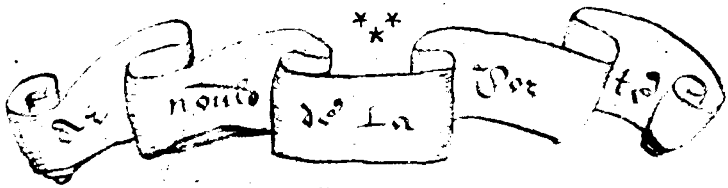
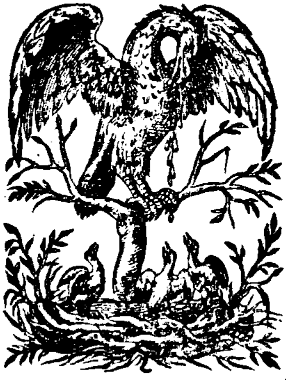
LES SIX

PREMIERS LIVRES DES ELEMENTS D'EV-CLIDE, TRADVICTS ET COMMENTEZ PAR PIERRE

Forcadel de Beziés, Lecteur ordinaire du Roy és Mathematiques en l'vniuersité de Paris.



EN MOY, LA MORT:



EN MOY, LA VIE.

A PARIS,

Chez Hierosme de Marnef, & Guillaume Cauellat, au mont S. Hilaire, à l'enseigne du Pelican.

1569

AV ROY.

SIRE, entre les autres ſciences dignes des plus grands Princes & Monarques du monde, ie croy qu'il n'y a celuy qui ne ſoit de ceſte opinion, que les Mathematiques doibuent marcher deuãt toutes les autres. Car d'autant que le ciel eſt plus excellent que la terre, d'autant ces ſciences qui concernent principalement la congnoiſſance du ciel ſurpaſſent les autres arts qui ne ſont preſque faicts que pour negocier des affaires terreſtres. Telles ſont la Grãmaire, la Dialectique, la Rhetorique, & les Poëſies fabuleuſes, qui ſont pluſtoſt faictes pour traicter des affaires humaines, que pour autre choſe, encores que lon les ait quelquefois employées en plus hautes entrepriſes. Mais les Mathematiques traictent principalement les negoces celeſtes, les mouuements des cieux, le cours du Soleil & de la Lune & des autres planettes cauſants tel esbahiſſemẽt à ceux qui en ont la congnoiſſance, qu'ils tiennẽt pour aſſeuré que telles ſi excellentes doctrines ne peuuent eſtre paruenues aux hommes, d'autre part, ſinon par la ſinguliere bonté & grace de Dieu, lequel en cela à ſouffert que les hommes commençaſſent des icy bas à cõgnoiſtre l'ordre des Spheres celeſtes, dont il leur a promis la fruition eternelle apres le paſſage de ceſte miſerable vie. A raiſon de quoy, SIRE, il ne faut doubter que ces ſciences ne fuſſent beaucoup plus curieuſement recerchées & appriſes, n'eſtoit qu'elles ſont autant ſteriles & peu fructueuſes comme elles ſont belles & excellentes. Toutesfois elles ne ſont ſi inutilles comme pluſieurs les eſtiment: car i'oſerois bien aſſeurer à voſtre maieſté, SIRE, qu'il n'y a homme qui ſe puiſſe vanter d'auoir ſuffiſante congnoiſſance des affaires du monde, & meſmement des affaires d'eſtat, qu'il n'ait quelque congnoiſſance de ces diuines & ſupernaturelles ſciences. Car en-

cores qu'elles s'addressent principalement aux choses celestes, si est ce qu'elles embrassent encores les terrestres, de sorte que sans leur aide il est fort mal aisé de se tirer d'vne infinité de difficultez qui embrouillent ordinairement l'esperit des hommes. Aussi par elles lon congnoist de beau commencement tous les Royaumes, toutes les Mers, toutes les Riuieres, Montaignes, Vallées & autres choses notables, qui sont respandues sur les orizons de la terre, & ceux qui manient voz affaires sont par elles grandement secourus pour sçauoir tout incontinent de quelle importãce vous peuuent estre les confederations des Princes, Roys, Republiques, & autres potẽtatz de l'Europe & de l'Asie, selon qu'ils vous sont voisins ou loingtains: lesquelles choses & autres semblables, ne se peuuent bonnement congnoistre sans la Geographie, ny la Geographie sans l'Astronomie. Mais ie ne veux, SIRE, *vous importuner plus longuement de la louenge de mes sciences. Seulement ie desirerois bien y affectiõner vostre diuin esprit, lequel se monstre des maintenant trescapable & tressuffisant pour toutes hautes choses qu'il voulust entendre au vray par experience quel plaisir ou quel profit il en pourroit retirer. A ceste occasion,* SIRE, *vostre maiesté m'ayant ces iours passez faict tant de faueur, que de me receuoir au nombre de voz lecteurs, des sciences Mathematiques, i'ay pris la hardiesse de vous dedier la presente traduction, auec plusieurs miennes inuentions nouuelles espandues en diuers endroicts de ce liure. Et combien que mon intention n'ait esté de vous faire congnoistre par ce mien labeur si i'ay esté capable ou non pour receuoir de vostre maiesté le bien qu'ell'a daigné me departir: toutesfois,* SIRE, *il pourra seruir pour monstrer que si par fortune la suffisance me deffailloit, pour le moins la bonne volonté, ny la diligence, ny le trauail ne me manquent point pour m'employer tant en la charge qu'il vous a pleu me bailler, comme en tous les endroicts ou il plaira à vostre maiesté me commander. De Paris ce viij. iour d'Apuril, l'an mil cinq cents soixante & quatre.*

LE PREMIER LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE TRADVICT EN FRANÇOIS PAR Pierre Forcadel de Bezies.

DEFFINITIONS.

I

CELA, *qui n'a partie aucune se nomme: poinct.*

FORCADEL.

La sciéce vniuerselle des grãdeurs considere en la figure solide ou forme, trois choses mesurables, c'est à sçauoir, le corps, la superficie ou figure plane, & la ligne: desquelles les deux dernieres sont les termes ou fins des deux premieres, par la premiere deffinition de l'onziesme, & la sixiesme deffinition de ce premier liure: & ces trois choses ou grãdeurs, icy sont mesurables en deux sortes, dont l'vne est selon les nombres disibles: comme quant ie dis que ce corps icy contient dix pieds cubes, celle superficie douze pieds quarres, & qu'vne telle ligne a treize pieds. Et la seconde sorte est selon les nombres indisibles: comme quant l'on dict que ce corps là cõtient plus ou moins de sept pieds, vne superficie plus ou moins de cinq pieds, vne ligne a plus ou moins de trois pieds, & que tous ces plus ou moins ne se peuuent exprimer en quelque sorte que ce soit, sinõ par puissance. Or est il ainsi que cõme les deux premieres grandeurs, ne peuuent estre sans leurs termes, ausi la derniere n'a peu estre sans les siens, lesquels sont poincts, par la 3 deffinition ſuiuante, d'ou vient que Euclide nous dóne premierement la deffinition du poinct, par laquelle il nous faut entendre, que le poinct eſt, vne certaine marque, laquelle ou quelle ſoit, ne peut empeſcher en quelque ſorte que ce ſoit.

poinct

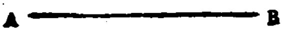
2

Cela qui a longueur ſans largeur, ſe nomme, ligne.

FORCADEL.

Selon les longueurs des lignes ſont prins les contenus des plans.

Ligne droicte.



Ligne courbe.

3

Les confins des lignes ſont poincts.

FORCADEL.

Cela ſe doibt entendre des lignes terminées.

4

Ligne droicte eſt: qui demeure eſgalement entre les ſiens poincts.

FORCADEL.

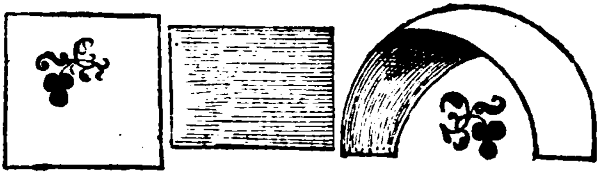
Tout ainſi que tout nombre eſt premier ou non, auſsi toute ligne eſt droicte ou non, & tout ainſi que les nombres non premiers ſont d'infinies ſortes, auſsi les lignes non droictes ſont d'infinies ſortes: mais nous prendrons icy en paſſant, que par vne certaine ligne droicte finie ſont meſurées toutes les autres lignes, ou l'on tend à les meſurer.

5

Superficie eſt, qui a longueur & largeur tant ſeulement.

FORCADEL.

Selon les contenus des plans, ſont entendues les longueurs des lignes, & ſelon tout cela ſont prins les contenus des ſolides.



6

Les fins des ſuperficies ſont lignes.

FORCADEL.

C'eſt à dire des ſuperficies ayant termes : & tout ainſi que toute ligne eſt droicte ou non, auſsi toute ſuperficie eſt plane ou non, & les ſuperficies non planes ſont d'infinies ſortes.

7

Superficie plane eſt : qui demeure eſgallement entre ſes lignes droictes.

FORCADEL.

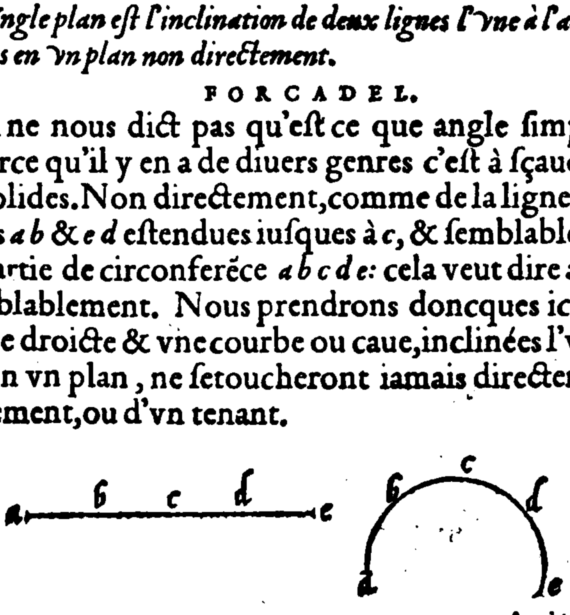
Delà ſ'enſuit que le cercle eſt vne ſuperficie plane.

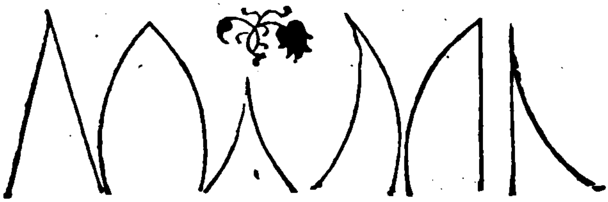
8

Angle plan eſt l'inclination de deux lignes l'vne à l'autre ſe touchans en vn plan non directement.

FORCADEL.

Il ne nous dict pas qu'eſt ce que angle ſimplement, pource qu'il y en a de diuers genres c'eſt à ſçauoir plans & ſolides. Non directement, comme de la ligne *a, e*, les lignes *a b* & *e d* eſtendues iuſques à *c*, & ſemblablement de la partie de circonferēce *a b c d e*: cela veut dire auſsi non ſemblablement. Nous prendrons doncques icy qu'vne ligne droicte & vne courbe ou caue, inclinées l'vne à l'autre en vn plan, ne ſe toucheront iamais directement, ou vniement, ou d'vn tenant.





9

Mais quant les lignes qui contiennent l'angle, ſont droictes, il ſe nomme angle rectiligne.

FORCADEL.

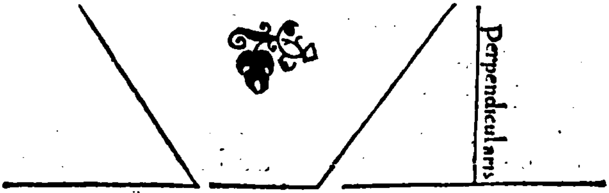
Les angles auſsi ſont rectilignes ou non, & les non rectilignes, ſont d'infinies ſortes.

10

Quant vne ligne droicte, tombant ſur vne ligne droicte, faict les angles d'vne part & d'autre eſgaux enſemble: l'vn & l'autre des angles eſgaux ſe nomme droict: & la ligne droicte tombant, ſe nomme perpendiculaire, ſur la ligne, ſur laquelle elle tombe.

FORCADEL.

Perpendiculaire, droicte, ou à plomb, eſt vne meſme choſe.



11

Et l'angle plus grant qu'vn droict, ſe nomme Obtus.

FORCADEL.

Comme ſ'il vouloit dire, qu'vne ligne droicte, tombãt ſur vne ligne droicte, faict les angles eſgaux ou inegaux, & qu'ẽ les faiſant eſgaux, ils ſont droicts, & la ligne droicte ſur la ligne: mais les faiſant ineſgaux, la ligne tombãt ſe nomme oblique, & le plus grant angle, ſe nomme, ouuert, mouſſu, ou plus large qu'vn droict.

12

Mais l'angle plus petit qu'vn droict se nomme: aigu.

FORCADEL.

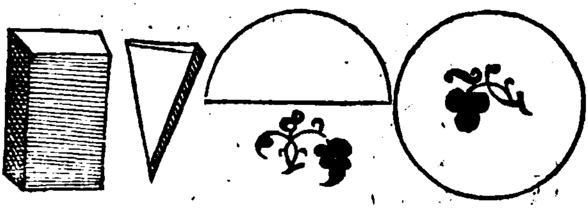
Aigu, poinctu, ou plus estroict: est vne mesme chose. Nous noterons iusques icy qu'il y à trois sortes d'angles rectilignes, c'est à sçauoir droict, ouuert, & poinctu, & que l'angle droict, est nómé d'aucũs, angle de l'esquierre, l'ouuert angle hors d'esquierre, & le poinctu, l'angle en l'esquierre.

13

Terme est: la fin de quelque chose.

FORCADEL.

Comme la superficie estant la fin du corps, la ligne estant la fin de la superficie, & le poinct estant la fin de la ligne.



14

Figure est: qui est contenue de terme, ou de termes.

FORCADEL.

Vne figure peut auoir longueur & largeur tant seulement, & alors elle se nomme plane, elle peut auoir longueur, largeur, & hauteur, ou profondeur: & alors elle se nóme solide, ou corporelle. Iusques icy nous voyós que comme il y a trois grãdeurs mesurables, il y a aussi trois termes, & comme il y a deux choses comprises de leurs termes, c'est à sçauoir les corps, & les superficies, aussi il y a deux choses ou termes qui peuuent cõprẽdre, c'est à sçauoir, les superficies & les lignes.

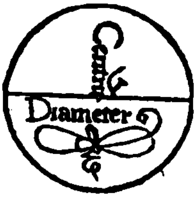
15

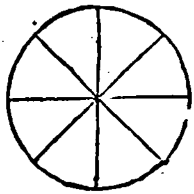
Cercle, est vne figure plane, contenue d'vne ligne qui se nomme circonference: en icelle il y a vn poinct, duquel toutes les li-

gnes droictes, meneés à la circonferẽce, sont esgalles l'vne à l'autre.

FORCADEL.

Il nous faut prẽdre icy en passant que s'il y a plusieurs lignes droictes esgalles, sortãs d'vn mesme poinct, la circonference du cercle, descrit à l'entour d'iceluy, de la grandeur de l'vne, passera par les extremites des autres. Aussi que si deux lignes droictes inegalles les extremitez desquelles s'entrerencontrent ou se touchent à vn poinct en quelque sorte que ce soit, la circonference du cercle, descrit à l'entour d'iceluy, de la grãdeur ou quantité de la plus petite, ostera de la plus grande, vne piece esgalle à la plus petite: & d'auantage si à l'entour de l'extremité dõnée d'vne ligne droicte, lon descrit vn cercle, de la grandeur de la ligne donnée, la ligne droicte menée du centre ou du poinct dõné à la circonference, sera esgalle à la ligne donnée.





16

Et ce poinct là, se nomme, centre du cercle.

FORCADEL.

Iceluy est le fin milieu du cercle & du diametre c'est à dire par tout esgallement distant de la circonference.

17

Diametre du cercle est vne certaine ligne droicte passant par le centre, finie d'vne part & d'autre à la circonference. Icelle diuise le cercle en deux esgallement.

FORCADEL.

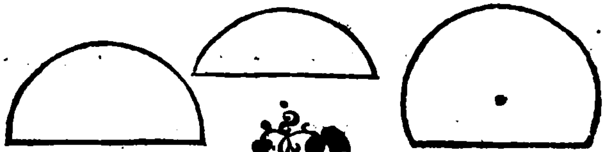
Vn chascun diametre du cercle diuise tãt le cercle que la circonference d'iceluy, en deux esgallement: aussi les diametres d'vn cercle s'entrediuisent au cẽtre par le milieu, car vn chascun diametre est diuisé au cētre en deux rayons, c'est à dire en deux esgallement.

18

Moitié de cercle est, vne figure contenue du diametre & de la circonference du cercle prise par iceluy diametre.

FORCADEL.

La moitié d'vn cercle est la figure laissée tant d'vne part que d'autre du diametre.



19

Portion de cercle est, vne figure contenue d'vne ligne droicte & de la circonference du cercle.

FORCADEL.

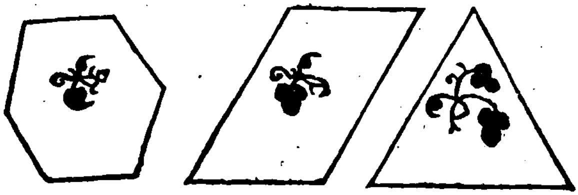
La portion d'vn cercle est vne figure laissée tant d'vne part que d'autre d'vne ligne droicte accommodée en vn cercle (c'est à dire terminée d'vne part & d'autre à la circonference) ne passant pas par le centre, nommée autrement chorde, comme aussi vne chascune partie ou piece de la circonference d'vn cercle est nommée d'aucuns, Arc. Iusques icy il nous faut considerer huict choses en vn cercle, c'est à sçauoir la circonference, le centre, & le diametre: la moitié du cercle, plus de la moitié, ou la plus grande portion, & moins de la moitié ou la plus petite portion: & les deux dernieres sont le grant secteur & le petit secteur, dont le secteur est deffini en la penultiesme deffinition du troisiesme liure: car les sections ou portions ou parties d'vn cercle sont esgalles ou inesgalles: les portiōs esgalles sont les moities, les inesgalles les plus ou moins des moities, desquelles portiōs celles qui sont contenues d'vne ligne courbe & d'vne ligne droicte, se nommẽt ſection de cercle,maintenãt la moitié, & maintenant portion, mais celle ſection ou portion contenue de deux lignes,venans ou ſortãs du centre, & d'vne partie de circonference, ſe nomme ſecteur du cercle ou de cercle. Il y a autant de choſes à conſiderer en la ſphere, & trois d'auantage,c'eſt à ſçauoir laxe,& les deux poles: au cercle auſsi il y a langle du coupement,& c.deffinits en la 6,7 & 8.deffinition du troiſieſme liure.

20

Les figures ſe nomment Rectilignes:qui ſont contenues de lignes droictes.

FORCADEL.

Apres nous auoir deffini les figures planes contenues d'vne ligne & de deux lignes, il nous veut deffinir celles qui ſont contenues de plus de deux lignes droictes.



21

Deſquelles celles ſe nomment de trois coſtez, qui ſont contenues de trois lignes droictes.

FORCADEL.

Elles ſont auſsi triangles.

22

De quatre coſtez, qui ſont contenues de quatre lignes droictes.

FORCADEL.

Elles ſont auſsi quatre-angles.

23

De pluſieurs coſtez, qui ſont contenues de plus de quatre lignes droictes.

FORCADEL.

Il cõme ſe laſſe apres les figures de quatre coſtez,pour nous

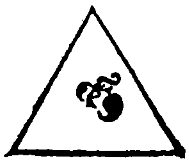
nous laiſſer les commẽcemens finis, & pource auſsi que cõme nous verrons par les ſuiuantes deffinitions,il nous veut enſeigner, en combien de ſortes, ſe peuuent nommer les figures rectilignes de trois coſtez & de quatre coſtez. Mais il nous faut prendre icy en paſſant, que toute figure contenue de lignes droictes,ou rectiligne,ſe diuiſera en autãt de triangles,pour le moins,comme il y a de coſtez en la figure moins deux, & en apres elle ſe diuiſera en autant de triangles,cõme il y a de coſtez ou d'angles en icelle figure.

24

Mais des figures de trois coſtez,celle ſe nomme triangle equilateral,qui eſt contenue de trois coſtez eſgaux.

FORCADEL.

Il commence à nous enſeigner comment nous deuõs nommer les triangles, ſelon que les coſtez d'iceux nous ſeront congneuz.

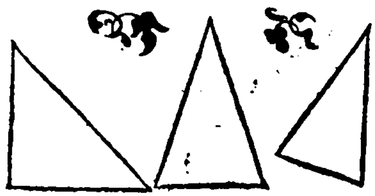


25

Mais Iſoſcele,qui eſt cõtenue de deux coſtez eſgaux tãt ſeulemẽt.

FORCADEL.

Quant les geometres nomment les deux coſtez d'vn triangle,ils entendent & prennent le troiſieme, pour la baſe d'iceluy. Et nous nommons la cyme d'vn triangle, le poinct,ou ſe faict l'angle oppoſé à la baſe d'iceluy.

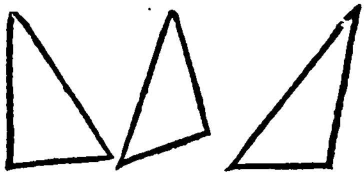


26

Mais ſcalene qui eſt contenue de trois coſtez ineſgaux.

FORCADEL.

Iuſques icy, en conſiderant les coſtez d'vn triangle, nous le nommerons, equilateral, ou Iſoſcele, ou bien ſcalene.



27

Encores des figures de trois coſtez, celle ſe nomme triangle rectangle, qui a vn angle droict.

FORCADEL.

Il commence à nous enſeigner les noms des triangles ſelon leurs angles.

28

Mais Ambligone, celle qui a vn angle obtus.

FORCADEL.

Il n'y aura iamais qu'vn angle droict ou vn angle ouuert en vn triangle, mais il y en pourra bien auoir trois poinctus.

29

Mais Oxigone, celle qui a trois angles poinctus.

FORCADEL.

Iuſques icy les angles d'vn triangle nous eſtans congneuz, il nous ſera loiſible de le nommer rectangle, ambligone, ou ouuert, ou biẽ oxigone, ou poinctu par tout, ou faict d'angles poinctus. Retenons doncques que les triangles ſe nommẽt en ſix ſortes, dont les trois conſiderẽt les coſtez, & les autres trois les angles des triãgles.

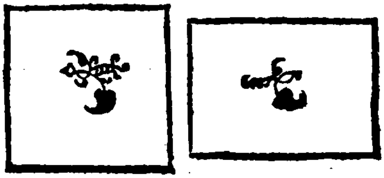
30

Mais des figures de quatre coſtez, celle qui a les coſtez eſgaux

& les angles droictz, ſe nomme quarré.

FORCADEL.

Par le quarré ſont meſurées les figures planes, & eſt parallelogramme rectangle.



31

Celle qui a bien les angles droictz, mais a les coſtez ineſgaux: ſe nomme, long d'vn coſté.

FORCADEL.

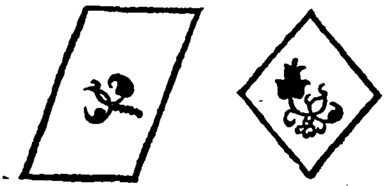
Ceſte figure icy auſsi ſe nomme bord-long ou quarré longuet, & auſsi parallelograme rectangle.

32

Celle qui a les coſtez eſgaux & n'a pas les angles droicts, ſe nõme: Rhombe.

FORCADEL.

Ceſte figure de coſtez eſgaux eſt auſsi parallelogramme non rectangle.



33

Mais celle qui a les coſtez oppoſez eſgaux, & les angles oppoſez eſgaux, mais n'a pas les coſtez eſgaux, n'y les angles droicts ſe nomme: Rhomboide.

FORCADEL.

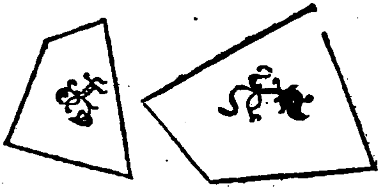
Ceſte figure de coſtez ineſgaux, eſt auſsi parallelogrãme non rectangle, & quant il nous deffinist qu'ell' a les costez & les angles opposez esgaux, cela appartiét à tout parallelogramme, c'est à dire à toute figure faicte de costez opposez paralleles, ou equidistás : & par ainsi à toutes les figures de quatre costez iusques icy, car elles sont parallelogrammes, tellement que le quarré est vn parallelogramme, ayãt les costez esgaux, & les angles droicts &c. selon leurs deffinitions.

34

Excepté celles cy: les figures de quatre costez se nõment tablettes.

FORCADEL.

Elles se nomment tablettes, à la consideration des tables des changeurs : ou bien à la consideration des deux plans opposez de certaines tablettes que portét ceux qui vendent des bagues d'or & d'argét, lesquels plans opposez ne sont point de ceux qui sont nommez aux quatre precedentes deffinitions : mais retenons, que vne ligne droicte trapassant les deux costez d'vn triãgle, ne passant pas toutesfois par l'vn des angles, le diuisera en vn nouueau triangle, & en vn trapeze. Nous pouuós aussi retenir en ces cinq deffinitions, que toute figure de quatre costez, est faicte de costez opposez paralleles, ou non : & celle qui est faicte de costez opposez paralleles, est rectãgle ou non, & que la rectangle c'est à dire, de laquelle les angles sont droicts, est de costez esgaux, ou nõ, si elle est de costez esgaux, elle se nóme quarré, & si elle est de costez inegaux, elle se nóme long d'vn costé. mais si la figure faicte de costez opposez paralleles n'est pas rectãgle, c'est à dire que les angles d'icelle ne soient pas droicts, elle sera de costez esgaux ou inegaux. si elle est de costez egaux elle se nomme Rhombe: & si elle n'est pas de costés esgaux, elle se nomme Rhomboide, & celles qui n'ont point les costez opposez paralleles, se nóment tablettes.



35

Les lignes droictes, lesquelles estans en vn mesme plan & menées d'vne part & d'autre ne se rencontrent iamais, se nomment paralleles.

FORCADEL.

Le droict d'equidistance ou des lignes droictes paralleles, se doibt prendre en la dixiesme deffinition, en considerant des perpendiculaires sur vne ligne droicte, &c. Mais prenons icy que tout cela qui se faict, ou bastist en la science des grandeurs à son commencement en vn plã ou superficie plane.

Aussi que deux lignes droictes sont paralleles quant elles sont cõtinuées en vn plan d'vne part & d'autre, & d'vne distance esgalle.

DEMANDES.

1

D'vn poinct à vn autre poinct mener vne ligne droicte.

FORCADEL.

Depuis l'vn à l'autre de tous les deux poincts, nous y pouuons considerer vne ligne droicte menée.

2

Continuer vne ligne droicte finie tant qu'il en sera besoin.

FORCADEL.

Toute ligne droicte terminée, se peut considerer estre cõtinuée d'vne part & d'autre, tant qu'il en sera besoin. Celles cy sont les deux demãdes qui appartiennent à la ligne droicte.

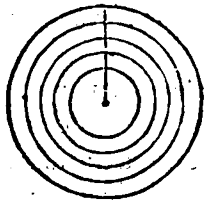
3

Descrire vn cercle à l'entour d'vn poinct, & d'vne telle distan-

ce qu'on voudra.

FORCADEL.

A l'entour d'vn chascun poinct, nous y pouuons considerer tant de cercles qu'on voudra, & de telles distãces ou de telz rayons qu'on voudra : ceste cy est la demande du cercle : & ces trois choses demandées sont celles qui sont necessaires à la composition, faction, ou fabrique de figures.



COMMVNES SENTENCES.

I

Les choses esgalles à vne, sont esgalles entre elles.

FORCADEL.

De trois grandeurs aussi, la premiere estant esgalle à la seconde, & la seconde à la troisiesme, la premiere & la troisiesme, seront esgalles entre elles.

2

Et si à choses esgalles, s'adioustent choses esgalles, les touts seront esgaux.

FORCADEL.

Cõme si vne liure moins cinq solz, vaut quinze solz: en donnant d'vne part & d'autre cinq solz, certainemẽt vne liure vaudra vingt solz.

3

Et si de choses esgalles, se leuent choses esgalles, les restes seront esgalles.

FORCADEL.

Comme si vne liure plus cinq solz, vallent vingt-cinq solz, en leuant cinq solz d'vne part & d'autre, certainement vne liure vaudra vingt solz.

4

Et si à choses inesgalles on adiouste choses esgalles, les touts seront inesgaux.

FORCADEL.

Et ce qui se fera auec la plus grande, sera plus grant.

5

Et si de choses inesgalles se leuent choses esgalles, les restes seront inesgalles.

FORCADEL.

Et ce qui restera de la plus grande, sera plus grant.

6

Les choses qui sont doubles à vne mesmes, sont esgalles entr'elles.

FORCADEL.

Les choses mesurées esgallement d'vne mesme mesure sont esgalles entre elles.

7

Et les choses qui sont la moitié d'vne mesmes sont esgalles entre elles.

FORCADEL.

Les choses qui mesurent esgallement vne mesme chose, sont esgalles entr'elles.

8

Et les choses qui s'accõmodent biẽ l'vne en l'autre, & ne s'excedent pas l'vne l'autre, sont esgalles entr'elles.

FORCADEL.

Les lignes, les plans, & les angles plans, peuuent conuenir ensemble.

9

Le tout est plus grant, que sa partie.

FORCADEL.

Comment pourra doncques estre la partie, plus grande que son tout. Mais prenons icy en passant que les parties d'vn tout, sont nommées parties du tout, comme la partie, car les parties sont vne piece d'vn tout, comme la partie du mesme tout, est vne piece de ce tout là.

10

Tous les angles droicts sont esgaux entr'eux.

FORCADEL.

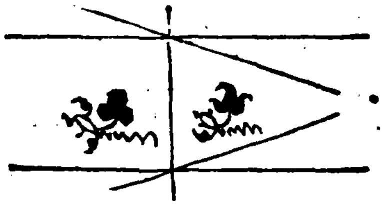
Tout angle rectiligne esgal à vn droict, sera droict.

11

Si dessus deux lignes droictes, tombant vne ligne droicte, faict les angles dedans d'vne mesme part, plus petits que deux droicts, icelles estãt tousiours menées se rencontreront de la part, en laquelle sont les angles plus petits que deux droicts.

FORCADEL.

Car tant que les angles dedans d'vne mesme part seront esgaux, à deux angles droicts, elles serõt paralleles.



12

Deux lignes droictes, ne comprennent pas vn space.

FORCADEL.

Car toutes les deux lignes droictes, ou elles sont paralleles ou non, & en quelque sorte qu'elles soiẽt. Il faudra pour le moins trois lignes droictes pour cõtenir vne superficie. Nous pouuõs prẽdre icy que deux lignes droictes ayãts les mesmes termes serõt esgalles l'vne à l'autre: aussi que si deux lignes droictes esgalles l'vne à l'autre ont les mesmes termes, elles s'accommoderont l'vne en l'autre.

QVEST-CE QVE RESOLVTION.

Resolution, est prendre la chose cherchée, comme cõcedée, par les choses qui s'ensuiuẽt, de quelque chose veritablement concedée.

QVES-CE QVE COMPOSITION.

Mais composition, est prendre la chose concedée, par les choses qui s'ensuiuent en la terminaison ou occupation, de la chose cherchée.

Proposition

PROPOSITIONS.

1

Dessus vne ligne droicte donnée & finie, faire vn triangle equilateral.

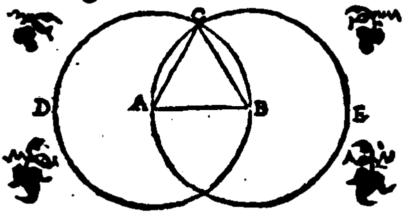
FORCADEL.

RESOLVTION.

Sur la ligne droicte donnée *a, b*, soit faict le triangle equilateral *a, b, c*, il est certain que les cercles descrits à l'entour des poincts *a*, & *b*, de la grãdeur de la ligne donnée *a,b*, passerõt par le poinct *c*, & s'entrecouperont au mesme poinct, duquel sont menées les deux autres lignes droictes *c, b*, & *c, a*, aux deux centres.

COMPOSITION.

Soyẽt descrits deux demis cercles, à l'entour des deux extremitez de la ligne donnée, d'vne mesme part, dont le rayon soit la ligne donnée, & du poinct ou ils s'entrecoupent, soyent menées deux lignes droictes aux deux cẽtres, car elles, & la ligne donnée parferõt le triangle demandé, par la premiere & troisiesme demãdes, 20. 15. 24, deffinitions & par la premiere commune sentence.



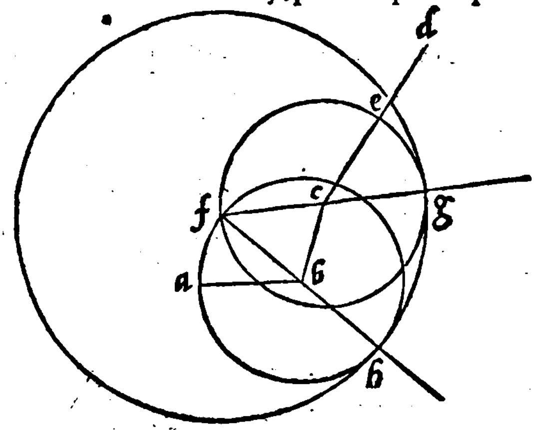
2

D'vn poinct donné, mener vne ligne droicte, esgalle à vne ligne droicte donnée.

FORCADEL.

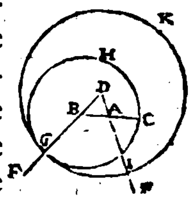
RESOLVTION.

Ceste resolution est de la suiuante & de ceste cy. De deux lignes droictes inesgalles *a,b*, & *c,d*, ceste cy la plus grãde, & l'autre la plus petite, soit leuée de la plus grande la partie *c,d*, esgalle à la plus petite, & sur la ligne *b,c*, soit faict le triangle *b,f,c*, ayant les deux costez *b,f*, & *f,c*, esgaux, & menées vers *g*, & *h*, de la part de la base, tãt qu'il en ſera beſoin: il eſt certain que la circonference du cercle, deſcrit à l'entour du poinct *c*, du rayon *c*, *e*, terminera la ligne *f*, *g*, au poinct *g*, & la circonference du cercle deſcrit à l'entour du poinct *f*, de la grandeur de *f*, *g*, terminera la ligne *f*, *h*, au poinct *h*, & reſtera *b*, *h*, eſgalle à *c g*, c'eſt à dire à *c e* c'eſt à dire encores à *a b*, ſi doncques à l'entour du poinct *b*, & du rayon *b h*, eſt deſcrit vn cercle, la circonference d'iceluy, paſſera par le poinct *a*.



COMPOSITION.

Soit deſcrit au coſté de la ligne menée, de l'vne des extremitez de la ligne donnée au poinct donné, vn triangle, ayāt les autres deux coſtez eſgaux, ce qui ſe faict par la premiere demande, & par la precedente propoſition: ou bien en deſcriuant deux demis cercles, à l'entour des deux extremitez de la ligne menée d'vne meſme part, & de la grandeur plus grande que la moytié d'icelle, &c. par la 22, les deux coſtez eſgaux menez de la part de la baſe tāt qu'il en ſera beſoin, ſoit deſcrit vn cercle à l'entour de l'extremité choiſie de la ligne donnée, & de la quantité de la ligne donnée, la circonference du cercle, deſcrit à l'entour de la cyme du triangle, & de la grādeur depuis ladicte cyme iuſques là, ou la circonference du cercle terminé, l'vn des coſtez mené, terminera en l'autre costé mené la ligne demandée depuis le poinct donné, par la 2 demande & la 3 deux fois, par la 15 deffinition deux fois, premiere & troisiesme communes sentences. Mais si le poinct dóné est l'vne des extremitez mesme de la ligne donnée, la ligne droicte menée du poinct donné, à la circonferéce du cercle descrit à l'entour de luy, & de la grandeur de la ligne donnée sera la ligne demandée, par la troisiesme & premiere demande, & par la 15 deffinition.

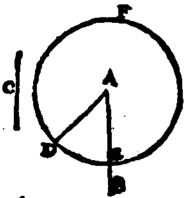


3

De deux lignes droictes inesgalles données, oster de la plus grande vne ligne droicte esgalle à la plus petite.

FORCADEL.

La circonference du cercle, descrit à l'entour de l'vne des extremitez de la plus grande des deux lignes proposées, de la grandeur d'vne ligne esgalle à la plus petite, sortant de la mesme extremité, si la plus petite n'en sort, coupera de la plus grande vne piece esgalle à la plus petite par la precedente proposition, troisiesme demande, 15 deffinition, & premiere commune sentence. C'est ceste propositió, par laquelle sont mesurées les lógueurs des lignes droictes, comme par la 36 suiuante seront mesurez les plans parallelogrammes, & par la 31 de l'onziesme les solides parallelepipedes, c'est à dire contenus de plans paralleles.



4

Si de deux triangles, les deux costez de l'vn sont esgaux aux deux costez de l'autre vn chacun au sien, & l'angle de l'vn, cótenu des deux costez esgaux, est esgal à l'angle de l'autre: il aurót la base esgalle à la base, & le triangle sera esgal au triangle, & les autres angles aux autres angles, vn chascun au sien, ceux qui sont opposez aux costez esgaux.

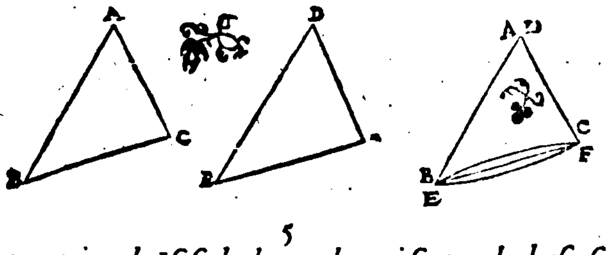
FORCADEL.

RESOLVTION.

De deux triangles qui cõuiennent biẽ enſemble, & ne ſe excedent pas, certainemẽt les deux coſtez de l'vn ſont eſgaux aux deux coſtez de l'autre vn chaſcun au ſien, & l'angle contenu des deux coſtez eſgaux de l'vn, eſt eſgal à l'angle cõtenu des deux coſtez eſgaux de l'autre, la baſe de l'vn eſt eſgalle à la baſe de l'autre, le triangle au triangle, & les autres angles de l'vn ſont eſgaux aux autres angles de l'autre, vn chaſcun au ſien, c'eſt à ſçauoir les oppoſez aux coſtez eſgaux, ou les contenus de lignes droictes eſgalles, & pour le dire tout à vn mot, ceux qui ſ'entrerapportent, par la huictieſme commune ſentence.

COMPOSITION.

Car par la cõuerſion de la huictieſme cõmune ſentẽce, l'angle de l'vn cõuiendra auec l'angle de l'autre ſemblablemẽt, & les coſtez de l'vn cõuiendront auec les coſtez de l'autre, vn chaſcun au ſien, de là, ſi la baſe ne conuient auec la baſe, deux lignes droictes feront ou cõprendront vne ſuperficie, ce qui eſt cõtre la derniere cõmune ſentẽce. Les baſes des triangles dõcques, cõuiendront enſemble, & par ainſi les baſes ſerõt eſgalles, le triangle au triãgle, & les autres angles ſ'entreraportans ſerõt eſgaux vn chaſcun au ſien par la huictieſme commune ſentence. Mais retenons en la propoſition, que ſi les angles propoſez ſont ineſgaux, les baſes des triãgles ſeront auſsi ineſgalles &c.



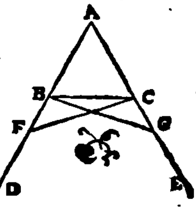
5

En tout triangle Iſoſcele, les angles qui ſont en la baſe ſont eſ-

gaux entr'eux : & ayant mené les lignes droictes esgalles, les angles qui sont soubs la base, seront esgaux entr'eux.

FORCADEL.

Car en descriuant vn cercle, à l'entour de la cyme du triangle, d'vne quantité plus grande que l'vn des costez esgaux du triangle, & menant deux lignes droictes des deux extremitez de la base aux deux poincts, ou la circóferéce coupe lesdicts costés menez, on aura faict deux grans triangles, & deux petits, dont des deux plus grans la base sera esgalle à la base : les angles qui se raportent, seront esgaux entr'eux, ceux du grant au grant, & ceux du petit au petit : & par ainsi les angles du triangle proposé qui sont en la base d'iceluy, seront esgaux entr'eux, & ceux aussi qui sont soubs la base d'iceluy par la premiere deux fois 2 & 3 demãdes, par la 3 deux fois, & 8 cómunes sentences, & par la precedente proposition. De là s'ensuit que tout triãgle equilateral, est equiãgle : car il veut dire en la premiere partie, que si en vn triãgle, il y a deux costez égaux, les angles opposez aux costez esgaux serót esgaux. Mais retenons en la proposition, que si les deux costés d'vn triãgle sót inesgaux, les angles qui sont en la base d'iceluy : sont aussi inesgaux. Aussi en menant vne ligne droicte de l'angle, à l'angle d'vn Rhõbe par la premiere demande, certainement par la conuersion de la 32 deffinition, par la premiere partie de ceste propositió, & par la seconde commune sentéce, les angles opposez d'icelle figure seront esgaux entr'eux.

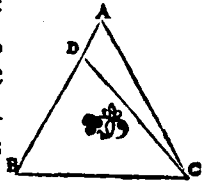


6

Si deux angles d'vn triãgle sont esgaux entr'eux, aussi les costez opposez aux angles esgaux, sont esgaux entr'eux.

FORCADEL.

Car si les costez opposez aux angles esgaux, sont inesgaux, ayant leué du plus grant & depuis l'vn des angles esgaux vne piece esgalle au plus petit, & mené vne ligne droicte du poinct de la soubstraction à l'autreangle proposé, on aura faict vn nouueau triangle esgal au proposé, ce qui est contre la 9 commune sentence, par la trois & quatre propositions & premiere demande. Ceste proposition est conuerse à la premiere partie de la precedente, qui est sa propre cause, dont s'ensuit, que tout triangle equiangle est aussi equilateral, & que les angles en la base d'vn triangle estans inesgaux, les costez du triãgle serõt aussi inesgaux.

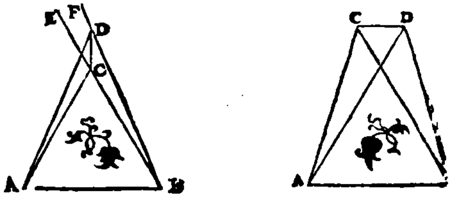


7

Dessus vne mesme ligne droicte, deux autres lignes droictes esgalles à deux mesmes lignes droictes, chascune à chascune, ne se pourrõt mener à deux diuers poincts, & en vne mesme part, lesquelles ayent les mesmes termes, qu'ont les deux premieres.

FORCADEL.

Il veut dire qu'vn triangle ne peut auoir deux cymes: car si les deux poincts sont en vne mesme ligne, c'est à dire en l'vne des lignes menées, la partie seroit esgalle au tout, ce qui est contre la 9 commune sentence, sinon l'vn estant la cyme de l'vn triangle, & l'autre estant dehors icelluy, en menant vne ligne droicte de l'vn poinct à l'autre, elle sera la base de deux triangles, desquels les cymes seront lesdicts termes, desquels triangles les angles en la base d'vn chacun seront esgaux entr'eux: & par ainsi le plus petit vers senestre, sera plus grand que le plus petit vers dextre, & à plus forte raison, le plus grant vers senestre, sera plus grant, que le plus petit vers dextre, ce qui est contre la 9 commune sentence, par la premiere demãde, par la premiere partie de la cinquiesme proposition, par la 9, & la conuerse de la premiere commune sentẽce. Mais si l'vn des poincts est dedans l'vn des triangles, la ligne droicte menée de l'ũ à l'autre poinct, sera tousiours la base de deux tels triangles Isoscelles, de l'vn desquels ayant eſtendu les deux coſtez eſgaux, par vne meſme maniere de ratiociner, vn angle ſeroit eſgal & plus grant à vn meſmes, ce qui eſt impoſsible, la ſecōde partie de la 5 propoſition y eſtant plus.

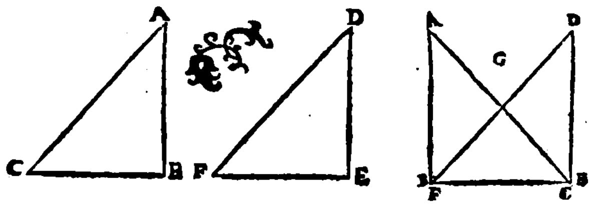


8

Si de deux triangles, les deux coſtez de l'vn, ſont eſgaux aux deux coſtez de l'autre, vn chaſcun au ſien, & la baſe eſgalle à la baſe : il auront l'angle eſgal à l'angle, celuy qui eſt contenu de lignes droictes eſgalles.

FORCADEL.

Car la baſe de l'vn ſ'accommodera fort bien à la baſe de l'autre, par la conuerſe de la 8 commune ſentence: & eſtants les baſes accommodées ſemblablemēt, ſi la cyme de l'vn ne ſ'accommode auec la cyme de l'autre. Il aduiendra le cōtraire de la precedente propoſition : les cymes doncques ſ'accommoderont, & les deux autres coſtez auſsi, vn chaſcun au ſien, ou bien il aduiendroit le contraire de la derniere commune ſentence : & par ainſi les angles des triangles qui ſ'entreraportēt, ſerōt eſgaux entr'eux. De là auſsi les triāgles ſerōt eſgaux l'vn à l'autre par la 4 propoſition: ceſte propoſitiō auſsi nous dict tout à la fois, que les angles des dicts deux triangles ſe raportans, ſeront eſgaux l'vn à l'autre.

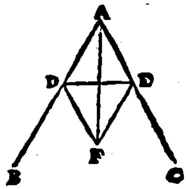


9

Couper vn angle rectiligne donné, en deux esgallement.

FORCADEL.

Il faut descrire vn cercle à l'entour de l'angle donné, & d'vne telle grandeur qu'on voudra, & à l'entour des deux poincts ou la circonference du cercle coupe les lignes droictes qui contiennent l'angle donné, ayant descrit deux demis cercles de la part opposée à l'angle dóné, & d'vne mesme & telle grandeur qu'on voudra, plus grãde toutesfois que la moitié de la ligne droicte, qui est entre lesdicts poincts, & cela se fera par la 22 propositió, ou bien les rayons des demis cercles estans esgaux à ladicte ligne, cela se fera par la premiere propositió : la ligne droicte menée de l'angle donné au poinct, ou les demis cercles s'entrecoupent, diuisera l'angle donné par le milieu, ou en deux esgallement, par la 3 & premiere, & si l'ó veut, la seconde demandes: mais la premiere y pourra estre prise 4 fois, & par la precedente proposition. Nous pouuós prẽdre icy que la ligne droicte menée de l'angle à l'angle d'vn quarré, diuisera les angles oposez d'icelluy par le milieu, & l'vne moitié vaut la moitié d'vn droict, aussi la ligne droicte menée de l'angle à l'angle d'vn Rhombe, diuisera iceux angles en deux esgallement.



10

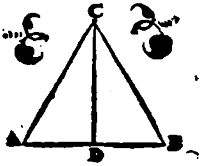
Couper vne ligne droicte donnée & finie, en deux esgallemẽt.

FORCADEL.

Il faut descrire deux cercles à l'entour des deux extremitez de la ligne donnée d'vne mesmes, & telle grãdeur qu'on voudra : mais qu'elle soit plus grande que la moitié de la ligne donnée, & cela se fera par la 22 propositió, ou par la premiere proposition, si les rayons des cercles sont esgaux à la ligne donnée (car l'on descrira aux deux costez de la ligne donnée vn triangle equilateral, dót les

cymes

cymes seront les deux poincts, ou les cercles s'entrecouperont) & la ligne droicte menée entre les deux poincts, ou se terminant aux deux poincts, ou les deux cercles s'ētrecoupent, coupera la ligne donnée en deux esgallemēt par la precedente proposition, & par la 4 proposition, y considerant la premiere demāde, tant de fois qu'il en sera besoin. Et dela est manifeste que le poinct, ou la ligne dōnée est couppée en deux esgallement, est le fin milieu d'icelle. En la troisiesme, en la precedēte, & en ceste propositiō, nous pouuons cognoistre comme le nombre se faict par la diuisiō du cōtinu, ainsi que le veulēt ceux qui vont philosophāt, & comme le continu est diuisible, ou se peut diuiser en infinité.

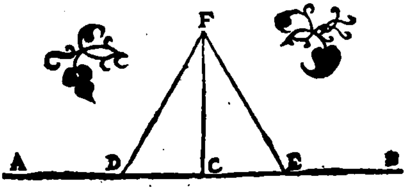


II

Mener vne ligne droicte à droicts angles sur vne ligne droicte donnée, & à vn poinct donné en icelle.

FORCADEL.

Il faut descrire vn demy cercle à l'entour du poinct donné, & d'vne telle grādeur qu'on voudra, & à l'entour des extremitez du diametre il faut descrire deux demis cercles d'vne mesme part & d'vne mesme grādeur, plus grāde que le rayon: car cela se fera par la 22 proposition, ou par la premiere: la ligne droicte menée du poinct ou les deux derniers demis cercles se coupent, au poinct donné, sera la perpendiculaire demādée par la 3 propositiō ou par la deffinitiō du cercle, & la premiere demande, & par la seconde demande, s'il en est besoin, & par la 8 proposition, & 10 deffinition. Il nous faut prēdre icy qu'il est impossible de mener à vn poinct en vne ligne deux perpendiculaires: car l'angle droict faict d'vne part de l'vne, seroit esgal à l'angle droict, faict



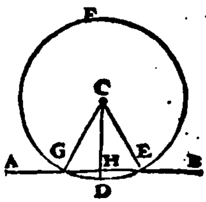
de la mesme part de l'autre, par la 10 commune sentence, ce qui est contre la 11 & 9 communes sentences: & par vne mesme façon de faire, il est impossible qu'vne ligne droicte soit perpẽdiculaire sur deux lignes droictes s'entrecoupans, au poinct ou elles se couppent.

12

Dessus vne ligne droicte donnée & infinie, & d'vn poinct dõné qui n'est pas en icelle, mener vne ligne droicte perpendiculaire.

FORCADEL.

Il faut descrire vn cercle à l'entour du poinct donné qui couppe la ligne donnée, & à l'entour des deux extremitez de la partie de la ligne accommodée au cercle ou terminée à la circonference des deux parts, ayant descrit deux demis cercles d'vne mesme grandeur plus grande que la moitié de ladicte partie accommodée, de la part de la ligne dõnée, opposée au poinct donné par les mesmes propositions: la ligne droicte menée du poinct donné au poinct, ou les demis cercles s'entrecouppẽt, sera la perpendiculaire demandée par la 1, 3 & 2 demãdes s'il en est besoing, par la deffinition du cercle, & par la 9 & 4 propositiõs, & par la 10 deffinition.

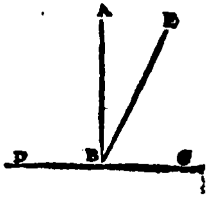


13

Si vne ligne droicte, tombant sur vne ligne droicte, faict des angles: ou ils seront droicts, ou bien esgaux à deux droicts.

FORCADEL.

Car si elle est droicte ou perpendiculaire sur la ligne, sur laquelle elle tombe, les deux angles qu'elle faict serõt droicts par la conuersion de la 10 deffinition, sinon en menãt vne perpendiculaire au poinct ou elle tombe, sur celle qui la soustient par la 11 proposition, certainement les deux angles que la ligne tombant faict, seront esgaux à trois angles, par la 8 & 2 communes sentences: (car le grant en vaut deux,) & par les mesmes, les mesmes trois angles, seront esgaux à deux angles droicts (car l'vn des angles droicts en vaut deux) & par ainsi les deux angles proposez, ou faicts, seront esgaux à deux angles droicts, par la premiere commune sentence : mais prenons icy en passant, que les angles qui se font à l'entour d'vn poinct (qu'ils nóment les angles de l'espace, ou en l'espace, c'est à dire les angles qui sont à l'étour du centre d'vn cercle) sont esgaux à quatre angles droicts, par la 8 commune sentéce, & par ceste proposition icy. Aussi il nous faut prendre icy, que quant deux lignes droictes cótiennent vn angle droict, elles sont entre-perpendiculaires, & d'auãtage que touts les angles qui se font à vn poinct en vne ligne droicte d'vne part, sont esgaux à deux droicts &c.

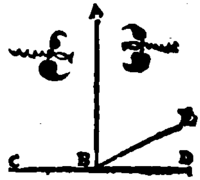


14

Si d'vn poinct qui est en vne ligne droicte, ayant mené deux lignes droictes, non d'vne mesme part, font deux angles esgaux à deux angles droicts : icelles lignes droictes serót directemẽt ensẽble.

FORCADEL.

Car en menant l'vne des lignes menées de la part de l'autre par la 2 demande, elle passera par l'autre : comme la cause de ce qui est proposé par la precedente proposition, sinon il se feront deux nouueaux angles esgaux à deux angles droicts par la precedéte proposition : & par ainsi il serót esgaux aux proposez par la premiere commune sentéce : il resteroit donc vn petit angle esgal à vn son plus grant, par la 3 cómune sentence : ce qui est contre la 9 commune sentence. Mais retenons que la proposition veut dire, que l'vne des lignes menées doibt estre menée vers dextre, & l'autre vers senestre au plan mesme, ou est l'autre ligne : c'est à dire, que toutes les trois lignes doiuent & s'entendét estre à vn mesme plan : & de ceste proposition



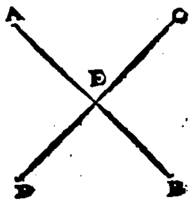
nous pouuós prendre qu'vn angle ouuert ne vaudra iamais deux angles droicts: car en menant vne ligne droicte diuisant l'angle, les deux lignes qui le comprennent se toucheroient directement: & par ainsi ne pourroient contenir ledict angle.

15

Si deux lignes droictes se couppent l'vne l'autre, elles feront les angles qui sont l'vn contre l'autre, esgaux entr'eux.

FORCADEL.

Car l'vn d'iceux, auec celuy qui luy est aupres, valent deux angles droicts par la 13 proposition, & par la mesme celuy qui luy est aupres, & celuy qui luy est contre, valent deux droicts: doncques par la premiere commune sentence, l'vn des angles, & celuy qui luy est aupres, vaudront celuy qui luy est contre, & celuy qui luy est pres, & en ostant d'vne part & d'autre celuy qui est pres, les angles qui sont l'vn contre l'autre, seront esgaux l'vn à l'autre par la 3 commune sentence. Prenons icy aussi qu'vne ligne droicte perpendiculaire, sur vne ligne droicte, & menée vers l'autre part, est perpendiculaire aussi sur la mesme ligne, & les deux lignes droictes serót entre perpédiculaires d'vne part & d'autre, par la seconde demãde, par ceste proposition, par la cóuerse de la 10 commune sentéce & par la 10 deffinition. Et pour la cóuerse de ceste propositió, si des angles qui sont à l'entour d'vn poinct, ceux qui sont l'vn cótre l'autre, sont esgaux l'vn à l'autre: certainemét deux lignes droictes tãt seulement s'entrecouperont au mesme poinct, sinon en menant l'vne des lignes qui contiénent l'vn des angles plus oultre, par la 2 demande par ceste proposition, & par la 1 commune sentence, la partie seroit esgalle à son tout: ce qui est contre la 9 commune sentence.



16

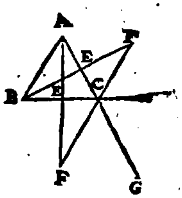
En tout triangle ayãt mené l'vn des costez; l'ãgle dehors sera plus *grãt q̃ l'un, & außi q̃ l'autre des angles dedãs qui luy sõt opposez.*

FORCADEL.

Pour opposez il faut entendre en cest endroit, qui luy sont loing : Car l'angle dehors, & celuy qui luy est pres des angles dedans du triangle, valẽt deux angles droicts par la 13 proposition : mais celuy qui est pres & l'vn ou l'autre, des autres angles dedãs du triãgle sont plus petits à deux droicts par la conuersion de la penultiesme commune sentence : doncques par la 5 commune sentence, l'angle dehors sera plus grant que l'vn, ou l'autre des angles dedans du triangle qui luy sont loing.

OV AVTREMENT.

Car les deux costez qui contiennent l'angle dedans du triangle, pres de l'angle dehors estans menez, font l'angle contre l'angle dehors, esgal à l'angle dehors par la precedente proposition : iceux costez menez estans diuisez esgallement par la 10 proposition, & aux deux entours des deux poincts des diuisions, ayant descrit deux cercles de la grandeur, qui est depuis vn chacun poinct des diuisions à l'angle opposé au costé diuisé, par la premiere & 3 demandes, & ayant mené les diametres des cercles passans par lesdicts angles & poincts, par la 2 demande : & d'auantage ayant mené deux lignes droictes, depuis l'angle dehors aux deux extremitez des deux diametres, on aura faict deux triangles d'vne part & deux d'vn autre, desquels les angles qui sont parties des angles dehors, seront esgaux aux deux angles dedans du triangle qui leur sont raportez vn chacũ au sien par la 15 deffinition, par la precedente & 4 propositions, & par ainsi l'angle dehors sera plus grant que l'vn & puis que l'autre des angles dedans qui luy sont loing.

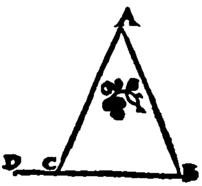


17

De tout triangle, les deux angles pris en quelque sorte que ce soit, *ſont plus petits que deux droicts.*

FORCADEL.

Car ayant mené plus oultre & d'vne part le coſté du triãgle, là ou ſont les deux angles: certainement l'vn d'iceux, qui eſt loing de l'ãgle dehors, eſt plus petit que l'ãgle dehors, par la precedente propoſition, & par la 4 cõmune ſentence, leſdicts deux angles du triãgle, ſont plus petits que l'angle du triangle, pres de l'angle dehors auec l'ãgle dehors, leſquels ſont eſgaux à deux angles droicts par la 13 propoſition, doncques par la premiere commune ſentẽce, ou ſa conuerſe, deux angles dedans d'vn triãgle seront plus petits que deux droicts, &c. Nous pouuons prendre en ceſte propoſitiõ, que d'vn poinct à vne ligne droicte, on ne pourra mener plus de deux lignes droictes eſgalles: car ſi on y en pouuoit mener trois, par la premiere partie de la 5 propoſition, les angles cõtenus des deux extremes & de ladicte ligne ſeroiẽt eſgaux aux angles des coſtez de celle du milieu, & par ainſi à deux droicts, par la 13 propoſition: ce qui eſt contre ceſte propoſition. Nous auons pris auſsi en la precedente de la penultieſme commune ſentẽce, que les deux angles dedãs d'vn triãgle pris en quelque ſorte que ce ſoit, ſerõt plus petits que deux angles droicts.

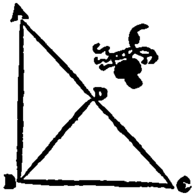


18

En tout triangle, le plus grant coſté, ſouſtient le plus grant angle.

FORCADEL.

Car en deſcriuant vn cercle, à l'entour de la cyme du triangle, & de la grandeur du plus petit coſté, & menant vne ligne droicte de l'angle oppoſé au plus grant coſté, au poinct ou la circonference du cercle couppe le plus grant coſté, par la 3 demande 15 deffinition & premiere demande, on aura faict vn nouueau triangle, ayant deux coſtez eſgaux, dont les angles en la baſe ſont eſgaux, entr'eux, par la premiere partie de la 5 propoſitiõ, l'vn deſquelz comme l'angle dehors, au regart du triãgle qui eſt ſoubs ſa baſe, eſt plus grãt, que l'vn des angles qui eſt en la baſe du triangle propoſé par la 16 propoſition, & par ainſi l'autre qui eſt la partie de l'autre angle, oppoſé au plus grant coſté, par la 1 cõmune ſentẽce, ou ſa cõuerſe ſera auſsi plus grand : doncques par la 9 commune ſentẽce, & à plus forte raiſon l'angle oppoſé au plus grãt coſté ſera plus grãt.

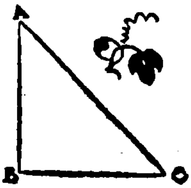


19

En tout triãgle, le plus grãt angle eſt ſouſtenu du plus grãt coſté.

FORCADEL.

Car ſi les coſtez ſont eſgaux, les angles en la baſe du triangle ſont eſgaux par la premiere partie de la 5 propoſition : ce qui eſt contre la 9 commune ſentence : & ſi le coſté oppoſé au plus grant angle, eſt plus petit que l'autre coſté du triãgle, l'angle propoſé plus petit ſeroit plus grant, que le plus grãt angle propoſé par la precedẽte propoſition, ce qui eſt auſsi contre la 9 commune ſentence, le coſté du triangle dõcques oppoſé au plus grãt angle ſera plus grant, cõme cauſe du plus grãt angle par la precedente propoſitiõ.

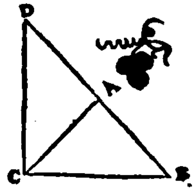


20

En tout triangle, les deux coſtez pris en quelque ſorte que ce ſoit, ſont plus grans que l'autre.

FORCADEL.

Car en deſcriuant vn cercle à l'entour de l'angle, contenu des deux coſtez d'vn triangle & de la quantité de l'vn des coſtez par la 3 demande, & menant vne ligne droicte de l'angle du triangle à l'extremité du diametre du cercle paſſant par l'autre coſté, par les 1 & 2 demandes: l'vn des coſtez de tout le triangle ainſi faict, ſera eſgal aux deux coſtez du triangle propoſé par la 15 deffinition 2 commune ſentẽce : on aura faict auſsi vn triangle nouueau ayant les deux costez esgaux & par ainsi les deux angles en la base d'iceluy seront esgaux entr'eux, par la 5 propositiõ: l'vn desquels auec la partie, & à plus forte raison auec l'vn des angles du triãgle, auec lequel s'en faict vn angle, sera plus grant que l'autre par la 1 & 9 communes sentences, & par ainsi par la precedente proposition, le rayon du cercle, auec l'autre costé du triangle proposé, seront plus grans que le troisiesme costé d'iceluy.



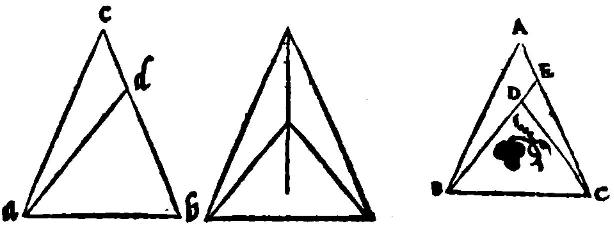
21

Si des extremitez de l'vn des costez d'un triangle, on meine deux lignes droictes dedans iceluy : elles seront bien plus petites que les deux autres costez du triangle : mais elles contiendront vn plus grant angle.

FORCADEL.

Des extremitez de la ligne droicte *a, b,* estant l'vn des costez du triangle *a, c, b,* soyent menées les lignes droictes *a, d,* & *b, d,* se trouuans en la ligne *c, b,* qui est aussi l'vn des costez du triãgle au poinct *d* : Il est certain que les lignes *a, c,* & *c, d,* sont plus grandes que la ligne *a, d,* par la precedente proposition: & par la 4 commune sentence les lignes *a, c, c, d,* & *d, b,* c'est à dire, *a, c,* & *c, b,* sont plus grandes que les lignes *a, d,* & *d, b,* mais l'angle *a, d, b,* c'est à dire, l'angle qui est cõtenu des dictes lignes menées, est plus grãt que l'angle *a, c, b,* par la 16 propositiõ: car il est l'angle dehors au regart de l'ãgle qui se faict en *c*, ou au regart du triãgle *a, c, d*: De là si le rencõtre des deux lignes menées des deux extremitez de l'vn des costez d'vn triangle, se trouuent totalement dedãs le triangle, ayant pris deux fois vne telle maniere de demõstrer (l'vne d'vne part, & l'autre de l'autre part) apres auoir mené l'vne d'icelles iusques à l'autre costé du triangle proposé, certainemẽt & à plus forte raison les lignes menées, seront plus petites que les deux autres costez du triangle

triangle proposé : mais elles contiendront vn plus grant angle:lequel se demonstrera aussi plus grant en menant vne ligne droicte de l'angle à l'angle vers la base par la premiere & seconde demandes : car celuy contenu des deux plus petites lignes, en contient deux par la 8 commune sentence, vn chascun desquels est plus grant par la 16 proposition, qu'vn chascun des deux angles ausquels est esgal l'angle contenu des deux plus grandes lignes par la 8 commune sentence.

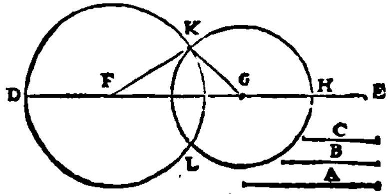


22

Faire vn triangle de trois lignes droictes, esgalles à trois lignes droictes données : mais il faut que les deux lignes prises en quelque sorte que ce soit, soyent plus grandes que l'autre. Car en tout triangle les deux costez pris en quelque sorte que ce soit, sont plus grans que l'autre.

FORCADEL.

Il faut descrire deux demis cercles d'vne part à l'entour des extremitez d'vne ligne droicte esgalle à l'vne des lignes données, l'vn de la quantité de l'vne des deux autres lignes, & l'autre de la quantité de la troisiesme ligne des dónées:& les lignes droictes, menées du poinct, ou les demis cercles s'entrecouppent aux deux centres, parferont le triangle demandé, par la 3 proposition,ou par la 3 & 2 propositions, troisiesme & premiere demandes : par la deffinition du cercle,& par la premiere commune sentéce. De là si les trois lignes donneés, sont esgalles entr'elles,il faudra faire comme nous auons dict à la premiere proposition: & si les deux sont esgalles entr'elles, tant seulement, il faudra descrire à l'entour des extremitez de l'inegale, & d'vne mesme part deux demis cercles, dont les rayons soyent esgaux, ie dis, vn chascun, à l'vne des deux lignes esgalles.

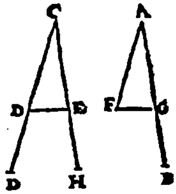


23

Mettre au costé d'une ligne droicte donnée, & à vn poinct donné en icelle, vn angle rectiligne, esgal à vn angle rectiligne donné.

FORCADEL.

Il faut descrire vn cercle à l'entour de l'angle dóné de telle grandeur qu'on voudra, & vn demy cercle à l'entour du poinct donné de la mesme grandeur (& l'vne de ces deux choses laquelle qu'on voudra, estant faicte la premiere:) puis apres il faut descrire vn demy cercle à l'ẽtour du poinct, ou le premier coupe la ligne donnée d'vne mesme part, & de la quantité de la ligne droicte terminée aux deux poincts, ou le cercle coupe les deux costez qui contiennent l'angle donné, & ayant mené vne ligne droicte du poinct donné au poinct, ou les demis cercles s'entrecoupent elle contiendra auec la ligne donnée, l'ãgle demandé, par la 3 & premiere demãde, & par la secóde demãde, s'il en est besoin. par la 15 deffinition, & troisiesme proposition, & par la 8 proposition, ou bien par la precedente proposition: & par ladicte 8, le cercle estãt faict. Ou biẽ faisant passer vne ligne droicte, par les deux lignes qui contiennent l'angle donné, on se sera donné trois lignes droictes, desquelles les deux prises en quelque sorte que ce soit, seront plus grandes, que la 3, par la 20 propositió, le reste soit paracheué au costé de la ligne donnée, & depuis le poinct donné en elle par la precedẽte, & par la 8 proposition. Mais retenons, que si l'angle donné est droict, la perpendiculaire menée sur la ligne dónée au poinct dóné, en elle parfera d'vne part & d'autre, l'angle demandé, par la 11 proposition: & si l'on veut, par la 10 deffinitió, &c. Par ceste proposition aussi nous pouuós faire vn triangle equilateral, equiangle & esgal à vn autre, ou à vn triangle donné, en faisant par la precedente proposition, vn triangle de trois lignes droictes, esgalles aux trois costez du triangle donné, &c. & de triãgle en triangle, l'on fera ainsi toute autre figure rectiligne.

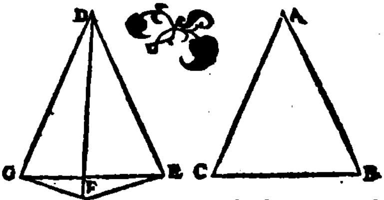


24

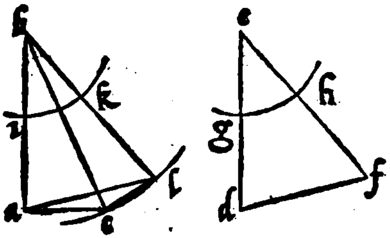
Si de deux triangles les deux costez de l'vn, sont esgaux aux deux costez de l'autre vn chacun au sien: mais l'angle plus grant, que l'angle contenu de lignes droictes esgalles, il aurõt aussi la base plus grande que la base.

FORCADEL.

Des deux triangles *a, b, c,* & *d, e, f,* les deux costez *a, b,* & *b, c,* de l'vn, estans esgaux aux deux costez de l'autre, *d, e,* & *e, f,* vn chacun au sien, & l'angle qui se faict en *e,* de l'vn plus grant, que l'angle qui se faict en *b* de l'autre, certainement la base *d, f,* sera plus grande que la base *a, c*: car en descriuant à l'entour du poinct *e,* le cercle *g, h,* de la grãdeur *g, e,* par la 3 demande, & aussi a l'entour du poinct *b,* le cercle *i, k,* de la mesme grãdeur, & de la grãdeur de la ligne droicte *g, h,* descriuant vn demy cercle à l'entour du poinct i par la 3 demande, duquel la circóference passe par le poinct *k,* en menant la ligne droicte *b, k,* tant qu'il en sera besoing par la 1, & 2 demande, l'angle *i, b, k,* sera esgal à l'angle *g, e, h,* par la precedente proposition: delà par la 3 demande descriuant à l'entour du poinct *b,* le cercle *c, l,* par la deffinition du cercle & par la premiere commune sentence la ligne *b, l,* sera esgalle à la ligne *e, f,* & par la 4 proposition & premiere demande, la ligne *a, l,* sera esgalle à la ligne *d, f*: tout cela doncques qui se dira de l'vne, se pourra dire, & sera de l'autre. Menõs doncques par la premiere demande, la ligne droicte *c, l,* & l'entendons, & prenons pour base des deux triãgles *c, b, l,* ayant deux costez esgaux, & du triãgle *c, a, l*: Il est certain que l'angle *c, l, b,* est plus grant, que l'angle *c, l, a,* par la 9 commune sentẽce: & par ainsi l'angle *b, c, l,* sera plus grant au mesme par la premiere partie de la 5 proposition, &c: Et à plus forte raison par la 9 commune sentence, l'angle *a, c, l,* sera plus grãt, que l'angle *c, l, a,* & par la 19 proposition, le costé *a, l,* du triangle *a, c, l,* c'est à dire, la base *d, f,* sera plus grãt, que *a, c.* Mais si la ligne *a, l,* passoit par la ligne *a, c,* comme le voudroit dire l'aduersaire: certainemẽt la ligne *a, l,* seroit plus grande que *a, c,* par la 9 commune sentence: & si elle passoit soubs *a, c,* en menãt tousiours la ligne droicte *c, l,* par la premiere demãde, & les costez esgaux *b, c,* & *b, l,* par la seconde demande, par vne mesme maniere de ratiociner prenãt la seconde partie de la



5 propositiõ au lieu de la premiere, tousiours la ligne *a, l,* c'est à sçauoir *d, f,* sera plus grande, que *a, c.*

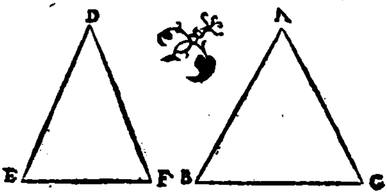


25

Si de deux triangles, les deux costez de l'vn, sont esgaux aux deux costez de l'autre, vn chacun au sien: mais la base, plus grãde que la base, ils aurõt aussi l'angle cõtenu desdicts costez, plus grãt que l'angle.

FORCADEL.

Car ſi l'angle ſouſtenu de la plus grande baſe, eſtoit eſgal à l'ãgle ſouſtenu de la plus petite, la baſe ſeroit eſgalle à la baſe, par la 4 propoſition: ce qui eſt contre la 9 cõmune ſentence. Et ſi l'angle ſouſtenu de la plus grande baſe, eſtoit plus petit, que l'angle ſouſtenu de la plus petite baſe, certainement la plus petite baſe ſeroit plus grãde, que la plus grande: ce qui eſt auſsi cõtre la 9 cõmune ſentence. L'angle doncques porté de la plus grãde baſe, ſera plus grãt: car il eſt la cauſe de la plus grande baſe par la precedente propoſition.



26

Si de deux triangles, les deux angles de l'un, ſont eſgaux aux deux angles de l'autre, vn chaſcun au ſien: & le coſté de l'un eſgal au coſté de l'autre: ou bien celuy, au coſté duquel ſont les angles eſgaux: ou bien celuy qui ſouſtient l'un des angles eſgaux: Il auront auſsi les autres coſtez eſgaux aux autres coſtez, vn chaſcun au ſien, & l'autre angle, eſgal à l'autre angle.

FORCADEL.

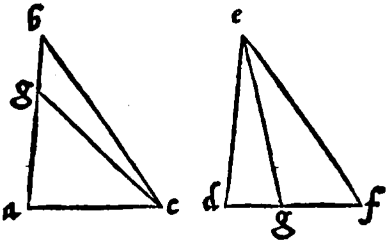
RESOLVTION.

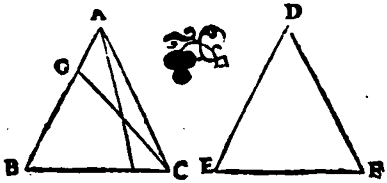
En la reſolution de la 4 propoſition, nous auons pris les deux coſtez de l'vn, eſgaux aux deux coſtez de l'autre, &c. & en ceſte cy, de la meſme, il nous faut prendre deux angles de l'vn, eſgaux à deux angles de l'autre, &c. & le triangle eſgal au triangle.

COMPOSITION.

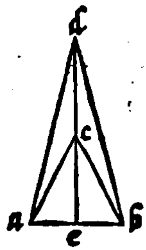
Des deux triangles, *a*, *b*, *c*, & *d*, *e*, *f*, les deux angles de l'vn, qui ſe font en *a*, & *c*, eſtans eſgaux aux deux angles de l'autre, qui ſe font en *d*, & *f*, & le coſté *a*, *c*, eſgal au coſté *d*, *f*, certainement ſi le coſté *a*, *b*, n'eſt pas eſgal au coſté *d*, *e*, du plus grant, ſi c'eſt *a*, *b*, ſoit leuée la partie *a*, *g*, eſgalle à *d*, *e*, & depuis l'vn des angles eſgaux, par la

3 propoſition,& ſoit menée la ligne droicte *g, c*, par la premiere demãde:car par la 4 propoſition,l'angle *g, c, a*, du triangle *g, c, a*, ſera eſgal à l'angle *e, f, d*, lequel eſt donné eſgal à l'angle *b, c, a*, par la premiere commune ſentẽce doncques,l'angle *g, c, a*, eſt eſgal à l'angle *b, c, a*: ce qui eſt contre la 9 commune ſentence : & par ainſi le coſté *a, b*, ne peut eſtre plus grant,ny plus petit,que *d, e*, (car le meſme impoſsible aduiendroit de l'autre part) il ſera doncques eſgal à *d, e*, & par la 4 propoſition *b, c*, ſera eſgal à *e, f*, & l'angle qui ſe faict en *b*, eſgal à l'angle qui ſe faict en *e*, & le triangle au triangle par la ſeconde partie de la meſme. Mais ſi le coſté *a, b*, eſt eſgal au coſté *d, e*, & le coſté *a, c*, n'eſt pas eſgal au coſté *d, f*, du plus grant,ſi c'eſt *d, f*, ſoit leuée la partie *d, g*, depuis l'vn des angles eſgaux ou ſe termine l'vne des lignes eſgalles,eſgalle à *a, c*, par la 3 propoſition , & par la premiere demande,ſoit menée la ligne droicte *e, g*, car l'angle *e, g, d*, ſera eſgal à l'angle *b, c, a*, par la 4 propoſitiõ:& par ainſi à l'angle *e, f, g*, par la premiere cõmune ſentence: ce qui eſt cõtre la 16 propoſition , & contre la 9 cõmune ſentẽce : ſi dõcques le coſté *d, f*, ne peut eſtre plus grant que *a, c*, ny plus petit(pour la cauſe ia dicte) certainement il luy ſera eſgal , & par la 4 propoſitiõ *b, c*, à *e, f*, le triãgle au triangle,& l'ãgle qui ſe faict en *b*, eſgal a l'angle qui ſe faict en *e*.





Nous pouuons prendre de la premiere partie de la 5 propoſition , de ceſte propoſition,& de la 10 deffi nitiõ, que ſi de l'ãgle cõtenu des deux coſtez eſgaux d'vn triãgle Isoscele, on meine vne perpẽdiculaire à la base, icelle diuisera la base par le milieu. Nous pouuõs aussi prẽdre icy, q̃ si sur vne mesme base & en vne mesme part, nous metõs deux triãgles Isosceles inesgaux par la 22 propositiõ, la ligne droicte menée des deux cymes, vers la base, par la premiere & 2 demãdes, sera à droicts angles sur la base, & la diuisera par le milieu: cõme des triãgles Isosceles *a, c, b*, & *a, d, b*, estans sur vne mesme base *a, b*, & en vne mesme part, certainement la ligne *d, c*, menée iusques à *e*, sera perpendiculaire sur la ligne *a, b*, & laissera autant de *a*, à *e*, comme de *e*, à *b*: car par la 8 proposition, l'angle *d, c, b*, est esgal à l'angle *d, c, a*, & par la 13 proposition, & par la 3 commune sentence, l'angle *b, c, e*, est esgal à l'angle *a, c, e*, & par la premiere partie de la 5 proposition, & par ceste proposition, la ligne *e, b*, est esgalle à la ligne *a, e*: & d'auantage l'angle *c, e, b*, est esgal à l'angle *c, e, a*: doncques par la 10 deffinition, la ligne *d, c, e*, est perpẽdiculaire sur la base *a, b*. De là d'vn poinct dõné, comme du poinct *c*, ou *d*, nous pouuons mener vne ligne droicte perpendiculaire, sur vne ligne droicte donnée comme *a, b*, en laquelle n'est pas le poinct donné, en descriuant vn cercle à l'entour du poinct dõné, de la grandeur *c, b*, ou *d, b*: puis sur la base *a, b*, faisant le triãgle Isoscele *a, d, b*, ou *a, c, b*, & en menant *d, c*, Iusques à la ligne donnée. Nous pouuons aussi diuiser par mesmes moyen la ligne *a, b*, donnée par le milieu, en descriuant lesdicts Isosceles &c.

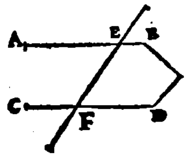


27

Si vne ligne droicte, trapassant deux lignes droictes, faict les angles alternes esgaux l'vn à l'autre, icelles lignes droictes, seront paralleles entr'elles.

FORCADEL.

Car si elles ne sont point paralleles, & estans menées se rencontrent d'vne part & d'autre, certainement deux lignes droictes, contiendroient vn espace: ce qui est contre la derniere commune sentence, & si elles estans menées, s'entretrouuent d'vne part tant seulement, (comme à la verité ne pourroit estre autrement, si elles se rencontrent) ny aura il pas vn triangle, duquel l'angle dedans opposé à l'ãgle dehors, sera plus petit que celuy dehors, par la 16 proposition, ce qui est contre la 9 commune sentence, & par ainsi icelles deux lignes estans menées ne se rencontrans pas d'vne part n'y d'autre, elles seront paralleles, par la 35 deffinition.



28

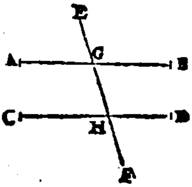
Si vne ligne droicte, trapassant deux lignes droictes, faict l'ãgle dehors d'vne part, esgal à l'ãgle dedans & opposé d'vne mesme part: ou bien les angles dedãs d'vne mesme part, esgaux à deux droicts: icelles deux lignes droictes, seront paralleles entr'elles.

FORCADEL.

Car l'angle dehors, est esgal à l'angle dedans de l'autre part qui luy est contre, par la 15 proposition, & par ainsi par la premiere commune sentence, l'angle dedans de la part de l'angle dehors, est esgal à l'angle dedans de l'autre part contre l'angle dehors, c'est à dire à son alterne: doncques par la precedente proposition, les deux lignes droictes seront paralleles. Et pour la secõde partie, deux angles droicts, valent l'vn des angles dedans: & celuy dedans de l'autre part qui luy est pres par la 13 proposition: & par la premiere commune sẽtẽce, les deux angles dedans d'vne part, valent l'vn d'iceux auec l'angle dedans de l'autre part qui luy est pres, par la 3 commune sentence doncques, les angles alternes seront esgaux entr'eux,

& par

& par la precedente propoſition les deux lignes droictes trapaſſées ſerōt paralleles. Il ſ'enſuit de ceſte partie qu'vn quarré, & vn bord-lōg, ou lōg d'vn coſté, ſont parallelogrāmes : & auſsi que les lignes droictes perpēdiculaires deſſus vne ligne droicte, ſerōt paralleles.

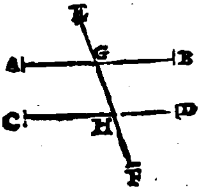


29

Si deux lignes droictes paralleles, ſont trapaßées d'vne ligne droicte. Icelle fera les angles alternes, eſgaux entr'eux, & l'angle dehors, eſgal à l'angle dedans & oppoſé, d'vne meſme part, & les angles dedans, d'vne meſme part eſgaux à deux droicts.

FORCADEL.

Car ſi les angles alternes, ſont ineſgaux, les lignes droictes trapaſſées eſtans menées ſ'yrōt ioindre de la part du plus petit par la 13 propoſition, 4 commune ſentence, & la conuerſe de la premiere commune ſentence, ce qui eſt contre la conuerſe de la 35 deffinition : les angles alternes doncques ſeront eſgaux entr'eux, & l'angle dehors d'vne part eſtant eſgal à l'vn qui luy eſt contre, par la 15 propoſition, il ſera eſgal à l'autre dedans d'vne meſme part, par la premiere commune ſentence : mais l'angle dedans, auec celuy dedans, qui eſt pres de l'angle dehors d'vne meſme part, eſt eſgal à l'angle dehors, & à celuy dedās qui luy eſt pres, par la ſeconde commune ſentēce, leſquels ſont eſgaux à deux droicts, par la 13 propoſitiō : il ſ'ēſuiura de là, par la premiere commune ſentence, que les deux angles dedās d'vne meſme part, ſeront eſgaux à deux droicts.

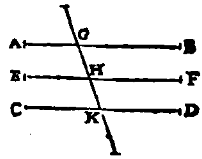


30

Les lignes droictes, paralleles à vne ligne droicte, ſont außi paralleles entr'elles.

FORCADEL.

Car la ligne droicte qui en trapaſſe trois, quāt les deux ſont paralleles à l'vne, faict l'angle dehors d'vne part, eſgal à l'angle dedãs d'vne mesme part, par la seconde partie de la precedente propositiõ, & par la premiere cõmune sentẽce, se trouuãt vne ligne droicte trapassant deux lignes droictes, & faisant l'ãgle dehors d'vne part, esgal à l'ãgle dedãs de la mesme part, icelles deux lignes droictes serõt paralleles par la premiere partie de la 28 propositiõ. De là si vne ligne droicte coupe l'vne des deux paralleles elle estant menée coupera aussi l'autre, sinõ la coupée & celle qui la coupe, seroiẽt paralleles, par la derniere deffinitiõ, & par ceste proposition : comme le demõstre Vitellion en la seconde proposition du premier liure. Mais nous y adiousterons nostre interpretation, qui est telle: certainement vne ligne droicte qui coupe l'vne de deux lignes droictes paralleles, elle & l'autre paralleles, estans menées de la part de l'autre parallele, se rencontreront: car en faisant trapasser les trois lignes droictes, d'vne ligne droicte coupant la coupante, non entre les paralles, c'est à dire sur la coupée l'on aura vn triangle les angles en la base, duquel, par ou passe la ligne trapassant, sont plus petits que deux droicts, par la 17 proposition: mais l'vn d'iceux, est esgal à l'angle faict de la ligne trapassant, & de l'autre parallele, par la seconde partie de la precedente proposition : & par ainsi par la penultiesme commune sentence, la coupante, & l'autre parallele, se rencontreront, aussi si la ligne qui trapasse, passe par le poinct, ou la coupante coupe l'vne des paralleles, l'angle cõtenu de la coupante & de la trapassant auec l'angle cõtenu, de la trapassant & de l'autre parallele, serõt plus petits que deux droicts &c. Et si la ligne qui trapasse les trois lignes, coupe la coupante entre les paralleles, il s'y faict encores vn triangle, dont lesdicts deux angles sont plus petits que deux droicts, & l'vn est esgal à l'ãgle qui luy est contre, contenu de celle qui trapasse & de la coupante, par la 15 proposition, & l'autre est esgal à l'angle contenu de l'autre parallele, & de celle qui trapasse, par la premiere partie de la precedente propoſition : & par ainſi par ladicte commune ſentence, leſdictes lignes ſe rencontreront, & la cauſe de cecy eſt en la demonſtratió de ceſte propoſition: car quant vne ligne droicte trapaſſe trois paralleles, elle coupe l'vne, & puis les autres, ou en coupant l'vne des paralleles, elle coupe auſsi l'vne des autres. Nous y prédrons auſsi en paſſant que toutes les perpédiculaires tombant ſur vne ligne droicte ſerót paralleles l'vne à l'autre.



31

Faire paſſer par vn poinct donné, vne ligne droicte, parallele à vne ligne droicte donnée.

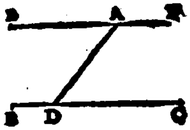
FORCADEL.

RESOLVTION.

Les lignes droictes paralleles *a, b*, & *c, d*, trapaſſées de la ligne *e, f*, font l'angle *b, e, f*, eſgal à l'angle *c, f, e*, par la premiere partie de la 29 propoſition, la ligne droicte doncques *c, d*, & le poinct *e*, eſtans donnez, la ligne *e, f*, ſera donnée, par la premiere demande, & par ainſi l'ãgle rectiligne *e, f, c*, par la 8 & 9 deffinitions, & par la 23 propoſition l'angle, *b, e, f*, ſera auſsi donné: & la ligne parallele *a, b*, par la 27 propoſition.

COMPOSITION.

Il faut deſcrire à l'entour d'vn tel poinct qu'on voudra de la ligne donnée, & de la grandeur qui eſt depuis celuy poinct, au poinct donné ou plus petite, vn demy cercle de la part du poinct donné, par la premiere & troiſieſme demandes, & vn autre demy cercle, d'vne meſme grandeur, à l'entour du poinct donné, & à l'entour du poinct ou le ſecond demy cercle coupe la ligne menée, du poinct donné, au poinct pris en la ligne, il faut deſcrire vn demy cercle, d'vne meſme part & de la grãdeur alterne, qui eſt entre les deux poincts, ou le premier demy cercle coupe la ligne dónée & la menée: & la ligne droicte menée, par les premiere & seconde demandes, du poinct donné, au poinct ou les deux derniers demis cercles s'entrecouppent, sera la parallele demandée, par la 23 & 27 propositions.

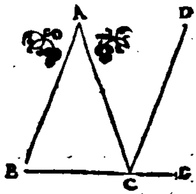


32

En tout triangle, ayant mené l'vn des costez: l'angle dehors, est esgal aux deux angles dedans, qui luy sont opposez. Et les trois angles dedans du triangle, sont esgaux à deux droicts.

FORCADEL.

Nous auons veu en la 16 proposition, que l'angle dehors d'vn triangle, est plus grant, que l'vn, ny que l'autre des angles dedans qui luy sont loin. Et en la 17 proposition, que les deux telz angles dedans d'vn triangle qu'on voudra, sont plus petits que deux droicts. Car en faisant passer vne parallele par l'angle du triangle pres de l'angle dehors, au costé opposé d'iceluy par la precedente proposition, elle laissera de l'angle dehors vn angle partie de l'angle dehors, esgal à l'autre des angles dedans, du triangle opposé à l'angle dehors, par la seconde partie de la 29 proposition: & par ainsi l'angle dehors, sera esgal, par la 8 commune sentence, à deux angles, lesquelz par la 2 commune sentence, sont esgaux aux deux angles dedãs du triãgle opposez à l'angle dehors, doncques par la premiere commune sentence, l'angle dehors, sera esgal ausdicts deux angles, & en adioustant d'vne part & d'autre, l'angle dedans, qui est pres de l'angle dehors, ou aura par la 2 commune sentẽce, les trois angles dedans du triangle, esgaux à l'angle dehors, & à celuy dedans qui luy est pres: lesquelz valent deux droicts, par la 13 propositió: & par ainsi, par la premiere commune sentence les dicts trois angles dedans, valent deux angles droicts.



