Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Google Livres

CONTENTA.

107466

EVCLIDIS Megarenſis Geometricorum elemẽtorum libri XV.
CAMPANI Galli trãſalpini in eoſdem cõmentariorum libri XV.
THEONIS Alexandrini Bartholamæo Zamberto Veneto interprete, in tredecim priores, commentariorum libri XIII.
HYPSICLIS Alexãdrini in duos poſteriores, eodẽ Bartholamæo Zamberto Veneto interprete, commẽtariorum libri II.

LYON

VTCVNQVE NOSTER VALVIT LABOR conciliata ſunt hæc omnia, ad ſtudioſorum non paruam (quam optamus) vtilitatem: id Magnifico D. FRANCISCO Briconneto poſtulãte. Si hæc beneuole ſuſcipiãtur, & fructum adferãt quẽ cupimus: alia eiuſdẽ authoris opera prodibũt in lucẽ, ſucceſſum præſtãte deo, & adiutoribus (vbivbi gẽtiũ ſint) ad bonarũ literarũ inſtitutionẽ probe affectis Gallis, Italis, Germanis, Hiſpanis, Anglis, quibus omnibus proſpera imprecamur: & puram pio dignitate veramq; cognitionis lucem.

LYON

PARISIIS in officina Henrici Stephani e regione icnolæ Decretorum.

BIBLIOTHEQUE DE LYON







FRANCISCO BRICONNETO CLARISSIMO VIRO, D. SVO PRAESTANTISSIMO, IACOBVS FABER S. D.

DVm gubernacula regni adhuc moderaretur inclytiſſimꝰ Rex LVDOVICVS XII, tu vero cameræ ærarij regij magiſtratũ gereres: efflagitaſti Generoſe Franciſce commentarios in Geometriam Euclidis Megarẽſis, viri ſane omnium in hoc exercitij genere cõſummatiſſimi, tuo fauore recognoſci. Quam petitionem tuam, eo libẽtius amplectebar: quo mihi multis eras carior. vt qui admodũ iuuenis (ita inſtituẽte Nobiliſſimo Patre tuo. D. meo, mihi q̃dẽ & oĩbus q̃ eũ nouerũt piẽtiſſimę mẽoriæ, Petro Bricõneto Equite aurato, & fideliſſimo regni generali Exqueſtore) mecũ in philoſophicis te exercueras, poſt noſtri Pauli Aemilij ferulã, ſub quo tũc apprime, tũ in lingua latina, tum in hiſtoria profeceras. Excitabat me id inſuper: q̃ olim decem primorum librorum ipſius Euclidis demonſtrationes ex Campano, recognouerã, quę res mihi fiduciã pariebat: reſidui minuẽdi laboris. Cæterum vtilitas quam bonarũ literarũ ſtudioſis acceſſuram ſubaugurabar: omnem leuabat laborẽ. nã veræ doctrinæ perceptio: vanitatum & errorum detectio eſt, eiectioq̃ inſulſorũ dogmatũ. Nouit enim Geometria Dędalias fabrefacere labyrinthos: quibus ineluctabiliter cũ vlulante Minotauro, perpetuo relegatos (ſi vſq̃ erunt) occludat ſophiſtas, adaperta veræ Philoſophiæ ianua. Hæc ſiquidem: mea mẽs fuerat. Verũ lõge ſecus euenit: atq̃ mihi propoſuerã. Nam eo tẽpore (certa impellente cauſa) Reuerendus in Chriſto P. Dominus meus Epiſcopus Lodouenſis Patruelis tuus, Narbonam proficiſcitur, viſurus Reuerendiſſimum Dominũ Cardinalem Narbonẽſem, Patruum tuum: qui paulopoſt (ſic enim eunt res humanæ: etiam illuſtriores) lachrymas & deſiderium ſui multis relinquens/ex hac incerti momẽti luce (ſed mea ſentẽtia, feliciter) migrauit ad Dominum. Nam adeo ſancte & religioſe (ipſe teſtis aderam) vt non tam lugendus, q̃ reuera beatus ex ipſo trãſitu prædicandus videatur. Igitur R. Dominum meũ, cui ſuper omnes viros debebam ac debeo, ſecutus: totum negocium cõmiſi noſtro Michaeli Pontano, qui tunc mecum cõmunes habebat ædes, in recognoſcẽdis & emittendis libris quos prodeſſe poſſe arbitrabamur, adiutor. eius eni ingeniũ noueram: & in intelligentia magnitudinum ac numerorum, perſpicacitatem. Ille vero prouinciam ſuſcepit admodum lubens: quia te iam agnoſcebat benefactorem, cui præ cęteris mortalibus cupiebat, in aliquo morẽ gerendo, gratificari poſſe. Quos quidem commentarios, non Campani modo, ſed & Theonis Alexãdrini, Bartholamęo Zãberto Veneto interprete, vbi recognouit: ſe totũ obligauit officinæ, duriſſimam profecto verſans glebã, vt labores ſuos tibi offerat, et per te cęteris literatis. Igitur illũ in fu

turũ agnoſces, agnoſces quidẽ tuum: & propenſiſſimũ eius tibi obſequendi animũ. Et vtinã ſtudioſi cognoſcerẽt: quãtũ fructus decerpere poſſunt ex authorũ fideliter traditis opib⁹. Vna qdẽ in oĩb⁹ relucet veritas q̃ lucẽ habitat inacceſſam: ad quã per ea tãq̃ per certos gradus ſcãditur, & maxime ſi analogiarũ & aſſurrectionũ nõ ignorctur modus. Verũ id: mun⁹ dei eſt. Sed q̃ (obſecro) prõptiores, abſtractiores, puriores ad diuina ſurgẽdi p̃bere poſſint analogias, q̃ nullius fœdi, nulliuſq; rei carnalis pręſe ferãt vestigiũ: q̃ literæ Mathematicæ? Id haud ipẽdio difficile itelligẽt: q Analytica nũerorũ Odonis, & eiuſdẽ de Triade libellũ, libroſq; Cardinalis Cuſę legerit, quales ſũt ij quos de Docta ignorãtia, de Cõiecturis, de Beryllo ĩtitulat, & ſimiles. Et hic philoſophãdi modus: vetuſtiſſimus fuit, ante etiã Pythagorã, Platonem, & Ariſtotelẽ. vt vel ex antiquitate: cognoſcatur auguſtior. Et hanc philoſophiæ partem, Geometriã dico (quantũ memoriæ proditũ eſt) primi omniũ Phœnices & Aegyptij reperere. Deinde Thales Mileſius, Ameriſtus, Pythagoras, Anaxagoras Clazomeni⁹, Oenopides & Hippocrates Chij, Theodorus, Plato, Cleodamas, Architas, Theætetus, his poſteriores Eratoſthenes, Archimedes, Neocles, Leon, Eudoxus, Amyclas, Hermotimus, Theon, Pappus, Hypſicles: hi omnes & plerique alij, magnifice hanc ſcriptis & laudibus honeſtauere. Sed & ipſa manet laudibus ſuperior: maxime ſcientibus ea ipſa ad diuinorum inueſtigationem vti. Arithmetice enim ex vnius noti luce: omnia patefacere poteſt. Vnum vero ignotum: haud paruipendendum in Geometria pondus habet. deus vnus, notus pariter & ignotus: a quo oĩs lux cognitionis pendet, & per quẽ noſcũtur õnia. Per vnũ notũ, rationaliter: per vnũ ignotũ, ſupra rationẽ philoſophamur. Inuẽtio quadraturæ circuli (modo ad omnẽ circulũ, ſurdum nõ ſit omne quadratum) ſupra rationem eſt, & vnũ exposcit ignotum. Neq; adhuc aliter inter quæuis duo deſignata extrema, poſſe duo media proportionalia conſtituere repertum eſt: q̃ per vnum ignotum. Quo fit vt p̃exercitari in ea parte Arithmetices quæ de vno ignoto, numero, plano, latere cũ tetragonico tum cubico, tetragono, cubo, tetragono tetragoni, cuboq; cubi tractat, & horũ iuicẽ adiectione, ſubſtractione, ductione, ſubductione, nunc ſimpliciter, nũc per plus atq; minus, nõ paruũ Geometræ adferat adminiculũ. Cũ enĩ exploratũ tibi ſit, per 47 primi huius operis, diametrũ quadrati, duplũ poſſe ad latus eiuſdem: quo pacto agnoſces, diametrũ, actu adijcere lateri (niſi excidit memoria) latus tetragonicũ ſenarij, minus latere tetragonico 32, id eſt duorum ſupra triginta, ſi ignoraueris latus tetragonicũ binarij a binario ſiue a latere tetragonico quaternarij quod idẽ eſt, per minus ſubſtrahere? Sed plura ſuper his diſſerere: breuitas nõ ſinit epiſtolaris. Vale igitur & me, tuũq; Michaelẽ ſolita proſequere beniuolẽtia ac humanitate. Pariſijs. Anno M. D. X V I. poſtridie Epiphaniæ Domini: qui & ſæculi noſtri & poſteritatis, proſpere ſtudijs infulgeat. Iterum feliciter Vale.

Odo Cuſa

Thales
Ameriſtus
Pythagoras
Anaxagoras
Oenopides
Hippocrates
Theodorus
Plato
Cleodamas
Architas
Theætetus
Eratoſthenes
Archimedes
Neocles
Leon
Eudoxus
Amyclas
Hermotimus
Theon
Pappus
Hypſicles

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

¶EX Campano: triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

1 PVnctus: eſt cuius pars non eſt.

2 ¶Linea: eſt longitudo ſine latitudine.

3 ¶Cuius quidem extremitates: ſunt duo puncta.

4 ¶Linea recta: eſt ab vno puncto ad alium breuiſſima extenſio/ in extremitates ſuas eas recipiens.

5 ¶Superficies: eſt quæ longitudinē et latitudinem tantum/ habet.

6 ¶Cuius quidem termini: ſunt lineæ.

7 ¶Superficies plana: eſt ab vna linea ad aliam breuiſſima extenſio/ in extremitates ſuas eas recipiens.

8 ¶Angulus planus: eſt duarum linearum alternus cōtactus/ quarum expanſio eſt ſuper ſuperficiem / applicatioq; non directa.

9 ¶Quando autem angulum cōtinent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur.

10 ¶Quando recta linea ſuper rectam ſteterit/ duoque anguli vtrobiq; fuerint æqules: eorum vterq; rectus erit. lineaq; lineæ ſuperſtans: ei cui ſuperſtat/ perpendicularis vocatur.

11 ¶Angulus vero qui recto maior eſt: obtuſus dicitur.

12 ¶Angulus vero minor recto: acutus appellatur.

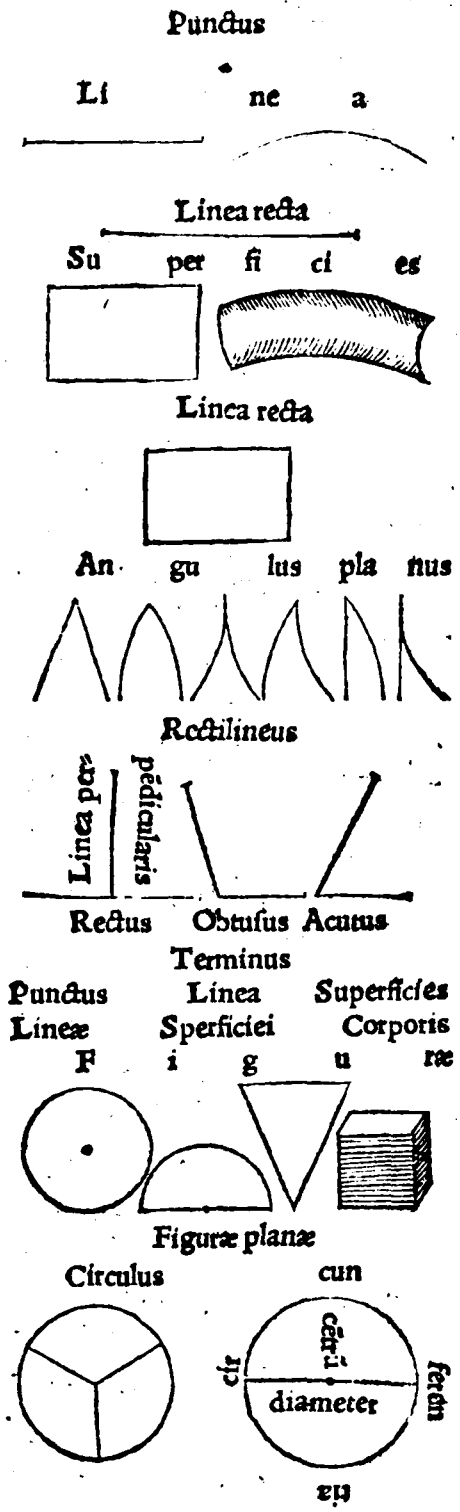
14 ¶Terminus: eſt quod vniuſcuiuſq; finis eſt.

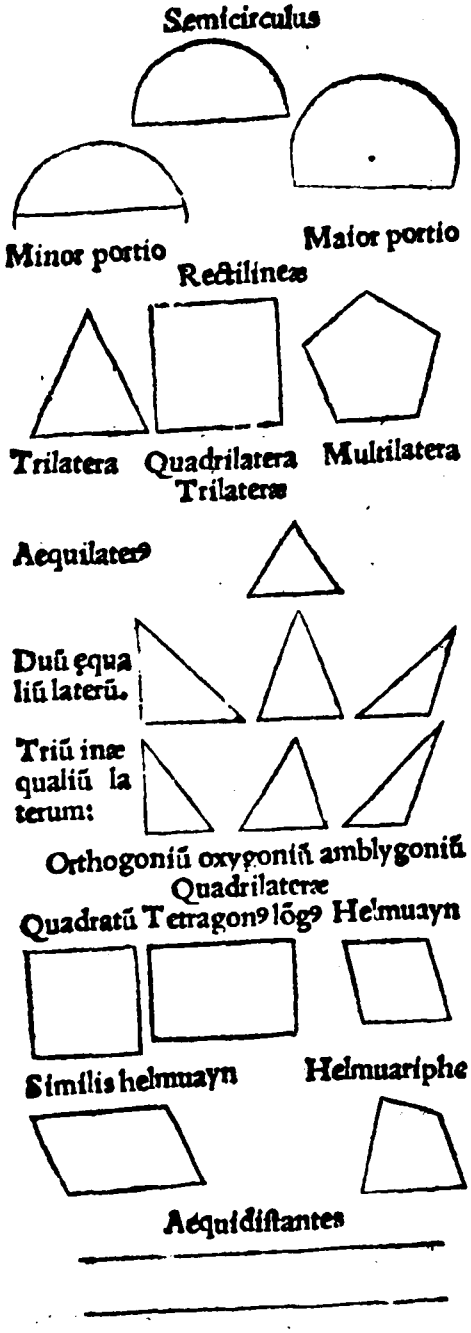
15 ¶Figura: eſt quæ termino vel terminis continetur.

16 ¶Circulus: eſt figura plana vna quidem linea contenta quæ circumferētia nominatur / in cuius medio punctus eſt/ a quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiā exeuntes/ ſibi inuicē ſunt æquales.

17 ¶Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.

18 ¶Diameter circuli: eſt linea recta quæ ſuper eius centrū trāſiens/ extremitateſq; ſuas circunferenti applicans/ circulum in duo media diuidit.





¶Semicircu us: ẽ ſigura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 18

¶Portio circuli: eſt figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta / ſemicirculo quidem aut maior aut minor. 19

¶Rectilineæ figuræ: ſunt quæ rectis lineis continentur. 20

¶Quarum quædã trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 21

¶Quædã quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 22

¶Quædã multilateræ: quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur. 23

¶Figurarum trilaterarum: alia / eſt triangulus habens tria latera ęqualia. 24

¶Alia: triangulus duo habens ęqualia latera, 25

¶Alia: triangulus trium inæqualium laterum. 26

¶Harum iterum alia eſt orthogonium: vnũ ſcilicet rectum angulum habens. 27

¶Alia eſt amblygonium: aliquem obtuſum ãgulũ habens. 28

¶Alia eſt oxygonium: in qua tres anguli ſunt acuti. 29

¶Figurarum autem quadrilaterarum: alia eſt quadratum / quod eſt æquilaterum atq; rectangulum. 30

¶Alia eſt tetragonus longus: quę eſt figura rectangula / ſed ęquilatera non eſt. 31

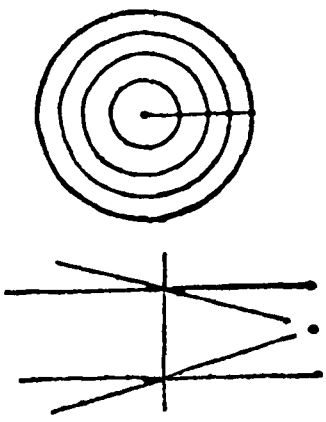
¶Alia eſt helmuayn: quæ eſt ęquilatera / ſed rectangula non eſt. 32

¶Alia eſt ſimilis helmuayn: quæ oppoſita latera habet æqualia atq; oppoſitos angulos æquales / idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus cõtinetur. 33

¶Præter has autẽ omnes / quadrilaterę figuræ: helmuariphe nominantur. 34

¶Aequidiſtantes lineæ: ſunt quæ in eadem ſuperficie collocatæ: atq; in alterutram partẽ protractę non conueniunt / etiam ſi in infinitum protrahantur. 35

Secundum Petitiones.



¶A quolibet puncto in quemlibet punctum: rectam lineam ducere, atq; lineam definitam: in continuum rectumq; quantumlibet protrahere. 1

¶Super centrum quodlibet / quantumlibet occupãdo ſpacium: circulum deſignare. 2

¶Omnes rectos angulos: ſibiinuicem eſſe æquales. 3

¶Si linea recta ſuper duas lineas rectas eeciderit / duoq; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint: iſtas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniunctum iri. 4

¶Duas lineas rectas: ſuperficiem nullam concludere. 5

¶Tertium. Communes animi conceptiones.

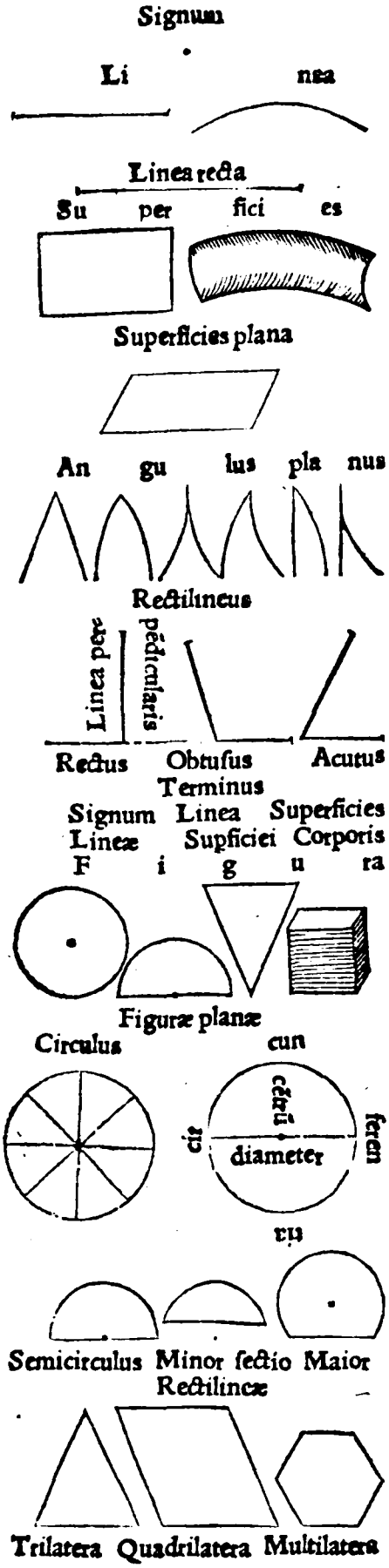
1 ¶Quæ vni & eidē ſunt æqualia: & ſibi inuicē ſunt æqualia.
2 ¶Et ſi æqualibus æqualia addātur: tota quoq; fient æqualia.
3 ¶Et ſi ab ęqualibus ęqualia auferantur: quæ relinquuntur erunt æqualia.
4 ¶Et ſi ab inæqualibus æqualia demas: quæ relinquūtur erūt inæqualia.
5 ¶Et ſi inæqualibus æqualia addas: ipſa quoq; fiēt iæqualia.
6 ¶Si fuerint duę res vni duplices: ipſæ ſibiinuicem erunt æquales
7 ¶Si fuerint duæ res quarum vtraq; vnius eiuſdem fuerit dimidium: vtraq; erit æqualis alteri.
8 ¶Si aliqua res alicui ſuperponatur/ applíceturq; ei/ nec excedat altera alteram: illæ ſibiinuicem erunt æquales.
9 ¶Omne totum: eſt maius ſua parte.

¶CAMPANVS. ¶Sciēdum eſt autem: q; pręter has cōmunes animi conceptiones/ ſiue cōmunes ſententias/ multas alias quæ numero ſunt incomprahenſibiles/ pręterm iſit Euclides. quarum: hæc eſt vna.

¶Si duæ quantitates æquales/ ad quamlibet tertiam eiuſdē generis comparentur: ſimul erunt aurbæ illa tertia aut æque maiores/ aut æque minores/ aut ſimul æquales.

¶Item alia. Quanta eſt aliqua quātitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis: tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiuſdem generis.

¶In quantitatibus continuis hoc vniuerſaliter verum eſt: ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus/ ſiue minores. magnitudo enim: decreſcit in infinitum. in numeris autē: non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi: erit quilibet tertiius æque ſubmultiplex alicuius quarti. quoniam numerus creſcit in infinitum: ſicut in infinitum minuitur.



GEO. ELE. EV.

¶Euclidis Megarensis Græci philosophi Bartholomęo Zãberto Veneto interprete: triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

Signum: est cuius pars nulla. 1

¶Linea vero: longitudo illatabilis. 2

¶Lineæ autem limites: sunt signa. 3

¶Recta linea: est quę ex ęquali/sua interiacet signa. 4

¶Superficies: est quæ longitudinem latitudinemq; tantum habet. 5

¶Superficiei extrema: sunt lineæ. 6

¶Plana superficies: est quę ex ęqualibus suas interiacet lineas. 7

¶Planus angulus: est duarum linearum in plano sese tãgentiũ & non in directo iacentiũ, ad alterutrã inclinatio. 8

¶Quando autem quæ angulum continent / rectæ lineæ fuerint: rectilineus angulus nuncupatur. 9

¶Cum vero recta linea super rectam consistens lineã/ vtrobiq; angulos æquales adinuicem fecerit: rectus est vterq; ęqualium angulorũ. & quæ superstat recta linea: perpendicularis vocitatur/ super quam steterit. 10

¶Obtusus angulus: maior est recto. 11

¶Acutus vero: minor est recto. 12

¶Terminus: est quod cuiusq; finis est. 13

¶Figura: sub aliquo/vel aliquibus terminis cõpræhenditur. 14

¶Circulus: est figura plana vna linea contenta quæ circunferentia appellatur/ad quam ab vno signo introrsum medio existente omnes prodeuntes lineæ/in ipsiusq; circuli circunferentiam incidentes/adinuicem sunt æquales. 15

¶Centrum vero: ipsius circuli signum appellatur. 16

¶Dimetiẽs circuli: est recta quædam linea per centrũ acta/ et ex vtraq; parte in circuli circunferentiam terminata/quæ circulum bifariam dispescit. 17

¶Semicirculus: est figura quæ sub dimetiente & ea quæ ex ipsa circuli circunferentia sublata est/continetur. 18

¶Sectio circuli: est figura quæ sub recta linea & circuli circũferentia aut maiore aut minore semicirculo/continetur. 19

¶Rectilineæ figuræ: sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

¶Trilaterę figuræ: sunt quę sub tribus rectis continentur lineis 21

¶Quadrilaterę figuræ: sunt quæ sub quatuor compræhenduntur rectis lineis. 22

¶Multilaterę figuræ: sunt quę sub pluribus q̃ quatuor/rectis lineis comprehenduntur. 23

24 ¶Trílaterarum porro figurarum: æquilaterum/eſt triangulum ſub tribus ęqualibus lateríbus contentum.

25 ¶Iſoſceles autē:eſt quod ſub binis tantum æqualibus lateríbus continetur.

26 ¶Scalenumvero: eſt quod ſub tríbus inæqualibus lateríbus continetur.

27 ¶Amplius trílaterarum figurarum:rectangulum triangulū/ eſt quod rectum angulum habet.

28 ¶Amblygonium autem:quod obtuſum angulum habet.

29 ¶Oxygonium vero:quod tres habet acutos angulos.

30 ¶Quadrilaterarum autem figurarum:quadratum quidem/ eſt quod & æquílaterum ac rectangulum eſt.

31 ¶Altera parte longíus:eſt quod rectangulū quidē/at æquilaterum non eſt.

32 ¶Rhombus:eſt quæ æquilatera ſed rectangula non eſt.

33 ¶Rhomboides vero:eſt quæ ex oppoſito latera & angulos habens ęquales/neq; ęquilatera neq; rectangula eſt.

34 ¶Præter hęc autē:reliqua quadrílatera/trapezía appellātur

35 ¶Parallelæ: rectæ líneæ ſunt quæ in eodē exiſtentes plano/ & ex vtraq; parte in ínfinitum productæ/in nulla parte cōcurrunt.

Trilateræ

Aeqlater?

Iſoſceles

Scalenū

Rectāgulū oxygoniū āblygoniū

Quadrilateræ

Quadratū Altera partelōgius Rhōbus

Rhomboides

Trapezium

Parallelæ

Secundum. Poſtulata.

1 ¶Ab omni ſigno ín omne ſignum:rectam líneam ducere.

2 ¶Rectam líneam terminatam;in continuum rectumq; producere.

3 ¶Omni centro & ínteruallo:círculum deſcríbere.

4 ¶Omnes angulos rectos:adínuicem æquales eſſe.

5 ¶Sí in duas rectas lineas recta línea incidens/ínteríores & ī eadem parte angulos duobus rectis mínores fecerít;rectas líneas ín ínfinitum productas concurrere neceſſe eſt ad eas partes ín quíbus anguli duobus rectis mínores exiſtunt.

Tertium. Communes ſententíæ.

1 ¶Quæ eidem æqualia:& ad ínuicem ſunt æqualia.

2 ¶Et ſi æqualibus æqualia adiíciantur:omnia erūt æqualia.

3 ¶Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur: quæ relínquuntur æqualia erunt.

4 ¶Et ſi ínæqualibus æqualia adiungantur:omnía erunt ínæqualia.

5 ¶Et ſi ab ínæqualibus æqualia auferantur: relíqua ínæqualía erunt.

6 ¶Quæ eiuſdem duplícia ſunt:adínuicem ſunt æqualía.

7 ¶Et quæ eiuſdem ſunt dímidium:æqualia ſunt adínuicem.

8 ¶Et quæ ſibimetipſis conueníunt: æqualía ſunt adínuicem

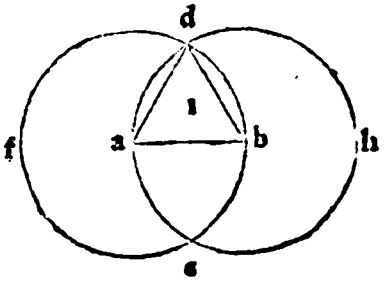
9 ¶Totum:eſt ſua parte maíus.

10 ¶Duæ rectæ líneæ:ſuperficiem non concludunt.

GEO. ELE. EV.

¶Euclidis Megarensis Geometrica elementa: ex Campano.

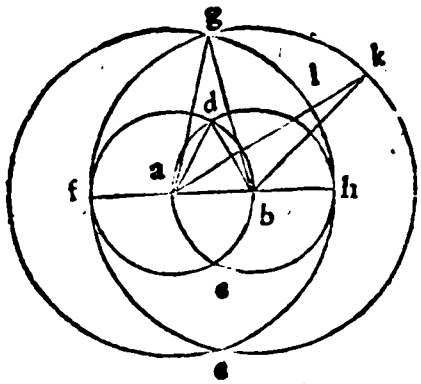
¶Primi libri propositio prima.



TRiangulum æquilaterum: supra datam lineã rectam collocare. 1

¶Esto data linea recta: a b. volo: super ipsam/ triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatem scilicet in puncto a, ponã pedem circini immobilem/ & alterum pedem mobilem extendam vsq; ad b: et describam secundum quantitatem ipsius lineæ datę/ per secũdã petitionẽ circulum c b d f. Rursus alterã eius extremitatem scilicet pũctum b faciã centrũ: & per eãdem petitionem & secundũ eiusdẽ quantitatem/ lineabo circulum c a d h. qui circuli intersecabũt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarũ sectionum sicut sectionẽ d/ cõtinuabo cum ambabus extremitatibus datę lineæ: protractis lineis d a, d b, per primam petitionem. Quia ergo a pũcto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b vsq; ad eius circũferentiam: ipsæ erunt ęquales/ per diffinitionem circuli. Similiter quoq;. quia a puncto b quod est centrũ circuli c a d h/ protractæ sunt lineæ b a & a d vsq; ad eius circunferentiam: ipsæ erunt etiam ęquales. Quia ergo vtraq; duarum linearum a d, b d, ęqualis est lineæ a b/ vt probatum est: ipsæ erunt ęquales inter se/ per primam communem animi cõceptionem. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulũ æquilaterũ. quod est propositum.

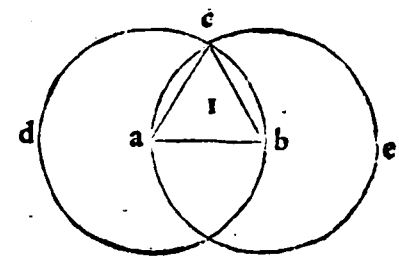
¶CAMPANI additio. ¶Si autẽ super eandem lineã libeat collocare reliquas duas triangulorũ species/ scilicet triangulũ duũ æqualiũ laterũ/ & triangulũ triũ inęqualiũ laterũ: protrahatur linea a b, in vtrãq; partẽ/ vsq; quo occurret circũferentijs amborũ circulorũ super duo pũcta f & h. Et posito centro in pũcto a: lineetur circulus e h g/ secundum quantitatẽ lineæ a h. Item posito centro in puncto h: lineetur circulus e f g, secundũ quantitatem lineę b f. Hi autem circuli: intersecabũt se in duobus punctis quæ sunt e, g. ~~Coniungantur igitur extremitates~~ datę lineę cum altera dictarum sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineę a b, & a f, exeunt a centro circuli c d f, ad eius circunferentiam: ipsæ erunt ęquales. Similiter quoq; a b & b h quia exeunt a centro circuli c a d h vsq; ad ipsius circunferentiã: ipsæ erunt ęquales. Quia ergo vtraq; duarum linearum a f & b h ęqualis est lineę a b: ipsę erunt inter se ęquales. ergo ~~posita a b cõmunicerit~~ b f ęqualis a h. sed b f ęqualis ipsi b g: quia ambæ exeunt a centro circuli e f g, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; a h: est ęqualis ipsi a g. & vtraq; earum est maior a b: eo q; vtraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collocauimus triangulum duorum ęqualium laterum. ~~¶Triangulum~~ etiam trium ~~inęqualium laterum~~ super eandem lineã collocabimus: si aliquod pũctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorum quod non sit in altera duarum sectionum/ & cui non obuiet f h/ cum in vtrãlibet partem producta fuerit in continuum et directũ/ coniunxerimus per duas lineas rectas cũ ambabus extremitatibus datę lineę. Sit enim pũctus k signatus in circunferentia circuli e f g: et nõ sit in altera sectionum/ nec occurrat ei f h, cũ protraheretur in continuum et directum eius vsq; ad circunferentiam. protraham ergo lineas a k et b k. et secabit linea a k: circunferentiã circuli e h g. secet ergo in pũcto l. eritq; b k per. 1. cõmunẽ animi conceptionem æqualis a l: quia b k per diffinitionem circuli est æqualis b g, et a l ęqualis a g. quare a k: est maior b k. Sed & b k: est maior a b. triangulus ergo a b k: est trium inęqualium laterum. Si igitur super datam lineam rectam; omnes triãgulorum species collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propoſitio 1.

1 ¶Super data recta linea terminata: triangulum æquilaterũ conſtituere.

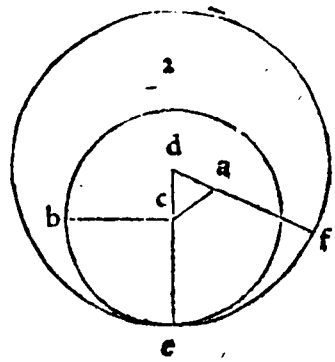
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta terminata linea: a b. Oportet ſuper a b: triangulum æquilaterũ conſtituere. Centro quidem a, ſpacio vero a b, circulus deſcribatur b c d: per 3 poſtulatũ. & rurſus per idẽ/ centro quidẽ b, ſpacio vero b a, alter circulus deſcribatur a c e. Et per 1 poſtulatũ/ a ſigno c, in quo ſe circuli adinuicẽ ſecant: ad a, b, ſigna connectãtur rectæ lineæ c a, c b. Et quoniã a, ſignũ/ centrũ eſt circuli c b d: æqualis eſt per 15 diffinitionẽ, a c ipſi a b. Rurſus quoniam b ſignũ/ cẽtrũ eſt circuli c a e: æqualis eſt b c ipſi b a, per 15 diffinitionẽ. At oſtenſa eſt linea a c: ipſi a b æqualis. vtraq; igitur & c a & c b: ipſi a b eſt æqualis. Quæ autem eidem æqualia: & adinuicẽ ſunt æqualia/ per 1 cõmunẽ ſententiam. & c a igitur: ipſi c b eſt æqualis. Tres igitur lineæ, c a, a b, b c, æquales adinuicẽ ſunt. Aequilaterum igitur eſt triangulum a b c, & conſtitutum ſuper data recta linea terminata a b: quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 A Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propoſitæ æquam rectam lineam ducere.

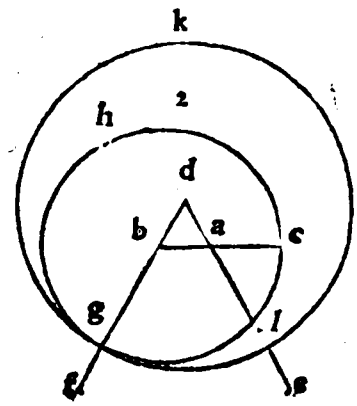
¶CAMPANVS. ¶Sit a, punctus datus: & b c linea recta data. volo a puncto a, ducere lineam vnã æqualẽ lineæ b c: in quãcũq; partẽ contingat. Coniungã ergo punctũ a: cum altera extremitate lineæ b c: cum qua voluero. et coniungam ipſum a, cũ extremitate c, per lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulum æquilaterũ ſecundũ doctrinã præcedentis/ qui ſit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua cõiunxi punctũ datũ/ a ſcilicet: in extremitate c ponã pedem circini immobilẽ, deſcribamq; ſuper ipſum per 3 petitionẽ/ circulum ſecũdum quantitatem ipſius datæ lineæ: qui ſit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato/ ſcilicet latus d e protraham per centrum circuli deſcripti vſq; ad eius circunferentiã: & ſit tota linea ſic protracta d e e. ſecundum cuius quãtitatem/ lineabo circulum/ poſito centro in d: qui ſit circulus e f. Poſtea protraham latus d a vſq; ad circũferentiã huius vltimi circuli: & occurrat circũferẽtiæ ipſius in pũcto f. Dico igitur q; a f: eſt æqualis b c. nã b c & c e ſunt æquales: quia exeunt a centro circuli e b, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; d f & d e ſunt æquales: quia exeũt a centro circuli e f, ad circũferentiam. ſed d a & d c ſunt æquales: quia ſunt latera trianguli æquilateri. ergo ſi d a & d c demantur de d e & d f quæ ſunt æquales: erũt reſidua quæ ſũt a f & c e, æqualia. Quia ergo vtraq; duarũ linearum a f & c b eſt æqualis c e: ipſæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: adinuicẽ ſunt æquales. Quare a puncto a, protraximus lineã a f æqualẽ b c: quod eſt propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. propoſitio 2.

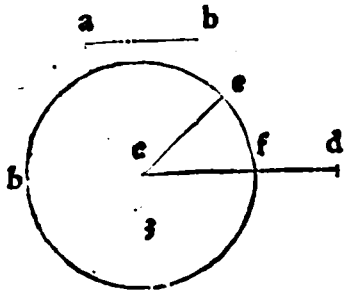
2 ¶Ad datum ſignum: datæ rectæ lineæ æquam rectam lineã ponere.

¶THEON ex Zã. ¶Sit datũ ſignũ, a: data aũt recta linea, b c. oportet ad ipſum a: ipſi b c rectæ lineæ æquã rectã lineã ponere. Ducatur inq; ab a, ſigno in b ſignũ/ recta linea a b: per 1 poſtulatũ. & cõſtituatur per 1 propoſitionẽ/ triangulũ æquilaterũ: ſitq; illud/ d a b. & producãtur per 2 poſtulatũ in rectũ, d a, d b: ſintq; a e, b f. & per 3 poſtulatũ/ cẽtro b/ ſpacio vero b c: circulus deſcribatur c g h. et rurſus per idem/ cẽtro d/ ſpacio vero d g: circulus deſcribatur g k l. Quoniam igitur b ſignũ/ cẽtrũ eſt circuli c g h: æqualis eſt per xv diffinitionem/ b c ipſi b g. et quoniam d ſignũ cẽtrum eſt circuli g k l: æqualis eſt per eãdem/ d l ipſi d g/ quarũ d a ipſi d b/ eſt æqualis per præcedentem. reliqua igitur a l: reliquæ b g per 3 cõmunẽ ſentẽtiam eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem: q; b c ipſi b g eſt æqua



lis. vtraq; igitur & a l & b c: ipſi b g eſt æqualis. Quæ autẽ eidem æqua lia: per primam cõmunem ſententiã & adinuicem ſunt æqualia. & linea a l igitur: ipſi b c eſt æqualis. Ad datum igitur ſignum, a: datæ rectæ lineę b c æqua recta linea collocata eſt a l. quod feciſſe oportuit

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

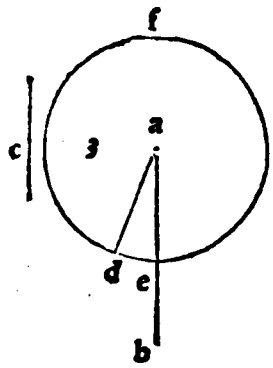


PRopoſitis duabus lineis inęqualibus: de longiori 3
earum breuiori æqualem abſcindere.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: & ſit a b mi nor. volo ex c d abſcindere vnam: quæ ſit æqualis a b. Duco primo a pũcto c, vnã lineam æqualẽ a b, ſecundũ quod do cuit præcedens: quæ ſit c e. poſito ergo centro in puncto c: deſcribã circu lum ſecundum quantitatem c e, qui ſecabit lineam c d. ſit ergo vt ſecet eã in puncto f. eritq; linea c f, æqualis lineæ c e: quia ambæ exeunt a centro eiuſdem circuli ad circũferentiam. & quia vtraq; duarũ linearum a b & c f eſt æqualis c e: ipſæ per 1 cõmunẽ animi conceptionẽ ſunt inter ſe æqua les. quod eſt propoſitum.

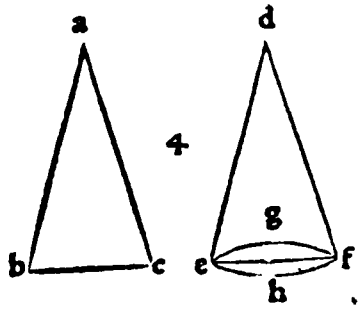
Eucli ex Zamb. Problema 3. propoſitio 3.

¶Duabus datis rectis lineis inæqualibus: a maiori minori 3
æqualem rectam lineam abſcindere.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, a b, c: quarum maior ſit a b. oportet ab ipſa a b maiore: ipſi c minori æqualem rectam lineam abſcindere. Ponatur per ſecundã propoſitionẽ ad ſignum a, lineæ vero rectæ c, æqualis a d. et cẽtro quidem a, interuallo vero a d: per 3 poſtulatum circulus deſcribatur d e f. Et quoniam a ſignum centrũ eſt circuli d e f: æqualis eſt a e ipſi a d. At linea c: ipſi a d eſt æqualis. vtraq; igitur & a e, & c: ipſi a d eſt æqualis. quare & linea a e: ipſi c eſt æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus a b, c: ab ipſa a b maiore ipſi c minori æqualis abſciſa eſt a e. quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

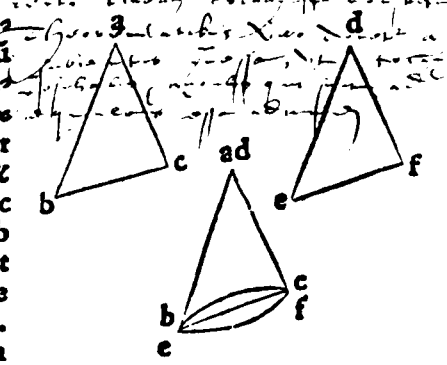


OMnium duorum triangulorum quorum duo late 4
ra vnius duobus lateribus alterius æqualia fuerit duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri: latera quoq; illorũ re liqua ſeſe reſpicientia æqualia reliqui vero anguli vnius reli quis angulis alterius æquales erunt ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, d e f. ſitq; latus a b, æqua le lateri d e: & latus a c, æquale lateri d f. & angulus a: æqualis angulo d. Tũc dico: q; baſis b c, eſt æqualis baſi e f. & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c: æqualis angulo f. & totus triangulus a b c: toti triãgu lo d e f. quod probatur. Supponã triangulum a b c, triangulo d e f: ita q; angulus a, cadat ſuper angulũ d, & latus a b ſuper latus d e, & latus a c ſuper latus d f. Patet autẽ per penultimam conceptionẽ q; nec anguli nec latera ſeſe excedent: eo q; angulus a, eſt æqualis angulo d. & latera ſuperpoſita: iis, quibus ſuperponũtur, per hypotheſin. puncta ergo b c, ca dent ſuper puncta e, f. Si ergo linea b c cadit ſuper lineã e f: patet propo ſitũ. quia cũ linea b c ſuperpoſita lineę e f, non excedat eã nec exceda tur ab ea: eſt ei æqualis per conuerſionem penultimæ conceptionis. Ea dẽ ratione erit angulus b, æqualis angulo e: & angulus c æqualis an gulo f. Si autem linea b c non cadit ſuper lineam e f, ſed cadit intra tri angulum ſicut linea e g f, aut extra ſicut linea e h f: tunc duæ lineæ re ctæ concludunt ſuperficiem. quod eſt contra vltimam petitionem.

Eucli.ex Zamb. Theorema primum. Propoſitio 4.

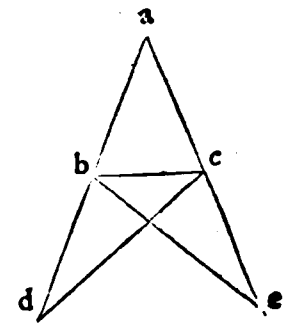
4 ¶Si duo triangula duo latera ~~duobus~~ lateribus æqualia habuerint alterum alteri/& angulum angulo æqualē ſub æqualibus rectis lineis contentum: & baſin baſi æqualem habebunt.& triangulum triangulo æquum erit.ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri:ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.



¶THEON ex Zāberto. ¶Sint bina triangula a b c,d e f:duo latera videlicet a b,a c,duobus lateribus hoc eſt d e,d f,æqualia habentia alterū alteri ſcilicet a b ipſi d e & a c ipſi d f,& angulū b a c angulo e d f æqualem.Dico q̄ & baſis b c:baſi e f eſt æqualis.& triangulum a b c triangulo d e f æquum erit:& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur/ hoc eſt a b c ipſi d e f,& a c b ipſi d f e.Congruente namq; triangulo a b c ipſi d e f triangulo,ac poſito ſigno a ſuper d,& a b recta linea ſuper d e:congruit & ſignum b ſuper ſigno e,ex eo quia linea a b ipſi d e eſt æqualis per hypotheſin. Et congruente linea a b ipſi lineæ d e,congruit & linea recta a c ipſi lineæ d f: quoniam angulus b a c, angulo d e f eſt æqualis per hypotheſin . At quoniam linea recta a c,ipſi d f eſt æqualis per hypotheſin: ſignum igitur c,ipſi ſigno f congruit.Rurſus quoniā c ſignū ipſi f ſigno cōgruit/ at b ſignū ipſi e ſigno congruit:baſis igitur b c,baſi e f congruit.Si enī congruente b ipſi e,& c ipſi f,baſis b c baſi e f non congruit: duæ rectæ lineæ ſuperficiem concludunt.quod per 10 communem ſententiā eſt impoſſibile.Congruit ergo baſis b c,baſi e f:& ei eſt æqualis. Quare totum triangulum a b c,toti triangulo d e f congruit per 8 communem ſententiam:& ei eſt æquale.Et reliqui anguli per eandem reliquis angulis cōgruent/& eis erunt æquales:hoc eſt angulus a b c angulo d e f,& angulus a c b angulo d f e.Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/& angulum angulo æquum ſub æqualibus rectis lineis contentum:baſin quoq; baſi æqualem habebunt.& triāgulum triangulo æquum erit.& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri:ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.Quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 5

5 OMnis trianguli duum æqualium laterum angulos qui ſuper baſin ſunt:æquales eſſe neceſſe eſt.Q̄z ſi eius duo latera directe protrahantur: fient quoq; ſub baſi duo anguli inuicem æquales.

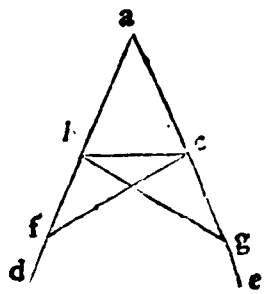


¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c:cuius latus a b ſit æquale lateri a c.Dico q̄ angulus a b c:eſt æqualis angulo a c b. Q̄z ſi protrahantur a b & a c vſq; ad d & e:fiet angulus d b c æqualis angulo e c b.Quod ſic probatur.Protractis a b & a c,ponam per tertiā propoſitionem/lineam a d æqualem lineæ a e:& protraham lineas e b,d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d: quos probabo eſſe æquales/& adinuicem æquilateros & æquiangulos.Sunt enim duo latera a b & a e,trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d,trianguli a c d:& angulus a,communis vtriq;.ergo per præmiſſam/baſis b e eſt æqualis baſi d c:& angulus e æqualis angulo d,& angulus a b e æqualis angulo a c d.Item intelligo duos trianguos d b c & e c b: quos ſimiliter probabo eſſe æquilateros & æqangulos.Nā duo latera b d & d c triāguli b d c,ſunt æqualia duobus lateribus e c & e b triāguli c e b:& āgulus d,angulo e.ergo per præmiſſam baſis baſi:& reliqui anguli reliqs angulis.ergo angulus d b c eſt æqualis angulo e c b.Et eſt ſecundum propoſitum:ſcilicet q̄ anguli ſub baſi ſunt æquales) et angulus d c b,eſt æqualis angulo e b c,Sed totus angulus a

b e:eſt æqualis toti a c d, vt probatum fuit ſupra. ergo angulus a b c reſiduus/eſt per 3 cõmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b reſiduo: quorum vterq; eſt ſupra baſin. Et hoc eſt primum propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 5.

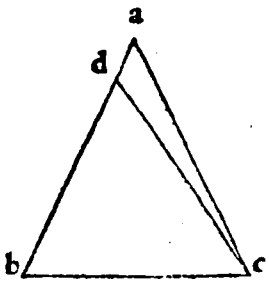
¶ Iſoſcelium triangulorum qui ad baſin ſunt anguli: adinuicem ſunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis / qui ſub baſi ſunt anguli: adinuicem æquales erunt. 5



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulũ iſoſceles a b c, æquũ habens latus a b lateri a c: & ꝓducãtur per 2 poſtulatũ/in rectũ ipſis a b, a c, rectæ lineæ b d, c e. Dico q; angulus a b c, angulo a c b eſt æqualis: & angulus c b d, angulo b c e. Capiatur in linea b d, cõtingens ſignum ſitq; illud f: & auferatur per 3 propoſitionẽ a linea a e maiori/ipſi a f minori æqualis/ſitq; illa a g. & cõnectantur f c & g b. Quoniam a f ipſi a g, & a b ipſi a c, ſunt æquales: duæ igitur f a, a c, duabus g a, a b, ſunt æquales altera alteri. & cõmunem angulũ concludunt: qui ſub f a g continetur. Baſis igitur f c: baſi g b per 4 propoſitionẽ eſt æqualis. & triangulum a f c: triangulo a g b erit æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt/ſub quibus latera æqualia explicãtur: hoc eſt angulus a c f angulo a b g, & angulus a f c angulo a g b. Et quoniam tota a f toti a g eſt æqualis/quarum linea a b lineæ a c eſt æqualis: reliqua igitur b f reliquę c g per 3 cõmunem ſententiã eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem: q; f c ipſi b g eſt æqualis. Duæ autẽ b f, f c: duabus c g, g b, æquales ſunt altera alteri. & angulus b f c: angulo c g b per 4 propoſitionẽ eſt æqualis. & b c baſis eorũ: cõmunis eſt. Triangulum igitur b f c, triangulo c g b erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt / ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur/per eandẽ. Angulus igitur f b c, angulo g c b, & angulus b c f angulo c b g: ſunt æquales. Quoniã igitur totus angulus a b g toti angulo a c f (vt oſtenſum eſt) æqualis eſt/ quorũ c b g angulo b c f eſt æqualis: reliquus igitur angulus a b c reliquo angulo a c b per 3 cõmunem ſententiam eſt æqualis/& ad baſin ſunt trianguli a b c. Oſtenſum eſt autem: q; angulus f b c anglo g c b eſt æqualis/& ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorũ qui ad baſin anguli ſunt: æquales ſunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis / anguli qui ſub baſi exiſtunt: æquales erunt adinuicẽ. quod demõſtrãdum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

SI duo ãguli alicui 9 triãguli æquales fuerit: duo quoq; latera eius illos angulos reſpiciẽtia æqualia erũt. 6



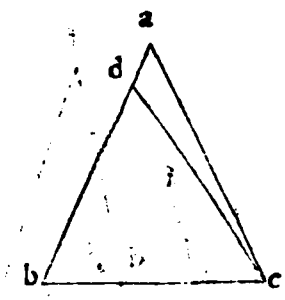
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc eſt *conuerſa præmiſſæ*: quantũ ad primã partẽ ipſius. Sit enim triangulus a b c: cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico q; latus a b: eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia: erit alterum maius. ſitq; a b maius/quod reſecetur ad æqualitatem a c per 3 propoſitionẽ: vt ſuperfluum ſit a d ad partẽ a. & receſetur in puncto d: ſitq; d b æqualis a c. *Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c: quos probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b:* & angulus b æqualis angulo c totali per hypotheſin. ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b: *eſt æqualis angulo a b c per hypotheſin.* ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b: pars videlicet toti. quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 6

¶ Si trianguli duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoq; angulos ſubtendẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt. 6

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c: æquum habẽs angulum a b c, ãgulo a c b. Dico q; & latus a b: æquũ eſt lateri a c. Si enim eſt inæquale latus a b ipſi lateri a c: alterum eorũ erit maius. Sit maius a b.

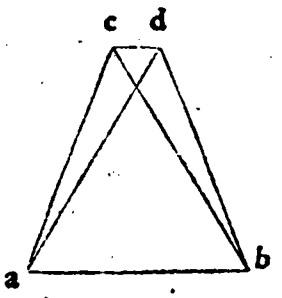
Et auferatur per 3 propoſitionem ab ipſo a b maiori/ ipſi a c minori linea æqualis:ſitq; illa/d b.protrahatur linea d c:per 3 poſtulatum.Igitur qm̃ latus d b eſt æquale lateri a c,cõmunis vero linea b c:duo igitur d b,b c,latera duobus lateribus a c & c b ſunt æqualia alterum alteri.& angulus d b c angulo a c b per hypotheſin.Baſis igitur d c,p 4 propoſitionẽ baſis a b eſt æqualis:& triangulũ d b c,per eandẽ triangulo a c b æquũ erit minus ſcilicet maiori.quod eſt ipoſſibile.Latus igitur a b:lateri a c nõ eſt inæquale. æquale igitur.Si triãguli ergo duo ãguli æq̃les adinuicẽ fuerit: æquales quo q; angulos ſubtendẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt.quod fuerat oſtẽdẽdũ.



Euclı.ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI a duobus pũctis aliquã lineã terminãtibus/ duę lineę ad pũctũ vnũ cõcurrẽtes exierint: ab eiſdẽ pũctis duas duas lineas ſingulas ſuis cõterminalibus equales q̃ad aliũ pũctũ cõcurrãt,in eãdẽ partẽ educi eſt ipoſſibile.

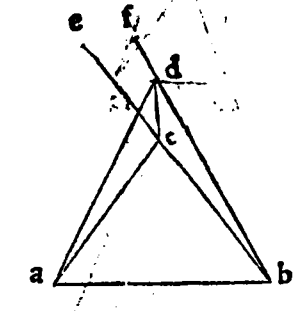
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b:a cuius extremitatibus a & b,protrahãtur duæ lineæ in partẽ vnã q̃ concurrãt in eodẽ pũcto.vt ſint lineæ a c & b c:q̃ concurrãt in puncto c.Dico q; in eandẽ partẽ non protrahẽtur aliæ duę ab extremitatibus lineę a b,q̃ cocurrãt ad aliũ pũctũ:ita q; illa quæ egredietur a pũcto a ſit æqualis a c,& quæ egredietur a pũcto b ſit ſimul æqualis lineæ b c.quod ſi fuerit poſſibile:protrahãtur alię duę lineę in eandẽ partẽ/quæ cõcurrãt in puncto d,& ſit a d æqualis lineę a c,& ſimul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo pũctus d cadet intra triãguliũ a b c:aut extra.nam in alterum laterum non cadet:quia tunc pars eſſet æqualis ſuo toti.Si ergo cadat extra:aut altera linearũ a d & b d ſecabit alteram linearũ a c & b c,aut neutra neutram. Et ſecet primo altera alterã:& protrahatur linea c d.Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d ſunt æqualia:erit angulus a c d æqualis angulo a d c per 5 propoſitionẽ.Similiter quia in triãgulo b c d duo latera b c & b d ſunt æqualia:erunt anguli b c d & b d c per eandẽ æquales. Et qa angulus b d c eſt maior angulo a d c:ſequitur ãgulũ b c d eſſe maiorẽ angulo a c d,partẽ ſcilicet toto.qd eſt ipoſſibile. ¶Si autẽ d cadat extra triangulũ a b c,ita q; lineæ ſe nõ ſecent:protrahã lineã d c,& producã b d & b c ſub baſi vtq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d ſunt æquales:erunt anguli a c d & a d c æquales per 5.ſimiliter quia b c & b d ſunt æquales:erunt anguli ſub baſi qui ſunt c d f & e c d,æquales per 2 partẽ eiuſdẽ. Quia ergo angulus e c d minor eſt angulo a c d:ſequitur angulum f d c eſſe minorem angulo a d c.quod eſt impoſſibile.Eodem modo ducetur aduerſarius ad inconueniens:ſi d punctus cadat intra triangulum a b c.

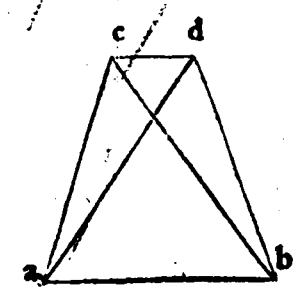


Euclı.ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 7.

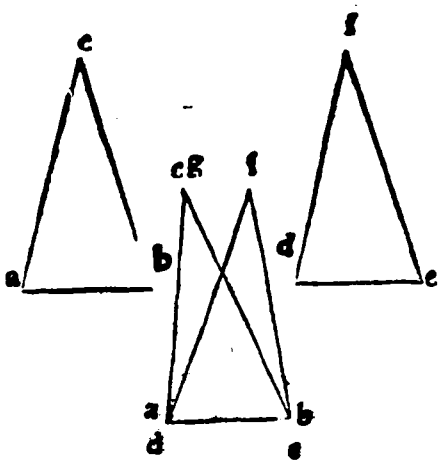
7 ¶Super eadẽ recta linea duabus eiſdem rectis lineis alię duæ rectę lineę ęq̃les altera alteri nõ cõſtituẽtur/ad aliud atq; aliud ſignũ/ad eaſdẽ ptes:eoſdẽ fines primis rectis lineis poſſidẽtes.

¶THEON ex Zam. ¶Si eni eſt poſſibile:ſuper eadẽ recta linea a b,duab9 rectis lineis a c,c b,aliæ duæ rectæ lineæ a d,d b,æquales altera alteri cõſtituãtur ad aliud atq; aliud ſignũ hoc eſt c & d,ad eaſdẽ ptes ſcz c d,eoſdẽ fines hoc eſt a,b,poſſidẽtes.Qm̃ æqualis eſt c a ipſi d a eũdẽ finẽ habẽs hoc eſt a,& c b ipſi d b eundẽ fine habẽs hoc eſt b:conectatur c d per 1 poſtulatũ.Quoniã igitur a c æqualis eſt ipſi a d:æqualis erit quoq; angulus a c d, angulo a d c.Minor igitur eſt ãgulus a c d:angulo b d c.multo minor igitur eſt angulus b c d angulo b d c.Rurſus quoniã c b ipſi d b eſt æqualis:æq9 eſt igitur & angulus b c d angulo c d b.Oſtenſum eſt autem q; admodũ minor.quod eſt impoſſibile. Super igitur eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non conſtituentur ad aliud atq; aliud ſignũ/ad eaſdem partes: eoſdem fines rectis primis lineis poſſidentes.quod demonſtraſſe oportuit.





Euclı.ex Camp. Propoſitio 8.



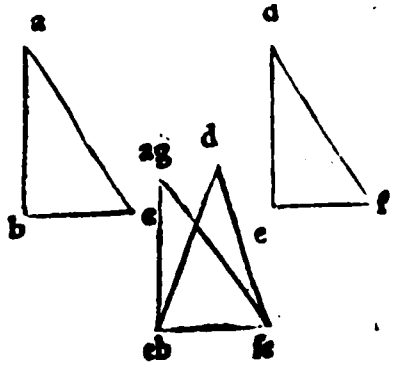
OMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duob9 lateribus alterius fuerint ęqualia/baſiſq; vnius baſi alterius æqualis: duos angulos æquis lateribus contentos/æquales eſſe neceſſe eſt. 8

¶CAMPANVS. ¶Sint duo triāguli a b c, d e f: ſitq; a c æqualis d f, & b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo q; angulus c eſt æqualis angulo f, & angulus a āgulo d, & angulus b āgulo e. Supponā baſin a b, baſi d e: q̄ cū ſint æquales/neutra excedit alterā p cōuerſionē penultimæ cōceptionis. Aut ergo pūctus c cadet ſup pūctū f: aut nō. Si ſic: tūc qa āgulus c ſuppoſitus eſt āgulo f, & neuter excedit alterum eo q; a c ſuper d f & b c ſuper e f cadunt/ipſi ſunt ęquales per eandē conceptionē. Similiter argue reliquos angulos eſſe æquales. Si autē pūctus c nō cadat ſuper f: cadat ſuper quēlibet aliū qui ſit pūctus g. qa e g eſt æqualis b c imo eadē/itēq; qa d g eſt ęq̄lis a c: erit d g æqualis d f, & e g æqualis e f. quod eſt impoſſibile per præcedentem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 8

¶Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/& baſin quoq; baſi æqualē: āgulū quoq; angulo ſub æqualibus rectis lineis cōtentū æqualem habebūt. 8

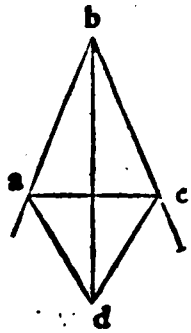
¶THEON ex Zamb. ¶Sint bina triāgula a b c, d e f, duo latera a b, a c, duobus lateribus d e, d f, æqualia habētia alterū alteri/hoc eſt a b ipſi d e & a c ipſi d f: habeantq; baſin b c baſi e f æqualē. Dico q; angulus b a c: angulo e d f eſt æqualis. Cōgruēte enī triāgulo a b c ipſi triāgulo d e f, & poſito quidēb ſigno ſup e ſignū: & recta linea b c ſuper e f: congruit quoq; ſignū c ipſi f ſigno/qm̄ b c æqualis eſt ipſi e f. Congruente vero b c ipſi e f: congruunt quoq; & b a a c ipſis e d, d f. Si enim baſis b c baſi e f congruit at b a, a ç, latera lateribus e d, d f, non congruent/ſed differēt ſicut e g, g f: conſtituētur ſuper eadem recta linea duabus eiſdē rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri/ad aliud & aliud ſignū ad eaſdē partes/eoſdēq; fines poſſidentes. Nō cōſtituūtur autē per 7 propoſitionē. Nō igitur/congruēte baſi b c baſi e f, nō cōgruūt quoq; & b a, a c, latera ipſis e d, d f, lateribus. congruunt igitur. Quare & angulus b a c, angulo e d f cōgruet: & eidē æqualis erit. Si bina igitur triāgula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/baſinq; baſi æqualem: angulum quoq; angulo ſub ęqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt. quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

DAtum angulum: per æqualia ſecare. 9

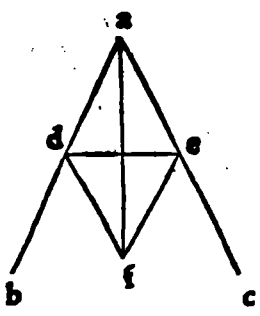
¶CAMPANVS. ¶Sit datus āgulus quē oportet diuidere: āgulus a b c. Lineas ipſū cōtinētes q̄ ſunt a b & b c, ponā æquales p 3 propoſitionē. & producā lineā a c: ſup quā cōſtituā triangulū æqlaterū a d c per 1 propoſitionē. & protrahā lineā b d. Dico q; ipſa diuidit datū angulū p æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d. duo latera a b & b d triāguli a b d ſūt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d: & baſis a d baſi c d. ergo per præcedentem angulus a b d eſt æqualis angulo c b d. quod oportebat efficere.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 9.

¶Datum angulum rectilineum: bifariam ſecare. 9

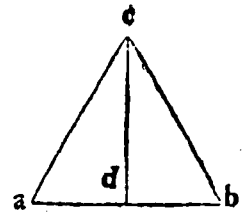
¶THEON ex Zāberto. ¶Sit datus rectilineus āgulus b a c. Oportet ipſū bifariā ſecare. Suſcipiatur ſuper linea a b exiſtens ſignū: ſitq; illud/d. & a linea a c, per 3 propoſitionē auferatur a e: ipſi a d æqualis. & p 1 poſtulatū cōnectatur linea d e: cōſtituaturq; per 1 propoſitionē ſup d e, triāgulū æqlaterū ſitq; illud d f e, & cōnectatur per 1 poſtulatū: linea d f. Dico q; āgulus b a c: a linea a f bifariā ſecatur. Qm̄ a d eſt æqualis ipſi a e, cōmunis vero a f: binæ igitur d a, a f, duab9 e a, a f ſūt altera alteri æquales. At baſis d f: baſi e f per 1 propoſitionē eſt æqualis. angulus igitur d a f, angulo f a e per 8 propoſitionē eſt æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui ſub b a c: bifariam ſectus eſt a recta linea a f. quod feciſſe oportuit.



Euclí.ex Camp. Propoſitio 10.

10 PRoposita recta línea: eam per æqualia díuídere.

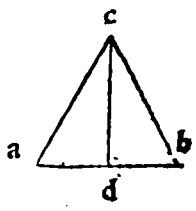
¶CAMPANVS. ¶Sit propoſita linea quã oportet diuídere per æqualia: linea a b. ſuper ipſam conſtituam triangulum æquilaterum a b c. & angulum c diuido per æqualia ſecundum doctrinam præcedentis: per lineam c d. Dico q̃ linea c d: diuídit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d. & argumentor ſic. duo latera a c & c d triangu li a c d, ſunt æqualía duobus lateribus b c & c d triãguli b c d, & ãgulus c vnius/ angulo c alterius: ergo p̃ 4 baſis a d: baſi d b. quod eſt propoſitum.



