnes anguli circa idem punctum constituti æquales sunt quatuor rectis.

## PROPOSITIO XVI.

Th. 9.




*Trianguli* ABC. *uno latere* BA. *producto* in E. *externus angulus* EAC. *utrolibet interno & opposito* C. *vel* B. *major est.*

a 10. 1. Prob. Latus AC. a bisecetur in F. ducatur BG. ita ut BF. sit æqualis FG. junge rectam AG. tunc triangula AFG. CFB. habent se juxta 4. nam latus b AF. æquale est lateri CF. & latus FG. lateri FB. & angulus AFG. c angulo CFB. æqualis; d ergo & angulum GAF. angulo BCF. æqualem habebunt, ergo angulus totalis EAC. externus major est interno & opposito ACB. Quod si latus AB. bisecetur in I. idem fiet, & probabitur angulum externum DAB. majorem esse angulo ABC. Ergo cum angulus EAC. c sit æqualis angulo DAB. erit angulus EAC. externus, major quolibet interno & opposito nempe angulo C. vel B. Q.E.D.

b *Ex const.*

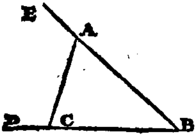
c 15. 1.

d 4. 1.

c 15. 1.

PRO-

## *PROPOSITIO XVII.*



*Trianguli* A B C. *duo anguli*, B C A. C A B. vel alii quilibet, *quocunque modo sumpti, duobus rectis sunt minores.* Th. 10.

Prob. Producto B C. in D. externus angulus A C D. [a] major est angulo A. vel B. sed anguli A C D. A C B. [b] valent tantùm duos rectos, ergo anguli B. & C. interni, sive C A B. B C A. sunt minores duobus rectis. Idem dicam de angulis A. & B. si producam latus, B A.

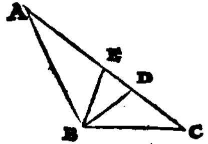
a 16.1.
b 13.1.

*Coroll.* 1. In omni triangulo, cujus unus angulus fuerit rectus vel obtusus, reliqui sunt acuti.

*Coroll.* 2. Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli Isosceles, anguli supra basim sunt acuti.

## PROPOSITIO XVIII.

Th. 11.

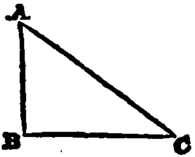



*Trianguli* A B C. *majus latus* A C. *majorem angulum* A B C. *subtendit.*

Si negas: Ex majori latere A C.
a 3. 1. [a] fac A D. æquale ipsi A B.
b 5. 1. duc rectam B D. [b] erunt anguli A B D. A D B. æquales. Est autem angulus A D B. hoc est A B D. externus & oppositus an-
c 16. 1. gulo C. [c] major. Multo ergo major est totalis angulus A B C. angulo C. Major item est angulo A. nam fac C E. æquale ipsi C B.
d 5. 1. [d] erunt anguli C E B. C B E.
e 16. 1. æquales, [e] & angulus C E B. hoc
f 9. Ax. est E B C. major angulo A. [f] ergo angulus A B C. major angulo A. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XIX.




*Trianguli* *Tb. 12.*
ABC. *majus latus* AC. *sub majori angulo* ABC. *subtenditur.*

Si negas latus AC. esse majus latere AB. sint æqualia: [a] ergo anguli B. & C. sunt æquales, contra hypothesin. Si latus AB. dicas majus latere AC. [b] ergo angulus C. major erit angulo B. contra hypoth. Idem dicam de latere BC. Ex quibus sic dico latus AC. nec minus est nec æquale lateribus AB. CB. ergo majus. Q. E. D.

a 5. 1.
b 18. 1.

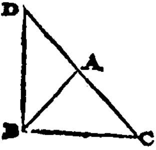
### NOTA.

*Hæc propositio est conversio præcedentis, quapropter hanc omittendo potuisset dici: si majus latus majorem angulum subtendit, utique & major angulus à majori latere subtenditur.*

PRO-

## PROPOSITIO XX.

Th. 13.



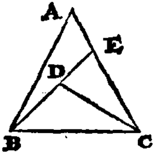

*Trianguli* ABC. *duo latera* puta AB. AC. *quomodocunque sumpta, reliquo* BC. *sunt majora.*

Prob. Produco CA. in D. sic ut AD. sit æquale ipsi AB. & proinde [a] CD. æqualis ipsis CA. AB. ducta recta DB. sic dico: Rectæ AD. AB. sunt æquales [b] ergo æquales anguli D. & DBA. [c] Major ergo utrolibet erit totus angulus DBC. sed hunc angulum subtendit latus CD. hoc est CA. AB. [d] ergo rectæ CD. hoc est CA. AB. major est quàm latus BC. Q. E. D.

a 2. Ax.
b 5. 1.
c 9. Ax.
d 19. 1.

PRO-

## PROPOSITIO XXI.



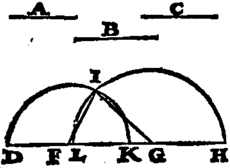

*Si super trianguli* Tb. 14.
ABC. *uno latere* BC. *ab extremitatibus duæ rectæ* BD. DC. *interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ, reliquis trianguli duobus lateribus* AB. AC *minores quidem erunt, majorem verò angulum continebunt*, id est angulus D. major erit angulo A.

Prob. 1. pars. Producto BD. in E. in triangulo BAE. duo latera BA. AE. a majora sunt tertio BE. ergo a 20. 1.
si addatur commune EC. erunt BA. AC. majora quam BE. EC. Eodem modo in triangulo CED. latera CE. ED. majora sunt tertio CD. ergo si commune addatur DB. erunt CE. EB. majora quam BD. DC. sed AB. AC. probata sunt majora quam BE. EC. ergo multo majora quam BD. DC.

Prob. 2. pars. Angulus BDC. externus b major est interno & opposito DEC. b 16. 1.
& hic major angulo A. interno & opposito, multo ergo major angulus BDC. angulo A. Q. E. D.

## PROPOSITIO XXII.

Prob. 8.




*Ex tribus rectis* DF. FG. GH. *quæ sunt æquales tribus datis rectis* A. B. C. *triangulum* FIG. *constituere; oportet autem duas quomodocunque sumptas,* a 20. 1. *reliqua esse majores: a quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunque sumpta reliquo sunt majora.*

Prax. Datis rectis ABC. sume ipsis ordine æquales DF.FG. GH. centro F. spatio FD. duc circulum DI. & centro G. spatio GH. duc alium HI. à puncto intersectionis I. ducantur rectæ FI. & GI. & factum est quod petitur.

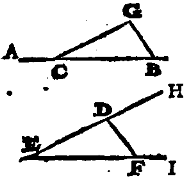
Prob. in triangulo FIG. recta b 15. Def. FI. æqualis est [b] ipsi DF. hoc est A. & GI. ipsi GH. hoc est C. & GF. ipsi B. Q. E. F.

### NOTA.

*Hæc conditio in vigesima propositione contenta omitti potuisset.*

PRO-

## PROPOSITIO XXIII.

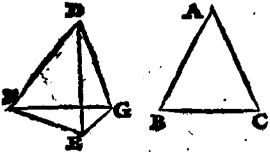



*Ad datam rectam* A B. *&* *punctum* C. *in ea datum, dato angulo rectilineo* D E F. *æqualem angulum rectilineum* G C B. *constituere.* *Problema 9.*

Sume in rectis E H. E I. duo puncta utcunque, puta D. & F. quæ recta D F. junges. Tum [a] fiat triangulum C G B, habens latera æqualia lateribus trianguli E D F. singula singulis: hoc facto triangula se habent juxta propositionem 8. ergo anguli E. & C. erunt æquales. Hujus propositionis autor fertur Oenipes Chius. a 22. 1.

## PROPOSITIO XXIV.

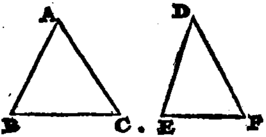
Th. 15.




*Si triãgulum* ABC. *duo latera*, AB. AC. *duobus trianguli* DFE. *lateribus* DF. DE. *æqualia habuerit*, AB. *ipsi* DF. *&* AC. *ipsi* DE. *angulum vero* A. *majorem angulo* D. *basim* BC. *basi* FE. *majorem habebit*.

Ad rectam FD. & ad punctum
a 23. 1. in ea datum [a] fiat angulus
FDG. æqualis angulo A. & latus DG. ipsi DE. hoc est ipsi
b 4. 1. AC. sit æquale, [b] & consequenter basis BC. basi FG. jungantur rectæ GE. GF. anguli DGE.
c 5. 1. DEG. [c] æquales erunt. Ergo totus angulus FEG. major quam DEG. major etiam erit quam DGE. & multo major quam
d 19. 1. FGE. [d] ergo recta GF. & huic æqualis BC. major est quam EF. Q. E. D.

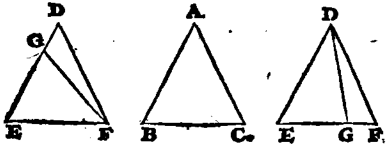
## PROPOSITIO XXV.




*Si duo* Tb. 16.
*triangula* A B C. D E F. *duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri* hoc est A B. ipsi E D. & A C. ipsi D F. *basim verò* B C. *basi* E F. *majorem habuerint: & angulum* A *angulo* D. *majorem habebunt sub æqualibus rectis contentum.*

Prob. Quia si angulus A. non est major angulo D. erit vel æqualis, vel minor: si æqualis
a ergo bases B C. E F. erunt æqua- a 4. 1.
les, quod est contra hypothesim. Si minor: cum latera A B. A C. sint æqualia ipsis D E. D F. basis
E F. b major erit base B C. con- b 24. 1.
tra hypoth. ergo cum nec æqualis vel minor esse potest erit necessario major Q. E. D.

## PROPOSITIO XXVI.




*Th.* 17. *Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri; & unum latus uni lateri æquale, sive quod adjacet æqualibus angulis, sive quod uni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo.*

Prob. ſint in triangulis A B C. D E F. anguli B. & C. æquales angulis E. & F. ſintque primo latera B C. E F. (quæ adjacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus E D. non eſt æquale ipſi B A. ſit eo majus, & ſumatur E G. æquale ipſi B A. tum ducta F G. Duo latera triangulorum G E F. A B C. æqualia ſunt, & anguli E. & B. æquales contenti
a 4. 1. inter latera æqualia. a Ergo anguli C. & G F E. ſunt æquales, quod eſſe non poteſt: nam angulus G F E. eſt pars ipſius D F E. qui æqualis ponebatur ipſi C. non ergo D E. major eſt quam B A. Sed neque minor, alias lateri B A. eadem quæ prius, applicaretur demonſtratio.

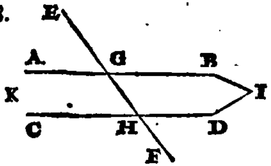
ſtratio. Ergo æqualis. Ergo triangula DEF. ABC. ſe habent juxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correſpondentibus ſunt æquales.

Sint deinde latera AB. DE. ſubtendentia æquales angulos C. & EFD. inter ſe æqualiá, dico latera CB. CA. ipſis FE. FD. eſſe æqualia, & angulum A. angulo D. æqualem. Si enim latus EF ſit majus latere BC. ſume rectam EG. æqualem ipſi BC. duc rectam DG. quoniam igitur latera AB. BC. ſunt æqualia ipſis DE. EG. & anguli B. & E. ſunt æquales ex hypoth. erit b angulus C. angulo EGD. æqualis. b 4. 1.
Igitur & angulus EGD. angulo EFD. erit æqualis, hoc eſt externus interno & oppoſito c quod eſt abſurdum. Non c 16. 1.
eſt ergo latus EF. majus latere BC. ſed neque minus eſt, ut oſtendit eadem demonſtratio applicata lateri BC. ergo eſt ei æquale; ergo triangula ABC. DEF. ſe habent juxta 4. cum latus AB. ipſi DE. & BC. ipſi EF. & angulus B. angulo E. ſit æqualis & conſequenter baſis AC. baſi DF. Q. E. D.

*Thales mileſius autor hujus fertur.*

## PROPOSITIO XXVII.

Fib. 18.



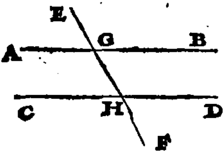

*Si in duas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidẽs angulos alternos* AGH. DHG. *æquales inter ſe fecerit: parallelæ erunt inter ſe rectæ.*

a 35. Def. Prob. Si non ſunt parallelæ [a] coibunt tandem puta in I. & fiet triangulum GIH, cujus angulus externus AGH. erit

b 16. 1. [b] major interno & oppoſito GHD. cui tamen ex hypotheſi erat æqualis. Similiter demonſtrabitur, ſi dicantur concurrere in K. Ergo non concurrunt. Ergo ſunt parallelæ Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XXVIII.




*Si in duas rectas AB. CD. recta EF. incidens, externum angulum AGE. interno & opposito & ad easdem partes GHC. æqualem fecerit: aut internos & easdem partes AGH. GHC. duobus rectis æquales fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.* Th. 19.

Prob. 1. pars. Angulo AGE. a æqualis est angulus BGH. angulus CHG. æqualis ponitur angulo AGE. b ergo alterni BGH. GHC. sunt æquales, c ergo rectæ AB. CD. sunt parallelæ. a 15. 1. b 1. *Ax.* c 27. 1.

Prob. 2. Angulus EGA. cum angulo AGF. d valet duos rectos, anguli AGH. GHC. ponuntur æquales duobus rectis: e ergo subducto communi angulo AGH. remanebunt anguli EGA. GHC. æquales. Ergo rectæ AB. CD. sunt parallelæ per priorem partem hujus. d 13. 1. e 3. *Ax.*

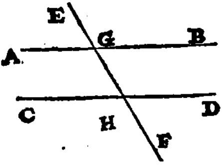
Ex secunda parte hujus propositionis, constat sufficienter de veritate undecimi Axiomatis: nimirum à contrario.

### NOTA.

*Hæ tres proprietates 27. ac 28. propositione proposita unicâ contineri potuissent uti sequens 29. quæque eatenus per modum conversionis demonstrata videtur.*

## PROPOSITIO XXIX.

Th. 20.




*In parallelas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidens: & alternos angulos* BGH. GHC. *aquales inter se facit: & externum* EGB. *interno & opposito & ad easdem partes* EHD. *aequalem: & internos ad easdem partes* AGH. CHG. *duobus rectis aquales.*

a 13. 1. Prob. 1. pars. Anguli DHG. GHC. [a] valent duos rectos: anguli item DHG. BGH.
b 28. 1. [b] valent duos rectos [c] ergo sub-
c 3. Ax. ducto communi angulo DHG. anguli BGH. GHC. alterni remanebunt aequales.

Prob. 2. Anguli EGB.
d 13. 1. BGH. valent [d] duos rectos: anguli BGH. GHD. valent [e] duos

[e] duos rectos, ergo subducto com- e 28. 1.
muni B G H. remanebunt anguli
E G B. E H D. æquales.

Prob. 3. Rectæ A B. C D. ponuntur parallelæ [f] ergo neque versus A. neque versus B. concurrunt, ergo tam versus A. quam versus B. anguli interni ad easdem partes sunt æquales duobus rectis, [g] si enim ex aliqua parte essent minores, ex ea concurrerent.

f 35. Def.

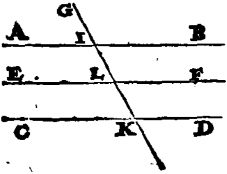
g 11. Ax.

*Coroll.* Omne parallelogrammum, habens unum angulum rectum, est parallelogrammum rectangulum.

PRO-

## PROPOSITIO XXX.

Th. 21.



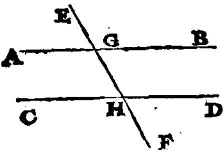

*Quæ eidem rectæ* E F. *parallelæ* A B. C D. *& inter se sunt parallelæ.*

Prob. In has tres rectas in eodem plano positas si cadat recta G K. angulus A I L. æqualis erit angulo I L F. [a] quia sunt alterni ; & angulus externus I L F. angulo L K D. interno & opposito : [b] ergo anguli A I L. L K D. sunt æquales : [c] ergo rectæ A B. C D. sunt parallelæ Q. E. D.

a 29. 1.
b 1. Ax.
c 27. 1.

PRO-

## PROPOSITIO XXXI.




*A dato puncto G. data recta C D. parallelam rectam lineam A B. ducere.* Problema 10.

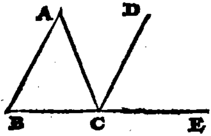
Ex G. in datam C D. duc rectam G H. utcunque, & angulo. G H D. [a] constituatur æqualis ad G. nempe angulus H G A. [b] erit recta A B. ipsi C D. parallela, quia anguli alterni A G H. D H G. sunt æquales Q. E. F.

a 23.1.
b 27.1.

PRO-

## PROPOSITIO XXXII.

Tb. 22.




*Trianguli* A B C. *uno latere* B C. *producto* in E. *externus angulus* A C E. *duobus internis & oppositis* A B C. B A C. *aequalis est: & trianguli, tres interni anguli* A. B. C. *duobus rectis aequales sunt.*

a 31. 1. Prob. 1. pars. [a] Ducatur ex C. recta C D. parallela rectae A B. tunc quia recta A C. cadit in parallelas A B. C D. angulus
b 29. 1. A. aequalis est [b] alterno A C D. Et quia B C. cadit in easdem, parallelas angulus E C D. externus
c 29. 1. [c] aequalis est interno B. Totalis ergo A C E. aequalis est duobus internis & oppositis A. & B. Q. E. D.

Prob. 2. Angulus A C B.
d 13. 1. cum externo A C E. [d] valet duos rectos,

rectos, sed angulus ACE. [e] æqualis est angulis A. & B. ergo angulus C. cum angulis A. & B. valent duos rectos, ergo tres anguli, &c. Hujus propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christ. 650. e 32.1.

*Coroll.* 1. Omnes tres anguli vnius trianguli, sunt æquales tribus cujuscunque alterius trianguli simul sumptis; & quando duo sunt æquales duobus, erit & reliquus reliquo æqualis.

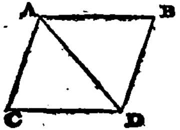
*Coroll.* 2. In triangulo Isoscele rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

*Coroll.* 3. Angulus trianguli æquilateri est una tertia duorum rectorum, vel duæ tertiæ unius recti.

*Sch.* Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera, demptis duobus, & anguli triangulorum, constituunt angulos figuræ.

## PROPOSITIO XXXIII.

Th.23.

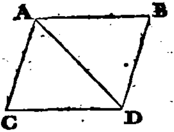


*Recta* A C. B D. *quæ æquales & parallelas* A B. C D. *ad easdem partes conjungunt: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.*

a 29. 1. Prob. Duc rectam D A. quæ datas A B. C D. jungat [a] tunc anguli alterni D A B. A D C. erunt æquales: latus A B. ponitur æquale lateri C D. latus A D. est commune ergo bases A C.
b 4. 1. D B. sunt æquales. [b] Ergo anguli C A D. A D B. sunt æqua-
c 27. 1. les; [c] ergo rectæ A C. D B. sunt parallelæ.

PRO-

## PROPOSITIO XXXIV.



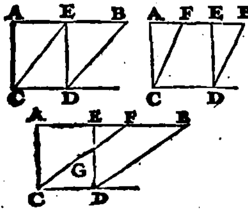
*Parallelogrammorum spatiorum quæ ex adverso &* *latera* AB. CD. A C. B D. *&* *anguli* A. *&* D. B. *&* C. *æqualia sunt inter se, & diameter* A D. *illa bifariam secat.* Th. 24.

Prob. Rectæ AB. CD. ponuntur parallelæ, [a] ergo angulus B A D. angulo C D A. & angulus C A D. angulo A D B. sunt æquales, cum sint alterni. Ergo triangula A B D. A C D. habent duos angulos æquales alterum alteri, & ipsis commune latus A D. adjacet; [b] ergo & reliqui anguli B. & C. sunt æquales, & reliqua latera, A B. ipsi C D. & B D. ipsi A C. erunt æqualia, cum æqualibus angulis, nempe alternis opponantur. [c] Ergo triangula A B D. A C D. æqualia inter se sunt. Q. E. D.

a 29. 1.
b 26. 1.
c 4. 1.

## PROPOSITIO XXXV.

Th. 25.




*Parallelogramma* AD.FD. *super eadem basi* CD. & *in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, inter se sunt æqualia.*

Id tribus modis poteſt contingere, ſi, ut vides, in 1. figura, ſic dico. Rectæ AE. EB. ſunt
a 1. *Ax.* a æquales, quia ſunt b æquales
b 34. 1. rectæ CD. Rectæ AC. ED. ſunt æquales: angulus CAE.
c 29. 1. c æqualis eſt angulo DEB. ergo
e 4. 1. triangulum CAE. e æquale eſt
f 2. *Ax.* triangulo DEB. f addito ergo communi FCD. fient parallelogramma AECD. CEBD. æqualia.

Si ut in 2. Rectæ AE. FB.
g 3. *Ax.* ſunt æquales ut prius: g dempta igitur communi FE. erunt æquales

les A F. E B. Rectæ A C. E D. sunt [h] æquales: anguli A. & E. sunt [i] æquales, [l] ergo triangula F A C. B E D. sunt æqualia, addito ergo communi trapesio E F C D. parallelogramma A E C D. F B C D. erunt [m] æqualia.

h 34. 1.
i 29. 1.
l 4. 1.
m 2. Ax.

Si ut in 3ª. idem repeto. Rectæ A E. F B. sunt [n] æquales ipsi C D. [o] ergo & inter se: ergo recta A F. [p] æqualis est rectæ E B. Rectæ A C. E D. sunt [q] æquales, anguli item E. & A. sunt [r] æquales: ergo triangula A C F. E D B. sunt [s] æqualia: Ergo si ab utroque tollas triangulum E G F. relinques æqualia trapezia A C G E. & F G D B. quibus si addas commune triangulum C G D. facies parallelogramma A D. D F. æqualia. Q. E. D.

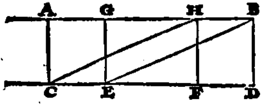
n 34. 1.
o 1. Ax.
p 2. Ax.
q 34. 1.
r 29. 1.
s 4. 1.

SCHOLIUM.

*Hinc omnium parallelogrammorum dimensio, cum æqualia sint parallelogrammo rectangulo, cujus area provenit ex multiplicatione laterum, patebit.*

## PROPOSITIO XXXVI.

Th. 26.

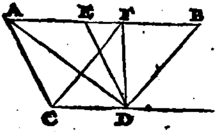



*Parallelogramma* A E. H D. *super æqualibus basibus* C E. F D. *& in iisdem parallelis* A B. C D. *constituta, inter se sunt æqualia.*

Prob. Connectantur parallelogramma rectis C H. E B.
a 34. 1. [a] quæ erunt æquales & parallelæ.
Hoc posito, parallelogrammum
b 35. 1. A E. æquale est ipsi [b] C B. & parallelogrammum CB. ipsi [b] HD.
c 1. Ax. [c] ergo parallelogramma A E. HD. sunt æqualia. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XXXVII.

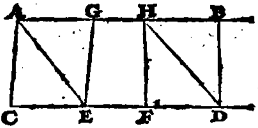



*Triangula* ACD. FCD. *super eadem basi* CD. *&* *in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, sunt inter se aequalia.* *Th. 27.*

Prob. [a] Per D. ducas DE. parallelam rectæ CA. & DB. ipsi GF. parallelogramma AD. CB. [b] erunt æqualia: [c] sed eorum dimidia sunt triangula ACD. FCD. [d] ergo ipsa triangula ACD. FCD. sunt æqualia. Q. E. D.

a 31. 1.
b 35. 1.
c 34. 1.
d 7. Ax.

## PROPOSITIO XXXVIII.

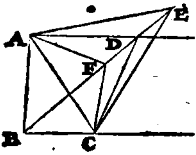



Th. 28. *Triangula* A C E. B F D. *super æqualibus basibus* C E. F D. *& in iisdem parallelis* A B. C D. *æqualia sunt inter se.*

a 31. 1. Prob. a Ducatur E G. parallela ipsi A C. & F H. ipsi B D.
b 36. 1. b erunt parallelogramma C G.
c 34. 1. H D. æqualia. c Horum dimidia sunt triangula A C E. B F D.
d 7. *Ax.* d Ergo sunt inter se æqualia. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XXXIX.



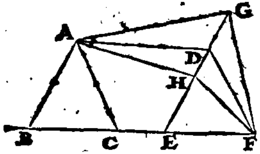

*Æqualia trian-* Th. 29.
*gula* A B C. D B C. *ſuper eadem baſi* BC. *& ad eaſdem partes conſtituta, in iiſdem ſunt parallelis.* Hoc eſt AD. eſt parallela B C.

Prob. Si negas ſit. [a] AE. ipſi [a] 31. 1.
B C. parallela cui recta B D. producta occurrat in E. Ducta ergo recta CE. [b] triangula ABC. [b] 37. 1.
E B C. erunt æqualia, pars toti, quod fieri nequit: nam triangulum D B C. æquale triangulo A B C. æquale quoque foret triangulo E B C. per 1. ax. Quod ſi dicas AF. & B C. eſſe parallelas, eadem repetetur demonſtratio, & ſequetur totum & partem eſſe æqualia.

PRO-

## PROPOSITIO XL.

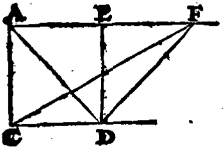
Th. 30.




*Æqualia triangula* A B C. D E F. *super æqualibus basibus* B C. E F. *& ad easdem partes constituta, in iisdem sunt parallelis* A D. B F.

Prob. Si negas A D. ipsi B F. esse parallelam, sit A G. cui occurrat E D. producta in G.
a 38. i. Tunc ducta G F. erunt [a] triangula G E F. A B C. æqualia: ponebantur autem æqualia triangula ABC. DEF. ergo totum G E F. & pars D E F. eidem triangulo
b 1. Ax. A B C. æquale, [b] erunt æqualia. Quod fieri nequit.

## PROPOSITIO XLI.




*Si parallelogrammum* A E C D. *communem cum triangulo* F C D. *basim* C D. *habuerit, & in iisdem parallelis* A F. C D. *fuerit: parallelogrammum erit duplum trianguli.* Th. 31.

Prob. Ducatur diameter A D. Triangula F C D. A C D. [a] sunt æqualia; Parallelogrammum C E. [b] est duplum trianguli A C D. [c] ergo & trianguli FCD. Q. E. D.

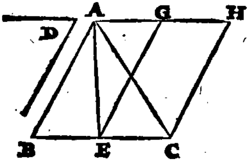
a 37. 1.
b 34. 1.
c 6. *Ax.*

### SCHOLIUM.

*Cum jam per 35. omnium parallelogrammorum area obtinetur, etiam triangulorum, quæ eorundem dimidia sunt, non latebit.*

## PROPOSITIO XLII.

*Proble- ma* II.



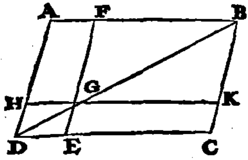

*Dato triangulo* A B C. *æquale parallelogrammum* G C. *constituere in dato rectilineo ang*. D.

Dati trianguli A B C. Basim
a 10. 1. B C. divide [a] bifariam in E.
b 31. 1. ductaque E A. [b] agatur per A. recta A H. parallela ipsi B C. Ad
c 23. 1. punctum E. [c] facto angulo GEC. ipsi D. æquali; educatur ex C.
d 31. 1. recta C H. ipsi E G. [d] parallela dico factum.

Prob. Triangula ABE. AEC.
e 38. 1. sunt [e] æqualia: triangulum AEC. est dimidium trianguli, A B C.
f 41. 1. & [f] dimidium parallelogrammi B C. super eadem basi E C. constituti: ergo triangulum A B C.
g 6. Ax. est [g] æquale parallelogrammo G C. habens ex constructione angulum G E C. æqualem dato angulo D. Q. E. F.