D'icy nous pouuons prẽdre, que les trois costez d'vn triangle, estans menez vn chacun vne fois, & d'vne part, les trois angles dehors, qui se feront, seront esgaux à 4 angles droicts: car iceux, auec ceux dedans, valent 6 angles droicts, par la 13 proposition, & 2 commune sentence: & en leuant des six angles du triangle, les trois angles dedans, & des 6 droicts, 2 angles droicts, qui sont esgaux ausdicts trois angles dedans, par ceste proposition, il restera par la 3 commune sentence, les trois angles dehors esgaux à 4 angles droicts. Par ceste proposition aussi, si on multiplie le nõbre des triangles le plus petit, ausquels se diuise vne figure de lignes droictes, par 2 (car il y a deux angles droicts en tous les trois angles dedans d'vn triangle) on aura les angles droicts esgaux aux angles dedãs de la figure de droictes lignes: si doncques du nombre des costez de la figure se soustraict 2, la reste multipliée par 2, fera les angles droicts demandez: si aussi on multiplie 2 angles droicts par le nombre des costez d'vne figure de lignes droictes, & du produict on soustraict 4 angles droicts, on aura la reste esgalle aux angles dedãs de la figure: car si depuis vn poinct qui est bien dedans vne figure de lignes droictes aux angles d'icelle, on meine des lignes droictes par la premiere demande, elle sera diuisée en autant de triangles qu'il y a de costez en la figure, & par ainsi le nombre des costez, se pourra prendre pour le nõbre des angles, lequel doublé faict les angles droicts, ausquels sont esgaux tous les angles dedans de tous les triangles de la figure diuisée, desquels soustryãt 4 angles droicts, & de tous les angles des triangles, ceux qui sont à l'entour du poinct qui est dedans la figure: car il sont esgaux à 4 droicts par la 13 proposition, ainsi que nous l'auons pris là, la reste d'angles droicts sera esgalle aux angles dedans de la figure, par la 3 cõmune sentence. Et par cecy aussi, nous pourrons dire, que les angles dehors (comme nous auõs dict) d'vn triangle, & par vne mesme maniere de demonstrer les angles dehors de toute figure de lignes droictes, vn chacun costé d'icelle, estant estendu ou mené vne fois & d'vne part, serōt esgaux à 4 angles droicts : car les angles dehors, & ceux qui leur sont pres dedans, valent le double d'autant d'angles droicts, qu'il y a de costez en la figure par la 13 proposition: & les angles des triangles, esquels est diuisée la figure, depuis vn poinct dedans à vn chacun angle, valēt autant d'angles droicts qu'est ledict double: doncques par la 6 commune sentence, ces deux quantitez là seront esgalles entr'elles, & en leuant d'vne part & d'autre, ce qui est en l'vne & en l'autre, c'est à sçauoir les angles dedans de la figure, & ceux ausquels ils sont esgaux, par la 8 commune sentence, il restera les angles dehors, esgaux aux angles qui sont à l'entour du poinct qui est dedans la figure, par la 3 commune sentence, lesquels valent 4 angles droicts: Nous l'auōs dict ainsi en la 13 proposition: doncques par la premiere commune sentence, les angles dehors, vaudrōt 4 angles droicts. Par ceste propositiō aussi il n'y aura iamais qu'vn angle droict en vn triangle: car s'il y en auoit deux, la partie seroit esgalle à son tout, ce qui est contre la 9 commune sentence, & à plus forte raison il n'y aura iamais qu'vn angle Obtus en vn triāgle, car s'il y en auoit deux, la partie seroit plus grande que son tout: ce qui est impossible par la mesme 9 commune sentēce. D'auantage dessus vne ligne droicte on ne pourra iamais mener deux perpēdiculaires d'vn poinct qui n'est pas en elle: car il y auroit deux angles droicts en vn triangle, ce qui est impossible. Aussi l'vn des angles dedans d'vn triangle equilateral, vaut deux tierces d'vn angle droict : car nous auons pris en la 5 proposition, que les trois angles sont esgaux entr'eux: si dōcques trois pieces esgalles, valēt deux droicts, certainemēt l'vne de ces trois pieces là vaudra deux tierces d'vn angle droict, & iceluy angle d'vn triangle equilateral, estant diuisé en deux esgallement, par la 9 proposition, certainement l'vn d'iceux sera vne tierce partie d'vn angle droict: & delà par la 23 & 9 propositions, ou par la 23 continuée vn angle droict se pourra diuiser en trois pieces, ou angles esgaux. Aussi s'il y a vn triangle Isoscele vn chacun des angles dedans duquel, estant en la base soit double à l'autre (car il nous sera monstré en la 10 proposition du 4 d'en trouuer vn tel) en diuisant vn chacun des angles de la base, en deux esgalement par la 9 proposition, certainement par la 8 & 2 communes sentẽces, cinq angles tels qu'est celuy qui se faict à la cyme du triangle, vaudront les trois angles dedans du triangle, c'est à dire, deux angles droicts, par ceste proposition, & par la premiere commune sentence: & si cinq pieces esgalles, valent deux angles droicts, certainement l'vne d'icelles emportera deux cinquiesmes parties d'vn angle droict: & si celuy de la cyme, emporte deux cinquiesmes, certainement l'vn de ceux qui sont en la base, vaudra quatre cinquiesmes d'vn angle droict: mais diuisons celuy de la cyme, en deux esgalement, par la 9 proposition, l'vne d'icelles vaudra vne cinquiesme d'vn droict, & de là s'ensuiura qu'vn angle droict se diuisera en cinq angles esgaux entr'eux, par la 23 proposition continuée, ou par la 23 & 9 propositions. Puis aussi qu'il est ainsi, que l'angle d'vn triangle equilateral, vaut deux tierces d'vn droict, & que six fois deux tierces, valent iustement quatre: il est certain que six tels angles comprẽdront vn space. Aussi en menãt les deux lignes, qui contiennent l'angle droict d'vn quarré, par la seconde demande: Il est certain par la 13 ꝓpositiõ, troisiesme, & cõuersiõ de la 10 cõmunes sentences, & la 15 proposition (là ou premieremẽt no9 le pouuõs cõme debuõs prẽdre ou en la 13 ꝓpositiõ) q̃ quatre angles droicts cõprendrõt l'espace ou vn space, Aussi d'vn triangle Isoscele, dont l'vn des angles esgaux qui sont en la base, sont doubles à l'autre, les dix de la cy me,ou les cinq en la base,comprendront,ou enuironneront l'espace. Ausi en doublant l'vn des angles d'vn triangle equilateral,il fera quatre tierces d'vn droict,dõt les trois comprendront,ou enuironneront l'espace. Prenons d'icy ausi que d'vn triangle rectangle & Isoscele l'vn des angles esgaux en la base vaudra la moitié d'vn angle droict par la 3 commune sentence, la conuerse de la sixiesme,& par la 7 communes sentences. Nous pouuons ausi dire par ceste proposition que l'vn des angles dedans d'vn triangle, estant esgal aux deux autres,il sera droict,comme la moitié de deux droicts,ou bien que s'il estoit plus grant, ou plus petit, les trois seroyent plus grãs, ou plus petits à deux droicts, ce qui seroit cõtre ceste proposition: & de là s'ensuiura que l'vn des angles d'vn triangle, estãt plus grant que les deux autres, il sera plus grant qu'vn droict, & estant plus petit, il sera plus petit. Par ceste proposition ausi les angles dedãs d'vne part, tant d'vn Rhombe que d'vn Rhomboide, seront esgaux à deux angles droicts, & par ainsi le Rhombe & le Rhomboide seront parallelogrãmes:car premieremẽt comme nous l'auons pris en la 5 proposition, les angles opposez d'vn Rhombe, sont esgaux entr'eux, & par la seconde cõmune sentence les deux angles dedans d'vne part,seront esgaux aux deux autres angles dedans,ils seront donques la moitié des 4 angles dedans qui valent par ceste, &c.4 angles droicts, desquels 2 angles droicts, sont la moitié & par la 7 cõmune sentence,lesdicts deux angles seront esgaux à 2 angles droicts,& par la seconde partie de la 28 proposition, vn Rhombe sera parallelogrãme:par vne mesme maniere de demõstrer vn Rhomboide, sera ausi parallelogrãme: mais au lieu de ce que nous auons pris en la 5 proposition pour le Rhombe, il le faut prendre en la deffinitiõ mesme du Rhomboide, c'est à sçauoir en la 33, pour le Rhomboide. De là nous pouuons faire passer vne parallele par vn poinct donné

à vne

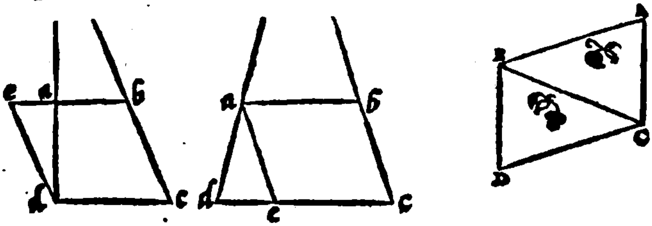
à vne ligne droicte donnée en descriuant vn demy cercle à l'entour d'vn poinct pris en la ligne donnée de la part du poinct donné & de la grandeur depuis iceluy au poinct donné, par la premiere, & 3 communes sentences, encores deux demis cercles de la part opposée au poinct pris en la ligne, estans de la mesme grandeur (que le vulgaire nomme sans ouurir le compas ny le retresir) l'vn à l'entour du poinct, ou le premier demy cercle couppe la ligne donnée, & l'autre à l'entour du poinct donné, & la ligne droicte menée du poinct, ou les deux derniers demis cercles s'entrecouppent au poinct donné, par la premiere demande, & aussi la seconde, sera la parallele demandée: car par la 20 & 22 propositions, & par la 32 deffinition, la menée, & la dónée seront les deux costez opposez d'vn Rhombe, lesquels sont paralleles, comme nous le venons de dire, &c. Dauantage si on nous donne vne ligne droicte pour y metre vn triangle equi-angle, à vn triangle donné, il nous faudra metre aux deux extremitez d'icelle & d'vne mesme part, deux angles esgaux aux deux angles dedans du triangle donné vn chacun au sien par la 23 proposition, & les deux lignes, les contenans auec la dónée, s'yront entretrouuer de la mesme part, par ceste propositió, & par la penultiesme commune sentence, & par ceste proposition 2 & 3 communes sentences, elles contiendront vn angle esgal au troisiesme angle du triangle, & ainsi on aura le triangle demandé.

33

S'il y a deux lignes droictes esgalles & paralleles, les lignes droictes menées aux extremitez d'icelles d'vne mesme part, serót aussi esgalles & paralleles.

FORCADEL.

Car en menant vne ligne droicte de l'angle à l'angle de la figure de quatre costez qui en sera faicte, par la premiere demãde, elle trapassera les deux paralleles don nées, & par ainſi, par la premiere partie de la 29 propoſition, elle fera les angles alternes eſgaux : on aura doncques deux triangles, deſquels par la 4 propoſition, les baſes ſerõt eſgalles, c'eſt à dire, les lignes menées, deſdictes extremitez, & par la meſme les angles de ces deux triangles là, qui ſ'entreraportent, ſerõt eſgaux entr'eux: or eſt il ainſi, que la ligne menée de l'angle à l'angle trapaſſe auſsi les autres menées & faict les angles alternes eſgaux entr'eux : doncques par la 27 propoſitiõ leſdictes lignes menées, ſeront paralleles. Quant doncques nous voudrons faire vn parallelogramme, il nous faudra prendre deux lignes paralleles & eſgalles par la 31 & 3 propoſitions, ſi elles ne nous ſont données, & les lignes droictes menées aux extremitez d'icelles d'vne meſme part, parferont vn parallelogramme. Ou bien il nous faudra faire paſſer par deux angles d'vn triangle deux paralleles aux deux baſes d'iceluy par la 31 propoſition, & la figure qui en ſera faicte, ſera parallelogramme : car les deux lignes menées paralleles, ſ'yront ioindre enſemble par la 23 & 17, ou 32 propoſitions. Cela veut dire, que ayant deux lignes droictes, qui contiennent vn angle, & ayant deſcrit à l'entour de l'extremité d'vne chacune vn demy cercle de la part oppoſée à l'ãgle & de la grãdeur de l'autre ligne, les lignes droictes menées du poinct, ou les demis cercles ſ'entrecoupẽt aux deux centres, parferõt vn parallelogramme. Auſsi ſ'il y a deux lignes droictes paralleles trapaſſées d'vne ligne droicte, en faiſant paſſer par vn poinct prins en l'vne des paralleles vne ligne droicte, qui les trapaſſe parallele à l'autre, les trapaſſant, on aura faict vn parallelogramme. Mais notons que les deux lignes droictes qui cõtiennent l'vn des angles d'vn parallelogramme, ſe diſent eſtre les deux coſtez d'iceluy parallelogramme. Auſsi ſ'il y a deux lignes droictes paralleles & ineſgalles, cõme *a, b,* plus petite & *c, d,* la plus grande, les lignes droictes menées des extremitez d'icelles d'vne part, comme *d, a,* & *c, b,* par la premiere & seconde communes sentences, elles s'yront ioindre de la part de la plus petite : car en menant la ligne plus petite *b, a,* iusques à *e,* tellement que *b, e,* soit esgalle à *d, c,* par la seconde demande, & la 3 proposition, & puis ayant mené par la premiere demande, la ligne *d, e,* elle sera parallele à *b, c,* par ceste proposition, & par ainsi comme nous l'auons pris en la 30 proposition *d, a,* s'en ira trouuer *c, b,* de la part de la plus petite : ou bié en faisant passer par le poinct *a,* la ligne droicte *a, e,* parallele à *b, c,* par la 31 proposition, icelle estant coupée de *d, a,* par cela mesme qu'auons pris en la 30 proposition, la ligne droicte *d, a,* s'en ira trouuer la ligne *b, c,* de la dicte part de la plus petite.

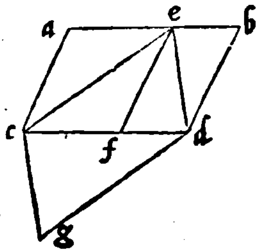


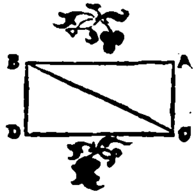
34

En tout espace parallelogramme, les costez, & les angles opposez, sont esgaux entr'eux: & le diametre le coupe par le milieu.

FORCADEL.

Pour diametre, en cest endroict, il entend la ligne droicte menée de l'angle à l'angle par la premiere demande: laquelle trapasse les costés opposez du parallelogramme & par ainsi par la premiere partie, de la 29 propositió elle faict les angles alternes esgaux: doncques par la 8, 2 & premiere communes sentences, les deux angles du parallelogramme des deux extremitez de la ligne menée, seront esgaux entr'eux, & par la 26 proposition, en considerant tout le parallelogramme diuisé en deux triágles, dont au costé de la ligne menée, sont les angles esgaux, les costez opposez seront esgaux, & l'autre angle à l'autre angle, & par cela que nous y auons pris ou par la 4, le triangle sera esgal au triangle, ou bien ayant pris premierement lesdicts deux triangles &c. les angles du parallelogramme diuisez du diametre serōt esgaux entr'eux, par la huict, deux, & premiere communes sentences, & le triangle au triangle par la quatre ou par cela que nous auons pris en la 8 proposition, ou bien par cela que nous auons pris en la 26 proposition, le parallelogrāme doncques sera double à l'vn desdicts triangles, & l'vn desdicts triangles la moitié de tout le parallelogramme. D'icy il nous faut prendre que l'vn des angles d'vn parallelogrāme estant droict, il sera rectangle : car tous les quatre angles d'iceluy valent quatre angles droicts par la troisiesme partie de la 29 proposition, & par la secōde commune sentence, &c. desquels ayant soustraict deux angles droicts, car les opposez sont égaux par ceste propositiō, & l'opposé à l'angle droict, est droict par la conuerse de la 10 cōmune sentēce, il restera les deux autres angles du parallelogrāme esgaux à deux droicts, par la troisiesme cōmune sentēce, vn chacun desquels sera droict par ceste proposition par la cōuerse de la 6, & par la 7 communes sentences, & la conuerse de la 10 commune sentence. Si dōcques les deux costez qui contiénent l'angle droict du parallelogramme, sont esgaux, il sera quarré par la 30 deffinition, car les costez seront esgaux par la premiere commune sentence, & si les costez contenās ledict angle sont inesgaux il sera long d'vn costé par la 31 deffinitiō. Aussi si l'angle d'vn parallelogramme est plus grant ou plus petit qu'vn droict, il sera non rectangle, car tous les angles d'iceluy valēt quatre angles droicts, par cela que nous auons pris en la 32 ou par la 28 propositions &c. Or si de quatre angles droicts on soustraict plus ou moīs de deux droicts, il restera certainement, moins ou plus de deux angles droicts, pour les deux autres angles opposez:& par ainsi vn chacũ d'eux sera plus petit, ou plus grant qu'vn angle droict: il sera doncques non rectãgle. Ou biẽ si l'vn des angles est plus grãt ou plus petit qu'vn droict, l'opposé sera aussi plus grant ou plus petit qu'vn droict: & celuy qui luy est pres, sera plus petit ou plus grant qu'vn droict,& son opposé aussi: car les deux angles d'vne part,valẽt deux droicts, par la troisiesme partie de la 29 proposition: si doncques les deux costez cõtenãt l'angle sont esgaux,le parallelogrãme sera Rhombe par la 32 deffinition: car les costez seront esgaux par la premiere cõmune sentẽce, sinon la figure sera Rhomboide, par la 33 deffinition: prenons aussi de ceste proposition, que les perpẽdiculaires menées de l'vne à l'autre de deux lignes paralleles seront esgalles entr'elles: car si de deux poincts de l'vne des paralleles à l'autre, se meinent deux perpendiculaires, par la 12 proposition, vne chascune du sien, elles seront paralleles par la seconde partie de la 28 proposition: & par ainsi la figure qui en sera parfaicte sera parallelogramme, & par ceste proposition les perpendiculaires seront esgalles entr'elles &c. De ceste proposition aussi, il nous faut prendre, que si d'vn poinct, qui est en l'vn des costez d'vn parallelogrãme, on mene trois lignes droictes, l'vne parallele, à l'autre costé, & les deux autres, aux deux angles du parallelogramme: il sera esgal au parallelogrãme faict des deux autres lignes ayant l'angle contenu d'icelles: comme si du poinct *e*, qui est à l'vn des costez du parallelogramme *a*, *b*, *c*, *d*, on meine la parallele *e*, *f*, & les lignes *e*, *c*, & *e*, *d*, & on en paracheue le parallelogramme *e*, *g*, ayant l'angle mesme *c*, *e*, *d*, il est certain que *e*, *g*, sera esgal à *a*, *d*, car par ceste proposition, le triangle *c*, *g*, *d*, est esgal au triangle *c*, *e*, *d*, lequel par ceste mesme, & par la seconde commune sentẽce est esgal aux triangles *c*, *a*, *e*, & *e*, *b*, *d*, & par ainsi par la premiere commune sentence le triãgle *c*, *g*, *d*, sera esgal aux triangles *c*, *a*, *e*, & *e*, *b*, *d*, & par la seconde commune sentence le parallelogramme *a, d,* sera esgal au parallelogramme *e, g.* De là en considerant le triangle *c, e, d,* & la ligne *f, e,* menée de la base à l'angle opposé, il est manifeste que le parallelogramme faict des deux costez d'vn triangle, ayant l'angle qu'ils contiennent, sera esgal au parallelogrãme faict de la base du triangle & de la ligne menée à l'ãgle opposé, ayant vn angle esgal à l'angle cõtenu de la menée & de la partie de la base.





35

Les parallelogrammes estans en vne mesme base, & entre les mesmes paralleles, sont esgaux entr'eux.

FORCADEL.

Estre entre les mesmes paralleles, est estre en vne mesme hauteur : comme il nous sera dict en la penultiesme deffinitiõ du sixiesme liure : car de deux parallelogrammes estans en vne mesme base, & entre les mesmes paralleles, ou bien le costé de l'vn est le diametre de l'autre, ou il coupe le costé de l'autre opposé à la base, ou bien il coupe l'autre costé de l'autre parallelogramme.

Quant le costé de l'un est le diametre de l'autre.

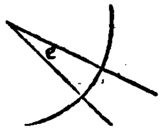
Cela est reciproque, & par ainsi par la 34 proposition & sixiesme commune sentence les parallelogrammes seront esgaux entr'eux : car vn chacun d'eux sera double à vn mesme triangle: ou bien il y aura deux triangles, desquels l'vn sera en l'vn parallelogrãme, & l'autre en l'autre, & desquels les costez opposez à la base, serõt esgaux l'vn à l'autre par la precedẽte proposition, & par la premiere commune sentence, & les deux autres costez aux deux autres, vn chacun au sien, par la precedente, & par ainsi parcela que nous auons pris en la 8 proposition le triangle ſera eſgal au triangle, ou bien il y aura les meſmes deux triangles eſgaux l'vn à l'autre par la 4 propoſition, prenant les deux coſtez de l'vn eſgaux aux deux coſtez de l'autre, vn chacun au ſien, & l'angle à l'angle, par la ſeconde partie de la 29 propoſition, & en adiouſtant à vn chacũ triangle le triangle, qui eſt à vn chacun parallelogramme, par la 2 & 8 communes ſentences, les parallelogrammes ſeront eſgaux entr'eux.

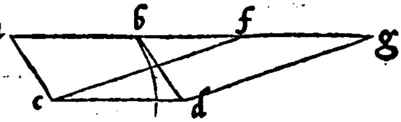
Quant le coſté de l'un coupe le coſté de l'autre oppoſé à la baſe.

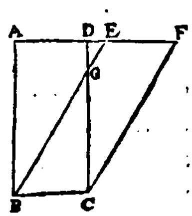
En ſouſtrayant ce qui eſt en l'vn & l'autre des coſtez oppoſez à la baſe, de l'vn & de l'autre parallelogramme, la reſte ſera eſgalle à la reſte, par la 3 commune ſentence, & aura lon touſiours deux triangles, l'vn en l'vn, & l'autre en l'autre des parallelogrammes, qui ſeront eſgaux entr'eux par vne meſme maniere de demonſtrer, & en adiouſtãt à l'vn & à l'autre triangle, le trapeze ou tablette qui eſt en l'vn & l'autre parallelogrãme, par leſdictes communes ſentences, l'vn parallelogramme ſera eſgal à l'autre.

Quant le coſté de l'un coupe le coſté de l'autre, n'eſtant pas oppoſé à la baſe.

En adiouſtant ce qui eſt entre les coſtez des parallelogrammes oppoſez à la baſe, à l'vn & à l'autre, les tous ſeront eſgaux par la ſeconde commune ſentence, & aura lon touſiours deux triãgles eſgaux l'vn à l'autre, par vne meſme maniere de faire, deſquels leuant le petit triangle qui eſt en l'vn & en l'autre triangle, il reſtera vn trapeze, eſgal à vn trapeze, par la 3 commune ſentence, auſquels adiouſtant le triangle qui eſt en l'vn, & en l'autre des parallelogrammes, certainement les parallelogrammes ſeront eſgaux entr'eux, par la ſeconde & 8 communes ſentences. Retenons doncques pour nous à ſubiectir la demõſtration, qu'en la premiere ſorte, à deux triangles eſgaux, nous auons adiouſté vn triangle, en la ſeconde vn trapeze, & en la troisiesme de deux triãgles esgaux, nous auons leué vn triangle, & à deux trapezes esgaux, auons adiousté vn triangle. Par ceste proposition, si on nous propose de trouuer vn parallelogramme esgal à vn parallelogramme donné, & ayant vn angle esgal à vn angle rectiligne donné, soit le parallelogramme donné *a, b, c, d*, & l'angle donné *e*, & soit faict au costé de la ligne ou base *c, d*, & au poinct *c*, vn angle esgal à l'angle donné par la 23 proposition, lequel soit *f, c, d*, & soyent menées les lignes *c, f*, & *a, b*, qui est opposé à la base, plus oultre par la seconde demande, iusques à ce qu'elles se rencontrent au poinct *f*: car elles se rencontreront par la derniere partie de la 29 proposition, & par la 9 & penultiesme communes sentences: mais il faut que la ligne *a, f*, soit menée iusques à *g*, tant que *f, g*, soit esgalle à *c, d*, par la 3 proposition, & par la premiere demande, soit menée la ligne *d, f*, ainsi le parallelogramme *c, f, g, d*, Ie dis parallelogramme par la 33 proposition, sera esgal au proposé par ceste cy, comme nous l'auons dict au commencement, & aura l'vn de ses angles, & par ainsi par la 34 proposition deux, qui seront esgaux à l'angle donné, & comme il soit ainsi que par la derniere partie de la 29 proposition les angles *f, c, d*, donné, & *c, d, g*, non donné, soyẽt esgaux à deux angles droicts, desquels nõ donnez, il y en aura aussi deux en vn parallelogramme: de là il nous faut prẽdre qu'en tout parallelogramme, l'angle donné & l'angle non donné, valent deux angles droicts.





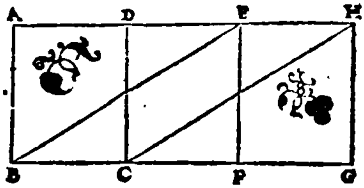


36

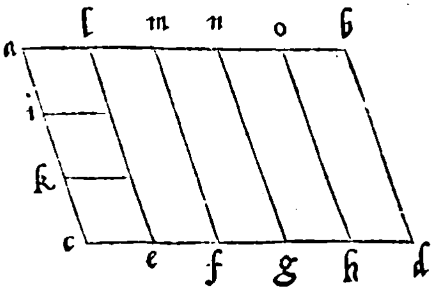
Les parallelogrammes estans en bases esgalles, & entre les mesmes paralleles, sont esgaux entr'eux.

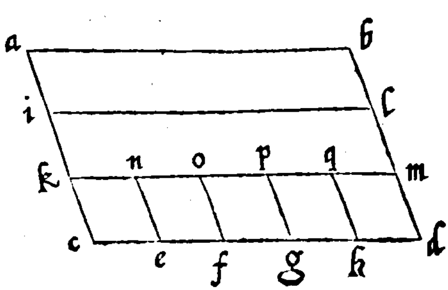
Car

Car le costé opposé à la base de l'vn parallelogramme, est esgal à la base de l'autre, par la 34 proposition & premiere commune sentence: il luy est aussi parallele, & par ainsi en menant deux lignes droictes depuis les extremitez d'vne part des esgalles & paralles, on parfera vn parallelogramme par la 33 proposition auquel sera esgal l'vn & l'autre des parallelogrãmes proposez, par la precedẽte proposition : & par ainsi ils serõt esgaux entr'eux, par la premiere cõmune sentence.



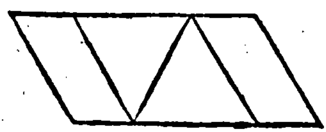
Prenons d'icy, que l'vn des costez d'vn parallelogramme, estant diuisé en tant de pieces esgalles qu'on voudra, si par vn chacun poinct des diuisions, on faict passer des lignes vers le costé opposé & paralleles à l'autre costé, certainement tout le parallelogramme sera diuisé en autant de parallelogrammes, esgaux l'vn à l'autre, qu'est le nombre des pieces esgalles, esquelles est diuisé ledict costé diuisé & si les pieces, esquelles est diuisé l'vn des costez d'vn parallelogramme, sont inesgalles, aussi les parallelogrammes, esquels est diuisé tout le parallelogrãme, seront inesgaux par la 3 & 31 propositiõs & par ceste cy & la 9 commune sentence. De là si les deux costez d'vn parallelogramme sont diuisez en plusieurs pieces, celles d'vn chacun esgalles entr'elles, certainemẽt en menant des paralleles par les poincts des diuisions iusques aux costez opposez paralleles à l'autre costé, tout le parallelogramme sera diuisé en autant de parallelogrãmes qu'est le produict du nombre des pieces esgalles de l'vn costé multiplié par le nombre des pieces esgalles, esquelles est diuisé l'autre costé, comme par exemple: du parallelogramme *a, b, c, d,* le costé *c, d,* est diuisé en 5 pieces esgalles aux poincts *e, f, g, h,* & le costé *a, c,* en trois pieces esgalles, aux poincts *i*, & k, les paralleles *e*, *l*, *f*, *m*, *g*, *n*, & *h*, *o*, diuisent tout le parallelogramme *a*, *d*, (pour lequel nous entendons tout le parallelogramme *a*, *b*, *c*, *d*, pource qu'il est à l'entour du diametre *a*, *d*,) en cinq parallelogrammes esgaux entr'eux, par ceste proposition, & par la premiere commune sentence, l'vn desquels, *c*, *l*, en menãt les paralleles *i*, *p*, & *k*, *q*, est diuisé par vne mesme maniere de faire en trois parallelogrãmes, & par ainsi tout le parallelogrãme *a*, *d*, sera diuisé, & cinq fois trois parallelogrammes, c'est à sçauoir en quinze parallelogrammes. Ausi les paralleles *i*, *l*, & *k*, *m*, estant menées certainemẽt tout le parallelogramme sera diuisé en trois parallelogrammes esgaux entr'eux, l'vn desquels c'est à sçauoir *c*, *m*, par les paralleles *e*, *n*, *f*, *o*, *g*, *p*, & *h*, *q*, sera diuisé en cinq parallelogrammes esgaux ausi entr'eux: & par ainsi les trois, c'est à sçauoir par la 8 commune sentẽce, tout le parallelogramme proposé, sera diuisé en trois fois cinq parallelogrammes, c'est à sçauoir en quinze parallelogrammes esgaux entr'eux: & pource que l'vn des parallelogrammes esquels est diuisé le parallelogramme *c*, *m*, est esgal à l'vn des parallelogrammes, esquels est diuisé *c*, *l*, c'est à sçauoir *c*, *n*, à *c*, *q*, par ceste propositiõ, car ils sont esgallement haults, ou entre les mesmes paralleles, & que le parallelogramme *a*, *b*, *c*, *d*, est tousiours esgal à soy mesmes, par la 8 commune sentence, delà vient la cause de la 16 proposition du 7 liure, qu'vn nombre multipliant vn autre, fera autant que l'autre multipliant ce nombre là.

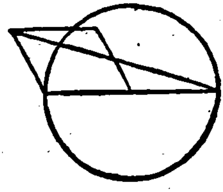




Delâ si le nombre des parallelogrammes esgaux entr'eux,& faicts de costez esgaux, contenu en vn parallelogramme,ou qui sont le contenu d'vn parallelogramme, est diuisé par le nombre des pieces esgalles entr'elles, (& esgalles vne chacune à l'vn des costez desdicts parallelogrammes) esquelles est diuisé l'vn des costez du parallelogramme,il en viẽdra le nombre des pieces esgalles, esquelles se pourra diuiser, ou esquelles sera diuisé l'autre costé du parallelogrãme:car s'il envenoit plus ou moins, il y auroit aussi plus ou moins de parallelogrammes esgaux entr'eux, contenus en tout le parallelogrãme proposé. Or comme il soit ainsi que la mesure fameuse des Mathematiciens soit vn pied de lõg pour les longueurs, vn pied quarré, pour les plans, & vn pied cube pour les solides, comme il est ainsi que si les nombres des pieds, esquels sont diuisez les deux costez d'vn parallelogramme,sont multipliez ensemble, ils produiront le nombre des parallelogrammes de costez esgaux cõtenus en tout le parallelogramme,certainement si le parallelogramme est rectangle, ils produiront autant de pieds quarrez, & vn tel produict estãt diuisé par le nombre des pieds qu'il y a en l'vn des costez du parallelogramme, il en viendra le nombre des pieds qui est en l'autre costé du mesme parallelogramme, & par ainsi le nombre des pieds, qui est en l'vn des costez d'vn quarré multiplié en soy ou par soy,produira le nombre des pieds quarrez, contenus en tout le quarré proposé,& la racine quarrée d'vn tel produict (c'est à dire le nõbre,lequel multiplié en soy, faict ce produict là) sera le nombre des pieds qui sont en l'vn des costez du quarré. Et tels nombres produicts, seront nommez plans,en la 17 deffinition du 7 liure:car ils seruent à la mesure des plans,& les nombres multipliez, les costez d'iceux produicts,car ils mesurent aussi les costez des plans:mais d'iceux nombres plans ceux la sont quarrez qui sont produicts de nombres esgaux, en la 19 deffi nition du mesme 7 liure, car ils seruent aussi à trouuer le cõtenu d'vn quarré ou d'vn plan ayãt les costez esgaux.

Passons oultre,& prenons d'icy la façon de trouuer le contenu d'vn triangle rectangle, sachant les longueurs des costez d'iceluy qui contiennent l'angle droict,car en faisant passer deux paralleles, par les deux angles poinctus d'iceluy ausdicts deux costez cógneuz,on aura faict vn parallelogramme rectangle,qui sera double au triangle proposé par la 34 proposition, & par ainsi en prenãt la moitié du produict de la multiplicatió desdictes deux longueurs on aura le contenu du triangle: mais en menãt vne ligne droicte du milieu de l'vn desdicts deux costez congneuz au milieu du costé du parallelogramme rectãgle, on diuisera le parallelogramme en deux parallelogrammes esgaux & rectangles par ceste proposition,dõt l'vn en sera la moitié, & le triangle proposé est aussi la moitié du mesme parallelogramme, doncques par la 7 commune sentence le triangle rectãgle, & l'vn des deux parallelogrammes rectangles esgaux, seront esgaux entr'eux, & par ainsi par ceste proposition, en multipliant l'vn desdicts costez congneuz,du triangle rectangle pró posé,par la moitié de l'autre, fera le contenu du triangle rectangle: si doncques les nombres desdicts deux costez congneuz du triangle sont impairs, ou de difficile diuision en deux esgallement, soit multiplié l'vn par l'autre & du produict soit pris la moitié, car ce sera le contenu du triangle: mais si l'vn des nõbres est pair, ou tous deux pairs, soit pris la moitié de l'vn nõbre estant pair,& multipliée par l'autre, & le produict sera le contenu du triãgle rectangle proposé. Mais voyez vn peu, que lesdicts deux costez cógneuz & leurs moitiez feront quatre quãtitez proportionnelles par la 15 proposition du 5 liure, ou par la 17 proposition du 7, & que la premiere multipliee par la 4,faict autant que les deux autres multipliees ensemble par la premiere commune sentẽce, qui est l'vne des causes de la 19 proposition du 7 liure. Iusques icy aussi il nous faut estre aduertis qu'il y a trois sortes de diametres en vn parallelogramme, & de chascune sorte deux, c'est à sçauoir la ligne droicte menee de l'angle à l'angle d'icelluy, la ligne droicte menée des milieux de deux costez opposez d'iceluy, & la ligne droicte menee des poincts des diuisions des deux costez opposez d'vn parallelogramme diuisez alternemēt en deux pieces inesgalles,(esgalles toutesfois la plus petite à la plus petite, & la plus grande à la plus grande) sera la troisiesme sorte de diametre, en menant des paralleles par les poincts des diuisiōs par la 31 proposition, puis par la 34 propositiō, premiere commune sentence, par ceste cy, la 34 proposition & la 2 commune sentence &c. & le premier diametre le diuise en deux triangles, le second en deux parallelogrammes, & le troisiesme en deux trapezes ou tablettes, & delà s'ensuiura que la moitié des deux costez paralleles d'vn trapeze adioustez ensemble fera l'vn des costez d'vn parallelogramme esgal au trapeze. Nous pouuons prendre d'icy aussi, que le double du produict de deux nōbres multipliez ensemble, est esgal au produict de l'vn multiplié par le double de l'autre: car vn rectāgle doublé, est esgal au rectangle de l'vn de ses costez par le double de l'autre par ceste proposition.





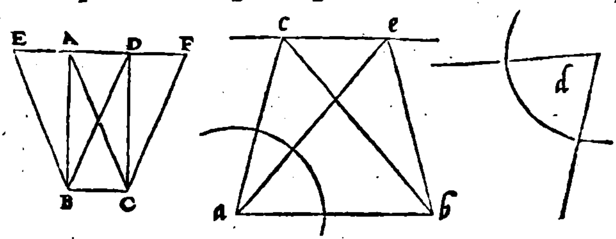
Prenons d'icy aussi, que si à l'ētour de l'vn des angles d'vn parallelogramme, & de la grandeur de l'vn des costez d'iceluy, est descrit vn cercle par la troisiesme demāde, la ligne droicte menee de l'angle opposé à l'extremité du diametre du cercle passant par ledict costé du paral lelogramme, parfaire vn triãgle esgal au parallelogramme par la seconde & premiere demande, & par la deffinition du cercle &c. & aura ledit triangle vn angle esgal à l'vn des angles du parallelogramme: parquoy si on nous propose vn parallelogramme & vn angle de lignes droictes, pour auoir vn triangle esgal au parallelogramme, ayant vn angle esgal à l'angle donné, il faudra premierement trouuer vn parallelogramme esgal au parallelogramme donné, & ayant vn angle esgal à l'angle donné, par la 35 ou par ceste proposition, & puis par cela que nous venons de dire ou de demonstrer, il faudra trouuer le triangle demandé par la premiere commune sentẽce. Par ceste propositiõ aussi, si on nous dict qu'vn parallelogramme contient 486 parallelogrammes esgaux entr'eux, & qu'il est vne fois & demy autant long que large: Nous pourrons prendre pour les deux costez d'icelluy 3 & 2 lesquels multipliez ensemble font, 6 qui sont esgaux ou valent 486, par ceste proposition & par la premiere commune sentence, & par ainsi l'vn des 6 en vaudra 81 des autres, duquel la racine quarree qui est 9 multipliee par 3 & par 2 faict 27 & 18 pour les deux costez du parallelogramme. Et si le rectangle contenoit 30 pieds quarrez, certainemẽt l'vn des six en contiendroiẽt, 5, & les quarrez des deux costez en contiendroient 45 & 20: & par ainsi les deux costez seroient racine de 45, & racine de 20. Par ceste proposition aussi nous sçaurõs le contenu d'vn Rhombe en nous donnant les deux diametres d'icelluy de l'angle à l'angle, car en multipliant l'vn par la moitié de l'autre, il en viendra le contenu du Rhombe par la 8, 2 & premiere communes sentences. D'auantage par ceste propositiõ nous pouuons doubler, tripler & quadrupler &c. quelque nombre simplement indivisible que ce soit en multipliant le quarré d'icelluy par le quarré du nõbre, par lequel on le veut multiplier, & prenãt la racine du produict, comme si ie veux tripler la racine de 5, le quarré d'icelle triplee cõtiendra 9 quarrez d'icelle, c'eſt à ſçauoir 9 fois 5 qui font 45, & par ainſi ſon triple ſera racine 45, & par cela meſme, la racine de 45 diuiſée par 3 ſera la racine de 5.

37

Les triangles eſtans en vne meſme baſe, & entre les meſmes paralleles, ſont eſgaux entr'eux.

FORCADEL.

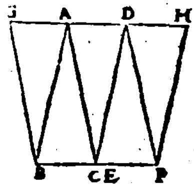
Car en prenant depuis vne chacune cyme en la ligne parallele à la baſe, vne ligne eſgalle à la baſe par la 3 propoſition, & menant vne ligne droicte depuis vn chacun des poincts qui terminent leſdictes lignes droictes eſgalles à la baſe, à l'extremité de la baſe, de l'autre part de la cyme, on aura faict deux parallelogrammes par la 33 propoſition, & eſgaux entr'eux, par la 35 propoſition, deſquels les triangles propoſez ſont les moities par la 34 propoſition, & par ainſi par la conuerſe de la 6 & par la 7 communes ſentences les triangles ſeront eſgaux entr'eux. Par ceſte propoſition auſsi, lon pourra trouuer vn triangle eſgal à vn triangle donné, & ayant vn angle eſgal à vn angle rectiligne donné : car ſi le triangle donné eſt *a, b, c,* & l'angle donné *d,* il faut faire paſſer par la cyme & poinct *c,* la parallele à la baſe, *c, e,* par la 31 propoſition, & par la 23 il faut faire l'angle *e, a, b,* eſgal à l'angle donné, puis mener par la premiere demãde la ligne droicte *e, b,* ainſi on aura le triangle *e, a, b,* ayãt vn angle eſgal à l'angle donné, & eſgal au triangle donné par ceſte propoſition.



Les triangles estans en bases esgalles, & entre les mesmes paralleles, sont esgaux entr'eux.

FORCADEL.

Car si de la parallele aux bases, on soustraict deux lignes esgalles aux deux bases, & depuis les deux cymes, vne chacune à la siéne, par la 3 propositió, & des poincts les terminans on meine deux lignes droictes aux deux extremitez des deux bases de l'autre part de chacune cyme, vne chacune à la sienne: on aura faict deux parallelogrammes esgaux entr'eux par la 33 & 36 propositions, desquels les triangles proposez, seront les moities par la 34 proposition, & par ainsi par la 7 cómune sentéce ils serót esgaux entr'eux.



On peut aussi par ceste cy trouuer vn triangle esgal à vn triangle donné, & ayant vn angle esgal à vn angle rectiligne donné. Dauantage les bases des triangles estans entre les mesmes paralleles, si elles sont inesgalles, les triangles seront inesgaux par la 3 proposition par ceste cy & la 9 cómune sentence: aussi si de l'angle d'vn triangle se meine vne ligne droicte au milieu de la base, elle diuisera le triangle par le milieu. Iusques icy aussi nous pouuons diuiser vn triangle par le milieu, par vne ligne droicte passant par vn poinct donné, en l'vn des costez du triãgle, combien qu'il ne soit pas le fin milieu dudict costé, comme s'ensuit. Il faut mener vne ligne droicte de l'angle du triangle au poinct donné, & luy faire passer vne parallele par le milieu du costé, là ou est le poinct donné, & la ligne droicte menée du poinct donné au poinct, ou la parallele coupe l'autre costé du triangle, coupera le triangle par le milieu.

DEMONSTRATION.

Soit le triangle *a, b, c,* & le poinct donné *d,* au costé du triangle, *a, c,* qui ne soit pas le milieu d'iceluy (car s'il

estoit

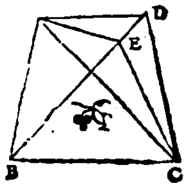
estoit le milieu la ligne droicte menee de *b*, à *d*, coupe-roit le triangle en deux esgallement) mais soit pris le milieu du costé *a*, *c*, au poinct *e*, par la 10 proposition, & par la premiere demande soit menée la ligne *d b*, & par le poinct *e*, passe la parallele à *d b*, *e f*, par la 31 proposition qui coupe le costé *b c*, au poinct *f*, ie dis que la ligne droicte menée par la premiere demande du poinct donné au poinct *f*, diuisera le triangle en deux esgallement: car en menant par la premiere demande la ligne droicte *b*, *e*, coupant *d*, *f*, au poinct *g*, certainement par la precedéte proposition le triágle *b*, *e*, *f*, est esgal au triágle *d*, *e*, *f*, & par la 3 cómune sentéce *b*, *g*, *f*, est esgal à *d*, *g*, *e*: mais par ceste proposition *b*, *e*, *c*, est esgal à *a*, *b*, *e*, doncques par la mesme 3 cómune sentéce le trapeze *g*, *f*, *c*, *e*, est esgal au trapeze *a*, *b*, *g*, *d*, & par la seconde commune sentence le triangle *d*, *f*, *c*, sera esgal au trapeze *a*, *b*, *f*, *d*.

39

Les triangles esgaux estans en vne mesme base, & en vne mesme part: sont entre les mesmes paralleles.

FORCADEL.

Il veut dire que la ligne droicte menée de la cyme de l'vn à la cyme de l'autre par la premiere demande, sera parallele à la base, car si elle n'est pas parallele, ou que la parallele à la base menée par l'vne des cymes, par la 31 proposition ne passe pas par la cyme de l'autre, elle passera ou dessus ou dessous: mais si elle passe dessus, il sera loisible de mener l'vn des costez du triangle, iusques à elle par la seconde demande, & du poinct du rencontre ayant mené vne ligne droicte à l'extremité de la base, le triangle, qui est la partie du nouueau faict, sera esgal au nouueau faict par la 37 proposition, & premiere commune sentéce, ce qui est contre la 9 commune sentence. Et si la parallele passe dessous la cyme, elle coupera incontinent l'vn des costez du triangle à vn poinct, duquel menant vne ligne droicte à l'extremité de la base, le triangle nouueau faict sera esgal à celuy des proposez dont il est la partie, par la mesme 37 propositiõ, & mesme premiere cõmune sentence, ce qui est impossible par la 9 commune sentence, la parallele doncques à la base passant par l'vne des cymes, passera aussi par l'autre cyme cõme ayant causé l'egalité des triãgles par la 37 proposition. Prenõs d'icy que si vne ligne droicte coupe les deux costez d'vn triangle par les milieux, elle sera parallele à la base: car en menãt deux lignes droictes des deux milieux aux deux angles, ou extremitez de la base, l'on aura par la premiere demande, precedente proposition, & premiere commune sentence, deux triangles esgaux, en vne mesme base & en vne mesme part, & par ainsi par ceste proposition, la ligne trapassant les deux costez du triangle sera parallele à la base. En prenant doncques l'vn des milieux pour vn poinct dõné, & la base du triãgle pour vne ligne donnée, ce sera la resolution d'vn autre maniere de mener vne parallele, par vn poinct donné, dont s'ensuit la composition. Il faut mener vne ligne droicte d'vn poinct, qui est en la ligne donnée au poinct donné & vers le poinct donné, par la 1 & 2 demandes: puis à l'entour du poinct donné, il faut descrire vn cercle de la grandeur de la ligne, & d'vne part, qui est entre les poincts & diuiser la ligne droicte menée de l'extremité du diametre à vn autre poinct, pris en la ligne donnée par le milieu, par la 3 & 1 demande & par la 10 proposition, & la ligne droicte menée, ou passant par le poinct donné, & par ledict milieu sera la parallele demãdée par la precedente demonstration. Nous prendrons aussi en ceste proposition, que si en menant deux lignes droictes des extremitez de deux lignes droictes paralleles alternement, les triangles qui en sont faicts sont esgaux, icelles paralleles seront aussi esgalles, car en menant les lignes droictes passans par



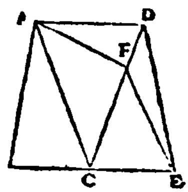
les extremitez des mesmes paralleles, non alternement, les deux dernieres menées seront aussi paralleles, par la seconde commune sentence, & par ceste proposition, & par ainsi par la 34 proposition les deux premieres paralleles, seront esgalles l'vne à l'autre.

40

Les triangles esgaux, estans en bases esgalles, & en vne mesme part, sont entre les mesmes paralleles.

FORCADEL.

Il veut dire aussi que si les bases sont en vne mesme ligne, la ligne droicte menée de l'vne cyme à l'autre par la premiere demande, sera parallele aux bases: car si la parallele aux bases passant par la cyme de l'vn, ne passe pas par la cyme de l'autre, elle passera dessus ou dessous, si elle passe dessus ayant mené l'vn des costez du triãgle iusques à elle, & du poinct du rencontre, ayant mené vne ligne droicte à l'extremité de la base, le petit triãgle seroit esgal au grant, par la 38 proposition & premiere commune sentence, ce qui est impossible. Aussi si la parallele passe sous la cyme, incontinent elle coupera l'vn des costez du triangle à vn poinct, duquel menant vne ligne droicte à l'extremité de la base, le triãgle nouueau faict, sera esgal à l'vn des proposez par la 38 proposition, & par ainsi, par la premiere commune sentence, à son tout, ce qui est cõtre la 9 commune sentence.



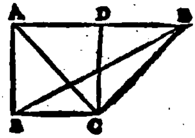
41

Si vn parallelogramme & vn triangle ont vne mesme base, & sont entre les mesmes paralleles, le parallelogramme sera double au triangle.

FORCADEL.

Car en menant vne ligne droicte de l'angle à l'angle du parallelogramme, il sera double à vn triangle par la 34 proposition, lequel par la 37 proposition sera esgal au triangle proposé, & par ainsi le parallelogramme estant double à l'vn sera aussi double à l'autre, c'est à sçauoir au proposé par la conuerse de la 7 commune sentence: & le mesme aduiendra d'vn parallelogramme & d'vn triangle, ayans les bases esgalles & estans entre les mesmes paralleles, prenant au lieu de la 37, la 38 proposition, &c.

Ceste proposition icy est la proposition expresse, par laquelle on sçait que la moitié du produict des deux costez d'vn triangle rectãgle qui cõtiennent l'angle droict multipliez ensemble est le contenu du triangle en piedz quarrez, ou en petits quarrez: car ayant faict passer par les deux angles poinctus, deux paralleles aux deux costez qui contiennent l'angle droict, (comme nous l'auons mis en la 33 proposition) lon aura faict vn parallelogramme rectangle, lequel sera double au triangle par ceste proposition, &c.



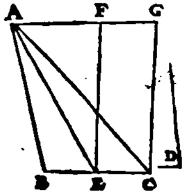
42

Faire vn parallelogramme esgal à vn triangle donné, & ayant vn angle esgal à vn angle rectiligne donné.

FORCADEL.

Il faut faire passer vne ligne droicte par la cyme du triangle donné parallele à la base par la 31 proposition, & metre au milieu de la base pris par la 10 proposition, ou bien à l'vne des extremitez d'icelle, vn angle esgal à l'angle donné par la 23 proposition, & depuis le poinct ou la ligne qui contient l'angle auec la moitié de la base coupe la parallele, il faut prendre en la parallele vne piece esgalle à la moitié de la base, par la 3 proposition: car la ligne droicte menée des extremitez des deux lignes esgalles & paralleles, par la premiere demande, dont l'vne est, ou le milieu de la base, ou l'vne des extremitez de la base & l'autre, l'autre extremité de la piece prise en la parallele, parfera vn parallelogrãme esgal au triangle donné par la 38 & 41 proposition & 6 commune sentence,

&aura vn angle esgal à l'angle dóné. Ceste proposition est la propositió expresse par laquelle on sçait que le cótenu d'vn triangle rectangle en pieds quarrez, ou en petits quarrez, se faict par la multiplication de l'vn des costez qui contiennent l'angle droict, par la moitié de l'autre: car ayant fait passer vne parallele par l'vn des angles poinctus au costé opposé, & ayant mené vne perpendiculaire au milieu d'iceluy costé par la 11 proposition, on aura faict vn parallelogramme rectangle esgal au triangle rectangle proposé, par les mesmes 38 & 41 propositions, & 6 commune sentéce, & se faict de la moitié de l'vn des costez qui contiennent l'angle droict du triangle par l'autre. Laissons maintenant les autres façons de faire ce qui nous est commandé en ceste propositió & passons oultre.

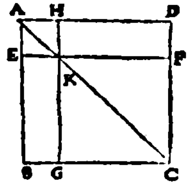


43

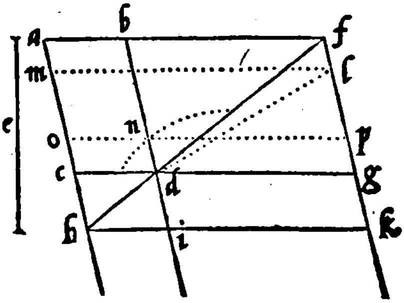
Et tout parallelogramme les suplements d'iceux parallelogrammes, qui sont à l'entour du diametre, sont esgaux entr'eux.

FORCADEL.

C'est comme s'il vouloit dire, vous sçauez bien qu'en faisant passer deux lignes droictes par vn poinct estant au diametre d'vn parallelogramme, paralleles aux deux costez d'iceluy que tout le paralelogramme sera diuisé en quatre parallelogrammes, equi-angles (par diuerses manieres de demonstrer, lesquelles nous taisons à present, pource que nous en metrós cy apres vne pour toutes) desquels les deux sont diuisez des pieces du diametre en deux esgallemét, & pource ce disent estre à l'étour du diametre, les autres paracheuent tout le parallelogrãme auec iceux, & pource ce disent ils suplemens: maintenant ie vous dis qu'iceux suplemens seront esgaux entr'eux: ou bien si par vn poinct qui est en l'vn des costez d'vn parallelogramme on faict passer iusques au costé opposé vne ligne droicte parallele à l'autre costé, & par le poinct ou la parallele coupe le diametre (car elle le coupera par la penultiesme commune sentence, ou bien par cela que nous auōs pris en la 30 proposition) on faict passer vne parallele au costé diuisé, certainement tout le parallelogramme sera diuisé en quatre parallelogrammes, &c. Mais si le parallelogrãme est de costez esgaux, ceux qui sont à l'entour du diametre seront de costez esgaux, & si le costé du parallelogrãme est diuisé en deux esgallemét, les quatre seront de costez esgaux, dont s'ensuit que si le parallelogramme est quarré, ceux qui sont à l'entour du diametre seront quarrez, & les autres rectangles, voire & si le costé du quarré est diuisé en deux esgallement, les quatre seront quarrez. De tout cela est prise la resolution du second liure & de toutes les autres infinies propositiōs qui luy appartiennét: venons doncques à la demonstration de nostre proposition. Car le diametre du parallelogramme le diuise en deux triãgles esgaux par la 34 proposition, il diuise aussi en deux triangles esgaux les deux autres parallelogrãmes, qui sont à son entour, par la mesme proposition, & les deux moities d'vne part seront esgalles aux deux moities de l'autre part par la seconde cōmune sentéce donques par la 3 commune sentéce il restera l'vn suplement esgal à l'autre : laissons maintenãt l'autre façō, & escriuōs quelque chose en son lieu.



Prenons d'icy que de deux suplemens esgaux & rectãgles, sachãt le cōtenu de l'vn, & l'vn des costez de l'autre, on aura l'autre costé : car en diuisant le cōtenu dōné par le costé congneu, il en viédra le costé incōgneu: ceux qui trafiquét la marchãdise, ont accoustumé de le demãder ainsi, i'ay achepté vingt-quatre aulnes de drap de trois quartiers en largeur, ie les veux doubler d'vn autre sorte de drap qui à deux tiers en largeur, ie demande combien il m'en faudra prendre. Ils multipliét trois quartiers par vingt-quatre,ou prennent les trois quarts de vingt-quatre,il en vient dixhuict pour le cõtenu de l'vn & de l'autre suplement,lequel nombre diuisé par deux tiers, faict vingt-sept, pour le costé incongneu de l'autre suplemẽt, & par ainsi, il faudra prendre vingt-sept aulnes du drap ayãt deux tiers de large: le vulgaire nomme vne telle façon de faire la reigle de trois rebource, mais nous auec Euclide en la 14 proposition du sixiesme liure, la pourrons nommer la reigle de trois reciproque. Si aussi l'on nous donne vn suplemẽt, & l'vn des costez de celuy qui luy est esgal ou d'vn qui luy est esgal,nous pourrõs trouuer l'autre suplement par ceste proposition,en ceste sorte,soit le suplement donné *a, b, c, d,* & l'vn des costez de celuy qui luy est esgal soit la ligne droicte *e:* Il faut mener les costez opposez du parallelogramme *a, b,* & *c, d,* d'vne part mesme, iusques à *f,* & *g,* tant que *b, f,* & *d, g,* soient vne chacune esgalles à la ligne donnée *e,* par la seconde demãde & 3 proposition, & par ainsi par la secõde commune sentence *a, f,* & *c, g,* seront esgalles, de là il faut mener les autres deux costez opposez du parallelogramme *a, c,* & *b, d,* d'vne mesme part par la seconde demande & de la mesme part la ligne *f, g,* par la premiere & seconde demande: iusques icy par la 33 proposition *a, g,* & *b, g,* sont parallelogrammes, en menant doncques le diametre *f, d,* par la premiere & seconde demandes il yra trouuer le costé *a, c,* vers *c,* au poinct *h,* par la penultiesme commune sentence, car par la 29 proposition & 9 commune sentẽce l'angle *h, a, f,* auec l'angle *a, f, h,* seront plus petits que deux angles droicts,ou bien par cela que nous auons pris en la 30 propositiõ la ligne *f, d,* menée, yra trouuer la ligne *a, c,* car elle coupe sa parallele *f, g:* en prenant doncques la distance *g,* k, esgalle à *c, h,* par la 3 proposition,il y aura autant de *a,* à *h,* comme de *f,* à k par la secõde commune sentẽce, & en menant la ligne droicte *h, i,* k, par la premiere demãde, on aura paracheué tout le parallelogramme *a*, k, par la 33 propoſition, & par ceſte cy le ſuplement *d*, k, ſera trouué eſgal au parallelogrãme propoſé *c*, *b*, & eſt au coſté de la ligne donnée *d*, *g*, c'eſt à ſçauoir *e*, & d'auantage equiangle au propoſé, car l'angle qui ſe faict en k eſt eſgal à l'angle qui ſe faict en *d*, par la 34 propoſition lequel eſt eſgal à celuy qui luy eſt contre par la 15 propoſition, lequel eſt eſgal à l'angle qui ſe faict en *a*, par la meſme 34, & par la premiere commune ſentẽce l'angle k, eſt eſgal à l'angle *a*, & puis que l'angle *d*, & l'angle *g*, valent deux droicts, auſsi font *d*, & *b*, il reſtera l'angle *g*, eſgal à l'angle *b*, par la 29 propoſition & troiſieſme commune ſentẽce, & par vne meſme façõ de faire &c. l'angle qui ſe faict en *c*, du parallelogramme propoſé ſera eſgal à l'angle qui ſe faict en *i*, du parallelogramme trouué.



Maintenãt pour la conuerſe de ceſte propoſitiõ, nous pourrons dire qu'alors que quatre parallelogrammes ſeront mis en vn parallelogramme diſpoſez en telle ſorte, & que les ſuplémens ſeront eſgaux entr'eux, certainement le diametre de tout le parallelogramme ſera le diametre auſsi des deux autres, ou les diuiſera en deux eſgallement, & le diametre de l'vn des deux autres, ſera le diametre de l'autre, & par ainſi de tout le parallelogramme car ſi le diametre *h*, *d*, mené par la ſeconde demande, ne paſſe pas par le poinct *f*, il coupera comme le coſté *f*, *g*, du parallelogrãme *b*, *g*, au poinct *l*, par lequel faiſant paſſer la parallele *l*, *m*, à k, *h*, par ceſte propoſition *m*, *d*, ſera eſgal à *d*, k, & par la premiere commune ſentence à *a*, *d*, ce qui eſt contre la 9 commune ſentence, le meſme impoſsible aduiendroit ſi le diametre *h*, *l*, coupoit la ligne

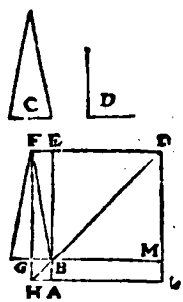
gne *a, f*, & par ainſi *h, d*, mené paſſera par *f*. Et ſi le diametre de tout le parallelogramme *h, f*, ne paſſe pas par le poinct *d* : mais comme en *n*, certainemét en menãt la parallele *o, n, p* : *a, n*, ſera eſgal à *n, k*, & par la 9 commune ſentence *a, d*, c'eſt à ſçauoir *d, k*, ſera plus grant que *n, k*, ce qui eſt cótre la 9 cómune ſentéce: le meſme incóueniét viendroit de l'autre part, & par ainſi *f, h*, paſſera par *d*.

44

Metre au coſté d'vne ligne droicte donnée, vn parallelogramme eſgal à vn triangle donné, ayant vn angle eſgal à vn angle rectiligne donné.

FORCADEL.

Il faut trouuer vn parallelogramme eſgal au triangle donné ayant vn angle eſgal à l'angle dóné par la 42 propoſition : & par iceluy & la ligne donnée metre au coſté de la ligne donnée vn ſuplemét qui luy ſoit eſgal comme nous l'auons pris en la precedéte propoſition, lequel ſera le parallelogramme demandé.

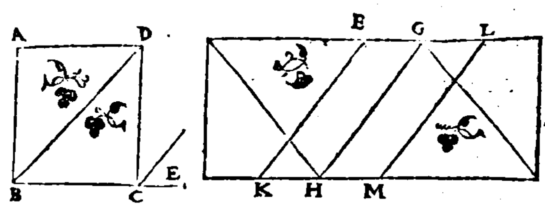


45

Faire vn parallelogramme, eſgal à vn rectiligne donné, ayant vn angle eſgal à vn angle rectiligne donné.

FORCADEL.

Les parallelogrammes equi-angles & faicts de coſtez eſgaux, ſeront eſgaux entr'eux par la conuerſe de la 7 & par la 6 communes ſentences : car en menant leurs diametres ſemblablement, ils ſeront doubles à deux triangles par la 34 propoſition, leſquels ſerót eſgaux entr'eux par la 4 propoſition : eſcriuons maintenant cela qui ſe doibt faire. Il faut en premier lieu diuiſer le rectiligne propoſé en ſon plus petit nombre de triangles: ſecondemét il faut trouuer vn parallelogramme eſgal à l'vn d'iceux triangles, & ayant vn angle eſgal à l'angle donné par la 42 propoſition. tiercement il faut metre pres de l'vn des coſtez d'iceluy parallelogramme (comme vne ligne donnée) autant de parallelogrammes qu'il y a de reſte de triãgles en la figure dõnée, ayant vn angle eſgal à l'angle dõné,& eſgaux vn chacun au ſien par la precedente propoſition: quartement il faut mener d'vne part le coſté de l'vn des parallelogrammes trouuez, n'eſtant pas la ligne priſe, & ſon oppoſé par la ſecõde demande, & y metre continuellement en l'vn & en l'au tre ſon oppoſé, toutes les latitudes trouuées de tous les autres parallelogrammes:car par la ſeconde commune ſentence on aura touſiours des lignes eſgalles, & ſont paralleles, & en menant des lignes droictes depuis tous les deux poincts des diuiſions, par la 33 propoſition on y adiouſtera autant de parallelogrammes eſgaux vn chacun au ſien,& en fin aura lon le parallelogramme demandé par la meſme ſeconde commune ſentence,par la premiere & 8 communes ſentences. Ou bien il faut metre au coſté d'vne ligne droicte priſe à plaiſir comme donnée, ſi elle ne l'eſt,& metre au coſté d'icelle autãt de parallelogrammes qu'il y a de triangles en la figure donnée,eſgaux vn chacun au ſien,& ayant l'angle donné,par la precedente propoſition, puis faire de deux coſtez oppoſez de l'vn parallelogramme n'eſtans pas la ligne priſe ou donnée, comme nous venons de le dire. Lon pourra auſsi metre deux à deux deſdicts parallelogrammes, en vn parallelogramme,par la 14 propoſition,ſecõde commune ſentence & 33 propoſition,en les acouplãt ſemblablement, c'eſt à dire,metãt le coſté de l'vn ou l'accõmodant au coſté de l'autre qui luy eſt



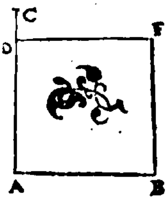
eſgal, & metant l'angle dõné de l'vn,pres de l'angle non donné de l'autre; mais ſi le rectiligne propoſé eſt vn parallelogramme,ou bien vn trapeze, lequel se puisse facilement metre en parallelográme,il en faudra faire, comme nous l'auons enseigné en la 35 & 36 propositions.

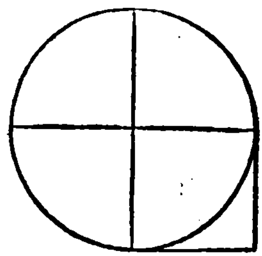
46

Descrire le quarré,d'vne ligne droicte donnée.

FORCADEL.

Il faut mener vne ligne droicte perpendiculaire à l'vne des extremitez de la ligne donnée par la 11 proposition,& descrire vn demy cercle à l'entour de l'angle de la quantité ou grandeur de la ligne donnée,de la part de la perpendiculaire & de la mesme grandeur, il faut aussi descrire deux demis cercles de la part opposée à l'angle, l'vn à l'autre extremité de la ligne donnée, & l'autre au poinct ou le premier demy cercle coupe la perpendiculaire,& les lignes droictes menées du poinct ou les deux derniers demis cercles s'entrecoupent aux deux derniers centres, parferont le quarré demandé, par la 15 deffinition, 22 proposition, & par la 8 propositió, & la conuerse de la 10 commune sentéce, & par cela qu'auons pris en la 32 propositió du triangle, rectágle Isoscele, par la secóde & 8 communes sentences,& par la 30 deffinition.





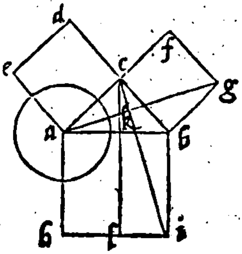
Il nous faut prendre icy que si les costez des quarrez sont esgaux,les quarrez seront aussi esgaux:car ce seront deux parallelogrammes equi-angles & faicts de costez esgaux:& si les quarrez sont esgaux,les costez d'iceux seront aussi esgaux, si non l'vn quarré seroit plus grát que l'autre,ou la partie seroit esgalle à son tout, ce qui est cótre la 9 commune sentence. Voyez vn peu comme, en descriuant vn cercle à l'entour de l'vn des angles d'vn quarré & de la grandeur de l'vn des costez d'iceluy, puis en menant les deux costez qui contiennent l'angle, iusques à la circonference, certainement ils vous manifestent l'vne des resolutions de la description d'vn quarré, dedans & dehors vn cercle, & aussi d'vn cercle dedans & dehors vn quarré, vous voyez encores que quatre angles droicts comprennent vn space ou l'espace.

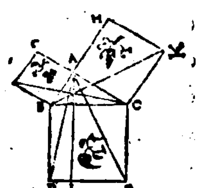
47

Aux triãgles rectangles le quarré qui est faict du costé qui soustient l'angle droict, est esgal aux quarrez qui sont faictz des costez qui contiennent l'angle droict.

FORCADEL.

Soit *a*, *b*, *c*, vn triangle rectangle, ayant l'angle *a*, *c*, *b*, droict, & les quarrez de ses trois costez *a c*: *c b*, & *a b*, soyent *a d*: *c g*, & *h b*, par la precedente proposition, il nous faut demõstrer, que le quarré du plus grant costé du triãgle, est esgal aux quarrez des deux autres costez: & pour ce faire soit de l'ãgle droict qui se faict en *c*, menée la perpẽdiculaire *c*, *k*, *l*, sur la ligne *a*, *b*, par la 12 proposition & la seconde demande (mais pour le cercle qui s'y doibt faire soit prise la grãdeur de l'vn des costez qui contiennent l'angle droict, s'il est Isoscele, ou du plus petit costé si le triangle rectangle est scalene) icelle diuisera le quarré du costé qui soustiẽt l'angle droict en deux parallelogrammes rectangles, par la 15 proposition, par la conuerse de la 10 commune sentence, & par la seconde partie de la 28 proposition, iceux sont *k*, *i*, & *k*, *h*, desquels vn chacũ est esgal à vn chacun des quarrez des autres costez, c'est à sçauoir le dextre au dextre, & le senestre au senestre, *k*, *i*, à *c*, *g*, & *k*, *h*, à *c*, *e*: voyons maintenant comme *k*, *i*, & *c*, *g*, sont esgaux entr'eux, & la mesme façon de demonstrer nous enseignera que les deux autres, c'est à sçauoir *k*, *h*, & *c*, *e*, sont aussi esgaux entr'eux, soient menées les lignes droictes *g*, *a*, & *c*, *i*. par la premiere demande, & soient cõsiderez les deux triãgles *a*, *b*, *g*, & *c*, *b*, *i*, de l'vn desquels l'angle *a*, *b*, *g*, est esgal à l'angle *c, b, i*, de l'autre, par la 8, 10, 2 & premiere, si l'on veut, communes sentences, doncques iceux triangles seront esgaux entr'eux par la 4 proposition. Or est il ainsi par la 41 proposition, & conuerse de la 7 commune sentẽce, que le parallelogramme *k, i*, est double à l'vn, aussi est le quarré *c, g*, & par ainsi par la 6 commune sentence, le parallelogramme *k, i*, & le quarré *c, g*, seront esgaux entr'eux, aussi *k, h*, sera esgal à *c, e* & par la 8 & 2 cõmunes sentences le quarré du costé *a, b*, qui soustient l'ãgle droict, sera esgal aux quarrez des deux autres costez du triangle *a, c*, & *c, b*. Nous auons faict le cercle à l'entour du poinct *a*, d'vn rayon plus petit que *a, c*, pour auoir plus facilement par la 23 proposition, la perpendiculaire *h, a*, sur *a, b*, à cause de l'angle droict *e, a, c*, donné. En considerant les rectangles *k, i*, & *a, l*, l'vn desquels est esgal au quarré *f, b*, & l'autre au quarré *d, a*, delà il est manifesté que si de l'angle droict d'vn triangle rectãgle, on meine vne perpendiculaire à la base, le rectangle de toute la base & de l'vne des pieces est esgal au quarré du costé qui est de la part de la piece, aussi par tout cela qu'auons pris en la 34 proposition, le rectangle des deux costez du triangle sera esgal au rectãgle de toute la base, & de la perpendiculaire.





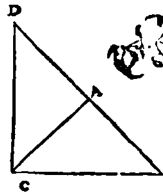
De là s'ensuit aussi, que si les deux costez d'vn triangle rectangle sont donnez, l'autre sera aussi donné : car s'ils contiennent l'angle droict, la racine quarrée, des deux quarrez d'iceux mis ensemble, sera l'autre costé : mais si les deux autres costez sont cõgnuz, la racine quarrée de la difference du quarré du plus grant costé au quarré du plus petit, sera l'autre costé de ceux qui cõtiennent l'angle droict, & par ainsi par les deux tels costez qu'on voudra d'vn triangle rectangle, estans donnez on aura le cõtenu d'iceluy. D'auantage si les costez qui contiennent l'angle droict d'vn triangle rectangle sont esgaux, c'est à dire s'il est Isoscele, le quarré du plus grãt costé sera double au quarré de l'vn des autres, & de là est venu le doublement du quarré, & le vouloir de trouuer le doublement du cube, car le diametre du quarré en la premiere sorte, c'est à dire selon la 34 proposition, est le costé du quarré double à iceluy. S'il y a aussi plusieurs lignes droictes on trouuerra la ligne droicte de laquelle le quarré sera esgal aux quarrés d'icelles, en faisant que les deux premieres contiennent vn angle droict par la 11 & 3 propositions & menant vne ligne droicte des deux extremitez d'icelles par la premiere demãde, car c'est la façõ de faire vn triangle rectangle, & de la neufue & de la troisiesme, faisant comme des deux premieres, par ceste proposition & par la 2 commune sentence, &c. de là aussi est venu le doublement, triplemẽt &c. du quarré. Aussi si le quarré du costé qui soustient l'angle droict d'vn triãgle, est mis ensemble auec le quarré de l'vn des autres costez & de tout se soustraict le quarré de l'autre costé il restera le double du quarré de l'vn des autres costez.

48

Si le quarré qui est descrit de l'vn des costez d'vn triangle, est esgal aux quarrez des autres costez du triangle: l'angle cõtenu des autres deux costez du triangle sera droict.

FORCADEL.

Car en menant vne perpendiculaire à l'angle contenu des deux autres costez, sur l'vn d'iceux en l'vne des extremitez, & esgalle à l'autre par la 11 propositiõ & 15. deffinition ou 3 proposition, & menãt vne ligne droicte de l'extremité du costé ou tõbe la perpendiculaire à l'extremité de la perpẽdiculaire, l'õ aura deux triãgles desquels l'ãgle du ꝓposé cõtenu des deux autres costez sera esgal à l'angle droict du triangle rectangle, par la seconde cõmune sentence, par la precedente proposition, & par la premiere commune sentence, & par tout cela que nous auons pris en la 46 proposition, de l'esgalité des quarrez & de leurs costez, doncques par la conuerse de la 10 commune sentence, l'angle contenu des deux autres costez du triangle proposé sera droict, c'est à dire que le triangle proposé sera rectangle par la 27 deffinition.



Mais souuenons nous icy qu'il y à, entre les autres infinies sortes, deux façons de faire, par lesquelles on trouuera trois lignes droictes mesurées d'vne mesme mesure, desquelles on pourra faire vn triangle par la 22 proposition, & sera scalene par la 26 deffinition, & rectãgle par ladicte 27 deffinition, dont l'vne est que comme il soit ainsi que tout nombre est pair ou impair, car le pair commence à deux & l'impair à trois, si au quarré de la moitié d'vn nombre pair on adiouste vn, & en soustraict on vn ou l'vnité, le tout de l'adition, la reste de la soustraction, & le nombre pair pris premierement, feront trois nombres selon lesquels vne mesme mesure, mesurant trois lignes droictes, d'icelles ou de leurs esgalles on fera vn triãgle rectangle : l'autre façon est qu'adioustant l'vnité au quarré d'vn nombre impair, & en soustrayant l'vnité, la moitié du tout de l'additiõ, la moitié de la reste de la soustraction & le nombre impair pris, feront trois nombres selon lesquels (comme nous auons dict) prenant trois lignes droictes, feront vn triãgle rectangle, cela veut dire que si à l'entour des deux extremitez d'vne ligne droicte mesurée d'vne mesme mesure, selon le plus grant de tels trois nombres, on descrit deux demis cercles, d'vne mesme part, l'vn de la grandeur de la partie de la ligne mesurée d'icelle mesure selon le nombre moyen, & l'autre de la partie de la ligne mesurée, selon le nombre plus petit de la mesme mesure, les lignes droictes menées du poinct ou les demis cercles s'entrecoupent ausdictes deux extremitez ou centres, parferont vn triangle rectangle, car de tels trois nombres le quarré du plus grant sera esgal aux quarrez des deux autres, & par ainsi le quarré de l'vne de telles trois lignes, sera esgal aux quarrez des autres, & ces causes là, ont esté demonstrées à l'interpretation mienne de l'Arithmetique de Gemme Phrison. Si doncques on nous dóne vne ligne droicte, & vn poinct en icelle, pour y mener vne perpendiculaire, depuis le poinct donné en icelle, il faudra prendre continuellement autant de pieces esgalles qu'il y a d'vnitez au plus grant de trois tels nombres, par la 3 proposition, c'est à dire par la 15 deffinition, & premiere commune sentence, & aussi la seconde demãde s'il en est besoin: & à l'entour du poinct donné, il faudra descrire vn demi cercle de la grandeur d'autãt de pieces qu'il y à d'vnitez à l'vn des autres nombres: puis apres à l'entour du poinct, qui termine depuis le poinct donné autant de pieces qu'il y a à l'autre nombre, il faudra descrire d'vne mesme part vn demy cercle, de la grandeur de toutes les pieces, selon le plus grant nombre, & la ligne droicte menée du poinct ou les demis cercles s'entrecoupent au poinct donné, sera la perpendiculaire demandée.

FIN DV PREMIER LIVRE.

A TRESNOBLE ET ILLVSTRE SEIGNEVR, MESSIRE GASPART de Coligny, Seigneur de Chaſtillon, cheualier de l'ordre du Roy, & Admiral de France.

IL y a long-temps, Monſeigneur, que ie vous ay touſiours reueré & honoré, encores que ie n'euſſe ce bien d'eſtre congneu de vous, eſtāt ainſi affectionné à vous faire treſhumble ſeruice, tant pour voz ſingulieres vertus: comm'auſsi par ce qu'en ceſte grandeur d'eſtat & de reputation ou vous eſtes, l'on me diſoit que vous n'auiez ſeulement la congnoiſſance des ſciences Mathematicques, mais auſsi que vous aymiez auec entiere faueur, ceux qui en faiſoient entiere profeſsion. Or depuis quelques années ayant eu ce bō heur d'eſtre fauoriſé des Seigneurs de Telligny & de la Nouë, iuſques à me retirer en leur maiſon pendant les furieuſes tempeſtes de la guerre, & me faire continuer touſiours mes eſtudes, & finablement entre leurs autres ſinguliers biensfaicts & faueurs, m'ayant baillé le moyen de vous faire la reuerence, i'ay penſé que ie ne pouuois mieux addresser le present liure d'Euclide sinon à vous, Mõseigneur, esperant tant de vostre bonté que vous prendrez ceste mienne humble & entiere affection en aussi bonne part, cõme si le present que ie vous fais estoit de quelque plus grande valeur, en attendant que ie me puisse employer à vous faire quelque autre seruice plus aggreable, au moins si ie reçoy tant de faueur de vous, qu'il vous plaise quelques fois me departir voz commandements. De Paris ce xv. iour d'Auril, l'an 1564.

LE SECOND LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE,

TRADVICT EN FRANÇOIS PAR
Pierre Forcadel de Bezies.

DEFFINITIONS.

I

TOVT *parallelogramme rectangle, se dict estre contenu, des deux lignes droictes, qui contiennent l'angle droict.*

FORCADEL.

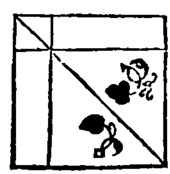
Ceste deffinition est assez manifeste en cela que nous auons pris en la 36 proposition du premier liure: mais prenons en elle que les parallelogrammes rectangles faicts de costez esgaux vn chacun au sien, ou de lignes droictes esgales, serõt esgaux entr'eux, par cela mesmes de la 36 & par cela qu'auons mis en la 45 du mesme premier liure. Et de là s'ensuiura que les parallelogrammes rectãgles esgaux entr'eux, & ayans les latitudes esgalles, ils auront aussi les longitudes esgalles, & s'ils ont les lõgitudes esgalles, ils auront aussi les latitudes esgalles: car le mesme aduient aux parallelogrammes esgaux & equi-angles: comme nous le pouuõs veoir en cela qui est pris en la 43 proposition du premier liure, aussi des parallelogrammes equi-angles, & par ainsi rectangles & inesgaux ayans les latitudes esgalles, certainement les longitudes seront inesgalles, & si les longitudes sont esgalles, de là s'ensuiura l'inegalité des latitudes: Or sçauēt tous les Geometres, que quāt de deux lignes droictes qui contiennent vn angle l'vne est prise pour la longueur, l'autre est prise pour la largeur.

2

En tout space parallelogramme, vn chacun d'iceux parallelogrammes, qui sont à l'entour du diametre d'iceluy, auec les deux suplemens se nomme gnomon.

FORCADEL.

Ceste deffinition aussi nous est assez manifeste en la 43 proposition du premier liure: mais prenons icy qu'vn parallelogramme se peut trāsformer & metre à vn gnomon, c'est à dire, qu'on trouuera facilement vn gnomon esgal à vn parallelogramme en ceste sorte: soit *a b c d* vn parallelogramme & soit pris le poinct *e* au costé *a b* d'iceluy, & à son opposé la ligne *c f* esgalle à *a e* par la 3 proposition du premier liure, & menée la ligne *f e* vers *e* par la premiere & seconde demandes, desia *a f* & *e d* sont parallelogrāmes par la 33 proposition du premier liure & troisiesme commune sentence: dela soyent diuisez les costez *e b* & *f d* par le milieu par la 10 proposition du premier liure aux poincts *g* & *h* & soit menée la ligne *h g* vers *g* par la premiere & seconde demandes, & le parallelogramme *e d* sera diuisé en deux parallelogrammes esgaux par la 33 & 36 propositions du premier liure: mais soit mené le diametre *c e* vers *e* par la premiere & secōde demandes, & *c a* vers *a* par la secōde demande: le diametre *c e* ainsi mené, coupera la ligne *h g* menée, au poinct, *i*, comme nous l'auons pris en la 43 propositiō: maintenant du poinct *a* vers *a* soit prise la ligne *a k* esgalle à *g i* par la 3 proposition du premier liure, & menée la ligne droicte *k l i* par la premiere demande, laquelle paracheuera le parallelogramme *k h* par la seconde commune sentence & 33 proposition du premier liure, duquel le gnomon, par ceste deffinition, *k f g* sera esgal au parallelogramme proposé *c b*, car *b h* est esgal à *k e* par la 36 & 43 propositions du premier & premiere commune sentence, aus-quels qui adiouste *c g*, certainement k *f g* sera esgal à *c b* par la seconde commune sentence: aussi lon pourra trouuer vn parallelogramme esgal à vn gnomon: car en menant *e g* iusques à *b* & *f h* iusques à *d* tant que *g b* & *h d* soyent esgalles à *e g* & *f h*, & menant la ligne *b d*, le parallelogramme *c b* sera esgal au dict gnomõ, & cecy soit dict pour la simple resolution: soyent doncques k *m* & *l n* esgalles à k *a* & *e l*, par la deffinition du cercle, & soit menée *m n*, certainement le parallelogramme *c n* sera esgal au gomon *h a l* par vne mesme maniere de demõstrer. Pour descrire aussi à l'entour d'vn quarré vn gnomon esgal à vn autre quarré, ou pour metre à l'entour de l'vn de deux quarrez proposez vn gnomõ esgal à l'autre, il faut faire vn triangle rectangle dont les deux costez des quarrez contiennét l'angle droict, comme nous l'auons pris en la derniere proposition du premier liure, & mener d'vne part par la seconde demande l'vn des costez du quarré, à l'entour duquel on veut faire le gnomon, iusques à ce qu'il soit esgal, par la 3 proposition du premier liure, à la ligne droicte qui soustient l'angle droict du triangle rectangle, dessus laquelle ou au costé de laquelle ainsi transportée, il faut descrire son quarré par la 46 proposition du premier liure, & selon la commodité qui s'y presente, & on aura mis à l'entour de l'vn des quarrés le gnomon demandé, esgal à l'autre quarré, par la 47 proposition & 3 commune sentence, du premier liure: par tout cela doncques on trouuera facilement vn rectangle esgal à la difference de deux quarrez inesgaux.



PROPOSITIONS.

I

S'il y a deux lignes droictes dont l'vne soit coupée en autant de *pieces qu'on voudra : le rectangle contenu des deux lignes droictes, est esgal à iceux rectangles qui sont contenus de la non coupée, & d'une chacune piece de la coupée.*

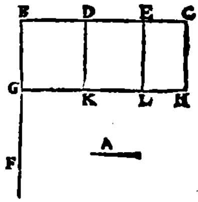
FORCADEL.

RESOLVTION.

En menant des paralleles par vn chacũ poinct de l'vn des costez d'vn parallelogramme rectangle, à l'autre costé d'iceluy, on le diuisera en autant de rectangles, comme il y a de pieces au costé diuisé, desquels vn chacun se fera du costé non diuisé, & d'vne chacune piece du costé diuisé, & le rectãgle d'vne ligne droicte esgalle à la non diuisée & de la diuisée, comme non diuisée, sera esgal au rectangle faict de la non diuisée & de la diuisée.

COMPOSITION.

Car le rectangle qui se faict des deux lignes proposées, est esgal au rectangle qui est faict d'vne ligne droicte esgalle à la non diuisée, & de la diuisée comme non diuisée, nous l'auons pris ainsi en la premiere deffinition de ce liure, lequel par la 8 commune sentence, est esgal aux rectangles qui se font de l'egalle à la non diuisée, c'est à dire, de la non diuisée, & des pieces de la diuisée, ie dis en faisant passer des lignes droictes paralleles à la ligne droicte esgalle à la non diuisée, par tous les poincts de la diuisée par la 31 proposition du premier liure, donques par la premiere commune sentence, le rectangle des deux lignes droictes, sera esgal aux rectangles faicts de la non coupée & des pieces de la coupée.



Ceste proposition nous enseigne à prẽdre vn tout par ses parties, cõme nous le pouuõs voir en la multiplicatiõ des nombres, la ou il nous faut cõsiderer vn chacun nõbre diuisé en ses lieux & multiplier vn chacun lieu de l'vn par vn chacun lieu de l'autre, c'est à dire l'vn par vn chacun lieu de celuy qui doibt multiplier, ou qui multiplie & en adiouſtãt les produicts particuliers enſemble, il en viendra le produict demandé, comme par exemple, voulant ſçauoir combien font 7 fois 35, certainement il nous faut conſiderer 35 diuiſé en ſes 30 & en 5, & ſe reſouldre en cela, que par tout ou il y à 7 fois 35 il y à 7 fois 30 & 7 fois 5 : or 7 fois 5 valent 35 c'eſt à ſçauoir 3 dixaines & 5 & pour cela nous metõs 5 aux vnitez ſimples, & retenõs trois dixaines, leſquelles adiouſtées auec 7 fois 30 c'eſt à ſçauoir 7 fois 3 dixaines qui font 210 ou 21 dixaines, valent ou font 24 dixaines, leſquelles eſcrites en leur lieu font en tout 245, dõt nous diſons que 7 fois 35 valent 245, de 7 fois 5 qui font 35, & de 7 fois 30 qui valent 210 leſquels adiouſtez enſemble ou mis comme nous auons dict, valent 245 qui eſt le tout, dont les parties eſtoient 210 & 35. Si doncques on nous propoſe la multiplication de tels nombres &c. 347 par 28, il faut cõſiderer 347 diuiſé en ſes 300, 40, & 7, & 28 en ſes 2 dixaines c'eſt à ſçauoir 20 & en ſes 8, puis multipliãt 347 cõme diuiſé par 8 indiuiſé, il en viẽdra 2776, & multipliãt le meſme 347 diuiſé par deux dixaines, ou par 2 de deux dixaines cõme indiuiſé, il en viendra 694 dixaines c'eſt à ſçauoir 6940, lequel adiouſté auec 2776, ferõt 9716 pour le tout demãdé ou pour le produict de la multiplicatiõ propoſée. Nous prenõs auſsi de ceſte propoſitiõ la façon de multiplier vn nõbre & vne fractiõ par vn nõbre, cõme 7 $\frac{2}{3}$ par 4, car nous conſiderõs 7 $\frac{2}{3}$ diuiſé en ſes 7 & en $\frac{2}{3}$ & multiplions 7 par 4 font 28, puis $\frac{2}{3}$ multipliez par 4 font $\frac{8}{3}$ c'eſt à ſçauoir 2 $\frac{2}{3}$ leſquels adiouſtez à 28 font 30 $\frac{2}{3}$ par ceſte propoſition & par la conceptiõ priſe d'icelle: Auſsi ſi 7 $\frac{2}{3}$ ſe multiplient ou doibuẽt multiplier par $\frac{3}{4}$, premierement 7 fois $\frac{3}{4}$ valent $\frac{21}{4}$ c'eſt à ſçauoir 5 $\frac{1}{4}$, & $\frac{3}{4}$ multipliant $\frac{2}{3}$ valent $\frac{1}{2}$, leſquels adiouſtez auec 5 $\frac{1}{4}$ valent 5 $\frac{3}{4}$, & par ainſi 7 $\frac{2}{3}$ multipliez par 4 $\frac{3}{4}$ font 36 $\frac{5}{12}$, de 4 fois 7 $\frac{2}{3}$ qui valent 30 $\frac{2}{3}$, de 2 $\frac{2}{3}$ adiouſtez à 28, & de 5 $\frac{3}{4}$ venus de 7 $\frac{2}{3}$ multipliez par $\frac{3}{4}$, qui font $\frac{1}{7}$ adiousté à $5\frac{1}{4}$. Vous voyez cōme nous y prenons aussi la multiplication d'vn nombre & vne fraction par vne fraction, & aussi par vn nombre & vne fraction.

Nous prenons aussi icy la façon de changer la valeur de quelque piece de monnoye que ce soit, en plusieurs sortes de plus petites monnoyes, pour en auoir autant de l'vne que de l'autre, comme par exéple: si quelqu'vn me dict qu'il desire changer vne piece de monnoye qui vaut 34 sols, en sols, en doubles, & en liards, & qu'il desire auoir autant de l'vne sorte que de l'autre, alors ie considere qu'en vn sols, en vn double, & en vn liard, il y à 17 deniers & que par tout ou il y à vne piece de 17 deniers il y à vne piece d'vn sols, vne piece d'vn double, & vne piece de 3 deniers, brief que par tout ou il y à vn nombre de pieces de 17 deniers, certainemẽt il y aura le mesme nōbre de sols, le mesme nombre de doubles, & le mesme nombre de liards, & pour cela ie prens 17 deniers comme la ligne diuisée en 12, 2, & 3, puis ie prens le contenu du parallelogramme qui cōtient autant de deniers, comme il y en à, en 34 sols, c'est à scauoir 408 deniers, lesquels partis par 17, il en vient 24, pour le costé indiuisé, du parallelogramme, car 24 sols, 24 doubles, & 24 liards, c'est à sçauoir 24 sols, 4 sols, & 6 sols, adioustez ensemble, font 34 sols, qui est la valeur de la piece changée. Mais voyez aussi icy comme le tout est retrouué par ses parties. Prenons d'icy encores que quant du rectangle *c b* le costé diuisé *a b* fera 7, en 5 de la partie *a e* & en 2 de la partie *e b* qui font 5 plus 2, & le costé indiuisé *a c* fera 4: iceluy diuisé en ses deux parallelogrammes rectangles *c e* & *f b* l'vn desquels contiendra 20 & l'autre 8 ils feront que le tout contiendra ou fera 20 plus 8, pour le produict de la multiplication de 5 plus 2 multiplié par 4, & de là vient que le plus multipliāt, ou multiplié par plus faict plus, car certainement, 2 qui est plus 2, multiplié par 4 qui est plus 4, font 8, qui est plus 8.

Mais

Mais n'est il pas certain que tout ainsi q̃ quãt la partie *a e* de la ligne *a b* fait 5,& la partie *e b* de la ligne mesme fait 2, que toute la ligne *a b* faict 5 plus 2 : aussi est il certain que quant toute la ligne *a b* fait 7 & la partie *e b* d'icelle fait 2, que l'autre partie *a e* fera 7 moins 2, laquelle multipliée par *a c* qui est 4, fait le contenu du rectangle *a f*, qui est la difference de tout le rectangle *c b* au rectangle *f b* : or est il ainsi que le rectãgle *c b* contient 28 de 4 fois 7,& le rectangle *f b* cõtient 8, de 4 fois 2, si doncques de 28 se soustraict 8, & de tout *c b* ou de son contenu, *f b* ou son contenu il restera, par la 3 commune sentence, 28 moins 8 qui sera esgal au contenu de *c e*: & moins 8 est venu de moins 2, ou de 2 qui estoit moins multiplié par 4, qui est plus 4, ou de 4 multiplié par 2, qui est moins 2, delà vient que le moins multiplié par plus, ou le plus par moins, fait moins, aussi certainement tout 7 multiplié par 4 produict plus que 7 moins 2 multiplié par 4, du produict de 4 fois 2, d'ou vient que le produict du deffaillant multiplié par le multiplicateur sera aussi deffaillant. Prenons maintenant vne alygation de 8 marcs d'argent pour la ligne *a b*, à 10 deniers d'aloy pour la ligne *a c*, desquelles est faict le parallelogramme rectangle *a d*, auec 4 marcs d'argent pour la ligne *b e* (la ligne *a b* estant menée) à 7 deniers d'aloy, que nous prenons pour la ligne *b f* partie de la ligne *b d* desquelles est faict le parallelogramme rectangle *b g* & *h e*, puis faisons la ligne *e i* esgallemẽt haulte à *a c* & soient menées les lignes *h k i* & *l k m* parallele à *h g*, à celle fin que par la 43 proposition du premier liure *c k* soit esgal à *k g* & par la 8 & 2 communes sentẽces *a m* soit esgal à *c b* & *b g*, les contenus dõcques de *c b* & *b g* c'est à sçauoir 80 & 28 adioustez ensemble font 108 lesquels partis par la ligne diuisée en 8 & 4 qui font 12 marcs, il en viendra 9 deniers d'aloy pour *a l* l'indiuisée, & de là vient que ceux qui traffiquent les monnoyes, multipliẽt les deniers d'aloy particuliers par

M

les marcs particuliers vn chacun par le fié, & diuisent les produicts adioustez ensemble, par tous les marcs proposez, & en viét les deniers de l'aligation. Mais ceux qui veulent reduire à vn iour de payement, qu'ils appellent, plusieurs sommes qui se doibuent payer en diuers iours, & en diuers temps, ils prennent au lieu de 8 marcs à 10 deniers d'aloy: 8 escus payables au terme de 10 moys, & pour les autres, ils prennent 4 escus payables au terme de 7 mois, & par vne mesme façon de faire, ils trouuent que les 12 escus qui sont deuz se doibuent payer au terme de 9 mois, car ils multiplient 8 escus par 10, il en vient 80, & 4 escus multipliez par 7 font 28, lesquels adioustez à 80 font 108, lequel party par 12 faict 9 mois &c.

Aussi si quelqu'vn me doibt à vn certain iour 15 escus pour lesquels ie prens la ligne *a b*, & me doibt encores 6 escus pour lesquels ie prens la ligne *b c*, delà à 7 mois q̃ ie prés pour la ligne *c d*, & en paracheue le rectãgle *d b* & fais *a f* esgallemét haute à *c d* menant la ligne *f g c*, & la parallele *h g k* à *a c*, pour auoir par la 43 proposition du premier liure *a g*, esgal à *g d*, & par la seconde commune sentence, *a k* esgal à *b d*, si dócques le contenu de *b d* qui fait 42, & par ainsi *a* k fera 42, ce diuise par *a c* qui est la diuisée, il en viédra l'indiuisée *c* k qui seront deux mois. Aussi ceux qui traffiquent les monnoyes prennent pour *a b*, 15 marcs de dechet ou cuiure, & pour *b c* & *c d*, 6 marcs d'argent à 7 deniers d'aloy, qui tiennent 42 deniers d'aloy, lesquels ils diuisent par tout *a c*, qui sont 21 marc, & en viét deux deniers d'aloy pour la ligation: mais voyez vn peu comme des deux parallelogrammes *h c* & *b d* esgaux l'vn à l'autre & equiangles mis en vn angle cómun qui est *c*, s'en faict le gnomó *d b h* par la 3 commune sentence, la conuerse de la 43 proposition du premier liure, & la seconde deffinitió de ce liure &c. & par les deux rectangles k *e* & *b h* vous voyez que si ie preste 5 escus à quelqu'vn pour 6 mois, il sera tenu de m'en prester 15 pour 2 mois,ou bien 2 escus pour 15 mois, & cela vient en diuisant 30 de 5 fois 6 par 2,ou par 15. Aussi q̃ pour abbaisser 5 marcs d'argent à 5 deniers d'aloy, & les faire venir à 2 deniers, il y faudroit mesler 9 marcs de tare de cuiure ou de dechet:car la ligne *a b* fait 15, &c.

2

Si vne ligne droicte est coupée comme on voudra, les rectangles contenus de toute la ligne, & d'vne chacune piece, sont esgaux au quarré de toute la ligne.

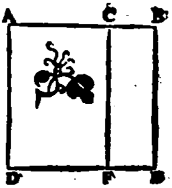
FORCADEL.

RESOLVTION.

Quant on faict passer par vn poinct qui est à l'vn des costez d'vn quarré, vne ligne droicte parallele à l'autre costé,elle diuisera tout le quarré en deux rectangles,desquels vn chacũ se fera de tout le costé du quarré, par vne chacune piece d'iceluy : mais pour la resolutiõ de la proposition suiuante,en leuant le plus petit costé d'vn chacun rectãgle,du plus grant,& faisant passer par le poinct de la soustractiõ,vne ligne droicte parallele au plus petit costé, iusques au costé opposé, vn chacũ parallelogramme rectangle sera diuisé en deux parallelogrammes rectangles, qui se ferõt des deux pieces de la ligne diuisée, & du plus petit costé du parallelogramme rectangle diuisé par la precedente proposition, desquels parallelogrammes rectangles, esquels est diuisé vn chacun parallelogramme rectangle, l'vn sera le quarré du plus petit costé du diuisé, & l'autre le rectangle faict des deux pieces du plus grant costé:& pour la resolution de la 4 proposition, tout le quarré sera diuisé aux deux quarrez des deux pieces, esquelles est diuisé le costé du quarré, & au rectangle deux fois des deux pieces.

COMPOSITION.

Car les rectãgles faicts de la toute ainsi diuisée,&d'vne chacune piece,serõt esgaux aux rectangles faicts des pieces & d'vnechacune piece,par la precedẽte proposition,

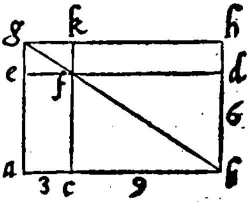


& par la seconde commune sentence, lesquels seront esgaux au quarré de la toute par la 8 commune sentence, & par ainsi les rectangles de la toute & d'vne chacune piece, serōt esgaux au quarré de la toute, par la premiere commune sentence.

Comme il soit ainsi que le propre de 2 soit que multiplié en soy ou adiousté à soy mesmes fait autant d'vne part que d'autre, ainsi que nous le pouuons prendre en la 16 deffinition du 7 liure, & que tout autre nombre est priué de cela, si pouuons nous toutesfois trouuer deux fractions, lesquelles par ceste proposition feront autant estans adioustées ensemble, cōme estans multipliées ensemble, en ceste sorte: il faut prendre deux nombres inesgaux & les adiouster ensemble, puis partir le nombre de l'addition par l'vn & par l'autre, & les combiens seront les fractions telles que nous venons de dire, comme 7 & 5 font 12, lequel party par 7 & par 5 faict $\frac{12}{7}$ & $\frac{12}{5}$ lesquelz multipliez ensemble font autant de 35 comme est le quarré de 12, aussi $\frac{12}{7}$ & $\frac{12}{5}$ font $\frac{60}{35}$ & $\frac{84}{35}$ c'est à sçauoir autant de 35 cōme est le quarré de 12, par ainsi doncques 1 $\frac{5}{7}$ & 2 $\frac{2}{5}$ seront les deux grandeurs, lesquelles adioustées ensemble & multipliées l'vne par l'autre, feront autant d'vne part que d'autre.

Par ceste proposition lon sçait, ou peut lon sçauoir le quarré d'vne grandeur de deux noms, & aussi lon peut adiouster vne grandeur de deux noms en vne grandeur, car l'on multiplie icelle par ces noms, & adiouste lon les produicts ensemble pour en auoir le quarré, la racine duquel donnera la mesme grandeur, comme voulant adiouster 7 auec 5, ils font 7 plus 5, laquelle multipliée par 7 fait 49 plus 35, & multipliée par 5, fait 35 plus 25, lesquels produicts adioustez ensemble prenant les quarrez ensemble, & les rectāgles ensemble font 74 plus 70. Iusques icy nous auons le quarré de nostre grandeur &

par ainsi la grandeur sera la racine de 74 plus 70, mais puis que 74 & 70 valent 144, certainement le quarré de nostre grandeur sera 144, & pource que la racine quarrée de 144 est 12, la grandeur mesmes sera 12, aussi 7 & 5 font 12. Par ceste proposition nous prenons encores le quarré d'vn nombre auec vne fraction, car nous multiplions le nombre & la fractiõ par le nombre, & puis par la fraction, & les produicts adioustez ensemble, font le quarré demandé. A celle fin de mieux monstrer la beauté, & la force de ceste proposition, nous demonstrerons la maniere de trouuer trois nombres, selon que Boëce les demande en la 7 sorte qu'il nomme 7 mediete, tels que la raison du plus grãt au plus petit soit telle qu'est la differẽce du plus grant au plus petit, à la differẽce du moyẽ au plus petit. Prenons doncques la ligne droicte *a b* ayãt 12, diuisée au poinct *c* en deux pieces inesgales, qui facẽt 3 & 9, prenons encores la ligne *b d* qui soit 6 qui est la difference de 9 à 3 c'est à sçauoir de la partie *b c* à *c a*, & soit faict le parallelogramme rectangle *e b*, & *e f* estãt esgalle à *a c* soit menée *c f*, de là soit menée la ligne *b f* vers *f* & aussi *a e* de la mesme part, iusques à ce qu'elles s'étretrouuent au poinct *g* & soit auancée *b d* iusques à *d h* tellemẽt que *d h* soit esgalle à *e g*, & soient menées *g h* & aussi *c f* iusques à k, ie dis que *c b* : *b h* & *b d*, c'est à sçauoir 9, 8, 6 sont les trois grandeurs ou nombres demandez : car par la 43 proposition du premier liure, *f h* & *f a* sont esgaux, & cela viẽt de la raison reciproque de leurs costez, comme nous l'auons pris en ladicte 43 proposition, c'est à sçauoir que la raison de *c b* à *b d*, qui sont les deux extremes, est comme *a c* à *d h*, dont l'vn est la differẽce du plus grãt au plus petit c'est à sçauoir de *c b* à *b d* & l'autre est la difference du moyen au plus petit c'est à sçauoir de *h b* à *d b*. Il reste à monstrer que *b h* est plus petit que *b c*, en ceste sorte : comme il soit ainsi que *b d* & *c a* facent autant que *c b*, par ceste propositiõ le quarré de *c b* sera esgal aux rectangles de *c b* par *b d* c'est à sçauoir à *c d*, & à celuy qui se fait de *c b* par *a c* qui est plus grant que *a f*, & par ainsi, *a d* sera plus petit que le quarré de *c b*, mais par la seconde commune sentence *c h* est esgal à *a d*, il sera dócques plus petit que le quarré de *c b*, or le quarré de *c b* & le rectãgle *c h* sont inesgaux, & ont *c b* pour latitude, doncques les longitudes ou longueurs *c b*, & *b h* seront inesgalles, & *b h* sera la plus petite, ie dis plus petite que *c b*, & *d b* plus petite que *b h*: car *c h*, comme esgal à *b e*, est plus grant que *c d*, & ont les latitudes esgalles, & par ainsi les longitudes sont inesgalles: en diuisant dócques vn nombre en deux pieces inesgalles la plus grande, & la difference de la plus grande à la plus petite, seront les deux extremes, & la moyenne sera le combien de la diuision quant le nõbre pris, sera multiplié par le plus petit extreme, & le produict diuisé par le plus grant: cela veut dire que ayant les deux extremes, pour trouuer le moyen, il faut multiplier le plus grãt par le plus petit, & par leur difference, & adiouster les deux produicts ensemble, & ce qui en viendra estant parti par le plus grant, sera le moyen.