Euclí.ex Zamb. Problema 5. propoſitio 10.

10 ¶Datam rectam líneam terminatam: bífaríam ſecare.

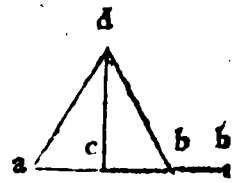
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea terminata a b. oportet lineam a b: bifariam ſecare. Cõſtituatur per 1 propoſitionem/ ſuper ea: tri ãgulum æquilaterum a b c. Et per 9 propoſitionem ſecetur angulus a c b bifariam: a recta linea c d. Dico q̃ linea recta a b: bifariã ſecatur in ſigno d. Quoniam enim per 1 propoſitionem/ a c ipſi c b eſt æqualis / cõmunis vero c d: duæ igitur a c, c d, duabus b c, c d ſunt æquales altera alteri. & angulus a c d: angulo b c d æquus eſt. Baſis igitur a d: per 4 propoſitionem baſi d b eſt æqualis. Data igitur recta linea terminata a b: bifariam ſecta eſt in ſigno d. quod faciendum fuerat.



Euclí.ex Camp. Propoſitio 11.

11 DAta linea recta a/a puncto in ea ſignato perpendícularem extrahere: duobus quidem angulis æquálibus ac rectis vtrinq; ſubnixam.

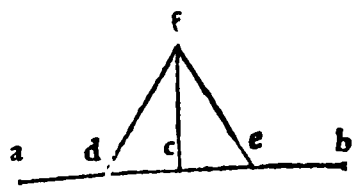
¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b: in qua ſit datus pũctus c, a quo oportet perpẽdicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propoſitionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & ſuper totam a b conſtituo triãgulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico q̃ ipſa eſt perpendicularis ſuper lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. et quia duo latera a c & c d, trianguli a c d ſunt æqualia duobus lateribus c b & c d, triãguli c b d, & baſis a d baſi b d: erit per 8 propoſitionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare vterq; eorũ erit rectus/ per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis ſuper lineam a b, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis. Quod eſt propoſitum.

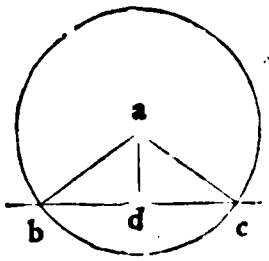


Euclí.ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 11.

11 ¶Data recta línea: a ſigno in ea dato/ rectam lineã ad angulos rectos excitare.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b: datum vero in ea ſignum ſit c. Oportet ab ipſo ſigno c, ipſius rectæ lineæ a b: ad angulos rectos rectam lineam excitare. Suſcipiatur in ipſa a c exiſtens ſignũ/ ſitq; illud d: & ponatur ipſi d c: per 3 propoſitionem æqualis linea c e. & ſuper d e: per 1 propoſitionem conſtruatur triangulum æquilaterum f d e. & connectatur linea f c. Dico q̃ data recta linea a b: a dato in ipſa ſigno quod eſt c, ad rectos angulos/ f c recta linea excitatur. Quoniam d c æqualis eſt ipſi c e, cõmunis vero linea c f: duæ igitur d c, c f, duabus e c & c f altera alteri ſunt æquales. & baſis d f: per 1 propoſitionem baſi e f eſt æqualis. Angulus igitur d c f: angulo e c f per 8 propoſitionem eſt æqualis/ & ſunt vtrobiq; . Cum autem recta linea ſuper rectam lineam conſiſtens/ vtrobiq; angulos adinuicem æquales fecerit: vterq; æqualium angulorũ rectus eſt/ per 10 diffinitionẽ . Igitur angulus d c f, & angulus f c e: ſunt recti. Data igitur recta linea a b: a dato in ea ſigno c, ad rectos ãgulos recta linea c f excitatur, quod feciſſe oportuit.

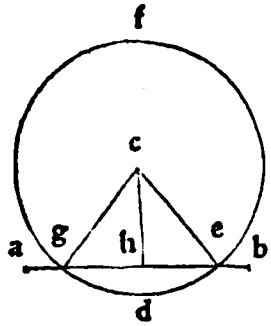




Eucli.ex Camp. Propoſitio 12.

A Puncto extra ſignato: ad datam lineam indefinitæ quantitatis/perpendicularem deducere. 12

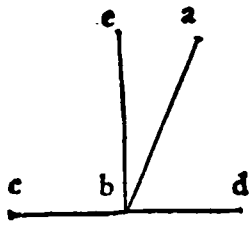
¶CAMPANVS. ¶Sit a, punctus ſignatus extra lineã b c: a quo ad ipſam/oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in vtranq; partem: quantum libuerit. & ſuper punctum a, deſcribam circulum b c: ſic vt ſecet lineam datam in punctis b, c. & protraham lineas a b & a c. & diuidam angulum b a c per æqualia: per lineam a d, per 9 propoſitionẽ. Dico q; a d eſt perpendicularis ſuper lineam b c. Intelligo duos triangulos: a b d & a c d. & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, ſunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d: erit per 4 propoſitionẽ baſis b d æqualis baſi d c, & ãgulus a d b æqualis angulo a d c. quare vterq; eorũ rectus/& linea a d perpẽdicularis ſuper lineã b c: p diffinitionẽ ãguli recti & lineæ perpẽdicularis. quod eſt ꝓpoſitum.



Eucli.ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 12.

¶Super datam rectam lineam infinitam: a dato ſigno quod in ea non eſt/perpendicularem rectam lineam deducere. 12

¶THEON ex Zamb. ¶Sit data recta linea infinita/ſitq; illa a b: datũ vero ſignum quod in ea non eſt/ſit c. Oportet ſuper datam rectam lineã infinitam a b: a dato ſigno c quod in ea non eſt/ perpendicularem rectã lineam ducere. Suſcipiatur enim in altera parte ipſius a b rectæ lineæ exiſtens ſignum: ſitq; illud d. & centro quidem c, interuallo vero c d: per 3 poſtulatum circulus deſcribatur e f g. Seceturq; per 10 propoſitionem e g bifariam: in ſigno h. & connectantur per 1 poſtulatum rectæ lineæ c g, c h, c e. Dico q; ſuper datam rectam lineã infinitã a b: a dato ſigno quod in ea non eſt videlicet c, perpendicularis ducitur recta linea c h. Quoniam g h ipſi h e eſt æqualis/communis vero h c: duæ igitur g h, h c, duabus e h, h c, ſunt altera alteri æquales. & baſis c g: baſi c e per 10 diffinitionem eſt æqualis. Angulus igitur c h g: angulo e h c per 8 propoſitionem eſt æqualis. ſuntq; vtrobiq;. Cum autem recta linea ſuper rectam cõſiſtens lineam/angulos vtrobiq; adinuicem æquales fecerit: vterq; æqualium angulorum rectus erit per decimam diffinitionem/& ſuperſtans recta linea perpendicularis vocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam a b: a dato ſigno c quod in ea non eſt/perpendicularis ducta eſt c h. quod feciſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 13.

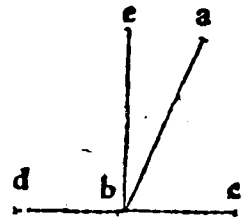
OMnis rectæ lineæ ſuper rectã lineã ſtãtis duo vtrobiq; ãguli: aut ſunt recti/aut duobus rectis æquales. 13

¶CAMPANVS. ¶Sit vt linea a b: ſuperſtet lineæ c d, quę ſi fuerit ſup eam perpẽdicularis: faciet duos angulos rectos per conuerſionẽ diffinitionis lineę perpendicularis. Si autem non fuerit ſuper eam perpẽdicularis: a puncto b ducatur b e perpendicularis ſuper c d per 11. eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per cõuerſionẽ dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adequantur angulo d b e: ipſi cũ angulo c b e, erũt æquales duobus rectis. quare tres anguli qui ſunt d b a, a b e, & c b e: ſunt æquales duobus rectis. ſed angulus c b a: eſt æqualis duobus angulis c b e & e b a. ergo duo ãguli c b a & a b d ſunt æquales duobus rectis. quod eſt propoſitũ. Ex quo patet totũ ſpaciũ quod in qualibet ſuperficie plana pũctũ quodlibet circũſtat: quatuor rectis angulis eſſe æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. propoſitio 13.

¶Cum recta linea ſuper rectã cõſiſtens lineam/ angulos fecerit: aut duos rectos/aut duobus rectis æquales efficiet. 13

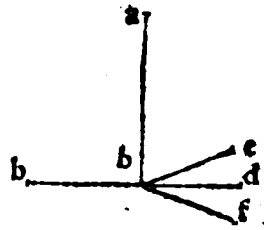
¶THEON ex Zâ. ¶Recta enim linea quędã a b, ſuper rectã lineã c d conſiſtens: angulos efficiat c b a & a b d. Dico q; c b a & a b d anguli aut duo recti ſunt/aut duobus rectis æquales. At ſi angulus c b a, eſt æqualis angulo a b d: iam duo recti ſunt. At ſi non: excitetur per 11 propoſitionẽ a dato ſigno b lineæ c d, ad angulos rectos linea b e. anguli igitur c b e, e b d: per 10 diffinitionẽ ſunt recti. At quoniam angulus c b e, duobus c b a, a b e angulis eſt æqualis: communis ponatur angulus e b d. igitur anguli c b e, e b d: tribus angulis hoc eſt c b a, a b e, e b d, ſũt æquales. Rurſus quoniã ãgulus d b a duobus angulis d b e, e b a eſt æqualis: cõmunis ponatur angulus a b c. Igitur anguli d b a, a b c, tribus angulis d b e, e b a, a b c, ſunt æquales. Oſtenſũ eſt autẽ q; anguli c b e, e b d: eiſdem tribus ſunt æquales. quæ autẽ eidẽ ſunt æqualia: per primam communẽ ſententiam & ſibi inuicem ſunt æqualia. Igitur anguli c b e, e b d, ſũt duo recti: & anguli d b a, a b c, duobus rectis ſunt æquales. Cum igitur recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam/angulos fecerit: aut duos rectos aut duobus rectis æquales efficiet. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI duæ lineę a puncto vnius lineæ in diuerſas partes exierint/duoſq; circa ſe angulos/rectos aut duobus rectis æquales fecerint: illæ duæ lineæ ſibi directe cõiunctæ ſunt/et linea vna.

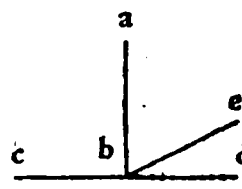
¶CAMPANVS. ¶Sit vt a pũcto b lineæ a b, exeãt duæ lineę in oppoſitas partes/quæ ſint b c & b d: & faciant duos angulos qui ſint c b a & d b a, æquales duobus rectis. tunc dico q; duę lineæ c b & d b: ſunt ſibi inuicem directe coniunctæ & linea vna. Hęc eſt quaſi cõuerſa prioris. Q; ſi non fuerint linea vna: tunc protrahatur c b in continuum & directũ. quę quia non eſt linea vna cum d b: trãſibit ſuper eã vt b e, aut ſub ea vt b f. Quia ergo ſuper lineã rectam quę eſt c b e, cadit linea a b: erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per prędictẽ. & quia omnes recti ſũt adinuicẽ æquales per 3 petitionẽ/ãguli quoq; c b a & d b a ſunt æquales duobus angulis rectis per hypotheſin: erunt duo anguli c b a & e b a æles duobus angulis c b a & d b a. ergo dẽpto cõmuni angulo c b a: erit ãgulus e b a æqualis ãgulo d b a, pars toti. quod eſt impoſſibile. Similiter linea c b protracta/probabis angulum d b a eſſe æqualem angulo f b a: ſi forte diceret aduerſarius lineam c b protractam cadere infra b d.



Eucli ex Zamb. Theorema 7. propoſitio 14.

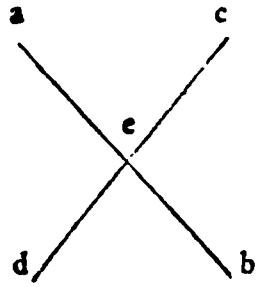
14 ¶Si ad aliquã rectã lineã atq; ad eius ſignũ duæ rectæ lineæ non ad eaſdẽ partes ductæ/vtrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerit: ipſæ in directũ rectæ lineæ adinuicem erunt.

¶THEON ex Zã. ¶Ad aliquã enĩ rectã lineã a b, ſignũq; eius b, duę rectæ lineæ b c, b d non ad eaſdẽ partes ductæ: vtrobiq; ãgulos a b c, a b d, duobus rectis ęquos efficiant. Dico q; ipſi c b, recta linea b d in directũ eſt conſtituta. Si enim ipſi c b recta linea b d nõ eſt in directũ: ſit ipſi c b recta linea b e in directum conſtituta. Quoniam igitur recta linea a b ſuper rectam lineam c b e ſtetit: anguli igitur a b c, a b e, duobus rectis ſunt æquales per 13 propoſitionem. At anguli a b c & a b d: duobus rectis ſunt æquales. anguli ergo c b a, a b e: angulis c b a, a b d ſunt æquales. Communis auferatur augulus c b a. reliquus igitur angulus a b e: reliquo angulo a b d eſt æqualis/minor maiori. quod eſt impoſſibile. Linea igitur b c: ipſi c b in directum minime eſt. Similiter quoq; oſtẽdemus: q; nec aliqua præter lineam b d. In directum igitur eſt ipſi c b: linea b d. Si ad aliquã igitur rectam lineam/ad ſignumq; eius duę rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ/vtrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint: in directum ipſę rectę lineę ſibi inuicem erunt. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 15.

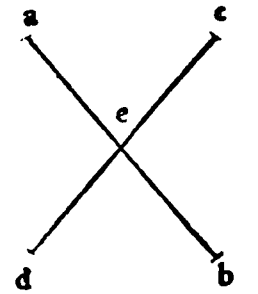
OMni umduarum linearum ſe inuicem ſecantiũ:om 15
nes anguli contra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde ma-
nifeſtum eſt/cum duæ lineæ rectæ ſe inuicem ſecãt:
quatuor qui fiunt angulos/quatuor rectis eſſe æquales.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d:ſe inuicẽ ſecantes in pun
cto e.dico q; ãgulus d e b eſt æqualis ãgulo a e c:et angulus b e c eſt æ-
qualis angulo a e d. Erunt enim per 13/duo anguli a e c & c e b æquales
duobus rectis:itemq; duo ãguli c e b & d e b æquales duobus rectis per
eandem.quare duo primi ſunt æquales duobus poſtremis:eo q; omnes
recti ſunt adinuicem æquales per 4. petitionem.dempto ergo cõmuni
angulo qui eſt c e b:erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem mo-
do probabitur:angulũ c e b eſſe æqualẽ angulo a e d.quod eſt propoſitũ.

Eucli.ex Zamb. Theorema 8. propoſitio 15.

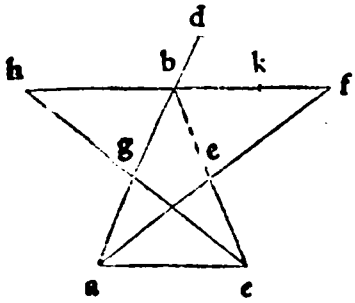
¶Si duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint:angulos qui cir 15
ca verticem ſunt/æquos adinuicem efficient.



¶THE. ex Zãb. ¶Duę rectę lineę a b & c d:ſe adinuicẽ ſecẽt ĩ ſigno
e. Dico q; ãgulus a e c:æqualis eſt ãgulo d e b. Quoniã enĩ recta linea
a e ſuper rectam lineã c d ſtetit/angulos efficiens c e a & a e d:igitur an
guli c a e,a e d,duobus rectis ſunt æquales per 13 propoſitionẽ. Rurſus,
quoniã recta linea d e ſuper rectã lineam a b ſtetit/ angulos efficiens a
e d,d e b: igitur anguli a e d,d e b,duobus rectis ſunt æquales per ean
dẽ 13 propoſitionem. Oſtenſum autem eſt /q; anguli c e a, a e d: duobus
rectisſunt æquales.anguli igitur c e a,a e d:angulis a e d,d e b,ſunt æ-
quales. Cõmunis auferatur a e d.reliquus igitur angulusc e a:reliquo an-
gulo d e b,eſt æqualis. Similiterq; oſtendetur q; & anguli c e b,d e a,ſũt
æquales. Sí duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint:angulos qui
circa verticem ſunt/adinuicem æquales efficient. quod oportuit demõ-
ſtraſſe.

Eucli.ex Camp Propoſitio 16.

SI quodlibet laterum trianguli directe protrahatur: 16
faciet angulum extrinſecum vtroq; angulo triangu
li ſibi intrinſecus oppoſito maiorem.



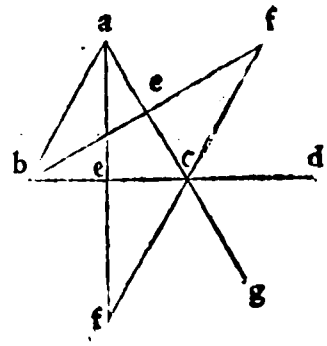
¶CAMP. ¶Sit vt trianguli a b c,latus a b protrahatur vſq; ad d. dico
q; ãgulus d b c,maior ẽ vtroq; duorũ ãgulorũ intrinſecorũ ſibi oppoſi-
torũ:qui ſũt b a c et b c a. Diuidã enĩ p 10 propoſitionẽ/ lineã c b pæqua
lia in puncto e:& protraham a e vſq; ad f, ita vt e f fiat æqualis a e,& pro
trahã lineã f b. Intelligo duos triãgulos:c e a et b e f.& quia duo latera a e
& e c trianguli a e c ſunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e
b, & angulus e vnius eſt æqualis angulo e alterius per prẽmiſſam/quia
ſunt anguli cõtra ſe poſiti:erit per 4 propoſitionem angulus e c a,æqua-
lis ãgulo e b f.& ideo angulus e b d:maior erit ãgulo b c a. Similiter quo-
q; probabitur q; eſt maior angulo c a b. Nã diuidam a b per æqualia in
puncto g:per 10 propoſitionem.& protraham lineam g h:æqualem line-
æ c g per 3 propoſitionem. poſtea protraham h b k. eruntq; duorum tri
angulorum qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia
duobus lateribus b g & b h ſecundi:& angulus g vnius, angulo g alterius
per 15.ergo per 4. angulus g c a:eſt æqualis angulo g b h.quare per 15:&
angulo k b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo k b d:erit etiam ma
ior augulo b a c.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 9.propoſitio 16.

¶Omnis trianguli vno latere producto:exterior angulus v- 16

triſq; interioribus & ex oppoſito/maior eſt.

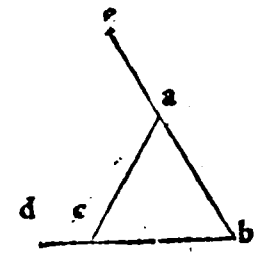
¶THEON ex Zā. ¶Sit triāgulū a b c: & producatur ipſius latus vnū/ (ſitq; illud b c)vſq; in d. Dico q; exterior angulus a c d: maior eſt vtriſq; interioribus & ex oppoſito conſtitutis/hoc eſt angulis c b a & b a c. Secetur linea a c per 10 propoſitionem/in ſigno e: & protracta linea b e per ſecundum poſtulatum/extendatur in ſignum f. collocetur q; ipſi b e: per ſecundam propoſitionem æqualis lineae f e. & connectatur per primum poſtulatū f c. & extendatur per ſecūdum poſtulatum: linea a c vſq; in g. Quoniam igitur a e æqualis eſt ipſi e c, & b e ipſi e f: duæ igitur a e & e b, duabus c e & e f ſunt æquales altera alteri. & angulus a e b: per 15 propoſitionem angulo f e c eſt æqualis. circa verticem enim. Baſis igitur a b: baſi f c per 4. propoſitionem eſt æqualis. & triangulum a b e: triangulo f e c eſt æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur b a e: angulo e c f eſt æqualis. At angulus e c d: angulo e c f maior eſt. maior igitur eſt angulus a c d: angulo b a c. Similiter quoq; ſi ſecetur bifariam linea b c: oſtēdetur & angulus b c g hoc eſt a c d, maior āgulo a b c. Omnis igitur trianguli vno latere producto: exterior āgulus vtriſq; interioribus et ex oppoſito/maior eſt. quod fuerat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 Omnis trianguli duo quilibet anguli: duobus rectis ſunt minores.

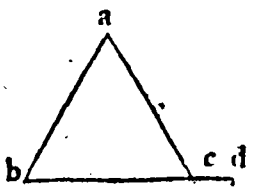
¶CAMPANVS. ¶Sit triāgulus a b c. dico q; duo quilibet eius anguli: duobus rectis ſunt minores. protrahatur enim vnum latus eius/vt b c: vſq; ad d. eritq; per præcedētem/angulus c extrinſecus: maior a et maior b. ſed c extrinſecus cum c intrinſeco: eſt æqualis duobus rectis per 13. ergo anguli b & c intrinſeci/ſiue anguli a & c intrinſeci: ſunt minores duobus rectis. Similiter ſi protrahatur latus b a: probabitur q; duo anguli a & b ſunt minores duobus rectis. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 17.

17 ¶Omnis trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores: omnifariam ſumpti.

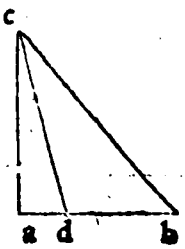
¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulū a b c. dico q; ipſius a b c triāguli duo anguli: duobus rectis omnifariā ſumpti/ſunt minores. Producatur enim per 2 poſtulatum: b c, vſq; in d. Et quoniā trianguli a b c per præcedentem exterior angulus qui eſt a c d, interiore maior eſt et ex aduerſo/angulo a b c: cōmunis admittatur angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b: angulis a b c, b c a ſunt maiores. ſed anguli a c d, a c b: per 13 propoſitionem duobus rectis ſunt æquales. anguli igitur a b c, b c a: duobus rectis ſunt minores. Similiter quoq; oſtēdemus q; anguli b a c, a c b: duobus rectis ſunt minores/ et etiam anguli a c b, a b c. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores: quomodocunq; aſſumpti. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

18 Omnis trianguli longius latus: maiori angulo oppoſitum eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in triangulo a b c: angulus a ſit maior angulo c. dico q; latus c b: maius erit latere a b. Si enim ſit æquale: erit per 5 angulus a equalis angulo c. quod eſt contra hypotheſin. Si autem a b ſit maius: reſecetur ad æqualitatem c b, per 3/ſitq; d b æquale c b. erit ergo per 5/angulus d c b: æqualis angulo b d c. ſed b d c eſt maior āgulo b a c per 16. ergo b c d: eſt maior b a c. quare multo fortius maior āgulo a c b, pars toto. quod eſt impoſſibile.

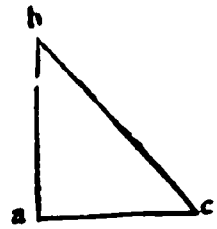


Euclid. ex Zamb. Theorema 11. propoſitio 18.

Maius triãguli maius latus: ſub maiori angulo ſubtẽditur 18

THEON ex Zam. Sit enim triangulũ a b c: habens latus a c maius latere a b. Dico q; & angulus a b c: angulo b c a maior eſt. Quoniam enim a c maius eſt a b: ponatur ipſi a b per 3 propoſitionem æqualis linea a d. et connectatur per 1 poſtulatũ: linea b d. At quoniam trianguli b d c ãgulus exterior a d b, per 16 propoſitionem maior eſt interiore & oppoſito angulo d c b, æqualis autem eſt per 5 propoſitionem angulus a d b angulo a b d, quoniam latus a b ipſi a d eſt æquale: maior eſt igitur angulus a b d angulo a c b. multo maior eſt igitur angulus a b c: angulo a c b. Omnis igitur trianguli maius latus: ſub maiori ſubtenditur angulo. Quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19



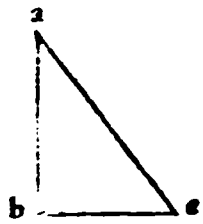
Omnis trianguli maior angulus: lougiori lateri oppoſitus eſt. 19

CAMP. Sit vt in triãgulo a b c: latus b c ſit maius latere a b. dico q; ãgulus a: erit maior ãgulo c. Hęc eſt cõuerſa pręcedẽtis. Si enĩ ſit ęqualis: tũc per 6/ latus a b eſt ęquale lateri b c. quod eſt cõtra hypotheſin. Si autẽ c ſit maior: tunc per pręcedentẽ/ latus a b eſt maius latere b c. quod eſt cõtra hypotheſin. Quare aſſtruitur propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 19.

Omnis triãguli maior ãgulus: ſub maiori latere ſubtẽditur 19

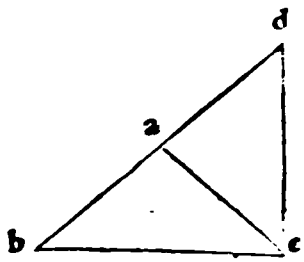
THEON ex Zamb. Sit triangulũ a b c: maiorẽ habens angulum a b c angulo b c a. Dico q; latus a c: maius eſt latere a b. Si autẽ non: aut eſt æquale latus a c lateri a b, aut eo minus. æquale quidem minime eſt latus a c: ipſi a b. æqualis nanq; eſſet per 5 propoſitionem angulus a b c: ãgulo a c b. non eſt autem. latus igitur a c: lateri a b minime eſt æquale. At latus a c: latere a b minus non eſt. nam angulus a b c: ãgulo a c b minor eſſet. at non eſt. latus igitur a c: latere a b minus minime eſt. Maius igitur eſt latus a c: latere a b. Omnis igitur trianguli maior ãgulus ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demõſtraſſe oportuit.



Eucli ex. Zamb. Propoſitio 20.

Omnis trianguli duo quælibet latera ſimul iuncta: reliquo ſunt longiora. 20

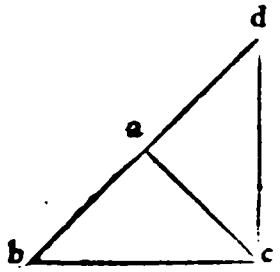
CAMPANVS. Sit triangulus a b c. dico q; duo latera a b & a c: ſunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a vſq; ad d: ita vt a d ſit æqualis a c. & protrahatur c d. per 5 propoſitionem erit angulus a c d: æqualis ãgulo d. quare ãgulus b c d eſt maior ãgulo d. ergo per 18 latus b d: eſt maius latere b c. ſed b d: ẽ æquale a b & a c. quare b a & a c ſimul iuncta: ſunt maiora b c.



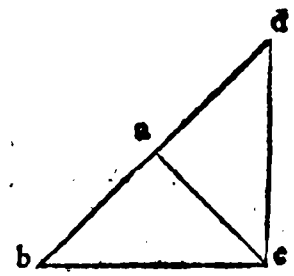
Eucli. ex Camp. Theorema 13. propoſitio. 20.

Omnis trianguli duo latera: reliquo ſunt maiora quomodocunq; aſſumpta. 20

THEON ex Zamber. Sit triangulum a b c. Aio ipſius a b c trianguli bina latera: reliquo eſſe maiora quomodocunq; ſuſcepta. hoc ẽ b a, a c: ipſo b c. & a b, b c: ipſo a c. & b c, c a: ipſo a b. Producatur nanq; per 2 poſtulatũ b a ad d ſignũ. & ponatur per ſecũdã propoſitionẽ ipſi a c ęqualis a d: cõnectaturq; d c. Quoniã igitur d a ipſi a c ẽ æquale: ãgulus igitur a d c per 5 propoſitionẽ angulo a c d eſt æqualis. Sed angulus b c d: angulo a c d maior eſt. igitur angulus b c d: angulo a d c maior eſt. Et quoniã triangulũ eſt d c b, maiorẽ habẽs angulũ b c d angulo a d c, atq; maiorẽ angulũ maius latus explicat per 18 propoſitionem: ergo d b ipſo b c maius eſt. Æqua-



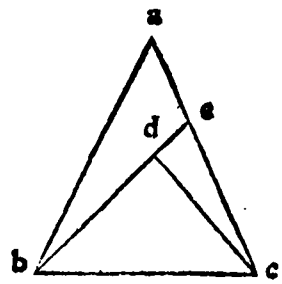
le autem eſt d b: ipſis a b, a c. maiora igitur ſunt latera b a & a c: latere b c. æquale autem eſt d a ipſi a c. maiora igitur ſunt: latera b a, a c, ipſo b c. Similiter vero demõſtrabimus q̃ etiã latera a b & b c: ipſo c a ſunt maiora. Sed b c, c a: ipſo a b. Omnis igitur trianguli bina latera: reliquo maiora ſunt/quocuo modo aſſumpta. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes / intra triangulum ipſum ad punctum vnũ conueniant: eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt/& maiorem angulum continebunt.

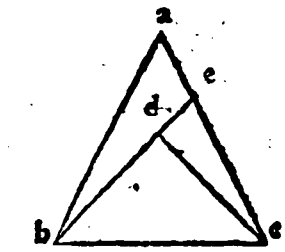
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in triangulo a b c: ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico q̃ ipſæ lineæ b d et c d ſimul iunctæ/ſunt breuiores duabus lineis a b & a c ſimul iunctis: & q̃ angulus d eſt maior angulo a. Protrahã enim b d: vſq; quo ſecet latus a c in puncto e. eruntq; per 20 propoſitionẽ b a & a e ſimul iũctę: maiores b e. ergo b a et a c: ſunt maiores b e & e c. At vero d e & e ç ſimul iunctæ: per eandem ſunt maiores d c. quare b e & e c ſunt maiores b d & d c. & quia b a et a c ſunt maiores b e & e c, vt probatum eſt prius: erũt multo fortius b a & a c maiores b d et d c. quod eſt 1 propoſitum. At quoniam angulus b d c eſt maior augulo d e c per 16 propoſitionẽ/& angulus d e c eſt maior angulo c a b per eãdem: erit angulus b d e multo fortius maior angulo b a c. quod eſt ſecundum propoſitum.



Eucli ex Zamb. Theorema 14. propoſitio 21.

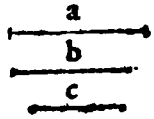
21 ¶Si trianguli a limitibus vnius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur: quæ conſtituuntur/reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt/maioremq; angulum continebunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Triãguli enim a b c ſuper latere b c: a terminis ipſius b c, duæ rectæ lineæ interius conſtituantur b d et c d. Dico q̃ b d & c d, reliquis trianguli lateribus b a & a c ſunt minores: angulũq; maiorem hoc eſt b d c ipſo a b c, comprehendunt. Producatur enim per 2 poſtulatum: linea b d ad e. Et per 20 propoſitionẽ quoniam omnis trianguli bina latera reliquo ſunt maiora: trianguli ergo a b e per 20 propoſitionem duo latera a b & a e, ipſo b e ſunt maiora. Cõmunis ponatur linea c e. lineæ igitur b a & a c: lineis b e & e c ſunt maiores. Rurſus quoniam per eandem trianguli c e d bina latera c e & e d ipſo d c ſunt maiora: cõmunis ponatur d b. lineę igitur c é & e b: lineis c d & d b ſunt maiores. Sed oſtenſum eſt q̃ b a & a c: ſunt maiores ipſis b e & e c. lõge igitur maiores ſunt b a & a c lineæ: ipſis b d et d c. Rurſus quoniam per 16 propoſitionem omnis trianguli exterior angulus interiore et oppoſito maior eſt: trianguli ergo c d e, angulus b d c exterior: maior eſt ãgulo c e d. quare et triãguli a b e, ãgulus c e b exterior: maior eſt ãgulo b a c. Sed oſtẽſũ eſt q̃ ãgulus b d c: eo qui ſub c e b, eſt maior. lõge igitur maior eſt ãgulus b d c: ãgulo b a c. Si triãguli ergo a limitibus vnius lateris binę rectæ lineæ introrſum conſtituãtur: quæ conſtituẽtur/reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt/maioremq; angulum continebũt. quod oſtendere oportuit.

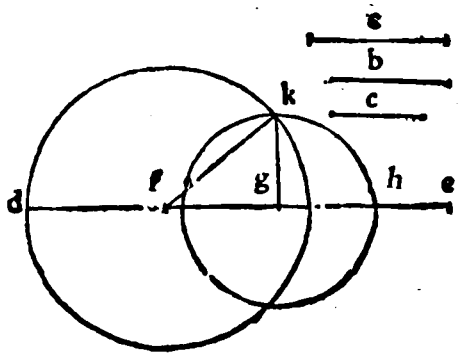


Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 PRopoſitis tribus lineis rectis quarum duæ quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint longiores: de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum conſtituere.



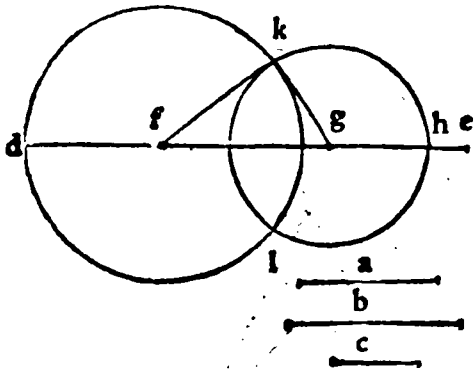
¶CAM. ¶Sint tres lineę rectę propoſitę: a, b, c, & ſint q̃libet duę ſimul



lũcte lõgiores reliqua. aliter enim ex illis/tribus datis æqualib9:triangu lus non poſſet conſtitui/per 20 propoſitionẽ. Cũ ergo ex illis tribus prę dictis volo conſtituere triangulum: ſumo lineam rectam quę ſit d e, cui non pono a parte e determinatum finem. de qua ſumo per 3 propoſitionem: d f æqulem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c. factoq; puncto f, centro: deſcribo ſecundum quantitatem lineę f d, circulũ d k. itemq; facto g, centro: deſcribo ſecundum quantitatem lineę g h, circulum k l. qui circuli interſecabũt ſe in duobus pũctis: quorun vnũ ſit k. alioquin ſequeretur: vnam dictarũ linearũ eſſe æqualẽ alijs duabus iunctis, aut maiorẽ eis. quod eſt contrarium poſitioni. Duco ergo lineã k f & k g. eritq; triãgulus k f g: cõſtitutus ex tribus lineis ęqualibus datis lineis a, b, c. ſunt enim f d & f k æquales: quoniam ſunt a centro ad circunferentiam. quare f k: eſt æqualis a. Similiterq; g h & g k ſunt ęquales: quia exeunt a centro ad circũferentiam. quare g k: eſt æqualis c. & quia g f ſumpta fuit æqualis b: patet propoſitum manifeſte.

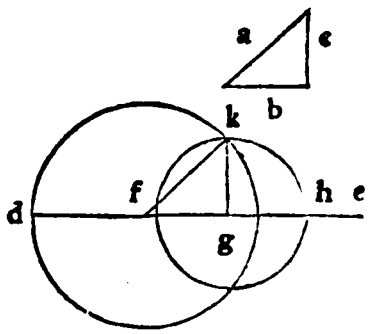
Eucli. ex Zamb. Problema 8. propoſitio 22.

¶ Ex tribus rectis lineis quæ ſunt tribus datis rectis lineis æ quales: triangulum conſtruere. Oportet autem duo latera reliquo eſſe maiora quomodocunq; aſſumpta: quoniam omnis trianguli bina latera quomodocunq; aſſumpta, reliquo ſũt maiora. 22



¶ THEON ex Zam. ¶ Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c: quarũ duę reliqua ſint maiores quomodocunq; aſſumptæ. hoc eſt a, b: ipſa c. & a, c: ipſa b. et b, c: ipſa a. oportet iã ex tribus lineis rectis, ipſis a, b, c ęqualibus: triãgulũ cõſtruere. Proponatur recta linea determinata in ſigno d: infinita vero in ſigno e. ponaturq; per 3 propoſitionẽ, ipſi a æqualis linea d f, ipſi vero b: linea f g. ipſi vero c: linea g h. Et centro quidẽ f, ſpacio vero f d: per 3 poſtulatum circulus deſcribatur d k l. rurſus cẽtro quidem g, ſpacio vero g h: per idem, circulus deſcribatur h k l. & cõnectãtur per 1 poſtulatũ: k f & k g. Dico q; ex tribus rectis lineis ęqualibus ipſis a, b, c: triangulum k l g cõſtituitur. Quoniam f ſignũ, centrũ eſt circuli d k l: æqualis eſt per 15 diffinitionẽ, f k ipſi f d. Sed a: ipſi f d eſt æqualis. & k f igitur: per primã cõmunem ſententiam eſt ipſi a æqualis. Rurſus quoniã g ſignum, centrum eſt circuli k h l: æqualis eſt per eãdem diffinitionẽ, g k ipſi g h. ſed c ipſi g h eſt æqualis. et k g igitur per 1 cõmunẽ ſentẽtiam ipſi c eſt æqualis. At f g: ipſi b eſt æqualis per hypotheſin. tres igitur rectę lineę k f, f g, g k: ipſis tribus a, b, c, ſunt ęquales. Ex tribus igitur rectis lineis hoc eſt k f, f g, g k, quę tribus datis rectis lineis hoc eſt a, b, c, ſunt æquales: triãgulum k f g conſtructũ eſt. quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.



DAta recta linea: ſuper terminum eius/cuilibet angulo propoſito æquum angulum deſignare. 23

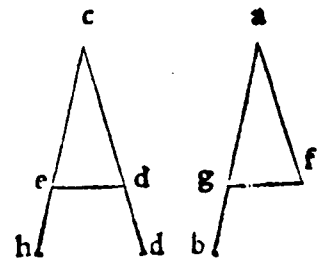
¶ CAMPANVS. ¶ Sit data linea f e: quę ẽ in ſupiori figura. & ſint lineæ b, a: continentes angulum datũ. cui ſubtẽdã baſin e. Super punctum f lineæ c f, iuberem facere ęqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a. & ex f e ſumo f g æqualem b. & ex g e ſumo g h æqualem c. & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos d k & k h ſecundum quantitatem duarum linearum f d & g h: interſecantesſe in puncto k ſicut docuit præcedẽs. ductiſq; lineis k f & k g: erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b triãguli a b c: & baſis g k æqualis baſi c. ergo p 8 angulus k f g: equalis erit angulo contento ſub a & b. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 9. propoſitio 23.

¶ Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea ſignum: dato 23

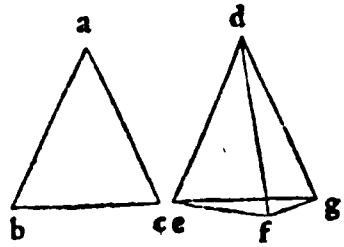
angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum cõſtituere.

¶THEON ex Zam. ¶Sit data recta linea a b: datũq; in ea ſignũ ſit a. datus autem angulus rectilineus: ſit d c h. Oportet ad datam rectam lineam a b, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo rectilineo d c h, æqualẽ angulum rectilineum collocare. Sint in vtriſq; lineis & c d & c h, contingentia ſigna ſintq; illa d e, & connectatur per primã poſtulatum: d, e. Et ex tribus rectis lineis a f, f g, g a, quæ tribus datis rectis lineis hoc eſt c d, d e, e c, ſunt æquales: per præcedentem/ triangulum conſtruatur/ ſitq; illud f a g. Quoniam igitur linea c d æqualis eſt lineæ a f/ & linea c e æqualis eſt ipſi a g, & inſuper quoniã linea d e ipſi f g eſt æqualis/ & quoniam duæ lineæ d c & c e duabus lineis hoc eſt f a & a g ſunt æquales altera alteri/ & baſis d e per hypotheſin baſi f g: angulus igitur d c e, angulo f a g per 8 propoſitionem eſt æqualis. Ad datam igitur rectã lineam a b, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo rectilineo d c e, æqualis angulus rectilineus f a g collocatus eſt. Quod feciſſe oportuit.

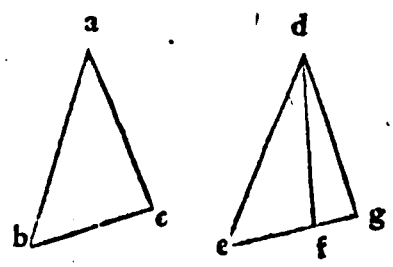


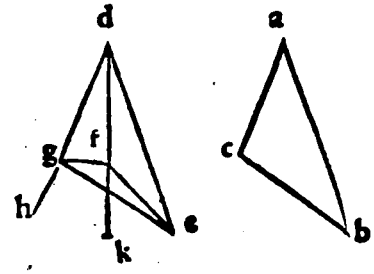
Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24 OMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alteri9 fuerint æqualia/ ſi fuerit angulorũ ſub illis æquis lateribus cõtentorum alter altero maior: baſis quoq; eiuſdẽ/ baſi alterius maior erit.



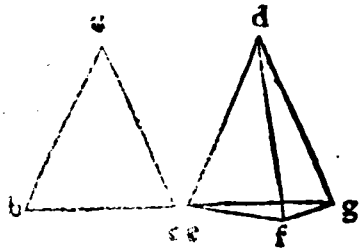
¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli: a b c, & e d f. ſintq; duo latera a b & a c: æqualia duobus lateribus d e & d f. & vnum quodq; ſuo correlatiuo: dextrum ſcilicet dextro/ ſiniſtrumq; ſiniſtro. ſitq; angulus a: maior angulo d dato. Dico q; baſis b c: maior erit baſi e f. Faciam enim iuxta doctrinã præcedẽtis: ãgulũ e d g æqualẽ angulo a. eritq; angul9 e d f: ps anguli e d g. & ponam d g æqualem a c. protraham e g. quæ aut tranſibit ſupra e f: vt ſecet lineam d f. aut ſuper e f: vt ſit ſecũ linea vna. aut infra. ¶Trãſeat ergo primo ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g/ & angulus a angulo d totali: erit per 4 propoſitionem, baſis b c æqualis baſi e g. At vero quia d g & d f ſunt æquales (namvtraq; eſt æqualis a c) erit per 5 propoſitionem angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g: maior erit f g e. ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e. ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f. quare & b c maior eſt e f. quod eſt propoſitũ. ¶Si vero e g tranſeat ſuper e f & ſit ſecũ linea vna: tũc e f erit pars e g. per vltimã ergo conceptionem patet propoſitũ. ¶Si vero e g tranſeat infra e f: protrahantur duæ lineæ d f & d g quæ ſunt æquales vt probatum eſt/ vſq; ad k & ad h. fiẽtq; per ſecũdam partem 5 propoſitionis ſub baſi f g: anguli k f g & f g h æquales. quare angulus e f g maior erit angulo f g e. ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f. quare b c maior eſt e f. quod eſt propoſitum. Iſtud vltimũ mẽbrum poſſet etiam probari per 21 propoſitionem. per ipſam enim erũt in diſpoſitione tertia duę lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e. & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc q; ambę ſunt æquales a c: erit e g maior e f. quare et b c maior e f. quod ẽ ꝓpoſitum. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo vt in omni diſpoſitione arguatur per quintam.





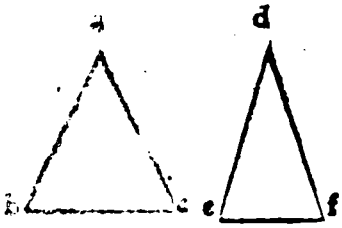
Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 24.

24 ¶Si bina triãgula/ duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ angulum vero angulo maiorem ſub æquis rectis lineis contentum: baſin quoq; baſi maiorem habebunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c, d e f: duo latera hoc eſt a b, a c, duobus lateribus hoc eſt d e, d f, æqualia habentia/ alterum alteri hoc eſt latus a b lateri d e, et latus a c lateri d f. angulus vero qui ſub b a c: ãgulo e d f eſto maior. Dico q; et baſis b c: baſi e f maior eſt. Quoniam angulus b a c maior eſt angulo e d f: collocetur per 23 propoſitionem ad rectam lineam d e, ad datumq; in ea ſignum d, dato angulo b a c æquus angulus e d g. Et ponatur vtriq;/ hoc eſt lineæ a c et d f: æqualis ipſa d g. et cõnectãtur per 1 poſtulatũ g e et f g. Quoniã a b æqualis eſt ipſi d e, et a c ipſi d g: binæ lineæ b a et a c duabus lineis e d et d g ſunt æquales altera alteri, et ãgulus b a c per 23 propoſitionẽ ãgulo e d g eſt æqualis. baſis igitur b c: per 4. propoſitionẽ/ baſi e g eſt æqualis. Rurſus quoniam æqualis eſt d g ipſi d f: angulus igitur d g f, ãgulo d f g eſt æqualis. Angulus igitur d f g: ãgulo e g f maior eſt. longe maior igitur eſt ãgulus e f g: angulo e g f. At quoniã triangulum eſt e f g habens angulum e f g maiorem angulo e g f, maiorem autem angulũ per 18 propoſitionẽ latus maius explicat: maius igitur eſt latus e g latere e f. Aequale autem eſt latus e g: lateri b c. latus igitur b c. maius eſt latere e f. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint: & quæ ſequuntur reliqua vt in propoſitione. quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

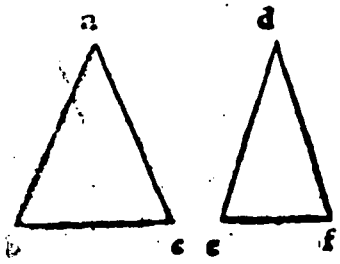


OMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duob⁹ lateribus alterius fuerint æqualia/ baſis vero vnius baſi alterius fuerit maior: erit quoq; angulus trianguli maioris baſis illis æquis lateribus contentus/ angulo alterius ſe reſpiciente maior. 25

¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli: a b c, d e f. ſintq; duo latera a b et a c primi: æqualia duobus lateribus d c & d f ſecundi/ vnũquodq; ſuo correlatiuo. ſitq; baſis b c: maior baſi e f. dico q; angulus a: maior erit angulo d. Hęc eſt cõuerſa præcedentis. Aequalis quidẽ nõ erit. Sic enim eſſet per 4. baſis: b c æqualis baſi e f. quod eſt contra hypotheſin. Sed nec minor. quia ſic eſſet d maior. et ita per præcedẽtẽ baſis e f erit maior baſi b c. quod ẽ cõtrariũ poſitioni. quare maior erit. Sicq; propoſitũ altruitur

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 25.

¶Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/ baſin vero baſi maiorẽ: angulũ quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum/ angulo maiorem habebunt 25.

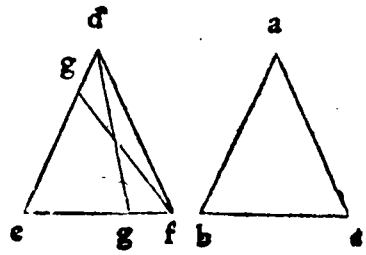


¶THEON ex Zam. ¶Sint duo triangula b c d, d e f, duo latera hoc ẽ a b, & a c, duobus lateribus hoc eſt d e & d f æqualia habentia alterum alteri/ a b ſcilicet ipſi d e, & a c ipſi d f. baſis autem b c: baſi e f maior eſto. dico q; angulus b a c: maior eſt angulo e d f. Si autem non: aut ei eſt æqualis/ aut eo minor. Aequalis autem non eſt angulus b a c: angulo e d f. ſi enĩ æqualis eſſet: baſis quoq; b c per 4. propoſitionẽ baſi e f eſſet æqualis. at nõ eſt. ãgulus igitur b a c: angulo e d f æqualis minime eſt. Neq; etiã minor ẽ ãgulus b a c: eo qui ſub e d f. nã b baſis c: baſi e f minor eſſet. at nõ eſt. minor igitur nõ ẽ ãgulus b a c: eo qui ſub e d f. oſtẽſum autẽ eſt q; neq; æqualis. maior igitur ẽ ãgulus b a c: ãgulo e d f. Si bina igitur triangula/ duo latera duobus lateribus: & quæ ſequũtur reliqua/ vt theoremate. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 26.

OMnium duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius & vterq; ſe reſpicienti æquales fuerint/ latus quoq; vnius lateri alteri- 26

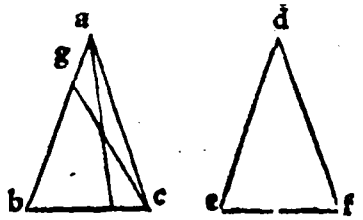
us æquale/ fueritq; latus illud aut inter duos angulos æquales aut vni eorum oppoſitum: erunt quoq; duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius triãguli lateribus/vnũquodq; ſe reſpicienti æqualia/anguluſq; reliquus vnius angulo reliquo alterius æqualis.



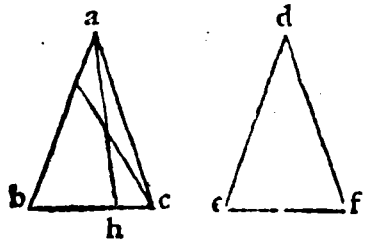
¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli: a b c, d e f. ſitq; angulus b, æqualis angulo e: et angulus c, æqualis angulo f. ſitq; latus b c æquale lateri e f: aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorũ laterum d e & d f. ita q; a b ſit æquale d e: aut a c, d f. Dico q; reliqua duo latera vnius/ erũt æqualia reliquis duobus lateribus alterius: & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, ãgulus videlicet a angulo d. Ponam ergo primo vt latus b c, ſuper quod iacent anguli b, c: ſit æquale lateri e f ſuper quod iacent anguli e, f, qui poſiti ſunt æquales angulis b, c. Tũc dico: q; latus a b eſt æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b nõ ſit æquale lateri d e: alterum erit maius. ſit ergo maius d e. quod reſecabo ad æqualitatẽ a b: ſitq; g e æquale a b. Producã lineã g f. eritq; per 4 propoſitionẽ angulus g f e: æqualis angulo a c b. quare & ãgulo d f e, pars toti: quod eſt impoſſibile. Erit ergo d e: æquale a b. ergo per 4/ d f æquale a c: et angulus d æqualis angulo a. quod eſt primum mẽbrũ diuiſionis propoſitæ. ¶Sint rurſus vt prius/ duo anguli b & c: æquales duobus angulis e et f. ſitq; latus a b quod opponitur angulo c: æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui poſitus eſt æqualis angulus c. Dico: q; latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & ãgulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c: erit alterum maius. ſit ergo e f: maius. ponatur itaq; e g æquale b c. producã lineã d g. eritq; per 4 propoſitionẽ angulus d g e: æqualis angulo a c b. quare et ãgulo d f e, extrinſecus videlicet intrinſeco: quod eſt impoſſibile per 16 propoſitionem. Erit ergo e f æquale b c. ergo per 4 propoſitionem/ latus d f æquale lateri a c: & angulus d totalis angulo a. quod eſt ſecundum membrum diuiſionis propoſitæ. Quare totum manifeſte patet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. propoſitio 26.

26 ¶Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterũ alteri æquales habuerint/ vnumq; latus vni lateri æquale/ aut quod æquis adiacet angulis aut quod ſub vno æqualium angulorum ſubtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri/ & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.



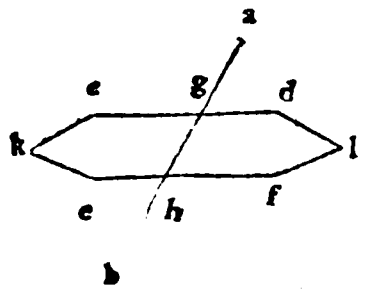
¶Sint bina triangula a b c, d e f: duos angulos hoc eſt a b c & b c a æquales habentia duobus angulis hoc eſt d e f & e f d, alterum alteri hoc eſt angulum a b c angulo d e f, & angulum b c a angulo e f d. vnumq; latus vni lateri æquum: primum enim quod æquis adiacet angulis/ hoc eſt latus b c lateri e f. Aio q; & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri. hoc eſt latus a b: lateri d e. & latus a c: lateri d f. & reliquum angulum reliquo angulo æqualem: hoc eſt b a c ipſi e d f. Si enim a b ipſi d e eſt inæqualis: earum altera maior eſt. eſto maior a b. & collocetur per 3 propoſitionem/ ipſi d e æqualis linea g b: & cõnectatur g c. Quoniam g b æqualis eſt ipſi d e, et b c ipſi e f: duæ igitur lineæ g b & b c, duabus d e et e f altera alteri ſunt æquales. et angulus g b c: angulo d e f æquis eſt. baſis igitur g c: per 4 propoſitionem/ baſi d f eſt æqualis, & triangulum g e b triangulo d e f æquum eſt. & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. æqualis igitur eſt angulus g c b: angulo d f e. Sed angulus d f e ipſi b c a ſupponitur æqualis. angulus igitur b c g: per primam cõmunem ſententiam angulo b c a eſt æqualis, minor maiori. Quod eſt impoſſibile.



Inæqualis igitur non eſt a b:ipſi d c.æqualis igitur. Eſt autẽ et b c: ipſi e f æqualis.duę iam a b et b c:duabus d e et e f ſunt altera alteri æquales.et angulus qui ſub a b c:angulo qui ſub d e f, eſt æqualis. Baſis igitur a c:per 4. propoſitionem/baſi d f eſt æqualis.et reliquus angulus b a c:reliquo angulo e d f eſt æqualis. ¶Rurſus ſint ad angulos æquos latera ſubtẽſa/æqualia:ſintq; a b et d e.Dico rurſus q; reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt/hoc eſt latus a c lateri d f, et latus b c lateri d f:et inſuper reliquus angulus b a c,reliquo angulo e d f æqualis erit. Si enim b c ipſi e f inæquale eſt:alterum eorum maius erit. ſit igitur (ſi poſſibile eſt) maius latus b c.& ponatur per 3 propoſitionẽ:ipſi e f æqualis linea b h.et connectatur per 1 poſtulatum:a h. Et quoniam æqualis eſt b h ipſi e f,& a b ipſi d e:duę igitur a b & b h, duabus d e & e f ſunt æquales altera alteri/et angulos æquos continent. Baſis igitur a h:per quartam propoſitionem baſi d f eſt æqualis.et triangulum a b h:triangulo d e f eſt æquale. et reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales:ſub quibus æqualia ſubtẽduntur latera.angulus igitur b h a:angulo e f d eſt æqualis. Sed angulus e f d:angulo b c a eſt æqualis. Angulus igitur b h a.ãgulo b c a eſt æqualis. triãguli igitur a h c angulus exterior b h a: interiori angulo b c a eſt æqualis & oppoſito.quod per 16 propoſitionẽ eſt impoſſibile. Latus igitur e f:ipſi b c inæquale non eſt.æquale igitur. Eſt autẽ a b:ipſi d e æqualis.duæ igitur a b & b c:duabus d e & e f ſunt æquales altera alteri/et angulos æquos continent. Baſis igitur a c:per 4 propoſitionem baſi d f eſt æqualis.& triangulũ a b c:triangulo d e f eſt æquale.& reliquus angulus b a c:reliquo angulo e d f eſt æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis:et quæ ſequuntur reliquavt in theoremate.quod oſtẽdere oportebat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 27.

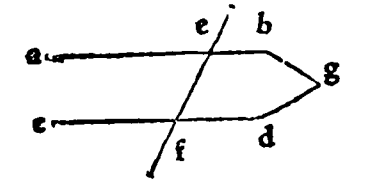
SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit/duoſq; angulos coalternos ſibi inuicem æquales fecerit:illæ duæ lineæ erunt æquidiſtantes. 27



¶CAMPANVS. ¶Sit vt linea a b cadat ſuper duas lineas c d, e f:et ſecet lineã c d in pũcto g, et lineam e f in pũcto h. ſitq; ãgulus d g h ęqualis angulo e h g. dico q; lineę c d et e f:ſunt ęquidiſtantes Si enim non:concurrant aut ad partẽ c, e, ſuper punctũ k, aut ad partem d, f, ſuper pũctũ l. et qualitercũq; fuerit:accidet impoſſibile. per 16 videlicet angulũ extrinſecũ:eſſe ęqualẽ intrinſeco & oppoſito. nam vnus dictorum angulorum coalternorũ qui poſiti ſunt ęquales/ erit extrinſecus: et reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſſibile eſt eas cõcurrere/in alterutram partem protractas:ipſę per vltimã diffinitionẽ erũt æquidiſtantes. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. propoſitio 27.

¶Si in binas rectas lineas recta incidens linea/alternatim ãgulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicẽ ipſæ rectæ lineæ erunt. 27

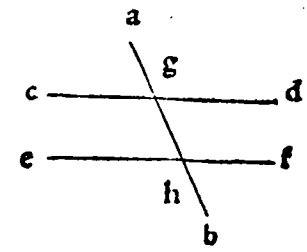


¶THEON ex Zamb. ¶In binas enim rectas lineas a b, c d, recta incidens linea e f:alternatim ãgulos a e f et e f d æquales adinuicẽ efficiat. Dico q; parallelus eſt a b:ipſi c d. Si autem nõ:productæ cõcurrunt aut ad partes b, d, aut ad a, c. producantur igitur:et concurrãt ad partes b, d, in ſigno g, ſi eſt poſſibile. Triãguli ergo g e f, ãgulus a e f exterior: ęqualis eſt ãgulo e f g interiori et oppoſito. quod per 16 propoſitionẽ eſt impoſſibile. Igitur a b et c d producte:ad partes b, d, minime concurrunt. ſimilite: quoq; oſtendetur:q; neq; ad partes a, c. Que autem in nulla parte concurrunt:parallelę ſunt per vltimã diffinitionem. Parallelus igitur eſt a b:ipſi c d. Si in binas igitur rectas lineas et quę ſequũtur reliqua vt in theoremate. Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 28.

28 SI linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit/fueritq; angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito æqualis/aut duo anguli intrinſeci ex vna parte duobus angulis rectis æquales: illæ duæ lineæ æquidiſtantes erunt.

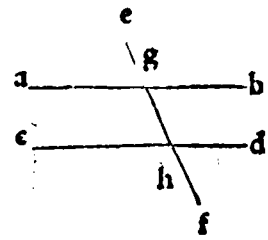
¶¶CAMPA. ¶Sit vt linea a b: ſecet duas lineas c d & e f, in pũctis g & h. ſitq; angulus g extrinſecus/æqualis angulo h intrinſeco ex eadẽ parte ſumpto: aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti/ ſint æquales duobus angulis rectis. Dico q; duę lineæ c d & e f ſunt æquidiſtantes. Sit ergo primo angulus d g a æqualis angulo f h g. erit quoq; per 15 propoſitionem angulus c g h: æqualis eidem angulo f h g. quare per præmiſſam/c d & e f: ſunt æquidiſtantes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g: æquales duobus rectis. & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter æquales duobus rectis: erit angulus c g h æqualis angulo f h g. quare per præmiſſam c d & e f: erunt æquidiſtantes. quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 19. propoſitio. 28.

28 ¶Si in binas rectas lineas recta incidens linea /exteriorem angulum interiori et oppoſito ad eaſdem partes æqualem fecerit. aut interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ.

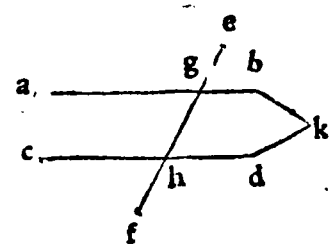
¶THEON ex Zamb. ¶In binas inquã rectas lineas a b & c d, recta linea incidens e f, angulum exteriorẽ e g b, angulo interiori g h d et oppoſito, æqualẽ efficiat: aut interiores & ad eaſdem partes/hoc eſt b g h, g h d, duobus rectis æquales. Dico q; parallelus eſt a b: ipſi c d. Quoniã angulus e g b/per hypotheſin æqualis eſt angulo g h d, & angulus e g b per 15 æqualis eſt ãgulo a g h: ãgulus igitur a g h æqualis ẽ ãgulo g h d. & ſunt alterni. per 27 propoſitionem igitur parallelus eſt a b, ipſi c d. Rurſus quoniã anguli b g h & g h d per hypotheſin duobus rectis ſunt æquales/& ãguli a g h et b g h p 13 propoſitionẽ duobus rectis ſũt æquales: ãnguli ergo a g h & b g h, angulis b g h & g h d ſunt æquales. Communis auferatur angulus b g h. reliquus igitur a g h: rehquo g h d eſt æqualis. & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt a b: ipſi c d. Si recta igitur linea in duas incidens: & quæ ſequũtur reliqua. quod oſtẽdendũ fuerat.



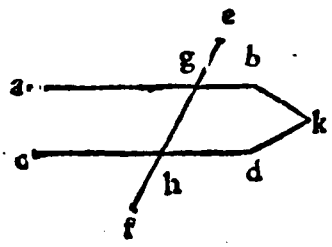
Eucli.ex Camp. Propoſitio 29.

29 SI duabus lineis æquidiſtantibus linea ſuperuenerit: duo anguli coalterni æquales erunt/ anguluſq; extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito æqualis/ itemq; duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti duobus rectis angulis æquales.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineę a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h. dico q; anguli g & h coalterni ſunt æquales, & q; angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo h intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & q; anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Et hæc eſt conuerſa duarũ præcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt æqualis angulo c h g: alter eorum erit maior. ſit ergo maior angulus c h g. & quia duo ãguli c h g & g h d ſunt æquales duobus rectis: ergo per 15 propoſitionem erũt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis. ergo per quartã petitionem/ duæ lineę a b & c d ſi protrahantur: concurrẽt in parte b & d, ad punctum aliquem vt ad k. non ergo ſunt æquidiſtantes per vltimam



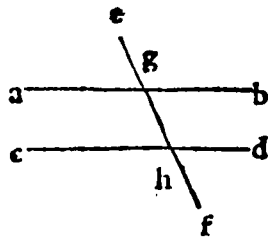
diffinitionē. quod eſt contra hypotheſin. & quia hoc eſt impoſſibile: erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales. quod eſt primum propoſitum. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionem angulus b g h æqualis angulo a g e. ergo angulus a g e: erit æqualis angulo c h g, extrinſecus videlicet intrinſeco. quod eſt ſecundum propoſitū. Ex hoc rurſus patet tertiū. Sunt enim per 13 propoſitionē duo anguli a g e & a g h: æquales duobus rectis. ergo duo anguli a g h & c h g: erunt etiā æquales duobus rectis/qui ſunt duo intrinſeci ex eadē parte ſumpti. quod eſt tertium propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. propoſitio 29.

¶In parallelos rectas lineas recta incidens linea: & alternatim angulos adinuicem æquales/& exterioré interiori & oppoſito & ad eaſdem partes æqualem/ et interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales efficit. 29

¶THEON ex Zamb. ¶In parallelos enim rectas lineas a b & c d: recta incidat linea e f. Dico q̄ & alternos angulos a g h & g h d æquos efficit/& exteriorem angulū e g b interiori & oppoſito & ad eaſdē partes hoc eſt ipſi g h d æqualem/& interiores & ad eaſdem partes hoc eſt b g h & g h d duobus rectis æquales. Si enim inæqualis eſt a g h ipſi g h d: alter eorum maior eſt. Sit maior a g h. Quoniam igitur a g h, maior eſt ipſo g h d: cōmunis ponatur angulus b g h. anguli ergo a g h & b g h: maiores ſunt ipſis b g h & g h d. Sed anguli a g h & h g b: per 13 propoſitionem/duobus rectis ſunt æquales. anguli igitur b g h & g h d duobus rectis ſunt minores. quæ autē a minoribus duobus rectis producuntur in infinitum: concurrunt/per primum poſtulatū. Rectæ igitur lineæ a b & c d: in infinitum productæ/concurrunt. non cōcurrunt autē: quoniam paralleli/per hypotheſin. Angulus igitur a g h: angulo g h d inæqualis non eſt. æqualis igitur ſed angulus a g h: angulo e g b per 15 propoſitionem eſt æqualis. angulus igitur e g b: per 1 communem ſententiam/angulo g h d eſt æqualis. cōmunis ponatur b g h. anguli e g b & b g h igitur: angulis b g h & g h d ſunt æquales. Sed anguli e g b & b g h: duobus rectis ſunt æquales/per 13 propoſitionem. & anguli b g h & g h d: duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportebat.

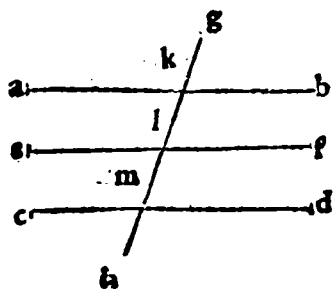


Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.