PRO-

## PROPOSITIO XLIII.

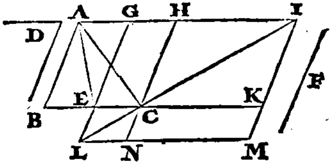



*Omnis parallelogrammi, complementa eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia.* Th. 32.

In hac figura, parallelogramma circa diametrum sunt, FK. HE. complementa verò eorum, parallelogramma AG. GC. hæc complementa dico esse æqualia.

Prob. Triangula BAD. BCD. sunt [a] æqualia. Itemque triangula BKG. BFG. & GED. GHD. Ergo si ab æqualibus triangulis BAD. BCD. tollas æqualia, nempe BKG. ipsi BFG. & GHD. ipsi GED. complementa GA. GC. quæ remanent, erunt æqualia. Q. E. D. a 34. 1.

## PROPOSITIO XLIV.




Proble-
ma 12.

*Ad datam rectam* F. *dato triangulo* A B C. *æquale parallelogrammum* C M. *applicare in dato angulo rectilineo* D.

a 42. 1. Constitue triangulo A B C. [a] æquale parallelogrammum C G. habens angulum G E C. æqualem angulo dato D. tum produc B C. in K. ſic ut C K.
b 3. 1. ſit [b] æqualis datæ F. per K. agatur
c 31. 1. [c] K I. parallela ipſi C H. occurrens G H. productæ in I. Deinde ex I. ducatur per C. diameter I C. occurrens rectæ G E. productæ in L. & per L. ducatur L M. parallela ipſi E K. ſecans I K.

pro-

productam in M. producaturque HC. in N. dico parallelogrammum CM. esse quod petitur.

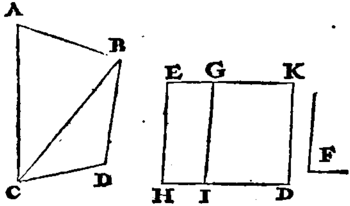
Prob. Complementa G C. C M. sunt [d] æqualia, parallelogrammum G C. est [e] æquale triangulo ABC. ergo & complementum CM. habet autem lineam CK. æqualem datæ F. & angulum C N M. æqualem angulo H CK. qui [f] æqualis est angulo G E C. qui ponitur æqualis dato angulo D. ergo parallelogrammum CM. æquale est triangulo A B C. & habet lineam C K. æqualem datæ F. & angulum GNM. æqualem dato D. Q. E. F.

d 44.1.

e Ex const.

f 28.1. Prop.

## PROPOSITIO XLV.



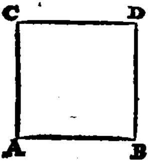

*Proble-ma 13.* ***Dato rectilineo* A D. *aquale parallelogrammum* E D. *constituere, in dato rectilineo angulo* F.**

a 44. 1. Divide rectilineum in triangula, fac parallelogrammum a E I. æquale triangulo B C D. in angulo H. æquali ipsi F. & supra latus G I. parallelogrammum G D. æquale triangulo A B C. habens in I. angulum G I D. æqualem ipsi H. & factum est quod petitur.

*b Ex const.* Prob. Parallelogrammum E I. æquale est b triangulo B C D. in angulo H. æquali dato F. rursus parallelogrammum G D. æquatur triangulo A B C. etiam in angulo dato, ergo parallelogrammum E D. quod æquale est partibus simul sumptis, æquatur rectilineo A B C D. in dato angulo Q. E. F.

PRO-

## PROPOSITIO XLVI.

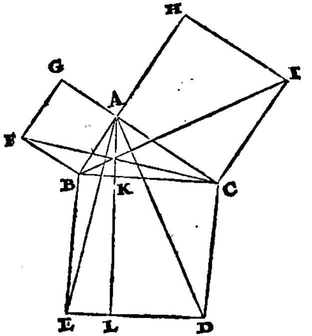


*Datâ rectâ* AB. *Proble-*
*quadraum* ABDC. *ma* 14.
*describere.*

Ex A. & B. [a] erige perpendi- a 11. 1.
culares CA. DB. æquales
ipsi AB. jungaturque recta CD.
& factum est quod petitur.

Prob. [b] Anguli A. & B. sunt b *Ex*
recti: ergo rectæ AC. BD. sunt *const.*
[c] parallelæ. Utraque [d] est æqualis c 28. 1.
ipsi AB. ergo & inter se: [e] ergo d *Ex*
& AB. & CD. parallelæ, sunt *const.*
æquales: ergo AC. CD. DB. e 33.
sunt æquales, & figura est paral- *Prop.*
lelogramma: cumque anguli A.
& B. sint recti, [f] erunt etiam op- f 34. 1.
positi C. & D. recti. Ergo
ABDC. est quadratum. Q. E. F.

## PROPOSITIO XLVII.




Th. 33. *In rectangulo triangulo* B A C. *quadratum* BD. *quod à latere* BC. *rectum angulum* B A C. *subtendente describitur; æquale est quadratis* B G. G H. *quæ à lateribus* B A. AC. *rectum angulum* BAC. *continentibus, describuntur.*

Prob. Ex puncto A. duc
a 31. 1. [a] rectam A L. parallelam ipsi B E. & junge rectas, A D. B I. Triangula A C D. I C B. se habent juxta 4. nam latera CD. CA. sunt

ſunt æqualia ipſis C B. C I. & anguli contenti ICB. ACD. æquales: cum anguli I C A. B C D. ſint [b] recti & angulus A C B. communis: ergo triangula ACD. BCI. ſunt æqualia. Sed triangulum ACD. eſt [c] dimidium parallelogrammi L C. cum ſint ſupra eandem baſim C D. & inter eaſdem parallelas AL. CD. & triangulum I C B. dimidium eſt quadrati C H. ob eandem cauſam. [d] Ergo quadratum CH. eſt æquale parallelogrammo L C. cum eorum dimidia ſint æqualia.

b 30. Def.

c 41. 1.

d 6. Ax.

Jam ducantur rectæ A E. F C. Triangula F B C. A B E. ſunt æqualia, cum ſe habeant juxta 4. & triangulum A B E. eſt dimidium parallelogrammi B L. ſicut triangulum F B C. dimidium quadrati B G. ergo quadratum B G. eſt æquale parallelogrammo B L. Totum ergo quadratum BD. æquale eſt quadratis BG. CH. Q. E. D.

## SCHOLIUM.

*Nobilissimum hoc Pythagoræ inventum præter infinitas utilitates, quas per universam Mathesin spergere nemo inficias ibit, Methodum nobis tradit.*

1. *Ex datis duobus quibuscunque lateribus in triangulo rectangulo reliquum latus invenire. Nimirum si* AB. 6. *partium* AC. 8. *erit* BC. 10. *nam si quadratum* AB. 36. *addatur ad quadratum* AC. 64. *summa erit* 100. *ex quo extracta radix erit* 10. *ipsum latus quæsitum* BC.

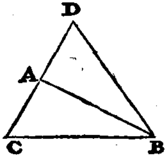
*Vel si* BC. *sit* 10. AB. 6. *erit* AC. 8. *quoniam si à quadrato* BC 100. *subtrahatur quadratum* AB. 36. *relinquitur* 64. *cujus radix est latus quæsitum* AC.

2. *Additionem & subtractionem quadratorum, quæ differentiam inter datarum linearum quadrata ostendit.*

3. *Cum ex tribus rectis lineis* 3. 4. 5. *partium vel ex æquo per alios numeros multiplicatis, non nisi triangulum rectangulum constitui potest (quod occasionem Pythagoræ de hoc invento dedisse plurimi contendunt) in ipsis campis semper poterimus funiculo conficiens jam dictum triangulum pythagoricum, angulum rectum determinare.*

PRO-

## PROPOSITIO XLVIII.




*Si quadratum quod* Tb. 34. *à* C B. *uno laterum trianguli* CAB. *describitur, æquale sit iis quæ à reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *describuntur quadratis: angulus* C A B. *contentus sub reliquis duobus trianguli lateribus* A B. A C. *rectus est.*

Prob. [a] Ducatur ex A. ipsi AB. a 11.1.
perpendicularis AD, ipsi AC.
æqualis, jungaturq; recta DB. hoc
posito sic dico. Angulus D A B.
[b] rectus est, [c] ergo quadratum rectę b Ex
D B. æquale est quadratis recta- const.
rum AB. AD. vel AC. Sed qua- c 47. 1.
dratum ipsius C B. ex hypoth. æ-
quale est quadratis earundem CA.
AB. [d] ergo rectæ CB. B D. sunt d 1.
æquales. Ergo triangula C A B. Ax.
ADB. habent tria latera æqualia,
[e] & angulos qui æqualibus lateri- e 8. 1.
bus respondent æquales. Ergo si
angulus D A B. rectus est, erit
etiam rectus C A B. cum latera
D B. B C. sint æqualia. Q. E. D.

SCHO-

## SCHOLIUM.

*Quamquam omnes propositiones in libris Euclidis suam per Universam Mathesin obtineant Usum, nihilominus ob frequentiorem allegationem, quasdam esse seligendas nullus dubito, quarum catalogum, ut hic, post omnes sequentes, apponam libros.*

*Libri primi Insigniores propositiones.* 4. 5. 6. 13. 15. 26. 29. 31. 32. 36. 37. 38. 41. 47. *quibus à nonnullis annumerantur* 18. 19. 20.

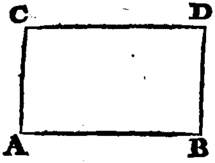
*Problemata porro passim per totum librum primum dispersa, ad exercitium regulæ ac circini minimè negligenda sunt; cum in subsequentibus constructionum facilitatem pareant.*

EVCLI-

# EVCLIDIS ELEMENTUM II.

## DEFINITIONES

### I.



*Parallelogrãmum rectangulũ* ABCD. *contineri dicitur sub duabus rectis* AB. BD. *quæ rectum angulum* ABD. *comprehendunt.*

Quemadmodum in circulo cognita diametro, tota ejus area cognoſcitur, ſic expreſſis duabus lineis quæ angulum rectum continent in parallelogrammo rectangulo, ſtatim tota ejus quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.

Obſerva 1. Illud parallelogrammum dici rectangulum quod unum

unum habet angulum rectum. Si

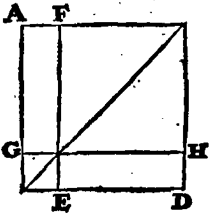
a 29. 1. b 34. 1. enim unus est rectus [a] [b] erunt & reliqui recti.

Observa 2. In sequentibus nomine rectanguli, Euclidem semper intelligere parallelogrammum rectangulum, licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quæ per diametrum opponuntur. Ut appositum parallelogrammum appellant. A D.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inveniri ejus aream ex multiplicatione numeri unius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similiterque cognita area rectanguli & uno laterum, inveniri alterum latus si dividatur numerus areæ per numerum lateris dati, quotiens enim erit latus quæsitum.

## II.

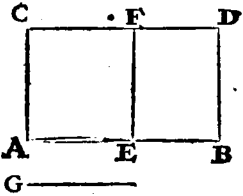



*Omnis parallelogrāmi ſpatii unumquodlibet eorum quæ circa diametrū illius ſunt, parallelogrāmorum, cum duobus complementis, gnomon vocetur.*

In parallelogrammo A D. parallelogrammum G E. cum duobus complementis G E. E H. vocetur γνώμων, quod Latinè normam ſonat, ejus enim ſpeciem nobis exhibet.

## PROPOSITIO I.

Th. 1.



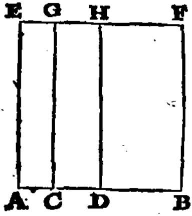

*Si fuerint duæ rectæ* G. *&* A B. *seceturque altera ipsarum* A B. *in quotcunque segmẽta* A E. E B. *rectangulum* CB. *comprehensum sub duabus rectis* AC. *insectâ* hoc est G. & A B. *sectâ, æquale est rectangulis* C E. F B. *quæ sub insectâ* C A. *& quolibet segmentorum* A E. E B. *comprehenduntur.*

a 11. & 3. 1. Prob. Ex punctis A. & B. erige a perpendiculares AC. BD. æquales datæ G. & ducatur recta C D. sicque fiat ex lineis C A. hoc est G. & A B. rectangulum C B. Rectam A B. utcunque di-
d 31. 1. vide in E. & fiat d E F. parallela & æqua-
& 3. 1. lis ipsi A C. erunt C E. F B. rectangula.
e 29. 1. Nam angulus F E B. rectus est e quia
f 28. 1. æqualis ipsi A. & consequenter f reliqui
g 34. 1. anguli recti, & latera g lateribus oppositis æqualia. Hæc autem duo rectangula C F. B F. simul sumpta sunt æqualia totali B C. hoc est partes toti. Q. E. D.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2. divide 6. in 2. & 4. dico 12. numerum productum ex 6. in 2. æqualem esse duobus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

PRO-

## PROPOSITIO II.



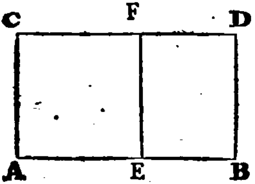

*Si recta linea* A B. *secta sit utcunque* puta in C. & D. *Rectangula* E C. G D. H B. *comprehensa sub tota* A E. hoc est A B. *&* *quolibet segmentorum* AC. C D. BD. *aequalia sunt, quadrato* A F. *quod à tota* A B. *fit.* Th. 2.

Prob. Ex A B. fiat a quadratum E B. ex C. & D. erigantur b C G. D H. parallelæ & æquales ipsi A E. hoc posito, erit rectangulum E C. comprehensum sub tota A E. c hoc est A B. & segmento A C. & eodem modo rectangula G D. H B. sub tota & utrolibet segmentorum. Cum ergo rectangula E C. G D. H B. sint partes omnes suo toti quadrato A F. æquales, patet rectangula comprehensa sub A E. hoc est A B. & segmentis A C. C D. D B. æqualia esse quadrato lineæ A B. Q. E. D.

a 46. 1.
b 31. 1. & 3. 1.
c 30. Def.

In numeris divide 10. in 7. & 3. dico 70. & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & in 3. æqualia esse 100. quadrato numeri 10.

## PROPOSITIO III.




Th. 3. *Si recta linea* AB. *secta sit utcunque in* E. *Rectangulum* C B. *sub tota* AB. *& uno segmentorum* A C. hoc est A E. *comprehensum, æquale est rectangulo* F B. *quod sub segmentis* B E. F E. hoc est B A. *comprehenditur, & quod à prædicto segmento* A E. *describitur quadrato* C E.

Prob. Datam AB. seco utcunque in E. ex punctis A. E. B.
a 11. 1. erigo [a] perpendiculares AC. E F.
b 31. 1. & 3. 1. B D. parallelas [b] inter se & æquales segmento A E. tum duco rectam à puncto C. ad D. quæ
c 33. 1. erit parallela [c] ipsi A B. Hoc posito sic dico, A C. est æqualis [d] ipsi

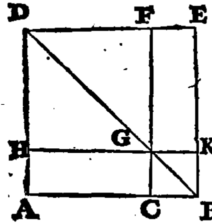
[d] ipſi AE. ergo rectangulum AD. eſt comprehenſum ſub tota AB. & uno ſegmentorum AC. hoc eſt AE. Rurſus FE. eſt [d] æqualis ipſi EA. ergo rectangulum FB. eſt comprehenſum ſub ſegmento BE. EF. hoc eſt AE. Denique parallelogrammum AF. quadratum eſt cum AC. EF. ſint perpendiculares & æquales ipſi AE. Ergo cum rectangulum AD. æquale ſit quadrato AF. & rectangulo FB. patet rectangulum ſub tota. AB. & ſegmento AE. æquale eſſe rectangulo comprehenſo ſub ſegmentis AE. EB. & quadrato prædicti ſegmenti AE. Q. E. D.

d Ex conſt.

In numeris divide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7. æqualis eſt numero 21. qui ex 7. in 3. producitur; una cum 49. quadrato prioris partis 7.

## PROPOSITIO IV.

Th. 4.



*Si recta linea* A B. *secta sit utcunque*, in C. *quadratum* A E. *quod à tota* A B. *describitur*, *aequale erit quadratis* H F. C K. *quae à segmentis* A C. C B. *describuntur*, *& ei rectangulo quod bis sub segmentis* A C. C B. *comprehenditur* nempe rectangulis A G. G E.

a 46. 1. Prob. Super datam A B. fiat a quadratum A E. duc diametrum D B.
b 31. 1. ex C. fiat C F. parallela b recta B E. secans diametrum in G. per quod age H K. parallelam b ipsi A B. hoc posito sic dico. Trianguli A B D. latera A D. A B. sunt aequalia. ergo anguli A D B.
d 5. 1. A B D. sunt d aequales, ergo e semirecti,
e 32. 1. cùm angulus A. sit rectus. Idemque
f 29. 1. dicendum de triangulo E D B. Rursus angulus D F G. rectus f est, angulus F D G. ostensus est semirectus, ergo an-
g 32. 1. gulus F G D. etiam g semirectus est,
h 6. 1. ergo latera D F. F G. sunt h aequalia:
i 34. 1. sed ipsis etiam sunt aequalia i latera op-
l 30. posita D H. H G. ergo parallelogram-
Def. mum F H. quadratum l est. Eadem de causa

cauſa quadratum erit C K. ergo H F. C K. quadrata ſunt ſegmentorum A C. C B. cùm latus H G. ſit æquale, ipſi A C. Similiter rectangula A G. G E. continentur ſub ſegmentis A C. C B. quia CG. GK. ſunt æquales ipſi CB. cum CK. ſit quadratum: ſic etiam G F. eſt æqualis rectæ H G. ob quadratum H F. hoc eſt rectæ A C. Igitur cum quadratum A E. ſit æquale quadratis H F. C K. & rectangulis AG. G E. verum eſt quadratum A E. ſuper datam A B. æquale eſſe quadratis ſegmentorum A C. C B. & rectangulo comprehenſo ſub iiſdem ſegmentis, bis ſumpto. Q. E. D.

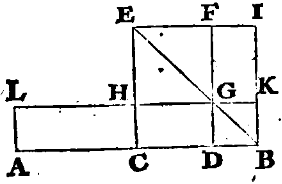
Si dividatur 6. in 4. & 2. quadratum 6. hoc eſt 36. æquale eſt quadratis partium 4. & 2. hoc eſt 16. & 4. una cum rectangulo bis ſumpto ex numero 4. in 2. quod profert 8.

*Coroll.* 1. Hinc manifeſtum parallelogramma circa diametrum quadrati eſſe quadrata.

*Coroll.* 2. Diametrum quadrati dividere ejus angulos bifariam.

*Coroll.* 3. Si recta linea bifariam ſecetur quadratum totius lineæ æquari quatuor quadratis ex dimidia.

PROPOSITIO V.




Tb. 5. *Si recta linea* AB. *secetur in æqualia in* C. *& non æqualia in* D. *Rectangulum* LD. *sub inæqualibus totius* AD. *segmentis* AD. DG. hoc est DB. *comprehensum, una cum quadrato* HF. *ab intermedia sectionum* CD. *æquale est quadrato* CI. *quod à dimidia* CB. *describitur.*

Prob. Super dimidia CB. fiat, a 46.1. [a] quadratum CI. ductaque b 31.1. diametro BE. agatur [b] per D. recta DF. ipsi BI. parallela: Ex eadem recta BI. sume BK. æqualem ipsi DB. & per punctum K. agatur KL. ipsi AB. parallela,

ut

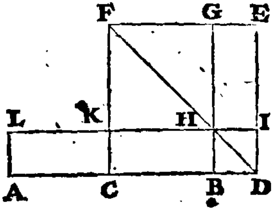
ut & A L. parallela ipsi B K. hoc posito sic dico. Rectangulum C G. [d] æquatur rectangulo G I. igitur addito communi [e] quadrato D K. erit C K. rectangulum æquale rectangulo D I. sed A H. [f] æquatur rectangulo C K. ergo A H. [g] æquatur D I. si itaque addatur commune C G. erit rectangulum A G. æquale gnomoni I G C. quare cum gnomon I G C. cum quadrato [e] H F. intermediæ sectionum æquatur quadrato C I. erit quoque rectangulum A G. cum prædicto quadrato H F. æquale quadrato C I. à dimidia. Q. E. D.

d 43.1.
e Corr. 2. præced.
f 36.1.
g Ax. 1.1.
e Corr. 2. præced.

Divide 10. æqualiter in 5. & 5. inæqualiter in 7. & 3. eritque numerus 21. ex 7. in 3. una cum quadrato numeri intermedii 2. quod est 4. æquale quadrato dimidii 5. hoc est numero 25.

PRO-

PROPOSITIO VI.




Th. 6. *Si recta linea* A B. *secetur bifariam in* C. *eique recta quadam* B D. *in rectum adjiciatur, rectangulum* A I. *comprehensum sub tota* A B. *cum adjecta* B D. *& sub adjecta* D I. hoc est B D. *una cum quadrato* K G. *à dimidia* K H. hoc est C B. *æquale est quadrato* C E. *à linea* C D. *quæ tum ex dimidia* C B. *tum ex adjuncta* B D. *componitur tanquam una linea, descripto.*

a 46. 1. Prob. Super rectam C D. [a] fiat quadratum C E. per B. age
b 31. 1. B G. parallelam [b] ipsi D E. sume D I. æqualem ipsi D B. & ex I. age I L. parallelam & æqualem ipsi D A. jungaturque recta L A.

quo

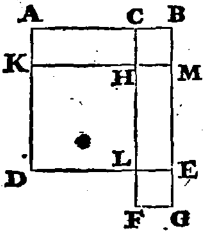
quo facto sic dico. Rectangula L C. KB. sunt inter easdem paral- b 36.1.
lelas & supra æquales bases, [b] ergo c 45.1.
æqualia. Eidem K B. [c] æquale est complementum H E. ergo erit & H E. æquale ipsi L C. & additis communibus C H. B I. gnomon G H K. æqualis erit toti rectangulo AI. quod continetur sub tota A B. cum adjecta B D. & sub adjecta D I. hoc est B D. Jam vero gnomon G H K. adjecto quadrato KG. partis dimidiæ KH. [d] hoc d 34.1.
est CB. est æqualis quadrato ipsius CD. composito ex dimidia cũ adjuncta. Ergo parallelogrammũ AI. adjecto eodem quadrato K G. fiet ęquale eidẽ quadrato CE. Q.E.D.

In numeris 10. secetur bifariam in 5. & 5. addatur ei numerus 2. numerus 24. qui producitur, ducto composito 12. in adjunctum 2. una cum quadrato 25. quadrato dimidii æqualis est 49. quadrato numeri 7. qui ex dimidio 5. & adjecto 2. componitur.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Th. 7.




*Si recta linea AB. secetur utcunque in C. quadrata totius & utriusvis segmenti CB. simul sumpta, hoc est AE. EF. æqualia sunt bis sumpto rectangulo AM. quod sub tota AB. & sub dicto segmento CB. continetur, cum addito KL. alterius segmenti AC. quadrato.*

a 46.1. Prob. Super AB. [a] fiat quadratum AE. sume BM. æqualem ipsi CB. ducantur CL. MK. parallelæ ipsis BE. AB. produc BE. in G. sic ut EG. sit æqualis ipsi BM. [c] hinc erit MG. æqualis ipsi BE. fiat quadratum EF. hoc posito: quadratum totius AB. quod est AE. cum quadrato segmen-

c 2. Ax.

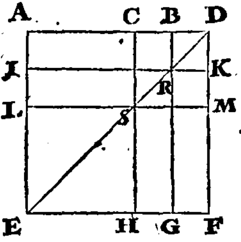
ſegmenti C B. [d] hoc eſt E F. æqualia ſunt rectangulis A M. M F. (quæ ſunt ſub tota A B. & ſegmento B C. cum B M. ſit ipſi B C. æqualis; & in rectangulo M F. latera M G. F G. ſint æqualia ipſis B E. B M. hoc eſt A B. C B.) una cum quadrato alterius ſegmenti A C. quod eſt K L. totum videlicet partibus omnibus eſt æquale. Q. E. D.

[d] *Ex conſt.*

Divide 6. in 4. & 2. quadratum totius 6. nempe 36. una cum quadrato ipſius 2. hoc eſt 4. æqualia ſunt numero 40. qui fit ex numero 6. bis ducto in 2. hoc eſt 24. una cum quadrato alterius partis 4. quod eſt 16.

## PROPOSITIO VIII.

Th. 8.




*Si recta linea* A B. *secetur utcunque* in C. *rectangulum quater comprehensū sub tota* A B. *&* *uno segmentorum* B R. hoc est B C. *cum eo, quód à reliquo segmento* A C. ... est L S. *fit, quadrato* L H. *aequale est quadrato* A F. *quod à tota* A B. *&* *dicto segmento* B D. hoc est B C. *tanquam ab una* A D. *describitur.*

Prob. Rectæ A B. sectæ in C. adjiciatur in rectum B D. ipsi B C. æqualis. Super tota A B. & adjuncta B D. hoc est super A D. fiat[a] quadratum E D. ex punctis B. & C. duc rectas B G. C H. ipsi D F. parallelas, acceptisque D K. K M. ipsis D B. B C. æqualibus, duc rectas K I. M L. ipsi D A. parallelas. Hoc posito sic dico, circa R. constituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi

a 46.1.

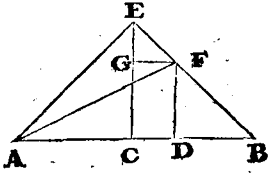
ipſi B C. ſunt [a] æqualia. Ducta diametro E D. complementa AR. RF. [b] ſunt æqualia, ſuntque rectangula ſub toto A B. & B R. hoc eſt ſegmento B C. Eodemque modo I S. S G. ſunt complementa æqualia, quibus ſi addas quadrata æqualia S R. B K. fient rectangula duobus præcedentibus æqualia, cum ſint inter eaſdem parallelas & æquales baſes: ergo quatuor illa rectangula ſunt ſub tota & uno ſegmento. Quod ſi quatuor illis rectangulis addas quadratum LH. alterius ſegmenti L S. hoc eſt AC. illa omnia ſimul ſumpta erunt æqualia quadrato ED. quod fit ſupra AD. Q.E.D.

a Corr. 2. 4. hujus.

b 31. 1.

Si 6. ſecentur in 4. & 2. ducaturque quater numerus 6. in 2. fient 48. & addatur quadratum ipſius 4. hoc eſt 16. fiet numerus 64. æqualis quadrato ipſius 8. qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2.

## PROPOSITIO IX.




Th. 9. *Si recta linea* A B. *secetur in æqualia* in C. *& non æquali-* in D. *quadrata quæ ab inæqualibus segmentis* A D. D B. *fiunt, dupla sunt, eorum quæ à dimidia* A C. *& ab intermedia* C D. *fiunt.*

Prob. Ex C. erigatur C E. perpendicularis ipsi A B. & æqualis ipsi C A. vel C B. ducanturque rectæ E A. E B. Deinde ex D. erigatur D F. ipsi E C. parallela secans E B. in F. & fiat recta F G. ipsi C D. parallela, ducaturque recta A F. hoc posito: Trianguli a Isoscelis A C E. anguli A. & E. sunt b æquales c & semirecti, cum angulus A C E. sit rectus. Idem dicendum de triangulo E C B. ergo totus angulus AEB. rectus est. Jam in triangulo EGF. angu-

a Ex const.
b 5. 1.
c 32. 1.

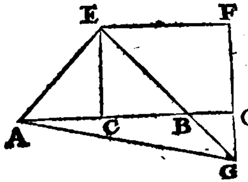
angulus G. d æqualis est angulo E C B. a ergo rectus, ergo anguli E. & F. b æquales c quia angulus E. semirectus est: e ergo latera G E. G F. æqualia. Unde cum G F. æquatur f ipsi C D. erit quoque G E. æqualis C D. Simili argumento probatur D F. æqualis ipsi D B. Jam quadratum rectæ A F. g æquale est quadratis segmentorum inæqualium A D. D F. hoc est D B. Rursus quadratum rectæ A F. g æquale est quadratis A E. E F. Est autem A E. æquale ipsis A C. C E. atque adeo duplum quadrati quod fit à dimidia A C. Et quadratum E F. æquale est quadratis E G. G F. atque adeo duplum quadrati quod fit à segmento medio G F. seu C D. quare quadrata quæ fiunt ab inæqualibus segmentis A D D B. dupla sunt eorum quæ à dimidia A C. & ab intermedia sectione fiunt. Q. E. D.

d 29. 1.
e 6. 1.
f 34. 1.
g 47. 1.