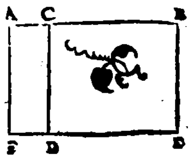


3

Si vne ligne droicte est coupée comme on voudra: le rectangle contenu de la toute & de l'vne des pieces, est esgal au rectangle contenu des pieces, & au quarré de ladicte piece.

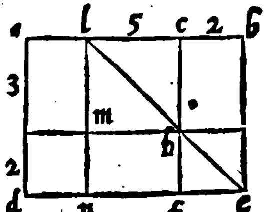
FORCADEL.

Car le rectangle contenu de la toute & de l'vne des pieces, est esgal au rectangle contenu de la toute & d'vne ligne droicte esgalle à ladicte piece, lequel est esgal aux rectangles, esquels il est diuisé en menant vne parallele par le poinct de la diuision de la ligne diuisée, par la premiere proposition de ce liure:



lesquels sont esgaux, au rectangle des deux pieces auec le quarré de ladicte piece, & par ainsi par la premiere commune sentéce, le rectangle de la toute, & de l'vne des pieces, est esgalle au rectágle des deux pieces & au quarré de ladicte piece. Et de là il est manifesté que tout rectangle contient le quarré de son plus petit costé & le rectangle faict du plus petit & de la difference du plus grant costé au plus petit.

De ceste proposition icy nous prenons la maniere de multiplier vne grandeur de deux noms telle quelle soit par sa reste de deux noms (mais nous voulós que la reste de deux nous soit cóme 5=2 quant les deux noms sont 5†2, &c.) car nous multiplions icelle grandeur de deux noms par l'vne de ses parties, c'est à sçauoir celle qui est la plus grande, ou qui est prise pour la plus grande, & du produict nous en leuons le produict de la mesme, par la plus petite, & la reste est le produict demandé, dont s'ensuit la demonstration: soit la grádeur de deux noms proposée *a b*, & ses deux noms soient *a c* & *c b*, dont l'vne face 5 & l'autre 2 & la toute *a b* face 5 plus 2, cela que nous appellons sa reste soit *a d* moins *g d* dont *a d* soit esgalle à *a c* & *g d* soit esgalle à *c b*, à celle fin que la reste c'est à sçauoir *a g* soit 5 moins 2: il est certain que le rectangle de *a b* par *a g* est esgal au rectangle de *a b* par *a d*, il s'en faut le rectangle de *a b* par *g d*, par la 3 commune sentence: or le rectangle *d b* se fait de 5 plus 2 multipliez par 5 par ceste propositió, & contient 25 plus 10, le rectágle *d k* par ceste mesme propositió, contiét 10 plus 4: si doncques du contenu de *d b* & de 25 plus 10 on soustraict de l'vne *d k*, & de l'autre 10 plus 4 il restera 25 moins 4, car les deux dix sont esgaux, & pource il restera rien de leur costé, aussi certainement le rectangle *f b* emporte le rectangle *g f*, & de *a f* ayant soustraict *f k* il restera le cótenu du rectangle *a f* moins le contenu du rectágle *f k* pour tout le produict demandé, c'est à sçauoir pour *d b* moins *d* k, c'est à dire pour le cōtenu du rectangle *g b*:& pource que *a f* est le quarré de la plus grande partie de la ligne *a b*, & *f* k le quarré de la plus petite, de là on prent vne reigle pour la multiplication d'vne grãdeur de deux noms par sa reste qui est que du quarré du plus grãt nom, il en faut leuer le quarré du plus petit & la reste sera le produict demandé de 25 doncques qui en soustraict 4 il restera 21 pour le produict de 5 plus 2 multiplié par 5 moins 2, car 25 est le quarré de 5, & 4 est le quarré de 2, aussi, certainement, 7 fois 3 font 21: car 5 plus 2 faict 7 & 5 moins 2 faict 3: mais soit le diametre *e h* du quarré *f* k mené vers *h* iusques à ce qu'il coupe la ligne *a b* au poinct *l*: car *b e* sera esgalle à *b l* par la 32 proposition du premier liure & la 3 commune sentence & la 6 proposition du mesme & par ainsi *h l* menée coupera *a b*: de là par la 36 propositiõ du premier liure en menant la parallele *l, m, n*, à *b e*: *b n* sera esgal à *a f* & par la 3 commune sentence *f b* à *d l*, mais par vne mesme raison *f k* est esgal à *g n*, doncques par la 3 commune sentence *a m* sera esgal à *h b* & par la 43 proposition du premier liure & premiere commune sentence à *m f*, & par ainsi par la secõde commune sentence *a k* sera esgal au gnomon *n c k* qui contient le quarré *n b* c'est à dire le quarré de *a c* moins le quarré de *c b* & par ainsi le cõtenu de l'vn sera le contenu de l'autre c'est à sçauoir du rectangle *a k* & dudict gnomõ: mais puis que par la 43 proposition du premier liure *b h* est esgal à *h n* par la seconde commune sentence le gnomon *a h n* sera esgal au rectangle demandé *a k*, & ce gnomon là contiẽt le quarré *a f* il s'en faut *g n* qui est esgal au quarré de *c b*: du quarré doncques du plus grant nõ qui en soustraict le quarré du pl⁹ petit, d'vne grãdeur de deux nõs, certainement on aura le contenu du rectangle, c'est à sçauoir le produict de la multiplication de la



gran-

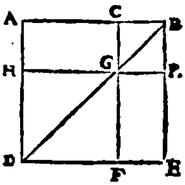
grandeur de deux noms par sa reste ou par son restāt : or nous appellons la reste quant du plus grant nom il s'en faut le plus petit, ou quant de l'vn des noms il s'en faut l'autre. Aussi il nous faut prendre icy que d'vn rectangle se peut faire vn gnomon, dont l'vn des suplemés sera la moitié de la differéce du rectangle au quarré de son plus petit costé.

4

Si vne ligne droicte est coupée comme on voudra, le quarré de la toute, est esgal & aus quarrez des pieces, & au rectangle deux fois contenu des pieces.

FORCADEL.

Car le quarré de la toute est esgal aux rectangles de la toute, & d'vne chacune piece, par la secóde proposition de ce liure, desquels vn chacun est esgal au quarré de l'vne des pieces & au rectangle des deux pieces par la precedente proposition, doncques par la premiere commune sentence le quarré de la toute est esgal au quarrez des pieces, & au rectangle deux fois contenu des deux pieces: ou autrement le mesme aduiendra, ayant mené le diametre du quarré de la ligne diuisée en la premiere sorte, & ayant fait passer vne parallele à l'vn des costez du quarré par le poinct de la diuisió de la ligne, & vn autre parallele par le poinct, ou la premiere coupe le diametre, par la 8 commune sentence : ou bien en descriuant vn cercle à l'entour de l'vn des angles du quarré de la ligne & de la grādeur de l'vne des pieces, & faisant passer deux paralleles par les deux poincts, ou la circonference du cercle coupe les deux costez du quarré, il aduiendra le mesme, & en menant le diametre du quarré depuis le cētre du cercle par la conuerse de la 43 proposition du premier liure : il sera manifeste, comme en la façon precedente, le correlaire suiuant.



CORRELAIRE.

Que aux ſpaces quarrez,les parallelogrãmes qui ſont à l'ẽtour du diametre ſont quarrez:nous l'auons auſsi pris ainſi en la 43 propoſition du premier liure. Auſsi le quarré d'vne ligne droicte, diuiſée en deux pieces eſgalles,eſt quadruple au quarré de ſa moitié,& de là viẽt que le quarré de quelque choſe que ce ſoit, multiplié par quatre, fera autant que le quadruple de la choſe meſme, multiplié par la choſe meſme, & cela eſt propre à tout nombre,à toute fraction,brief à toute grandeur : auſsi le quarré d'vne moitié fera vn quart. Il eſt auſsi general que le rectangle contenu de deux lignes, eſt quadruple au rectangle contenu des deux moities des deux lignes, & le meſme aduiendra de tout parallelogramme en quatre parallelogrammes equi-angles au tout : auſsi le quarré d'vne ligne droicte eſt eſgal au rectangle de la moitié, par le double d'icelle. Auſsi les quarrez des lignes meſurées, d'vne meſme meſure, ſelon la naturelle progreſſion Arithmetique, ſeront comme la naturelle progreſſion des quarrez. Dauantage il eſt manifeſte que le double du quarré d'vne ligne diuiſée cõme on voudra, ſera plus grant que le double du quarré de l'vne des pieces du double du quarré de l'autre piece & de quatre rectangles des deux pieces. Par ceſte propoſition ſi on nous dict,qu'vn maiſtre de camp, a vn certain nombre de ſoldats, leſquels il deſire metre en bataille en telle ſorte qu'ils ſoyent mis en vne figure de quatre coſtez, & qu'il y en aye autant d'vn coſté que d'autre, & ſ'eſtant mis en ſon deuoir pour vn certain nõbre de ſoldats qu'il a mis à chaque coſté, il trouue qu'il a deux cens octantequatre ſoldats de reſte : & pour cela il met vn ſoldat de plus à chaque coſté:mais il trouue qu'il auroit beſoin de 25 ſoldats,ſ'il demande doncques,ou pour ſçauoir combien il a de ſoldats,nous voyons que 284 ſoldats qu'il auoit de plus au commencement, & 25 ſoldats dequoy il a faute, ou qui luy manquent en apres, font vn gnomon descrit à l'entour du premier quarré, au costé duquel il a adiousté tant seulement l'vnité, dont le quarré est 1, lequel il faut soustraire dudict gnomon qui faict 309, il reste 308 pour les deux rectangles esgaux, dont la moitié, c'est à sçauoir 154 est le cõtenu de l'vn qui a vn de large, & par ainsi sa lõgueur sera 154 pour le costé du premier quarré, & par ainsi 155 pour le costé du secõd quarré, & qu'il soit ainsi le quarré de 154 adiousté auec 284 fait 24000 soldats, que ledict maistre de camp auoit à metre en bataille, aussi si du quarré de 155 on en soustraict 25, il reste le mesme nombre de soldats: nous prendrons doncques la reigle qui s'ensuit pour telles demandes: il faut adiouster cela qu'il a trop à la premiere fois: auec cela qu'il à peu, ou qui luy defaut à la seconde fois, & en soustraire le quarré de cela qu'il adiouste ou met d'auantage à la seconde fois, & partir la reste par le double de cela qu'il met dauantage à la seconde fois, & le combien sera le nombre de la premiere fois. Si aussi on nous demande qui sont ces deux nombres là, des quarrez desquels ayãt soustraict le double d'iceux, il reste 66, & au produict de la multiplication de l'vn par l'autre, ayant adiousté les mesmes nombres facent 39: nous prẽdrons pour l'vne des pieces d'vne ligne diuisée comme on voudra vn premier nombre incongneu, pour l'autre vn secõd nombre incongneu, & pour toute la ligne vn troisiesme nombre incongneu. Il est certain que le quarré du premier nombre incongneu sera son quarré, & le quarré du second nombre incongneu sera 66 plus 2 troisiesmes nombres incõgneus, moins le quarré du premier nombre incongneu: mais vn chacun des rectangles des deux pieces de la ligne diuisée sera 39 moins vn troisiesme nombre incongneu, & toutes ces quatre pieces, c'est à dire, le quarré de la toute feront 144, & par ainsi le troisiesme nombre incongneu sera 12, pour le nombre de toute la ligne diuisée,lequel soustraict de 39. Il reste 27 pour le rectangle qui se faict des deux pieces de la ligne, lesquelles seront 3 & 9, comme nous verrons en la suiuante proposition. Mais si on vouloit que ledict rectangle des deux nombres auec le double de tous deux, feist 51, certainement vn chacun des deux rectãgles feroit 51 moins deux troisiesmes nombres incógneus,& par ainsi le quarré de toute la ligne diuisée, feroit 168 moins deux de ces racines,& par la seconde commune sentence vn quarré plus deux racines, ou nombres incogneus, c'est à sçauoir vn gnomon sera esgal à 168 : Or est il ainsi que l'vn des suplemens fera vn nombre incongneu, lequel a pour l'vn de ses costez vn nombre incógneu, & par ainsi pour l'autre il a 1, dont le quarré est 1, lequel adiousté au contenu du gnomon, c'est à sçauoir à 168, faict 169 pour tout le quarré par ceste proposition, duquel la racine quarrée est 13, dót il faut soustraire ledict vn qui s'est trouué adiousté au nóbre qu'on cerche, il reste 12 pour toute la ligne diuisée, dont le double, c'est à sçauoir 24, soustraict de 51, il reste 27 pour le produict de la multiplication des deux nombres premiers incongneus, lesquels seront 3 & 9, comme nous verrons en la suiuante proposition.

Nous disons vne quantité estre moyenne proportiónelle entre deux autres, quant elle contient autant de fois la plus petite, comme elle est contenue de la plus grande, c'est à dire, quant elle a vne telle raison à la plus petite qu'à la plus grande à elle: de là donc nous nous pouuons aperceuoir par la 36 proposition du premier liure, qu'vn parallelogramme rectangle sera la moyenne proportiónelle entre les quarrez de ces deux costez : mais comme nous verrons en la 17 proposition du 6 liure, & en la 20 proposition du 7 liure, le rectangle des deux extremes, est esgal au quarré de la moyenne, de là la racine quarrée du contenu dudict rectangle faict des quarrez des deux costez, sera la moyenne, & le quarré de la moyéne, parti par l'vn extreme, donnera l'autre.

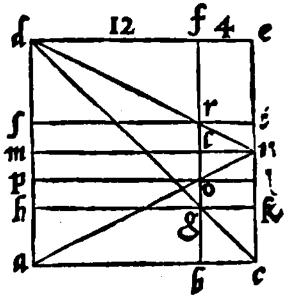
Iusques icy sachant bien que la racine de 9 est 3, & la racine de 4 est 2, si on me propose la multiplicatió de la racine de 9 par la racine de 4 ie pourray dire qu'vn tel produict est la moyenne proportiónelle entre le quarré de la racine de 9, & le quarré de la racine de 4, qui sont 9 & 4 pour les deux extremes, le rectãgle desquels fait 36, dont la racine est la racine de 36 pour le produict demãdé: Or sçay-ie bié que la racine de 36 est 6, tout ainsi aussi que 3 fois 2 font 6. Dont s'ensuit la reigle de la multiplication des racines quarrées. Il faut multiplier les quarrez d'icelles ensemble, & la racine quarrée du produict sera ce qu'on demande : de là lon prent que si lon veut doubler, tripler ou quadrupler &c. vne racine, il faut multiplier le quarré d'icelle, par 4, 9, 16 &c. & la racine quarrée du produict sera ce qu'on demande: aussi le doubler d'vne racine, se prent d'vn des correlaires de ceste propositió: car quatre quarrez d'icelle font le quarré du double d'elle, & par ainsi la racine des quatre quarrés, ou de quatre fois son quarré, sera ce qu'on demande. Venós maintenant à la belle diuision des racines & cómençons à la premiere sorte. Ie sçay bien que la racine quarrée de 36 est 6 & q̃ la racine de 4 est 2, toutesfois si on me propose & dict que ie parte la racine de 36 par la racine de 4 ie considere vn rectangle contenant la racine de 36 ayãt pour l'vn de ces costés racine de 4, dót le quarré est 4, & ayant trois quantitez proportionnelles, c'est à sçauoir le quarré du costé congneu du rectangle, le rectangle, & le quarré du costé incongneu, ie prens le quarré de la moyenne, c'est à sçauoir le quarré de la racine de 36 qui est 36, & le diuisé par 4, il en vient 9 pour la troisiesme incongneue, ou pour le quarré incongneu, dont la racine, c'est à sçauoir la racine de 9 est le costé incogneu, & par ainsi le combien cherché: or sçay-ie bien que la racine de 9 est 3, aussi que 6 parti par 2 faict trois. Dont s'ensuict la reigle, il faut partir le quarré de ce qui est proposé à partir par le quarré du partiteur proposé, & la racine quarrée du combien est ce qu'on demande, & de là on prent que si lon veut partir vne racine par 2, par 3, par 4 &c. on diuise le quarré d'icelle par 4, par 9, par 16 &c: car la racine quarrée du produict sera ce qu'on demande: aussi lon prent la mediation ou diuision d'vne racine par deux du correlaire mesmes que nous auons dict de ceste propositió, car le quarré de la moitié est la quarte partie du quarré de la toute, & par ainsi la racine quarrée de la quarte partie du quarré de la racine qu'on veut partir par 2, sera le combien demandé. Mais voicy il s'ensuit l'autre sorte de partir vne racine par vn autre, en faisant la comparaison du quarré de celle qui se doibt partir au quarré de celle qui doibt partir, car la racine quarrée d'iceux sera la raison de l'vn costé à l'autre, ayant doncques party le quarré de l'vne par le quarré de l'autre, cóme nous auós dict, & du produict ayant pris la racine quarrée, on trouuera le combien demandé, comme si ie veux partir la racine 36 par la racine de 9, certainement le quarré de la racine de 36, est 6, & le quarré de la racine de 9, est 9, or 36 party par 9 fait 4, dont la racine est racine de 4 pour le combien demandé, c'est à sçauoir 2, aussi 6 party par 3, fait 2. De ceste proposition aussi nous prenons vne façon d'adiouster les racines quarrées: car nous prenons le quarré de l'vne & de l'autre, & les multipliós l'vn par l'autre, & prenons la racine du produict, laquelle nous prenons deux fois, & les adioustons auec les quarrez des racines: car cela qui viédra de l'addition, sera le cótenu du quarré des deux racines comme d'vne: la racine de 4 doncques adioustée auec la racine de 9, fera la racine de 25, car le quarré de la racine de 4 est 4, & de la racine de 9 est 9, puis 4 multiplié par 9 fait 36, dót la racine quarrée est 6, tel est le contenu du rectangle des deux pieces, comme produict de la multiplication de la racine de 4 par la racine de 9 : en adiouſtant doncques 9 & 4 qui ſont les deux quarrez auec 6 & 6, qui eſt le double de 6, c'eſt à dire deux fois le rectangle des pieces, on aura 25, dont la racine c'eſt à ſçauoir racine de 25 eſt ce qui vient de l'addition deſdictes racines, or la racine de 25 eſt 5, auſsi 3 & 2 font 5. Mais conſiderons vn peu que pour adiouſter deux racines enſemble, nous auons premierement pris le quarré de la cherchée, dont la racine à eſté ce que nous demandions : de là doncques ſ'enſuit la façon de multiplier vne grandeur de deux noms en ſoy, ou par ſoy-meſmes : car en prenant les quarrez des deux grandeurs & les adiouſtant par la force du ſigne plus auec le rectãgle deux fois des deux grãdeurs, on aura certainement le quarré de la piece de deux noms : comme ſi ie veux auoir le quarré de 3 plus racine de 5, c'eſt à dire ſi ie veux multiplier 3 plus racine de 5, par 3 plus racine de 5, ie prens le quarré de 3 qui eſt 9, & y adiouſte le quarré de racine 5 qui eſt 5, font 14, puis apres ie multiplie 3 par racine 5 il en viẽt la racine de 9 fois 5 (car le quarré de l'vne eſt 9 & de l'autre 5) qui eſt racine 45, laquelle doublée en multipliant 45 par 4, fait 180 dont la racine eſt racine de 180, qu'il faut adiouſter à 14 fait 14 plus racine 180 pour le quarré de 3 plus racine de 5 ou pour le produict demandé : & pource que les deux rectangles faicts des deux pieces ne ſe peuuent aucunement adiouſter aux deux quarrez des deux pieces, que par la force du ſigne plus, de là quant nous voudrons adiouſter deux racines ou deux lignes, les rectangles deſquelles cauſeront telz impoſsibles, certainemẽt ces deux racines là, ne ſe pourrõt iamais metre en vne, ſinon par la force du ſigne plus: cela veut dire que ſi le quarré de l'vne racine multiplié par le quarré de l'autre ne produiſent pas vn nõbre quarré ou grandeur dont on puiſſe auoir la racine quarrée, il faudra touſiours adiouſter les racines propoſées par la force du ſigne plus, comme 3 adiouſté auec racine 5, fera

3 plus racine de 5, & la racine de 3 adiouſtée auec racine de 2 ſera racine de 3 plus racine de 2, car aux deux, 9 fois 5 n'eſt pas quarré, & aux deux autres, 3 fois 2. Voyez vn peu la force de ceſte propoſition elle cõmence par auoir le quarré d'vne grãdeur diuiſée en deux pieces, icelles eſtant cogneues, par lequel lon a la grãdeur meſme pour ſon milieu, & pour ſa fin ou elle nomme la grãdeur d'vn nom, ou de deux noms, ou par la racine de deux noms.

Nous pouuons auſsi par ceſte propoſition prendre le quarré d'vn nõbre & d'vne fraction en prenant le quarré du nombre & le quarré de la fraction & le rectangle deux fois ou multipliant deux fois le nombre par la fraction, & adiouſtant ces quatre produicts enſemble, on aura le quarré demandé: laiſſons maintenant cela que nous pourrions dire d'auantage ſur ceſte propoſition, pour le regart de l'algebre (car nous en auons auſsi pris la demonſtratiõ particuliere des extractions des racines quarrées en noſtre troiſieſme liure) & de l'algebre meſme prenons que par ceſte propoſition, ou en ceſte propoſition, on peut veoir & y prẽdre la maniere ou façon de faire de trouuer tant de trois nõbres ou grandeurs qu'on voudra, leſquels ou leſquelles ſe trouueront en la raiſon Armonique, c'eſt à ſçauoir, qu'vne telle raiſon qu'il y aura du premier nombre au troiſieſme vne telle ſera de la difference du plus grant ou premier au moyen, à la difference du moyen au plus petit ou au troiſieſme: car en telle raiſon ſe trouuent les termes du diapaſon auec le terme qui le diuiſe en vn diapente en bas, & vn diateſſaron en haut dont il en eſt ouy mieux ſonant, & pour cela tant de tels nombres qu'on voudra ainſi diſpoſez trois à trois ſont dicts eſtre en raiſon Armonique: ſoit la ligne *a c*, 16 diuiſée en deux pieces ineſgalles, c'eſt à ſçauoir *a b* qui face 12, & *b c* qui ſoit 4, de là ſoit deſcrit le quarré de toute la ligne *a e*, & mené le diametre *d c*, & les paralleles *f g b* & *h g k*, vous verrez comme le rectangle *a f*, les rectãgles

gles *a g* & *g e*, sont auec le rectangle *b e*, en raison Armonique: car certainement la premiere est la plus grãde par la trentesix proposition, du premier liure, la seconde la moyenne, car ell'est plus grande que la troisiesme par la mesme propositiõ, soient *g l* & *h m* esgalles à *g b*, vne chacune, & soit menée *m l* iusques à *n*, desia *m f* est la differẽce de *a f* aux deux rectangles des deux pieces, & *l e* est la difference des deux dicts rectangles au rectangle *b e*, car *g e* & *a g* sont esgaux & emportent l'vn l'autre, mais *k b* soustraict de *g e* par *g n* il reste *l e*: or *m f* & *l e* sont les deux differences & ont la raison de *d f* à *f e* par la 36 proposition du premier liure, aussi par la mesme proposition *a f* & *b e* qui sont les deux extremes, ont la mesme raison de *d f* & *f e*, car elles sont entre deux paralleles comme les autres: la raison doncques tant des extremes, comme des differences est certainement vne mesme, c'est à sçauoir triple: car *a b* contient *b c* trois fois. Iusques icy si ie prens deux nombres inesgaux & multiplie le plus grant par tous les deux, & prens deux fois le produict de l'vn par l'autre, puis apres multipliant le plus petit par tous les deux i'auray trois nombres en la raison Armonique: & si on meine la ligne *a o n*, par la premiere demande, de *a* à *n* coupant la ligne *l b* au poinct *o*, & par le poinct *o*, lõ fait passer la parallele *p o q* par la 31 proposition du premier liure, certainement par la 43 proposition du mesme *m o*, sera esgal à *o c*, & par la seconde commune sentẽce *a q*, sera esgal à *a l*, & par ainsi par la conception prise en la 36 proposition du premier liure comme les rectãgles *a f*: *a l*, & *b e* sont, aussi seront les lignes *d f*: *p a* & *b c*: or pour trouuer *p a* il à faillu doubler *b c* qui est la plus petite piece en *b l* & le multiplier par *a b*, en *a l*, c'est à dire en *a q*, & partir le produict par la toute *a c*, mais le contenu de *a l* c'est à dire de *a q*, se trouuera aussi en doublãt *a b*, par *b c*: de là nous prenons vn autre reigle pour trouuer tant de trois nombres qu'on voudra en la raison ou medieté cõ-

Armonique laquelle est que de deux nombres inesgaux il faut multiplier le double de l'vn par l'autre, & partir le produict par les deux nombres ensemble, & le cóbien sera le milieu Armonique entre les nóbres inesgaux. Ie laisseray cela qui aduiendra en menãt le diametre *d r n* & la parallele *s r t*, à vn'autre fois & aux studieux



m'acheminant de la part de la raison ou medieté contr'-Armonique.

La raison contr' Armonique est quant de trois nombres la raison du plus grant au plus petit est comme la differẽce du moyen au plus petit à la difference du plus grant au moyen. Or est il ainsi que si nous prenons les contenus des rectangles *a f* & *b e* du quarré *a e* pour les deux extremes & les quarrés des deux pieces inesgalles, ou les contenus d'iceux pour le milieu, nous aurons trois tels nombres: car premieremẽt les deux quarrés des deux pieces inesgalles sont plus grans que le rectangle *b e* par la 36 proposition du premier liure, & par la 4 commune sentence, & la difference desdicts deux quarrez au rectangle *b e*, est esgalle à la difference ou est la mesme du rectangle *a f* aux deux rectangles des deux pieces inesgalles, c'est à sçauoir *a g* & *g e*: car c'est tousiours la difference du quarré *d g* à l'vn desdicts deux rectangles: & la differẽce du rectangle *a f*, aux deux quarrés *d g* & *g c*, est esgalle à la difference des deux rectangles *a g* & *g e* au rectangle *b e*: car c'est tousiours la difference de l'vn des rectangles des deux pieces inesgalles au quarré de la plus petite piece, dont s'ensuit la reigle. Il faut prendre deux nombres inesgaux & les produicts de tous deux par vn chacun deux seront les deux extremes, & les quarrez des deux nombres adioustez ensemble, ferõt le milieu contr' Armonique: mais le rectãgle esgal aux deux quarrez *h f* & *b k*, ayant *d e* pour sa longueur fera vne largeur moyenne entre *d h* & *h a*, qui serõt aussi contr' Armoniques. Dont s'ensuit la reigle. Il faut prẽdre deux nombres inesgaux pour les deux extremes, puis adiouster leurs quarrez ensemble & partir ce qui vient de l'addition par les deux nombres pris adioustez ensemble, & le combien, c'est à dire, ce qui viendra de la diuision ou en la diuision sera le milieu contr' Armonique d'iceux. La deffinition de la sixiesme medieté selon Boëce, est quant il y a trois nõbres, dont la raison du plus grãt au moyen est telle que de la difference du moyen au plus petit à la differẽce du plus grant au moyen, il nous faut doncques prẽdre la naturelle progresion Arithmetique 1.2.3.4. &c. & soubs icelle il faut metre la naturelle progresion des nombres impairs 3.5.7.9.&c. puis il faut multiplier vn chacũ nombre de la progresion des impairs par cela qui est sur luy de l'autre progresió, & au produict il faul adiouster ce qui est en l'autre progresion, & le nombre de l'addition mis soubs les deux autres, fera auec celuy des impairs deux nombres, desquels les quarrez adioustez ensemble font vn quarré, nous l'auons ainsi mis au premier liure de nostre Arithmetique, comme 3 multipliant ou multiplié par 1 fait 3, lequel adiousté à 1, ou luy adioustant 1 fait 4, & 4 & 3 seront deux nombres, dont les quarrez adioustez ensemble feront vn nombre quarré, semblablement 2 multipliant 5, & au produict adioustant 2, fait 12, le quarré duquel adiousté auec le quarré de 5, fait le nombre quarré 169, aussi le quarré de 24 adiousté auec le quarré de 7, fait 625, qui est aussi quarré, &c. comme vous voyez.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	&c.
3.	5.	7.	9.	11.	13.	
4.	12.	24.	40.	60.	84.	&c.

Ceste matiere icy estant ainsi disposée pour trouuer tant de trois nombres qu'on voudra, souffrant vne telle deffinition de 6 medieté, il faut prendre deux tels nombres qu'on voudra de ceux que nous venons de trouuer, mais qu'ils ne soyent pas ou que ce ne soit pas 3 & 4, & leuer le double du plus petit du plus grant: car la reste auec le plus grāt seront les deux extremes, puis il faut adiouster le quarré du plus grant, auec le quarré du plus petit, & de la racine quarrée de ce qu'on trouuera en l'addition, il en faut soustraire le plus petit, car la reste sera le moyen entre les deux autres ou des deux autres, & de ces trois nombres là on en peut aussi prendre les plus petits, par la moitié, & si l'on veut par la 35 proposition du 7 liure: comme de 12 & de 5, le double de 5 est 10, lequel leué de 12 il reste 2, desia 12 & 2 sont les deux extremes, puis apres les quarrez 144 & 25 adioustez ensemble font 169 dont la racine est 13 duquel ayant soustraict 5 il reste 8 & par ainsi 12. 8. 2. ou bien 6. 4. 1. seront 3 nombres de nostre deffinition, aussi seront 24. 18. 10, ou biē 12. 9. 5 &c. Aussi si lon prent le quarré d'vn nombre diuisé en deux pieces inesgalles, & on en soustrait le rectāgle des deux pieces inesgalles, puis on prent le rectangle de tout le nombre par la plus grande piece, ou par la plus petite, on aura trois nombres selon la 8 medieté, dont la raison des deux extremes du plus grant au plus petit, sera comme la difference d'iceux à la difference du plus grāt au moyen &c. De là si on prent deux nombres inesgaux, & du quarré du plus grant on soustrait le rectāgle de leur differēce par le plus petit, ce qui restera parti par le plus grant, donnera vn tel milieu entre les deux nombres inesgaux pris.

5

Si vne ligne droicte est diuisée en deux pieces esgalles, & en deux inesgalles: le rectangle contenu des pieces inesgalles de la toute, auec le quarré de la section entre moyenne, est esgal au quarré de la moytié.

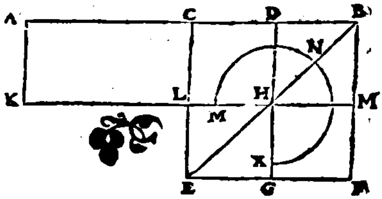
FORCADEL.

RESOLVTION.

Ayant diuisé vn quarré en ses quatre parallelogrammes rectangles, comme nous l'auons dict en la 43 proposition du premier liure & en la precedente proposition, dou nous auons pris le premier correlaire : il est certain qu'en adioustant l'vn des rectangles contenus de toute la ligne diuisée & de l'vne des pieces à l'vn des rectāgles contenu des deux pieces, on fera des deux vn rectangle esgal au gnomon par la seconde commune sentence, qui se fera des deux pieces inesgalles d'vne ligne diuisée en deux pieces esgalles & en deux inesgalles, & en adioustāt d'vne part & d'autre, le quarré entour lequel est le gnomon qui sera le quarré de l'entremoyenne, on aura par la seconde commune sentence & par la 8 commune sentence, le quarré de la moitié d'vne ligne esgal au rectangle des deux pieces inesgalles d'icelle, & au quarré de l'entremoyenne.

COMPOSITION.

Car ayant descrit le quarré de la moitié de la ligne par la 46 proposition du premier liure, & mené le diametre d'iceluy depuis l'angle qui est à l'extremité de la ligne diuisée, & par la force du poinct qui diuise la ligne en deux pieces inesgalles, ayant diuisé le quarré & mené la parallele à toute la ligne par la 2 demande, iusques à ce qu'elle soit esgalle à toute ligne, & paracheué le rectangle qui se fait des deux pieces inesgalles, par la 33 proposition du premier liure, par le correlaire de la precedente & par la conuerse de la 30 deffinition du premier liure : il sera esgal au gnomon, descrit à l'entour du quarré de l'entremoyenne par la 34 proposition du premier liure, & par ledict correlaire, & ce sera par la 36 & 43 propositions du premier liure, par la seconde & premiere communes sentences: puis adioustant d'vne part & d'autre le quarré de l'entremoyenne, on aura par la 2 commune sentence, le rectangle des deux pieces inesgalles & le quarré de l'étremoyenne d'vne part qui seront esgaux au gnomon & au quarré de l'entremoyenne de l'autre part, c'est à dire au quarré de la moitié de la ligne par la 8 commune sentence, ou par la precedente proposition : ou bié puis que les rectangles qui sont en bases esgalles & entre les mesmes paralleles au costé de la ligne diuisée, sont esgaux l'vn à l'autre, par la 36 proposition du premier liure, en adioustant l'vn suplemét, & le quarré de l'étremoyenne d'vne part, & l'autre suplement & le quarré de l'entremoyenne de l'autre part : car ils sót esgaux entr'eux par la 43 proposition & seconde commune sentéce du premier liure, par laquelle commune sentence, lon aura le quarré de la moitié de la ligne &c.



Quant vne ligne droicte est diuisée en deux pieces inesgalles en deux poincts, elle se dict estre diuisée en deux pieces moins inesgalles, au poinct qui est plus pres du fin milieu de la ligne, & en deux plus inesgalles au poinct qui en est plus loin. Prenons doncques en ceste proposition, pour la premiere belle chose que le rectágle contenu des deux pieces moins inesgalles d'vne ligne est plus grant que le rectangle contenu des deux pieces plus inesgalles: car le quarré de l'entremoyenne des plus inesgalles est plus grát que le quarré de l'entremoyenne des moins inesgalles, & de quantitez esgalles qui en soustrait des inesgalles, il reste des quantitez inesgalles & la plus gráde reste de la part d'ou l'on a moins soustraict. Mais en nous souuenant de la promesse faicte en la precedente propositió, il nous faut trouuer deux nombres, lesquels adioustez ensemble facét 12, & multipliez l'vn par l'autre facent 27 : ou bien il nous faut diuiser 12 en deux pieces, l'vne desquelles multipliée par l'autre face

27: prenons doncques pour l'vne des pieces de 12, vn nombre incongneu, à celle fin que l'autre soit 12 moins vn nombre incongneu, laquelle multipliée par vn nombre incongneu fait 12 nombres incongneus, moins le quarré du nombre incongneu, esgaux à 27, & par la seconde commune sentence, 12 nombres incongneus seront esgaux au quarré du nombre incongneu plus 27: prenons maintenant vn rectangle, ayant pour l'vn des costez le nombre incongneu, & pour son contenu 12 nombres incógneus, il est certain par cela qu'auons pris en la 36 proposition du premier liure, que l'autre costé d'iceluy aura 12 (car tout ainsi que 12 escus cótiennent 1 escu, 12 fois aussi 12 nombres incongneus contiennēt vn nombre incógneu 12 fois) dont la moitié sera 6: mais le rectangle contient aussi vn quarré du nombre incongneu plus 27, c'est à dire, vn rectangle, qui contient 27, & par ainsi le costé du rectangle qui a pour son costé 12, sera diuisé en deux pieces esgalles & inesgalles, & pour ce que par ceste proposition le rectangle des deux inesgalles, auec le quarré de l'entremoyenne sont esgaux au quarré de la moitié de la ligne, il est tout certain que si du quarré de la moitié de la ligne qui fait 36, se soustrait le rectangle des deux pieces inesgalles qui contient 27, il restera 9 pour le quarré de l'entremoyéne, dót la racine est 3, & par ainsi l'entremoyéne sera 3, laquelle adioustée à 6 & soustraicte de 6 il en vient 9 & reste 3 pour les deux pieces de 12, lesquelles multipliées ensemble, font 27: les nombres doncques qui nous ont esté proposez, sont 3 & 9. Ie l'ay dit que le rectangle faict d'vne ligne diuisée en deux pieces inesgalles par la plus petite, contiendra vn quarré, plus le mesme rectangle comme la ligne mesme multipliée par la plus grãde, & par ainsi l'vn rectangle contiendra autant de racines que l'autre, c'est à dire, autant de nombres incongneus selon la rigueur & force de ceste propositió, & c'est la cause pourquoy nous auons adiousté la racine trouuée à la moitié de la ligne, & auõs soustrait ladicte racine de la moitié de la ligne: mais selon la necessité de l'exemple, maintenãt lon peut adiouster & soustraire, & en laissant à part les nombres faincts, ou pour laisser les nombres faincts, maintenant seulemẽt adiouster & maintenãt soustraire. Mais voyõs icy & en la 3 proposition precedente, que le cõtenu d'vn rectangle m'estãt donné, & ses deux costez ensemble, ie pourray trouuer cõbien fait l'vn & l'autre costé en soustrayant du quarré de la moitié des deux costez le contenu du rectangle, & adioustant & soustrayant la racine de la reste, de la moitié des deux costez: car tousiours vn quarré & le contenu mesmes seront esgaux au rectangle des deux costez par le plus petit costé de tout le rectãgle par la 3 proposition de ce liure. Par ceste proposition aussi nous pouuons prendre tant de trois nombres que nous voudrons selon la deffinition de la 10 medieté, comme le veut Boëce, c'est à sçauoir que la raison du moyen au plus petit, soit comme la difference du plus grãt, au plus petit à la differẽce du plus grant au moyen: & ce sera en prenant vn tel nombre qu'on voudra pour le plus grant & ses pieces inesgalles pour les deux autres: car certainement de 7. 5. 2 la raison de 5 à 2 est telle que de la difference de 7 à 2 qui est 5 mesme, à la difference de 7 à 5 qui est le mesme 2, & la difference de deux nombres inesgaux s'il reste vn nombre plus grant que le plus petit, sera le milieu entre iceux. Par ceste proposition aussi nous pouuons trouuer deux nombres quarrez, lesquels adioustez ensemble, feront vn nombre quarré, & de là deux nombres quarrez, la difference desquels sera nombre quarré, en ceste sorte il faut prendre vn nombre quarré lequel soit mesuré de deux nõbres inesgaux pairs ou impairs, de l'vn par l'autre, (car deux nombres pairs adioustés ensemble ferõt vn nombre pair, & aussi deux nombres impairs par la conception, ou par la 21 & 22

propo-

proposition du 9 liure) & le quarré de la difference du plus grant à la moitié des deux nombres, ou de la moitié des deux au plus petit adiousté auec le nombre quarré pris, feront vn nombre quarré, duquel soustrayant l'vn des quarrez adioustez, il restera l'autre, le tout par ceste proposition, comme 6 fois 24 font 144 (car il est mesuré de 6 & de 24 par 24, & par 6) & adioustez ensemble font 30 pour toute la ligne diuisée, dont la moitié est 15, & l'entremoyenne la difference de 24 à 15, ou de 15 à 6, c'est à sçauoir 9 dont le quarré est 81, lequel adiousté à 144 faict 225, c'est à sçauoir le quarré de 15, & du quarré de 15 qui en soustraict 6 fois 24, ou 9 fois 9 qui est le quarré de 9 il restera vn nombre quarré: de là si le contenu des deux nombres inesgaux, n'est pas quarré du quarré de la moitié d'iceux on pourra soustraire le quarré de l'entremoyenne, & il restera vn nombre non quarré, ou soustrayant du quarré de la moitié d'iceux, le produict des deux nõbres, il restera le quarré de ladicte differẽce.

6

Si vne ligne droicte est coupée en deux pieces esgalles, & on luy adiouste d'vn tenant quelque ligne droicte: le rectangle contenu de la toute auec l'adioustée & de l'adioustée, auec le quarré de la moitié, est esgal au quarré qui est fait de la moitié & de l'adioustée cõme d'vne.

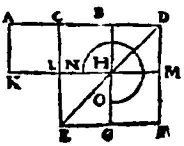
FORCADEL.

RESOLVTION.

Quãt le quarré d'vne ligne diuisée comm'on voudra, est mis en ses quatre parallelogrammes rectangles, & lon adiouste l'vn des rectangles des pieces, au rectangle faict de la toute, & de l'vne des pieces, de la part du mesme rectangle, on aura certainement vn rectangle faict d'vne ligne diuisée en deux pieces esgalles auec vne adioustée d'vn tenãt & de l'adioustée, qui sera esgal à l'vn des gnomõs du quarré, & adioustãt d'vne part & d'autre, le quarré à l'entour duquel est le gnomon, qui sera tousiours le quarré de la moitié d'vne ligne diuisée en deux pieces esgalles on aura d'vne part le rectãgle faict d'vne ligne diuisée en deux pieces esgalles auec l'adiouſtée, & de l'adiouſtée auec le quarré de la moitié de la ligne, qui ſera esgal au quarré d'vne ligne faicte de la moitié,& de l'adiouſtée.

COMPOSITION.

Car en deſcriuant le quarré de la ligne qui eſt faicte de la moitié & de l'adiouſtée d'vntenant, par la 46 propoſition du premier liure, & menant le diametre d'iceluy, depuis l'angle qui ſe fait à l'extremité de l'adiouſté & les paralleles, dont l'vne paſſe par le poinct ou l'adiouſtée eſt ioincte à la diuiſée en deux pieces eſgalles,& menant l'autre de l'autre part de l'adiouſtée, iuſques à ce qu'elle ſoit eſgale à la ligne diuiſée auec l'adiouſtée,& vne ligne droicte de l'vne à l'autre extremité, par la premiere demande & par la ſeconde, par la 31 & 3 propoſitions du premier,certainemẽt par l'vn des correlaires de la 4 propoſition precedente, les parallelogrammes à l'entour du diametre ſeront quarrez,& par la 43 & 36 propoſitions, premiere & ſecõde commune ſentences, le rectãgle faict de la ligne diuiſée auec l'adiouſtée, & de l'adiouſtée par la conuerſe de la 30 deffinition du premier liure,ſera eſgal au gnomon qui eſt à l'entour du quarré de la moitié de la ligne, & adiouſtant d'vne part & d'autre le quarré de la moitié de la ligne,on aura par la ſeconde commune ſentence ledict rectangle, auec le quarré de la moitié de la ligne, eſgal au gnomõ, & au meſme quarré, c'eſt à dire par la 8 & premiere commune ſentences ou par la 4 propoſition, au quarré de la moitié de la ligne & de l'adiouſtée cõme d'vne:



auſsi le rectãgle qui eſt faict de la moitié de la ligne,& de l'adiouſtée,qui eſt dehors le quarré, eſtãt eſgal au ſuplement qui luy eſt loin, par la 36 & 43 propoſitiõs & premiere cõmune sentẽce du premier liure, & en adioustãt la reste d'vne part & d'autre l'on aura ledict rectangle &c.

Par ceste proposition icy nous pourrons venir facilement à la cognoissance d'vn milieu entre deux extremes selon la cinquiesme sorte de raison, ou proportion, ou mediete, selon Boëce, & de là nous pourrons trouuer tãt de trois nombres qu'on voudra, selon la deffinition de ladicte medieté qui est, que de trois nombres la raison des plus petits, est comme la difference d'iceux à la difference du plus grant au moyen: prenõs pour les deux extremes d'vne telle medieté 11 & 3, & pour le milieu entre iceux vn nombre incongneu, la raison duquel à 3 qui est le plus petit, est comme la difference du nombre incõgneu à 3, c'est à sçauoir, vn nõbre incõgneu moins 3 à la difference de 11 au nombre incongneu, c'est à sçauoir, à 11 moins vn nombre incõgneu, & de ces quatre grãdeurs proportiõnelles cõme nous verrõs à la 16 proposition du 6 liure, ou à la 19 du 7, le rectangle des deux extremes, est esgal au rectãgle des deux autres, c'est à sçauoir 11 nombres incongneus moins le quarré du nõbre incõgneu, sont esgaux à 3 nombres incõgneus moins 9, & en donnant d'vne part & d'autre 9 & le quarré du nõbre incõgneu & soustrayant d'vne part & d'autre 3 nõbres incõgneus, l'on aura vn quarré du nõbre incõgneu, esgal à 8 nõbres incõgneus plus 9: Nous pourrons donques diuiser ce quarré là qui a pour son costé le nombre incõgneu en deux rectangles, desquels l'vn contiẽdra 9, & l'autre 8 nombres incongneus, & par ainsi sa latitude sera de 8: (car 8 nombres incõgneus contiennent vn nõbre incõgneu 8 fois, tout ainsi que 8 escus contiennent 1 escu 8 fois) laquelle diuisée en deux pieces esgalles, fait 4 pour vne chacune, & à la ligne diuisée en deux pieces esgalles, nous luy donnons pour adioustée, la latitude du rectangle qui contient 9 qui se fait de toute la ligne cõposée de la diuisée, & de l'adioustée par l'adioustée, &

par ainsi adiousté à 16 qui est le quarré de la moitié de la ligne, fait 25, lequel par ceste proposition, est le quarré de la moitié de la ligne diuisée auec la latitude du rectangle qui contient 9, & par ainsi sa racine, c'est à sçauoir de 25, estant 5 fera la longueur de la moitié de la ligne auec l'adioustée, auquel adioustant l'autre moitié, qui est 4 mesme, fera 9 pour toute la ligne composée de la diuisée & de l'adioustée: c'est à sçauoir par la conuerse de la 30 deffinition du premier liure autant qu'est le nombre incogneu, 9 doncques sera le nombre moyen entre 11 & 3 dont s'ensuit la reigle pour l'inuention d'vn tel milieu. Il faut soustraire le plus petit nombre du plus grant, & prendre la moitié de la difference, le quarré de laquelle il faut adiouster auec le quarré du plus petit nombre, & prendre la racine de ce qui en viendra (s'il se peut faire, sinon, tu es priué de milieu,) à laquelle ayant adiousté ladicte moitié, on aura le milieu demandé: mais il s'ensuit la reigle pour l'inuention de tant de trois tels nombres qu'on voudra: il faut prendre trois nombres, le quarré de l'vn desquels, soit esgal aux quarrés des deux autres, & le double de l'vn des plus petits adiousté auec l'autre des plus petits, fera le plus grant extreme, & le doublé adiousté auec le plus grant des trois nõbres pris fera le moyen, & le petit des nombres pris non doublé sera le plus petit extreme, comme de 15. 12. 9, le double de 12 auec 9 font 33, puis 12 & 15, font 27, & par ainsi 33. 27. 9, c'est à dire par l'abreuiation, ou 35 proposition du 7 liure 11. 9, 3. seront trois nombres de ceste deffinition, aussi serõt 18 auec 12 qui font 30, & 15 auec 9, qui font 24, & de plus 12, c'est à sçauoir 30. 24. 12, ou 5. 4. 2.

Venons maintenant à la deffinition de la 9 medieté, selon la mesme hauteur qui est, quant de trois nombres, la raison des plus petits est comme la difference, du plus grant extreme au plus petit à la difference du plus grant au moyen: pour doncques trouuer tãt de trois tels nombres qu'on voudra, il faut prendre vn nombre quarré, dont on puiſſe ſouſtraire vn nombre quarré, & qu'il reſte vn nombre plus grant que le ſouſtrait, le double de la racine duquel ſera le plus petit nombre, de là il faut partir le nombre reſté par ledict double, & le combien adiouſté auec le double, ſera le plus grant nombre, & la racine quarrée du nombre quarré pris, adiouſtée auec la racine du nombre quarré ſouſtrait, ſera le nõbre moyen, comme en ſouſtrayant 4 de 36, il reſte 32, or la racine de 4 eſt 2, dont le double eſt 4, pour le plus petit nombre, & 32 parti par 4, fait 8, lequel adiouſté à 4, plus petit nombre, fait 12 pour le plus grant, & puis que la racine de 36 eſt 6, & la racine du quarré ſouſtrait, c'eſt à ſçauoir de 4, eſt 2, certainemẽt 6 & 2 font 8, pour le nombre moyen, & par ainſi 12.8.4. ſeront trois nombres ſelon ceſte deffinition, ou bien 3.2.1, &c. Nous laiſſerõs toutes les autres choſes, iuſques au temps que nous pourrons eſcrire noſtre Algebre, ſi noſtre Dieu l'a ainſi ordonné par ſa grace & bonté infinie. Retenons auſsi en paſſant, que par ceſte propoſition nous pouuons trouuer deux nombres quarrez, leſquels adiouſtez enſemble, ſeront vn nõbre quarré, &c. comme en la precedẽte, en prenant deux nõbres ineſgaux pairs ou impairs, le produict de la multiplicatiõ deſquels face vn nombre quaré, lequel adiouſté auec le quarré de la moitié de la difference des deux nombres, ſeront vn nombre quarré, comme 24 multiplié par 6, font le nombre quarré 144, lequel adiouſté auec 81, qui eſt le quarré de 9, lequel eſt la moitié de 18, qui eſt la differẽce de 24 à 6, feront 225, le nombre quarré de 15, qui eſt faict de 9 adiouſté auec 6. Quant doncques iuſques icy on nous propoſera le quarré d'vn nombre incongneu, & quelques nombres incõgneus eſgaux à vn certain nombre, retenons que ce nõbre là eſt le contenu d'vn gnomon, & alors faiſons comme en la 4 propoſition de ce liure par la 4 propoſitiõ meſme, d'ou vne telle equation a pris ſa ſource, ou de la 3 propoſition. Et quant on nous propoſera pluſieurs nombres incongneus eſgaux à vn quarré du nombre incongneu, & à quelque nombre, retenons qu'on nous propoſe vn rectangle ayant pour ſon plus petit coſté vn nõbre incongneu, & pour l'autre autant de nombre, comme il contient de nombres incongneus, il eſt auſsi faict du quarré du nombre incongneu, & d'vn rectangle qui contient autant, comme il y a de nombre auec le quarré (ce ſera touſiours le rectãgle des deux pieces (lequel ſ'il eſt eſgal au quarré de la moitié de la ligne, ſa racine quarrée ſera le nombre incõgneu: car il ſera le quarré du nombre incongneu) & alors faiſons comme en la cinquieſme propoſition de ce liure, par la meſme cinquieſme propoſition, & ceſte equation a ſa ſource en la 3 propoſition de ce liure. Mais quant on nous propoſera vn quarré d'vn nombre incongneu, eſgal à quelques nombres incongneus, plus quelque nõbre, certainement le meſme quarré, le coſté duquel eſt le nombre incongneu, contiendra deux rectangles, dont l'vn ayant pour l'vn de ſes coſtez vn nombre incongneu, & en contient pluſieurs, il aura le meſme nombre de pluſieurs pour l'autre coſté, & l'autre rectangle contiendra le nombre propoſé, & alors il faudra faire comme en ceſte propoſition, par ceſte meſme propoſition, & ceſte equation a pris ſa ſource en la ſeconde propoſition de ce liure.

7

Si vne ligne droicte eſt coupée comme on voudra, le quarré de la toute, & le quarré de l'une des pieces, iceux deux quarrez enſemble ſont eſgaux, au rectangle contenu deux fois de la toute & de ladicte piece, & au quarré de l'autre piece.

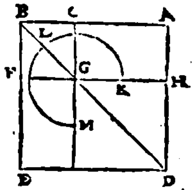
FORCADEL.

RESOLVTION.

Il eſt tout certain qu'on voit au quarré d'vne ligne diuiſée comme on voudra, mis en ces quatre rectangles, dont les deux sont à l'entour du diametre, & autrement que le rectangle de la toute, & de l'vne des pieces, est esgal au rectangle des deux pieces, & au quarré de ladicte piece, par la 43 propositiõ du premier liure, & par la seconde commune sentence, les deux rectãgles doncques de la toute & de l'vne des pieces, sont esgaux au gnomon du quarré, ou est le quarré de ladicte piece, & au quarré de ladicte piece, & adioustant d'vne part & d'autre le quarré de l'autre piece, on aura par la seconde commune sentence deux rectangles, de la toute, & de ladicte piece, & le quarré de l'autre piece esgaux audict gnomon, au quarré de ladicte piece, & au quarré de l'autre piece, c'est à dire, au quarré de la toute, & au quarré de ladicte piece.

COMPOSITIOM.

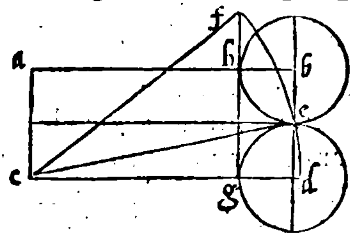
Car le quarré de la toute ainsi diuisée, diuisé en ces quatre rectangles, auec le quarré de l'vne des pieces, sont esgaux par la 8 & 2 communes sentences, au quarré de ladicte piece, au gnomon du quarré de la toute, ou est le quarré de ladicte piece, & au quarré de l'autre piece, dõt le quarré de ladicte piece & ledict gnomon, sont esgaux aux deux rectangles de la toute, & de ladicte piece, par la 43 proposition du premier liure, & 2 commune sentence, par laquelle le quarré de ladicte piece, ledict gnomõ, & le quarré de l'autre piece, sont esgaux aux deux rectangles des deux pieces, & au quarré de l'autre piece, doncques par la premiere commune sentence, le quarré de la toute & de l'vne des pieces, sera esgal au rectangle deux fois de la toute, & de ladicte piece & au quarré de l'autre piece.



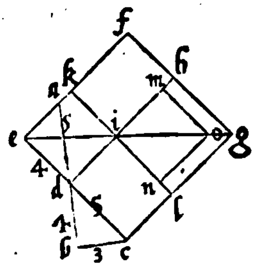
Cela, le plus premier, qu'il nous faut prendre en ceste proposition, est que d'vne ligne diuisée en deux pieces inesgalles, les quarrez des deux pieces, seront plus grans que le rectangle deux fois des deux pieces, du quarré de la difference de l'vne à l'autre piece: car la plus petite piece diuisera la plus grande en deux, par la 3 proposition du premier liure, & par ainsi par ceste proposition, le rectangle deux fois des deux pieces inesgalles auec le quarré de la difference de la plus grande à la plus petite, seról esgaux aux quarrez des deux pieces inesgalles, & par la 3. commune sentence la difference des deux quarrez des deux pieces inesgalles de la ligne diuisée aux deux rectãgles des deux pieces, sera esgalle au quarré de la difference de la plus grande piece à la plus petite. De ceste proposition aussi nous prenons la façon de multiplier vne reste de deux noms par soy mesme, c'est à dire, que nous en prenons la façon de prendre le quarré de la reste, ou de toute reste de deux nõs, car cela de qui on a soustrait, demeure diuisé en cela qu'on a soustrait, & en la differéce de cela de qui on a soustrait, à cela qu'on a soustrait, & par ainsi nous prenõs le quarré de cela de qui on a soustrait, & l'adioustons auec le quarré de cela qu'on a soustrait, & de tout nous en leuons le rectangle contenu deux fois de cela de qui on a soustrait, & de cela qu'on a soustrait, & ce que reste est le quarré de la reste de deux noms, comme ie sçay bien que le quarré de 5 moins la racine de 4 est, 9, que ie trouue en prenãt le quarré de 5 qui fait 25, & l'adioustant auec le quarré de la racine de 4, qui est 4, font 29, de tout cela il en faut soustraire le rectãgle deux fois de 5 par racine de 4, or le rectangle de 5 par racine 4, fait racine de 100, & le double de la racine 100, est racine de 400, si doncques de 29 se soustrait la racine de 400, il reste 29 moins racine de 400 pour le quarré demandé, aussi le quarré de 3 est 9, & si de 29 se soustrait 20, qui est la iuste racine de 400, certainement il reste 9. Et de là nous en prenons cela que nous nõmons la soustraction des racines, c'est à dire, la faço de soustraire vne grandeur d'vn autre, quant à la consideration des quarrez, & de leurs costez ou racines quarrées, car de toute soustraction proposée, i'en puis faire, par vne maniere de liberté,

liberté, vne reste de deux noms, comme de toute addition proposée, vne grandeur de deux noms, & ayant le quarré d'icelle, certainemét la racine quarrée sera ce qui est desiré de reste: comme ie sçay bié que quant de 7 i'en auray soustrait racine de 4 qui est 2, il reste 5, mais i'en puis faire 7 moins la racine de 4, de laquelle le quarré est 53 moins la racine de 784, dont la racine quarrée est la racine de la reste 53 moins la racine de 784, pour cela qui reste, dont le quarré est 53 moins racine 784: mais la racine quarrée de 784, est 28, & 28 soustraict de 53, il reste 25 pour le quarré de ce que reste, dont la racine qui est 5, sera cela qui est desiré de reste: mais puis que le quarré de cela de qui lon veut soustraire, fait 49, & le quarré de cela qu'on veut soustraire, est 4, & que 49, & 4, font 53, puis apres le rectangle de 7 par racine 4, fait la racine de 196, c'est à sçauoir 14, lequel doublé fait 28, ce double icy soustraict de 53, il reste 25 pour le quarré de cela qu'ó demande de reste, doncques la racine, c'est à sçauoir racine de 25, qui est 5, sera ce qu'on demande de reste ou le restant, quant de 7 on en leuera la racine de 4, car 7 est diuisé en racine de 4, & en la differéce de 7 à la racine de 4.

Par ceste proposition aussi nous pourrons trouuer vne ligne, de laquelle le quarré sera esgal à vn rectangle: soit le rectangle *a b c d*, le plus petit costé duquel *b d*, soit diuisé en deux pieces esgalles, par la 10 proposition du premier liure au poinct *e*, & semblablemét *a c*, au poinct *k*, & soit menée la ligne droicte *k e*, de là soyét prises les lignes *d g* & *b h*, esgalles à *d e*, par la 15 deffinition, ou par la 3 proposition du premier liure, & menée la ligne *g h* vers *h* par la 1 & 2 demandes, puis soit menée la ligne droicte *c e*, par la premiere demãde, & à l'entour du poinct *c*, & de la grandeur *c e*, soit descrit le secteur *e c f*, la circonference duquel couppe la ligne *g h f* au poinct *f*, certainement le quarré de la ligne *g f*, sera esgal au rectangle *c b*, car en menant la ligne droicte *c f*, par la premiere demãde, il est certain par la 47 propositiō du premier liure, que le quarré de la ligne *fg*, auec le quarré de la ligne *cg*, sont esgaux ou est esgal au quarré de la ligne *cf*, c'est à dire au quarré de la ligne *ce*, c'est à dire au quarré de la ligne *cd*, auec le quarré de la ligne *de*, ou *dg*, c'est à dire encores au rectangle deux fois de *cd*, & *gd*, ou *de*, c'est à sçauoir par la premiere proposition de ce liure au rectangle *cb*, & au quarré ou auec le quarré de la ligne *cg*, & par la premiere cōmune sentence le quarré de la ligne *gf*, auec le quarré de *cg*, sera esgal au rectangle *cb*, & au mesme quarré de la ligne *cg*, & par la 3 commune sentēce le quarré de la ligne *gf*, sera esgal au rectangle *abcd*: Dont s'ensuit la reigle: il faut descrire le secteur d'vn cercle, à l'entour de l'vn des angles d'vn rectangle, de la grādeur depuis ledict angle, iusques au fin milieu du pl⁹ petit costé du rectangle loin de l'angle, & de la part du rectangle, de là il faut descrire deux cercles à l'entour des deux angles du rectangle qui sont contenus aux extremitez du costé diuisé, de la grandeur de la moitié d'iceluy & le quarré de la ligne droicte menée, de l'vn à l'autre poinct, où les deux cercles coupent les costez opposez du rectangle, iusques à la circonferēce du secteur, sera esgal au rectangle.

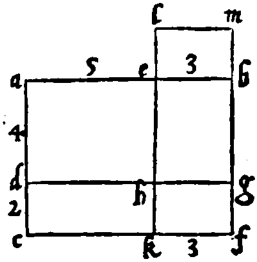


Si on nous dict maintenant qu'a l'vn des bords d'vn fleuue estoit vn arbre planté droictement de la hauteur de 9 toises, lequel par l'impetuosité du vent est rompu en deux pieces s'entretenans, & que la cyme de l'arbre touche à l'autre bort du fleuue distant du pied de l'arbre de 3. toises, & on nous demande la grandeur d'vne chacune des deux pieces de l'arbre. Prenons pour l'arbre auant que d'estre rompu la ligne *ab*, perpēdiculaire sur le plan de l'orizon, & au poinct *b*, qui est en l'vn des bords du fleuue, & pour les deux pieces de l'arbre prenons la perpendiculaire *b d*, & la ligne *d c*, le poinct *c*, estant à l'autre bord du fleuue, & la ligne *b c* soit la distance du pied de l'arbre à sa cyme cheute, faisant l'angle droict en *b*, auec la ligne *d b*, de là soit menée la ligne *c d* vers *d* iusques à *e*, tellement que *d e*, soit esgalle à *d b*, par la 2 demande & par la deffinition du cercle, ou la 3 proposition du premier liure, desia par la seconde commune sentence *c e*, sera esgalle à *c d* & *d b*, & par ainsi à *b a* par la premiere commune sentence, la ligne *c d e* doncques aura 9 toises, de laquelle le quarré par la 46 proposition du premier liure soit *c f*, & ayant mené le diametre *e g*, & les paralleles *d h* & *k l*, le quarré *l h*, par la 47 propositió du premier liure, sera esgal au quarré de *d b*, ou *e i*, ou *n m*, auec le quarré de *b c*, doncques par la 3 commune sentence, ayant soustrait le quarré *m n*, esgal au quarré de *b d*, du quarré *l h*, il restera le gnomon *n g m*, esgal au quarré de *b c*, lequel contient 9 toises quarrées, aussi fait le gnomon : mais le quarré de tout l'arbre *c f*, contient 8, doncques par la 3 commune sentéce, en soustrayant 9 de 81, il restera 72 pour le contenu du rectangle *d f* (lequel nous auons icy demonstré estre esgal au rectangle *d l*, & au quarré *n m*) auec le rectãgle *d l*, & le quarré *m n*, c'est à dire, au gnomon *f d l*, auec le quarré *n m*, la moitié doncques de 72 qui est 36, sera le contenu du rectangle *d f*, lequel a 9 pour le costé *e f*, & 36 parti par 9, fait 4 pour la ligne *e d*, c'est à dire, pour *b d*, l'vne des pieces de l'arbre, & par ainsi l'autre piece *d c*, aura 5 : car la difference de 9 à 4 est 5, ou bien puis que *d f*, *d l*, & *n m*, sont doubles à *d f*, si 72 qu'ils contiennent, c'est à sçauoir *d f*, *d l*, & *n m*, se diuise par le double de *e f*, qui est le double de l'arbre, & fait 18, il en viẽdra 4 pour *b d*, dont s'ensuit la reigle. Il faut prendre le quarré de tout l'arbre, & le quarré de la distance du pied de l'arbre, à la cyme de l'arbre estãt par terre, &



la difference des deux quarrez diuisée par le double de l'arbre, ou bien la moitié de ladicte difference diuisée par la hauteur de l'arbre, donnera l'vne des pieces, c'est à sçauoir la plus petite : laquelle soustraicte de tout l'arbre, il restera l'autre piece de l'arbre.

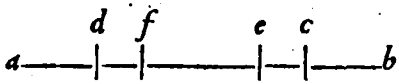
Dauantage il nous faut prendre icy que si deux lignes droictes sont diuisées comme on voudra, le rectãgle des deux lignes, auec le rectangle de la piece de l'vne par la piece de l'autre, ces deux rectãgles là sont esgaux à deux rectangles des deux lignes par lesdictes pieces alternement, & au rectangle des deux autres pieces : soyent les deux lignes droictes *a b*, & *a c*, diuisées en *e* & *d*, desquelles le rectangle soit *a f*, & soyent menées les paralleles *d g*, & *e h k*, puis soit menée *k e*, vers *e*, iusques à *l*, tellement que *k e*, & *h l*, soyent esgalles, puis soit encores menée *g b*, vers *b*, iusques à *m*, tellement que *g m*, & *h l*, soyent esgalles, & soit menée *l m*, il est certain par la 36 proposition du premier liure, que le rectãgle *h m*, est esgal au rectangle *k b*, & par la 3 cómune sentence *e m*, à *k g*, ou bien par la 36 proposition du premier liure, *e m*, est esgal à *k g*, lequel est faict de la piece de l'vne ligne *e b*, par la piece de l'autre *d c*, & le rectangle *a f*, qui se faict des deux lignes auec *e m*, qui se fait de la piece de l'vne par la piece de l'autre, est esgal aux rectãgles *c g*, qui se fait de la ligne *a b*, par la piece de l'autre *c d*, auec *h m* qui se fait de la ligne *l h*, c'est à dire, de la ligne *c a*, par la piece de l'autre ligne *e b*, & encores au rectangle *a h*, qui se fait des deux autres pieces des deux lignes, par la 8 commune sentence: si doncques de *a f*, & *e m*, se soustrait *c g*, & *g l*, il restera le rectangle *a h* : Or est il ainsi que *a e* fait *a b* moins *e b*, & *a d* fait *a c* moins *d c*, auec le rectangle doncques de tout *a b*, par *a c*, on adiouste le rectangle de *e b*, par *d c*, pource que toutes deux ſont moins, puis de tout cela on ſouſtrait le rectangle de *a b*, par *d c*, & de *a c*, par *e b*, à celle fin qu'il reſte le rectangle *a h*, qui ſe fait de *a b*, moins *e b*, par *a c*, moins *d c*, & ceſte demonſtration eſt generale à noſtre propoſition: d'ou nous prenōs en noſtre Algebre, que le moins multipliant le moins, fait plus, comme voulāt multiplier 8 moins 3, par 6 moins 2. quant moins 3. multiplie moins 2. fait plus 6.



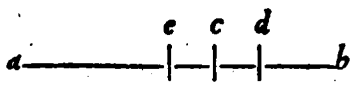
De ceſte demonſtration auſsi nous pourrons prendre que le produict de la multiplication de deux nombres ſimples, leſquels adiouſtez enſemble feront 10, ou plus, ou moins (pource que quant les deux nombres adiouſtez enſemble font 10, ou moins de 10 nous auons dit qu'en l'vn on feroit en plus grande peine & en l'autre en la meſme peine) de 10 fera autant que le produict de la multiplication des differences de 10 à ces deux nombres là, auec autant de dixaines qu'eſt la difference de 10 aux meſmes nombres adiouſtez enſemble, comme 5 fois 7 font 15, pource que 3 fois 5, font 15, auec 20 font 35, car de 10 qui ſouſtrait 8, il reſte 2, &c.

Adiouſtons y encores ceſte belle conſideration.

Si d'vne ligne droicte diuiſée en deux pieces ineſgalles d'vne part & d'autre, lō ſouſtrait les plus petites des plus grandes alternement, les differences ſerōt eſgalles, comme de la ligne *a b*, diuiſée en deux pieces ineſgalles d'vne part *a c*, & *c b*, & de l'autre part auſsi en deux pieces ineſgalles en *b d*, & *d a*, ſi de *c a*, ſe ſouſtrait *c e*, eſgal à *d a*, & de *d b*, ſe ſouſtrait *d f*, eſgal à *c b*, il reſtera *e a*, d'vne part eſgalle à *f b*, de l'autre part, car par la ſecōde cōmune ſentence *a f*, & *e b*, ſont eſgalles, & par la meſme *a e*, eſt eſgal le à *f b*.



Quant il aduiendra que la ligne droicte ſera diuiſée en deux pieces ineſgalles, & en deux plus ineſgalles d'vne meſme part, cela ce peut demonſtrer autrement, que les differences des plus grandes, aux plus petites alternemẽt ſeront eſgalles, comme de la ligne droicte *a b*, diuiſée en deux pieces ineſgalles au poinct *c*, & en deux plus ineſgalles au poinct *d*, car ſi on fait *c e*, eſgalle à *d b*, par la 3 propoſition du premier liure, il eſt certain par la ſecõde commune ſentence, que *e d*, ſera eſgalle à *c b*, & par ainſi, ſi *c b*, c'eſt à dire *e d*, ſe ſouſtrait de *a d*, il reſtera *a e*, auſsi, ſi de *a c*, ſe ſouſtrait *d b*, c'eſt à dire *c e*, il reſtera la meſme difference *a e*.



Si maintenant on nous demande le produict de la multiplication de deux nombres ſimples, leſquels adiouſtez enſemble excedent 10, nous pourrons dire que ce ſera le produict de la multiplication des diſtances de ces nombres là à 10, & d'auãtage autant de dixaines ou auec autãt de dixaines qu'il y a de differẽce de l'vn de ces nombres là, à la difference de 10 à l'autre nombre &c. Comme par exemple 7 fois 8 feront 2 fois 3, c'eſt à ſçauoir 6 auec 5 dixaines qui feront en tout 56, car ſi l'vn des coſtez du quarré de 10 eſt diuiſé en 8 & 2, & l'autre en 7 & 3, & de 8 ſouſtrayant 3 pres de 2, & de 7 ſouſtrayant 2 pres de 3, puis apres les paralleles menées, on verra le rectangle de 7 fois 8, eſtre eſgal à 5 dixaines, & 6.

8

Si vne ligne droicte eſt coupée comme on voudra, le rectangle contenu quatre fois de la toute & d'une des pieces, auec le quarré de l'autre piece, eſt eſgal au quarré de la toute, & de ladicte piece comme d'une.

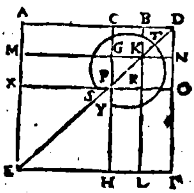
FORCADEL.

RESOLVTION.

D'vne ligne droicte diuisée en deux pieces inesgalles, la plus grande se pourra tousiours diuiser pres la plus petite, & en la difference de la plus grande â la plus petite, par la deffinition du cercle, &c. & par ainsi par la precedente proposition les quarrez des deux pieces de toute la ligne diuisée, seront esgaux au rectangle deux fois des deux pieces, & au quarré de la differéce des deux pieces, & adioustant d'vne part & d'autre le rectangle deux fois des deux pieces, on aura par la seconde & 8 communes sentéces ou par la 4 proposition de ce liure, le quarré de toute la ligne esgal à quatre rectangles des deux pieces, & au quarré de la difference des deux pieces.

COMPOSITION.

Car par la precedente proposition le quarré de toute la ligne, auec le quarré de l'vne des pieces, sera esgal au rectangle deux fois de toute la ligne & de ladicte piece, & au quarré de l'autre piece, & adioustant d'vne part & d'autre le rectangle deux fois de toute la ligne & de ladicte piece, on aura par la 2 commune sentence, & par la 4 proposition de ce liure, le rectangle quatre fois de toute la ligne & de ladicte piece auec le quarré de l'autre piece, qui serót esgaux au quarré de toute la ligne & de ladicte piece comme d'vne. Aussi en menant le diametre de l'angle à l'angle du quarré de toute la ligne composée de la diuisée & de la piece adioustée pres de son esgalle, & menát des paralleles, par tous les poincts des diuisions, &c. lon aura vn gnomon esgal ausdicts quatre rectangles, &c.



9

Si vne ligne droicte est coupée en deux pieces esgalles, & en deux pieces inesgalles : les quarrés des pieces inesgalles de la toute, *seront doubles aux quarrez de la moitié & de la section entremoyenne.*

FORCADEL.

RESOLVTION.

Quant vne ligne droicte est diuisée en deux pieces inesgalles, certainement les quarrés des pieces sont esgaux au rectangle deux fois des pieces, & au quarré de la difference de l'vne à l'autre piece par la 7 proposition de ce liure, laquelle difference adioustée d'vn mesme traict ou d'vn tenant, à la ligne diuisée de la part de la plus petite piece, par la 2 demande, 15 deffinition ou 3 proposition du premier liure, certainement la ligne faicte de la diuisée & de l'adiousté, sera diuisée en deux pieces esgallement, & inesgallement par la 2 & 9 communes sentéces, & les quarrez des pieces inesgalles d'elle, seront doubles aux quarrez de sa moitié & de l'entremoyenne.

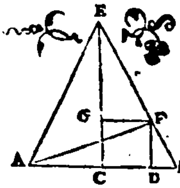
COMPOSITION.

Car les quarrez des pieces inesgalles sont esgaux aux quarrez de la moitié & de l'entremoyenne, au rectangle deux fois de la moitié & de l'entremoyéne, auec le quarré de la plus petite piece inesgalle par le correlaire de la 4 proposition de ce liure & par la 8 & 2 cõmunes sentences, & toutes ces pieces icy sont doubles aux quarrez de la moitié & de l'entremoyéne, lesquels sont esgaux au rectãgle deux fois de la moitié & de l'entremoyenne, & au quarré de la plus petite piece inesgale par la 7 proposition de ce liure : par la cõuerse de la 6 commune sentéce doncques, les quarrez des pieces inesgalles seront doubles aux quarrez de la moitié & de l'entremoyenne.

AVTREMENT.

Car en menãt deux perpẽdiculaires aux deux poincts des diuisions par la 11 proposition du premier liure, & faisant celle du poinct du milieu esgalle à la moitié de la ligne par la 15 deffinition, puis menant deux lignes droictes de la cyme d'icelle piece, aux deux extremitez

mitez de la ligne diuisée, par la premiere demande vn chacun angle qui est aux extremitez de la ligne diuisée, vaudra la moitié d'vn droict, & l'angle cõtenu des deux lignes menées sera droict, comme faict de deux moities, & du poinct ou l'autre perpẽdiculaire touche l'vne desdictes lignes, ayant mené vne perpendiculaire sur l'autre perpendiculaire, & vne ligne droicte à l'extremité de la ligne diuisée, les quarrez des deux pieces inesgalles de la ligne diuisée, seront esgaux au quarré de la derniere ligne menée par la 47 propositiõ du premier liure, lequel est esgal aux quarrez des autres deux lignes contenans l'autre angle droict qu'elle soustient, lesquels sont doubles aux quarrez de la moitié de la ligne diuisée & de l'entremoyenne, & par la premiere commune sentence, les quarrez des pieces inesgalles de la ligne diuisée, serõt doubles au quarré de la moitié de la ligne, & au quarré de l'entremoyenne.



Il nous faut prendre d'icy en passant, que d'vne ligne droicte diuisée en deux pieces inesgalles, & en deux plus inesgalles, les quarrez des deux pieces plus inesgalles serõt plus grans, que les quarrez des deux pieces moins inesgalles, cõme doubles à de plus grãs quarrez, & au contraire, cõme plus petits.

10

Si vne ligne droicte, est coupée en deux pieces esgalles, & on luy adiouste d'un tenant, quelque ligne droicte : le quarré de la toute auec l'adioustée, & le quarré de l'adioustée, sont doubles aux quarrez de la moitié, & de celle qui est faicte de la moitié, & de l'adioustée comme d'une.

FORCADEL.

RESOLVTION.

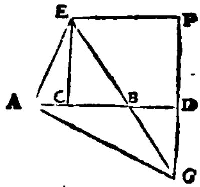
Quant vne ligne droicte est diuisée en deux pieces esgalles, & on luy adiouste d'vn tenãt quelque ligne droicte, certainement la ligne faicte de la diuisée & de ladiouſtée, ſera diuiſée en deux pieces ineſgalles au poinct meſme, ou la diuiſée a eſté diuiſée en deux pieces eſgalles, & par ainſi le quarré de l'amoitié de la ligne diuiſée, & de l'adiouſtée comme d'vne auec le quarré de la moitié ſera eſgal au rectãgle deux fois de la moitié auec l'adiouſtée & de la moitié, auec le quarré de l'adiouſtée, & par ainſi le quarré de la ligne diuiſée & de l'adiouſtée, comme d'vne auec le quarré de l'adiouſtée, ſeront doubles au quarré de la moitié, & au quarré de la moitié & de l'adiouſtée comme d'vne.

COMPOSITION.

Car le quarré de la ligne diuiſée & de l'adiouſtée comme d'vne, auec le quarré de l'adiouſtée, ſont eſgaux au quarré de la moitié & de l'adiouſtée comme d'vne, au quarré de la moitié, & au rectãgle deux fois de la moitié, & de celle qui eſt faicte de la moitié & de l'adiouſtée cõme d'vne, auec le quarré de l'adiouſtée, par le correlaire de la 4 propoſition de ce liure, 8 & 2 communes ſentences, lequel rectangle deux fois auec le quarré de l'adiouſtée ſont eſgaux au quarré de la moitié, & au quarré de la moitié & de l'adiouſtée cõme d'vne par la 7 propoſition de ce liure: doncques par la conuerſe de la 6 commune ſentence, le quarré de la ligne diuiſée & de l'adiouſtée comme d'vne auec le quarré de l'adiouſtée, ſeront doubles au quarré de la moitié, & au quarré de la moitié & de l'adiouſtée comme d'vne.

AVTREMENT.

Car ayant mené vne ligne droicte perpendiculaire au fin milieu de la ligne diuiſée eſgalle à la moitié d'icelle, & de la cyme de la perpendiculaire deux lignes droictes aux deux extremitez de la ligne diuiſée, menãt plus oultre celle de la part de la ligne adiouſtée: puis apres menãt vne ligne droicte perpẽdiculaire à la cyme de la premiere de la part de l'adiouſtée, laquelle ſoit eſgalle à la moitié de la ligne & l'adiouſtée, & vne ligne droicte des deux cymes des deux lignes esgalles, la menant plus oultre, iusques à ce qu'elle trouue l'autre menée plus oultre. dauantage menant vne ligne droicte de l'extremité de la ligne diuisée de l'autre part au poinct du rencontre, il est certain par les propositions assez congneus, que le quarré de toute la ligne & de l'adioustée, comme d'vne auec le quarré de l'adioustée, serõt esgaux au quarré de la derniere ligne menée, lequel est esgal aux quarrez des deux lignes, qui contiennent l'autre angle droict qu'elle soustient, qui sont doubles, & au quarré de la moitié de la ligne, & au quarré de la ligne faicte de la moitié & de l'adioustee: & par ainsi le quarré de la ligne faicte de la diuisée & de l'adioustée comme d'vne, auec le quarré de l'adioustée, seront doubles, & au quarré de la moitié de la ligne, & au quarré de celle faicte de la moitié & de l'adioustée en vne mesme ligne.



II

Couper vne ligne droicte donnée tellement, que le rectangle cõtenu de la toute & de l'vne des pieces, soit esgal au quarré fait de l'autre piece.

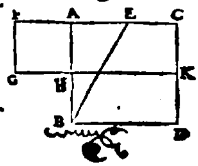
FORCADEL.

RESOLVTION.

Voyons vn peu commét celuy qui nous à proposé ce probleme icy s'est sceu bien resouldre, & prenõs la ligne *a b*, diuisée au poinct *c*, tellement que le quarré de la piece *b c*, soit esgal au rectangle de la toute, & de l'autre piece *c a*, de là prenõs le quarré de la ligne *b c*, par la 46 proposition du premier liure, lequel soit *b d*, & soit menée la ligne *d c*, vers *c*, iusques à *f*, tellement que la ligne *c f*, soit esgalle à la toute *a b*, par la 2 demande & 3 propositiõ du premier liure, & soit paracheué le rectãgle *g c*, des lignes *c a*, & *c f*, mais les lignes *e d* & *g a*, menées vers *d*, & *a*, se rẽcontrerõt comme au poinct *h*, pareillement *e b*, & *g f*, menées vers *b*, & *f*, se rẽcontreront, & qu'elles se rencontrẽt au poinct *k*, cela se fera par les deux façós accoustumées au premier liure, & le diametre *k c* mené vers *c*, passera aussi par le poinct *h*, par la conuerse de la 43 proposition du premier liure, car les suplemens *b d*, & *g c*, sont esgaux l'vn à l'autre. Mais en considerant le rectangle *g e*, il me souuient icy en passant de cela que prent Archimede en la 16 propositió du premier liure de la Sphere, & du Cylindre, c'est à sçauoir qu'ayant mené le diametre *h k*, & diuisé le costé *h e* comme on voudra comme au poinct *d*, & menées les prralleles *d c f*, & *a c b*, qu'iceluy *g e*, sera esgal au rectangle de *h d*, & *d c*, & au rectangle de *d e*, par *e k*, & *d c*, comme d'vne, pource, comme il dict, que le rectangle *g e*, est esgal à ces parties *a d* : *d k*, & *g c*, par la 8 commune sentéce, lesquels sont esgaux à *a d*, *d k*, & *d b* par la 43 proposition du premier liure, & par la 2 commune sentéce, c'est à dire à *a d*; & au rectangle qui se fait de *d e* par *e k* & *d c* comme d'vne par la premiere proposition de ce liure: & par ainsi par la premiere commune sentence le rectãgle *g e* sera esgal au rectãgle *a d* &c. Iusques icy nous a entretenus Archimede pour nous laisser reuenir à nostre propos & par la seconde commune sentéce le rectangle *k d*, est esgal aux rectãgles *k c*, & *f a*, c'est à dire par la secóde proposition de ce liure au quarré de la ligne diuisée *b a* ou *k b*, & en diuisãt *k b* en deux pieces esgalles au poĩct *l* par la 10 proposition du premier liure, & menãt par la premiere demãde la ligne *l a* il est certain par la 6 proposition de ce liure que le quarré de la ligne *l e* sera esgal au rectãgle *d k* auec le quarré de *l b*, c'est à dire par la seconde commune sentence aux quarrez des lignes *a b* & *l b*, c'est à dire par la 47 proposition du premier liure & premiere commune sentence au quarré de la ligne *l a* dont s'ensuit la composition.

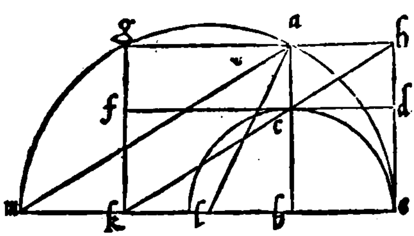
COMPOSITION.

Il faut mener la moitié de la ligne donnée perpendiculaire à l'vne des extremitez de la donnée, & descrire vn cercle à l'entour de l'extremité de la plus petite loing de l'angle droict, & de la grandeur de la ligne qui est entre les extremitez des deux lignes, ou qui soustient l'angle droict, à l'entour duquel, ayant mené vers luy la plus petite ligne iusques à la circonference du cercle, il faut descrire vn cercle de la grandeur de la partie de la ligne menée qui est entre l'angle droict & la circóference du premier cercle, la circonference duquel coupera la lignedónée en deux pieces telles que le quarré de l'vne sera esgal au rectangle de la toute & de l'autre piece.



DEMONSTRATION.

Car le rectangle de toute la ligne donnée auec celle qui est entre l'angle droict & la circonference du secód cercle, & de celle qui est entre l'angle droict & la circonference du second cercle, auec le quarré de la moitié de la ligne donnée, sont esgaux au quarré de la moitié de la ligne & de celle qui est entre l'angle droict & ladicte circonference comme d'vne par la 6 proposition de ce liure c'est à dire au quarré de la ligne qui soustiẽt l'ãgle droict, c'est à dire au quarré de la toute auec le quarré de la moitié, par la 15 deffinition & 47 proposition du premier liure & par la premiere commune sentence, doncques en leuant ce qui est en l'vne & en l'autre des grãdeurs esgalles, de l'vne & de l'autre, par la 3 cómune sentẽce il restera le quarré de l'vne des pieces de la ligne diuisée, esgal au rectãgle de la toute & de l'autre piece. Vne ligne droicte ainsi diuisée sera dicte diuisée, selon le milieu & les deux extremes en la 30 proposition du sixiesme liure, dont la deffinition est la 3 du mesme sixiesme liure. Mais voyez vn peu que le rectangle *k d*, estant esgal au quarré *k a*, la ligne *k e*, sera diuisée au poinct *b*, en pareilles ou semblables pieces, laquelle est faicte de la ligne *b a*, & de sa plus grande piece: voyez la cinquiesme proposition du 13 liure. La raiſon du quarré de la ligne *a b*, au quarré de la ligne *l b*, par l'vn des correlaires de la 4 propoſition de ce liure par la premiere deffinition du dixieſme, & 5 propo ſition du meſme dixieſme liure, eſt cõme de 4, à 1, & par la 18 propoſition du 5 liure, la raiſon du quarré *g b*, auec le quarré de *l b*, c'eſt à dire par la 47 du premier liure du quarré de *a l*, c'eſt à dire du quarré de la ligne *l e*, au quarre de *l b*, eſt comme 5, à 1, mais *l e*, eſt faicte de la moitié de *a b*, & de ſa plus grãde piece: voyez la premiere propoſition du 13 liure. Le quarré de la ligne *l e*, contient 5 quarrez de la ligne *l b*, & la ligne *b e*, c'eſt à dire *b c*, menée vers *c*, iuſques à *a*, tellement que *b a*, ſoit double à *l b*, certainemẽt *b a*, ſera diuiſée au poinct *c*, ſelõ le milieu & les deux extremes, dont *b c*, c'eſt à dire *b e*, ſera la plus grande piece: voyez la 2 du 13 liure. De la ligne *k e*, auſsi, diuiſée au poinct *b*, le quarré de la moitié de k *b*, c'eſt à dire *l b*, auec *b e*, comme d'vne, c'eſt à dire le quarré de *l e*, cõtient cinq fois le quaré de *l b*: voyez la 3 du meſme 13 liure. Auſsi le quarré *g b*, auec le quarré de la ligne *a c*, ſont eſgaux au rectangle *g c*, deux fois, & au qurré *c e*, c'eſt à dire par ceſte propoſition & par la 2 cõmune ſentence à trois quarrez tels qu'eſt *c e*: voyez la 4 propoſition dudict 13 liure. Nous y adiouſterons auſsi que le quarré d'vne ligne ainſi diuiſée, & de la petite piece comme d'vne, ſera quintuple au quarré de la plus grande piece par la 4 propoſitiõ de ce liure, &c. Quant nous aurons donné à la ligne dõnée quelque lõgueur ou quelque tant de longueur, alors ayãt adiouſté à ſon quarré, le quarré de ſa moitié, ou ayãt pris cinq fois le quarré, de la moitié de la ligne, & ayant ſouſtraict la moitié de la ligne de la racine quarrée, de tout cela, on aura cela qui appartiendra à la plus grande piece, ou à l'vne des pieces, comme ſi la ligne donnée a 6 pieds, le quarré de 6, fait 36, auquel faut adiouſter 9, pource que 9 eſt le quarré de 3, qui eſt la moitié de 6, fait 45, ou bien ayant pris la moitié de 6, qui eſt 3, ſon quarré fait 9, lequel pris 5 fois fait 45, dont la racine quarrée est racine 45 & tant fait la ligne *l a*, ou *l e*, de laquelle ayant soustrait 3 : car autant fait la moitié de la ligne c'est à sçauoir *l b*, il reste la reste de deux nõs racine 45 moins 3 pour la ligne ou piece *b c* : ou *b c*. & pour sçauoir combien fait la ligne *a c*, qui est l'autre piece & la plus petite de la ligne *a b*, diuisée, il faut leuer *c b*, de *a b*, c'est à sçauoir racine de 45 moins 3, de 6, en ceste sorte: premierement toute la racine de 45 leuée de 6, reste 6 moins racine de 45, mais il s'en falloit 3 de toute la racine de 45: il faut doncques pour cela adiouster 3, à 6, moins racine 45, & on aura de reste 9 moins racine 45, ou biẽ par vne tresbelle & gẽtile façon de faire, si des lignes *a b l*, on soustrait *c b l*, ou *e b l*, il est certain qu'il restera *a c*, or *a b l*, font 9, & *l e*, fait racine 45, si de 9 doncques se soustrait racine 45, il restera la reste de deux noms 9 moins racine 45: pour la piece *a c*, de la ligne diuisée. Ce seroit pour auoir fait bien tart, si nous nous voulions arrester à tous les poincts de ceste proposition, toutesfois il faut encores que i'y adiouste cecy, que l'inuenteur de ce probleme, ayant descrit le quarré d'vne ligne, comme *g b*, & diuisé l'vn des costez comme *k b*, au fin milieu en *l*, & mené la ligne *l a*, du milieu à l'angle, il s'est pensé, ou bien il a veu que *l a*, trapasseroit *l b*, iusques, comme en *e*, & adiousteroit droictement, ou d'vn traict, ou d'vn tenant, à *k b*, la ligne *b e*, laquelle sera plus petite que *b a*, par la 21 proposition du premier liure, & par la 5 cõmune sentence: & ayant veu la 6 propositiõ de ce liure en toute la ligne *k e*, il a paracheué la reste. Et ayãt mené la ligne *b k*, vers *k*, iusques à la circonference du cercle au poinct *m*, certainement la distance *m k*, sera esgalle à *b e*, par la 15 deffinitiõ & troisiesme commune sentẽce, & par la seconde commune sentence *m b*, sera esgalle à *k e*, & *m e*, aux deux costez *k e*, & *e d*, du rectangle *k d*, là ou se voit ou se prent la resolution de la 14 proposition suiuãte qui est la derniere de ce liure:car en prenant les deux costez du parallelogramme rectangle, esgal au rectiligne donné par la 45 propositió du premier liure,en la ligne *m e*,on la peut entendre diuisée en deux esgallement & inesgallement aux poincts *l*, & *b*, & prédre la 5 proposition de ce liure: ou bien en soustrayãt le plus petit costé du plus grãt de l'autre part, on y peut voir la ligne *k b*, diuisée en deux pieces esgalles au poinct *l*, à laquelle est adioustée le plus petit costé *b e*,pour là y prendre le secours de la 6 proposition de ce liure:ou bien en soustrayant le plus petit costé du plus grant & de son opposé d'vne mesme part,& diuisant la reste par le milieu, à l'entour duquel milieu ayãt descrit vn cercle,ou la moitié d'vn cercle d'vn rayó esgal à la moitié, & au plus petit costé, la ligne droicte menée des deux poincts des soustractiós,iusques à la circonference estant entre le diametre du cercle, & la circonference,&c. Passons oultre,& menons la ligne *m a*, en nostre figure,pour y considerer le triangle rectangle *m a b*, & le triangle d'angle ouuert ou ambligonne *m a l*, & comme il est ainsi,que le quarré de la ligne *m a*, est esgal aux quarrez des lignes *m b* & *b a*, lesquelles par la 21 proposition du premier liure,sont plus grandes que les lignes *m l*, & *l a*, il est aussi certain que le quarré de la ligne *m a*, qui est le quarré du costé d'vn triangle ambligone qui porte ou soustient l'angle obtus,sera plus grãt, que les quarrez des deux autres costez *m l*, & *l a*, & pour ce que par la 4 proposition de ce liure, le quarré de la ligne *m b*,est esgal aux quarrez de *m l*,& *l b*,& au rectangle deux fois de *m l*, par *l b*, & que le quarré de *a l*, emporte les quarrez de *l b*,& *b a*,& le quarré de *l m*,s'emporte soymesme,qui ne dira que le quarré de la ligne *a m*,sera plus grant que les quarrez de *m l*,& *l a*,du rectangle deux fois de *m l*, par *l b*, c'est à dire du rectangle deux fois de l'vn des costez du triangle ambligone qui contiennẽt l'angle obtus, & de la ligne qui est entre l'angle obtus & la perpendicupendiculaire menée de l'angle poinctu du triãgle audict costé, & c'est la resolution de la proposition suiuante. Mais sans aucunement s'arrester, soit menée la ligne *a e*, en nostre figure, pour y considerer le triangle rectangle *m a b*, & l'autre triangle *m a e*, dont l'angle *m e a*, est poinctu. & est certain que le quarré de la ligne *m a*, qui soustient l'angle poinctu *m e a*, est plus petit que les quarrez des costez qui contiennẽt l'angle poinctu: car *m e*, & *e a*, sont plus grãs que *m b*, & *b a*, par la mesme 21 ꝓposition du premier liure: iusques icy nous voyons que le quarré de l'vne des lignes d'vn triangle rectangle qui soustient l'ãgle droict, est esgal aux quarrez des autres costez, mais le quarré de l'vne des lignes d'vn triãgle ambligone qui soustiẽt l'angle ouuert, est plus grant que les quarrez des autres costez, &c. & le quarré de l'vne des lignes d'vn triangle, qui soustient l'vn des angles poinctus d'iceluy, quel qu'il soit, c'est à sçauoir le triangle, certainement sera plus petit que les quarrez des autres costez, & voyons de combien: certainement ce sera du rectangle deux fois de la base du triangle & de la piece de la base, qui est entre ledict angle poinctu & la perpendiculaire venant de l'vn des angles du triangle à la base, car le quarré de la ligne *m e*, diuisée au poinct *b*, & le quarré de la ligne *a e*, c'est à dire, les quarrez de *e b*, & *a b*, sont esgaux à deux rectangles de *m e*, par *e b*, aux quarrez de *m b*, & de *b a*, c'est à dire, au quarré de *m a*, & ausdicts deux rectangles, dont s'ensuit que les quarrez de *a e*, & *e m*, sont plus grans que le quarré de *a m*, desdicts deux rectangles, qui est la resolution de la 13 proposition suiuante.