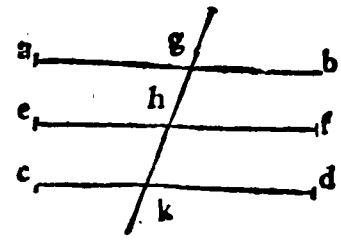
Si fuerint duæ lineæ vni æquidiſtantes: eædem ſibi inuicem æquidiſtantes erunt. 30

¶CAMP. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: quarum vtraq; æquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas videlicet a b & c d: eſſe æquidiſtantes. Hoc autē eſt vniuerſaliter verum: ſiue duę lineę a b & c d ſint in vna ſuperficie cum linea e f, ſiue non. hic tamen non intelligitur: niſi ſecundum q̄ omnes ſunt in ſuperficie vna. ſecūdū enī q̄ ſunt in diuerſis ſuperficiebus: probatur in 9 vndecimi libri/q̄ ſūt æquidiſtantes. Sint ergo omnes in ſuperficie vna. protraham autem lineam g h: ſecantem lineas a b, e f, & c d, in pūctis k, l, m. Et quia a b æquidiſtat e f: erit angulus b k l æqualis angulo e l k per primam partem præcedētis/cū illi ſint coalterni. at quia c d æquidiſtat e f: erit angulus k l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco/per ſecundam partē præcedentis. ergo angulus b k l: eſt æqualis angulo c m l. qui cum ſint coalterni: erunt per 27/lineę a b & c d æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 30.

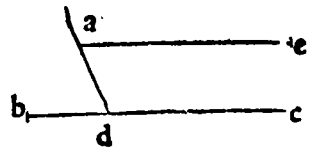
¶Quæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem ſunt paralleli. 30



¶THEON ex Zā. ¶Sint a b & c d: ipſi e f paralleli. dico ꝙ a b: ipſi c d eſt parallelus. Incidat enim in eas: recta linea g h k. & quoniam in parallelos rectas lineas a b & e f, recta linea g h k incidit: æqualis eſt igitur a g h ipſi g h f, per 29 propoſitionem. Rurſus quoniam in parallelos rectas lineas e f & c d recta linea g k incidit: per eandem/æqualis eſt g h f ipſi g k d. patuit autem ꝙ a g h ipſi g h f eſt æqualis/& ꝙ g k d æqualis eſt ipſi g h f. & a g k igitur: ipſi g k d eſt æqualis/& ſunt alterni. parallelus igitur eſt a b: ipſi c d. Quod oſtendendum erat.

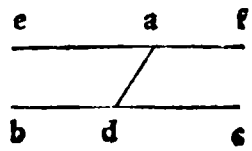
Eucli. ex Camp. propoſitio 31.

31 A Puncto extra lineam dato: lineæ propoſitę æquidiſtantem ducere.



¶CAMPANVS. ¶Punctus extra lineam datus intelligitur: cum linea vtrinq; protracta/per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a: datus extra lineam b c. ab eodem puncto a, a quo oportet protrahere lineam æquidiſtantem ipſi b c: protraho lineam a d lineæ b c ſuperſtantem qualitercunq; contingat. & ſuper punctum a qui eſt extremitas lineæ a d/ conſtituo angulum e a d per doctrinam 23 propoſitionis: æqualem angulo b d a ſibi coalterno. eritq; a e æquidiſtãs b c per 27 propoſitionem. quod eſt propoſitum.

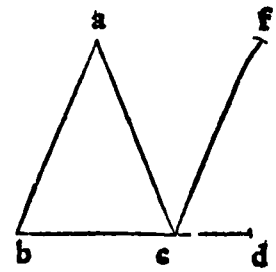
Eucli. ex Zamb. Problema 10. propoſitio 31.



31 ¶Per datum ſignum: datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.

¶THE. ex Zāb. ¶Sit quidem datum ſignum/a: data vero recta linea/ ſit b c. Oportet iam per datum ſignū a: ipſi b c rectæ lineæ/parallelum rectam lineam ducere. Suſcipiatur in ipſa b c/contingens ſignum: ſitq; illud d. & connectãtur per primum poſtulatum: a d. & conſtituatur per 23 propoſitionem ad datam rectam lineam a d, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo a d c, æqualis angulus d a e. & producatur per 14 propoſitionem/in rectum ipſius e a: linea a f. Et quoniam in rectas lineas b c & e f, recta linea incidēs a d, alternos angulos e a d & a d c æquales adinuicem fecit: parallelus eſt igitur e a f ipſi b c, per 27 propoſitionem. Per datum ergo ſignum a: datæ rectæ lineæ b c parallelus recta linea e a f ducta eſt. quod feciſſe oportuit.

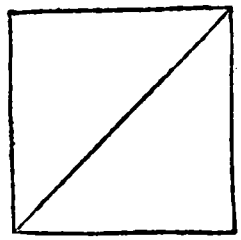
Eucli. ex Camp. propoſitio. 32.



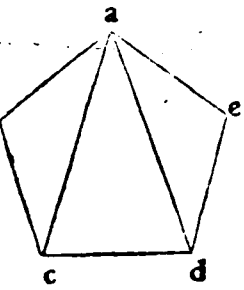
32 OMnis trianguli angulus extrinſecus: duobus intrinſecis ſibi opoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius: duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

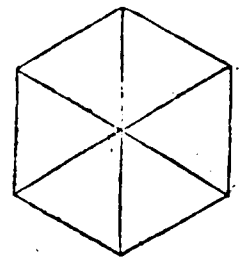
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: cuius latus b c protrahatur vſq; ad d. dico q; ãgulus c extrinſecus: eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis. & ꝙ tres anguli triãguli a b c ſimul iuncti: ſunt æquales duobus rectis. A puncto c protrahã c f æquidiſtantem a b: ſecundum doctrinam præcedentis. eritq; angulus f c a, æqualis angulo a: quia ſunt coalterni per primam partem 29 propoſitionis. & angulus f c d extrinſecus: æqualis angulo b intrinſeco per ſecundam partem eiuſdem. quare totus a c d extrinſecus: eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis. quod eſt primum. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionem: erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis. quod eſt ſecundum propoſitum.

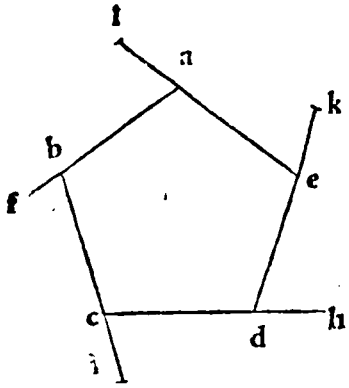
¶CAMPANI additio. ¶Ex hac autem patet ꝙ omnis figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt æquales: quotus eſt numerus quo a prima deſtiterit/duplicatus. Verbi gratia. polygoniarũ figurarum: eſt triangula prima. quia ſi eſſet duarum linearum: cum figura ſit clauſio linearũ/tunc duæ lineæ rectæ includerent ſuperficiem. quod eſt

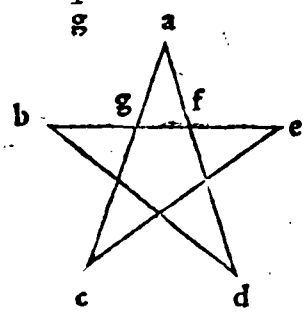


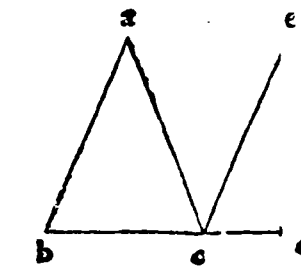
impoſſibile per vltimam petitionem. Quadrilatera: ſecunda. pentagona: tertia. Similiter autē quelibet tota erit ī ordine: quotus erit numerus laterū aut angulorum eius/ inde dempto binario. Dico ergo q; triangulę (quę eſt prima) omnes anguli ſunt ęquales duobus rectis. quadrilaterę (quę eſt ſecunda) erunt æquales quatuor rectis. & pentagonę (quę eſt tertia) erunt æquales ſex rectis. Hoc autem inde manifeſtum eſt. quoniam cū quælibet talis figura ſit in tot triangulos reſolubilis quota ipſa fuerit a prima/ ductis rectis lineis a quouis angulorum eius ad omnes angulos oppoſitos/ ſintq; omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales: erunt omnis lateratæ figurę omnes anguli bis tot rectis æquales/ quota ipſa fuerit a prima. quod eſt propoſitum. Sit enim exempli gratia/ pentagonus a b c d e: a cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipſi oppoſitos. erit totus pētagonus reſolutus in tres triāgulos a b c, a c d, & a d e: quorū cū cuiuſlibet ſint anguli æquales duobus rectis/ erunt pentagoni anguli æquales ſex rectis. quod eſt duplū eius numeri quo a prima diſtat: ſiue duplū numeri āgulorū aut laterū eius/ ide dēpto binario. ¶ Poſſumus quoq; & ſic idem proponere. dicentes q; omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti ſunt tot rectis āgulis æquales: quātus eſt numerus quem eius anguli duplicant/ inde demptis quatuor. puncto enim quouis intra figuram ſignato/ & ab eo ad ſingulos angulos lineis protractis: erit ipſa figura in tot triangulos reſoluta quoti fuerint eius anguli. ideoq; omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti/ tot rectis angulis erunt æquales: quantus eſt numerus quem duplicant anguli propoſitæ figuræ. Cum itaq; ſint omnes anguli triangulorū in quos ipſa reſoluta eſt/ punctum medium circunſtantes/ quatuor rectis æquales per 13 propoſitionem: manifeſtū cōſtat propoſitum. ¶ Similiter quoq; patet/ q; omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinſeci: quatuor rectis angulis ſunt æquales. ſunt enim intrinſeci & extrinſeci bis tot rectis æquales: quot habuerit angulos/ per 13 propoſitionem. Intriſeci autem ſunt bis tot rectis æquales quot habuerit angulos demptis inde quatuor. ergo extrinſeci ſūt quatuor rectis ęquales. quod eſt propoſitum. Exempli gratia. propoſiti pentagoni latera protrahantur: vt fiāt anguli extrinſeci. a b quidem protrahatur vſq; ad f. b c vſq; ad g. c d vſq; ad h. d e vſq; ad k. e a vſq; ad l. eruntq; per 13 propoſitionem duo anguli/ a intrinſecus & a extrinſecus: æquales duobus rectis. eadem autem ratione: duo anguli b intrinſecus & b extrinſecus. ſic & cæteri. quare a, b, c, d, e, anguli intrinſeci et extrinſeci: decē rectis æquātur. demptis igitur intrinſecis qui ſunt æquales ſex rectis: erūt extrinſeci videlicet. b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis. ¶ Pater etiam q; omnis pētagonus cuius vnumquodq; latus duo ſecat ex reliquis habet 5 āgulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e. & ſecet latus a c: latus b e in puncto g. & latus a d idem latus b e in puncto f. erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d: cum ſit extrinſecus ad ipſos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e: cū ſit extrinſecus ad ipſos in triangulo g c e. ſed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, ſunt æquales duobus rectis. ergo quatuor anguli b, d & c, e: ſunt cum angulo a æquales duobus rectis. quod eſt propoſitum.









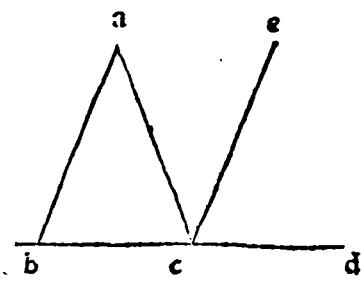


Eucli. ex Zamb. Theorema 22. propoſitio 32.

¶ Omnis trianguli vno latere producto: exterior angulus binis interioribus & oppoſito eſt æqualis. Et trianguli tres interiores anguli: binis ſunt rectis æquales. 32

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c. & producatur vnum illius latus (ſitq; b c) vſq; in d. Dico q; exterior angulus a c d: ipſis c a b & a b c duobus interioribus & oppoſito/ eſt æqualis. et trianguli tres anguli interiores hoc eſt a b c b, c a, & c, a b: duobus rectis ſunt æquales. Excitetur enim per præcedentem/ per ſignū c, ipſi a b rectæ lineæ parallelus c e.

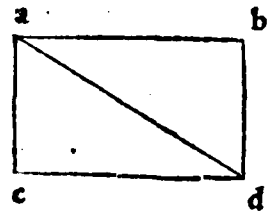
Et quoniam parallelus eſt a b ipſi c e, & in ipſas incidit linea a c: alterni anguli b a c & a c e, æquales ſunt adinuicem. Rurſus quoniam parallelus eſt a b ipſi c e, & in eas incidit recta linea b d: exterior angulus e c d, per viceſimamſeptimam/ viceſimamoctauam/ & viceſimamnonã propoſitiones/æqualis eſt angulo a b c interiori & oppoſito. patuit autẽ q; a c e: ipſi b a c eſt æqualis. Totus igitur exterior angulus a c d: æqualis eſt duobus interioribus & oppoſitis/hoc eſt ipſis b a c & a b c. Communis ponatur: a c b angulus. igitur a c d & a c b: tribus angulis a b c, b c a & b a c, ſunt æquales. Sed a c d & a c b: duobus rectis/per 13 propoſitionẽ ſunt æquales. ãguli a c b & c a b & c b a igitur: duobus rectis ſunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. Quod oportuit oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

33 SI in ſummitatibus duarum linearum æquidiſtantium et æqualis quantitatis/aliæ duæ lineæ coniũgantur: ipſæ quoq; æquales et æquidiſtãtes erunt.

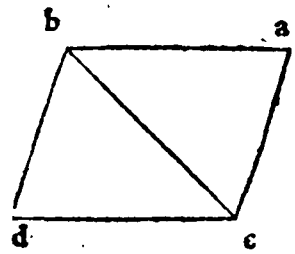
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidiſtantes: quarum extremitates coniungã per lineas a c & b d. Quas dico eſſe æquales & æquidiſtantes. protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d ſunt æquidiſtantes: erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem viceſimænonæ propoſitionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d: æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a. & angulus a primi: æqualis angulo d ſecundi. ergo per quartã propoſitionẽ baſis b d primi/ eſt æqualis baſi a c ſecundi: & anli a d b primi /æqualis angulo d a c ſecundi. At quia ipſi anguli a d b & d a c ſunt coalterni: erunt lineæ b d & a c æquidiſtantes/ per viceſimamſeptimam. Et quia prius probatũ eſt ipſas eſſe æquales: patet propoſitum vtrumq;.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23. propoſitio 33.

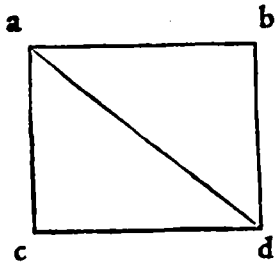
33 AEquas et parallelos ad eaſdem partes/rectæ lineę coniũgentes: & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

THEON ex Zamberto. Sint æquales rectæ lineæ & parallelæ: a b & c d. & ipſas coniungant ad eaſdem partes: rectę lineæ a c & b d. dico q; a c & b d: æquales & paralleli ſunt. Connectatur enim per primum poſtulatum b c. Quoniam parallelus eſt a b ipſi c d, & in eas incidit b c: alterni anguli a b c & b c d adinuicem ſunt æquales/ per viceſimamnonã propoſitionem. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi c d, communis autem b c: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d ſunt æquales. & angulus a b c: angulo b c d eſt æqualis. Baſis igitur b d: per quartam propoſitionem baſi a c eſt æqualis. & triangulum a b c: triangulo ei quod ſub b c d, æquum eſt. & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales alter alteri/ ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur a c b: æqualis eſt ei qui ſub c b d. & angulus b a c: ei qui ſub b d c. Et quoniam in duas rectas lineas a c & b d, recta linea incidit b c, alternos angulos hoc eſt a c b & c b d æquales adinuicem efficiens: parallelus igitur eſt a c ipſi b d, per viceſimamſeptimam propoſitionem. Oſtenſum autem eſt: q; & ei ęqualis eſt. Aequales igitur & parallelos ad eaſdem partes coniungentes lineæ rectę: & ipſæ ęquales & paralleli ſunt. Quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 34.

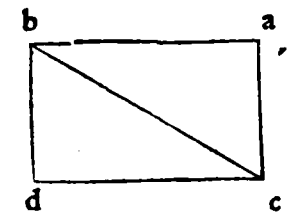
34 OMnis ſuperficies æquidiſtantibus contenta lateribus: lineas atq; angulos ex aduerſo collocatos habet æquales / diametro diuidente eam per medium.



¶CAMPANVS. ¶Sit ſuperficies a b c d æquidiſtantium laterum: ita q; linea a b æquidiſtet c d, & a c ipſi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d: eſſe æquales. ſimiliter dico angulum a eſſe æqualem angulo d: & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d: quæ etiam diuidet ſuperficiem illam per medium. Cũ a b & c d ſint æquidiſtãtes: erunt anguli b a d & c d a, qui ſunt coalterni; æquales per viceſimam nonam. At quia etiam a c & d b ſunt æquidiſtantes: erunt anguli c a d & b d a, qui ſunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c. & quia duo anguli a & d trianguli a d b, ſunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d ſuper quod iacent illi anguli in vtroq; triangulo/eſt commune: erit per viceſimam ſextam propoſitionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet eſſe æqualem angulo d totali per ſecundam communem animi conceptionem; totum propoſitum cum correlario liquet.

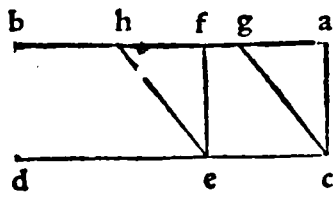
Euclí. ex Zamb. Theorema 24. propoſitio 34.

¶Parallelogrammorum locorum latera quæ ex oppoſito/& anguli: æqualia ſunt adinuicem/et dimetiens ea bifariã ſecat. 34.



¶THEON ex Zam. ¶Sit parallelogrãmus locus a c d b: dimetienſq; illius eſto b c. Dico q; parallelogrammi a c d b latera & anguli ex oppoſito/adinuicem ſunt æqualia: & illud/dimetiẽs bifariam ſecat. Quoniã parallelus eſt a b ipſi c d, & in eas incidit recta linea b c: per 29 propoſitionem/alterni anguli a b c & b c d ſunt adinuicem æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt a c ipſi b d, & in eas incidit recta linea b c: ãguli alterni hoc eſt a c b & c b d æquales ſunt adinuicẽ. Bina igitur triangula ſunt a b c & b c d: duos angulos qui ſub a b c & a c b, duobus angulis b c d & c b d æquales habentia alterum alteri & vnum latus vni lateri æquale ad angulos æquos / & commune eorum b c. & reliqua latera igitur per 26 propoſitionẽ / reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri: & reliquus angulus reliquo angulo æqualis. latus igitur a b eſt æquale lateri c d, & c a ipſi b d: & angulus b a c ãgulo b d c eſt æqualis. Et quoniã angulus a b c æqualis eſt angulo b c d, & angulus c b d ei qui ſub a c b: totus igitur angulus a b d toti angulo a c d, per 2 communem ſentẽtiam eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem: q; angulus b a c angulo c d b eſt æqualis. Parallelogrammorum igitur locorum ãguli & latera ex oppoſito: adinuicem ſunt æqualia. Dico etiam: q; dimetiens ea bifariam ſecat. Quoniam enim a b æquum eſt ipſi c d, & b c communis eſt: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d ſunt altera alteri æquales. et angulus a b c angulo b c d eſt æqualis. baſis igitur a c: per 4. propoſitionem baſi b d eſt æqualis/& triangulum a b c triangulo b c d eſt æquale. Dimetiens igitur b c: bifariam ſecat parallelogrammum a b c d. Quod erat oſtendendum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 35.

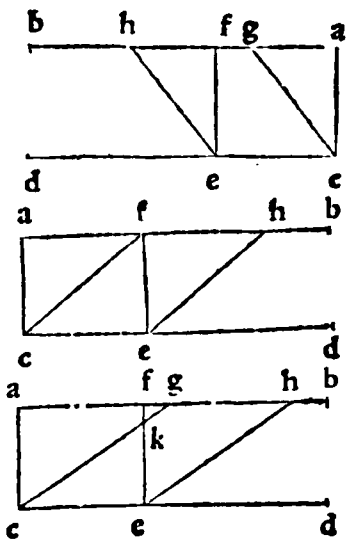




Mnes ſuperficies æquidiſtantium laterum ſuper vnam baſin atq; in eiſdem alternis lineis conſtitutæ: æquales eſſe probantur. 35.

¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineę a b & c d æquidiſtãtes. inter quas fiat a c f e ſuperficies æquidiſtantiũ laterum ſuper baſin c e. & ſuper eandem baſin/et inter eaſdem lineas fiat alia ſuperficies g c h e: ſimiliter æquiſtantiũ laterum. dico duas prædictas ſuperficies: eſſe æquales. Quod ſic probatur. Aut enim linea ç g ſecabit lineam a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. ¶Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f: vt in prima figuratione apparet.

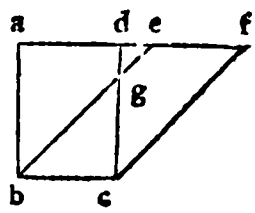
Et quia vtraq; duarum linearum a f & g h eſt æqualis lineæ c e per præcedentem: vna earum erit æqualis alteri. dempta ergo linea f g cõmuni: remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum eſt a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per ſecundam partem 29/videlicet extrinſecus intrinſeco: erit per 4 triangulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ eſt g c f e, addita vtriq;: erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e. quod eſt propoſitum. ¶Secet ſecũdo modo linea c g lineã a b in puncto f: vt in ſecunda figuratione apparet. eruntq; ſimili argumẽtatione priori/ duo trianguli a c f & f c h: æquales. quare vtrobiq; addito triangulo f c e: patet propoſitũ. ¶Secet tertio modo linea c g lineã a b inter duo pũcta, f, b: vt in tertia figuratione apparet. ſecabitq; lineam f e. ſit vt in puncto k. & quia ſimili argumentatione priori/ linea a f eſt æqualis lineæ g h: facta communi linea g f, erit a g æqualis f h. & triangulus a g c: æqualis triãgulo f e h. Addito ergo vtriq;/ triangulo c k e, & detracto ab vtroq; triãgulo f k g: erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e. quod eſt propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 25. propoſitio 35.

35 ¶Parallelogramma in eadẽ baſi et in eiſdem parallelis exiſtentia: adinuicem ſunt æqualia.

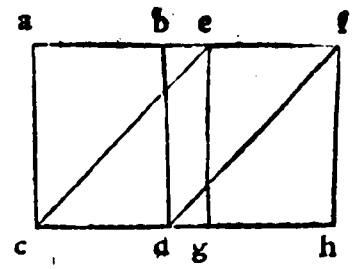
¶THEON ex Zamb. ¶Sint parallelogrãma a b c d & e b c f: in eadẽ baſi exiſtẽtia hoc eſt b c, & in eiſdẽ parallelis hoc eſt a f & b c. Dico q; parallelogrammum a b c d: æquale eſt parallelogrãmo e b c f. Quoniam enĩ parallelogrãmũ eſt a b c d: æqualis eſt a d ipſi b c p 34. propoſitionẽ. & id propterea igitur: & e f ipſi b c. quare & a d: ipſi e f eſt æqualis. & cõmunis d e. tota igitur a e: toti d f eſt æqualis. At a b: ipſi d c eſt æqualis. duæ igitur e a & a b: duabus f d & d c ſunt altera alteri æquales. & angulus f d c: angulo e a b eſt æqualis/ exterior interiori. Baſis igitur e b: per quartam propoſitionem/ baſi f c eſt æqualis. & triangulum e a b: triangulo f d c eſt æquale. Commune auferatur triangulum d g e. reliquũ igitur trapezium a b g d: trapezio e g c f eſt æquale. Commune autem ponatur triangulum g b c. totum igitur parallelogrammum a b c d: toti parallelogrammo e b c f eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua. quod oſtendere oportuit.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 36.

36 Mnia parallelogramma in baſibus æqualibus atq; in eiſdem lineis conſtituta: æqualia eſſe neceſſe eſt.

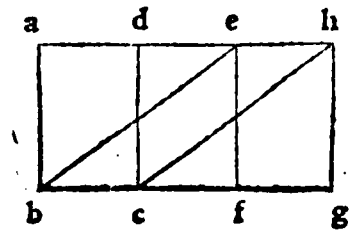
¶CAMPANVS. ¶Parallelogrammũ: dicitur ſuperficies æquidiſtantium laterum. Sint duæ ſuperficies a b c d & e f g h, æquidiſtantium laterum: conſtitutæ inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt a f & c h, & ſuper æquales baſes quę ſunt c d & g h. dico eas eſſe æquales. nam protrahãtur duas lineas c e & d f. eritq; per 33/ ſuperficies c d e f, æquidiſtantium laterum: propter hoc q; e f eſt æqualis & æquidiſtans c d. nam vtraq; earum eſt æqualis g h. Quia ergo per præmiſſam vtraq; duarũ ſuperficierũ a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f: ipſæ erunt ſibi inuicem æquales. quod eſt propoſitum.

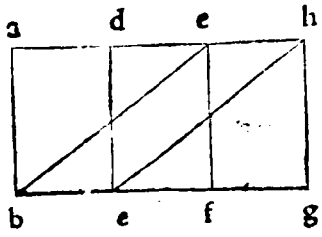


Euclí. ex Camp. Theorema 26. propoſitio 36.

36 ¶Parallelogrãma in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis exiſtentia: adinuicem ſunt æqualia.

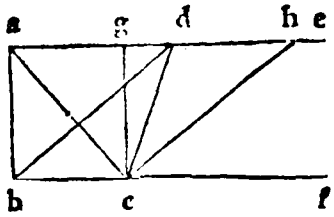
¶THEON ex Zamb. ¶Sint parallelogrãma a b c d & e f g h: in æqualibus baſibus cõſtituta hoc eſt b c & f g, & in eiſdẽ parallelis hoc eſt a h & b g. Dico q; parallelogrãmum a b c d eſt æquale parallelogrãmo e f g h.





Connectatur enim b e & c h. Quoniã æqualis eſt b c ipſi f g, ſed f g æqualis eſt ipſi e h: & b c quoq; ipſi e h eſt æqualis. ſunt autem paralleli/ & coniungunt eas b e & c h. æquales autem et parallelos / coniungentes lineę: æquales & paralleli ſunt per 33 propoſitionẽ. Igitur e b, & h c: æquales & paralleli ſunt. Parallelogrammũ igitur eſt e b c h: & eſt æquale parallelogrammo a b c d. baſin enim eandem habet/ hoc eſt b c: & in eiſdem eſt parallelis/ hoc eſt b c & e h. ac per hoc/ e f g h: ipſi e b c h eſt æquale. Quare parallelogrãmum a b c d parallelogrãmo e f g h eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua vt theoremate. Quod erat oſtendendum.

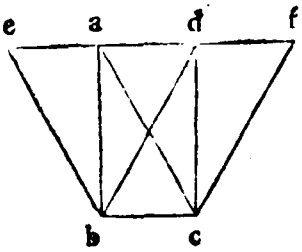
Eucli. ex Camp. Propoſitio 37.



AEquales ſunt ſibi cuncti trianguli: qui ſuper eandem baſin/ atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti. 37

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c: inter duas lineas a e & b f, quæ ſint æquidiſtantes. dico eos eſſe æquales. Protraham enim c g æquidiſtantem a b, & c h æquidiſtantem d b per 31. eruntq; duæ ſuperficies a b c g & d b c h: æquales per 35. Et quia dicti triãguli ſunt earum dimidia per correlarium 34. propoſitionis: ipſi erũt æquales per cõmunem ſcientiam quę eſt/ quorum tota ſunt æqualia: & dimidia. ſicq; patet propoſitum.

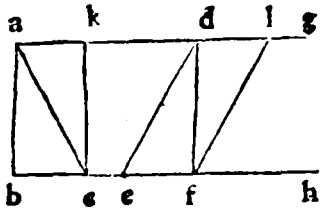
Eucli. ex Zamb. Theorema 27. propoſitio 37.



¶Triangula in eadem baſi et in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia. 37

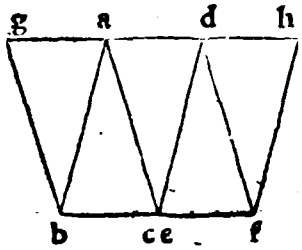
¶THEON ex Zam. ¶Sint triãgula a b c & d b c: in eadẽ baſi b c, & in eiſdem parallelis a d & b c conſtituta. Dico q; triangulum a b c: eſt ęquale triãgulo d b c. Producatur per ſecundum poſtulatum/ a d ex vtraq; parte: in e & f. & per b: ipſi c a per 31 propoſitionem excitetur parallelus b e. & per c: ipſi b d per eãdem parallelus excitetur c f. Parallelogramma igitur ſunt: e b c a & d b c f. & parallelogrãmũ e b c a: per 35 propoſitionẽ æquale eſt ipſi d b c f parallelogrammo. in eadem enim ſunt baſi b c: & in eiſdem parallelis b c & e f. At parallelogrammi e b c a, triangulum a b c: dimidium eſt per 34 propoſitionem. nam a b dimetiens: illud bifariam ſecat. parallelogrammi vero d b c f: per eandẽ/ triangulum d b c dimidium eſt. nam b c dimetiens illud bifariã ſecat. at quæ æqualium ſunt dimidiũ: adinuicẽ ſunt æqualia per 7 communem ſententiam. triangulũ igitur a b c: triãgulo d b c eſt æquale. Triãgula igitur & quę ſequũtur reliqua vt in theoremate. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 38.



SI duo trianguli ſuper baſes ęquales atq; inter duas lineas æquidiſtãtes ceciderint: ęquales eos eſſe neceſſe eſt. 38

¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli a b c & d e f: cõſtituti ſuper baſes b c & e f ęquales/ et inter lineas a g & b h æquidiſtantes. dico eos eſſe æquales. Protrahã enim c k ęquidiſtantem a b: & f l æquidiſtantem e d. erũtq; duæ ſuperficies a b c k & d e f æquales per 36. & quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per correlarium 34 propoſitionis: ipſi erunt æquales per antedictam communem ſcientiam.

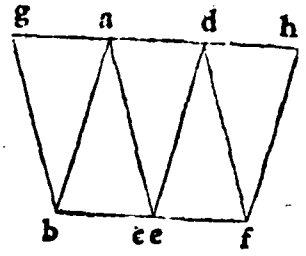


Eucli. ex Zamb. Theorema 28. propoſitio 38.

¶Triangula in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis cõſtituta: adinuicem ſunt æqualia. 38

¶THEON ex Zamb. ¶Sint triangula a b c & d e f: in æqualibus baſibus conſtituta hoc eſt b c & e f, & in eiſdem parallelis hoc eſt b f & a d.

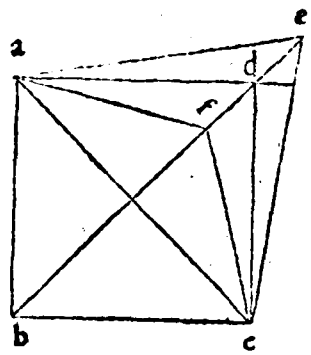
Dico q̃ triangulum a b c:æquũ eſt triangulo d e f. Producatur enim per ſecundum poſtulatum / a d:ex vtraq; parte in g,h.& per b : ipſi c a per 31 propoſitionem parallelus excitetur b g.et per f:ipſi d e parallelus excitetur f h,per eandem. Parallelogrãmum igitur eſt:& g b c a & d e f h. At parallelogrammum g b c a:per 36 æquum eſt ipſi d e f h parallelogrammo.in æqualibus enim ſunt baſibus hoc eſt b c et e f:& in eiſdem parallelis hoc eſt b f et g h. At parallelogrammi g b c a:per 34. propoſitionem triangulum a b c,medietas eſt.a b enim dimetiens:illud bifariam ſecat. et triangulum d e f:parallelogrammi d e f h,medietas eſt per eandem.nã dimetiẽs f d:illud ſecat bifariam. Aequalium vero ea quæ ſunt dimidiũ: ſibi inuicem ſunt æqualia/per 7 communem ſententiam. Triangulũ igitur a b c:triangulo d e f eſt æquale. Triangula igitur in æqualibus baſibus et in eiſdem parallelis conſtituta:ſibi inuicem ſunt æqualia. Quod oportuit demonſtraſſe.



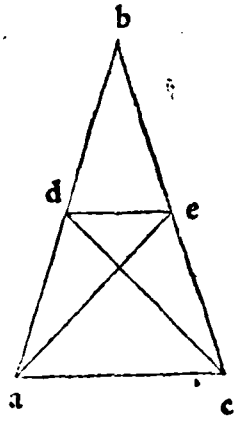
Eucli.ex Camp. Propoſitio 39

39 Omnes duo trianguli æquales/ ſi in eãdem baſin et ex eadem parte ceciderint:inter duas lineas æquidiſtantes erunt.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c & d b c,conſtituti ſuper baſin b c ex vna eadẽq; parte:ſintq; æquales. dico eos eſſe inter lineas æquidiſtantes. Et hæc eſt conuerſa 37. A puncto a,protraham lineam æquidiſtantem lineæ b c. quæ ſi pertranſierit per punctum d:liquet propoſitũ. Sin autẽ:pertrãſibit ſupra aut infra. Tranſeat primo ſupra:et ſit a e.producam b d:vſquequo ſecet lineã a e in puncto e.& protraham lineam e c. Et quia triãgulus e b c eſt æqualis triãgulo a b c per 37/& triangulus d b c poſitus eſt æqualis triangulo a b c:erit triangulus d b c æqualis triangulo e b c,pars toti. quod eſt impoſſibile. Non igitur pertranſibit linea quæ a puncto a ducitur æquediſtanter b c:ſupra d. Tranſeat ergo infra.et ſit a f:ſecans lineam d b in puncto f. Protrahã ergo lineã f c.& quia per 37/triangulus f b c eſt æqualis triangulo a b c: ipſe etiam erit æqualis triangulo d b c,pars toti.quod eſt impoſſibile. Quia ergo a puncto a, æquidiſtans b c non tranſit niſi per punctum d: patet propoſitum.



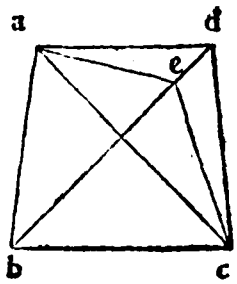
¶CAMPANI additio. ¶Ex hac autẽ & præmiſſa/nota q̃ ſi aliqua linea recta duo alicuius triãguli latera per æqua ſecet vel ſecuerit:ipſa erit tertio æquidiſtãs.quod ſic probatur. Sit triangulus a b c:cuius duo latera quæ ſunt a b & b c,ſecet linea d e per æqualia.a b quidem in puncto d: et b c in puncto e.dico q̃ linea d e eſt æquidiſtans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d,diametros a e & d c. Ductaq; per 31 a pũcto e ipſi a b æquidiſtante:erit per 38 triãgulus a e d æqualis triãgulo d e b,propter id q̃ linea a d baſis triãguli a e d poſita eſt æqualis lineæ d b baſi trianguli d e b. Rurſus quia ducta a puncto d per 31 ipſi b c æquidiſtante/ per eandem triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b,propter id q̃ linea c e poſita eſt æqualis lineę e b:triãgulus a e d eſt æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipſi ſunt conſtituti ſuper eandem baſin videlicet lineam e d,et ex eadem parte:ipſi erunt per hanc 39 inter lineas æquediſtantes.ergo linea d e:eſt æquidiſtãs lineæ a c. Quod quidem propoſitũ: ad quintam quarti tibi valebit.

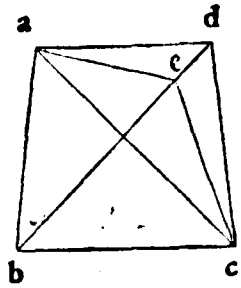


Eucli.ex Zamb. Theorema 29.propoſitio 39.

39 ¶Triangula æqualia in eadem baſi conſtituta/& ad eaſdẽ partes: & in eiſdem ſunt parallelis.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d c b:conſtituta in eadem baſi b c,& ad eaſdẽ partes.dico q̃ & in eiſdẽ ſunt parallelis. Cõnectatur a d. Dico q̃ a d:ipſi b c eſt parallelus. Si autẽ nõ:excitetur p 31 propoſitionẽ/per a ſignũ : ipſi b c rectæ lineæ parallelus a e, & cõnectatur e c. Triangulum igitur e b c:per 37 propoſitionem æquale eſt tri-

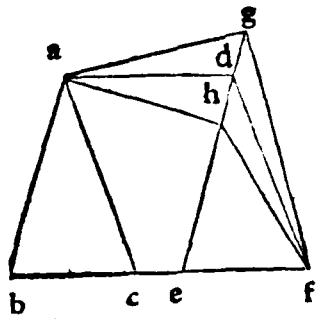




angulo a b c, in eadem enim ſunt baſi b c: in eiſdemq; parallelis a e & b c. At triangulum d b c: ipſi triangulo a b c eſt æquale/ per hypotheſin. Triangulum igitur d b c: triangulo e b c eſt æquale/ maius videlicet minori. quod eſt ipoſſibile. parallelus igitur minime eſt a e: ipſi b c. Similiterq; oſtendemus: nullam aliam præter a d. parallelus igitur eſt a d ipſi b c. Triangula igitur æqualia: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtẽdendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 40.

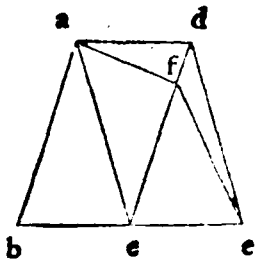
SI duo trianguli æquales ſuper æquales baſes vnius eiuſdemq; lineæ ex eadem parte fuerint conſtituti: eos inter duas lineas æquediſtantes neceſſe eſt contineri. 40



¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, d e f æquales: cõſtituti ſuper duas baſes quæ ſunt b c & e f, & ex eadem parte. dico eos eſſe inter duas lineas æquidiſtãtes. & hæc eſt conuerſa 38. Et probatur per ipſam: ſicut præcedẽs per 37. A puncto a, ducatur linea æquidiſtans lineæ b f. quæ ſi tranſierit per punctum d: patet propoſitum. ſin autem: pertranſeat ſupra vt a g. & producatur e d vſq; ad ipſũ g, vt ſit e g: & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c: æqualis triangulo g e f. quare & triangulus d e f: erit æqualis triangulo g e f, pars toti. quod eſt impoſſibile. non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra: ſecetq; lineam d e in puncto h. & ducatur linea f h. erit per 38 triangulus h e f: æqualis triangulo a b c. quare & triangulo d e f, pars toti. quod eſt impoſſibile. Quia ergo non tranſibit niſi per punctum d: patet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. propoſitio 40.

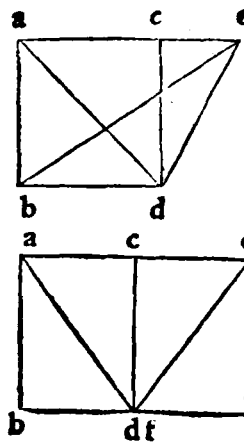
¶Triangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia & ad eaſdem partes: & in eiſdem ſunt parallelis. 40



¶THEON ex Zamb. ¶Sint triangula æqualia a b c & c d e: in æqualibus baſibus conſtituta hoc eſt b c & c e, & ad eaſdem partes a. Dico q; & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur per 1 poſtulatum a d. Dico q; a d: ipſi b e eſt parallelus. Si autem non: excitetur per 31 propoſitionẽ per a, ipſi b e parallelus a f. & connectatur f e. Triangulum igitur a b c: triangulo c f e eſt æquale per 38. in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta b c & c e: & in eiſdem parallelis b e, & a f. ſed triangulum a b c: triangulo d c e eſt æquale. Triangulum igitur d c e: æquum eſt triangulo f c e, maius minori. quod eſt impoſſibile. parallelus igitur minime eſt a f ipſi b e. Similiterq; oſtendemus q; nulla præter a d. Parallelus igitur eſt a d ipſi b e. Quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 41.

SI parallelogrammum triangulusq; in eadẽ baſi atq; in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta: parallelogrammum triangulo duplum eſſe conueniet. 41



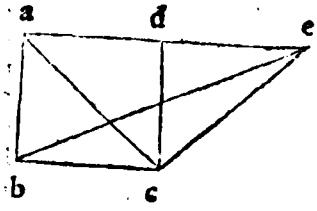
¶CAMPANVS. ¶Sit parallelogrammum a b c d, & triangulus e b d ſuper baſim b d, & inter lineas a e & b d quæ ſint æquidiſtantes. Dico parallelogrãmum: duplum eſſe triangulo. Protraham in parallelogrãmo diametrum a d. erit triangulus a b d: dimidium parallelogrãmi per correlariũ 34. & quia triangulus e b d eſt æqualis triãgulo a b d per 37: patet triãgulum e b d, eſſe dimidiũ parallelogrãmi a b c d. quod eſt propoſitũ. ¶Similiter quoq; poteſt probari/ q; ſi parallelogrãmũ triangulusq; in æqualibus baſibus atq; inter lineas æquediſtantes fuerint conſtituta: parallelogrãmum duplum erit triangulo. Quod ideo non poſuit Euclides: quia leuiter patet ex hac præcedente correlarium & 38/ diuiſo parallelogrãmo per diametrum in duos triangulos/ vel ſuper baſin parallelogrãmi inter eaſdem lineas æquediſtantes triangulo conſtituto, ad quem

duplum erit parallelogrāmum per hanc præcedentem/ & ipſe æqualis alteri dato triangulo per 38.

Eucli ex Zamb. Theorema.31.Propoſitio 41.

41 ¶Si parallelogrammum & triangulum eandē baſin habue rint/in eiſdemq; fuerint parallelis: trianguli parallelogram mum duplum erit.

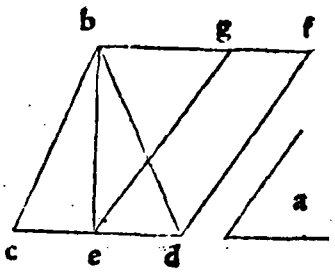
¶THEON ex Zamb. ¶Parallelogrāmū enim a b c d,& triangulum e b c: eandem habeant baſin b c,in eiſdemq; ſint parallelis b c & a e.Dico q̄ parallelogrāmum a b c d:trianguli b e c duplum eſt. Connectatur enim per 1 poſtulatum:a c. Triangulum igitur a b c:per 37 æquale eſt triangulo e b c.in eadem enim ſunt baſi b c: & in eiſdē parallelis b c & a e.Sed parallelogrāmum a b c d:duplum eſt ipſius trianguli a b c,per 34 propoſitionem. &enim dimetiens a c:illud bifariā ſecat. Quare parallelogrāmum a b c d:ipſius trianguli e b c duplum eſt.Si parallelogrā mum & triangulum igitur:& quod ſequitur reliquum.Quod erat oſtendendum.



Euclí ex Camp. Propoſitio 42.

42 Equidiſtantiū laterū ſuperficiē deſignare: cuius angulus ſit āgulo aſſignato æqualis/ipſa vero ſu ficies triangulo aſſignato æqualis.

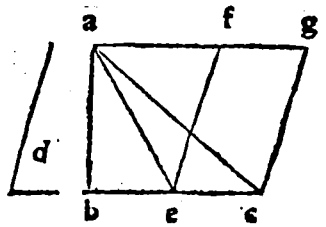
¶CAMPANVS. ¶Sit aſſignatus angulus a:& aſſignatus triangulus b c d.volo deſcribereſuperficiem æquidiſtantium laterum æqualem triangulo b c d:cuius vterq; duorum angulorū ex aduerſo poſitorum ſit æqualis a.Diuido baſin c d per dimidium in puncto e:& protraho lineam b e.& a puncto b duco b f æquidiſtantem c d.eritq; per 38 triangulus b e d:æqualis triangulo b e c.quare triangulus b e d: eſt dimidium totalis trianguli b c d.Igitur ſuper punctum e lineæ d e, conſtituo per 23 angulum d e g :æqualem angulo a.& perficio parallelogrammum g e d f. quod etiam quia per præcedentem eſt duplum ad triangulum b e d:erit etiam æquale triangulo b c d,per hanc cōmunem ſcientiam.quorum dimidia ſunt æqualia:ipſa quoq; ſunt æqualia.eſt enim triangulus b e d:v triuſq; dimidium.Quare deſcripſimus parallelogrammū g e d f æquale triangulo b c d:cuius vterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerſo poſitorum eſt æqualis angulo a.quod fuit propoſitum.



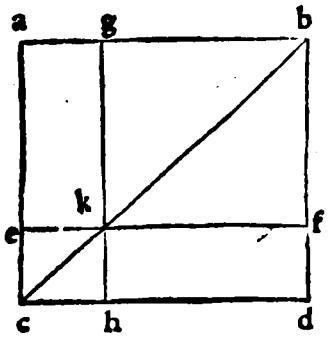
Euclí.ex Zamb. Problema 11. propoſitio 42.

42 ¶Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere: in dato angulo rectilineo.

¶THEON ex Zamb. ¶Sit datum triangulum a b c: datus vero angulus rectilineus ſit d.oportet iam ipſi triangulo a b c æquale parallelogrāmum conſtruere in angulo rectilíneo æquali ipſi d.Secetur per 10 propoſitionem/linea b c bifariam:in ſigno e.& connectatur per 1 poſtulatum/a e.Conſtituaturq; per 23 propoſitionem/ad datam rectam lineam e c,ad datumq; in ea ſignum e,ipſi angulo d,æqualis angulus c e f. Et per 31 propoſitionem:per a,ipſi e c excitetur parallelus a g.& per eandē/ per c ipſi e f/ parallelus excitetur c g. parallelogrammum igitur : eſt f e c g.Et quoniam æqualis eſt b e ipſi e c:triangulum a b e per 38/triangulo a e c eſt æquale.in æqualibus enim ſunt baſibus b e & e c: & in eiſdem parallelis b c & a g. Duplum igitur eſt triangulum a b c:triāguli a e c.Parallelogrammum autem f e c g:per 40 duplum eſt trianguli a e c.baſin enim eandem habet:in eiſdemq; parallelis eſt.parallelogrammum igitur f e c g æquum eſt ipſi triangulo a b c:& habet angulum c e f æqualem dato angulo d. Dato igitur triangnlo a b c,æquale conſtitutum eſt parallelogrammum f e c g:in angulo c e f qui æqualis eſt ipſi d, quod feciſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. propoſitio.43.

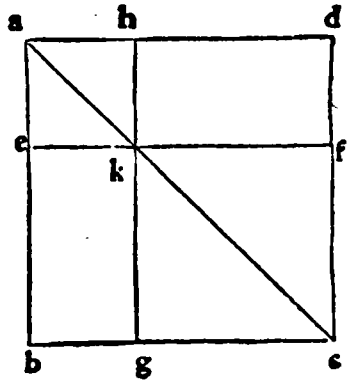


OMnis parallelogrāmi ſpacii/eorum quæ circa diame 43
trum ſunt parallelogrā morum ſupplementa:æqua
ſibi inuicem eſſe neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sit parallelogrāmū a b c d:in quo protraham diame trum b c.& protraham e f æquidiſtantem vtriq; duorum laterū a b & c d: quæ ſecet diametrū in puncto k. a quo ducam k g æquidiſtantem vtriq; duorum laterum a c & b d:& producam eam quouſq; ſecet vtrumq; latus a b & c d,ſitq; tota g k h. Erit totum parallelogrānum a b c d diuiſum in quatuor parallelogrāma.quorum duo ſcilicet e c k h & g k b f dicuntur cō ſiſtere circa c b:eo q; diameter tranſit per mediū eorum/et ideo ſunt circa diametrū.reliqua duo ſcilicet a e g k & k h f d: dicūtur ſupplemēta. Hæc duo ſupplementa:dicūtur eſſe æqualia.ſunt enim duo triāguli a b c & c d b:æquales per correl. 34. propoſitionis .ſimiliter quoq; duo trianguli g k b & f k b:ſunt æquales per idē correlariū.at duo trianguli c e k & k h c: ſimiliter ſunt æquales per idem correlariū.Demptis igitur duobus trian gulis b g k & k c e de totali triangulo a b c, ac duobus triāgulis reliquis b f k & k c h de totali triangulo reliquo c d b:erunt per 3 communem ani mi conceptionem reſidua quæ ſunt;duo dicta ſupleméta/æqualia.quod eſt propoſitum.

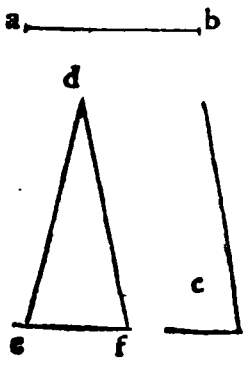
Eucli. ex Zamb. Theorema 32.propoſitio 43.

¶Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem 43
ſunt parallelogrāmorum ſupplementa:ſibi inuicem ſunt æ qualia.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit parallelogrāmum a b c d:dimetiens vero il lius ſit a c.circa vero a c,ſint parallelogrāma e h & g f.ſupplemēta vero: ſint b k & k d. Dico q; ſupplementum b k:æquale eſt ſupplemento k d. Quoniam parallelogrammum eſt a b c d,dimetiens vero illius eſt a c:tri angulum a b c per 34. propoſitionem/æquum eſt triangulo a d c.Rurſus quoniā parallelogrammum eſt a e k h,dimetiens vero illius eſt a k:trian gulum igitur a e k per eandem æquū eſt triangulo a h k.ac per hoc/trian gulum k f c: æquum eſt triangulo k g c.At quoniam triangulum a e k tri angulo a h k eſt æquale,& triangulum k f c triangulo k g c eſt æquale: triangula igitur a e k & k g c/triangulis a h k & k f c ſunt æqualia.eſt au tem totum triangulum a b c:toti triangulo a d c æquale.reliquum igitur ſupplementum b k:per 3 communem ſententiam reliquo ſupplemento k d eſt æquale.Omnis parallelogrāmi ergo:& quod ſequitur reliquū. quod oportuit demonſtraſſe.

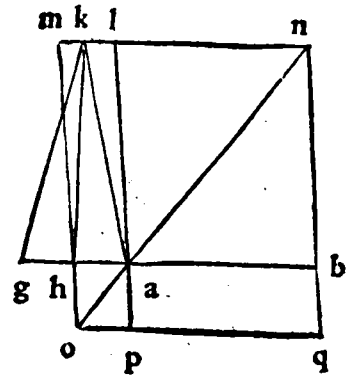
Eucli.ex Camp. Propoſitio 44.



ROpoſita linea recta:ſuper eam/ſuperficiem æqui 44.
diſtantium laterum cuius angulus ſit angulo aſſi
gnato æqualis/ipſa vero ſuperficies triāgulo aſſi-
gnato æqualis deſignare.

¶CAMPANVS. ¶Deſignare ſuperficiem æquidiſtantium laterū ſuper lineam aliquam:eſt lineam ipſam facere latus vnū ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b,& datus āgulus c,& datus triangulus d e f.Super line am a b volo deſignare ſuperficiē vnā æquidiſtantium laterum/ita q; linea a b ſit vnum ex lateribus eius: cuius vterq; duorum āgulorum ex aduerſo poſitorum ſit æqualis angulo c,& ipſa totalis ſuperficies ſit æqualis tri-angulo d e f.Differt autem hęc a 42:quia hic datur latus vnius ſuperfici-ei deſcribendæ ſcilicet linea a b,ibi autem nullū.Cū ergo hoc voluero fa cere:adiungo lineam a g lineæ a b ſecundum rectitudinē/quam pono æ qualem lineæ e f baſi trianguli dati.ſuper quam conſtituo triangulū vnū

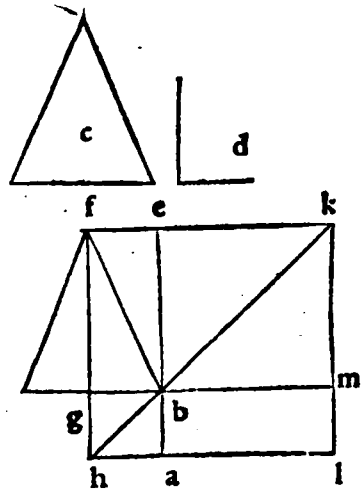
dato triangulo æqualē:& eidē æquilaterum.quod hoc modo facio.Conſti tuo angulum a g k æqualem angulo e: & angulum g a k æqualem angu lo f,per 23.& quia g a poſita fuerat æqualis e f:erit per 26 triāgulus g a k æqualis& ęquilaterus triangulo c f d.Diuidā ergo g a per æqualia in pū cto h:& ꝓtraham k h.& producam a puncto k: lineam m k n æquidiſtan tem lineæ g b.eritq; per 38 triangulus a h k:æqualis triāgulo g h k. Tunc ſuper punctum a lineę g a faciā angulum g a l per 23 ęqualem angulo c dato.& complebo ſuper baſin a h,& inter lineas g b & m n æquidiſtan tes/ſuperficiem æquidiſtantium laterum m l h a: quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a.æqualis igitur totali triangulo k g a. quare & trian gulo d e f propoſito.Protraham ergo b n æquidiſtantem a l. & producā diametrū n a:quam protraham quouſq; concurrat cum m h producta in puncto o.& cōplebo ſuperficiem æquidiſtātiū laterū m o n q.et protrahā l a vſq; ad p punctum lineæ o q. eritq; per prędentem/ſupplementum a b p q:æquale ſuppleméto m l h a.quare & triāgulo d e f. & quia per 15 angulus l a h eſt ęqualis āgulo b a p,et ideo;angulus b a p eſt æqualis ā gulo c:patet ſuper datam lineam a b deſcriptā eſſe ſuperficiē æquidiſtātiū laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f,cuius vterq; duorum angu lorum ex aduerſo poſitorum qui ſunt a & q,eſt æqualis dato angulo c. quod fuit propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Problema 12.Propoſitio 44.

44 ¶Ad datam rectam lineā:dato triangulo æquale parallelo grammum conſtruere in dato angulo rectilineo.

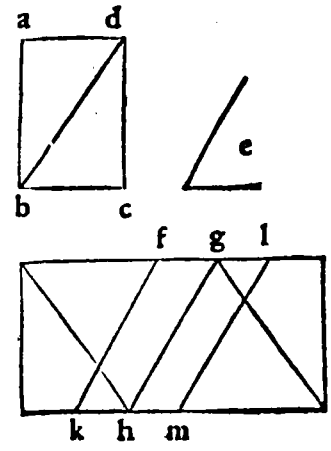
¶THEON ex Zam. ¶Sit quidem data recta linea a b.datum vero trian gulū:ſit c.datus autem angulus rectilineus ſit d.oportet iam ad datam re ctam lineam a b:dato triangulo c æquale parallelogrammum prætende re in angulo d. Conſtituatur per 42 ipſi c triangulo æquale parallelogrā mū b e f g:in angulo e b g qui ipſi d eſt æqualis. Et per 2 poſtulatum po natur vt b e ſit in rectum ipſi a b.et extendatur f g in h.& per a per 31 pro poſitionē vtriſq; & b g & e f parallelus excitetur a h.& cōnectatur per pri mum poſtulatum h b. Et ~~quoniam in parallelos a h & e f recta linea~~ inci dit h f:anguli ergo a h f,h f e,per 29 propoſitionem duobus rectis ſunt æquales.anguli ergo b h g & g f e:duobus rectis ſunt minores.quæ autem a minoribus duobus rectis in infinitum producuntur:per 5 poſtulatum concurrūt.Lineę igitur h b & f e:in infinitum productæ concurrunt.pro ducantur igitur:& concurrant in k.Et per 31 propoſitionem/per k ſignū vtriſq; e a & f h parallelus excitetur k l.& producantur per 2 poſtulatum li neæ h a & g b ad l,m,ſigna.Parallelogrammum igitur eſt h l k f: illiuſq; dimetiens eſt h k. circa vero ipſum dimetientē h k parallelogrāma ſunt a g & m e.ſuppleméta vero:l b & b f.Igitur per 43 l b ipſi b f eſt æquale. ſed b f:per 42 ipſi triangulo c eſt æquale.igitur & l b:ipſi c eſt æquale.Et quoniam angulus g b e per 15 angulo a b m eſt æqualis/ſed angulus g b e ipſi d eſt æqualis:angulus igitur a b m ipſi d eſt æqualis.Ad datam igi tur rectā lineā a b: dato triangulo c æquale parallelogrāmū pręteditur l b,in angulo a b m qui ipſi d eſt æqualis.quod feciſſe oportuit.

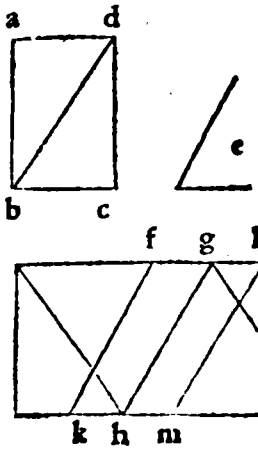


Eucli ex Zamb. Problema 13 propoſitio 45.

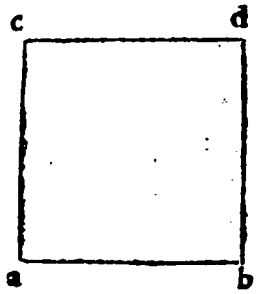
45 DAto rectilineo:æquale parallelogrammum conſtitu ere in dato angulo rectilineo.

¶THEON ex Zā. ¶Sit datū rectilineum a b c d:datus ve ro angulus rectilineus ſit e.oportet iam ipſi a b c d rectilineo æquale conſtruere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Conne ctatur per primum poſtulatum d b.& conſtituatur per 42 triangulo a d b ęquale parallelogrāmum f h,in angulo h k f,qui ipſi e eſt æqualis.& præ tendatur per 44 ad rectam lineam g h:triangulo d b c æquale parallelo-





grãmũ g m, in angulo g h m qui ipſi e eſt æqualis. Et quoniã angulo e, ãgulus h k f, et ãgulus g h m eſt æqualis: ãgulus igitur h k f, angulo g h m æqualis. Communis ponatur angulus k h g. anguli ergo f k h & k h g: anguli k h g & g h m ſunt æquales. Sed anguli f k h & k h g: per 29 propoſitionem duobus rectis ſunt æquales. ãguli igitur k h g & g h m: duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquam rectam lineam g h per 14 propoſitionem ad aliquodq; in ea ſignum h, binæ rectæ lineæ k h & h m non in eiſdem partibus exiſtẽtes: vtrobiq; angulos binis rectis æquales efficiũt. In rectum igitur eſt k h: ipſi h m. At quoniã in parallelos k m & f g recta linea incidit h g: alterni anguli m h g & h g f per 29 propoſitionem ſibi inuicem ſunt æquales. Communis ponatur angulus h g l. Anguli ergo m h g & h g l: anguli h g f & h g l ſunt æquales. Sed anguli m h g & h g l: per eandem duobus rectis ſunt æquales. In rectum eſt igitur linea f g: lineæ g l. At quoniã f k ipſi h g per 34 æqualis eſt & parallelus, et ipſi h g ipſa l m: igitur per 1 cõmunem ſententiã f k ipſi l m æqualis eſt/& parallelus per 30 propoſitionẽ. Sed eas coniungunt rectæ lineæ k m & f l: quæ per 33 propoſitionẽ æquales & parallelæ ſunt. parallelogrãmum igitur eſt k f l m. Et quoniam per 42/triangulum a b d parallelogrãmo f h eſt æquale/& triangulum d b c parallelogrãmo g m: totum igitur a b c d rectilineum/toti k f l m parallelogrãmo eſt æquale. Dato igitur rectilineo a b c d: æquum parallelogrãmum conſtituitur k f l m, in ãgulo f k m ipſi e dato æquali. quod feciſſe oportuit.

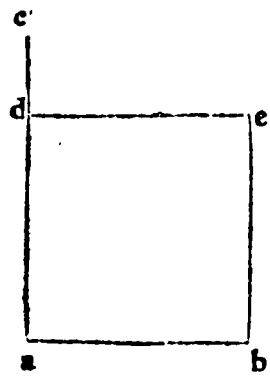


Euclí. ex Camp. Propoſitio 45

45

EX data linea: quadratum deſcribere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit data linea a b: ex qua volo quadratum deſcribere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpendiculares ad lineã a b: quæ erunt æquidiſtantes per vltimã partem 28. & pono vtramq; earum: eidem a b per 3 æqualem. & protraho lineam c d: eritq; ipſa æqualis & æquidiſtans lineæ a b per 33. Et quia vterq; duorum ãgulorum a & b eſt rectus: erit vterq; duorum c & d rectus per vltimã partẽ 29. ergo per diffinitionem quadrati: a b c d eſt quadratũ. quod eſt propoſitum. ¶ Idem aliter oſtendere. ¶ Sit a c perpendicularis ſuper lineã a b per 11: & ſit ei æqualis vt prius. & a puncto c per 31 ducatur c d æquidiſtans a b: & ponatur æqualis ei. & ducatur linea d b: quæ per 33 erit æqualis & æquidiſtans a c. & omnes anguli: recti/per vltimam partẽ 29. quare per diffinitionem quadrati habemus propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Problema 14 propoſitio 46.

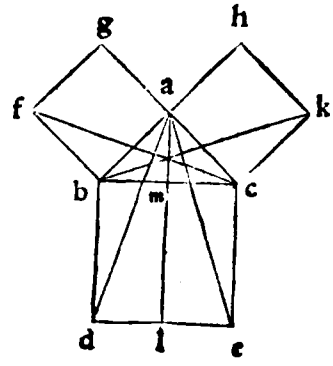
¶ Ex data recta linea: quadratum deſcribere.

46

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit data recta linea a b. oportet ex a b recta linea: quadratum deſcribere. Excitetur per 11 propoſitionẽ ipſi: rectæ lineę a b, a dato ſigno a ad angulos rectos/a c. & ponatur per 3 propoſitionẽ: ipſi a b æqualis a d. Et per 31 propoſitionẽ/per ſignum d: ipſi a b parallelus excitetur d e. & per eandem/per ſignum b: ipſi a d excitetur parallelus b e. æqualis igitur eſt a b ipſi d e: & a d ipſi b e. Sed a b: ipſi a d eſt æqualis. quatuor igitur b a, a d, d e, & e b: ſibi inuicem ſunt æquales. æquilaterum igitur eſt a d e b parallelogrammum. Dico etiam q; & rectãgulum eſt. Quoniam in parallelos a b & d e, recta linea incidit a d: anguli igitur b a d & a d e, per 29 propoſitionẽ duobus rectis ſunt æquales. angulus autem b a d eſt rectus. angulus igitur a d e: eſt etiam rectus. parallelogrãmorum locorum autem latera & anguli ex oppoſito: ſibi inuicẽ ſunt æqualia per 34 propoſitionem. Ex oppoſito igitur ambo & a b e & b e d anguli: ſunt recti. Rectangulum igitur eſt a b e d. oſtenſum autem eſt q; & æquilaterum. Quadratum igitur eſt: atq; ex data recta linea a b deſcriptum. quod facere oportebat

Eucli.ex Camp. Propoſitio 46.

46 IN omni triangulo rectangulo/quadratum quod a latere recto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribitur: æquum eſt duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conſcribuntur.

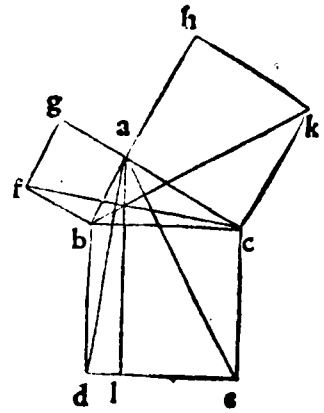


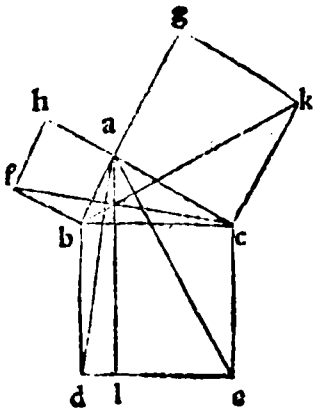
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: cuius angulus a ſit rectus. Dico ꝙ quadratum lateris b c:æquum eſt quadrato lateris a b & quadrato lateris a c ſimul ſumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera: ſecundum doctrinam præcedentis. ſitq; quadratum b c: ſuperficies b c d e. & quadratum b a: ſuperficies b f g a. & quadratum a c: ſuperficies a c h k. Ab angulo a, recto: ducã ad baſin d e baſin maximi quadrati/tres lineas. ſcilicet a l æquidiſtantem vtricq; lateri b d & c e: quę ſecet b c in puncto m. & hypothenuſas a d & a e. Itẽq; a duobus reliquis ãgulis triãguli/qui ſunt b & c: ducã ad duos ãgulos duorum quadratorum minorũ/duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum/quæ ſunt b k & c f. Et quia vterq; duorũ angulorũ b a c & b a g, eſt rectus: per 14 erit g c linea vna. eadẽ ratione erit b h, linea vna: quia vterq; duorũ angulorum c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſin b f, & iter duas lineas æquidiſtãtes quæ ſunt c g & b f, cõſtituta ſunt parallelogrãmũ b f g a & triãgulus b f c: erit per 41 parallelogrãmũ b f g a duplũ triãgulo b f c. ſed triangulus b f c eſt æqualis triãgulo b a d per 4: quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi/& ãgulus b primi eſt æqualis ãgulo b poſtremi/eo ꝙ vterq; conſtat ex angulo ~~recto & angulo a b c cõmuni~~. ergo parallelogrammum b f g a: eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrãmũ b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41: quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſin ſcilicet b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l. ergo per communem ſcientiam quadratum a b f g & parallelogrammum b d l m ſunt æqualia: quia eorum dimidia videlicet prędicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdẽ propoſitiones mediantibus triangulis k b c et a e c probabimus quadratum a c h k eſſe æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 33, propoſitio 47.