Divide 10. in 5. & 5. & in 7. & 3. media sectio 2. quadrata 49. & 9. partium inæqualium 7. & 3. sunt duplum quadratorum 25. & 4. & partis dimidiæ 5. & sectionis 2.

## PROPOSITIO X.

Th. 10.




*Si recta* AB. *secetur bifariam in* C. *eique adjiciatur in directum recta* B O. *quod à tota cum adjuncta* A O. *& quod ab adjuncta* B O. *utraque simul quadrata, dupla sunt quadrati à dimidia* A C. *& ejus quod à composita ex dimidia* C B. *& adjuncta* B O. *tanquam una describitur.*

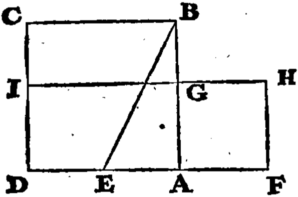
Prob. Ex C. erigatur perpendicularis C E. æqualis ipsi A C. jungatur rectæ A E. E B. ex E. fiat EF. parallela ipsi CO. per O. ducatur O F. parallela ipsi C E. occurrens rectæ E B. in G. jungaturque recta AG. In triangulo A C E. latera A C. E C. sunt æqualia, & angulus ad C. rectus: ergo reliqui semirecti: itidemque in triangulo E C B. Similiter in trian-

triangulis E F G. & BOG. latera E F. F G. ac BO. GO. ſunt [a] æ- [a] 6. 1.
qualia, quia ang. ad O. rectus & B. ſemirectus unde reliqui ſemirecti & æquales.

Quare cum in triangulo AOG. angulus ad O. rectus eſt: erit quadratum rectæ A G. æquale [b] quadratis rectarum AO.& OG. [b] 47. 1.
hoc eſt B O. rurſus in triangulo A E G. angulus ad E. rectus eſt conſtans ex duobus ſemirectis: ergo quadratum ipſius A G. æquale eſt quadratis A E. & E G. Eſt autem A E. duplum quadrati A C. & E G. duplum quadrati E F. vel F G. ergo etiam quadrata A O. & B O. dupla ſunt ipſorum A C. & C O. Q. E. D.

Numerus 10. ſecetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati 169. & 9. numerorum 13. & 3. dupli ſunt numerorum quadratorum 25. & 64. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

## PROPOSITIO XI.




Prob. 1. *Datam rectam* A B. *ita secare in* G. *ut rectangulum* C G. *comprehensum sub tota* A B. *& sub uno segmentorum* G B. *sit æquale alterius segmenti* A G. *quadrato* G F.

Praxis. Ad punctum A. excita perpendicularem A D. æqualem datæ A B. eam seca bifariam in E. duc rectam E B. & ipsi æqualem E F. producendo E A. Ex A B. abscindo A G. æqualem A F. & factum erit quod quæritur.

Prob. Supra datam AB. perfice quadratum A C. & supra rectam A F. quadratum F G. & rectam H G. produc in I. hoc posito sic dico. Recta D A. [a] secta est bifariam

a Ex conſt.

fariam in E. eique in directum adjecta est A F. [b] ergo rectangulum F I. quod factum est sub tota D F. & F H. hoc est F A. unà cum quadrato mediæ E A. æquale est quadrato E F. hoc est E B. Jam quadratum E B. [c] æquale est quadratis A B. A E. ergo quadrata A B. A E. sunt æqualia rectangulo F I. cum quadrato E A. Ergo si commune quadratum A E. tollas, rectangulum F I remanebit æquale quadrato ipsius A B. hoc est A C. Quod si ab æqualibus A C. F I. tollas commune A I. remanebit C G. rectangulum sub tota C B. hoc est B A. & altero segmentorum G B. æquale quadrato G F. quod fit à reliqua parte G A. Q. E. D.

b 6. 2.

c 47. 1. Th. 11.

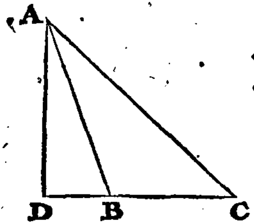
## SCHOLIUM.

*Hæc propositio numeris explicari nequit & idem denotat, quod tertia definitio libri sexti de media ac extrema alicujus lineæ sectione.*

PRO-

## PROPOSITIO XII.

*Th. 11.*




*In amblygonio triangulo* ABC. *quadratum lateris* AC. *angulum* B. *obtusũ subtendentis, quadrata laterum* B A. B C. *angulum obtusum comprehendentium, superat bis sumpto rectangulo sub latere* B C. *& sub ipsa* B D. *in directum ei addita usque ad occursum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

Prob. Demitte perpendicularem ex A. & rectam C B. produc usque dum ei occurrat in D. Quia recta C D. divisa est
a 4.2. utcunque in B. [a] est quadratum ipsius C D. æquale quadratis rectarum D B. B C. cum duobus rectan-

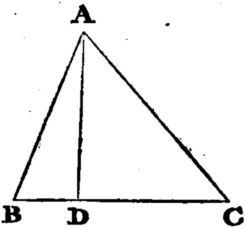
rectangulis ſub DB. B C. addatur ergo utrinque quadratum rectæ D A. erunt quadrata C D. D A. æqualia tribus quadratis CB.BD. D A. cum duobus illis rectangulis, atqui quadratum rectæ A C. eſt æquale quadratis ipſarum CD. D A. & quadratum ipſius A B. eſt æquale quadratis ipſarum BD. D A. ergo quadratum rectæ A C. eſt æquale duobus quadratis C B. BA. cum duobus illis rectangulis. Superat ergo A C. duo quadrata duobus iſtis rectangulis ſub C B. in D B. Q. E. D. *per 47. 1.*

## SCHOLIUM.

*Hinc fluit generalis illa geometrarum regula ex tribus amblygonii trianguli lateribus ſegmentum* D B. *inveniendi: nimirum ex quadrato* A C. *ſubt. ſumma quadratorum* A B. *&* B C. *reliquum diviſum per duplum baſeos* C B. *exhibebit ipſum* D B.

PRO-

## PROPOSITIO XIII.




Th. 12. *In Oxygonio triangulo* A B C. *quadratum lateris* A B. *angulum* C. *acutum subtendentis superatur à quadratis laterum* C A. C B. *eundem comprehendentium, bis sumpto rectangulo sub latere* C B. *& sub assumpta interiùs linea* D C. *usque ad occursum perpendicularis ab* A. *altero angulo acuto cadentis.*

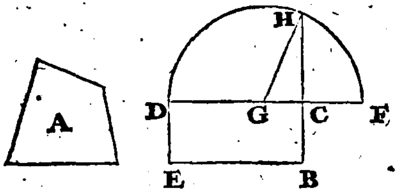
Prob. Demitte perpendicularem A D. Recta B C. divisa est utcunque in D. ergo per 7. 2. quadrata rectarum B C. D C. æqualia sunt rectangulis duobus sub B C. C D. & quadrato reliqui segmen-

ſegmenti B D. Adde utriſque commune quadratum rectæ D A. ſic tria quadrata B C. D C. D A. æqualia ſunt quadratis duobus B D. D A. & rectangulis duobus ſub B C. D C. Nunc quadratis duobus D C. D A. [a] æquale eſt quadratum A C. Ergo duo quadrata rectarum B C. C A. æqualia ſunt rectangulo bis ſumpto ſub B C. D C. & quadratis B D. D A. hoc eſt quadrato A B. Ergo quadratum rectæ B A. minus eſt quadratis A C. C B. rectangulo bis ſumpto ſub rectis B C. D C. Q. E. D. a 47.1.

## SCHOLIUM.

*Hinc altera Generalis regula Geometrarum conſtat in triangulo acutangulo ex tribus lateribus invenire ſegmentum baſis, ſcil. adde quadr.* A C. *ad quadr.* B C. *ſubtrahatur ex ſumma quadr.* A B. *reliquum dividatur per duplum baſeos* B C. *& proveniet* D C.

## PROPOSITIO XIV.



Th. 13. *Dato rectilineo* A. *æquale quadratum* C H. *constituere.*

Per. 45. 1. fiat rectangulum B D. æquale rectilineo A. si rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas unum, puta DC. in F. sic ut CF. æqualis sit ipsi CB. seca bifariam DF. in G. & centro G. spatio DG. duc circulum DHF. produc latus BC. in H. quadratum quod fit ex CH. erit æquale rectangulo CE.

Prob. Recta DF. secta est æqualiter in G. & non æqualiter
a 5. 2. in C. [a] ergo rectangulum CE. sub inæqualibus segmentis DC. CB.

hoc

hoc eſt CF. una cum quadrato ſegmenti medii G C. æqualia ſunt quadrato rectæ G F. [b] hoc eſt GH. ſed quadratum GH. [c] æquale eſt quadratis GC. CH. & conſequenter quadrata G C. C H. æqualia ſunt rectangulo C E. & quadrato G C. Ergo ſi tollas commune quadratum G C. remanebit quadratum rectæ C H. æquale rectangulo C E. hoc eſt rectilineo A. quod erat faciendum.

b 15. Def. 1.
c 47. 1.

## MONITUM.

In ſuperioribus, frequenter adhibui numeros: cum tamen in demonſtrationibus geometricis ſæpe uſui eſſe non poſſint; quia irrationales & incommenſurabiles quantitates non explicant. Sed nota 1. Semper in omnibus præponi geometricas demonſtrationes. 2. Non recipi quidem debere numeros in demonſtrandis ir-

 ratio-

rationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus & affectionibus, quæ sola quantitate continua cognoscuntur: verum nemo negarit in demonstrationibus quantitatis continuæ majoris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse uti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Unde robur suum non accipit demonstratio à numeris, sed lucem tantum. Et vero iis usus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

## NOTA.

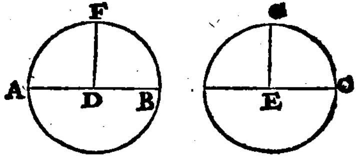
*Hujus libri selectæ propositiones sunt 5. 6. 12. 13.*

EUCLI-

# EVCLIDIS ELEMENTUM III.

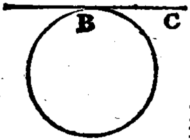
## DEFINITIONES

### I.



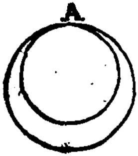

*Æquales circuli sunt, quorum diametri* AB. BC. *sunt æquales: vel quorum, quæ ex centris* D. & E. *rectæ lineæ* DF. EG. *sunt æquales.*

### II.



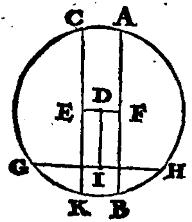

*Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat* puta in B. *si producatur* in C. *circulum non secat.*

## III.




*Circuli ſe mutuo tangere dicuntur qui ſeſe mutuo tangentes ut* in A. *ſeſe mutuo non ſecant.*

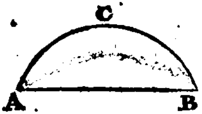
## IV.




*In circulo æqualiter diſtare à centro recta dicuntur, cum perpendiculares* DE. DF. *à centro* D. *ad ipſas* AB. CK. *ducta æquales ſunt; longius autem abeſſe dicitur* GH. *in quam major perpendicularis* DI. *cadit.*

V.

## V.

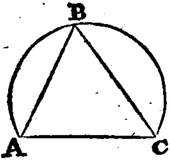



*Segmentum circuli, est figura quæ sub recta* A B. *& circuli peripheria* A C B. *comprehenditur.*

## VI.

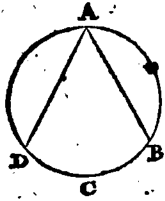

*Segmenti autem angulus est* C A B. *qui sub recta linea* A B. *& circuli peripheria* C A. *comprehenditur.*

## VII.



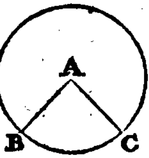

*In segmento autem angulus est* puta ABC. *cum in segmenti circumferentia sumptum fuerit punctum quodpiam* B. *& ab eo in terminos rectæ* A C. *segmentum terminantes, liniæ rectæ ut* B A. B C. *fuerint ductæ.*

## VIII.




*Cum vero comprehendentes angulum* D A B. *rectæ* AD. AB. *aliquam assumũt peripheriam ut* BCD. *illi angulus dicitur insistere.*

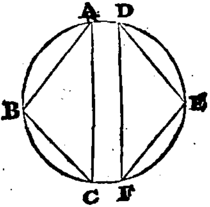
## IX.




*Sector circuli est, cum ad ipsius circuli centrum* A. *angulus* B A C. *fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis* AB. AC. *angulum* B A C. *continentibus, & à peripheria* B C. *ab illis assumpta.*

X.

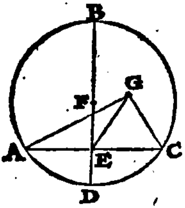
X.




*Similia circuli segmenta sunt* ABC. DEF. *quæ angulos* B A C. E D F. *capiunt æquales, aut in quibus anguli* C B A. F E D. *inter se sunt æquales.*

PRO-

## *PROPOSITIO I.*



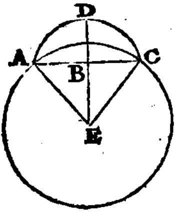

Prob. I. *Dati circuli* ABC. *centrum* F. *reperire.*

a 10.1. b 11.1. Prax. Ductam A C. a divide bifariam in E. Ad punctum E. b erige perpendicularem attingentem ambitum in B. & D. hanc B D. bifariam a seca in F. punctum F. erit centrum circuli.

Prob. Non est aliud punctum in recta
c 15.1. BD. c cum centrum ibi sit tantum ubi
Def. linea secatur bifariam. Neque erit extra rectam BD. Sit enim in G. ducanturque G A. G E. G C. in triangulis G A E.
d Ex G C E. Latera G A. A E. sunt d æqualia
const. ipsis G C. C E & G E. commune. Ergo
e 8.1. tota triangula e sunt æqualia, & anguli
f 10.1. G E A. GEC. æquales. f Ergo angulus
Def. G E A. rectus: quod esse non potest
g Ex cum ejus partialis F E A. g sit rectus.
const. *Coroll.* Si linea recta in circulo aliam lineam rectam bifariam & ad angulos secat, in secante erit centrum.

PRO-

## PROPOSITIO II.



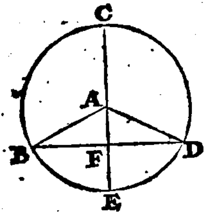
*Si in peripheria circuli* A B C. *duo qual. puncta* A. *&* C. *accepta fuerint, recta* AC. *quæ ad ipsa puncta adjungitur, intra circulum* A B C. *cadet.* Th. 1.

Prob. Si non cadat intra, cadat extra, sitque recta A D C. Centro E. a reperto, ducantur rectæ E A. E C. a 1. 3.
E D. secetque E D. peripheriam in B. quia autem trianguli E A D C. (qui rectilineus ab adversario ponitur) latera E A. E C. sunt b æqualia, erunt anguli b 15.
c E A D C. E C D A. æquales. Est autem *Def.*
externus A D E. d major interno D C E. c 5. 1.
& per consequens quam E A D. Ergo d 16. 1.
A E. & ei b æqualis E B. e major erit e 19. 1.
quam ED. pars quàm totum. Non ergo recta ex A. ad C. ducta, extra circulum cadet: ergo intra. Q. E. D.

*Coroll.* Hinc patet lineam rectam circulum tangentem in uno tantum puncto tangere.

## PROPOSITIO III.

Th. 2.




*Si in circulo* C B D. *recta quædam* C E. *per centrum* A. *rectam quādam* BD. *non per centrum, bifariam in* E. *secet, & ad* (angulos) *rectos eam secabit: Et si ad rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.*

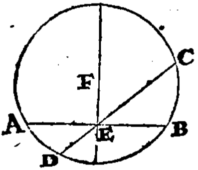
Prob. 1. pars. Ductis à centro A. æqualibus rectis A B. AD. triangula A B F. A F D. habent omnia latera
a 8. 1. æqualia singula singulis: a ergo anguli
b 10. 1. AFB. AFD. sunt æquales, b ergo recti.

Prob. 2. pars. Latera A B. A D. sunt
c 5. 1. æqualia: angulus A B D. c æqualis est
d *Ex* angulo A D B. & A F B. d ipsi A F D.
*const.* Ergo latera e B F. F D. sunt æqualia.
e 26. 1. Q. E. D.

*Coroll.* In omni triangulo seu æquilatero seu Isoscele linea recta basin bifariam secans, ad eandem perpendicularis est & contra.

PRO-

## PROPOSITIO IV.



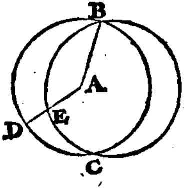

*Si in circulo* Th. 3.
*A D B. duæ rectæ A B. C D. se invicem secent, non per centrum F. extensæ, sese bifariàm non secant.*

Prob. Si una tantum per centrum transeat & alia non: [a] ergo altera alteram non secabit bifariam. Si neutra transeat. Ex centro F. in punctum sectionis E. duco rectam FE. & sic dico. Si rectæ AB. CD. forent bisectæ in F. ang. FEB. & FEC. [b] forent recti & proinde æquales. Q. E. A.

a 15. Def. 1.
b 3. 1.

## PROPOSITIO V.

Tb. 4.



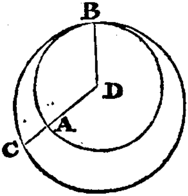

*Si duo circuli* D C B. E C B. *ſeſe mutuo ſecent* in B. & C. *non erit illorũ idem centrum* A.

Prob. Ductæ rectæ AB. AD. erunt æquales, cùm ſint à centro ad circumferentiam. Rectę etiam AE. AB. erunt æquales, ob eandem rationem ergo AE. erit [a] æqualis ipſi AD. Q. E. A.

a 1. *Ax.* 1.

*PRO-*

## PROPOSITIO VI.

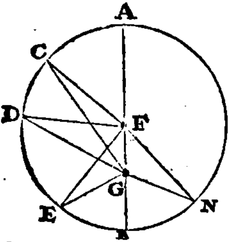



*Si duo circuli* Th. 5. AB. CB. *se se mutuo interius tangant* in B. *eorum non erit idem centrum* D.

Prob. Ductis DB. DC. linea DA. est æqualis lineæ DB. cùm ſint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ DC. DB. ſunt æquales ob eandem cauſam. Ergo DA. DC. erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

## PROPOSITIO VII.

Th. 6.




*Si in circuli diametro* AB. *sumatur aliquod punctũ* G. *quod non sit centrum circuli: & à puncto* G. *quadam recta* G C. G D. G E. G N. *in circulum cadant: maxima quidem erit* G A. *in qua centrum* F. *minima vero reliqua* G B. *aliarum vero semper ejus, qua per centrum ducitur, propior* G C. *remotiore* G D. *major erit: solum autem dua recta* G E. G N. *ab illo puncto* G. *aequales in circulum cadunt ad utrasque* (partes) *minima vel maxima.*

Prob. 1. pars. Ductis rectis F C. F D. F E. F N. ex centro F. duo latera C F. F G. trianguli C F G. [a] majora sunt tertio C G. at hæc sunt æqualia toti G A.

a 20. 1.

G A. ergo G A. est majus quam G C. Q. E. D.

Prob. 2. Latera E G. G F. trianguli EGF. [a] majora sunt tertio E F. ergo majora sunt quàm linea F B. quæ est æqualis ipsi FE. ergo si dematur utrique communis recta G F. remanebit G E. major quam G B. Q. E. D.

a 20.1.

Prob. 3. Triangula C F G. D F G. habent latera F C. F D. æqualia & latus F G. commune, angulus vero C F G. major est angulo DFG. totum parte: ergo latus CG. [b] majus erit quam DG. Q. E. D.

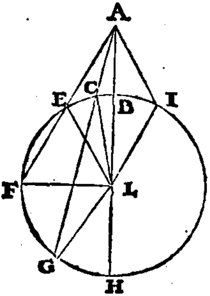
b 24. 1.

Prob. 4. Facto angulo GFN. æquali G F E. G N. G E. erunt [c] æquales. Nec à puncto G. aliæ duci possunt æquales ipsis G E. G N. erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter majores vel minores, per tertiam partem hujus. Q. E. D.

c 4. 1.

## PROPOSITIO VIII.

Th. 7.




*Si extra circulum* BEH. *sumatur punctum quodpiam* A. *& à puncto ad circulum ducantur rectæ quædam* AF. AG. AH. *quarum una quidem per centrum* L. *reliquæ verò ut libet. In eavam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima* (erit) *quæ per centrum* L. (ducitur) *aliarum vero semper propior* (ei) *quæ per centrum* L. *remotiore major erit. In convexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est illa quæ inter punctum* A. *& diametrum* BH. (*ponitur*) *Aliarum vero ea quæ propior est minimæ* AB. *remotiore semper minor est. Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto* A. *cadent in circulum ad utrasque partes minimæ* AB. *vel maximæ* AH.

Prob. 1. pars. Ductis rectis LG. LF. duo latera AL. LG. hoc est LH. a 20.1. a majora sunt tertio AG. ergo AH. major erit quam AG. Q. E. D.

Prob. 2.

Prob. 2. Latera A L. L G. trianguli A L G. sunt æqualia lateribus L F. L A. trianguli A L F. angulus autem A L G. major est angulo A L F. b ergo latus A G. majus est latere A F. Q. E. D. b 24. 1.

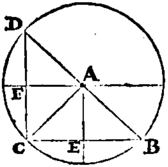
Prob. 3. Ductis rectis L C. L E. duo latera A C. L C. trianguli A C L. a majora sunt tertio A L. demantur æqualia L B. L C. remanebit A C. major quàm B A. Q. E. D. a 20. 1.

Prob. 4. Quia intra triangulum A L E. duæ rectæ A C. C L. junguntur: c erunt lateribus A E. E L. minores; demptis igitur æqualibus L C. L E. remanebit E A. major quam C A. Q. E. D. c 21. 1.

Prob. 5. Facto angulo A L I. æquali A L E. duo triangula illa d erunt æqualia: ergo latera A I. A E. æqualia; neque alia duci potest recta, his æqualis: erit enim semper propior minimæ A B. vel remotior & consequenter e major vel minor per partem quartam hujus. Q. E. D. d 4. 1. e 21. 1.

## PROPOSITIO IX.

Fb. 8.




*Si intra circulum* BCD. *sumptum sit aliquod punctum* A. *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB. AC. AD. *acceptum punctum, centrum est circuli.*

Prob. Ductis rectis BC. CD. divisisque bifariàm per rectas AE. AF. triangula ADF. ACF. [a] erunt æqualia : ergo anguli DFA. AFC. æquales : [b] ergo recti : ergo in linea FA. est circuli centrum. Rursùs cum idem sit de triangulis ACE. ABE. in rectà AE. erit circuli centrum. Cum verò non sit in duobus locis, debet esse ubi se intersecant. Q. E. D.

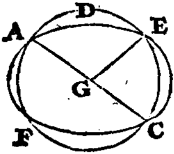
a 8. 1.
b 10. Def. 1.
c 1. 3.

## ALITER.

*A nullo puncto plures quam, duæ rectæ ad circumferentiam duci possunt per* 7. 3. *ergo* A. *erit centrum.* Q. E. D.

*PRO-*

## PROPOSITIO X.




*Circulus* AEF. *non secat circulum* F D C. *per plura puncta quam duo.* Th. 9.

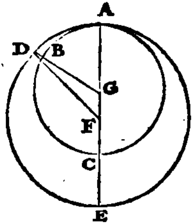
Prob. Secet enim in tribus si vis. Circuli EFC. centro G. [a] invento, ducantur rectæ G A. G C. G E. quæ, quia sunt æquales, & attingunt ambitum circuli utriusque, punctum G. [b] erit etiam centrum circuli utriusque; quod est absurdum per 5. hujus.

a 1. 3.
b 9. 3.

PRO-

## PROPOSITIO XI.

Tb. 10.




*Si duo circuli* ABC. AED. *contingant ſeſe interius* in A. *& ſumpta fuerint eorum centra* G. *&* F. *ad eorum centra adjuncta recta linea* F A. *& producta, in contactum* A. *cadet circulorum.*

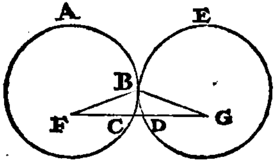
Prob. Recta F G. conjungens eorum centra, non incidat in contactum ſed alibi in D. à puncto G. centro circuli A B C. ducatur recta G A. ad contactum

a 20. 1. ut & FD. latera G D. G F. [a] majora ſunt tertio F D. ergo majora

b 15. Def. [b] latere F A. dempto ergo communi F G. remanebit GA. majus latere GD. Eſt autem GA. æqualis lateri GB. ergo GB. majus erit quam G D. pars toto. Q. E. A.

PRO-

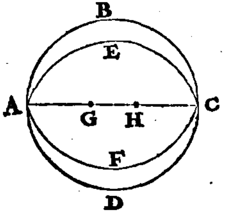
## PROPOSITIO XII.




*Si duo circuli* A B C. E B D. *contingunt se invicem exterius* in B. *quæ adjungitur ad eorum centra, per contactum transibit.* Th. 12.

Prob. Si neges: sit recta F G. centra conjungens. Ductis F B. G B. latera B F. B G. [a] majora sunt tertio F G. sed BF. BG. sunt æqualia radiis F C. G D. ergo quoque F C. G D. majora sunt F C. C D. G D. pars toti. Q. E. A. a 20.1.

## PROPOSITIO XIII.

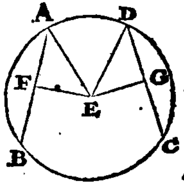



Th. 12. *Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam uno, sive intus, sive extra tangit.*

Prob. Tangat enim in duobus,
a 11. puta A. & C. centrum [a] de-
& 12. bebit esse in linea, quæ junget
3. contactum circulorum: utriusque
b 6. 3. autem non [b] potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra, puta G. & H. quod fieri non potest, cum linea in unico puncto, possit tantum secari bifariàm.

PRO-

## PROPOSITIO XIV.

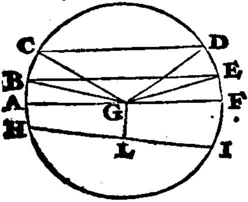



*In circulo* A B C. *æquales rectæ* A B. D C. *æqualiter distant à centro* E. *& æqualiter distantes à centro, sunt sibi invicem æquales.* Tb. 13.

Prob. A centro E. in rectas AB. CD. duca perpendiculares EF. EG. rectæ a 12. 1.
AB. CD. sectæ b erunt bifariam. b 3. 3.
Junctis EA. ED. quadratum rectæ ED. ceſt æquale quadratis rectarum DG. GE. c 47. 1.
ut & quadratum AE. quadratis rectarum AF. FE Demptis ergo ab æqualibus AF. FE. ipſis DG. GE. æqualium linearum quadratis AF. DG. remanebit recta EF. æqualis rectæ EG. & conſequenter rectæ AB. CD. d æqualiter di- d 4.
ſtant à centro. Def. 3.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata EG. GD. ſunt æqualia quadratis EF. FA. & quadratum EG. æquale quadrato EF. ergo quadratum FA. æquale eſt quadrato GD. e ergo recta BA. æqualis eſt rectæ e 7.
DC. Q. E. D. Ax. 1.

## PROPOSITIO XV.



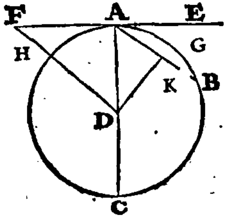

Th. 14. *In circulo* ABCD. *maxima quidem est diameter* AF. *aliarum verò semper propior* BE. *centro* G. *erit major remotiore* CD.