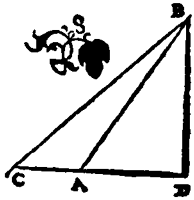


12

Aux triangles ambligones, le quarré qui est faict du costé qui *soustiẽt l'angle Obtus, est plus grãt que les quarrez qui sont faicts des costez qui contiẽnent l'angle Obtus, de la quantité du rectangle cõtenu deux fois de l'un des costez, qui sont à l'entour de l'angle Obtus, dessus lequel estant mené, tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise dehors entre la perpendiculaire & l'angle Obtus.*

FORCADEL.

Cela doibt estre tout congneu comme aussi nous l'auons demonstré en autre endroict, que si de l'vn des angles poinctus d'vn triangle Obtus angle ou ambligone, on meine vne perpendiculaire sur le costé opposé mené par la 2 demande & 12 proposition du premier liure, elle tombera dehors le triangle, & se fera son deux triãgles rectangles, c'est à sçauoir vn grant & vn petit, dont du grant le quarré du costé qui soustient l'angle droict, qui est le quarré du costé qui eslargist l'angle Obtus du triãgle ambligone, sera esgal aux quarrez des deux autres costez par la 47 proposition du premier liure, l'vn desquels est le quarré de la perpendiculaire, & l'autre le quarré de la ligne depuis l'angle droict, & l'autre angle poinctu du triangle ambligone, c'est à sçauoir le quarré du costé du triangle ambligone, dessus lequel estant mené, tombe la perpẽdiculaire, le quarré de ladicte piece, & le rectangle deux fois dudict costé & de ladicte piece par la 4 proposition de ce liure, mais par la mesme 47 proposition, le quarré du costé du triangle ambligone qui soustient l'ãgle droict, qui est l'vn de ceux qui contiennent l'angle Obtus, est esgal au quarré de la perpendiculaire, & au quarré de ladicte piece, & par ainsi par la 2 cõmune sentence les quarrez des costez du triangle ambligone, qui contiennent l'angle Obtus, serõt esgaux à trois quarrez, c'est à sçauoir au quarré de la perpendiculaire, au quarré de ladicte piece, & au quarré dudict costé mené: si doncques du quarré du costé qui soustient l'angle Obtus du triangle ambligone, on soustrait les quarrez des costez qui contiennent l'angle Obtus, & des quarrez des deux co ſtez du grant triangle rectangle, dont l'vn eſt ainſi diuiſé,comme nous auons dict, on ſouſtraict leſdicts trois quarrés,il reſtera la differéce du quarré du coſté qui ſouſtient l'angle Obtus aux quarrez des coſtez qui contiennent l'angle Obtus,qui ſera eſgalle au rectágle deux fois dudict coſté & de ladicte piece,par la 3 commune ſentéce,le quarré doncques du coſté qui ſouſtient l'angle Obtus ſera plus grant que les quarrez des coſtez qui le contiennét, deſdicts deux rectangles,ou dudict rectágle deux fois.



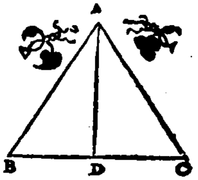
Il nous faut prendre icy la maniere ou façon de trouuer vn triangle ambligone,duquel vn chacun de ces trois coſtez ſoit meſuré de quelque meſure & d'vne meſme,ſelon quelque nombre ſans qu'il y aye aucune fraction. Prenons doncques deux nõbres ineſgaux pairs ou impairs,comme 24 & 6,leſquels multipliez enſemble font vn nombre quarré, ce qui ſe fait en diuiſant vn nombre quarré impair, par vn nõbre impair,duquel il eſt meſuré,ou en diuiſant vn nombre quarré pair, par vn nombre pair duquel il eſt meſuré : car le combien & le partiteur ſeront deux tels nombres impairs ou pairs, par la 29 ou 21 propoſitions du 9 liure, ils ſeront nõmez ſemblables à plans ou plans ſemblables en la 2 propoſition du 9 liure,& ſi lon triple le plus petit, & prent on la tierce partie du plus grant (& le ſemblable viendroit du quadruple & de la quarte partie, ou du double & de la moitié &c.) on aura 18 & 8,& par la 21 deffinition du 7 liure 24. 8. 18. 6.ſeront proportionnaux,doncques par la 19 propoſition du 7,& 2 du 9,8 fois 18 feront vn nõbre quarré, & ſeront auſsi ſemblables à plans : d'auantage par la 25 propoſition du cinquieſme liure 24 & 6 ſeront plus grans que 18 & 8, & par ainſi la moitié des deux nombres ſera plus grande que des deux autres, & pource que 8 fois 18,ou 24 fois 6,font vn meſme nõbre quarré, c'est à sçauoir 144, dont la racine est 12, il faut prendre vne ligne droicte qui aye 12, c'est à dire qu'elle soit mesurée de quelque mesure 12 fois, puis apres à l'vne des extremitez de la ligne qui a 12, ayant mené vne perpendiculaire, il faut prẽdre les deux plus petits nombres plans semblables, & les adiouster ensemble, comme 18 & 8, font 26, dõt de la moitié, qui est 13, il en faut soustraire le plus petit, qui est 8, ou bien il faut soustraire 13 de 18, il reste 5, ou bien ayant soustraict 8 de 18, il reste 10, dont la moitié est 5, lequel nombre se doibt prendre en la perpendiculaire depuis l'angle droict, & la ligne droicte menée des extremitez des nombres 12 & 5, aura 13, par la 5 ou 6 propositions de ce liure: de là soient mis ensemble les deux plus grãs nombres plans semblables, c'est à sçauoir 24 & 6, ils font 30, dont la moitié 15, estãt soustraict de 24, il reste 9, ou bien si de 24 se leue 6, il reste 18, dõt la moitié est 9, lequel nombre doibt estre pris depuis l'angle droict en la perpendiculaire pour en laisser 4 depuis la fin du nombre 5, & la ligne droicte menée des fins des nombres 12 & 9, fera 15, par les mesmes propositions, & les 3 lignes droictes 15, 13, & 4, contiendrõt vn triangle ambligone par la 28 deffinition, car l'angle contenu des deux plus petites, sera ouuert par la 13 proposition & 11 deffinition, & en telle sorte se pourra lon proposer tãt de triangles ambligones qu'on voudra, par tãt de tels quatre nõbres proportionnaux qu'on voudra: cõme il soit ainsi, que par ceste propositiõ, nous pouuõs sçauoir le contenu d'vn triangle ambligone, les trois costez d'iceluy nous estant donnez selon le droict de l'ãgle Obtus, pour plus facilement le demonstrer, nous prendrons nostre triangle ambligone trouué, dont les costez sont 4. 13. 15, & le quarré de 15 est 225, puis les quarrez des deux autres costez 16 & 169 adioustez ensemble font 285, lequel soustraict de 225, il reste 40, tel est le rectangle deux fois de 4 ou de 13 & de la piece qui est entre la perpendiculaire tombãt sur 4 ou 13 & l'angle Obtus: mais pource que le double de 4 mesure 40, ou que 4, mesure la moitié de 40 qui est 20, (car si le rectãgle deux fois fait 40, il est certain que le contenu du rectangle simple sera 20) il faut plustost partir 40 par le double de 4, qui est 8, ou bien partir 20 par 4, il en viendra 5, pour la piece depuis 4, menée iusques à l'angle droict, & pource que l'autre costé du triangle ambligone qui contient l'angle Obtus auec 4, est de 13, dont le quarré est 169, si on en soustraict 25, quarré de 5, il restera 144, pour le quarré de la perpendiculaire, venant de l'vn des angles poinctus du triangle ambligone sur le costé 4 mené, & par ainsi icelle perpendiculaire sera 12, dõt la moitié qui est 6 multipliant les autres costez des deux triangles rectangles, qui contiennent l'ãgle droict auec 12, qui font 9 & 5 fera 54 & 30, dont cestui-cy est le contenu du petit triangle rectangle, & l'autre est le contenu du grant triangle rectãgle, & par ainsi le contenu du triangle ambligone sera 24 par la 3 commune sentence, car la difference de 54 à 30 est 24. &c.

13

Aux triangles oxigones, le quarré du costé qui soustient l'angle poinctu, est plus petit que les quarrés qui se font des costez qui cõtiennent l'angle poinctu de la quantité du rectangle contenu deux fois de l'vn des costez qui sont à l'entour de l'angle poinctu, auquel tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise dedans entre la perpendiculaire & l'angle poinctu.

FORCADEL.

Car les quarrez des deux costez qui contiennent l'angle poinctu, sont esgaux au rectangle deux fois de toute la base & de la piece de la base, qui est entre la perpendiculaire & l'angle poinctu, auec le quarré de l'autre piece de la base, & le quarré de la perpẽdiculaire, par la 47 proposition du premier liure, par la 7 propositiõ de ce liure & par la 2 & premiere communes sentẽces, & le quarré du costé qui soustient l'angle poinctu : est esgal au quarré de la perpendiculaire auec le quarré de l'autre piece de la base, par la 47 proposition du premier liure. Si doncques des quarrez des costez qui contiénent l'angle poinctu, on soustrait le quarré du costé qui le soustiét, & dudict rectangle deux fois, du quarré de l'autre piece & du quarré de la perpendiculaire, on soustrait le quarré de l'autre piece & le quarré de la perpendiculaire, il restera, par la 3 commune sentence, la difference des quarrés des costez qui contiennent l'angle poinctu, au quarré du costé qui le soustient, qui sera esgalle ausdicts deux rectangles, ou audict rectangle deux fois : & le mesme aduiendra des deux quarrez de deux costez qui contiennent l'angle poinctu de quelque triangle que ce soit & du quarré, du costé qui soustient l'angle poinctu.



Iusques icy si on nous donne les costez de quelque triangle que ce soit, nous pourrons congnoistre s'il sera rectangle, ambligone ou oxigone : car si le quarré de son plus grãt costé est esgal aux quarrez des deux autres, certainement il sera rectangle par la derniere proposition du premier liure, & par la 27 deffinitiõ: mais si le quarré de son plus grant costé est plus grant que les quarrez des deux autres, il sera ambligone par la precedente proposition & 28 deffinition, & si le quarré de son plus grant costé est plus petit que les quarrez des deux autres costez, certainement il sera oxigone par ceste proposition & par la 29 deffinition. De ceste proposition aussi se prent la façon de faire par laquelle on sçait le cõtenu de quelque triãgle que ce soit, les trois costez d'iceluy estãs congneus, en faisant tomber de l'vn des angles d'iceluy, du droict s'il est rectangle, & de l'ouuert s'il est ambligone, ou de l'vn des poinctus s'il est oxigone, vne perpendiculaire à la base: car par ceste proposition on viendra à congnoistre les pieces de la base, & par la 47 proposition du premier liure la perpẽdiculaire, la moitié de laquelle multipliãt la base, sera le contenu du triangle, ou bien si la perpendiculaire multiplie la moitié de la base, elle produira le contenu du triangle, ou bien la perpendiculaire multipliãt la base, la moitié du produict sera le contenu du triangle, par la 36, ou 41, ou 42 propositions du premier liure, & par la premiere de ce liure. En telle sorte mesurẽt leurs triãgles ceux qui arpentent, c'est à dire, qu'ils se contentent de sçauoir combien ont la base & la perpendiculaire, & multipliẽt l'vn par la moitié de l'autre, ou l'vn par l'autre si le triãgle est double & trouuent le cõtenu qu'ils cherchent. Notons aussi qu'en diuisant le quarré de l'vn des costez qui contiennẽt l'angle droict d'vn triangle rectangle par la base on aura la piece de la base pres dudict costé par ceste ꝓpositiõ, & par cela que nous auons pris en la 47 proposition du premier liure, la reste fait omage à l'estudieux tel qu'il veut. Mais il nous faut estre aduertis que par les deux triãgles rectangles que nous auons pris en la precedente proposition, nous pouuõs trouuer trois lignes droictes mesurées d'vne mesme mesure selon des nombres sans fraction, & en faire vn triangle oxigone de l'vn des angles duquel, faisant tomber vne perpendiculaire, elle sera aussi mesurée selon vn nombre sans fraction de la mesme mesure qui a mesuré les costez du triangle, & les deux de ces trois lignes là, seront les costez opposez ou qui soustiennent l'ãgle droict des triãgles rectãgles, & l'autre ligne se fera des deux costez des deux triangles rectangles qui contiennent l'angle droict auec la ligne qui est de l'vn & de l'autre triangle rectangle, ceste ligne doncques 14, qui se fait de 9 & de 5, auec 13 & 15, feront vn triangle oxigone: car le quarré du plus grant costé est plus grant que les quarrez des deux autres: mais le quarré de 13, c'est à sçauoir 169 adiousté auec le quarré de 14 qui est 196 font

365, duquel nombre si on soustrait le quarré de 15 qui est 225 il reste 140, lequel parti par 28 qui est le double de la base 14, il en vient 5, ou bien si la moitié de 140 qui est 70 se diuise par 14 qui est la base, il en viendra 5, & certainement 70 sera plustost parti par 14 que non 140 par 28, & puis 35 plustost par 7, & en viendra 5 pour la plus petite piece de la base: & c'est aussi la cause pourquoy on fait mieux comme plustost de prendre ensemble le quarré de la base auec le quarré du plus petit costé, &c. Car certainement la piece de la base qui est de la part du plus petit costé, est pl9 petite, pource qu'auec vn mesme quarré vn chacun quarré de chacune piece, font des quarrez inesgaux, & par ainsi des lignes inesgalles, ou les costez inesgaux. Mais si du plus petit costé, qui est 13, on prent le quarré, c'est à sçauoir 169, duquel on soustraict 25 qui est le quarré de 5, il restera par la 47 proposition du premier liure, & la 3 commune sentence, 144 pour le quarré de la perpendiculaire, & par ainsi la perpendiculaire sera 12, car la racine quarrée de 144 est 12, dont la moitié est 6, lequel multipliant 14, fait 84, pour le contenu du triangle, &c. Mais si le triangle est rectangle on a bien plustost son contenu par la façon de faire qui luy est particuliere, & si le triangle est ambligone quelque fois. Nous laissons d'escrire icy l'autre reigle generale pour sçauoir le contenu de quelque triangle que ce soit, les trois costez d'iceluy estās cōgneus, pour l'auoir desia mise, escrite & demōstrée, en autre endroict. Nous pouuons aussi prendre en ces deux propositions, que si vne ligne droicte, tombe sur la commune extremite de deux lignes droictes esgalles, contenant auec l'vne, vn angle ouuert, & auec l'autre, vn angle poinctu, & d'vn poinct qui est en icelle lon meine deux lignes droictes aux deux autres extremitez des deux lignes esgalles, celle des menées qui soustiendra le plus grāt angle sera la plus grande: car son quarré par la precedēte proposition, sera plus

grant

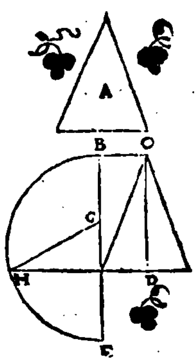
grant que le quarré de l'vne des lignes esgalles auec le quarré de la ligne commune, lesquels sont plus grãs par ceste proposition, que le quarré de la ligne qui soustient l'angle poinctu, & par ainsi, à plus forte raison le quarré de l'vne, sera plus grãt que le quarré de l'autre, & la ligne plus grande que la ligne : cela veut dire que si vne ligne droicte tõbe sur vne ligne droicte obliquement & à l'entour du poinct ou elle tombe lon descrit vn cercle, puis d'vn poinct qui est en icelle, on meine deux lignes droictes aux extremitez du diametre, celle des menées qui soustiendra le plus grant angle, sera la plus grande.

14

Faire vn quarré esgal à vn rectiligne donné.

FORCADEL.

Il faut faire vn parallelogramme rectãgle esgal au rectiligne donné par la 45 proposition du premier liure, & mener l'vn des costez d'iceluy d'vne part, iusques à ce qu'on luy aye adiousté l'autre costé, par la 2 demande & 15 deffinition ou 3 propositió du premier liure: puis diuiser la ligne composée des deux costez du rectangle en deux pieces esgalles, par la 10 proposition du premier liure, & à l'entour du fin milieu de la quantité de l'vne des pieces esgalles, ayant descrit vn demy cercle, par la 3 demãde, & le costé adiousté du rectãgle, estãt mené iusques à la circóferéce, certainemét le quarré de la ligne droicte (descrit par la 46 proposition du premier liure) qui sera entre le diametre & la circonference, sera esgal au rectangle, & par la premiere commune sentence au rectiligne donné: car en menãt vne ligne droicte du cétre au poinct ou le costé adiousté estant mené coupe la circonference par la premiere demande, certainement par la 5 proposition de ce liure, le rectãgle auec le quarré de l'entremoyenne, seront esgaux au quarré du rayon, & par ainsi par la 47 proposition du premier liure & par la premiere cómune sentéce, ils seront esgaux au quarré de celle qui est



entre la circonference & le diametre,& au quarré mesme de l'entremoyenne,& par la 3 commune sentence, en leuant le quarré de l'entremoyenne d'vne part & d'autre,ledict quarré sera esgal au rectangle,& le rectangle au rectiligne, & ledict quarré au rectiligne.

De ceste façon de demonstrer nous pouuons prendre que quant on nous proposera quelque ligne congneue diuisée en deux pieces, le rectangle desquelles face quelque chose congneue plus petite que le quarré de la moitié d'icelle ligne (car si elle estoit esgalle,les deux pieces qu'on demanderoit seroyent les deux moities d'icelle,& si plus grande, commēt voudroit on ou se pourroit soustraire le tout de sa partie, tout cela est impossible, combien qu'il soit possible aux forces de nostre Algebre) alors si du quarré de la moitié de la ligne on soustrait le rectangle, c'est à dire, son contenu ou son contenu,il restera,par la 5 proposition de ce liure & par la 3 commune sentence, la difference esgalle au quarré de l'entremoyenne,dōt la racine quarrée adioustée à la moitié de la ligne,donnera ou fera la plus grande piece de la ligne, & soustraicte de la moitié de la ligne,il restera la plus petite piece: ou bien si la plus grande ou plus petite piece de la ligne est soustraicte de toute la ligne, il restera la plus petite ou la plus grande piece de la ligne. Et ceste façon de faire est particuliere ou appartiēt à l'extraction des racines quarrées des grandeurs de deux noms qui nous seront nommées au dixiesme liure,binomes & residus,ou de deux noms & restes de deux noms.

Nous escrirons encores vn autre façon, par laquelle se probleme se peut faire tel que s'ensuit. Ayant troué vn parallelogramme rectāgle esgal au rectiligne donné par la 45 proposition du premier liure,il faut descrire vn cercle à l'entour d'vne chacune extremité du plus petit costé d'iceluy, & de la grãdeur dudict costé par la demande du cercle, puis diuiser la difference de l'vn costé à l'autre par le milieu, par la 10 proposition du premier liure, & par la mesme demande il faut descrire vn cercle à l'entour du fin milieu, & de la grandeur de ladicte moitié, & dudict plus petit costé comme d'vne: d'auantage il faut mener vne ligne droicte des extremitez, des rayons des deux premiers cercles, qui sont aux plus grans costez, iusques à la circonference du troisiesme, & le quarré de la ligne droicte qui est entre la circonference du dernier cercle & le diametre du cercle mesme, qui passe par le plus grant costé du rectangle, sera esgal au rectangle, & par ainsi au rectiligne par vne mesme façon de demonstrer y prenant la 6 proposition de ce liure au lieu de la 5. Mais si le rectiligne dõné est parallelogramme apres l'auoir mis en rectangle, par la 35 proposition du premier liure, il faudra faire de ses costez cõme nous venons de dire &c. & aussi si le parallelogramme donné est rectangle.

FIN DV SECOND LIVRE.

A MONSEIGNEVR, MONSIEVR CHARLES DE THELLIGNY, GENTILhōme ordinaire de la chābre du Roy.

MONSEIGNEVR, *il y a telle ſimpathie & conuenance entre ceſte grande machine du monde, en laquelle nous ſommes enueloppez, & l'homme (que les philoſophes ont appelé le petit monde) qu'il ne ſe fait vn ſeul mouuement és corps celeſtes, deſquels l'homme ne ſente en meſme inſtāt les effects en ſoy, tellement que par le mouuement des cieulx, paſsions des planetes, & alteratiōs des elements, l'homme ſe voit, & comme en vn miroir, recongnoiſt ſes complexions, humeurs, & temperatures.* Ce *qu'il ne pourroit faire ſans deſguiſement & flaterie ſ'il ſe vouloit recercher en ſoy, à cauſe que l'amour que trop follement nous portons à nous meſmes, bende les yeux à la congnoiſſance de noz imperfections. Or par ce qu'il eſtoit fort difficille de congnoiſtre certainemēt aucune choſe és Spheres celeſtes, ſans premierement auoir intelligence des cercles,* Euclide *no' prepare la voye fort facile en ce troiſieſme liure, auquel il traite les premiers elements des cercles, des lignes droictes, & des angles tant rectilignes que mixtes enſemblémēt, le tout cōſideré en vn plan.* Lequel *ie vous preſente, non pour m'acquiter enuers vous de l'obligation, en laquelle voſtre liberalité m'a eſtroictement obligé, car il ſeroit impoſsible, mais pour vn gage de ma bōne volōté, en laquelle vous feray toute ma vie ſeruice.* De Paris ce 15 d'Auril, l'an M. D. L X I I I I.

LE TROISIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE,

TRADVICT EN FRANÇOIS PAR Pierre Forcadel de Bezies

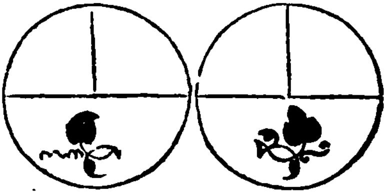
DEFFINITIONS.

I

Les cercles sont esgaux, desquels les diametres sont esgaux : ou desquels les lignes menées du centre sont esgalles.

FORCADEL.

Quant de deux cercles, le diametre de l'vn sera esgal au diametre de l'autre, certainement le cercle sera esgal au cercle par la 8 commune sentence: pource que par la cōuerse de la 8 commune sentence, les diametres s'accommoderont bien ensemble, & le cētre de l'vn sera au mesme endroict ou est le cētre de l'autre, & par ainsi si les circonferences ne s'accommodēt ensemble, en menant vne ligne droicte du centre des deux cercles à la circonferēce plus loingtaine, par la 15 deffinition & premiere commune sentence, la partie seroit esgalle à son tout, ce qui est contre la 9 commune sentēce: & si les rayons des cercles sont esgaux par la 15 deffinition & 6 commune sentence, les diametres seront esgaux, & par ainsi les cercles seront aussi esgaux : & pource que les circonferēces s'accommodent bien ensemble pour faire les cercles esgaux: aussi quāt les diametres des cercles seront esgaux, ou les rayons, certainement les circonferences seront esgalles: & d'vne mesme façon de faire, il s'ensuit que le diametre d'vn cercle le diuise par le milieu, & pareillement la circonference du cercle, car si la partie d'vne part ne s'accómode auec la partie de l'autre part du diametre, les deux extremitez du diametre & le diametre s'accommodans bien, en menant vne ligne droicte du centre, à la circonference du demy cercle plus loingtaine, la partie sera esgalle à son tout, ce qui est impossible : mais nous auons mis cecy pour refuter l'aduersaire. Nous pouuós prédre aussi en ceste deffinitió, par la 15 deffinition du premier liure, 2 ou 6 commune sentence, que les diametres d'vn cercle seront esgaux entr'eux, combien que nous l'ayons peu prendre en la 17 deffinitió du premier liure : Il nous faut prédre aussi en ceste deffinition,



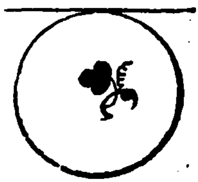
que les cercles sont inesgaux desquels les diametres sont inesgaux, &c. & que celuy est plus grant qui à le plus grant diametre, &c. comme l'autre plus petit.

2

Vne ligne droicte se dict toucher vn cercle, laquelle touchant le cercle, si elle est menée, ne coupe point le cercle.

FORCADEL.

L'angle contenu d'vne ligne droicte, ou faict d'vne ligne droicte touchát vn cercle & de la circonferéce du cercle, se nomme l'angle de l'atouchement. Mais prenons icy qu'vn angle contenu de deux lignes se fait ou est faict, là ou les lignes se touchent.

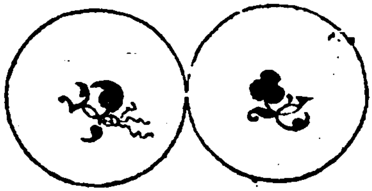


3

Les cercles se disent toucher ensemble, quant se touchans l'vn l'autre, ne se coupent point ensemble.

FORCADEL.

Quant vne ligne droicte touche vn cercle elle le touche dehors : mais quant deux cercles, ou les cercles s'entretouchent, ils s'entretouchent dedans ou dehors.

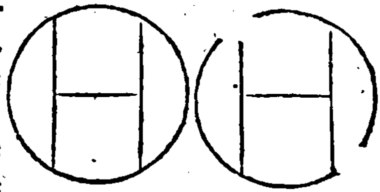


4

Les lignes droictes au cercle, se disent estre esgallement distantes du centre, quant les perpendiculaires menées du centre à icelles, sont esgalles. Mais celle se dict plus distante, en laquelle tombe la plus grande perpendiculaire.

FORCADEL.

Esgallement distantes, esgallement loing, ou esgallement esloignées du centre, est vne mesme chose, & tant les perpendiculaires des lignes droictes esgallement esloignées du centre, comme des inesgallement esloignées peuuent estre en vne mesme ligne ou en diuerses lignes, & quãt deux lignes droictes sont au cercle d'vne mesme part & les perpendiculaires venãs du centre sur icelles, se trouuent ou sont en vne mesme ligne, certainement celle sera plus pres du centre de laquelle la perpendiculaire est la partie de la perpẽdiculaire de l'autre, par la 9 commune sentence & par ceste deffinition, sinon celle sera plus loing du cẽtre laquelle ou sa partie soustiendra l'angle droict contenu de l'autre perpendiculaire & de la partie de l'autre ligne par la 19 proposition du premier liure, & par la 9 commune sentence.



5

Section de cercle, est vne figure contenue d'vne ligne droicte & de la circonference du cercle.

FORCADEL.

Il nomme icy les figures deffinies en la 18 & 19 deffinitions du premier liure, sectiós de cercle, tellemét que la moitié, plus ou moins de la moitié d'vn cercle, contenues toutesfois d'vne ligne droicte & d'vne partie de la circonference du cercle, sont sectiós de cercle.

6

Mais l'angle de la section est, qui est contenu d'une ligne droicte & de la circonference du cercle.

FORCADEL.

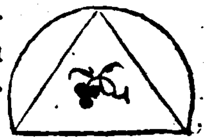
Ils sont mixtes comme l'angle cótingent ou de l'atouchement, & sont cótenus de la ligne droicte & de la circonference du cercle qui contiennent vne section, & en y a de trois sortes, c'est à sçauoir l'angle de la moitié du cercle, l'angle de la plus grande section ou portion, & l'angle de la plus petite section ou portion.

7

Mais vn angle se dict estre en la section, quant en la circonference de la section on prent quelque poinct, & d'iceluy aux extremitez de la ligne droicte qui est la base de la section, seront menées des lignes droictes, iceluy angle contenu des lignes droictes menées.

FORCADEL.

La ligne droicte nommée en ceste deffinition, la base de la sectió est aussi nommée chorde, comme nous l'auons dict au premier liure, & la circonferéce de la section est nommée Arc.

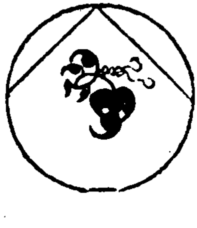


8

Mais quant les lignes droictes contenant l'angle, prennent quelque circonference, l'angle se dict appuyer sur icelle.

FORCADEL.

Quant d'vn poinct qui est en la circonferéce d'vn cercle on cle on meine deux lignes droictes au cercle à deux autres poincts en la circonferéce, l'angle cōtenu d'icelles est dict cheuaucher ou s'appuyer sur la circonference qui luy est opposée: comme la tenant suiecte & luy estant suiect: car ils se mesurent l'vn l'autre.

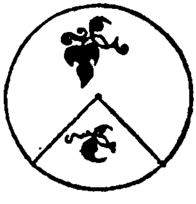


9

Mais secteur de cercle est, quant il y a vn angle cōstitué au centre d'iceluy cercle, la figure contenue & des lignes droictes contenans l'angle, & de la circonference prise d'icelles.

FORCADEL.

Tout ainsi qu'il y a vne plus grande & plus petite portion de cercle: aussi il y a vn grant & vn petit secteur du cercle. Ceste figure a pris son nom à la similitude d'vn certain instrument ou outil, auec lequel on trauaille aux prez, aux iardins, & aux leuées des fossez.

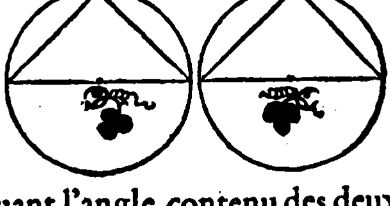


10

Les sectiōs des cercles sont semblables, qui prēnent les angles esgaux: ou biē quāt les angles qui sont en icelles, sont égaux entr'eux.

FORCADEL.

Cela veut dire, qu'vne telle partie que sera l'vne sectiō, ou sa circonference de son cercle, vne telle partie sera l'autre section, ou sa circonferéce de son cercle. Mais notons aussi que les sections & leurs circonferences sont semblables, estans cheuauchées d'angles esgaux, ou ausquelles les angles esgaux cheuauchent, & par ainsi les secteurs des cercles & leurs circōferences serōt aussi semblables, le plus grant au plus grant, & le plus petit au plus petit, quant l'angle contenu des deux



lignes droictes de l'vn, sera esgal à l'angle contenu des deux lignes droictes de l'autre.

PROPOSITIONS.

I

Trouuer le centre d'vn cercle donné.

FORCADEL.

RESOLVTION.

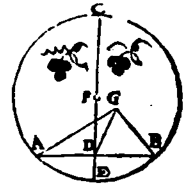
La resolution de ceste proposition auec son correlaire est en la 12 proposition du premier liure, en menant la perpendiculaire d'vne part & d'autre, iusques à la circonference du cercle descrit à l'entour du poinct donné.

COMPOSITION.

Il faut prendre deux poincts en la circonferéce du cercle, & mener vne ligne droicte de l'vn à l'autre poinct, par la premiere demande, & descrire à l'entour d'vn chacun poinct vn cercle, par la troisiesme demande, de la grandeur ou d'vne grandeur, plus grande que la moitié de la ligne, puis mener vne ligne droicte par vne mesme demãde, de l'vn à l'autre poinct ou les deux cercles s'entrecoupent & l'accommoder, ou la mener d'vne part & d'autre à la circonference, & par la 10 proposition du premier liure, ayant pris le milieu de la ligne neufue menée d'vne part & d'autre à la circõference par la 10 proposition du premier liure, iceluy sera le centre du cercle.

DEMONSTRATION.

Car la ligne menée de l'vn à l'autre poinct ou les deux cercles descrits d'vne mesme grandeur s'entrecoupent, diuise la ligne menée de l'vn à l'autre poinct, pris en la circonference du cercle proposé, par le milieu, par la 10 proposition du premier liure, & luy est à droicts angles, par la 11 proposition du mesme premier liure, & pource qu'elle passe par le centre du cercle, le fin milieu d'icelle ayant les deux extremitez en la circonference, sera le cẽtre par la 15 & 17 deffinitions du premier liure. Mais celuy ignorant la resolution qui voudra dire, que le centre du cercle eſt à vn autre poinct d'icelle ligne qu'au ſin milieu, ne dira il pas par la 15 deffinition 9 & premiere cómunes ſentéces, que la partie eſt plus grãde que ſon tout, ce qui eſt contre la 9 commune ſentence: & ſ'il veut dire que le cẽtre du cercle eſt en autre endroict qu'en ladicte ligne, de ce poinct là ayant mené trois lignes droictes, deux aux deux poincts pris en la circonference, & vne au milieu de la ligne droicte, qui eſt menée de l'vn à l'autre, icelle ſeroit perpendiculaire ſur la ligne ou elle eſt menée, à cauſe des deux triangles nouuellement faicts, par la 8 propoſition du premier liure, & 10 deffinitió du meſme, ce qui eſt impoſsible: comme nous l'auons pris en la 11 propoſitió du premier liure.



CORRELAIRE.

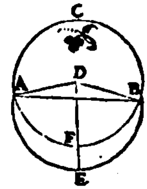
Et de là eſt manifeſte, que ſi au cercle vne certaine ligne droicte coupe quelque ligne droicte par le milieu, & à droicts angles, le centre du cercle ſera en celle qui coupe. Auſsi ſi nous deſcriuons vn petit cercle, à l'entour d'vn poinct pris en la circonference du cercle donné, & à l'entour des deux poincts ou ledict cercle coupe la circonferéce du cercle donné, nous deſcriuons deux demis cercles d'vne part, d'vne grãdeur plus grãde que le rayó du petit cercle: la ligne droicte menée du poinct ou les deux demis cercles ſ'entrecoupent au centre du petit cercle, & menée d'vne part & d'autre, à la circonference du cercle donné ſera le diametre d'iceluy &c. la demonſtration eſt la meſme, ou par cela que nous auons pris en la 26 propoſition du premier liure. Prenons icy que ſi lon prent vn gnomon ou aiguille d'arain propre à monſtrer les vmbres, cóme le met Vitruue au premier liure de ſon Architecture, & lon la met perpendiculairement ſur le plan de quelque Orizon, ou ſur vn plan parallele, à l'vn des Orizons principaux d'vn chacun lieu: & à l'étour du poinct ou l'ayguille est perpendiculaire sur ledict plan, de la grandeur de l'vmbre de l'ayguille, à quelque heure conuenable deuant midy, lon descrit vn cercle, retenant le poinct de l'extremité de l'vmbre, en la circonference d'iceluy: & ayant obserué apres midy l'autre poinct de la circonferēce du cercle alors qu'elle sera trouuée de l'vmbre de la mesme ayguille croissant: puis menāt vne ligne droicte de l'vn à l'autre poinct, il est certain que la ligne droicte perpendiculaire sur la menée passant par le fin milieu d'icelle, sera la ligne de midy d'vn tel lieu comme il est tresbiē demonstré de Geber, au second liure de son Astronomie: & en luy faisant passer vne perpēdiculaire par le centre, icelle sera la ligne monstrant en la circonference les vrays poincts de leuant & ponāt, par laquelle pourra passer l'vmbre de l'ayguille aux iours equinoctes ou equinoces.

2

Si en la circonference d'vn cercle, l'on prent deux tels poincts qu'on voudra, la ligne droicte menée d'iceux poincts, tombera dedans le cercle.

FORCADEL.

Car si la ligne droicte menée passe dehors le cercle, du centre d'iceluy pris par la precedente proposition, ayant mené trois lignes droictes par la premiere demāde, deux aux deux poincts, & l'autre à la ligne droicte menée de l'vn poinct à l'autre, les angles qui sont en la base du triāgle cōtenuz de la ligne menée de l'vn à l'autre poinct, & des deux rayōs menez du cētre aux deux poincts, sont esgaux entr'eux par la premiere partie de la 5 ꝓpositiō du premier liure: mais par la 16 propositiō du premier liure, l'āgle dehors, qui est cōtenu de la troisiesme ligne menée du cētre, & de la piece de la ligne menée de l'vn à l'autre poinct, est plus grant que l'vn desdicts angles esgaux entr'eux, & par ainsi plus grant que l'autre, par la conuerse de la premiere commune sentence: doncques par la dixneufuiesme proposition du premier liure, le rayon du cercle sera plus grant, que la troisiesme ligne menée du centre, par la conuerse de la premiere commune sentence, ce qui est contre la 9 commune sentence: & si comme voudroit dire l'aduersaire, la ligne droicte menée de l'vn à l'autre poinct, passoit par la circonference (nous sçauós qu'elles sont diuerses ou de diuerse espece) tousiours entre les deux lignes ou rayons menez du centre aux deux poincts, ayant mené vne troisiesme ligne ou vn troisiesme rayon, & par vne mesme façon de faire, le rayõ seroit plus grant au rayó ce qui est impossible: elle passera dócques dedás le cercle. Et de la s'ensuit qu'il est impossible de prendre vne partie de circonference de cercle si petite des extremitez, de laquelle menant vne ligne droicte, elle s'accómode ensemble auec la partie de la circonference, & qu'on ne sçauroit descrire vne si grande figure de lignes droictes dedás vn cercle, qu'ó ny en puisse metre encores vne plus grande. Vous voyez icy le commencement des descriptions des figures rectilignes en vn cercle, & comm'il est impossible que la circonferéce d'vn cercle passe par plus de deux poincts estans en vne mesme ligne droicte.



3

Si au cercle quelque ligne droicte passant par le centre, coupe quelque ligne droicte ne passant pas par le centre par le milieu: elle la coupera aussi à droicts angles, & si elle la coupe à droicts angles, elle la coupera aussi par le milieu.

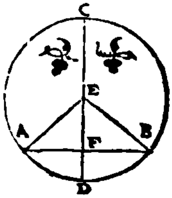
FORCADEL.

RESOLVTION.

La resolution de ceste proposition est en la mesme 12 proposition du premier liure.

COMPOSITION.

Car ayãt pris le centre du cercle par la 2 demande & la 10 ꝓpositió du premier liure, & ayãt mené d'iceluy aux deux extremitez de la ligne qui ne paſſe pas par le centre deux lignes droictes, par la premiere demāde, certainement par la 8 propoſition & par la 10 deffinition du premier liure, celle qui paſſe par le cētre coupera l'autre à droicts angles: & en la coupant à droicts angles, les angles contenus des rayons menez aux extremitez de la coupée, & de la coupée ſeront auſsi eſgaux entr'eux par la premiere partie de la 5 propoſition du premier liure, & par ainſi par la 26 propoſitiō du meſme premier liure, la coupée ſera coupée par le milieu. Prenōs icy que ſi du fin milieu d'vne ligne droicte accommodée au cercle ne paſſant pas par le centre, lon meine au centre vne ligne droicte, la menée & la coupée ſeront entre-perpendiculaires.

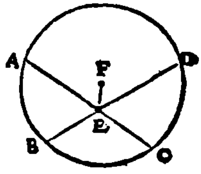


4

Si au cercle deux lignes droictes ſe coupēt enſemble n'eſtant pas menées par le centre: elles ne ſe couperōt point enſemble eſgallemēt.

FORCADEL.

Car ſi elles ſe coupēt enſemble eſgallemēt, l'vne pourra bien paſſer par le centre & l'autre non: & par ainſi par la premiere partie de la precedente propoſition, elle coupera & ſera coupée de l'autre à droicts angles, & par le correlaire de la premiere propoſition de ce liure, l'autre paſſeroit auſsi par le centre, ce qui eſt impoſsible. Et ſi l'vne ny l'autre ne paſſent pas par le centre, en prenant le centre du cercle par la premiere propoſition de ce liure, & menant vne ligne droicte du centre au poinct ou les lignes ſ'entrecoupent par le milieu, icelle ſeroit perpendiculaire ſur deux lignes droictes au poinct ou elles ſ'entrecoupēt par la premiere partie de la precedente propoſition, ce qui eſt impoſsible: il n'y a doncques que les diametres au cercle, qui ſ'entrecoupent enſemble par le milieu.

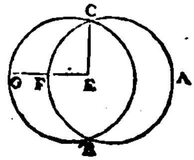


5

Si deux cercles ſe coupent enſemble, ils n'auront pas vn meſme centre.

FORCADEL.

Car ſ'ils ont vn meſme cẽtre, il ſera à l'eſpace commun à l'vn & à l'autre cercle, & menant deux lignes droictes de ce poinct là, l'vne à vn poinct ou les deux cercles ſ'entrecoupent par la premiere demande, & l'autre coupant les deux circonferences, ou trapaſſant l'vne circonference iuſques à l'autre d'vne part, certainemẽt par la 15 deffinition & premiere commune ſentence, la partie ſeroit eſgalle à ſon tout, ce qui eſt cõtre la 9 cõmune ſentence. Les grans cercles en la Sphere qui ſ'entrecoupent, comme les deux colures, ont biẽ vn meſme centre, mais il ne ſont pas à vn plan.

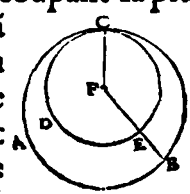


6

Si deux cercles ſe touchent enſemble dedans, ils n'auront pas vn meſme centre.

FORCADEL.

Car ils ſe touchent enſemble dedans ou dehors, & ſ'ils ſe touchent dehors, comment pourra le centre d'vn cercle eſtre hors de ſon cercle, & ſ'ils ſe touchent dedans, ou l'vn dedãs l'autre, & ont vn meſme cẽtre, certainement il ſera dedãs le plus petit cercle, ou en l'eſpace cõmũ à tous deux, & en menant deux lignes droictes de ce centre là, l'vne à l'attouchement, par la premiere demande, & l'autre coupant les deux circonferences, ou coupant la plus petite circonference iuſques à la plus grãde, certainement par la 15 deffinition du premier liure, & la premiere commune ſentẽce, la partie ſeroit eſgalle à ſon tout ce qui eſt impoſsible. Et tels cercles ſe touchãt ainſi, comm'auſsi tous ceux qui ſe coupent & touchent, peuuent eſtre nommez excen-



triques.

7

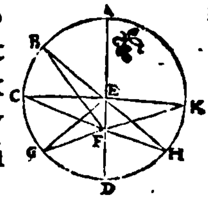
Si au diametre du cercle se prent quelque poinct qui ne soit pas le centre du cercle, & d'iceluy poinct tombent quelques lignes droictes au cercle: la plus grande sera celle en laquelle est le centre, & la plus petite celle qui reste: mais des autres tousiours la plus prochaine de celle qui est menée par le centre, est plus grande que la plus loing. Et deux lignes droictes esgalles tant-seulement tombẽt d'icelluy poinct au cercle, des deux pars de la plus petite.

FORCADEL.

Premierement il faut prendre vn poinct en la circonference du cercle, entre les extremitez du diametre, & y mener deux lignes droictes par la premiere demãde, l'vne depuis le poinct au diametre qui n'est pas le centre, & l'autre depuis le centre & la partie du diametre, qui est entre le cẽtre & le poinct au diametre, qui n'est pas le cẽtre, sera nommée l'entremoyenne, & par la 15 deffinitiõ du premier liure & la seconde commune sentence, la partie plus grande du diametre estant faicte du rayon & de l'entremoyenne, sera esgalle à l'vne des lignes menées, menée du centre au poinct pris en la circonference & à l'entremoyenne, lesquelles par la 20 proposition du premier liure, sont plus grandes que celle qui est menée du poinct qui n'est pas le centre, au poinct pris en la circonference, & par ainsi, par la premiere cõmune sentence, la ligne passant par le centre sera la plus grande. Secondement la ligne menée dudict poinct, au poinct pris en la circonference & l'entremoyenne sont plus grandes, par ladicte 20 proposition, que le rayon mené du centre au poinct pris en la circonference, c'est à dire par la conuerse de ladicte premiere commune sentence, au rayon passant par ledict poinct, & par ainsi par la 5 commune sentence en leuant d'vne part & d'autre, l'entremoyenne, il restera la plus petite piece du diametre depuis ledict poinct à la circonference plus petite que la ligne

menée

menée dudict poinct, au poinct pris en la circonference. Tiercement soit pris vn autre poinct en la circonferéce entre les extremitez du diametre & d'vne mesme part, & y soyét menées deux autres lignes droictes, l'vne depuis le centre, & l'autre depuis ledict poinct, certainemét par la 15 deffinition, seconde & 9 communes sentences, & par la 24 proposition du premier liure, la ligne menée dudict poinct à l'vn des poincts prins en la circonference, la plus pres de celle qui passe par le centre, sera plus grande que l'autre menée dudict poinct à l'autre poinct pris en la circonference. Quartement soit faict de l'autre part du diametre au cétre, & au costé du rayon qui passe par ledict poinct, vn angle égal à l'vn de ceux qui y sont contenus de l'vn des rayons & de l'entremoyenne, par la 23 proposition du premier liure, & soit menée l'autre ligne ou rayon qui le cótient auec l'vne des pieces du diametre, iusques à la circonferéce, & dauantage par la premiere demande soit menée vne ligne droicte dudict poinct, au poinct ou le nouueau rayon ataint la circonference, certainement par la 15 deffinition, seconde commune sentence & quatre proposition du premier liure, elle sera esgalle à l'autre menée dudict poinct de l'autre part, laquelle soustient l'angle esgal à l'angle nouuellement faict: maintenant ie dis qu'il est imposible mener de la mesme part vne autre ligne esgalle à celle de l'autre part, car par la premiere commune sentence elle seroit esgalle à celle de la mesme part, ce qui est contre la troisiesme partie de ceste proposition, ou bien en menant vn rayon à l'extremité de la troisiesme ligne esgalle, par la 15 deffinition, seconde commune sentence, & 8 proposition du premier liure, l'angle qui est au cétre soustenu, ou eslargi de l'autre menée, seroit esgal à l'angle qui est aussi au cétre soustenu de celle de l'autre part à la quelle elle est égalle, & par ainsi par la premiere commune sentence, il seroit esgal à l'angle faict au centre de sa part par



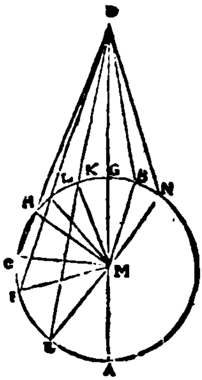
la 23 propoſition, ce qui eſt contre la 9 commune ſentence, ou bien en taiſant l'impoſsible de la 3 partie il y auroit deux lignes droictes eſgalles l'vne à l'autre d'vne part, & l'angle eſgal à l'angle, ce qui eſt impoſsible.

8

Si dehors le cercle ſe prent quelque poinct, & d'iceluy poinct au cercle ſe meinẽt q̃lques lignes droictes, deſquelles l'une certes paſſe par le cẽtre & les autres ou l'on voudra: des lignes droictes menées en la circonference caue, la plus grande certes eſt celle qui paſſe par le centre: & des autres touſiours la plus pres de celle qui paſſe par le centre, eſt plus grande que la plus loing. Mais des lignes droictes tombant en la circonference conuexe, celle certes eſt la plus petite qui eſt interpoſée entre le poinct & le diametre: & des autres celle qui eſt plus pres de la plus petite, eſt touſiours plus petite que celle qui en eſt plus loing. Et deux lignes droictes eſgalles tant ſeulemẽt tombent du meſme poinct à iceluy cercle des deux pars de la plus petite.

FORCADEL.

Car ayant mené dudict poinct iuſques à la circonferẽce caue, deux lignes droictes, dõt l'vne paſſe par le cẽtre, & ayant mené le rayon à l'extremité de celle qui ne paſſe pas par le centre, certainement par la 15 deffinition & 2 commune ſentence, celle qui paſſe par le centre eſt eſgalle à celle qui eſt entre ledict poinct & le centre, & au rayon, & par ainſi par la 20 propoſitiõ du premier liure, & la conuerſe de la premiere cõmune ſentence, celle qui paſſe par le centre, eſt plus grande que l'autre. Secondemẽt, ayãt mené encores vne ligne droicte dudict poinct à vn autre poinct pris en la circonferẽce caue d'vne meſme part, & ayant mené le rayõ à l'extremité d'icelle, certainement par la 15 deffinition, ſeconde & 9 communes ſentences & 24 propoſitiõ du premier liure, la ligne menée dudict poinct la plus pres de celle qui paſſe par le cẽtre ſera plus grande que la plus loingtaine. Tiercement ayant mené vne ligne droicte dudict poinct à la circonference cõuexe, & ayant mené à l'extremité de la menée le rayon par la 20 propoſition du premier liure, la ligne menée & le rayon, ſeront plus grandes que celle qui eſt entre ledict poinct & le centre, & par la 5 commune ſentẽce la ligne interpoſée entre le poinct & le diametre, ſera plus petite que la menée. Quartement ayant mené vn autre ligne droicte dudict poinct à la circonference conuexe, & le rayon comme deſſus, on aura par la ſecõde façõ de demõſtrer la plus loing de celle qui eſt entre ledict poinct & le diametre, plus grande que celle qui luy eſt la plus pres : ou bien par la 21 propoſitiõ du premier liure, & par la 5 commune ſentence, en conſiderant deux triãgles en vne meſme baſe, qui eſt la ligne menée dudict poinct au cẽtre, & l'vn la partie de l'autre & dedans l'autre, touſiours la plus loing, comme nous venons de dire, ſera plus grande que la plus pres. Quintement ſoit faict vn angle au centre, au coſté de la ligne qui eſt entre ledit poinct & le cẽtre de l'autre part, eſgal à l'vn de ceux qui y ſont, par la 23 propoſition du premier liure, & ſoit menée la ligne qui le contient, auec celle qui eſt entre ledict poinct & le centre, iuſques à la circonference, enſemble vne ligne droicte depuis ledit poinct à l'extremité du nouueau rayon, icelle par la 15 deffinition, ſecõde commune ſentence, & 4 propoſition du premier liure, ſera eſgalle à celle qui ſouſtient de l'autre part l'angle eſgal à celuy que la derniere menée ſouſtient. Maintenant ie dis qu'il eſt impoſsible d'vne meſme part, mener dudict poinct à la circonference vne ligne droicte eſgalle à l'autre de l'autre part : car elle luy ſeroit auſsi eſgalle par la premiere commune ſentence, ce qui eſt contre la 2 ou quatrieſme partie de ceſte propoſition : ou bien en menant vne ligne droicte, ou le rayon depuis le centre au poinct, là ou icelle menée toucheroit la circonference,



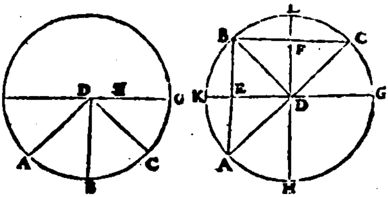
on auroit deux triãgles, l'vn d'vne part, & l'autre de l'autre, de la ligne passant par le centre, desquels par la mesme 15 deffinition & 2 commune sentence, & par la 8 proposition du premier liure, l'angle de l'vn, estant au centre d'vne part, seroit esgal à l'ãgle de l'autre, estãt au centre de l'autre part, & par ainsi par la premiere commune sentence à l'angle de la mesme part estant au cẽtre, ce qui est contre la 9 commune sentence: ou bien en taisant l'impossible de la 2, ou 4 parties, il y auroit deux triãgles d'vne mesme part, desquels les angles au centre seroient esgaux, ce qui est contre la 9 commune sentence.

9

Si on prent quelque poinct au cercle, & d'iceluy poinct au cercle tombent plus de deux lignes droictes esgalles, le poinct pris est le centre d'iceluy cercle.

FORCADEL.

Nous sçauons que les diametres du cercle s'entrecoupent tousiours au centre, & par ainsi le poinct d'ou ils se coupent, est le centre du cercle: car en menãt deux lignes droictes aux extremitez des lignes droictes esgalles sortans dudict poinct par la premiere demande, l'vne de la premiere extremité à la seconde, & l'autre de la seconde à la troisiesme, & diuisant vne chacune des deux lignes, menées par le milieu, par la 10 proposition du premier liure, puis en menant deux autres lignes droictes des fins milieux audict poinct en les menant d'vne part & d'autre à la circonference, par la premiere & 2 demãdes, icelles seront perpendiculaires sur les deux premieres par la 8 proposition du premier liure, & 10 deffinition du mesme, & par le correlaire de la premiere proposition de ce liure, lesdictes lignes passans par ledict poinct, passent par le cētre du cercle, & s'entrecoupans en iceluy, il sera le cētre du cercle: ou bien si ledict poinct n'est pas le centre du cercle, la ligne droicte menée du poinct ou il seroit audict poinct par la premiere demāde, & menée d'vne part & d'autre à la circonference par la seconde demande, icelle seroit le diametre du cercle par la 17 deffinition du premier liure, & par ainsi d'vn poinct estant au diametre du cercle, n'estant par le centre, seroient menées plus de deux lignes droictes esgalles, ce qui est contre les deux dernieres parties de la 7 proposition de ce liure: & certainement en nous disant à la derniere partie de ladicte 7 proposition, que d'vn poinct, n'estant pas le centre du cercle, peuuent tomber au cercle deux lignes droictes esgalles tāt seulement, il y a assez de subiect pour nous faire dire que celuy poinct sera le cētre, duquel tōberōt au cercle plus de deux lignes droictes esgalles.

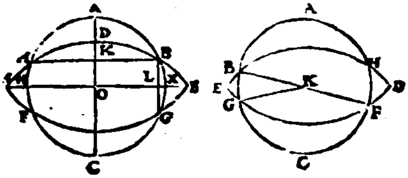


10

Vn cercle ne coupe poinct vn autre cercle en plus de deux poincts.

FORCADEL.

Car en menant deux lignes droictes entre les plus de deux poincts, ou les deux cercles s'entrecouperoyēt, par la premiere demande, vne depuis le premier au second, & l'autre du second au troisiesme, & les diuisant par le milieu par la 10 proposition du premier liure, puis menant à vn chacun milieu vne perpendiculaire par la 11 proposition du premier liure, certainemēt vne chacune des perpendiculaires passera par le cētre des deux cercles par le correlaire de la premiere proposition de ce liure (nous entendons que les centres des deux cercles, seront en vne chacune perpendiculaire) & par ainsi le centre d'vn chacun cercle sera au poinct ou lesdictes perpendiculaires s'entrecouperont, & les deux cercles s'entrecoupans auroyent vn mesme cētre, ce qui est cōtre la 5 proposition de ce liure: Ou bien ayant pris le centre de l'vn des deux cercles par la premiere proposition de ce liure, & mené d'icelluy aux lieux ou aux poincts ou les deux cercles s'entrecoupēt, des lignes droictes par la premiere demãde, certainement par la precedente proposition, le centre de l'vn seroit aussi le centre de l'autre, ce qui est tousiours contre la 5 proposition de ce liure.

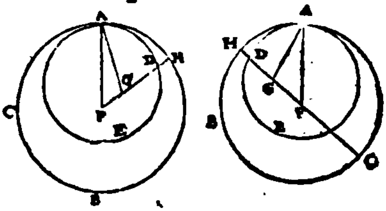


II

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre dedans, & lon prent les centres d'iceux: ayant mené vne ligne droicte à iceux centres & produicte, elle passera par l'atouchement des cercles.

FORCADEL.

Soit le centre du grant cercle dedans ou dehors le plus petit, si la ligne droicte passant par les deux centres, pris par la premiere proposition de ce liure, ne passe pas par le poinct de l'atouchement, soit menée iusques à la circonference du grant cercle d'vne part tant seulement, ou bien des deux pars, & soyent menées deux lignes droictes d'vn poinct ou les cercles se touchent, aux deux cētres par la premiere demãde, certainement par la 20 proposition du premier liure, par la 15 deffinition, seconde & premiere communes sentēces, le rayon du petit cercle, ou qu'il soit, auec la ligne droicte, qui est entre les deux centres, sera plus grand que le rayon du grãt cercle ou qu'il soit, ce qui est contre la 9 commune sentence. Quant doncques les centres des cercles seront en vne mesme ligne droicte, & la circonferēce con-



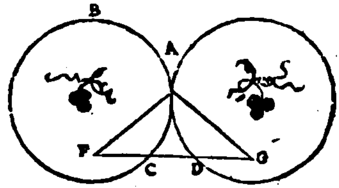
uexe de l'vn, passera par ou passe la circonference caue de l'autre sans se couper, iceux cercles s'entretoucheront dedans.

12

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre dehors, en menant vne ligne droicte depuis les centres d'iceux, elle passera par iceluy atouchement.

FORCADEL.

Ayant pris les deux centres d'iceux par la premiere propositiõ de ce liure, & mené vne ligne droicte de l'vn à l'autre centre par la premiere demande, si elle ne passe pas par l'atouchement, soyent menez deux rayons des deux centres, vn chacun du sien à vn poinct ou les cercles se touchent, & par la 20 proposition du premier liure, & 15 deffinition, ils seront plus grans par tout ou ils seront, que la ligne menée des deux cẽtres, ce qui est contre la 9 commune sentence. Quant dõcques les centres des cercles seront en vne mesme ligne droicte, & la circonference conuexe de l'vn, passera par ou passe la circonference conuexe de l'autre sans se couper, iceux cercles s'entretoucheront dehors.

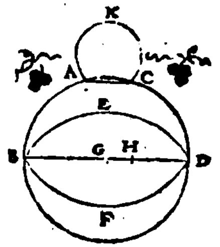


13

Le cercle ne touche point le cercle en plus de poincts qu'vn, soit qu'il le touche dehors ou dedans.

FORCADEL.

Car si vn cercle touche vn cercle dehors & en plus d'vn poinct, la ligne droicte menée depuis deux poincts ou ils se touchent dehors, par la premiere demãde, pourra passer dehors la circonferẽce de l'vn ou de tous deux, ce qui est contre la seconde proposition de ce liure. Et si vn cercle touche vn cercle dedans & en deux poincts en menãt vne ligne droicte de l'vn poinct à l'autre par la premiere demande, icelle passera dedans l'vn & l'autre, par la secō-de proposition de ce liure, & la diuisant par le milieu par la 10 proposition du premier liure, par lequel milieu y faisant passer vne ligne droicte perpendiculaire par la 11 proposition du premier liure, & la menant des deux pars à la circonference du contenāt ou du plus grant, elle passera par les deux cētres des deux cercles par le correlaire de la premiere proposition de ce liure, & par ainsi par la 11 propositiō de ce liure, elle passera par l'atouchement, ce qui est impossible, ou bien ce qu'elle ne fait pas : ou bien si l'vn touche l'autre dedans, & en deux poincts soient prins les centres des deux cercles, par la premiere proposition de ce liure, & soit menée la ligne passant par les centres des deux pars par la 2 demande, certainement elle passera par la ou ils se touchent, ou par l'attouchement par ladicte 11 proposition, & par ainsi par la 15 deffinition & cōuerse de la premiere demāde, le rayō de l'vn, ou qu'il soit, sera plus grant que le rayon de l'autre, ce qui est cōtre la 9 commune sentence : ou bien vne ligne droicte auroit deux fins milieux, ce qui est impossible. Quāt



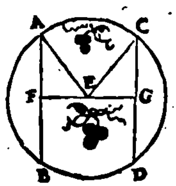
doncques les centres des cercles seront en vne mesme ligne droicte, & la circonferēce de l'vn passera par ou passe la circonferēce de l'autre sans se couper, ils s'entretoucheront en ce poinct là tant seulement.

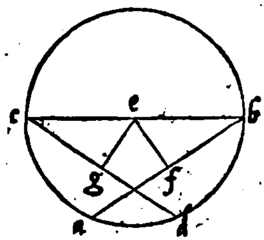
14

Au cercle les lignes droictes esgalles, sont esgallement loing du centre, & celles qui sont esgallement loing du centre, sont esgalles entr'elles.

FORCADEL.

Soit vn cercle *a d b c*, auquel soiēt les lignes droictes *a b*, & *c d*, esgalles entr'elles, ie dis qu'elles sont esgallemēt loing du centre : soit doncques pris le cētre du cercle *a d, b c*, par *b c*, par la premiere propositió de ce liure, & soit iceluy *e*, & d'iceluy poinct *e* soient menées, sur *a b*, & *c d*, par la 12 proposition du premier liure, les perpendiculaires *e f*, & *e g*, l'vne desquelles coupera la ligne *a b* au poinct *f*, & l'autre la ligne *c d* au poinct *g*, en deux pieces esgalles par la seconde partie de la 3 proposition de ce liure, & par ainsi par la 7 commune sentence *f b* sera esgalle à *c g*, & le quarré de la ligne *f b*, sera esgal au quarré de la ligne *c g*: de là soient menez les rayõs *e b*, & *c e*, les quarrés desquels seront esgaux l'vn à l'autre par la 15 deffinition du premier liure &c. & par la 47 propositió du mesme premier liure & par la premiere commune sentence, les quarrez des lignes *b f*, & *f e*, serót esgaux aux quarrez des lignes *c g* & *g e*, & par la 3 commune sentence le quarré de la perpendiculaire *e f* sera esgal au quarré de l'autre perpendiculaire *e g*, & par ainsi la perpendiculaire *e f*, sera esgalle à la perpendiculaire *e g*, d'ou s'ensuiura par la 4 deffinition de ce liure, que les lignes *a b*, & *c d*, serót esgallemét loing du cétre. Mais soient les lignes *a b* & *c d* esgallemét loing du centre, & menées par vne mesme raison les perpendiculaires *e f*, & *e g*, lesquelles seront esgalles par la conuerse de la 4 deffinitió de ce liure, & le quarré de l'vne esgal au quarré de l'autre, & diuiseront tousiours les mesmes lignes en deux pieces esgalles, aussi soiét menez les rayõs mesmes *e b*, & *c e*, par la premiere demande, certainement aussi par la 47 proposition du premier liure, par la deffinition du cercle, & par la premiere commune sentence, les quarrez des lignes *e f*, & *f b*, serót esgaux auxquarrés des lignes *e g*, & *g f*, & par la 3 cõmune sentẽce, le quarré de la ligne *f b*, sera esgal au quarré de la ligne *c g*, & par aĩsi la ligne *f b*, sera esgalle à la ligne *c g*, &





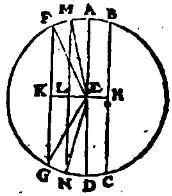
par la 6 commune sentence la ligne *a b*, sera esgalle à la ligne *c d*. Nous pouuons prendre en ceste propositió que si du centre d'vn cercle lon meine deux lignes droictes, l'vne perpendiculaire sur vne ligne estant au cercle, ne passant pas par le centre & l'autre non, en prenant depuis le centre vne piece de la non perpendiculaire esgalle à la perpendiculaire, & faisant passer par le poinct de la soustraction sur la non perpendiculaire, vne ligne droicte à droicts angles, & la menát d'vne part & d'autre à la circonference, icelle sera esgalle à la ligne sur laquelle tombe la premiere perpendiculaire.

15

Au cercle la plus grãde ligne certes est le diametre: mais des autres tousiours la plus pres du cẽtre, est plus grande que la plus loing.

FORCADEL.

En menant les rayons du centre aux extremitez des lignes menées au cercle par la premiere demãde, certainement par la 20 proposition du premier liure, 15 deffinition, seconde & premiere cómunes sentẽces, le diametre sera la plus grande des autres, & par la 15 deffinition, 2 & 9 communes sentẽces, & 24 proposition du premier liure, celle des autres, la plus prochaine du centre, sera plus grande que celle qui en est plus loing.



AVTREMENT.

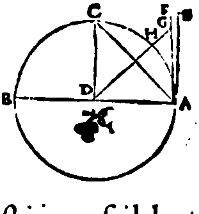
Nous y adiousterons encores ceste demonstration, la perpendiculaire menée du centre du cercle, sur la ligne qui n'y passe pas, la diuisera par le milieu par la 3 proposition de ce liure, & par la 47 proposition du premier liure, le rayon sera plus grant que la moitié de la ligne qui n'est pas le diametre du cercle, & par la 4 commune sentẽce, & à plus forte raison, le diametre du cercle sera plus grant que toute autre ligne droicte estát au cercle. Et de deux lignes droictes estans au cercle, dont l'vne est plus loing du centre que l'autre, il eſt certain par la conuerſe de la 4 deffinition de ce liure, que ſi du centre du cercle ſe meinent deux lignes droictes perpédiculaires ſur leſdictes deux lignes, par la 12 propoſition du premier liure, la perpendiculaire menée ſur la plus loing du cētre, ſera la plus grande, & par la meſme 3 propoſition de ce liure, les perpendiculaires diuiſeront les deux lignes par le milieu vne chacune la ſiéne, & en menant deux rayós du centre, l'vn à l'vne des extremitez de l'vne des lignes, & l'autre auſsi à l'vne des extremitez de l'autre ligne, par la 47 propoſition du premier liure & par la premiere cómune ſentence, le quarré de la moitié de l'vne auec le quarré de ſa perpendiculaire ſera eſgal au quarré de la moitié de l'autre auec le quarré de ſa perpendiculaire, & en ſouſtrayant les quarrez des perpendiculaires, leſquels ſont ineſgaux, vn chacun de ſa part, il reſtera (par la commune ſentence qui dict, que ſi de choſes eſgalles lon ſouſtrait choſes ineſgalles, il reſtera choſes ineſgalles & la plus petite reſtera de la part de la plus grāde choſe ineſgalle) le quarré de la moitié de la plus loing, plus petit que le quarré de la moitié de la plus pres du centre, & par ainſi la plus pres du centre ſera plus grande que la plus loing. Mais pource qu'en la premiere demonſtratió nous auons pris toutes les lignes au cercle de l'vne part du diametre, ſi l'vne des lignes eſtoit d'vne part, & l'autre de l'autre part, il faudroit tranſporter l'vne de la part de l'autre, par la precedente propoſitió &c. Il eſt certain auſsi, que ſi des extremitez d'vne ligne droicte eſtant au cercle lon meine deux diametres, & des extremitez d'iceux ló meine vne ligne droicte, icelle ſera eſgalle & parallele à l'autre, & ſeront eſgallement loing du centre.

16

Celle ligne droicte menée à droicts angles à l'extremité du diametre de quelque cercle, tombera dehors iceluy cercle, & au lieu cótenu entre icelle ligne droicte, & la circonference ne tombera pas *vn'autre ligne droicte, & l'angle du demy cercle est plus grãt que tout angle rectiligne poinctu, & celuy qui reste plus petit.*

FORCADEL.

Car si elle tomboit dedans le cercle, en menãt le rayon du centre au poinct ou elle couperoit la circonference par la premiere demãde, lon se feroit vn triangle, duquel les angles qui se feroyent en la ligne droicte menée, seroyẽt esgaux entr'eux par la premiere partie de la 5 proposition du premier liure, & par ainsi ils seroyẽt droicts par la conuerse de la 10 commune sentence, ce qui est contre la 32 proposition du premier liure: la perpendiculaire menée doncques tombera dehors le cercle. Et si entre icelle & la circonference on pouuoit mener vne ligne droicte de ladicte extremité, la perpendiculaire menée du centre sur la nouuellement menée, trapasseroit la circonferẽce d'vne part ou d'autre du diametre, comme ne pouuant pas tomber sur la mesme extremité du diametre, là ou les deux lignes droictes se coupent, il s'y feroit doncques vn triãgle rectãgle par la 27 deffinitiõ du premier liure, & par la 19 propositiõ du premier liure, le rayõ ou qu'il feust, seroit plus grãt que la perpẽdiculaire, ce qui est contre la 9 cõmũne sentence. Maintenant ie dis que l'angle du demy cercle est plus grant que tout angle rectiligne poinctu, c'est à dire, que le plus grant angle rectiligne poinctu, & que l'angle de l'autouchement est plus petit que tout angle rectiligne poinctu, c'est à dire, qu'il est plus petit que le plus petit angle rectiligne poinctu, car si l'angle du demy cercle, n'est pas plus grant que le plus grant angle rectiligne poinctu, en metant le plus grant angle rectiligne poinctu au costé du diametre, & au poinct mesme là ou tombe la perpẽdiculaire par la 23 propositiõ du premier liure, il y auroit vne ligne droicte qui passeroit entre la perpendiculaire & la circonferẽce, ce qui est impossible: & si l'angle restant ou l'angle de l'atouchement, n'est pas le plus petit, ou plus petit que le plus petit angle rectiligne poinctu, en me tãt le plus petit angle rectiligne poinctu au costé de la perpendiculaire vers le cercle & au mesme poinct, par la mesme proposition, n'y auroit il pas vne ligne droicte entre la perpẽdiculaire & la circonference par la 9 commune sentence, ce qui est impossible.

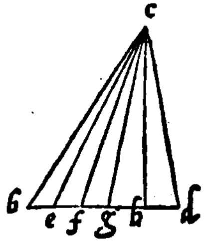


CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste qu'vne ligne droicte menée à l'extremité du diametre du cercle à droicts angles touche iceluy cercle, & qu'vne ligne droicte touche vn cercle en vn poinct tant seulement, car il est demonstré en la 2 proposition de ce liure, que la ligne droicte menée de deux poincts, estans en la circonferẽce, tombe dedans iceluy cercle. Nous pouuons aussi prendre en ceste proposition que si vne ligne droicte passant par l'vne des extremités du diametre du cercle, passe dehors la circonference, elle sera perpendiculaire sur ladicte extremité (car elle touche le cercle par la seconde deffinition de ce liure) sinon la perpẽdiculaire menée à ladicte extremité par la 11 proposition de ce liure, tombant entre ladicte ligne & le diametre, & menée de l'autre part par la seconde demande, ou bien si ladicte ligne demeure entre la perpendiculaire & le diametre, il aduiẽdra le contraire de la seconde partie de ceste proposition. Nous y pouuons aussi prendre que la ligne droicte touchant vn cercle, touchera aussi tous les cercles qui auront leurs centres au diametre d'iceluy cercle, à l'extremité, duquel tombe ou passe la touchante, ou qui auront leurs centres à la ligne droicte passant par ledict diametre menée tant qu'on voudra de l'autre part, ou vers l'autre extremité, ayans toutesfois les extremitez des rayons par la force desquels ils sont descrits au poinct ou extremité du diametre par ou passe la ligne qui touche, ou biẽ quãt leurs circonferences passent par le poinct de l'atouchement.

Et en ceste proposition ont commencé les descriptions des figures rectilignes dehors, ou à l'entour d'vn cercle.

Il nous faut prédre d'icy cela que nous auons demonstré ailleurs, que le plusieurs fois de l'angle de l'atouchement tel qu'on voudra, n'excedera iamais quelque angle rectiligne poinctu que ce soit, voire tant petit soit il, cóme si l'angle de l'atouchement est *a*, & l'angle poinctu rectiligne est *b c d*, soustenu, porté, ou eslargi de la ligne *b d*, en laquelle, si ie prens quatre fois l'angle de l'atouchement, il me sera loisible d'y prendre 4 poincts, comme en *e f g h*, & y mener quatre lignes de l'angle rectiligne ou poinct *c*, par la premiere demande qui seront *c e*, *c f*, *c g*, & *c h*, & me diuiseront l'angle rectiligne en 5 pieces ou angles rectilignes, vn chacun desquels sera plus grát que l'angle de l'atouchement par la derniere partie de ceste proposition, & à plus forte raison l'angle rectiligne *b c d*, sera plus grant que 4 angles de l'atouchement, &c.



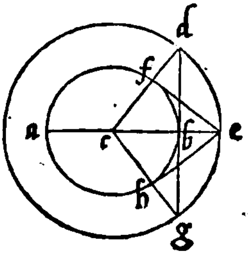
17

Du poinct donné mener vne ligne droicte, qui touche le cercle donné.

FORCADEL.

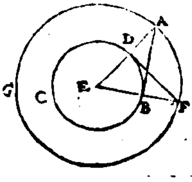
RESOLVTION.

Du cercle *a f b h*, le centre soit *c*, par la premiere proposition de ce liure, & le diametre *a c b*, par la 17 deffinition du premier liure, & à l'extremité *b*, soit menée la perpendiculaire *d b*, par la 11 proposition du premier liure, touchant ledict cercle par le correlaire de la precedente proposition: dela soit le diametre *a b*, mené vers *b*, iusques à *e*, par la 2 demande, & à l'entour du centre *c*, de la grandeur de la ligne *c e*, soit descrit le cercle *d e g*, par la 3 demande coupant la perpédiculaire au poinct *d*, duquel ou depuis lequel soit mené le rayon *c f d*, coupant le premier cercle au poinct f : depuis lequel menant par la premiere demande, la ligne droicte f e, elle touchera le premier cercle par le correlaire de la precedente proposition, car les rayons e c, & c f, seront esgaux aux rayons c d, & c b, par la 15 deffinition vn chacun au sien, & l'angle c, à l'angle c, par la 8 commune sentence, & par ainsi par la 4 propositiõ du premier liure, l'angle e f c, sera esgal à l'angle c b d, qui est droict, & par ainsi il sera droict par la conuerse de la 10 commune sentence, & la ligne e f, sera perpẽdiculaire à l'extremité du diametre du cercle f b h, passant par le rayon f c : & en menãt la perpendiculaire d b, iusques à la plus grande circonference en g, & menant le rayon c h g, & l'autre touchant la plus petite circonferẽce e h: voyez la resolution de deux lignes droictes tant seulement, l'vne d'vne part & l'autre de l'autre part de la ligne droicte, qui est menée d'ũ poinct hors le cercle passant par le centre, cõme du poinct e, par le centre c, lesquelles toucheront le cercle a f b h.



COMPOSITIOM.

Il faut prendre le centre du cercle donné par la premiere proposition de ce liure, & y mener du poinct donné, vne ligne droicte par la premiere demãde, puis à l'entour du centre il faut descrire vn cercle de la grãdeur de la ligne menée par la 3 demande, & au poinct ou la ligne menée, coupe la circonference du plus petit cercle, il y faut mener vne perpendiculaire sur icelle ligne par la 11 proposition du premier liure, & du poinct ou la perpendiculaire coupe la circonference, ayant mené vne ligne droicte au centre : la ligne droicte menée du poinct donné au poinct ou la derniere ligne menée coupe le plus petit cercle sera la li-



gne demandée touchant le cercle par la 15 deffinition, 4 propoſition du premier liure, la conuerſe de la 10 commune ſentence, & par le correlaire de la precedente propoſition.

18

Si vne ligne droicte touche vn cercle, & du centre à l'atouchement eſt menée vne ligne droicte, la menée ſera perpendiculaire à l'atouchante.

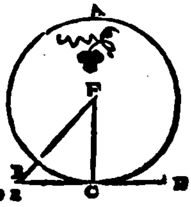
FORCADEL.

RESOLVTION.

Certainement quant en la precedente reſolution la ligne *d b*, eſt perpendiculaire au diametre *a b*, auſsi eſt elle au rayon *c b*, & le rayon *c b*, à la touchante *d b* eſt perpendiculaire eſtant menée du centre *c*, au poinct de l'attouchement *b*.

COMPOSITION.

Car ſi elle n'y eſt pas perpendiculaire, ſoit du centre du cercle mené vne perpendiculaire à la touchante, ou ſur celle qui touche le cercle par la 12 propoſition du premier liure, laquelle trapaſſera la circonferẽce, & par la 32 & 19 propoſitions du premier liure & 15 deffinition le rayon ſeroit plus grant que la perpendiculaire, ce qui eſt contre la 9 commune ſentence: ou bien la menée du centre au point de l'attouchement, ne faiſant pas les ãgles eſgaux, elle les fera ineſgaux, dont le plus petit eſtant poinctu par la 12 deffinition du premier liure, ſeroit plus grant que l'angle du demy cercle, ce qui eſt contre la 16 propoſition de ce liure.



Par ceſte propoſition, quant vne ligne droicte & vn cercle ſ'entretouchent, nous pouuons trouuer le poinct de l'attouchement en menant vne perpendiculaire du centre du cercle à la ligne qui le touche par la 12 propoſitiõ du premier liure.

19

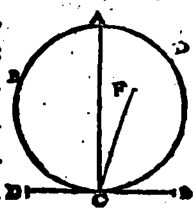
Si vne ligne droicte touche vn cercle, & on meine de l'attouchement à la touchante vne ligne droicte à droicts angles, le cẽtre du cercle sera en la menée.

FORCADEL.

En la resolution de la 17 proposition, lon voit que le diametre *a b*, est perpendiculaire sur la ligne *d b g*, au poinct de l'attouchement *b*.

COMPOSITION.

Car si la perpendiculaire menée du poinct de l'attouchement sur la ligne qui touche le cercle, par la 11 proposition du premier liure, & menée de l'autre part iusques à la circonference, n'est pas le diametre du cercle, le cẽtre du cercle sera en quelque autre endroit, ou en quelque autre poinct au cercle, duquel ayant mené vne ligne droicte audict poinct de l'attouchement, elle sera aussi perpendiculaire sur la ligne qui touche le cercle, par la precedẽte propositió, & par ainsi il y auroit ou y entreuiendroient deux perpendiculaires sur vne ligne à vn mesme poinct, ce qui est impossible.

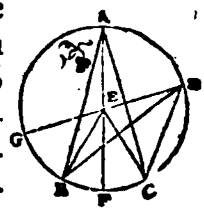


20

Au cercle l'angle du centre est double à l'angle qui est en la circonference, quant iceux angles ont pour base vne mesme circonference.

FORCADEL.

Premierement quant les rayons qui contiennent l'angle du centre sont bien dedans entre les lignes droictes qui contient l'angle de la circonferẽce, par la 21 proposition du premier liure, l'angle du centre est plus grant que l'autre, & en menant vne ligne droicte de l'angle à l'angle, & plus oultre vers le centre par la premiere & 2 demãdes, on aura diuisé l'vn & l'autre angle en deux angles, mais le double de l'vn qui est en la circonferẽce, est esgal à l'vn qui est au centre de la mesme part, par la 15 deffinition, premiere partie de la 5 proposition du premier liure, la premiere partie de la 32 propositió du mesme & par la premiere commune sentence, aussi est bien le double de l'autre de la circonference esgal à celuy qui est au cētre de sa mesme part par vne mesme raison: dócques par la 2 commune sentence le double de tout celuy qui est à la circóferéce, est esgal au double de tout celuy qui est au centre, & par la cóuerse de la 6 commune sentēce, tout celuy qui est au centre est double à tout celuy qui est en la circonference. Secondemét quant l'vne des lignes droictes qui contiennent l'angle en la circonference passe par l'vn des rayons qui contiennent l'angle au centre, certainemét par la 16 proposition du premier liure & par la 32 aussi, l'angle du centre est plus grāt que l'angle qui est en la circonference, car il est esgal au double de celuy qui est en la circonference par la 15 deffinition, la premiere partie de la 5 proposition du premier, la 32 propositió, & par la premiere commune sentence, doncques par la 6 commune sentence, l'angle du centre sera double à l'angle de la circonference. Tiercement quant l'vne des lignes droictes qui contiennent l'angle en la circonference coupe l'vn des rayons qui contiennent l'angle au centre, certainement en menāt vne ligne droicte de l'angle à l'angle & plus oultre vers l'angle du centre, par la premiere & 2 demandes, l'angle contenu du rayon coupé, & de l'vne des lignes non coupés qui contiennent l'angle en la circonference, est plus grant que l'angle contenu de la ligne qui coupe le rayon & la ligne menée de l'angle à l'angle par la 15 deffinitió, premiere partie de la 5 propositió du premier liure, 9 commune sentence, & la conuerse de la premiere commune sentence, & par ainsi il est plus grant que l'angle cótenu du rayon non coupé & de la ligne qui coupe l'autre rayon: Mais l'angle qui est en la circonference auec



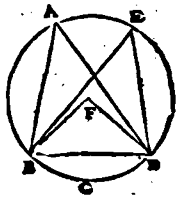
l'angle contenu du rayon coupé & de ladicte ligne entiere, est esgal à l'angle du centre auec l'angle contenu du rayon nó coupé & de la ligne qui coupe l'autre rayon par la 32 propolition du premier liure, & par la premiere commune sentence, doncques par la 5 commune sentence l'angle du centre sera plus grant que l'angle qui est en la circonference. Il reste maintenant à monstrer qu'il est double à l'autre, en ceste sorte: l'angle qui est cótenu de la partie de la ligne menée plus oultre & du rayó coupé est esgal au double de l'ãgle qui est cótenu de la ligne menée mesme, & de ladicte ligne entiere par la 32 proposition du premier liure, 15 deffinition, premiere partie de la 5 proposition du mesme liure, & premiere commune sentence, mais l'angle cótenu de la partie plus oultre de la ligne menée & du rayon nó coupé, par vne mesme raison est esgal au double de l'angle contenu de la ligne menée, & de celle qui coupe le rayó, & par ainsi par la 3 cómune sentence l'angle du centre restera esgal au double de l'angle qui est en la circonference, il luy sera dócques double par la conuerse de la 6 commune sentence. C'est ceste propositió icy en laquelle est toute la force de la reduction des angles du centre en la circonference, & des angles en la circonference au centre, de laquelle l'vsage en est tresgrant en l'Almageste de Ptolomée, & d'icelle nous en escrirós cela qui nous en est icy necessaire, en la 26 proposition suiuante.

21

Au cercle les angles qui sont en vne mesme section, sont esgaux entr'eux.

FORCADEL.

Car en prenant le centre du cercle par la premiere proposition de ce liure, & menant d'iceluy aux extremitez de la base de la section, deux lignes droictes, vn chacun angle qui sera en icelle sectiõ, sera la moitié de celuy qui est au centre par la precedente proposition, & par ainsi par la 7 commune sentence, vn chacun sera esgal à vn chacun, & par la premiere commune sentence ils seront esgaux entr'eux. Et de là s'ensuiura la conuerse, que si plusieurs angles esgaux sont eslargis d'vne mesme ligne droicte en vne mesme part, la circonferẽce du cercle qui passera par les deux angles de la base, & par l'vn des angles esgaux, passera aussi par les autres angles, sinon par ceste proposition & par la premiere commune sentence le plus petit angle seroit esgal à celuy qui luy seroit plus grant par la 21 proposition & aussi par la 16 du premier liure, ce qui seroit contre la 9 commune sentence. Dauantage Euclide en la 45 proposition de la perspectiue, prent de ceste proposition qu'vne mesme chose demeurãt ferme, se peut voir de mesmes, en plusieurs endroicts.

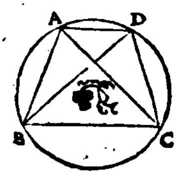


22

Les angles opposez des figures de quatre costez descrites aux cercles : sont esgaux à deux droicts.

FORCADEL.

Car en menant deux lignes droictes de l'angle à l'ãgle de la figure, de quatre costez, certainement par la 8 commune sentence l'vn des quatre angles sera esgal aux deux angles esquels il est diuisé, lesquels par la precedente proposition, & 2 commune sentence, sont esgaux aux deux angles contenuz de la ligne droicte qui soustient ledict angle, & des deux lignes droictes qui contiennẽt l'angle de la figure qui luy est opposé, & par la seconde commune sentence, ledict angle & son opposé serõt esgaux aux trois angles dedans du triangle qui est contenu des deux lignes droictes qui contiennent l'angle opposé, & de la ligne droicte qui soustiét les deux angles opposez, mais les trois angles d'vn triangle sont esgaux à deux droicts par la 32 proposition du premier liure, doncques par la premiere commune sentéce les deux angles opposez seront esgaux à deux droicts. Mais prenons icy en passant que si l'vn des angles d'vne figure de quatre costez descrite en vn cercle, est esgal à l'vn des angles d'vn autre figure de quatre costez descrite en vn cercle, certainemét l'angle opposé estant en l'vne figure, sera esgal à l'angle opposé estant en l'autre par ceste proposition, par la premiere & troisiesme cõmunes sentences: Aussi nous prédrós en ceste propositió, que s'il y a deux cercles descrits à l'entour d'vn mesme poinct ou centre, les circonferences de leurs secteurs ayans vn angle commun seront semblables: car les angles des circonferéces serót esgaux par la 20 proposition de ce liure, & par la 7 commune sentence: & par ceste proposition & la derniere deffinition de ce liure, lesdictes circonferences seront semblables, & par cela lon a peu sçauoir combien de chemin respont à vn degre d'vn grant cercle.

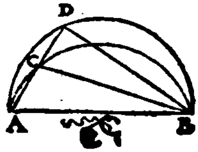


23

Dessus vne mesme ligne droicte, deux sections de cercles semblables & inesgalles ne se mettront pas d'vne mesme part.

FORCADEL.

Car si elles sont inesgalles, la circonference de l'vne section ne s'accommodera pas auec la circonferéce de l'autre, & si elles estoient semblables ayant pris vn poinct en l'vne sectió & vn poinct en l'autre, & mené deux lignes droictes d'vn chacun poinct aux extremitez de la ligne droicte qui est la base des sections, par la premiere demãde, on se sera faict deux angles esgaux ausdicts poincts par la conuerse de la derniere deffinition de ce liure, ce qui est impossible: car si l'vn n'y l'autre des costés qui cótiennent l'vn des angles, n'a rien de commun, n'y n'est coupé de l'vn ou de l'autre costé, qui contiennent l'autre angle, l'vn d'iceux angles sera plus grant que l'autre par la 21 proposition du premier liure, & si l'vn des costez, qui contiennent l'vn des angles, passe par l'vn des costez qui contiennent l'autre angle, certainement par la 16, ou 32 propositiõs du premier liure, l'vn des angles sera plus grant que l'autre: & si l'vn des costez qui contiennẽt l'vn des angles coupe l'vn des costez qui contiennent l'autre, ayant mené vne ligne droicte du poinct ou l'vne des circonferences est coupée à l'extremité de la ligne droicte, qui est la base des sections, certainement par les mesmes 16 ou 32 propositions, la 21 proposition de ce liure, & conuerse de la premiere commune sentẽce, tousiours l'vn desdicts angles seroit plus grant que l'autre, ce qui est contre la 9 cõmune sentence.

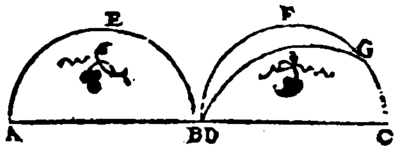


24

Les sections des cercles semblables, dessus les lignes droictes esgalles, sont esgalles entr'elles.

FORCADEL.

Car la base de l'vne section s'accommodera bien auec la base de l'autre par la conuerse de la 8 commune sentence, & cela estant faict semblablement, c'est à dire, d'vne mesme part, certainemẽt la circonference de l'vne section s'accommodera auec la circonference de l'autre, & par ainsi par la 8 commune sentence les circonferences des sections, & aussi les sections seront égalles entr'elles: car si la circonference de l'vne ne s'accõmodoit pas auec la circonference de l'autre, l'vne circonference passant dessus ou dessoubs l'autre, les sectiõs semblables seroient en vne mesme ligne & en vne mesme part, voire & inesgalles par la 9 commune sentence, ce qui est cõtre la precedente propoſition, & ſi l'vne circonference coupoit l'autre, certainement deux cercles ſ'entrecouperoyent en plus de deux poincts, ce qui eſt contre la 10 propoſition de ce liure.



25

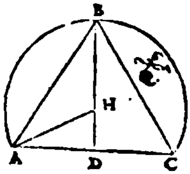
Ayant donné la ſection du cercle, deſcrire le cercle duquel elle eſt la ſection.

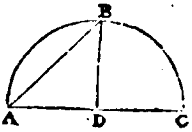
FORCADEL.

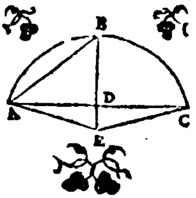
Il faut deſcrire vn cercle à l'entour d'vne chacune extremité de la ligne droicte qui eſt la baſe de la ſection, de la grãdeur plus grande que la moitié d'icelle ligne droicte par la 3 demande, & la ligne droicte menée des deux poincts ou les deux cercles ſ'entrecoupent, coupera la baſe de la ſection par le milieu par la 10 propoſitiõ du premier liure, & luy ſera enſemblément perpẽdiculaire par la 10 deffinition du premier liure, ou par la 11 propoſition du meſme liure, & paſſera par le cẽtre du cercle par le correlaire de la premiere propoſition de ce liure: de là il faut mener vne ligne droicte de l'vne des extremitez de la baſe de la ſection au poinct ou la perpendiculaire coupe la circonference de la ſection, il eſt certain que les angles rectilignes qui ſe ferõt au coſté de la ligne menée de l'extremité de la baſe audict poinct de la circonference, ſeront eſgaux entr'eux ou ineſgaux, ſ'ils ſont eſgaux entr'eux, par la 6 propoſition du premier liure, la partie de la perpendiculaire eſtant entre la circonference & la baſe, ſera eſgalle à la moitié de la baſe, & par la premiere commune ſentence à l'autre moitié, & par la 9 propoſition de ce liure le ſin milieu de la baſe ſera le centre du cercle, à l'entour duquel deſcriuant vn cercle de la quantité de l'vne des trois lignes eſgalles, la circonference d'iceluy paſſera par les extremités des autres, & par toute la ſection, ou bien leſdicts angles eſtans eſgaux l'vn à l'autre, la ſection propoſée ſera la moitié du cercle par la 6 propoſition du premier liure, & par la 7 propoſitiõ de ce liure &c. mais ſi les angles qui ſont au coſté de ladicte ligne menée ſont ineſgaux, & le plus petit eſt contenu de la ligne menée & de la baſe, alors la ſection propoſée ſera plus petite que la moitié du cercle par la 19 propoſitiõ du premier liure, & par la 7 propoſition de ce liure: ſoit donc faict à l'extremité de la ligne menée, ou ſera le plus petit angle de la part dedans vn angle eſgal au plus grãt, par la 23 ꝑpoſitiõ du premier liure, & là ou la ligne droicte qui le cõtiẽdra auec la ligne menée, coupera la perpẽdiculaire, là ſera le cẽtre du cercle, car par la meſme 6 propoſition la ligne droicte qui ſera entre la circonference & le poinct du coupement, ſera eſgalle à la ligne contenant l'angle nouueau auec la menée, depuis l'extremité de la menée audict poinct, laquelle eſt eſgalle par la 4 propoſition du premier liure, à celle qui eſt menée du poinct du coupemẽt à l'autre extremité de la baſe, doncques par la 9 propoſitiõ de ce liure, ledict poinct du coupement ſera le centre du cercle, &c. Mais ſi le plus petit angle eſt contenu de la ligne menée & de la perpendiculaire, il eſt certain par les meſmes propoſitions que la ſection propoſée, ſera la plus grande ſection du cercle, & à lors il faudra leuer du plus grãt angle au coſté de la menée, & de la part dedans vn angle eſgal au plus petit par la meſme 23 propoſitiõ, & là ou la ligne qui le ſouſtrait en coupera la perpẽdiculaire, là ſera auſsi le cẽtre du cercle par vne meſme façon de faire. Nous voyons auſsi qu'en la premiere ſorte la ſection ſera la moitié du cercle par la 17 & 18 deffinitions du premier liure, en la ſeconde la ſection ſera plus petite que la moitié, & en la troiſieſme ſorte, la ſection ſera plus de la moitié, car le centre du cercle eſt touſiours en la baſe de la ſection qui eſt la moitié du cercle, il eſt dedãs la ſection qui eſt plus grãde

que la

que la moitié, & est dehors ou n'est iamais en la section du cercle qui est plus petite que la moitié. Si on nous dict doncques que la section du cercle est la moitié du cercle, en prenant la moitié de la ligne droicte qui est la base de la section par la 10 proposition du premier liure, on aura le cētre du cercle, dont le rayon sera l'vne des moities de la base par la 15 deffinition du premier liure, & si la section proposée est plus petite que la moitié en diuisant la base de la section par le milieu, & y menāt ensemble la perpendiculaire, puis menant vne ligne droicte de l'extremité de la base au poinct ou la circonference est coupée de la perpendiculaire, certainement par le correlaire de la premiere proposition de ce liure, par la 7 proposition de ce liure, & par la 18 propositiō du premier liure, l'angle contenu de la menée & de la base, sera plus petit que l'autre, &c. Mais si la section proposée est plus grande que la moitié, certainement ayant diuisé la base par le milieu, &c. l'angle contenu de la menée & de la base, sera par vne mesme raison plus grant que l'autre, &c. Aussi si lon prent en la circonference de la section trois poincts, & on meine vne ligne droicte du premier au second, & vn autre du second au troisiesme par la premiere demāde, puis on diuise l'vne & l'autre ligne par le milieu, & meine lon par les milieux les perpēdiculaires sur icelles ensemblément, par la 10 proposition du premier liure, & par la 11 proposition du mesme, certainement par le correlaire de la premiere proposition de ce liure, vne chacune perpendiculaire passera par le cētre du cercle, & par ainsi le poinct ou icelles perpendiculaires s'entrecouperont, sera le centre du cercle : le mesme aduiendra en faisant cela mesmes de deux lignes droictes menées de deux poincts diuers pris deux fois en la circonference de la section, mais si les perpendiculaires se trouuēt en vne mesme ligne, icelle sera le diametre du cercle estant menée d'vne part & d'autre à la circonference, par la 17 deffinition du premier liure: & par ainsi son milieu sera le centre du cercle, & s'il n'y a poinct assez de circõference de la section pour l'accommoder dedans le cercle, lon pourra trouuer son milieu par vne troisiesme ligne menée & diuisée semblablement, dont la perpendiculaire passant par le milieu, ne passera pas par les milieux des autres : si doncques on descrit vn petit cercle à l'entour d'vn poinct qui est, ou qui soit en la circonferẽce de la section, & deux cercles de la mesme grandeur à l'entour des deux poincts ou le premier cercle coupe ladicte circonference, les deux lignes droictes menées des poincts ou les derniers cercles coupent le premier se yront trouuer au cẽtre du cercle demandé, car elles couperont par le milieu les deux rayons du premier cercle, & vne chacune sera perpẽdiculaire au sien. Et l'inuentiõ de ce centre icy est nommée des Architectes, l'inuẽtiõ du poinct perdu: d'auantage par ceste propositiõ on pourra sçauoir la grãdeur de quelque partie de baston cachée & mise en lieu ou le baston puisse estre appuyé, comme en l'eaue ou autre lieu, en ayant la partie dehors, car par le moyẽ de la cyme ou extremité dehors, on se peut descrire vne partie de circonference du cercle, ou vne section dont tout le baston sera le rayõ, & par icelle ayant trouué le rayon par ceste proposition, la difference d'iceluy à la partie dehors sera esgalle à la partie dedans, par la 3 commune sentence.







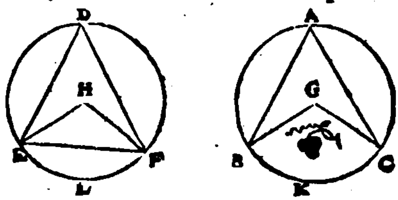
Par ceste proposition aussi sont descrits en l'Astrolabe les arcs des heures inesgalles &c. dont est venue vne question que vulgairement lon fait la ou lon demande, de faire passer vne circoferece de cercle par trois poincts semez n'estans pas en vne mesme ligne droicte. En ceste proposition aussi est enclose la resolutio de la cinquiesme proposition du 4 liure.