47 ¶In rectangulis triangulis quadratum quod a latere rectũ angulum ſubtendente fit: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus.

¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulum rectangulũ a b c: rectum habẽs qui ſub b a c, angulum. Dico ꝙ quadratum quod fit ex b c: æquum eſt quadratis quæ fiũt ex b a & a c. Deſcribatur igitur per 46 ex b c: quadratum b d c e. & per eandem ex b a & a c: quadrata a b f g & a c k h. Et per a: ipſis b d & c e, per 31 propoſitionem parallelus excitetur a l. et connectantur per 1 poſtulatum: a d & c f. Et quoniam anguli b a c & b a g ſunt recti: ad aliquam rectam lineam b a ad datumq; in ea ſignum a, duæ rectæ lineæ a c & a g nõ in eaſdẽ partes proiectæ/angulos vtrobiq; duobus rectis æquos efficiunt per 14 propoſitionem. in rectum igitur eſt a c: ipſi a g. Ac per hoc: & b a ipſi a h eſt in rectum. Et quoniã angulus d b c æqualis eſt angulo f b a, rectus enim vterq; eſt: communis ponatur angulus a b c. totus igitur d b a: toti f b c eſt æqualis. Et quoniã duæ a b & b d duabus f b & b c ſunt altera alteri æquales/& angulus d b a angulo f b c eſt æqualis: baſis igitur a d baſi f c per 4 propoſitionẽ eſt æqualis/& triangulum a b d triangulo f b e eſt æquale. Trianguli vero a b d: per 41/parallelogrammum b l duplũ eſt. baſin enim habet eãdem hoc eſt b d: in eiſdemq; eſt parallelis hoc eſt b d & a l. Et trianguli quoq; f b c: per eandem/quadratum g b duplum eſt. baſin namq; eandem habet hoc eſt b f: & in eiſdem eſt parallelis hoc eſt f b & g c. Quæ autem æqualium dupla ſunt: per 6 communem ſententiam adinuicem



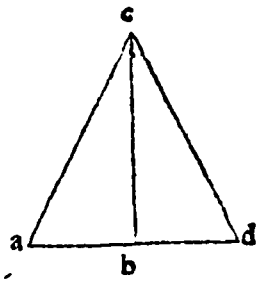


ſunt æqualia. parallelogrammum igitur b l: æquum eſt quadrato g b. Similiterq; ſi connectantur per 1 poſtulatum a e & b k: oſtendetur parallelogrammum c l, æquale eſſe quadrato h c. Totum igitur quadratum b d e c: duobus g b & h c quadratis æquum eſt. Et quadratum b d e c: eſt deſcriptum ex b c. at quadrata g b & h c: ſunt deſcripta ex b a & a c. Quadratum igitur quod ex b c latere: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus b a & a c. In rectangulis igitur triangulis. quadratum quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit: & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 47.

SI quod ab vno triãguli latere in ſeipſum ducto producitur/æquum fuerit duobus quadratis quæ a duobus reliquis lateribus deſcribuntur: rectus eſt angulus cui latus illud opponitur. 47

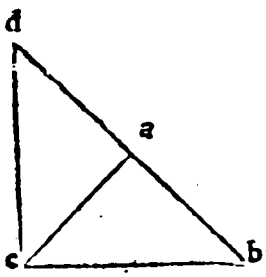
¶CAMPANVS. ¶Lineam in ſeipſam ducere: eſt eius quadratum deſcribere. ¶Sit triangulus a b c: ſitq; quadratum lateris a c: æquale quadratis duorum laterum a b & b e ſimul iunctis. dico angulum b cui latus a c opponitur: eſſe rectum. Et hæc eſt cõuerſa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c: quam pono æqualem a b. & produco lineam d c. erit per præcedentem/quadratum d c: æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c. & quia b d poſita eſt æqualis b a: erunt per communem ſcientiã quæ eſt linearũ æqualium æqualia eſſe quadrata/ quadrata duarum linearum a b & b d æqualia. quapropter erit quadratũ d c: æquale quadrato a c. ergo per aliam cõmunem ſcientiam quæ eſt conuerſa prioris/ſcilicet lineas quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales/erit d c æqualis a c. quare per 8 angulus b trianguli a b c: eſt rectus. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 48.

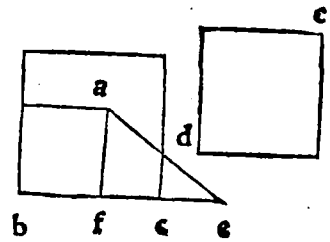
¶Si triãguli quod ab vno laterum quadratum/æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus/quadratis: angulus cõprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus/ rectus erit. 48

¶THEON ex Zã. ¶Trianguli nãq; a b c, quod ex vno latere b c quadratum: æquum ſit eis quæ ex b a, a c lateribus/quadratis. Dico q; angulus b a c: rectus eſt. Excitetur enim per 11 propoſitionem ab a, ſigno: ipſi a c rectæ lineæ ad angulos rectos a d. Et per 3 propoſitionem: ponatur ipſi a b, æqualis a d. & per 1 poſtulatum: cõnectatur d c. Et quoniam æqualis eſt d a ipſi a b: quadratum q; ex d a, æquum eſt quadrato quod ex a b. Commune apponatur quadratum quod ex a c. quadrata igitur quæ ex d a & a c: æqualia ſunt eis quæ ex b a & a c quadratis. At per præcedentem quadratis quæ ex d a & a c: æquum eſt quadratũ quod ex d c. Rectus enim eſt angulus d a c. Quadratis autem ex b a & a c, per hypotheſin æquum eſt quadratum quod ex b c. nam id receptum eſt. Quadratum igitur quod ex c d: æquum eſt quadrato quod ex b c. Quare latus d c: lateri b c eſt æquale. & quoniam d a, ipſi a b eſt æquale/communis autem a c: duæ igitur d a & a c, duabus b a et a c ſunt æquales. & baſis d c: baſi b c æqualis. Angulus igitur d a c angulo b a c per 8 propoſitionem eſt æqualis. At angulus d a c: rectus eſt. rectus igitur eſt et angulus b a c. Si trianguli ergo/quod ab vno laterum quadratum/æquum fuerit eis quæ a reliquis trianguli duobus lateribus/quadratis: angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus/rectus erit. Quod erat oſtendendum.



CAMPANI additio.

¶Propoſitis quibuſcunq; quadratis: alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.



¶Proponantur ergo duo quadrata ſcilicet a b & c d.et ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratū a b:æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; vnum latus quadrati a b ad æqualitatem vnius lateris quadrati c d in continuum et directum/ et ſit f e:ita q; f e ſit æquale vni laterum quadrati c d.& ex e ducam lineam rectam ad a. fit ergo triangulus orthogonius:quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumētum: ſecūdum penultimā primi.quadratum e a eſt tantum:quantū quadratum e f et quadratum f a.ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d: et quadratum f a eſt æquale quadrato a b.ergo quadratum a e:eſt æquale quadratis a b et c d.Item e f a:eſt triangulus.ergo e f & f a latera:ſūt longiora a e latere/ſecundū 20 primi.ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ.ergo e f & f b ſunt lōgiora a e.ergo illa totalis linea ſcilicet e b: eſt maior a e.reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e,ad punctum c:ita q; b c ſit æquale a e.ergo quadratum b c eſt æquale quadrato a e.ſed quadratum a e:vt prius probatum fuit/eſt æquale quadratis a b & c d.ergo quadratum b c eſt æquale eiſdem.Sed quadratum b c addit ſupra quadratum a b,gnomonem illum quem vides.ergo gnomo ille:eſt quadrato c d æqualis.quod erat probandum.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum primi libri FINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano,deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber ſecundus.

¶Euclides ex Campano.

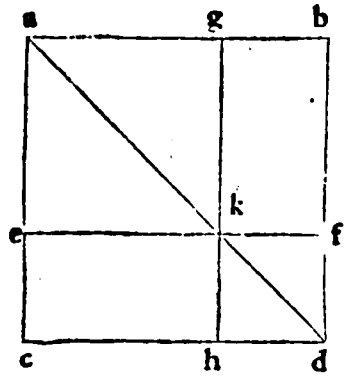
OMne parallelogrammū rectāgulū: ſub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

¶CAMPANVS ¶Parallelogrammum:eſt ſuperficies æquidiſtantiū laterum.

¶Parallelogrāmū rectāgulū:eſt ſuperficies equidiſtantium laterū habens omnes āgulos rectos.et producitur ex vno duorum laterum eius ambientium vnum ex ſuis angulis/ ducto in reliquum. et ideo ſub illis dicitur contineri.

¶Omnis parallelogrāmi ſpacij ea quidē quę diameter ſecat per medium parallelogrāma: circa eandem diametrū conſiſtere dicuntur. Eorum vero parallelogrammorum quę circa eandem diametrum conſiſtunt: quodlibet vna cum ſupplementis duobus /gnomo nominatur.

¶CAMPANVS. Quę parallelogrāma dicuntur conſiſtere circa diametrū/et quę ſunt ſupplementa:expoſitum eſt ſupra in demonſtratione 43



primi. ¶Sit enim parallelogrammum a b c d: cuius diametrũ a d diuidãt duæ e f, g h, ductę lineæ æquidistãter lateribus oppositis dicti parallelogrãmi secantes se, super diametrum a d, in puncto k. erit ipsum parallelogrammum diuisum in 4 parallelogrãma. Et vnumquodq; duorũ parallelogrammorum quæ sunt a g e k & k f h d, quæ diameter secat per medium: dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat: dicuntur supplementa. quæ duo supplementa cum vtroq; dictorum parallelogrammorum consistentium circa diametrum conponũt figuram quandã qui gnomo appellatur. cui deest ad cõplementũ parallelogrãmi: parallelogrãmũ vnũ reliquũ circa diametrũ consistens. quod si addatur: supra diametrum totalis cõpositi consistet/ eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat: minime tamen alteratur/ quemadmodum dixit Aristoteles in prædicamentis.

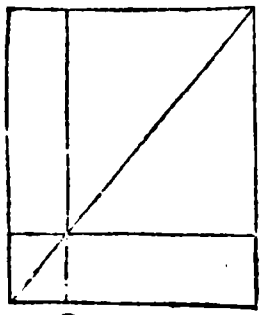
Eucli. ex Zamb. Parallelogrammum rectangulum.



Mne parallelogrammum rectangulum: sub duabus rectum angulum comprehendẽtibus rectis lineis dicitur contineri.

¶Quid gnomon.

¶Omnis parallelogrãmi loci eorum quæ circa dimetientem illius sunt parallelogrãmorũ vnumquodq; cum binis supplementis: gnomon vocetur.

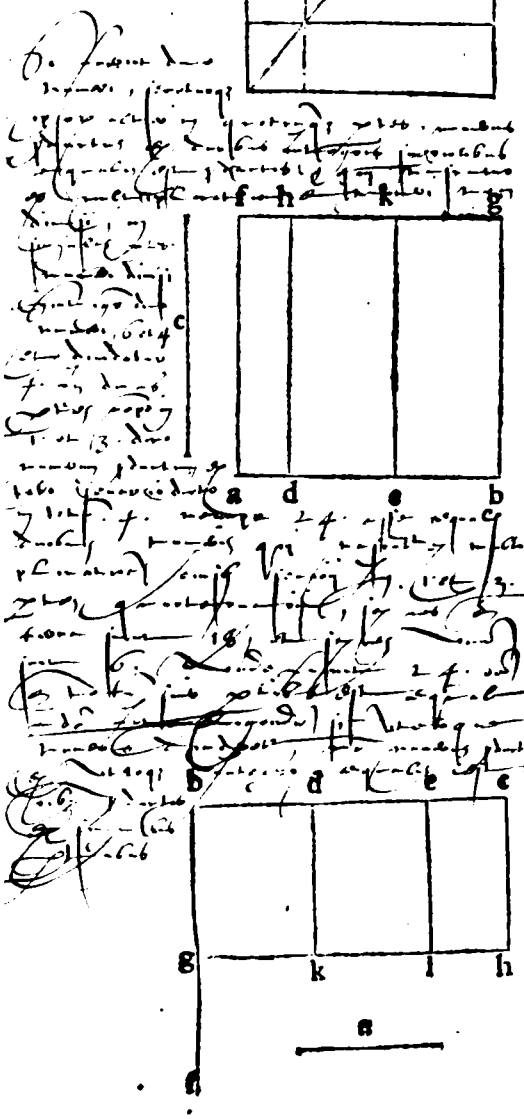


Eucli. Camp. Propositio 1.



I fuerint duæ lineæ quarũ vna in quotlibet partes diuidatur: illud quod ex ductu alterius in alteram fiet/ æquũ erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in vnãquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

¶CAMPANVS. ¶Lineã in aliã lineam ducere: est supra terminos vnius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere/ et superficiem æquidistantium laterum rectangulã complere/ quę sub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶Sint duæ lineæ a b et c: quarũ vna scilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ sint a d & d e & e b. dico q; illud quod fit ex ductu c in totum a b: æquũ est illis parallelogrãmis rectãgulis simul iũctis quę fiũt ex c in a d & in d e et in e b. Super pũcta a, b, erigã lineas a f & b g perpendiculares super lineam a b: quarum vtraq; sit æqualis lineæ c. & complebo rectangulam superficiem a f b g, ducta linea f g: quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & sub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e: lineas d h & e k æquidistantes lateribus a f & b g. eritq; vtraq; earum æqualis c per 34 primi: quoniam vtraq; earum est æqualis a f. per diffinitionem igitur/ rectangulum a d f h producitur ex c in a d: & sub illis dicitur contineri. & rectangulum d h e k: ex c in d e. & rectangulum e k b g: ex c in e b. Et quia hæc rectangula simul iuncta sunt æqualia totali rectangulo a f b g: patet verum esse propositum.

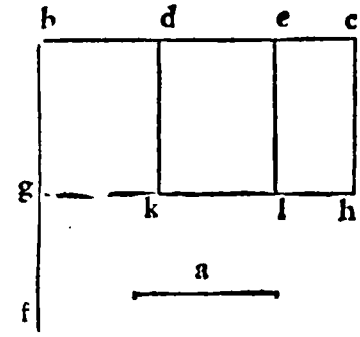


Eucli. ex Zamb. Theorema 1. propositio 1.

¶Si fuerint binæ rectæ lineæ/ seceturq; ipsarũ altera in quotcunq; segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis/ æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ a & b c: seceturq; earum altera b c vtcunq;/ in d scilicet & e signa. Dico q; rectangulum cõprehensum sub a & b c: æquum est rectangulo comprehenso sub a & b

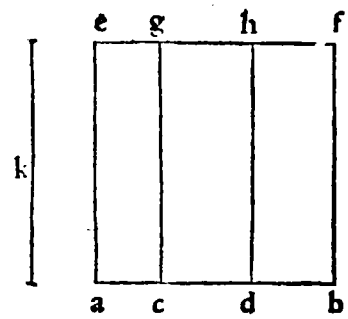
d, & ei quod ſub a & d e, & etiã ei quod ſub a & e c. Exciteturnãq; per 11 propoſitionẽ primi ex b: ipſi b c ad angulos rectos b f. ponatur quoq; per 3 primi: ipſi a æqualis b g. & per g: ipſi b c per 31 primi parallelus excitetur g h. & per eandem: per d, e, c, ipſi b g excitẽtur paralleli d k, e l, c h. Aequum eſt iam b h ipſis b k, d l, & e h: & b h ei quod ſub a & b c. compræhenditur enim ſub g b & b c. æqualis autẽ eſt b g ipſi a. At b k: ei quod ex a & b d. compræhenditur nãq; ſub g b & b d. æqualis autem eſt b g ipſi a. At d l ei quod ſub a & d e. æqualis namq; eſt d k hoc eſt b g: ipſi a. Et inſuper ſimiliter e h: ei quod ſub a & e c. Quod igitur ſub a & b c compræhenditur: æquum eſt ei quod ſub a & b d, & ei quod ſub a & d e, & ei inſuper quod ſub a & e c. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ/ ſecetur q; earum altera: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. ¶Propoſitio 2.

2 SI fuerit linea in partes diuiſa: illud quod ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit/ æquum erit ijs quę ex ductu eiuſdem in omnes ſuas partes.

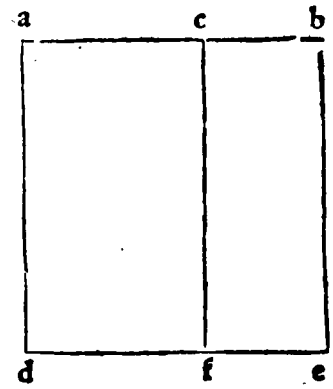
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b. dico q; illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f: æquum eſt iſs quæ fiũt ex ipſa tota in vnamquamq; dictarum partium. quod palam patebit: ductis e g & d h æquidiſtãter a c & b f. ¶Aliter. Sumatur k æqualis a b. eritq; per præmiſſam quod fit ex ductu k in totam a b: æquum ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantum fit quantum ex a b in ſe/ & ex k in omnes partes a b quantum ex a b in omnes partes eiuſdem/ propter id q; k & a b ſunt æquales: patet verum eſſe propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. propoſitio 2.

2 ¶Si recta linea ſecetur vtcũq; quæ ſub tota & quolibet ſegmentorum rectangula comprænduntur/ æqualia ſunt ei quod ex tota eſt quadrato.

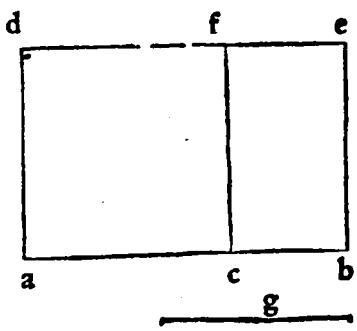
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b, ſecetur vtcumq; in ſigno c. Dico q; rectangulum comprænſum ſub a b & b c, cum rectangulo cõ prænſo ſub b a & a c: æquum eſt quadrato quod ex a b. Deſcribatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d e b. exciteturq; per 31 primi per c: vtriq; & a d & b e parallelus c f, æquum eſt igitur a e ipſis a f & c e. eſt autem a e: ex a b quadratum. Et a f: ex b a & a c rectangulum contentum. comprænditur enim ex d a & a c. æqualis autem eſt a d ipſi a b. Et c e ei quod ſub a b, b c. æqualis enim eſt b e ipſi a b. Quod igitur ſub b a & a c cum eo quod ſub a b & b c: æquum eſt quadrato quod ex a b. Si recta igitur linea/ & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 3.

3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa: illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem / æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdẽ partis in ſeipſam et alterius in alteram.

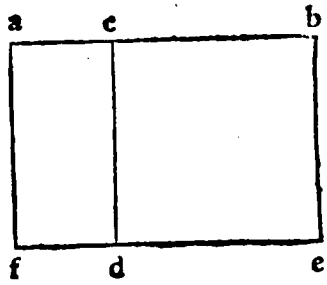
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa in a c & b c. dico q; illud quod fit ex tota a b in eius partem a c: æquum eſt quadrato eiuſdem a c partis & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratum lineæ a c quod ſit a c d f. & perficiatur ſuperficies a b d e. patebitq; propoſitum. ¶Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantum eſt quantum a c in a b & econuerſo, & a c in a b, itẽ & in c b & in ſeipſam quantum g in eaſdem/ at g in totam a b quãtum in a c & in c b per primam huius: patet propoſitum ſcilicet q; tantũ erit a c in a b quantum in ſe & in c b. Quare



ecõuerſo a b in a c quantũ a c in ſe & in c b. Quod volumus demõſtrare.

Eucli.ex Zamb. Theorema 3.propoſitio 3.

¶Si recta linea ſecetur vtcunq; :rectangulum ſub tota & vno 3
ſegmentorum compræhenſum/ æquum eſt ei quod ſub ſegmentis compræhenditur rectangulo/& ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.

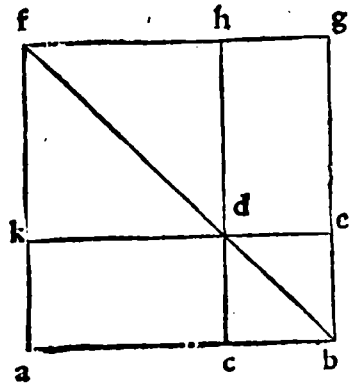


¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim linea a b:ſecetur vtcunq; in ſigno c. Dico q̃ rectangulum compræhenſum ſub a b & b c:æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub a c & c b,cum quadrato quod ex b c. Deſcribatur enim per 46 primi ex b c,quadraum c d e b:& extendatur e d in f, per ſecundum poſtulatum . Et per a , vtriq; c d & b e per 31 primi parallelus excitetur a f. Aequum iam eſt a e,ipſis a d & c e.eſtq; a e rectangulum compræhenſum ſub a b & b c.compræhenditur etenim ſub a b & b e. & æqualis eſt b e,ipſi b c. Et a d eſt quod ſub a c & c b . æqualis enim eſt d c: ipſi c b.at d b quadratum eſt quod fit ex c b.Rectangulũ igitur contentum ſub a b & b c,æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub a c & c b cum quadrato quod ex b c.Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

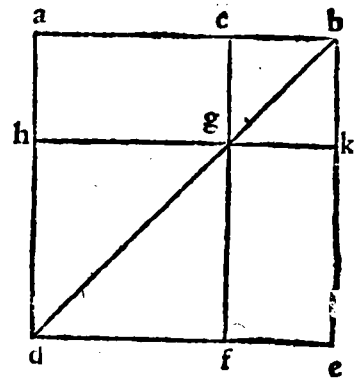
SI fuerit línea in duas partes diuiſa:illud quod ex ductu totius in ſeipſam fit/æquum eſt ijs quæ ex ductu vtriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alteram bis. 4
Ex hoc manifeſtum eſt q̃ in omni quadrato duæ ſuperficies quas diameter ſecat per medium:ſunt ambæ quadratæ.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b:diuiſa in a c & b c. dico q̃ quadratum totius a b:æquum eſt duobus quadratis duarum linearum a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu vnius earum in alteram . Deſcribam quadratum alterius partium : ſitq; c d b e ,quadratum lineæ c b. cui adiungam gnomonem ſecundum ductum directiuum lineæ alterius ſcilicet a c:quem faciam hoc modo . In quadrato deſcripto protraham diametrum b d. & a puncto a educam perpendicularem ſuper lineam a b : quæ ſit a k. quam a k & diametrum b d : producam vſq; quo per penultimam petitionem concurrant in puncto f. & a puncto f : procucam f h æquidiſtantem lineæ a b . quam h & b e : producam vſq; quo concurrant in puncto g . & producam c d vſq; ad h:& e d vſq; ad k . Et quia duo latera d e & e b,trianguli d e b ſunt æqualia:erunt per 5 primi/duo anguli e d b & e b d æquales.& quia ãgulus e eſt rectus:eritper 32 primi vterq; eorum medietas recti . eadem ratione vterq; duorum ãgulorum c d b & c b d:erit medietas recti. Quare per ſecundam partem 29 primi & 15 eiuſdẽ/erit vnuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſunt h f d & h d f & k f d & k d f:medietas recti.ergo per 6 primi:f g & g b ſunt æquales.ſimiliter quoq; f a & a b. pari ratione f h & h d.itemq; f k & k d.quae vtraq; duarum ſuperficierm a b g f & k d h f:eſt quadrata. Et quia totale quadratum a b f g quod eſt quadratum lineæ a b,conſtat ex duobus quadratis quæ conſiſtunt circa diametrum quæ ſunt quadrata duarum linearum a c & c b,& ex duobus ſupplementis quorum vnumquodq; producitur ex a c in b c: patet propoſitum noſtrum. ¶Aliter. Sit linea a b:vt prius diuiſa in a c & c b. eritq; per 2 huius quod fit ex tota a b in ſe: æquum ei quod fit ex ipſa in a c & c b.ſed ex ipſa in a c tantum fit quantum ex a c in ſe & ex a c in b c,per 3 huius. Itemq; ex ipſa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in ſe & ex c b in a c per eandẽ. ergo quod fit ex tota a b in ſe:æquum eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c.quod eſt propoſitum. Sed hac via non patet correlarium: ſicut via præcedenti patet. vnde prima eſt auctori magis conſona.



Eucli.ex Zamb. Theorema 4.propoſitio 4.

4. ¶Si recta linea ſecetur vtcunq;:quadratum quod fit ex tota/ æqunm eſt quadratis quæ fiunt ex ſegmentis/& ei quod bis ſub ſegmentis comprænditur rectangulo.



¶THEON ex Zā. ¶Recta enim linea a b:ſecetur vtcūq; in ſigno c. Dico q; quadratū a b:æquū eſt quadratis quæ fiūt ex a c & c b,& bis ſub a c & c b cōtēto rectāgulo. Deſcribatur enim per 46 primi/ ex a b,quadratū a d e b:& cōnectatur b d.& per 31 primi/per c:vtriſq; a d & b e parallelus excitetur c f,diſpeſcēs diametrū b d in g ſigno.& p eādē/per g:vtriſq; a b & d e parallelus excitetur h k. Et quoniā parallelus eſt c f ipſi a d,& in eas incidit b d:per 28 & 29 primi/āgulus exterior c g b æqualis eſt interi ori & oppoſito a d b. Sed angulus a d b,ei qui ſub a b d,per 5 primi eſt æqualis: quoniam latus b a,,lateri a d eſt æquale . Igitur angulus c g b: āgulo g b c eſt æqualis.quare per 6 primi & latus b c:lateri c g eſt æquale. Sed c b ipſi g k eſt æquale:& c g ipſi k b.igitur g k:ipſi k b eſt æquale. Aequilater ū igitur eſt:c g k b. Dico etiā q; rectangulum. Quoniam parallelus eſt c g ipſi b k,& in eas incidit linea c b:anguli igitur k b c & g c b: per 29 primi duobus rectis ſunt æquales.angulus autem k b c rectus eſt. rectus igitur eſt & angulus b c g . Quare per 34 primi/& ex oppoſito āguli c g k & g k b:ſunt recti. Rectangulum igitur eſt c g k b. Oſtenſum autem eſt q; & æquilaterum.quadratum igitur eſt:eſtq; ex b c.ac per hoc/h f quadratū eſt:& eſt ex h g,hoc eſt a c. Quadrata igitur h f & c k:ſunt ex a c & c b. Et quoniam a g æquum eſt ipſi g e, eſtq; a g id quod ſub a c & c b,æqualis namq; eſt g c ipſi c b : igitur g e per 43 primi/ æquum eſt ei quod ſub a c & c b. Igitur & a g & g e: æqualia ſunt ei quod bis eſt ſub a c & c b. Quadrata autem h f & c k:ſunt ex a c & c b. Quatuor igitur h f, c k,a g,& ge:ſunt eis æqualia quæ fiunt ex a c & c b quadratis/& ei quod fit bis ſub a c & c b rectangulo. Sed h f,c k,a g,& g e:ſunt totum a d e b, quod eſt quadratum quod ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b:æquū eſt eis quæ fiunt ex a c,& c b quadratis/& ei quod bis ſub a c & c b comprænditur rectangulo. Si recta igitur linea ſecetur vtcunq;:quadratum quod fit ex tota æquum eſt eis quæ ex ſectionibus fiunt quadratis / & ei quod bis comprænditur ſubſectionibus rectangulo.quod demonſtraſſe oportuit

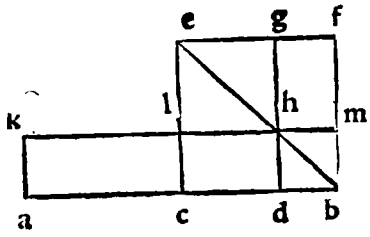
¶ALITER idem oſtendere. ¶Dico q; quadratum a b:æquum eſt eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis /& ei quod bis ſub a c & c b comprænditur rectangulo. In eadem enim deſcriptione/quoniam æquale eſt a b ipſi a d : æqualis eſt angulus a b d ei qui ſub a d b,per 5 primi. Et quoniā omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales per 32 primi : trianguli a b d tres anguli a d b/d b a/& b a d/ duobus rectis ſunt æquales/ per eandem .Rectus autem eſt angulus b a d. reliqui ergo anguli a b d , & a d b:vni recto ſunt æquales. et ſunt æquales alter alteri . vterq; igitur a b d & a d b:dimidium eſt recti. Angulus autem b c g,rectus eſt: æquus enī eſt ei qui ex oppoſito ad a per 29 primi. Reliquus igitur angulus c g b:dimidium eſt recti. Angulus igitur c g b:angulo c b g eſt æqualis.quare & latus b c:æquale eſt ipſi c g.ſed b c:ipſi g k eſt æquale.& c g igitur:ipſi b k eſt æquale. Aequilaterū igitur eſt c k.habet autem & āgulum c b k:rectū.quadratū eſt igitur c k,& eſt ex b c.& ob id/h f quadratum eſt: & æquum eſt ei quod ex ac. igitur c k & h f: ſunt quadrata /& æqualia ſunt eis quæ ex a & c b fiunt quadratis. Et quoniam æquum eſt a g ipſi e g, eſtq; a g id quod ſub a c & c b,æqualis enī eſt c g ipſi c b:& e g igitur æquum eſt ei quod fit ſub a c & c b. igitur a g & e g:ſunt æqualia ei quod bis fit ex a c et c b. Sunt autem c k & h f:æqualia eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis. Igitur c k,h f,a g,& g e:ſunt æqualia eis quæ ex a c & c b,& ei quod bis fit ſub a c æ c b. ſed c k,h f, a g,& g e: totum ſunt a

e quadratum quod fit ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b: æquũ eſt quadratis quæ fiunt ex a c & c b, & ei rectangulo quod bis cõpræhendi tur ſub a c & b c. quod oſtendere oportuit.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc manifeſtum eſt/ q̃ in qnadratis areis parallelogramma quæ circa dimetientem: quadrata ſunt.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 5.

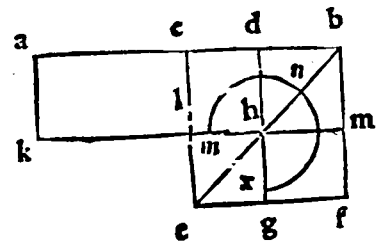
SI linea recta per duo æqualia duoq̃ inæqualia ſecetur: quod ſub inæqualibus totius ſectionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter vtraſq̃ eſt ſectiones deſcribitur/ æquum eſt ei quadrato quod a dimidio totius lineæ in ſe ducto deſcribitur. 5



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa per æqualia in puncto c: & per inæqualia in puncto d. dico quadratum c b: eſſe æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Deſcribam quadratum c b, quod ſit c b f e: in quo protraham diametrum e b. & ducam d g æquidiſtantem b f: quæ ſecet diametrum e b in puncto h. & a puncto h educam æquidiſtantem lineæ a b: quæ ſit h k, ſecans lineam b f in puncto m, & lineam c e in puncto l. & protraham a k: æquidiſtantem c e. Eritq̃ per correlarium præmiſſæ/ vtraq̃ duarum ſuperficierum l g & d m: quadrata. & per 43 primi/ duo ſupplementa c h & h f: æqualia. Ergo addito quadrato d m, vtriq̃: erit paralelogrammum c m æquale parallelogrammo d f. & quia a l eſt æquale c m per 36 primi: erit a h æquale gnomoni qui circunſtat quadrato l g. ergo addito vtriq̃ /quadrato l g: erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

¶Si recta linea ſecetur in æqualia et non æqualia; rectangulum compræhenſum ab inæqualibus ſectionibus totius vna cum quadrato quod a medio ſectionũ/ æquum eſt ei quod a dimidia fit quadrato. 5,



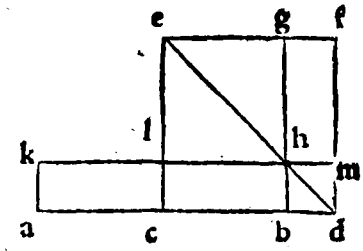
¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim linea quædam a b ſecetur quidem in æqualia in c: & in non æqualia in d. Dico q̃ rectangulum cõpræhenſum ſub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d: æquum eſt ei quod fit ex c b quadrato. Deſcribatur enim per 46 primi/ ex c b: quadratum c e f b. & per primum poſtulatũ connectatur b e. & per 31 primi/ per d: vtriſq̃ & c e & b f parallelus excitetur d g, ſecans b e in puncto h. & per eandẽ/ per h: vtriſq̃ a b & e f parallelus excitetur k m æqualis ipſi a b. & rurſus per eandem per a: vtriſq̃ c l & b m parallelus excitetur a k. Et quoniam per 43 primi/ ſupplementum c h æquum eſt ſupplemento h f: cõmune ponatur d m. totum igitur c m: toti d f eſt æquale. Sed c m ipſi a l eſt æquale: quoniam a c ipſi c b eſt æqualis. & a l igitur ipſi d f eſt æquale. Cõmune ponatur c h. totum igitur a h: ipſis d l & d f eſt æquale. Sed a h: æquum eſt ei quod ſub a d & d b, æqualis enim eſt d h ipſi d b. & f d l eſt m n x gnomon. Gnomon igitur m n x: æqualis eſt ei quod ſub a d & d b. Commune ponatur l g: quod æquum eſt ei quod fit ſub c d. gnomon igitur m n x & l g: ſunt æqualia rectangulo compræhenſo ſub a d & d b, & ei quod fit ex c d quadrato per 36 primi. Sed gnomon m n x & l g: totum ſunt quadratum c e f b quod eſt ex b c. Rectangulum igitur compræhenſum ſub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d fit: æquum eſt quadrato quod fit ex c b. Si recta igitur linea: & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod oportuit demonſtraſſe.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 6.

SI recta linea in duo æqualia diuidatur/ alia vero ei linea in longum addatur: quod ex ductu totius iam compoſitę in eam quæ iam adiecta eſt/ cũ eo quod 6

ex ductu dimidię in ſeipſam/æquum eſt ei quadrato quod ab ea quæ conſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur.

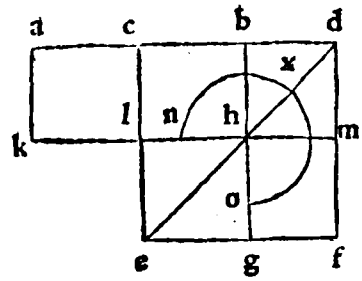
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa per æqualia in pũcto c: eiq; addatur linea b d. dico q; quadratum c d, quod ſit c d e f: æquale eſt ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrum d e. & ducam lineam b g æquidiſtantem d f: quæ ſecet diametrum d e in puncto h. a quo h, producam æquidiſtantem lineæ a b: quæ ſit h k, ſecans d f in puncto m, & c e in puncto l. & producam a k: æquidiſtantem e l. critq; per 36 primi/a l: æquale c h. At c h: erit æquale h f, per 43 primi. quare a l: eſt æquale h f. Ergo addito c m vtrobiq;: erit a m æquale toti gnomoni circunſtanti l g. quare l g addito vtrobiq;: erit a m cum l g, æquale toti quadrato c f. Et quia vtraq; duarum ſuperficierũ l g & b m eſt quadrata per correlarium 4. huius: patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6. propoſitio 6

6 ¶Si recta linea biſariam ſecetur/adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum comprehenſum ſub tota cum appoſita & appoſita/vna cum quadrato quod fit a dimidia/ æquum eſt ei quod fit ex conjecta ex dimidia & appoſita tãquam ex vna deſcripto quadrato.

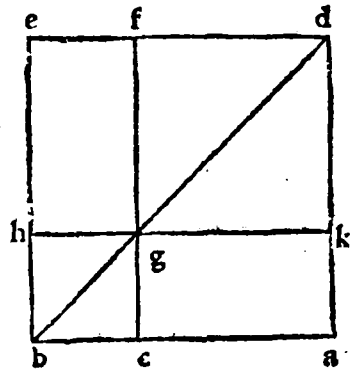
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b ſecetur biſariam in ſigno c: apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum/b d. Dico q; rectãgulum comprehenſum ſub a d & d b, vna cum quadrato quod fit ex b c: æquum eſt ei quod fit ex d c, quadrato. Deſcribatur per 46 primi / ex c d quadratum c e f d. & per 1 poſtulatum connectatur d e. & per 31 primi per b ſignum/vtriq; earum e c & d f: parallelus excitetur b g, ſecãs b e in puncto h. & per eandem per h ſignum/ vtriq; earum a d & e f: parallelus excitetur k m. & inſuper per eandem per a, vtriq; earum c l & d m: parallelus excitetur a k. Quoniam igitur per 36 primi/æqualis eſt a c ipſi c b: æquum eſt a l ipſi c h. Sed per 43 primi/c h æquum eſt ipſi h f. Igitur & a l: ipſi h f per eandem eſt æquale. commune apponatur c m. totum igitur a m: gnomoni n x o eſt æquale. Sed a m: eſt id quod fit ſub a d & d b. æqualis enim eſt d m ipſi d b. & gnomon igitur n x o: æqualis eſt rectangulo comprehẽſo ſub a d & d b. Commune apponatur l g: quod æquum eſt quadrato quod fit ex b c. Rectangulum igitur comprehenſum ſub a d & d b, vna cum eo quod ex c b quadrato: æquũ eſt ipſi n x o gnomoni/& ipſi l g. ſed gnomon n x o, & l g: totum ſunt c e f d quadratum/ quod fit ex c d. Rectangulum igitur comprehenſum ſub a d & d b, vna cum quadrato quod ex b c: æquum eſt quadrato quod ex c d. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

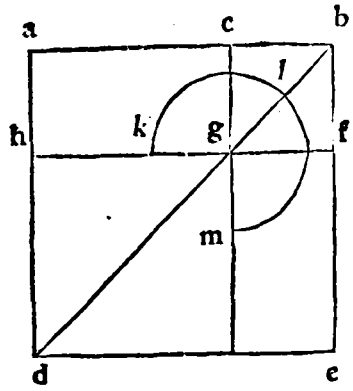
7  I linea in duas partes diuidatur: quod fit ex ductu totius in ſeipſam cum eo quod eſt ex ductu alterius partis in ſeipſam/æquum eſt eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in ſeipſam.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa in duas partes in puncto c. dico q; quadratum totius a b cum quadrato b c: æquum eſt ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Deſcribatur quadratum totius: quod ſit a b d e. & ducatur diameter b d: & c f æquidiſtans. b e, ſecans diametrum in puncto g. & ducatur k g h æquidiſtans a b. Et quia quadratũ a e cũ quadrato c h tantum ſunt quantum quadratum k f cum duabus ſuperficiebus a h & c e: patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. propoſitio 7.

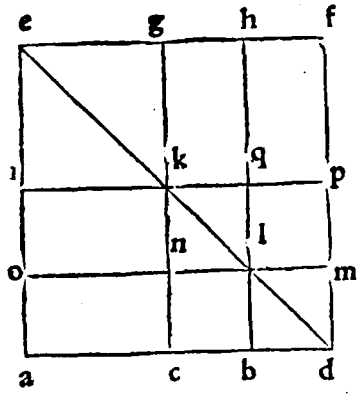
¶Si recta linea ſecetur vtcunq; : quod a tota & ab vno ſegmentorum vtraq; fiunt quadrata/æqualia ſunt rectangulo compræhenſo bis ſub tota et dicto ſegmento /& ei quod a reliquo ſegmento fit quadrato. 7



¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b: ſecetur vtcunq; in ſigno c, dico q; quadrata ex a b & b c: æqua ſunt rectãgulo cõtento bis ſub a b & b c, & ei quod fit ex a c, quadrato. Deſcribatur enim per 46 primi/ex a b: quadratum a d e b. deſcribaturq; figura. Quoniam per 43 primi/æquũ eſt a g ipſi g e: commune apponatur c f. totum igitur a f: toti c e eſt æquale. Igitur a f & c e: duplum eſt ipſius a f. Sed a f & c e: ſunt k l m gnomon/ & c f quadratũ. & k l m igitur gnomon & c f: duplum eſt ipſius a f. Eſt autem ipſius a f duplum: & bis illud quod ex a b & b c fit. æqualis enim eſt b f: ipſi b c. ergo k l m gnomon/& quadratum c f: æquum eſt rectangulo contento bis ſub a b & b c. commune apponatur d g: quod eſt quadratũ ex a c. gnomon igitur k l m, & b g & g d quadrata: æqualia ſunt & ei qđ bis ſub a b & b c rectangulo continetur/& ei quod ex a c fit quadrato. Sed k l m gnomon/& quadrata b g & d g: totum ſunt b a d e & c f, quæ ſunt ex a b & b c quadrata. quadrata igitur ex a b, b c: æqualia ſunt rectangulo bis ſub a b & b c compræhenſõ/ cum eo quod fit ex a c quadrato. Si recta igitur linea: & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod demõſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 8.

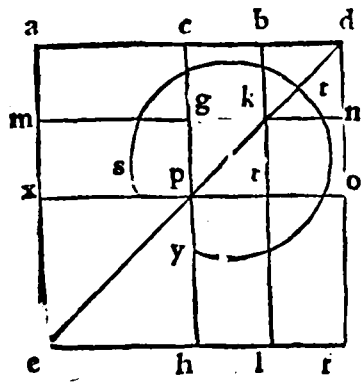
SI linea in duas partes diuidatur/eiq; in lõgum æqualis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam cõpoſitæ in ſeipſam fiet/ æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectã quater/ & ei quod ex ductu alterius diuidentis in ſeipſam. 8



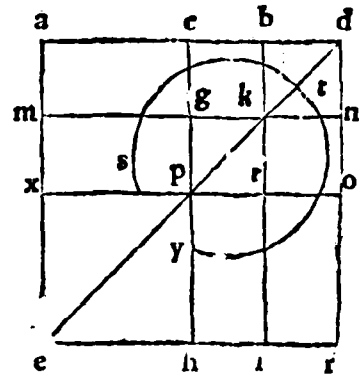
¶CAMPANVS. ¶Sit a b diuiſa in puncto c, qualitercunq; contingat: cui addatur b d æqualis c b. dico q; quadratum totius a d quod ſit a d e f: eſt æquale ei quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Hoc autẽ patebit: ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidiſtãtibus lineæ d f, & ſecantibus diametrum in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidiſtantes a d. Erit enim per correlarium 4 huius/ vnaquæq; ſuperficierum r g, n q, & b m: quadrata. Et quia c b poſita eſt æqualis b d: erit vtraq; ſupficierũ c l & l p, quadrata. Erũtq; quatuor quadrata diuidentia quadratũ c p: æqualia. & quia totus gnomo circunſtans quadrato r g, eſt per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad ſuperficiem a l: patet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. propoſitio 9.

¶Si recta linea ſecetur vtcunq;: rectangulum compræhenſum quater ſub tota & vno ſegmentorum cum eo quod ex reliquo ſegmento eſt quadrato/æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanq; ab vna deſcripto quadrato. 9



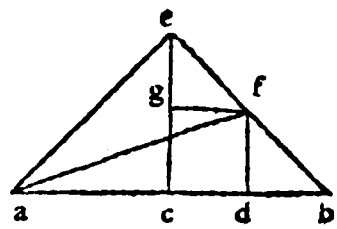
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea quædam a b ſecetur vtcunq; in ſigno c. dico q; quater ſub a b & b c compræhenſum rectangulum/vna cum eo quod ex a c quadrato: æquum eſt ei quod fit ex a b & b c tanq; ab vna deſcripto quadrato. Producatur enim per 6 ſecundi/in rectam lineã ipſi a b recta linea b d: & ponatur ipſi b c æqualis b d, per 3 primi. Et per 46 primi/ex a d deſcribatur quadratum a e f d: & deſcribatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis eſt c b ipſi b d, ſed c b ipſi g k eſt æqualis/ & b d per triceſimam quartam primi ipſi k n eſt æqualis: & g k igitur ip-



ſi k n eſt æqualis. & perinde p r: ipſi r o eſt æqualis. Et quoniam æqualis eſt b c ipſi b d, & g k ipſi k n: æquũ eſt igitur c k ipſi k d, & g r ipſi r n, per triceſimamſextam primi. Sed per 43 primi / c k: ipſi r n eſt æquale. ſupplementa enim ſunt parallelogrãmi c o. & k d igitur: ipſi n r eſt æquale. Igitur d k, c k, g r, & r n: ſibiinuicẽ ſũt æqualia. ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius c k. Rurſus quoniã æqualis eſt c b ipſi b d, ſed b d quidem ipſi b k, hoc eſt ipſi c g eſt æqualis: & c b igitur hoc eſt g k, ipſi g p eſt æqualis. & c g igitur ipſi g p eſt æqualis. Et quoniam æqualis eſt c g ipſi g p, & p r ipſi r o: æquum eſt a g ipſi m p, & p l ipſi r f. ſed m p: ipſi p l per 43 primi eſt æquale. ſupplemẽta enim ſunt parallelogrãmi m l. & a g igitur ipſi r f per 43 eiuſdem eſt æquale. Quatuor igitur a g, m p, p l, & r f: ſibi inuicem ſunt æqualia. quatuor igitur: quadruplicata ſunt ipſius a g. oſtenſum autem eſt quatuor c k, k d, g r, & r n: ipſius c k quadruplicata. octo igitur quæ gnomonem s t y complectuntur: quadruplicata ſunt ipſius a k. Et quoniam a k eſt ſub a b & b d, æqualis enim eſt b k ipſi b d: quod igitur quater eſt ſub a b & b d, quadruplicatũ eſt ipſius a k. oſtenſum eſt autem & ipſius a k, quadruplicatum: eſt gnomon s t y. Igitur id quod quater eſt ſub a b & b d: gnomoni s t y æquum eſt. Commune apponatur x h: quod æquum eſt quadrato quod ex a c. Rectãgulum igitur quater ſub a b & b d compræhenſum / cum quadrato quod ex a c: æquũ eſt gnomoni s t y & ei quod eſt x h. Sed s t y gnomon & x h: totum ſunt a e f d quadratum quod eſt ſub a d. at id quod quater ſub a b & b d, vna cum eo quod fit ex a c: æquum eſt ei quod fit ſub a d quadrato. æqualis autem eſt b d ipſi b c. Rectangulum igitur compræhenſum quater ſub a b & b c / vna cum eo quod fit ex a c quadrato: æquũ eſt ei quod fit ex a d, hoc eſt ei quod fit ex a b & b c tanquam ab vna deſcripto quadrato. Si recta igitur linea: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 9.

SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur: quæ fiunt ex ductu vtriuſq; inæqualiũ ſectionum in ſeipſam pariter accepta: duplum ſunt vtriſq; pariter acceptis / quæ quidem ex dimidia eaq; quæ vtricq; ſectioni interiacet quadratis deſcribuntur.

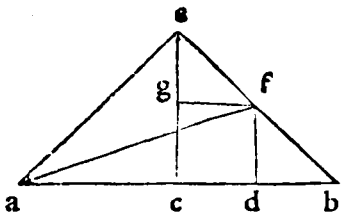


¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a b diuiſa per æqualia in c: & per inæqualia in d. Dico q; quadratum a d & quadratũ d b ſimul iuncta: dupla ſunt quadrato a c & quadrato c d ſimul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e: perpendicularem & æqualem vtricq; earum linearum a c & c b. & produco e a & e b. eritq; per 32 primi / vterq; angulorũ a & b, & vterq; angulorum partialium qui ſunt ad e: medietas recti / totuſq; e, rectus. Et produco d f: æquidiſtantem c e, & perpendicularem ſuper lineam a b. eritq; vterq; angulorũ d, rectus: & angulus d f b, medietas recti per 32 primi ſiue per ſecundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A puncto f duco f g: æquidiſtantẽ a b. eritq; per ſecundam partem 29 primi & per 32 eiuſdem / vterq; angulorum g, rectus / & angulus e f g per 32 medietas recti. quare per 6 eiuſdem: latera e g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimam eiuſdem / quadratum e f eſt æquale quadrato e g & quadrato g f: ipſum erit duplum ad quadratum g f. quare ad quadratum c d. Item quia per eandẽ quadratũ e a eſt æquale quadrato a c & quadrato c e: ipſum erit duplum ad quadratum a c. & quia quadratũ a f eſt æquale quadrato e f & a e per eandem: ipſum erit duplum ad quadratum a c & ad quadratũ c d. Sed quadratum a f: eſt iterum æquale per eãdem quadrato a d & quadrato d f. ergo quadratum a d & quadratum d f: dupla ſunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadra-

tum d f eſt æquale quadrato d b: erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearum quæ ſunt a c & c d. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 9. propoſitio. 9.

¶Si recta linea ſecetur in æqualia et nõ æqualia: quæ ab in- 9
æqualibus totius ſegmentis fiunt quadrata / dupla ſunt eius quod a dimidia et eius quod a medio ſectionũ fit / quadratorum.



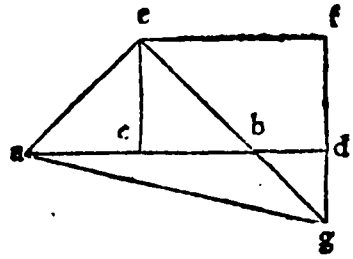
¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim linea quædam a b: ſecetur in æqualia in ſigno c, & in non æqualia in d. Dico q̃ quadrata ex a d & d b: dupla ſunt eorum quæ ex a c & c d ſunt quadratorũ. Excitetur enim per 11 primi / ex c ſigno ipſius a b, ad angulos rectos c e: & ponatur per 3 primi / æqualis vtriq; ipſarum a c & c b. et per 1 poſtulatum connectantur a e & e b. Et per 31 primi / per d: ipſi e c, parallelus excitetur d f. & per eandem / per f: ipſi a b, parallelus excitetur f g. & per 1 poſtulatum connecta tur a f. Et quoniam æqualis eſt a c ipſi c e: æqualis eſt per 5 primi / angulus e a c angulo c e a. Et quoniam rectus eſt angulus qui ad c: reliqui igitur anguli e a c & a e c, vni recto ſunt æquales. vterq; igitur eorũ qui ſub a e c & e a c: recti dimidius eſt. Ob id quoq; & vterq; ipſorum e b c & c e b: recti dimidius eſt. Totus igitur a e b: rectus eſt. Et quoniã qui ſub g e f recti dimidius eſt / rectus autem qui ſub e g f, æqualis enim interiori eſt oppoſito per 29 primi / hoc eſt ipſi e c b: reliquus igitur qui ſub e f g, recti dimidius eſt. Aequus igitur eſt per 6 communem ſententiã qui ſub g e f: ei qui ſub e f g. quare per 6 primi / & latus g e: lateri g f eſt æquale. Rurſus quoniã ãgulus qui ad b, recti dimidius eſt / rectus autẽ eſt g ſub f d b, æqualis enim rurſus eſt interiori & oppoſito ipſi e c b per 29 primi: reliquus igitur qui ſub b f d, recti dimidius eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ad b: ipſi d f b. Quare per 6 primi / & latus d f: lateri d b eſt æquale. Et quoniam a c æqualis eſt ipſi c e: & æquum eſt quod ex a c ei quod ex c e. quadrata igitur quæ ſunt ex a c & c e: eius ſunt dupla qđ eſt ex a c. At per 47 primi / eis quæ ſunt ex a c & c e: æquum eſt quod ex e a fit quadratum. angulus enim qui ſub a c e: rectus eſt. Igitur quod ex a e fit: eius quod eſt ex a c, duplũ eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt e g ipſi g f: æquũ eſt id quod ex e g / ei quod ex g f. quadrata igitur quę ſunt ex g e & e f: dupla ſunt quadrati quod ex g f. Quadratis autẽ quæ fiũt ex e g & g f: æquũ eſt id quod ex e f / per 47 primi. quadratum igitur quod ex e f: duplum eſt eius quod ex g f. Aequalis autem eſt g f: ipſi c d. igitur quod ex e f: duplum eſt eius quod ex c d. Eſt autem & id quod ex a e: duplum eius quod fit ex a c. Quadrata igitur quæ ex a e & e f: quadratorũ quæ fiunt ex a c & c d dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex a e & e f: æquum eſt id quod ex a f fit quadratum / per 47 primi. Quadratum igitur ex a f: eorum quæ ex a c & c d fiunt / duplum eſt. Ei autem quod fit ex a f: æqualia ſunt ea quæ fiunt ex a d & d f / per 47 primi. rectus enim eſt angulus qui ad d. Ea igitur quæ ex a d & d f: dupla ſunt eorum quæ ex a c & c d fiunt / quadratorũ. Aequalis autẽ eſt d f: ipſi d b. quadrata igitur quæ ex a d & d b fiunt: dupla ſunt eorum quæ ex a c & c d fiũt / quadratorum. Si recta igitur linea ſecetur in partes æquales & inæquales: quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt quadrata / dupla ſunt eius quod ex dimidia & ex medio ſegmentorum fit / quadratorum. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

SI linea in duo æqualia diuidatur / eiq; in longum 10
alia addatur: quadratum quod deſcribitur a tota cũ addita / et quadratũ quod ab ea quæ addita eſt vtraq; quadrata pariter accepta / ei quadrato quod

a dimidia eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiecta q; cõſiſtit vtriſq; quadratis pariter acceptis dupla eſſe neceſſe eſt.

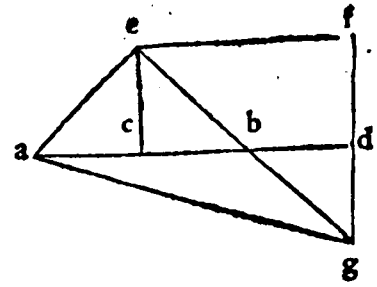
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa per æqualia in c: & addita ſibi linea b d. dico q; duo quadrata duarum linearum a d & b d, pariter accepta: dupla ſunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem ſuper lineam a b: & æqualem vtriq; linearũ a c & c b. & perficio triangulũ a e b: ductis lineis a e & e b. eritq; vt in præmiſſa vterq; angulorum a & b, & vterq; eorũ qui ſunt ad e: medietas recti per 32 primi/totuſq; e eſt rectus. A pũcto e, produco e f: æqualem & æquidiſtantẽ c d. & produco f d & e b: quouſq; concurrãt in pũcto g. & produco lineam a g. Eritq; per vltimam partem 29 primi/angulus c e f: rectus. ſed angulus c e b: eſt medietas recti. ergo angulus b e f: eſt ſimiliter medietas recti. & quia per 33 primi/ f d eſt æquidiſtans c e: erit per 34 eiuſdem/angulus f rectus. ergo per 32 eiuſdem: erit angulus e g f medietas recti. item per eandem/angulus d b g ſimiliter medietas recti: propter id q; angulus b d g eſt rectus. ergo per 6 eiuſdem/ duo latera e f & f g ſunt æqualia: item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimam eiuſdem/quadratum e g: duplum eſt ad quadratum e f. quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem/quadratum a e: duplum eſt ad quadratum a c. Et quia quadratum a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d: erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta / dupla duobus quadratis duarũ linearum a c & c d pariter acceptis. quod eſt propoſitum. Hæc autem/& omnes præmiſſæ: veritatẽ habent in numeris ſicut in lineis.

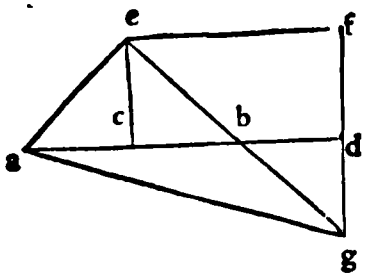


Euclı. ex Zamb. Theorema 10. propoſitio 10.

10 ¶Si recta linea ſecetur bifariam/ apponatur autẽ ei quæpiã recta linea in rectum: quod ex tota cum appoſita et quod ex appoſita vtraq; quadrata/ dupla ſũt eius quod ex dimidia et eius quod ex adiacente dimidia et adiũcta tanq; ex vna/deſcriptorum quadratorum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim quædam linea a b, ſecetur bifariam in c: apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectũ, b d. Dico q; quadrata quæ ex a d & d b: dupla ſunt quadratorum quæ fiunt ex a c & c d. Excitetur per vndecimam primi/ ab ipſo c ſigno: ipſi a b ad angulos rectos c e. & ponatur per 3 primi/æqualis vtriq; ipſarum a c & c b: & per primum poſtulatum connectantur e a & e b. Et per 31 primi/per e: ipſi a d parallelus excitetur e f. & per eandem/per d: ipſi c e parallelus excitetur d f. Et quoniã in parallelos rectas lineas c e & d f, recta quædam linea incidit e f: ãguli igitur c e f & e f d, per 29 primi duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur f e b & e f d: duobus rectis ſunt minores/ per eãdem. Quæ autem a minoribus duobus rectis producuntur: per 5 poſtulatũ coincidũt. igitur e b & f d productæ ad partes b, d: coincidũt. producantur: & coincidant in g. & per 1 poſtulatũ cõnectatur a g. Et quoniã æqualis eſt a c ipſi c e: ãgulus quoq; a e c ãgulo e a c eſt æqualis per 5 primi. & rectus eſt qui ad c. dimidius ergo recti: eſt vterq; qui ſub e a c & a e c. Et propterea vterq; etiã qui ſub c e b & e b c: recti dimidius eſt. rectus igitur eſt q ſub a e b. Et quoniã ãgulus e b c recti dimidius eſt: & per 15 primi ãgulus igitur d b g recti dimidius eſt. Angulus aũt b d g: rectus eſt. æqualis enĩ eſt ei qui ſub d c e, alterni enĩ. reliquus igitur ãgulus b g d: recti dimidius eſt. Igitur per 6 cõmunẽ ſententiã primi/ãgulus d g b: ei qui ſub d b g eſt æqualis. Quare per 6 primi/& latus b d: lateri g d æquum eſt.

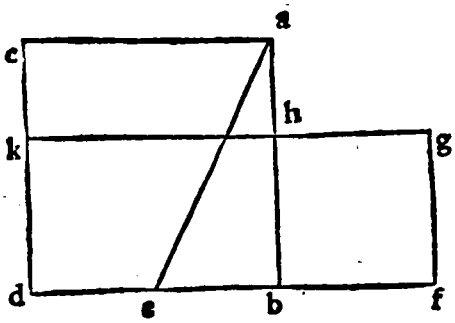




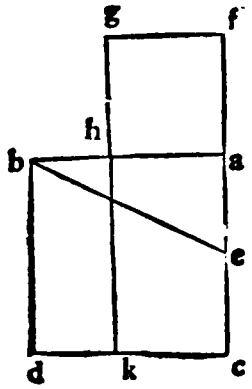
Rurſus quoniam angulus e g f, recti dimidius eſt/rectus autem qui ad f: (æqualis enim per 34 primi ex oppoſito ei qui a d c) reliquus igitur ãgulus f e g, recti dimidius eſt. Angulus igitur e g f: angulo f e g eſt æqualis. Quare per 6 primi & latus f e: lateri f g eſt æquale. Et quoniam æqualis eſt e c ipſi c a: quadratum quoq; quod ex e c, ei quod eſt ex c a, quadrato æquum eſt. quadrata igitur quæ ſunt ex c e & c a: dupla ſunt eius quod fit ex a c, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex e c & c a: per 47 primi/æquũ eſt id quod ex e a. Quadratum igitur quod ex e a: duplum eſt eius quod fit ex a c. Rurſus quoniam æqualis eſt g f ipſi e f: quadratum quod fit ex g f, æquum eſt ei quod fit ex e f, quadrato. quadrata igitur quæ ex g f & e f fiunt: eius quod fit ex e f, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex g f & e f: per 47 primi/æquum eſt id quadratum quod fit ex e g. id igitur quod fit ex e g: duplum eſt eius quod fit ex e f. Aequalis autem eſt e f: ipſi c d. id igitur quod fit ex e g: duplum eſt eius quod fit ex c d. Patuit autem q; & id quod fit ex e a: duplum eſt eius quod fit ex a c. Quadrata igitur quæ fiunt ex a e & e g: eorum quæ fiunt ex a c & c d quadratorum/dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex a e & e g: æquũ eſt id quod ſit ex a g quadratum/per 47 primi. Quadratum igitur quod fit ex a g: eorum quæ fiunt ex a c & c d, duplũ eſt. Ei autem quod fit ex a g: æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex a d & d g. Quadrata igitur quæ fiunt ex a d & d g: dupla ſunt eorum quæ ex a c & c d fiunt, quadratorum. æqualis autem eſt d g: ipſi d b. Quadrata igitur quæ fiũt ex a d & d b: dupla ſunt eorum quæ fiunt ex a c & c d quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur bifariam: & quæ ſequũtur reliqua vt in theoremate. quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

DAtam lineam ſic ſecare: vt quod ſub tota & vna portione rectangulum continetur/æquum ſit ei quod fit ex reliqua ſectione quadratum. 11



¶CAMPANVS. ¶Sit linea data a b. quã volumus ſic diuidere: vt quod ex tota & vna eius portione producitur/æquũ ſit quadrato alterius. Deſcribo quadratũ ipſius a b: quod ſit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e: & produco a e. & e b produco vſq; ad f: ita q; e f ſit æqualis a e. Et ex b f portione extrinſeca/deſcribo quadratũ quod ex latere a b reſecat portionẽ æqualẽ b f, quæ ſit b h: & quadratũ deſcriptũ ſit b f h g. Dico q; a b ſic eſt diuiſa in puncto h: q; illud quod fit ex tota a b in eius portionẽ h a, eſt æquale quadrato h b. Produco g h vſq; ad k: quæ erit æquidiſtãs a c. Quia ergo linea d b diuiſa eſt per æqualia in e, & eſt ſibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f. quare & quadrato e a. quare per penultimam primi: quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab vtriſq; quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipſum eſt ſuperficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab vtriſq; parallelogrammo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f eſt quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ eſt æqualis a b, in a h: patet factũ eſſe propoſitum. ¶Ad hoc autem faciendum in numeris/non labores: quia impoſſibile eſt numerum ſic diuidi/vt hic vndecima proponit. ſicut ſcies: ſexti 26 te docente.

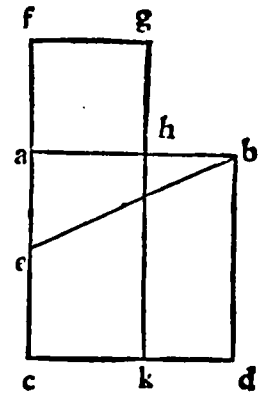


Eucli. ex Zamb. Problema 1. propoſitio 11.