Prob. 1. pars. Ductis GB. GE. duo latera GB. GE. trianguli
a 20.1. GBE. [a] majora sunt tertio BE. at hæc sunt æqualia diametro AF. ergo AF. major est quam BE. Q. E. D.

Prob. 2. Ductis rectis GC. GD. duo latera GC. GD. sunt æqualia lateribus GB. GE. angulus vero BGE. major est angulo CGD.
b 24.1. [b] ergo latus BE. majus latere CD. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XVI.




*Quæ ab extremitate diametri* A C. *ad rectos angulos linea* E F. *ducitur, cadet extra circulum.* A B C. *& in locum inter ipsam* E F. *& circumferentiam,* ABC. *altera recta* AB, *non cadet: & semicirculi angulus* DAGB. *major erit omni acuto angulo rectilineo: reliquus autem* EAGB. *minor.* Th. 15.

Prob. 1. pars. Ex centro D. ducatur recta D H F. utcunque: latus D F. subtendens angulum F A D. rectum [a] majus erit D A. a 19. 1. hoc est D H. cum itaque H. sit in circumferentia erit F. extra. Simili ratione de omnibus pũctis in linea FAE. argumentari licet. Q.E.D.

 Prob.

Prob. 2. pars. Ad AB. quæ inter peripheriam & rectam EF. caderet ducatur perpendicularis DK. ergo latus DA. majus erit
b 19. 1. b ipsi DK. sed punctum A. est in circumferentia itaque K. & tota AB. erit intra circulum. Q. E. D.

Prob. 3. Ut fieret angulus major angulo DAGB. semicirculi, deberet duci recta inter rectam EA. & peripheriam AB. quod jam probavi fieri non posse.

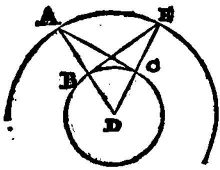
Prob. 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAGB. contactus, duceretur recta inter AE. & peripheriam AB. quod, ut jam dixi, fieri non potest.

*Corollarium.*

Hinc communiter elicitur rectā ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in unico puncto geometrice tangere:
c 2. 3. nam si plura tangeret, caderet c intra circulum.

*PRO-*

## PROPOSITIO XVII.




*A dato puncto A. rectam lineam A C. ducere, quæ datum tangat circulum* B C D. Prob. 2.

Praxis. Centro D. spatio A. fiat pars circuli A E. ducatur recta D A. & ad punctum B. excitetur perpendicularis B E. jungaturque recta D E. à puncto A. ducatur recta A C. hanc dico tangere circulum B C D.

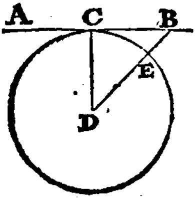
Prob. Triangula ADC. BED. se habent juxta 4. 1. cum latera DA. DE. DB. DC. sint [a] æqualia & angulus D. communis. Ergo cum angulus E B D. sit rectus, rectus etiam erit D C A. recta itaque A C. [b] tanget circulum. Q. E. F.

a 15. 1. Def.

b 16. 3.

## PROPOSITIO XVIII.

Tb. 16.

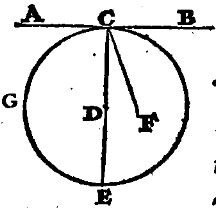



*Si aliqua recta* A B. *tangat circulum* D C E. *à centro vero* D. *ad contactum* C. *quadam recta* D C. *adjungatur: adjuncta* D C. *perpendicularis erit ad* A B. *quæ continget.*

Prob. Si negas: ſit alia, puta D B. perpendicularis, ergo cum angulus B. ponatur rectus
a 17. 1. erit angulus C.[a] minor recto, ergo
b 19. 1. latus D C. hoc eſt D E. [b] majus erit latere D B. pars toto quod eſt abſurdum.

PRO-

## PROPOSITIO XIX.

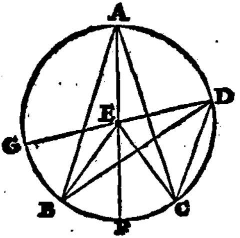



*Si circulum* EGC. *contingat aliqua recta* AB. *à contactu vero* C. *tangenti* AB. *ad rectos angulos recta linea* EC. *ducta sit, in recta ducta* EC. *erit centrum circuli.* Tb. 17.

Prob. Si negas, sit alibi nimirum in F. proinde ducta FC. ipsi AB. [a] erit perpendicularis: a 18. 3. ergo angulus rectus FCB. recto DCB. erit æqualis, pars toti quod est absurdum.

## PROPOSITIO XX.

Th. 18.




*In circulo* DFGA. *angulus* BEC. *ad centrum* E. *duplũ est anguli* BAC. *ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria* BC. *basis angulorum.*

Prob. Id tribus potest modis contingere. Includant 1. rectę AB. AC. rectas EB. EC. ductaque AF. per centrum E. duo latera EA. EB. erunt æqualia [a] ergo anguli EBA. EAB. æquales: angulus autem BEF. duobus EAB. EBA. [b] est æqualis, ergo duplus anguli BAF. Idem dic de angulo FEC. respectu anguli EAC. ergo totus BEC. totius BAC. erit duplus. Q. E. D.

a 5. 1.

b 32. 1.

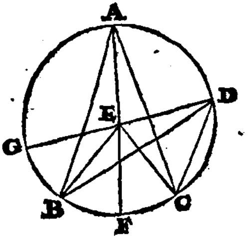
2. Rectæ

2. Rectæ D G. D B. non includant rectas E C. E B. iterum cum latera E D. E B. sint æqualia erunt E D B. E B D. [c] anguli æquales. His autem duobus, angulus G E B. est [d] æqualis. Ergo idem erit duplus anguli G D B. Q. E. D. c 5. 1. d 32. 1.

3. Triangula B E C. B D C. sese intersecent, ducaturque recta D G. per centrum E. totus angulus G E C. erit duplus totius G D C. angulus vero G E B. duplus est anguli G D B. ergo reliquum B E C. duplum erit reliqui B D C. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XXI.



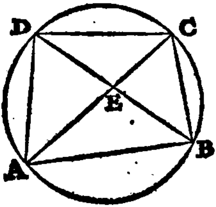

Th. 19. *In circulo* A D C B. *qui in eodem segmento* B C. *sunt anguli* B A C. B D C. *sunt inter se æquales.*

a 20. 3. Prob. Angulus B E C. [a] est duplus anguli B A C. & duplus anguli B D C. [b] ergo anguli B A C. B D C. sunt inter se æquales. Q. E. D.

b 1. Ax.

*PRO-*

## PROPOSITIO XXII.




*Quadrilaterorum in circulo* ABCD. *descriptorum oppositi anguli* DCB. DAB. *duobus rectis sunt æquales.* Th. 20.

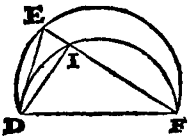
Prob. Diametris AC. DB. ductis, anguli ADB. ACB. in eadem portione [a] sunt æquales, similiterque anguli BAC. BDC. ergo totus angulus ADC. est æqualis angulis BCA. BAC. sed anguli BCA. BAC. cum tertio ABC. [b] valent duos rectos: ergo angulus ADC. æqualis ipsis BCA. BAC. cum angulo ABC. valebit duos rectos. Idem de aliis oppositis dicetur. Ergo, &c. Q. E. D.

a 21. 3.
b 32. 1.

PRO-

## PROPOSITIO XXIII.

Th. 21.



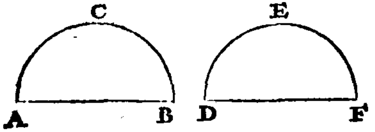

*Super eadem recta* D F. *duo segmenta circulorum similia* DIF. DEF. *& inaequalia non constituentur ad easdem partes.*

Prob. Sint enim si fieri potest DIF. DEF. similia segmenta, ductis rectis ED. EF. ID. anguli DIF. DEF. [a] erunt aequales, quod est absurdum per 16. I.

a 10. Def. 3.

PRO-

## PROPOSITIO XXIV.

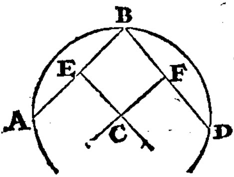



*Super æqualibus rectis* AB. DF. *similia segmenta circulorum sunt inter se æqualia.* Th. 22.

Prob. Collocetur AB. super DF. [a] congruent. Etenim si segmenta non congruant vel unum totum extra aliud cadet, quod est absurdum per 23. 3. vel cadet partim intra, partim extra; & sic circulus circulum secabit in pluribus punctis quam duobus, quod repugnat per 10. 3. a 8. *Ax.*

## PROPOSITIO XXV.

Prob. 3.




*Circuli segmento dato* ABD. *describere circulum, cujus est segmentū.*

Prax. Accipiantur in dato segmento tria puncta ABD. ductis rectis AB. BD. [a] divisisque bifariam & ad angulos rectos per rectas CE. CF. se mutuo intersecantes in puncto C. illud erit centrum.

[a] 10. & 11. 1.

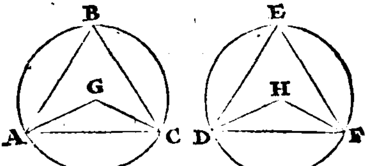
Prob. Per 1. 3. centrum est in utraque CE. & CF. ergo ubi se intersecant. Circuli enim unius, unicum tantum potest esse centrum. Q.E.D.

### SCHOLIUM.

*Hinc datis tribus punctis facile centrum circuli reperitur per data puncta transeuntis.*

PRO-

## PROPOSITIO XXVI.

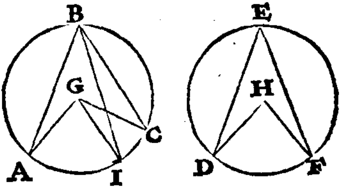



*In æqualibus circulis* ABC.DEF. *æquales anguli* G. & H. B. & E. *æqualibus peripheriis* AC.DF. *insistunt, sive ad centra* G.& H. *sive ad peripheriam* B. & E. *constituti sint.* *Th. 13.*

Prima pars. Prob. Trianguli A G C. latera G A. G C. & angulus G. ponuntur æqualia lateribus H D. H F. & angulo H a ergo bases A C. D F. sunt æquales. Ergo b peripheriæ A C. D F. erunt etiam æquales. Q. E. D. a 4. 1. b 24. 3.

Prob. 2. Anguli A B C. D E F. ponuntur æquales: c ergo segmenta ABC. D E F. sunt similia: d ergo æqualia cum rectæ AC. DF. sint æquales. Ergo cum circuli ponantur æquales, remanebunt segmenta A C. D F. e æqualia. c Def. 10. 3. d 23. 3. e 3. Ax.

## PROPOSITIO XXVII.

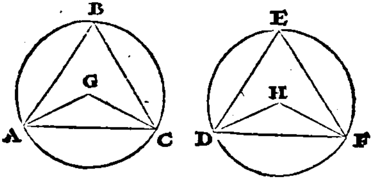



Th. 24. *In æqualibus circulis* ABI. DEF. *anguli qui in æqualibus peripheriis* AI. DF. *insistunt sunt inter se æquales, sive ad centra* G. *&* H. *sive ad peripherias* B. *&* E. *constituti, insistant.*

Prob. Si non sint æquales, sit alter minor, puta AGI. [a] fiat-
a 23. 1. que AGC. ipsi DHF. æqualis:
b 25. 3. ergo peripheria AC. erit [b] æqualis peripheriæ DF. sed peripheria DF. ponitur æqualis ipsi AI.
c 7. Ax. ergo AC. & AI. erunt æquales, pars toti: Idem [c] dic de angulis
d 20. 3. B. & E. cum G. & H. [d] sint eorum dupli.

PRO-

## PROPOSITIO XXVIII.

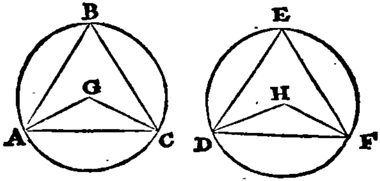



*In æqualibus circulis* ABC.DEF. *æquales rectæ* AC. DF. *æquales peripherias* AC. DF. ABC.DEF. *auferunt, majorem quidem majori, minorem autem minori.* Th. 25.

Prob. Ductis rectis GA. GC. HD. HF. triangula AGC. DHF. [a] sunt æqualia. Ergo angulus G. angulo H. est æqualis: ergo peripheriæ AC. DF. [b] æquales. [c] ergo reliquæ ABC. DEF. sunt æquales. Q. E. D.

a 8. 1.
b 26. 3.
c 3. Ax.

## PROPOSITIO XXIX.

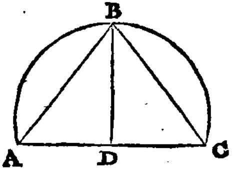



Th. 26. *In æqualibus circulis* ABC.DEF. *æquales peripherias* ABC. DEF. *æquales recta* AC. DF. *subtendunt.*

Prob. Ductis rectis GA. GC. HD. HF. anguli G. & H.
a 27. 3. [a] erunt æquales: latera etiam GA. GC. HD. HF. sunt æqualia ex suppositione: ergo bases AC.
b 4. 1. DF. [b] erunt æquales. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XXX.



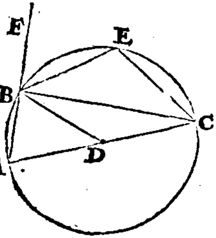

*Datam peripheriam* ABC. *se-* Prob. 4.
*care bifariam.*

Praxis. Ducatur recta AC. quam divide [a] bifariam in D. a 10. 1.
per perpendicularem DB. erit peripheria secta bifariam in B.

Prob. Ductis rectis AB. CB. triangula ABD. DBC. se habent juxta 4. 1. ergo latera AB. CB. sunt æqualia. [b] Ergo peri- b 28. 2.
pheriæ quas subtendunt sunt æquales. Q. E. D.

## PROPOSITIO XXXI.

Tb. 27.




*In circulo* ABEC. *angulus* ABC. *in semicirculo rectus est: qui autem in majore segmento* BAC. *minor recto: qui vero in minore segmento* BEC. *major recto: & insuper angulus* CBA. ex recta CB. & peripheria BA. *majoris segmenti, recto quidem major est; minoris autem segmenti angulus* EBC. qui ex peripheria EB. & recta BC. *minor est recto.*

Prob. 1. pars. Centro D. ductis rectis DA. DB. DC. anguli
a 5. 1. DAB. DBA. a erunt æquales: itemque anguli DCB. DBC. ergo totalis angulus ABC. est æqualis angulis A. & DCB. sed his

his [b] est æqualis F B C. ergo angulus A B C. [c] est rectus. b 32. 1. c 13. 1.

Prob. 2. Angulus A B C. est rectus: ergo angulus B A C. in majore segmento [d] est minor recto. d 32. 1.

Prob. 3. Fiat quadrilaterum A B E C. angulus A. [e] minor est recto, ergo angulus BEC. in minori segmento [f] est major recto. e per 1. partem hujus. f 22. 3.

Prob. 4. Angulus ex peripheria AB. & rectæ CB. est major angulo recto composito ex rectis A B. B C. totum videlicet parte.

Prob. 5. Angulus compositus ex peripheria E B. & recta C B. minor est angulo F B C. recto composito ex recta FB. BC. pars toto. Hujus propositionis autor fertur Thales Milesius annis ante Christum, 650.

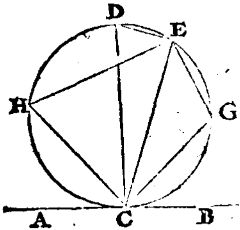
SCHOLIUM.

*Hinc in triangulo rectangulo, secta hypothenusa bifariam, erit illud punctum centrum circuli tria puncta illa pertranseuntis, adeoque examen exacta normæ.*

PRO-

## PROPOSITIO XXXII.

Tb. 28.




*Si circulũ* CHEG. *tetigerit aliqua recta* AB. *à tactu autem* C. *ducatur quædam recta, secans circulum* DC. vel EC. *anguli quos ad tangentem* AB. *faciet, erunt æquales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus*, id est angulus ACE. æqualis est angulo G. & angulus BCE. angulo H.

Prob. Ducta perpendiculari DC. cum angulus ACD. sit rectus, angulus qui fieret in semicirculo, illi [a] esset æqualis: si vero non sit rectus ut ACE. primo duc rectam DC. per centrum, deinde accipe in peripheria

a 31. 1.

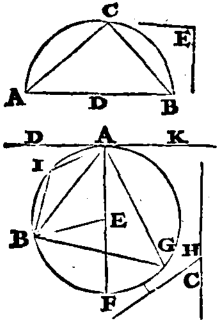
ria aliquod punctum puta G ducanturque rectæ D E. E G. G C. cum angulus D E C. in semicirculo [b] sit rectus, reliqui duo puta E C D. E D C. [c] valent unum rectum: sed anguli B C E. & E C D. valent etiam unum rectum, cum recta D C. sit perpendicularis: dempto igitur communi E C D. remanebit B C E. æqualis angulo E D C. qui [d] æqualis est angulo C H E. ergo & angulus B C E. angulo C H E. æqualis. Rursus, cum quadrilateri D G. anguli in circulo oppositi E D C. E G C. [e] valeant duos rectos, sicut & anguli [f] A C E. E C B. & angulus C D E. sit [g] æqualis angulo B C E. remanebit angulus G. angulo A C E. æqualis. Q. E. D.

b 13. 3.
c 32. 1.
d 27. 3.
e 22. 3.
f 13. 1.
g per 1. partem hujus.

PRO-

## PROPOSITIO XXXIII.

Prob. 5.




*Super data recta* AB. *portionem circuli describere, quæ capiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.*

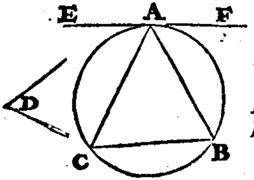
Si datus angulus sit rectus, qualis est E. recta A B. divisa bifariam in D. centro D. spatio, D A. si fiat semicirculus A C B. ductis rectis A C. C B. angulus
a 31. 1. C. [a] erit æqualis dato angulo E. quia erit in semicirculo. Si angulus sit acutus ut C. sitque data recta B A. ad punctum A. fiat an-
b 23. 1. gulut D A B. [b] æqualis angulo C. ductaque ad punctum A. perpendiculari F A. fiat angulus E B A.

æqua-

æqualis angulo E A B. latera EB. EA. [c] erunt æqualia: quare ſi puncto E. ſpatio E A. fiat circulus, tranſibit per punctum B. quo poſito ſic pergo. Cum recta F A. ſit diameter, & recta D A. ad ejus extremum ſit ei perpendicularis, [d] tanget circulum: ergo angulus D A B. [e] erit angulo cuicunque, qui fiet in alterna circuli portione, puta angulo AGB. æqualis: ergo portio A H G B. continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus ſit obtuſus puta H. eadem erit demonſtratio: angulus enim A I B. ipſi H. [f] erit æqualis.

c 6. 1.
d per corol. 16. 3.
e 32. 3.
f 21. 3.

*PROPOSITIO XXXIV.*

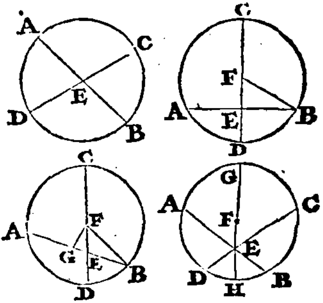



*A dato circulo* A B C. *ſegmentum* C B A. *abſcindere capiens angulũ* B. *æqualem dato angulo rectilineo* D.

a Ducatur tangens E F. ad punctum A. b fiat angulus CAE. æqualis dato D. portio ABC. c capiet angulum B. æqualem dato. Q. E. F.

a 17. 3.
b 23. 1.
c 32. 3.

## PROPOSITIO XXXV.




Th. 29. *Si in circulo* ADBC. *duæ rectæ* AB.CD. *se mutuo* in E. *secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius* A E. E B. *æquale est ei quod sub segmentis alterius* CE. ED. *comprehenditur rectangulo.*

Prob. 1. Rectæ AB. C D. secent se in centro E. rectangulum unum, alteri erit æquale: cum omnes radii sint æquales.

2. Sola C D. transeat per centrum F.
a 3. 3. dividatque rectam AB. bifariam in E. a ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta F B. quo facto, cum recta C D. secetur in æqualia in F. & non æqualia in E. erit rectangulum sub inæqualibus segmentis C E. E D. cum quadrato seg-
b 5. 2. menti intermedii EF. b æquale quadrato dimi-

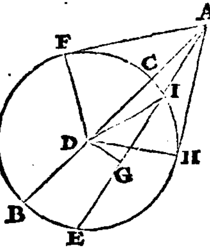
dimidiæ FD. vel FB. sed quadratum FB. est c æquale quadratis BE. EF. quæ per consequens æqualia sunt rectangulo CE. ED. cum quadrato EF. Dempto igitur communi FE. remanebit rectangulum CE. ED. æquale rectangulo sub BE. EA. Q. E. D. c 47. 1.

3. Recta CD. transiens per centrum F. rectam AB. non dividat bifariam in E. ductaque recta FB. & perpendiculari FG. rrctangulum sub CE. ED. cum quadrato FE. d erit æquale quadrato FD. vel FB. rectangulum etiam sub AE. EB. cum quadrato GE. est æquale quadrato GB. adde quadratum FG. jam cum quadratum FB. sit æquale quadratis FG. GB. erit rectangulum AE. EB. cum quadratis EG. GF. æquale quadrato FB. hoc est rectangulo CE. ED. & quadrato FE. ergo cum quadratum FE. sit æquale quadratis FG. GE. si ab uno demas FE. & ab alio EG. GF. remanebunt æqualia rectangula CE. ED. & AE. EB. Q. E. D. d 5. 2.

4. Si neutra transeat per centrum & se secent utcunque, ducatur ad intersectionem E. recta GH. transiens per centrum: cum rectangulum sub CE. ED. e sit æquale ei quod sub HE. EG. Idemque AE. EB. sit æquale ipsi GE. EH. erunt æqualia rectangula sub CE. ED. & AE. EB. Q. E. D. e per 3. partem hujus.

## PROPOSITIO XXXVI.

Th. 10.




*Si extra circulũ* FBE. *sumatur punctum aliquod* A. *ab eoque in circulum cadant duæ rectæ: & hæc quidem* AB. *secet circulum* in C. *illa autem* AF. *tangat* in F. *Quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* AC. *inter punctum* A. *& convexam peripheriam* C. *comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente* AF. *describitur quadrato.*

Prob. Transeat 1. recta AB. per centrum D. ductaque recta DF. cum recta CB. bifariam secta sit in D, & ei recta AC. adjiciatur, rectangulum sub AB. & AC. contentum, una cum

a 6. 2. quadrato DC. vel DF. a æquale est ei quod à DC. cum AC. tanquam una linea sit quadrato. Sed quadratum DA.

b 47. 1. b est. æquale quadratis DF. FA. ergo dempto communi FD. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo sub AB. & CA. Q.E.D.

2. Si

2. Si recta AE. non transeat per centrum, à centro D. duc perpendicularem DG. c hæc secabit rectam EI. bifariam, cum igitur recta EI. sit secta bifariam in G. & ei recta IA. adjiciatur, erit rectangulum sub AE. & sub AI. cum quadrato GI. d æquale quadrato GA. addito ergo quadrato DG. erit rectangulum sub AE. & sub IA. cum quadratis IG. GD. hoc est quadrato DI. hoc est DF. æquale quadrato DA. sed DA. est æquale quadratis FA. FD. demptis ergo æqualibus DF. DI. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo sub AE. & AI Q.E.D.

c 3. 3.

d 6. 2.

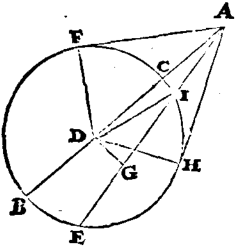
*Coroll.* 1. Hinc sequitur, si à puncto quovis extra circulum sumpto, plures rectæ circulum secantes ducantur, rectangula comprehensa sub totis lineis & partibus exterioribus, inter se esse æqualia.

*Coroll.* 2. Duæ rectæ, ab eodem puncto ductæ, quæ circulum tangunt, sunt inter se æquales.

*Coroll.* 3. Ab eodem puncto extra circulum sumpto, duci tantum possunt duæ rectæ, quæ circulum tangunt.

## PROPOSITIO XXXVII.

Th. 31.




*Si extra circulum* FHE. *sumatur punctum aliquod* A. *ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ* AF. AB. vel AE. *& hæc quidem* AB. *secet circulum: illa autem* AF. *incidat: sit autem quod sub tota secante* AB. *& exterius assumpta* CA. *inter punctum & convexam peripheriam, rectangulum æquale ei quod ab incidente* AF. *describitur: incidens illa circulum tanget.*

a 17. 3. Prob. [a] Duc tangentem AH. & ad H. rectam DH. cum
b 36. 3. ergo quadratum AH. [b] sit æquale rectangulo sub AB. CA. & idem rectangulum sub AB. CA. ponatur

natur æquale quadrato F A, lineæ F A. H A. erunt æquales, latera item F D. H D. sunt æqualia & basis A D. communis: ergo tota triangula [c] sunt æqualia. Ergo cum angulus A H D. sit [d] rectus, rectus etiam erit AFD. ergo AF. circulum tanget per coroll. 16. 3.

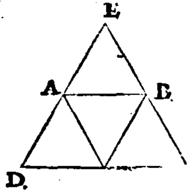
c 8. 1.
d 18. 3.

## N O T A.

*Selectiores hujus libri propositiones sunt.* 20. 22. 31. 35. 36.

# EVCLIDIS ELEMENTUM IV.

## DEFINITIONES.

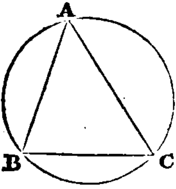



*1. Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, ejus figuræ, quæ inscribitur, anguli, singula latera ejus quæ inscribitur tangunt.*

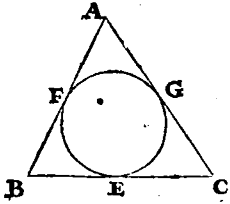
Ut triangulum A B C. inscriptum est triangulo D E F. quia anguli A. B. C. tangunt latera D E. E F. D F.

2. *Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula ejus quæ circumscribitur, latera, singulos ejus figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.*

Ut triangulum D E F. dicitur propriè describi circa triangulum A B C. quia singula latera majoris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia ut impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, ut bene advertit illustrissimus Princeps Flussates Candalla ut nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planum figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.




*3. Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, ejus figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.*

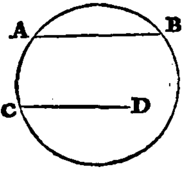



*4. Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera ejus quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.*

*5. Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera tangit ejus figuræ in qua inscribitur.*

6. Cir-

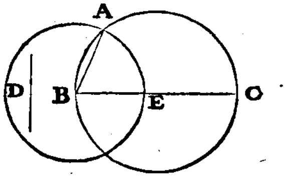
*6. Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit ejus figuræ, quam circumscribit, angulos.*




*7. Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum ejus extrema in circuli peripheria fuerint.*

Sic A B. dicitur in circulo accommodata non vero C D.

## PROPOSITIO I.

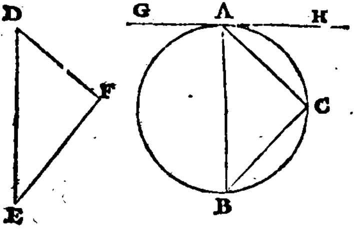



Prob. 1. *In dato circulo* A B C. *accommodare rectam* B A. *æqualem datæ rectæ* D. *quæ circuli diametro*
a 7. Def. 4. B C. *non ſit major.*[a]

Dati circuli ducas diametrum B C. ſi data recta D. æqualis ſit diametro B C. factum eſt quod petitur. Si D. minor ſit
b 3. 1. diametro : [b] abſcindatur B E. æqualis ipſi D. & centro B. ſpatio B E. fiat circulus E A. dicta
c 7. Def. jam recta B A. coaptala erit [c] in
d 15. Def. 1. circulo B A C. & [d] æqualis ipſi B E. & conſequenter ipſi D. Q. E. F.