26

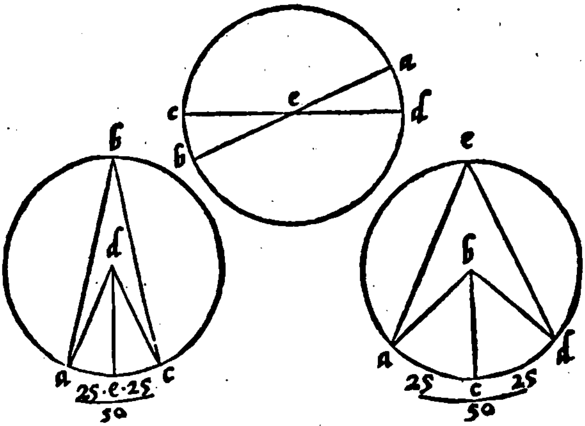
Aux cercles esgaux, les angles esgaux s'appuyẽt dessus des circonferences esgalles, soit qu'ils s'appuyent estans constituez aux cẽtres, ou aux circonferences.

FORCADEL.

Car si les angles estans aux cẽtres sont esgaux entr'eux, par la conuerse de la premiere deffinition de ce liure, par la 15 deffinition & par la 4 propositio du premier liure, les lignes droictes menées des extremitez des rayons, serõt esgalles entr'elles, & d'auantage en prenãt vn poinct en vne chacune circonference de la plus grande section, & menant deux lignes droictes aux extremités des rayõs par la premiere demande, les angles qui seront aux sections seront esgaux entr'eux, par la 20 proposition de ce liure & par la 7 commune sentence, & par ainsi par la derniere deffinition de ce liure, les sections ou portions des cercles seront semblables, & par la 24 proposition de ce liure les sections seront esgalles entr'elles, & par la 3 commune sentence la reste sera esgalle à la reste, & par la 8 commune sentence, la circonference à la circonference: mais si les angles en la circonference sont esgaux entr'eux, certainemẽt par la derniere deffinitio de ce liure, les sections des cercles seront semblables, & en prenant les centres des cercles par la premiere proposition de ce liure, & menant d'iceux cẽtres aux extremitez des lignes droictes qui contiennẽt les angles esgaux les rayõs, puis apres les lignes droictes des extremitez des rayons, certainement par la 20 propositio de ce liure, & par la 6 cõmune sentence, les angles du centre seront esgaux entre eux, & aussi les lignes droictes qui sont les bases des sectiós serót esgalles entr'elles par la mesme 15 deffinitió & 4 proposition & par la 24 propositió, la section à la section, & par la 3 cómune sentéce la reste à la reste. Nous pouuons dire aussi que iamais les grandes sections, ne seront semblables que les petites ne le soient aussi, par la mesme derniere deffinition (car en menant d'vn poinct pris en la circonference cheuauchée, deux lignes droictes aux extremitez des lignes droictes qui contiénent l'angle en la circonference,



l'on aura descrit dedans vn chacun cercle vne figure de quatre costés) & par ainsi par vne mesme raison la circóference cheuauchée de l'vn des angles esgaux, sera esgalle à la circonference cheuauchée de l'autre des angles esgaux : & de là s'ensuict que les angles inesgaux aux cercles esgaux cheuauchét, ou se soustiennét ou s'appuyent en des circonferences inesgalles. En ceste proposition il nous faut prendre en premier lieu, que d'autant que l'vn des poles du móde est esleué sur vn orizon oblique, d'autant l'autre est abbaisse soubz le mesme orizó, soit le cercle de midy dudict orizó *a b c d*, le pole arctique *a*, & l'ántarctique *b*, l'axe du monde soit le diametre du cercle de midy *a e b*, & le diametre dudict orizó oblique *c e d*, iceux deux diametres se coupent au centre du monde *e*, c'est à dire au centre du cercle de midy, & par la 15 propositió du premier liure l'ágle *a e d*, est esgal à l'angle *c e b*, & par ainsi par ceste proposition larc ou circonference *a d*, sera esgalle à la circonference *c b*. mais voyons que cela qui se dict en ceste proposition des cercles esgaux, s'entent de cela mesmes en vn mesme cercle, car au cercle *a b c d*, no^9^ y pouuons considerer deux cercles esgaux *d b c a*, & *c a d b*, par la 8 commune sentence, &c. En prenant *c d*, pour le diametre du monde, & *b a*, pour le diametre du cercle des signes, s'entrecoupās au centre du monde *e*, lō prouuera par mesme moyen, que la distance du pole du monde arctique à l'ū pole du zodiac, est esgalle à celle de l'autre pole à l'autre pole. C'est ceste proposition aussi qui nous enseigne auec la 20 proposition de ce liure que l'āgle de la circonference estant mis au centre, cheuauche la moitié de la circonference qu'il cheuauchoit, & l'āgle du cētre estant mis en la circonference cheuauche le double de la circonference qu'il cheuauchoit en ceste sorte: soit en la circonference du cercle *a b c*, l'angle rectiligne *a b c*, & le centre du cercle soit *d*, par la premiere proposition de ce liure, duquel soiēt menés les rayons *d a*, & *d c*, par la premiere demāde, & l'angle du centre *a d c*, soit diuisé en deux esgallemēt par la 9 proposition du premier liure en l'angle *a d e*, & en l'āgle *e d c*. Il est certain par ceste proposition que la circonference *a e*, sera esgalle à la circōference *e c*, & que l'vn d'iceux angles ou vn chacun d'iceux *a d e*, ou *e d c*, serōt esgaux à l'angle *a b c*, par la 20 proposition de ce liure & par la 7 commune sentence, & que la circonference *a e*, ou *e c*, qu'il porte au centre est la moitié de la sienne, c'est à sçauoir *a c*, qu'il portoit en la circonference. De là soit le centre du cercle *a e d*, par la mesme premiere proposition *b*, duquel soient menez les rayōs *b a*, & *b c*, & au costé du rayon *b c*, au poinct ou extremité ou centre *b*, soit mis l'angle *c b d*, esgal à l'angle *a b c*, par la 23 proposition du premier liure, il est certain par ceste proposition que la circonference *a c*, sera esgalle à la circonference *c d*, & que la circonference *a d*, sera double à la circonference *a c*, & si du poinct *e*, estant en la circonference du cercle, se meinēt les lignes droictes *e a*, & *e d*, par la mesme 20 proposition, & par la 7 commune sentence l'angle *a e d*, sera esgal à l'angle *a b c*, & portera estant en la circonference le double de ce qu'il portoit estant au centre, & c'est cecy que ceux qui estudient les liures de l'Almageste de Ptolomée doibuēt auoir en main en preuoyant que la propre cause pourquoy l'angle du centre est double à l'angle de la circonferéce, est que cóme il soit ainsi qu'ayant pris trois poincts en la circonferéce d'vn cercle, & mené du premier au secód vne ligne droicte, vne ligne droicte du secód au troisiesme, & vne ligne droicte du troisiesme au premier, on aura descrit dedans le cercle vn triangle duquel les angles dedás, valét deux angles droicts par la 32 proposition du premier liure, & par ainsi il se voit que deux angles droicts en la circonference portent toute la circonference. mais nous auons veu au premier liure, comme en la 13 & 32 propositions que quatre angles droicts au centre, portent aussi toute la circonferéce: de là s'ensuit que les angles esgaux entr'eux porteront moins au centre qu'en la circonferéce, pource qu'ils sont plus au cétre, & porteront plus en la circonference, pource qu'ils sont moins en la circóference, & de là est prise vn'autre reciprocatió: car si on me dit qu'vn angle en la circonference cheuauche 30 degrez, & on me demande combien il cheuauchera au cétre, au lieu de dire quant 2 donnent 30 combien 40, il me faut dire quant 4 font l'office de 2 à combien viendront 30, & il en viendra 15: & si on me dit qu'vn angle au cétre cheuauche 30 degrez, & on veut sçauoir combié cheuauchera il en la circonference, certainement au lieu de dire quant 4 donnent 30 combien 2, il me faut asseurer que 2 angles droicts portent cela que portoient 4, & que 30 reuiendront à 60, icy au double, mais l'autre fois à la moitié. Nous pouuons aussi prendre en ceste propositió qu'vn angle droict portera, ou cheuauchera au centre la quatriesme partie de la circonferéce &c. Aussi nous pouuons prendre en ceste proposition & par la 29 proposition du premier liure, qu'entre deux lignes droictes estás paralleles au cercle, il y à des circóferéces esgalles. Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition que aux cercles esgaux si les angles du centre ou de la circonference ſont eſgaux, les ſecteurs ayants les circonferences eſgalles à celles qui ſont priſes des angles ſerót eſgaux, le plus petit, au plus petit, & le plus grant au plus grant, car vn chacun des plus petits eſt compoſé d'vn triangle, ayãt la cyme au centre & pour baſe, la baſe de la circonference du ſecteur, & de la plus petite ſection, mais l'vn triangle eſt eſgal à l'autre par la 4 propoſition du premier liure, & la plus petite ſection eſgalle à la plus petite, & par ainſi par la ſeconde commune ſentence, l'vn ſecteur ſera eſgal à l'autre, & par la 5 commune ſentence le plus grant ſecteur ſera eſgal au plus grant. Et de là ſ'enſuiura que ſi leſdicts angles ſont ineſgaux, les ſecteurs ſeront auſsi ineſgaux &c.

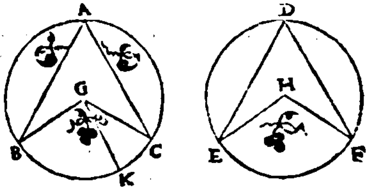


27

Aux cercles eſgaux, les angles qui ſ'appuyent deſſus les circonferences eſgalles, ſont eſgaux entr'eux: ſoit qu'ils ſ'appuyent eſtans conſtituez aux centres, ou aux circonferences.

FORCADEL.

Ceſte propoſition eſt la conuerſe de la precedente: car ſi les angles ſont aux centres, & ſont ineſgaux, ayant ſouſtrait du plus grant vn angle eſgal au plus petit par la 23 propoſition du premier liure, le ſouſtraict cheuauchera vne circonference esgalle à celle qui est cheuauchée de celuy de qui il est soustraict par la precedente proposition,& par la premiere cõmune sentence,ce qui est contre la 9 cõmune sentence;les angles doncques estans aux centres,seront esgaux comme ayant causé par la precedente proposition, les circonferences esgalles: aussi seront ceux estans aux circonferences par la 20 proposition de ce liure, & par la commune sentence:& si



ceux qui sont aux circonferences sont esgaux cõme ayãt causé les circonferences esgalles par la precedente proposition,aussi seront ceux qui sont aux centres par la 20 proposition de ce liure, & par la 6 commune sentence, car si les angles estans en la circonference sont inesgaux, ayant soustrait du plus grant vn angle esgal au plus petit par la 23 proposition du premier liure, certainement par la precedente proposition, & par la premiere commune sẽtẽce,le soustraict cheuauchera ou s'apuyera dessus vne circonference esgalle à la circonference cheuauchée de celuy de qui il est soustraict, ce qui est contre la 9 commune sentẽce. Et de là s'ensuit que aux cercles esgaux:les circonferẽces inesgalles sont cheuauchées d'angles inesgaux. De ceste proposition & par la 27 proposition du premier liure nous pouuons prendre que deux lignes droictes au cercle,entre lesquelles y a des circonferences esgalles,serõt paralleles l'vne à l'autre, & le diametre du cercle qui coupe l'vne par le milieu,coupe aussi l'autre par le milieu, & si inesgallement aussi il coupe l'autre inesgallement,d'ou est prise la cause de l'egalité & inesgalité des iours artificielz & des nuicts. Aussi il nous faut prendre en ceste propositiõ, que si aux cercles esgaux on prent des circonferences esgalles, les sections des cercles prises par les lignes qui soustiennẽt lesdictes circonfe-

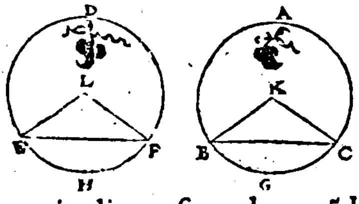
circonferences seront semblables vne chacune à la sienne, par la derniere deffinition de ce liure, & si lon prent des circonferences inesgalles, la plus grãde sera plus que semblable. Nous y prendrons aussi que la quarte partie de la circonference d'vn cercle est cheuauchée d'vn angle droict. Dauantage que si l'angle du centre cheuauche sur la moitié de la circonference, cheuauchée de l'angle de la circonferéce, il sera esgal à l'angle de la circonference, par la 20 proposition de ce liure, & la 6 commune sentence.

28

Aux cercles esgaux, les lignes droictes esgalles, prennent les circonferences esgalles, la plus grande certes à la plus grande, & la plus petite à la plus petite.

FORCADEL.

Car en prenant les centres des cercles par la premiere proposition de ce liure, & menant les rayons des centres aux extremitez des lignes droictes esgalles par la premiere demande, certainement par la conuerse de la premiere deffinitiõ de ce liure, par la 15 deffinitiõ & 8 proposition du premier liure, les angles au centre seront esgaux entr'eux, & par ainsi par la 26 proposition de ce liure, la plus petite circonference de l'vn cercle, sera esgalle à la plus petite de l'autre, & par la 3 commune sentence la plus grande à la plus grande: ou bien par le discours de la 26 proposition, les angles au centre estans esgaux, les circonferences seront esgalles, la plus grande à la plus grande, & la plus petite à la plus petite. Et de là s'ensuit, que aux cercles esgaux, les lignes droictes inesgalles prénent les circonferences inesgalles alternement. Euclide mesmes en la 44 proposition de la perspectiue, prent de ceste proposition & de la precedéte, que l'œil estant ferme ou demeurant ferme en quelque endroit, peut voir vne mesme chose de mesme en plusieurs endroits. Nous y pouuons prendre aussi par la precedente & par la 24 propositió, que lesdictes lignes droictes esgalles aux cercles esgaux, prendront les sections des cercles esgalles, la plus grande à la plus grande, & la plus petite à la plus petite, & si elles sont inesgalles, les sections seront inesgalles, &c. & par la 4 proposition & seconde commune sentence, le petit secteur sera esgal au petit secteur, & par la 3 commune sentence le plus grant au plus grant si lesdictes lignes droictes sont esgalles aux cercles esgaux, &c. Il nous faut prendre aussi en ceste proposition, que si du centre d'vn cercle on meine deux rayons d'vne mesme part du diametre, & des extremitez d'iceux deux lignes droictes à vn poinct, qui est au mesme diametre qui ne soit pas le centre du cercle, l'angle contenu du rayon, & de la plus grande ligne menée, sera plus petit que l'angle contenu du rayon & de la plus petite, car en menant lesdictes deux lignes inesgalles de l'autre part, iusques à la circonference, la plus grande demeurant tousiours plus grande, par la 15 proposition de ce liure, elle soustiendra vne plus grande circonference de la part dudict poinct, que celle qui est soustenue de la plus petite, & en soustrayant la circonference qui leur est commune, par la 5 commune sentence, la circonferéce qui restera de la part des angles, sera plus grande que la circonference qui restera de la part opposée, & pource qu'en menãt les rayós de l'autre part, ils prendront vne circonference esgalle à celle qui est entre les deux angles par la 15 proposition du premier liure, & par la 26 propositió de ce liure, icelle sera plus grande que la plus petite, & en leur adioustant la circonferéce qui est entre l'vn des diametres & la petite ligne, auec lequel elle ne cótient pas l'vn des angles, la circonference cheuauchée de l'angle cótenu du rayon, & de la plus petite ligne, sera plus grãde,



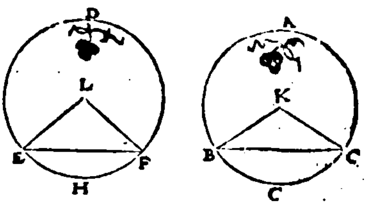
que la circonference qui eſt cheuauchée de l'angle contenu de l'autre rayon & de la plus grande ligne, par la 4 cómune ſentence, & par ainſi l'angle contenu du rayon & de la plus grāde ligne, ſera plus petit que l'angle contenu du rayon & de la plus petite ligne, par la precedente propoſition.

29

Aux cercles eſgaux, les circonferences eſgalles ſont priſes de lignes droictes eſgalles.

FORCADEL.

Car en prenant les centres des cercles, par la premiere propoſition de ce liure, & menant les rayons des centres aux extremitez des circonferéces eſgalles, certainement par la 27 propoſitió de ce liure, les angles eſtans aux centres ſeról eſgaux entr'eux, & par la premiere deffinition de ce liure, par la 15 deffinition & 4 propoſition du premier liure, les lignes droictes menées des extremitez des rayons ou des extremitez des circonferences eſgalles, par la premiere demande, feront eſgalles entr'elles. De là ſ'enſuiura qu'aux cercles eſgaux, les



circonferences ineſgalles ſeront priſes ou ſouſtenues, ou ſouſtiédront des lignes droictes ineſgalles. Nous y pouuons auſsi prendre que les circonferences eſgalles aux cercles eſgaux, prendront par les lignes droictes qui les ſouſtiennent, les ſectiós des cercles eſgalles, la plus grande à la plus grande, & la plus petite à la plus petite, par la 27 & 24 propoſitions, ou par cela que nous auons pris en la precedente propoſition: & ſi les circonferéces ſont ineſgalles, les ſections ſeront ineſgalles, &c. & par vne meſme maniere de faire comme en la precedente propoſition, ſi les circonferences ſont eſgalles, les ſecteurs ſeront eſgaux l'vn à l'autre, &c.

30

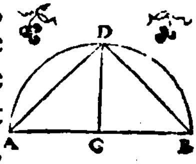
Couper vne circonference donnée en deux esgallement.

FORCADEL.

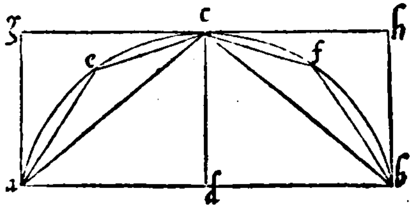
Il faut descrire deux cercles à l'entour des deux extremitez de la circonference donnée, de la grandeur plus grãde que la moitié de la ligne droicte, qui est la base de la section ou la chorde ou base de la circonference donnée, & la ligne droicte menée des deux poincts ou les deux cercles se coupent, coupera la circonference donnée en deux circonferences esgalles.

DEMONSTRATION.

Car par la 10 & 11 propositions du premier liure, ou par la 10 seule & la 10 deffinition du mesme liure, la ligne droicte menée des deux poincts ou les deux cercles s'entrecoupẽt, coupera la ligne droicte qui est la base de la section en deux esgallement & à droicts angles, & en menãt deux lignes droictes du poinct, ou icelle perpendiculaire coupe la circonference donnée aux deux extremitez de la circonference ou de sa base, icelles seront esgalles par la 4 propositiõ du premier liure, & par la 28 proposition de ce liure, les circonferences prises d'icelles seront esgalles entr'elles. Et pource que ladicte perpendiculaire par le correlaire de la premiere proposition de ce liure passe par le cẽtre du cercle, il est manifeste qu'elle sera le diametre du cercle, & qu'elle coupera par vne mesme raison l'autre circonferẽce en deux esgallement, & par ainsi le diametre du cercle coupera la circonference du cercle par le milieu par la seconde commune sentence. Il coupera aussi le cercle par le milieu, cõme nous verrons incontinent. La circonference *a c b*, estant diuisée en deux esgallement au poinct *c*, par la perpendiculaire *c d*, il est certain par la 4 proposition du premier liure, que le triangle *a d c*, est esgal au triangle *c d b*: & par la 27 proposition de ce liure, l'angle *c a b*, est esgal à l'angle *c b a*, & en menãt au poinct *e*, pris en la circonference *ac*, les deux lignes droictes *a e*, & *e c*, pareillement au poinct *f*, pris en l'autre circonference, les lignes droictes *c f*, & *fb*, certainement l'angle *a e c*, estant esgal à l'angle *cfb*, les portions ou sections *a e c*, & *c f b*, seront semblables par la derniere deffinition de ce liure, & seront esgalles par la 24 proposition de ce liure, & par ainsi par la seconde commune sentence, le secteur *c d a*, sera esgal au secteur *c d b*, & la perpendiculaire *c d*, estant menée iusques à la circonference du cercle de l'autre part, en fera autant de l'autre portiõ ou section, dont la base est *a b*, & par la seconde commune sentence, le diametre coupera le cercle par le milieu : mais en menant au poinct *c*, ou par iceluy, la touchante *g c h*, par la 11 propositiõ du premier liure, & par le correlaire de la 16 proposition de ce liure, icelle sera parallele à la ligne *a b*, par la 27 ou 28 proposition du premier liure, & en menant les perpendiculaires *a g*, & *b h*, par ladicte 11 proposition sur les poincts *a* & *b*, on aura faict le parallelogramme rectangle *a h*, qui est plus grant que la section *a c b*, par la 9 commune sentence, mais le triangle *a c b*, est la moitié du parallelogramme *a h*, par la 41 proposition du premier liure, il sera doncques plus grãt que la moitié de la section *a c b*, car il est la moitié du tout, & par ainsi il sera plus de la moitié de la partie, de là il nous faut prendre que tout triangle Isoscele qui a pour base la ligne droicte qui est la base d'vne section de cercle, & a la cyme en la circonference de la section, est plus grant que la moitié de la section, & de là s'ensuiura qu'vn quarré estant descrit en vn cercle, sera plus de la moitié du cercle, c'est à dire qu'il sera plus grãt que la moitié du cercle, car en menãt le diametre du quarré de l'angle à l'ãgle, le cercle sera diuisé en deux sectiõs, & le quarré en deux triãgles Isoscelles, desquels vn chacun sera plus grant que la moitié de sa section, & par ain-

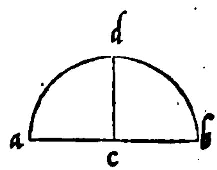


ſi les deux triangles, c'eſt à dire le quarré, ſera plus grant que la moitié des deux ſections, c'eſt à dire que la moitié du cercle. Mais voyés vn peu d'ou Albert Durer a pris ſa façon de faire, pour trouuer le poinct de l'attouchemét d'vne ligne droicte & d'vn cercle, car il a pris la circonferéce *a c b*, & la touchante *g c h*, & a mené la perpendiculaire



g a, & la parallele *a b*, puis a fait eſgalle *g h*, à *a b*, & le fin milieu qui eſt le poinct *c*, eſt le poinct de l'attouchemét.

Il nous faut prendre auſsi en ceſte propoſition, que ſi on nous propoſe vne ligne droicte cóme *a b*, pour mettre ſur icelle vne circonference ou ſection eſgallement haute à la ſection *a c b*, alors l'ayant diuiſée en deux pieces eſgales au poinct *c*, & mené ſur icelle au meſme poĩct *c*, la perpendiculaire *c d*, par la 11 propoſition du premier liure, & faict eſgalle *c d*, à *d c*, par la 3 propoſitió du meſme premier liure, certainement en trouuant le cétre du cercle, ou en paracheuant la circonference du cercle qui paſſe par les trois poincts *a d b*, par la 25 propoſition de ce liure, on aura ou ſe fera l'on la circonference *a d b*, demandée, ou la ſection *a d b*, eſgallement haute à la ſection *a c b*: la reſolution de cecy eſt au correlaire que nous auons pris de plus en la 16 propoſition de ce liure, & auſsi en la 25 propoſition de ce liure. Quant auſsi ló aura mené vne ligne droicte du fin milieu de la circonference qui ſera



entre les deux poincts, dont nous auons parlé à la fin de la premiere propoſition de ce liure, au centre du cercle, & plus oultre de l'autre part, icelle ſera auſsi la ligne de midy de ce lieu là.

31

Au cercle, l'angle qui est au demy cercle, est droict: & celuy qui est en la plus grande section, est plus petit qu'vn droict: mais celuy qui est en la plus petite section, est plus grant qu'vn droict. Et d'auantage l'angle de la plus grande sectiõ, est bien plus grant qu'vn droict: mais l'angle de la plus petite section, est plus petit qu'vn droict.

FORCADEL.

RESOLVTION.

Quant du fin milieu d'vne ligne droicte on fait sortir tant de lignes droictes qu'on voudra, esgalles à la moitié d'icelle ligne, il est certain que si des extremitez des menées on meine deux lignes droictes aux extremitez d'icelle ligne, elles contiẽdront vn angle esgal aux deux angles qu'elles contiennẽt auec ladicte ligne par la 8 cõmune sentence, 5 propositiõ du premier liure, & la secõde commune sentence, & par ainsi il sera droict, comme estant la moitié des angles dedans d'vn triangle &c. Or est il ainsi que la circonference du cercle, descrite à l'entour dudict milieu de la grãdeur de la moitié de la ligne, passera par tous lesdicts angles droicts, tant par cela que nous auons pris en la 15 deffinition du premier liure que aussi par cela que nous auons pris en la 21 propositiõ de ce liure, & que la figure contenue de ladicte ligne diuisée & de la circonference du cercle qu'elle prẽt, sera la moitié du cercle par la 17 & 18 deffinitions du premier liure &c.

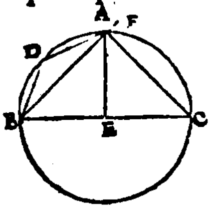
COMPOSITION.

Car en menãt le rayõ de l'angle qui est au demy cercle, au cẽtre lon se fera deux triãgles, desquels l'angle dehors faict du rayon & de la moitié du diametre d'vne part, sera double à l'angle faict du mesme rayon & de l'vne des lignes qui contiennent l'angle qui est au demy cercle de l'autre part, par la premiere partie de la 5 proposition du premier liure, & par la 32 proposition du mesme liure: &

par vne mesme raison l'angle dehors contenu du rayon, & de la moitié du diametre de l'autre part, est double à l'autre angle, contenu du rayon & de l'autre des deux lignes droictes qui contiennẽt l'angle qui est au demy cercle,& par la seconde & 8 communes sentences le double de l'angle du demy cercle, est esgal aux deux angles qui sont au cẽtre,c'est à dire par la 13 proposition & premiere commune sentence à deux angles droicts, & par ainsi par la 7 commune sentence,& par la cõuerse de la 10 cõmune sentẽce l'angle qui est au demy cercle, sera droict. Ou bien en menant l'vne des lignes qui contiennent l'ãgle qui est au demy cercle de la part de l'angle, qui est au demy cercle par la 8 commune sentence,& par la deffinition du cercle, & par la premiere partie de la 5 proposition du premier liure & la seconde commune sentence, l'angle qui est au demy cercle sera esgal aux deux angles contenus du diametre, & des deux lignes qui le contiennent,c'est à dire par la 32 proposition du premier liure, à l'angle dehors faict par le menemẽt que nous auons dit, & par ainsi par la 10 deffinition l'angle qui est au demy cercle sera droict. Or vn chacun des angles contenus du diametre, & de l'vne des lignes qui contiennent l'angle qui est au demy cercle, est en la plus grãde section, & vn chacun d'eux est poinctu, c'est à dire plus petit qu'vn droict, & en prenãt vn poinct en la circonference opposée à l'vn d'iceux angles,& y menãt deux lignes droictes des deux extremitez de l'vne des lignes qui contiennent l'angle qui est au demy cercle opposé à l'angle poinctu, pour mettre dedans le cercle vne figure de quatre costés, certainement l'angle estant en la plus petite section sera plus grant qu'vn angle droict,ou bien en menant vne ligne droicte de l'extremité de l'vne des lignes droictes qui contiennent l'angle qui est en la plus grande section au centre du cercle dont elle est la section, lequel sera en elle ou dedans elle, & la conduisant ou menant de l'autre part

tre part

tre part iusques à la circonference, puis ayant mené vne ligne droicte de l'angle à l'autre extremité du diametre, certainement par la premiere partie de ceste proposition & la 9 commune sentence, l'angle estant en la plus grande section sera plus petit qu'vn angle droict: & en menãt vne ligne droicte de l'extremité de l'vne des lignes qui contiénent l'angle qui est en la plus petite section au cẽtre, qui n'est pas en la section, & la menant de l'autre part à la circonferẽce, puis menant vne ligne droicte de l'angle à l'autre extremité du diametre, par la mesme premiere partie & mesme 9 commune sentence, l'angle estãt en la plus petite section, sera plus grant qu'vn angle droict: puis en menant les deux lignes droictes qui contiennent l'angle qui est au demy cercle plus oultre de la part de l'ãgle ou dehors le cercle, certainement par la mesme 9 cõmune sentẽce, l'angle de la plus grande section, sera plus grant qu'vn angle droict, & l'angle de la plus petite section, sera plus petit qu'vn angle droict, & nous auons veu en la 16 proposition de ce liure, que l'ãgle du demy cercle est plus grant que le plus grant angle rectiligne poinctu, ou que tout angle rectiligne poinctu. Pour la secõde partie aussi de ceste proposition, lon peut mener le diametre du cercle de l'vne des extremitez de la ligne droicte, qui est la base de la section, & de l'extremité du diametre à l'autre extremité de la ligne droicte, qui est la base de la section, ayãt mené vne ligne droicte, il est certain que l'angle qui est au demy cercle est droict, & par la 32 proposition du premier liure, l'angle qui est en la plus grãde section, sera plus petit qu'vn droict &c. par la 22 proposition de ce liure, & la premiere commune sentẽce s'il en est besoin: & pour la troisiesme partie en prenãt vn poinct en la circonference de la plus petite section, & menant d'iceluy aux extremitez de la ligne droicte qui est la base de la se-



ction deux lignes droictes, il est certain que l'angle qui est en la plus grande section, est plus petit qu'vn droict, & par la 22 proposition de ce liure &c. l'angle qui est en la plus petite section, sera plus grant qu'vn droict: pour la quatriesme partie en menant le diametre, passant par l'vne des extremitez de la ligne droicte qui est la base de la section, & vne ligne droicte de l'extremité du diametre à l'extremité de ladicte ligne droicte, & menant ladicte ligne droicte plus oultre d'vne part mesme, il est certain que l'angle de la plus grãde section sera plus grãt qu'vn droict, & pour la derniere partie si ledict diametre est mené, & vne ligne droicte de l'extremité vers l'angle & plus oultre par la premiere & seconde demandes, il est certain par la 13 proposition du premier liure 3, 10, & 9 communes sentẽces, que l'angle de la plus petite section sera plus petit qu'vn angle droict.

CORRELAIRE.

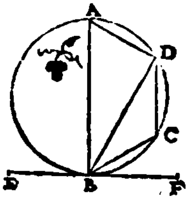
Et de là est manifeste la resolution: que si on nous dõne vne ligne droicte pour metre sur icelle vne sectiõ de cercle prenant vn angle droict, il faudra prẽdre le milieu d'icelle, & descrire à l'entour vn demy cercle de la grandeur de la moitié de la ligne, & iceluy sera la section demandée. La plus premiere chose que nous prendrons en ceste proposition, sera vne belle façon de mener vne ligne droicte perpendiculaire, sur vne ligne droicte donnée & à vn poinct donné en icelle comme s'ensuit: soit la ligne droicte donnée *a b*, & le poinct donné en icelle soit *a*, pour y mener vne ligne droicte perpendiculaire, il faut prendre le poinct *c*, n'estant pas en la ligne dõnée *a b*, à l'entour duquel il faut descrire le cercle *e a d*, par la 3 demande de la grandeur de la ligne *c a*, puis du poinct *d*, ou la circonferẽce du cercle coupe la ligne donnée ailleurs qu'au poinct donné, il faut mener par le centre *c*, le diametre du cercle *d c e*, & la ligne droicte menée de l'autre extremité du diametre *e*, au poinct dõné *a*, sera la perpendiculaire demandée, car l'angle *e a d*, ſera droict par la premiere partie de ceſte propoſition. La ligne droicte qui ſouſtrait de l'angle droict d'vn triãgle rectangle, vn angle eſgal à l'vn des autres angles d'iceluy, par la 23 propoſitiõ, coupera le coſté du triãgle oppoſé à l'ãgle droict par le fin milieu, par la 6 propoſition du premier liure, 3 & premiere communes ſentences : car l'angle droict eſt eſgal aux deus autres, & la ligne menée de l'angle au fin milieu, eſt eſgalle à la moitié de la ligne qui ſouſtient l'ãgle droict, & par ainſi ſi à l'entour du fin milieu du coſté d'vn triangle rectangle qui ſouſtient l'angle droict, on deſcrit vn cercle de la grandeur de la moitié d'iceluy, la circonference paſſera par l'angle droict: cela ſe voit auſsi par la conuerſe de la premiere partie de ceſte propoſitiõ. Auſsi ſi à l'entour du milieu de l'vn des coſtez d'vn triãgle qui contiennent l'angle ou l'vn des angles d'iceluy, on deſcrit vn cercle de la grandeur, ou du rayon eſgal à la moitié d'iceluy coſté, & la circonferẽce du cercle coupe la baſe du triangle, la ligne droicte menée dudict angle au poinct ou la circõference du cercle coupe la baſe, ſera perpẽdiculaire ſur icelle baſe. Dauantage ſi de l'angle droict d'vn triangle rectangle lon meine vne perpẽdiculaire à la baſe, le quarré d'icelle ſera eſgal au rectãgle faict des deux pieces de la baſe, car ou la perpendiculaire tombera au fin milieu ou non, ſi elle tombe au fin milieu elle eſtant eſgalle à la moitié de la baſe, certainemẽt ſon quarré ſera eſgal au quarré de la moitié de la baſe, ſinon en menant vne ligne droicte de l'angle droict, au milieu de la baſe par la 47 propoſition du premier liure, & 15 deffinition, ou par cela que nous venons de dire, par la 5 propoſitiõ du ſecond liure premiere & troiſieſme communes ſentences, ledict quarré ſera eſgal audict rectãgle. De la premiere partie de ceſte propoſition, les Architectes ont pris la cõpoſitiõ de l'eſquierre, par l'angle droict duquel ils voyẽt tresbien ſi les caneleures des colomnes ſont iuſtement faictes, qui eſt quãt l'angle droict de l'eſquierre touche par toute la cõcauité d'vn chacun canal: auſsi les architectes artiſans ſe ſeruẽt du meſme eſquierre, tant à ſouſtenir qu'à eſquarrir leurs parallepipedes rectãgles: mais pour ne nous arreſter plus icy, prenõs pour l'angle du demy cercle 6 comme plus prochain à 7 que nous prendrons pour l'angle droict, puis apres prenons 8 pour l'angle de la plus grãde ſection, & 2 pour l'angle de la plus petite ſection: car comme il ſoit ainſi que 2 eſt plus petit à 7, & 8 plus grant que 7, il ne ſ'enſuit pas que 6 ſoit eſgal à 7. Par ceſte propoſition auſsi le diametre du cercle diuiſera le cercle en deux eſgallement, car par la 10 commune ſentẽce, & la derniere deffinition de ce liure, icelles deux pieces du cercle ſeront en baſes eſgalles & ſemblables, & ſerõt eſgalles l'vne à l'autre, par la 24 propoſition de ce liure.

32

Si quelque ligne droicte touche le cercle, & de l'atouchement on meine quelque ligne droicte coupant le cercle: les angles qu'elle fait à la touchante, ſont eſgaux à iceux qui conſiſtent aux ſections alternes du cercle.

FORCADEL.

Car la ligne partant du poinct de l'atouchemẽt, & coupant le cercle, eſt perpendiculaire ſur la touchante ou non: ſi elle eſt perpẽdiculaire, elle eſt le diametre du cercle par la 19 propoſition de ce liure, & par ainſi les angles qu'elle fait auec la touchante, ſeront eſgaux aux angles qui ſeront aux ſections alternes du cercle par la precedente propoſition, & par la 10 cõmune ſentence: mais ſi elle n'eſt pas perpendiculaire, ſoit menée ſur la touchante au poinct de l'atouchement vne perpendiculaire par la 11 propoſition du premier liure: ou bien ſoit pris le centre du cercle par la premiere propoſition de ce liure, & du poinct de l'atouchement au centre, ou paſſant par le cẽtre, ſoit menée vne ligne droicte iuſques à la circonferéce de l'autre part, & ce sera tousiours le diametre du cercle, lequel fera les angles droicts auec la touchante : de là soit menée vne ligne droicte de l'autre poinct, ou la coupante coupe le cercle à l'autre extremité du diametre, il est certain que les trois angles du triangle rectangle, descrit au cercle par la premiere partie de la precedente proposition, & 27 deffinition du premier liure, valent deux angles droicts par la 32 proposition du premier liure, c'est à dire par la 13 proposition du mesmes premier liure, & la premiere commune sentence, qu'ils valent les deux angles faicts du diametre & de la touchante, ou de la touchante & de la coupante, & par la troisiesme commune sentence l'angle du triangle soustenu de la coupante, est esgal à l'angle contenu de la coupante, & de celle qui touche le cercle de l'autre part, & par la 22 proposition de ce liure, & la 3 commune sentence mesmes, l'angle soustenu de la coupante en la plus petite section, sera esgal à l'autre angle contenu de la coupante & de la touchante de la part du diametre: ou bien commençant à l'angle qui est en la plus petite section, en prenant vn poinct en la circonference de la plus petite section, & d'iceluy menant trois lignes droictes, deux aux deux extremitez de la ligne qui coupe le cercle, & l'autre à l'autre extremité du diametre, certainement par la precedente proposition, par la 21 proposition de ce liure, par la 8, & 2, & premiere cómunes sentéces, l'ágle qui est en la plus petite sectió, sera esgal à l'angle contenu de la part alterne de la touchante & de la coupante, & par ladicte 22 proposition & 3 cómune sentence, l'autre angle sera esgal à l'autre angle. La reste se prent par la 21 proposition de ce liure, & par la premiere commune sentence.

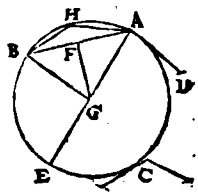


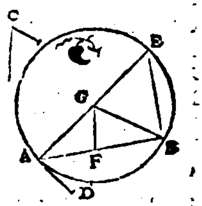
33

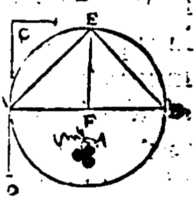
Dessus vne ligne droicte donnée descrire la section d'vn cercle, *prenant vn angle esgal à vn angle rectiligne donné.*

FORCADEL.

Nous sçauons par la derniere deffinition de ce liure, que les sections de cercles sont semblables, qui prennent des angles esgaux ou qui sont cheuauchées d'angles esgaux, & comme passant plus oultre soit que les angles cheuauchans soyent au cẽtre ou bien à la circonference: maintenant en ceste proposition il nous dit, ou comme dit, donnez moy vne section de cercle & vne ligne droicte, & ie metray sur la ligne droicte donnée, vne section de cercle semblable à la dõnée: car en prenant vn poinct en la circonference de la section donnée, & menant d'iceluy aux extremitez de la ligne qui est la base de la sectiõ deux lignes droictes, vous me dõnerez vn angle rectiligne auec la ligne dõnée, pour sur icel le metre la sectiõ demãdée cõme s'ensuit. Il faut metre au costé de la ligne donnée, & en l'vne des extremitez d'icelle vn angle esgal à l'angle dõné par la 23 propositiõ du premier liure, & mener pl⁹ outre de l'autre part de la ligne donnée, la ligne droicte qui fait l'angle esgal à l'angle dõné auec icelle par la 2 demãde, sur laquelle menée, & au poĩct en icelle ou est faict l'angle esgal à l'angle donné, il faut mener vne ligne droicte perpẽdiculaire par la 11 proposition du premier liure, & delà faisant passer vne perpendiculaire par le fin milieu de la ligne droicte donnée par la 10 & 11 propositions du premier liure, la section alterne du cercle descrit à l'entour du poinct ou les deux perpẽdiculaires s'entrecoupent & de la grãdeur & distãce dudict poinct à l'angle qui est faict esgal à l'angle donné, sera la section demandée, par la precedẽte proposition, & par la premiere







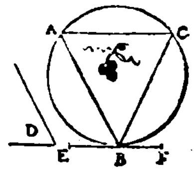
commune ſentence, car en menant vne ligne droicte du poinct ou les perpendiculaires ſ'entrecoupent à l'autre extremité de la ligne donnée par la premiere demande, elle ſera eſgalle à la ligne droicte qui eſt entre ledict poinct & l'extremité de la ligne ou eſt faict l'angle eſgal à l'angle donné par la 4 propoſition du premier liure, & par ainſi les extremitez de la ligne donnée ſeront en la circonference du cercle, c'eſt à dire que la circonference du cercle paſſera par leſdictes extremitez, & pource que la ligne qui fait l'angle eſgal à l'angle dóné auec la ligne donnée, eſt perpendiculaire ſur la premiere perpendiculaire qui eſt le diametre du cercle par la 17 deffinition du premier liure, elle touchera le cercle par le correlaire de la 16 propoſition de ce liure, mais ſi la premiere perpendiculaire paſſe par la ligne donnée, cela nous monſtre que l'angle donné eſt droict, ou bien ſi l'angle donné eſt droict, à lors le demy cercle du cercle deſcrit par la 3 demande à l'entour du ſin milieu de la ligne donnée pris par la 10 propoſition du premier liure, & du rayon eſgal à la moitié de la ligne donnée, ſera la ſection demandée par le correlaire de la 31 propoſition de ce liure.

34

Couper la ſection du cercle donné, prenant vn angle eſgal à vn angle rectiligne donné.

FORCADEL.

Il faut prendre le centre du cercle donné, par la premiere propoſition de ce liure, & mener vne ligne droicte d'vn poinct qui ſera en la circonference d'iceluy, au centre, & la mener de l'autre part en la circonference, & à l'vne des extremitez d'iceluy diametre par la 17 deffinition du premier liure, ayant mené vne perpédiculaire par la 11 propoſition du premier liure, ou par la 31 propoſition de ce liure, icelle touchera le cercle donné par le correlaire de la 16 propoſition de ce liure: auſsi en menant la meſme perpendiculaire à l'extremité du rayon, laquelle est en la circóference du cercle dóné, icelle touchera le cercle dóné par vne mesme raison: de là au poinct de l'atouchement & au costé de la touchante de la part du cercle, ou de l'autre part, si lon veut, ayant faict vn angle esgal à l'angle donné par la 23 proposition du premier liure: la ligne droicte qui le fait ou contient auec la touchãte, estant menée par la 2 demande, s'il en est besoin, coupera le cercle par la 2 partie de la 16 proposition de ce liure, & en coupera vne section, prenant vn angle esgal à l'angle donné par la 32 proposition de ce liure. Et ceste proposition veut dire que d'vn cercle donné il faut leuer ou y prẽdre vne section de cercle semblable à vne section donnée.



35

Si au cercle deux lignes droictes se coupent l'vne l'autre: le rectangle contenu des deux pieces de l'vne, est esgal au rectangle contenu des deux pieces de l'autre.

FORCADEL.

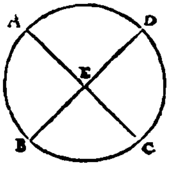
RESOLVTION.

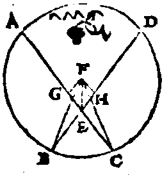
Il est certain que le rectangle contenu des deux rayons d'vn diametre d'vn cercle, est esgal au rectangle contenu des deux rayons d'vn autre diametre du mesme cercle, par la 15 deffinition du premier liure, &c. Mais quant vne ligne droicte estant en vn cercle, ou coupant vn cercle, non par le centre, est diuisée en deux pieces esgalles, & en deux pieces inesgalles, & du centre du cercle lon meine deux lignes droictes aux deux poincts des diuisions, certainement par la 5 proposition du 2 liure, le rectangle contenu des deux pieces inesgalles, auec le quarré de l'entremoyenne, seront esgaux au quarré de la moitié de la ligne, mais par la 3 proposition de ce liure, la ligne menée du centre au fin milieu de la ligne diuisée, est perpendiculaire sur icelle, doncques par la 2 commune sentence ledict rectãgle, le quarré de l'entremoyenne auec

uec le quarré de la perpendiculaire, c'est à dire ledict rectãgle auec le quarré de la ligne menée du cẽtre au poinct ou ladicte ligne est diuisée inesgallement, par la 47 propositiõ du premier liure, sont esgaux au quarré de la moitié auec le quarré de la perpendiculaire, c'est à dire par la mesme 47 proposition & premiere commune sentence, au quarré du rayon, & par ainsi de deux lignes droictes se coupans au cercle l'vne l'autre, le rectangle des pieces de l'vne sera esgal au rectangle des pieces de l'autre, par la premiere & 3. communes sentences, mais si la perpendiculaire est menée d'vne part & d'autre à la circonference, nous auons veu en la composition de la derniere proposition du 2 liure, que le rectangle des deux pieces inesgalles d'iceluy diametre, sera égal au quarré de la moitié de la ligne, c'est à dire au rectangle contenu des deux pieces de la ligne diuisée par luy.

COMPOSITION.

Si les deux lignes droictes sont les deux diametres du cercle, cela qui est proposé est tout certain par la premiere partie de la resolutiõ, sinõ & l'vne coupe l'autre par le milieu & à droicts angles aussi, le rectãgle des deux pieces de l'vne sera esgal au rectãgle des deux pieces de l'autre par la 5 proposition du second liure, par la 15 deffinition, 47 proposition du premier liure, & par la 3 commune sentence, sinon il faut mener vne perpendiculaire du cẽtre du cercle pris par la premiere proposition de ce liure, sur vne chacune des deux lignes par la 12 propositiõ du premier liure, & vne ligne droicte du centre au poinct ou les lignes s'étrecoupent, & par la 3 proposition de ce liure, ladicte 5 du second, secõde cõmune





sentẽce, & 47 proposition du premier liure, le rectangle des deux pieces de l'vne auec le quarré de la ligne menée du centre au poinct ou les lignes se coupent, sera esgal au quarré du rayon, c'est à sçauoir par la premiere commune sentence, & par vne mesme raison, au rectangle des deux pieces de l'autre, auec le quarré de la ligne menée du centre au poinct ou les lignes s'entrecoupent, & par la 3 commune sentence lesdicts rectangles seront esgaux entr'eux. D'icy aussi & de la cõuerse de la premiere partie de la 31 proposition de ce liure, & de la 3 proposition de ce liure, nous pouuons prendre, que si de l'ãgle droict d'vn triangle rectangle, on meine vne perpendiculaire à la base d'iceluy, le quarré d'icelle sera esgal au rectangle cõtenu des pieces de la base. Et les quatre pieces de deux telles lignes seront reciproques, comme nous verrons en la 14 & 15 propositions du 6 liure. Dauantage il nous faut prẽdre icy, que si de tous les poincts d'vne ligne caue ou courbe à la ligne droicte qui est la base d'icelle, estant menées les perpẽdiculaires, le quarré d'vne chacune est esgal au rectangle des pieces de la base, faictes d'vne chacune, ou qui se font par elle, la ligne courbe sera la circonference d'vn cercle.

36

Si dehors le cercle lon prent quelque poinct, & d'iceluy au cercle tombẽt deux lignes droictes, l'vne desquelles coupe le cercle, & l'autre le touche: le rectãgle contenu de toute la coupante, & de sa partie dehors prise entre le poinct, & la circonference conuexe, est esgal à iceluy quarré qui est descrit de la touchante.

FORCADEL.

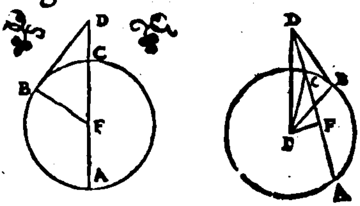
RESOLVTION.

Si à l'entour de l'vn des angles poinctus d'vn triangle rectangle on descrit vn cercle de la grandeur depuis iceluy angle, à l'angle droict, & on meine le costé qui soustient l'angle droict iusques à la circonference de l'autre part, certainement par le correlaire de la 16 proposition de ce liure, le costé du triangle qui est perpẽdiculaire sur l'extremité du rayon, touchera le cercle, & le rectãgle de la toute qui coupe le cercle,& de sa dicte partie dehors auec le quarré du rayon, est esgal au quarré du costé du triangle qui soustient l'angle droict par la 6 proposition du 2 liure, c'est à sçauoir par la 47 proposition du premier liure,& la premiere commune sentéce,aux quarrez des deux costez du triangle rectangle qui contiennent l'angle droict,& par la 3 commune sentence ledict rectágle sera esgal au quarré de la touchante:mais si de l'angle dehors du triangle rectangle on meine vne autre ligne droicte coupant le cercle, & du centre du cercle on meine sur la menée vne perpédiculaire,& vn rayó au poinct ou la menée coupe la circonference, certainement tousiours le rectangle de la coupante & de sa piece dehors, auec le quarré du rayon, sera esgal au quarré de la ligne qui soustient l'angle droict,c'est à dire au quarré de la ligne qui est depuis le poinct pris hors le cercle,& le cétre du cercle, par ladicte 6 proposition, seconde commune sentéce,& 47 proposition du premier liure, & premiere commune, & par la mesme 47 proposition,premiere & 3 communes sentéces, ledict rectangle sera esgal au quarré de la touchante:aussi par la premiere commune sentéce le rectangle de l'vne des coupantes, & de sa piece dehors sera esgal au rectangle de l'autre coupante & de sa piece dehors.

COMPOSITION.

Car la coupante passera par le centre du cercle,ou non, si elle y passe, soit menée vne ligne droicte du centre au poinct de l'atouchement, ce rayon là contiendra auec la touchante vn angle droict par la 18 proposition de ce liure, & par la 6 proposition du second liure,47 proposition du premier liure,premiere & 3 communes sentéces, ledict rectangle sera esgal au quarré de la touchante. Et si la coupante ne passe pas par le centre, en menát quatre lignes droictes du centre pris par la premiere propositió de ce liure,la premiere au poinct de l'atouchement,la se-

seconde au poinct pris hors le cercle, la troisiesme perpédiculaire sur la coupante, & la quatriesme au poinct ou la coupante coupe la circonference, par la premiere demande, & par la 12 proposition du premier liure, certainement ledict rectangle auec le quarré du rayon, seront esgaux par les mesmes raisons que nous auons dit en la resolution, au quarré de la touchante auec le quarré du rayon, & par la troisiesme commune sentence ledict rectangle sera esgal au quarré de la touchante, & d'auantage lesdicts rectangles seront esgaux entr'eux. Encores si d'vn poinct hors le cercle, on meine deux lignes droictes touchant le cercle, elles seront esgalles entr'elles, car par ceste proposition en menant dudict poinct vne ligne coupant le cercle, & par la premiere cómune sentence, le quarré de l'vne sera esgal au quarré de l'autre &c.



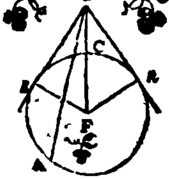
Par ceste proposition si on nous propose vn triangle, ayant les costez inesgaux & congneus, nous aurons les deux pieces de la base diuisée par vne perpendiculaire venant de l'vne des extremitez de la plus petite ligne du triangle au costé opposé à l'angle, en descriuant à l'étour d'icelle extremité, & de la grandeur de la plus petite vn cercle, & menant l'autre costé du triangle passant par le centre iusques à la circonference, & le rectangle contenu des deux costez qui contient l'angle au centre, & de la piece dehors du costé mené parti par la base, sera la piece dehors de la base, laquelle soustraicte d'icelle base fera le double de la plus petite piece de la base par la 3 propositió de ce liure, & la moitié, comme plus petite, soustraicte de toute la base fera la plus grāde, ou biē la moitié adioustée auec la piece dehors de la base, fera la plus grande piece de la base: comme du triāgle ayant les costez inesgaux & congneuz 13. 4. 15, prenant 14 pour base, & descriuant à l'entour de l'angle contenu de 13 & 15, & de la grandeur de 13 vn cercle, il laissera dehors 2 & 15 mené de la part du centre iusques à la circonference, s'adioustera 13, & feront 28, lequel multiplié par 2, fait 56, & ce nōbre icy party par 14 fait 4 pour la piece dehors du costé qui a 14, ou de la base, lequel soustraict de 14 il reste 10, dont la moitié est 5, pour la plus petite piece de la base, lequel adiousté à 4 ou soustraict de 14 fait 9 pour la plus grande piece de la base.

37

Si dehors le cercle lon prent quelque poinct, & d'iceluy poinct tombent deux lignes droictes au cercle, & d'icelles l'vne coupe le cercle, & l'autre se repose: & soit le rectangle contenu de toute la coupante, & de la piece prise entre le poinct & la circonference conuexe esgal au quarré descrit de celle qui se repose, celle qui se repose touchera le cercle.

FORCADEL.

Car en menant d'iceluy poinct au cercle vne ligne droicte touchant le cercle de l'autre part de celle qui se repose par la 17 proposition de ce liure, & trois lignes droictes du centre du cercle pris par la premiere propositiō de ce liure, la premiere au poinct qui est hors le cercle, la seconde au poinct ou la ligne qui se repose trouue la circonference, & la troisiesme au poinct de l'atouchement, certainemēt ceste cy, & la touchante cōtiendront vn angle droict par la 18 proposition de ce liure, & par la precedente proposition & premiere commune sentence, &c. La touchante sera esgalle à la ligne qui se repose, & par la 8 proposition du premier liure, & la conuerse de la 10 commune sentence la ligne qui se repose, & la secōde ligne menée contiendront vn angle droict: doncques par la 17 deffinition du premier liure & correlaire de la 16 proposition de ce liure, icelle touchera le cercle. Ou autrement si elle ne touche pas le cercle, il est possible de mener dudict poinct & de la mesme part, vne ligne droicte touchãt le cercle, par la 17 propositiõ de ce liure, le quarré de laquelle par la precedente proposition & premiere commune sentence, sera esgal au quarré de la ligne qui se repose, & par ainsi la touchante & celle qui se repose, seront esgalles entr'elles, ce qui est contre la quatriesme partie de la 8 propositiõ de ce liure. Ou encores ayant pris le cẽtre du cercle, & mené deux lignes droictes d'iceluy, l'vne au poinct dehors le cercle, & l'autre au poinct ou la ligne qui se repose ataincт le cercle, ou sa circonference, certainement ledict rectangle auec le quarré du rayõ par la seconde commune sentence, c'est à dire, comme nous auons veu en la precedente proposition, le quarré de la ligne menée, du poinct hors le cercle au centre, sera esgal au quarré de la ligne qui se repose, & au quarré du rayõ, & par la 48 proposition du premier liure, l'angle cõtenu de la ligne qui se repose, & du rayon mené de son extremité au cẽtre, sera droict, & par ledict correlaire la ligne qui se repose, touchera le cercle.



FIN DV TROISIESME LIVRE.

A MONSEIGNEVR, MONSIEVR FRANÇOIS DE LA NOVE, GENTIL-homme ordinaire de la chambre du Roy.

MONSEIGNEVR, les ſciences tout ainſi qu'elles ſont diuerſes, auſsi ont elles diuerſes fins & diuers effects : car aucunes delectent ſeulement & ne profitent point, les autres profitent ſeulement & ne delectent point. Et toutesfois aucunes delectent & profitent eſgallement, comme les Mathematicques, leſquelles outre le plaiſir qu'elles donnent, tant par la certitude de leurs demonſtrations, que pour la ſubtilité des inuentions qui ſe trouuent en icelles, les hommes en peuuent recueillir vn grant profit pour la commodité de ceſte vie : car entre autres choſes elles enſeignent l'architecture & ſcience de bien baſtir, ſans laquelle nous ſerions eſpars par les champs, ou comme les beſtes cachez és taſnieres & cauernes des montaignes, n'ayans aucune retraicte pour nous deffendre de l'iniure du temps, que celle que la nature nous auroit appreſtée aſſez rudement & incommodément. Or pour congnoiſtre les preceptes de l'architecture, la lecture de ce liure d'Euclide est grandement necessaire, lequel est plein de belles descriptions, maintenant des cercles aux figures rectilignes ou aux entours d'icelles, & maintenãt des figures rectilignes au cercle ou à son entour, par lesquelles il sera tresfacile d'auoir l'intelligence de la conduicte des bastiments necessaires pour la vie de l'homme, lequel ayant mis en françois & interpreté de commentaires pour l'intelligence des Problemes contenus en iceluy, ie vous presente, vous priant le receuoir d'vn aussi bon & gracieux visage comme vous m'auez tousiours receu en vostre maison, & d'aussi bonne volonté cõme ie desire qu'il vous soit aggreable. De paris ce 15 d'Auril 1564.

LE QVATRIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE,

TRADVICT EN FRANÇOIS PAR
Pierre Forcadel de Beziers.

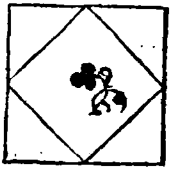
DEFFINITIONS.

I

La figure rectiligne ſe dit eſtre deſcrite à la figure rectiligne, quant vn chacun des angles d'icelle figure qui eſt deſcrite, touchẽt vn chacun coſté d'icelle figure, en laquelle elle eſt deſcrite.

FORCADEL.

Certainement ſi lon prent vn poinct en vn chacun coſté d'vne figure rectiligne, & on meine vne ligne droicte du premier au ſecond, vne ligne droicte du ſecód au troiſieſme, &c. Et vne ligne droicte du dernier au premier, lon aura deſcrit en icelle vne figure rectiligne, ſelon ceſte deffinition.



2

Semblablement außi la figure ſe dit eſtre deſcrite à l'entour de la figure, quãt vn chacun des coſtez d'icelle qui eſt deſcrite à l'entour, touchent vn chacun angle de celle, à l'entour de laquelle elle eſt deſcrite.

FORCADEL.

Certainement ſi lon fait paſſer des lignes droictes par tous les angles d'vne

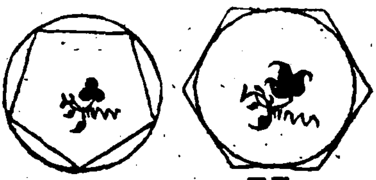


figure rectiligne, lon descrira vne figure rectiligne à l'entour d'icelle par ceste deffinition.

3

La figure rectiligne se dit estre descrite au cercle, quant vn chacun des angles d'icelle figure qui est descrite, touchent la circonference du cercle.

FORCADEL.

Il commence en ce liure icy à la description des figures de lignes droictes ou rectilignes au cercle selon ceste deffinition.

4

Mais la figure rectiligne se dit estre descrite à l'entour du cercle, quant vn chacun des costez d'icelle qui est descrite à l'entour, touchent la circonference du cercle.

FORCADEL.

Et pour la description des figures rectilignes il s'arreste à celles qui sont descrites à l'entour du cercle selon ceste deffinition.

5

Semblablement aussi le cercle se dit estre descrit à la figure rectiligne, quant la circonference du cercle touche vn chacun costé d'icelle figure, en laquelle il est descrit.

FORCADEL.

Il commence aussi en ce liure à la descriptió du cercle aux figures rectilignes selon ceste deffinition.

6

Et le cercle se dit estre descrit à l'entour de la figure rectiligne, quant la circonference du cercle, touche vn chacun angle d'icelle figure à l'entour de laquelle il est descrit.

FORCADEL.

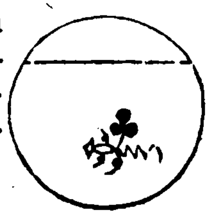
Et pour la description du cercle il s'arreste à celuy qui est descrit à l'entour des figures rectilignes selon ceste deffinition.

7

Vne ligne droicte se dit estre accommodée ou enfermée au cer-

cle, quant les extremitez d'icelle ſont en la circonference du cercle.

FORCADEL.



Nous ſçauons par la 15 propoſition du 3 liure, qu'vne ligne droicte plus grã-de que le diametre du cercle ne ſ'accommodera ou enfermera, ou ne ſe metra iamais au cercle.

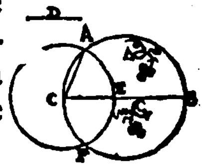
PROPOSITIONS.

I

Au cercle donné, accommoder vne ligne droicte eſgalle à vne ligne droicte donnée, qui ne ſoit pas plus grande que le diametre du cercle.

FORCADEL.

Il faut prendre le diametre du cercle par la premiere propoſitiõ du 3 liure par la 1 & 2 demandes, & par la 17 deffinitiõ du premier liure, & ſ'il eſt eſgal à la ligne donnée, cela qui eſt propoſé ſera faict par la derniere deffinition de ce liure, ſinõ il faut ſouſtraire du diametre & depuis l'vne des extremitez d'iceluy vne ligne droicte eſgalle à la ligne donnée par la 3 propoſition du premier liure, puis à l'entour de ladicte extremité, & de la grandeur de la partie ſouſtraicte, il faut deſcrire vn cercle par la 3 demande, & la ligne droicte menée de l'extremité meſmes au poinct ou les cercles ſe coupent ou entrecoupent, par la premiere demãde ſera la ligne demandée par la derniere deffinitiõ de ce liure, la 15 deffinition du premier liure, & par la premiere commune ſentence.



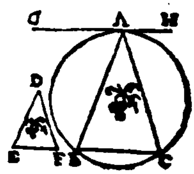
Par ceſte propoſition icy nous pouuons trouuer vne ligne droicte, de laquelle le quarré ſera la difference des quarrez de deux lignes droictes & ineſgalles données, en deſcriuant vn demy cercle d'vne part à l'entour du ſin milieu de la plus grande ligne & de la grãdeur de la moitié d'icelle, puis accommodãt la plus petite au demy cercle depuis l'vne des extremitez de la plus grande par ceste propositió, & la ligne droicte menée de l'autre extremité de la plus grande à l'autre extremité de la plus petite accómodée, sera la ligne dont le quarré auec le quarré de la plus petite, sera esgal au quarré de la plus grande par la premiere partie de la 31 proposition du 3 liure, & par la 47 proposition du premier liure : doncques par la 3 commune sentéce on aura trouué vne ligne droicte de laquelle le quarré sera la difference des quarrez de deux lignes droictes inesgalles, & cela se nomme au dixiesme liure, trouuer vne ligne droicte, de laquelle la puissance soit la differéce des puissances de deux lignes inesgalles. Et comme il soit ainsi que nous pourrons faire de deux lignes droictes inesgalles données, les deux costez d'vn triangle rectangle, dont la plus grande soustiendra l'angle droict, en descriuant à l'entour de l'vne des extremitez de la plus petite, la circonference d'vn secteur, dont le rayon soit la plus grande, & menant vne perpendiculaire de l'autre extremité de la plus petite iusques à ladicte circonference, il est certain que la perpendiculaire sera celle de laquelle le quarré sera esgal à la difference des quarrez des deux lignes inesgalles dónées par la mesme 47 proposition, &c. Par ceste proposition ausi, & par la 28 proposition du 3 liure, nous osterons de la circonference d'vn cercle, vne circonference esgalle à vne sienne partie, c'est à dire à vne partie de la circonferéce dudict cercle.

2

Au cercle dóné, descrire le triangle equiangle au triangle dóné.

FORCADEL.

Il faut premierement trouuer vne ligne droicte touchant le cercle donné par la premiere proposition du 3 liure, par la 17 deffinition du premier liure, & par le corrolaire de la 16 proposition du troisiesme liure, & mettre au costé d'icelle des deux pars au poinct de l'atouchemét vers le cercle, deux angles esgaux aux deux angles de la base du triangle donné vn chacun au sien (& pour mettre le triangle au cercle semblablement le dextre sera esgal au senestre & le senestre au dextre) par la 23 propositiō du premier liure: car l'angle du milieu sera esgal à l'ágle de la cyme du triangle donné par la 13 proposition du premier liure, & 3 commune sentéce, & la ligne droicte menée des deux extremitez des deux lignes qui contiennent les angles faicts auec la touchante, là ou icelles vont trouuer la circonference, sera la base du triágle demandé, descrit au cercle donné par la 3 deffinition de ce liure, dont les angles du triangle qui sont au costé d'elle, sont esgaux aux angles de la base du triangle donné vn chacun au sien par la 32 proposition du 3 liure, & par la premiere commune sentéce. Par ceste proposition nous pourrons descrire en vn cercle donné vn triangle equilateral en prenant sur vne certaine ligne droicte vn triangle equilateral, par la premiere ou 22 propositiō du premier liure, & descriuant vn triangle au cercle ayant les angles esgaux aux angles du triágle equilateral, car il sera equiangle par la 5 proposition du premier liure, & le triágle descrit sera equilateral par la 6 proposition & 24 deffinition du mesme liure, & en diuisant vne chacune circonference prise d'vn chacun costé du triangle equilateral, par le milieu par la 30 proposition du 3 liure, & menant des lignes droictes des poincts des diuisions aux extremitez des costez du triágle, on aura descrit vn exagone, c'est à dire vne figure cōtenue de six costez esgaux & equiangle par la 29 proposition du 3 liure, & par la 8 proposition du premier liure, puis en diuisant vne chacune circonferéce par le milieu, & menant des poincts des diuisions des lignes droictes, comme dessus on descrira au cercle par la 3 deffinitiō de ce liure, vne figure du double d'autant de costez esgaux & equiangle par vne mesme raison. Voyez vn peu d'ou naissent ou peuuent naiſtre les nombres pairement impairs, comme 6 duquel la moitié eſt 3: & d'ou naiſſent les nombres pairement pairs & pairement impairs, comme 12 dont la moitié eſt 6: on peut auſsi deſcrire en vn cercle vn triangle Iſoſcele, prenant ſur vne certaine ligne droicte vn triangle Iſoſcele, par la 22 propoſition du premier liure, & faiſant au cercle auec le triãgle Iſoſcele, cõme on a fait au cercle auec le triãgle equilateral, & celuy qui ſera deſcrit au cercle, ſera Iſoſcele par la 6 ꝓpoſitiõ du premier liure & par la 25 deffinitiõ du meſme liure, & en ceſte propoſitiõ eſt la reſolution de la 5 propoſition ſuyuante.

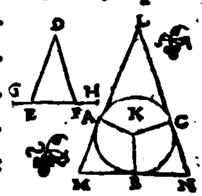


3

A l'entour du cercle dõné, deſcrire le triangle equiangle au triãgle donné.

FORCADEL.

Il faut prendre le centre du cercle dõné par la premiere propoſitiõ du troiſieſme liure, & d'iceluy mener l'vn des rayons du cercle par la premiere demande, aux deux coſtez duquel il faut faire deux angles au centre, eſgaux aux deux angles dehors de la baſe du triãgle donné menée d'vne part & d'autre, par la 2 demande & par la 23 propoſition du premier liure, & l'angle cõtenu des deux nouueaux rayons par la 3 commune ſentence, ſera eſgal au troiſieſme angle dehors du triangle donné: puis apres ſoient menées trois perpendiculaires, aux trois extremitez des trois rayons, contenants leſdicts trois angles dehors, par la 11 propoſition du premier liure, ou 31 propoſition du troiſieſme, leſquelles parferont le triangle demandé par le correlaire de la 16 propoſitiõ du 3 liure, & 4 deffinition de ce liure, car en menant vne ligne droicte de l'vne extremité à l'autre de deux rayons, certainement par la penultieſme commune ſentence les perpendiculaires paſ-



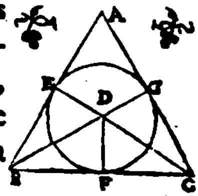
ſans par leurs extremitez ſ'yrốt trouuer de la part oppoſée au centre (& le meſme aduiendra de toutes les deux perpẽdiculaires menées aux extremitez des rayons d'vn ſecteur) & ferốt auec les deux rayons vne figure de quatre coſtez, les quatre angles de laquelle valent quatre angles droicts, par cela que nous auons pris en la 32 propoſition du premier liure, & par la 3 cốmune ſentence l'angle du centre & ſon oppoſé, valét deux angles droicts, & par la 13 propoſition du premier liure, premiere & 3 cốmunes ſentences l'angle dedans du triangle deſcrit à l'étour du cercle donné, ſera eſgal à l'angle dedans qui luy eſt rapporté du triangle donné &c. Et en ceſte propoſition on voit la reſolution de la ſuyuante propoſition en menant des lignes droictes des angles du centre, à leurs oppoſez : auſsi par vn triãgle equilateral ou Iſoſcele dốné on deſcrira à l'entour d'vn cercle donné, vn triangle equilateral ou Iſoſcele.

4

Au triangle donné, deſcrire le cercle.

FORCADEL.

Il faut diuiſer deux angles du triangle propoſé ou donné par le milieu, par la 9 propoſition du premier liure, & du poinct ou les deux lignes diuiſans les angles ſ'entrecoupent, il faut mener vne perpendiculaire à l'vn des coſtez du triangle par la 12 propoſition du premier liure, & le cercle deſcrit à l'entour dudict poinct & de la grandeur de la perpendiculaire, ſera le cercle qu'on demande par la 5 deffinitiố de ce liure: car en menãt dudict poinct deux perpendiculaires aux deux autres coſtez du triangle par la meſme 12 propoſition, icelles & la premiere ſeront eſgalles entr'elles par la 26 propoſition du premier liure priſe deux fois, & par la premiere cốmune ſentẽce, & par ainſi le cercle deſcrit à l'étour dudict poinct, & de la grandeur de l'vne, paſſera par les extremitez d'icelles, & ſa circonferéce touchera les coſtez du triangle par le correlaire de la 16 propositiõ du troisiesme liure. Il est assez manifeste que lesdictes lignes diuisans les angles, s'entretrouueront dedans le triangle : car vne chacune menée, coupera le costé opposé à l'angle qu'elle diuise, & par ainsi vne chacune trouuera plustost celle qui diuise l'autre angle.



5

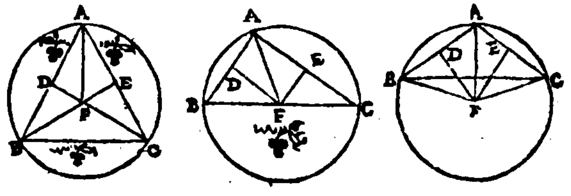
A l'entour du triangle donné descrire le cercle.

FORCADEL.

Il faut diuiser les deux costez du triangle donné par le milieu, & incontinent mener sur iceux aux fins milieux des perpẽdiculaires par la 10 & 11 propositions du premier liure, & les perpendiculaires menées vers le dedans du triangle par la 2 demande se vont trouuer au centre du cercle par le correlaire de la premiere proposition du troisiesme liure, lequel sera descrit à l'entour du triangle par la 6 deffinition de ce liure, en le descriuant à l'entour dudict poinct & de la grandeur depuis iceluy à l'vn des angles du triangle: ou bien ayant mené du poinct ou les perpendiculaires menées s'yrõt entrecouper trois lignes droictes par la premiere demande, certainement elles seront esgalles entr'elles par la 4 propofition du premier liure, & par la premiere commune sentence : & par ainsi la circõferẽce du cercle descrit à l'entour dudict poinct, & de la grãdeur de l'vne des lignes esgalles, touchera les angles ou vn chacun angle, ou passera par vn chacun des angles du triãgle, & par ladicte 6 deffinitiõ le cercle sera descrit à l'entour dudict triangle. Mais notons que lesdictes perpẽdiculaires s'entretrouuerõt ou dedans le triangle, ou en l'vn des costez d'iceluy, ou bien dehors: & que si le triangle est oxigone, c'est à sçauoir d'ãgles poinctus, certainement les perpendiculaires s'entretrouueront dedans le triangle, car en menant des lignes droictes desdicts fins milieux, au fin milieu de la base du triangle, el-

les seront

les ſeront paralleles aux coſtez du triangle par la 39 propoſitiõ du premier liure, ou par cela qu'on à pris en icelle, & par ainſi par la 2 partie de la 29 propoſition du premier liure l'angle dehors contenu d'vne chacune parallele, & du coſté du triangle d'ou elle part, ſera eſgal à l'ãgle du triangle oppoſé à la baſe: il ſera dõcques poinctu, & celuy qui luy eſt pres ſera Obtus, & par ainſi les perpẽdiculaires s'entretrouueront dedans le triangle, par vne raiſon ſemblable à celle de la precedente propoſition: & ſi le triangle eſt rectangle, en menant deux lignes droictes des milieux des deux coſtez qui contiennent l'angle droict au fin milieu de l'autre coſté, elles ſeront auſsi paralleles par vne meſme raiſon aux deux coſtez du triangle qui contiennent l'angle droict, vne chacune au ſien, & les angles qu'elles contiẽdront auec leſdicts coſtez ſeront droicts par vne meſme raiſon, & par ainſi elles paſſeront par les perpendiculaires, ou les perpendiculaires par elles, & s'entretrouueront à l'vn des coſtez du triangle: mais ſi le triangle donné eſt ambligone en menant touſiours deux lignes droictes des fins milieux des deux coſtez qui contiennent l'angle ouuert ou Obtus, au milieu du troiſieſme coſté ou de la baſe, certainement elles ſerõt touſiours paralleles: & par ainſi par les meſmes raiſons l'angle dehors contenu d'vne chacune ligne menée & du coſté du triangle duquel, ou du milieu duquel elle part, ſera ouuert ou Obtus, d'ou viendra que les perpendiculaires laiſſerõt les paralleles de la part dedans: & par ainſi s'yront trouuer dehors le triangle. Et de ceſte propoſitiõ les Architectes artiſans ou ceux qui pratiquent l'Architecture,



prẽnent la façon de faire, par laquelle ils font paſser la circonference d'vn cercle par tous les trois poincts qu'on voudra : mais qu'ils ne soiét pas en vne ligne droicte, car ils imaginent ou considerent deux costez d'vn triangle, par deux lignes droictes qu'ils considerent ou prennent entre le premier poinct & le second, & entre le second & le troisiesme &c.

CORRELAIRE.

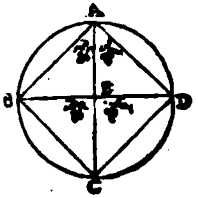
Et de là est manifeste que quant le centre du cercle tōbe dedans le triangle, l'angle contenu des deux costés diuisez d'iceluy estant en la plus grande section du cercle, est plus petit qu'vn droict. Et quant il tombe en l'vn des costez l'angle estant au demy cercle est droict: mais quāt le centre tōbe dehors le triangle, l'angle estant en la plus petite sectió du cercle est plus grāt qu'vn droict. Et par ainsi quant les angles du triangle donné serót ponctus, lesdictes lignes s'entretrouueront dedans iceluy triāgle: & quāt l'angle sera droict, elles s'entretrouuerót en l'vn des costez: mais quant il sera plus grant qu'vn droict, elles s'entretrouueront dehors : cela veut dire encores que quant le triangle sera rectangle, le centre du cercle sera en l'vn des costez du triangle, & s'il est ambligone il sera dehors le triangle, mais s'il est oxigone il sera dedās: aussi si à l'entour des trois angles d'vn triangle, se descriuent trois cercles vn chacun à l'entour du sien, de la grandeur plus grande que la moitié du plus grant costé du triāgle, ou que la moitié de l'vne des plus grandes lignes, ou que la moitié de l'vne des lignes esgalles, qui contiennent le triangle, en menant vne ligne droicte des deux poincts ou le premier & second cercles s'entrecoupent, & vne ligne droicte des poincts, ou le second & troisiesme cercle se coupent, icelles s'yront trouuer au centre du cercle lequel sera descrit à l'entour du triangle.

6

Au cercle donné descrire le quarré.

FORCADEL.

Il faut mener sur l'vn des diametres du cercle dóné vn autre diametre à droicts angles par la 11 ꝓpositió du premier liure, & les lignes droictes menées des extremitez des deux diametres se coupans à droicts angles descrirót le quarré demandé par la 3 deffinition de ce liure, car les quatre lignes droictes menées seront esgalles entr'elles par la 4 proposition du premier liure, ou bien par la 26, & 26 propositiós du troisiesme liure, & la figure de quatre costez descrite, sera d'angles droicts par la premiere partie de la 31 proposition du 3 liure, & par la 30 deffinition du premier liure la figure rectiligne (par la 20 deffinition du premier liure, & de quatre costés par la 22 deffinition du mesme) descrite, sera vn quarré: & en ceste est la resolution de la 9 propositió suiuante. Mais prenons y encores, qu'en diuisant les circonferences par le milieu, & menant des lignes droictes des milieux, aux extremitez des costez du quarré, on descrira vn octogane dedans le cercle, c'est à dire vne figure de huict costez esgaux par la 29 proposition du 3 liure, & equiangle par la 8 proposition du premier liure &c. d'ou sont venuz les nombres pairement pairs.

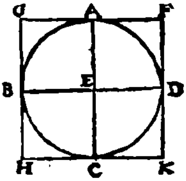


7

A l'entour du cercle donné descrire le quarré.

FORCADEL.

Il faut prendre au cercle dóné deux diametres s'entrecoupans à droicts angles, & les perpendiculaires menées aux extremitez d'iceux diametres par la 11 proposition du premier liure, ou par la 31 proposition du 3 liure, descriront à l'entour du cercle dóné vne figure de 4 lignes droictes par la 22 deffinition du premier liure, desquelles deux à deux, elles sont paralleles par la 28 proposition du premier liure à l'vn des diametres & entr'elles,& estant menées d'vne part & d'autre s'entrerencontreront par la 9 & penultiesme communes sentences, ou par la 30 proposition du premier liure,& seront esgalles entr'elles par la 34 proposition du premier liure,& premiere commune sentence, & sera ladicte figure rectiligne d'angles droicts par la troisiesme partie de la 29 proposition du premier liure, & la 3 commune sentence: doncques par la 30 deffinition du premier liure, le correlaire de la 16 proposition du 3 liure,& la 4 deffinition de ce liure, lon aura descrit le quarré demandé. Et en ceste est la resolution de la suiuante proposition. Nous laissons les autres façons de faire pour passer outre: car lon voit aussi qu'ayãt mené lesdictes perpendiculaires lon fera quatre quarrez esgaux qui font le quarré mesme descrit à l'entour du cercle, car les costez d'iceluy seront esgaux entr'eux comme doubles au rayon,&c.



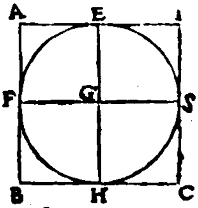
Mais il nous faut prendre icy que le costé d'vn quarré, descrit à l'entour d'vn cercle, estant esgal au diametre du cercle, certainement par la penultiesme proposition du premier liure, le quarré descrit à l'ẽtour d'vn cercle, sera double au quarré descrit dedans le mesme cercle, car le diametre du cercle est aussi le diametre de l'angle à l'angle du quarré descrit en iceluy,& par ainsi par la 9 commune sentence, &c. En descriuant vn quarré en vn cercle lon prendra par iceluy quarré plus de la moitié du cercle, & par ainsi par cecy & par cela que nous auons pris aussi en la 30 proposition du 3 liure, nous pourrons leuer d'vn cercle par autant de fois qu'il en sera besoing, plus de la moitié & de ce qui restera tousiours plus de la moitié. Archimede nous a dit en la 2 proposition du liure de la quadrature du cercle, que la raison du cercle au quarré de son diametre est comme 11 à 14, & nous sçauons comme nous l'auõs pris icy, que la raison du quarré descrit à l'entour du cercle au quarré descrit au cercle, est comme 14 à 7, par la cóseption doncques, & comme aussi nous le verrons, par la 22 proposition du cinquiesme liure, la raison du cercle au quarré descrit au cercle, sera comme 11 à 7: aussi si le quarré descrit au cercle au quarré descrit dehors, est comme 7 à 14, & le quarré descrit dehors est au cercle, cóme 14 à 11, il est certain que le quarré descrit au cercle sera au cercle comme 7 à 11.

8

Au quarré donné, descrire le cercle.

FORCADEL.

Il faut prendre les milieux des quatre costez du quarré donné par la 10 proposition du premier liure, & mener les lignes droictes des milieux des costez opposez d'iceluy par la premiere demande, & descrire vn cercle à l'entour du poinct ou les deux lignes menées s'entrecoupét, & de la grandeur depuis ledict poinct à l'vn des milieux par la 3 demande, & ce sera le cercle qu'on a demandé, ou bien il faut mener les deux diametres du quarré donné en la secóde sorte, &c. car icelles deux lignes droictes diuisent tout le



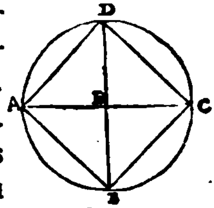
quarré en quatre quarrez esgaux par la 33 & 34 propositiós du premier liure, & par ainsi en quelque sorte que ce soit, comme par la 34 proposition du premier liure, & premiere ou 7 communes sentences, ou bien par la conuerse de la 30 deffinition du premier liure, les quatre lignes droictes sortans dudict poinct, seront esgalles entr'elles, la circonference du cercle dócques descrit à l'entour dudict poinct, & de la grandeur de l'vne passera par les extremitez des autres, & la circonference du cercle touchera les costez du quarré par le correlaire de la 16 proposition du troisiesme liure, & par ainsi par la 5 deffinition de ce liure, il sera descrit cóme il estoit demãdé. Lon peut aussi diuiser les deux costez du quarré donné par le milieu, & ensemblément y faire passer les perpendiculaires, lesquelles s'yront rencõtrer au centre du cercle, &c. aussi ayant descrit le quarré de la moitié de l'vn des costez du quarre donné au costé mesmes dedans de ladicte moitié, le centre du cercle sera à l'angle du quarré descrit opposé à l'angle du quarré donné, &c.

9

A l'entour du quarré donné descrire le cercle.

FORCADEL.

Il faut mener les deux diametres du quarré donné de l'angle à l'angle par la premiere demande, & descrire vn cercle à l'entour du poinct ou les diametres s'entrecoupent de la grandeur depuis iceluy à l'vn des angles du quarré par la 3 demande, & ce sera le cercle demandé par la 6 deffinition de ce liure : car les angles cõtenus des costez du quarré & des diametres, valẽt chacun la moitié d'vn angle droict, comme nous l'auons pris en la 9 & 32 propositiõs du premier liure, & par ainsi par la 6 proposition du mesme liure, & par la premiere commune sentence, les quatre lignes menées, ou qui sont dudict poinct aux angles du quarré donné, seront esgalles entr'elles, d'ou viendra que le cercle descrit à l'entour dudict poinct & de ladicte grandeur, passera par les angles du quarré donné.

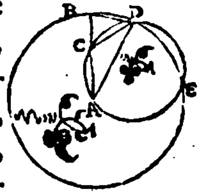


10

Faire vn triangle Isoscele: ayãt vn chacun des angles qui sont en la base double à l'autre.

FORCADEL.

Il faut descrire vn cercle à l'entour de l'vne des extremitez de quelque ligne droicte que ce soit, & de la grandeur de la ligne mesme par la 3 demande, & soustraire d'icelle depuis le centre, l'vne des pieces de laquelle le quarré est esgal au rectangle de la toute & de l'autre piece, diuisée ou coupée, ainsi par la 11 proposition du 2 liure:puis apres accommoder au cercle de l'autre part du rayon ou d'icelle ligne la mesme piece par la premiere proposition de ce liure, & le rayon mené du cétre à l'extremité de l'accommodée, l'accommodée & la ligne prise contiendront vn triangle Isoscele par la 15,20, 21,& 25, deffinitions du premier liure, & tel que la proposition veut : car en menant vne ligne droicte de l'extremité de l'accommodée au poinct ou la ligne prise est diuisée,par la premiere demande,& descriuant vn cercle à l'entour du triangle,duquel les angles se font l'vn au centre, l'autre au poinct de la diuision,& l'autre à l'extremité de l'accommodée, par la 5 proposition de ce liure,certainement par la derniere proposition du 3 liure,l'accommodée touchera le cercle passant par lesdicts trois poincts : mais l'ãgle qui est faict de la diuisée & de l'accommodée, est esgal à l'angle qui est faict de l'accommodée & de la menée au centre par la premiere partie de la 5 proposition du premier liure, lequel par la 8 commune sentence est esgal à l'angle contenu de l'accommodée & de la menée au poinct de la diuision, auec l'angle contenu de ladicte menée au poinct de la diuision & de ladicte menée au centre,lesquels sont esgaux par la 32 proposition du 3 liure, & 2 commune sentéce,à l'angle cótenu des deux menées,& à l'angle du centre, lesquels par la 32 proposition du premier liure, sont esgaux à l'angle contenu de la menée au poinct de la diuisió & de l'autre piece de la ligne diuisée:doncques par la premiere commune sentéce l'angle contenu de la diuisée & de l'accommodée, sera esgal à l'angle contenu de la menée au poinct de la diuisió, & de l'autre piece de la ligne diuisée : & par la 6 proposition du premier liure la menée au poinct de la diuision sera esgalle à l'accommodée : c'est à dire par la premiere commune sentence à celle qui est entre le centre, & le poinct de la diuision, &



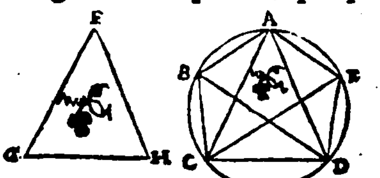
par la premiere partie de la cinquiesme proposition du premier liure l'angle cõtenu des lignes droictes menées, sera esgal à l'angle du centre, c'est à dire par la 32 proposition & premiere commune sentence, à l'angle contenu de l'accommodée & de la menée au poinct de la diuisiõ, & par ainsi l'vn des angles en la base du triangle Isoscele est double à l'autre par la 8 & premiere communes sentences, & semblablement l'autre, ou par la conuerse de la premiere commune sentence. En prenãt doncques deux lignes droictes esgalles, & diuisant l'vne d'icelles, tellement que le quarré de l'vne piece, face autant que le rectangle de la toute & de l'autre piece, certainement en faisant vn triangle, duquel les trois lignes droictes qui le contiennent, soient esgalles aux deux prises, & à la plus grande piece de la ligne diuisée, vne chacune à la sienne, par la 22 proposition du premier liure, on aura le triangle demandé.

II

Au cercle donné, descrire le Pentagone equilateral & equiangle.

FORCADEL.

Il faut prendre vn triangle Isoscele, ayant vn chacun des angles de la base double à l'autre par la precedẽte proposition, & descrire au cercle donné vn triangle equiangle à iceluy par la premiere proposition de ce liure, puis diuiser vn chacun angle qui est en la base du triangle descrit par le milieu ou en deux esgallement par la 9 proposition du premier liure, & mener les lignes des diuisions iusques à la circonference du cercle donné, & ayant mené deux lignes droictes de la cyme du triã



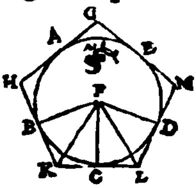
gle descrit aux deux poincts ou les lignes diuisans les angles attaignent la circonference par la premiere demande, de, deux lignes par la mesme demande des deux extremitez de la base ausdicts deux poincts, on aura descrit au cercle vn pentagone par la 3 deffinition de ce liure, il sera equilateral, par la 26, & 29 propositions du 3 liure, & equiangle par la 2 commune sentence, par la 29 proposition du troisiesme liure, & par la 8 proposition du premier liure. D'ou nous pouuons prendre par vne mesme façon de demonstrer, que toute figure de costez esgaux descrite en vn cercle, est ausi equiãgle. Et de là il est manifeste que la base d'vn triangle Isoscele faict par la precedente proposition, est le costé du pentagone descrit au cercle, qui est descrit à l'entour du triangle. Nous y pouuons prendre aussi, que si à l'entour de la cyme d'vn tel triangle Isoscele, lon descrit vn cercle de la grandeur de la base d'iceluy, & de la mesme grãdeur, lon descrit deux demis cercles à l'entour des extremitez de la base, de la part dehors des costez du triangle, ayant mené deux lignes droictes de la cyme aux deux poincts, là ou les demis cercles & le cercle se coupẽt, & deux lignes droictes desdicts poincts aux extremitez des bases d'vne mesme part, lon aura descrit vn pentagone equilateral & equiãgle, au costé de la base du triangle, & par cela nous pourrons descrire le pentagone equilateral & equiangle duquel l'vn des costez sera la ligne droicte donnée.

12

A l'entour du cercle donné descrire le pentagone equilateral & equiangle.

FORCADEL.

Il faut descrire au cercle donné vn pentagone equilateral & equiangle par la precedẽte proposition & du cẽtre du cercle donné il faut mener les rayons aux angles du pentagone, à l'extremité desquels ayant mené des perpendiculaires par la 11 proposition du premier liure, ou par la 31 proposition du troisiesme liure, on aura descrit à l'entour du çercle donné vn pẽtagone par le correlaire de la 16 propoſition du 3 liure, & par la 4 deffinition de ce liure, il ſera equilateral : car premierement en menant vne ligne droicte de l'angle du centre à l'angle du pentagone, par la 36 propoſition du troiſieſme liure, ou bien par la 47 propoſitiõ du premier liure, la premiere & troiſieſme communes ſentences, les lignes droictes menées de l'vn des angles du pentagone touchãt le cercle ſont eſgalles l'vne à l'autre,



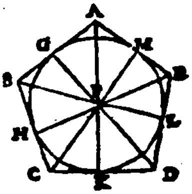
& par la 8 propoſition du premier liure, l'angle du cẽtre & l'angle du pentagone ſerõt diuiſez vn chacun en deux pieces eſgalles, & en menant vne ligne droicte de l'angle du centre, pres de l'angle diuiſé à l'angle du pentagone qui luy eſt oppoſé, iceux deux angles ſeront auſsi diuiſez vn chacun en deux pieces eſgalles par vne meſme raiſon. & par ainſi par la 7 commune ſentence la moitié de l'vn ſera eſgal à la moitié de l'autre, & par la 26 propoſition du premier liure, les coſtez oppoſez aux angles eſgaux ou ſe rapportans ſeront eſgaux entr'eux, & par vne meſme raiſon & par la premiere commune ſentence les pieces ou lignes droictes venans des angles du pentagone & touchans le cercle, ſeront eſgalles l'vne à l'autre: doncques par la 6 commune ſentence le pentagone ſera equilateral & par la 32 propoſition du premier liure, la 10, 2, & 3, communes ſentences, ou bien par la ſeconde commune ſentence tant ſeulement, le pentagone ſera equiangle. Et de là eſt manifeſte ou ſ'enſuiura que toute figure de coſtés eſgaux deſcrite à l'entour du cercle, ſera neceſſairement equiãgle: & ceſte façon de faire eſt generale à toutes les deſcriptions des figures de coſtez eſgaux & equiangles à l'entour du cercle. Et en ceſte propoſition, eſt la reſolution des deux ſuiuantes propoſitions.

13

Au pentagone equilateral & equiangle donné, deſcrire le cercle.

FORCADEL.

Il faut diuiser deux angles prochains du pẽtagone dóné, en deux esgallement par la 9 proposition du premier liure, & le cercle descrit à l'entour du poinct, ou les deux lignes qui diuisent lesdicts angles s'entretrouuent, & de la grandeur de la perpendiculaire menée dudict poinct à l'vn des costez du pentagone donné, par la 12 proposition du premier liure sera le cercle demandé : car si on meine dudict poinct trois lignesdroictes aux trois autres angles du pentagone par la premiere demande, certainement par la 4 proposition du premier liure, & par la 3 commune sentence, vne chacune d'elles diuisera son angle du pẽtagone par le milieu, puis en menant les autres quatre perpẽdiculaires dudit poĩct aux quatre autres costez du pentagone, par la 26 proposition du premier liure, & par la premiere commune sentence les cinq perpendiculaires seront esgalles entr'elles, & par ainsi la circonference du cercle descrit à l'ẽtour dudict poinct & de la quantité de l'vne, passera par les extremitez des autres, & sera descrit au pẽtagone par le correlaire de la 16 proposition du 3 liure, & par la 5 deffinitió de ce liure. Il est certain que les deux lignes diuisant deux angles prochains d'vn pentagone en deux esgallement, s'entretrouueront dedans le pẽtagone : car en menant deux lignes droictes de l'vn des angles diuisez aux deux extremitez du costé du pentagone qui luy est opposé, icelles diuiseront l'angle en trois esgallement, car vn chacun vaudra deux quintes d'vn droict, par la 32 & 5 propositions du premier liure &c. la ligne droicte doncques qui diuise tout l'angle par le milieu, diuisera aussi l'angle du milieu en deux esgallement, & par ainsi auant qu'aller trouuer le costé du pentagone qui luy est opposé elle trouuera la ligne qui diuise l'autre angle du pentagone, dedans le pentagone, ou



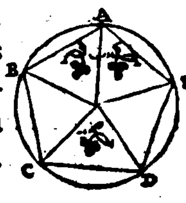
bien en menant encores deux lignes droictes de l'autre angle diuisé au costé du pentagone qui luy est opposé, certainement lesdictes deux lignes diuisants les angles se trouuerront & à plus forte raison, bien dedans le pentagone. Et ceste façon de faire est generalle à toutes les descriptions du cercle, aux figures de costez esgaux & equiangles.

14

A l'entour du pentagone equilateral & equiangle donné, descrire le cercle.

FORCADEL.

Il faut tousiours diuiser deux angles prochains, du pentagone donné, en deux esgallement, & le cercle descrit à l'entour du poinct ou les lignes qui diuisent les angles par le milieu s'entretrouuēt, & de la grandeur depuis ledict poinct à l'vn des angles par la 3 commune sentence, sera le cercle demãdé : car les lignes qui diuisent lesdicts angles, font au poinct ou elles s'entretrouuent vn triangle de deux costez esgaux par la 7 commune sentence, & par la 6 proposition du premier liure, & en menant dudict poinct aux autres angles du pentagone trois lignes droictes vne chacune d'elles, sera esgalle à vne chacune des autres deux par la 4 proposition du premier liure, & par la premiere commune sentence: en descriuant doncques vn cercle à l'entour dudict poinct, & de la quantité de l'vne des cinq lignes esgalles la circonference d'iceluy passera par les extremitez des autres, & par la 6 deffinition de ce liure, ledict cercle sera descrit à l'entour du pentagone donné.



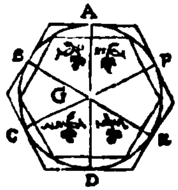
Et ceste façon de faire est generalle à toutes les descriptions du cercle à l'entour des figures de costez esgaux & equiangles.

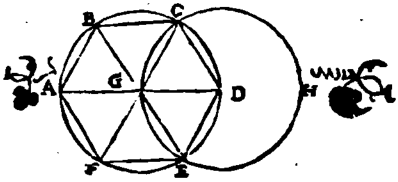
15

Au cercle donné, descrire l'exagone equilateral & equiangle.

FORCADEL.