¶Datam rectam lineam ſecare: vt quod ex tota & altero ſegmento compræhenſum rectangulum/æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento/quadrato. 11

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b. oportet autem ipſam a b ſecare: vt quod ex tota & altero ſegmento compræhenſum rectangulum/æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento/quadrato. Deſcribatur per 46 primi/ex a b: quadratum a b c d. & ſecetur per 10 primi/a c bi-

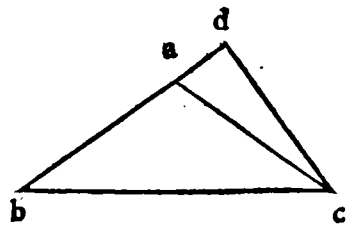
fariam: in e ſigno. & connectatur b e. Et extendatur per 2 poſtulatum: c a in f. & ponatur per 3 primi / ipſi b e: æqualis e f. Et per 46 primi/ex a f deſcribatur quadratum f g a h: & extendatur per 2 poſtulatum/g h in k. Dico q̃ a b ſecatur in h: vt quod ex a b & b h compræhenſum rectangulum/æquum ſit ei quod fit ex a h quadrato. Quoniam recta linea a c ſecta eſt bifariam in e, adiacet autem ei a f: igitur per 6 ſecundi/rectangulum compræhenſum ſub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato/ æquũ eſt ei quod fit ex e f quadrato. æqualis autem eſt e f: ipſi e b. rectãgulũ igitur compræhenſum ſub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato: æquũ eſt ei quod fit ex e b quadrato. Sed ei quod fit ex e b: æqualia ſunt per 47 primi/ea quæ fiunt ex b a & a e quadrata. rectus enim eſt angulus qui ad a. Quod autem fit ſub c f & f a, cum eo quod fit ex a e: æquum eſt eis quæ fiunt ex b a & a e. Commune auferatur id quod ex a e. reliquum igitur rectangulum compræhenſum ſub c f & f a: æquum eſt ei quod fit ex a b quadrato. Et id quod fit ſub c f & f a: eſt id quod f k. æqualis enim eſt f a: ipſi f g. Id autem quod fit ex a b: id eſt quod a d. Igitur f k: æquum eſt ipſi a d. Commune auferatur a k. reliquum igitur f h: ipſi h d eſt æquale. Eſt autem h d: id quod ſub a b & b h. æqualis enim eſt b a: ipſi b d. At f h: id eſt quod ex a h. Rectangulum igitur compræhenſum ſub a b & b h: æquum eſt ei quod fit ex a h quadrato. Data igitur recta linea a b, in h diſecta eſt: vt rectangulum ſub a b & b h cõpræhenſum/æquum ſit ei quod ex a h fit quadrato: quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 IN his triangulis qui obtuſum habent angulum/tãto ea quæ obtuſum ſubtendit angulum/ambobus reliquis lateribus quæ obtuſum continent angulũ amplius poteſt: quantum eſt quod continetur bis ſub vno eorũ atq; ea quæ ei directe iuncta ad obtuſum angulum/a perpendiculari extra depræhenditur.

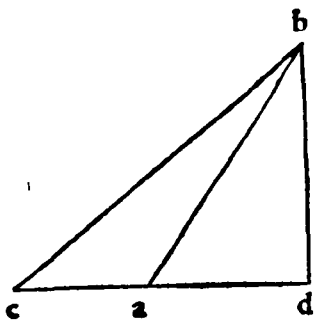
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: habens ãgulum a, obtuſum. A puncto c: ducatur linea perpendicularis ad lineam b a. quæ neceſſario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtuſus eſſet rectus aut minor recto per 16 primi. ſit ergo c d perpendicularis ſuper lineam a b productam vſq; ad d. Dico q̃ quadratum lateris b c quod ſubtenditur angulo obtuſo/ tanto maius eſt duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipſum angulum obtuſum: quantum eſt illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ: reſpectu quadrati ſui eſt. vnde tantum dicitur poſſe linea quælibet: quantum in ſe ducta producit.) Erit enim per 4 huius/quadratum b d: æquale duobus quadratis duarũ linearũ b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratũ b c per penultimã primi eſt æquale quadrato b d & quadrato d c: ipſum erit æquale quadratis trium linearum b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eãdẽ/quadratum a c: eſt æquale quadratis a d & d c. ergo quadratũ b c: eſt æquale quadratis duarũ linearum b a & c a, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Quare b c tãto ãplius poteſt duabus lineis b a, a c: quantum eſt duplũ eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus q̃ tantũ dicitur poſſe linea quelibet: quantum in ſe ducta/ producit. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propoſitio 12.

12 ¶In obtuſiangulis triangulis quod ab obtuſum angulũ ſubtendente latere fit quadratum/maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum cõprehendentibus lateribus/quadratis: compræhenſo bis ſub vno eorum qui ſunt circa obtuſum angulũ in quod protractum cadit perpendicularis/& aſſumpto ex-

trinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum.

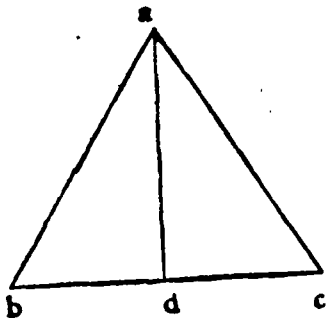


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit obtuſi anguli triangulũ a b c: obtuſum habens angulum b a c.& ducatur ex b ſigno/in c a productam: per 12 primi/perpendicularis b d.Dico q; quadratum quod ex b c, maius eſt eis quæ fiunt ex b a & a c quadratis: bis ſub c a & a d compræhenſo rectangulo. Quoniam enim ſecta linea c d, ſecta eſt vtcũq; in a, ſigno: igitur per 4 ſecundi/quod fit ex c d æquum eſt eis quæ fiunt ex c a & a d, quadratis/& bis ſub c a & a d compræhenſo rectangulo. Commune ponatur id quod ex d b. Ea igitur quæ ſunt ex c d & d b: æqua ſunt eis quæ fiunt ex c a & a d & d b quadratis/& bis ſub c a & a d compræhenſo rectãgulo. Sed eis quæ ſunt ex c d & d b: æquum eſt id quod ex c b, per 47 primi. rectus enim eſt: angulus qui ad d. Eis autẽ quæ fiunt ex a d & d b: per eandẽ æquum eſt id quod fit ex a b. Quadratũ igitur quod fit ex c b: æquũ eſt eis quæ fiunt ex c a & a b quadratis per eandẽ/& bis ſub c a & a d compræhẽſo rectangulo. Quare quadratũ quod fit ex c b, eis quæ fiunt ex c a & a b maius eſt: bis ſub c a & a d compræhenſo rectangulo. In amblygoniſs igitur triangulis quod ab obtuſum angulũ ſubtendente latere fit quadratum: maius eſt & quæ ſequuntur reliqua. quod oſtendere oportuit.

Euclí. ex Camp. Propoſitio. 13.



Mnis oxygonij tanto ea quæ acutum reſpicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus poteſt: quãtum eſt quod bis cõtinetur ſub vno eorum cui perpendicularis intra ſuperſtat/eaq; ſui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet. 13

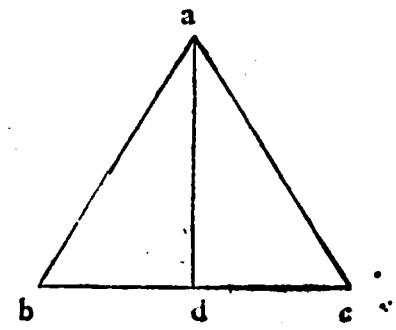


¶CAMPANVS. ¶Quod hic proponitur de latere ſubtenſo alicui angulo acuto in triangulo oxygonio: veritatẽ habet de latere ſubtenſo cuilibet angulo acuto in omni triangulo/ſiue fiat orthogonius ſiue ãblygonius ſiue oxygonius. ¶Sit ergo in triangulo a b c, quicũq; triangulus fuerit: ãgulus c acutus. qui ſi fuerit oxygonius: ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a vel b, ad quamuis baſin b c vel a c. quia cum ſic fuerit: ſemper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem ſit amblygonius aut orthogonius: ab angulo obtuſo vel recto ducatur perpendicularis ad latus oppoſitũ/quam manifeſtũ eſt cadere intra triangulũ. Et vt ſimpliciter dicam/ cũ in omni triangulo ſint duo acuti anguli: neceſſario erit alter reliquorum angulorũ qui ſunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem: ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli a b c: angulus b etiam ſit acutus. ducam ergo ad b c: perpendiculare quæ ſit a d, quæ (vt dictum eſt) cadet intra triangulũ. Dico itaq; q; quadratum lateris a b quod ſubtenditur angulo acuto c, tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearũ a c & c b: quantum duplũ eius quod fit ex b c in d c. Vel dico q; quadratum a c quod etiam ſubtenditur angulo b quem poſuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius/quadratum b c cum quadrato d c: æquale ei quod fit ex b c in d c bis/& quadrato alterius partis ſcilicet b d. quare addito vtriq;/quadrato a d: erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi/quadratum a c eſt æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarũ linearum a d & b d & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi/quadratum a b: æquum eſt quadratis duarum linearum a d & b d. ergo quadratum b c cum quadrato a c: æquum eſt quadrato a b, & duplo eius quod fit ex b c in c d. quare tãto minus poteſt a b

duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d.quod eſt propoſitum.Simili modo probabis/latus a c quod ſubtenditur angulo b acuto/poſſe tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶Notandum autem per hãc & præcedentem & penultimam primi/q̃ cognitis lateribus omnis triãguli:cognoſcitur area ipſius.et auxiliantibus tabulis de chorda & arcu: cognoſcitur omnis eius angulus.

Eucli.ex Zamb. Theorema 12. propoſitio 13.

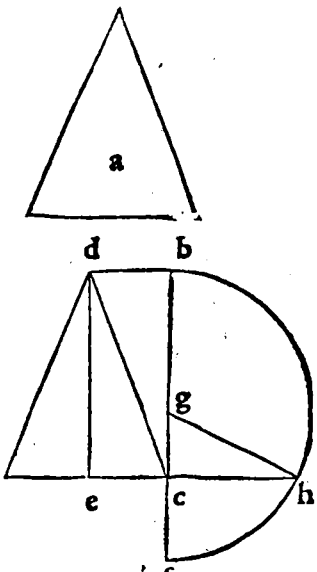
13 ¶In oxygonijs triangulis/quod ex acutum angulum ſubtẽdente fit quadratum/ minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis:compræhenſo bis ſub vno eorum quæ ſunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit/& ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.



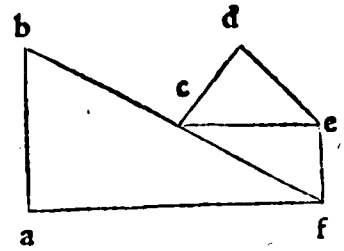
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit oxygonium triangulum a b c:acutũ habens angulum qui ad b.& per 12 primi ducatur ab a,ſigno:in b c,perpẽdicularis a d.Dico q̃ quadratum ex a c,minus eſt quadratis quæ fiunt ex c b & b a:cõpræhenſo bis rectangulo ſub c b & b d.Quoniam enim recta linea b c diſecta eſt vtcunq; in d:igitur per 7 ſecundi quadrata/quæ ex c b & b d,æqualia ſunt bis ſub c b & b d cõpræhenſo rectãgulo/& ei quod fit ex c d quadrato.Commune apponatur quadratum quod ex d a.Igitur quadrata quæ ex c b,& b d,& d a: per 7 ſecundi æqualia ſũt rectangulo comprehenſo bis ſub c b & b d,& eis quæ fiunt ex a d & d c quadratis. Sed eis quæ fiunt ex b d & d a:æquũ eſt id quod fit ex a b.angulus enim qui ad d: rectus eſt. Eis autem quæ fiunt ex a d & d c:æquum eſt id quod ex a c per 47 primi.ea igitur quæ fiũt ex c b & b a: æqualia ſũt ei quod fit ex a c & ei quod bis fit ſub c b & b d. Quare ſolum quod fit ex a c,minus eſt eis quæ fiunt ex c b & b a quadratis:eo quod eſt bis ſub c b & b d comprehenſo rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis:& quæ ſequuntur reliqua.quod oſtendere oportebat.

Eucli,ex Camp. Propoſitio 14.

14  DAto trigono:æquum quadratum deſcribere.

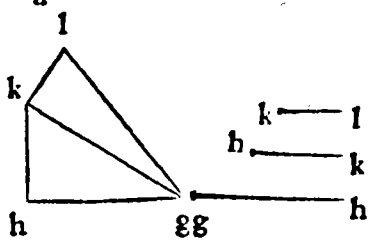


¶CAMPANVS. ¶Sit datus trigonus a:cui nos volumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiem æquidiſtantium laterum & rectorum angulorum æqualẽ trigono dato/ſecundum quod docet 42 primi:ſitq; ſuperficies illa b c d e.cuius ſi latera fuerint æqualia:habemus quod quærimus.ipſa enim erit quadrata per diffinitionem.Si autem latera ſint inæqualia:tũc adiungam minus ipſorum laterum maiori/ſecundum rectitudinem.ſitq; linea c f,æqualis minori duorum laterum quod eſt c e: adiuncta maiori quod eſt b c,ſecundum rectitudinem.Totã b f diuidam per æqualia: in puncto g.& facto g centro/ſuper lineam b f ſecundum quantitatem lineę g b:deſcribam ſemicirculum b h. & latus e c producam: vſquequo ſecet circunferentiam in puncto h. Dico q̃ quadratum lineæ c h: eſt æquale trigono dato. Producam lineã g h. Et quia linea b f diuiſa eſt per æqualia in g,& per inæqualia in c:erit per 5 huius,quod fit ex ductu b c in c f cũ quadrato c g,æquale quadrato g f. quare & quadrato g h. quare per penultimã primi: & duobus quadratis duarum linearũ g c & c h .Ergo dẽpto vtrinq; quadrato c g: erit quod fit ex b c in c f , quod eſt æquale ſuperficiei b e eo q̃ c f eſt æquale c e , æquale quadrato lineæ c h.quare



quadratum lineæ c h: eſt æquale trigono a. quod eſt propoſitum.

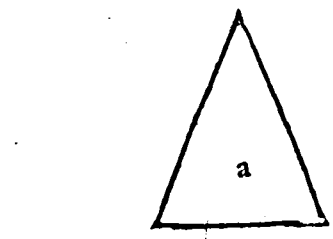
¶ CAMPANI additio. ¶ Et nota q; per hoc iuuenitur latus tetragonicũ cuiuſlibet altera parte longioris/& ſimpliciter omnis figuræ rectis lineis contentæ: quæcunq; fuerit. quoniam omnem figuram talem in triangulos reſoluemus: & cuiuſlibet illorum triangulorum inueniemus tetragonicum latus ſecundum doctrinam iſtius. & inueniemus per penultimam primi/lineã vnam: quæ poſſit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia voſo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f. Reſoluo eã in tres triãgulos qui ſunt a b f, c d e, & c f e. Inuenio quoq; ſecundum doctrinam iſtius: tria latera tetragonica iſtorũ trium triangulorum/quæ ſunt g h, h k, & k l. & erigo h k: pependiculariter ſuper g h. & produco g k. eritq; per penultimam primi/quadratum g k: æquale quadratis duarum linearum g h, & h k. & tertiũ latus k l erigo pependiculariter ſuper lineam g k. & produco lineam g l. eritq; per penultimam primi/g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propoſitæ.

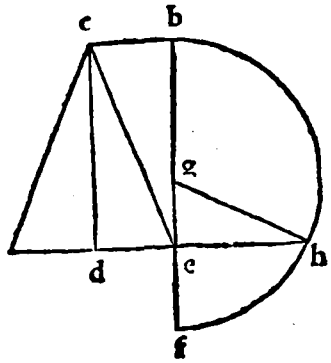


Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 14.

¶ Dato rectilineo: æquum quadratum conſtituere. 14

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datum rectilineum a. oportet ei rectilineo: æquum quadratum conſtituere. conſtituatur per 45 primi ipſi a rectilineo: æquum parallelogrammum rectãgulum b c d e. Si æqualis eſt b e ipſi e d: factum iam eſt problema. conſtituitur enim ipſi rectilineo: æquum quadratum b d. Si autem non: eorum alterũ b e & e d, maius eſt. Sit maius b e: & producatur in f. & ponatur ipſi e d: æqualis e f, per 3 primi. & per 10 primi ſecetur b f bifariam in g. Et centro quidem g, ſpacio vero aut g b aut g f: ſemicirculus deſcribatur b h f. & per 2 poſtulatum producatur d e in h: & per 1 poſtulatum connectatur g h. Quoniam igitur recta linea b f ſecta eſt in æqualia in g, & in inæqualia in e: igitur per 5 ſecundi/rectangulum cõpræhenſum ſub b e & e f cum quadrato quod fit ex e g æquum eſt ei quod ex g f quadrato. Aequalis autem eſt g f: ipſi g h. rectangulum igitur compræhenſum ſub b e & e f, per 5 ſecundi cũ eo quod ex g e fit quadrato: æquum eſt ei quod fit ex g h. ei autem quod fit ex g h: æqualia ſunt ea quæ ex h e & g e fiunt quadratis per 47 primi. Quod igitur fit ſub b e & e f cum eo quod fit ex e g: æquum eſt eis quæ fiunt ex h e & e g. commune auferatur quadratum quod ex e g. reliquum igitur rectangulum compræhenſum ſub b e & e f: æquum eſt ei quod fit ex e h quadrato. Sed id quod eſt ex b e & e f: id eſt quod b d. æqualis enim eſt e f ipſi e d. parallelogrammum igitur b d: æquum eſt ei quod fit ex h e quadrato. Sed b d: æquum eſt ipſi a rectilineo. & a igitur rectilineũ æquum eſt quadrato deſcripto ex e h. Dato igitur rectilineo a: æquũ quadratum conſtitutum eſt/ſub e h deſcriptum. quod feciſſe oportuit.





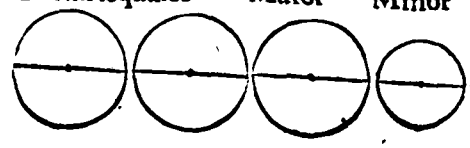
¶ EVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum ſecundi libri FINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber tertius.

EX Campano. Diffinitiones.

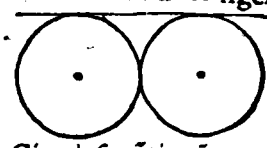
1 ¶Vorum diametri ſunt æquales: ipſos circulos æquales eſſe. Maiores autem: quorũ maiores. Et minores: quorum minores.

Circuli æquales Maior Minor



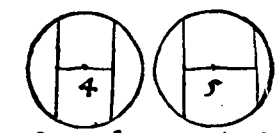
2 ¶Circulum linea cõtingere dicitur: quæ cũ circulũ tangat/in vtramq; partem eiecta circulum non ſecat.

Linea circulũ cõtingens



3 ¶Circuli ſeſe contingere dicuntur: qui ſe tangentes/ſeinuicem non ſecant.

Circuli ſe cõtingẽtes



4 ¶Rectæ lineæ in circulo æqualiter diſtare dicuntur a centro: cũ a cẽtro ad ipſas ductæ perpẽdiculares/fuerint æquales.

5 ¶Plus vero diſtare a centro dicitur: in quam perpendicularis longior cadit.

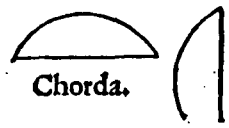
Arcus Ang. portionis

6 ¶Recta linea portionẽ circuli cõtinens: chorda nominatur.

7 ¶Portio vero circunferentiæ: arcus nuncupatur.

8 ¶Angulus autem portionis: dicitur qui a chorda & arcu cõtinetur.

Chorda.

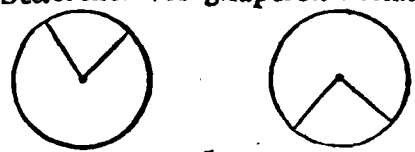


Angulus ſuper arcũ cõſiſtens



9 ¶Supra arcum angulus conſiſtere dicitur: qui a quolibet pũcto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

Sector circuli. Ang. ſuper cẽtrũ cõſiſtẽs

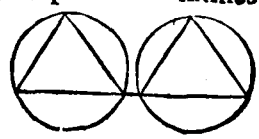


10 ¶Sector circuli: eſt figura quæ ſub duabus a centro ductis lineis & ſub arcu qui ab eis compræhenditur continetur.

11 ¶Angulus autem qui ab eis lineis ambitur: ſupra centrum conſiſtere dicitur.

12 ¶Similes circulorum portiones dicuntur: in quibus qui ſupra arcum conſiſtunt anguli/ſibi inuicem ſunt æquales.

Similes cir. portiões et ſimiles arcus.

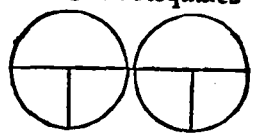


13 ¶Arcus quoq; ſimiles ſunt qui æquos ãgulos prædicto modo ſuſcipiunt.

EX Zamberto. Diffinitiones.

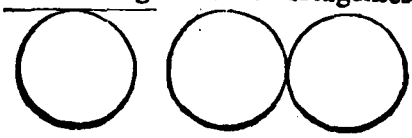
1 ¶Equales circuli: ſunt quorum dimetientes ſunt æquales, vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.

Circuli æquales

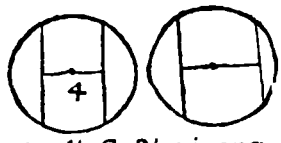


2 ¶Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulum tangens & eiecta/circulum non ſecat.

Linea cir. tãgens. Circuli ſe tãgentes



3 ¶Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur: qui ſeſe inuicem tangentes ſe non inuicem ſecant



Sectiocirculi. Sectionis ang.



Angulus in ſectione



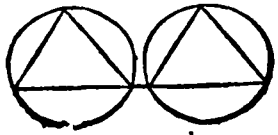
Angulus in circunferentia



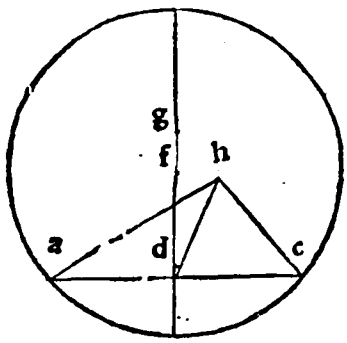
Sector circuli



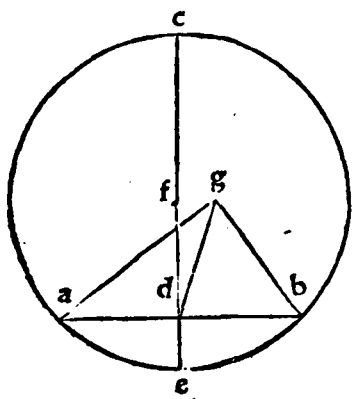
Similes circuli ſectiones



b



e



e

¶In circulo æqualiter diſtare a centro rectæ lineæ dicuntur: cum a centro in eas perpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autem diſtare dicitur: in quã maior perpẽdicularis cadit. 4

¶Sectio circuli: eſt figura compræhenſa ſub recta linea & circuli circunfererentia. 5

¶Sectionis angulus: eſt qui ſub recta linea & circuli circunferentia compræhenditur. 6

¶In ſectione autem ãgulus eſt: cum in circunferentia ſectionis contingit aliquod ſignum & ab eo in rectæ lineæ fines quæ baſis eſt ſectionis rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autem angulus: ſub coniunctis rectis lineis eſt. 7

¶Cum vero compræhendentes angulum rectę lineæ aliquã ſuſcipiunt circunferentiam: in illa angulus eſſe dicitur. 8

¶Sector autem circuli: eſt cum ad centrum circuli ſteterit angulus compræhenſa figura ſub ãgulum compræhendẽtibus rectis lineis & aſſumpta ſub eis circunferentia. 9

¶Similes ſectiones circuli: ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt: vel in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales. 10

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

¶Circuli propoſiti: centrum inuenire. 1

Vnde manifeſtum eſt q̃ duabus rectis lineis in eodẽ circulo apud circunferentiam terminatis: neutra illarũ alteram per æqualia ortho gonaliter ſecat: niſi ipſa ſuper centrũ trãſierit.

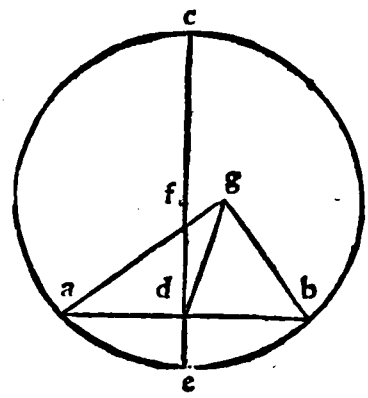
¶CAMPANVS. ¶Sit circulus propoſitus a b c: cuius volumus centrũ inuenire. Duco in ipſo circulo lineam a c qualitercunq; cõtingat: quam diuido per æqualia in puncto d. a quo duco perpendicularem ad lineam a c, quam applico circunferentiæ ex vtraq; parte: ſitq; e d b. quam rurſus diuido per æqualia in puncto f: quem dico eſſe centrum circuli. Si enim non eſt: erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b: nõ. Si enim fuerit in ea vt in puncto g: erit linea e f maior linea e g, pars videlicet toto. quod eſt impoſſibile. Quod ſi fuerit extra lineã e b. vt in puncto h: ducantur lineæ h a, h d, h c. Et quia latera h d & d a trianguli h d a ſunt æqualia lateribus h d & d c trianguli h d c, & baſis h a baſi h c: erit per 8 primi/ angulus a d h æqualis angulo c d h. quare vterq; rectus. & quia angulus a d b fuit etiam rectus: erit a d h æqualis a d b per 3 petitionem primi/ pars videlicet toti. quod eſt impoſſibile. Non eſt ergo cẽtrum dati circuli alicubi q̃ in puncto f. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. propoſitio 1.

¶Dati circuli: centrum inuenire. 1

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c. oportet ipſius circuli a b c, cẽtrum inuenire. Excitetur in eo linea quædam recta vtcunq; ſitq; a b. Et per 10 primi: ſecetur bifariam in d: & per 11 eiuſdem ab ipſo d, ipſi a b excitetur d c ad angulos rectos. & per poſtulatum ſecundum extendatur in e: ſeceturq; per 10 primi/ c e: bifariam in f. Dico q̃ f: centrũ eſt circuli a b c. Nõ enim. ſed ſi poſſibile eſt/ ſit g: & per primum poſtulatum connectãtur g a, g d, & g b. Et quoniam æqualis eſt a d ipſi d b,

communis autem d g. duæ igitur a d & d g: duabus g d & d b ſunt æquales altera alteri. & per 15 diffinitionem primi/baſis g a: baſi g b eſt æqualis, ex centro enim. Igitur per 8 primi/ angulus a d g: angulo b d g eſt æqualis. Cum autem recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam/ vtrobiq; angulos æquos adinuicem fecerit: eorum angulorum vterq; per decimã primi diffinitionem/ rectus erit. Angulus igitur b d g: rectus eſt. at angulus f d b: rectus eſt. Angulus igitur f d b: angulo b d g per 4. poſtulatum eſt æqualis/ maior minori. quod eſt impoſſibile. Igitur g: non eſt centrũ circuli a b c. Similiter oſtendemus: q; nullum aliud præter f. Igitur f: centrum eſt circuli a b c. quod feciſſe oportuit.

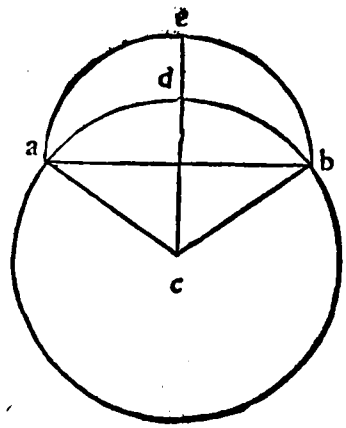


¶ COROLARIVM. ¶ Hinc eſt manifeſtum/ q; ſi in circulo recta linea aliqua aliquam rectam lineam bifariam & ad angulos rectos diſpeſcit: in diſpeſcente eſt centrum circuli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 SVper circuli circunferẽtiam duobus punctis ſignatis: lineam rectam ductam ab altero ad alterum/ circulum ſecare neceſſe eſt.

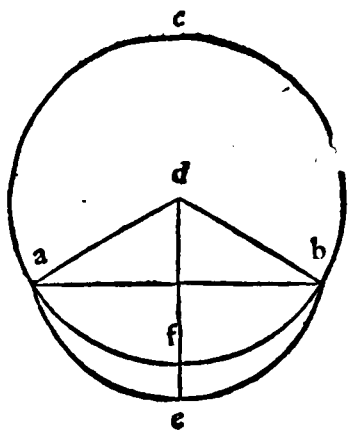
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in circunferentia circuli a b, cuius centrum ſit c: ſignata ſint duo puncta/ quæ ſunt a & b. Dico q; linea recta coniungẽs vnum cum altero: ſecabit circulum. Alioqui: cadet extra circulum. ſitq; a e b linea recta: ſi poſſibile eſt. Producam lineas c a & c b. eruntq; per 5 primi/ angulus c a b & c b a: æquales. protraham item lineam c e: quæ ſecet circunferentiam in puncto d. eritq; per 16 primi/ angulus a e c: maior ãgulo c b e. quare maior angulo c a e. quare per 18 eiuſdem/ latus a c: maius latere c e. & quia c d eſt æqualis c a: erit c d maior c e, pars toto. quod eſt impoſſibile. Quia ergo linea coniungens duo puncta a, b, non trãſibit extra circulum: ſecabit ipſum. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1. propoſitio 2.

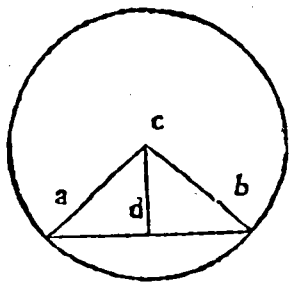
2 ¶ Si in circuli circunferentia duo fuerint ſigna v t cunq; contingentia: ad ea ſigna applicata recta linea intra ipſum circuum cadit

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: & in eius circunferentia ſint vtcunq; bina ſigna a, b. Dico q; recta linea applicata ex a in b: intra ipſum circulum a b c cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt: cadat extra/ a e b. Et contingat ſiue accipiatur centrum circuli: ſitq; illud per præcedentem/ d. & per 1 poſtulatum connectantur d a, d b: & extẽdatur d f e. Quoniam igitur æqualis eſt per 15 diffinitionem primi/ d a ipſi d b: æqualis eſt angulus d a e, angulo d b e. Et quoniam trianguli d a e, vnum latus producitur a e b: igitur per 16 primi/ angulus d e b, ãgulo d a e maior eſt. Aequalis autem eſt angulus d a e: ei qui ſub d b e. Maior igitur eſt angulus d e b: ãgulo d b e. ſub maiori autem angulo: maius latus ſubtẽditur/ per 18 primi. maior igitur eſt d b: ipſa d e. Aequalis autem eſt per 15 diffinitionem primi/ d b: ipſi d f. maior igitur eſt d f: ipſa d e, minor maiore. quod eſt impoſſibile. Recta igitur linea extenſa ex a in b: extra ipſum circulum non cadit. Similiter etiam demonſtrabimus q; neq; in ipſa circunferentia. intra igitur. Si in circuli circunferentia igitur: & quæ ſequũtur reliqua vt in theoremate. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

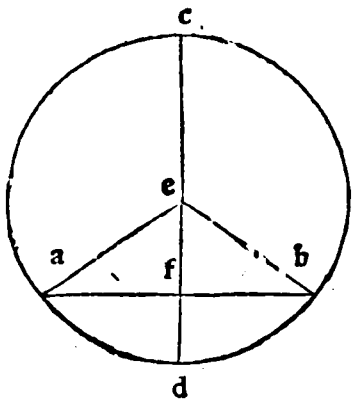
3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatã alia a centro veniens per æqua ſecet: orthogonaliter ſuper eam inſiſtere/ & ſi in eam orthogonaliter ſteterit: eam per æqualia diuidere/ neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrum sit c: linea c d veniens a centro, diuidat per æqualia. Dico q̃ diuidit eam orthogonaliter. & econuerso. videlicet si diuidit eam orthogonaliter: diuidit eã per æquaila. Producam lineas c a & c b. & ponam primo q̃ diuidat eam per æqualia. erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d & d b, trianguli c d b, & basis c a basi c b. ergo per 8 primi/ angulus d vnius: est æqualis angulo d alterius. vterq; igitur est rectus. Quare c d est perpẽdicularis super a b. quod est propositum. ¶Ponam iterum q̃ c d sit perpendicularis super a b: & ostendã q̃ ipsa diuidit a b per æqualia. erit enim propter hanc positionem: vterq; angulorum qui sunt ad d, rectus. quare vnus æqualis alteri. At quia per 5 primi ãgulus c a d est æqualis ãgulo c b d, et latus c a æquale lateri c b: per 26 primi erit linea a d æqualis lineæ d b. quod est propositum.

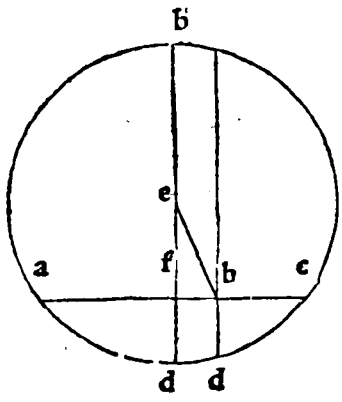
Eucli. ex Zamb. Theorema 2. propositio 3.

¶Si in circulo recta linea quædam per centrũ extensa/ quãdam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescet: bifariam quoq; ipsam secabit. 3



¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c: & in eo recta quædam linea per centrum extensa c d, rectam lineam quandam non extensam per centrum a b bifariam secet in signo f. Dico q̃ & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur cẽtrum circuli a b c, per 1 tertii: sitq; illud e. & per primum postulatum cõnectantur a e & e b. Et quoniam æqualis est a f ipsi f b, communis autem f e: duæ igitur e f & f a duabus e f & f b sunt æquales. Et basis e a basi e b per 15 diffinitionẽ primi est æqualis. Igitur per 8 primi/ angulus a f e: angulo b f e est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens / vtrobiq; angulos sibi inuicem æquos fecerit: per 10 diffinitionẽ primi / vterq; ipsorum angulorum rectus erit. vterq; igitur eorum qui sunt sub a f e & b f e: rectus est. Igitur c d per centrum directa/ ipsam a b non per centrum extensam bifariã dispscens: & ad angulos rectos secat. ¶Sed secet c d ipsam a b: ad angulos rectos. Aio q̃ & bifariã ipsam dispiscit: hoc est q̃ æqualis est a f ipsi f b. Eisdẽ namq; dispositis & constructis / quoniam æqualis est e a ipsi e b per 15 diffinitionem primi: æqualis est angulus e a f angulo e b f. Et angulus a f e rectus: æqualis est per quartum postulatum/ angulo recto. qui est sub b f e. Duo igitur triangula sunt e a f & e b f: duos angulos duobus angulis æquales habentia & vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/ commune autem eorum e f explicatum sub vno æqualium angulorum/ & reliqua latera reliquis lateribus æqualia. æqualis igitur est a f ipsi f b. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.



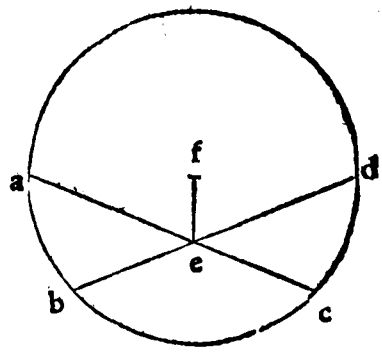
SI intra circulum duæ lineæ se inuicem secent/ & super centrum non transeant: nõ per æqualia eas secari necesse est. 4

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c & b d secent se in pũcto f: & vtraq; earum vel altera nõ transeat per centrum. Dico q̃ ipsæ non diuidunt seſe per æqualia: ita q̃ vtraq; per æqualia diuidatur ab vtraq;. Q̃ si fuerit hoc possibile: ponatur. & sit primo: vt neutra transeat per cẽtrum. A centro e producam lineam e f. eritq; per primam partem præmissæ/ vnusquisq; quatuor angulorum qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d: rectus. quod est impossibile. sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur vt altera earum transeat per centrum: & altera non. sitq; b d trãsiens per centrum. adhuc dico q̃ non diuidunt

ſeſe per æqualia. Quod ſi ſic: tunc per primam partem præmiſſæ/cum b d ducta a centro diuidat a c per æqualia/diuidet eã orthogonaliter. quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipſam b d per æqualia vt ponit aduerſarius: ipſa tranſibit per centrum/per correlarium primæ huius. Quare ambæ tranſeunt pee centrum. quod eſt contra hypo theſin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. propoſitio 4.

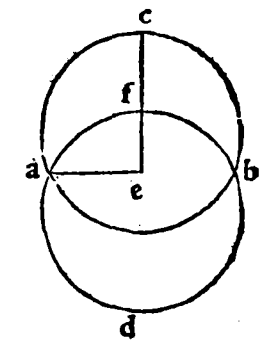
4 ¶Si in circulo binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ ſecuerint non per centrum extenſæ: ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d: & in eo binæ rectæ lineæ a c & b d: ſeſe inuicẽ ſecent in e, non per centrũ extenſæ. Dico q̃ ſe bifariam non ſecant in e. Si enim eſt poſſibile: ſeſe inuicem ſecent bifariam. Quoniam a e æqualis eſt ipſi e c, & b e ipſi e d: ſit centrum circuli a b c d, ſitq; illud per primam tertij f, & per primũ poſtulatum connectatur f e. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extenſa f e, rectã aliquam lineã non per centrũ extenſã a c bifariã ſecat: & ad angulos rectos ipſã per 3 tertij diſpeſcit. Igitur angulus f e a: rectus eſt. Rurſus quoniam recta linea quædam f e, rectam quandam lineam non per centrum extenſam c d, bifariã ſecat: & per 3 tertij ad angulos rectos eam ſecat. Angulus igitur f e b: rectus eſt. patuit autem q̃ angulus f e a: rectus eſt. Angulus igitur f e a: per quartum poſtulatum ãgulo f e b eſt æqualis, minor maiori. quod eſt impoſſibile. Rectæ igitur lineæ a c & b d: ſe ſe inuicem bifariam minime ſecant. Si in circulo igitur. & quæſequuntur reliqua. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

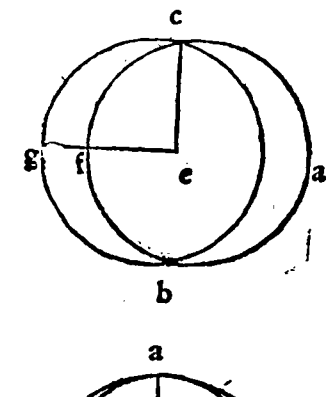
5 CIrculorum ſe inuicem ſecantium: centra diuerſa eſſe.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a c b, a d b: ſecãtes ſe ſuper duo pũcta a & b. Dico q̃ eorũ ſunt diuerſa centra. Si enim haberent idem centrum: ipſum eſſet per diffinitionem/in portione vtriq; circulo communi. ſitq; illud e. & ducantur lineæ e a & e f: c. erũtq; per diffinitionem circuli/ duæ lineæ e a & e f: æquales. Itemq; per eandem diffinitionem/duæ lineæ e a & e c: æquales. quare e f eſt æqualis e c, cũ vtraq; earum ſit æqualis e a: pars videlicet toti. quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. propoſitio 5.

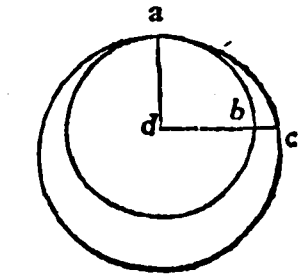
5 ¶Si bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint: non erit eorum idem centrum.



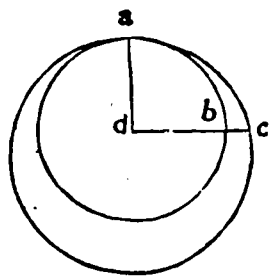
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo inquam circuli a b c & c b g: ſeſe inuicẽ ſecent in ſignis c & b. Dico q̃ eorum non eſt idem centrum. Si enim poſſibile: eſto e. & per primum poſtulatum connectatur e c. & extendatur e f g vtcunq;. Et quoniam e ſignum/centrum eſt circuli a b c: æqualis eſt e c ipſi e f, per 15 diffinitionem primi. Rurſus quoniam e ſignum/cẽtrum eſt circuli c b g: æqualis eſt per eandem diffinitionem/ e c ipſi e g. oſtenſum eſt autem q̃ e c ipſi e f eſt æqualis. & e f igitur: ipſi e g eſt æqualis/minor maiori. quod eſt impoſſibile. Igitur e ſignum: centrum non eſt circulorum a b c & c b g. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ ſequuntur. quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

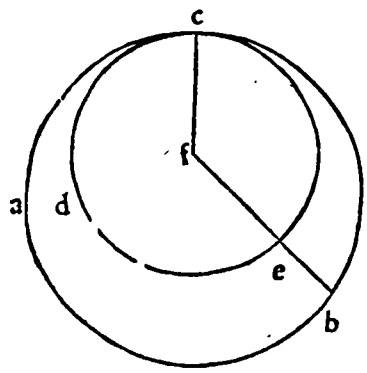
6 CIrculoum ſeſe contingentium: non idem centrum eſſe neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b & a c: contingentes



se in pũcto a. Dico q̃ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idẽ centrum: erit per diffinitionem/inter minorem eorum cum minor positus fueritintra maiorem. sitq̃ ipsum: d. & ducãtur lineæ d a & d b c. eritq̃ per diffinitionẽ circuli/vtraq̃ duarũ linearũ d b & d c: æqualis a d. quod est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra / quorum scilicet vnus est extra alterum: manifestum est per diffinitionem centri/ q̃ ipsi non habent idem centrum.



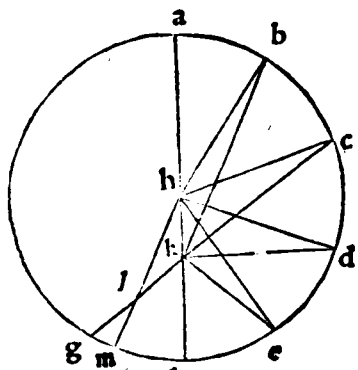
Euclí. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 6.

¶ Si duo circuli se adinuicem tetigerint: eorum non est idem centrum. 6

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duo inquam circuli a b c et c d e: sese inuicem tãgant in c signo. Dico q̃ eorum non est idem centrum. Si enim possibile: sit f. & per primum postulatum/ connectatur f c: & extendatur vtcũq̃ f e b. Quoniam igitur f signum/ centrum est circuli a b c: æqualis est per 15 primi diffinitionem/ f c ipsi f b. Rursus quoniam f signum/ centrum est circuli c d e: æqualis est f c ipsi f e, per eandẽ diffinitionẽ. Patuit autem q̃ f c: ipsi f b est æqualis. igitur f e: ipsi f b est æqualis/ minor maiori. quod est impossibile. Igitur f signum/ non est centrum orbium a b c & c d e. Si bini igitur orbes se adinuicem tetigerint: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod erat ostendendum.

Euclí. ex Camp. Propositio 7.

SI in diametro circuli punctus præter centrum signetur/ & ab eo ad circunferentiã lineæ plurimæ ducantur: quæ super centrum transierit/ omnium erit longissima. Quæ vero diametrũ perficiet: omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ: cæteris longiores. Quanto vero a centro remotiores: tãto breuiores esse cõueniet. Duas quoq̃ æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est. 7

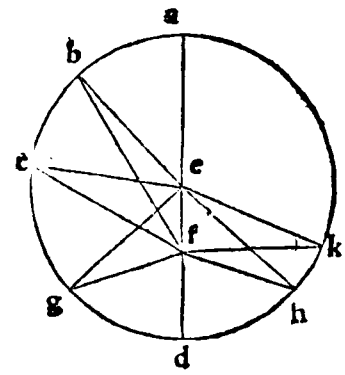


¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum. a quo ducantur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g: ad circunferentiam. & transeat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri. sitq̃ vt k e & k g æquidistent k f: hoc est dicere, vt angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico q̃ k a: est omniũ longissima. & k f: omnium breuissima. Aliæ vero tanto longiores: quanto centro propinquiores. vt k b: est longior k c. & k c: est longior k d. & k d: longior k e. Et k e & k g: sunt æquales. ¶ Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k. & eadẽ ratione: maior omnibus alijs. & hoc est primum. ¶ Item quia in triãgulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale lineæ h f: ipsa erũt maiora linea h f. ergo dempta communi linea quæ est h k: remanebit k e maior k f. eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipsa. & hoc est secundum. ¶ Itemq̃ quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per viceſimamquartam primi/ basis b k maior basi k c. eadem ratione: k c, maior erit k d. & k d: maior k e. & hoc est tertiũ. ¶ Q̃z si duæ lineæ k g & k e non sunt æquales: erit altera maior/ sitq̃ k g. de qua sumam k l: æqualem k e. & producam h l: quousq̃ secet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k f est æqualis angulo f k e: erit per decimamtertiam primi: angulus l k h æqualis angulo e k h. & duo latera l k & k h, trianguli l k g, sunt æqua-

lia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h. ergo per 4. primi/baſis h l: eſt æqualis baſi h e. & quia l m eſt æqualis h e: erit l m æqualis h l. quod eſt impoſſibile. Sunt ergo duæ lineæ k g & k e: æquales. quod eſt noſtrum propoſitum quartum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 7.

7 ¶Si in diametro circuli aliquod contingat ſignum quod minime circuli centrum ſit/ ab eoq; ſigno in circulum quædā rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum. minima vero: reliqua. aliarum vero ſemper propinquior ei quæ per centrum extenditur: remotiore maior eſt. Duæ autem ſolum rectæ lineæ æquales: ab eodem ſigno in circulum cadunt ad vtraſq; partes minimæ.

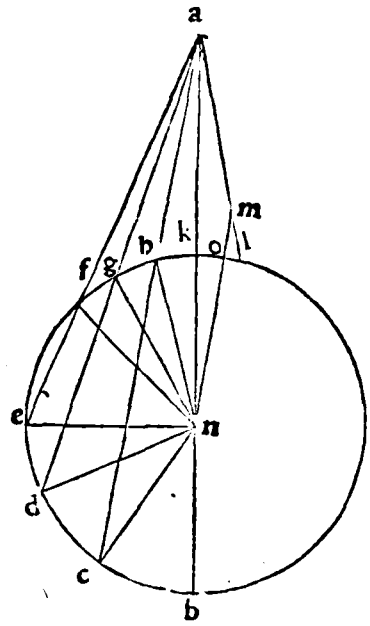


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d: eiuſq; dimetiens ſit a d. & in ipſo a d, ſuſcipiatur ſignum aliquod/ſitq; illud/f: quod ipſius circuli centrum non ſit. Centrum autē circuli: ſit per primam tertij/e. Et ab ipſo f: in ipſum a b c d circulum procidant quædam rectæ lineæ f b, f c, f g. Dico q; f a: maxima eſt. minima vero: f d. Aliarū autē: f b, ipſa f c maior eſt. & f c: ipſa f g. Connectantur per primum poſtulatum: b e, c e, & e g. Et quoniam per 20 primi/ omnis trianguli duo latera reliquo ſunt maiora: igitur e b & e f, reliquo f b ſunt maiora. Aequalis autem eſt a e: ipſi b e, per 15 diffinitionem primi. Igitur b e & e f: ipſi a f ſunt æquales. maior igitur eſt a f: ipſa b f. Rurſus quoniam æqualis eſt b e ipſi c e per 15 diffinitionem primi/ cōmunis autem f e: duæ igitur b e & e f, duabus c e & e f ſunt æquales. Sed angulus b e f: angulo c e f maior eſt. baſis igitur b f: per 24. primi/baſi c f maior eſt. & ob id, c f: ipſa f g maior eſt. Rurſus quoniā g f & f e, ipſa e g per 20 primi ſunt maiores / æqualis autē eſt per 15 diffinitionē primi e g ipſi e d: igitur g f & f e, ipſa e d ſunt maiores. cō munis auferatur e f. reliqua igitur g f: reliqua f d maior eſt. Maxima igitur: eſt f a. minima vero: f d. maior eſt autem f b, ipſa f c: & f c, ipſa f g. ¶Dico etiā q; ab eodē ſigno f: duæ tātū rectæ lineæ æquales/in ipſū circulum a b c d cadunt ad vtraſq; partes ipſius f d minimæ. Conſtituatur inquā per 23 primi/ad datam rectā lineā e f, ad datumq; in ea ſignum e: ei qui ſub g e f angulo æqualis angulus f e h. & per primum poſtulatum cōnectatur f h. Quoniā igitur æqualis eſt per 15 diffinitionē primi/g e ipſi e h, cōmunis autē e f: duæ igitur g e & e f, duabus h e & e f ſūt æquales. & per 8 primi/āgulus g e f: āgulo h e f eſt æqualis. Igitur per 4. primi/ baſis f g: baſi f h eſt æqualis. ¶Dico inſuper: q; ipſi f g, alia nulla cadit in ipſum circulū ab eodem ſigno f, æqualis. Si enim poſſibile: cadat f k. Et quoniam f k ipſi f g eſt æqualis/ſed f h ipſi f g eſt æqualis: igitur f k ipſi f h eſt æqualis. Quæ igitur propinquior eſt ei quæ per cētrum extēditur: remotiori eſt æqualis. quod per prius oſtenſum eſt impoſſibile. ¶Vel etiā ſic. Per primū poſtulatū: connectatur e k. & quonia. 1 per 15 diffinitionē primi/æqualis eſt g e ipſi e k, cōmunis autē f e, & baſis g f baſi f k eſt æqualis: igitur per 8 primi/angulus g e f angulo k e f eſt æqualis. Sed angulus g e f: ei qui ſub h e f eſt æqualis. Igitur per primam cōem ſententiam/āgulus h e f: ei qui ſub k e f eſt æqualis/minor maiori. quod eſt impoſſibile. Igitur ab ipſo f ſigno: nulla alia cadit in ipſum circulum ipſi g f æqualis. vna igitur ſola. Si in dimetiente igitur circuli; & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI extra circulum puncto ſignato/ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum ſecando: quæ ſuper centrum tranſierit/omnium erit longiſſima. Cētro autem propinquiores: cęteris remo

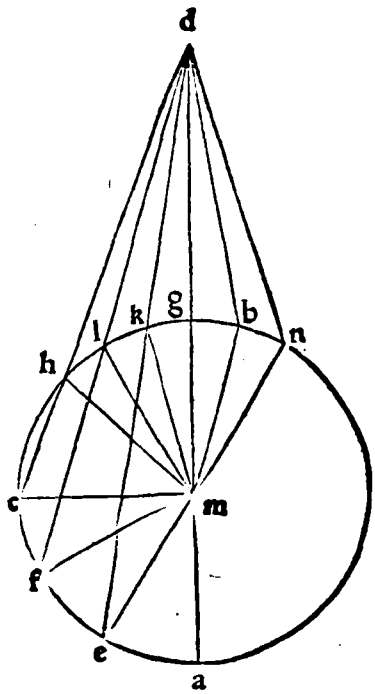
tioribus longiores. Linearũ vero partialiũ ad circunferentiam extrinsecus applicatarũ/ea quidẽ quæ diametro in directũ adiacet: omnium est minima. Eiq; propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ vero quæ lineæ breuissimæ vtrinq; æque propinquant: æquales sunt.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt a puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n: ducãtur plurimæ lineæ ad circunferentiam/secando circulum/quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico q; a b transiens per centrum: omnium erit longissima. Et q; a c: est maior a d. & a d: maior a e. Et q; a k: est omniũ breuissima extrinsecarum. Et q; a h: est minor a g. & a g: minor a f. Et dico q; si ducatur a l, ita q; ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est q; angulus k a h sit æqualis angulo l a k: ipsæ erunt æquales. ¶Producam enim a cẽtro n: lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h. eruntq; per 20 primi: duo latera a n & n c, trianguli a n c: maiora a c. & quia ipsa sunt æqualia lineæ a b: erit a b maior a c. eadem ratione erit maior omnibus alijs. quod est primum. ¶Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & ãgulus a n c est maior angulo a n d: erit per 24 primi/basis a c maior basi a d. & eadẽ rõne erit a d: maior a e. quod est secũdũ. ¶Itẽq; quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h sũt maiora a n per 20 primi/& h n est æqualis n k: erit per cõmunẽ scientiã/a h maior a k. eadẽ ratione quælibet extrinsecus applicatarũ: maior erit a k. qđ est tertiũ ¶Itẽ quia per 21 primi/duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n: erit per communẽ scientiã/a g maior a h. eadem ratione erit a f: maior a g. quod est quartum. ¶Qz si a l non sit æqualis a h: cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior. sitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h: & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a & a n, trianguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n: erit per 4 primi/basis m n æqualis basi n h. & quia n o est æqualis n h: erit n o æqualis n m, pars videlicet toti. quod est impossibile. & hoc est quintum.

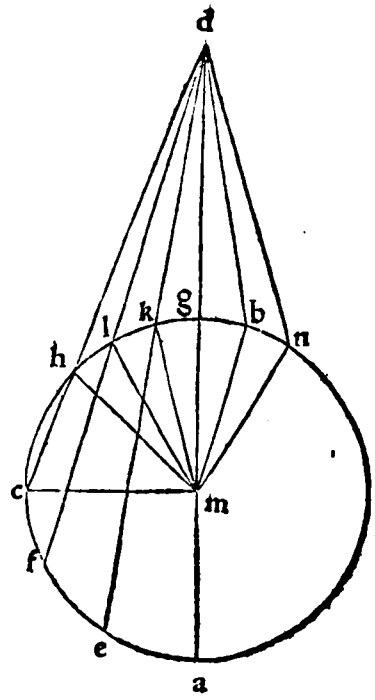
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. propositio 8.

¶Si extra circulum susc̃ipiatur aliquod signum / ab eoq; signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ / quarum quidem vna per centrum extendatur reliquæ vero vtcunq;: in conuexam circunferentiam cadentium rectarum linearũ maxima est quæ per centrum ducta est. aliarum autem/semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In curuam vero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est: quæ inter signum & dimetientem iacet. minimæ vero propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum/ad vtrasq; partes minimæ. 8



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. & extra ipsum a b c, susc̃ipiatur signum d: & ab eodem ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulum/sintq; d a, d e, d f, d c. sit autem d a: per centrũ extensa. Dico q; in a e f c conuexã circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est: quæ per centrũ trãsit/ hoc est d a. minima vero: quæ inter d signũ/& diametrũ a g iacet. maior vero est d e ipsa d f: & d f ipsa d c. Cadẽtiũ vero rectarũ linearũ in h l k g curuã circũferentiã sẽper ipsi d g minimæ propinquior: remotiore minor est. hoc est d k ipsa d l: & d l ipsa d h. Susc̃ipiatur per primã tertij/ centrũ circuli a b c: sitq; illud m. & per 1 postulatũ

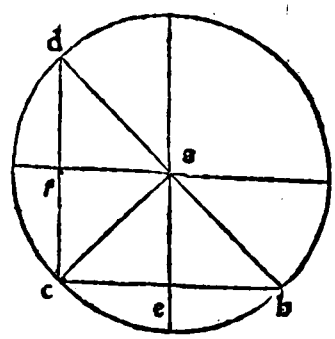
cõnectantur m e, m f, m c, m h, m l, & m k. Et quoniã per 15 diffinitionẽ primi/æqualis eſt a m ipſi e m: cõis apponatur m d. Igitur a d: ipſis e m & m d eſt æqualis. ſed e m & m d: ipſa e d per 20 primi/ſunt maiores. & a d igitur: ipſa e d maior eſt. Rurſus quoniam per 15 diffinitionem primi/æqualis eſt m e ipſi m f: communis apponatur m d. Igitur e m & m d: ipſis f m & m d ſunt æquales. & angulus qui ſub e m d: angulo qui ſub f m d maior eſt. Igitur per 24 primi/ baſis e d: baſi f d maior eſt. Similiter quoq; oſtendemus: q; f d, ipſa c d maior eſt. Maxima quidem d a. maior autẽ eſt d e: ipſa d f. & d f: ipſa d c. Et quoniam per 20 primi/ m k & k d ipſam d ſunt maiores, æqualis autẽ eſt per 15 diffinitionem primi m g ipſi m k: reliqua igitur k d, reliqua g d maior eſt. quare g d: ipſa k d minor eſt. Et quoniã triãguli m l d in vno latere m d, duæ rectæ lineæ introrſum conſtiterunt m k & k d: igitur per 21 primi m k & k d ipſis m l & l d ſunt minores/ quarum m k æqualis eſt ipſi m l. reliqua igitur d k: reliqua d l minor eſt. Similiter iam oſtẽdemus: q; & d l, ipſa d h minor eſt. minima autem: d g. ipſa vero d k, ipſa d l: & d l, ipſa d h minor eſt. ¶ Dico etiam q; duæ tantum æquales/ a ſigno d in ipſum circulum cadunt: ad vtraſque partes minimæ ipſius d g. Conſtituatur per 23 primi/ ad rectam lineam m d & ad ſignum in ea m, angulo k m d æqualis angulus d m b. & per primum poſtulatum: connectatur d b. Et quoniã per 15 diffinitionem primi/ æqualis eſt m b ipſi m k, cõmunis autem m d: duæ igitur m k & m d, duabus b m & m d ſunt æquales altera alteri. & angulus k m d: per 23 primi angulo b m d eſt æqualis. Igitur per 4 primi/ baſis d k: baſi d b eſt æqualis. Dico iam q; rectæ lineæ d b, alia æqualis non cadit in ipſum circulum: a ſigno d. Si enim poſſibile: cadat/ & ſit d n. Quoniam igitur ipſi d k, d n eſt æqualis/ ſed ipſi d k, d b eſt æqualis: et d b igitur per primam cõmunem ſentẽtiam ipſi d n eſt æqualis. propinquior igitur ipſi d g minimæ: remotiori eſt æqualis. quod iam oſtẽſum eſt impoſſibile. ¶ Vel etiam aliter. Cõnectatur per primũ poſtulatum m n. Quoniam per 15 diffinitionem primi/ æqualis eſt k m ipſi m n, cõmunis autem m d, & baſis d k baſi d n eſt æqualis per hypotheſin: igitur per octauã primi/ angulus k m d, angulo d m n eſt æqualis. Sed angulus qui ſub k m d: ei qui ſub b m d eſt æqualis. & qui ſub b m d igitur: ei qui ſub n m d eſt æqualis/ minor ſcilicet maiori. quod eſt impoſſibile. Igitur plures duabus rectis lineis/ æquales: in circulum a b c ab ipſo d ſigno ad vtraſq; partes ipſius d g minimæ non cadunt. Si extra circulũ igitur ſuſcipiatur ſignũ: & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod oſtendere oportuit.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI intra circulum puncto ſignato/ ab eo plures q̃ duæ lineæ ductæ ad circunferentiam / fuerint æquales: punctum illud/ centrum circuli eſſe neceſſe eſt.

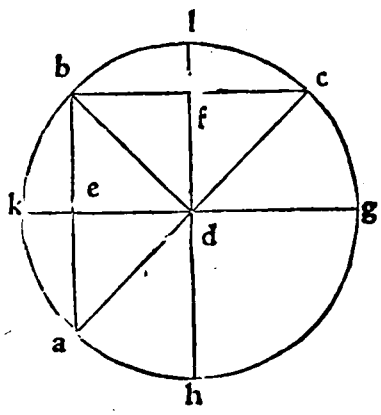
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt a puncto a, ſignato intra circulum b c d, ductæ ſint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam: quas pono eſſe æquales. Dico punctũ a: eſſe centrũ circuli. Producã enim duas lĩnas c b & d c: & diuidam vtramq; earum per æqualia. c b quidem in puncto e: & d c in puncto f. Et producam e a & f a: quas applico circũferentię ex vtraq; parte. eritq; per 8 primi/ vterq; angulorum qui ſunt ad e: æqualis alteri. igitur per diffinitionem anguli recti: vterq; erit rectus. Similiter quoq; per eandem vterq; angulorum qui ſunt ad f: rectus. ergo per correlarium primæ huius/ quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipſa tranſit per centrum. ſimiliter quoq; a f trãſit per centrum: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter. quare a: eſt centrum. quod eſt propoſitum.



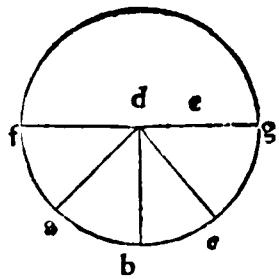
Euclí. ex Zamb. Theorema 8. propoſitio 9.

9 ¶ Si in circulo ſuſcipiatur ſignũ aliquod/ & ab eo ſigno ad cir

culum cadãt plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales: ſuſceptum ſignum centrum ipſius eſt circuli.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. intra ipſum: ſignum ſit d. & ab ipſo d: in ipſum a b c circulum cadant plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales/hoc d a, d b, d c. Aio q̃ d ſignũ: centrũ eſt circuli a b c. Coniungantur enim per primum poſtulatum a b & b c. ſecenturq; per 10 primi/ bifariam in ſignis e & f: videlicet a b per e, & b c per f. & coniunctæ e d & f d: per ſecundum poſtulatum extendantur vtrobiq; in g, k, & h, l, ſigna. Quoniam igitur æqualis eſt a e ipſi e b, communis vero e d: duo igitur latera a e & e d, duobus lateribus b e & e d ſunt æqualia. & per hypotheſin baſis d a: baſi d b eſt æqualis. Angulus igitur a e d: angulo b e d eſt æqualis per 8 primi. vterq; igitur ãgulorum a e d & b e d: rectus eſt. Igitur g k: ipſam a b bifariam ſecat & ad angulos rectos per 3 tertij. Et quoniam ſi in circulo recta linea quædam/ rectam lineam quandam bifariam & ad angulos rectos ſecabit/ per correlarium primæ tertij in ſecãte eſt centrũ circuli: igitur in g k per idem correlarium/ eſt centrum ipſius circuli a b c. Ac per hoc in h l eſt centrum circuli a b c. & nullum aliud habent commune g k & h l rectæ lineæ præter d, ſignum. Igitur d ſignũ: centrum eſt circuli a b c. Si intra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod/ a ſigno autẽ ad circulũ incidant pluresq̃ duæ rectæ lineæ æquales: aſſumptum ſignum/ centrum eſt circuli. quod oſtendere oportebat.

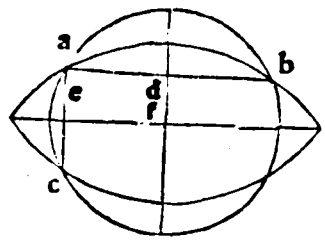


¶ALITER idem oſtendere. ¶Intra circulum enim a b c: ſuſcipiatur ſignum d. & ab ipſo d, in circulum cadant plures q̃ benæ rectæ lineæ/ æquales: d a, d b, & d c. Dico q̃ aſſumptum ſignum d: cẽtrum eſt circuli a b c. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt: ſit e. & connexa d e: extẽdatur in f, g, ſigna. Igitur f g: dimetiens eſt ipſius a b c circuli. Quoniam igitur circuli a b c in dimetiẽte f g, aſſumptum eſt ſignum d quod ipſius circuli centrũ non eſt: maxima quidem eſt d g per 7 tertij. maior autem eſt d c ipſa d b, & d b ipſa d a. Sed & æqualis per hypotheſin. quod eſt impoſſibile. Igitur e: non eſt centrum circuli a b c. Similiter oſtendemus q̃ aliud nullum præter d. Igitur d ſignum: centrum eſt circuli a b c.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

SI circulus circulum ſecet: in duobus tãtum locis ſecare neceſſe eſt. 10

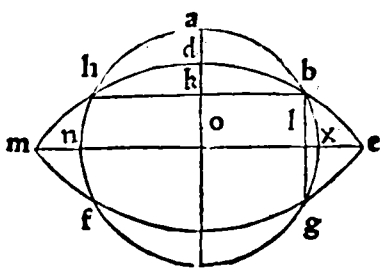
¶CAMPANVS. ¶Sint ſi poſſibile eſt/ duo circuli: ſecãtes ſe in pluribus q̃ in duobus locis/ ſuper tria pũcta a, b, c. producã lineas a b & a c: quas diuidã per æqualia in punctis d & e. & producam a puncto e, lineam e f: perpendicularem ſuper lineam a c. & a puncto d, lineæ d f: perpendiularem ſuper lineam a b. & ſecent ſe duæ lineæ e f, d f: in puncto f. eritq; per correlarium primæ huius/ punctum f: centrum circuli vtriuſq;. quod eſt impoſſibile per 5 huius.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. propoſitio 10.