PRO-

## PROPOSITIO II.

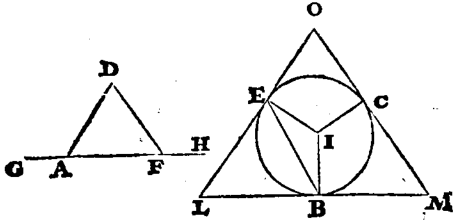



*In dato circulo* A B C. *triangu-* Prob. 2.
*lum* A B C. *describere, dato trian-*
*gulo* D E F. *æqui angulum.*

[a] Fiat tangens G H. ad punctum a 16. 3.
A. fiat angulus H A C. [b] æ- b 23. 1.
qualis angulo E. & G A B. angu-
lo F. ducta recta B C. factum erit
quod petitur.

Prob. Angulus H A C. æqua-
lis est [c] angulo B. & similiter an- c 32. 3.
gulus G A B. angulo C. ergo &
angulus E. angulo B. & angulus F.
angulo C. & consequenter angulus
D. angulo A. [d] æqualis. Ergo trian- d Cor. 2.
gulum triangulo æqui angulum in 32. 1.
dato circulo inscriptum. Q. E. F.

## PROPOSITIO III.




Prob. 3. *Circa datum circulum* BCE. *describere triangulum* LMO. *æquiangulum dato triangulo* D. F. A.

Dati tranguli latus AF. produc
a 23. 1. in G. & H. angulo D F H. æqualis fiat ad centrum angulus CIB. & angulo D A G. angulus
b 11. 1. EIB. & ad puncta EBC. [b] ducas
c Ex 16. 3. perpendiculares quæ [c] tangentes erunt scilicet M O. M L. L O. & coëuntes petitum triangulum constituent. Quod autem concurrant patet; nam uterque angulorum ad A. & C. est rectus: ergo si intelligatur duci linea B E. erunt duo anguli versus L. minores duo-

duobus rectis: [d] ergo in illam partem protractæ tangentes concurrent similiterque aliæ in alias partes protractæ: ergo fiet triangulum circa datum circulum. Quod autem sit dato triangulo æquiangulum, sic probo. In quadrilatero C I B M. anguli ad C. & B. [e] sunt recti: ergo reliqui C I B. CMB. [f] duobus rectis sunt æquales: Sed angulus C I B. æqualis ponitur ipsi D F H. ergo angulus C M B. æqualis est angulo [g] D F A. eodem modo ostendi potest in quadrilateris B I E L. C I E O. angulos L. & O. æquales esse angulis A. & D. Ergo circa datum, &c. Q. E. F.

d 11. Ax.

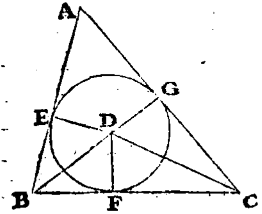
e 18. 3.

f 32. 1.

g 13. 1.

## PROPOSITIO IV.

Prob. 4.




**In dato triãgulo AB C. circulum G E F. describere.**

a 9. 1. Divide duos ejus angulos B. & C. bifariam per rectas CD. BD. & ex puncto in quo concurrent

b 12. 1. puta D. b duc perpendiculares DE. DG. DF. ad tria latera dati trianguli. Jam quia triangulorum F C D. G C D. angulus C. unius, ponitur æqualis angulo C. alterius, & uterque angulorum G & F. rectus est, & latus C D commu-

c 26. 1. ne: linea D G. c erit æqualis lineæ D F. similiterque ostendetur rectas D E. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D.

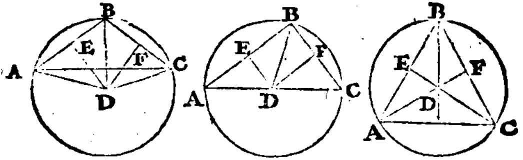
d 9. 3. descriptus circulus spatio DG. d transibit per puncta EGF. & quia per coroll. 16. 3. unaquæque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectũ esse propositũ.

### SCHOLIUM.

*Hinc cognitis lateribus trianguli, inveniuntur segmenta quæ fiunt ad puncta contactus circuli inscripti. scil: sit* AB. 12. BC. 16. AC. 18. *erit* AB. BC. 28. *subtrahatur* AC. 18. *æquale* AE. *&* FC. *remanebit* 10. *pro* B E. *&* B F. *adeoque* BE. *vel* B F. *erit* 5. *& per consequens* F C. *vel* GC. 11. GA. *vel* AE. 7.

PRO-

## PROPOSITIO V.




*Circa datum triangulum* ABC. *circulum describere.* *Prob.* 5.

Cujuſcunque dati trianguli, duo aliqua latera puta A B. B C. a divide bifariam in E. & F. b ad quæ puncta excitabis perpendiculares quæ coïbunt in D. vel intra triangulum, vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF. fient anguli D E F. D F E. minores duobus rectis: ergo coïbunt) duc præterea rectas D B. D A. D C. Quia triangulorum B E D. A E D. latera BE. EA. ſunt æqualia & D E. commune & anguli ad E. recti, erunt & baſes A D. D B. æquales. Eodem modo c erunt æquales baſes D B. D C. Centro igitur D. ſpatio B D. ductus circulus A B C. tranſibit per puncta A B. C. Circa datum ergo triangulum, circulum deſcripſimus. Q. E. F.

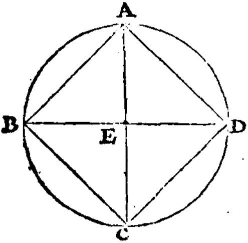
a 10. 1.
b 11. 1.
c 4. 1.

### SCHOLIUM.

*Hinc etiam patet methodus deſcribendi circulum, qui tranſibit per tria data puncta non in rectum conſtituta.*

## PROPOSITIO VI.

Prob. 6.



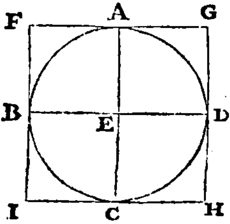

*In dato circulo* ABCD. *quadratum describere.*

Ducantur duæ diametri A C. B D. ſecantes ſe ad angulos rectos in centro E. & jungantur rectæ BA. BC. CD. DA. & factum eſt quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad centrum E. ponuntur recti & quatuor lineę EA. EB. EC. ED. ęquales.
a 4. 1. [a] ergo & quatuor baſes AB. BC. CD. DA. ſunt æquales. Omnia ergo quadrati latera ſunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti ſunt omnes in ſemicirculo: [b] ad-
b 31. 3. eoque recti: Erit igitur ABCD. quadratum circulo inſcriptum. Q. E. F.

PRO-

## *PROPOSITIO VII.*




*Circa datum circulum, quadratum describere.* Prob. 7.

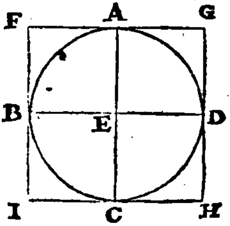
Ductis duabus diametris A C. B D. secantibus se ad rectos in centro E. per earum extrema si ducantur perpendiculares F G. F I. I H. H G. coëuntes petitum dabunt quadratum,

Prob. Anguli quatuor ad E. ponuntur recti, sicut & anguli ad ABCD. a ergo rectæ F G. BD. HI. sunt parallelæ, similiterque rectæ FI. AC. GH. b ergo figura F G I H. est parallelogramma. Angulus A C H. est rectus: c ergo Angulus H G A. est rectus, eodem modo ostendetur angulos F. I. H. esse rectos.

a 28. 1.
b 34. 1.
c 34. 1.

De lateribus sic dico, latus I H. est æquale lateri BD. & latus HG. lateri AC. hoc est B D. ergo latera I H. H G. sunt æqualia: ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratum cujus latera circulum tangunt per coroll. 16. lib. 3. Ergo circa datum, &c. Q. E. F.

## PROPOSITIO VIII.



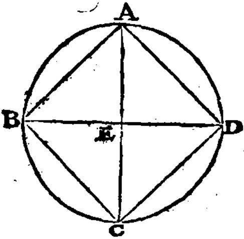

Prob. 8. *In dato quadrato, circulum describere.*

a 10. 1. Latera quadrati a divide bifariam in ABCD: duc rectas AC. BD. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum circuli spatio EB. describendi.

Prob. Rectæ A F. I C. sunt parallelæ
b 33. 1. & equales: ergo rectæ A C. F I. b sunt parallelæ & æquales, & similiter rectæ A C. H G. eodemque modo rectæ FG.
c 34. 1. I H. c sunt igitur parallelogramma F E. EI. E H. E G. quare cum æquales. Rectæ B F. F A. A G. sunt æquales, ipsis
d 14. 1. d B E. E A. E D. rectæ B E. E A. E D.
e 9. 3. erunt & æquales. e Ergo E. est centrum, ex quo si spatio E A. describatur circulus, tanget puncta A B C D. & consequenter omnia quadrati latera per co-
f 29. 1. roll. pr. 16. l. 3. f In dato ergo, &c. Q. E. F.

PRO-

## PROPOSITIO IX.



*Circa datum quadratum, circulum describere.* Prob. 9.

Ducantur diametri A C. B D. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum describendi circuli.

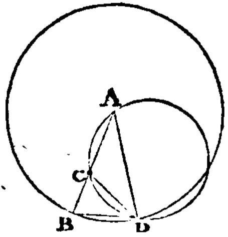
Prob. Rectæ A B. A D. sunt æquales: a ergo & anguli A B D. A D B. Angulus B A D. b est rectus, c ergo anguli A B D. A D B. sunt singuli semirecti; eodem modo partes angulorum ad A. B. C. D. erunt semirecti: ergo omnes inter se æquales. d Ergo latera E A. E B. E C. E D. æqualibus angulis subtensa sunt æqualia. e Ergo E. est centrum circuli, qui si describatur spatio E A. transibit per puncta quadrati A B C D. Ergo circa datum, &c. Q.E.F.

a 5. 1.
b 32. 3.
c 32. 1.
d 6. 1.
e 9. 3.

PRO-

## PROPOSITIO X.

Pr. 30.




*Isosceles triangulum* A B D. *constituere, quod habeat utrumque eorum qui ad basim sunt, angulorum* B. & D. *duplum reliqui* A.

a 11. 2. Sume rectam quamlibet A B. quæ sic a dividatur in C. ut rectangulum sub A B. B C. æquale sit quadrato rectæ A C. tum centro A. spatio B.
b 1. 4. ducatur circulus, in quo b accommodetur recta B D. æqualis ipsi A C. jungaturque recta A D. dico triangulum A B D. fore quæsitum, quod sic probo.

c 5. 4. Ducta recta C D. c describe circulum A C D. circa triangulum D A C. cum itaque rectangulum sub A B. B C. æquale ponitur quadrato C A. erit etiam æquale quadrato B D. cum B D. æqualis ponitur ipsi A C. Ergo cum à puncto B. ducatur secans B A. recta B D. ab eodem puncto ducta incidens in circulum A C D.

ACD. quorum rectangulum & quadratum sunt æqualia, BD. tanget d circulum in D. ergo angulus CDB. e æqualis est ipsi A. in alterno segmento, ergo communi CDA. addito, duo anguli A. & CDA. æquales sunt duobus BDC. & CDA. hoc est toti ADB. vel ABD. Sed angulus externus BCD. duobus internis A. & ADC. f æqualis est: ergo idem BCD. erit æqualis ipsi CBD. vel ADB. ergo rectæ DC. DB. g æquales, cum æquales angulos subtendant. Sed BD. ponitur æqualis ipsi CA. ergo CD. CA. æquales erunt: ergo anguli A. & CDA. h æquales. Ergo externus angulus BCD. duplus est ipsius A. ergo ejusdem quoque dupli sunt CBD. ADB. cum singuli externo BCD. æquales sint. Triangulum ergo, &c. Q. E. F.

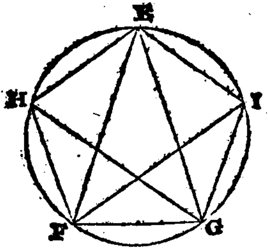
d 37. 3.
e 32. 3.
f 32. 1.
g 6. 1.
h 5. 1.

*Corollarium.*

Cum tres anguli A. B. D. simul constituant $\frac{5}{5}$ duorum rect. hoc est duos rectos, liquet A. esse $\frac{1}{5}$ duor. rectorum.

PRO-

## PROPOSITIO XI.



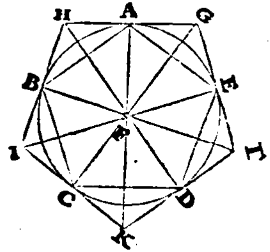

Pr. 11. *In dato circulo* EHFGI. *pentagonum æquilaterum & æquiangulum inſcribere.*

a 10. 4. [a] Fiat triangulum Iſoſceles quicunque, cujus anguli ad baſim ſint dupli ejus qui ad verticem & ipſi æqui angulus [b] inſcri-
b 2. 4. batur in dato circulo EFG. Angulos ad baſim divide bifariam rectis IF. HG. jam quinque puncta E. H. F. G. I. junge lineis totidem, & factum eſſe quod petitur, ſic probo. Quinque anguli EFG. FGH. HGF.

HGF. IFG. EFI. ponuntur æquales: [c] ergo arcus quibus insistunt, sunt æquales [d] Ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias subtendunt. Arcus EH. æqualis est arcui FG. ergo si addas communem B F. erunt peripheriæ EHF. HFG. æquales: ergo & reliqua segmenta FG IE. GI. EH. æqualia: [e] ergo anguli EHF. PFF. æquales. Idemque dicendum de reliquis. Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscriptum. Q.E.F.

c 16. 3.
d 29. 3.
e 27. 3.

## PROPOSITIO XII.




Pr. 12. *Circa datum circulum* ABCD. *pentagonum* GHIKL. *æquilaterum & æquiangulum describere.*

Quasi juxta propositionem 11. in scripsissem pentagonum in dato circulo, reperiam centrum F. & notabo in peripheria quinque linearum FA. FB. &c. quinque puncta angularia ABCDE.
a *corol.* 16. 3. & ab iisdem punctis a ducam tangentes quæ
b 11. *Ax.* b concurrent in punctis GHIKL. à quibus si duxero ad centrum rectas GF. IF. sic demonstrabo factum esse quod petitur. Et primo quidem quod anguli omnes sint æquales. In
c 32. 1. quadrilatro AFBH. quatuor anguli c valent quatuor rectos cum cujuslibet trianguli AHF. HFB. tres anguli valeant duos rectos: similiterque in quadrilatero BFCI. & sic de aliis: ergo cum anguli A. & B. sint recti, anguli AHB. AFB. valent duos rectos, similiterque anguli BIC. CFB. & sic de aliis. Sed anguli
d 27. 3. AFB. BFC. sunt d æquales ob æquales arcus, ergo

ergo reliqui H. & I. sunt æquales, idemque dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo. Quadratum FI. e est æquale quadratis tam ipsarum FB. BI. quam ipsarum IC. C F. sublatis ergo quadratis æqualium F B. FC. remanent æqualia quadrata BI. IC. ergo rectæ B I. I C. *sunt æquales.* Nunc anguli FBI. FCI. & continentia latera sunt æqualia: ergo f anguli *BIF. FIC.* sunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis C F K. KFD. & de aliis omnibus. Ergo cum anguli BFD. CFD. g sint æquales, & anguli IFC. C F K. sint eorum dimidia, æquales erunt anguli I F C. C F K. Ergo cum in triangulis IFC. CFK. anguli I F C. FCI. æquales sint duobus angulis C F K. F C K. alter alteri & latus FC. commune, reliqua latera h erunt æqualia. Ergo rectæ IC. CK. sunt æquales, & dimidiæ ipsius IK. eodem modo ostendam IB. esse dimidiam ipsius I H. & sic de aliis: ergo, cum dimidiæ I C. I B. ostensæ sint æquales, erunt tota latera H I. I K. æqualia, idemque dicendum de aliis. Q. E F.

e 47. 1.

f 4. 1.

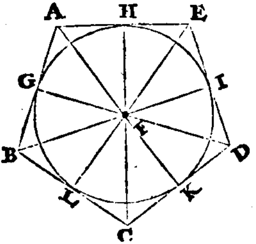
g 27. 1.

h 26. 1.

## *Corollarium.*

Hinc, si in circulo qualiscunque figura æquilatera & æquiangula fuerit inscripta, lineæ perpendiculares ad extremitates semidiametrorum excitatæ constituent figuram totidem laterum & æqualium angulorum circulo circumscriptam.

## PROPOSITIO XIII.




Pr. 12. *In dato pentagono quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum inscribere.*

29. 1. a Dividantur bifariam duo anguli proximi BAE. ABC.
b 11. Ax. rectis A F. B F. quæ b coibunt, puta in F. cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF. FBC. æqualia sunt latera B A. B C. & B F.
c Ex. conſt. commune, & anguli ad B. c sunt equales, anguli BAF. BCF. & ba-
d 4. 1. ses A F. C F. d erunt æquales. Sed angulus BAF. est dimidium

angu-

anguli BAE. ergo quoque BCF. erit dimidium anguli BCD. Eodem modo reliqui anguli bifariam erunt secti. Ducantur similiter ex F. ad singula pentagoni latera perpendiculares FG. FH. &c. Quia triangulorum GFB. BFL. duo anguli FGB. GBF. duobus FLB. FBL. sunt æquales, & latus FB. commune, æqualia etiam [e] erunt latera FG. FL. & his FK. FI. FH. quare centro F. spatio FG. [f] si ducatur circulus, transibit per puncta H.I. K.L. existentia in lateribus pentagoni, [g] quę etiam tangent circulũ, cum sint super extremitate diametri ad rectos constitutæ. Q. E. F.

e 26. 1.

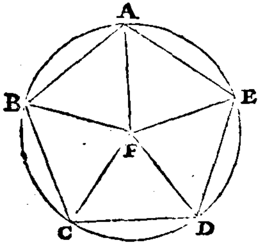
f 15. Def. 1.

g Corol. 16. 3.

## SCHOLIUM.

*Hinc duo sequuntur. 1. omnes angulos cujuscunque figuræ æquilateræ & æquiangulæ bifariam secari per lineas à puncto ductas in quo coeunt duæ rectæ proximos angulos bisecantes. 2. eadem methodo in quacunque figura æquilatera & æquiangula circulum describere.*

## PROPOSITIO XIV.




Pr. 14. *Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.*

a 9. 1. Angulos A. & E. [a] divido bifariam rectis AF. FE.
b 11. Ax. quæ alicubi [b] concurrent, puta in F. hinc ad reliquos angulos duco rectas FD. FC. FB. quas eos secare bifariam probatur ut in proxima propositione per prop. 26. 1. Ergo cum anguli totales ponantur æquales, æquales erunt
c 1. dimidii, & [c] consequenter æqua-
les

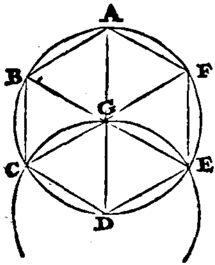
les F A. F B. hisque æquales omnes rectæ F C. F D. F E. Ergo centro F. spatio F A. descriptus circulus transibit per angulos pentagoni, nec ullum ejus latus [d] secabit, cum omnia cadant intra circulum. Q. E. F. d 2. 3.

## SCHOLIUM.

*Eodem prorsus modo circa quamlibet figuram æquilateram & æquiangulam circulus describetur.*

## PROPOSITIO XV.

Pr. 15.




*In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inſcribere.*

Sit diameter A D. centro D. ſpatio ſemidiametri D G. fiat circulus C G E. ſecans datum circulum in C. & E. per centrum G. ductis C F. E B. jungantur A B. B C. C D. &c. eritque inſcriptum hexagonum æquilaterum & æquiangulum.

Prob. Rectæ G C. G D. à centro G. & rectæ C D. D E. à centro D. ſunt æquales, ergo triangulum D G C. eſt æquilaterum. [a] Ergo & æquiangulum.

a 5 1. Hi

Hi tres anguli, [b] valent duos rectos: ergo quilibet eorum eſt pars tertia duorum rectorum. Similiterque angulus D G E. Ergo cum C G E. E G F. [c] valeant duos rectos. E G F. erit etiam pars tertia duorum rectorum. Sed illis [d] æquales ſunt anguli ad verticem. Ergo ſex anguli ad centrum G. ſunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ A B. B C. &c. quibus inſiſtunt [e] ſunt æquales. Eſt ergo hexagonum æquilaterum. Quod vero ſit æquiangulum patet, cum omnium angulorum medietates ſint oſtenſæ æquales & conſtare duabus tertiis duorum rectorum.

b 32. 1.
c 13. 1.
d 15. 1.
e 26. & 29. 3.

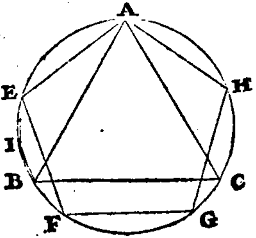
*Coroll. Hexagoni latus, æquale eſt ſemidiametro.*

## SCHOLIUM.

*Hinc facillime triangulum æquilaterum in circulo deſcribetur ductis rectis* A C. A E. C E.

PRO-

## *PROPOSITIO XVI.*




Pr. 16. *In dato circulo quindecagonum & æquilaterum & æquiangulum, describere.*

a 11. 4. [a] Inſcribe in dato circulo pentagonum æquilaterum AEFGH. & eidem ad pun-
b 2. 4. ctum A. [b] inſcribe triangulum æquilaterum ABC. hoc poſito cum tertiam partem citcumfe-
c 26. & 28. 3. rentiæ [c] ſubtendat AB. hoc eſt quinque quindenas, duo vero pentagoni latera, AE. EF. earundem quindecimarum ſubtendant

dant ſex. Si ab ipſis A E. E F. ſubtentibus ſex, ipſam A B. ſubtendentem quinque tollas, ſupererit B F. ſubtendens unam decimamquintam totius. Ergo ſi quatuordecim ei æquales in circulo [d] accommodentur, erit quindecagonum æquilaterum & æquiangulum [e] cum ſinguli anguli ſubtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni. Q. E. F.

d 1. 4.

e 27. 3.

## SCHOLIUM.

*Omnes propoſitiones hujus libri cum ſunt problemata ejuſdem valoris cenſeri poſſunt, quamvis à quibuſdam inter præcipuas numerantur. 5. & 15.*

EU-

# EVCLIDIS ELEMENTUM V.

Hujus Elementi quinti Vitruvius autorem prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonem comitatus eſt in Ægyptum.

## DEFINITIONES.

*Pars eſt magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum metitur majorem.*

Id eſt, quæ aliquoties ſumpta, majorem ipſam præciſè conſtituit: ſic unitas, eſt pars ternarii, quia ter ſumpta facit ternarium. Atque hæc eſt pars propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota*. Impropriè verò dicta pars, eſt *quæ aliquoties ſumpta, vel ſuum totum excedit, vel ab eo deficit:* ſic

ſic binarius numerus, eſt impropriè dicta pars ſeptenarii, quia ter ſumptus, deficit: quater autem ſumptus excedit: atque hæc pars dicitur *Aliquanta*. Imo Euclides libro 7. non vocat partem, ſed partes, & benè quia quatuor non eſt pars numeri ſex, ſed ejus duæ partes tertiæ. In genere ſic poſſet definiri. *Pars eſt minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita, metitur vel excedit ſuum totum.*

Similiter & ſi definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conveniat quantitati continuæ, quæ ſola propriè ſecundùm Philoſophum appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros ſuis quoque conſtitui partibus dubium ſit nemini, ſic forte commodius potuiſſet exprimi. *Pars eſt minor quantitas, quæ metitur majorem.* Ut ut ſit, in ſequentibus, partis nomine utar, cum in quantitate continua, tum in discreta; imò brevitatis gratiâ frequentius utar numeris, quorum tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est major quantitas, quam metitur minor.*

Multiplex nil aliud est quam eadem quantitas aliquoties repetita.

3. *Ratio est duarum quantitatum ejusdem generis, mutua quædam secundùm mensuram habitudo.*

Quod Euclidis dixit λόγος hoc Campanus vertit *Proportio*, melius alii *Ratio*. Sensus vero hic est, quando duæ quantitates ejus-

ejuſdem generis, ut duo numeri, duæ lineæ, duæ ſuperficies, duo ſolida (nec enim linea cum ſuperficie, aut linea alba cum ſonora, ut ſic, poſſent conferri, cum ſint diverſi generis) inter ſe comparantur; ſecundùm capacitatem hoc eſt exceſſum, defectum aut æqualitatem, appellatur hæc comparatio aut habitudo mutua Ratio. Obſervabis verò, requiri ſemper duas quantitates: nihil enim habet rationem ad ſeipſum, & decempeda ſolitariè conſiderata, nec major eſt, minor, aut æqualis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, ſecundùm quam una quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum exceſſu. Cùm autem in omni ratione duo ſint termini *Antecedens* & *Conſequens* qui ad invicem referuntur: Ille in nominativo efferri solet, hic in alio casu: exempli gratia linea sex palmorum est dupla lineæ trium: antecedens est linea sex palmorum; consequens, lineæ trium. Excessus antecedentis supra consequentem vel consequentis supra antecedentem dicitur *Differentia terminorum*. *Ratio Rationalis* est quæ est inter quantitates commensurabiles & numeris potest exprimi, ut ratio dupla, tripla, &c. *Ratio Irrationalis* est ea quæ est inter magnitudines quarum nulla est communis mensura quæ ullo numero possit exprimi: exempli gratia inter latus quadrati & ejus diametrum.

4. *Proportio est rationum similitudo.*

Græcè dicitur ἀναλογία, sensus verò hic est. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitarum dicitur ratio:

tio : Ita ſimilitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio. Ex gr. Cum ſimilis ſit ratio 12. ad 4. quæ 9. ad 3. ideo dico inter has quantitates eſſe proportionem, quia eſt ſimilitudo rationum.

Proportio divitur in *Arithmeticam*, *Geometricam*, *& Muſicam. Arithmetica eſt quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur*, ut hi numeri 4. 7. 10. eſt enim differentia 4. & 7. æqualis differentiæ 7. & 10. hæc proportio dicitur Arithmetica quia invenitur inter numeros in ordine ſuo naturali ſumptos puta 1. 2. 3. 4. 5. &c.

*Geometrica eſt ſimilitudo rationum inter tres, vel plures quantitates* ut inter numeros 2. 6. 18. eſt enim ratio 2. ad 6. ſimilis rationi 6. ad 18. nam utraque ratio eſt tripla. Hæcque


ſola

ſola eſt propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

*Proportio Muſica eſt quando tres magnitudines ita ordinantur ut eadem ſit ratio primæ ad tertiam, quæ differentiæ primæ & ſecundæ, ad differentiam ſecundæ & tertiæ,* ut 3. 4. 6. Sunt in proportione muſica, quia eadem eſt ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & ſecundi, quæ eſt 1. ad differentiam ſecundi & tertii, quæ eſt 2. dicitur vero harmonica, quia conſonantes facit ſonos, inter quos invenitur.

5. *Rationem habere inter ſe quantitates dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ ſeſe mutuo ſuperare.*

Quia ratio eſt duarum quantitatum ejuſdem generis mutua ſecundùm menſuram habitudo, propterea quantitates quæ ratio-

rationem habent inter ſe, debent eſſe tales ut ſe mutuo ſuperare poſſint: nam quantitas quæ metitur alteram, poteſt eam ſuperare hinc.