Il faut descrire vn cercle, à l'entour de l'vne des extremitez du diametre du cercle donné, esgal au cercle donné par la conuerse de la premiere deffinition du troisiesme liure, & par la 3 demande, c'est à dire de la grandeur du rayon du cercle donné pris par la premiere proposition du 3 liure, puis mener deux lignes droictes qui seront deux diametres du cercle donné des deux poincts ou les deux cercles s'entrecoupent, au centre du cercle donné iusques à la circonferẽce du cercle donné de l'autre part par la premiere & seconde demãdes, & les lignes droictes menées des extremitez des diametres prochaines, de circonference en circonference, ou bien les lignes droictes prenant les six circonferẽces, sur lesquelles s'appuyent les six angles du centre, descriront au cercle donné l'exagone demandé : car les deux lignes droictes menées de ladicte extremité du diametre aux poincts ou les deux cercles s'entrecoupent, auec les trois rayons qui sortent des deux poincts & de ladicte extremité, font deux triangles equilateraux par la premiere & 22 propositiõs du premier liure, & equilateraux vn chacun & entr'eux par la deffinitiõ du cercle ou par la cõuerse de la premiere deffinitiõ du troisiesme liure, l'ãgle d'vn chacun desquels vaut deux tierces d'vn angle droict par la 5 proposition du premier liure, & par la 32 proposition du premier liure: doncques par la 13 proposition du premier liure & 3 commune sentence, l'angle qui est pres de l'vn ou de l'autre des angles du centre desdicts triangles, est esgal à l'vn d'eux, & par la 15 proposition du premier liure, & la premiere commune sentẽce, les six angles faicts au centre, sont esgaux entr'eux, & par la 15 deffinition & 4 proposition du premier liure les six bases des six triangles sont esgalles entr'elles, ou bien par la 26 & 29 propositions du troisiesme liure, lesdictes six bases sont esgalles entr'elles, & est ladicte figure equiangle, comme nous auõs dit,&c. elle est doncques descrite telle qu'elle est demandée par la 3 deffinitió de ce liure: cela veut dire qu'en





faisant passer le compas ouuert de la grandeur du rayon du cercle donné, six fois circulairement & continuellement,ou d'vn tenant par la circonference du cercle donné,& menant les lignes droictes depuis les deux poincts prochains d'vne mesme façon,lon aura descrit au cercle donné l'exagone demãdé. Cela veut dire encores qu'en descriuant vn cercle à l'entour de l'extremité du diametre du cercle donné, de la grandeur du rayon du cercle donné, ou vn demy cercle de la part dedans du cercle donné & de la mesme grandeur,& menant deux diametres encores au cercle donné des deux poincts ou les circonferences s'entrecoupent, les lignes droictes prenant les six circonferéces, sur lesquelles s'appuyent les six angles du centre, descriront au cercle donné l'exagone demandé.

CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste que le costé de l'exagone,est esgal au rayon du cercle,& si nous menons par les angles de l'exagone des lignes droictes touchant le cercle, elles descriront à l'entour du cercle vn exagone equilateral & equiangle,suiuant les choses dictes au pétagone: & de surplus par les choses semblables qui sont dictes au pentagone,nous descrirons vn cercle en vn exagone donné, & pareillemét nous descrirons vn cercle à l'entour d'vn exagone donné. Dauantage il est manifeste que si nous menons vne ligne droicte depuis les deux poincts ou les cercles s'entrecoupent, & deux desdicts deux poincts à l'autre extremité du diametre, icelles descrirót au cercle vn triãgle equilateral, & c'est cela que les vulgaires nommét, trouuer le tiers poinct, ou l'inuétion du tiers poinct: ce qu'ils trouuent en faisant passer six fois le compas sur la circonference du cercle, les iambes d'iceluy compas estant ouuertes de la grandeur du rayon, & meinent vne ligne droicte du premier poinct de la circonference au troisiesme, vne ligne droicte du troisiesme poinct au cinquiesme, & vne ligne droicte du cinquiesme au premier: encores si par les angles du triangle equilateral on fait passer des lignes droictes touchans le cercle, icelles descriront dehors le cercle vn triangle equilateral, & par vne mesme façon de faire demonstrée au pentagone, lon descrira vn cercle dedans & à l'entour d'vn triangle equilateral, ou d'vn quarré donné.

Dauantage si lon diuise vn chacun costé d'vne figure de costez esgaux, descrite en vn cercle par le milieu, & du cétre par vn chacũ milieu on fait passer des rayós, en ioignant les extremitez des rayons prochaines lon descrira vne telle figure au cercle, aux angles de laquelle faisant passer des touchãtes, ou bien faisant passer des touchantes par les extremitez des rayons, lon descrira vne figure de costez esgaux à l'entour du cercle de la mesme multitude de costez qu'est celle dedãs, & paralleles aux costez de la premiere descrite dedans le cercle. Nous prendrons aussi par nostre correlaire que l'entour de l'exagone descrit en vn cercle, sera triple au diametre du cercle, auquel il est descrit, & comme le veut Euclide à la 2 proposition du 3 liure, & Archimede au premier liure de la Sphere & du cylindre, la circonference du cercle sera plus grande que triple à son diametre: Et comme le veut Archimede à la 3 proposition du liure de la quadrature du cercle, la circonference du cercle contiendra le diametre trois fois, & non pas vne septiesme partie du diametre, mais elle sera trois fois le diametre & plus d'vne huictiesme partie du diametre: tellemét que la raison de la circonference au diametre sera presque comme 22 à 7 ou comme 25 à 8.

16

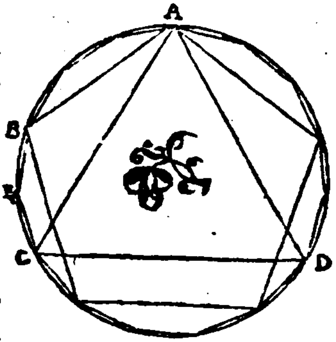
Au cercle donné, descrire le quindecagone equilateral & equiangle.

FORCADEL.

Il faut descrire au cercle donné vn triangle equilateral par la seconde propositió de ce liure, ou pour auoir plustost faict par le correlaire de la precedente proposition, puis apres il y faut descrire vn pentagone equilateral & equiangle par la 11 proposition de ce liure, tellemét que le triangle & le pétagone descrits, soyent en vne mesme cyme, c'est à dire, que leurs cymes soient en vn mesme poinct, il est certain que le costé du pentagone prochain à la cyme, comme tous les autres, soustient trois circonferences esgalles entr'elles, telles que sont ou seront celles de toute la circonferéce diuisée en quinze parties esgalles entr'elles, & le costé du triangle prochain à ladicte cyme de la mesme part, comm'aussi les autres costez, en soustient cinq circonferéces esgalles entr'elles, telles que sont celles qui sont soustenues du costé du pentagone, par vne mesme conseption, & par la 28 proposition du 3 liure, & par ainsi par la troisiesme commune sentence, la circonference qui est entre les extremitez desdicts deux costez, sera de deux circóferences esgalles telles que sont vne chacune de celles dont la circonference du cercle est diuisée en 15, & si on la diuise par le milieu, ou en deux esgallement par la 30 propositió du 3 liure, il est certain que l'vne d'icelles circonferéces sera la quinziesme partie de toute la circóferéce du cercle, c'est à dire que quinze de telles circonferences feront iustement toute la circóference du cercle donné: ou bien puis que le costé prochain du pentagone de la mesme part, soustiét tousiours trois telles circonferences dont la toute est diuisée en 15 circonferences esgalles, & que la circonference qui est

entre

entre les extremitez desdicts costez en soustiét deux telles, certainement par la 3 commune sentence, la circonference qui est entre l'extremité du costé du triangle, & l'extremité du second costé du pentagone, sera la quinziesme partie de toute la circonference du cercle donné, & en quelque sorte que nous ayōs la quinziesme partie de la circonference, en menant vne ligne droicte des extremitez d'icelle, par la premiere demande, certainemét par la 29 proposition du 3 liure, icelle sera l'vn des costez du quindecagone ou quinzāgle descrit dedans le cercle: en accommodant doncques vne telle ligne depuis l'vne de ses extremités au cercle & par toute la circonference continuellement, par la premiere proposition de ce liure, on aura descrit au cercle vn quinzangle de costez esgaux par la 3 deffinition de ce liure & equiangle, comme nous l'auons pris en la 11 proposition de ce liure. Si doncques lon descrit vn triangle equilateral, & vn pentagone equilateral & equiangle au cercle donné, en vne mesme cyme, ou ayans vne mesme cyme, il est certain que la ligne droicte menée de l'angle à l'angle des deux bases, d'vne mesme part, sera le costé du quinzangle equilateral & equiāgle descrit au cercle donné. Semblablement aussi comme au pentagone, si par les diuisions de la circonference nous menons des touchantes, elles descrirōt à l'entour du cercle vn quinzangle equilateral & equiangle: & par cela semblable que nous auons mōstré aux pentagones, nous descrirons aussi au quinzangle & à l'entour du quinzangle le cercle. Et par tout les circōferences estant diuisées en deux esgallemét & menāt aux milieux des lignes droictes, depuis les extremitez des costez de la figure descri-



te, nous deſcrirons au cercle vne figure du double d'autant de coſtez eſgaux & equiangle. Nous nous ſouuiendrons auſsi pour la fin de ce quatrieſme liure, que tout ainſi que par vn triangle Iſoſcele, dót vn chacun des angles de la baſe d'iceluy ſont doubles à l'autre, ou ſeront doubles à l'autre, iceluy eſtant deſcrit au cercle, ló troue ou deſcrit au cercle le pentagone equilateral & equiangle, auſsi par l'inuention d'vn triangle Iſoſcele deſcrit au cercle, dont vn chacun deſdicts angles ſoit triple quatruple, quintuple &c. à l'autre lon pourroit par meſme moyen, & par la 23 propoſition du premier liure, ou par la 9 propoſition du premier meſme, ou par l'vne & par l'autre, &c. deſcrire au cercle la figure de ſept coſtez eſgaux & equiangle, de 9 ou de 11 coſtez eſgaux & equiangle &c.

FIN DV QVATRIESME LIVRE.

A MONSIEVR MAISTRE PIERRE DE MONT DORÉ, SEIGNEVR DV RONdeau, Conſeiller du Roy, & Maiſtre de ſa librairie.

MONSIEVR, depuis quatorze ans que ie n'ay ceſſé d'enſeigner les Mathematiques, le deſir de profiter au bien public, m'a touſiours inuité à la traduction de pluſieurs liures, traictant d'icelles ſciences, à celle fin qu'vn chacun peuſt voir & manifeſtement aperceuoir le bien qui en pourroit ſortir, ſi l'on metoit peine d'en bié inſtruire la ieuneſſe. Et comme il ſoit ainſi qu'en m'acheminant peu à peu, en enſeignant & eſtudiant, i'en ſois venu iuſques à la traduction de ce cinquieſme liure d'Euclide, lequel (cóme vous ſçauez tresbien) traicte la perfection des raiſons & proportions, que ie nomme diſsibles & indiſsibles, apres l'auoir interpreté & illuſtré de cométaires tres-faciles, ie le vous ay bien voulu preſenter, non pour aucune recompence des biens & faueurs que i'ay receu en voſtre maiſon: mais pour vn gage & teſmoignage de la bonne ſouuenance que i'en auray toute ma vie, enſemble pour m'entretenir touſiours en voſtre bonne grace, & telle faueur qu'auez accouſtumé de me porter, & à tous ceux qui font entiere profeſsion des bonnes ſciéces & de la vertu. De Paris ce 15. d'Auril 1564.

LE CINQVIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE,

TRADVICT EN FRANÇOIS PAR
Pierre Forcadel de Bezies.

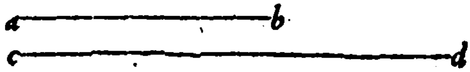
DEFFINITIONS.

1

VNE *grandeur est partie d'vne grandeur, la plus petite de la plus grande, quant la plus petite mesure la plus grande.*

FORCADEL.

Quant la ligne *a b*, mesure la ligne *c d*, plusieurs fois, le plan *a b*, le plan *c d*, & le solide *a b*, le solide *c d*: c'est à dire que *a b*, est en *c d*, de mesme genre plusieurs fois, ou que *c d*, contient *a b*, de mesme genre plusieurs fois, certainement la ligne *a b*, se dit la partie de la ligne *c d*, le plan *a b*, la partie du plan *c d*, & le solide *a b*, se dit semblablement la partie du solide *c d*. Il nous faut prendre icy que les grãdeurs qui mesurent esgallement, & de mesme multitude vne mesme grandeur sont esgalles entr'elles. Aussi quant vne grandeur sera la partie de quelques grãdeurs, elle sera la commune mesure d'icelles.



2

Mais plusieurs-fois est la plus grande de la plus petite, quant la plus petite mesure la plus grande.

FORCADEL.

Et par vne mesme raison *c d*, se dit le plusieurs fois de *a b*, de mesme genre : & telles deux magnitudes ou grandeurs comme *c d*, & *a b*, ou *a b*, & *c d*, de mesme genre, seront dictes commensurables en la premiere deffinition du dixiesme liure, ou bien en la 6 proposition du dixiesme liure : car si *a b*, est en *c d*, de mesme genre trois fois, c'est à dire si *c d*, contient *a b*, de mesme genre trois fois, certainement *c d*, à *a b*, de mesme genre, seront comme de 3 à 1, c'est à dire, comme de 6 à 2, c'est à sçauoir comme d'vn nombre à vn nóbre, & *a b*, & *c d*, de mesme genre estans cóme de l'vnité à 3, certainement ce sera comme de 4 à 12, c'est à dire comme d'vn nombre à vn nombre.

Il nous faut prendre icy que les grãdeurs mesurées esgallement d'vne mesme grãdeur & de mesme multitude sont esgalles entr'elles: aussi quãt vne grãdeur mesurera quelques grãdeurs, elle sera la cõmune mesure d'icelles.

3

Raison est vne mutuelle habitude de deux grandeurs de mesme genre, selon la quantité.

FORCADEL.

Ce regard là qui est entre deux grãdeurs de mesme genre se nomme raison, comme quãt des grandeurs esgalles ou inesgalles, nous considerons l'esgalité ou inesgalité d'icelles, & quant elles sont inesgalles combien la plus grande contient la plus petite, & quelle, ou quelle partie est la plus petite de la plus grãde, ie dis lors que de deux grandeurs inesgalles, la plus petite n'est pas plus petite que la plus petite. Mais notós en passant que par le combien de deux grandeurs diuisées l'vne par l'autre, est prise la denomination de la raison de l'vne à l'autre, & pour cela, ce combien mesme est nommé la denomination de la mesme raison.

4

Mais proportion est la similitude des raisons.

FORCADEL.

Comme quant il y a plusieurs habitudes ou comparaiſons, toutesfois ſemblables, c'eſt à dire ayants vne meſme denominatió de raiſons, ou que leurs raiſons ont vne meſme denomination, tout cela ſe nomme proportion. Et pource qu'entre deux telles grandeurs qu'on voudra de meſme genre, il y peut auoir des milieux proportionels, leſquels auec icelles grandeurs meſmes, font la ſemblãce des raiſons: de là peut eſtre venu que pluſieurs Mathematiciens ſe ſont faicts libres de nommer la comparaiſon de deux grandeurs de meſme gẽre raiſon ou proportion: toutesfois en la conſideration ſimple de deux grandeurs, la raiſon y demeure tant ſeulement.

5

Les grandeurs ſe diſent auoir raiſon l'vne à l'autre, leſquelles multipliées reciproquement ſe peuuent exceder.

FORCADEL.

Archimede au premier liure de la Sphere & du Cylindre & aux autres endroicts, veut que de deux grandeurs ineſgalles de meſme genre, la plus grande excede la plus petite de cela lequel eſtant pris par tant de fois qu'il en ſera beſoing, ou par pluſieurs fois, excedera la plus grande, voire & quelque grandeur terminée que ce ſoit de ſon genre. Or n'y à il ſi petite ligne laquelle ne puiſſe eſtre la difference ou l'exces d'vne ligne à vne ligne, ſi petit plan qui ne puiſſe eſtre l'exces d'vn plan à vn plan, ne ſi petit ſolide qui ne puiſſe eſtre la difference d'vn ſolide à vn ſolide, il y aura doncques raiſon d'vne ligne tant petite ſoit elle, à vne ligne d'vn plan tant petit ſoit il à vn plan, & d'vn ſolide tant petit ſoit il à vn ſolide, & au contraire: mais il n'y aura point de raiſon, de l'angle qui ſe fait de la ligne droicte qui touche le cercle, & de la circonference à l'angle de lignes droictes, c'eſt à dire, entre l'angle de l'atouchement & l'angle rectiligne: car combien que l'angle rectiligne eſtant multiplié, puiſſe exceder l'angle de l'atouchemẽt, nous auons toutesfois pris en la 16 propoſition du 3 liure, que l'angle de l'atouchement estant multiplié, n'excedera pas l'angle rectiligne, les autres choses qui appartiennent à ceste deffinition nous les auōs escrites en l'interpretation de l'Arithmetique, de Gemme Phrison: mais prenons icy ausi en passant, qu'il y aura raison entre la circonference du cercle & son diametre.

6

Les grandeurs se disent estre en vne mesme raison, la premiere à la seconde, & la troisiesme à la quatriesme, quant les esgaux plusieurs fois de la premiere & de la troisiesme, aux esgaux plusieurs fois de la seconde & de la quatriesme, par quelque multiplication que ce soit, ou bien ils sont ensemblément plus petits ou ensemblément esgaux, ou ensemblémēt plus grans, vn chacun à vn chacun, si lon prent ceux là qui s'entrerespondent.

FORCADEL.

Par la 36 ou 38 propositiōs du premier liure nous pouuons prendre quatre grandeurs, desquelles nous ne sçaurions multiplier la premiere, sans incontinēt multiplier d'autant la troisiesme, & en multipliant la seconde, nous multiplions ausi d'autāt la quatriesme, & pour cela par les mesmes propositiōs, il peut aduenir tout à la fois que si le plusieurs fois de la premiere, est esgal plus grant ou plus petit, au plusieurs fois de la seconde, ausi ensemblément, le plusieurs fois de la 3 sera esgal plus grant ou plus petit au plusieurs fois de la quatriesme: par ceste deffinition doncques icelles quatre grandeurs seront comme la premiere à la seconde, ainsi la troisiesme à la quatriesme, ce qui est la resolution de la premiere proposition du 6 liure, & le propre endroict d'ou est prise ceste deffinition: car certainement cela se touche au doigt, que puis qu'il est ainsi que si les bases des parallelogrammes, ou des triangles estans en mesmes hauteur, ou entre les mesmes paralleles, sont esgalles, les parallelogrammes, ou les triangles seront esgaux entr'eux, & par ainsi cóme la base sera à la base ainsi sera le plan au plā, & si les bases ſont ineſgalles,les plans ſeront auſsi ineſgaux,& l'vn ſera d'autant plus grant ou plus petit que l'autre,que la baſe de l'vn ſera plus grande ou plus petite que l'autre : la raiſon doncques du plan au plan, ſera touſiours comme de la baſe à la baſe. Prenons maintenãt les pluſieurs fois tels que celuy de la premiere ſoit eſgal à celuy de la secóde,il eſt certain que celuy de la troiſieſme ſera eſgal à celuy de la quatrieſme comme nous auons dict, & ſi lon prent vn pluſieurs fois plus grant ou plus petit de l'vnité que n'eſt celuy de la secóde & de la quatrieſme,il eſt certain que le pluſieurs fois de la premiere ſera plus petit ou plus grant que celuy de la ſeconde, & pareillement ou ſemblablement, celuy de la troiſieſme ſera plus petit ou plus grant que celuy de la quatrieſme,auſsi en remettant les pluſieurs fois eſgaux ou les reprenant,ſi lon prent vn pluſieurs fois plus grãt ou plus petit de l'vnité, que n'eſt celuy de la premiere & de la troiſieſme, il eſt certain par les meſmes propoſitions que le pluſieurs fois de la premiere, ſera plus grant ou plus petit que le pluſieurs fois de la ſeconde,& enſemblemẽt le pluſieurs fois de la troiſieſme ſera plus grant ou plus petit, que le pluſieurs fois de la quatrieſme. Quant doncques on nous propoſera quatre grandeurs telles qu'en prenant la premiere pluſieurs fois,nous prendrons le meſmes pluſieurs fois de la troiſieſme, & en prenant la ſeconde pluſieurs fois, nous prendrons le meſmes pluſieurs fois de la quatrieſme, & qu'il aduiendra tout à la fois, que ſi le pluſieurs fois de la premiere eſt plus grant, eſgal, ou plus petit au pluſieurs fois de la ſeconde, le pluſieurs fois de la troiſieſme, ſera ſemblablemẽt plus grãt, eſgal, ou plus petit au pluſieurs fois de la quatrieſme:nous dirós à lors de ces quatre grãdeurs que la raiſon de la premiere à la ſeconde ſera comme de la troiſieſme à la quatrieſme. Il eſt certain que de toutes les quatre grandeurs on pourra tellement multiplier la premiere & la troiſieſme,& tellement multiplier la ſeconla secóde & la quatriesme, que le plusieurs fois de la premiere, estant plus grant ou plus petit au plusieurs fois de la secóde, aussi le plusieurs fois de la troisiesme sera plus grãt ou plus petit au plusieurs fois de la quatriesme, mais quant le plusieurs fois de la premiere sera esgal au plusieurs fois de la seconde, certainement cela aduiendra tant seulement, à quatre telles grandeurs deffinies en ceste deffinition que le plusieurs fois de la troisiesme, soit semblablement esgal au plusieurs fois de la quatriesme: comme de ces quatre grandeurs 2.3. 5.6. Si ie multiplie la premiere & la troisiesme par 6, feront 12 & 30, & si ie multiplie la seconde & la quatriesme par trois, feront 9 & 18, là ou se voit que le plusieurs fois de la premiere est plus grant que le plusieurs fois de la seconde, & celuy de la troisiesme plus grant que celuy de la quatriesme, & si la seconde & la quatriesme se multiplient par 7, font 21 & 42, là ou se voit que le plusieurs fois de la premiere est plus petit que le plusieurs fois de la secóde, & le plusieurs fois de la troisiesme plus petit que le plusieurs fois de la quatriesme, mais en multipliãt la seconde & la quatriesme par 4, il est certain que le plusieurs fois de la premiere est bien esgal au plusieurs fois de la seconde: mais certainemét le plusieurs fois de la troisiesme, n'est pas esgal au plusieurs fois de la quatriesme, ce qui nous monstre que la raison de la premiere à la seconde, n'est pas telle qu'est celle de la troisiesme à la quatriesme, mais de ces quatre grãdeurs 2.3.10. 15. Si on multiplie la premiere & la troisiesme par 6, il en viendra 12 & 60, & si on multiplie la seconde & la quatriesme par 3, il en viendra 9 & 45, puis par 7, 21 & 105, & encores par 4 il en viendra 12 & 60, là ou se voit q̃ le plusieurs fois de la premiere est plus grãt, plus petit & esgal au plusieurs fois de la secóde, & semblablemét le plusieurs fois de la troisiesme est plus grãt, plus petit & esgal au plusieurs fois de la quatriesme, ce qui nous enseigne que la raison de la premiere à la secõde ſera telle qu'eſt celle de la troiſieſme à la quatrieſme:mais ſans tãt ſe fatiguer,ſoit pris le pluſieursfois de la premiere & de la troiſieſme, & vn tel pluſieurs fois de la ſecõde & de la quatrieſme, que celuy de la premiere ſoit eſgal au pluſieurs fois de la ſeconde,& ſi le pluſieurs fois de la troiſieſme eſt eſgal au pluſieurs fois de la quatrieſme,cela monſtrera aſſez que la raiſon de la premiere à la ſecõde,ſera telle qu'eſt celle de la troiſieſme à la quatrieſme, car en prenant vn pluſieurs fois plus grãt de l'vnité, & vn plus petit de la premiere & de la troiſieſme, ou de la ſeconde & de la quatrieſme, que n'eſt celuy deſia pris, certainemẽt le pluſieurs fois de la premiere, pourra eſtre eſgal,plus grãt, & plus petit au pluſieurs fois de la ſeconce:comme ſemblablement le pluſieurs fois de la troiſieſme ſera eſgal,plus grant,& plus petit au pluſieurs fois de la quatrieſme, mais ſi ayãt pris le pluſieurs fois de la premiere & de la troiſieſme, pareillemẽt le pluſieurs fois de la ſeconde & de la quatrieſme, & le pluſieurs fois de la premiere eſtant eſgal au pluſieurs fois de la ſeconde, le pluſieurs fois de la troiſieſme, ne ſera pas eſgal au pluſieurs fois de la quatrieſme, cela monſtrera aſſez que la raiſon de la premiere à la ſeconde, eſt autre que celle de la troiſieſme à la quatrieſme,quelque pluſieurs fois qu'õ puiſſe prendre de la premiere & de la troiſieſme,ou de la ſeconde & de la quatrieſme, & qu'il aduiẽne que le pluſieurs fois de la premiere ſera plus grãt ou plus petit que celuy de la ſeconde, comme celuy de la troiſieſme plus grant ou plus petit que le pluſieurs fois de la quatrieſme: ce que peuuent plus facilement entendre les ſtudieux ayans paſſé par la 16 propoſition du ſixieſme liure,& par la 19 propoſition du 7 liure.

	30		12		60
troiſieſme	5	premiere	2	troiſieſme	10
quatrieſme	6	ſeconde	3	quatrieſme	15

18	9	45
42	21	105
24	12	60

7

Et les grãdeurs ayãt vne mesme raison se nõmẽt proportiõnelles.

FORCADEL.

Il nous a nommé en la 4 deffinition la consideration simple des raisons semblables, proportion : maintenant il nomme les quantitez ou grandeurs mesmes, d'ou sortent telles raisons, proportionnelles comme sont les dernieres grandeurs que nous auõs prises, & les semblables: doncques celles grandeurs n'ayans poinct vne mesme raison, seront nommées improportiõnelles, comme sont les premieres grandeurs que nous auõs prises, & les semblables: quant doncques la raison de 2 à 3 est telle qu'est de 4 à 6, &c. A cause d'vne telle proportiõ, 2, 3, 4, 6, &c. se nommẽt proportionaux : & pour la non similitude de la raison de 4 à 6, à la raison de 3 à 5, à cause d'vne telle improportion 4, 6, 3, 5, se nomment improportionaux, ou se peuuent nommer tels.

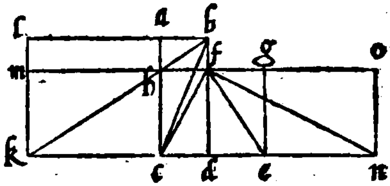
8

Mais quant des esgaux plusieurs fois, le plusieurs fois de la premiere, excedera le plusieurs fois de la seconde, & le plusieurs fois de la troisiesme n'excedera pas le plusieurs fois de la quatriesme, lors la premiere à la seconde se dira auoir vne plus grande raison, que la troisiesme à la quatriesme.

FORCADEL.

Il nous faut prendre pour vne premiere & seconde grandeurs, les parallelogrammes *a d*, & *f e*, ayans leurs bases *c d*, & *d e*, en vne mesme ligne droicte *c e*, mais n'estans pas entre les mesmes paralleles ou en mesme hauteur, & la hauteur de *a d*, soit *b d*, & celle de *f e*, soit *f d*, & les bases *c d*, & *d e*, soyent la troisiesme & quatriesme grandeurs, il est certain qu'en menãt la ligne *g f*, iusques à *h*, on souſtrait de *a d*, *h b*, lequel ſe peut prendre par autant de fois qu'il excedera *f e*, par la demande que nous auons priſe d'Archimede: car *h b*, ſera la difference d'vne grandeur à *f e*, par la 44 propoſition du premier liure, doncques par autant de fois qu'on prendra *h b*, pour exceder *f e*, ſoit priſe la baſe *c d*, en *k d*, & paracheue le parallélogramme *l d*, & menée la ligne *f h*, iuſques à *m*, pour auſsi paracheuer le parallelogramme *m b*: il eſt certain par la 36 propoſition du premier liure que par autant de fois qu'on prendra *h b*, en prenant autant de fois *c d*, en *k d*, on prendra autant de fois *a d*, en *l d*, & par ainſi en multipliant la premiere grandeur, on multiplie auſsi par autant de fois la troiſieſme: de là ſoit priſe la quatrieſme grandeur *d e*, par autant de fois, & le plus pres de l'vnité, qu'il ne ſoit pas plus petit que *k d*, iceluy pluſieurs fois ſoit *d n*, & ſoit paracheué le parallelogramme *o d*, qui ſera le meſmes pluſieurs fois de *f e*, par vne meſme raiſon, & par ainſi la ſeconde & la quatrieſme grandeurs ſont multipliées l'vne autant que l'autre, maintenāt ſi la ligne *k d*, eſt eſgalle à la ligne *d n*, il eſt certain par la 36 propoſition du premier liure que *m d*, ſera eſgal à *f n*, & par ainſi *l d*, ſera plus grant que *f n*, par la 9 commune ſentence, doncques le pluſieurs fois de la premiere ſera plus grant que le pluſieurs fois de la ſecōde, & le pluſieurs fois de la troiſieſme n'excedera pas le pluſieurs fois de la quatrieſme, auſſi ſi la baſe *k d*, eſt plus petite que *d n*, certainement *m d*, ſera plus petit que *f n*, & tout ainſi que *k d*, ſera au plus, plus petit que *d n*, de *d e*, auſsi *m d*, ſera au plus, plus petit que *f n*, de *f e*, auquel eſt plus grant *m b*, & par ainſi touſiours *l d*, le pluſieurs fois de la premiere excedera *f n*, le pluſieurs fois de la ſeconde, & *k d*, le pluſieurs fois de la troiſieſme n'excedera pas *d n*, le pluſieurs fois de la quatrieſme, & pour cela ceſte deffinition veut que la raiſon de *a d*, à *f e*, ſoit plus grande que celle de *c d*, à *d e*, ces quātitez doncques *a d*, *f e*, *c d*, & *d e*, ſont improportionelles:

le mesme se pourra demonstrer par la 38 propositió du premier liure des triangles *c b d*, & *d f e*, car en menant la ligne *c f*, on pourra prendre *c b f*, tant de fois qu'il excedera *d f e*, & prenant en *k b d*, & *d f n*, cela qu'on à pris en *l d*, & *f n*, le plusieurs fois de la premiere excedera tousiours le plusieurs fois de la secóde, mais le plusieurs fois de la troisiesme n'excedera pas le plusieurs fois de la quatriesme &c.



Quant doncques il y aura quatre grandeurs improportionnelles, & telles que la raison de la premiere à la secóde soit plus grande que de la troisiesme à la quatriesme, il faudra tant prendre de la premiere que la raison de cela à la seconde, soit telle que de la troisiesme à la quatriesme, comme lon voit en la precedéte figure, que la raison de *h d*, à *f e*, est telle que de *c d*, à *d e*, ou la raison de *c f d*, à *f d e*, est comme *c d*, à *d e*, puis multiplier la premiere & la troisiesme par cela, lequel multipliant la difference de la premiere à cela qu'on en aura soustraict, excedera la secóde: de là il faudra multiplier la seconde & la quatriesme par ce plusieurs fois la, le plus pres de l'vnité, lequel multipliant la quatriesme excedera le plusieurs fois de la troisiesme ou luy sera esgal, & ainsi tousiours le plusieurs fois de la premiere excedera le plusieurs fois de la seconde, & le plusieurs fois de la troisiesme n'excedera pas le plusieurs fois de la quatriesme: de ces quatre grandeurs 10.6.12.8 en multipliant 10 & 12 par 7, car la raison de 9 à 6, est cóme de 12 à 8, & 7 fois 1 excede 6, font 70 & 84 & multipliant 6 & 8 par 11, car 8 fois 11 excede ou commẽce d'exceder 84, font 66 & 88, le plusieurs fois de la premiere est plus grant que celuy de la secóde, & celuy de la troisiesme n'excede pas le plusieurs fois de la quatriesme,qui monstrent par ceste deffinition que la raison de 10 à 6,est plus grande que de 12 à 8 &c:& si lõ eusse pris 6 fois 10 & 6 fois 12, il en feust venu 60 & 72, puis en prenant 9 fois 8 & 9 fois 6,lon eust eu 54 & 72,& le plusieurs fois de la premiere, eusse excede le plusieurs fois de la secóde, & celuy de la troisiesme n'eusse pas excede le plusieurs fois de la quatriesme &c.

70	84	60	72
$\frac{10}{6}$	$\frac{12}{8}$	$\frac{10}{6}$	$\frac{12}{8}$
66	88	54	72

9

Et la proportion consiste pour le moins en trois termes.

FORCADEL.

Elle sera doncques en deux termes y considerant vn ou plusieurs milieux. Car les grandeurs d'ou sera faicte la proportion, seront continuellement proportiónelles ou non: si elles sont continuellement proportionnelles comme 4. 6. 9 &c. alors elle se trouuera en trois termes; & en quatre termes en 8.12.18.27 &c.si elles ne sont pas continuellement proportionnelles comme 6. 4. 18. 12 &c. alors elle se trouuera ausi en quatre termes &c.

10

Quant aussi il y a trois grandeurs proportionnelles, la raison de la premiere à la troisiesme se dit estre doublée à icelle, qu'elle à la seconde. Mais quant il y a quatre grandeurs proportiõnelles, la raison de la premiere à la quatriesme se dit estre triplée à icelle qu'elle a à la seconde. Et tousiours en apres d'vne plus, tãt qu'il y en aura en la proportion.

FORCADEL.

Quant il y a tant de grandeurs proportiónelles qu'on voudra,& on les diuise toutes par la plus petite,il est certain qu'on aura autant de grandeurs proportionnelles, desquelles l'vnité sera la premiere pour la plus petite, la denomination des raisons cótinuées, sera la secóde pour celle d'apres la plus petite, & le quarré de la denomination sera la troisiesme pour la troisiesme grandeur, puis apres le cube de la denominatió, sera la quatriesme pour la quatriesme grandeur, & le quarré du quarré de la denominatió sera la cinquiesme pour la cinquiesme grandeur,&c. Ainsi se voit que la raison de la premiere grandeur à la troisiesme, est comme l'vnité au quarré de la denomination, mais la raison de l'vnité au quarré de la denominatió est comme le quarré de la premiere grandeur au quarré de la seconde, doncques la raison de la premiere grandeur à la troisiesme, sera comme du quarré de la premiere au quarré de la secóde, ou comme la raison des quarrez des termes de la denomination de la raison de la premiere à la seconde. la raison doncques de deux quarrez se nomme doublée à la raison des costez, pareillemét la raison de la premiere grãdeur à la quatriesme est comme de l'vnité au cube de la denomination, laquelle est comme le cube de la premiere au cube de la seconde, ou comme les cubes des termes de la raison : la raison doncques de deux cubes, sera nommée triplée à la raison des costez : dauantage il se voit que la raison de la premiere grãdeur à la cinquiesme est cóme de l'vnité au quarré du quarré de la denominatió qui est cóme le quarré du quarré de la premiere au quarré du quarré de la secóde, ou cóme les quarrez des quarrez des termes de la denomination : & par ainsi la raison des quarrez de quarrez sera nommée quatruplée à la raison des costez,&c. & dela en prenant la racine quarrée des termes d'vne raison doublée, lon aura les termes de la raison simple, & en prenãt la racine cube des termes d'vne raison triplée, on aura les termes de la raison simple, & en prenant la racine de la racine des termes d'vne raison quatruplée on aura les termes de la raison simple,&c. Nous pouuons aussi entendre pour vne raison doublée, vne raison composée de deux raisons esgalles, & pour vne raison triplée, nous pouuons entendre vne raiſon composée de trois raiſons eſgalles,&c.

11

Les grandeurs ſe diſent eſtre de ſemblable raiſon, les antecedens aux antecedens, & les conſequens aux conſequens.

FORCADEL.

En la quatrieſme propoſition du ſixieſme liure il nous ſera demõſtré que des triangles equiangles les coſtez qui contiennent les angles eſgaux ſont proportionnaux,& que ceux qui ſouſtiennẽt les angles eſgaux ſont de ſemblable raiſon, c'eſt à dire ceux qui ſ'entreraportent, c'eſt à ſçauoir les antecedens & les ſuiuans,&c.comme l'antecedent à l'antecedent,& le ſuiuant au ſuiuant, c'eſt à ſçauoir comme la largeur à la largeur, & la longueur à la longueur.

12

La raiſon alterne eſt prendre l'antecedent comparé à l'antecedent, & le conſequent au conſequent.

FORCADEL.

Il nous ſera demonſtré en la 16 propoſition de ce liure, que ſ'il y à quatre grandeurs proportionnelles, auſsi la premiere & la troiſieſme, c'eſt à ſçauoir l'ãtecedent à l'ãtecedent,la ſecõde & laquatrieſme, c'eſt à ſçauoir le ſuiuant au ſuiuant ſeront proportionnelles.

13

La raiſon inuerſe ou tranſpoſée, eſt prendre le conſequent cõme antecedent, à l'antecedent comme conſequent.

FORCADEL.

Il nous ſera dict au correlaire de la 4 propoſition de ce liure, que ſ'il y à quatre grandeurs proportionnelles, la quatrieſme à la 3, & la ſeconde à la premiere ſeront auſsi proportionnelles,cela auſsi nous ſera demonſtré en la 16 propoſition de ce liure.

14

La compoſition de raiſon, eſt prendre l'antecedent auec le conſequent,

quent, comme vn, à iceluy consequent.

FORCADEL.

En la 18 proposition de ce liure il nous sera demõstré que s'il y à quatre grãdeurs proportiõnelles, la premiere & la seconde comme vne à la seconde, seront comme la troisiesme & la quatriesme comme vne à la quatriesme.

15

La diuision de raison est prendre l'exces, dõt l'antecedent excede le consequent à iceluy consequent.

FORCADEL.

En la 17 proposition de ce liure, il nous sera demõstré que s'il y a quatre grandeurs proportionnelles (& y entent que la premiere & la troisiesme soient les plus grandes, vne chacune à son consequent) ausi la difference de la premiere & de la seconde à la seconde, la difference de la troisiesme & de la quatriesme à la quatriesme, seront proportiõnelles, ce qui nous enseigne, que quant de quatre grandeurs proportionnelles la premiere est plus petite que la seconde, il ne se fait point de diuision de raison, sans premierement prendre la raison transposée, ou inuerse, ou renuersée.

16

La conuersion de raison, est prendre l'antecedent à l'exces, dont l'antecedent excede iceluy consequent.

FORCADEL.

Tout ainsi qu'en la 17 proposition de ce liure il nous sera demonstré que si la raison d'vn tout à vn leué, est cõme d'vn tout à vn leué, ausi la raison de la reste au leué, sera comme la reste au leué: ausi il nous sera dit au correlaire de la 19 proposition de ce liure, que si la raison d'vn tout à vn leué, est comme d'vn tout à vn leué, la raison du tout à la reste, sera cõme du tout à la reste. Ce qui nous enseigne que quant de quatre grandeurs proportionnelles, la premiere est plus petite que la seconde, ou la troisiesme plus petite que la quatriesme, il ne s'y fait point de conuersion de raison, sans premierement prẽdre la raison inuerse ou transposée, ou renuersée.

17

La raison de l'equalité est quant il y a plus de deux grandeurs & d'autres esgalles de multitude à icelles, qui soyent prises deux à deux en vne mesme raison: quant cõme aux premieres grãdeurs la premiere à la derniere, tout ainsi aux secondes grãdeurs la premiere sera à la derniere. Ou autrement, prẽdre les extremes en soustrayãt les milieux.

FORCADEL.

Icelle raison de l'equalité ou de l'egalité se trouue en deux sortes de proportions dont la premiere est.

18

La proportion ordonnée, est quant il sera comme l'antecedent au consequent, tout ainsi l'antecedent au consequent: & aussi le consequent à quelque autre chose, comme le consequent à quelque autre chose.

FORCADEL.

Cela veut dire quant à la consideration de trois grandeurs d'vne part & d'autre, que comme la premiere est à la seconde d'vne part, ainsi soit la premiere à la seconde de l'autre part, & comme la seconde à la troisiesme d'vne part, ainsi la seconde à la troisiesme de l'autre part, &c. elle se peut aussi nommer estendue ou menée, & nous sera demonstrée en la 22 proposition de ce liure,

19

Mais la proportion perturbée est, quant estant posées trois grandeurs, & d'autres qui soyẽt esgalles de multitude à icelles, & comme aussi aux premieres grandeurs l'antecedent est au consequent, tout ainsi aux secondes grandeurs l'antecedent au consequent: & comme aux premieres grãdeurs le cõsequent à quelque autre chose, tout ainsi aux secõdes grãdeurs quelque autre chose à l'antecedent.

FORCADEL.

C'est à dire quant à la consideration de trois grandeurs d'vne part & d'autre, comme la premiere à la seconde d'vne part,ainſi la ſeconde à la troiſieſme de l'autre part, & comme la ſeconde à la troiſieſme d'vne part, ainſi la premiere à la ſeconde de l'autre part, &c. en prenant les extremes d'vne part pour vne premiere & ſeconde,& de l'autre part pour vne ſeconde & troiſieſme. Elle ſe nomme auſsi inordonnée ou non ordonnée, & nous ſera demonſtrée en la 23 propoſition de ce liure.

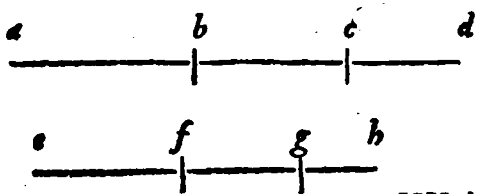
PROPOSITIONS.

I

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, à tant de grãdeurs qu'on voudra, eſgalles de multitude, eſgallement pluſieurs fois, vne chacune à la ſienne, vn tel pluſieurs fois qu'eſt l'vne grandeur d'vne, vn tel pluſieurs fois ſeront toutes de toutes.

FORCADEL.

Car ayant diuiſé les pluſieurs fois en leurs pieces eſgalles par la cõuerſe de la 2 deffinition de ce liure, il eſt certain par la ſeconde commune ſentence priſe tant de fois qu'il en ſera beſoing, que toutes les premieres pieces des pluſieurs fois ſeront eſgalles à tous les ſimples, les ſecondes aux ſecondes, & les troiſieſmes aux troiſieſmes, &c. & par ainſi toutes les grandeurs enſemble ſeront vn tel pluſieurs fois de toutes les ſimples qu'eſt l'vn pluſieurs fois de ſon ſimple : ou bien en faiſant la demonſtration de deux à deux pluſieurs fois,& de leurs ſimples on trouuera le meſmes, & eſt manifeſte que ſ'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, eſgalles à tant de grandeurs qu'on voudra, vne chacune à la ſienne, toutes ſeront eſgalles à toutes. Et ceſte propoſitiõ icy eſt particuliere à la 12 propoſition de ce liure.



Nous pouuons prendre de ceste proposition, que de trois nombres en progresśió Arithmetique, les deux extremes sont doubles à celuy du milieu: car celuy du milieu est esgal au premier & à l'exces, & le premier auec le dernier sont doubles au premier & à l'exces, c'est à dire que cela du dernier qui est esgal au premier, & le premier sont doubles au premier, & la difference du dernier au premier est double à l'exces. De là s'ensuiura que de quatre nombres continuez en la raison Arithmetique, les deux extremes seront esgaux aux deux milieux, car le premier & le troisiesme sont doubles au second, & le second auec le quatriesme sont doubles au troisiesme, & par ainsi par ceste propositió les quatre nombres adioustez ensemble serót doubles au second & au troisiesme; & puis que nous auós esté iusques là, ausi de quatre nóbres non continuez en la raison Arithmetique, les deux milieux seront esgaux aux deux extremes, car si au troisiesme, & à cela du quatriesme, qui est esgal au troisiesme, à cestuy cy on adiouste le premier, & à l'autre on adiouste du second ce qui est esgal au premier, les touts seront esgaux par la seconde commune sentence, & par la mesme en adioustant l'exces d'vne part & d'autre, comme ausi il y est, certainemét les deux milieux seront esgaux aux deux extremes. Ausi lon peut dire que de 4 nombres en la progresśion Arithmetique, les deux milieux seront esgaux aux deux extremes, pource qu'ils seront continues ou non, s'ils ne sont pas cótinues, il aduiendra que d'autant que le premier auec le troisiesme serót plus grans ou plus petits que le double du second, d'autant le second & le quatriesme seront plus petits ou plus grans au double du troisiesme, & par ainsi les quatre seront doubles au second & au troisiesme, & de tout cela vient que d'vne progresśion Arithmetique continuée faicte d'vn nombre pair de nombres, les premiers extremes seront esgaux aux seconds, & les seconds aux troisiesmes,

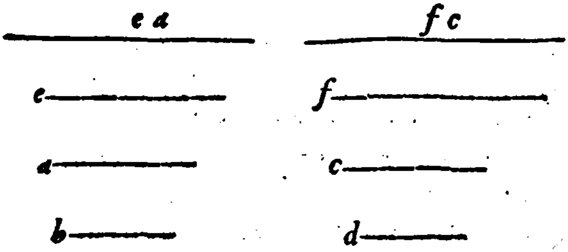
&c. & s'il y a vn nombre impair de nombres en la progresion, les extremes seront doubles au nombre du milieu,&c.

2

Si la premiere à la secōde est l'egal plusieurs fois, cōme la troisiesme à la quatriesme, & la cinquiesme à la secōde est l'egal plusieurs fois, cōme la sixiesme à la quatriesme: aussi la composée de la premiere auec la cinquiesme à la secōde, sera l'egal plusieurs fois, comme la troisiesme auec la sixiesme à la quatriesme.

FORCADEL.

Car par la conuerse de la secōde deffinitiō de ce liure, & par la seconde commune sentence, la seconde mesurera autant de fois la premiere & la cinquiesme, comme la quatriesme mesurera la troisiesme & la sixiesme, & par ainsi par la mesme seconde deffinition, la premiere auec la cinquiesme sera vn tel plusieurs fois de la secōde, que sera la troisiesme auec la sixiesme de la quatriesme. Si la cinquiesme ou la premiere sont esgalles à la seconde, & aussi la sixiesme ou la troisiesme à la quatriesme, le mesme en succedera. Et ceste est particuliere à la 24 proposition de ce liure.



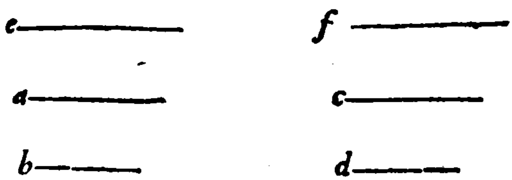
3

Si la premiere à la seconde est l'egal plusieurs fois comme la troisiesme à la quatriesme, & lon prent l'egal plusieurs fois de la premiere & de la troisiesme, aussi icelles prises & en la raison esgalle, vne chacune à vne chacune sera l'egal plusieurs fois, c'est à sca-

uoir l'vne à la ſeconde, & l'autre à la quatrieſme.

FORCADEL.

Car les pluſieurs fois de la ſeconde & de la quatrieſme, meſureront vn chacun ſon pluſieurs fois par la conuerſe de la 2 deffinition de ce liure, & les meſureront eſgallement, & par la precedente propoſition les deux premieres pieces des derniers pluſieurs fois, ſerõt les eſgaux pluſieurs fois de la secõde, & de la quatrieſme, & par la meſme precedente propoſition les trois pieces des derniers pluſieurs fois ſerõt les eſgaux pluſieurs fois de la meſme ſeconde & quatrieſme &c. Et ceſte eſt particuliere à la 22 propoſition de ce liure.



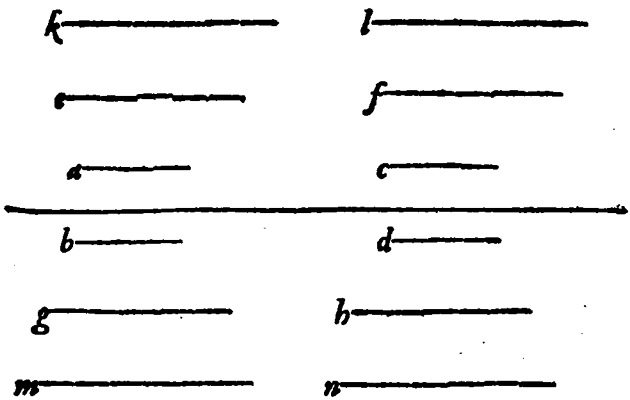
4

Si la premiere à la ſeconde à la meſme raiſon de la troiſieſme à la quatrieſme : auſsi les eſgaux pluſieurs fois de la premiere & de la troiſieſme, aux eſgaux pluſieurs fois de la ſeconde & de la quatrieſme, par quelque multiplication que ce ſoit, auront vne meſme raiſon ſ'ils ſont prins comme ils ſ'entrereſpondent.

FORCADEL.

Car en prenant les eſgaux pluſieurs fois des pluſieurs fois de la premiere & de la troiſieſme, & les eſgaux pluſieurs fois des pluſieurs fois de la secõde & de la quatrieſme par quelque multiplication que ce ſoit, certainement par la precedente propoſition, les ſeconds pluſieurs fois d'vne part, ſerõt les eſgaux pluſieurs fois de la premiere & de la troiſieſme, & les ſeconds pluſieurs fois de l'autre part, ſeront eſgallemẽt pluſieurs fois de la ſeconde & de la quatrieſme par la meſme precedente propoſition, &

par ainsi par la conuerse de la 6 deffinitió de ce liure, cela aduiendra que des seconds plusieurs fois, si celuy de la premiere est esgal plus grant ou plus petit, à celuy de la seconde, celuy de la troisiesme sera semblablement esgal plus grãt ou plus petit que celuy de la quatriesme, & par ainsi par la mesme deffinitió, des premiers plusieurs fois celuy de la premiere aura vne mesme raison à celuy de la seconde qu'aura celuy de la troisiesme à celuy de la quatriesme, en prenant des premiers plusieurs fois celuy du premier & troisiesme pour vne premiere & troisiesme, & celuy du second & quatriesme pour vne seconde & quatriesme grãdeurs: & pource que des secóds plusieurs fois celuy du premier, ne peut estre esgal plus grant ou plus petit à celuy du secont comme celuy du troisiesme, esgal plus grant ou plus petit à celuy du quatriesme, que incontinent celuy du quatriesme ne soit esgal plus petit ou plus grant, à celuy du troisiesme, comme celuy du second esgal plus petit ou plus grant à celuy du premier, de là s'ensuit le correlaire.



CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste, que s'il y a quatre grandeurs proportionnelles, elles seront aussi au contraire ou en la raison inuerse proportionnelles. Cela se peut prendre tant en la cõsideration des simples, que des premiers plusieurs fois, lesquels en la raison conuerse, ou en la raison renuersée, ou inuersement, seront proportionnaux.

Par ceste proposition icy si on me dit que trois aulnes $\frac{1}{2}$ de quelque marchandise coustent 5 liures $\frac{1}{3}$, & on me demande combien cousterõt 7 aulnes de la mesme marchandise, alors ie pourray prendre 3 $\frac{1}{2}$ & 7 pour vn premier & troisiesme, & 5 $\frac{1}{3}$ & le nombre qu'on me demande pour vn second & quatriesme, & en multipliãt 3 $\frac{1}{2}$ & 7 par 2, il en viendra 7 & 14, puis en multipliant 5 $\frac{1}{3}$ & le nombre que ie cherche par 3, il en viendra 16, & le triple de cela que ie cherche, & par ainsi ie feray comme si on me demandoit quant 7 valent 16, combien vaudront 14, & il en viendra 32 pour le triple de cela que ie cherche, dõt la tierce partie, c'est à sçauoir 10 $\frac{2}{3}$, sera ce que ie cherche ou quon me demande, ce que ieusse trouué en diuisant 224 produict de 16 fois 14 par 21 venu de 7 fois 3, & de là nous pouuons prendre vne reigle pour telles demandes, qu'il faut multiplier le premier nombre par le denominateur de sa fraction, & le produict par le denominateur du troisiesme, & encores le produict par le denominateur du secõd, & ce sera le premier nombre, puis le secõd se doibt multiplier par son denominateur pour le second, & le troisiesme par son denominateur, puis le produict par le denominateur du premier pour le troisiesme, & par ces trois nombres là, lon aura le nombre demãdé en faisant la reste par les reigles accoustumées, lesquelles nous auons demonstrées en tous noz liures de l'Arithmetique: si on me dit dõcques que 3 aulnes $\frac{1}{2}$ costent 5 $\frac{1}{3}$ & on me demande combien cousteront 4 aulnes $\frac{1}{5}$, certainement 10 fois 3 $\frac{1}{2}$ & 4 $\frac{1}{5}$ font 35 & 42, puis 3 fois 5 $\frac{1}{3}$ font 16, si doncques 35 trois valent 16, certainement 42 vaudront le cõbien de 672 party par 35 fois 3, c'est à sçauoir 19 $\frac{1}{5}$ party par 3 qui font 6 $\frac{2}{5}$: nous pouuions

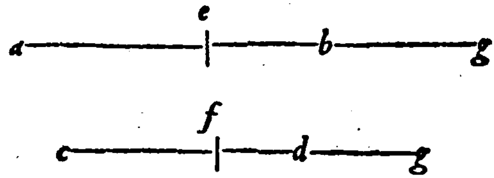
uions doncques dire quant 105 de 3 fois 35 valent 16, combien 42 qui est autant comme quant 5 valent 16, combien 2 il en vient 6 $\frac{2}{5}$, aussi quant 21 valent 16, certainement 14 vaudront 10 $\frac{2}{3}$ car c'est autant comme demander au premier exemple quant 3 valent 16, combien vaudrót 2, & il en vient 10 $\frac{2}{3}$: nous laissons les autres choses que nous pouuions dire en cest endroict à celle fin de nous approcher plus pres de la fin de nostre entreprise.

5

Si vne grandeur est l'egal plusieurs fois à vne grandeur, cõme la soustraicte de la soustraicte: aussi la reste sera vn tel plusieurs fois de la reste comm'est la toute de la toute.

FORCADEL.

Ceste proposition icy est particuliere à la 19 proposition de ce liure. Car en adioustant à la plus grande & de la part de sa soustraicte, vn tel plusieurs fois à la reste de la plus petite qu'est la soustraicte de la soustraicte par la 3 proposition du premier liure, certainement par la premiere propositió de ce liure, l'adioustée auec la soustraicte sera vn tel plusieurs fois de la pl⁹ petite, qu'est la soustraicte de la soustraicte, c'est à dire la toute de la toute, & par ainsi l'adioustée auec la soustraicte sera esgalle à la plus grande, & par la troisiesme commune sentéce, l'adioustée sera esgalle à la reste de la plus gráde, & par ainsi icelle reste sera à la reste de la plus petite vn tel plusieurs fois, qu'est la toute de la toute. Ou autrement vn tel plusieurs fois, qu'est la soustraicte de la soustraicte, soit la reste de la plus grande à l'adioustée à la plus petite, & de la part de la soustraicte par la mesme 3 propositió, & par la premiere propositió de ce liure, la plus gráde sera vn tel plusieurs fois de l'adioustée auec la soustraicte qu'est la soustraicte à la soustraicte, c'est à sçauoir la toute à la toute, & par ainsi la plus petite sera esgalle à l'adioustee & à la soustraicte, & par la troisiesme cómune sentence, l'adioustée sera esgalle à la reste de la plus petite, & par ainsi la reste à la reste sera vn tel plusieurs fois q̃ la toute de la toute.

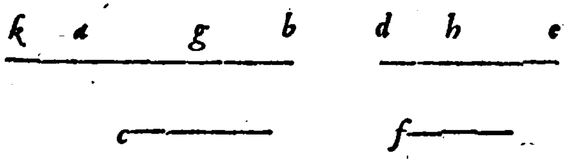


6

Si deux grandeurs sont les esgaux plusieurs fois à deux grãdeurs, & quelques soustraictes sont les esgaux plusieurs fois d'icelles mesmes, aussi les restes sont esgalles à icelles, ou biẽ les esgaux plusieurs fois d'icelles.

FORCADEL.

Car si la reste de l'vn plusieurs fois est esgalle à celle, de laquelle elle est le plusieurs fois, l'on peut adiouster à l'autre plusieurs fois, & de la part de la soustraicte, vne grandeur esgalle à celle dont elle est le plusieurs fois, & par la seconde proposition de ce liure, l'adioustée & la soustraicte à laquelle elle est adioustée, seront le mesme plusieurs fois de la grãdeur adioustée, qu'est l'autre plusieurs fois de son simple, c'est à dire vn tel plusieurs fois qu'estoit la premiere, & par la 3 commune sentence, puis qu'il est ainsi que le premier & dernier plusieurs fois d'vne mesme grãdeur, sont esgaux entr'eux, la reste du premier plusieurs fois, sera esgalle à l'adioustée, & par la premiere commune sentence au simple. Et si la reste de l'vn plusieurs fois est le plusieurs fois de celle de laquelle elle est le plusieurs fois, soit aussi l'adioustée vn tel plusieurs fois de l'autre simple, & tousiours par la seconde proposition de ce liure, la soustraicte & l'adioustée, serõt vn tel plusieurs fois du simple ou de ce simple là, auq̃l l'adioustée est le plusieurs fois qu'estoiẽt vn chacũ plusieurs fois de son simple, & par ainsi le premier plusieurs fois, sera tousiours esgal au dernier, & par la troisiesme commune ſentence, la reſte ſera eſgalle à la reſte, la reſte doncques du premier pluſieurs fois, ſera vn tel pluſieurs fois du ſimple, auquel l'adiouſtée eſt le pluſieurs fois, que ſera ladicte reſte à ſon ſimple.

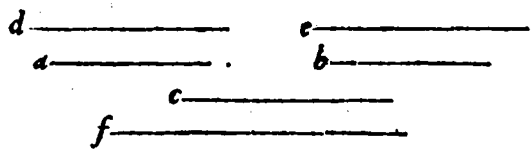


7

Les eſgalles à vne meſme ont vne meſme raiſon, & vne meſme aux eſgalles.

FORCADEL.

Car en prenant les grandeurs eſgalles pour vne premiere & troiſieſme, & la ſeule pour vne ſeconde & quatrieſme, puis prenant l'eſgal pluſieurs fois de la premiere & de la troiſieſme, les grãdeurs qui en viendront ou qui en ſeront produites, ſeront eſgalles entr'elles par la ſeconde commune ſentence priſe tant de fois qu'il en ſera beſoing : de là prenant le pluſieurs fois de la ſeule pour l'eſgal pluſieurs fois de la ſeconde & de la quatrieſme, il eſt certain par la premiere commune ſentence ou ſa conuerſe, que ſi le pluſieurs fois de la premiere eſt eſgal plus grant ou plus petit au pluſieurs fois de la ſeconde, certainement le pluſieurs fois de la troiſieſme ſera eſgal plus grant ou plus petit au pluſieurs fois de la quatrieſme, & par ainſi par la ſixieſme deffinition de ce liure, les deux grandeurs eſgalles auront vne meſme raiſon à la ſeule, & tout à la fois il ſera auſsi certain que ſi le pluſieurs fois de la quatrieſme comme d'vne premiere, eſt eſgal plus petit ou plus grant au pluſieurs fois de la troiſieſme, comme ſeconde, auſsi le pluſieurs fois de la ſecóde comme troiſieſme, ſera eſgal plus petit ou plus grãt au pluſieurs fois de la premiere cóme quatrieſme, & par ainſi par la 6 deffinition la seule aura vne mesme raison aux grandeurs esgalles: les grãdeurs inesgalles doncques n'auront point vne mesme raison à vne mesme ny vne mesme n'aura pas vne mesme raison aux grandeurs inesgalles.

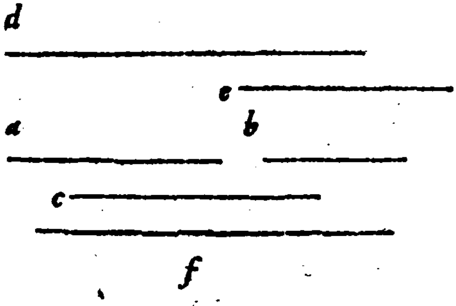


8

Des grandeurs inesgalles, la plus grande à vne mesme, à vne plus grãde raison, que la plus petite: & vne mesme à la plus petite à vne plus grande raison, qu'à la plus grande.

FORCADEL.

Car en prenant la plus grande des grandeurs inesgalles pour vne premiere, la plus petite pour vne troisiesme, & la seule pour vne seconde & quatriesme, puis multipliant la plus grande & la plus petite par cela, lequel multipliant la difference de la plus grande à la plus petite, prise par la 3 proposition du premier liure, excederoit la seule, & icelle multiplication se fera en la plus grande par la premiere proposition de ce liure: de là multipliant la seule par cela le plus pres de l'vnité, qui excedera ou fera exceder le plusieurs fois de la plus petite, certainemẽt comme nous l'auons enseigné en la 8 deffinition, nous aurons pris l'egal plusieurs fois de la premiere & de la troisiesme, & l'egal plusieurs fois de la seconde & de la quatriesme, tellement que le plusieurs fois de la premiere excedera celuy de la seconde, mais celuy de la troisiesme n'excedera pas le plusieurs fois de la quatriesme, & par ainsi par la 8 deffinition la raison de la plus grande grandeur à la seule, est plus grande que de la plus petite à la seule, & tout à la fois ou par vn mesme moyẽ en prenant la seule pour vne premiere & troisiesme, & la plus petite & la plus grande pour vne seconde & quatriesme, nous aurons le plusieurs fois de la premiere excedant le plusieurs fois de la seconde, & le plusieurs fois de la troisiesme n'excedant pas, le plusieurs fois de la quatriesme, & par ainsi par la mesme 8 deffinitió la seule à la plus petite grandeur aura vne raison plus grande, qu'elle n'aura à la plus grande grandeur. Cecy aduiendra en toutes les autres à cause du lybre plusieurs fois de la premiere & de la troisiesme, quant multipliant la difference de la plus grande à la plus petite excedera la seule. Mais si la dicte difference excede la plus petite, alors en multipliant la plus grande & la plus petite par cela lequel multipliant la plus petite excede la seule &c. on aura cóme plus tost faict: certainement aussi de deux grandeurs inesgalles acomparées à vne mesme, la plus grande contiendra plus de certaines parties esgalles de la seule que la plus petite, & la seule sera plus gráde au regard de la plus petite, que au regard de la plus gráde: d'ou viénét les denominatiós des raisons inesgalles, & par ainsi les raisons nó semblables. Il veut dire aussi que la raison de la plus petite à la seule sera plus petite que de la plus grande à la seule, & la raison de la seule à la plus gráde, plus petite que de la seule à la plus petite.



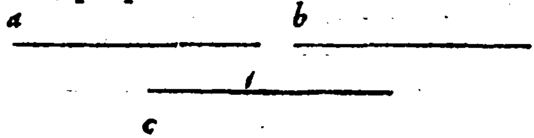
Il nous faut prendre en ceste proposition pource que nous nous en vouloós seruir ailleurs, que si de quatre grádeurs la premiere eſt plus grande que la troiſieſme, & la ſecõde plus petite que la quatrieſme, la raiſon de la premiere à la ſeconde, ſera plus grande que de la troiſieſme à la quatrieſme : car par la premiere partie de ceſte propoſitiõ la raiſon de la premiere à la ſeconde, eſt plus grãde que de la troiſieſme à la ſeconde, laquelle par la ſeconde partie de ceſte propoſition eſt plus grande, que de la troiſieſme à la quatrieſme, & à plus forte raiſon, la raiſon de la premiere à la ſecõde ſera plus grande que de la troiſieſme à la quatrieſme : & par vne ſemblable maniere de demonſtrer, ſi la premiere eſt plus petite que la 3, & la ſeconde eſt plus grande que la quatrieſme, la raiſon de la premiere à la ſecõde ſera plus petite que de la troiſieſme à la quatrieſme.

9

Celles qui ont vne meſme raiſon à vne, ſont eſgalles entr'elles, & celles auſquelles vne, à vne meſme raiſon, icelles auſsi ſont eſgalles entr'elles.

FORCADEL.

Car premieremẽt ſi elles eſtoient ineſgalles par la premiere partie de la precedente propoſition, la plus grande auroit vne plus grande raiſon à la ſeule, que n'auroit la plus petite : & ſecondement ſi elles eſtoient ineſgalles par la ſeconde partie de la precedẽte propoſition la ſeule auroit vne plus grãde raiſon à la plus petite, qu'elle n'auroit à la plus grande, & par ainſi d'vne part & d'autre, elles ſeront eſgalles comme la propre cauſe des raiſons eſgalles en la 7 propoſition de ce liure.

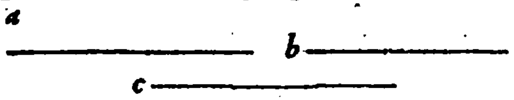


10

D'icelles qui ont raiſon à vne meſme grandeur, celle qui a la plus grande raiſon, icelle eſt plus grande : & celle à laquelle vne meſme *à la plus grande raiſon, icelle eſt plus petite.*

FORCADEL.

Car premierement ſi celle qui a vne plus grãde raiſon à vne meſme, eſtoit eſgalle ou plus petite à l'autre, elle auroit vne meſme raiſon ou vne plus petite raiſon à la ſeule, par les premieres parties de la 7 & 8 propoſitions de ce liure: & ſecondement ſi celle à laquelle vne meſme à vne plus grande raiſon eſtoit eſgalle ou plus grande, la ſeule auroit vne meſme raiſon ou plus petite à icelle, par les ſecondes parties des meſmes propoſitiõs, & par ainſi d'vne part, celle qui aura la plus grãde raiſon ſera la plus grãde, & de l'autre part celle à laquelle la ſeule aura vne plus grande raiſon ſera la plus petite, comme en eſtant les propres cauſes en la 8 propoſition de ce liure.



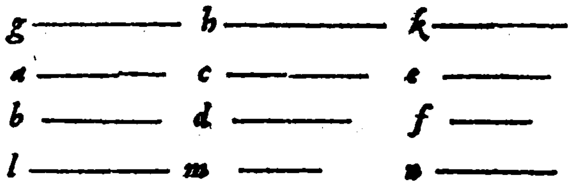
Il veut dire auſsi que celle qui a vne plus petite raiſon à la ſeule, eſt plus petite, & celle à laquelle la ſeule à vne plus petite raiſon, eſt la plus grande.

II

Les raiſons qui ſont les meſmes à vne: ſont auſsi les meſmes entr'elles.

FORCADEL.

Il veut dire que ſi la raiſon de deux premieres grãdeurs eſt telle que la raiſon de deux ſecondes, & la raiſon de deux ſecõdes telle que la raiſon de deux troiſieſmes, certainement la raiſon des deux premieres, ſera telle que la raiſon des deux troiſieſmes: car en prenant l'egal pluſieurs fois des antecedens, & l'egal pluſieurs fois des ſuiuans ou conſequens, par quelque multiplication que ce ſoit l'vne & l'autre, certainement par la conuerſe de la 6 deffinition de ce liure, ſi le pluſieurs fois de l'antecedent des premieres eſt eſgal, plus grant ou plus petit au pluſieurs fois de ſon ſuiuant, auſsi le pluſieurs fois de l'antecedent des ſecõdes ſera eſgal plus grant, ou plus petit au pluſieurs fois de ſon ſuiuant: & par vne meſme conuerſe, le pluſieurs fois de l'antecedent des troiſieſmes, ſera eſgal plus grant ou plus petit au pluſieurs fois de ſon ſuiuant: car le pluſieurs fois de l'antecedẽt des ſecondes, eſt tel à ſon ſuiuant, ainſi en prenant les deux premieres grã deurs pour vne premiere & ſeconde, & les deux dernieres pour vne troiſieſme & quatrieſme, la raiſon des deux premieres ſera telle que la raiſon des deux dernieres par ladicte 6 deffinition.



En ceſte propoſition eſt le lieu, là ou nous deuons interpreter la queſtion ſuiuante, vn capitaine ou coronal ayãt ſoubs luy 3000 ſoldats auec des viures pour 7 mois eſt tellement aſsiegé de l'ennemy de ſon prince, qu'il ne voit aucun moyen de ſecours, ny de deſaſsiegement iuſques à la fin de l'an, lon demande combien il doibt retenir de ſoldats auec ſoy: prenons pour l'eſtime des viures qu'il a 4200 eſcus, & ſi en 7 mois il deſpent 4200 eſcus, en 12 mois il auroit beſoing de deſpendre 7200 eſcus, mais au lieu de tant il en a 4200, ſi doncques 7200 reuiennent à 4200, certainement 3000 hommes reuiendront à 1750, Ainſi nous voyons que la raiſon de 3000 ſoldats à 1750 eſt comme de 7200 à 4200, laquelle eſt comme de 12 à 7, & par ainſi par ceſte propoſitió la raiſon de 12 à 7, ſera cóme de 3000 à 1750. Il faudra doncques multiplier les hommes qu'on a, par le nombre des mois pour durant leſquels on a des viures, & partir le produict par le nóbre des mois qu'on ſ'atét eſtre aſsiegé.

La

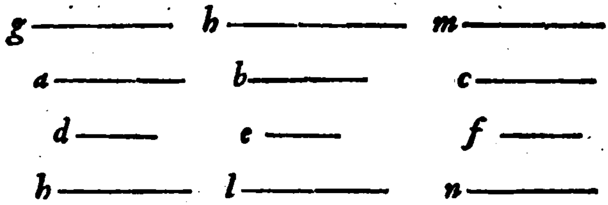
La reste de cela qui se peut dire icy sur les reigles de trois reciproques ou obliques, nous le laisserons iusques au temps qu'il plaira à Dieu qu'en son propre lieu, les autres façons particulieres soyent demonstrées par nous, comme desia nous l'auons fait par deux fois.

12

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra proportionnelles, comme vne des antecedentes sera à vne des consequentes, tout ainsi seront toutes les antecedentes à toutes les consequentes.

FORCADEL.

Car en prenant l'esgal plusieurs fois de tous les antecedens, & l'esgal plusieurs fois de tous les suiuans par quelque multiplication que ce soit l'vn & l'autre, certainement par la conuerse de la 6 deffinition de ce liure, prise tãt de fois qu'il en sera besoing, les plusieurs fois des antecedens serót esgaux plus grans ou plus petits aux plusieurs fois des suiuans vn chacũ au sien, & par la premiere proposition de ce liure tous les plusieurs fois des antecedens ensemble à tous les antecedens ensemble, seront vn tel plusieurs fois qu'est vn chacun plusieurs fois de son antecedent, & par la mesme tous les plusieurs fois des suiuans ensemble à tous les suiuans ensemble, seront vn tel plusieurs fois qu'est vn chacun plusieurs fois à son suiuant, & dauantage par la secóde commune sentence, &c. Si l'vn des plusieurs fois des antecedés est esgal plus grant ou plus petit à son plusieurs fois des suiuans, tous les plusieurs fois de tous les antecedens en vn plusieurs fois, serót esgaux plus grans ou plus petits, à tous les plusieurs fois de tous les suiuans en vn plusieurs fois, & en prenant l'vn des antecedés, & son suiuant pour vne premiere & seconde grãdeurs, & tous les antecedens & tous les suiuans pour vne troisiesme & quatriesme, certainement par la 6 deffinition de ce liure, la raison de l'vn des antecedens à son suiuant sera comme celle de tous les antecedens à tous les suiuans.



De ceste proposition icy nous en pouuons tirer la demonstratiō de la diuision: car quant nous voudrons partir 60 par 24, il en viendra $2\frac{1}{2}$, pource que la raison de 20 fois $2\frac{1}{2}$, c'est à sçauoir de 50 à 20, est comme de 5 à 2, & aussi la raison de 4 fois $2\frac{1}{2}$, c'est à sçauoir de 10 à 4, est comme de 5 à 2, & par la precedente proposition, comme de 50 à 20, & par ceste proposition la raison de 60 à 24, est comme de 10 à 4, & par la precedēte proposition, comme de 5 à 2: tout ainsi doncques que 5 contient 2, deux fois & demy, aussi il est bien faict que 60 contienne 24 deux fois & demy, &c.

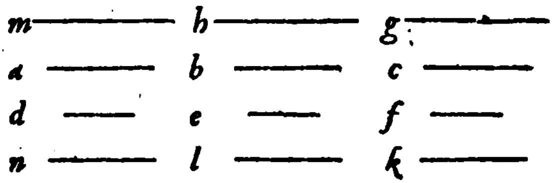
Par ceste proposition aussi nous prenons les reigles de trois particulieres des simples reigles de compaignies, & les semblables: car nous prenons toutes leurs mises ensemble au premier lieu pour tous les antecedens ou tous les suiuans, & ce qu'il ont gaigné, nous le metons au second lieu, pour tous les suiuans, ou tous les antecedēs, & au troisiesme lieu doibt estre la mise d'vn chacun pour vn chacun antecedēt ou vn chacun suiuant, & il en viendra vn chacun suiuant, ou antecedent, pour le gain d'vn chacun. Aussi nous disons par ceste proposition que $\frac{555}{777}$ abreuiés font $\frac{5}{7}$, car la raison de 500 à 700, de 50 à 70 & de 5 à 7 est vne mesme, &c. Semblablement nous abreuions $\frac{4747}{5959}$ en $\frac{47}{59}$, car la raison de 4700 à 5900 est la mesme, qu'est de 47 à 59, &c. Aussi nous disons par ceste proposition que 7 cubes plus 14 lignes diuisées par 8 quarrez de quarrez, plus 16 quarrez, font autant comme 7 cubes partits par 8 quarrez de quarrez, ou comme 14 lignes partits par 16 quarrez, c'est à dire 7 parti par 8 lignes: car la raison de 7 cubes à 8 quarrez de quarrez, est telle que de 14 lignes à 16 quarrez. Ausi nous disons par ceste propositió que quant $\frac{3}{4}$ de quarré sont esgaux à 588, certainement 1 quarré vaudra 784, & le costé d'iceluy 28: car la raison de $\frac{1}{4}$ de quarré à 196, c'est à sçauoir le tiers de l'vn au tiers de l'autre, est comme de $\frac{3}{4}$ de quarré à 588, & comme $\frac{3}{4}$ de quarré sont esgaux à 588, aussi $\frac{3}{4}$ de quarré & $\frac{1}{4}$ de quarré, c'est à sçauoir 1 quarré est esgal à 588 & 196, c'est à sçauoir à 784, & la raison pourquoy les raisons sont telles, est en la 15 proposition suiuante.

13

Si la premiere à la seconde a la mesme raison qu'a la troisiesme à la quatriesme, & la troisiesme à la quatriesme a vne plus grande raison, que la cinquiesme à la sixiesme: aussi la premiere à la seconde, aura vne plus grãde raison, que la cinquiesme à la sixiesme.

FORCADEL.

Car par la conuerse de la 8 deffinition de ce liure, lon pourra prendre vn tel esgal plusieurs fois de la troisiesme, comme vne premiere, & de la cinquiesme, comme vne troisiesme, & vn tel esgal plusieurs fois de la quatriesme comme vne seconde, & de la sixiesme comme vne quatriesme, que le plusieurs fois de la troisiesme, excedera le plusieurs fois de la quatriesme, & le plusieurs fois de la cinquiesme n'excedera pas le plusieurs fois de la sixiesme, de là en prenãt vn tel plusieurs fois de la premiere comme de la troisiesme & cinquiesme, & vn tel plusieurs fois de la seconde, comme de la quatriesme & de la sixiesme, certainemẽt par la conuerse de la sixiesme deffinitió de ce liure, le plusieurs fois de la premiere excedera le plusieurs fois de la seconde, car le plusieurs fois de la troisiesme, excede le plusieurs fois de la quatriesme, mais le plusieurs fois de la cinquiesme n'excede pas le plusieurs fois de la sixiesme, & par ainsi par la 8 deffinition de ce liure, la raison de la premiere à la secóde sera plus grande que de la cinquiesme, comme troisiesme, à la sixiesme comme quatriesme.



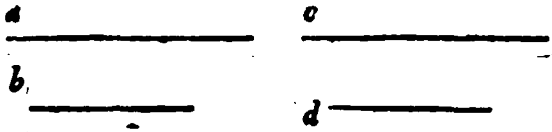
Aussi si la raison de la premiere à la seconde, est comme de la troisiesme à la quatriesme, laquelle soit plus petite que celle de la cinquiesme à la sixiesme, certainemẽt la raison de la premiere à la seconde, sera plus petite que de la cinquiesme à la sixiesme: car par la conuerse de la 8 deffinition lon pourra prẽdre vn tel esgal plusieurs fois de la cinquiesme & troisiesme, & vn tel esgal plusieurs fois de la sixiesme & de la quatriesme, que le plusieurs fois de la cinquiesme excedera le plusieurs fois de la sixiesme, & le plusieurs fois de la troisiesme, n'excedera pas le plusieurs fois de la quatriesme, & en prenant vn tel plusieurs fois de la premiere qu'est celuy de la troisiesme & cinquiesme, & vn tel plusieurs fois de la secõde qu'est celuy de la quatriesme & sixiesme, certainement par la conuerse de la 6 deffinition, le plusieurs fois de la premiere n'excedera pas le plusieurs fois de la seconde, mais le plusieurs fois de la cinquiesme excede le plusieurs fois de la sixiesme, & par ainsi par la mesme 8 deffinition de ce liure, la raison de la premiere à la secõde, sera plus petite que de la cinquiesme à la sixiesme. Il reste maintenãt à demonstrer quant de quatre grandeurs la raison de la premiere à la seconde, est plus grande que de la troisiesme à la quatriesme, comment on doibt multiplier la premiere & la troisiesme & comment les deux autres, tellement que le plusieurs fois de la premiere excede le plusieurs fois de la seconde, & le plusieurs fois de la troisiesme n'excede poīt le plusieurs fois de la quatriesme, pour faire cela il est certain par cela que nous venons de demonstrer, que la grandeur qui aura vne telle raison à la seconde qu'est de la troisiesme à la quatriesme, aura vne plus petite raison à la seconde que n'a la premiere à la seconde, & par ainsi par la 10 proposition de ce liure, elle sera plus petite que la premiere: soyent doncques multipliées la premiere & la troisiesme par ce nombre ou multitude là, lequel multipliant la difference de la premiere à ladicte grādeur excederoit la secōde, puis apres soyent multipliées la secōde & la quatriesme par ce nombre là, lequel multipliant la quatriesme, sera vn plusieurs fois esgal au plusieurs fois de la troisiesme, ou qui excedera incontinēt le plusieurs fois de la troisiesme, & par ainsi par la 6 deffinition, & la reste prise de la 8 proposition de ce liure, comme nous l'auons interpretée, le plusieurs fois de la premiere excedera le plusieurs fois de la seconde, & celuy de la troisiesme n'excedera pas le plusieurs fois de la quatriesme. Nous pouuons prendre iusques icy, que s'il y a quatre grandeurs, desquelles la raison de la premiere à la seconde soit plus grande que de la troisiesme à la quatriesme, aussi la raison de la quatriesme à la troisiesme, sera plus grande que de la seconde à la premiere par la 8 deffinition: car nous pourrons prendre vn tel plusieurs fois de la premiere & de la troisiesme, & vn tel de la seconde & de la quatriesme, que celuy de la quatriesme excedera celuy de la troisiesme, & celuy de la secōde n'excedera pas celuy de la premiere. Ou bien (comme nous auons veu) la grādeur qui a la raison à la seconde telle, qu'est de la troisiesme à la quatriesme, est pl⁹ petite que la premiere, & par ainsi la seconde à ladicte grandeur aura vne plus grande raison qu'à la premiere par la 2 partie de la 8 proposition de ce liure, & par le correlaire de la 4 propositiō de ce liure, & par ceste proposition, la raison de la quatriesme à la troisiesme, sera plus grande que de la seconde à la premiere.

14

Si la premiere à la seconde a la mesme raison, qu'a la troisiesme à la quatriesme, & la premiere est plus grande que la troisiesme, aussi la seconde sera plus grande que la quatriesme. Que si la premiere est esgalle à la troisiesme, aussi la secõde sera esgalle à la quatriesme: & si plus petite, aussi sera plus petite.

FORCADEL.

Il dit cela apres auoir dit, qu'il est certain cómme tresmanifeste, que de quatre grandeurs proportionnelles si la premiere est esgalle plus grande ou plus petite à la seconde, aussi la troisiesme sera esgalle plus grãde ou plus petite à la quatriesme: car premieremét si la premiere est plus grãde que la troisiesme, par la premiere partie de la 8 propositió de ce liure, la raison de la premiere à la quatriesme, sera plus grãde que de la troisiesme à la quatriesme, & par la precedente proposition que de la premiere à la seconde, & par ainsi par la secóde partie de la 10 proposition de ce liure, la seconde sera plus grande que la quatriesme. Secondement si la premiere est esgalle à la troisiesme, par la premiere partie de la 7 proposition de ce liure, la raison de la premiere à la quatriesme, sera telle que de la troisiesme à la quatriesme, c'est à dire par la 11 proposition de ce liure, telle qu'est de la premiere à la seconde, & par ainsi par la seconde partie de la 9 proposition de ce liure, la seconde sera esgalle à la quatriesme. Tiercement si la premiere est plus petite que la troisiesme, par la mesme partie de la 8 proposition, la raison de la premiere à la quatriesme, sera plus petite que de la troisiesme à la quatriesme, c'est à dire par la precedente proposition que de la premiere à la seconde, & par ainsi par la seconde partie de la 10 propositió, la seconde sera plus petite que la quatriesme.

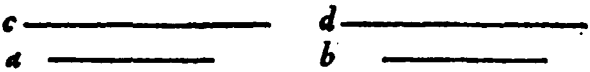


15

Les parties ont la mesme raison auec leurs esgaux plusieurs fois, si toutesfois ils sont pris comme ils s'entrerespondent.

FORCADEL.

Car il y aura autãt de parties en l'vn plusieurs fois qu'ẽ l'autre, desquelles vne chacune à la sienné aura la raison des multipliées, il y aura doncques autant d'antecedens que de suiuans, & par la 12 proposition, l'vne des pieces de l'ũ plusieurs fois à l'vne des pieces de l'autre plusieurs fois, aura la raison de l'vn plusieurs fois à l'autre, & par la 11 proposition de ce liure, les multipliées auront la raison des plusieurs fois. Ceste proposition est comme particuliere, ou regarde à la premiere proposition du sixiesme liure.



Quant doncques lon nous dira que $\frac{3}{4}$, de quarré sont esgaux à 588 en multipliant l'vne & l'autre par 4, il en vient 3 quarrez & 2352, qui auront la raison de $\frac{3}{4}$ de quarré à 588, puis en prenant la tierce partie de 3 quarrez & de 2352, il en viẽdra 1 quarré & 784, qui ont aussi la raison de 3 quarrez à 2352 par ceste proposition, dõcques par la 11 proposition de ce liure, la raison de $\frac{3}{4}$ de quarré à 588, sera comme de 1 quarré à 784, & tout ainsi que $\frac{3}{4}$ de quarré valent 588, aussi 1 quarré vaut ou est esgal à 784, & pource que la racine quarrée de 784 est 28, certainement le costé du quarré sera 28, &c. Aussi si le $\frac{1}{3}$ d'vn quarré ou de quelque grandeur vaut ou est esgal à 12 certainement le triple ſera eſgal au triple, c'eſt à ſçauoir 1 quarré ou quelque grandeur ſera eſgal à 36, car nous auons pour cõmencement, que toute fraction multipliée par ſon denominateur, fait autant d'vnitez qu'il y a au numerateur de la fraction, doncques la raiſon de $\frac{1}{3}$ à 12, ſera comme de l'vnité, ou d'vn à 36, & tout ainſi que $\frac{1}{3}$ vaut 12, auſsi vn; ou l'vnité vaudra 36, ou ſera eſgalle à 36. Nous pouuons auſsi prendre en ceſte propoſition pour adiouſter à la premiere propoſitiõ du dixieſme liure, que de deux grandeurs ineſgalles en ſouſtrayãt de la plus grande la moitié, & de ce qui reſtera la moitié, cela ce pourra faire tant de fois qu'il reſtera vne plus petite grandeur que la plus petite: car la moitié du tout eſt plus petite que le tout, par la 9 commune ſentence, & la quarte partie du tout plus petite que la moitié du tout par la meſme, & la quarte partie de la moitié du tout, c'eſt à dire l'octaue plus petite que la moitié de la moitié, c'eſt à dire que la quarte partie, &c. Ce que nous prendrons ainſi, que la premiere moitié ſera plus grande que la ſeconde, la ſeconde plus grande que la troiſieſme &c. De là ſoit multipliée la plus petite grandeur iuſques à ce pluſieurs fois là, qu'il excede la plus grande, par la demãde d'Archimede ou la 5 deffinition de ce liure, & par autant de fois ſoit pris la moitié de la plus grande & de ce qui reſtera la moitié, & la derniere moitié ſoit priſe tant de fois qu'on à pris la plus petite grandeur, pour exceder la plus grãde, il eſt certain que la plus grande grandeur, ſera plus grande que le dernier pluſieurs fois, & à plus forte raiſon le premier pluſieurs fois ſera plus grant que le dernier. Or par ceſte propoſition la raiſon du premier pluſieurs fois au dernier, ſera comme la plus petite grandeur à la derniere moitié, & par ainſi la plus petite grandeur ſera plus grande que la derniere moitié, & à plus forte raiſon, ſi de la plus grande ſe ſouſtrait plus de la moitié, & de ce qui reſtera plus de la moitié, cela ce pourra faire

ra faire

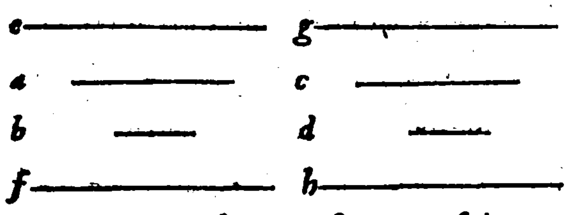
ra faire tant de fois qu'il restera vne grandeur plus petite que la plus petite. Par ceste proposition aussi la raison de $\frac{2}{5}$ à $\frac{6}{7}$, sera telle que de $\frac{1}{5}$ à $\frac{3}{7}$ &c. d'ou vient qu'en la diuision des fractions, nous abreuions les numerateurs quant il se peut faire, aussi la raison de $\frac{5}{8}$ à $\frac{6}{8}$, sera comme de 5 à 6 &c.

16

Si quatre grandeurs sont proportionnelles, aussi alternement seront proportionnelles.

FORCADEL.

Car en prenant l'egal plusieurs fois de la premiere & de la seconde, & aussi le plusieurs fois de la troisiesme & de la quatriesme, l'vn & l'autre, par quelque multiplication que ce soit, certainement la raison du plusieurs fois de la premiere au plusieurs fois de la seconde, sera comme de la premiere à la seconde par la precedente proposition, c'est à dire par la 11 proposition de ce liure, comme la troisiesme à la quatriesme, c'est à dire, encores, par la precedente proposition & 11 proposition de ce liure, cóme du plusieurs fois de la troisiesme, au plusieurs fois de la quatriesme, & par la 14 proposition de ce liure, si le plusieurs fois de la premiere est esgal plus grant, ou plus petit au plusieurs fois de la troisiesme, certainement le plusieurs fois de la seconde sera esgal plus grant, ou plus petit au plusieurs fois de la quatriesme: & par ainsi par la 6 deffinition de ce liure, la raison de la premiere à la troisiesme, sera telle qu'est celle de la secóde à la quatriesme.



Nous pouuons prendre en ceste proposition vne maniere de demonſtrer, que ſ'il y a quatre grandeurs proportionnelles, elles ſeront en la raiſon renuerſée proportionnelles: car en faiſant comme la ſeconde à la premiere, tout ainſi la quatrieſme à vne cinquieſme, certainement par ceſte propoſition la raiſon de la premiere à la troiſieſme, eſt comme de la ſeconde à la quatrieſme, qui eſt comme de la premiere à la cinquieſme, par ceſte meſme propoſition, & par la 11 propoſition de ce liure, la raiſon de la premiere à la troiſieſme, eſt comme de la premiere meſme à la cinquieſme, & par ainſi par la 9 propoſition de ce liure, la troiſieſme & la cinquieſme seront eſgalles, & par la 7 propoſition de ce liure, la raiſon de la quatrieſme à la troiſieſme, ſera comme de la quatrieſme meſme à la cinquieſme, c'eſt à ſçauoir par la 11 propoſition de ce liure, comme de la ſeconde à la premiere.

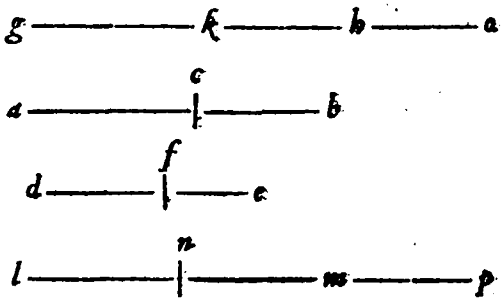
Nous pouuons dire auſsi que ſ'il y a quatre grandeurs deſquelles la raiſon de la premiere à la ſeconde, ſoit plus grande que de la troiſieſme à la quatrieſme, auſsi la raiſon de la premiere à la troiſieſme, ſera plus grãde que de la ſeconde à la quatrieſme: car celle plus petite que la premiere, qui a vne meſme raiſon à la troiſieſme, par ceſte propoſition, qu'a la ſeconde à la quatrieſme, à vne plus petite raiſon à la troiſieſme, que n'a la premiere par la 8 propoſition de ce liure, & par la 13 propoſition de ce liure, la raiſon de la premiere à la troiſieſme, ſera plus grãde que de la ſeconde à la quatrieſme. Et par vne meſme maniere de faire ou ſemblable, en prenant au lieu de celle plus petite celle plus grande, lon pourra dire que ſi de quatre grandeurs, la raiſon de la premiere à la ſeconde eſt plus petite que n'eſt celle de la troiſieſme à la quatrieſme, auſsi la raiſon de la premiere à la troiſieſme, ſera plus petite que de la ſeconde à la quatrieſme. Nous pouuons prendre auſsi en ceſte propoſition, que ſi on prent l'eſgal pluſieurs fois de deux grandeurs, la raiſon de l'vn pluſieurs fois à celle de laquelle il l'eſt, ſera telle que de l'autre plusieurs fois à l'autre grandeur.

17

Si les grandeurs composées sont proportionnelles, aussi icelles diuisées seront proportionnelles.

FORCADEL.

Il nous propose deux touts diuisez vn chacun en deux pieces, & dit que si la raison de l'vn tout à sa piece, est cóme de l'autre tout à sa piece, aussi la raison des pieces de l'vn tout sera cóme la raison des pieces de l'autre tout: ou bié que s'il y a quatre grádeurs proportiónelles, desquelles la premiere soit plus gráde que la secóde, certainemét la raison de la difference de la premiere & de la secóde à la seconde sera comme la difference de la troisiesme & de la quatriesme à la quatriesme: car lon pourra tousiours prendre en la premiere vne piece esgalle à la seconde par la 3 proposition du premier liure, & en la troisiesme vne piece esgalle à la quatriesme par la mesme proposition, & en prenant l'esgal plusieurs fois des pieces des deux touts, lon prendra l'esgal plusieurs fois des deux touts, par la premiere proposition de ce liure, c'est à sçauoir de la premiere & de la troisiesme, & en prenant l'esgal plusieurs fois des deux pieces soustraictes, c'est à sçauoir de la seconde & de la quatriesme, certainemét par la seconde proposition de ce liure les deux plusieurs fois d'vne chacune d'icelles mis ensemble, ferót vn esgal plusieurs fois d'vne chacune d'icelles secóde & quatriesme, & certainement par la conuerse de la 6 deffinition de ce liure, si le plusieurs fois de la premiere, est esgal plus grant ou plus petit au dernier plusieurs fois de la seconde, le plusieurs fois de la troisiesme sera semblablement esgal plus grant ou plus petit au dernier plusieurs fois de la quatriesme, & en soustrayant du plusieurs fois de la premiere, & aussi du dernier plusieurs fois de la seconde, le premier plusieurs fois de la secóde, il restera le plusieurs fois de la difference de la premiere à la seconde, qui sera esgal plus grant ou plus petit au ſecond pluſieurs fois de la ſeconde par la 3 commune ſentence, ou la 5 commune ſentence, & en ſouſtrayāt du pluſieurs fois de la troiſieſme, & du dernier pluſieurs fois de la quatrieſme, le premier pluſieurs fois de la quatrieſme. Il reſtera ſemblablement par l'vne ou l'autre deſdictes communes ſentences, le pluſieurs fois de la difference de la troiſieſme à la quatrieſme, lequel ſera ſemblablement eſgal plus grant ou plus petit au ſecōd pluſieurs fois de la quatrieſme, & par la 6 deffinition de ce liure, leſdictes grādeurs ſeront proportionnelles, en la raiſon diuiſée, c'eſt à ſçauoir que la raiſon de la difference de la premiere & de la ſeconde à la ſeconde, ſera telle que ſera la raiſon de la difference de la troiſieſme & de la quatrieſme à la quatrieſme.



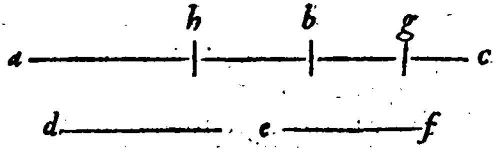
Nous pouuons prendre icy, que ſ'il y a quatre grandeurs, deſquelles la raiſon de la premiere à la ſecōde ſoit plus grāde que de la troiſieſme à la quatrieſme, & la premiere eſt plus grande que la ſecōde, & la troiſieſme plus grande que la quatrieſme, certainement la raiſon de la difference de la premiere & de la ſeconde à la ſeconde: ſera plus grande que de la difference de la troiſieſme & de la quatrieſme à la quatrieſme, car ſi de la premiere & de celle cinquieſme & plus petite que la premiere qui a vne meſme raiſon à la ſecōde qu'à la troiſieſme à la quatrieſme, on ſouſtrait la ſeconde, il reſtera la difference de la premiere à la seconde plus grande que la difference de la cinquiesme à la seconde par la 5 commune sentence:mais par ceste proposition l'vne des differences, c'est à sçauoir la plus petite, a vne mesme raison à la seconde, qu'a la difference de la troisiesme, & de la quatriesme à la quatriesme, & par la premiere partie de la 8 proposition de ce liure, elle a vne plus petite raison à la seconde, que n'a l'autre difference: doncques par la 13 proposition de ce liure, la raison de la difference de la premiere & de la seconde à la seconde, est plus grande que n'est la raison de la difference de la troisiesme & de la quatriesme à la quatriesme, & par vne mesme maniere de demonstrer, en prenant au lieu d'vne cinquiesme & plus petite que la premiere, vne cinquiesme & plus grande que la premiere, lon demóstrera que si la raison de la premiere à la seconde est plus petite que de la troisiesme à la quatriesme, & la premiere & la troisiesme sont plus grandes que la seconde & la quatriesme, vne chacune à la sienne, certainement la raison de la difference de la premiere & de la seconde à la secóde, sera plus petite que de la difference de la troisiesme & de la quatriesme à la quatriesme.