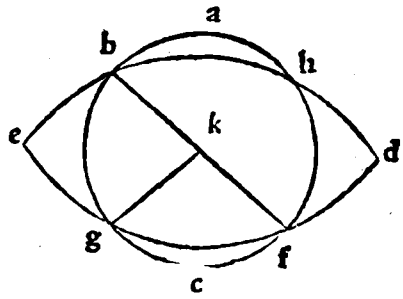
¶Circulus: circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat. 10

¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim poſſibile: circulus a b c circulum d e f in pluribus ſignis duobus ſecet/ hoc eſt in b, g, & h, f. & cõiũctæ b g, b h: bifariam per 10 primi ſecentur in k, l, ſignis. Et per 11 primi/ ab ipſis k, l, ipſis b h & b g ad ãgulos rectos excitatæ k c & l n m: extẽdantur in a & x, e, ſigna. Quoniã igitur i circulo a b c, recta linea quædã a c, rectã lineã quandã b h, bifariã & ad angulos rectos ſecat per 3 tertij: in ipſa igitur a c centrũ eſt circuli a b c. Rurſus quoniã in eodẽ circulo a b c recta linea n x hoc eſt m e, rectã lineã quãdã b g, bifariã & ad ãgulos rectos per 3 tertij ſecat: igitur in ipſa n x cẽtrũ eſt circuli a b c per eãdẽ. oſtẽſũ autẽ eſt q̃ & in a c. Et circa nullũ aliud cõcurrũt rectæ lineæ a c & n x iuicẽ: niſi circa o. Igit o cẽtrũ eſt circuli a b c. Similiter quoq; oſtẽdemus q̃ et cir-



culi d e f: centrum eſt ipſum o. Duorum igitur circulorum ſeſe adinuicem ſecantium a b c & d e f: idem eſt centrum. quod per 5 tertij eſt impoſſibile. Circulus igitur: circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat. quod erat oſtendendum.

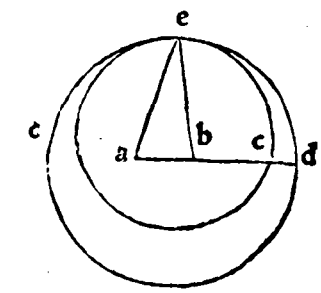
¶ALITER idem oſtendere. ¶Circulus enim rurſus a b c: circulum d e f ſecet i pluribus q̃ in duobus ſignis/ hoc eſt in b, g, & f, h. & per primã tertij/ ſuſcipiatur centrum circuli a b c: ſitq; illud/ k. Et connectantur k b, k g, & k f. Quoniam igitur intra circulum d e f ſuſcipitur ſignũ quoddã k, in ipſumq; d e f circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineę k b, g k, & k f: igitur per 9 tertij/ k ſignum/ centrum eſt circuli d e f. At circuli a b c: centrum eſt ipſum k. Duorum igitur circulorum ſeſe inuicem ſecantium idem eſt centrum k. quod per 5 tertij eſt impoſſibile. Circulus igitur: circulum in pluribus q̃ duobus ſignis non ſecat. quod fuerat oſtendendum.

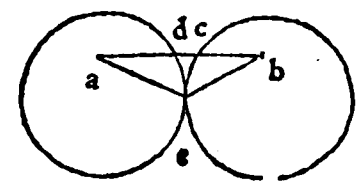


Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

11 SI circulus circulum contingat/ lineaq; per centra eorum tranſeat: ad punctum contactus eorum applicari neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Si enim linea tranſiens per centra duorum circulorũ c e & d e ſeſe contingentium intra vel extra/ non vadit ad locum cõtactus: ſecet circũferentiam vtriuſq; ſitq; a, per primam huius/ cẽtrum circuli e d: & b, centrum circuli e c. & ducatur linea recta a b c d: ſecans circunferentiam vtriuſq;. & ducantur lineæ a puncto e qui ſit locus contactus/ ad cẽtra: quæ ſint e a, e b. eruntq; in contactu interiori/ per 20 primi duæ lineæ e b & b a: longiores e a. quare longiores a d. eſt enim a: centrũ circuli e d. et quoniam b c eſt æqualis e b, quoniam b eſt centrum circuli e c: erit c a longior a d. quod eſt impoſſibile. ¶In contactu vero exteriori erũt duæ lineæ a e & e b: longiores a b. quare a d & c b: maius erunt q̃ tota a b. quod eſt falſum.



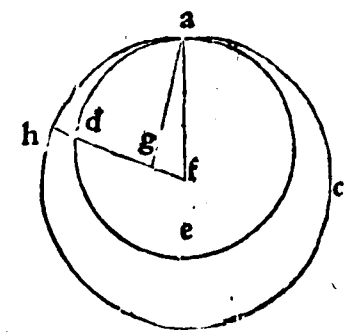


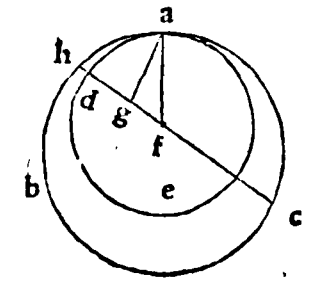
Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 11.

11 ¶Si bini orbes ſe introrſum adinuicem tetigerint/ ſuſcipianturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta/ in contactum circulorum cadit.

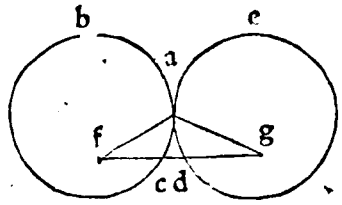
¶THEON ex ¶Zamberto. ¶Bini inquã circuli a b c & a d e: ſeſe adinuicem tangãt introrſum in ſigno a. ſuſcipiaturq; per primã tertij/ centrum circuli a b c: ſitq; illud f. circuli autem a d e: ſit g. Dico q; recta linea applicata ex f in g, & eiecta: in ipſum a ſignum cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt: cadat ſicut f g d h. & cõnectantur a f & a g. Quoniam igitur a g & g f, ipſa f a hoc eſt ipſa f h, p 20 primi ſunt maiores: cõmunis auferatur g f. reliqua igitur a g: reliqua g h maior eſt. Aequalis autẽ eſt d g, ipſi g a, per 15 diffinitionẽ primi. et g d ipſa g h igitur maior eſt/ minor maiore. quod eſt impoſſibile. Recta igitur linea applicata ex f in g ſignũ: extra ipſum a ſignum contactus non cadit. in ipſum contactum igitur. Si bini circuli igitur ſeſe inuicem introrſum tetigerint ſumanturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta/ in eorum circulorum cadit contactum. quod demonſtraſſe oportuit.

¶ALITER idem oſtendere. ¶Sed iam cadat ſicut g f c. & extendatur in rectas lineas/ c f g in h ſignum: & coniungantur a g & a f. Quoniam igitur a g & g f maiores ſunt ipſa a f per 20 primi/ ſed a f æqualis eſt ipſi c f hoc eſt ipſi f h: cõmunis auferatur f g. reliqua igitur a g: reliqua g h maior eſt/ hoc eſt g d ipſa g h, maiore minor. quod eſt impoſſibile. Similiter & ſi extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli: oſtendemus impoſſibile.





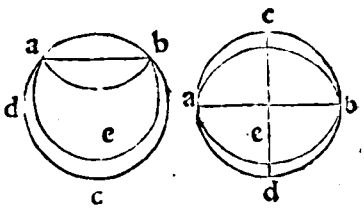
Eucli.ex Zamb. Theorema 11.propoſitio 12.



¶Si duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint:ad centra 12
eorum applicata recta linea/per contactum tranſiet.

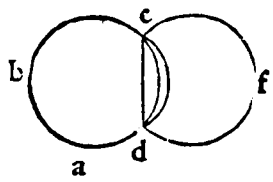
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo enim circuli a b c & a d e: ſeſe adinuicem exterius tangant in ſigno a. Sumaturq; per primã tertij/ centrum circuli a b c:ſitq; illud f.& circuli a d e:ſit g.Dico q; ex f in g applicata recta linea:per ipſum a cõtactum trãſit.Non enim.ſed ſi poſſibile eſt:trãſeat ſicut f c & d g. Et coniungantur a f a g. Quoniam igitur f ſignum/ centrum eſt circuli a b c:æqualis eſt f a ipſi f c.Rurſus quoniam g ſignũ/ centrum eſt circuli a d e:æqualis eſt a g ipſi d g.Oſtenſum autem eſt q; f a:ipſi f c eſt æqualis.Igitur f a & a g:ipſis f c & g d ſunt æquales.quare tota f g;ipſis f a & a g maior eſt.ſed & minor per 20 primi.quod eſt impoſſibile.Igitur quæ ab f in g applicatur recta linea:per ipſum a contactum trãſit.Si duo circuli igitur ſeſe adinuicem exterius tetigerint:ad eorum centra applicata recta linea per contactum veniet.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 12.



SI circulus circulnm contingat ſiue intrinſecus ſiue 12
extrinſecus:in vno tantum loco contingere neceſſe eſt.

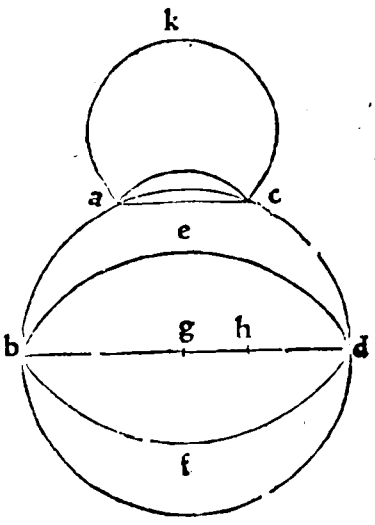
¶CAMPANVS. ¶Si enim fuerit poſſibile/vt circulus circulum cõtingat in duobus locis intra vel extra:contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis à,b. vel exterius/ circulus c d f:in duobus punctis c,d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab a ad b, ſi ipſa cadat extra circulum a b e interiorem:accidet contrarium ſecũdæ huius. Q; ſi ipſa cadat intra ipſum: cum diuiſerimus ipſam per æqualia/& eduxerimus a puncto diuiſionis perpendicularem ad ipſam/ fueritq; applicata circũferentiæ ex vtraq; parte: ipſa tranſibit per centrum ãborum circulorum.quare accidet contrarium præmiſſæ. ¶In circulo vero cõtingente exterius in punctis c,d, ſi ducamus lineam rectam a puncto c ad puncti d: neceſſe eſt accidere contrarium ſecundæ huius. Quare vtrunq; impoſſibile.



Eucli.ex Zamb. Theorema 12.propoſitio 13.

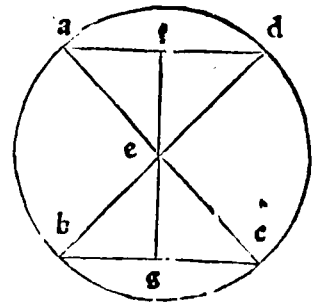
¶Circulus circulum nõ tangit in pluribus ſignis vno:etſi ex- 13
tra/etſi intus tangat.

¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim poſſibile:circulus a b c d,circulum e b f d tangat primum introrſum in pluribus ſignis vno/ hoc eſt in d,b. & ſumatur quidem centrum ipſius circuli a b c d: ſitq; illud g, per primã tertij.circuli autem e b f d:ſit h. Igitur per 11 eiuſdem/ recta linea applicata ex g in h:cadit in ſigna b,d.cadat ſicut b g h d. Et quoniam g ſignũ centrum eſt circuli a b c d:æqualis per diffinitionem 15 primi/ eſt b g ipſi d g.Maior igitur eſt b g:ipſa h d.multo maior igitur b h:ipſa h d.Rurſus quoniam h ſignum/centrum eſt circuli e b f d:æqualis eſt per eandẽ/ b h ipſi h d.patuit autem q; ea multo maior.quod eſt impoſſibile.Igitur circulus circulum introrſum non tangit:in pluribus ſignis vno. ¶Dico etiã q; nec exterius.Si enim eſt poſſibile: circulus a c k circulum a b c d tãgat exterius in pluribus ſignus vno/videlicet in a,c.& coniungatur per primum poſtulatum/ a c.Quoniam igitur in circunferentia vtrorumq; circulorũ a b c d & a c k,ſuſcepta ſũt duo cõtingentia ſigna a & c:adiuncta ad ea ſigna recta linea/ per 2 tertii intra vtrunq; cadit.Sed cadit intra ipſum circulum a b c d & extra circulum a c k. quod abſurdum eſt. Circulus igitur circulum exterius nõ tanget:in pluribus ſignis vno.oſtẽſum autem eſt q; neq; introrſum. Circulus igitur circulum non tãget in pluribus ſignis vno:etſi exterius/etſi interius tangat.quod demonſtraſſe oportuit.



Euclí ex Camp. Propoſitio 13.

13 RECTÆ lineę in circulo ſi fuerint æquales: eas a centro æquidiſtare. & ſi a centro æquidiſtiterint: æquales eſſe neceſſe eſt.

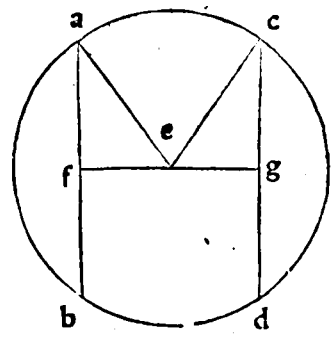


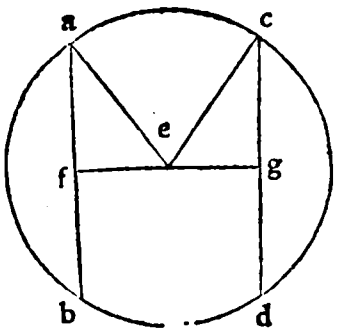
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c d cuius centrũ ſit e: duæ lineæ a d et b c ſint æquales. dico q; ipſæ æquidiſtant a centro. & econuerſo. Producantur enim a centro e, lineę e f & e g: perpendiculares ad a d & b c. eritq; per 2 partem tertiæ huius/a d diuiſa per æqualia in f: & b c in g. Quia ergo duo latera e d & d a trianguli e d a ſunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & baſis e a baſi e b: erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f triãguli e d f, ſunt æqualia duobus lateribus e c & c g trianguli e c g, nã d f eſt æqualis c g eo q; tota a d poſita eſt æqualis b c, & ãgulus d eſt æqualis angulo c: erit per 4 primi/baſis e f æqualis baſi e g. Et quia iſtæ ſunt perpendiculares veniẽtes ad eas a centro: patet per 4 diffinitionẽ ſiue 4 propoſitionem huius/ipſas æqualiter diſtare a cẽtro. ¶Aliter idẽ. Quadratum enim e d: per penultimam primi/valet quadrata duarum linearum e f & f d. & quadratum e c: quadrata duarum linearum quæ ſunt e g & c g. & quia quadratum d e eſt æquale quadrato e c, & quadratum d f quadrato g c: erit quadratum e f æquale quadrato e g. quare e f: eſt æquale e g. ſicq; patet idẽ. ¶Sit ergo e f æqualis e g: quod eſt eas/a d ſcilicet & b c æqualiter diſtare a centro. Dico tunc q; a d eſt æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearũ e d et e c æqualibus/ demptiſq; quadratis duarum linearum e f & e g, æqualibus: remanẽt per penultimã primi/quadrata duarum linearum f d & g c, quæ per tertiam communem ſentẽtiam neceſſe eſt eſſe æqualia. quare f d: eſt æqualis g c. ergo duplum f d quod eſt a d: eſt æquale duplo g c quod eſt b c. Et hæc eſt ſecunda pars propoſiti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. propoſitio 14.

14 ¶In circulo rectæ lineæ ſunt æquales: quæ æqualiter diſtant a centro. Et ſi æqualiter diſtant a centro: æquales adinuicem ſunt.

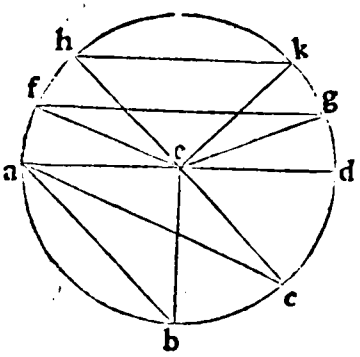
¶THEON ex Zã. ¶Sit circulus a b c d: & in ea ſint æquales rectę lineę a b & c d. Dico q; æqualiter diſtãt a cẽtro. Suſcipiatur enim per 1 tertii/ centrum circuli a b c d: ſitq; illud e. Et ab ipſo e: in ipſas a b & c d per 12 primi/perpendiculares excitentur e f & e g. & coniungantur per primum poſtulatũ: a e & e c. Quoniã igitur per 3 tertij recta linea quædã per centrum extenſa e f, rectam lineam quandam non extenſam per centrum a b, ad angulos rectos & bifariam diſpeſcit: æqualis eſt igitur a f: ipſi f b. Dupla igitur eſt a b: ipſius a f. et ob id / & c d: ipſius c g dupla eſt. Et eſt æqualis a b: ipſi c d. æqualis igitur eſt a f: ipſi c g. Et quoniam æqualis eſt a e ipſi e c, ex centro enim in circunferentiam: æquum eſt quadratum quod fit ex e c, ei quod fit ex a e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: per 47 primi/æqua ſunt ea quæ fiunt ex a f & f e quadrata. rectus enim eſt angulus qui ad f. Ei autem quod fit ex e c: per eandem / æqua ſunt ea quæ fiunt ex e g & g c. rectus enim eſt angulus qui ad g. Ea igitua quæ fiunt ex a f & f e quadrata: æqualia ſunt eis quæ fiunt ex c g & g e quadratis. quorum id quod fit ex a f: æquum eſt ei quod fit ex c g. æqualis enim eſt a f ipſi c g. Reliquum igitur quod fit ex f e: reliquo quod fit ex e g per 3 communem ſententiam eſt æquale. Aequalis igitur eſt e f ipſi e g. In circulo autẽ æqualiter rectæ lineæ diſtare dicũtur a centro: quãdo a cẽtris in ipſas/perpendiculares ductæ ſunt æquales / per diffinitionem 4 tertij. Igitur a b & c d: æqualiter diſtant a centro. ¶Sed iam a b & c d rectæ lineæ æqualiter diſtent a centro: hoc eſt æqualis ſit e f ipſi e g. Dico q; æquales eſt a b ipſi c d. Eiſdem enim conſtructis/ſimiliter oſtendemus q; a b dupla eſt ipſius a f: & c d ipſius c g. Et quoniam æqua





lis eſt a e ipſi c e, ex centro enim in circunferentiam: æquum eſt quadratũ quod fit ex a e ei quod ſit ex c e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: æqualia ſunt per 43 primi/quæ fiunt ex e f & f a quadrata. Ei autem quod fit ex c e: æqualia ſunt per eandem/ea quæ fiunt ex e g & g c. Ea igitur quæ fiunt ex e f & f a quadrata: æqualia ſunt eis quæ fiunt ex e g & g c quadratis. Quorum quod fit ex e g: ei quod fit ex e f eſt æquale. æqualis enim eſt e f ipſi e g. Reliquum igitur quod fit ex a f: per 3 communem ſententiam/ æquum eſt ei quod fit ex c g. æqualis igitur eſt a f ipſi c g. At ipſius a f: dupla eſt ipſa a b. ipſius vero c g: dupla eſt ipſa c d. Aequalis igitur eſt a b ipſi c d. In circulo igitur rectæ lineæ ſunt æquales: quæ æqualiter diſtant a centro. & quæ æqualiter diſtant a centro: ſibi inuicem ſunt æquales. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.



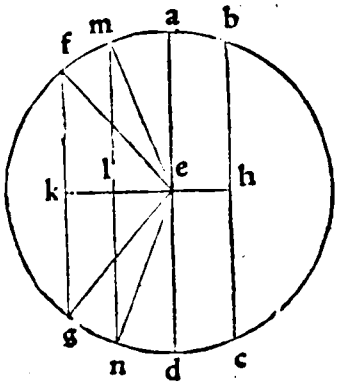
SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint: diametrum eius omnium lõgiſſimam/eiq; propinquiores remotioribus longiores eſſe neceſſe eſt. 14.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c cuius centrum e: cadant plurimæ lineę quæ ſint a b, a c, a d, f g, h k. ſitq; a e d diameter. Dico ipſam eſſe longiſſimam: et alias tãto maiores quãto ſunt ipſi propinquiores. Ducantur enim a centro e, lineæ ad extremitates omnium: quæ ſint e b, e c, e f, e g, e h, & e k. eruntq; per 20 primi/duo latera e f & e g trianguli e f g: longiora f g. & quia ipſa ſunt æqualia a d: erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit q̃ a c: quia a e & e c ſunt maiora a c, & æqualia a d. ergo ad maior eſt a c. Sic quoq; eſt maior h k: et maior etiam q̃ a b. Quæ autem f g ſit maior h k, & a c q̃ a b: patet. quia cum duo latera f e & e g triãguli f e g, ſint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g maior angulo h e k: erit per 24. primi baſis f g maior baſi h k. Similiter quoq; quia a e & e c ſunt æqualia a e & e b, & angulus a e c maior ãgulo a e b: erit baſis a c per eandẽ maior baſi a b. & ſic eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. propoſitio 15.

¶In circulo: maximus quidem eſt dimetiens. aliarum autẽ ſemper propinquior centro: remotiore maior. 15.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. d dimetiens vero illius: ſit a d. centrũ autem: ſit e. Et propinquior ipſi a d dimetienti: ſit b c. remotior autem ſit f g. Dico q; a d: maxima eſt. maior autem b c: ipſa f g. Excitetur per 12 primi/ab e centro in ipſas b c & f g: perpendiculares e h & e k. Et quoniam propinquior quidem centro eſt b c, remotior autem f g: maior eſt per 4. diffinitionẽ igitur e k, ipſa e h. Ponatur autẽ per 3 primi: æqualis e l ipſi e h. & per vndecimam primi/ per l ipſi e k ad rectos angulos excitata l m: extẽdatur in n. Et per primum poſtulatum cõiungantur e m, e n, e f, & e g. Et quoniam æqualis eſt e h ipſi e l: æqualis eſt per quartam tertij & diffinitionem quartam eiuſdem/b c ipſi m n. Rurſus quoniam æqualis eſt a e ipſi e m, & e d ipſi e n: igitur a d ipſis m e & e n eſt æqualis. Sed m e & e n: per 20 primi/ipſa m n maiores ſunt. Igitur a d: ipſa m n maior eſt. Et quoniã duæ m e & e n, duabus f e & e g ſunt æquales per 15 diffinitionem primi/ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui ſub m e n ãgulo qui ſub f e g maior eſt: baſis igitur m n per 24 primi baſi f g maior eſt. Sed m n: ipſi b c oſtenſa eſt æqualis. & b c igitur: ipſa f g maior eſt. Maxima igitur eſt a d dimetiens. maior autem b c: ipſa f g. In circulo igitur: dimetiens maximus eſt. aliarum autẽ ſemper propinquior centro: remotiore maior eſt. quod demonſtraſſe oportuit.

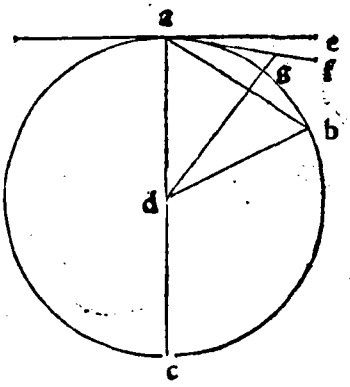


Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

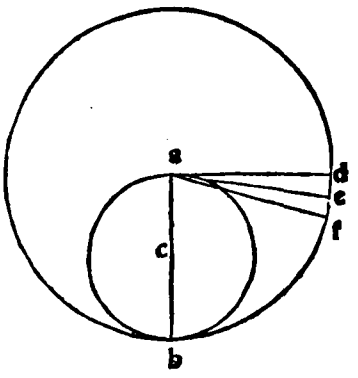
SI ab altero terminorũ diametri cuiuſlibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulũ e- 15

am cadere neceſſe eſt. Atq; inter illam & circulum: aliam lineam rectam capi impoſſibile eſt. Angulum autem ab illa et circunferẽtia contentum: omnium acutorum angulorum eſſe ãguſtiſſimum. Angulum vero intrinſecum a diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum eſſe ampliſſimum neceſſe eſt.

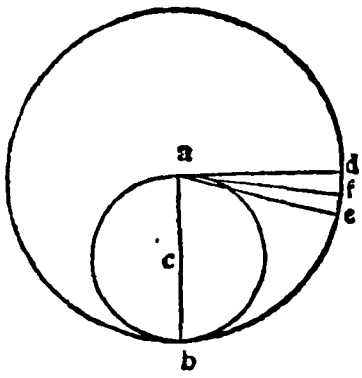
¶ Vnde etiam manifeſtum eſt: omnem lineam rectam a termino diametri cuiuſlibet circuli orthogonaliter ductã/ circulum ipſum contingere.



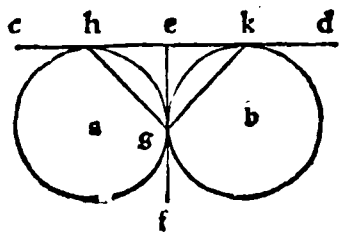
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt a termino a, diametri a c, circuli a b c cuius cẽtrum d: ducatur linea orthogonaliter. dico q; ipſa cadit extra circulum. & q; inter lineam illã & circunferentiam: nulla alia recta linea intercipitur. & q; ãgulus quẽ ipſa & circunferentia continet: eſt minor omni ãgulo rectilineo/ qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. & q; angulus contentus a diametro & circunferentia: eſt maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a orthogonaliter ſuper a c lineam/ poteſt cadere intra circulũ: ſit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritq; per 5 primi/ angulus d a b: æqualis ãgulo d b a. & quia angulus d a b eſt rectus per hypotheſin: habebit triãgulus a b d duos angulos rectos. quod eſt impoſſibile per 32 primi. Cadet ergo extra: ſitq; a e. q; ſi inter ipſam & circũferentiam poteſt linea recta intercipi: ſit illa a f. ad quã ducatur perpendicularis d g. & quia angulus d g a eſt rectus; erit per 18 primi/ linea a d longior linea d g. quod eſt impoſſibile. quare inter ipſam/ & circunferentiam: nulla linea recta intercipietur. ¶ Propter quod patet q; angulus contentus ab a e et circunferẽtia/ qui dicitur angulus contingentiæ: eſt minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo contingentiæ æqualis/ aut eo minor: cũ omnis talis poſſit per æqualia diuidi ſecundum doctrinam 9 primi/ inter lineam a e & circunferentiam poſſet linea recta intercipi. quod monſtrauimus eſſe non poſſe. Per quod patet angulum contentum a diametro & circunferentia: omnium acutorum rectilineorum eſſe maiorem. quia nõ differt a recto: niſi in angulo contingentię quem monſtrauimus eſſe minorem omni rectilineo. ¶ Correlariũ patet per primam partem. Cum enĩ linea a e in vtramq; partem ejecta non ſecet circulum/ et tangat ipſum in puncto a: ipſa eſt contingens per diffinitionem.



¶ CAMPANI additio. ¶ Ex hoc notandum/ q; non valet iſta argumẽtatio. hoc tranſit a minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec iſta. Contingit reperire maius hoc/ & minus eodem: ergo cõtingit reperire æquale. hoc autem ſic patet. Sit circulus a b ſuper centrũ c, cuius diameter a c b. & ducatur ab eius termino a: linea a d orthogonaliter. eritq; contingens circulum per correlarium huius. Deſcribatur iterũ ſuper punctum a ſecundum quantitatem diametri a b: circulus b e d, & imaginetur linea a b moueri ſuper punctum a, per circunferentiam arcus b e d: ita q; punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quouſq; perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipſam. Et quia angulus b a d eſt rectus: erit vt non ſit ſumere aliquem angulum acutum cui æqualẽ non fecerit linea a b cum diametro a c b minoris circuli. quia tranſiuit ad angulum rectum: dinumerans ſitum omnium angulorum acutorum. quorum manifeſtum eſt quoſdam eſſe minores angulo ſemicirculi: contento a ſemicircunferentia a b, & diametro a c b. & angulum rectum manifeſtum eſt eſſe maiorem eodem. Dico q; nullus in tranſitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis: ſit vt illum fecerit linea a b, cum punctus b fuit in puncto e arcus b e d. Quia ergo angulus e a b eſt æqualis angulo ſemicirculi prædicto/ angulus autem ſemicirculi eſt ampliſſimus omnium acutorum per vltimam



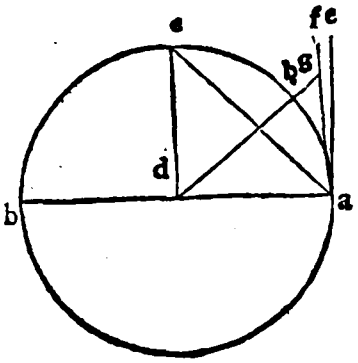
partem huius: erit angulus e a b ampliſſimus omniũ acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d ſicut propoſuit 9 primi/per æqualia: ducta linea a f. eritq; per 9 conceptionem/angulus f a b: amplior angulo e a b. quare erit aliquid: amplius ampliſſimo. quod eſt impoſſibile. ¶Vel ſic. Cum angulus e a b ſit æqualis angulo ſemicirculi ſicut ponitur/at angulus ſemicirculi cum angulo contingentię eſt æqualis vni recto/ſimiliter quoq; angulus e a b cum angulo e a d eſt æqualis vni recto: erit angulus e a d æqualis angulo contingentię. & quia angulus contingentiæ eſt anguſtiſſimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit ſimiliter angulus e a d et æqualis/anguſtiſſimus omnium acutorum. ſed angulus e a f: eſt eo anguſtior/per conceptionẽ. erit ergo aliquid: anguſtius anguſtiſſimo. quod eſt impoſſibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo ſemicirculi. Et quia tranſitur a minori ad maius & non per æquale/ item quia eſt reperire minorẽ eo & maiorẽ: patet inſtantia contra vtranq; argumẽtationẽ prædictã. Vnde per interẽptionẽ ad illud eſt reſpõdendũ. ¶Poſſet probari q̃ angulus contingẽtiæ eſt diuiſibilis ſecũdũ lineam rectam vt conſtat per figurationem hic a latere poſitam. Certũ eſt q̃ angulus qui cauſatur ex contactu duorũ circulorũ vel ſphęrarũ: eſt angulus contingẽtiæ. & talis diuidatur per lineã e g: quia hic habetur triangulus h g k, cuius baſis h k diuidatur per æqualia in pũcto e. & protrahatur verſus g cõtactũ. & arguitur per 4 primi/deinde per 26 huius. & patet propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15. propoſitio 16.

¶Quæ a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: extra ipſum circulum cadit. & in locũ inter ipſam rectã lineam & circunferentiam: altera recta linea non cadet. & ſemicirculi angulus: omni angulo acuto rectilineo maior eſt. reliquus: autem minor. 16

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c: circa centrũ d & dimeticẽ a b. Dico q̃ quæ ex a ipſi a b ad ãgulos rectos ducitur: extra ipſum circulũ cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt: cadat interius ſicut c a. & coniũgatur d c. Et quoniã æqualis eſt d a ipſi d c per 15 diffinitionẽ primi/ ex cẽtro enim in circũferentiã: æqualis eſt & ãgulus d a c angulo a c d. Angulus autẽ d a c: rectus eſt. rectus igitur eſt: & q ſub a c d. Anguli igitur qui ſub d a c & a c d: duobus rectis ſunt æquales. quod per 17 primi/eſt ipoſſibile. Igitur ab a ſigno: ipſi a b ad ãgulos rectos ducta: intra ipſũ circulũ nõ cadit. Similiter quoq; oſtẽdemus: q̃ neq; ipſa circũferẽtiã. extra igitur cadit ſicut a e. ¶Dico q̃ in locũ iter a e rectã lineã/& c h a circũferẽtiã: alia recta linea non cadit. Si enĩ poſſibile eſt: cadat ſicut f a. & excitetur p 12 primi/ab d ſigno: in ipſã f a perpẽdicularis d g. Et quoniã rectus eſt angulus a g d, minor recto autẽ qui ſub d a g: maior igitur eſt a d ipſa d g. Aequalis autẽ eſt d a: ipſi d h. ex centro enim in circunferentiam. maior per 19 primi/igitur eſt d h: ipſa d g, minor maiore. quod eſt impoſſibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam: altera recta linea nõ cadet. ¶Dico q̃ & ſemicirculi ãgulus cõtẽtus ſub a b recta linea & c h a circunferentia: omni angulo acuto rectilineo maior eſt. Reliquus autem contentus ſub c h a circunferentia & a e recta linea: omni acuto angulo rectilineo minor eſt. Si enim aliquis eſt angulus rectilineus maior eo qui ſub b a recta linea & c h a circũferẽtia cõtinetur/ minor vero eo qui ſub c h a circũferẽtia & a e recta linea cõtinetur: in locũ inter c h a circũferẽtiã & a e rectã lineã recta linea cadet/ quæ efficiet maiorẽ quidẽ angulum contentum ſub rectis lineis eo qui ſub b a recta linea & c h a circunferentia cõtinetur/minorẽ autẽ eo qui ſub c h a circũferentia & a e recta linea continetur. non cadit autem. Igitur per præoſtenſam impoſſibilitatẽ/angulo contento ſub b a recta linea & c h a circferentia: angulus acutus ſub rectis lineis contentus maior non eſt. neq; etiam minor contento ſub c h a circunferentia & a e recta linea.

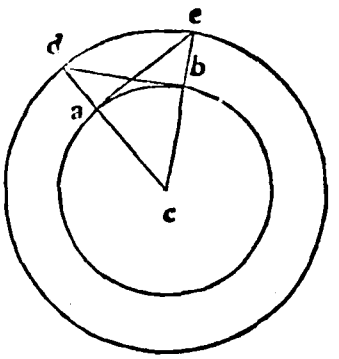


¶COROLLARIVM. ¶Hinc manifestum est/q̃ a diametri circuli extremitate ad ãgulos rectos ducta: ipsum circulum tangit. & q̃ recta linea circulum in vno signo tantũ tangit: quoniam ostensum est per 2 tertij/ q̃ in duo signa missa ei/ intra ipsum cadit. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 16

16 A Dato puncto: ad datum circulum lineam contingentem ducere.

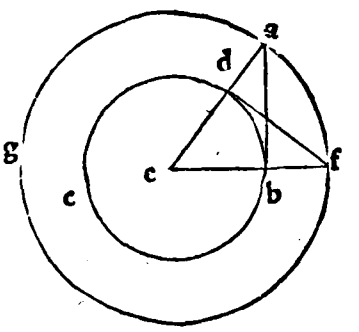
¶CAMPANVS. ¶Sit circulus datus a b cuius centrum c: punctusq̃ datus d. volo ergo a puncto d: ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c secantem circunferentiam circuli a b in puncto a: super quam describo circulum d e secundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b. & a puncto a, produco lineam a e perpẽdicularem ad lineã d c: quæ secet circunferẽtiam circuli d e in puncto e. & produco lineam e c: secãtem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b: quæ erit contingens circulũ a b. Quia enim duo latera a c & c e trianguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est cõmunis vtriq̃: erit per 4 primi/ angulus e a c æqualis angulo d b c. angulus autẽ e a c: est rectus. quare angulus d b c: est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b: contingens circulum a b. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 17.

17 ¶A dato signo: dato circulo contingentem rectam lineam ducere.

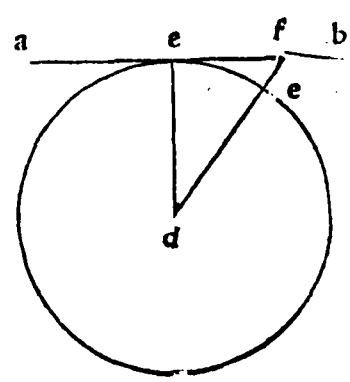
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit quidem datũ signũ a: datus autem circulus sit b c d. oportet iam a dato signo a: dato circulo b c d contingentẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli: sitq̃ illud/ e. & cõiungatur per primũ postulatũ a d e. Et centro quidem e spacio vero e a: per tertiũ postulatũ circulus describatur a f g. & ab ipso d: ipsi e a ad angulos rectos excitetur d f/ per 11 primi. et coniungantur per primum postulatũ e b f & a b. Dico q̃ ab a signo: circulo b c d cõtingens ducitur a b. Quoniam enim e signum/ centrum est circulorum b c d & a f g: æqualis est e a ipsi e f, & e d ipsi e b. ex cẽtro enim in circũferentiam. Duæ igitur a e & e b: duabus e f & e d sunt æquales. & angulũ communem habent qui ad e. basis igitur d f: per 4 primi/ basi a b est æqualis. & triangulum d e f: triãgulo e b a est æquale. & reliqui anguli: reliquis angulis. æqualis igitur est angulus e d f: angulo e b a. rectus est autem qui sub e d f. rectus igitur est & qui sub e b a. et est e b ex centro. Quę autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: ipsum tangit circulum. per correlarium 16 tertij. Igitur a b: ipsum circulum b c d tangit. A dato igitur signo a, dato circulo b c d, cõtingens recta linea ducitur a b. quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio. 17.

17 SI circulum linea recta contingat/ a contactu vero ad centrum linea recta ducatur: necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

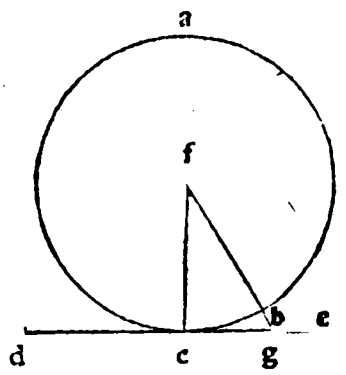
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b, contingens circulum c e cuius centrũ sit d, in puncto c qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpẽdicularis ad ipsam: sit ergo d f perpendicularis ad eandem/ quæ secet circunferentiam circuli in puncto e. eritq̃ vterq̃ ãgulorum qui sunt ad f: rectus. igitur per 18 primi/ linea c d: est maior linea d f. quod est impossibile. Consiat itaq̃ d c esse perpendiculare super a b. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 16 Propositio. 18

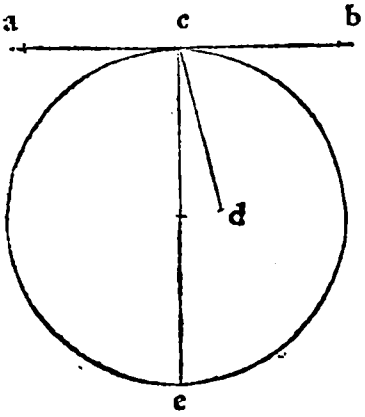
18 ¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a centro autem in

contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: cõiuncta/perpendicularis erit in contingente.



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c: tangat recta linea quædam d e, in c signo. & sumatur per 1 tertij/centrum circuli a b c: sitq; illud/f. Et ab f in c: coniungatur per primum postulatum f c. Dico q; f c: perpendicularis est in d e. Si enim nõ: excitetur per 12 primi ab f, in ipsã d e, perpendicularis f g. Quoniam igitur angulus f g c rectus est: angulus igitur qui sub g c f, est acutus. maior igitur est angulus f g c: angulo f c g. sub maiori autem angulo: per 19 primi/ maius latus subtenditur. maior igitur est f c: ipsa f g. Aequalis autem est f c: ipsi f b. ex centro enim in circunferentiam. maior igitur est f b: ipsa f g, minor maiore. quod est impossibile. Igitur f g: in ipsa d e, non est perpendicularis. Similiter quoq; ostendemus: q; nulla alia præter f c. Igitur f c: perpendicularis est in ipsa d e. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 18.

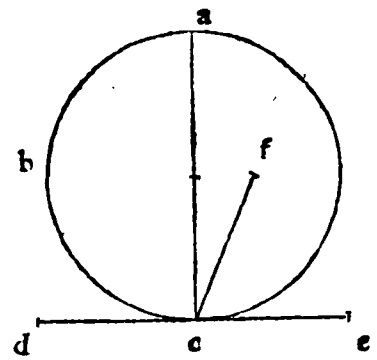


SI circulum linea recta cõtingat/ et a contactu in circulum linea qnædã orthogonaliter ducatur: in eadẽ centrum esse necesse est. 18

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius linea a b cõtingens circulũ c e in puncto c; et a contactu ducatur linea intra ciculum/ c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico q; centrum circuli est in linea c e. Hæc est conuersa prioris. Si enim non fuerit cẽtrum in linea c e: sit alibi vbicunq; contingat/ sitq; d. & producatur d c. eritq; d c per præmissã perpendicularis ad lineam a b. quod est impossibile: cum e c posita sit perpendicularis ad ipsã.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. propositio 19.

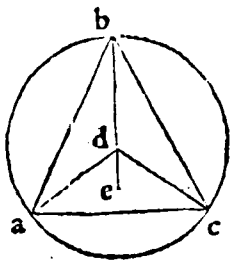
¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli. 16



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c: tãgat recta linea quædam d e, in signo c. & ab ipso c: ipsi d e per 11 primi excitetur ad angulos rectos c a. Dico q; in ipsa c a: est centrum circuli. Non enim. sed si possibile est: sit f. & per primum postulatum coniungatur c f. Quoniam igitur circulum a b c, recta linea quædam d e tangit/ a centro autem in contactum cõiungitur f c: igitur f c, per 18 perpẽdicularis est ipsi d e. Rectus igitur est angulus f c e. at angulus a c e: rectus est. æqualis igitur est angulus f c e: ei qui sub a c e, minor maiori. quod est impossibile. Igitur f: centrum circuli a b c non est. Similiter quoq; ostendemus: q; nec alibi præter ij in a c. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur: in excitata erit centrum circuli. quod demonstrasse oportuit.

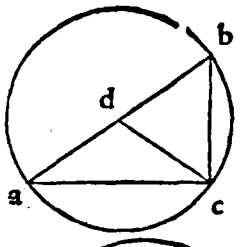
Eucli. ex Camp. Propositio 19.

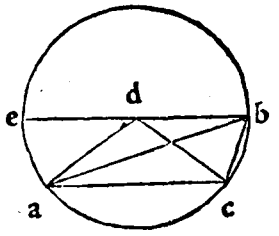
SI intra circulum angulus supra centrum consistat/ alius vero angulus supra circunferentiam consistens eandẽ basin habeat: interior superiori duplus erit. 19



¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c supra centrum, et angulus a b c super circunferentiam: sitq; vtriusq; anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c: duplum esse ad angulum a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b et c b includunt duas lineas a d et d c, aut altera earum fit linea vna cum altera reliquarum/ aut etiã altera primarũ secat alteram postremarũ. ¶Sit ergo primo vt includant eas vt in prima figuratione apparet: et producatur linea b d e. eritq; per 32 primi/ angulus a d e extrinsecus: æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d anguli. Et quia ipsi sunt æquales per

quintam eiuſdem: erit angulus a d e duplus ad angulum a b d. Similiquoq; modo erit angulus e d c duplus ad angulum d b c. quare totus angulus a d c: duplus erit ad totum angulũ a bc. quod eſt propoſitum. ¶Quæ ſi altera duarum linearum a b & b c fuerit linea vna cum altera duarũ quę ſunt a d & b d, vt in ſecũda figuratione apparet: per eaſdem per quas prius & ſimili modo liquet propoſitum. ¶Quæ ſi altera duarum linearum primarum ſecet alteram duarum poſtremarum/ vt in tertia figuratione appa ret vbi linea a b ſecat lineam d c: producatur linea b d e. Erit per eaſdem quas a principio aſſumpſimus & ſimili modo/ e d a duplus ad ãgulũ d b a: & totus angulus e d c duplus ad totum angulum d b c. quare angulus a d c: duplus eſt ad angulum a b c. Quod eſt propoſitum.

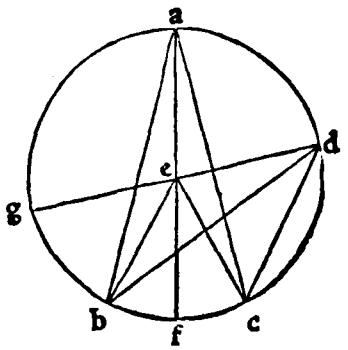




Eucli. ex Zamb. Theorema 18. propoſitio 20.

20 ¶In circulo angulus qui ad centrum/ duplus eſt eius qui ad circunferentiam: quando anguli eandem circunferentiam ha buerint.

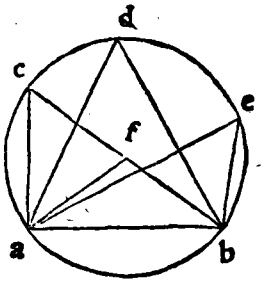
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. & ad eius centrum: ſit an gulus b e c. ad circunferentiam vero: angulus b a c. habeant autem eandem baſin: circunferentiam b c. Dico q; duplus eſt angulus b e c: anguli b a c. Coniuncta enim a e: per 2 poſtulatũ extendatur in f. Quoniã enim æqualis eſt a e ipſi e b, ex centro enim in circunferentiam: æqualis eſt ãgulus e a b ei qui ſub e b a. Anguli igitur e a b & e b a: per 5 primi eius qui eſt ſub e a b dupli ſunt. æqualis autem eſt qui ſub b e f: per 32 eiuſdẽ eis qui ſub e a b & e b a. Angulus igitur b e f: ipſius e a b duplus eſt. Et perinde angulus f e c: eius qui ſub e a c per eandem duplus eſt. Totus igitur b e c: totius qui ſub b a c eſt anguli/ duplus eſt. Rurſus conſtituatur. & ſit alter angulus b d c. & coniungatur per 1 poſtulatum d e. extenda turq; per 2 poſtulatum in g. Similiter quoq; oſtendemus q; duplus eſt g e c angulus: eius qui ſub e d c eſt anguli. Quorum qui ſub g e b: duplus eſt eius qui ſub e d b. Reliquus igitur qui ſub b e c: eius qui eſt ſub b d c duplus eſt. In circulo igitur angulus qui ad centrum/ duplus eſt eius qui ad circunferentiam; quando eandem circunferentiam baſin habuerint ip ſi anguli. quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI in vna circuli portione/ anguli ſuper arcum conſiſtant: angulos quoſlibet æquales eſſe neceſſe eſt.

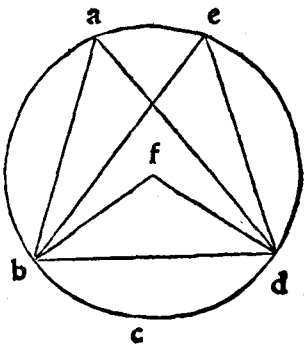
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in portione a d b, circuli a b c cuius centrum ſit f: conſiſtant quotlibet anguli ſuper arcum a d b, qui ſunt e, d, c. Dico eos eſſe æquales. Protrahatur enim chorda a b: & ab eius extremitatibus ducãtur in centrũ/ lineæ a f & b f. eritq; per præmiſſam angulus f conſiſtens ſupra centrum: ad vnũquẽq; eorum duplus. Quare ipſi ſunt æquales. quod eſt propoſitum.



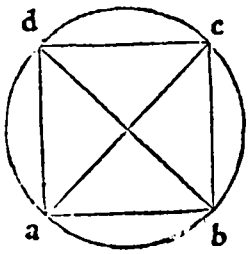
Eucli. ex Zamb. Theorema 19. propoſitio 21.

21 ¶In circulo/ qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicẽ ſunt æquales.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint in ſegmento b a e d, circuli a b c d: anguli qui ſub b a d & b e d. Dico q; anguli b a d & b e d: ſibi inuicem ſunt æquales. Suſcipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli a b c d: ſitq; illud f. Et coniungantur per primum poſtulatum b f, f d. Et quoniã angulus b f d eſt ad centrũ/ ãgulus autem qui ſub b a d ad circunferentiã/ & eãdẽ habent baſin circũferẽtiã b c d: ãgulus igitur b f d, per præcedentem duplus eſt eius qui ſub b a d. & per hoc: angulus b f d duplus eſt eius qui ſub b e d. Aequalis igitur eſt per communem ſententiam dicentem quæ eiuſdem ſunt dimidium adinuicem ſunt æqualia: angulus b a d angulo b e d. In circulo igitur/ qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicem ſnnt æquales. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

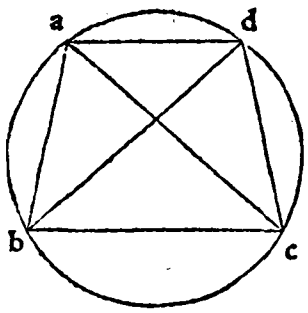


SI intra circulum quadrilaterũ deſcribatur: quoſlibet eius duos angulos ex aduerſo collocatos/ duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt. 21

¶CAMPANVS. ¶Sit quadrilaterum a b c d: inſcriptum circulo a b c d. Dico quoſq; eius duos angulos oppoſitos: eſſe æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero: diametri a c, b d. eritq; per præmiſſam/ angulus c b d æqualis angulo c a d: & angulus a b d æqualis angulo a c d. quare totus a b c: æqualis erit duobus angulis qui ſunt a c d & c a d. Et quia ipſi cum angulo a d c ſunt æquales duobus rectis per 32 primi: erũt & angulib totalis & d totalis/ æquales duobus rectis. quod eſt propoſitũ. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales: eſſe æquales duobus rectis.

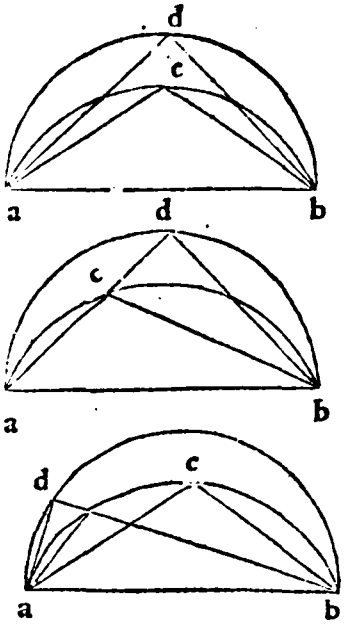
Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 22.

¶In circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales. 22



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d. & in eo quadrilaterum ſit a b c d. Dico q; anguli qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales. Coniungantur per primũ poſtulatum: a c & b d. Quoniam igitur per 32 primi/ omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales: trianguli igitur a b c, tres ãguli c a b, a b c, & b c a, duobus rectis ſunt æquales. Angulus autẽ c a b: angulo b d c eſt æqualis per 21 tertij. in eodẽ enim ſunt ſegmẽto b a d c. Angulus vero a c b: per eandem angulo a d b. in eodem enim ſunt ſegmẽto a d c b. Totus igitur qui ſub a d c: eis qui ſub b a c & a c b eſt æqualis. Communis apponatur angulus a b c. Anguli igitur qui ſub a b c, b a c & a c b: eis qui ſunt ſub a b c & a d c ſunt æquales. Sed qui ſub a b c, b a c, & a c b: duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur a b c & a d c: duobus rectis ſunt æquales. Similiter iam oſtendemus: q; & anguli b a d & d c b duobus rectis ſunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum exiſtentium anguli ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales. quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.



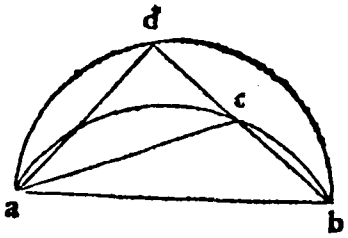
DVas ſimiles circuli portiones inæquales: ſupra vnã rectam lineam aſſignatam ex eadem parte cadere impoſſibile eſt. 22

¶CAMPANVS. ¶Sit recta linea a b: ſuper quam fiat portio circuli/ a c b. Dico q; ſuper eãdem lineam ex eadem parte nõ fiet alia portio quæ ſit ſimilis huic: et ea maior aut minor. Quod ſi fuerit poſſibile: fiat ergo portio a d b: maior ea. quæ cum ſit ſimilis ei: ſtat ergo angulus a c b in portione minori/ et ãgulus a d b in maiori. Erit ergo vt lineæ a d & d b includãt lineas a c & c b: vt in figurationæ prima apparet. Aut altera primarũ/ vna fiat cũ altera poſtremarũ: vt in ſecunda. Aut vt altera ſecet alterã: vt in tertia. Q; ſi fuerit primo modo: erit p 21 primi ãgulus c maior angulo d. nõ ergo portiones ſimiles per diffinionẽ. Q; ſi ſecũdo modo: erit adhuc angulus c maior angulo d d per decimãſextam primi. nõ igitur erũt portiones ſimiles. Si autẽ tertio modo: ſit vt linea b d ſecet lineam a c. et ſecet circunferentiam portionis minoris in puncto e: et ducatur linea e a. Eritq; per eandem decimãſextã primi/ angulus a e b conſiſteus in portione a c b: maior angulo d. quare nullomodo ſunt portiones ſimiles. ¶Simili quoq; modo probabis/ q; ſup eandẽ lineã nõ fiet portio ſimilis portioni a c b minor ea: poſito c in loco d et d in loco c in figura cum omnibus prædictis. erit enim per premiſſas et per 21 primi & per 16 eiuſdem et præmiſſo modo/ angulus d omniũ figurationum: maior angulo c. quare portiones non erunt ſimiles. ¶Et nota/ q; licet pro-

ponatur ſuper lineam vnam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte: verum eſt tamẽ q̃ neq; ex diuerſis partibus. Quod libet probare: minore quæ eſt ex vna parte ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam/ipſam a maiori excedi. non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.

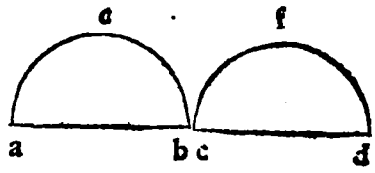
Eucli. ex Zamb. Theorema 21. propoſitio 23.

23 ¶Super eadem recta linea: duæ ſectiones circulorum ſimiles & inæquales non conſtituentur ad eaſdem partes.



¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim poſſibile: ſuper eadem recta linea a b, duæ circulorum ſectiones ſimiles & inæquales cõſtituentur ad eaſdẽ partes a c b & a d b. & extẽdatur per primũ poſtulatũ a c d. & cõiungãtur per 2 poſtulatum c b & d b. Quoniam igitur ſegmentum a c b ſimile eſt ſegmento a d b, ſimileſq; circulorũ ſectiones ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiunt/per diffinitionẽ 10 tertij: angulus igitur a c b angulo a d b eſt æqualis/exterior interiori. quod per 16 primi eſt impoſſibile. Super eadẽ igitur recta linea: duæ circuli ſectiones ſimiles & inæquales non conſtituentur ad eaſdem partes. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

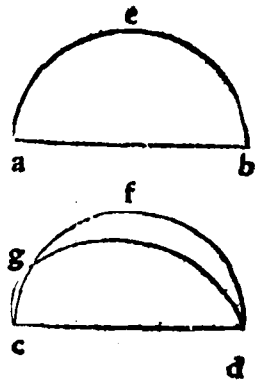


23 SI circulorum ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint: ipſas portiones æquas eſſe oportet.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d æquales: ſuper quas ſunt duæ portiones circulorum a c b, c f d quæ ſunt ſimiles. Dico q̃ ipſæ ſunt æquales. Si enim nõ ſunt æquales: altera earum ſuperpoſita alteri/excedet maior minorem. Sed linea a b non excedet lineam c b nec excedetur ab ea: cum ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ. quod eſt impoſſibile. Erit enim a b & c d linea vna.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. propoſitio 24.

24 ¶Super æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ ſibi inuicem ſunt æquales.

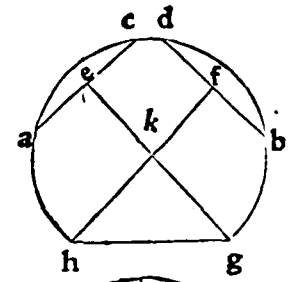


¶THEON ex Zamberto. ¶Super æqualibus inquam rectis lineis a b & c d: ſimiles circulorum ſectiones a e b & c f d conſtituantur. Dico q̃ æquum eſt ſegmentum a e b: ſegmẽto c f d. Congruente namq; ſegmẽto a e b ipſi c f d ſegmẽto/& poſito ſigno a ſuper ſigno c, recta verò linea a b ipſi rectæ lineæ c d congruẽte: & b ſignum congruet ipſi d ſigno/ quoniam æqualis eſt a b ipſi c d. Congruente autem a b recta linea ipſi c d, congruit a e b ſegmentum ipſi c f d. Si enim a b recta linea ipſi c d congruit/ ſegmentũ autẽ a e b ipſi c f d non congruit ſed differt ſicut c g d, circulus autem circulum per viceſimam tertij nõ ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed c g d ipſum c f d in pluribus duobus ſignis hoc eſt c g d ſecat. quod per eandem eſt impoſſibile. Non igitur/congruente a b recta linea ipſi c d non congruit quoq; & ſegmentum a e b ſegmẽto c f d. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ: ſibi inuicem ſunt æquales. quod erat demonſtrandum.

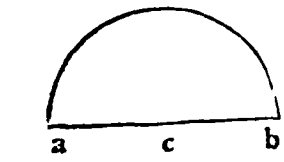
Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

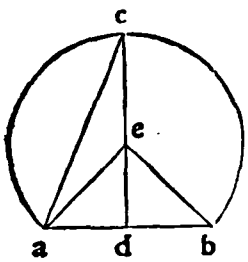
24 DAti ſemicirculi/ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis: circulum perficere.

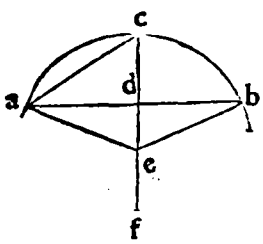
¶CAMPANVS. ¶Intentio per hanc cõcluſionem/eſt ex omni arcu dato ſiue ex omni circuli portione data: ciculum



perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo volo perficere circulum. Protrahã in eo duas lineas qualitercũq; contingat/quæ ſint a c, & b d: quas diuidam per æqualia. a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpẽdicularem ad b d: quę ſecent ſe in puncto k. Eritq; per correllarium primæ huius/centrũ circuli in vtraq; linearum e g & f h. Quare centrum eſt punctum k. Si autẽ e g non ſecet f h, ſed ſint linea vna/ quẽadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circũferentiæ dati arcus ex vtraq; parte. ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k; erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidiſtantes autem non erunt e g & f h. quia cum in vtraq; ſit centrum circuli per dictũ correllarium eſſent eiuſdem circuli duo cẽtra. Sic poteſt de omni arcu ſiue de omni portione communiter demonſtrari: qualiter inde circulus perficiatur. ¶ Quia tamen auctor videtur hanc concluſionẽ variare ſecundum diuerſas ſpecies arcuum/omnium portionum enumerãdo ſpecies: demõſtrabimus diuiſim per ſpecies/ qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ a b portio data: ſemicirculus. eritq; per diffinitionem ſemicirculi/linea a b diameter. ea igitur diuiſa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. ¶ Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior/cuius chorda ſit a b. quã diuido per æqualia in pũcto d, a quo duco d c perpẽdicularẽ ad ipſam: quæ tranſibit per centrũ/per correllariũ primę huius. & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro cum ſit a c b portio maior ſemicirculo: erit a d minor ſemidiametro. ſed d c eſt maior ſemidiametro. ergo d c eſt maior q̃ a d. ergo per 19 primi ãgulus e a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi: angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e. eritq; per ſextã primi/linea a e æqualis lineæ e c. producatur igitur linea e b. eritq; per 4 primi/linea e b æqualis lineæ a e. quare tres lineæ e a, e b, e c, ſunt æquales. ergo per 6 huius e eſt centrum curculi. ¶ Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c quã diuido per æqualia in pũcto d. a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ ſecet circunferentiam in puncto c. hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correllarium primę huius. Produco iterũ lineã a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis: erit portio a c b ſemicirculus. & ſi minor: erit maior ſemicirculo. poſitũ eſt autẽ q; ſit minor. Produco igitur lineã a e quæ cum linea a c faciat angulum æqualẽ angulo c & ſecet lineã c f in puncto e. & manifeſtũ eſt q; punctũ e, cadat extra datam portionẽ. & produco lineã e b & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit p 6 primi/ linea e a æqualis lineæ e c. & quia per 4 primi/ linea e b eſt æqualis lineæ e a: erit per 9 huius pũctũ e, cẽtrũ circuli. quare patet propoſitum: ſecundũ omnes ſpecies portionum circuli.



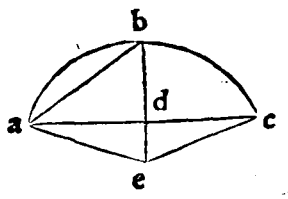




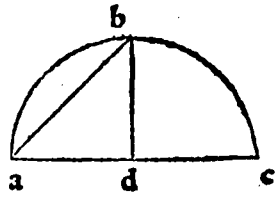
Euclí. ex Zamb. Problema 3. propoſitio 25.

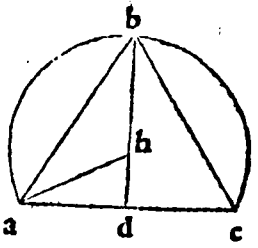
¶ Circuli ſectione data: deſcribere circulum cuius eſt ſectio. 25

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit data ſectio circuli: a b c. Oportet iam ſectionis a b c: circulum cuius eſt ſectio deſcribere. Secetur enim per 10 primi a c bifariam in d. Exciteturq; per 11 eiuſdem/ a ſigno d: ipſi a c ad ãgulos rectos b d. & coniungatur per primum poſtulatum a b. Angulus igitur a b d, angulo b a d comparatus: aut eo eſt maior/ aut ei æqualis/ aut eo minor. Sit prius maior. & conſtituatur per 23 eiuſdem/ ad ipſam b a rectam lineam ad ſignũq; in ea a: ipſi angulo a b d æqualis angulus b a e. Et extendatur per 2 poſtulatũ/b d in e. Et coniũgatur per 1 poſtulatũ e c. quoniã igitur ãgulus a b e ęqualis eſt ãgulo b a e: æqualis igitur eſt per 6 primi/recta linea e b ipſi a e. Et quoniã æqualis eſt a d ipſi d c, cõmunis autem d e: duæ igitur a d & d e/duabus c d, & d e ſunt æquales altera alteri. Et angulus a d e: per quartum poſtulatum/ angulo c d e eſt æqualis. rectus enim vterq;. Et baſis igitur a e: per quartam primi/baſi c e eſt æqualis. Sed a e: ipſi b e oſtenſa æqualis eſt. igitur b e: ipſi c e eſt æqualis. Tres igitur a e, e b, & e c: ſibi inuicem ſunt æquales.



Centro igitur e, ſpacio autem per 3 poſtulatum aut a e aut e b aut e c: circulus deſcriptus per reliqua ſigna veniet/& deſcriptus erit. Circuli igitur ſectione data: circulus deſcribitur. & manifeſtum eſt/ q; ſectio a b c minor eſt ſemicirculo: quoniã e centrum extra ipſam cadit. ¶ Similiter quoq; oſtendemus: & ſi angulus a b d æqualis fuerit angulo b a d. Si a d æqualis eſt vtriq; ipſarum b d & d c: tres d a, d b & d c ſibi inuicem ſunt æquales. Et ſit centrũ d completi circuli. & erit quoq; ſemicirculus a b c. ¶ Si autẽ a b d minor fuerit b a d: cõſtituamus per 23 primi ad b a rectã lineam & ad ſignum in ea a, angulo a b d æqualem introrſum ipſum a b c. Segmẽti centrum cadet ſuper d b vt h. & erit videlicet ſegmẽtum a b c: maius ſemicirculo. Dato igitur ſegmẽto: deſcribitur circulus cuius eſt ſectio. Quod feciſſe oportuit.

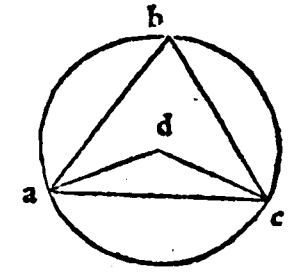


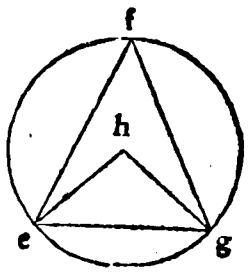


Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

25 ¶ In æquis circulis ſeu ſuper centra ſeu ſuper circunferentias/ æquales anguli conſiſtant: ſuper æquos arcus eos cadere neceſſe eſt.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli æquales: a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrum h. & fiant ſupra centra eorum/ duo ãguli a d c & e h g: qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c & e f g: eſſe æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circũferentiis ipſorum/ conſiſtentes ſupra prædictos arcus: qui ſint angulus a b c & ãgulus e f g. Quia ergo circuli ſunt æquales: erũt per diffinitionẽ æqualiũ circulorũ ſemidiametri æquales. & quia duo ãguli d & h ſunt æquales: erit p 4 primi/ linea a c æqualis lineæ e g. & per 19 huius/ erit ãgulus b, æqualis angulo f: cum d ãgulus ſit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem ſimilium portionũ duæ portiones a b c & e f g: ſunt ſimiles. & quia ipſæ ſunt ſuper lineas a c & e g æquales: ipſæ erunt æquales per 23 huius. quare arcus a b c & e f g ſunt æquales. Q; ſi anguli b & f qui ſunt in circunferẽtia/ ponantur æquales: erunt per diffinitionem/ portiones ſimiles/ & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli ſunt æquales per poſitionem: erunt per 4 primi/ duæ lineæ a c & e g æquales. quare vt prius/ portiones æquales per 23 huius: cum ſint ſimiles & ſuper æquales lineas. igitur & arcus æquales. Quod eſt propoſitum.