Colligitur 1. inter lineam & ſuperficiem, inter ſuperficiem & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam eſſe rationem, quia quantumuis horum unum multiplices, nunquam tamen aliud ſuperabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati eſſe rationem, quia ita poteſt multiplicari ut latus excedat diagonalem, ſed hæc ratio dicitur irrationalis quia non poteſt exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curuilinea & rectilinea eſſe rationem cum inter ea ſit æqualitas & inæqualitas: nam Hippocrates Chius Lunulam crescentem, & Archimedes Parabolam quadravit, & Proclus inter angulos rectilineos & curuilineos æqualitatem demonstravit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. *In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à secundæ & quartæ æquemultiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque vel unà deficiunt, vel unà æqualia sunt, vel unà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.*

A Signo ostendit Euclides quomodo possimus cognoscere utrũ quatuor quantitates sint in in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiam. 2°. Æquemultiplica ſecundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici ſecundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ; & vide, utrum quotieſcunque multiplex primæ deficit à multiplici ſecundæ, vel æqualis eſt, vel excedit, etiam multiplex tertiæ tunc deficiat à multiplici quartæ, vel æqualis ſit vel excedat: tunc enim ſi id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates eſſe in eadem ratione, ſi non fiat, nega eſſe.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 6 | 12 | 9 |
| 4 | 2 | 6 | 3 |
| A. | B. | C. | D. |

Exemplum: volo ſcire utrum hæ quantitates A. B. C. D. ſint in eadem

eadem ratione: 1°. æquemultiplico A. & C. puta per binarium. 2°. æquemultiplico B. & D. puta per ternarium, ut factum vides ſuperius. 3°. confero multiplicem primæ 8. cum multiplici ſecundæ 6. & multiplicem tertiæ 12. cum multiplici quartæ 9. & video non tantùm multiplicem ſecundæ deficere à multiplici primæ, ſed multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 12 | 18 | 18 |
| 4 | 2 | 6 | 3 |
| A | B | C | D. |

Deinde iterum ęquemultiplico A. & C. puta per ternarium: ſimiliter æquemultiplico B. & D. puta per ſenarium (eadem eſt ratio de quocunquę numero per quem æquemultiplices) tum video multiplicem primæ æqualem eſſe multiplici ſecundæ: & multiplitiplicem tertiæ multiplici quartæ.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 16 | 12 | 24 |
| 4 | 2 | 6 | 3 |
| A | B | C | D. |

Tertio æquemultiplico A. & C. puta per binarium, æquemultiplico etiam B. & D. puta per octonarium & adverto multiplicem primæ 8. deficere à multiplici secundæ 16. & multiplicem tertiæ 12. à multiplici quartæ 24. & quia qualitercunque æquemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primæ ad multiplicem secundæ, ut se habet multiplex tertiæ ad multiplicem quartæ, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt æquales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primam in eadem ratione esse ad secundam in qua est tertia ad quartam.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 15 | 24 | 25 |
| 4 | 3 | 6 | 5 |
| A | B | C | D. |

Alterum exemplum. Proponantur aliæ quatuor A B C D. 1°. æquemultiplico A. & C. puta per quaternarium. 2°. æquemultiplico B. & D. puta per quinarium. 3°. Video multiplicem primæ 16. ſuperare multiplicem ſecundæ 15. multiplicem verò tertiæ 24. ſuperari à multiplici quartæ 25. quare concludo duas quantitates non eſſe in eadem ratione, quia ſi eſſent in eadem ratione, quadruplum tertiæ ſuperaret quadruplum 4æ. Sicut quadruplum primæ, ſuperat quadruplum ſecundæ. Id enim fieri debet qualiſcunque ſit multiplicatio. Quare licet duplum primæ ſuperet duplum ſecundæ, & ſimiliter duplum tertiæ ſuperet duplum quar-

quartæ. Tamen non poteſt inde colligi quod ſint proportionales; quia ut ſint proportionales oportet ita fieri facta quavis multiplicatione.

## SCHOLIUM.

Hæc ſunt quæ ad verba & ſenſum Euclidis nunc occurrunt. Quod ad rem ipſam, nunquam judicavi definitionem illam poſſe inſervire tyronibus: cum tradatur per obſcurius. Sic itaque illam aliter enuncio. *Quatuor quantitates dicuntur eſſe proportionales, cum prima eodem modo continet ſecundam, vel continetur à ſecunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates eſſe proportionales, eſt primam ita ſe habere ad ſecundam, ſicut tertia ſe habet ad quartam: hoc autem aliud nihil eſt, quam primam ita eſſe majorem vel minorem ſecunda, sicut tertia major est vel minor quarta. Si autem res ita se habet, prima eodem modo continebit secundam, vel à secunda continebitur, quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, *cum prima eodem modo continet secundam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.*

Nota hanc definitionem convenire tum quantitatibus rationalibus, tum irrationalibus. Superest tantum explicandus ille modus continentiæ vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet secundam aut continetur à secunda toties exacte, quoties tertia continet quartam, aut continetur à quarta exacte, ita ut nulla pars supersit v. g. linea duorum pedum

toties

toties continet lineam unius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3. pedum. Similiterque linea unius pedis toties continetur in linea duorum pedum, quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secúndo, ille modus continentiæ vel contentionis dicitur idem cum prima ſecundam', & tertia quartam æque continet; & præterea eandem partem, vel eaſdem partes; vel cum prima, cum tali ſui parte aut talibus partibus continetur in ſecunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur in quarta. Ut linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem inſuper ejus partem, quoties lineam 6. pedum qualemve ejus partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum

& insuper trientem ipsius ternarii, sicut linea 20. pedum continet ter 6. & insuper trientem ipsius senarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales ejus partes, quoties lineam 10. pedum qualesve ejus partes continet linea 24. Rursus linea 3. pedum cum tali sui parte continetur in linea 10. pedum sicut linea 6. pedum cum tali sui parte continetur in linea 20. pedum. Similiter linea 5. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12. pedum, sicut linea 10. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

*7. Eandem autem habentem rationem quantitates, vocentur proportionales.*

Nam quæ habent eandem rationem, habent rationum similitermilitudinem seu proportionem. Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continue proportionales: secus autem dicuntur tantum proportionales ut 4. 2. 6. 3.

8. *Cum vero æquemultiplicium, multiplex primæ, excesserit multiplicem secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, majorem rationem habere dicetur, quam tertia, ad quartam.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16. | 15. | 24 | 25. |
| 4. | 3. | 6. | 5. |
| A | B | C | D. |

*SCHOLIUM.*

Vel potius ut in scholio ad definitionem 6. à contrario

 tunc

tunc prima ad ſecundam majorem rationem habet quam tertia ad quartam cum primum antecendens magis continet ſuum conſequens quam alterum antecendens ſuum conſequens, & contra.

*9. Proportio vero in tribus ad minimum terminis conſiſtit.*

Cum proportio ſit rationum ſimilitudo: ratio autem ſit duarum magnitudinum ejuſdem generis comparatio, duarum una dicitur antecedens, alia conſequens: in proportione, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo conſequentia: quia tamen medius terminus poteſt eſſe conſequens primæ & antecedens ſecundæ rationis, propterea proportio poteſt eſſe in tribus terminis, nimirum quæ continua eſt ut 16. 8. 4. quę vero non eſt continua.

tinua, poſtulat quator terminos ut 16. 4. 12. 3.

10. *Cum autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad ſecundam. At cum quatuor quantitates continue proportionales fuerint: prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad ſecundam: & ſemper deinceps uno amplius, quandiu proportio extiterit.*

Differunt ratio dupla & ratio duplicata, itemquem ratio tripla, & ratio triplicata, ut iſta oſtendunt exempla.

64. 16. 4. 1.
A. B. C. D.

Primum ſint quatuor quantitates A. B. C. D. continue proportionales, nulla ex ipſis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipſis una ratio duplicata & una triplicata: quia ratio primæ ad ſecundam erit inter primam & tertiam duplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad ſecundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id eſt quater quadrupla ſeu ſexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id eſt quater quater quadrupla, id eſt quater ſexdecupla, id eſt, ſexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates
1. 2. 4. 8.
quatuor E. F. G. H. continue proportionales, erit prima ſubdupla ſecundæ. Secunda tertiæ. Tertia quartæ: Erit tamen ratio primæ ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad ſecundam.

Erit item ratio primæ ad quartam, tripla rationis quam habet prima ad ſecundam, nec tamen erit prima dupla tertiæ, ſed ejus ſubquadrupla: nec prima eſt tripla quartæ, ſub ejus ſuboctupla.

Uno verbo diſcrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur eſſe ratio dupla niſi una præciſe bis alteram contineat: dicitur autem eſſe ratio duplicata, quamcunque habeant inæqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio quæ eſt inter primum & ſecundum terminum: & triplicata, ſi tertio eadem inſtituatur.

II. *Homologæ quantitates dicuntur eſſe antecedentes quidem antecedentibus, conſequentes vero conſequentibus.*

1. 4. 8. 32.

Si proportionales ſunt ABCD. & ut prima ad ſecundam, ita tertia

tertia ad quartam: homologæ dicenter prima & tertia inter se, secunda item & quarta inter se, quia easdem vices gerunt prima & tertia, & similiter secunda & quarta.

*Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius suis locis demonstrabuntur.*

12. ***Alterna ratio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.***

Quia Geometræ quinque diversas conclusiones colligunt ex una quatuor quantitatum proportione, propterea quinque modos illarum conclusionum nunc definit Euclides. Prima est alterna, hoc est permutata ratio, seu permutando quantitates & comparando ipsas antecedentes inter

inter se, & ipsas consequentes inter se.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

puta ex eo quod proportionales sunt A B C D. estque ut A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando ut A. ad C. ita B. ad D.

13. *Inversa ratio, est sumptio consequentis instar antecedentis ad antecedentem velut consequentem.*

Secunda species seu modus argumentandi dicitur inversa ratio, quando consequens instar antecedentis sumitur, invertendo scilicet terminos proportionis, & ad antecedens velut ad consequens comparatur. Nam quia est ut $\overset{9}{A}$. ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{C}$. Ergo

Ergo invertendo inferam ut $\overset{3}{\text{B}}$. ad $\overset{9}{\text{A}}$. ita $\overset{2}{\text{D}}$. ad $\overset{6}{\text{C}}$.

14. *Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente, velut unius ad ipſum conſequentem.*

Tertia ſpecies dicitur compoſitio rationis cum antecedens ſimul cum conſequente inſtar unius ſumitur, & ad conſequens comparatur. Sic, Quia eſt ut $\overset{9}{\text{A}}$. ad $\overset{3}{\text{B}}$. ita $\overset{6}{\text{C}}$. ad $\overset{2}{\text{C}}$. ergo componendo erit, ut $\overset{12}{\text{AB}}$. ad $\overset{3}{\text{B}}$. ita $\overset{8}{\text{CD}}$. ad $\overset{2}{\text{D}}$.

15. *Diviſio rationis eſt ſumptio exceſſus, quo conſequentem ſuperat antecedens,*

*dens, ad ipſum conſequentem.*

Hoc eſt comparatio differentiæ terminorum cum alterutro ipſorum.

Ut quia eſt ut $\overset{9}{\text{A}}$. ad $\overset{3}{\text{B}}$. ita $\overset{6}{\text{C}}$. ad $\overset{2}{\text{D}}$.
erit dividendo ut 6. ad 3. ita 4. ad 2.
vel ut 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. *Converſio rationis, eſt ſumptio antecedentis ad exceſſum, quo ſuperat antecedens ipſum conſequens.*

Hoc eſt, comparatio unius termini cum differentia terminorum.

ut quia eſt ut $\overset{9}{\text{A}}$. ad $\overset{3}{\text{B}}$. ita $\overset{6}{\text{C}}$. ad $\overset{2}{\text{D}}$.
Erit convertendo rationem.
ut 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel ut 3. ad 6. ita 2. ad 4.
Unde vides quod converſio eſt diviſionis inverſio.

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur in eadem ratione: cum ut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad ultimam se habeat.* Vel.

Sumptio extremorum, per subductionem mediorum. Ut si sint plures magitudines.

12    4
A B C

Et aliæ totidem.

6    2
D E F binæ & binæ in eadem ratione hoc est ut

12
A. ad

12 6
A. ad B. quidpiam. ita D. ad E. quidpiam, & ut B. ad C. ita. E. ad E. erit ex æquo ut in prioribus
12 4
A. ad ultimam C. ita in poste-
6 2
rioribus D. ad F. Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hîc non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet autem æqualitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum: hos duæ sequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio est, cum fuerit quemadmodum antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem: fuerit etiam ut consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.*

Dicitur ordinata proportio, qua duæ partes proportionis eundem servant suarum rationum ordinem.

| | | |
|---|---|---|
| 12 | 6 | 4 |
| A | B | C |
| 6 | 3 | 2 |
| D | E | F |

Exemplum, esto utrusque partis prima ratio est dupla, secunda ratio est sesquialtera. Concluditur quod ut est A. (12) ad C. (4) ita est D. (6) ad F. (2)

19. *Perturbata autem proportio est, cum tribus positis magnitudinibus, & aliis quæ sint his multitudine pares: ut in primis quidem magnitudinibus se habet antecedens*

*cedens ad consequentem: ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: ut autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quidpiam: sic in secundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.*

Hoc est, cum ut in primis, prima se habet ad secundam, ita in secundis secunda ad tertiam; & ut in primis secunda ad tertiam, ita in secundis, prima se habet ad secundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia una proportionis pars non servat ordinem rationum alterius partis. Exemplum esto.

| | | |
|---|---|---|
| 12 | 6 | 4 |
| A | B | C |
| 6 | 4 | 2 |
| D | E | F |
| | T | 3 |

In

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialteram.

In secunda parte sequitur,

Concluditur tamen perinde atque in proportione ordinata. Quod ut est

| | 12 | | 4 |
|---|---|---|---|
| | A | ad | C |
| Sic est | 6 | | 2 |
| | D | ad | F |

## Axioma ex Tacqueto.

*Datis tribus quantitatibus dabilis est quarta ad quam tertia talem rationem habet, qualem prima ad secundã, hoc est, quoties prima continet vel continetur à secunda, toties tertia continet vel continetur à quarta.*

## NOTA.

Cum perplurimæ hujus libri propositiones tamquam axiomata haberi possunt, subinde simpliciter nulla adhibitâ demonstratione declarabo.

Acutissimi Tacqueti Methodus laudanda, sed ne in totum videar discedere à Fournier ordinem propositionum prosequar.

*PRO-*

## PROPOSITIO I.

3. 1. 3. 1. *Si sint quotcunque* Th. 1.
A. E. C. F. *magnitudines quotcunque*
6. 2. *que magnitudinum æ-*
G. H. *qualium numero, singulæ singularum æquemultiplices; quam multiplex est unius una magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.*

Id est quia [a] æquemultiplices sunt A. ad E. & C. ad F. Si A. & C. jungantur in G. similiterque E.&F. in H, quam multiplex erit A. ipsius E. & C. ipsius F. tam multiplex erit G. ipsius H.

a Def. 2. 5.

Prob. Quia tam G. quam H. æquali numero partium continentium ac contentarum augentur.

## PROPOSITIO II.

Th. 2. 6 3 4 2 *Si prima* A. *secunda*
A. B. C. D. B. *æquè fuerit multi-*
9 6 15 10 *plex, atque tertia* C.
E. F. G. H. *quartæ* D. *fuerit autem & quinta* E. *secundæ* B. *æquè multiplex, atque sexta* F. *quartæ* D. *erit & composita prima cum quinta* E. nempe G. *secundæ* B. *æquemultiplex, atque tertia* C. *cum sexta* F. nempe H. *quartæ* D.

Prob. ex hypothesi secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis multiplicibus A. & C. nempe bis. Similiterque eadem secunda B. & quarta D. pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E. & F. nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiam pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. ut fiat G. similiterque F. & G. ut fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

*PRO-*

## RROPOSITIO III.

4 2 6 3 *Si sit prima* A. *secun-* *Th. 3.*
A B C D *dæ* B. *aquè multiplex*,
8 12 *atque tertia* C. *quartæ*
E F D. *sumantur autem æquemultiplices* E. *&* F. *primæ* A. *& tertiæ* C: *erit ex æquo sumptarum, utaque utriusque æquemultiplex, altera quidem* E. *secundæ*, B. *altera autem* F. *quartæ* D.

Prob. Ponuntur B. & D. æqualiter contineri in singulis A. & C. ergo æqualiter [a] continentur etiam in iisdem pari numero multiplicatis in E. & F. [a] *1. 5.*

*PRO-*

## PROPOSITIO IV.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | 2 | 6 | 3 |
| | A | B | C | D |
| | 8 | 6 | 12 | 9 |
| Th. 4. | E | F | G | H |

*Si prima* A. *ad secundam* B. *eandem habuerit rationem ac tertia ad quartam: etiam æquimultiplices primæ* E. *& tertiæ* G. *ad æquemultiplices secundæ* F. *& quartæ* H. *juxta quamvis multiplicationem eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, sumptæ fuerint.*

Posita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc poprositionem sic breviter perstringo.

Ratio patet præsertim ex scholio 6. def. utique idem est quatuor quantitates in eadem esse ratione & earum æquimultiplicia vel una deficere vel una excedere vel una ęqualia esse, quemadmodum idem est & vel conferre singulas B. & D. ad

D. ad ſingulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A.& C. pari inter ſe numero multiplicatas.

*Corollarium.*

Hinc etiam patet veritas rationis converſæ. Nam ſi A. eſt ita *majus* ipſo B. *ſicut* C. ipſo D. eſt evidens B. ita minus fore ipſo A. ſicut D. ipſo C. minus eſt. Nec minus foret evidens ſi A. & C. ſumpta eſſent æqualia, aut minora ipſis B. & D.

PRO-

## PROPOSITIO V.

Th. 4. E 4 F 2 *Si magnitudo* A.
C 8 D 4 *magnitudinis* B. *ita*
A 12 B 6 *multiplex fuerit : ut ablata* C. *ablata* D. *etiam reliqua* E. *reliqua* F. *ita multiplex erit, ut tota* A. *totius* B.

Patet. Sit enim A. duplum ipſius B. & pars ablata C. dupla ſimiliter partis ablatæ D. ergo ſi reſidua E. non eſt duplex reſiduæ F. omnes partes totius B. non continentur in omnibus partibus toties A. ſicut totum in toto. Eſt ergo reſidua reſiduæ ita multiplex, ut tota totius

## *PROPOSITIO VI.*

| | |
|---|---|
| G 2 H 3 | G 8 H 12 |
| E 10 F 15 | E 4 F 6 |
| A 12 B 18 | A 12 B 18 |
| C 2 D 3 | C 2 D 3 |

*Si duæ magnitudines A. & B. duarum magnitudinum C. & D. sint æquemultiplices: & detractæ quædam* EF. *sint earundem* CD. *æquemultiplices. Reliquæ* GH. *iisdem* CD. *aut æquales sunt aut æquemultiplices.* Th. 6.

Prob. C. & D. in totis A. & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis E. & F. æqualiter continentur ex hypothesi: [a] ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G. & H. Ergo reliquæ ejusdem, aut æquales sunt aut æquemultiplices. a 5. 5.

## PROPOSITIO VII.

Th. 7. A A *Æquales* A. *&* A.
12 B 12 *ad eandem* C. *eandem habent rationem : & eadem* C. *ad æquales* A. *&* A.
4

Purissimum est axioma & perclare patet ex scholio def. 3. collato cum axiom. 1. lib. 1. Scil. $\frac{A}{B.}$ ratio est æqualis est rationi $\frac{A}{B.}$

## PROPOSITIO VIII.

16 8 5 *Inæqualium magnitudi-* Th. 8.
A B C *nem* A. B. *major* A. *ad*
6 4 8 *eandem* C. *majorem rationem habet, quam minor* B: *Et eadem* C. *ad minorem* B. *majorem habet rationem, quam ad majorem* A.

Prob. 1ª pars. Si A. esset ęqualis B. vel si A. & B. æqualiter continerent C. eandem rationem haberent ª ad C. & C. eandem ad A. & B. per præcedentem: sed major ponitur A. hoc est pluries continere G. ergo per definitionem 8. A. majorem habet rationem ad C. Prob. 2. Et quia C. pluries continetur ab A. quam à B. minorem habebit ad A. rationem quam ad B. per 8. def.

a 6. Def. 5.

## *PROPOSITIO IX.*

Th. 9. A B C *Quæ* A. *&* B. *ad eandem*
15 15 4 C. *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB. *eadem* C. *eandem habet rationem, hæ quoque* AB. *æquales sunt inter se.*

Si enim dicas A. esse majus
a 8. 5. quam B. [a] ergo major erit ratio majoris A. ad eandem C. quàm minoris B. ad eandem C. Item major ratio ipsius C. ad B. quam ad A. quod est contra hypothesim.

PRO-

## PROPOSITIO X.

16 8 4 *Earum magnitudinum* Th. 10.
A B C A B. *quæ ad eandem* C.
*habent rationem : quæ* A. *rationem majorem habet, hæc major est : ad quam autem* B, *eadem* C, *majorem rationem habet, hæc* B. *minor est.*

Si enim B. esset æqualis aut major quam A. [a] haberent A. a 7. 5.
& B. eandem rationem ad C, vel
B. [b] haberet majorem, quod est b 1. 5.
contra hypothesim. Item si C. habet majorem rationem ad A. quam ad B. minor est A. quam B. vel utrumque, quod dixi, sequatur absurdum. Hæc convertit 8.

## PROPOSITIO XI.

Th. 11. A 9 E 6 C 12 *Quæ eidem*
B 6 F 4 D 8 *sunt eadem rationes, & inter se sunt eadem.*

Hæc propositio nulla videtur ex præmissis indigere explicatione: nimirum si AB. ratio sit æqualis rationi EF. eidemque EE. æqualis CD. erit quoque AB. ratio æqualis rationi CD. per 1. axioma lib. 1.

PRO-

## PROPOSITIO XII.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 6 | 3 |
| A | B | C | D |
| | 10 | 5 | |
| | E | F | |

*Si sint quotcunque magnitudines proportionales* A B C D *quemadmodum se habuerit una antecedentium* A. *ad unam consequentium* B. *ita omnes antecedentes* E. *ad omnes consequentes* F. Th. 12.

Quod prop. 1. de proportione multiplici demonstratur, hîc de omni proportione etiam irrationali ostenditur per eandem primam & defin. 6. si sumantur antecedentium & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia A. & B. æquali numero partium tam continentium quam contentarum augentur in E. & F. adeoque quoties A. vel C. continet B. vel D. toties continebit E. ipsum F.

## PROPOSITIO XIII.

Th. 13. A B C D E F *Si prima* A. *ad secundam* B. *eandem*
6 4 3 2 4 3
*habuerit rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *tertia verò ad quartam majorem habuerit rationem, quàm quinta* E. *ad sextam* F. *prima quoque* A. *ad secundam* B. *majorem rationem habebit quam quinta* E. *ad sextam* F.

Res per se ex 3. def. clara; utique ratio $\frac{C}{D}$ hoc est $\frac{A}{B.}$ ex hypot. major est ratione $\frac{E}{F.}$ Q.E.D.

PRO-

## PROPOSITIO VIX.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 8 | 12 | *Si prima A. ad se-* |
| 9 | 9 | 9 | 9 | *cundam B. eandem ha-* |
| 12 | 8 | 6 | 4 | *buerit rationem, quam* |
| A | B | C | D | *tertia C. ad quartam* |

*D. prima verò A. quam tertia C. major fuerit, erit & secunda B. major quam quarta D. Quod si prima A. fuerit æqualis tertia C. erit & secunda B. æqualis quarta D. Si verò minor, & minor erit.* Th. 14.

Sit A. major quam C. ergo [a] ratio A. ad B. hoc est C. ad D. major erit ratione C. ad B. adeoque per 10. hujus B. major erit D. idem concludam si A. æqualis fuerit vel minor quam C. Q. E. D. a 8. 5.

## *PROPOSITIO XV.*

Th. 15. C 25 D 35 *Partes* A&B. *cum*
A 5 B 7 *pariter multiplicibus* C & D. *in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuo reſpondent, ita ſumantur.*

SIt A. pars ipſius C. & B. ipſius D. continet C. toties A. quoties D. continet ipſam B. Quia ergo ut una antecedentium, A. ad unam conſequentium B. ita [a] omnes antecedentes C. ad omnes conſequentes D. Ergo ut C. ad D. ita A. ad B.

a 12. 5.

PRO-

## PROPOSITIO XVI.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A. | 8 | B | 10 | E | 4 |
| C. | 4 | D | 5 | F | 5 |

*Si quatuor magnitudines* ABCD. *proportionales fuerint & viciſsim proportionales erunt.* Th. 16.

HOc eſt, ſi ſit A. ad C. ſicut B. ad D. erit permutando vt A. ad B. ita C. ad D.

Prob. Supponamus enim A. continere C. bis, ſicut continet B. ipſum D. ſi dividamus A. & B. bifariam, erit E. æqualis C. & F. æqualis D. ſed ut E. ad F. ſic dupla A. ad B. per 12. Ergo ut dupla A. ad duplam B. ſic C. æqualis ipſi E. ad D. æqualem ipſi F. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XVII.

Th. 17.

| | | |
|---|---|---|
| C 12 | E 6 | |
| A 16 | B 8 | |
| D 4 | F 2 | |

*Si compositæ magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoque divisæ proportionales erunt.*

Hoc est A. compositum ex C. & D. ita B. ex E. & F. sitque ut A. 16. ad sui partem D. 4. ita B. 8. ad F. 2. erit & ut C. 12. ad D. 4. ita E. 6. ad F. 2.

Id probant Theon & alii per ęque multiplices. Dibualdus quod aliàs sequeretur partem esse æqualem toti. Breviter A. & B. ponuntur proportionales [a] ergo simili ratione continent partes D. & F. puta quater: ergo si eædem è suis singulis totis auferantur, similiter in residuis C. F. continebuntur: erit ergo ut C. ad D. ita E. ad F.

a 4. Def.

PRO-

## PROPOSITIO XVIII.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | C 12 | | E 6 | |
| A 16 | | B 8 | | |
| | D 4 | | F 2 | |

*Si divisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque compositæ proportionales erunt.* Th. 18.

Sit ut D. ad C. ita F. ad E. Erit & A. ad D. ut B. ad F.

Prob. Ex hypothesi partes C. E. simili ratione continent partes D. F. ergo si hæ illis addantur, tota A. B. adhuc simili ratione continebunt suas partes D. F.

### NOTA.

Hæc propositio & præcedens cujus est conversum, eodem jure inter axiomata quo 2.3.& axioma lib. 1. recenseri posset.

## PROPOSITIO XIX.

xb. 19. D 4 F 2 *Si quemadmodum* A 16 B 8 C 12 E 6 *totum* A. *ad totum* B. *ita ablatum* D. *se habuerit ad ablatum* F. *& reliquum* C. *ad reliquum* E. *ut totum* A. *ad* B. *se habebit.*

a 16. 5. Prob. A. B. D. F. ponuntur proportionales; erit [a] ergo
b 17. 5. ut B. ad F. ita A. ad D. Ergo [b] erit ut F. ad E. ita D. ad C. Ergo ut F. ad D. ita E. ad C. hoc est ut tota A. ad totam B. cum posita sit A. ad B. ut D. ad F.

Brevius quia aliter omnes partes essent majores omnibus partibus, quam totum toto. Idem fere cum quinta.

## PROPOSITIO XX.

12 9 6 *Si sint tres magnitudines*
A B C ABC. *&* *alia* DEF. Th. 20.
8 6 4 *ipsis æquales numero, quæ*
D E F *bina & in eadem ratione sumantur* (hoc est ut A. ad B. ita D. ad E. & ut B. ad C. ita E. ad F.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *major fuerit, erit & quarta* D. *quàm sexta* F. *major. Quod si prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

Prob. Sit major A. quam B. [a] ergo major erit ratio ipsius A. ad B. quam C. ad B. sed ratio A. ad B. æqualis est rationi D. ad E. ergo etiam D. ad E. ratio major est quam B. ad C. hoc est E. ad F. quare D. major erit F. per 10. 5. Haud secus concludam si A. ipsi C. æqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus, non de tribus tantum.

a 8. 5.