18

Si les grandeurs diuisées sont proportionnelles, aussi icelles composées seront proportionnelles.

FORCADEL.

Il veut dire que s'il y a quatre grandeurs proportionnelles, la raison de la premiere auec la seconde à la seconde, sera comme de la troisiesme auec la quatriesme à la quatriesme: car en prenant l'egal plusieurs fois de la premiere & de la troisiesme, & l'egal plusieurs fois de la secóde & de la quatriesme, l'vn & l'autre par quelque multiplication que ce soit, certainement par la conuerse de la 6 deffinitió, si le plusieurs fois de la premiere est esgal plus grant ou plus petit au plusieurs fois de la seconde, aussi semblablement le plusieurs fois de la troisiesme sera esgal plus grant ou plus petit au plusieurs fois de la quatriesme : de là en prenant vn tel esgal & second plusieurs fois de la seconde & de la quatriesme, qu'on aura pris de la premiere & de la troisiesme, & adioustant le second plusieurs fois de la seconde, au plusieurs fois de la premiere & au premier plusieurs fois de la seconde, puis adioustant le second plusieurs fois de la quatriesme au plusieurs fois de la troisiesme & au premier plusieurs fois de la quatriesme, certainement le plusieurs fois de la premiere & le second plusieurs fois de la seconde, le plusieurs fois de la troisiesme & le secõd plusieurs fois de la quatriesme, feront l'esgal plusieurs fois de la premiere auec la seconde, & de la troisiesme auec la quatriesme par la premiere proposition de ce liure, & par la secõde propositiõ les deux plusieurs fois de la seconde & de la quatriesme, feront aussi l'esgal plusieurs fois de la secõde & de la quatriesme, & par la seconde ou quatriesme cõmunes sentences si le plusieurs fois de la premiere auec la seconde, est esgal plus grant ou plus petit au dernier plusieurs fois de la seconde, aussi par les mesmes communes sentẽces le plusieurs fois de la troisiesme auec la quatriesme, sera esgal plus grãt ou plus petit au dernier plusieurs fois de la quatriesme, & par la 6 deffinition la raison de la premiere & de la seconde à la seconde, sera telle que de la troisiesme & de la quatriesme à la quatriesme. Ou autrement soit premierement la raison de la premiere auec la seconde à vne plus petite que la seconde telle que de la troisiesme auec la quatriesme à la quatriesme. Il est certain que si de la premiere auec la seconde, se soustrait la plus petite que la seconde, il restera vne grandeur plus grande que la premiere, & par la precedente propositiõ la raison de ladicte reste à la plus petite que la seconde, sera cõme de la troisiesme à la quatriesme, c'est à sçauoir par la 11 proposition comme de la premiere à la secõde, & par la 14 propositiõ, comme ladicte reste est plus grãde que la premiere, auſsi la plus petite que la ſeconde ſera plus grande que la ſeconde,ce qui eſt contre la 9 commune ſentence, ſoit auſsi la raiſon de la premiere auec la ſeconde à vne plus grande que la ſeconde, comme de la troiſieſme auec la quatrieſme à la quatrieſme, il eſt certain que ſi de la premiere auec la ſeconde, ſe ſouſtrait la plus grande que la ſeconde, il reſtera vne grandeur plus petite que la premiere,laquelle par la precedente propoſition aura la raiſon telle à la plus grande que la ſeconde, qu'a la troiſieſme à la quatrieſme,c'eſt à ſçauoir par la 11 propoſition de ce liure,telle qu'eſt de la premiere à la ſeconde,& par la 14 propoſition de ce liure, comme ladicte reſte eſt plus petite que la premiere, auſsi la plus grande que la ſecõde eſt plus petite que la ſeconde : ce qui eſt contre la meſme commune ſentence. Il faudra doncques que la raiſon de la premiere auec la ſeconde à la ſeconde, ſoit telle que de la troiſieſme auec la quatrieſme à la quatrieſme, comme la propre cauſe dont la raiſon de la premiere à la ſecõde,eſt telle qu'eſt de la troiſieſme à la quatrieſme en la precedente propoſition.



Nous pouuons prendre en ceſte propoſition que ſ'il y a quatre grandeurs, deſquelles la raiſon de la premiere à la ſeconde,ſoit plus grande que de la troiſieſme à la quatrieſme, certainement la raiſon de la premiere auec la ſeconde à la ſeconde,ſera plus grande,que de la troiſieſme auec la quatrieſme à la quatrieſme : car celle plus petite que la premiere, qui a vne meſme raiſon à la ſecõde qu'a la troiſieſme à la quatrieſme, adiouſtée auec la ſeconde, ſera plus petite que la premiere & la ſeconde par la 4 cõmune ſentence, & par la 8 propoſition de ce liure, celle plus petite auec la ſeconde, aura vne plus petite raiſon à la ſeconde que n'a la premiere auec la ſeconde à la ſeconde, mais par ceſte propoſition, la troiſieſme auec la quatrieſme à la quatrieſme, ont la raiſon telle qu'a la plus petite que la premiere auec la ſeconde à la ſeconde, & par ainſi par la 13 propoſition de ce liure, la raiſon de la premiere auec la ſeconde à la ſeconde, ſera plus grande que n'eſt celle de la troiſieſme auec la quatrieſme à la quatrieſme. Auſsi par vne meſme façon de demonſtrer, lon pourra dire que ſ'il y a quatre grandeurs, dont la raiſon de la premiere à la ſeconde, ſoit plus petite que de la troiſieſme à la quatrieſme, certainement la raiſon de la premiere auec la ſeconde à la ſeconde, ſera plus petite que n'eſt celle de la troiſieſme auec la quatrieſme à la quatrieſme, en prenant au lieu d'vne plus petite que la premiere, vne plus grande que la premiere, ayant vne telle raiſon à la ſeconde qu'a la troiſieſme à la quatrieſme. Nous pouuons prendre auſsi en ceſte propoſition, que ſ'il y a quatre grandeurs deſquelles la raiſon de la premiere à la ſecõde, ſoit plus grande que de la troiſieſme à la quatrieſme, & la premiere auec la ſeconde ſont eſgalles à la troiſieſme auec la quatrieſme, certainement la ſeconde ſera plus petite que la quatrieſme, par la 10 propoſition de ce liure, pource qu'vne meſme grandeur aura vne plus grãde raiſon à la ſeconde, qu'elle n'aura à la quatrieſme, par ceſte propoſition & au contraire &c.

19

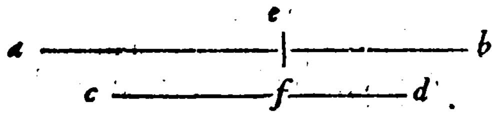
Si tout ainſi que le tout eſt au tout, le ſouſtraict eſt au ſouſtraict: & la reſte à la reſte, ſera comme le tout au tout.

PORCADEL.

Car par la 16 propoſition l'vn tout à ſon ſouſtraict, aura vne telle raiſon que l'autre tout à ſon ſouſtraict, & par la 17 propoſition, la reſte de l'vn tout à ſon ſouſtraict, aura vne telle raiſon que la reſte de l'autre tout à ſon ſou

ſtraict,

ſtraict, & par la 16 propoſition la reſte de l'vn tout, à la reſte de l'autre tout, aura la raiſon telle qu'eſt du ſouſtraict de l'vn tout au ſouſtraict de l'autre tout, c'eſt à ſçauoir par la 11 propoſition, vne raiſon telle qu'eſt du tout au tout, ou de l'vn tout à l'autre tout. Et pource que nous auons demonſtré que la raiſon de la reſte de l'vn tout à ſon ſouſtraict, eſt comme la raiſon de la reſte de l'autre tout à ſon ſouſtraict, par le correlaire de la 4 propoſitiō, ou par cela qu'auons pris en la 16 propoſition de ce liure, la raiſon du ſouſtraict de l'vn tout à ſa reſte, eſt comme du ſouſtraict de l'autre tout à ſa reſte, & par la precedente propoſition, la raiſon de l'vn tout à ſa reſte, ſera comme de l'autre tout à ſa reſte: ou bien ayant dict que la raiſon de la reſte de l'vn tout à la reſte de l'autre tout, eſt comme de l'vn tout à l'autre tout, par la 16 propoſition, la raiſon de la reſte de l'vn tout à l'vn tout, eſt comme de la reſte de l'autre tout à l'autre tout, & par le correlaire de la 4 propoſition, la raiſon de l'vn tout à ſa reſte, eſt cōme de l'autre tout à ſa reſte, &c. Dōt il eſt manifeſte que ſi les grandeurs ſont proportionnelles en la raiſon compoſée, auſsi elles ſeront proportionnelles en la conuerſion de raiſon.



Nous pouuons prendre de ceſte propoſition que ſi 7 cubes moins 14 lignes, ſont ꝑpoſées à partir par 8 quarrez de quarrez moins 16 quarrez, il en viendra 7 cubes moins 14 lignes diuiſées par 8 quarrez de quarrez moins 16 quarrez, & pource que la raiſon de 7 cubes à 8 quarrez de quarrez, eſt cōme de 14 lignes à 16 quarrez, c'eſt à ſçauoir que la raiſon du tout au tout, eſt cōme du ſouſtraict au ſouſtraict, certainement la raiſon de 7 cubes moins 14 lignes à 8 quarrez de quarrez, moins 16 quarrez,sera comme de 7 cubes à 8 quarrez de quarrez,ou de 14 lignes à 16 quarrez, c'est à sçauoir de 7 à 8 lignes: doncques le combien de la diuision sera par ceste propositió, & par la 11 propositió cóme 7 diuisé par 8 lignes.

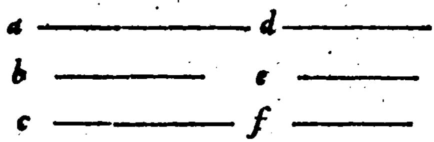
Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition,que si la raison d'vn tout à vn tout, est plus grande que d'vn soustraict à vn soustraict, la raison de la reste à la reste, sera plus grande que de l'vn tout à l'autre tout:car la raison de l'vn tout à son soustraict, sera plus grande que de l'autre tout à son soustraict par la 16 proposition, & par la 17 proposition,la raison de la reste de l'vn tout à son soustraict,sera plus grande que de la reste de l'autre tout à son soustraict, & par la 16 proposition,la raison de la reste à la reste,sera plus grande que du soustraict au soustraict,& par ainsi elle sera plus grande que du tout au tout par la 13 propositió &c. Et en passant plus oultre la raison de la reste à son tout,sera plus grande que de la reste à son tout, & par la 13 proposition, la raison de l'vn tout à sa reste, sera plus petite que de l'autre tout à sa reste: ce qui nous enseigne que si de quatre grandeurs la raison de la premiere à la secóde, est plus grande que de la troisiesme à la quatriesme, la premiere & la troisiesme estans les plus grands, vne chacune à la sienne,certainement la raison de la premiere à la difference de la premiere à la seconde, sera plus petite que de la troisiesme à la difference de la troisiesme à la quatriesme. Nous pouuons aussi prendre icy que s'il y a tant de grandeurs qu'on voudra d'vne part,& vn autre autant de grãdeurs d'vn autre part, telles qu'vne chacune des antecedentes d'vne part à vne chacune des antecedétes de l'autre part, ayent vne plus grãde raison qu'vne chacune sa suiuante d'vne part à vne chacune sa suiuante de l'autre part,toutes les grandeurs d'vne part mises ensemble à toutes les grãdeurs de l'autre part mises ensemble,auront vne plus grande raison,qu'vne chacune des suiuantes, la derniere à vne chacune des suiuãtes la derniere, ou que toutes les suiuantes à toutes les suiuantes : mais elle sera plus petite que de la premiere grandeur à la premiere grandeur. Car la raison de la premiere grãdeur à la seconde d'vne part, sera plus grande que de la premiere grandeur à la seconde de l'autre part par la 16 proposition, & par la 18 proposition la raison de la premiere & de la seconde à la seconde, sera plus grãde que de la premiere & de la seconde à la secõde, & encores par la 16 proposition la raison de la premiere & seconde d'vne part à la premiere & seconde de l'autre part, sera plus grande que de la seconde à la seconde, & par ceste proposition la raison de la premiere à la seconde, sera plus grande que de la premiere & la seconde à la premiere & la secõde : voyez desia que la raison de toutes à toutes est plus grande que du suiuãt au suiuant, mais plus petite que de la premiere à la premiere, & par vne mesme façon de demonstrer, la raison de la seconde à la seconde, sera plus grande que de la seconde & troisiesme, à la seconde & troisiesme, & à plus forte raison la raison de la premiere à la premiere, sera plus grande que de la seconde & troisiesme à la seconde & troisiesme, & par la 16 proposition la raison de la premiere d'vne part à la seconde & troisiesme de la mesme part, sera plus grande que de la premiere de l'autre part, aux deux autres de la mesme part, & par la 18 proposition, la raison des trois mises ensemble d'vne part à la seconde & troisiesme, sera plus grãde que des trois de l'autre part mises ensemble à la seconde & troisiesme de la mesme part, & par la 16 proposition la raison des trois aux trois, sera plus grande que des deux aux deux: voyez vn peu comme la raison de toutes à toutes est plus grande que de tous les suiuans à tous les suiuans, & à plus forte raison que d'vn suiuant à vn suiuant, c'est à sçauoir du troisiesme au troisiesme. Et par ceste proposition plus petite que de la premiere à la premiere. Et cela qu'on a fait des deux d'vne part & d'autre auec les premieres, lõ le peut semblablement faire des trois d'vne part & d'autre, auec les premieres, &c. Ne te fatigue pas à demõstrer que la raison de toutes à toutes soit plus grande qu'vn chacun suiuant à vn chacun suiuant, sinon du dernier au dernier: car cela ne conuient pas à toutes telles grãdeurs, mesmes aux six grãdeurs suiuantes 5, 6, 7: 3, 4, 6. Car laissant les trois premieres d'vne part, & les trois autres de l'autre part: il est bien vray que la raison de 18 à 13, est plus grande que de 7 à 6, & plus petite que de 5 à 3, mais elle est plus petite que de 6 à 4.

20

S'il y a trois grandeurs & d'autres esgalles à icelles de nombre, qui soyent prises deux à deux, & en la mesme raison, & en la raison de l'esgalité, la premiere est plus grande que la troisiesme: aussi la quatriesme sera plus grande que la troisiesme. Que si la premiere est esgalle à la troisiesme, la quatriesme sera esgalle à la sixiesme: & si icelle est plus petite, l'autre sera aussi plus petite.

FORCADEL.

Car premierement si la premiere d'vne part, est esgalle à la troisiesme de la mesme part, certainemét par le correlaire de la 4 propositió de ce liure, la raison de la troisiesme de l'autre part à sa seconde, est comme de la troisiesme de ladicte part à sa seconde, qui est par la premiere partie de la 7 proposition, comme de la premiere de ladicte part à sa seconde, c'est à dire comme de la premiere de l'autre part à sa secõde, & par la 11 proposition la raison de la troisiesme de l'autre part à sa seconde, sera comme de la premiere de l'autre part à la mesme seconde, & par la premiere partie de la 9 proposition la premiere de l'autre part sera esgalle à la troisiesme: mais si la premiere d'vne part, est plus grande que la troisiesme de la mesme part, tousiours par le correlaire de la 4 proposition la raison de la troisiesme de l'autre part à sa seconde, est comme de la troisiesme de ladicte part à sa seconde, laquelle par la 8 proposition est plus petite que de la premiere de ladicte part à sa secóde, qui est comme de la premiere de l'autre part à sa seconde, & par la 13 proposition la raison de la troisiesme de l'autre part à sa secóde, est plus petite que la raison de la premiere de l'autre part à la mesme seconde, & par la 10 propositió la premiere de l'autre part sera aussi plus grande que la troisiesme de l'autre part. Et si la premiere des premieres est plus petite que la troisiesme des premieres, tousiours par vne mesme raison, la raison de la troisiesme des secondes à la seconde, sera comme de la troisiesme des premieres à la seconde, laquelle par la mesme 8 proposition est plus grande que la raison de la premiere des premieres à la seconde, c'est à dire que de la premiere des secondes à la secóde, & par la 13 proposition, la raison de la troisiesme des secondes à la seconde, sera plus grande que de la premiere des secondes à la seconde & par la mesme 10 proposition, la premiere des secondes sera plus petite que la troisiesme.



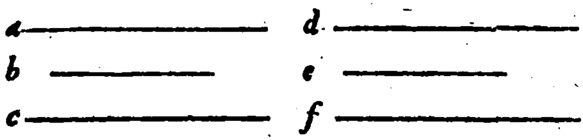
Lon pourroit dire aussi par la 16 propositió prise deux fois, & par la 11 proposition que la raison des premieres est telle que des troisiesmes prises de mesmes ordres, & par la 14 proposition, si la premiere des premieres est esgalle plus grande ou plus petite à sa troisiesme, aussi la premiere des secondes, sera semblablement esgalle plus grande ou plus petite à sa troisiesme. Nous pouuons faire aussi à vn coup, ou du premier coup la premiere façó de demonstrer en ceste sorte: car la raison de la premiere des secondes à sa seconde, est comme de la premiere des premieres à sa secóde, laquelle si la premiere des premieres est esgalle plus grande ou plus petite à la troisiesme des premieres, elle ſera telle plus grande ou plus petite, à la raiſon de la troiſieſme des premieres à ſa ſeconde, par la 7 ou 8 propoſitions, laquelle par le correlaire de la 4 propoſition eſt telle qu'eſt de la troiſieſme des ſecondes à ſa ſeconde, & par la 11 ou 13 propoſitions la raiſon de la premiere des ſecondes à ſa ſeconde, ſera telle plus grã-de ou plus petite à la raiſon de la troiſieſme des ſecondes à ſa ſeconde, & par la 9 ou 10 propoſitions, la premiere des ſecondes ſera ſemblablement eſgalle plus grande ou plus petite à la troiſieſme des ſecondes.

21

S'il y à trois grandeurs & d'autres eſgalles à icelles de nombre, qui ſoient priſes deux à deux, & en la meſme raiſon, & la proportion d'icelles ſoit perturbée, & en la raiſon de l'eſgalité, la premiere eſt plus grande que la troiſieſme, auſsi la quatrieſme ſera plus grã-de que la ſixieſme: que ſi la premiere eſt eſgalle à la troiſieſme, auſsi la quatrieſme ſera eſgalle à la ſixieſme: ſi icelle eſt plus petite, l'autre ſera auſsi plus petite.

FORCADEL.

Car la raiſon de la ſeconde des ſecondes à ſa premiere, eſt comme la troiſieſme des premieres à ſa ſeconde, par le correlaire de la 4 propoſition, laquelle eſt eſgalle plus petite ou plus grande à la raiſon de la premiere, des premieres à ſa ſeconde par la 7 ou 8 propoſitions, laquelle eſt telle qu'eſt de la ſeconde des ſecondes à ſa troiſieſme, & par ainſi par la 11 ou 13 propoſitions, la raiſon de la ſeconde des ſecondes à ſa premiere, eſt eſgale plus petite ou plus grande à la raiſon de la meſme ſeconde à ſa troiſieſme, & par la 9 ou 10 propoſitions, ſi la premiere des premieres grandeurs eſt eſgalle plus grande ou plus petite à ſa troiſieſme, auſsi ſemblablement la premiere des ſecondes ſera eſgalle plus grande, ou plus petite à la troiſieſme des ſecondes, ou à ſa troiſieſme. L'ō peut auſsi cō-mencer la demonſtration à la ſeconde des ſecondes par ſa troiſieſme, & la paracheuer à la raiſon de la meſme ſeconde à ſa premiere &c.

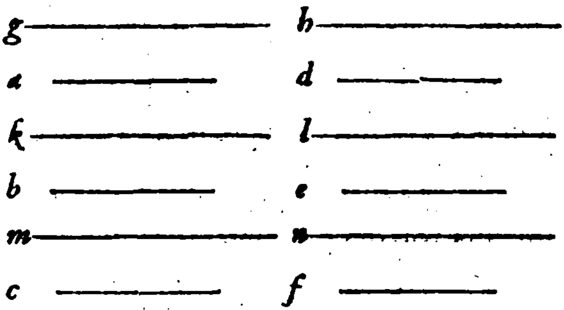


22

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, & d'autres eſgalles à icelles de nombre qui ſoyent priſes deux à deux en la meſme raiſon, auſsi en la raiſon de l'eſgallité, elles ſeront en la meſme raiſon.

FORCADEL.

Car de trois grandeurs d'vne part, & trois d'vn autre part, deſquelles la raiſon de la premiere à la ſeconde ſoit comme la premiere à la ſeconde, & de la ſecõde à la troiſieſme, telle qu'eſt de la ſecõde à la troiſieſme, ſi on prent l'eſgal pluſieurs fois des premieres, l'eſgal pluſieurs fois des ſecondes, & l'eſgal pluſieurs fois des troiſieſmes, vn chacun par quelque multiplication que ce ſoit, certainement par la 4 propoſition de ce liure le pluſieurs fois de la premiere d'vne part au pluſieurs fois de ſa ſeconde, auront vne meſme raiſon que le pluſieurs fois de la premiere de l'autre part au pluſieurs fois de ſa ſeconde, & la raiſon du pluſieurs fois de la ſecõde d'vne part, au pluſieurs fois de ſa troiſieſme, ſera commme du pluſieurs fois de la ſeconde de l'autre part au pluſieurs fois de ſa troiſieſme: par la meſme 4 propoſition, & par la 20 propoſition, ſi le pluſieurs fois de la premiere d'vne part, eſt eſgal plus grant ou plus petit au pluſieurs fois de ſa troiſieſme, auſſi ſemblablement le pluſieurs fois de la premiere, de l'autre part ſera eſgal plus grãt ou plus petit au pluſieurs fois de ſa troiſieſme, & par la 6 deffinition de ce liure, la raiſon de la premiere à la troiſieſme d'vne part, ſera comme de la premiere à la troiſieſme de l'autre part. Et ſ'il y en a d'auantage d'vne part & d'autre eſgallement, en prenant les troiſieſmes pour ſecondes, par vne meſme maniere de demonſtrer touſiours la raiſon de la premiere à la derniere, ſera comme de la premiere à la derniere. Et en prenãt l'eſgal pluſieurs fois des trois d'vne part, & l'eſgal pluſieurs fois des trois de l'autre part, vn chacun par quelque multiplication que ce ſoit, par la 15 & 11 propoſitiõs prinſes tãt de fois qu'il en ſera beſoin, touſiours les pluſieurs fois d'vne part ſeront proportionnaux aux pluſieurs fois de l'autre part &c.



Nous pouuons prendre en ceſte propoſition que s'il y a trois grandeurs d'vne part, & encores trois d'vn autre part, & la raiſon de la premiere des premieres à la ſeconde ſoit plus grande, que de la premiere des autres à la ſeconde, & encores la raiſon de la ſeconde des premieres à la troiſieſme, ſoit plus grande que de la ſeconde des autres à la troiſieſme: auſsi la raiſon de la premiere des premieres à la troiſieſme, ſera plus grande que de la premiere des autres à la troiſieſme: car celle qui a vne meſme raiſon à la troiſieſme des premieres qu'a la ſeconde des autres à la troiſieſme, a vne plus petite raiſon à la troiſieſme des premieres, que n'a la ſeconde des premieres par la 13 propoſition de ce liure, & par la 10 propoſition de ce liure, elle eſt plus petite que la ſeconde des premieres, & par la 8 propoſitiõ de ce liure, la premiere des premieres aura vne plus grande raiſon à icelle plus petite, qu'elle n'aura à la ſeconde, & à plus forte raiſon que la premiere

des

des autres à la seconde, & de rechef celle qui aura vne raison à ladicte plus petite, telle qu'a la premiere des autres à la seconde, l'aura plus petite que de la premiere des premieres à ladicte plus petite par la mesme 13 proposition de ce liure, & par la mesme 10 proposition la premiere des premieres sera la plus grande, & par la 8 proposition de ce liure, aura vne plus grande raison à la troisiesme des premieres que n'aura la seconde trouuée, laquelle a la raison telle à ladicte troisiesme, qu'a la premiere des autres à la troisiesme par ceste proposition, & par la 13 proposition de ce liure la raison de la premiere des premieres à la troisiesme, sera plus grande que de la premiere des autres à la troisiesme. Quant lõ nous dit que deux ont fait compaignie, & qu'ils ont gaigné 29 escus, & pource que l'vn a mis 10 escus pour 4 mois, l'autre 6 escus pour 3 mois, on demande combien reuient de gain à vn chacun selon l'argent & le temps, nous multiplions 10 par 4 fait 40, & multiplions 6 par 3 fait 18, puis apres ainsi que nous l'auons demonstré à l'interpretation que nous auons faite sur l'Arithmetique de Gemme Phrison, nous diuisons 29 escus à la raison de 40 & 18, & il en vient 20 pour l'vn, & la reste, c'est à sçauoir 9, pour l'autre: voyez comme la raison de 20 à 9, c'est à sçauoir du gain au gain, est comme de 40 à 18 dont l'vn est venu de 4 fois 10, & l'autre de 3 fois 6: & tout ainsi qu'en diuisant 40 par 4 il en vient l'argent de l'vn, puis diuisant 18 par 3, il en vient l'argent de l'autre: aussi si on diuise 20 par 4 il en viendra 5, & diuisant 9 par 3 il en viendra 3. Maintenant nous dirons que la raison de 5 à 3, sera telle qu'est de l'argent à l'argent: car la raison de 10 à 40, est comme de 20 à 5, & de 40 à 18 comme de 20 à 9: d'auantage de 18 à 6, est telle que de 9 à 3: la raison doncques de 5 à 3, sera telle que de 10 à 6 par ceste proposition &c.

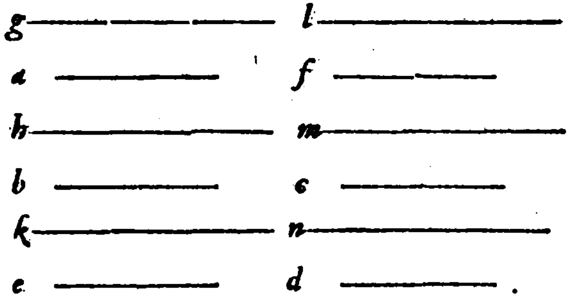
Il nous faut prendre aussi en ceste propositiõ que si les raisons simples sont esgalles, aussi elles estans doublées ſeront eſgalles,car il y aura trois grandeurs d'vne part,& trois d'vn autre part, deſquelles la raiſon de la ſeconde d'vne part à la troiſieſme, ſera comme de la premiere à la ſeconde, c'eſt à dire comme de la premiere à la ſecóde de l'autre part, qui eſt comme de la ſeconde à la troiſieſme, & par ainſi par la 11 propoſition de ce liure, la raiſon de la ſecóde d'vne part à la troiſieſme, ſera comme de la ſeconde de l'autre part à la troiſieſme,& par ceſte propoſition la raiſon doublée ſera eſgalle, ou telle qu'eſt la raiſon doublée, c'eſt à dire que la raiſon de la premiere à la troiſieſme d'vne part, ſera cóme de la premiere à la troiſieſme de l'autre part,& par vn meſme chemin, ſi les raiſons ſimples ſont eſgalles auſsi elles eſtant triplées, quatruplées,&c.ſerót eſgalles. Dauantage ſi les raiſons doublées,triplées, ou quatruplées, &c. ſont eſgalles, les raiſons ſimples,dont elles ſont doublées,triplées ou quatruplées &c.ſeront eſgalles:car ſi les doublées ſont eſgalles, & les ſimples ſont ineſgalles, il y aura trois grandeurs d'vne part, & trois d'autre part,deſquelles la raiſon de la premiere à la ſecóde d'vne part,ſera plus grande ou plus petite,que la raiſon de la premiere à la ſeconde de l'autre part, & la raiſon de la ſeconde à la troiſieſme d'vne part, ſera auſsi plus grande ou plus petite que de la ſeconde à la troiſieſme de l'autre part, par la 13 propoſition de ce liure, & par ainſi comme nous auons dit, la raiſon de la premiere à la troiſieſme d'vne part, ſera plus grande ou plus petite que de la premiere à la troiſieſme de l'autre part, d'ou viendroit que les raiſons doublées ne ſeroient pas eſgalles. Nous y adiouſterons encores la demonſtration de telles ou ſemblables queſtions: quelqu'vn a védu vne piece de quelque choſe, 44 liures, & gaigne à raiſon de dix pour cent, mais on demande ſ'il vouloit gaigner douze pour cent, combien il luy faudroit reuendre vne chacune des autres telles pieces. Il eſt certain que la raiſon de 110 à 100, eſt cóme de 44 liures à cela que la piece luy a cousté,& la raison de 100 à 112 est comme cela que la piece luy à cousté,a cela qu'il la veut reuendre, & par ainsi par ceste proposition comme 110 est à 112 ainsi sera 44 à cela qu'il veut reuédre la piece pour gaigner douze pour cent, doncques il reuendra la piece à la seconde fois 44 liures 16 solz, car quant de 110 on fait 112, de 44 liures on en fera 44 liures 16 solz,& pour y employer la 11 & 16 propositions de ce liure, il est certain que iamais la raison de 110 à 100, n'est telle que de 44 à cela qu'il a acheptě la piece, que la raison de 110 à 44 ne soit telle que de 100 à cela que la piece luy a cousté, laquelle par vne mesme raison est telle, qu'est de 112 à cela qu'il veut reuendre la piece à la seconde fois,& par ainsi la raison de 110 à 44 sera telle que de 112 à cela qu'il doibt reuendre la piece à la seconde fois, doncques la raison de 110 à 112, sera comme de 44 liures à 44 liures 16 solz. Nous disons doncques à cause de cela, quant de 110 on fait 112, combien fera lon de 44 liures & il en viendra 44 liures 16 solz. Et par vne mesme raison, si en reuendant la piece 44,on gaigne 10 pour cent,en rabatant dix pour cent, ou voulant endurer vne telle perte, on aura d'vne telle piece 36 liures,car quant 110 reuiénent à 90, certainement 44,reuiendront à 36.

23

S'il y a trois grandeurs & encores d'autres esgalles de nombre à icelles qui soyent prinses deux à deux en vne mesme raison, & là leur proportiō soit perturbée: aussi en la raison de l'esgalité, elles seront en vne mesme raison.

FORCADEL.

Car de trois grandeurs d'vne part & trois d'vn autre part,desquelles la raison de la premiere à la seconde d'vne part, soit comme de la secōde à la troisiesme de l'autre part, & la raison de la seconde à la troisiesme d'vne part, est cōme de la premiere à la secōde de l'autre part, si l'ō prēt l'esgal plusieurs fois des trois premieres,& l'esgal plusieurs fois des trois autres l'vn & l'autre par quelque multiplication que ce soit, certainement le plusieurs fois de la premiere d'vne part, au plusieurs fois de sa secóde, aura vne mesme raison qu'a la premiere à la seconde, par la 15 proposition, c'est à dire par la 11 proposition comme de la seconde de l'autre part à sa troisiesme, qui est telle qu'est la raison du plusieurs fois d'icelle au plusieurs fois de sa troisiesme par la mesme 15 proposition, & par la mesme 11 proposition, la raison du plusieurs fois de la premiere d'vne part au plusieurs fois de sa seconde, sera comme le plusieurs fois de la seconde de l'autre part au plusieurs fois de sa troisiesme, & de rechef le plusieurs fois de la secóde d'vne part, au plusieurs fois de sa troisiesme, est comme la secóde à la troisiesme, qui est comme de la premiere de l'autre part à sa secóde, c'est à sçauoir comme du plusieurs fois de la premiere de l'autre part, au plusieurs fois de sa seconde par lesdictes 15 & 11 propositions de ce liure: doncques par la 21 propositió si le plusieurs fois de la premiere d'vne part, est esgal plus grát ou plus petit au plusieurs fois de sa troisiesme, aussi semblablement le plusieurs fois de la premiere de l'autre part, sera esgal plus grát ou plus petit au plusieurs fois de sa troisiesme, & par la 6 deffinition de ce liure, la raison de la premiere à la troisiesme d'vne part, sera telle qu'est celle de la premiere de l'autre part à sa troisiesme. Ou autrement en prenant l'esgal plusieurs fois des deux premieres & de la secóde des secódes, & l'esgal plusieurs fois des deux dernieres & de la seconde des premieres, l'vn & l'autre par quelque multiplicatió que ce soit, certainemét par la 4 proposition la raison du plusieurs fois de la premiere d'vne part, au plusieurs fois de sa secóde, sera comme du plusieurs fois de la secóde de l'autre part, au plusieurs fois de sa troisiesme, & par lesdictes 15 & 11 propositions la raison des plusieurs fois de la seconde & troisiesme d'vne part, sera comme celle des plusieurs fois de la premiere & ſeconde de l'autre part &c. & ſi la raiſon de la troiſieſme d'vne part à vne quatrieſme, eſtoit comme d'vn autre à la premiere de l'autre part, en prenãt la troiſieſme & quatrieſme d'vne part pour vne ſeconde & troiſieſme, & la premiere & la troiſieſme de l'autre part pour vne ſeconde & troiſieſme &c. touſiours la raiſon de la premiere à la derniere, ſera comme celle de la premiere à la derniere, &c.



Nous pouuons prendre auſsi en ceſte propoſition que ſ'il y a trois grandeurs d'vne part, & encores trois de l'autre part, & la raiſon de la premiere à la ſecõde d'vne part eſt plus grande que de la ſeconde à la troiſieſme de l'autre part, & encores la raiſon de la ſeconde à la troiſieſme d'vne part, eſt plus grande que de la premiere à la ſeconde de l'autre part : auſsi la raiſon de la premiere à la troiſieſme d'vne part, ſera plus grande que de la premiere à la troiſieſme de l'autre part. Car celle qui a vne telle raiſon à la derniere des premieres, qu'a la premiere des autres à la ſecõde, a vne plus petite raiſon à la derniere des premieres, que n'a la ſeconde par la 13 propoſition de ce liure, & par ainſi la ſeconde des premieres eſt plus grande que ladicte grandeur par la 10 propoſition, & par la 8 propoſitiõ la premiere des premieres a vne plus grande raiſon à la trouuée qu'elle n'a à ſa ſecõde, & à plus forte raiſon que n'a la ſecõde des autres à ſa troiſieſme, mais celle qui a à la trouuée vne raiſon telle qu'eſt de la ſecõde des autres à ſa troiſieſme, elle l'a plus petite que de la premiere des premieres à la premiere trouuée par ladicte 13 propoſition, & par la meſme 10 propoſition de ce liure, la premiere des premieres ſera plus grande que la ſeconde trouuée, & par ainſi par la 8 propoſition elle aura vne plus grande raiſon à ſa troiſieſme, que n'a la ſeconde trouuée à ladicte derniere, laquelle par ceſte propoſitiõ, eſt comme la premiere des autres à ſa derniere, & par la 13 propoſition de ce liure, la raiſon de la premiere d'vne part à ſa derniere, ſera plus grande que de la premiere de l'autre part à ſa derniere.

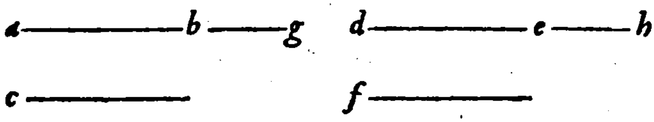
Nous pouuons auſsi prendre en la precedente propoſition & en ceſte cy, que pluſieurs raiſons d'vne part eſgalles à pluſieurs autres de l'autre part, vne chacune à la ſiéne, ou deux à deux, compoſent des raiſons eſgalles en y adiouſtant cela que nous prendrons en la 23 propoſition du ſixieſme liure.

24

Si la premiere à la ſeconde a la meſme raiſon qu'a la troiſieſme à la quatrieſme, & la cinquieſme à la ſeconde a la meſme raiſon qu'a la ſixieſme à la quatrieſme: Auſsi la compoſée de la premiere auec la cinquieſme à la ſeconde, aurõt la meſme raiſon que la troiſieſme auec la ſixieſme a la quatrieſme.

FORCADEL.

Car la raiſon de la premiere à la ſeconde, ſera cõme de la troiſieſme à la quatrieſme, & par la 4 propoſition, la ſeconde à la cinquieſme aura la raiſon telle que de la quatrieſme à la ſixieſme, & par ainſi par la 22 propoſition de ce liure, la premiere aura vne telle raiſon à la cinquieſme, qu'a la troiſieſme à la ſixieſme, & par la 18 propoſition de ce liure, la premiere auec la cinquieſme à la cinquieſme, auront vne telle raiſon qu'ont la troiſieſme auec la ſixieſme à la ſixieſme, mais la raiſon de la cinquieſme à la ſeconde, eſt telle qu'eſt de la ſixieſme à la quatrieſme, doncques par la mesme 22 proposition la premiere auec la cinquiesme à la seconde, auront vne mesme raison qu'auront la troisiesme auec la sixiesme à la quatriesme.

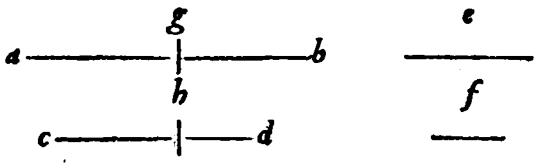


25

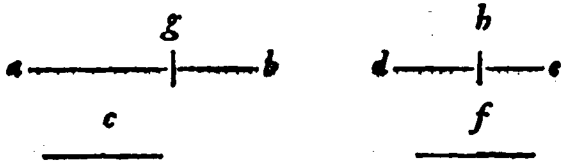
S'il y a quatre grandeurs proportionnelles, la plus grande & la plus petite seront plus grandes que les deux autres.

FORCADEL.

Car la plus grande estant au premier lieu, la plus petite sera au quatriesme lieu, ou bien la plus grande estant la premiere, la plus petite sera la derniere par le droict d'vne mesme raison de la premiere à la seconde qu'est de la troisiesme à la quatriesme, & aussi par la 14 proposition de ce liure: & par ainsi en soustrayant la troisiesme de la premiere, & la quatriesme de la seconde par la 3 proposition du premier liure, la raison du tout au tout estant cõme du soustraict au soustraict, par la 19 proposition de ce liure, la raison de la differẽce de la premiere à la troisiesme, à la difference de la seconde à la quatriesme, sera comme de la premiere à la seconde, & par la 14 proposition, la difference de la premiere à la troisiesme, sera plus grande que la difference de la seconde à la quatriesme, & en adioustãt la troisiesme & la quatriesme à l'vne & à l'autre difference, certainement la premiere auec la quatriesme, seront plus grandes que les deux autres par la 4 commune sentence. Car en adioustant à la difference de la premiere à la troisiesme, la troisiesme & la quatriesme, on refait la premiere & y adiouste on la quatriesme, & en adioustant à la difference de la seconde à la quatriesme, la mesme quatriesme & la troisiesme, on refait la seconde & y adiouste on la troisiesme.



Auſsi ayant ſouſtrait la ſeconde de la premiere & la quatrieſme de la troiſieſme, il eſt certain que la raiſon des differẽces ſera comme de la premiere à la troiſieſme par la 16 & 19 propoſitions de ce liure, & la difference de la premiere à la ſeconde, ſera plus grande que la difference de la troiſieſme à la quatrieſme par la 14 propoſition de ce liure, en adiouſtant doncques à vne chacune difference la ſeconde & la quatrieſme, il eſt certain que la premiere & la quatrieſme ſeront plus grandes que la troiſieſme à la ſecõde par la meſme 4 commune ſentence: car en adiouſtant à la difference de la premiere à la ſeconde, la ſeconde & la quatrieſme, lon refait ou lon reprent la premiere, & lon y adiouſte la quatrieſme, & en adiouſtant à l'autre differẽce la quatrieſme & la ſecõde, lon reprendra la troiſieſme, & y adiouſtera on la ſecõde.



FIN DV V. LIVRE.

A MONSIEVR GVETAVLD, DOCTEVR EN MEDECINE, EN LA ville d'Orleans.

MONSIEVR, ayant pour diuerses occasions esté contrainct (cóme vous sçauez) de discontinuer mes leçons de l'Algebre, & ce pēdant receu ce bien faict du Roy, d'estre mis au nombre de ses lecteurs és sciences Mathematiques en ceste Vniuersité de Paris, ie n'ay voulu faillir de faire en ma charge telle diligence que ie laissasse à vn chacun quelque bonne occasion de contentement, esperāt toutesfois aller tousiours de bien en mieulx, de sorte que la fin de mon trauail peust suppleer au deffaut du commēcement. Auec ceste intētion, i'ay continué la traduction des Elements d'Euclide iusques à ce sixiesme liure, auquel principalemēt est parlé des figures rectilignes semblables, chose qui importe de beaucoup, tant pour la perspectiue que pour l'architecture. Or vous ay-ie bien voulu dedier ceste traduction, tant pour vous seruir d'vn perpetuel tesmoignage de ma bonne volonté, comme aussi pour vous rendre l'honneur que ie vous doibs pour les faueurs que i'ay par cy deuāt receues de vous, estimant au surplus ce mien trauail pour tresbien employé, si ie sçay que vous l'ayez receu pour aggreable, De Paris ce 15. d'Auril, M. D. LXIIII.

LE SIXIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE, TRADVICT EN FRANÇOIS PAR Pierre Forcadel de Bezies.

DEFFINITIONS.

I

LES *figures rectilignes ſemblables ſont, qui ont les angles eſgaux vn chacun au ſien, & les coſtez qui ſont à l'ētour des angles eſgaux proportionnaux.*

FORCADEL.

Entre les figures cōtenues de lignes droictes, les triãgles equilateraux ſont ſemblables entr'eux, & auſsi les quarrez. Et les deux pieces eſquelles ſont diuiſées les figures parallelogrammes de leurs diametres ſont auſsi eſgaux & ſemblables entr'eux. Dauãtage ſi de l'angle d'vn triãgle equilateral ou Iſoſcele on meine vne ligne droicte au milieu de la baſe, il ſera diuiſé en deux triãgles eſgaux & ſemblables.

2

Mais les figures reciproques ſont, quant en l'vne & en l'autre figure les termes antecedents & conſequents ſont rationnaux.

FORCADEL.

Les parallelogrammes eſgaux & equiangles ſont reciproques en la 14 propoſition de ce liure, auſsi ſont les triangles eſgaux tels qu'ils ſont deſcrits en la 15 propoſition : & auſsi les ſolides parallelepipedes eſgaux en la 34 propoſition de l'onzieſme liure, & encores les pyramides eſgalles ayans les baſes triangulaires, ſont reciproques en la 9 propoſition du douzieſme liure, ſi ſont bien les cones & les cylindres esgaux en la 15 proposition du mesme douziesme liure, dauantage lon se peut resoudre en la 13 proposition du premier liure de la Sphere & du Cylindre d'Archimede, que les superficies des cylidres, excepté les bases, estās esgalles sont reciproques, car elles sont esgalles, pource que la raison de la hauteur de l'vne à la hauteur de l'autre, est telle qu'est du diametre de la base de l'autre au diametre de l'vne ou de la circonference à la circonference: voyez vn peu comme en l'vn & en l'autre cylindre y a deux termes, desquels quant l'vn sera antecedent, l'autre sera consequent.

3

Vne ligne droicte se dit estre diuisée selon le milieu & les deux extremes, quant il sera comme la toute à la plus grande piece, tout ainsi la plus grande piece à la plus petite.

FORCADEL.

Vne ligne droicte estant diuisée en telle sorte qu'il est demandé en la 11 proposition du second liure, sera diuisée selon le milieu & les deux extremes, cóme il sera manifeste en la 17 proposition de ce liure, & par ceste deffinition, c'est à dire que la toute & la plus petite piece d'icelle, serót les deux extremes, & la plus grande piece d'icelle sera le milieu de trois grandeurs proportionnelles.

4

La hauteur de quelque figure que ce soit, est la perpendiculaire menée de la cyme à la base.

FORCADEL.

Ceste deffinition s'estent à toutes les sortes de figures, soyent pleines ou solides: quant doncques les perpendiculaires menées des cymes des figures seront esgalles entr'elles, certainement les figures seront esgallemét hautes, c'est à dire qu'elles seront entre les mesmes lignes droictes paralleles, si elles sont pleines, & entre les mesmes plans paralleles, si elles sont solides, sinon aux pleines, la ligne droicte parallele à celle là, ou sont les bases passant par l'vne des cymes & non par l'autre, feroit la partie esgalle à son tout, contre la 9 commune sentence, & le mesme aduiendroit par le plan parallele au plan, là ou sont les bases passans par la cyme de l'vne & non par la cyme de l'autre aux solides, & de là s'ensuiura aussi que les figures seront esgallement hautes qui auront les cymes communes. Dauantage il nous faut prendre icy, & par la 26 proposition du premier liure, que si deux lignes droictes esgalles, tombent sur deux lignes droictes faisans les angles esgaux, ou cõtenans les angles esgaux, vn chacũ au sien auec les lignes, sur lesquelles elles tombent, elles demeureront en vne mesme hauteur, & de là viendra que deux parallelogrammes equiangles, dont l'vn des costez de l'vn, sera esgal à l'vn des costez de l'autre, serõt en vne mesme hauteur de la part des autres costez, c'est à dire contant ou prenãt les autres costez pour bases: car lesdictes perpendiculaires seront esgalles.

5

Vne raison se dit estre composée de plusieurs raisons, quant les quantitez des raisons multipliées entr'elles font quelque raison.

FORCADEL.

Nous disons vne grandeur estre la denomination d'vne raison, quant multipliée par le suiuant, produit l'antecedent, ou diuisant l'antecedent produit le suiuant, car nous scauons que le combien d'vne diuision, multiplié par le partiteur, produit le party ou le diuisé, & le diuisé party par le combien, produit ou donné celuy qui a party ou le partiteur, & cecy est semblable à la penultiesme deffinition du premier liure de Vitellion de la 13 proposition, duquel liure nous pouuons prẽdre que s'il y a tãt de grandeurs qu'on voudra, la raison de la premiere à la derniere sera telle, que sera la produicte des denominations des raisons entremoyennes multipliées ensemble, & par ainsi les denominations de deux ou plusieurs raisons multipliées ensemble, produisent ou composent vne denomination telle que sera de la premiere & la derniere, d'autant de grandeurs & vne d'auantage qu'il y a de raisons multipliées : car s'il y a deux raisons données, nous pourrons trouuer par la 12 proposition de ce liure, trois lignes droictes, desquelles la premiere à la seconde, auront la premiere raison, & la seconde à la troisiesme auront la seconde raison, puis la premiere à la troisiesme aurót la raison produicte par la multiplication des deux raisons, car (comme il dit) ou semblablement si la secóde grandeur multiplie la premiere denomination, elle fera ou produira la premiere grandeur, aussi si la troisiesme grandeur, multiplie la raison de la premiere à la troisiesme, elle produira la premiere: doncques par la 16 proposition de ce liure, la raison de la secóde grandeur à la troisiesme, sera telle qu'est de la denomination de la premiere à la troisiesme, à la denomination de la premiere à la seconde, & par ainsi la denomination de la seconde à la troisiesme, multipliãt la denominatió de la premiere à la seconde, produira la denomination de la premiere à la troisiesme, & par vne mesme façon de faire s'il y a trois denominations proposées, nous pourrós prendre quatre grãdeurs ayãs lesdictes raisons, & la raison de la premiere à la quatriesme, sera faicte ou produicte de la raison de la premiere à la troisiesme (laquelle est produicte des deux autres) multipliée par la raison ou denominatió de la raison, de la troisiesme à la quatriesme, & certainement cela se peut assez entẽdre que si l'autant cóme la premiere cõtient la secóde, multiplie l'autãt cóme la seconde cõtient la troisiesme, il en viẽdra l'autant cóme la premiere contiendra la troisiesme, lequel encores multiplié par l'autãt que la troisiesme contiendra la quatriesme, il en viendra l'autãt que la premiere contiẽt la quatriesme &c. Quant lon nous dit que quant 10 hómes en 12 iours ont gaigné 15 escus, combien gaigneront 6 hómes en 18 iours, nous auós accoustumé de multiplier les trois derniers nóbres enſemble & partir le produict par le produict de la multiplicatió des deux premiers ou des deux autres, cóme 15 multiplié par 6 fait 90, lequel multiplié par 18 fait 1620, qu'il faut partir par 120, car 12 fois 10 font 120, & il en viendra autant comme de 162 partits par 12, c'eſt à ſçauoir 13 $\frac{1}{2}$ pour cela qu'on demande, & la cauſe de cela ſe prent en ceſte deffinition, car quant 10 hommes gaignét 15 eſcus, certainement 6 hommes gaigneront 9 eſcus au meſme temps: deſia la raiſon de 10 à 6, eſt comme de 15 à 9: mais ce temps là eſt 12 iours, & par ainſi ſi ces hommes là en 12 iours gaignét 9 eſcus, ils gaigneront en 18 iours 13 eſcus $\frac{1}{2}$, voyez comme 10 & 12, qui ſont les premiers, ont party, & par ainſi 10 fois 12, ſera le partiteur, & les autres multipliez enſemble feront le party, mais encores la raiſon de 9 à 13 $\frac{1}{2}$, eſt comme de 12 à 18, & par ainſi la raiſon de 15, à 13 $\frac{1}{2}$ ſera compoſée des deux raiſons $\frac{10}{6}$, & $\frac{12}{18}$ qui font ou compoſent la raiſon de 120 à 108, dont ceſtui-cy eſt le produict des deux derniers, & l'autre des deux premiers, & ſi 120 donnent 108, certainement 15 qui eſt le milieu, donnera 13 $\frac{1}{2}$ là ou l'on voit le produict des trois derniers nombres multipliez enſemble, party par le produict des deux premiers multipliez enſemble, donner ce qu'on demáde, c'eſt à ſçauoir 13 $\frac{1}{2}$. Et cela que nous venons de demonſtrer, eſtant faict par la reigle de trois à deux fois, nous le pourrons auſsi demóſtrer, mais plus difficilement par vne reigle de trois reciproque & vne directe, car certainement quant 10 hommes mettent 12 iours à faire quelque choſe, 6 hommes mettront bien dauantage, c'eſt à ſçauoir 20 iours, deſia la raiſon de 6 à 10 eſt comme de 12 à 20: & quant en 20 iours ſe gaignét 15 eſcus, certainement en 18 iours ſe gaigneront 13 eſcus $\frac{1}{2}$, doncques la raiſon de 20 à 18, ſera comme de 15 à 13 $\frac{1}{2}$, puis apres la raiſon de 12 à 18 ſera cóme de 6 fois 15, c'eſt à ſçauoir 90 à 10 fois 13 $\frac{1}{2}$, & par ainſi 12 fois 10 fois 13 $\frac{1}{2}$, c'eſt à ſçauoir 120 fois 13 $\frac{1}{2}$, ſeront eſgaux à 90 fois 18, c'est à sçauoir 1620, qui vient de 6 fois 15 multiplié par 18 qui sont les trois derniers, lequel party par 120 produict des deux premiers multipliez ensemble, fera 13 $\frac{1}{2}$. Et quant lon nous dit que 10 hommes en 12 iours ont gaigné 15 escus, en combien de iours 6 hõmes gaigneront 13 escus $\frac{1}{2}$, nous auons accoustumé de multiplier les deux premiers & le dernier ensemble, & partir le produict par le produict des deux autres multipliez ensemble, comme 10 fois 12 font 120, lequel multiplié par 13 $\frac{1}{2}$, fait 1620, & cela party par 6 fois 15, c'est à sçauoir par 90 qui est autant comme partir 162 par 9, il en viendra 18 iours: car si 10 hommes mettẽt 12 iours, certainement 6 hommes mettront 20 iours, & ceste reigle de trois est reciproque: desia la raison de 6 à 10 est comme de 12 à 20, & si 15 escus se gaignent en 20 iours, certainement 13 escus $\frac{1}{2}$ se gaigneront en 18 iours, aussi la raison de 20 à 18, sera comme de 15 à 13 $\frac{1}{2}$, puis apres la raison de 12 à 18, sera composée de ces deux raisons $\frac{6}{10}$ & de 15 partits par 13 $\frac{1}{2}$, c'est à dire que la raison de 6 fois 15 qui font 90, le produict des deux autres, à 135, le produict du premier par le dernier sera comme 12 à 18, & 9, 135, 12 estants donnez, aussi 18 sera donné en diuisant 135 fois 12 c'est à sçauoir 1620, qui est le produict du premier secõd & dernier multipliez ensemble par 90, le produict des deux autres: cela ce peut aussi, mais plus difficilement, demonstrer par la reigle de trois à deux fois, ainsi. Quant 10 hommes gaignent 15 escus, 6 hommes gaigneront 9 escus, & la raison de 10 à 6, sera comme de 15 à 9, & si 9 escus se gaignent en 12 iours, certainement 13 $\frac{1}{2}$ se gaignerõt en 18 iours, & la raison de 9 à 13 $\frac{1}{2}$, sera telle que de 12 à 18, puis apres la raison de 15 à 13 $\frac{1}{2}$ sera faicte des raisons $\frac{10}{6}$ & $\frac{12}{18}$, c'est à dire qu'elle sera cõme de 10 fois 12, c'est à sçauoir 120, à 6 fois 18, & par ainsi 15 fois 6 fois 18, sera esgal à 120 fois 13 $\frac{1}{2}$, c'est à dire que 90 doibt partir 1620 pour auoir 18 iours, le partiteur est le produict des deux autres, & le party du premier & second & dernier multipliez ensemble.

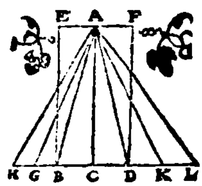
PROPOSITIONS.

I

Les triangles & les parallelogrammes, desquels la hauteur est vne mesme, sont entr'eux comme les bases.

FORCADEL.

Car on ne sçauroit multiplier les bases des parallelogrammes ou des triangles, c'est à dire qu'on ne sçauroit prendre par autant de fois vne chacune des bases, qu'incontinent on ne puisse prendre le mesme plusieurs fois d'vn chacun des parallelogrammes, ou des triangles par la 36 proposition du premier liure, pour les parallelogrammes, ou par la 38 ou 41 propositions pour les triangles (car estre en vne mesme hauteur, est estre entre les mesmes paralleles) & par ainsi par la 6 deffinition du 5 liure, puis que l'esgal plusieurs fois de la premiere & de la troisiesme estant pris, & aussi l'esgal plusieurs fois de la seconde & de la quatriesme, vn chacun par quelque multiplication que ce soit, il aduiendra par les mesmes propositions que le plusieurs fois de la premiere, estant esgal plus grant ou plus petit au plusieurs fois de la seconde, le plusieurs fois de la troisiesme, sera semblablement esgal plus grant ou plus petit au plusieurs fois de la quatriesme, certainement la raison du parallelogramme au parallelogramme, ou bien du triangle au triangle, sera comme de la base à la base par la 6 deffinition du 5 liure.



Prenons premierement en ceste proposition que les grandeurs multipliées par vne mesme grandeur, seront proportionnelles auec les produicts ou bien elles auront la raison mesme qu'auront les produicts. Il nous y faut prédre aussi & par la 11 proposition du 5 liure, que tout parallelogramme est le milieu proportionnel entre les paral-

parallelogrãmes equiangles au parallelogrãme & equilateraux, l'vn de l'vn des costez, & l'autre de l'autre costé du parallelogramme, d'ou vient qu'vn parallelogramme rectangle est le milieu proportionnel entre les quarrez de ses deux costez, & aussi par la 36 proposition du premier liure, & la 25 propositiõ du 5 liure, que d'vne ligne droicte diuisée en deux pieces inesgalles, les deux quarrez des deux pieces inesgalles serõt plus grans que le rectangle deux fois des deux pieces, &c. Il nous y faut prendre aussi qu'vn triangle sera esgal à plusieurs triangles estans en vne mesme hauteur, quant il sera esgallement haut à l'vn d'iceux, & ayant la base esgalle aux bases desdicts triangles, & le mesme aduiendra aux parallelogrammes. Mais des triangles ou des parallelogrammes ayans les bases esgalles le plus haut sera le plus grãt.

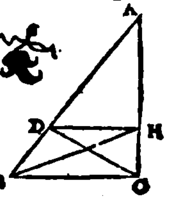
Prenons y aussi que si de l'angle à l'angle d'vn trapeze, ayant deux costez opposez paralleles, on meine vne ligne droicte elle le diuisera en deux triangles qui auront la raison des paralleles. Nous y prendrons aussi que si on nous dit qu'vn rectangle contient 588 pieds, & la raison de sa lõgueur à sa largeur est comme de 4 à 3, certainement par ceste proposition comme la largeur sera à la longueur, ainsi sera le rectãgle au quarré de la longueur, & par ainsi si 3 donnent 4, certainement 588 donneront 784, duquel la racine quarrée est 28 pour la longueur, & par ainsi 21 sera la largeur: ou bien comme la lõgueur est à la largeur, ainsi est ledict rectangle au quarré de la largeur, doncques si 4 reuiennent à 3, certainement 588 viendront à 441, duquel la racine quarrée est 21 pour la largeur, & par ainsi 28 est la longueur. Voyez vn peu la force d'vn parallelogramme rectangle qui a la raison au quarré de l'vn de ses costez, telle qu'est de l'autre costé audict costé. Car c'est aussi la cause dont il est milieu entre les quarrez de ses costez. Prenons y aussi que le contenu d'vn parallelogramme rectangle, estant diuisé par l'vn de ses costez, donnera l'autre costé : car la raison du quarré du costé congneu au rectangle, estant comme le costé cógneu au costé incongneu & de quatre grãdeurs de mesme genre ainsi proportionnelles, la raison de la premiere à la troisiesme, sera cóme de la secóde à la quatriesme par la 16 proposition du 5 liure, & par la 15 proposition du mesme 5 liure la raison du costé congneu à l'vnité, est comme la troisiesme qui estoit seconde à la quatriesme, & par ainsi en diuisant le contenu du rectangle par le costé congneu il en viédra le coste incongneu, & en passant oultre. Voyez encores que ceste propositió veut que quant il y aura trois lignes droictes, la raison de la premiere à la troisiesme soit comme la raison du rectãgle qui se fait de la premiere & de la seconde, au rectãgle qui se fait de la secóde & de la troisiesme, ou de la troisiesme & de la secode: ausi si vne ligne droicte est diuisée en deux pieces la raisó des pieces sera telle, que la raison des rectãgles des pieces & de la toute. Et cóme il soit aisi que de trois lignes droictes la raison de la premiere à la troisiesme, est composée de la raison de la premiere à la secóde, & de la raison de la seconde à la troisiesme : cela veut dire que la raison de la premiere à la troisiesme est telle, qu'est du rectangle de la premiere & de la seconde au rectangle de la seconde & de la troisiesme &c. Nous y prendrons ausi, que multiplier vne fraction par vn autre, est prendre l'vne de l'autre: car si nous voulons multiplier $\frac{2}{5}$ par $\frac{3}{4}$, certainement $\frac{2}{5}$ multipliés par 1 font $\frac{2}{5}$, & la raison de 1 à $\frac{3}{4}$ est comme $\frac{2}{5}$ au produict demandé, $\frac{2}{5}$ doncques multipliés par $\frac{3}{4}$ feront les $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$, c'est à sçauoir $\frac{3}{10}$, & pource que comme nous auons pris en la premiere deffinition du second liure, le rectangle de $\frac{2}{5}$ par $\frac{3}{4}$ est esgal au rectangle de $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{5}$, ausi par vne mesme raison $\frac{3}{4}$ multipliés par $\frac{2}{5}$ feront les $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$, c'est à sçauoir lel mesmes $\frac{3}{10}$ qui est vn mesme rectangle, d'ou vient que quant ceux qui sont experimentez aux nombres, nous voudront demãder quels sont ces deux nombres là, desquels les $\frac{2}{5}$ de l'vn feront autant que les $\frac{3}{4}$ de l'autre, nous leur pourrons dire par cecy, que ce seront 15 & 8, combien que par la 17 & 16 propositiós du 7 liure, ce soient les mesmes, comme il soit ainsi que 15 & 8 sont les numerateurs de la reductió de $\frac{3}{4}$ & de $\frac{2}{5}$ par la derniere proposition du 7 liure, & par la 19 ou 17 propositions du mesme 7 liure. Vous voyez maintenant la cause pourquoy deux fractions plus basses que l'entier multipliées ensemble produiront vne fraction plus petite que l'vne & plus petite que l'autre: aussi nous prendrons icy & par cela que nous auons pris en la 15 proposition du 5 liure, que nous pouuons prendre en vn triangle, vn triangle ayant la mesme cyme du tout, & plus petit que quelque space que ce soit.

2

Si a l'vn des costez du triangle est menée quelque ligne droicte parallele, icelle coupera proportionnellemẽt les costez d'iceluy triãgle. Et si les costez du triangle sont coupez proportionnellement: la ligne droicte menée aux sections, sera parallele à l'autre costé d'iceluy triangle.

FORCADEL.

Car en menant deux lignes droictes de l'angle à l'ãgle du trapeze faict par la parallele, & cecy soit dict pour la premiere partie de la proposition ou pour la moitié d'icelle, icelle parallele sera la base de deux triãgles esgaux entr'eux par la 37 proposition du premier liure, or est il ainsi par la precedente proposition, que les deux pieces de l'vn des costez du triangle, ont la raison de l'vn des triangles esgaux au triangle nouueau faict par la parallele, qui est telle par la premiere partie de la 7 proposition du 5 liure, qu'est de l'autre des triãgles esgaux audict triãgle nouueau faict, laquelle par la precedente propositió, est comme les deux pieces de l'autre des costez diuisez du triangle, & par ainsi par la 11 proposition du 5 liure, la parallele coupera les costez du triangle proportionellemét. Et pour la conuerse de ceste partie, en faisant passer vne ligne droicte par les deux poincts des diuisions, & menant deux lignes droictes desdicts poincts aux deux extremitez de la base par la premiere demande, la premiere ligne menée sera la base de deux triangles de la part de la base, & d'vn de l'autre part: mais l'vn de la part de la base à celuy de l'autre part par la precedente proposition, est comme les deux pieces de l'vn des costez diuisez du triãgle, c'est à dire par la 11 proposition du 5 liure, comme les deux pieces de l'autre des costez diuisez, & par la precedéte proposition, & la mesme 11 proposition, elle sera comme l'autre des triangles de la part de la base au seul, & par la premiere partie de la 9 proposition du 5 liure, lesdicts deux triangles de la part de la base seront esgaux entr'eux, cela fera que la premiere ligne droicte menée sera parallele à la base du triangle, par la 39 proposition du premier liure. Voyez icy la resolutió ou l'vn des endroicts d'icelle, de la 4 proposition suiuante.

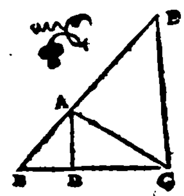


3

Si l'angle du triangle est coupé esgallement, & la ligne droicte coupant l'angle, coupe aussi la base: les pieces de la base auront la mesme raison, qu'õt les autres costez d'iceluy triangle. Et si les pieces de la base ont la raison qu'ont les autres costez d'iceluy triãgle, la ligne droicte menée de la cyme à la section, icelle coupera esgallement l'angle d'iceluy triangle.

BORCADEL.

Car premierement en faisant passer vne ligne droicte par l'vn des angles de la base, parallele à celle qui coupe l'angle par la 31 proposition du premier liure, & menãt le costé du triãgle loing de la parallele, & la parallele de la part de l'angle diuisé par la seconde demãde, les lignes menées s'entretrouuerót de la mesme part par la 30 proposition du premier liure, ou par la penultime cõmune sentence, car l'angle faict de la parallele & de l'vne des pieces de la base, sera esgal à l'angle faict de la coupante & de l'autre piece par la 29 propositiõ du premier liure, iceluy doncques auec l'angle contenu de la mesme piece & du costé mené, sera plus petit que deux droicts par la 32 proposition, ou par la 17 proposition du premier liure, & par la 29 proposition du premier liure, & par la premiere commune sentence, l'angle du rencontre sera esgal à l'angle contenu de la parallele & du costé non estendu, & par la 6 proposition du premier liure la ligne droicte qui est depuis l'ãgle du rencõtre à l'angle diuisé, sera esgalle au costé non estẽdu du triãgle: maintenãt par la precedẽte propositiõ, la raison des pieces de la base est telle qu'est celle des pieces de l'autre costé de tout le triangle composé, qui est telle par la 7 proposition du 5 liure, qu'est la raison des costez du triangle, & par la 11 proposition du 5 liure, la raison des pieces de la base sera telle qu'est la raison des costez. Secondement ayant faict tout le triangle composé de mesmes, la raison des costez estant la raison des pieces de la base, laquelle est la raison des pieces de l'autre costé de tout le triangle composé, dont la parallele est la base, par la precedente proposition, certainement par la 11 proposition du 5 liure, la raison des costez sera telle qu'est la raison des pieces de l'autre costé de tout le triangle composé, & par la 9 proposition du 5 liure, la ligne droicte qui est depuis l'angle du rencontre à l'angle diuisé, sera esgalle au costé non mené du triangle, & par la premiere partie de la 5 proposition du premier liure, l'angle cõtenu de la parallele & du costé non mené du triãgle, sera esgal à l'angle du rencontre, puis apres par la 29 proposition du premier liure, & par la premiere commune sentence, l'angle contenu du costé non mené &



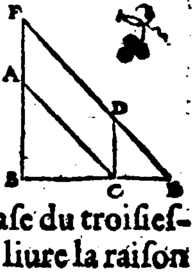
de la coupante, ſera eſgal à l'angle contenu de l'autre coſté, c'eſt à dire du coſté mené & de la meſme coupante, & par ainſi tout l'angle du triãgle ſera diuiſé eſgallemẽt.

4

Des triangles equiangles, les coſtez qui ſont à l'entour des angles eſgaux, ſont proportionnaux, & les coſtez qui ſouſtiennent les angles eſgaux ſont de ſemblable raiſon.

FORCADEL.

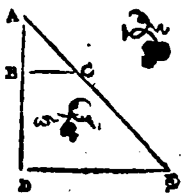
Il veut dire que par la premiere deffinition de ce liure, les triangles equiangles ſeront ſemblables. Il faut mettre les deux triangles au coſté d'vne ligne droicte & d'vne meſme part, tellement que l'vn des coſtez de l'vn, ſoit d'vn tenant auec le coſté de l'autre qui luy eſt raporté ou qui ſouſtient vn meſme angle, & que les deux angles d'iceux qui ſeront pres, ſoient alternemẽt eſgaux aux deux autres qui ſont auſdicts coſtez, à celle fin que par la 28 propoſition du premier liure, les deux autres coſtez de l'vn triangle ſoyent paralleles, aux deux autres coſtez de l'autre qui leur ſont raportez, & qu'on puiſſe mener par la ſeconde demande deux coſtez des deux triangles de la meſme part, leſquels par la 17 ou 32 propoſitiõs du premier liure & la penultime commune ſentence, ou bien par la 30 propoſition du premier liure, ſe rencontrerõt & composeront vn parallelogramme & vn troiſieſme triangle, la baſe duquel ſera la ligne droicte au coſté de laquelle ſont mis les deux triangles. Maintenant par la 34 propoſition du premier liure, & la ſeconde partie de la 7 propoſition du 5 liure, la raiſon de l'vn des coſtez de l'vn des deux triãgles au coſté du parallelogramme qui luy eſt raporté, eſt comme des deux pieces de l'vn des coſtez du troiſieſme triangle, laquelle eſt par la ſeconde propoſition de ce liure telle, qu'eſt des deux pieces de la baſe du troiſieſme triangle, & par la 11 propoſition du 5 liure la raiſon



dudict costé à celuy qui luy est raporté, sera telle que la raison desdictes deux pieces de la base, & par la 16 proposition du 5 liure la raison dudict costé à la piece de la base qui contiennét l'vn des angles esgaux, sera telle que la raison du costé qui luy est raporté à l'autre costé, ou piece de la base qui cótiennent l'autre des angles esgaux: puis apres d'angle en angle, & ordonnéement, la raison des deux pieces de la base du troisiesme triangle, est telle qu'est des deux pieces de l'autre costé du troisiesme triangle par la seconde proposition de ce liure, laquelle par la 34 propositió du premier liure, & par la premiere partie de la 7 proposition du 5 liure, est comme le costé de l'vn des deux triangles, opposé à l'vne des pieces dudict costé du troisiesme triangle à l'autre piece, c'est à sçauoir au costé de l'autre triangle, qui luy est raporté, & par la 11 proposition du 5 liure la raison desdictes deux pieces de la base sera telle qu'est desdicts costez des deux triangles raportez l'vn à l'autre, & par la 16 proportion du 5 liure, la raison de l'vne des pieces de la base du troisiesme triangle qui est l'vn des costez des deux autres au costé qui contiennent l'vn des angles esgaux, sera telle que de l'autre piece de la base à l'autre costé de l'autre des deux triangles qui contiénent l'autre des angles esgaux, & par la 22 proposition du 5 liure, en prenant les deux pieces de la base du troisiesme triangle pour les deux bases des deux triangles, la raison des deux costez de l'vn triangle sera telle que la raison des deux costez de l'autre triangle, & les costez qui soustiennent les angles esgaux, serót de semblable raison par la 11 deffinitió du 5 liure. Ceste proposition est estimée fort riche de ceux qui hátent les mesures des longueurs, hauteurs & profondeurs. Nous y prendrons premierement que deux triangles seront semblables, desquels les deux angles de l'vn seront esgaux aux deux angles de l'autre, vn chacun au sien, car ils seront equiangles par la 32 proposition du premier liure,premiere & troisiesme communes sentences,& de là deux triangles rectangles serót semblables,desquels l'vn des angles poinctus de l'vn, sera esgal à l'vn des angles poinctus de l'autre. Nous y prendrons aussi qu'vne ligne droicte trapassant les deux costez d'vn triãgle & parallele à la base, fera vn nouueau triangle semblable au tout: car ils seront equiangles par la 8 commune sentence,& la 29 proposition du premier liure,& la ligne droicte menée de l'angle du triangle au milieu de la base, diuisera aussi la parallele en deux esgallement: car par ceste proposition & par la 11 propositió du cinquiesme liure, la raison de l'vne des pieces de la base à l'vne des pieces de la parallele,sera comme de l'autre à l'autre,& par la 14 propositió du 5 liure,les deux pieces de la parallele serót esgalles,le semblable aduiendra des deux pieces de la base,en menant vne ligne droicte de l'angle au milieu de la parallele iusques à la base. Et de là nous pourrons dire que si vn trapeze a deux costez opposez paralleles, en menant les autres deux costez d'iceluy de la part du plus petit parallele, & vne ligne droicte de la mesme part des fins milieux des paralleles, icelles trois lignes menées s'y ront rencontrer à vn poinct. Nous y prẽdrons aussi que si on meine deux lignes droictes des extremitez alternes de deux lignes droictes paralleles,icelles menées s'entrecouperont proportionnellemẽt & la toute à sa piece aura la raison de la toute à sa semblable piece, dauantage la raison des paralleles sera comme la raison des pieces de l'vne ou de l'autre des menées &c. Nous y prẽdrons aussi que si dedans vn cercle se descrit vne figure de costez esgaux & vn autre dehors de costez esgaux & de esgalle multitude, la raison du costé de la figure dehors au costé de la figure dedãs, sera comme la raison de la ligne droicte menée de l'angle de celle dehors au centre du cercle, au rayon,& lesdictes figures serót semblables.Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition que les triangles

Isosceles

Isosceles prins par la 10 propositió du quatriesme liure sont semblables, & de plus cela dernier que nous auons prins en la penultiesme deffinition de ce liure aduiẽdra: car les perpendiculaires seront esgalles, pource que deux triangles qui s'y ferõt ou s'y pourrõt faire, seront equiãgles par la 32 proposition du premier liure, & par la 3 commune sentence &c. Dauantage prenons y que deux triãgles sont semblables, desquels les trois costez de l'vn sont paralleles aux trois costez de l'autre: encores deux triangles serõt semblables, ayans les bases en vne mesme ligne droicte, & les deux costés de l'ũ paralleles aux deux costez de l'autre. Et dauantage nous prendrons en ceste proposition de nostre inuention, ce qui a esté premierement donné à Archimede en la 13 propositió du premier liure des choses qui contre poisent esgallemẽt, que si on prent les fins milieux des trois costez d'vn triangle & du premier au second, puis du second au troisiesme, & du troisiesme au premier on meine des lignes droictes, il sera diuisé en quatre triangles esgaux & semblables, car ceux des angles de tout le triangle sont esgaux vn chacũ à celuy du milieu par la 34 propositió du premier liure, & par la mesme 34 propositió celuy du milieu est equiãgle à tout le triangle &c. Il me souuient encores d'y prẽdre ceste belle demonstration, tresdigne certes d'estre cogneuë d'vn chacun: soit à l'entour du centre *a*, & de la grandeur de *a b d*, descrit vn cercle par la demãde du cercle, & sur *a b d*, à l'extremité *d*, soit menée la perpendiculaire *d e*, par la 11 proposition du premier liure ou par la 31 proposition du 3 liure, laquelle soit faicte ou conside rée esgalle à la circonference du cercle descrit, par la 18 proposition du liure des lignes spirales d'Archimede, & par la 3 proposition du premier liure: il est certain qu'en menant la ligne *a e*, par la premiere demande, le triangle rectangle, par la 27 deffinition du premier liure, *a d e*, sera esgal au cercle descrit, par la premiere proposition du liure de la quadrature du cercle d'Archimede : il faut aussi descrire à l'entour du mesme centre *a*, & d'vne grãdeur plus petite comme *a b*, vn autre cercle par la 3 demãde, & mener sur *a b*, & au poinct *b*, la perpendiculaire *b c*, par ladicte 11 ou 31 proposition, & luy faire couper la ligne *a e*, au poinct *c*, & la ligne *b c*, sera esgalle à la circõference du second cercle descrit: car par la 3 proposition du liure de la quadrature du cercle d'Archimede &c. la raison du rayon *a b*, à la circonference de son cercle, sera comme le rayon *a b d*, à *d e*, c'est à dire par ceste proposition, & la 11 proposition du 5 liure : comme *a b*, à *b c*, & par la 9 proposition du 5 liure la ligne *b c*, sera esgalle à la circõferẽce du petit cercle descrit à l'entour du poinct *a*, de la grandeur *a b*, & par ladicte premiere proposition du liure de la quadrature du cercle, le triangle *a b c*, sera esgal au petit cercle, & par la 3 commune sentence le tablette ou trapeze *b c e d*, sera esgal à l'espace compris ou contenu des deux circonferences des deux cercles, dont *b d*, est la difference des rayons, ou la moitié de la difference des diametres, puis *b c*, & *d e*, sont esgalles aux deux circonferences des deux cercles: Mais comme nous auõs veu à la 36 proposition du premier liure, ledict trapeze *c d*, sera esgal au rectangle contenu de *b d*, & de la moitié des deux circonferences ou lignes *b c*, & *d e*, mises ensemble, & par ainsi par la premiere commune sentẽce, l'espace compris entre les circonferences desdicts cercles, sera esgal au rectangle contenu de la difference des rayons & de la moitié des deux circonferences mises ensemble. Et de cecy les massons prẽnent la reigle pour mesurer le plã dessus du nombril d'vn puis telle que s'ẽsuit. Il faut adiouster la circonference dehors, & la circonference dedans ensemble, & en prendre la moitié, laquelle multipliée par la piece du rayon venant du centre à la circonference dehors, qui est



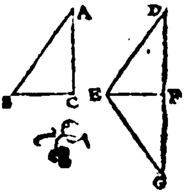
entre les deux circonferences, & le produict sera le contenu dudict plan: qu'ils multipliét encores par la hauteur dudict nombril, & il en vient le contenu d'iceluy.

5

Si deux triangles ont les costez proportionnaux, les triangles seront equiangles, & auront esgaux iceux angles, lesquels sont soustenus des costez de semblable raison.

FORCADEL.

Il veut dire aussi que les mesmes triangles seront semblables, & ceste cy est la conuerse de la precedente, dont nous respondrós à ceux qui pourroyent dire, pourquoy ceste cy & la precedente ne sont en vne mesme, comme en la seconde & la troisiesme, que celles là se demóstrent en vne seule figure & non celles cy, &c. Venons doncques à la demonstration: car en mettant aux deux extremitez de la base de l'vn des triangles & de l'autre part, deux angles esgaux aux deux angles de la base de l'autre triangle vn chacun au sien par la 23 proposition du premier liure, les costez qui les contiendront auec la base, s'yront trouuer de la mesme part par la 17 ou 32 propositions du premier liure, & par la penultime commune sentence, & feront vn nouueau triangle equiangle à celuy au costé de la base, duquel il n'est pas par la 32 proposition du premier liure, premiere & 3 communes sentences: or la raison de l'vn des costez du triangle au costé de la base, duquel est



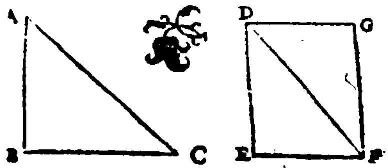
le nouueau faict à la base, est comme le costé de l'autre triangle qui luy est raporté à la base, laquelle par la precedente proposition est cóme le costé qui luy est raporté du nouueau faict à la base, & par la 11 proposition du 5 liure, la raison de l'vn des costez du triangle au costé de la base, duquel est le nouueau faict à la base, sera comme ledict costé du nouueau faict à la mesme base, & par la premiere partie de la 9 propositió du 5 liure, le costé du triangle au costé de la base duquel est le nouueau faict, sera esgal audict costé du nouueau faict, & par vne mesme façon de faire l'autre costé du triangle au costé de la base, duquel est le nouueau faict, sera esgal à l'autre costé du nouueau faict, & par la 8 proposition du premier liure, le triangle au costé de la base duquel est le nouueau faict, sera equiangle au nouueau faict, lequel est equiangle à l'autre, & par la premiere commune sentẽce les triangles seront equiangles: & les angles sont esgaux qui sont soustenus des costez de semblable raison.

6

Si deux triangles ont vn angle esgal à vn angle, & ont les costez à l'entour des angles esgaux proportionnaux, les triangles seront equiangles, & auront les angles esgaux qui sont soustenus des costez de semblable raison.

FORCADEL.

Il veut aussi dire que les triangles seront semblables, car en prenant l'vn des costez qui contiennent l'vn des angles esgaux pour la base de l'vn, & le costé qui luy est raporté pour la base de l'autre, & metãt au costé de la base de l'vn de l'autre part, vn triangle equiangle à l'autre, cõme nous auons dit en la precedente proposition: mais il faut que l'angle esgal à l'vn des angles esgaux soit en l'vne des extremitez de la base, & comme il soit ainsi que l'vn des costez du triangle au costé de la base duquel, est le nouueau faict à la base, ont la raison qu'est du costé de l'autre triangle qui luy est raporté à la base, laquelle par la quatriesme proposition de ce liure, est comme du costé du triangle nouueau faict, qui luy est raporté ou qui est raporté à l'vn à la base, il s'ensuiura par la 11 proposition du 5 liure que la raison du costé du triangle au costé de la base, duquel est le nouueau faict à la base, sera comme ledict costé du nouueau faict à la mesme base, & par la 9 proposition du 5 liure, le costé du triangle au costé de la base duquel est le nouueau faict, sera esgal à l'vn des costez du nouueau faict, & par la 4 proposition du premier liure, le triangle au costé de la base, duquel est le nouueau faict, sera equiangle au nouueau faict, & par la premiere commune sentence, il sera equiangle à l'autre, & les angles sont esgaux qui sont soustenus des costez de semblable raison.



Nous prendrons ausi en ceste proposition que les triangles Isosceles prins par la 10 proposition du quatriesme liure sont semblables. Nous y prendrons ausi que si deux lignes droictes inesgalles sont esgallemēt distantes sur vne ligne droicte, desquelles la plus grande tombant sur l'vne des extremitez d'icelle soit à la plus petite ne tombant pas à l'autre extremité, comme la toute à la piece depuis la plus petite parallele à l'autre extremité: les deux lignes droictes, dont l'vne est menée des autres extremitez des paralleles, & l'autre est menée de l'extremité de la plus petite à l'autre extremité de la ligne ou tombent les paralleles, seront en vne mesme ligne droicte, car si la ligne droicte menée de l'autre extremité de la ligne ou tombent les paralleles à l'extremité de la plus grande, ne passe pas par la ligne menée de ladicte extremité à l'extremité de la plus petite, nous auriōs deux triāgles, desquels l'angle de l'vn seroit esgal à l'angle de l'autre, par la 29 proposition du premier liure, & les costez contenants les angles esgaux proportionnaux: ils seroiēt donc equiangles par ceste proposition, ce qui seroit contre la 9 commune sentence.

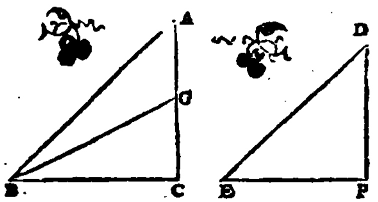
7

Si deux triangles ont vn angle esgal à vn angle, & les costez à l'entour des autres angles proportionnaux, mais chacun des autres angles ensemble, l'vn & l'autre ou plus petit ou non plus petit qu'ū droict: les triangles seront equiangles, & auront iceux angles es-

gaux, à l'entour desquels sont les costez proportionnaux.

FORCADEL.

Il dict aussi que les triangles seront semblables, & y met que des deux autres angles d'vn chacun triangle, les deux dont l'vn sera en l'vn & l'autre, en l'autre triangle raportez l'vn à l'autre, soiét vn chacun ou bien plus grás ou plus petits qu'vn droict: car s'ils estoient droicts nous auons pris en la 4 proposition de ce liure, & en la precedente proposition que les triangles seroient semblables: venons doncques maintenant à la demonstration. Nous prédrons l'angle esgal pour l'angle de la cyme d'vn chacun triãgle, & dirons que si l'vn des autres angles de l'vn n'est pas esgal à l'vn des autres angles de l'autre qui luy est raporté, c'est à dire que si les angles qui sont contenus des costez proportionnaux sont inesgaux, & qu'vn chacun des deux angles qui restent des deux triangles, soit plus grant qu'vn droict ou plus petit qu'vn droict, nous pourrons soustraire du plus grant, vn angle esgal au plus petit par la 23 proposition du premier liure: mais il faut que la soustractió soit faicte de la part de la cyme, & que la ligne qui soustraict, soit la base d'vn noueau triãgle, lequel sera equiangle à celuy ou il n'est pas, par la 32 proposition du premier liure, premiere & 3 communes sentences, & par la 4 proposition de ce liure, le costé du triãgle nouueau faict à sa base, aura la raison du costé du triãgle, ou il n'est pas à sa base, laquelle est comme le mesme costé du triangle, ou il est à la base du triangle ou il est, & par la 11 propositió du 5 liure, ledict costé du triãgle noueau faict à sa base, aurót la raison du mesme costé à la base du triangle ou il est, & par la 9 ꝓpositió du 5 liure, ces deux bases là serót esgalles l'vne à l'autre, & auec la piece de l'vn des costez de l'vn des triãgles, font vn triangle de deux costés esgaux ou Isoscele, les angles en la base duqͥl serót esgaux entr'eux par la 5 ꝓpositió du premier liure, & si lesdicts angles restes, sont plus petits à deux droicts, auſsi les angles qui ſont aux coſtez de la baſe du triangle Iſoſcele, ſeront plus petits que deux droicts, & ſi leſdicts angles reſtes ſont plus grans à deux droicts, auſsi les angles qui ſont aux coſtez de ladicte baſe, ſeront plus grãs que deux droicts, ce qui eſt contre la 13 propoſition du premier liure : les angles doncques eſtants contenus de coſtez proportiõnaux ſans ſe ſoucier quels ils ſont, (n'eſtant pas toutesfois droicts:) mais que



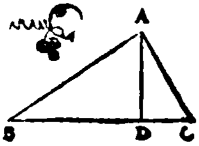
les troiſieſmes ſoient donnez l'vn & l'autre, plus grant ou plus petit qu'vn droict, ſeront eſgaux, & par la precedente propoſitiõ, ou par ladicte 32 propoſitiõ, premiere & troiſieſme communes ſentences, les triangles ſeront equiãgles, & auront les angles eſgaux à l'entour deſquels ſont les coſtez proportionnaux. Mais retenons des trois precedentes propoſitions & de ceſte cy, les quatre ſortes par leſquelles nous pourrons touſiours dire deux triangles ſemblables, ou les triangles eſtre ſemblables.

8

Si au triangle rectãgle de l'angle droict à la baſe eſt menée vne perpendiculaire, lors les triangles depuis la perpendiculaire ſeront ſemblables au tout, puis apres iceux meſmes ſeront ſemblables entr'eux.

FORCADEL.

Car tout le triangle rectangle ſera diuiſé en deux triãgles rectãgles, par la 27 deffinition du premier liure, l'vn des angles poinctus d'vn chacũ deſquels ſera eſgal à l'vn des angles poinctus du triangle diuiſé par la 8 commune ſentence, & par ainſi ils ſeront ſemblables au tout, comme nous l'auons pris en la 4 propoſition de ce liure, & pource que par la premiere commune ſentence, l'vn des angles poinctus de l'vn eſt eſgal à l'vn des angles poinctus de l'autre, ou bien qu'ils ſont auſsi equiangles entre eux, ils seront aussi semblables par vn mesme moyen: mais voyez vn peu comme la raison de la base de tout le triangle au costé du triangle mesme qui soustient l'angle droict de l'vn des autres triangles, est telle qu'est dudict costé à la piece de la base vers ledict costé: voyés encores que la raison de l'vne des pieces de la base à la perpendiculaire, est comme la perpédiculaire à l'autre piece de la base.



CORRELAIRE.

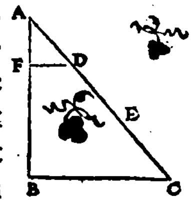
De là il est manifeste que si en vn triangle rectágle on meine de l'angle droict à la base vne perpendiculaire, la menée sera moyenne proportiónelle, entre les pieces de la base, & dauátage entre la base & vne chacune des pieces, le costé vers la piece est milieu proportionnel. Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition, que si d'vn poinct qui est en vne ligne droicte est menée vne perpédiculaire, tellement qu'icelle perpendiculaire soit moyenne proportionnelle entre les pieces de la ligne, l'angle contenu des deux lignes droictes menées aux deux extremitez de la ligne, sera droict.

9

D'vne ligne droicte donnée soustraire la partie demandée.

FORCADEL.

Il faut faire sortir non directement de l'vne des extremitez de la ligne dónée vne ligne droicte qui soit le plusieurs fois de quelque ligne droicte terminée, tel qu'est la ligne donnée de la partie demandée par la 3 proposition du premier liure, ou par la 15 deffinition du mesme liure, & mener vne ligne droicte de l'autre extremité de la ligne donnée à l'autre extremité du plusieurs fois pris, par la premiere demande, & on aura la base d'vn triágle ayant l'vn des costez diuisé, par le premier poinct de la diuision duquel vers la cyme, faisant passer vne parallele à la base par la 31 proposition du premier liure, elle coupera la pera la partie demandée de la ligne droicte donnée : car elle fera vn nonueau triangle semblable au tout, comme nous l'auons pris en la 4 proposition de ce liure, & par ainsi côme le plusieurs fois pris est à sa partie, aussi sera la ligne donnée à la piece soustraicte, par la mesme 4 proposition. Les autres ont accoustumé faire de la ligne droicte donnée le diametre d'vn parallelogrãme, les deux premiers costez opposez duquel sont deux lignes droictes esgalles ou deux plusieurs fois esgaux d'vne mesme ligne, sortants des extremitez de la ligne donnée alternemẽt & faisant les angles alternes esgaux &c.

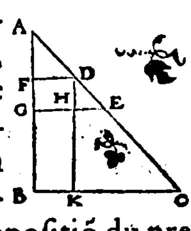


10

Ayant donné la ligne droicte non coupée, la couper semblablement, comme vn autre ligne droicte donnée sera coupée.

FORCADEL.

L'vne des lignes données, doibt sortir de l'vne des extremitez de l'autre non directement, & doibt on mener vne ligne droicte de l'autre extremité de l'vne, à l'autre extremité de l'autre par la premiere demande, pour estre la base d'vn triangle, à laquelle menant des lignes droictes paralleles par touts les poincts des diuisions de la ligne diuisée par la 31 proposition du premier liure, icelles diuiseront la non coupée semblablement comme la coupée, car en menant encores des paralleles à celle qui estoit non coupée par touts les poincts des diuisions de la coupée proposée, les secondes paralleles diuiseront tout le triangle en triãgles, desquels les cymes sont depuis la cyme de tout le triangle, par les poincts des diuisions de la ligne proposée diuisée, & en parallelogrammes, qui sont par la seconde proposition de ce liure & par la 34 propositiõ du premier liure &c. que la ligne non coupée est coupée sem-



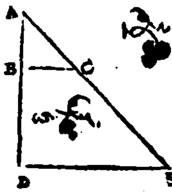
blablement. Nous pouuons prẽdre aussi en ces deux propositiõs que de deux lignes droictes inesgalles lon pourra diuiser la plus grande en tãt de pieces esgalles que l'vne d'icelles sera plus petite que la plus petite: car en multipliant la plus petite, par autant de fois qu'elle viẽne incontinẽt à exceder la plus grande, & diuisant la plus grãde, semblablement par la 9 propositiõ de ce liure, & par la 3 proposition du premier liure, ou bien par ceste cy, certainement la piece demandée de la plus grande proposée sera plus petite que la plus petite des proposées, ou par la 4 ꝓposition de ce liure, ou bien par la 15 propositiõ du 5 liure, car la raison du plusieurs fois de la plus petite à la plus grãde, sera comme la plus petite à l'vne desdictes pieces esgalles de la plus grande, & comme le plusieurs fois de la plus petite est plus grant que la plus grãde, aussi la plus petite sera plus grãde que l'vne desdictes pieces de la plus grande, & par ainsi la base d'vn triangle estant diuisée selon le plusieurs fois de quelque space, ledit plusieurs excedant le triangle, par la premiere proposition de ce liure, & la 11 proposition du 5 liure, on prendra dudict triãgle, vn triangle plus petit que l'espace, & ayant la cyme commune auec le tout. Si aussi d'vn trapeze ou tablette ayãt deux costez opposez paralleles, les deux autres costez sont coupez par des paralleles ausdicts costez paralleles, ils seront coupez semblablement. Et ces deux propositions icy sont celles entre les autres, que ceux qui exercent la portraicture doibuẽt tousiours auoir en main pour sçauoir remettre le petit en grant & le grant en petit.

II

De deux lignes droictes données, trouuer la troisiesme proportionnelle.

FORCADEL.

Il faut mettre les deux lignes droictes données en vne ligne droicte d'vn tenant & de l'extremité de la compoſée qui eſt auſsi l'extremité de la premiere il faut faire ſortir non directemét vne ligne droicte eſgalle à la ſecóde par la 3 propoſition du premier liure & la laiſſer menée de la part de la ſeconde, tant qu'il en ſera beſoin, puis il faut mener vne ligne droicte de l'vne à l'autre des extremitez des deux lignes ioinctes angulairement par la premiere demande, à laquelle faiſant paſſer vne ligne droicte parallele, par l'autre extremité de la compoſée, par la 31 propoſition du premier liure, elle coupera de la laiſſée menée & entre les deux paralleles, la troiſieſme proportiónelle par la 30 propoſition du premier liure pour le rencontre & pour la reſte, par la ſeconde propoſition de ce liure. Il y à d'autres manieres de trouuer vne troiſieſme proportionnelle, comme nous en pouuons prendre vne ſorte en la 8 propoſition de ce liure, & celle que nous auons demóſtrée en noz Arithmetiques.

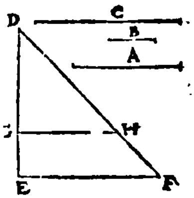


12

De trois lignes droictes données, trouuer la quatrieſme proportionnelle.

FORCADEL.

Il faut mettre les deux premieres d'vn tenãt en vne ligne droicte, & de l'extremité de la compoſée, qui eſt auſſi l'extremité de la premiere, il faut faire ſortir angulairement vne ligne droicte eſgalle à la troiſieſme par ladicte 3 propoſition, & la laiſſer menée de la part de la ſecóde tant qu'il en ſera beſoing, puis il faut mener vne ligne droicte de l'extremité de la troiſieſme à l'autre extremité de la premiere par la premiere demãde, à laquelle il faut mener vne parallele paſſant par l'autre extremité de la ſeconde par la meſme ou vne meſme 31 propoſitió, laquelle coupera de la laiſſée menée & entre les deux paralleles la quatrieſme proportionnelle, par la 30 propoſition du premier liure pour le rencontre & pour le reſte par la ſeconde propoſition de ce liure. C'eſt ceſte belle propoſition icy par laquelle lō trouuera trois lignes droictes ayants deux raiſons dónées, quatre lignes droictes ayãts trois raiſons données &c. touſiours d'vne plus.

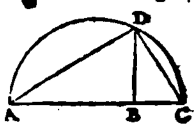


13

De deux lignes droictes données, trouuer la moyenne proportionnelle.

FORCADEL.

Il faut mettre les deux lignes droictes dónées d'vn tenant en vne meſme ligne droicte par la 3 propoſition du premier liure, & ſur la cópoſée il faut deſcrire vn demy cercle, c'eſt à dire vn demy cercle à l'ētour du ſin milieu de la compoſée de la grandeur de la moitié de la compoſée & de l'vne des parts de la compoſée, par la 10 propoſition du premier liure, & la 3 demande, & ayant mené ſur la compoſée, au poinct ou les deux lignes ſe tiennent vne perpendiculaire, par la 11 propoſition du premier liure, de la part du demy cercle iuſques à la circonference, icelle ſera la moyenne proportionnelle, par le correlaire de la 8 propoſition de ce liure : car menãt deux lignes droictes du poinct ou elle attaint la circonference aux deux extremitez du diametre ou de la compoſée, par la premiere partie de la 31 propoſition du 3 liure & 27 deffinition du premier liure, on aura vn triangle rectangle de l'angle droict, duquel deſcendra ladicte perpendiculaire ſur la baſe.

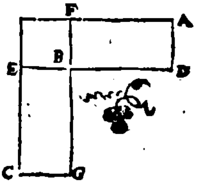


14

Les parallelogrammes eſgaux & ayants l'angle de l'vn eſgal à l'angle de l'autre, ont les coſtez qui ſont à l'ētour des angles eſgaux reciproques : & les parallelogrammes deſquels l'angle de l'vn eſt eſgal à l'angle de l'autre, & les coſtez qui ſont à l'ētour des angles *esgaux sont reciproques, ceux là sont esgaux entr'eux.*

FORCADEL.