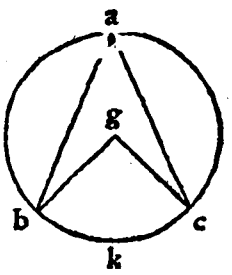


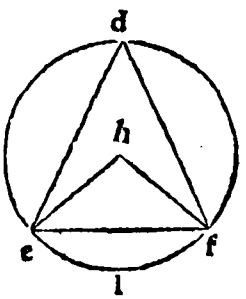


Eucli. ex Zamb. Theorema 23. propoſitio 26.

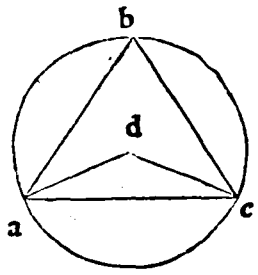
26 ¶ In æqualibus circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs ſubtenduntur: & ſi ad centra/ & ſi ad circunferentias deducti fuerint.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquales circuli: a b c & d e f. & in eis ſint anguli æquales ad centra quidem: qui ſub b g c & e h f. ad circũferẽtias autem: qui ſub b a c & e d f. Dico q; circunferentia b k c: æqualis eſt circunferentiæ e l f. Coniungantur per primum poſtulatum b c & e f. Et quoniam circuli a b c & d e f ſunt æquales: & quæ ex centris/ ſunt æquales per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b g & g c: duabus e h & h f ſunt æquales. Et ãgulus qui ad g: ãgulo qui ad h eſt æqualis. Baſis igitur b c per 4 primi/ baſi e f eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ad a æqualis eſt ãgulo qui ad d: ſegmẽtum igitur b a c per 24 tertij/ ſimile eſt ſegmẽto e d f. & ſunt in æqualibus rectis lineis b c & e f. Super æqualibus autem rectis lineis per 24 eandem ſimiles circulorum ſectiones exiſtẽtes: inuicẽ ſunt æquales. Sectio igitur b a c: æqualis eſt ipſi e d f ſectioni. Eſt autem totus circulus a b c: æqualis toti circulo d e f. Reliqua igitur b k c circunferentia per 3 communẽ ſentẽtiam reliquæ e l f: circunferentiæ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales ãguli in æqualibus circunferentijs ſubtenduntur: & ſi ad circunferentias/ & ſi ad centra fuerint deducti. quod demonſtraſſe oportuit.



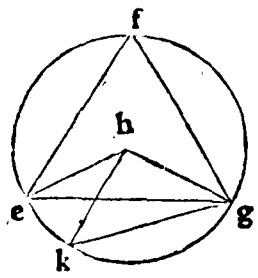


Eucli. ex Camp. Propoſitio 26



SI in æquis circulis æqui ſumantur arcus: infra illos/ formatos angulos qui ſupra centra eorum ſeu ſupra circunferentias conſtituantur/ æquos eſſe neceſſe eſt. 26

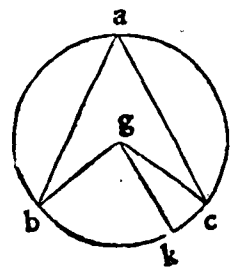
¶CAMPANVS. ¶Sint vt prius duo circuli æquales: a b c cuius centrū d, & e f g cuius centrum h. ſintq; duo arcus a b c & e f g æquales. fiantq; ſuper ipſos arcus/ duo anguli in cētro qui ſint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq; ſuper eoſdem arcus fiant duo alii āguli in circunferentia/ qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, adinuicem eſſe æquales: itemq; duos b & f: adinuicem eſſe æquales. Et eſt hęc conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli adinuicem æquales: ſit ergo h maior. a quo abſcindatur angulus k h g: qui ſit æqualis angulo d. eritq; per præmiſſam/ arcus k e f g: æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g: poſiti ſunt æquales. accidet ergo partē eſſe æqualē toti. Quod eſt impoſſibile. Quare anguli d & h totales: ſunt æquales. ¶Simili quoq; modo probabis āgulos b & f: eſſe æquales. vel ſi mauis/ probato q; āguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius. & econuerſo.

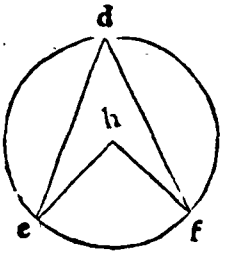


Eucli. ex Zamb. Theo. 24 Propo. 27. Cōuerſa præcedētis.

¶In æqualibus circulis anguli qui ſuper æquales circunferentias deducuntur/ ſibi inuicem ſunt æquales; & ſi ad centra et ſi ad circunferentias fuerint deducti. 27

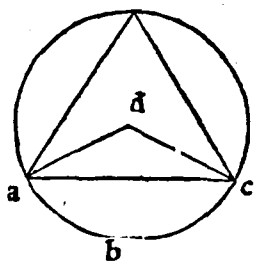
¶THEON ex Zamberto. ¶In æqualibus enim circulis a b c & d e f, ſuper æqualibus circunferentijs b c & e f, ad centra quidem g h: āguli deducantur b g c & e h f. ad circunferentias autem: b a c & e d f. Dico q; āgulus b g c æqualis eſt angulo e h f: & angulus b a c æquus eſt angulo e d f. Si quidem angulus b g c æquus eſt angulo c h f: manifeſtum eſt q; angulus b a c æquus eſt angulo e d f per 20 tertii. Si vero non: alter eorū maior eſt. ſit maior angulus b g c, & conſtituatur per 23 primi ad rectam lineam b g ad datumq; in ea ſignum g: angulo e h f æqualis angulus b g k. Anguli autem æquales ſuper æqualibus circunferentiis deducuntur per 26 tertii/ quando ad centra fuerint. æqualis igitur eſt circunferentia b k: circunferentiæ e f. Sed e f: ipſi b c eſt æqualis. & b k igitur: ipſi b c eſt æqualis/ minor maiori. quod eſt impoſſibile. Angulus igitur b g c: angulo e h f inæqualis non eſt. æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli b g c: dimidius āgulus qui ad a, per 20 tertii. Ipſius autem e h f: dimidius āgulus qui ad d/ per eādē. Aequalis igitur eſt āgulus a: āgulo d. In æqualibus igitur circulis āguli ſuper æqualibus circūferentijs deducti/ ſibi inuicē ſunt æquales; & ſi ad centra/ & ſi ad circūferētias fuerint deducti. quod demōſtraſſe oportuit.



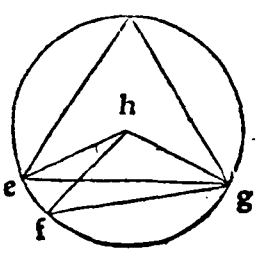


Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent: arcus quoq; æquos eſſe. ſi autē lineæ inæquales fuerint: arcus quoq; inæquales/ & a maiore linea maiorē arcū/ a minore vero minorem abſcindi neceſſarium eſt. 27



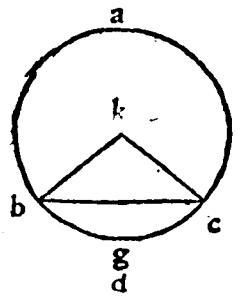
¶CAMP. ¶Sint duo circuli ęquales: a b c cuius cētrū d, & e f g cuius cētrū h, ſitq; chorda a c: æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g quos prædictæ chordę ex prędictis circulis reſecāt: eſſe ęquales. Q; ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcū e f g eſſe maiorem arcu a b c. ¶Primū quidē ſic probatur. Ducātur a cētris/ lineæ ad extremitates chordarū: quæ ſint d a, d c, h e, h g. & qa circuli poſiti ſunt fore æquales: erunt hæ ſemidiametri æquales. & quia linea a c poſita eſt æqualis lineæ e g: erit per 8 primi/ āgulus d æqualis āgulo h totali. quare per 25 huius/ erit arcui a b c: æqualis arcui e f g. ſicq; patet primū. ¶Secūdū ſic. Sit e g maior a c. eritq; per 25 primi/ āgulus h: maior āgulo d. Fiat ergo āgulus f h g æqualis āgulo d. eritq; per 25 huius/ arcus f g: æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g: eſt maior arcu a b c. Quod eſt ſecundum propoſitum.

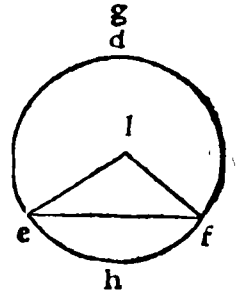


Eucli.ex Zamb. Theorema 25.propoſitio 28.

28 ¶In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ/æquales circunferentias auferunt:maiorem maiori/minorē autem minori.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales circuli a b c & d e f.& in eis ſint æquales rectæ lineæ b c & e f:circūferentias b a c & e d f maiores auferentes,circunferentias autem b g c & e h f minores.Dico ꝙ circunferētia b a c maior:æqualis eſt circunferentiæ e d f maiori.circunferentia vero b g c minor:æqualis eſt circunferentiæ e h f minori.Suſcipiātur enim circulorum centra per primam tertij:ſintq; k,l. & coniungantur k b,k c, l e & l f.Et quoniam circuli ſunt æquales:æquales quoq; ſunt quæ ex cētris/per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b k & k c:duabus e l & l f ſunt æquales.Et baſis b c per hypotheſin baſi e f eſt æqualis. Angulus igitur b k c:per 8 primi/āgulo e l f eſt æqualis.æquales autē āguli per 26 tertii/ in æqualibus circunferentiis deducuntur:etiam quando ad centra fuerint deducti.Circunferentia igitur b g c:æqualis eſt circunferentiæ e h f.eſt autē totus circulus a b c:toti circulo d e f æqualis.Reliqua igitur circunferentia b a c:per 3 communem ſententiam/reliquæ circunferentiæ e d f eſt æqualis.In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ/ æquales circunferentias auferunt:maiorem maiori/minorem autem minori.quod demonſtraſſe oportuit.

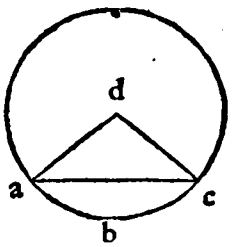


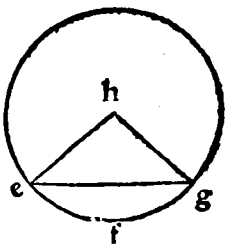


Eucli.ex Camp. Propoſitio 28.

28 CIrculorum æqualium æquos arcus : æquas chordas habere neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli æquales:a b c cuius cētrum d,& e f g cuius centrum h.ſitq; arcus a b c:æqualis arcui e f g. Dico ꝙ chorda a c : eſt æqualis chordæ e g. Et eſt hæc conuerſa primæ partis præmiſſæ. Ducantur lineæ d a,d c,h e,h g. eruntq; per 26 huius/anguli d & h:æquales. Quare per quartā primi/ erit a c:æqualis e g.quod eſt propoſitū. Quæcūq; autē probatæ ſunt paſſiones de diuerſis circulis æqualibus:intellige multo fortius veras eſſe de eodē.

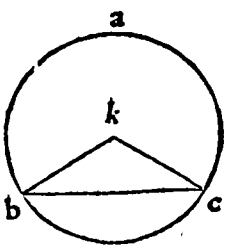


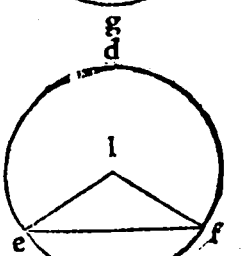


Eucli.ex Zam.Theo 26.prop 29.Cōuerſa præcedentis.

29 ¶In æqualibus circulis:ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales circuli a b c & d e f.& in eis æquales ſumātur circūferentiæ b g c & e h f:coniungātur q; b c & e f rectę lineę.Dico ꝙ ęqualis eſt recta linea b c ipſi e f rectę lineę.Sumātur enim per 1 tertii/circulorū centra:ſintq; k & l. & coniungātur k b & k c,l e & l f.Quoniā circūferentia b g c æqualis eſt ipſi e h f circunferentiæ:æqualis eſt angulus b k c angulo e l f per 10 diffinitionē tertii.Et quoniā circuli a b c & d e f ſunt æquales: & quæ ex centris quoq; ſunt æquales per 1 eiuſdē diffinitionē.Duæ igitur b k & k c/duabus e l & l f ſunt æquales: & angulos cōpræhendūt æquales. Baſis igitur b c: per 4 primi/ baſi e f eſt æqualis.In æqualibus igitur circulis:ſub ęqualibus circūferētiſ æquales rectæ lineæ ſubtenduntur.quod demonſtraſſe oportuit.

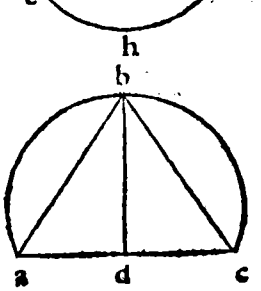




Eucli.ex Camp. Propoſitio 29.

29 DAtum arcum:per æqualia diuidere.

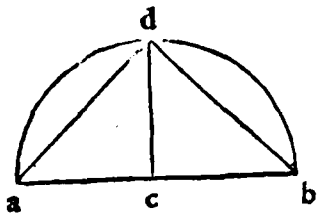
¶CAMPANVS. ¶Sit datus arcus a b c cui ſubtēdatur chorda a c: quæ diuidatur per æqualia in puncto d. a quo ducatur perpendicularis ad ipſam/quæ ſit d b:ſecans circunferentiam dati arcus in puncto b.quā dico diuidere datū arcum per æqualia. Ducātur enim lineæ b a,b c,quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primā partem 27 huius/arcus a b:erit æqualis arcui b c. Quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb.Problema 4.propoſitio 30.

30 ¶Datam circunferentiam: biſariam diſcindere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data circūferentia a d b.oportet iam ip

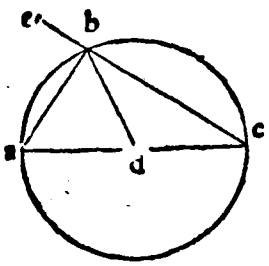


ſam circũferentiam a d b: bifariam diſcindere. Coniũgatur a b: ſeceturq; per 10 primi/ bifariam in c ſigno. & ab ipſo c: ipſi a b rectæ lineæ per 11 primi ad angulos rectos excitetur c d. & coniungãtur a d & d b. Et quoniam æqualis eſt a c ipſi c b, communis autem c d: duæ igitur a c & c d, duabus b c & c d ſunt æquales. & angulus a c d: per 4 poſtulatum angulo b c d eſt æqualis. rectus enim vterq; eſt. Baſis igitur a d: per 4 primi/ baſi d b eſt æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferũt/ maiorem maiori/ minorem autẽ minori/ per 28 tertij. Et vtraq; ipſarum circunferentiarum a d & d b: ſemicirculo minor eſt. æqualis igitur eſt circunferentia a d: ipſi d b circunferentiæ. Data igitur circunferentia: bifariam diſcinditur. quod feciſſe oportuit.

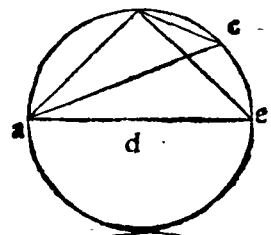
Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

SI rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtat: rectus eſt. Si vero in portione ſemicirculo minore: recto maior. Si autem in portione ſemicirculo maiore: recto minor. ¶ Itemq; omnis portionis angulus ſemicirculo maioris/ recto maior: minoris vero/ recto minor de neceſſitate erit. 30

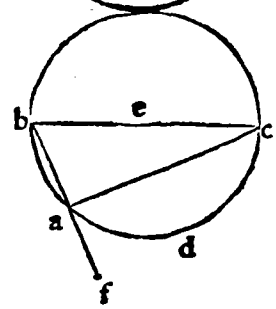
¶ CAMPANVS. ¶ Sit in circulo a b c cuius centrum d & diameter a d c, ſemicirculus a b c: in cuius ſemicirculi circunferentia fiat ãgulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum eſſe rectum. Protrahatur ab ipſo angulo in centrũ: linea b d. eritq; per 5 primi/ angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b eſt æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipſe erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b: duplus erit ad angulum d b c. ergo duo anguli c d b & a d b: dupli ſunt ad totalem angulum a b c. ſed ipſi: ſunt æquales duobus rectis per 13 primi. erit igitur angulus a b c totalis: medietas duorũ rectorũ. quare rectus. Quod eſt primum propoſitũ.



¶ IDEM aliter. Protrahatur c b vſq; ad e. eritq; per 32 primi/ angulus a b e: æqualis duobus angulis a & c. & quia angulus a eſt æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c. ergo vterq; eorum eſt rectus per diffinitionem. ¶ Secundum ſic patet. Sit in circulo a b c cuius cẽtrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum eſſe minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b. eritq; per primam partem huius/ b totalis: rectus. quare angulus a b c: erit minor recto per 9 cõmunem ſcientiã/ cum ſit pars eius. ſicq; patet ſecundum. ¶ Tertium ſic. Sit rurſus in circulo a b e cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c: quæ ſit ſemicirculo minor. & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c: ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum eſſe maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e. eritq; per primam partem huius / angulus a b e: rectus. quare ãgulus a b c: erit maior recto. quod eſt tertium propoſitum.

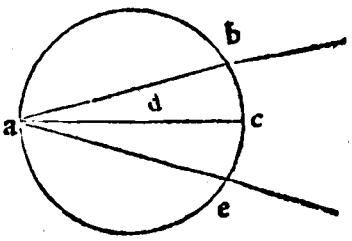


¶ Quartũ & quintũ ſic. Sint in circulo a b c d cuius cẽtrũ e, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & portio a d c cuius eadẽ chorda a c, minor ſemicirculo. Dico ãgulũ cõtentũ ab arcu c b a & chorda a c, eſſe maiorẽ recto: & ãgulum cõtentũ ab arcu c d a & chorda a c, eſſe minorẽ recto. Producaẽ diameter c e b: & linea b a, vſq; ad f. eritq; per primã partẽ huius/ angulus b a c: rectus. quare per 13 primi/ ãgulus f a c: eſt ſimiliter rectus. Quia igitur angulus rectus eſt pars primi/ & ſecundus pars recti: euidenter patet vtrunq;. quare tota liquet hæc pentamembris concluſio.



¶ CAMPANI additio. ¶ Ex iſtis duabus vltimis partibus/ nota iſtãtiã cõtra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus inſtãtiam in 15 huius. Tranſitur enim ab angulo portionis ſemicirculo minoris qui eſt minor recto per vltimam partem huius/ ad angulum portionis ſemicirculo maioris qui eſt maior recto per penultimam partem huius: non tamen per

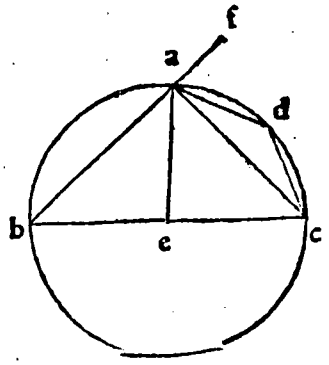
æquale. Cū enim omnis portio circuli ſit aut ſemicirculus aut maior ſemi circulo aut minor/ ſit autem tam angulus ſemicirculi per ſecundam partem 15 q̄ angulus portionis minoris per vltimam partem huius minor recto / portionis vero maioris ſit maior recto : non tamen erit alicuius portionis angulus/nec ſimpliciter aliquis contentus a circunferentia & linea recta/aut rectus aut æqualis recto. Quod vt clarius pateat: ſit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non ſit determinatus finis ex parte b, ſecans ex ipſo b portionem ſemicirculo minorem. eritq; per vltimam partem huius: minor recto. Huius circuli ſit diameter a d c. & imaginetur linea a b: moueri ad partem c ſuper punctum a. quæ quandiu fuerit citra c, vel in ipſo c cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulū minorem recto. In omni autem puncto vltra c, velut in e: faciet per penultimam partem huius/angulum maiorem recto. Tranſitur ergo a minori ad maius: non per æquale. Et ſicut in rectilineis angulis eſt reperire maiorem angulo ſemicirculi & minorem/ non tamen æqualem vt demōſtratum eſt in 15 huius: ſic in angulis portionis eſt reperire maiorem recto & minorem/ non tamen æqualem. vt patet ex iſta demonſtratione.

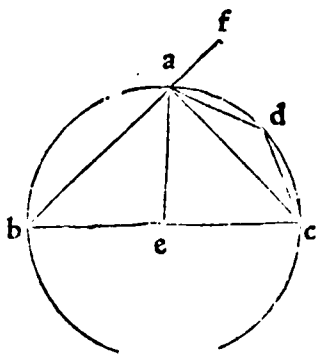


Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 31.

31 ¶ In circulo angulus qui in ſemicirculo eſt: rectus eſt qui autē in minori ſegmēto: minor recto. qui vero in minori ſegmēto: maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmēti: recto quidem maior eſt. minoris autem ſegmenti angulus: minor eſt recto.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c d. dimetiens autem eius ſit b c. centrum vero e. Sumaturq; in ſemicirculo ſignum vtcunq; / ſitq; illud d & coniungantur b a, a e, a d & d c. Dico q; angulus in b a c ſemicirculo: rectus eſt. Angulus autem in a b c ſegmento maiore ſemicirculo/ qui eſt ſub a b c: recto minor eſt. Angulus vero in a d c minore ſemicirculo ſegmēto/ qui eſt ſub a d c: recto maior eſt. ¶ Cōiungatur a e: & extendatur b a in f. Et quoniam æqualis eſt b e ipſi e a, ex centro enim circūferentiā: æqualis eſt angulus e a b angulo e b a, per 5 primi. Rurſus quoniam æqualis eſt a e ipſi e c: æqualis eſt per eandem/ angulus qui ſub a c e ei qui ſub c a e. Totus igitur angulus b a c: duobus āgulis a b c & a c b eſt æqualis. Angulus autem qui ſub f a c extra ipſum triāgulum a b c: duobus angulis a b c & a c b eſt æqualis/ per 32 primi. Aequalis igitur eſt āgulus b a c: angulo f a c. rectus igitur vterq; eſt. In ſemicirculo igitur b a c: angulus qui ſub b a c, rectus eſt. ¶ Et quoniā trianguli a b c, duo anguli a b c & b a c per 17 primi duobus rectis ſunt minores/ angulus autē b a c rectus eſt: angulus igitur qui ſub a b c, recto minor eſt. & eſt in ſegmēto a b c maiore ſemicirculo. ¶ Et quoniā in circulo ineſt quadrilaterū a b c d, in circulis autem quadrilaterorum conſiſtentium/ per 22 tertij āguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur a b c & a d c, per eandē duobus rectis ſunt æquales. At āgulus a b c: recto minor eſt. Reliquus igitur āgulus a d c: maior eſt recto/ & in ſegmēto minore ſemicirculo eſt. ¶ Dico iā etiā q; āgulus ſegmenti maioris/ cōpræhenſus ſub a b c circūferentia & a c recta linea: recto maior eſt. āgulus autē minoris ſegmēti cōpræhenſus ſub a d c circūferētia & a c recta linea: recto eſt minor. manifeſtoq; illinc eſt. Quoniā enim āgulus cōpræhenſus ſub b a & a c rectis lineis/ rectus eſt: āgulus igitur cōpræhēſus ſub a b c circūferētia & a c recta linea/ maior eſt recto. quoniā totū: ſua parte maius eſt per 9 cōmunē ſentētiā. Rurſus quoniā āgulus cōpræhenſus ſub a c & a f rectis lineis/ rectus eſt: āgulus igitur ſub c a recta linea & a d c circūferentia cōpræhēſus/ recto minor eſt. In circulo igitur/ āgulus in ſemicirculo exiſtēs: rectus eſt. qui vero in maiori ſegmento: recto eſt minor. in minori autē: recto eſt maior. Et inſuper āgulus maioris ſegmenti: maior eſt recto. minoris autē ſegmēti: recto minor. quod demonſtraſſe oportuit.

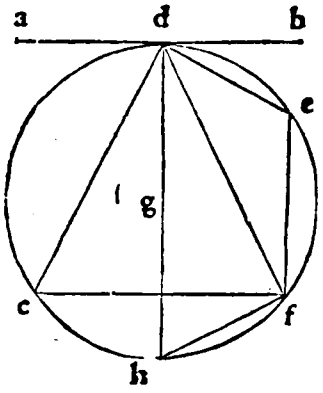




¶ALIA oſtenſio: q̄ angulus qui ſub b a c, rectus eſt. Quoniam angulus a e c eius qui ſub b a e duplus eſt per 32 primi / æqualis nāq̄ eſt duobus interioribus & oppoſito / interiores autem per 5 ſunt æquales / ā gulus autem a e b eius qui ſub c a e duplus eſt: anguli igitur a e b & a e c, ipſius b a c dupli ſunt. Sed ā guli a e b & a e c: duobus rectis ſunt æquales. Angulus igitur qui ſub b a c: rectus eſt. quod erat demonſtrandum.

¶CORRELARIVM. ¶Hinc manifeſtum eſt / q̄ ſi trianguli angulus vnus reliquis duobus æqualis fuerit: rectus eſt. & quoniam ille vtrobiq̄ eiſdem eſt æqualis: quando vtrobiq̄ æquales fuerint / recti erunt.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31.

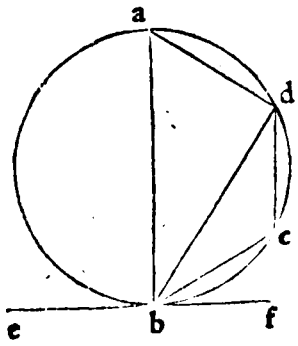


¶I circulum linea recta contingat / & a cōtactu in circulum quædam circulum ſecās recta linea præter centrum ducatur: quoſcunq̄ duos angulos cum contingente facit / duobus angulis qui in alternatis circuli ſuper arcus conſiſtunt portionibus / æquales ſunt. 13

¶CAMPANVS. ¶Si recta linea a b: contingens circulum c d e f cuius centrum g, in puncto d. a quo d ducatur in circulum præter centrum / linea d f: ſecans ipſum. fiantq̄ angulus d c f conſiſtens ſuper arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f conſiſtens ſuper arcū portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, eſſe æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim: diameter d g h & linea f h. eritq̄ per 17 huius / d h, perpendicularis ſuper a b: & per primā partem præmiſſæ / angulus d f h, rectus. Quare duo ā guli a d h & d f h: ſunt æquales. Poſito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui ſunt d f h & h d f. ſed hi duo cum angulo h: ſunt æquales duobus rectis per 32 primi. ergo angulus a d f cum angulo h: æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi. ergo angulus b d f: eſt æqualis angulo h. ergo & ā gulo c: per 20 huius. & hoc eſt primū. ¶Et quia duo ā guli c & e ſunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f. Quod eſt ſecundum. Vel illud ſecūdum ſic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis: vt præmonſtratum eſt. ſed angulus e cum angulo h: æquiualet duobus rectis per 21 huius. ergo angulus e eſt æqualis angulo a d f. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. propoſitio 32.

¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea / a contactu autem extendatur quædam recta linea circulum diſpeſcens: anguli quos efficit ad tangentem / æquales ſunt eis qui alterni in circuli ſegmentis conſiſtunt / angulis. 32



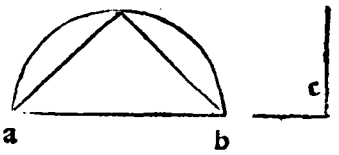
¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c d: tangat recta linea quædam e f in b ſigno. & a ſigno b, extēdatur recta linea quædam in circulum a b c d, eum ſecans: ſitq̄ b d. Aio q̄ anguli quos b d ſimul cum e f tangente conficit: angulis alternis qui ſunt in ſegmentis circuli ſunt æquales. hoc eſt q̄ angulus f b d: æqualis eſt ā gulo exiſtēti in b a d ſegmēto. & angulus e b d: æqualis eſt angulo exiſtenti in b c d ſegmento. Excitetur enim per 11 primi / ab ipſo b: ipſi e f ad rectos angulos b a. Sumaturq̄ in b d circunferentia / ſignum vtcunq̄: ſitq̄ illud / c. & connectātur a d, d c & c, b. Et quoniam circulum a b c d, quędam recta linea tāgit e f in b, & ex b contactu excitatur ipſi contingenti ad angulos rectos b a: in ipſa b a igitur centrum eſt orbis a b c d, per 19 tertij. Angulus igitur a d b in ſemicirculo exiſtens: per 31 eiuſdem rectus eſt. Reliqui igitur anguli b a d & a b d: vni recto ſunt æquales. Angulus autē a b f: rectus eſt. Angulus igitur q ſub a b f: eſt æqualis eis qui ſunt ſub b a d & a b d ā gulis. Cōmunis auferatur angulus a b d. Reliquus igitur angulus d b f: æqualis eſt angulo b a d exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Et quoniam in circulo

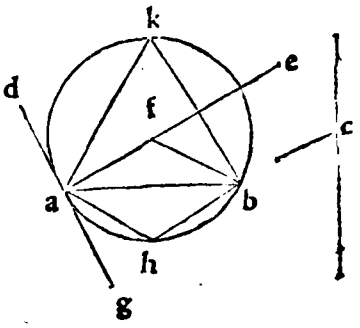
quadrilaterum eſt a b c d,& anguli ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales per 22 tertij:anguli igitur d b f & d b e,eis qui ſunt ſub b a d & b c d angulis ſunt æquales. Quorum angulus b a d:oſtẽſum eſt ꝙ æqualis eſt ipſi d b f angulo. Reliquus igitur angulus qui ſub d b e, angulo d c b alteri in ſegmento d c b exiſtenti eſt æqualis. Si circulũ igitur tetigerit aliqua recta linea/a cõtactu autẽ in circulum extendatur aliqua recta linea circulum diſcidens: anguli quos efficit ad tangentem/alternis in circuli ſegmẽtis angulis conſiſtentibus ſunt æquales.quod erat demonſtrandũ.

Eucli.ex Camp. Propoſitio .32

32 SVper datam lineam / circuli portionem deſcribere: capientem ãgulum dato ãgulo æqualem/ ſeu rectũ/ ſeu maiorem/ſeu minorem recto.

¶CAMPANVS. ¶Sit a b linea data:& c datus angulus. Super lineam a b volo deſcribere vnam circuli portionem;recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. ¶Si igitur fuerit ãgulus c, rectus:diuiſa a b per medium/deſcribã ſuper eam ſemicirculum/ factũq; erit propoſitum/per primam partẽ 30 huius. ¶Si autem ſit obtuſus: ducam lineam d a cum linea b a,continentem æqualem angulum ãgulo c. & a puncto a ducam lineam a e:perpendicularem ſuper lineã a d. Et ſuper punctum b faciam angulum per 23 primi/ æqualem angulo e a b in quo obtuſus excedit rectum: ducta linea b f vſq; ad perpendicularem a e. eruntq; per 6 primi/lineæ f a & f b:æquales. Facto itaq; pũcto f centro circuli:deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a, circulum a h b. eritq; per correlarium 15 huius/linea a d:contingens circulum.quare per præmiſſam/angulus qui fit in portione a h b:eſt æqualis d a b.quare & angulo c. Quod eſt propoſitum. ¶Si autem angulus c ſit acutus:producam lineam a g,continentem cum linea a b, angulum æqualem angulo c. & a puncto a ducam a e:perpendicularem ad lineam a g ,& ſuper punctũ b faciam angulum æqualem angulo e a b,in quo rectus excedit acutum; ducta linea b f vſq;ad perpendicularem a e. eruntq; per 6 primi / lineæ f a & f b:æquales. Facto itaq; puncto f,centro circuli:deſcribam ſecũdũ quantitatem lineæ f a,circulum a k b. eritq; per correlarium 15 huius/linea a g:contingens circulũ.quare per præmiſſam/ angulus qui fit in portione a k b: eſt æqualis angulo g a b. quare & angulo c. quod eſt propoſitum.

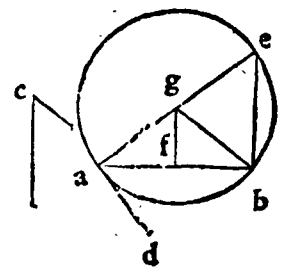


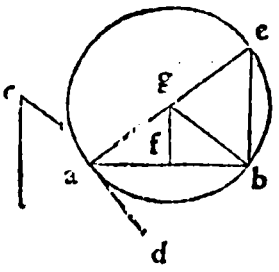


Eucli.ex Zamb. Problema 5.propoſitio 33.

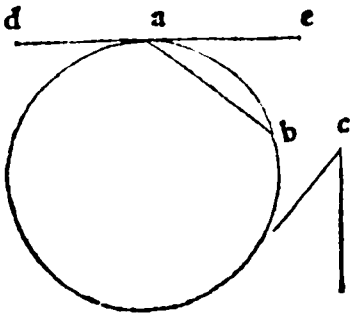
33 ¶Super data recta linea:deſcribere ſectionem circuli capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b:datus vero angulus rectilineus ſit c.oportet iam ſuper data recta linea a b:deſcribere ſectionẽ circuli ſuſcipientem ãgulum æqualem ipſi angulo qui ad c. Angulus igitur qui ad c:aut eſt acutus,aut rectus/aut obtuſus.Sit primum acutus:ſicut in prima deſcriptione. & conſtituatur per 23 primi/ad a b rectam lineã & ad a in ea ſignũ:ipſi angulo c æqualis angulus d a b. Angulus igitur d a b:acutus eſt. Excitetur per 11 eiuſdem igitur:ipſi a d ad ãgulos rectos a e.ſeceturq; per 10 eiuſdem/bifariam a b:in ſigno f. Et a ſigno f:ipſi a b ad angulos rectos excitetur f g, per 11 eiuſdem. & connectatur g b. Et quoniam æqualis eſt a f ipſi f b,communis autem f g: duæ igitur a f & f g,duabus f b & f g ſunt æquales.& angulus qui ſub a f g:per 4 poſtulatum æqualis eſt ei qui ſub g f. Baſis igitur a g:per 4. eiuſdem/ baſi g b eſt æqualis. Centro igitur g,ſpacio vero g a,per 3 poſtulatũ circulus deſcriptus:veniet etiam per b.deſcribatur:& ſit a b e.& cõnectatur e b. Quoniam igitur ab extremitate ipſius a e diametri/ab a ſigno ipſi a e ad angulos rectos eſt a d:igitur a d tangit orbẽ a b e,per correlarium 16 tertii. Et quoniam orbem a b e tãgit quædam recta linea a d, & ab a contactu in ipſum orbem a b e extenditur recta linea quædam a b:angulus igitur





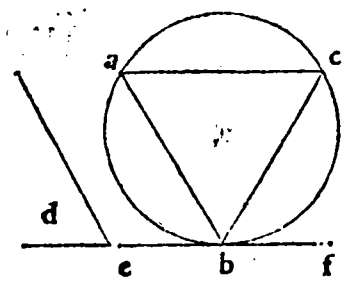
d a b, per 32 eiuſdem angulo a e b exiſtenti in alterno circuli ſegmento/ eſt æqualis. Sed angulus d a b: ei qui eſt ad c angulo eſt æqualis. Angulus igitur qui ad c: æqualis eſt ei qui ſub a e b eſt angulo. Super data igitur recta linea a b: ſectio orbis deſcribitur ſuſcipiens angulum a e b æqualem dato angulo qui ad c. ¶ Sed iam rectus ſit angulus qui ad c. & oportunum ſit: rurſus ſuper a b deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angulum æqualem ei qui eſt ad c recto. Conſtituatur enim rurſus ad ipſam a b rectam lineam/ ad ſignumq; in ea a: dato angulo rectilineo c æqualis angulus qui ſub b a d per 23 primi ſicut in ſecunda habetur deſcriptione. Seceturq; per 10 eiuſdem/ a b: bifariam in f. & cētro f, ſpacio vero f a aut f b: orbis deſcribatur a e b, per 3 poſtulatū. Tangit igitur recta linea a d, circulum a e b: quoniam angulus qui ad a, rectus eſt. Et āgulus b a d æqualis eſt angulo qui eſt in ſegmento a e b. rectus etenim & ipſe eſt qui in ſemicirculo exiſtit per 31 tertij. Sed angulus b a d: ei qui ad c eſt angulo æqualis eſt. Deſcribitur igitur iterum ſuper a b: ſegmentum circuli a e b, capiens angulum æqualem ei qui ad c eſt angulo. ¶ Sed iam eſto āgulus qui ad c: obtuſus. & conſtituatur ei iterum ad a b rectam lineam & ad a ſignum: æqualis angulus b a d, per 23 primi/ ſicut habet tertia deſcriptio. & ipſi a d: ad angulos rectos per 11 eiuſdē excitetur a e. ſeceturq; rurſus a b bifariam in ſigno f, per 10 eiuſdem. & ipſi a b ad angulos rectos excitetur f g per 11 eiuſdem. & connectatur g b. Et rurſus quoniam æqualis eſt a f ipſi f b, & communis f g: duæ igitur a f & f g, duabus b f & f g ſunt æquales. & angulus a f g: per 4 poſtulatū angulo b f g eſt æqualis. baſis igitur a g: per 4 eiuſdem/ baſi b g eſt æqualis. Centro igitur g, ſpacio autem g a per 3 poſtulatum circulus deſcriptus: tranſiet per b. trāſeat ſicut a b e. Et quoniā ab extremitate a e dimetientis / ad angulos rectos excitata eſt a d: igitur per correlarium 16 tertij/ a d tāgit ipſum circulum a e b & a contactu a extenditur a b. Angulus igitur b a d: per 32 eiuſdem/ æqualis eſt angulo a h b exiſtenti in alterno ſegmēto circuli. Sed angulus b a d: ei qui eſt ad c, eſt æqualis. Igitur angulus qui eſt in a h b ſegmento: æqualis eſt ei qui eſt ad c angulo. Super data igitur recta linea a b: deſcribitur ſegmentum circuli a h b capiens angulū æqualem ei qui ad c eſt angulo. quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

33 A Dato circulo: dato angulo æquum angulum capientem portionem abſcindere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit a b datus circulus: & c datus āgulus. volo ergo a circulo a b: abſcindere portionem vnā capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e: contingentem datum circulum in puncto a. a quo duco in circulum/ lineam a b: continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c. eritq; per 31 huius/ portio a b exiſtens a parte lineæ a d: recipiens angulum æqualem angulo c. quod eſt propoſitum.

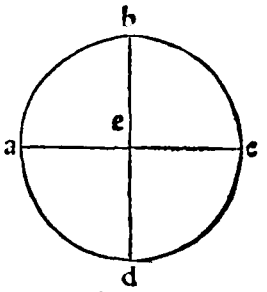


Eucli. ex Zamb. Problema 6. propoſitio 34.

34 ¶ A dato circulo: ſegmentum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Eſto datus circulus a b c. datus vero angulus rectilineus qui ad d. oportet iam ab a b c circulo: ſegmentum abſcindere capiens angulū æqualem ei qui ad d eſt angulo. Excitetur enim per 17 tertii/ linea tangens circulum: ſitq; illa e f. & tangat per b ſignum. Et conſtituatur per 23 primi/ ipſi e f rectæ lineæ & in ea ſigno b: angulo qui ad d, æqualis angulus f b c. Quoniam igitur circulum a b c tangit quędā recta linea e f & in b, & a contactu b extenditur b c: angulus igitur f b c per 32 tertii æqualis eſt angulo b a c conſiſtenti in alterno ſegmento. Sed angulus f b c: ei qui eſt ad d eſt æqualis. Igitur angulus exiſtens in b a c ſegmento: æqualis eſt ei qui eſt ad d angulo. A dato igitur circulo a b c

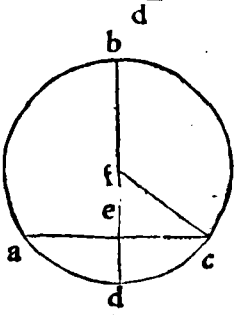
ſegmentum abſcinditur b a c capiens angulum æqualem dato ãgulo rectilineo. quod feciſſe oportuit.

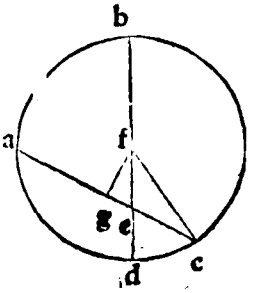


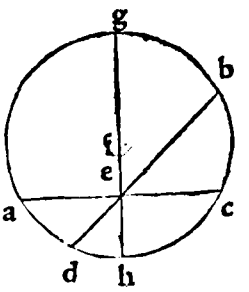
Eucli. ex Camp. Propoſitio 34.

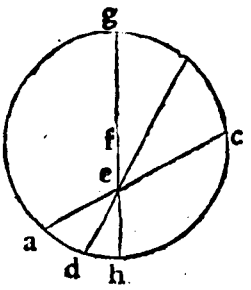
34 SI intra circulum duæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecẽt: quod ſub duabus partibus vnius earum procedit/ æquum eſt ei rectangulo quod ſub duabus alterius lineæ partibus continetur.

¶¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a c & b d, ſecantes ſe in circulo a b c d. ſuper punctum e. Dico q̃ illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ eſt ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d trãſibunt per centrum circuli: aut altera tantum/ aut neutra. Q̃ ſi ambæ trãſeant per centrum: erit e centrum circuli/ omneſq̃ quatuor lineæ æquales. quare liquet propoſitum. ¶Q̃ ſi altera earum tantum tranſit per centrum: ſit illa b d, centrũq̃ circuli ſit f. Aut ergo b d ſecabit a c per æqualia: aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia. eritq̃ per primam partem tertij huius/ ſecans eam orthogonaliter. Ducatur itaq̃ linea f c. eritq̃ per 5 ſecundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: æquale quadrato lineæ f d. quare & quadrato lineæ f c. ergo per penultimam primi/ & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo vtrinq̃/ quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c. & quia e c eſt æqualis a e: per 46 primi patet propoſitũ. ¶Q̃ ſi b d tranſiens per centrum/ ſecat a c per inæqualia: a centro f ducatur f g perpẽdicularis ad a c. eritq̃ per ſecundam partem tertij huius/ a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq̃ per 5 ſecundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearũ f g & g e propter id q̃ angulus f g e eſt rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c. propter quod: per penultimam primi & quadratis duarũ linearũ f g & g c. Dempto ergo vtrinq̃ quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cũ quadrato lineæ g e: æquale quadrato lineæ g c. ſed per 5 ſecundi/ quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: eſt æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igĩtur vtrinq̃ quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d: æquale ei quod fit ex a e in e c. quod eſt propoſitum. ¶Q̃ ſi neutra earũ tranſit per centrũ/ ſiue altera diuidat alterã per æqualia ſiue per inæqualia: producam lineã g f e h diametrum circuli/ tranſeuntem per punctum ſectionis earum. Et ſi altera diuidat alteram per æqualia vt b d ipſam a c: tunc g h diuidit etiam ac per æqualia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per ſecundum modum huius concluſionis/ quod fit ex g e in e h: æquum eſt ei quod fit ex a e in e c. & per tertium modũ huius/ quod fit ex g e in e h: æquũ eſt ei quod fit ex b e in e d. ergo quod fit ex a e in e c: æquum eſt ei quod fit ex b e in e d. quod eſt propoſitum. ¶At ſi neutra diuidat alteram per æqualia: erit per tertium modum huius concluſionis/ quod fit ex g e in e h, æquale vtriq̃ eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare vnum eorũ erit æquale alteri. quod eſt propoſitum.





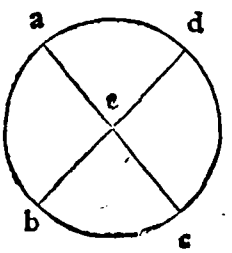


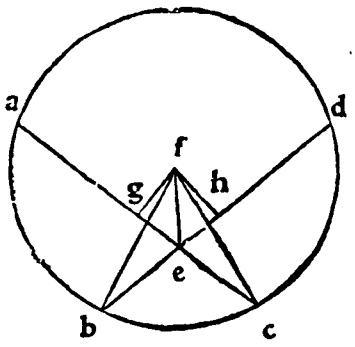


Eucli. ex Zamb. Theorema 29. propoſitio 35.

35 ¶Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicẽ ſecuerint: rectangulum compræhenſum ſub ſectionibus vnius/ æquum eſt ei quod ſub ſegmentis alterius compræhenditur rectangulo.

¶THEON ex Zamberto. ¶In circulo enim a b c d: duæ rectæ lineæ a c & b d ſeſe inuicẽ ſecent in ſigno e. Dico q̃ rectangulum compræhenſum ſub a e & e c: æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub d e & e b. Si enim a c & b d per centrum ſunt/ vt e centrum ſit circuli a b c d: manifeſtum eſt q̃ ſi a e, e c, d e & e b ſunt æquales/ rectangulum compræhenſum ſub a e & e c æquum eſt ei quod compræhenditur ſub d e & e b rectangulo.

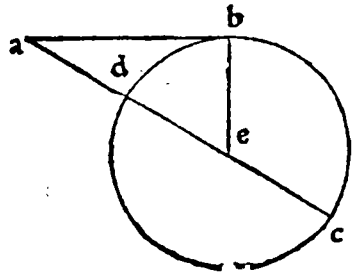




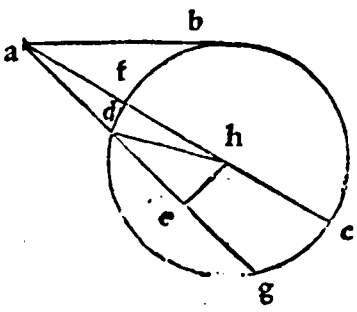
Sint iã a c & d b: nõ extenſæ per centrũ. & ſit centrũ circuli a b c d: ſitq; illud f, per primã tertii. & ab f in a c & d b rectas lineas: excitentur per 12. primi perpẽdiculares f g & f h: & cõnectãtur f b, f c, & f e. Et quoniã per 3 tertii/recta linea quædã per centrum extenſa f g, quandam rectam lineam nõ per centrum tranſeuntem a c ad angulos rectos ſecat: & bifariam eam diſcindit. æqualis igitur eſt a g ipſi g c. Et quoniam recta linea a c diſcinditur in æqualia in g, in inæqualia autẽ in e: rectangulũ igitur cõprehenſũ ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex e g per 5 ſecundi quadrato/ æquum eſt ei quod fit ex g c. Cõmune apponatur id quod fit ex g f. Quod fit igitur ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex e g & g f: æquum eſt eis quæ fiunt ex c g & g f. Sed eis quæ fiunt ex e g & g f: æquum eſt id quod fit ex f e per 47 primi. eis autem quæ fiunt ex c g & g f: æquum eſt id quod fit ex f c per eandẽ. Quod igitur fit ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ex f c. Aequalis autem eſt f c ipſi f b. Ex centro enim in circunferentiam. Quod fit igitur ſub a e & e c vna cum eo quod fit ex e f: æquũ eſt ei quod fit ex f b. Et per hoc quod fit ſub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ex f b. Oſtenſum autem q; id quod fit ſub a e & e c vna cum eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ex f b. Quod fit igitur ſub a e & e c, vna cũ eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ſub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e. Commune auferatur id quod fit ex f e. Reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub a e & e c: æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub d e & e b. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: rectangulum comprehẽſum ſub ſectionibus vnius / æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub ſectionibus alterius. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 35.

SI extra circulum punctus ſignetur/ab eo autem ad circulum alia linea ſecãs/alia contingẽs duæ rectæ lineæ ducantur: quod ſub tota ſecãte atq; parte ſui extrinſeca continetur/æquũ eſt ei quadrato quod ex contingente linea deſcribitur. 35

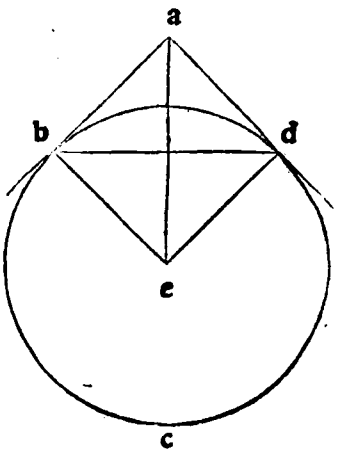


¶ CAMPANVS. ¶ Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius centrum e. a quo ducantur ad circulum: duæ lineæ a b contingens & a d c ſecans. Dico q; illud quod fit ex a c in d a: æquum eſt quadrato lineæ a b. Aut enim a d c tranſit per centrum: aut non. Tranſeat ergo primo per centrum/quod eſt e: & ducatur linea e b, quæ per 17 huius/perpẽdicularis erit ſuper lineam a b. Et quia linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto e, & eſt ei addita linea d a: erit per ſextã ſecũdi/quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi/æquale quadratis duarum linearum e b & b a, propter id q; angulus b eſt rectus. Dempto ergo vtrinq; quadrato e b: erit quod fit ex c a in a d, æquale quadrato lineæ a b. quod eſt propoſitum. ¶ Q; ſi linea a d c non tranſit per centrum: ſumatur a f e g tranſiens per centrũ. & ducantur lineæ e d & e h. & ſit e h: perpendicularis ad a d c. eritq; per 3 huius/d h: æqualis h c. Quia ergo linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto h, & addita ſibi linea a d: erit per 6 ſecundi/quod fit ex c a in a d cum quadrato d h, æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito vtrinq; quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d cũ quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e propter id quod angulus h eſt rectus/ & ideo cum quadrato e f propter id quod e d & e f ſunt æquales: æquale quadratis duarum linearum a h & h e, & ideo per penultimã primi quadrato lineæ a e. Sed per ſextam ſecundi / quod fit ex g a in a f cum quadrato f e, æquale eſt quadrato lineæ a e. Quia ergo vtrunq; eorũ quæ fiunt ex c a in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e eſt æquale quadrato lineæ a e: ipſa erũt inter ſe æqualia. Dempto ergo vtrinq; quadrato lineæ e f: erit quod fit ex



e a in a d, æquale ei quod fit ex g a in a f. Sed id quod fit ex g a in a f: eſt æquale quadrato lineæ a b, per præmiſſum modum huius. Ergo quod fit ex c a in a d: eſt æquale quadrato lineæ a b. Quod eſt propoſitum.

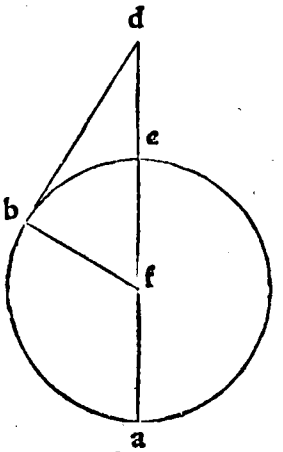
¶ CAMPANI additio. ¶ Et ex hac nota/ꝙ pũcto extra circulum ſignato / ſi ab ipſo ad circulum quotlibet ſecantes lineæ ducantur/rectangula quæ continentur ſub totis & earum portionibus extrinſecis/ adinuicem ſunt æqualia: quoniam omnia ſunt æqualia quadrato lineæ contingentis. ¶ Nota etiam ꝙ ſi a quolibet puncto extra circulum ſignato duæ lineæ contingentes ad circulum ipſum ducantur: ipſæ erũt adinuicem æquales. Erit enim quadratum vtriuſq; earum: æquale ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto ducta in circulum in partem eius extrinſecã. Hoc autem euidẽtius patet per penultimã primi. ¶ Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius centrum e. & ab ipſo a ducantur duæ lineæ a b & a d: contingentes circulum in punctis b, d. Dico ipſas eſſe æquales. Producam enim lineas e a, e b & e d. eritq; per 17 huius/ vterq; angulorum b & d: rectus. Quare per penultimam primi/ quadratũ a e: erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b & b e, ſimiliter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e: ſunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarũ quæ ſunt b e & e d ſunt æqualia: erunt quadrata duarum quæ ſunt a b & a d, æqualia. ergo eſt a b: æqualis a d. quod eſt propoſitum. ¶ Aliter etiam. Ducatur linea b d. eritq; per 5 primi/ ãgulus e b d, æqualis angulo e d b: propter id quod linea e b eſt æqualis lineæ e d. Et quia vterq; duorum angulorum b & d eſt rectus: erit per communem ſcientiam angulus a b d reſiduus/ æqualis angulo a d b reſiduo. per ſextam ergo primi/ eſt linea a b: æqualis lineæ a d.

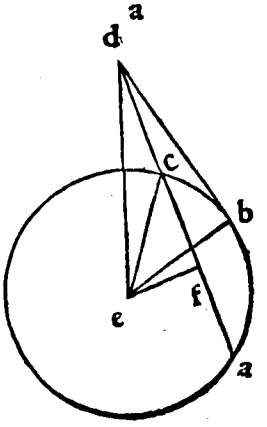


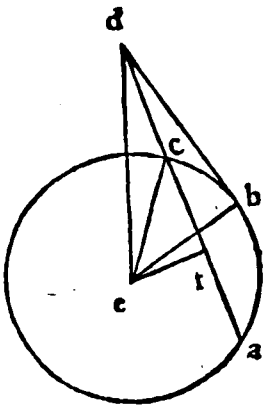
Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 36.

36 ¶ Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod/ ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ/ & earum altera circulum diſpeſcat altera vero tangat: quod ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam compræhenditur rectangulum/ æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Extra circulum igitur a b c: ſumatur ſignũ aliquod/ ſitq; illud d. & ab ipſo d: in circulum a b c cadant duæ rectæ lineæ d c a & d b. ſecet autem circulum a b c, recta linea d c a: & b d tãgat. Dico ꝙ rectangulum compræhẽſum ſub a d & d c: æquum eſt ei quod fit ex b d quadrato. Recta linea d c a: aut eſt per centrum extenſa / aut non. Sit primum extenſa per centrum. ſitq; per primam tertij/ f: centrum circuli a b c. & coniungatur f b. Angulus igitur f b d: rectus eſt. Et quoniam recta linea a c bifariam diſcinditur in f, adiacetq; ei recta linea c d: quod fit igitur per 6 ſecundi/ ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f c, æquum eſt ei quod fit ex f d. Aequalis autẽ eſt f c: ipſi f b. ex centro enim in circunferentiam. Quod fit igitur ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum eſt ei quod fit ex f d. Aequum autẽ eſt id quod fit ex f d: eis quæ fiunt ex f b & b d per 47 primi. rectus enim eſt angulus qui eſt ſub f b d. Quod igitur fit ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum eſt eis quæ fiũt ex f b & b d. Commune auferatur id quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit ſub a d & d c: æquũ eſt ei quod fit ex d b tangente. ¶ Sed recta linea d c a: non ſit extenſa per centrum circuli a b c. Sitq; per primã tertij/ e: centrum circuli a b c. & ab e in a c: per 12 primi perpendicularis excitetur e f. & cõnectantur e b, e c, & e d. rectus igitur eſt angulus e f d. Et quoniam recta linea quædam per centrum extenſa e f, per 3 tertii rectã lineam quandam non extenſam per cẽtrum a c ad angulos rectos ſecat: & bifariam eam ſecat. Igitur a f: ipſi f c eſt æqualis. Et quoniam recta linea a c bifariam diuiditur in f ſigno adiacet autem ei c d: quod igitur fit



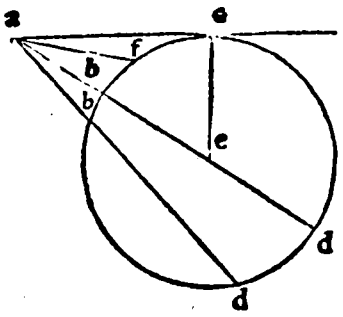




ſub a d & d c vna cum eo quod fit ſub f c, æquũ eſt ei quod fit ex f d per 6 ſecundi. Commune apponatur quod fit ex f e. Quod igitur fit ſub d a & d c vna cum eis quæ fiunt ex c f & f e: æqualia ſunt eis quæ fiunt ex f d & f e. Eis autem quæ fiunt ex f d & f e: æquum eſt id quod fit ex e d per 47 primi. angulus namq; qui eſt ſub e f d: rectus eſt. Eis vero quæ fiunt ex c f & f e: per eandem æquum eſt id quod fit ex c e. Quod igitur fit ſub a d & d e vna cum eo quod fit exe c: æquum eſt eſt ei quod fit ex e d. Aequalis autem eſt e c ipſi e b. ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur fit ſub a d & d c vna cũ eo quod fit ex e b: æquum eſt ei quod fit ex e d. Ei autem quod fit ex e d: per 47 primi/ æqualia ſunt quæ fiunt ex e b & b d. angulus enim qui ſub e b d: rectus eſt. Quod igitur fit ſub a d & d e vna cum eo quod fit ex e b: æquum eſt eis quæ fiunt ex e b & b d. Cõmune auferatur quod fit ex e b. reliquum igitur quod fit ſub a d & d c: æquum eſt ei quod fit ex d b. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod: & quæ ſequuntur reliqua. quod demonſtraſſe oportuit.

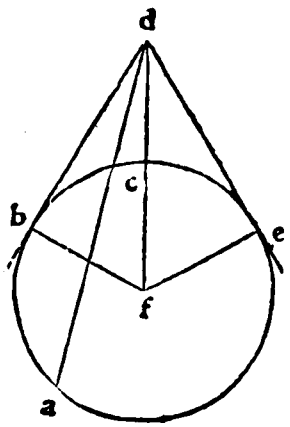
Eucli. ex Camp. Propoſitio 36.

SI fuerit pũctus extra circulum ſignatus a quo duę lineæ ad circunferentiam ducãtur altera ſecans altera circunferentiæ applicata/ fueritq; quod ex ductu totius ſecantis in partẽ ſui extrinſecam æquum ei quod ex ductu applicatę in ſeipſam fit: erit linea applicata ex neceſſitate circulum contingens. 36



CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius centrum e, a quo ducantur ad circulum linea a b d ſecans ipſum/ & linea a c applicata circunferentiæ: & eſto vt quod ſit ex d a in a b, ſit æquale quadrato a c. Dico lineam a c: eſſe contingentem. Et eſt hæc: conuerſa prioris. Si enim non eſt contingens: ſit ergo contingens linea a f. eritq; per præmiſſam quod fit ex d a in a b: æquale quadrato lineæ a f. quare quadratũ lineæ a f: eſt ęquale quadrato lineæ a c. ergo a c: eſt æqualis a f. quod eſt impoſſibile per 8 huius. Erit ergo a c: cõtingẽs. quod eſt propoſitũ. Idẽ oſtẽſiue probabitur. Maneat prior diſpoſitio & hypotheſis. Et ſi linea a b d trãſit per cẽtrũ: ducatur linea c e. eritq; per 6 ſecũdi/ quod fit ex d a in a b cũ quadrato e b, & ideo cum quadrato e c: ęquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b: poſitum eſt æquale quadrato a c. ergo quadratum a c cum quadrato c e: eſt æquale quadrato a e. ergo per vltimam primi/ ãgulus c eſt rectus. Ergo per correlarium 15 huius/ linea a c: eſt cõtingens circulum. quod eſt propoſitum. Si autem a b d non tranſit per centrum: ducatur a puncto a, linea tranſiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partẽ extrinſecam/ eſt æquale ei quod fit ex d a in a b per præmiſſam: ipſum erit æquale quadraro lineæ a c. quare vt prius a c: erit contingens circulum.

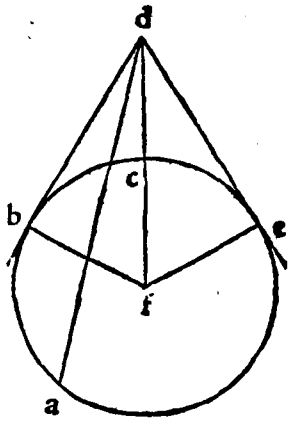
Eucli. ex Zamb. Theo. 31. prop. 37. Cõuerſa præcedentis.



SI extra circulum ſumatur ſignum aliquod/ & ab eo ſigno in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint/ & earum altera circulum ſecet altera vero cadat/ ſit autem quod fit ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget. 37

THEON ex Zamberto. Extra circulũ igitur a b c: ſumatur ſignum ſitq; illud d. & ab ipſo d: in circulum a b c incidant duæ rectæ lineæ d c a & d b. & d c a quidem circulum ſecet: & d b incidat. Sit autem quod fit ſub a d & d c: æquum ei quod fit ex d b. Dico q; d b: ipſum tangit circulum a b c. Excitetur enim per 17 tertij recta linea contingens circulum a b c: ſitq; illa d e. Sitq; per primam eiuſdem/ ſi centrum circuli a b c. et

connectantur f e, f b, & f d. Angulus igitur f e d rectus eſt. Et quoniã recta linea d e ipſum circulum a b c tangit/ & recta linea d c a ſecat: quod fit igitur ſub a d & d c, æquum eſt ei quod fit ex d e per præcedentẽ. Recipitur autẽ q; id quod fit ſub a d & d c æquũ ſit ei quod fit ex d b. Quod igitur fit ex d e: æquum eſt ei quod fit ex d b. Aequalis igitur eſt d e: ipſi d b. Eſt autem & f e: æqualis ipſi f b. ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam d e & e f: duabus d b & b f ſutnæquales. & baſis earum communis eſt f d. Angulus igitur d e f: per 8 primi/ãgulo d b f eſt æqualis. Rectus autẽ eſt angulus d e f. rectus igitur eſt/ & qui ſub d b f. Et f b eiecta: dimetiens eſt. quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit per 16 tertij. Recta linea igitur d b: circulũ a b c tangit. Similiterq; oſtendetur: ſi centrum ſuper a c contingat. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod: & reliqua quæ ſequuntur. quod demonſtraſſe oportuit.



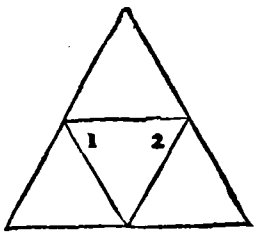
¶EVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum tertij libri FINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber quartus.

EX Campano. Diffinitiones.

1 Figura intra figuram dicitur inſcribi quãdo ea quæ inſcribitur eius in qua iſcribitur latera vno quoq; ſuorum angulorũ ab interiore parte contingit.

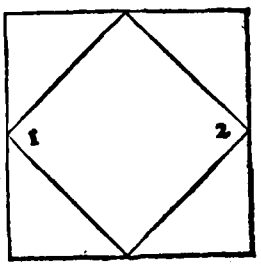
2 ¶Circunſcribi vero figura figuræ perhibetur: quoties ea quidem figura/ eius cui circunſcribitus omnibus omnes angulos contingit.

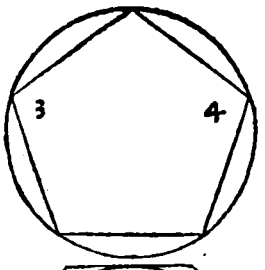


EX Zamberto. Diffinitiones.

1 Figura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitur: quãdo vnuſquiſq; inſcriptæ figuræ ãgulus/ vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur tangit.

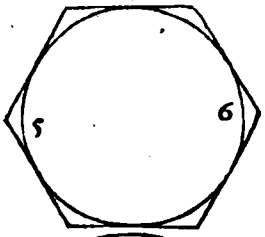
2 ¶Figura autem ſimiliter circa figurã deſcribi dicitur: quando vnumquodq; latus circunſcriptæ/ vnũquenq; angulum eius circum quem deſcribitur tangit.





¶Figura rectilínea in circulo deſcribi dicitur: quando vnuſquiſq; angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 3

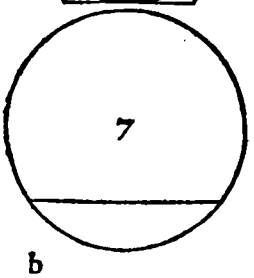
¶Circulus vero circa figuram rectilíneam deſcribi dicitur: quando circuli circunferentia vnumquēq; eius circum quā deſcribitur, angulum tangit. 4.