## PROPOSITIO XXI.

Th. 21.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 18 | 12 | 4 | |
| A | B | C | |
| 27 | 9 | 6 | |
| D | E | F | |

*Si sint tres magnitudines* ABC. *& ipsis æquales numero* DEF. *quæ bina & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio* (hoc est ut A. ad B. sic E. ad F. & ut B. ad C. sic D. ad E.) *Ex æquo autem prima* A. *quam tertia* C. *major fuerit: erit & quarta* D. *quam sexta* F. *major. Quod si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

Prob. Sit A. major quam C. ergo per 8. A. ad B. majorem rationem habebit quam C. ad B. sed ratio A. ad B. æqualis est rationi E. ad F. ergo etiam ratio E. ad F. major erit ratione B. ad C. hoc est D. ad E. adeoque per 10. 5. F. minor erit quam D. Idem ostendetur si A. minor vel æqualis fuerit D.

*PRO-*

## PROPOSITIO XXII.

12 9 6 8 6 4 *Si fuerint* Th. 22.
A B C D E F *quotcunque*
24 18 12 16 12 8 *magnitudines*
G H I L M N ABC. *& alia ipsis æquales numero* DEF. *quæ bina in eadem ratione sumantur* (hoc est ut A. ad B. ita D. ad E. & ut B. ad C. ita E. ad F.) *& ex æqualitate in eadem ratione erunt.* Hoc est erit A. ad C. sicut D. ad F.

Prob. Sumantur ipsarum ABC. æquemultiplicia GHL. & ipsarum DEF. æquemultiplica, LMN. cum simplicia sint in eadem ratione A. ad B. ut D. ad E. & B. ad C. ut E. ad F. a erunt eorum multiplicia G. ad H. & H. ad I. ut L. ad M. & M. ad. N. Ergo si quotvis magnitudines GHI. & aliæ totidem LMN. binæ sumantur in eadem ratione quarum b primæ ultimam in utroque ordine simul excedunt, æquantur, vel deficiunt, earum simplices erunt in eadem ratione, hoc est A. ad C. c ut D. ad F.

a 15. 5.
b 20. 5.
c 6. Def.

## PROPOSITIO XXIII.

Th. 23. 18 12 4 *Si fuerint tres magni-*
A B C *tudines* A B C. *aliaque*
27 9 6 *ipsis æquales numero*
D E F D E F. *quæ bina in ea-*
*tione sumantur, fuerit autem per-*
*bata eadem ratio* (hoc est sit A.
ad B. ut E. ad F. & ut B. ad C.
ita D. ad E.) *etiam ex æqualitate*
*in eadem ratione erunt* (hoc est ut
A. ad C. ita D. ad F.)

a 21. 5. Prob. [a] Si A. excedit C. æqua-
tur vel deficit; D. excedet F.
b 15. 5. æquabitur, vel deficiet. [b] Idem-
que fiet in æquemultiplicibus.
c 17. Def. Ergo ex [c] æqualitate in [d] eadem
d 6. Def. ratione est A. ad C. ita D.
ad F.

PRO-

## PROPOSITIO XXIV.

4 2 6 *Si prima* A. *ad secun-* *Th.* 24.
A B C *dam* B. *eandem habue-*
3 10 15 *rit rationem , quam*
D E F *tertia* C. *ad quartam*
14 21 D. *habuerit autem &*
G H *quinta* E. *ad secundam*
B. *eandem rationem quam sexta* F. *ad quartam* D. *Etiam* G. *composita prima cum quinta : ad secundam* B. *eandem habebit rationem, quam* H. *tertia cum sexta , ad quartam* D.

Prob. Ex hypothesi B. est talis pars singularum A. & E. qualis est D. singularum C. & F. Ergo ª erit quoque B. talis pars com- a 18. 5. positarum A. & E. in G. qualis est ipsarum C. & F. compositarum in H.

## PROPOSITIO XXV.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 4 | 9 | 3. |
| A | B | C | D. |
| E | 3. | F | 1. |

Th. 25. *Si quatuor magnitudines* ABCD. *proportionales fuerit: maxima* A. *& minima* D. *reliquis duabus* B C. *majores erunt.*

Nam si ab A. 12. demas C. 9. remanebit E. 3. item si à B. 4. auferas D. 3. remanebit F. 1. nunc quoniam est A. ad B. ita C. ad D. erit quoque dividendo A. ad B. ita E. 3. F. 1. sed A. major est C. ergo & E. major erit F. ergo A. composita ex C. & E. plus D. major erit quam B. composita ex C. & F. plus C. Q. E. D.

PRO-

## *PROPOSITIO XXVI.*

8 4 5 3 *Si prima* A. *ad se-* *Th. 26.*
A B C D *cundam* B. *habuerit majorem rationem quàm tertia* C. *ad quartam* D. *habebit convertendo, secunda* B. *ad primam* A. *minorem, quàm quarta* D. *ad tertiam* C.

Hæc & reliquæ octo propositiones, cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quàm indicando propositiones Euclidis in quibus virtute continentur.

Hanc vero propositionem 4. & 10. hujus elementi contineri, patet manifestè.

PRO-

## *PROPOSITIO XXVII.*

Th. 27. 8 4 5 3 *Si prima* A. *ad secun-*
A B C D *dam* B. *habuerit majorem rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habebit quoque vicißim prima* A. *ad tertiam* C. *majorem rationem, quam secunda* B. *ad quartam* D.

Continetur prop. 16.

## *PROPOSITIO XXVIII.*

Th. 28. 8 4 5 3 *Si prima* A. *ad secun-*
A B C D *dam* B. *habuerit ma-*
E 12 F 8 *jorem rationem, quam tertia* C. *ad quartam* D. *habebit quoque composita prima cum secunda* E. *ad secundam* B. *majorem rationem, quam composita tertia cum quarta* F. *ad quartam* D.

Continetur prop. 18.

PRO-

## PROPOSITIO XXIX.

8 4 5 3 *Si composita* E. *prima* *Th. 29.*
A B C D *cum secunda, ad secun-*
E 12 F 8 *dam* B. *majorem habuerit rationem quàm composita* F. *tertia cum quarta ad quartam* D. *habebit quoque dividendo, prima* A. *ad secundam* B. *majorem rationem quàm tertia* C. *ad quartam* D.

Continetur propositione 17.

## PROPOSITIO XXX.

8 4 5 3 *Si composita* E. *prima* *Th. 30.*
A B C D *cum secunda, ad secun-*
E 12 F 8 *dam* B. *habuerit majorem rationem, quam composita* F. *tertia cum quarta, ad quartam* D. *habebit per conversionem rationis, prima cum secunda* E. *ad primam* A. *minorem rationem, quam tertia cum quarta* F. *ad tertiam* C.

Continetur prop. 19.

PRO-

## PROPOSITIO XXXI.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 8 | 4. | 9 | 5 | 3. |
| A | B | C. | D | E | F. |

Th. 31. *Si sint tres magnitudines* A B C. *& aliæ ipsis æquales numero* DEF. *sitque major ratio prima priorum* A. *ad secundam* B. *quam prima posteriorum* D. *ad secundam* E. *Item secundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *major quam secundæ posteriorum* E. *ad tertiam* F. *erit quoque ex æqualitate major ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ posteriorum* D. *ad tertiam* F.

Continetut prop. 20. & 22.

PRO-

## PROPOSITIO XXXII.

| | | |
|---|---|---|
| 16 | 8 | 5 |
| A | B | C |
| 9 | 6 | 4 |
| D | E | F |

*Si sint tres magnitudines* A B C. *& aliæ ipsis æquales numero* D E F. *sitque major ratio primæ priorum* A. *ad secundam* B. *quam secunda posteriorum* E. *ad tertiam* F. *Item secundæ priorum* B. *ad tertiam* C. *quàm prima posteriorum* D. *ad secundam* E. *Erit quoque ex æqualitate major ratio primæ priorum* A. *ad tertiam* C. *quam primæ posteriorum* D. *ad tertiam* F. Th. 32.

Continetur prop. 21. & 23.

## PROPOSITIO.XXXIII.

| | |
|---|---|
| 12 | 6 |
| A | B |
| 4 | 3 |
| C | D |
| 8 | 3 |
| E | F |

*Si fuerit major ratio totius* A. *ad totum* B. *quam ablati* C. *ad ablatum* D. *erit & reliqui* E. *ad reliquum* F. *major ratio, quam totius* A. *ad totum* B. Th. 33.

Continetur propositione 18.

PROPOSITIO XXXIV.

12 8 4. 6 5 3 *Si sint quot-*
A B C. D E F *cunque magni-*
Tb. 34. *tudines* ABC. *& aliæ ipsis æquales numero* D E F. *sitque major ratio primæ priorum* A. *ad primam posteriorum* D. *quam secundæ* B. *ad secundam* E. *&* B. *ad eundem* E. *major, quam tertiæ* C. *ad tertiam* F. *& sic deinceps: habebunt omnes priores simul* ABC. *ad omnes posteriores simul* DEF. *majorem rationem quam omnes priores* B C. *relicta prima* A. *ad omnes posteriores,* EF. *relicta quoque prima* D. *minorem autem, quam prima priorum* A. *ad primam posteriorum* D. *majorem denique etiam quam ultima priorum* C. *ad ultimam posteriorum* F.

Hujus nullus usus & facilis demonstratio ex præcedentibus.

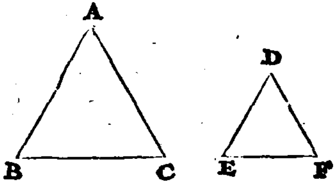
NOTA.

*Quidam inter celebriores numerant.* 15. 16. 17. 18.

EU-

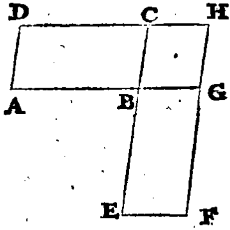
# EVCLIDIS ELEMENTUM VI.

## DEFINITIONES.



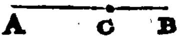

1. *Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales sunt, proportionalia.*

Duas conditiones requirit, 1. ut anguli sint æquales singuli singulis, ut hic A. & D. B. & E. C. & F. 2. ut latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc eſt ita ſe habeat B A. ad A C. ut E D. ad D F. quod ſi harum altera deſit, non dicentur ſimiles. Sic quadratum & altera parte longius non ſunt ſimiles figuræ.



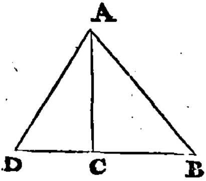

2. *Reciprocæ autem figuræ ſunt, cum in utraque figura, antecedentes & conſequentes rationum termini fuerint.*

Hoc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam ſi qua ratione AB. eſt ad BG. in in eadem ſit BE. ad BC. erunt reciprocæ figuræ, nam in utroque eſt antecedens & conſequens diverſarum rationum.




3. *Secundum extremam & mediam rationem, recta* AB. *secta esse dicitur, cum ut tota* AB. *ad majus segmentum* AC. *ita majus* AC. *ad minus* CB. *se habuerit.*

Ob miram ſui utilitatem, hæc proportio, divina communiter appellatur; aſt mirum quod 11. prop. lib. 2. hic inter definitiones annumeratur, niſi velis veritatem jam demonſtratam hic reſumi.




4. *Altitudo cujuſque figuræ, eſt lineæ perpendicularis* A D. *à vertice ad baſim deducta.*

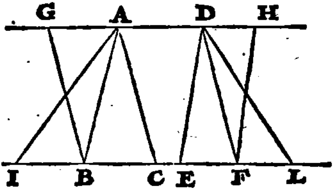
Cum ut ait Ptol. lib. de Anal. menſura cujuſque rei debeat eſſe ſtata, merito Euclides à perpendiculari altitudinem petit cujuſvis figuræ: ſola enim perpendicularis eſt ſtatæ & certæ longitudinis: hanc vero altitudinem lib. 1. vocavit eſſe in iiſdem parallelis.

*5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cùm rationum quantitates, inter ſe multiplicatæ, aliquam eſſerint rationem.*

Quod Euclides vocat quantitates rationum, ſolent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim eſt à quo petitur nomen proportionis; ſic 4. eſt denominator rationis quadruplæ: 3. triplæ. Ratio igitur eſt rationibus componi dicitur, quando harum denominatores ſeu quantitates rationum inter ſe multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur ſextupla, quæ eſt ratio ex rationibus: nam ſex componitur ex denominatore duplæ 3. Inter ſe enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis ſextuplæ compoſitæ.

## PROPOSITIO I.

Th. I.

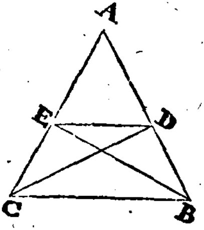



*Triangula* ABC. DEF. & *parallogramma* CG. DF. *quorum*
a Def.4. [a] *eadem fuerit altitudo* GH. BF. *ita ſe habent inter ſe, ut baſes* BC. EF.

Id eſt, eam inter ſe habent rationem quam baſes. Prob. Trian-
a Def.4. gula ejuſdem altitudinis [a] poſſunt
b 36. inter parallelas conſtitui: [b] tunc autem quæ æqualem habebunt baſim, erunt æqualia, quæ majorem majora, quæ minorem minora.
c 15. 5. Idemque [c] eſt de æquemultiplicibus. Ergo abſolutè triangula ſe habent ut baſes, ſimiliterque parallelogramma; cum ſint dupla
d 34. 1. [d] triangulorum.

PRO-

## PROPOSITIO II.



*Si ad trianguli* ABC. *latus unum* CB. *parallela ducatur* ED. *hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera* AC. AB. *Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta* D E. *per puncta sectionis ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus* C B. Th. 2.

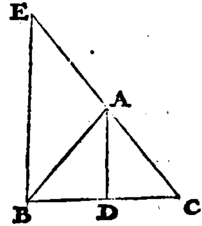
Prob. Ductis duabus rectis EB. DC. a erunt triangula EDC. EDB. super eandem basim ED. & inter easdem parallelas E D. C B. æqualia. b Ergo ut AED. ad ECD. ita A E. ad E C. c (sunt enim in eadem altitudine) & ut A D E. ad DBE. ita AD. ad DB. d ergo ut AE. ad EC. ita AD. ad DB. 2. Ponantur jam latera AC. AB. proportionaliter secta in E. & D. cum AED. ad DEC. eandem habeat rationem, quam ad EDB. (nam est ut AE. ad EC. sic AD. ad DB. cum triangula sint ejusdem altitudinis) e erunt DEC. E D B. æqualia, & quia sunt in eadem basi f erunt inter parallelas. Q. E. D.

a 37. 1.
b 1. 6.
c *Def.* 4.
d 7. 5.
e 9. 5.
f 39. 1.

PRO-

## PROPOSITIO III.

Th. 3.



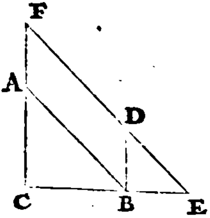

*Si trianguli* ABC. *angulus* A. *bifariam sectus sit: secans autem angulum recta* AD. *secet & basim* BC. *basis segmenta* BD. DC. *eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *& si basis segmenta* BD. DC. *eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera* BA. AC. *recta* AD. *quæ à vertice* A. *ad sectionem* D. *producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum* A.

a 31. 1. Prob. Ad punctum B. [a] agatur BE. ipsi DA. parallela,
b 17. & 29. 1. cui CA. producta [b] occurrat in
c 29. 1. E. tunc erit EBA. [c] æqualis alter-

alterno B A D. & E. externo D A C. ergo cum anguli B A D. C A D. æquales ponantur, erunt anguli E B A. & E. æquales, & rectæ B A. A F. [d] æquales. d 6. 1.
Ergo cum in triangulo E B C. rectæ D A. B E. parallelæ sint, ut E A. hoc est B A. ad A C. [e] ita B D. ad D C. Sit rursus e 3. 6.
ut B A. ad A C. sic B D. ad D C. ut autem B D. ad D C. ita [f] est E A. ad A C. [g] Ergo f 26.
ut B A. ad A C. ita E A. ad g 11. 5.
A C. [h] æquales ergo B A. E A. h 9. 5.
& [i] anguli A B E. & E. Cum i 5. 1.
ergo A B E. alterno B A D. æqualis sit & E. externo D A C. erunt anguli B A D. D A C. æquales.

## PROPOSITIO IV.

Th. 4.




*Æquiangulorum triangulorum* ACB. DBE. *proportionalia sunt latera* (hoc est ut AC. ad CB. ita DB. ad BE) *quæ circa æquales angulos* C. *&* B. *& homologa sunt latera* BA, ED. *quæ æqualibus angulis* C. *&* B. *subtenduntur.*

Prob. Sic in directum statue rectas CB. BE. ut angulus extern. DBE. interno C. sit æqualis: tunc DB. & AC. a erunt parallellæ: similiterque ED. BA. cum anguli E. & ABC. sint æquales. Et quia anguli ACB. ABC. hoc b est DEB. minores sunt c duobus rectis, si

a 28. 1. producantur ED CA. convenient d puta in F. e Eritque DA. parallelogrammum.

b 29. 1. Cum igitur in triangulo FCE. rectæ DB.

c 17. 1. FB. sint parallelæ, f erit ut ED. ad DF.

d *Ax.* 11. hoc est BA. ita EB. ad BC. Cumque BA. EF. sint item parallelæ, erit CB. ad BE.

e 34. 1. ut CA. ad AF. hoc est BD. & ut AB. ad

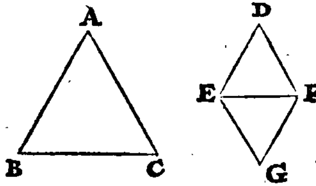
f 2. 6. BE. ita ED. hoc est AB. ad DE.

### SCHOLIUM.

*Quæ hinc vulgo colliguntur nota erunt demonstrata prop. 8. cum annexo scholio.*

PRO-

## PROPOSITIO V.




Th. 5.

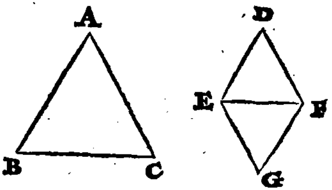
*Si duo triangula* ABC. DEF. *latera* AB. BC. *proportionalia ipsis* DE. EF. *habuerint, erunt æquiangula, eosdemque angulos,* DA. EB. FC. *habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.*

Prob. Super recta EF. ad punctum E. a ponatur angulus FEG. angulo B. æqualis & ad F. alius ipsi C. consequenter reliquus G. reliquo A. b æqualis, sicque fiant triangula ABC. EFG. æquiangula; ergo GE. erit ad EF. ut AB. ad BC. hoc est ex hypot: DE. ad EF. c quare GE. æqualis erit DE. Simili ratione GF. æqualis est DF. cumque latus EF. utrique triangulo commune est erunt triangula ABC & DEF. per. 8. 1. æquiangula &c. Q. E. D.

a 23. 1.
b 32. 1.
c 9. 5.

## PROPOSITIO VI.

Fi. 6.



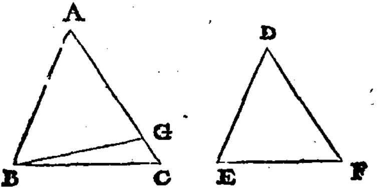

*Si duo triangula* ABC. DEF. *unum habeant æqualem angulum* A. *&* D. *& latera circa eum proportionalia* (ut BA. ad AC. ita ED. ad DF.) *erunt æquiangula, anguloſque habebunt æquales* E. B. C. F. *quibus homologa latera* BA. ED. AC. DF. *ſubtenduntur.*

Prob. Ad rectam EF. angulos FEG, EFG. fac æqua-

æquales ipſis B. C. erit & G. æqualis A. quia ergo æquiangula ſunt ABC. GEF. [a] erunt ut AB. ad AC. ita GE. ad GF. proportionalia: ſed ſunt etiam proportionalia AB. AC. & DE. DF. [b] ſunt ergo latera DE. DF. ipſis GE. GF. æqualia. Cumque baſis EF. ſit communis, triangula DEF. EFG. [c] æquiangula ſunt: [d] ergo etiam æquiangula ABC. DEF. Q. E. D.

a 4. 6.
b 11. & 9. 5.
c 8. 1.
d Ax. 1.

## PROPOSITIO VII.




Th. 7. *Si duo triangula* ABC. DEF. *unum angulum* A. *uni angulo* D. *æqualem, circum autem alteros angulos* B. E. *latera proportionalia habeant* (ut AB. ad BC. ita ED. ad EF.) *reliquorum vero* B. E. *simul utrumque, aut minorem aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos* ABC. DEF. *circũ quos sunt proportionalia latera.*

Prob. Sit enim C. & F. minor recto, tunc si anguli ABC. & E. non sunt æquales, sit ABC. major quam E. fiatque ipsi E. æqualis ABG. cum igitur angulus A. angulo D. ponatur æqualis [a] a 33. 1. erit

erit & reliquus AGB. reliquo F. æqualis, ideoque triangula ABG. DEF. æquiangula erunt. [b] Ergo ut AB. ad BG. ita erit DE. ad EF. sed ut DE. ad FE. ita ponitur AB. ad BC. adeoque [c] æquales BG. CB. & [d] anguli BCG. BGC. æquales. Cum igitur angulus C. sit recto minor erit & BGC. minor recto, & ei deinceps AGB. [e] major recto. Est autem ostensus angulus AGB. angulo F. æqualis; Major igitur est recto angulus F. qui minor ponebatur.

b 4. 6.

c 9. 5.

d 5. 1.

e 13. 1.

Jam sit angulus B. & E. recto non minor probabitur ut prius rectas BG. & BC. esse æquales, & [f] consequenter angulos BGC. BCG. esse æquales, & non minores duobus rectis, [g] quod absurdum. Non ergo inæquales sunt anguli ACB. & F. sed æquales, & consequenter reliqui anguli B. & E. [h] æquales, quod erat probandum.

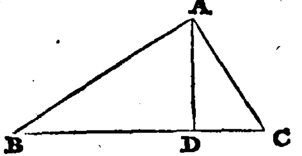
f 5. 1.

g 17. 1.

h 32. 1.

## PROPOSITIO VIII.

*Fi. 8.*



*Si in triangulo rectangulo* BAC. *ab angulo recto* A. *in basim* B C. *perpendicularis* A D. *ducta sit: quæ ad perpendicularem triangula* ADC. B D A. *tum toti triangulo* BAC. *tum ipsa* A D C. B D A. *inter se sunt similia.*

PRob. In triangulis A B C. D B A. anguli BAC. ADB. recti sunt & angulus B. com-
a 32. 1. munis: ergo [a] reliqui A C B. B A D. æquales: ergo triangula
b 1. Def. 4. 6. A B C. D B A. [b] similia. Non aliter ostendetur A B C. simile ADC. & A D C. triangulo BDA. Q.E.D.

*Coroll.* 1.

*Coroll.* 1. Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.

[c] Nam ut BD. ad DA. ita DA. ad DC. quod est rectam DA. esse mediam proportionalem inter basis partes BD. DC. c 4. 6.

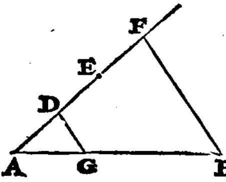
*Coroll.* 2. Hinc etiam patet utrumlibet laterum rectum ambientium, medium proportionale esse inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adjacet.

## SCHOLIUM.

*Omnes proportiones respectu laterum facillimo negotio conspici poterunt, modo literæ, quibus triangula insignita sunt, ordine æqualium angulorum disponantur & ab utraque parte similiter conferantur, unde etiam corollaria hinc desumpta patent.*

## PROPOSITIO IX.

Prob. 1.




*A data recta* AB. *imperatam partem* puta tertiam AG. auferre.

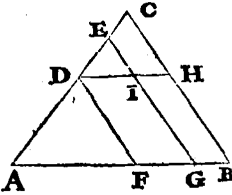
Prax. Ex A. *ducatur recta* AF. utcunque faciens angulum, & ex AF. sumatur quævis pars, puta AD. ac duæ aliæ addantur æquales DE. EF. jungatur FB. cui ex D. parallela fiat DG. eritque ablata AG. *pars tertia ipsius* AB.

Prob. In triangulo AFB. lateri BB. parallela est linea GD. [a] ergo erit ut FD. ad DA. ita BG. ad GA. & [b] componendo ut FA. ad DA. ita BA. ad GA. Est autem A D. pars tertia ipsius A F. Ergo AG. erit pars tertia ipsius AB. Q. E. F.

a 2. 6.

b 18. 5.

## PROPOSITIO X.




*Datam rectam insectam* AB. *similiter secare, ut data altera recta* AC. *secta fuerit* in D. & E. Prob. 2.

Prax. Jungantur datæ lineæ in A. connectantur recta BC. & ex D. & E. agantur DE. EG. ipsi CB. parallelæ, & factum est quod petitur.

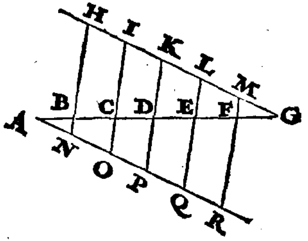
Prob. In triangulo ABC. ductæ sunt DF. EG. parallelæ lateri BC. [a] ergo ut AD. ad DE. ita AF. ad FG: Proportionales ergo sunt partes AF. FG. partibus AD. DE. Jam si ducatur DH. parallela ipsi AB. erit ut DE. ad EC. ita DI. ad IH. [b] hoc est FG. ad GB. quare proportionales sunt partes FG. GB. partibus DE. EC. Q.E.D.

a 2. 6.

b 34. 1.

SCHO-

## SCHOLIUM.

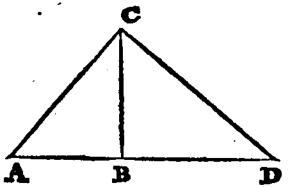



*Ex hac & præcedente propositione facile constat lineam quavis apertura circini in quotvis partes dividere, cujus demonstrationem & praxin apposita figura exhibet.*

PRO-

## PROPOSITIO XI.

*Prob. 3.*



*Datis duabus rectis* AB. BC. *tertiam proportionalem invenire.*

Praxis. Duabus datis fac angulum ABC. rectum, item ad AC. angulum rectum ACD. per rectam CD. occurrentem protractæ AB. in D. & factum est quod petitur per coroll. 8. cum BC. sit media proportionalis.

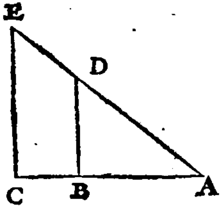
## NOTA.

Idem demonstratur, ut in sequente, per lineas parallelas; sumendo tertiam alterutri æqualem.

PRO-

## PROPOSITIO XII.

Prob. 4.




*Tribus datis rectis* AB. BC. AD. *quartam proportionalem* DE. *invenire.*

Prax. Ex datis, duas AB. BC. in directum colloca, ex reliqua AD. & totali AC. fac angulum DAC. junge recta BD. & fac ipsi parallelam CE. quarta DE. proportionalis erit.

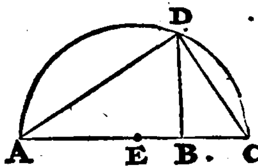
Prob. CE. BD. sunt paralle-
a 2. 6. læ: [a] ergo ut se habet AB. ad BC. ita AD. ad DF. Ergo DE. quarta est proportionalis.

## NOTA.

Idem constat ex 35. prop. lib. 3.

PRO-

## PROPOSITIO XIII.




*Datis duabus rectis* AB. BC. *mediã proportionalem* BD. *invenire.* Pr. 5.

Prax. Colloca in directum AB. B C. super AC. duc semicirculum A D C. In B. excita perpendicularem B D. ad peripheriam semicirculi, illa erit quæsita.

Prob. Ductis rectis AD. CD. [a] erit angulus A D C. in semicirculo rectus, & à vertice D. ad basim A C. ducta perpendicularis D B. facit [b] duo triangula æquiangula: [c] ergo proportionalia: ergo ut AB. ad BD. ita BD. ad B C. est ergo BD. media proportionalis inter AB. BC. Q.E.D.

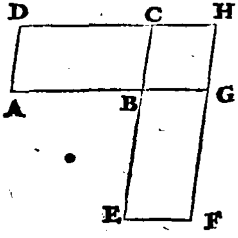
a 31. 3.
b 8. 6.
c 4. 6.