Car ayant mis tousiours les parallelogrammes, tellement que les angles esgaux soient l'vn contre l'autre, ils seront en mesmes lignes par la 14 propositió du premier liure, ou par la conuerse de la 15 proposition du mesme liure, & en menant l'vn des costez de l'vn ne contenant pas l'vn des angles contreposez de la part de l'autre, & le semblable costé de l'autre de la mesme part, ils s'entretrouueront vers ladicte part, par la 30 propositió du premier liure, & parferont vn nouueau parallelogramme, mais l'vn des costez de l'vn parallelogramme à l'vn des costés de l'autre estant en vne mesme ligne, auront la raison de l'vn parallelográme au nouueau parallelogramme, par la premiere proposition de ce liure, c'est à dire par la premiere partie de la 7 proposition du 5 liure, & la 11 proposition du mesme, comme l'autre parallelográme au nouueau, c'est à dire encores par la premiere proposition de ce liure, & ladicte 11 proposition du 5 liure, que lesdicts deux costez estants en vne mesme ligne, auront la raison de l'autre des costez de l'autre parallelogramme à l'autre des costez de l'vn, estants en vne mesme ligne. Et secondement la raison de l'vn parallelogramme au nouueau, sera telle que de l'vn de ses costez à l'vn des costez de l'autre estâts en vne mesme ligne c'est à dire, par ladicte 11 propositió, qu'elle sera telle que de l'autre des costez de l'autre parallelogramme à l'autre des costez de l'vn estants en vne mesme ligne, c'est à dire encores par la premiere proposition de ce liure, & ladicte 11 proposition du cinquiesme liure, que la raison de l'vn parallelogramme au nouueau sera telle qu'est de l'autre parallelogramme au nouueau, & par la premiere partie de la 9 proposition du 5 liure, les parallelogrammes seront esgaux entr'eux. Voicy



maintenant le propre endroict, là ou si on nous dit qu'vne piece de tapisserie à 10 aulnes de long, & 6 aulnes de large, & que l'on la veut doubler d'vn autre sorte ayant 4 aulnes de large, combien elle sera longue : il nous faudra prendre le contenu de 6 fois 10 c'est à sçauoir 60, & le faudra partir par 4, il en viendra 15, car on nous demãde le costé reciproque à 6, comme 10 est à 4, & alors certainement comme lon le peut voir en la resolution, 4 se met au lieu de 6, d'ou viẽdra que 15 se mettra ou sera mis au lieu de 10. Nous pourrons trouuer par ceste propositiõ tant de trois nombres qu'on voudra selon la medieté, progresſion ou proportion, puis qu'ainsi sont nommées, adioustée de Iordan, de laquelle la deffinition est telle: que la raison du plus grãt au moyen est telle, qu'est de la differẽce des extremes à la difference des plus grãs. Prenõs doncques vn quarré & vn parallelogramme rectangle esgaux l'vn à l'autre : mais il faut que la differẽce du plus grant costé du parallelogrãme, au costé du quarré soit plus petite que le costé du quarré, c'est à dire que ledict costé du parallelogrãme soit plus petit que le double du costé du quarré, il est certain par ceste propositiõ que le plus grant costé du parallelogramme au costé du quarré, a vne telle raison qu'a le costé du quarré au plus petit costé du parallelogramme & par la 19 proposition du 5 liure, la difference du plus grant costé, au costé du quarré, aura vne telle raison à la difference du costé du quarré au plus petit costé, qu'a le costé du quarré audict plus petit costé. Si doncques l'on prent le costé du quarré, pour le plus grant terme, le plus petit costé pour le moyé, & ayant soustraict la difference du plus grant costé au costé du quarré, du costé du quarré on prent la reste pour le plus petit terme, certainement lon aura trois termes, desquels la raison des plus grans sera telle, qu'est de la differẽce des extremes à la difference des plus grãs. Prenons doncques pour le costé du quarré 20, & pour les costez du parallelogramme 25 & 16, 20 & 16, seront les deux plus grans, & pource que 5, qui est la difference de 25 à 20, soustraict de 20, il reste 15, certainement 15 sera le plus petit terme, les trois termes doncques seront 20, 16, 15, car la raison de 20 à 16, est telle qu'est de la difference de 20 à 15, voyez le 5, c'est à sçauoir de 5 à 4, lequel 4 est la difference du costé du quarré à 16, qui est le plus petit costé.

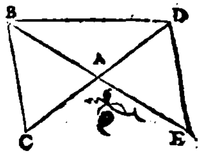
15

Les triangles esgaux & ayants l'angle de l'vn esgal à l'angle de l'autre, ont les costez à l'entour des angles esgaux reciproques: & les triangles desquels l'angle de l'vn est esgal à l'angle de l'autre les costez à l'entour des angles esgaux sont reciproques, ceux-là sont esgaux entr'eux.

FORCADEL.

RESOLVTION.

La resolution de ceste proposition est en la precedente, en menant des lignes droictes de l'angle à l'angle des parallelogrãmes esgaux, c'est à dire leurs diametres soustenants les angles contreposez, & menant vne ligne droicte par les extremitez des menées d'vne part, qui est de l'angle à l'angle du nouueau parallelogramme &c.



COMPOSITION.

Car en contreposant les angles esgaux, comme nous auons dit en la precedente proposition, comme cymes, & menant vne ligne droicte par la premiere demande, passãt par les extremitez des bases d'vne part, il sera faict vn nouueau triãgle, auquel les triangles auront vne mesme raison par la premiere partie de la 7 proposition du 5 liure, mais par la premiere proposition de ce liure, la raison de l'vn des costez, de l'vn triangle à l'vn des costez de l'autre, est comme iceluy triangle au nouueau, c'est à dire comme de l'autre triãgle au nouueau, c'est à dire encores par la premiere propositió de ce liure, comme l'autre des costez de l'autre triangle à l'autre costé de l'vn, & par la 11 proposition du 5 liure, lesdicts costez serót reciproques. Et secondement en menant tousiours ladicte ligne passant par les extremitez des bases, la raison de l'ú triangle au nouueau, sera comme l'vn de ses costez à l'vn des costez de l'autre, par la premiere proposition de ce liure, laquelle est comme l'autre costé de l'autre à l'autre costé de l'vn, qui est par vne mesme premiere propositió comme l'autre triangle au nouueau, & par la 11 proposition du 5 liure, les triangles auront vne mesme raison au nouueau, & par ainsi ils seront esgaux l'vn à l'autre par la premiere partie de la 9 proposition du 5 liure.

AVTREMENT.

Faittes d'vn chacun triangle vn parallelogramme, cóme nous l'auons dit en la 33 proposition du premier liure. Mais que les angles esgaux soiét les angles des parallelogrammes, lesquels seront esgaux entr'eux par la 34 proposition du premier liure, & la 6 commune sentéce, & par la premiere partie de la precedéte proposition lesdicts costez seront reciproques, & par la seconde partie de la precedente proposition, la mesme 34 proposition, & la 7 commune sentence, les triangles seront esgaux entr'eux.

AVTREMENT.

Soient les triangles proposez *b a c*, & *d a e*, & soit menée la ligne *b d*, il est certain que le triangle *b d e*, sera esgal au triangle *d b c*, par la seconde commune sentence, & en menant la ligne *c e*, elle sera parallele à la ligne *b d*, par la 39 proposition du premier liure, & par ainsi le triá gle *b d a*, sera equiangle au triangle *c a e*, par la premiere partie de la 29 proposition du premier liure & par la 15 proposition du mesme premier liure, & la raison de la ligne *d a*, au costé *a c*, sera telle que celle de *b a*, à *a e*, par la 4 proposition de ce liure. Mais pour la seconde partie de

ceste

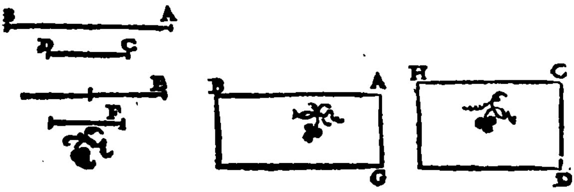
ceste proposition, si la raison de *d a*, à *a c*, est telle que celle de *b a*, à *a e*, la raison de *b a*, à *a d*, sera telle que de *c a*, à *a e*, par la 16 proposition du 5 liure, & l'angle est esgal à l'angle par la 15 propositió du premier liure, & par ainsi le triangle *b a d*, sera equiangle au triangle *c a e*, par la 6 propositió de ce liure, & la ligne *b d*, sera parallele à la ligne *c e*, par la 27 proposition du premier liure, puis apres le triangle *b d e*, sera esgal au triangle *d b c*, par la 37 proposition du premier liure, & le triangle *d a e*, sera esgal au triangle *b a c*, par la troisiesme commune sentence.

16

Si quatre lignes droictes sont proportionnelles le rectangle contenu des extremes, est esgal au rectangle contenu des moyennes. Et si le rectangle contenu des extremes est esgal à celuy rectangle contenu des moyennes, icelles quatre lignes droictes seront proportionnelles.

FORCADEL.

Des deux rectangles desquels l'vn sera contenu de la premiere & de la quatriesme, & l'autre des deux autres lignes, l'angle de l'vn sera esgal à l'angle de l'autre par la 10 commune sentence, & les costez à l'entour des angles esgaux sont reciproques, doncques par la seconde partie de la 14 proposition de ce liure, iceux deux rectangles serót esgaux entr'eux: & par la premiere partie de la mesme 14 proposition s'ils sont esgaux entr'eux, lesdictes quatre lignes droictes seront proportionnelles.



Nous pouuons prendre en ceste proposition que s'il y a trois lignes droictes d'vne part & autant d'autre part, estants deux à deux en vne mesme raison, perturbée toutesfois, icelles en la raison esgalle seront en vne mesme raiſon: car la raiſon de la premiere à la ſecõde d'vne part eſtant telle qu'eſt de la ſeconde à la troiſieſme de l'autre part, par la premiere partie de ceſte propoſition, le rectã-gle de la premiere d'vne part & de la troiſieſme de l'au-tre part, ſera eſgal au rectãgle des ſecõdes, lequel par vne meſme raiſon, ſera eſgal au rectangle des deux autres, & par la premiere cõmune ſentence, le rectangle de la pre-miere d'vne part & de la troiſieſme de l'autre part, ſera eſgal au rectangle de la troiſieſme d'vne part & de la pre-miere de l'autre part, & par la ſecõde partie de ceſte pro-poſition, la raiſon de la premiere à la troiſieſme d'vne part, ſera telle que de la premiere à la troiſieſme de l'au-tre part. Il nous faut prendre icy auſsi, que ſi de l'angle droict d'vn triangle rectangle, deſcent vne perpendicu-laire à la baſe, le rectangle des deux coſtez d'icelluy ſera eſgal au rectangle, de la baſe & de la perpendiculaire, car en conſiderant la ſimilitude des triangles, comme nous l'auons veu en la 8 propoſition de ce liure, la raiſon de l'vn des coſtez à la perpendiculaire, eſt telle qu'eſt de la baſe à l'autre coſté, & par ainſi par la premiere partie de ceſte propoſition leſdicts rectangles ſeront eſgaux en-tr'eux. Nous pouuons prendre auſsi en ceſte propoſition que ſi de quatre lignes droictes, la raiſon de la premiere à la ſeconde eſt plus grande ou plus petite, que de la troi-ſieſme à la quatrieſme, auſsi le rectangle cõtenu de la pre miere & de la quatrieſme, ſera plus grant ou plus petit, que celuy rectangle contenu de la ſeconde & de la troi-ſieſme, car celle ligne droicte ayant vne telle raiſon à la ſeconde qu'a la troiſieſme à la quatrieſme, ſera plus peti-te ou plus grande que la premiere par la 10 propoſition du 5 liure. Auſsi ſi de quatre lignes droictes, le rectangle contenu de la premiere & de la quatrieſme eſt plus grãt ou plus petit que le rectangle contenu des deux autres, certainement la raiſon de la premiere à la ſeconde, ſera plus grande ou plus petite que de la troiſieſme à la quatriesme : car en mettant le plus petit ou le plus grant au costé de la quatriesme par la 43 proposition du premier liure, certainement la latitude ou longitude sera plus petite ou plus grande que la premiere, & par ceste proposition, par la 8 proposition du 5 liure, & la 13 proposition du mesme 5 liure la raison de la premiere à la seconde sera plus grãde ou plus petite, que de la troisiesme à la quatriesme.

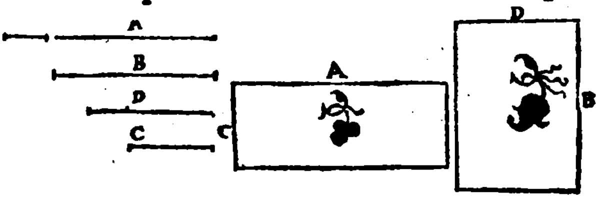
17

Si trois lignes droictes sont proportionnelles le rectangle contenu des extremes est esgal au quarré de la moyenne. Et si le rectangle contenu des extremes est esgal au quarré de la moyẽne, icelles trois lignes droictes seront proportionnelles.

FORCADEL.

La premiere partie de ceste proposition se demonstre, comme la premiere partie de la precedente, en prenant la seconde pour vne seconde & troisiesme, & la troisiesme pour vne quatriesme ligne, c'est à sçauoir par la secõde partie de la 14 proposition, & la seconde comme la seconde par la premiere partie de ladicte 14 proposition.

Nous y prendrons que le quarré de la perpendiculaire descendant de l'angle droict d'vn triangle rectangle à la base, est esgal au rectangle contenu des pieces de la base, car l'vne des pieces de la base, la perpendiculaire, & l'autre piece de la base sont proportiõnelles, par le correlaire de la 8 proposition, & par le mesme correlaire, la base, l'vn des costez & la piece de la base d'vne mesme part sont proportionnelles, & par ainsi le rectangle de toute la base & de l'vne des pieces, sera esgal au quarré du costé de la part de la piece. Nous y prendrons aussi que si



la raiſon d'vne premiere ligne droicte à vne ſeconde, eſt plus grande ou plus petite que de la ſeconde à la troiſieſme, auſsi le rectágle des extremes ſera plus grant ou plus petit que le quarré de la moyenne : & ſi de trois lignes droictes le rectangle des extremes eſt plus grant ou plus petit que le quarré de la moyéne, auſsi la raiſon de la premiere à la ſeconde ſera plus grande ou plus petite que de la ſeconde à la troiſieſme. Auſsi nous pouuons prendre en ceſte propoſition, que la raiſon d'vn quarré à vn quarré eſt doublée à la raiſon du coſté au coſté, comme nous l'auons mis en noz Arithmetiques.

Nous y prendrons auſsi que ſi de l'angle d'vn quarré ſortent deux lignes droictes ſouſtrayãts des deux coſtez du quarré qui contiennent l'angle oppoſé des pieces eſgalles alternément, iceux coſtez eſtants menez de la part des lignes ou d'vne meſme part auec les lignes & les rencontrants, laiſſeront entre l'angle & les poincts des rencontres deux lignes droictes, le rectangle deſquelles ſera eſgal au quarré. Soit le quarré *a b c d*, de l'angle *a*, duquel aux coſtez *b d*, & *d c*, ſoient menées deux lignes droictes *a e*, & *a f*, faiſans *b e*, eſgalle à *f d*, & ſoient menées les lignes *a e*, & *a f*, auſsi les coſtez *b d*, & *c d*, iuſques à ce qu'elles ſe rencontrent aux poincts *g*, & *h*, & des lignes *d g*, & *d h*, ſoit faict le rectangle *d k*, lequel ſera eſgal au quarré propoſé, car la raiſon de *g c*, à *c a*, c'eſt à dire de *g c*, à *c d*, par la 7 propoſition du 5 liure, eſt comme *a b*, à *b e*, par la quatrieſme propoſitiõ de ce liure, c'eſt à dire comme *c d*, à *d f*, qui eſt par la meſme quatrieſme & comme nous l'auons pris là, telle qu'eſt de *a h*, à *f h*, c'eſt à dire par la meſme quatrieſme telle qu'eſt de *b h*, à *d h*, & par la 11 propoſition du 5 liure, la raiſon de *g c*, à *c d*, eſt telle qu'eſt de *b h*, à *d h*, & par la 17 propoſition du 5 liure, la raiſon de *g d*, à *d c*, eſt telle qu'eſt de *b d*, à *d h*, & par ceſte propoſition le rectangle *d k*, ſera eſgal au quarré *a b c d* : car *g d*, *d c*, & *d h*, ſont continuellement proportionnelles.

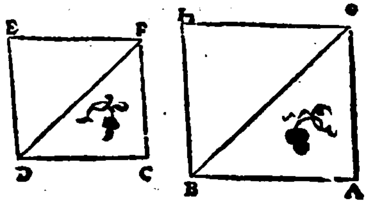
Nous y prendrons encores que s'il y a trois lignes droictes proportiõnelles & on met les extremes en vne mesme ligne d'vn tenant, & au poinct ou les extremitez d'icelles se tiennent on dresse vne perpendiculaire par la 11 proposition du premier liure, & esgalle à la moyéne par la 3 propositiõ du mesme liure, puis à l'entour du fin milieu de la premiere auec la troisiesme pris par la 10 proposition du premier liure, lon descrit vn demy cercle de la grandeur de la moitié de la composée par la troisiesme demande de la part de là menée, la circonference du demy cercle passera par l'extremité de la menée, sinõ par la 13 proposition de ce liure, par ceste proposition & la premiere commune sentẽce, la partie seroit esgalle à son tout, ce qui est contre la 9 commune sentence. Nous y prendrons aussi que le quarré d'vne moyenne proportionnelle se mettra tousiours au costé de la ligne composée des extremes, par le rectangle des deux extremes, lequel deffaudra de toute la ligne d'vn quarré, qui sera le quarré de la plus petite ou de la plus grande. Aussi s'il y a trois lignes droictes próportiõnelles la raison de la premiere à la moitié de la secõde, sera comme du double de la seconde à la troisiesme : car nous auõs pris en la 4 proposition du second liure, que le quarré d'vne ligne droicte est esgal au rectangle du double d'icelle & de la moitié.

18.

A vne ligne droicte dõnée, descrire vn rectiligne semblable & semblablement posé à vn rectiligne donné.

FORCADEL.

Il veut dire que la ligne droicte donnée, soit l'vn des costez du rectiligne semblable, & semblablement posé au rectiligne donné, c'est à dire que la figure qui sera faicte sur la ligne donnée, soit non seulement equiangle à la proposée vn chacun au sien, & qu'elles ayẽt les costez à l'entour des angles esgaux proportionnaux, mais aussi que la ligne droicte dónée soit le costé de semblable raison au costé de la figure donnée, donné ou pris. Il faut diuiser le rectiligne donné en ces triangles seló la commodité qui s'offrira, & dessus la ligne droicte donnée, il faut descrire ou mettre vn triangle semblable, & semblablement posé au premier triangle du rectiligne donné, duquel la base est l'vn des costez du rectiligne donné, & cela se fait en mettant vn angle à l'extremité dextre de la ligne donnée esgal à l'angle, qui est au costé dextre de la base du premier triangle, & encores mettant vn angle à l'extremité senestre de la ligne donnée esgal à l'angle du costé senestre de la base du premier triangle, & cela se fait par la 23 proposition du premier liure, en laquelle nous auons veu & en la 5 & 6 propositions de ce liure, qu'on se fera vn triangle equiangle au premier dessus la ligne donnée, & luy sera semblable par la 4 proposition & premiere deffinition de ce liure, & semblablement posé, à cause de l'obseruation que nous auons dicte, dessus l'vn des



costez duquel qui se rapporte bien au costé du premier triãgle du rectiligne, au costé ou aupres duquel est le second triangle du rectiligne, il faut mettre semblablemét vn triangle semblable & semblablement posé au second triangle du rectiligne, & ainsi faisant de triangle en triãgle lon mettra au costé de la ligne donnée vn rectiligne semblable, & semblablement posé au rectiligne donné par la premiere deffinition de ce liure : car les angles du rectiligne mis sur la ligne donnée, qui sont faicts de plusieurs angles, seront esgaux aux angles du rectiligne dóné qui se raportent bien, & semblablement à iceux vn chacun au sien par la seconde commune sentence, & cóme il ſoit ainſi que des deux premiers triãgles, dont l'vn eſt au coſté de la ligne donnée & l'autre au rectiligne dõné, la raiſon des deux coſtez de l'vn ſoit telle q̃ des deux coſtez de l'autre cõtenants les angles eſgaux, & auſsi des ſeconds triangles la raiſon du coſté de l'vn, qui eſt commun aux deux triangles d'vne part, au coſté du meſme qui contiẽt vn angle composé auec le coſté du premier, ſera telle que des autres deux coſtez qui leur ſont rapportez du ſecond triangle de l'autre part, & par la 22 propoſition du 5 liure, les deux coſtez qui contiennent l'angle composé d'vne part, auront vne telle raiſon que les deux coſtez de l'autre part qui leur ſont rapportez &c. Par ceſte propoſition nous pourrons deſcrire deſſus vne ligne droicte vne figure rectiligne de coſtez eſgaux & equiangle, apres en auoir prins vne de meſme multitude de coſtez eſgaux en vn cercle, comme il nous eſt demõſtré au quatrieſme liure &c. Auſsi il nous y eſt manifeſte qu'vne meſme multitude d'vne part & d'autre, de triangles ſemblables vn chacun au ſien composeront deux figures rectilignes ſemblables & ſemblablement poſées, & c'eſt cecy qui doibt eſtre bien eſcouté & entẽdu des geographes. Auſsi nous deſcrirons par ceſte propoſition dedans vn cercle vne figure ſemblable, à vne figure rectiligne deſcrite en vn cercle ou en vn autre cercle.

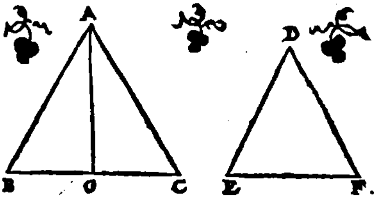
19

Les triãgles ſemblables ont l'vn à l'autre la raiſon doublée à celle des coſtez de ſemblable raiſon.

FORCADEL.

Car ayant pris la continuelle proportiõnelle aux deux coſtez de ſemblable raiſon des deux triangles, par la 11 propoſitiõ de ce liure, la raiſon de la premiere à icelle ſera doublée à la raiſon de la premiere à la ſecõde par la 10 deffinitiõ du 5 liure, & ayant ſouſtraict la troiſieſme proportionnelle de la premiere par la 3. propoſition du premier liure, la premiere eſtant menée ſ'il en eſt beſoing, &

mené de la cyme du triangle, dont la premiere est la base vne ligne droicte à l'extremité de la soustraicte, lon se sera fait vn triangle esgal au triangle dont la moyéne proportionnelle, est la base par la conuerse de la premiere deffinition & 4 proposition de ce liure, par la 11 proposition du 5 liure, & par la 15 propositió de ce liure. Or la raison doublée de la premiere à la secóde, est comme de la premiere à la troisiesme, laquelle est comme le triangle dont la premiere est la base au triangle dont la troisiesme est la base par la premiere proposition de ce liure, qui est comme le triangle dont la premiere est la base au triangle dont la seconde est la base par la seconde partie de la 7 proposition du 5 liure, & par ainsi par la 11 proposition de ce liure, la raison doublée des costez de semblable raison est telle qu'est la raison des triangles : ou bien la raison du triangle au triangle, est comme du mesme triágle au nouueau faict, qui est comme de la base à la base, qui est doublée à celle des costez de semblable raison, & par ainsi la raison des triangles sera doublée à la raison des costez de semblable raison.



CORRELAIRE.

Et delà il est manifeste que s'il y a trois lignes droictes proportionnelles, comme la premiere est à la troisiesme, tout ainsi est le triangle descrit sur la premiere au triangle descrit sur la seconde semblable, & semblablement posé. Et dauantage par cela que nous auons pris en la 17 proposition de ce liure, & par la 11 proposition du 5 liure, la raison des triangles semblables est telle qu'est celle des quarrez des costez de semblable raison & conuersement. Nous prendrons aussi en ceste proposition que si depuis la cyme d'vn triágle Isoscele on soustrait d'vn

chacun

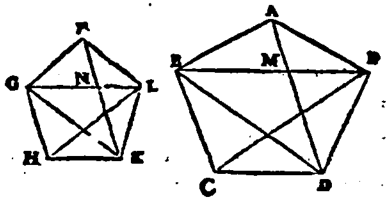
chacun des deux costez d'iceluy vne grandeur esgalle à la moitié du diametre du quarré de l'vn des costez par la 3 proposition du premier liure, & on fait passer vne ligne droicte par les poincts des soustractions par la premiere demande, icelle prẽdra de tout le triangle vn triãgle Isoscele, qui sera la moitié du tout, car par le correlaire la raison du triangle au triangle, sera comme du quarré du costé de l'vn au quarré du costé de l'autre, & tout ainsi que le quarré est double au quarré par la 47 proposition du premier liure, aussi le triangle sera double au triangle.

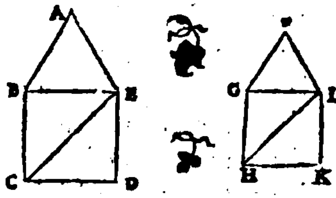
20

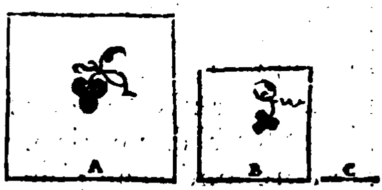
Les figures poligones semblables se diuisent en triangles semblables, & esgaux de multitude, & de semblable raison aux touts. Et les poligones ont la raison doublée entre eux, qu'a le costé de semblable raison au costé de semblable raison.

FORCADEL.

Car en diuisant l'vne en ses triangles, & l'autre semblablement, il y aura autant de triangles en l'vne comme en l'autre & seront equiangles vn chacun à vn chacun, par la conuerse de la premiere deffinition de ce liure, & par la 3 commune sentence, & par ainsi par la 4 proposition & la premiere deffinitiõ de ce liure ils serõt semblables, & seront esgaux de multitude : or la raison du premier triangle de l'vne figure au premier triangle son semblable de l'autre, est doublée à la raison des costés de sembla ble raison par la precedente proposition: mais nous prẽdrons les costez de semblable raison, ceux qui se rapportent, dont l'vn est commun au premier & au second triãgle d'vne part, & l'autre au premier & second triangle, qui leur sont semblables de l'autre part, desquels la raison doublée est comme du second triãgle au second triãgle son semblable, par la precedente proposition, & par la 11 proposition du 5 liure, la raison du premier triangle au premier triãgle, son semblable sera comme du second au ſecond, laquelle par la meſme precedente propoſition eſt doublée à la raiſon des coſtez de ſemblable raiſon qui ſont communs aux ſeconds & troiſieſmes triã gles, la raiſon deſquels de rechef doublée, eſt comme le troiſieſme triangle au troiſieſme triangle par la meſme precedente propoſition, & par la meſme 11 propoſition du 5 liure la raiſon du ſecond triangle au ſecond ſera telle, qu'eſt la raiſon du troiſieſme au troiſieſme, & ainſi allant de coſtez communs en coſtez communs & de triangles en triangles, ils auront vne meſme raiſon, & par la 12 propoſition du 5 liure, la raiſon de tout le rectiligne à tout le rectiligne, ſera comme de l'vn triangle de l'vn, à l'vn triangle de l'autre ſon ſemblable, leſquels triangles par la precedente propoſition, auront touſiours la raiſon doublée à celle des coſtez de ſemblable raiſõ, & par ainſi par la 11 propoſition du 5 liure, la raiſon de la figure rectiligne à la figure rectiligne ſera doublée à celle des coſtez de ſemblable raiſon: dont l'vn ſera le coſté de l'vne figure, & l'autre de l'autre figure qui luy ſera raporté. Auſsi puis que la raiſon du premier triangle au premier, eſt comme du ſecond au ſecond, par la 16 propoſition du 5 liure, la raiſon du premier au ſecõd ſera comme du premier au ſecond, & par la 18 propoſition du 5 liure la raiſon du premier & du ſecond au ſecond, ſera telle qu'eſt du premier & ſe-







cond au second,& par la mesme 16 la raison du premier auec le secód,au premier auec le second, sera comme du second au second, laquelle est comme du troisiesme au troisiesme,& par la 11 proposition du 5 liure, la raison du premier & second au premier & second, sera comme du troisiesme au troisiesme, & par ladicte 16 propositió la raison du premier & du second au troisiesme, sera cóme du premier & du second au troisiesme, & par la 18 propositió du cinquiesme liure, comme les trois au troisiesme, tout ainsi les trois autres au troisiesme & par vne mesme 16 proposition, comme les trois aux trois, tout ainsi ou la mesme sera du troisiesme au troisiesme &c.

Ausi soyent les pentagones semblables *a b c d e*, & *f g h k l*, & soyent menées en l'vn les lignes droictes *b d*, *d a*, & *b e*, coupãt *a d*, au poinct *m*, & en l'autre soyent menées *g k*, *k f*, & *g l*, coupant *f k*, au poinct *n*: Il est certain qu'vn chacun pentagone est diuisé en trois triangles, & par la conuerse de la premiere deffinition, & par la 6 proposition de ce liure, le triangle *a e d*, est semblable au triangle *f l k*, & le triangle *b c d*, est semblable au triãgle *g h k*, & par la troisiesme commune sentence, & par la premiere deffinition de ce liure, le triangle *b d a*, est semblable au triangle *g k f*, si est bien par la mesme cóuerse & par la mesme 6 proposition, le triangle *b a e*, semblable au triangle *g f l*, & le triangle *a m e*, sera equiangle au triangle *f n l*, par la 3 commune sentence, & par la 32 proposition du premier liure, & par vne mesme raison le triangle *a m b*, sera equiãgle au triangle *f n g*, & par ainsi par la 4 proposition de ce liure, comme *e m*, sera à *m a*, & *m a*, à *m b*, tout ainsi seront *l n*, à *n f*, & *n f*, à *n g*, & par la 22 proposition du 5 liure, la raison de *e m*, à *m b*, sera comme *l n*, à *n g*: mais par la premiere propositió de ce liure, la raison du triãgle *d e m*, au triangle *d m b*, est comme *e m*, à *m b*, c'est à dire par vne mesme raison & par la 11 proposition du 5 liure, comme le triangle *e m a*, au triangle *a m b*, doncques par la 12 proposition du 5 liure, la raison du triangle *dea*, au triangle *dab*, sera comme du triangle *ema*, au triangle *amb*, c'est à dire comme *em*, à *mb*, c'est à dire encores côme *ln*, à *ng*, c'est à dire par vne mesme raison, & par la 11 propositiō du 5 liure, comme le triangle *klf*, au triangle *kfg*, & par la 16 proposition du 5 liure, la raison du triangle *dea*, au triangle *klf*, sera comme le triãgle *dab*, au triangle *kfg*, & en menant les lignes droictes *ce*, & *hl*, par vne semblable raison, la raison du triangle *dab*, au triangle *kfg*, sera comme le triangle *dbc*, au triangle *kgh*, & par la 12 proposition du 5 liure, tout le pentagone *abcde*, au pentagone *fghkl*, sera comme le triangle de l'vn au triangle son semblable de l'autre, lesquels ont la raison doublée du costé du pentagone au costé du pentagone par la precedente proposition, lesquels costez des pentagones se raportẽt, & par la 11 proposition du 5 liure, la raison du pentagone au pentagone, sera doublée à la raison du costé du pentagone au costé du pentagone qui luy est raporté : & s'il y a trois lignes proportionnelles, comme *abc*, les quarrez *a* & *b*, des deux premieres, auront la raison des deux extremes *a* & *c*.

CORRELAIRE 1.

Puis doncques que les figures rectilignes ont la raison doublée aux costez de semblable raison, si a iceux lon prent vne troisiesme proportionnelle, il est certain que le rectiligne au rectiligne sera côme la premiere à la troisiesme, car la raison de la premiere à la troisiesme est doublée à la raison de la premiere à la seconde, le semblable se demonstrera aux quarrez, & nous l'auōs aussi veu aux triangles.

CORRELAIRE 2.

Il est doncques manifeste que s'il y a trois lignes droictes proportionnelles, il sera comme la premiere à la troisiesme, tout ainsi la figure qui sera en la premiere, à la figure qui sera en la seconde sa semblable & semblablement descrite. Ausi comme la troisiesme à la premiere tout ainsi la figure de la secõde à la figure de la premiere semblable & semblablemẽt descrite. Nous retiendrons aussi comme des triangles, que les figures rectilignes semblables, ont la raison des quarrez des costez de semblable raison, par la 11 proposition du 5 liure, & conuersement, d'ou s'ensuiura, que si les figures semblables sont esgalles l'vne à l'autre, les quarrez des costez de semblable raison seront esgaux l'vn à l'autre, & par ainsi les costez de semblable raison, seront esgaux l'vn à l'autre, ou bien estant assés manifeste que si les costez de semblable raison de deux figures rectilignes semblables, sont esgaux entr'eux, aussi les figures serõt esgalles l'vne à l'autre, nous pouuõs dire encores que si deux figures rectilignes semblables sõt esgalles entr'elles les costez de semblable raison seront aussi esgaux l'vn à l'autre: car la raison de la figure à la figure sera comme d'vne premiere à vne troisiesme proportionnelle, & par ainsi la premiere & la troisiesme seront esgalles l'vne à l'autre, & si la premiere & la troisiesme sont esgalles, il faut aussi que la premiere & la seconde soient esgalles ou autrement, il n'y pourroit pas auoir vne telle raison de la premiere à la seconde que seroit de la seconde à la troisiesme, car si nous nous voulons ayder de cela que nous auons pris en la 8 propositiõ du 5 liure, la raison de la premiere à la secõde seroit plus grande ou plus petite que de la troisiesme à la quatriesme: a celle fin doncques que la raison de la premiere à la seconde soit comme la seconde à la troisiesme, la premiere & la troisiesme estants esgalles, aussi la premiere & la seconde seront esgalles.

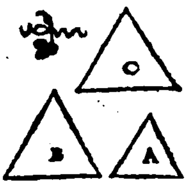
Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition que si les costez de semblable raison de deux figures rectilignes semblables sont en raison double, les figures seront en raison quatruple, & s'ils sont en raison triple, les figures serõt l'vne à l'autre, comme de 9 à 1, &c. selon la progreſsion naturelle des nombres quarrez à l'vnité, ou ſelon la progreſsion des nombres quarrez ou des quarrez de la naturelle progreſsion Arithmetique. Nous pouuons prēdre auſsi en ceſte propoſition que la raiſon d'vn chacun coſté d'vn chacun triangle, qui eſt en vne figure rectiligne à vn chacun coſté qui luy eſt raporté d'vn chacun triãgle, qui eſt à vne autre figure, ſa ſemblable & diuiſée ſemblablement, eſt comme le coſté de la figure au coſté de la figure, & enſemble de multitude eſgalle d'vne part & d'autre par la 12 propoſition du 5 liure, ſeront cōme le coſté au coſté. Nous y pouuons prendre auſsi cela que nous auons pris tout le dernier en la precedente propoſition.

21

Celles qui ſont ſemblables à vn meſme rectiligne ſont auſsi ſemblables entr'elles.

FORCADEL.

Car par la conuerſe de la premiere deffinition de ce liure, la premiere commune ſentence, & la 11 propoſition du 5 liure, les angles de l'vne ſeront eſgaux aux angles de l'autre vn chacũ au ſien, & les coſtez à l'entour des angles eſgaux proportiõnaux, & par la premiere deffinition de ce liure, les figures ſemblables à vne ſerõt auſsi ſemblables entr'elles.



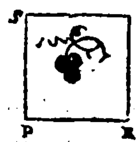
Mais notons que ceſte propoſition ne doibt pas eſtre miſe deuant la 8, à celle fin d'y prendre le correlaire, par lequel la perpendiculaire eſt la moyenne proportionnelle entre les pieces de la baſe.

22

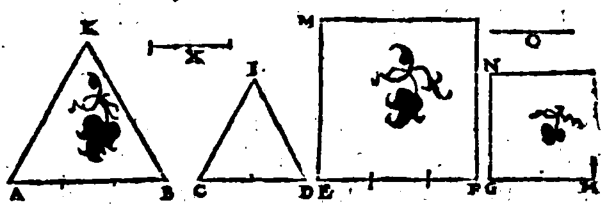
Si quatre lignes droictes ſont proportionnelles, auſsi les rectilignes ſemblables & ſemblablement poſez à icelles, ſeront proportionnaux. Et ſi à icelles les rectilignes ſemblables & ſemblablement poſez ſont proportionnaux, auſsi icelles lignes droictes ſeront proportionnelles.

FORCADEL.

Il veut dire que s'il y a quatre lignes droictes proportionnelles, & on met sur les deux premieres deux rectilignes semblables & semblablement posez, & semblablement deux rectilignes, sur les deux autres par la 18 proposition de ce liure, aussi les rectilignes seront proportionnaux, &c. car la raison du premier rectiligne au second est telle qu'est de la premiere ligne à la troisiesme proportionnelle de la premiere & de la seconde par le correlaire de la 20 proposition de ce liure, laquelle (comme nous auons veu en la 22 proposition du 5 liure) est comme de la troisiesme ligne à la troisiesme proportionnelle de la troisiesme & de la quatriesme (lesquelles troisiesmes proportionnelles se prennent par la 11 proposition de ce liure) laquelle est comme de la troisiesme figure à la quatriesme par le second correlaire de la 20 proposition de ce liure, doncques par la 11 proposition du 5 liure, la raison de la premiere figure rectiligne à la seconde, est comme de la



troisieme à la quatriesme: ou bien puis que la raison



de la premiere figure à la seconde est doublée à la raison de la premiere ligne à la seconde par la 20 proposition de ce liure & par la 22 & 11 propositions du 5 liure, elle sera doublée à la raison de la troisiesme ligne à la quatriesme, & par la 20 proposition de ce liure, & la mesme 11 du 5, la raison de la premiere figure rectiligne à la seconde, sera comme de la 3 à la quatriesme. Et pour la seconde partie de ceste propositiõ, soit prise vne quatriesme proportionnelle aux trois premieres lignes par la 12 propositiõ de ce liure, & sur icelle soit mis vn rectiligne semblable & semblablement posé au rectiligne qui est en la troisiesme ligne par la 18 proposition de ce liure, & puis que la raison de la troisiesme à la quatriesme figure, est comme de la premiere à la secõde, laquelle par la premiere partie de ceste proposition, est comme de la troisiesme à la figure nouuellement faicte, par la 11 proposition du 5 liure, la raison de la troisiesme figure à la quatriesme, sera comme de la mesme troisiesme à la figure neufue & par la seconde partie de la 9 proposition du 5 liure, la figure neufue & la quatriesme seront esgalles, doncques les costez de semblable raison d'icelles seront aussi esgaux l'vn à l'autre, comme nous l'auons pris en la 20 proposition de ce liure. Or la raison de la premiere ligne à la seconde, est comme de la troisiesme à la quatriesme trouuée, laquelle par la seconde partie de la 7 proposition du 5 liure, est comme de la troisiesme à la quatriesme proposée, & par ainsi par la 11 proposition du 5 liure, la raison de la premiere à la seconde sera comme de la troisiesme à la quatriesme proposée. Ou bien puis que la raison de la premiere ligne à la seconde doublée est comme de la premiere figure à la seconde par la 20 proposition de ce liure, qui est comme de la troisiesme figure à la quatriesme, laquelle encores par la mesme 20 proposition, est comme de la troisiesme ligne à la quatriesme doublée, certainement par la 11 proposition du 5 liure, la raison doublée de la premiere ligne à la seconde, sera telle qu'est la raison doublée de la troisiesme ligne à la quatriesme, & par ainsi comme nous l'auons pris en la 22 proposition du 5 liure, la raison de la premiere ligne à la seconde, sera telle qu'est de la troisiesme ligne à la quatriesme. Mais pour ceux qui se plaisent aux diuersitez, & pour exercer les studieux nous y adiousterons cecy, que si deux figures rectilignes semblables sont esgalles, aussi les costez de semblable raison serōt esgaux l'vn à l'autre, sinon le plus grant aura la raison à l'vn des autres costez d'vne mesme figure, ou de la mesme figure qu'aura le plus petit à l'vn des autres costez de sa mesme figure, lesquels costez sont à l'entour des angles esgaux par la conuerse de la premiere deffinition de ce liure, & puis que la premiere est plus grande que la troisiesme, aussi la seconde sera plus grande que la quatriesme par la 14 proposition du 5 liure, & en soustrayant les plus petites des plus grandes depuis l'angle par la 3 proposition du 1 liure, & en menant vne ligne droicte passant par les extremitez des soustractions par la premiere demande, on auroit par la 4 proposition du premier liure, vn triangle esgal au premier triangle de la figure qui auroit les deux plus petits costez, & par la 20 propositiō de ce liure, les figures seroyent inesgalles: car le premier triangle de l'vne seroit plus grant que le premier triangle de l'autre son semblable, ou l'vn des triangles de l'vne seroit plus grant que l'vn des triangles de l'autre son semblable, & si les figures semblables sont triangles ou parallelogrammes, &c. la partie seroit esgalle à son tout, ce qui est contre la 9 commune sentence.

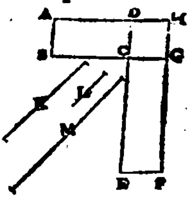
Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition que s'il y a quatre lignes droictes proportionnelles. Le quarré de la premiere au rectangle de la premiere & de la seconde, sera comme le quarré de la troisiesme au rectāgle de la troisiesme & de la quatriesme: car par la 16 proposition du 5 liure, la raison de la premiere à la troisiesme, sera comme de la seconde à la quatriesme, & par ceste propositiō la raison du quarré au quarré sera comme du rectangle au rectangle: car les rectangles seront semblables par la premiere deffinition de ce liure, & par vne mesme 16 proposition du 5 liure, la raison du quarré au rectangle, sera comme du quarré au rectangle. Aussi par la premiere proposition de ce liure, la raison du quarré de la premiere au rectangle de la premiere & de la seconde est comme de la premiere à la seconde, qui est comme de la troisiesme à la quatriesme, laquelle par la mesme premiere proposition est comme le quarré de la troisiesme au rectangle de la troisiesme & de la quatriesme, & par ainsi par la 11 proposition du 5 liure, la raison du quarré de la premiere au rectangle de la premiere & de la secóde, est comme le quarré de la troisiesme au rectangle de la troisiesme & de la quatriesme, & cecy soit dict tant pour contenter les studieux qu'aussi pour rendre experimentez ceux qui apprennét. Et pour plus grande & asseurée congnoissance ou intelligéce de ces mots, semblable & semblablement posée, cela veut dire, que la premiere & seconde lignes soyent les costez de semblable raison des figures semblables mises sur la premiere & la secóde, & semblablement la troisiesme & la quatriesme ligne soyent les costez de semblable raison des figures semblables mises sur icelles: c'est à dire encores de triangle en triangle que les costez de semblable raison portent ou soustiennent les angles esgaux, comme nous l'auons veu en la 4 proposition de ce liure, &c. & dauantage que les angles d'vne part de l'vne figure se raportent vn chacun au sien aux mesmes angles de l'autre figure de la mesme part. Nous prendrons encores de ceste propositió pour nous en seruir au dixiesme liure, & ailleurs que s'il y a tant de lignes droictes qu'on voudra proportionnelles continuellement ou non, les quarrez d'icelles seront aussi en la mesme sorte proportionnaux & en la mesme sorte que les quarrez seront proportionnaux, les costez d'iceux serót aussi proportionnaux: quant doncques ou nous proposera la multiplication de la racine de 7 par la racine de 8, nous prendrons le quarré qui est le milieu proportiónel entre les quarrez 7 & 8, lequel contient la racine de 56 pour le produict de la multiplication, voyez vn peu ou commencent les superficies mediales, comme nous le pouuons commencer de prendre en la 22 proposition du 10 liure, & comme 7 la racine de 56, & 8 sont proportionnaux, aussi seront la racine de 7, la racine de la racine de 56, & la racine de 8, voyez aussi en la mesme proposition par la racine de la racine de 56, qui sont les lignes mediales : & quant 3 donne la racine de 15, la racine de 3 donnera la racine de 5 : car quant 9 donne 15, certainement 3 donnera 5, & par ainsi la racine de 3 donnera la racine de 5.

23

Les parallelogrammes equiangles ont l'vn à l'autre icelle raison qui est composée des costez.

FORCADEL.

Car ayant mis les parallelogrammes equiangles, angle contr'angle comme nous auons dit en la 14 proposition de ce liure, & ayant paracheué le parallelogramme nouueau, certainement par la premiere proposition de ce liure, la raison de l'vn des parallelogrammes au nouueau parallelogramme, sera comme de l'vn des costés d'iceluy parallelogramme à l'vn des costez de l'autre parallelogramme, mais le nouueau parallelogramme à l'autre parallelogramme par la mesme premiere proposition, ont la raison de l'autre costé de l'vn parallelogramme à l'autre costé de l'autre parallelogramme, laquelle soit cóme l'vn des costez de l'autre parallelogramme à vne certaine troisiesme ligne, par la 12 proposition de ce liure, & par ainsi par la 22 proposition du 5 liure, la raison de l'vn parallelogramme à l'autre, sera comme de la premiere des trois lignes à ladicte troisiesme ligne, laquelle par la premiere proposition, & derniere deffinitió de ce liure, sera composée des raisons des costez des parallelogrammes equiangles, ou bien en prenant trois lignes droictes par la 12 proposition de ce liure, &c. Desquelles la raison de la premiere à la seconde, soit l'vne raison desdicts costez, & de la seconde à la



troisiesme soit comme la raison des deux autres, en y adioustant la 11 proposition du 5 liure, la raison du parallelogramme au parallelogramme, sera tousiours composée de la raison des costez. Nous pouuons prendre en ceste proposition que par la 11 proposition du 5 liure, la raison de deux parallelogrammes equiangles & non rectangles sera telle qu'est des parallelogrammes rectāgles contenus de mesmes costez. Nous y voyons aussi qu'vne raison composée de deux raisons est telle qu'est des deux parallelogrammes equiangles, desquels les costez de l'vn sont les deux premiers termes des raisons, & les deux costez de l'autre les deux autres termes, c'est à dire qu'vne raison composée de deux raisons, est comme le rectangle des premiers termes des raisons au rectangle des autres termes des mesmes raisons. Nous prendrons aussi en ceste propositiō, que si des raisons esgalles ou de mesmes raisons, se soustrait des raisons esgalles, ou des mesmes raisons, les raisons qui resteront seront esgalles ou il restera des mesmes raisons: car en prenant deux grādeurs d'vne part & deux de l'autre part, ayans les raisons esgalles desquelles lon veut soustraire les autres, & en faisant comme le suiuant de l'vne raison qu'on veut soustraire de l'vne part à son antecedent, tout ainsi le suiuant de la raison de laquelle on veut soustraire à vne moyenne entre l'antecedent & le suiuant, & en faisant le semblable de l'autre part, certainement par le correlaire de la 4 proposition, & par la 22 proposition du 5 liure, la raison de la premiere grandeur à la seconde d'vne part, sera comme de la premiere à la seconde de l'autre part, lesquelles sont les raisons restées, ou qui restent des soustractions. Nous laissons les autres façons de faire aux studieux, lesquelles se font par la mesme 22 & par la 23 propositions du cinquiesme liure &c. Nous prendrons aussi en ceste propositiō que s'il y a quatre lignes droictes proportiōnelles d'vne part en quelque proportion que ce soit, &

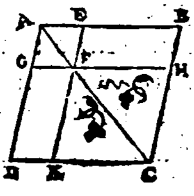
quatre autres aussi proportiónelles d'vn autre part aussi en quelque proportion que ce soit, la raison du rectãgle cótenu des deux premieres au rectangle cótenu des deux secondes, sera comme le rectangle contenu des deux troisiesmes au rectangle contenu des deux quatriesmes, car les raisons desquelles est faicte la raison des deux premiers rectangles sont esgalles aux raisons desquelles est faicte la raison des autres : & par ainsi y adioustant la 4 proposition de ce liure, s'il y a deux lignes droictes parallelès, & de l'vne des extremitez de l'vne, à l'vne des extremitez de l'autre de la mesme part, lon meine vne ligne droicte tant qu'on voudra & encores lon meine vne ligne droicte de l'autre extremité de l'autre, à l'autre extremité de l'vne tant qu'on voudra, la ligne droicte coupãt les paralleles & les menées, sera coupée en telle sorte que le rectangle contenu des pieces coupées de l'vne des paralleles au rectangle contenu des pieces de la parallele, sera comme le rectangle contenu des pieces de la mesme ligne coupées de l'autre parallele, au rectangle contenu des pieces de l'autre parallele.

24

En tout parallelogramme, les parallelogrãmes qui sont à l'entour du diametre, sont semblables au tout & entr'eux.

FORCADEL.

Ceste cy est semblable à la 8 propositió de ce liure excepté le correlaire, car nous auons pris en la 4 propositió de ce liure, que les triangles esquels est diuisé vn chacun parallelogramme qui est à l'étour du diametre sont semblables aux triangles, esquels est diuisé tout le parallelogramme par le mesme diametre vn chacun au sié, & par ainsi comme nous l'auons pris en la 20 proposition de ce liure, comme par la 22 proposition du 5 liure, & par la premiere deffinition de ce liure, vn chacun parallelogramme sera semblable au tout, & par



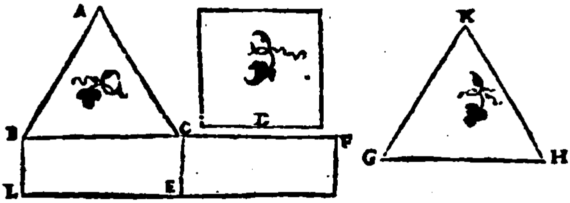
la 21 propoſition de ce liure, les parallelogrammes eſtãts à l'entour du diametre, ſeront ſemblables l'vn à l'autre. Nous pouuõs dire auſsi icy en paſſant qu'vn chacun parallelogramme eſtant à l'entour du diametre, eſt ſemblablement poſé au tout de ſa part, ou de la part de l'angle commun.

25

Faire vn rectiligne eſgal à vn rectiligne donné & ſemblable à vn autre rectiligne donné.

FORCADEL.

Comme ſ'il vouloit dire donnez moy deux rectilignes, & ie trouueray vn rectiligne eſgal à l'vn & ſemblable à l'autre. Nous nommerõs le rectiligne, auquel nous voulons trouuer vn rectiligne ſemblable le premier, & celuy auquel nous voulons trouuer vn rectiligne eſgal, ſera le ſecond & au pres de l'vn des coſtez du premier rectiligne. Il faudra mettre vn parallelogramme eſgal au meſme premier rectiligne par la 45 propoſition du premier liure, & au pres de l'autre coſté d'iceluy parallelogrãme. Il faut mettre vn parallelogramme equiangle au meſme, & eſgal au ſecõd rectiligne par la meſme 45 propoſition du premier liure: dauantage il faut prendre la moyenne proportiõnelle entre ledict coſté du premier rectiligne, qui eſt l'vn des coſtez du parallelogramme qui luy eſt eſgal, & le ſecond coſté ou l'autre coſté ou le coſté troué le dernier du parallelogrãme qui eſt eſgal au ſecond rectiligne par la 13 propoſition de ce liure, deſſus laquelle nous mettrons vn rectiligne ſemblable & ſemblablement poſé au premier rectiligne par la 18 propoſition de ce liure, c'eſt à dire que ledict coſté du premier rectiligne & la moyenne proportionnelle ſoyent les coſtez de ſemblable raiſon des figures ou rectilignes ſemblables (voyez encores vne plus ample declaration de ces mots, ſemblable & ſemblablement poſé) & le rectiligne ſemblable au premier, faict ſur la moyenne proportiõnelle, sera esgal au secód rectiligne, & pour mieux en faire la demonstration nous nommerós le parallelográme esgal au premier rectiligne, le premier parallelogramme & le parallelogramme esgal au second rectiligne, nous le nómerons le secód parallelográme, & dirós que la raison du premier rectiligne au second, est cóme le premier parallelográme au second rectiligne par la premiere partie de la 7 propositió du 5 liure, laquelle est cóme le premier parallelogramme au second par la seconde partie de la mesme ꝓposition, laquelle (pour le faire tout à vn coup) est comme ledict costé du premier rectiligne au second costé du second parallelogramme, par cela dernier que nous auons pris en la penultime proposition de ce liure, & que nous auós pris aussi en la quatriesme proposition de ce liure, & par la premiere proposition de ce liure, laquelle encores sera comme la raison du premier rectiligne au rectiligne son semblable faict, comme nous auós dit, au costé de la moyenne proportionnelle, par le second correlaire de la 20 propositió de ce liure, & par ladicte 11 proposition du 5 liure, la raison du premier rectiligne au second rectiligne, sera comme du mesme premier rectiligne au rectiligne son semblable & semblablement posé que nous aurons mis sur ladicte moyenne proportiónelle, & par la seconde partie de la 9 proposition du 5 liure, le rectiligne faict sur la moyéne proportionnelle, sera esgal au second rectiligne & semblable au premier.



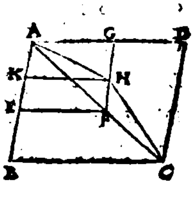
26

Si d'vn parallelogramme se soustrait vn parallelogramme, semblable au tout & semblablement posé, ayant vn commun an-

gle auec iceluy, il sera à l'entour d'vn mesme diametre auec le tout.

FORCADEL.

Pour ces mots semblable & semblablement posé en ceste proposition, il faut entendre que depuis l'angle cómun les costez de semblable raison qui le contiénent en l'vn s'accommodét bien aux costez de semblable raison qui le contiennent en l'autre vn chacun au sien. Car si le diametre de tout le parallelogramme, ne passe pas par le diametre du soustraict, il coupera l'vn des costez du soustraict & en faisant passer vne parallele par le poinct ou ledict diametre de tout le parallelogramme coupera l'vn des costez du soustraict à l'autre costé de tout le parallelogramme auquel n'est pas parallele celle qui passe par ledict poinct, par la 31 proposition du premier liure, il se sera vn nouueau parallelográme semblable à tout le parallelogramme par la 24 proposition de ce liure, & ayát vn angle commun auec le tout & le soustraict, lequel par la 21 propositió de ce liure, sera semblable au soustraict, & par la cóuerse de la premiere deffinition de ce liure, la raison de l'vn des costez du soustraict à l'autre costé qui contiennét l'angle commun, sera comme de l'vn des costez du parallelogramme nouueau faict, qui est cóme du mesme costé du parallelogramme nouueau faict à l'autre costé du mesme parallelogramme nouueau faict qui contiennét aussi l'angle commun, & par la seconde partie de la 9 proposition du 5 liure, l'autre costé du parallelogramme nouueau faict sera esgal à l'autre costé du parallelogramme soustraict ce qui est cótre la 9 commune sentence.



27

De touts les parallelogrammes appliquez au costé d'vne mesme ligne droicte, & deffaillãts de figures parallelogrammes semblables, & semblablement posées à celle qui est descrite à la moitié, le plus grant est celuy parallelogramme qui est appliqué à la

moitié

moitié estant semblable au deffaillant.

FORCADEL.

RESOLVTION.

La resolution de ceste proposition a son commencement en la 5 proposition du second liure, & est comme s'il vouloit dire. Vous sçauez bien que si sur vne ligne droicte comme sur la ligne droicte *a b*, se fait vn parallelogramme comme *a c d b*, & les costez *c d*, & *a b*, estants diuisez par le milieu aux poincts *e*, & *f*, en menant la ligne droicte *e f*, icelle diuise tout le parallelogramme en deux parallelogrammes esgaux par la 36 proposition du premier liure & semblables, par la premiere deffinition de ce liure & semblablement posez: car *a f*, & *f b*, sont de semblable raison, & l'angle *a f e*, est esgal à l'angle *f b d*, par la 29 proposition du premier liure &c. Vn chacun d'iceux doncques se pourra dire estre descrict sur la moitié de la ligne *a b*, & deffaillant de toute la ligne *a b*, de l'autre parallelogramme, & en menãt de la cyme du diametre de tout le parallelogrãme, c'est à sçauoir du poinct *e*, au poinct *b*, le diametre de l'vn des parallelogrammes semblables & semblablement posez, c'est à sçauoir la ligne droicte *e b*, par l'vn des poincts duquel, comme par le poinct *g*, (& le semblable aduiẽdra en touts les autres poincts du diametre *e b*,) faisant passer deux paralleles aux deux costez de tout le parallelogrãme par la 31 proposition du premier liure, comme *h k g l*, & *m g n*, dessus vne mesme ligne droicte *a b*, seront les parallelogrammes *a e*, & *a g*, deffaillants de toute la ligne des parallelogrammes *f d*, & *n l*, semblables & semblablement posez à celuy qui est descrict sur la moitié, c'est à sçauoir *a e*, car *f d*, est semblable à *n l*, par la 24 proposition de ce liure, & par la 21 proposition de ce liure, il est semblable à *a e*, & semblablement posé car *a f*, & *n b*, sont les costez de semblable raison &c. Ou bien si lon veut on pourra dire simplement que *f d*, & *n l*, sont semblables & semblablement posez par la 24 proposition de ce liure, & comme *fd*, est plus grant que le gnomon *mlf*, de tout *km*, aussi *ae*, qui est esgal à l'vn sera plus grant que *ag*, qui est esgal à l'autre &c.

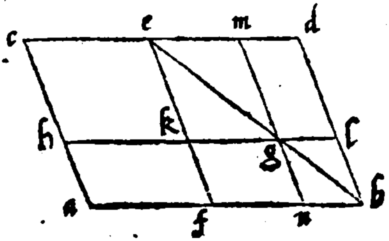
COMPOSITION.

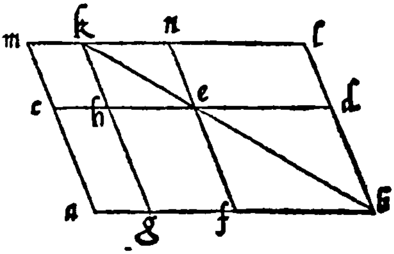
Les parallelogrammes estants disposez ainsi qu'en la resolution par les mesmes raisons de la 5 proposition du second liure le parallelogramme *ak*, sera esgal à *fl*, lequel est esgal à *nd*, & par ainsi par la premiere commune sentence *ak*, & *nd*, seront esgaux, & par la seconde commune sentence le parallelogramme *ag*, sera esgal au gnomon *mlf*, duquel *eb*, est le tout, aussi sera *cf*, plus grant que le parallelogramme *ag*, & sera plus grãt d'vn parallelogramme semblable à celuy qui est descrit sur la moitié par la 24 proposition de ce liure, ce qui doibt bien estre retenu pour s'en seruir & ayder en la suiuante proposition.

AVTREMENT.

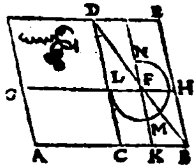
RESOLVTION.

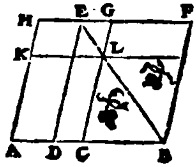
Ayant prins le parallelogramme *acdb*, & le diametre *ef*, soit mené ledict diametre *eb*, vers *e*, & en la ligne *af*, soit pris le poinct *g*, & le mesme aduiendra de tous les poincts qui sont en *af*, en faisant le semblable, par lequel faisant passer la parallele à l'autre costé de tout le parallelogramme *ghk*, coupant le diametre *be*, mené en *k*, & paracheuant les parallelogrammes *gl*, & *mb*, certainement les parallelogrammes *ae*, & *ak*, sont descrits au costé de la ligne droicte *ab*, deffaillãts de la toute des parallelogrãmes *gl*, & *be*, semblables & semblablemẽt posez, & sont semblables & semblablement posez au parallelogramme *ae*, descrit sur la moitié de la ligne *ab*, par les mesmes





24 & 21 propositions de ce liure &c. & en menant *fe*, iusques à *n*, certainement *me*, & *el*, seront esgaux, aussi serõt *el*, & *eg*, & par ainsi *ae*, sera plus grant que *ak*, de *hn*, semblable à *gl*, il nous faut noter en ces deux resolutions que les autres parallelogrãmes seront equiãgles à celuy qui sera sur la moitié.





COMPOSITION.

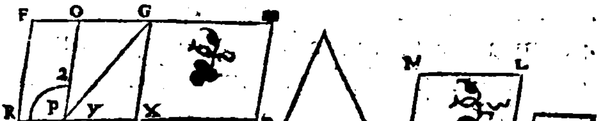
Les choses estants disposées ou faictes comme en la resolution le parallelogramme *cn*, sera esgal au parallelogramme *el*, par la 36 proposition du premier liure, & le parallelogramme *el*, sera esgal au parallelogrãme *ge*, par la 43 proposition du mesme liure, & par la premiere cõmune sentence, le parallelogramme *ge*, sera esgal au parallelogramme *cn*, il sera doncques plus grant que le parallelogramme *mh*, par la 9 commune sentence, & par la 4 commune sentence le parallelogramme *ae*, sera plus grant que le parallelogramme *ak*, &c. & sera plus grant d'vn parallelogramme son semblable.

28

Dessus vne ligne droicte donnée appliquer vn parallelogramme esgal à vn rectiligne donné, deffaillant de figure parallelogrãme qui soit semblable à vn autre rectiligne dõné. Mais il faut que le rectiligne auquel il faut appliquer l'esgal, ne soit pas plus grant que celuy qui sera appliqué à la moitié, quant sont semblables, le deffaillant, & celuy qui est descrit à la moitié, & celuy auquel il faut que deffaille vn semblable.

FORCADEL.

Il faut que le rectiligne donné soit esgal ou plus petit au parallelogrãme qui sera descrict sur la moitié de la ligne donnée semblable au parallelogramme donné, pour ce que par la precedéte propositió celuy qui est descrict sur la moitié de la ligne est plus grant qu'vn chacun des autres. Il faut descrire sur la moitié de la ligne dónée vn parallelogramme semblable au parallelogramme donné par la 18 proposition de ce liure, & si le rectiligne donné est esgal à iceluy parallelogramme, il sera le parallelogramme demandé, ou bien l'autre son semblable & semblablement posé mis sur l'autre moitié de la ligne donnée par la mesme 18 proposition, & par la 36 propositió du premier liure & la premiere commune sentéce, il sera esgal au rectiligne donné: mais si le rectiligne donné est plus petit que le parallelogramme descrict sur la moitié de la ligne donnée & semblable au parallelogrãme donné: alors il faudra prendre la difference du plus grant au plus petit par la 45 proposition du premier liure, en mettãt au pres de l'vn des costez du parallelogrãme descrict sur la moitié de la ligne donnée vn parallelogrãme equiangle à iceluy, & esgal au rectiligne donné par la mesme 45 proposition, & par la 25 propositió de ce liure, il faudra trouuer vn parallelogramme esgal à ladicte difference & semblable au parallelogramme donné, lequel



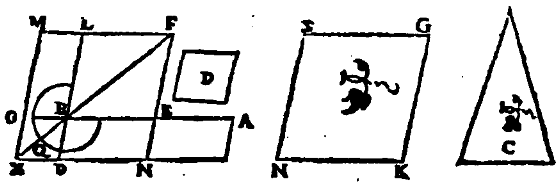
sera aussi semblable au parallelogramme descrict sur la moitié de la ligne par la 21 proposition de ce liure, il le faudra dócques mettre en vn commun angle, & semblablemét auec le parallelogrãme descrict sur la moitié de la ligne tellement que l'angle cómun soit opposé à l'angle qui est à l'extremité de la ligne dónée, & il sera à l'entour du diametre du tout par la 26 proposition de ce liure, lequel diametre estant mené par la premiere & seconde demandes, ou bien par la premiere demande seulement, & ayant mené les deux lignes qui contiennent l'angle du soustraict opposé à l'angle commun, ou qui passent par le diametre du tout l'vne iusques à la ligne droicte donnée par la premiere demande, & l'autre de la part du parallelogrãme descrict sur la moitié de la ligne iusques au costé d'iceluy & de l'autre part iusques à ce que depuis le costé opposé elle soit esgalle à la moitié de la ligne donnée par la 3 proposition du premier liure, & menant vne ligne droicte passant par les extremitez des deux lignes esgalles & paralleles par la premiere demande, on aura mis au costé de la ligne donnée vn parallelogramme, depuis l'autre extremité d'icelle à l'angle du parallelogramme soustraict, par lequel passe le diametre, lequel auec le soustraict est esgal au parallelogrãme descrict sur la moitié par la precedente proposition, & par la premiere commune sentẽce ils sont esgaux au rectiligne donné & à ladicte difference, & par la 3 commune sentẽce, ledict parallelogramme mis au costé de la ligne donnée est esgal au rectiligne donné, & est defaillant de toute la ligne d'vn parallelogramme semblable au parallelogramme donné par la 24 & 21 propositions de ce liure: mais si nous voulõs mettre par ceste proposition au costé d'vne ligne droicte donnée vn parallelogramme esgal à vn quarré plus petit que le quarré de la moitié de la ligne & qu'il deffaille d'vn quarré, il faudra prendre le quarré qui est la differẽce du quarré de la moitié au quarré ou rectiligne donné, ainsi que nous l'auons monstré en la premiere propositiõ du quatriesme liure, &c. Mais il sera bien plustost faict si on diuise la ligne donnée par le milieu, par la 10 propositiõ du premier liure, & à l'entour du milieu on descrit vn demy cercle de la grandeur de la moitié & à l'extremité du diametre lon dresse vne perpendiculaire vers le demy cercle, par la 11 propositiõ du premier liure, ou la 31 propoſition du troiſieſme liure, laquelle ſoit eſgalle au coſté du rectiligne ou quarré donné par la 3 propoſition du premier liure, par la cyme de laquelle il faut faire paſſer vne parallele au diametre par la 31 propoſition du premier liure, & du poinct ou icelle coupera la circonference, ayant mené vne perpendiculaire ſur le diametre par la 12 propoſitiõ du premier liure, yra couper le diametre en deux pieces, leſquelles ſeront au coſté du diametre le parallelogramme demandé: car la derniere perpendiculaire ſera la moyenne proportionnelle entre leſdictes deux pieces par la 31 propoſition du premier liure, & par la 8 propoſition de ce liure, & ſera eſgalle à la premiere, & ledict parallelogramme deffaudra de toute la ligne d'vn quarré: ou bien en ſouſtrayant du diametre la ligne qui eſt depuis la cyme de la premiere perpendiculaire à la circonference parallele au diametre, icelle eſtant l'vne des pieces, il reſtera l'autre piece, &c.

29

Deſſus vne ligne droicte donnée appliquer vn parallelogramme eſgal à vn rectiligne donné, excedãt de figure parallelogramme qui ſoit ſemblable à vn autre donné.

FORCADEL.

La reſolution de ceſte cy à commencé en la 6 propoſition du ſecõd liure, laquelle nous laiſſerõs pource qu'elle eſt treſmanifeſte apres les precedentes reſolutions. Il faut mettre deſſus la moitié de la ligne droicte dõnée vn parallelogramme ſemblable au parallelogramme donné par la 18 propoſitiõ de ce liure, & mettre en l'vn des coſtez d'iceluy vn parallelogrãme eſgal au rectiligne donné par la 45 propoſition du premier liure, & equiangle audict parallelogramme mis ſur la moitié, pour des deux en compoſer vn parallelogramme, ou bien du rectiligne dõné, & dudict parallelogramme mis ſur la moitié de la ligne, il en faut faire vn rectiligne, & par la 25 propoſition de ce liure, il faut trouuer vn parallelogramme qui luy soit esgal & semblable au parallelogramme donné, lequel sera aussi semblable au parallelogramme mis sur la moitié de la ligne par la 21 proposition de ce liure, & luy sera plus grant cóme composé de luy mesme & d'autre chose, c'est à sçauoir du rectiligne donné, & par ainsi le plus grant & le plus petit estants mis en l'angle commun qui est opposé à l'angle de l'extremité de la ligne donnée & semblablement, le plus petit sera à l'entour du diametre du plus grant par la 26 proposition de ce liure, & ayant mené les deux costez du plus petit qui contiennent l'angle du pl' petit opposé à l'ãgle commun ou



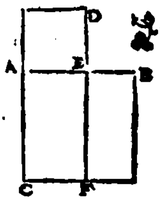
qui passent par le diametre du plus grant iusques aux costez du plus grant par la seconde demande, & par la mesme, ayant mené l'vn des costez du plus grant passant par l'angle opposé à l'angle commun qui est parallele à la ligne donnée iusques à ce qu'il soit augmenté de la moitié de la ligne donnée par la 3 proposition du premier liure, & faisant passer vne ligne droicte par les extremitez des lignes droictes esgalles & paralleles par la premiere demande on aura depuis l'autre extremité de la ligne donnée à l'angle du plus grant parallelogramme opposé à l'angle commun, & au costé d'icelle vn parallelogramme esgal au rectiligne dóné par vne mesme façon de demonstrer qu'on a tenu en la 6 proposition du second liure, & excedera d'vn parallelogramme semblable au parallelogramme donné par la 24 & 21 propositions de ce liure, car ledict parallelográme est esgal au gnomon par la 36, & 43 propositions du premier liure, & la premiere & seconde cómunes sentences, lequel gnomon est esgal au rectiligne donné par la 3 commune ſentence, doncques ledict parallelogramme eſt eſgal au rectiligne donné par la premiere commune ſentence. Mais ſi on veut mettre au coſté d'vne ligne droicte vn parallelogramme eſgal à vn quarré, excedant d'vn quarré, alors il faudra trouuer vn quarré eſgal au quarré de la moitié de la ligne & au quarré donné par la 47 propoſitiō du premier liure, c'eſt à dire par cela que nous y auons enſeigné &c.

30

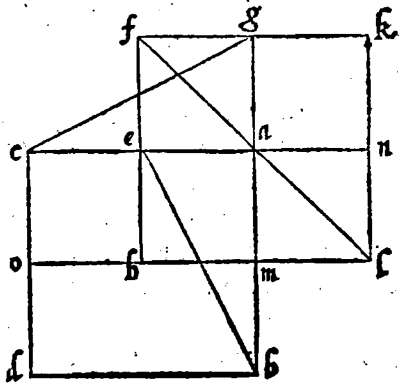
Ayāt propoſé vne ligne droicte terminée, la coupper ſelō la raiſon du milieu & des extremes.

FORCADEL.

Il faut diuiſer la ligne donnée tellement que le rectangle de la toute & de l'vne des pieces, ſoit eſgal au quarré de l'autre piece par la 11 propoſition du ſecond liure, & par la 14 ou 17 propoſition de ce liure, la raiſon de la toute à ſa plus grande piece, ſera telle que de la plus grande piece à la plus petite & par la 3 deffinition de ce liure, la ligne donnée ſera diuiſée ſelon le milieu & les extremes. Ou biē il faut prēdre d'vne part le quarré de la ligne donnée, & de l'autre part vn rectangle ou parallelogramme au coſté de la ligne donnée, eſgal au quarré de la ligne donnée, & excedant d'vn quarré par la precedente propoſition, & fouſtraire d'vne part & d'autre, le rectangle qui eſt au coſté de la ligne donnée ſans exceder, & il reſtera par la 3 commune ſentence vn rectangle eſgal à vn quarré, & par la 14 ou 17 propoſitions de ce liure, la raiſon de la lōgueur du rectangle, c'eſt à ſçauoir de toute la ligne au coſté du quarré, qui eſt la plus grande piece d'icelle, eſt comme le coſté du quarré, c'eſt à dire la meſme plus grande piece du rectangle, qui eſt la plus petite piece de la ligne donnée & par la 3 deffinition, icelle ſera diuiſée ſelon le milieu



lieu & les deux extremes. Mais pource que ceste propositió importe de beaucoup, c'est à dire qu'elle, ou la ligne diuisée par elle, est de grãt vsage aux derniers liures &c. nous en ferons la demonstration plus au long : soit dócques la ligne droicte donnée *a b*, pour la diuiser selon le milieu & les deux extremes, & le quarré d'icelle par la 46 proposition du premier liure *a b c d*, duquel le costé *c a*, soit diuisé en deux pieces esgalles au poinct *e*, par la 10 propositió du premier liure, & sur la moitié *e a*, soit descrit son quarré *e g*, par la mesme 46 proposition, & soit menée la ligne *c g*, par la premiere demande, le quarré de laquelle est esgal aux quarrez *c b*, & *e g*, c'est à dire au quarré de toute la ligne donnée & au quarré de la moitié d'icelle par la 47 proposition du premier liure, de là soit menée la ligne *f e*, vers *e*, par la seconde demande iusques à *h*, tellement que *f h*, soit esgalle à *c g*, par la 3 propositió du premier liure, & sur *f h*, soit faict son quarré *h k*, par ladicte 46 proposition, le costé duquel *h l*, coupe la ligne donnée *a b*, au poinct *m*, comme lon desire: car le diametre *f a l*, & les lignes *e a*, vers *a*, iusques à *n*, & *l h*, vers *h*, iusques à *o*, estants menées par la premiere & seconde demandes, lon aura mis au costé de la ligne *c a*, comme donnée le rectãgle *c l*, esgal au quarré *d a*, c'est à dire au quarré de toute la ligne & excedant du quarré *a l*, par la precedéte proposition, & en soustrayant d'vne part & d'autre le rectãgle *c m*, il restera le rectangle *d m*, esgal audict quarré *m n*, par la troisiesme commune sentence, doncques par la 14 ou 17 propositions de ce liure, la raison de *o m*, ou par la 34 proposition du premier liure de *d b*, c'est à dire par la conuerse de la 30 deffinition du premier liure de *a b*, à *m l*, c'est à dire par la mesme 30 deffinition à *a m*, est comme de *a m* à *m b*, & par la 3 deffinitió de ce liure dócques, la ligne droicte donnée *a b*, sera diuisée comme nous l'auons dict au poinct *m*, selon le milieu & les extremes, & en menant au lieu de la ligne *c g*, la ligne *e b*, & faisant *f h*,



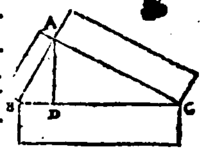
esgalle à *e b*, comme dessus &c. lon trouuera *e b*, en *e n*, & verra lõ la mesme ou semblable façon de faire de la diuisiõ de la ligne *a b*, selon que nous auons dict par la 11 proposition du secõd liure, tellemẽt que nous pourrons prendre icy pour vne abreuiation que la ligne *e b*, estant menée & *e a*, vers *a*, iusques à *n*, tellement que *e n*, soit esgalle à *e b*, certainemẽt *a n*, sera la plus grande piece comme aussi par *c g*, nous pourrons dire que *e h*, est esgalle à la plus grande piece &c.

31

Aux triangles rectãgles la figure qu'on voudra descrite au costé qui soustient l'angle droict est esgalle aux figures, semblables & semblablemẽt posées à la premiere, descrites aux costez qui cõtiennent l'angle droict.

FORCADEL.

Car en menant de l'angle droict du triangle rectangle vne perpendiculaire à la base par la 12 proposition du premier liure, cela nous fera souuenir de la seconde partie du correlaire de la 8 propositiõ de ce liure, & par ainsi par le second correlaire de la 20 proposition de ce liure, la raison de l'vne des pieces de la base, faicte de la perpẽdiculaire à toute la base, est comme le rectiligne du costé du triangle rectangle, vers ladicte piece au rectiligne qui est sur la base son semblable & semblablement descrict, & encores la raison de l'autre piece de la base faicte par ladicte perpendiculaire à toute la base est comme de l'autre rectiligne descrit à l'autre costé du triangle rectãgle au rectiligne mesme, descrit au costé de la base son semblable & semblablement descrict,& par la 24 proposition du 5 liure,la raison des deux pieces de la base à toute la base, sera comme les deux rectilignes descricts aux deux costez du triangle rectangle, au rectiligne descrict au costé de la base semblables & semblablemét descrits, & tout ainsi que les deux pieces de la base sont esgalles à toute la base par la 8 commune sentence, aussi les deux rectilignes descrits aux deux costez du triangle rectágle, sont esgaux au rectiligne descrit au costé de la base, semblable & semblablement descrit à vn chacun des autres semblables & semblablemét descrits. Ou autrement,cóme nous l'auons pris apres les correlaires de la 20 proposition de ce liure, la raison du quarré de l'vn des costez du triangle rectangle au quarré de la base est comme le rectiligne dessus ledict costé au rectiligne son semblable & semblablement descrit mis au costé de la base, & encores par cela mesmes,la raisó du quarré de l'autre costé du triangle rectangle,



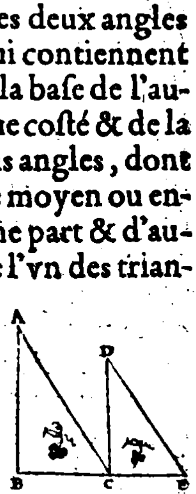
au quarré de la base, est comme le rectiligne mis audict costé au rectiligne mesme son semblable & semblablement descrit mis au costé de la base, & par la mesme 24 proposition du 5 liure, la raison des deux quarrez des deux costez du triangle rectangle ensemble, au quarré de la base, sera comme des deux rectilignes mis pres lesdicts deux costez ensemble, semblables & semblablemét descrits au rectiligne mis en la base semblable & semblablement descrict à vn chacun des autres, & comme il est ainsi que par la 47 proposition du premier liure,les deux quarrez des deux costez qui contiennent l'angle droict du triangle rectangle, sont esgaux au quarré de la base, aussi les rectilignes mis aux costés du mesme triangle rectangle,serót esgaux au rectiligne mis au costé de la base semblable & semblablement descrict aux autres.

32

Si deux triangles, qui ayent deux costez proportiõnaux à deux costez se composent à vn angle, tellement que les costez de semblable raison d'iceux soyent aussi paralleles, lors les autres costez d'iceux triangles se trouueront en vne ligne droicte

FORCADEL.

Car par la premiere partie de la 29 proposition du premier liure, les angles cõtenuz des costés proportionnaux sont esgaux, & par la 6 proposition de ce liure, les triangles seront equiangles, & auront les angles esgaux, lesquels sont soustenus de costez de semblable raison, & par la 8 & seconde communes sentences, les deux angles dont l'vn est contenu de l'vn des costez qui contiennent l'angle ou se composent les triãgles & de la base de l'autre triãgle, & l'autre est contenu du mesme costé & de la base de son triangle sont esgaux aux trois angles, dont l'angle ou se composent les triangles est le moyen ou entre les deux autres qui luy sont pres d'vne part & d'autre, sont esgaux aux trois angles dedans de l'vn des triangles par la seconde commune sentence, lesquels par la secõde partie de la 32 proposition du premier liure, sont esgaux à deux angles droicts, & par la premiere commune sentence lesdicts deux angles seront esgaux à deux angles droicts, & par la 14 proposition du premier liure, les autres costez d'iceux triangles seront en vne mesme ligne droicte.

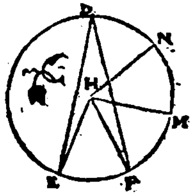


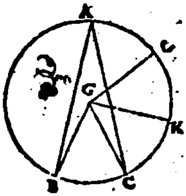
33

Aux cercles esgaux les angles ont la mesme raison qu'ont leurs circonferences ausquelles ils s'appuyent, soit qu'ils s'appuyent à icelles circonferences estants constituées aux centres ou aux circõferences, & dauantage aussi les secteurs ceux qui consistent aux centres.

FORCADEL.

Car en prenant les deux circonferences pour vne premiere & ſecõde grandeurs,& les deux angles qui les cheuauchent ou aux centres ou aux circonferẽces pour vne troiſieſme & quatrieſme, c'eſt à ſçauoir l'angle qui cheuauche la premiere pour la troiſieſme,& l'angle qui cheuauche la ſeconde pour la quatrieſme, certainement lon ne ſçauroit prendre le pluſieurs fois de la premiere, ainſi que nous l'auons pris en la premiere propoſition du quatrieſme liure,qu'on ne puiſſe prendre incontinẽt le meſme pluſieurs fois de la troiſieſme par la 27 propoſitiõ du troiſieſme liure pour les angles & par la 26,28 & 29 propoſitions du meſme troiſieſme liure,ou comme nous l'auõs pris en icelles pour les ſecteurs:car tout ainſi que nous auons prins les angles pour vne troiſieſme & quatrieſme, auſsi entẽdons nous prẽdre les ſecteurs & ſemblablement pour vne troiſieſme & quatrieſme grandeurs, & en prenant le pluſieurs fois de la ſeconde, par les meſmes propoſitions on prẽdra le meſme ou vn meſme pluſieurs fois des quatrieſmes, vn chacun de la ſienne, & par les meſmes propoſitions, c'eſt à ſçauoir la 27 pour les angles & les autres pour les ſecteurs, ſi le pluſieurs fois de la premiere eſt eſgal plus grant ou plus petit au pluſieurs fois de la ſeconde, les pluſieurs fois des troiſieſmes ſeront auſsi ſemblablement eſgaux plus grands ou plus petits aux pluſieurs fois des quatrieſmes vn chacun au ſien (car tant les circõferences que les angles,&c.ſe peuuent multiplier, tellement que le pluſieurs fois de l'vne circonference, excedera le pluſieurs fois de l'autre,&c. tout ainſi auſsi qu'on pourra multiplier tant

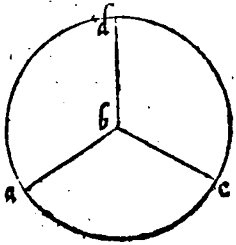




de fois la circonferéce du cercle & tant de fois le diametre que l'vn plusieurs fois excedera l'autre, d'ou viendra qu'il y aura raison entre la circonference & le diametre par la 5 deffinition du cinquiesme liure : car 4 diametres excedent la circonferéce par la 7 proposition du 4 liure, & par ainsi 8 diametres excedent 2 circonferences, & 3 circonferences excedent 8 diametres par la 15 proposition du 4 liure :) dócques par la 6 deffinition du 5 liure, la raison de la premiere à la secód[illegible] sera comme la raison des troisiesmes aux quatriesmes vne chacune troisiesme à sa quatriesme, c'est à dire que la raison de la circonference à la circonference, sera comme de l'angle à l'angle & encores la raison de la circonference à la circonferéce sera comme du secteur au secteur.

CORRELAIRE.

Et est manifeste que comme le secteur au secteur, tout ainsi l'angle à l'angle. Ce correlaire est tresmanifeste par la 11 proposition du 5 liure, duquel aussi lon peut prédre la similitude des secteurs. Par ceste proposition si ló nous donne la circonference d'vn secteur & le rayon du cercle dont il est le secteur, qui est l'vne des lignes droictes qui contiennent l'angle au centre, nous pourrons auoir le contenu du secteur en trouuant le contenu du cercle du secteur & faisant comme toute la circonferéce du cercle à la circonference du secteur, tout ainsi le contenu du cercle audict secteur. Comme si on nous demande le contenu d'vn secteur, ayant 7 pour l'vn desdicts costez & 11 pour sa circonference, certainement le cercle dont il est secteur aura 14 de diametre par la 15 deffinition du premier liure, & par la 3 proposition du liure de trois propositions d'Archimede il aura 44 de circonference, car quant 7 donnét 22 certainement 14 donneront deux fois 22, c'est à sçauoir 44 & pource que les moitiez de 14 & 44 sont 7 & 22, & que 7 fois 22, sont 154, le cercle cótiédra 154 par la premiere propositió dudict liure d'Archimede:mais la circonferéce de nostre secteur est 11, & pource nous dirons que comme 44 est à 11, certainemét 154 aura vne telle raison à sa quarte partie, c'est à sçauoir à 38 $\frac{1}{2}$, & si la circonferéce du secteur estoit 15 &c. il cótiendroit 52 $\frac{1}{2}$, car quant 22 donnent 15,77 en donneront autant ou bien 15 est plus grant que 11 de l'onziesme de 44 aussi 52 $\frac{1}{2}$ est plus grant que 38 $\frac{1}{2}$ de l'onziesme de 154. Nous disons cecy pour les studieux, & pour l'exercice de ceux qui apprénent, ou bien comme 44 est à 154, vne telle raison y a de 11 à 38 $\frac{1}{2}$, & comme 44 est à 154 aussi est 4 à 14, & par la 11 proposition du 5 liure, comme 11 à 38 $\frac{1}{2}$, ainsi est 4 à 14 & par la 12 & 11 propositions du 5 liure, la raison de 44 à 154 sera comme de 15 à 52 $\frac{1}{2}$. Mais à celle fin de rendre plus certains ceux qui apprennent, nous adiousterons la demonstration, pourquoy en ceste proposition nous prenons que tout ainsi que la circonference du cercle est à la circonferéce de son secteur, tout ainsi ou telle est la raison du cercle au secteur. Soit le cercle *a d c*, diuisé en trois secteurs (& cela qui se dira de trois, ce dira de tant d'autres secteurs qu'on voudra) *a b c* : *c b d* : *d b a*: & comme par ceste proposition, la raison de la circonference *d c*, à *c a*, est côme *d b c*, à *c b a*, & la raison de la circonference *d a*, à *a c*, est comme le secteur *d b a*, au secteur *a b c*, & par la 24 proposition du 5 liure, la raison de la circonference *c d a*, à *a c*, est comme des secteurs *c b d*, & *d b a*, au secteur *a b c*, & par la 18 proposition du 5 liure, la raison de toute la circonference du cercle *c d a*, à la circonference du secteur *a c*, est comme des trois secteurs, ou de tout le cercle au secteur *abc*, & par vne mesme façó & par le correlaire de la 4 ou 19 ꝓpositió du 5 liure, la raison de toute la circóference à la circonference de l'autre secteur *c d a*, sera comme de tout le

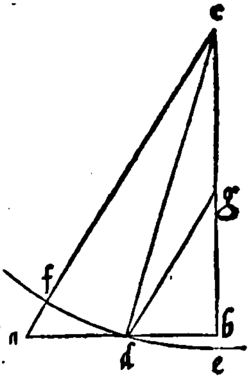


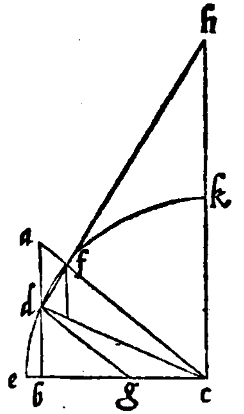
cercle au secteur *c d a*, &c.

Et de là est manifeste que la moitié de la circonference d'vn secteur multipliée par l'vne des lignes droictes qui le cótiennent auec sa circonference, produira le contenu du secteur. Nous prendrons encores icy que s'il y a deux cercles concentriques, c'est à dire ayants vn mesme centre, les circonferences des secteurs des cercles, ayants vn angle commun ou estants en vn angle commú serót semblables: car la raison de la circonference de l'vn cercle à la circonference de son secteur, sera comme quatre angles droicts à l'angle commun des secteurs, & comme quatre angles droicts, sont à l'angle commú des secteurs, ainsi sera la circonference de l'autre cercle à la circonference de son secteur, & par la 11 proposition du 5 liure, comme la circonference de l'vn cercle sera à la circonference de son secteur, ainsi sera la circonference de l'autre cercle à la circonference de son secteur, & par cela lon a congneu combien de stades en la terre respondent à vn degré du ciel, c'est à dire combien de chemin du plus grand cercle qui puisse ceindre la terre respond à vn degré de l'equateur.

Maintenant pour la fin de ceste mienne entreprise ie dóneray encores à mon pais, aux studieux, & à ceux qui apprennent, que si de l'vn des angles poinctus d'vn triangle rectangle lon meine vne ligne droicte à la base, la raison de toute la base à la piece de la base qui est entre l'angle droict, & ladicte ligne est plus grande que la raison de l'angle contenu de ladicte ligne & de ladicte piece, à l'autre angle poinctu dudict triangle rectangle: car si de l'angle poinctu *c*, du triangle rectangle *a b c*, on meine vne ligne droicte *c d*, à la base d'iceluy, par la premiere demande, & à l'entour du poinct *c*, de la grádeur de la ligne menée on descrit le secteur *f d e*, par la 3 demande, il est certain par la 19 proposition du premier liure, que la ligne *c d*, sera plus grande que *c b*, & plus petite que *c a*, &c.

&c.ainsi que Vitellion le demonstre en la 35 propositiō de son premier liure: & en cōsiderāt les quatre grādeurs *ecd*, *dcb*, *fcd*, & *dce*, desquelles la premiere est plus grāde que la troisiesme par la 9 commune sentence, & par la mesme commune sentence, la seconde est plus petite que la quatriesme, certainement comme nous l'auons prins en la 8 proposition du 5 liure, & comme il le demonstre en la 9 propositiō dudict premier liure, la raison du triāgle *acd*, au secteur *fcd*, sera plus grande que du triangle *dcb*, au secteur *dce*: Mais la raison de la piece de la base *ad*, à la piece de la base *db*, est comme *acd*, à *dcb*, par la premiere proposition de ce liure, laquelle est plus grāde que du secteur *fcd*, au secteur *dce*, & par ainsi par la 13 proposition du 5 liure, la raison de *ad*, à *db*, sera plus grāde que du secteur au secteur, laquelle est par ceste proposition comme de l'angle *fcd*, à l'angle *dcb*, doncques par la mesme 13 proposition la raison de *ad*, à *db*, sera plus grande que de l'angle *acd*, à l'angle *dcb*, & comme nous l'auons prins en la 18 proposition du 5 liure, la raison de toute la base *ab*, à la piece *db*, qui est entre l'angle droict & la ligne menée, sera plus grande que de l'angle *acb*, à l'angle *dcb*. Mais il faut faire passer par le poinct *d*, vne parallele à *ac*, par la 31 proposition du premier liure, qui sera *dg*, & comme nous l'auons pris en la 4 proposition de ce liure, la raison de la base *ab*, à la piece *db*, sera telle que de *cb*, à *gb*, laquelle (comme nous venōs de demonstrer) est plus grande, que de l'angle *cdb*, à l'angle *gdb*, c'est à dire par la 29 proposition du premier liure, la 7 & 13 propositions du 5 liure, que de l'angle *cdb*, à l'angle *cab*, & par la mesmes 13 proposition la raison de *ab*, à *db*, sera plus grande que de l'angle *cdb*, à l'angle *cab*. Et comme il soit ainsi que la ligne *ac*, soit plus grande que la ligne *dc*, & *dc*, plus grande que *dg*, il est certain par la 8 proposition du 5 liure, que la raison de la ligne *ac*, à la ligne *dc*, sera plus petite que à *dg*, & par la 13 propositiō du 5 liure, elle ſera auſsi plus petite que celle de la ligne *c b*, à *b g*, ou *a b*, à *d b*: nous auons veu que la raiſon de l'angle *b d c*, à l'angle *b a c*, eſt plus petite que de la baſe *a b*, à la baſe, ou partie d'icelle *d b*, la raiſon auſsi de la ligne *a c*, à la ligne *d c*, eſt plus petite que de *a b*, à la meſme *d b*: voyons maintenāt laquelle des deux eſt la plus grande, ou la raiſon de la ligne *a c*, à la ligne *d c*, ou la raiſon de l'angle *c d b*, à l'angle *c a b*, & pour cela faiſons paſſer par le poinct *c*, à la baſe *a b*, la parallele *c h*, & ſoit menée la circonference *e d f*, iuſques à *k*, & la ligne droicte *d f*, iuſques à *h*, & d'auantage par le poinct *f*, paſſe la parallele à *a b*, *f*, il eſt certain par la 4 propoſition de ce liure, & la 11 propoſition du cinquieſme liure, que la raiſon de *a c*, à *c f*, eſt telle qu'eſt de *d h*, à *f h*, laquelle par la premiere propoſitiō de ce liure, eſt comme du triāgle *d c h*, au triangle *f c h*, laquelle eſt plus petite que du ſecteur *d c k*, au ſecteur *f c k*, par cela que nous auōs pris en la 8 propoſition du 5 liure, & par la 18 propoſition du meſme 5 liure, par la 13 propoſition duquel doncques & par la 11 propoſition d'iceluy meſme liure, la raiſon de la ligne *a c*, à *c f*, c'eſt à dire à *d c*, ſera plus petite que





de l'angle *d c h*, c'eſt à dire *c d b*, à l'angle *a c h*, c'eſt à dire à l'angle *b a c*, la premiere demonſtration ſe peut faire auſſi en menant vne parallele à la ligne *d c*, paſſant par le poinct *a*, &c. Si doncques de deux triangles rectangles, l'vn des coſtez qui contiennent l'angle droict de l'vn eſt eſgal à l'vn des coſtez qui contiennent l'angle droict de l'autre & les autres coſtez de l'vn ſont ineſgaux aux autres coſtez de l'autre, la raiſon de l'angle cõtenu des deux plus petits à l'angle cõtenu des plus grãds, ſera bien plus petite que la raiſon du plus grant coſté au plus petit, ne ſouſtenant pas l'angle droict: mais elle ſera plus grande que du plus grant coſté au plus petit ſouſtenant l'angle droict : qui eſt l'endroict ou ma main prendra occaſion de ſe repoſer, en recognoiſſant de la ſeule main de Dieu & de ſa ſeule grace, bonté & miſericorde, toutes les choſes qu'il m'a données pour les vous donner.

F I N.

Corrigez les fautes en la maniere qui enſuit.

En la 7 deffinit. du 1. liu. pag. 2. liſez (qui demeure eſgallement entre ſes lignes.

En la fin de l'interpretation de la 44 propoſi. du 1. liure pag. 37. liſez (demandé par la premiere demande.

En la pag. 114. du liure 4. ligne 8. liſez (& 29.

En la pag. 150. du 5. liure, ligne 18. liſez (par la 4, 16 & 21 propoſitions de ce liure. Et en la ligne 20. en la meſme pag. liſez (de la premiere de l'autre part: Et en la ligne 21 liſez (de la troiſieſme d'vne part: Et en la ligne 22 liſez (de la troiſieſme de l'autre part & par la 6 deffinition & 16 propoſition de ce liure.

En la pag. 146. propoſ. 20. du 5 liure, ligne 4. liſez (plus grande que la ſixieſme.

En la 25. deff. du 5. liur. lig. 12 liſez (& par ainſi la difference.

En la pag. 149. du 5. liure ligne 31. liſez (de 5 à 20.

En la pag. 156. propoſ. 1. du vi. liure, liſez ſeulement vne fois (par la ſixieſme deffinition.

En la pag. 162. du vi. liure ligne 1 liſez (le produict.


PRINCIPIVM EX FIDE
FINIS IN CHARITATE