Corollarium.

*Hinc quævis recta à circumferentia ad diametrum perpendicularis ducta, media proportionalis est inter diametri segmenta.*

## PROPOSITIO XIV.

Th. 9.



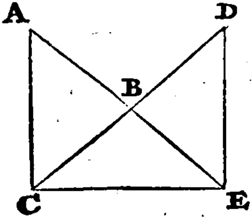

*Æqualium* A C. B F. *& unum* ABC. *uni* EBG. *aqualem habentiū angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera* A B. B G. E B. B C. *quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum, unum angulum uni angulo, æqualem habentiū, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.*

Prob. Jungantur parallelogramma ad angulum æqualem B. ita ut A B. & B G. jaceant in directum a jace-
a 14. & 15. 1. bunt & reliquæ E B. B C. perficiatur parallelogrammū BH. ergo ut FB ad BH ita
b 7. 5. b erit BD. ad BH. sed ut FB. ad BH. ita c est
c 1. 6. EB. ad BC. & ut DB. ad BH ita AB. ad BG.
d 11. 5. igitur ut E B. ad BC. d ita est AB. ad BG.

Prob. 2. pars. Ex hypoth. EB. ad B C.
e 1. 6. est ut AB. ad B G. ergo e E G. ad BH. est
f 9. 5. ut DB. ad B H. f ergo parallelogramma æqualia sunt. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XV.

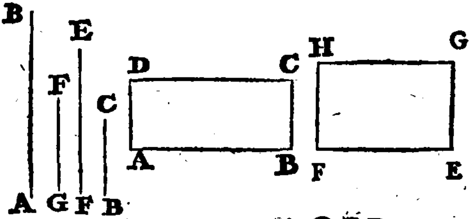



*Æqualium* ABC. DBE. *& unum* B. *uni* B. *æqualem habentium angulum, triangulorum reciproca sunt latera* ut AB. ad BE. ita DB. ad BC. *quæ circum æquales angulos* B. *& quorum triangulorum, unum angulum uni æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.* Th. 10.

Prob. Sic junge triangula ad angulum æqualem B. ut AB. BE. jaceant in directum, ducta CE. a erit ut ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. sed ut ABC. ad BCE. ita b AB. ad BE. & ut DBE. ad BCE. ita BD. ad BC. Similiter demonstratur ABC. DBE. esse æqualia, si sit ut AB. ad BE. ita DB. ad BC. Nam cum ponatur ut AB. ad BE. ita DB. ad BC. & ut AB. ad BE. ita triangulum ABC. ad BCE. & ut DB. ad BC. ita DBE. ad BCE. erit ut ABC. ad BCE. ita DBE. ad BCE. ergo triangula ABC. DBE. c sunt æqualia. Q.E.D.

a 7. 5.
b 1. 6.
c 9. 5.

## PROPOSITIO XVI.



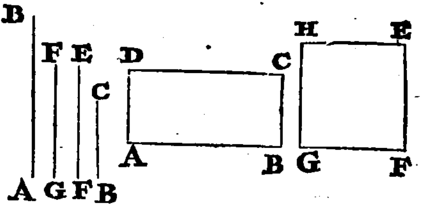

Th. 11. *Si quatuor rectæ* A.G.F.B. *proportionales fuerint: quod sub extremis* AB. BC. *comprehenditur rectangulum* AC. *æquale est ei, quod sub mediis* EF. FG. *comprehenditur rectangulo* FG. *Et si sub extremis* AB. BC. *comprehensum rectangulum* AC. *æquale fuerit ei quod sub mediis* GF. FE. *continetur rectangulo* FG. *illa quatuor rectæ proportionales sunt.*

Prob. 1. Anguli recti B. & E. sunt æquales, & ut se habet AB. ad EG. ita EF. ad BC. ergo latera circa æquales
a 14. 6. angulos B. & E. sunt reciproca, a ergo parallelogramma AC. FG. sunt æqualia.

Prob 2. Æqualia sunt rectangula AC. FG. & habent angulos æquales, nempe
b 14. 6. rectos B. & E. ergo b latera circa hos angulos reciproca erunt etiam b proportionalia. Q. E. D.

PRO-

## PROPOSITIO XVII.




*Si tres rectæ* A F B. *sint proportionales: quod sub extremis* A B. B C. *comprehenditur rectangulum* A C. *æquale est ei, quod à media* F. *describitur quadrato* E G. *Et si sub extremis* A B. A C. *comprehensum rectangulum* A C. *æquale sit ei quod à media* F. *describitur quadrato* E G. *illæ tres rectæ proportionales erunt.* Th. 12.

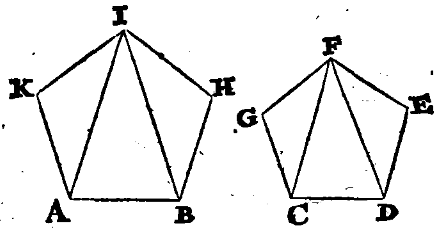
Prob. 1. pars. Sume rectam G F. æqualem ipsi F E. erunt quatuor rectæ A G. F B. proportionales, eritque quadratum E G. comprehensum sub mediis F G. E F. a ergo rectangulum A C. æquale erit quadrato G E.

Prob. 2. Quadratum F G. mediæ E F. (vocemus parallelogrammum) rectangulo A C. sub extremis A B. B C. æquale ponitur, & habent angulos æquales: ergo latera ut proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca adeoque proportionalia. a 16. 6.

NOTA.

*Ex hac & præcedenti, cujus quasi repetitio est, infertur fundamentum regulæ vulgò dictæ de Tri, &c.*

## PROPOSITIO XVIII.



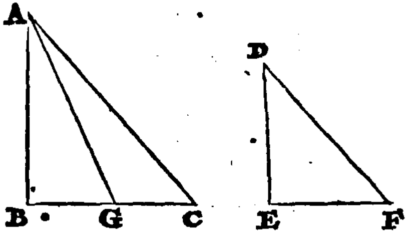

Prob. 6. *Super data recta* AB. *dato rectilineo* CDEFG. *simile, similiterque positum rectilineum* ABHIK. *describere.*

Datum rectilineum resolve in triangula, ductis rectis puta CF. DF. Ad punctum
a 32. 1. A. [a] fiat angulus IAB. æqualis ipsi FCD. & ipsi FDC.
b 32. 1. æqualis IBA. & [b] consequenter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triangula FCD. IAB.
c 4. 6. & similia [c] & ut CF. ad AI. ita CD. ad AB. Ad rectam AI. fac simi-

ſimiliter triangulum IKA. æquiangulum triangulo FGC. & quia anguli BAI. IAK. æquales ſunt angulis DCF. FCG. totales KAB. GCD. æquales erunt, & latera proportionalia. Idemque repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo jacent abſolvantur, ſicque totum rectilineum toti rectilineo [d] ſimile erit, & ſuper datam AB. ſimiliter deſcriptum. Q. E. F.

[d] 1. Def.

## PROPOSITIO XIX.




Th. 13. *Similia triangula* ABC. DEF. *inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

Quando triangula sunt æqualia, hoc est quando B C. E F. nec non tertia proportionalis B G. sunt æquales, res est manifesta.

Quando vero latera B C. E F. sunt inæqualia, demonstratur, hoc modo. Sit B C. latus, latere E F. majus, & ex B C.

a 11. 6. abscindatur [a] rectis B C. E F. tertià proportionalis B G. ducaturque recta A G. Quia igitur angu-

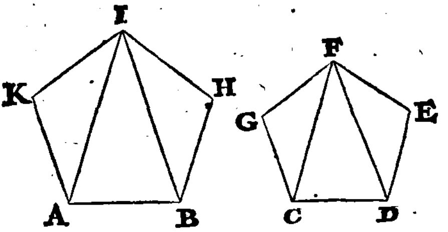
angulus B. est æqualis E. & propter similitudinem triangulorum, ut A B. ad B C. ita D E. ad E F. & permutando ut A B. ad D E. ita B C. ad E F. hoc est E F. ad B G. erunt circa angulos æquales B. E. latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangula A B G. D E F. erunt æqualia; & per 7. quinti ut triangulum A B C. ad A B G. ita erit idem triangulum A B C. ad D E F. ut autem A B C. ad A B G. ita est per 1. hujus B C. ad B G. Ergo A B C. ad DEF. erit ut B C. ad B G. hoc est in duplicata ratione per 10. def. 5. Q. E. D.

## Corollarium.

*Si tres lineæ fuerint proportionales, ut prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulum super secundam.*

PRO-

## PROPOSITIO XX.




Th. 14. *Similia poligona in similia triangula dividuntur, & numero aqualia, & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.*

Sint polygona similia ABHIK. CDEFG. habentia angulos æquales K. G. Itemque I. F. & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, puta ut AB. ad BH. ita CD. ad DE. &c.

Dico 1. illa dividi in triangula similia & numero æqualia. Prob. ab angulis I. & F. duc rectas ad angulos oppositos A B. C D. divisa erunt illa polygona in triangula numero æqualia: quod etiam similia sunt.

Prob. Anguli K. & G. sunt æquales, &
a 6. 6. circa ipsos latera sunt proportionalia. a ergo æquiangula sunt triangula IKA. FGC. ergo similia. Eadem ratione erunt similia triangula IHB. FED. dein ut IB. ad BH. ita FD. ad DE. ut autem HB. ad BA. ita
b 22. 5. ED. ponitur ad DC. b erit ex æquo ut IB. ad BA.

ad BA. ita FD. ad DC. & quoniam angulus HBA. ipsi EDC. est æqualis, & ablatus HBI. ablato EDF. erunt reliqui IBA. FDC. æquales. c Ergo triangula IBA. FDC. æquiangula erunt & similia, eademque ratio de omnibus. c. 6. 6.

Dico 2. quod sicut unum triangulum ad triangulum sibi respondens alterius polygoni: ita esse polygona tota inter se.

Prob. Quia omnia triangula sunt similia, singula singulis: d ergo sunt in duplicata ratione laterum homologorum; cumque singula singulis probata sint proportionalia, sicut in triangulo unius sint omnia antecedentia, in alio consequentia proportionum, e ut unum antecedens est ad unum consequens ita omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est ergo polygonum ad polygonum ut triangulum ad triangulum: ergo ea triangula sunt totis homologa, & quia triangula sunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB. CD. Q. E. D.

d 19. 6.

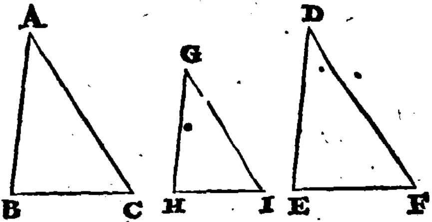
e 12. 5.

## Corollarium.

*Hinc si fuerint tres rectæ proportionales, ut est prima ad tertiam ita polygonum super primam descriptum ad polygonum super secundam simile similiterque descriptum, vel etiam polygonum super tertiam simile similiterque descriptum.*

PRO-

## PROPOSITIO XXI.

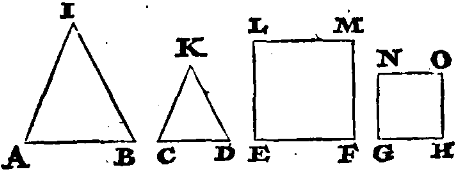



Th. 15. *Quæ eidem rectilineo* GHI. *sunt similia* ABC. DEF. *& inter se sunt similia.*

Prob. Anguli A. & D. ponuntur æquales uni G. ergo & inter ſe, eodemque modo ſinguli ſingulis: a 11. 5. [a] latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus ejuſdem tertii ſunt proportionalia: ergo cum *ha*beant angulos æquales & latera circa eos proportionalia, b 1. Def. 6. [b] ſunt ſimilia. Q. E. D.

*PRO-*

## PROPOSITIO XXII.

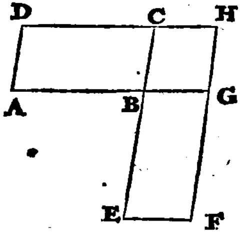



*Si quatuor recta* AB. CD. EF. GH. *proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta* ABI. CDC. & MF. NH. *proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsa recta proportionales erunt.* Tb. 16.

Prob. Triangulum ABI. est ad triangulum CDK. in duplicata a ratione lateris AB. ad CD. similiter EM. ad GO. ut EF. ad GH. adeoque erit ABI. ad CDK. ut EM. ad GO. Q.E.D. Jam vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectæ super quas positæ sunt, proportionales erunt: nam ratio unius figuræ ad alteram b est rectæ ad rectam duplicata: c ergo ratio laterum eadem erit, nempe ut AB. ad CD. ita EF. ad GH. ergo illarum latera proportionalia erunt. Q.E.D.

a 19.6.
b 19. & 20. 6.
c 7. 5.

## PROPOSITIO XXIII.



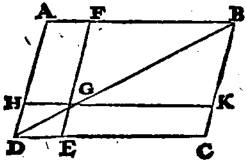

Th. 17. *Æquiangula parallelogramma* A C. B F. *inter se rationem habent eam, qua ex lateribus componitur* A B. *ad* B G. *&* E B. *ad* B C.

Sint parallelogramma AC. BF. habentia angulos ad B. æquales, & ita disposita ut apposita figura resultet. Nunc ratio A C. ad B F. æqualis est rationi [a]. A C. ad B H. una cum ratione B H. ad B F. itidem æqualis rationi [b]. AB. ad BG. cum ratione CB. ad BE. Q. E. D.

a 20. Def. 5.

b 1. 6.

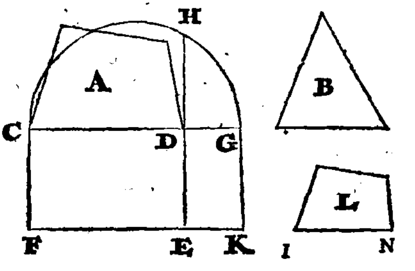
## PROPOSITIO XXIV.




*In omni parallelogrammo* A C. *quæ circa diametrum* D B. *ſunt parallelogramma* FK. HE. *& toti* A C. *& inter ſe ſunt ſimilia.* *Th. 18.*

Parallelogramma H E. F K. cum toto angulum communem habentia reliquoſque per 29. 1. æquales ut BAD. GHD. BFG. ipſis B C D. GED. B K G. æquiangula erunt, adeoque latera per 4. 6. proportionalia, conſtituunt parallelogramma cum toto & inter ſe ſimilia. Q. E. D.

## PROPOSITIO XXV.

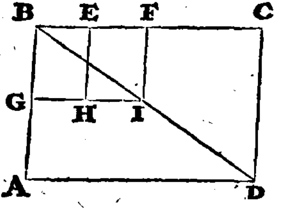



Prob. 7. *Dato rectilineo* A. *simile, similiterque positum, & alteri dato* B. *æquale* L. *constituere.*

Prax. Ad dati rectilinei A. latus CD.
a 45. 1. a fiat rectangulum CE. æquale ipsi
A. Producatur CD. versus G. super
DE. in angulo EDG. fiat rectangulum
b 44. 1. DK. b æquale ipsi B. c fiat inter CD. DG.
c 13. 6. media proportionalis DH. equalis ipsi IN.
d 18. 6. super quam fiat d rectilineũ L. simile ipsi
A. similiterque positum, eritque rectilineum
e Ux conft. neum L. æquale dato B. & simile ipsi A.
Prob. Rectæ CD. DH seu IN. DG. e sunt
f 19. & 20. 6. proportionales: f ergo erit ut prima CD.
ad tertiam DG. ita rectilineum super
primam, id est A. ad rectilineum super
g 1. 6. secundam, id est L. sed ut CD. ad DG. g ita
parallelogrammum CE. hoc est A. ad
h 12. 5. DK. hoc est B. h ergo erit ut A. ad B. ita
i 9. 5. A. ad L. i ideoque rectilinea B. & L.
erunt æqualia. Q. E. D.

PRO-

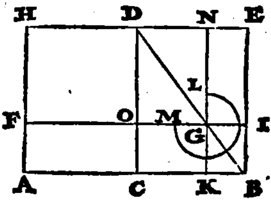
## PROPOSITIO XXVI.




*Si à parallelogrammo* BD. *parallelogrammum* FG. *ablatum sit, & simile toti, & similiter positum: communem cum eo habens angulum* FBG. *circa eandem cum toto diametrum* B D. *consistet.* Th. 19.

Si neges: transeat alibi diameter puta per H. à quo puncto ducatur ex H. recta H E. parallela BG. tunc parallelogramma BD. BH. circa eandem diametrum BHD. a erunt similia: b quare erit ut BA. ad AD. ita BG. ad GH. Sed ut BA. ad AD. ita BG. ad GI. unde per 9. 5. GH. æqualis GI. pars toti. Q. E. A. a 24. 6.

## PROPOSITIO XXVII.




※. 20. *Omnium parallelogrammorum ſecundum eandem rectam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis ſimilibus, ſimiliterque poſitis, ei quod à dimidia deſcribitur; maximum eſt id quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum ſimile exiſtens defectui.*

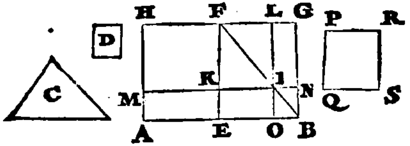
SUPER AC. ſemiſſem totius AB. applicatum ſit parallelogrammum AD. ita ut à toto AE. deficiat parallelogrammo CE. quod eſt æquale & ſimile ipſi AD. Deinde ad quodvis aliud ſegmentum AK. ſit applicatum

catum aliud parallelogrammum A G. ita deficiens, ut defectus sit parallelogrammum K I. simile ipsi C E. hoc est circa communem diametrum B G D. Dico A G. minus esse parallelogrammo A D. Probatur.

1. Parallelogramma A D. C E. F D. O E. sunt [a] æqualia ut & [b] C G. G E. adeoque addito communi K I. erit C I. hoc est A O. æquale ipsi K E. addito communi C G. erit A G. æqualis gnomoni L G M. minor parall. C E. hoc est A D. parall. Q. E. D.

a 36. 1.
b 43. 1.

## PROPOSITIO XXVIII.



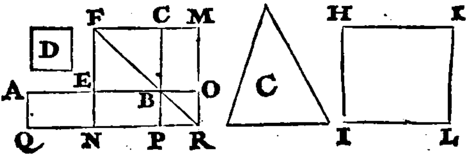

Prob. 8. *Ad datam rectam* AB. *dato rectilineo* C. *æquale parallelogrammum* AI. *applicare: deficiens figura parallelogramma* ON. *quæ similis sit alteri parallelogrammo dato* D. *Oportet autem datum rectilineum* C. *cui æquale applicandum est* A I. *non majus esse eo, quod ad dimidiam* A E. *applicatur, cum similes fuerint defectus, & ejus quod ad dimidiam applicatur, & ejus cui simile deesse debet.*

Rectam A B. ut prius biseca in E. super mediam E B. fac parallelogrammum E G. simile ipsi D. similiterque positum: & comple parallelogrammum B H. Si E H. ipsi C. est æquale, factum est quod petitur: nam est applicatum ad A B. & deficit parallelogrammo E G. simili ipsi D. Si EH. & ipsi

& ipsi æquale b E G. sit majus quam C. b 36. 1.
( nam minus esse non debet, cum E H.
sit c maximum eorum quæ applicari c 27. 6.
possunt ad A B.) si inquam sit majus, d 45. 1.
d reperta quantitate excessus, e fac pa- *aut arte*
callelogrammum Q R æquale excess- *quacun-*
sui, & simile similiterque positum ipsi *que.*
D. & parallelogrammo Q R. aliud æ- e 25. 6.
quale similiter positum K L. f quod f 44. 1.
erit circa diametrum, sicque remanebit gnomon L I K. æquale rectilineo C. Jam productis L I. K I. erit parallelogrammum A I. ad rectam A B. applicatum & deficiens parallelogrammo O N. g simili ipsi E G. hoc est ipsi D. g 24. 6.
Quod autem A I. sit æquale ipsi C. sic probo. Complementa L N. K O.
h sunt æqualia, ergo addito communi g 43. 1.
N O. erit O G. æquale ipsi E N. hoc est A K. Ergo si æqualibus A K. O G. addas commune K O. erit A I. æquale gnomoni L I K. hoc est rectilineo C. Q. E. F.

PRO-

## PROPOSITIO XXIX.




*Prob. 9.* *Ad datam rectam* AB. *dato rectilineo* C. *æquale parallelogrammum applicare, excedens rectam datam* AB. *figura parallelogramma* PO. *quæ sit similis dato alteri parallelogrammo* D.

a 18.6. Super rectam EB. mediam datæ AB. [a] fiat parallelogrammum EC. simile ipsi D. similiterque positum: tum rectilineo C. & parallelogrammo
b 25.6. EC. fiat [b] æquale aliud parallelogrammum IK. cui æquale est NM. simile ipsi D. Completis parallelogrammis QE. NB. PO.

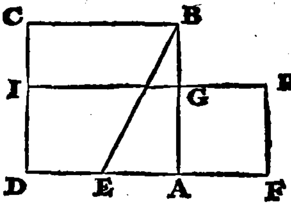
PO. erit AR. quæſitum. Etenim NM. eſt poſitum æquale ipſis EC. & C, ablato communi EC. gnomon ERC. ipſi C. erit æqualis. Et quia æqualia [c] ſunt QE. NB. & æqualia [d] NB. BM. ſi loco ipſius BM. ſubſtituatur æquale QE. erit parallelogrammum AR. æquale gnomoni ERC. ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB. applicatum eſt parallelogrammum AR. æquale dato rectilineo C. excedens rectam AB. figura parallelogramma PO. quæ ſimilis eſt dato parallelogrammo D. cum ſit circa eandem diametrum cum ipſo EC. quod poſitum eſt ſimile ipſi D. Q.E.F.

c 36.1.

d 43.1.

PRO-

## PROPOSITIO XXX.

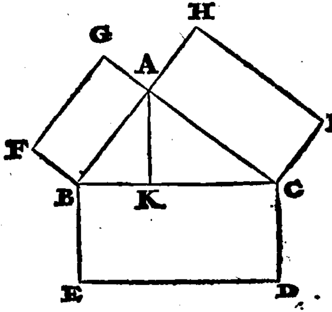



Pr. 10. *Propositam rectam terminatam* AB. *extrema ac media ratione secare in* G.

a 11.2. [a] DIVIDATUR AB. in G. ita ut rectangulum CG. sub tota AB. & segmento BG. sit æquale quadrato AH. alterius
b 17.6. segmenti AG. tunc enim tres rectæ proportionales [b] erunt; & erit ut tota AB. ad AG. ita
c 3.Def. AG. ad GB. Ergo AB. secta est in G. [c] secundum extremam, & mediam rationem. Q.E.F.

PRO-

## PROPOSITIO XXXI.

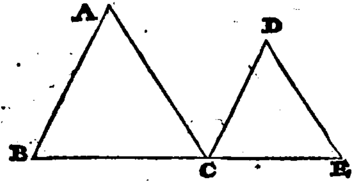



*In triangulo rectangulo* ABC. *figura quavis* BD. *descripta à* BC. *subtendente rectum angulum* BAC. *aqualis est figuris* FA. AI. *qua priori illi similes & similiter posita, à lateribus* BA. CA. *rectum angulum continentibus, describuntur.* Th. 26.

POLYGONÆ figuræ FA. AI. BD. ponuntur similes a ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorundem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA. AC. b habeant rationem æqualitatis cum tertio BC. habebunt & polygona FA. AI. rationem æqualitatis cum tertio BD. c ergo eidem erunt æqualia. Q.E.D.

a 20. 6.
b 47. 1.
c 9. 5.

## PROPOSITIO XXXII.




Th. 21. *Si duo triangula* ABC. DCE. *quæ duo latera* AB. AC. *duobus lateribus* DC. DE. *proportionalia habeant, secundum unum angulum* ACD. *composita fuerint, ita ut homologa eorum latera* AB. DC. AC. DE. *ſint etiam parellela, tum reliqua illorum triangulorum latera* BC. CE. *in rectam lineam* BE. *collocata reperientur.*

PROB. Latera homologa AB. DC. AC. DE. ponuntur
a 29.1. parallela, [a] ergo anguli alterni A. & ACD. ſunt æquales & D. eidem ACD. ergo A. & D. æqua-

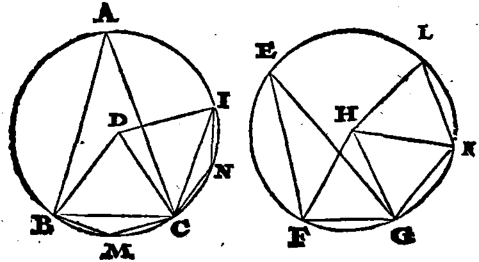
æquales. Hos æquales angulos circumſtant latera proportionalia ex hypoth. [b] ergo triangula ſunt æquiangula, habentque æquales angulos B. & DCE. additis ergo æqualibus A. & ACD. erunt B. & A. duobus angulis DCE. ACD. hoc eſt angulo ACE. æquales. Ergo addito communi ACB. erunt tres anguli A.B.C. duobus ACE. ACB. æquales, [c] illi autem tres valent duos rectos, ergo & hi duo. Ergo [d] BC, CE. unam rectam conſtituunt. Q. E. D.

b 6. 6.

c 32. 1.

d 14. 1.

## PROPOSITIO XXXIII.




*p.* 22. *In æqualibus circulis* ABCI. EFGL. *anguli* A. E. D. H. *eandem habent rationem, cum ipsis peripheriis* BC FG. *quibus insistunt: sive ad centra* D. H. *sive ad peripherias* A. E. *constituti insistant: insuper vero & sectores* BDC. FHG. *quippe qui ad centra, insistunt.*

a 1. 4. PROB. Ductis BC. FG. ad C. a applica CI. æqualem ipsi BC. & ad G. & K. GK. KL. æquales singulas ipsi FG.

FG. ductis ID. KH. LH. sic dico; rectæ BC. CI. ponuntur æquales, [b] ergo & arcus BC. CI. [c] ergo & anguli BDC. CDI. æquales. Idemque est de arcubus FG. GK. KL. & angulis ad H. qui ipsis insistunt. Ergo quam multiplex est arcus BCI. ipsius BC. tam multiplex erit angulus BDI. ipsius BDC. & quam multiplex arcus FGKL. ipsius FG. tam multiplex erit angulus FHL. ipsius FHG. [d] ergo si arcus BCI. FGKL. sint æquales, erunt & anguli BDI. FHL. æquales. Si eorum arcuum unus sit major, major erit & angulus, si minor, minor: [e] Ergo erit ratio arcus BC. ad FG. eadem quæ est anguli BDC. ad FHG. Et quia anguli ad D. & H. sunt [f] dupli angulorum ad A. & E. [g] eadem erit ratio angulorum A. & E. quæ D. ad H. & sic eadem

b 28. 3.
c 27. 3.
d 27. 3
e 6. Def. 5.
f 20. 3.
g 15. 5.

anguli A. ad angulum E. quæ arcus BC. ad arcum FG.

Rursus, in æqualibus segmentis BC. CI. si fiant anguli BMC.
h 27.3. CNI. h æquales erunt; cum insistant æqualibus arcubus BAC.
i 24.3. CAI. ergo i similia sunt segmenta BMC. CNI. & æqualia, cum sunt super æquales BC. CI. additis ergo triangulis BDC. CDI. quæ æqualia sunt, erunt sectores BDC. CDI. æquales. Ergo tam multiplex est sector BDI. sectoris BDC. quam multiplex arcus BCI. arcus BMC. Idem ostendetur de sectore FHL. Ergo si æqualis sit arcus BCI. arcui FGL. sector quoque BDI. æqualis erit sectori FHL. si deficiat, deficiet, si excedat, excedet. Ergo quæ est ratio arcus BC. ad arcum FG. eadem erit & sectoris BDC. ad sectorem FHG. Q.E.D.

*Selectiores hujus libri sunt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 13. 14. 16. 19. 31.*

FINIS.