¶Circulus autem in figura rectilínea deſcribí dicitur: quando circuli circunferentia vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur, tangit. 5

¶Figura vero rectilínea circa circulum deſcribi dicitur: quādo vnumquodq; latus circunſcriptæ circuli circunferentiā tangit. 6

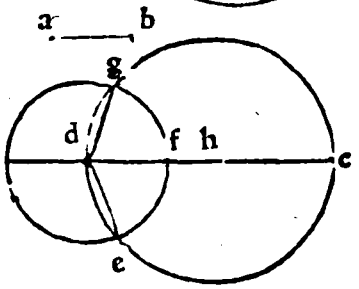
¶Recta línea in circulo congruere dicitur: quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt. 7



Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

INtra datum circulum: datæ lineæ rectæ quæ diametro minime maior exiſtat, æquam rectā lineam coaptare. 1

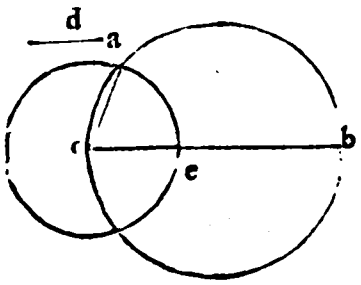
¶CAMPANVS. ¶Sit linea data a b, circuluſq; datus c d e cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b. volo intra datum circulum: coaptare lineam æqualem a b. quæ ſi fuerit æqualis diametro: conſtat propoſitum. Si autem minor: ex diametro ſumatur d f: et æqualis. & ſuper punctum d ſecundum quantitatem lineæ d f: deſcribatur circulus f e g, ſecans datum circulum in punctis g & e. ad alterum quorum: ducatur linea a puncto d, vt d e vel d g. eritq; vtralibet earum æqualis lineæ a b, eo q; vtraq; earum eſt æqualis lineæ d f per diffinitionem circuli. quare habemus propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Problema 1. propoſitio 1.

¶In dato circulo, datæ rectæ lineæ minime maiori circuli diametro exiſtenti: æqualem rectam lineam coaptare. 1

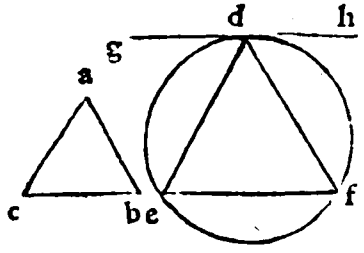
¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto datus circulus a b c. data vero recta línea non maior circuli diametro: eſto d. oportet iam in dato circulo a b c: ipſi d rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli a b c, dimetiēs: ſitq; b c. Si b c æqualis eſt ipſi d: iam factum eſt id quod proponitur. in dato enim circulo a b c, coaptatur recta linea b c: æqualis ipſi d. Si autem maior eſt b c, ipſa d: ponatur per 2 primi, ipſi d æqualis c e. Et cētro quidem c, ſpacio vero c e: per 3 poſtulatum, circulus deſcribatur e a f. & connectatur c a. Quoniam igitur centrum circuli e a f, eſt ſignum c: per 15 diffinitionē primi, æqualis eſt c a ipſi c e. Sed ipſi d: æqualis eſt ipſa c e. Igitur per primā cōmunem ſententiam & d: æqualis eſt ipſi a c. In dato circulo igitur a b c, datæ rectæ lineæ d: æqualis aptatur c a. quod oportebat facere.



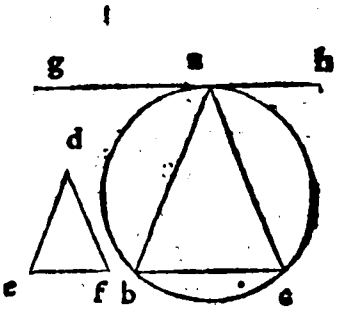
Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

INtra aſſignatū circulum: triangulum triangulo aſſignato æquiangulum collocare. 2

¶CAMPANVS. ¶Sit aſſignatus triāgulus a b c: aſſignatuſq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum: collocare vnū triangulum æquiangulū triangulo a b c, æquilaterum enim non eſt neceſſarium eſſe: ſed eſt poſſibile. Produco g d h: cōtingētem circulum in puncto d. ſuper quem facio angulū h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c: & angulum g d e, ducta linea d e, æqualē angulo b, & protraho lineā e f, eritq; per 31 tertij, āgulus e, æqualis āgulo c; quia vterq;



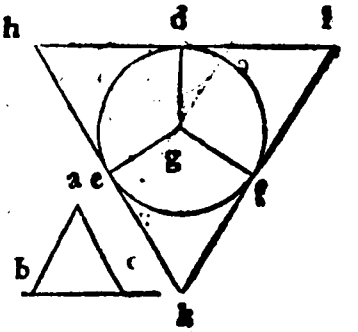
eſt æqualis angulo h d f.c quidem:per poſitionem.e vero:per 31 tertiſ. Eadem ratione erit angulus f:æqualis angulo b.quare per 32 primi/d tertius:erit æqualis a,tertio.quare habemus propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Problema 2.propoſitio 2.

2 ¶In dato circulo : dato triangulo æquiangulum triangulum deſcribere.

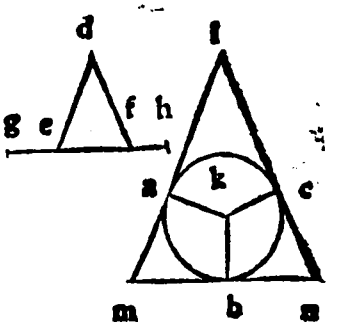
¶THEON ex Zamb. ¶ Sit datus orbis a b c : datū autem triangulū d e f.oportet iam in dato circulo a b c:ipſi d e f triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Excitetur inquā per 17 tertij/recta linea tangens ipſum orbē a b c,ſitq; g a h:& tangat in a.& cōſtituatur per 23 primi/ad rectam lineā a h & ad ſignum in ea a:ei angulo qui eſt ſub d e f,æqualis angulus h a c.ad rectā vero lineā a g & ad ſignū in ea a:ei qui eſt ſub d f e angulo:æqualis angulus g a b,per eandem.& coniūgantur b c. Quoniā circulum a b c tangit quædam recta linea g a h,& ab a contactu in circulum ducitur recta linea a c:angulus igitur qui eſt ſub h a c, per 32 tertij/æqualis eſt ei qui ſub alterno eſt circuli ſegmento/a b c angulo. Sed āgulus h a c:ei qui eſt ſub d e f,eſt æqualis.āgulus igitur a b c:ei q ſub d c f eſt āgulo eſt æqualis.Et per hoc/angulus a c b:ei q eſt ſub d f e angulo/eſt æqualis.Et reliquus igitur angulus b a c:reliquo e d f eſt æqualis.Aequiāgulum igitur eſt triangulū a b c,ipſi d e f triangulo:& deſcribitur in dato circulo a b c.In dato igitur circulo:dato triangulo æquiangulum triangulum deſcribitur.quod facere oportebat,



Eucli.ex Camp. Propoſitio 3.

3 CIrca aſſignatum circulum:aſſignato triangulo triangulum æquiangulum deſcribere.

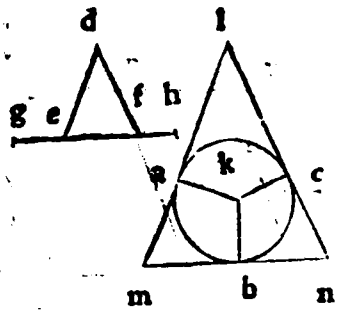
¶CAMP. ¶Sint vt prius/aſſignatus triāgulus a b c:aſſignatuſq; circulus d e f,cuius cētrū g.circa hūc circulū: volo deſcribere vnū triangulū æqangulū triangulo a b c. æqlaterū eni nō eſt neceſſariū:ſed ē poſſibile.Producā baſin b c in vtrāq; partē: vt fiāt duo āguli extriſeci.& a cētro g: producā lineā g d ad circūferētiā.& cōſtituā āgulū d g e,ducta linea g e:æqualē āgulo b extriſeco.& d g f,ductā linea g f:æqualē c extrinſeco.& a pūctis d,e,f, producā in vtrāq; partē lineas orthogonaliter:q̄ p correlariū 15 tertij/erūt cōtigētes circulū.quas protrahā quouſq; cōcurrant in punctis h,k,l.Neceſſe eſt enim ipſas cōcurrere.cū enī vterq; āgulorū q ſūt ad d,& vterq; eorū q ſūt ad e,ſit rect9: ſi itelligatur protrahi linea d e,erūt duo āguli q ſunt ad partē h minores duobus rectis.quare p penultimā petitionē/in partē illā protractę:cōcurrent lineæ l d h,k e h. Eadē rōne cōcurrēt duæ lineę h d l,k f l:cū vterq; angulorū q ſūt ad f,ſit etiā rectus.Quia ergo in quadrilatero h d e g,duo anguli d & e ſūt recti:erūt duo anguli g & h æquales duob9 rectis.cuiuſlibet enī quadrilateri quatuor anguli:ſūt æquales quatuor rectis:vt mōſtratū ē ſupra 32 primi.Et qa duo anguli b intriſec9 & extriſec9 ſūt ſimiliter æquales duob9 rectis p 13 primi/at vero b extriſec9 poſitus ē ęq̄lis d g e: erit itrinſec9 h,ęqualis h.Simili quoq; rōne erit c itrinſec9:æqualis l. Et qa duo anguli b & c intriſeci ſūt minores duob9 rectis p 17 primi:erūt ſimiliter duo anguli h & l minores duob9 rectis.quare p penultimā petitionē/dūę lineę h e & l f protractę:cōcurrēt i pūcto k.fietq; triāgul9 h k l. & quia angul9 h ē æqualis angulo b intriſeco/& angul9 l angulo c intriſeco:erit p 32 primi/angul9 k æqualis angulo a.quare habem9 propoſitū.



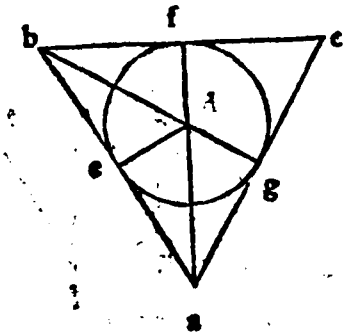
Eucli.ex Zamb. Problema 3.propoſitio 3.

3 ¶Circa datum circulum:dato triangulo ęquiangulum triāgulum deſcribere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c : datum autem triangulum ſit d e f.oportet circa a b c circulum : ipſi d e f triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Extendatur e f ex vtraq; parte: in g,h,ſigna.Et ſumatur per primam tertij/centrum circuli a b c:ſitq;



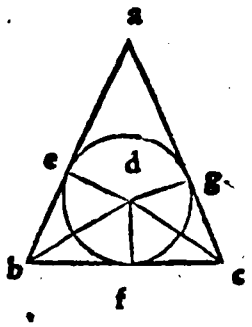
illud k. Et ducatur vtcunq; recta linea k b. Et conſtituatur per 23 primi/ad k b rectã lineam, ad ſignumq; in ea k: angulo qui eſt ſub d e g, æqualis angulus b k a angulo ſautem d f h: æqualis angulus b k c. Et per ſigna a, b, c, per 17 tertij/excitentur rectæ lineæ tangentes circulum a b c: ſintq; l a m, m b n, n c l. Et quoniam rectæ lineæ l m, m n, & n l tangunt circulum a b c in ſignis a, b, c, & a centro k in a, b, c, ſigna coniunctę ſunt k a, k b, & k c: anguli igitur qui ſunt ad ſigna a, b, c, recti ſunt. Et quoniam quadrilateri a m b k, quatuor anguli quatuor rectis ſunt æquales/& quoniam quadrilaterum a m b k in duo triangula diuiditur quorum anguli k a m & k b m duo recti ſunt: reliqui igitur ãguli a k b & a m b duobus rectis ſunt æquales. Anguli autem d e g & d e f: per 13 primi/duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur a k b & a m b, anguli d e g & d e f ſunt æquales. quorum angulus a k b: angulo d e g eſt æqualis. reliquus igitur angulus a m b: reliquo angulo d e f eſt æqualis. Similiter quoq; oſtendetur: q; & angulus l n m angulo d f e eſt æqualis. & reliquus igitur angulus m l n: reliquo ãgulo e d f eſt æqualis. æq; ãgulũ igitur eſt triãgulũ l m n ipſi d e f triãgulo: & deſcribitur circa circulũ a b c. Circa circulũ igitur datum: dato triangulo æquiangulũ deſcriptũ eſt. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

INtra datum triangulum: circulum deſcribere. 4

¶ CAMPANVS. ¶ Sit aſſignatus triangulus a b c. Volo intra ipſum: circulum deſcribere. Hæc eſt quaſi conuerſa ſecundę. Diuido enim duos eius angulos a & b: per æqualia. a quidem: ducta linea a d. b vero: ducta linea b d. quæ concurrent in puncto d: a quo ducã perpendiculares ad tria latera ipſius trianguli. d e quidem: ad a b. d f: ad b c. & d g: ad a c. Et quia duorum triãgulorum e a d & g a d, angulus a vnius/eſt æqualis angulo a alterius/& vterq; angulorum e & g rectus/& latus a d cõmune: erit per 26 primi/linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cum duorum triangulorum e b d & f b d/angulus b vnius/ſit æqualis angulo b alterius/& vterq; angulorum e & f rectus/latus quoq; d b commune: erit per eandem/linea e d æqualis lineæ d f. quare tres lineæ d e, d f, d g: ſunt æquales. Poſito ergo cẽtro i n d, deſcriptus circulus ſecũdũ quãtitatẽ vnius earũ: trãſibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et qa p correlariũ 15 tertij/vnaq; linearũ a b, b c, c a, erit cõtingẽs circulũ: patet pfectũ eſſe propoſitũ.



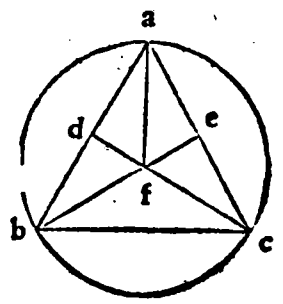
Eucli. ex Zamb. Problema 4. propoſitio 4.

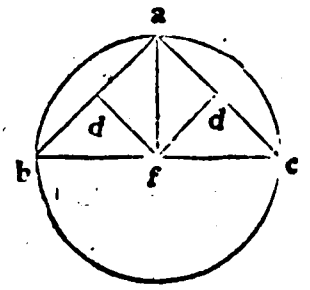
¶ In dato triangulo: circulum deſcribere. 4

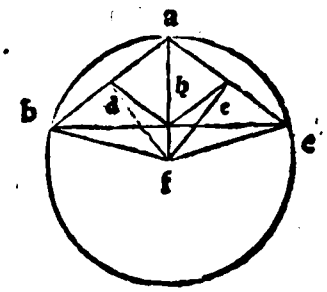
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datum triãgulum a b c. oportet ſam in triãgulo a b c: circulũ deſcribere. Secẽtur p 9 primi/ãguli a b c & a c b biſariã: ſub rectis lineis b d & c d q̃ cõcurrãt adinuicẽ i ſigno d. Excitenq; p 12 primi/ab ipſo d, in ipſas a b, b c, & c a rectas lineas: perpẽdiculares d e, d f & d g. Et qm̃ æqualis ẽ ãgulus a b d ãgulo c b d, & ãgulus b e d rectus æqualis eſt ãgulo b f d recto: duo iã triãgula ſũt e b d, f b d, duos ãgulos duobus ãgulis habẽtia æquales/& vnũ latus vni lateri æquale explicatũ ſub vno eq̃liũ ãgulorũ eorũ/cõe autẽ b d. & reliqua igit latera per 26 primi/reliqs lateribꝰ eq̃lia habebũt. æqualis igit ẽ d e: ipſi d f. & p hoc iã & d g: ipſi d f ẽ æqualis. quare & d e ipſi d g ẽ æqualis. tres igit d e, d f & d g: ſibi inuicẽ ſũt æquales per primã cõmunẽ ſentẽtiã. Cẽtro igit d, ſpatio vero aut d e aut d f aut d g, circulus deſcriptus: per reliqua ſigna trãſiet. & tãget rectas lineas a b, b c & c a: qm̃ ãgulꝰ e, f, g, ſignis exiſtẽtes/recti ſũt. Si eni eas ſecat: erit ab extremitate diametri circuli ad ãgulos rectos excitata/i circulũ cadẽs. qđ eſſe ipoſſibile: patuit p 16 tertij. Circulus igitur deſcriptus cẽtro d, ſpatio vero aut d e aut d f aut d g: rectas lineas a b, b c & c a non ſecat. tanget igitur eas per correlarium eiuſdem. & erit circulus deſcriptus in triangulo a b c. In dato triangulo igitur a b c: circulus deſcriptus eſt e f g. Quod facere oportebat.

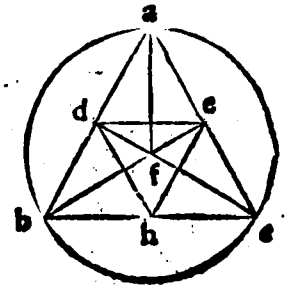
5 CIrca trigonum aſſignatum/ ſiue illud ſit orthogonium/ſiue amblygonium/ſiue oxygonium:circulum deſcribere.

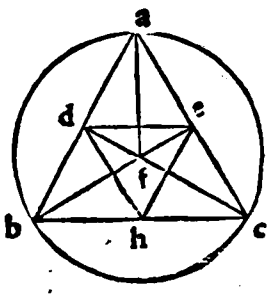
¶CAMPANVS. ¶ Sit trigonus aſſignatus a b c. Volo circa ipſũ:deſcribere circulũ. Hęc eſt quaſi conuerſa tertię. Diuido duo eius latera a b & a c:per æqualia.a b qdẽ:in pũcto d.& a c:i pũcto e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c:quas protraho quouſq; concurrant in puncto f:ſintq; d f & e f. Concurrent enim.quoniam eum vterq; angulorũ d & e ſit rectus/ſi intelligatur protrahi linea d e:fient duo anguli ad partem in quam prohahunt/minores duobus rectis. quare concurrent per penultimam petitionem. igitur a puncto f qui eſt punctus concurſus/quem dico eſſe centrum circuli quæſiti/ protraho lineas ad ſingulos angulos:quæ ſunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f ſunt æqualia duobus lateribus b d & d f trianguli b d f,& angulus d vnius angulo d alterius/quia vterq; rectus:erit per 4 primi f a æq̃lis f b. Eadẽ ratione erit f a æq̃lis f c:cõparatis lateribus angulis duorum triangulorum a c f & c e f. ergo per 9 tertij/punctum f: erit centrum circuli:quæſiti. Hæc eſt vniuerſalis demonſtratio ad omnes ſpecies trigoni. ¶Quia tamen auctor videtur velle medium variare diſtinguendo inter orthogonium/amblygonium & oxygonium:de quolibet eorum ſigillatim eſt demonſtrandum. ¶Sit ergo trigonus propoſitus orthogonius:ſitq; angulus a, rectus. Latus b c a reſpiciens hunc angulum rectum/diuido per æqualia in f:a quo puncto quem dico eſſe centrum circuli/ad medium punctum vtriuſq; duorum reliquorum laterum qui ſit d, duco lineã f d. Et quia linea f d diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia:ipſa erit æquidiſtans tertio/videlicet lineæ a c. hoc enim demonſtratum eſt:ſupra 39 primi. Et quia angulus a poſitus eſt rectus:erit per ſecundam partem & per tertiam 29 primi/ vterq; angulorum qui ſunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a. eritq; per 4 primi/linea a f æqualis lineæ b f:comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, b d f. Et quia linea b f eſt æqualis lineæ c f:erunt tres lineæ b f, a f, c f adinuicem æquales. quare per 9 tertij/ erit f:centrum circuli quæſiti. ¶Sit rurſus trigonus a b c, amblygonius: ſitq; angulus a, obtuſus. Latus b c reſpiciens hunc angulum obtuſum/ diuido per æqualia in puncto h:a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum/quæ ſunt d & e: duco lineas h d & h e. eritq; d h æquidiſtans a c,& e h æquidiſtans a b: propter id quod demonſtratum eſt/ſupra 39 primi. videlicet q; linea ſecans duo latera alicuius trianguli per æqualia:tertio eſt æquidiſtans. quare per ſecundam partem 29 psimi/eritvterq; duorũ angulorũ b d h & c e h:æqualis angulo a. & ideo vterq; obtuſus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, et e f ad lineam a c, quouſq; concurrant in puncto f quem dico eſſe centrum circuli(manifeſtum eſt enim eas concurrere:propter cauſam prius dictam) ſecabit vtraq; earum/ lineam b c quæ reſpicit obtuſum/& concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui eſt punctus cõcurſus earum/produco lineas f a, f b, f c:quæ per 4. primi bis aſſumptam erunt æquales/comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f. quare per 9 tertij/f. eſt centrum circuli quæſiti. ¶Eſto iterum vt trigonus a b c: ſit oxygonius. Diuiſis omnibus eius lateribus per æqualia/ videlicet latere a b in puncto d, et latere a c in puncto e,& b c in puncto h:protraho lineas d e, d h & e h. eritq; d h æquidiſtans a c,& e b ipſi a b: propter id quod demonſtratum eſt/ ſuper trigeſimãnonã primi. quare per ſecundam partem 29 primi/







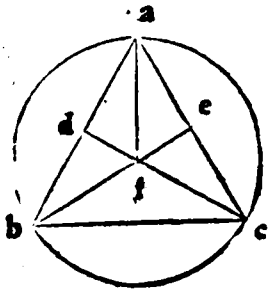




vterq; angulorum b d h, c e h erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineã a b, & e f ad lineam a c: manifestum est eas concurrere intra triangulũ a b c. sitq; punctus concursus/ f: quem dico esse centrum circuli. produco enim lineas f a, f b, f c: quę per 4 primi bis assumptam vt prius/ erunt æquales. quare per 9 tertij/ erit f: centrum circuli quæsiti.

¶ CORRELARIVM. ¶ Per prædicta patet/ q; si triágulus fuerit orthogonius: centrum circuli circunscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius: centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius: cadet intra triangulum.

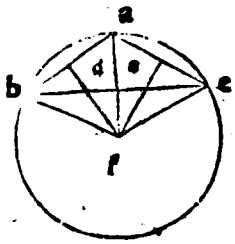
Eucli. ex Zamb. Problema 5. propositio 5.



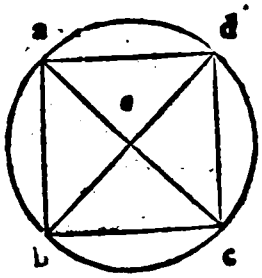
¶ Circa datum triangulum: circulum describere. 5

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit datum triangulum a b c. oportet iam circa datum triangulum a b c: circulum describere. Secẽtur enim per 10 primi/ a b & a c rectę lineæ bifariam: in d & e signis. & ab ipsis d, e, signis: ipsis a b & a c per 11 primi ad angulos rectos excitentur d f & e f. Concurrunt autem: aut intra ipsum triãgulũ a b c, aut in ipsa recta linea b c, aut extra rectam lineam b c. Concurrant igitur primũ intra ipsum triangulum: in f signo. connectanturq; per primum postulatum: f b, f c & f a. Et quoniam æqualis est a d ipsi d b, cõmunis autem d f & ad angulos rectos: basis igitur a f per 4 primi/ basi f b est æqualis. Similiter iam ostendemus: q; & c f ipsi a f est æqualis. quare f b: ipsi f c est æqualis. Tres igitur f a, f b & f c: sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f, spatio vero aut f a aut f b aut f c, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit circulus descriptus circa triangulum a b c. describatur iam sicut a b c. ¶ Sed rectæ lineę d f & e f: concurrant super b c recta linea in signo f, sicut secũda habet descriptio. & connectatur a f. similiter quoq; ostendemus q; f signum: centrũ est circuli descripti circa a b c triangulum. ¶ Sed iam d f & e f rectæ lineæ: concurrant extra ipsum triangulum a b c in signo f. Rursus sicut habet tertia descriptio: coniũgãtur a f, f b & f c rectæ lineæ. & quoniam rursus æqualis est a d ipsi d b, cõmunis autem d f: basis igitur a f per 4 primi/ basi b f est æqualis. Similiter quoq; ostẽdemus: q; & c f ipsi a f est æqualis. Centro rursus igitur f, spatio vero aut f a aut f b aut f c, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit descriptus circa a b c triãgulum. describatur sicut a b c. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est. quod facere oportebat.





¶ CORRELARIVM. ¶ Et manifestum est q; quando introrsum trianguli/ cadit centrum circuli: angulus b a c existens in maiori circuli segmẽto/ recto minor est. Quando autem in b c rectam lineam: in semicirculo existens angulus/ rectus est. Quãdo vero extra ipsam b c rectam lineam/ centrum cadit: angulus b a c existens in minore circuli segmento/ recto maior est. Quare & quando minor recto contingit datus angulus: introrsum ipsius trianguli concurrunt d f & e f rectæ lineæ. Quando autem rectus: super b c. Quando vero maior recto: extra ipsam b c. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 6.

ANtra datum circulum: quadratum describere. 6

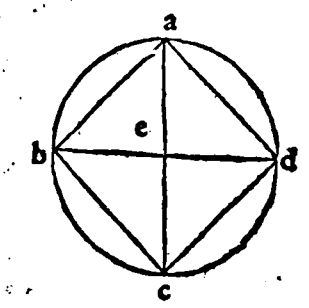
¶ CAMPANVS ¶ Sit datus circulus a b c d: cuius centrũ e. volo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d: secantes se orthogonaliter supra centrum e. quarum extremitates cõiungo: protractis lineis

a b,b c,c d,& d a,quas dico continere quadratum quæſitum.ipſę enim erunt æquales adinuicem per 4. primi ter aſſumptam:propter id quod quatuor lineæ e a,e b,e c,& e d ſunt æquales/& quatuor anguli qui ſunt ad e,recti.ſed vnuſquiſq; quatuor angulorũ a,b,c,& d eſt rectus/per primam partem 30 tertij:propter id quod quilibet eorum eſt in ſemicirculo.erit igitur a b c d:quadratum per diffinitionem.Quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Problema 6. propoſitio 6.

6 ¶In dato circulo:quadratum deſcribere.

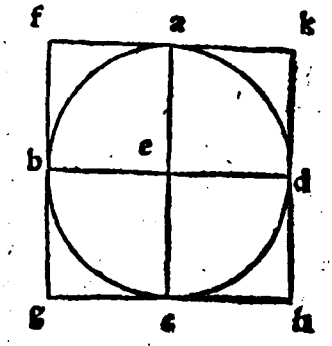
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d.oportet iam in circulo a b c d:quadratum deſcribere. Excitentur enim ipſius circuli a b c d,diametri ad angulos rectos adinuicem:ſintq; a c & b d.et coniungãtur a b,b c,c d,& d a.Et quoniam æqualis eſt b e ipſi e d per diffinitionẽ 15 primi/centrum vero eſt e,cõmunis autẽ et ad angulos rectos e a:baſis igitur a b,per 4. primi baſi a d eſt ęqualis.et per hoc/iam vtraq; ipſarum b c & c d:vtriq; ipſarum a b & a d eſt æqualis.æquilaterum igitur: eſt quadrilaterum a b c d.Dico etiam q; & rectangulum.quoniam enim recta linea b d,dimetiens eſt circuli a b c d:ſemicirculus igitur eſt b a d.rectus igitur eſt ãgulus b a d:per 31 tertij/& per hoc iam & vnuſquiſq; angulorum contentorum ſub a b c,b c d,& c d a:rectus eſt. Rectangulum igitur:eſt quadrilaterum a b c d.oſtenſum autem eſt q; & ęquilaterũ.quadratum igitur eſt:per 27 diffinitionem primi.et deſcribitur in circulo a b c d.quod feciſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 7.

7 CIrca propoſitũ circulum: quadratum deſcribere.

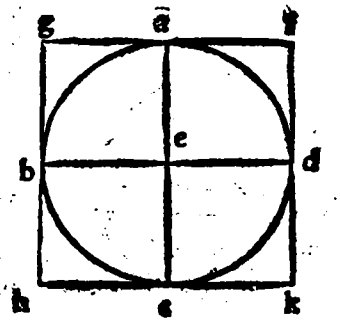
¶CAMP. ¶Sit propoſitus circulus a b c d:cuius centrum e.volo circa ipſum:deſcribere quadratũ. Protraho in ipſo duas diametros a c et b d:ſecãtes ſe orthogonaliter ſuper centrum e.a quarum extremitatibus duco in vtramq; partẽ lineas orthogonaliter:quouſq; quælibet earũ concurrat cũ duabus laterabilibus.ſintq; puncta cõcurſus earum:f,g,h,k.eritq; per correlarium 15 tertij/vterq; angulorum qui ſunt ad vnumquemq; quatuor punctorum,a, b,c,d:rectus.quia ergo in quadrilatero a f b e tres ãguli a,b & e ſunt recti:erit quartus angulus qui eſt f,rectus.habet enim quodlibet quadrilaterum/quatuor angulos æquales quatuor rectis:vt demonſtratum eſt/ſupra 32 primi. Eadem ratione quilibet angulorum g,h,& k:erit rectus.ergo per ſecundam partem 28 primi/duæ lineæ f g & k h,itemq; duæ f k et g h:ſunt æqdiſtãtes.ergo per 34. primi/f k eſt æqualis g h:et f g ipſi k h. Et quia per eãdẽ/f k eſt ęqualis b d,et f g ipſi a c,at vero b d eſt ęqualis a c:erũt quatuor lineæ f k,g h,f g,et k h,æquales.Sed & quatuor anguli f,g,k,h ſunt recti:vt probatum eſt prius.ergo f g k h eſt quadratũ per diffinitionem.Quod eſt propoſitum.

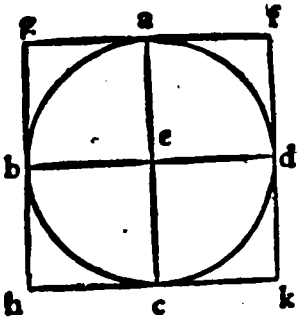


Eucli.ex Zamb. Problema 7.propoſitio 7.

7 ¶Circa datum circulum:quadratum deſcribere.

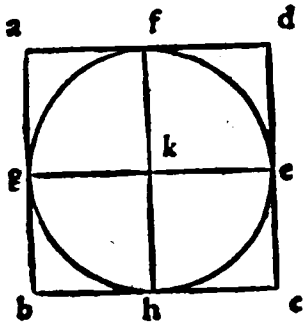
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d.Oportet iam circa ipſum a b c d circulum:quadratum deſcribere.Excitentur ipſius circuli a b c d,duæ diametri ad angulos rectos adinuicem/ſintq; a c et b d: et per ſigna a,b,c,d,excitentur per 17 tertij/rectæ lineæ tangentes circulum a b c d,ſintq; f g,g h,h k,et k f.Quoniam igitur recta linea f g,ipſũ circulum a b c d tangit in ſigno a,& ab e centro in ipſum a contactũ coniungitur recta linea e a:anguli igitur qui ſunt ad a,ſunt recti per 18 eiuſdem.& ob id iam et anguli qui ad b,c,d,ſigna:ſunt recti. Et quoniam angulus a e b rectus eſt/& angulus qui ſub e b g quoq; rectus eſt: parallelus igitur ẽ g h ipſi a c per 28 primi.& ob id quoq;,a c ipſi f k parallelus eſt. Similiter quoq; iam oſtendemus:q; & vtraq; ipſarum g f & h k,ipſi b e d parallelus eſt. parallelogrãma igitur ſunt g d,g c,a k,f b, & b k,æqualis igitur eſt g f ipſi h k:& g h ipſi f k per 34. primi.Et qm̃





æqualis eſt a g ipſi b d, ſed a c vtriq; ipſarum g h & f k eſt æqualis/& b d vtriſq; ipſarum g f & h k eſt æqualis: vtraq; igitur ipſarum g h & f k, vtriq; ipſarum g f & h k eſt æqualis. æquilaterum igitur eſt: f g h k quadrilaterum. Dico q; & rectangulum. Quoniam parallelogrammum eſt g b e a, & angulus a e b rectus eſt: rectus igitur eſt & qui ſub a g b eſt ãgulus/ per 34. primi. ſimiliter quoq; oſtendemus q; & qui ad h, k, f, anguli conſiſtunt: recti ſunt. Rectangulũ igitur eſt. & circa a b c d circuculum: deſcriptum eſt. Circa datum igitur circulum: quadratũ deſcribitur. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.



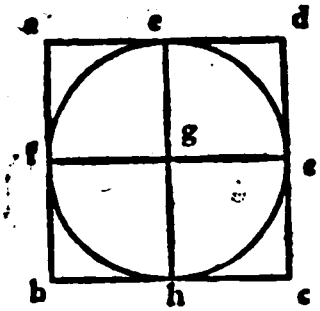
ENtra quadratũ aſſignatum: circulum deſcribere. 8

¶CAMPANVS. ¶Sit quadratum aſſignatum a b c d. Volo intra ipſum: deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi cõuerſa 6. Diuido vnumquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in pũcto f, b a in puncto g, c b in pũcto h, & d c in pũcto e. & produco lineas e g & f h, ſecantes ſe in puncto k: quem dico eſſe centrum circuli. erit enim f h æquidiſtans & æqualis a b, per 33 primi: propter id quod a f & b h ſunt æquales & æquidiſtantes. Similiter per eandem & d c ipſi a b. & quia omnes medietates quatuor laterum ipſius quadrati ſunt adinuicem æquales: erũt per 34. primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h, æquales. ergo per 9 tertij/ k: eſt centrum circuli quæſiti.

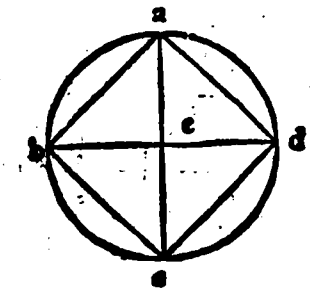
Eucli. ex Zamb. Problema 8. propoſitio 8.

¶In dato quadrato: circulum deſcribere. 8

¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto datum quadratum a b c d. Oportet iã in a b c d quadrato: circulum deſcribere. ſecetur per 10 primi/ vtraq; ipſarum a b & a d: bifariam in e, f, ſignis. & per e: vtriq; ipſarum a b, & d c, per 31 primi/ parallelus excitetur e h. & per f: vtriq; ipſarum a d & b c, per 31 primi/ parallelus excitetur f k. Parallelogrammum igitur eſt vnumquodq; ipſorũ: a k, k b, a h, h d, a g, g c, b g, & g d. & eorum latera/ videlicet quæ ex oppoſito/ ſunt æqualia: per 34. primi. & quoniam æqualis eſt a d ipſi a b, & ipſius a d dimidium ẽ a e, & ipſius a b dimidium eſt a f: æqualis igitur eſt a e: ipſi a f. quare & quæ ex oppoſito: per eandem ſunt æquales. æqualis igitur eſt f g: ipſi e g. Similiter quoq; oſtendemus q; & vtraq; ipſarum g h, & g k: vtriq; ipſarum f g, et g e eſt æqualis. Quatuor igitur g e, g f, g h, & g k: ſibi inuicem ſunt æquales/ per primam communem ſcientiam. Centro igitur g, ſpacio vero aut g e, aut g f, aut g h, aut g k, circulus deſcriptus: tranſiet etiam per reliqua ſigna. & tanget a b, b c, c d, & d a rectas lineas: quoniam anguli qui ſunt ad ſigna e, f, h, k, recti ſunt. Si enim circulus/ rectas lineas a b, b c, c d, & d a ſecat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos/ introrſum ipſius circuli cadit. quod eſt impoſſibile: per 16 tertij. Cẽtro igitur g, ſpatio autem aut g e, aut g f, aut g h, aut g k circulus deſcriptus: ipſas rectas lineas a b, b c, c d, & a d non ſecat. tangit igitur eas per correlarium eiuſdem: & deſcriptus eſt. In dato quadrato igitur: & reliqua quæ ſequũtur. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.



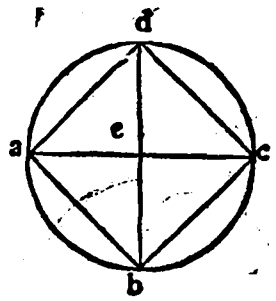
CIrca aſſignatum quadratum: circulum deſcribere. 9

¶CAMPANVS. ¶Sit quadratum a b c d. Volo circa ipſũ: circulum deſcribere. Hæc ẽ quaſi cõuerſa 7. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe in puncto e: quẽ dico eſſe centrũ circuli. Cũ enĩ lineæ a d, & a b ſint æquales: erũt per 5 primi/ anguli a d b & a b d æquales. & quia ãgulus a totalis eſt rectus: erit per 32 primi vterq; eorum medietas recti. ſimili quoq; modo probabitur quemlibet partialium angulorum a prædictis diametris & lateribus quadrati propoſiti contentorum: eſſe medietatem recti. Quia igitur angulus e a d eſt æqualis angulo e d a: erit per 6 primi/ linea e a

æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b: & e c æqualis e d.quare/quia quatuor lineæ e a,e b,e c,c d, ſunt æquales: erit per 9 tertij/e centrum circuli quæſiti.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Problema 9.propoſitio 9.

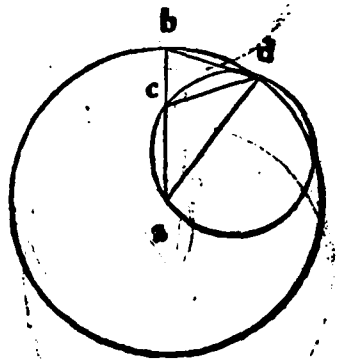
9 ¶Circa datum quadratum:circulum deſcribere.



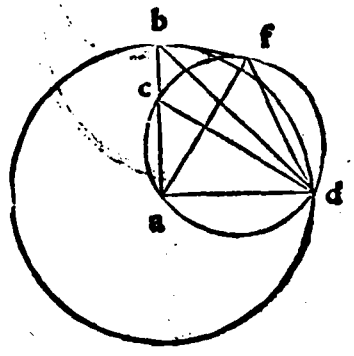
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datũ quadratum a b c d.oportet iam circa a b c d quadratum:circulum deſcribere. Coniunctæ rectæ lineæ a c & d b:ſeſe inuicem ſecent in e.Et quoniam æqualis eſt d a ipſi a b, communis autem a c:duę igitur d a & a c,duabus b a & a c ſunt ęquales/altera alteri.& baſis d c:per 4 primi/baſi b c eſt ęqualis.angulus igitur d a c: per 8 primi/ei qui ſub b a c eſt angulo æqualis eſt. Angulus igitur d a b:bifariam diuiditur ſub a c. Similiter iam oſtendemus ꝙ & vniuſquiſq; angulorum qui ſunt ſub a b c,b c d,& c d a:bifariam diuiditur ſub a c & d b rectis lineis.Et quoniam angulus d a b æqualis eſt angulo a b c,& anguli d a b angulus e a b dimidiũ eſt/& anguli a b c dimidium eſt angulus e b a:angulus igitur e a b angulo e b a eſt æqualis.quare per 6 primi:& latus e a:lateri e b eſt æquale.Similiter iã oſtẽdemus ꝙ & vtraq; ipſarum e a & e b rectarum linearum:vtriq; ipſarum e c & e d eſt æqualis.Igitur e a,e b,e c,& e d:ſibi inuicem ſunt æquales. Cẽtro igitur e, ſpacio vero aut e a,aut e b,aut e c,aut e d,circulus deſcriptus:tranſiet per reliqua ſigna/ & erit deſcriptus circa a b c d quadratum.deſcribatur ſicut a b c d.Circa datum igitur quadratum : circulus deſcribitur:quod feciſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 10.

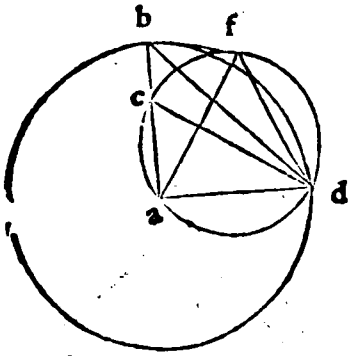
10 DVum æqualium laterum triangulum deſignare: cuius vterq; duorum angulorum quos baſis obtinet/reliquo duplus exiſtat.



¶CAMPANVS. ¶Intentio eſt deſcribere vnum triangulũ duũ æqualiũ laterũ & tertij inęqualis:cuius vterq; angulorũ qui ſuper latus quod eſt reliquis inæquale/exiſtunt/ad tertium duplus exiſtat.Ad hoc autem faciendum:ſumatur linea quęlibet quæ ſit a b,quæ diuidatur ſecundum quod docet 11 ſecũdi:in puncto c:ita ꝙ illud quod fit ex a b in b c ſit æquale quadrato a c.Factoq; puncto a centro:ſecundum ipſius quãtitatem deſcribatur circulus b d e,intra quem per primam huius coaptetur linea b d æqualis lineæ a c.& producãtur duæ lineæ:d a,d c. Dico triangulum a b d:eſſe qualis proponitur. Circunſcribatur circulus qui ſit d c a,per h huius:triangulo d c a.Quia ergo linea d b eſt æqualis lineæ a c :erit quod fit ex a b in b c æquale quadrato lineæ b d.quare per vltimam tertij/b d linea: eſt contingẽs circulum d c a.& per 32 eiuſdem/ ãgulus c d b: eſt æqualis angulo c a d. Poſito ergo communi angulo c d a:erit totus angulus b d a æqualis duobus angulis c a d,c d a.ſed per 32 primi/angulus b c d eſt ęqualis eiſdem:quia extrinſecus ad ipſos. ergo b d a:eſt æqualis angulo b c d.& quia angulus a d b eſt æqualis angulo a b d per 5 primi/eo ꝙ latera a b & a d ſunt æqualia: erit angulus b c d æqualis angulo c b d.ergo per 6 primi/linea c d:eſt æqualis lineæ b d.quare & lineæ c a.ergo per 5 primi/angulus c a d:eſt æqualis angulo c d a.Quia ergo vterq; angulorum c d b & c d a eſt æqualis angulo c a d:erit totus angulus b d a duplus ad angulũ d a b.& ideo angulus a b d ſibi æqualis:duplus eſt etiam ad angulum b a d.quod eſt propoſitum.



¶CAMPANI additio. ¶Forſan dicet aduerſarius circulum d c a circunſcriptum trigono partiali :ſecare circulum b d e in aliquo puncto arcus b d.ita ꝙ ſimul ſecabit lineam b d. vnde ipſa non erit circulo applicata ſicut in demonſtratione ſupponitur:ſed ipſum ſecans. Sit ergo ſi poſſibile eſt:vt ponit aduerſarius.& a puncto b ducatur ad ipſum circulum minorẽ/contingens b f: & ducãtur lineæ f a,f d. eritq;



per penultimã tertij/qđ fit ex a b in b c:ęq̃le quadrato b f.ergo b f eſt ęq̃lis b d.quare per 5 primi/ãgulus b f d eſt:ęqualis ãgulo b d f.& quia per 31 tertij/ãgulus b f a:ẽ ęq̃lis ãgulo a d f:erit ãgulus b d f maior ãgulo a d f.qđ ẽ ipoſſibile:cũ ipſe ſit pars eius. ¶Aliter poſſumus illud refellere:& oſtẽdere q; ille minor circulus nullo modo ſecabit lineã b d. Forſan enim diceret:q; ſecaret eam/non ſecando arcum d b maioris circuli. Si enim poſſibile eſt q; ſecet eam:ſit hoc in puncto h.eritq; quod fit ex a b in b c: æquale ei quod fit ex d b in b h. Monſtratum eſt enim/ſupra penultimam tertij q; ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato quotlibet lineæ ſecantes ad circulum ducantur:quę ſub totis & earum portionibus extrinſecis continẽtur/ æqualia ſuut adinuicẽ. & quia quod fit ex a b in b c eſt ęquale quadrato b d:erit quod fit ex d b in b h æquale quadrato d b.quod eſt impoſſibile:per ſecundam ſecundi.quare conſtat propoſitum. ¶Et nota q; minor circulus neceſſario ſecabit maiorem:& abſcindet ab eo arcum vnum æqualem arcui b d.& maior abſcindet ſimiliter ab eodem vnũ arcum æqualem arcui d c. Quod ſic probatur. Si enim minor non ſecat maiorem:contingit ergo ipſum in puncto d. Et quia per 11 tertij circulorum ſe contingentiũ centra & punctus contactus ſunt in linea vna:erit cẽtrũ minoris circuli in linea a d,propter hoc q; in ea eſt cẽtrũ maioris & pũctus cõtactus. ergo p 30 tertij/ãgulus a c d:eſt rectus. quare & ãgulus a d b:eſt rectus. ſimiliter & ãgulus a b d ſibi ęq̃lis:eſt rectus.qđ eſt ipoſſibile per 32 primi. ¶Secet ergo ipſũ in pũctis e,d.dico arcũ e d maioris/eſſe ęqualẽ arcui d b:et arcũ e d minoris/eſſe ęqualẽ arcui d c. Produco lineas d e,c e et e a.eritq; per 26 tertij/ vnuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſũt d e c, c e a,d a c et a d c,æqualis alij: propter id q; duo arcus d c & c a ſunt æquales per 27 eiuſdem. quare totalis angulus a e d:duplus eſt ad angulum b a d.& ideo æqualis vtriq; angulorum a b d & a d b. Et quia angulus a e d eſt æqualis ãgulo a d e per 5 primi/propter id q; a e & a d ſũt æquales/a cẽtro eni ad circunferentiã:erunt duo anguli e,d,trianguli a e d æquales duobus angulis d & b trianguli a d b. ergo per 32 primi/ reliquus angulus a vnius:eſt æqualis reliquo angulo a alterius. Ergo per 25 tertij/arcus e d maioris/eſt æqualis arcui d b: & per eãdem/arcus e d minoris/eſt æqualis arcui d c.& hoc eſt quod propoſuimus.

Euclid. ex Zamb. Problema 10, propoſitio. 10.

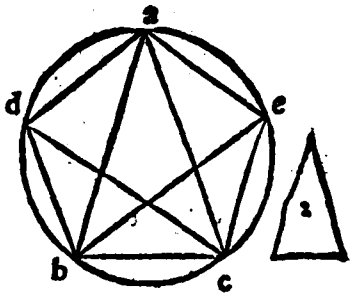
¶Iſoſceles triangulum conſtituere: habens vnumquẽq; eorum qui ad baſin ſunt angulorum duplum reliqui. 10

¶THEON ex Zamb. ¶Ponatur quædam recta linea a b:ſeceturq; per 11 ſecundi in c ſignovt ſub a b & b c cõpręhenſum rectangulũ æquũ ſit ei qđ fit ex c a quadrato. & cẽtro a, ſpacio vero a b:p 3 poſtulatũ circulus deſcribatur b d e. Appliceturq; in circulo b d e ipſi a c rectę lineæ nec maiori exiſtẽti,diametro ipſius circuli b d e, ęqualis recta linea b d/per 1 quarti:& connectantur a d & d c. deſcribaturq; per 5 eiuſdem/circa a c d triãgulum:circulus a c d f. Et quoniã quod fit ſub a b & b c rectangulũ ęquũ eſt ei quod fit ex a c quadrato(id enim receptum eſt)æqualis autem eſt a c ipſi b d:quod igitur fit ſub a b & b c/æquum eſt ei quod fit ex b d. Et quoniam extra circulum a c d f ſuſcipitur ſignum aliquod b ,& ab ipſo b in circulum a c d f cecideruntduæ rectæ lineæ b c a & b d,& earum vna ſecat & altera cadit/& id quod fit ſub a b & b c æquum eſt ei quod fit ex b d: igitur per 37 tertij/b d tangit circulũ a c d f. Quoniam igitur b d tangit in d ſigno/ab ipſo autem d contactu dirigitur d c:ãgulus igitur b d c per 32 eiuſdem æqualis eſt ei qui in alterno eſt circuli ſegmento/angulo qui ſub d a c. Quoniam igitur æqualis eſt angulus b d c angulo d a c: cõmunis apponatur angulus c d a. Totus igitur angulus b d a:ęqualis eſt duobus qui ſub c d a & d a c ſunt angulis. Sed eis qui ſunt ſub c d a & d a c æqualis eſt angulus exterior b c d, per 32 primi.& angulus igitur b d a: æquus eſt angulo b c d. Sed angulus b d a ei qui ſub c b d per 5 primi eſt æqualis: quoniam latus a d per 15 diffinitionem primi lateri a b eſt

æquale.quare & angulus d b a:per 1 communem ſcientiam angulo b c d eſt æqualis.Tres igitur anguli b d a,d b a,& b c d:ſibi inuicē ſunt æquales.Et quoniam æqualis eſt angulus d b c angulo b c d: æquale eſt & latus b d lateri d c.Sed b d:ipſi c a eſt æqualis per hypotheſin.& a c igitur: ipſi c d eſt æqualis.Quare & angulus c d a : per 5 primi angulo d a c eſt æqualis.I gitur anguli qui ſūt ſub c d a & d a c: eius qui ſūt ſub c a d dupli ſunt.Angulus autem ſub b c d: angulis qui ſunt ſub c d a & d a c eſt æqualis.Et angulus igitur b c d: eius qui eſt ſub c a d anguli duplus eſt.Aequalis autem eſt angulus b c d:vtriq; ipſorum ſub b d a & d b a angulorum. Et vterq; igitur eorum qui ſunt ſub b d a & d b a āgulorū: eius qui eſt ſub d a b duplus eſt.Iſoſceles igitur triangulum conſtituitur a b d:habens vnumquemq; eorum qui ad baſin d b ſunt angulorum/duplicem reliqui.quod feciſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio.11.

11 INtra datum circulum:æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum deſcribere.

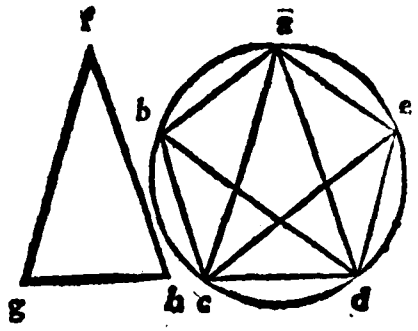


¶CAMPANVS. ¶Sit datus circulus a b c.Volo intra ipſū deſcribere pentagonum vnum æquilaterū atq; æquiangulū. Deſigno triangulum vnum qualem præmiſſa proponit:qui ſit 2.cui alium æquiangulum intra datum circulum deſcribo ſicut docet 2 huius: qui ſit a b c. ſitq; vterq; angulorum a b c & a c b: duplus ad angulum c a b. Vtrumq; eorum diuido per æqualia: ductis lineis b e & c d.eruntq; per 25 tertij/quinq; arcus in quos quinq; puncta a,d,b,c, e, diuidunt circulū/adinuicem æquales:propter id q; quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt/ſunt adinuicem æquales.Continuatis igitur illis quinq; punctis per lineas rectas quæ ſunt a d,d b,b c,c e & e a:erit pētagonus a d b c e inſcriptus dato circulo qualis proponitur. Eſt enim æquilaterus per 28 tertij:cum quinq; arcus quorum eius quinq; latera ſūt chordæ/ſint adinuicem æquales.Et etiam æquiangulus per 26 eiuſdem: eo q; quinq; arcus d a e,a e c,e c b,c b d,& b d a,in quos anguli ipſius pentagoni cadunt/ſunt adinuicem æquales.Sicq; conſtat propoſitum.

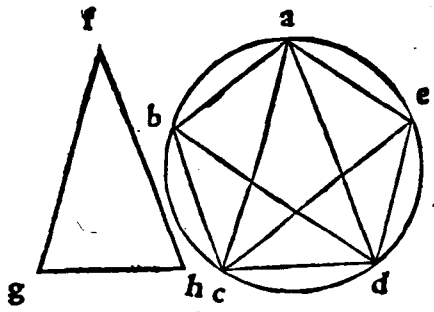
Eucli.ex Zamb. Problema.11. propoſitio.11.

11 ¶In dato circulo:pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e.oportet iam in a b c d e circulo: pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Ponatur per præcedentem/triangulum iſoſceles ſitq; illud f g h:duplū habens vnumquemq; eorum qui ſunt ad g,h,angulorum/reliqui hoc eſt eius qui eſt ad f.Et deſcribatur per 2 quarti/in circulo a b c d e:triangulo f g h,æquiangulum triangulum a c d.Quoniam angulo qui ad f,angulus qui eſt ſub c a d eſt æqualis/& vterq; eorum qui ad g,h,ſunt angulorum/vtriq; eorum angulorum qui ſunt ſub a c d & c d a eſt æqualis: & vterq; igitur eorum qui ſunt ſub a c d & c d a/eius qui eſt ſub c a d duplus eſt.Secetur per 9 primi/vterq; eorum qui ſunt ſub a c d & c d a angulorum/bifariam ſub c e,d b rectis lineis:& coniungantur a b,b c,d e,& e a.Quoniam igitur vterq; angulorum qui ſunt ſub a c d & c d a eius qui ſub c a d eſt anguli duplus eſt,& diſſecti ſunt bifariam ſub rectis lineis c e & d b:quinq; igitur anguli qui ſunt ſub d a c,a c e,e c d,c d b,& b d a,ſibi inuicem ſunt æquales.Sed anguli æquales:in æqualibus circunferentijs deducuntur per 26 tertij.quinq; igitur circunferentiæ a b,b c,c d,d e,& e a:ſibi inuicem ſunt æquales.Sed ſub æqualibus circunferentijs: per 29 eiuſdem, æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. quinq; igitur rectæ lineæ a b,b c,c d,d e & e a:ſibi inuicem ſunt æquales. æquilaterum igitur eſt pentagonum a b c d e.Dico iam q; & æquiangulum.Quoniam enim circunferentia a b,circunferentiæ d e eſt æqualis: communis apponatur b c d. tota igitur circunferentia a b c d:toti circunferen-

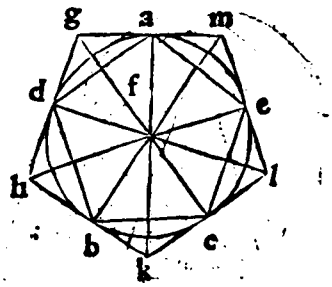


g.v.



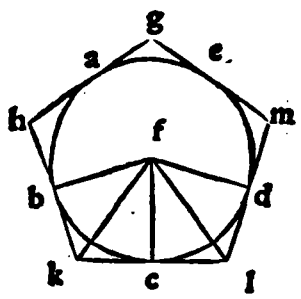
tię e d c b eſt æqualis. & deducitur quidem ſuper a b c d circunferẽtia/ angulus a e d: & ſuper e d c b circunferẽtia/ deducitur angulus b a e. & angulus igitur qui ſub b a e: ei qui ſub a e d eſt angulo/ æqualis eſt. & ob id vnuſquiſq; eorum qui ſunt ſub a b c & b c d & c d e angulorum: vnicuiq; eorum qui ſunt ſub b a e & a e d angulorum eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt: pentagonum a b c d e. oſtenſum autem eſt q; & æquilaterum. In dato circulo igitur: pentagonum æquilaterum & æquianglum deſcriptum eſt. quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.



CIrca propoſitum circulum: pentagonum ęquilaterum atq; ęquiangulum deſignare. 12

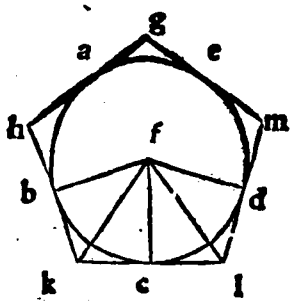
¶CAMPANVS. ¶Sit propoſitus circulus a b c: cuius centrũ f. Volo circa ipſũ deſignare pẽtagonũ: æqlaterũ atq; æquiangulũ. Supra circũferẽtiã ipſius circuli (quaſi ſecũdũ doctrinã prẽmiſſę ſibi inſcripſiſſẽ pentagonũ) quinq; pũcta angularia notabo, q̃ ſint a, d, b, c, e: ad quæ a centro ducã lineas f a, f d, f b, f c, f e. & ab eiſdẽ punctis educam perpendiculares ad iſtas lineas in vtranq; partem: quouſq; concurrant in punctis g, h, k, l, m. eruntq; hę lineę: contingẽtes circulum/ per correlarium 15 tertij. Et ad iſta puncta cõcurſus: ducam a cẽtro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monſtratũ eſt ſuper penultimam tertij/ q; ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato duæ lineæ contingẽtes ad ipſum circulũ ducãtur/ q; ipſę erunt æqnales: erit linea g a æqualis lineę g d, & h d ipſi h b. & ſic de cæteris. At quoniã quiq; arcus in quos quinq; puncta a, d, b, c, e, diuidunt circulum/ ſunt adinuicem æquales: erunt p 26 tertij/ quinq; anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, conſiſtentes ſuper hos arcus in centro f, ſibi inuicẽ æquales. Sunt autem duo latera a g & f a, triãguli f g a: ęqualia duobus lateribus d g & f d, trianguli f g d. & latus g f: cõmune. ergo per 8 primi/ duo anguli eorũ qui ſunt ad f, itẽq; duo anguli qui ſunt ad g: ſunt adinuicem, æquales. eadem ratione duo anguli qui ſunt ad f in triãgulis d f h & h f b, itemq; duo qui ſunt ad h: ſunt adinuicem ęquales. Similitet quoq; ſinguli: triũ reliquorum angulorum qui ſunt b f c, c f e, e f a, & ſinguli trium qui ſunt k, l, m: diuidantur per æqualia. primi quidem: per lineam f k. ſecundi: per lineã f l. tertij vero: per lineam f m. Et quia hi tres anguli qui ſunt b f c, c f e, e f a, ſunt ſibi iuicem æquales/ & alijs duobus qui ſunt a f d & d f b æquales: erunt eorũ dimidia quæ ſunt decẽ anguli facti in centro f, adinuicẽ æqualia. Quia igitur duo ãguli a & f triãguli g a f ſũt ęquales duob9 ãgulis a & f triãguli m a f, & latus a f cõmune: erit p 26 primi ãgul9 g vnius ęqualis ãgulo m alterius/ & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit ãgulus g m triangulo g f d æqualis angulo h in triangulo d f h: & latus g d æquale lateri d h. Quare/ quia g a eſt dimidiũ g m, & g d dimidium g h, & g a & g d ſunt æqualia: erunt per communem ſcientiam g m & g h eorum dupla/ æqualia. Similiter quoq; probabimus g m eſſe æquale m l: & m l ipſi l k, & l k ipſi k h. quare pentagonus g h k l m eſt æquilaterus. Sed & ęquiangulus. Cũ enim duo anguli qui ſunt ad g/ ſint adinuicem æquales/ & duo qui ſunt ad m ſimiliter adinuicem æquales/ & g partialis ſit æqualis m partiali (vtrumq; enĩ probatum eſt prius) erit per eandem cõmunem ſcientiã/ g totalis ęqualis m totali. & eadem ratione probabis æqualitatẽ in cæteris angulis. quare eſt æquiangulus. Sicq; conſtat propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Problema 12. propoſitio. 12

¶Circa datum circulum: pentagonum ęquilaterum & ęquiangulum deſcribere. 12

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e. oportet iam circa a b c d e circulum: pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Intelligantur deſcripti per præcedentem pentagoni angulorum ſi-

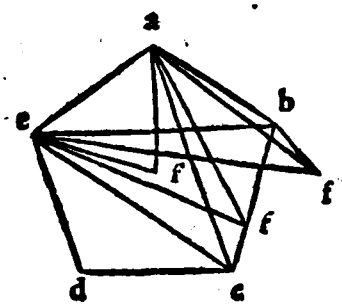


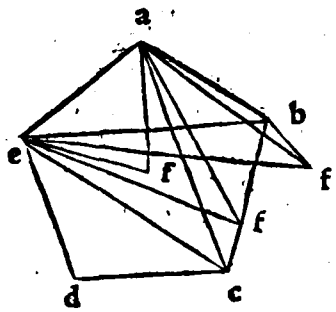
gna, a,b,c,d, e: eo quia per præcedentem a b,b c,c d,d e,& e a circumferentiæ ſunt æquales.& per a,b,c,d,e, excitatæ ſint per 17 tertij/ipſum circulum tangentes rectæ lineæ: g h,h k,k l,l m,& m g. Sumatur centrum circuli a b c d e: ſitq; per primã tertij/illud f.& connectantur rectę lineæ f b, f k,f c,f l,& f d. Et quoniam k l recta linea circulum ipſum a b c d e tangit in ſigno c,& a centro f in ipſum c contactum annectitur f c: igitur per 18 tertij/f c ſuper k l perpendicularis eſt. rectus igitur eſt vterq; eorum qui ad c ſunt angulorum. Et per hoc anguli qui ſũt ad d,b, ſigna: recti ſunt. Et quoniam angulus qui ſub f c k rectus eſt: quod fit igitur ex f k,æquum eſt eis quæ fiunt ex f c & c k, per 47 primi.& per hoc/eis etiã quæ fiunt ex f b & b k: æquum eſt id quod fit ex f k per eãdem. Quæ fiunt igitur ex f c & c k: eis quæ fiunt ex f b & b k ſunt æqualia. quorum quod fit ex f c: æquum eſt ei quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit ex c k: reliquo quod fit ex b k, eſt æquale. æqualis igitur eſt b k: ipſi c k. Et quoniam æqualis eſt f b ipſi f c,& communis f k: duę igitur b k & f k, duabus c f & f k ſunt æquales. Et baſis b k: baſi c k eſt æqualis. Angulus igitur b f k: per 8 primi/ angulo k f c eſt æqualis. & angulus b k f: per 4 primi/angulo f k c. Duplus igitur eſt angulus b f c, eius qui ſub k f c eſt anguli: & angulus b k c, eius qui eſt ſub f k c. Et ob id iam & angulus c f d, eius qui eſt ſub c f l duplus eſt: & angulus d l c, eius q ſub f l c. Et quoniam circunferentia b c æqualis eſt circũferentiæ c d: æqualis eſt per 27 tertij/ãgulus b f c angulo c f d.& angulus quidem b f c, eius qui eſt ſub k f c duplus eſt: & qui ſub d f c, eius qui ſub l f c. angulus igitur k f c: angulo l f c, eſt æqualis. Duo igitur iã triangula ſunt f k c & f l c: duos angulos duobus angulis æquales habentia/& vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/& eorum cõmune f c.& reliqua igitur latera/reliquis lateribus æqualia habebunt: & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur eſt k c recta linea ipſi c l: & angulus f k c, angulo f l c. Et quoniam æqualis eſt k c ipſi c l: dupla igitur eſt k l ipſius k c.& per hoc igitur oſtendetur: q; h k: ipſius b k, dupla eſt. Et quoniam oſtenſum eſt q; b k ipſi k c eſt æqualis/& k l ipſius k c, dupla eſt/& h k ipſius b k: igitur h k ipſi k l eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur: q; vnaquæq; ipſarum g h, g m,& m l, vnicuiq; ipſarum h k,& k l eſt æqualis. æquilaterũ igitur: eſt pentagonum g h k l m. Aio etiam q; & æquiangulum. quoniam æqualis eſt angulus f k c angulo f l c,& oſtenſum eſt ipſius quidem anguli f k c duplum eum eſſe qui eſt ſub h k l, eius autem qui eſt ſub f l c duplũ eum eſſe qui eſt ſub k l m: angulus igitur qui eſt ſub h k l, angulo qui eſt ſub k l m eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur etiam: q; vnuſquiſq; eorũ qui ſunt ſub k h g,& h g m,& g m l, vnicuiq; eorũ qui ſũt ſub h k l,& k l m eſt æqualis. Quinq; igitur anguli qui ſunt ſub g h k, h k l, k l m, l m g, & m g h: ſibi inuicem ſunt æquales. Aequiangulum igitur: eſt pẽtagonũ g h k l m. oſtenſum autem eſt q; & æquilaterum. et deſcribitur circa circulum a b c d e. quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

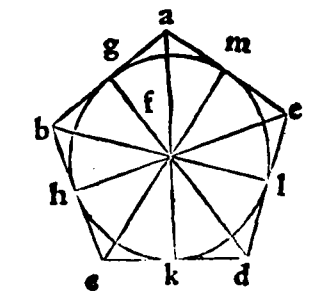
13 ANtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum aſſignatum: circulum deſcribere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit aſſignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium hoc eſſe poſſibile) a b c d e. Volo ei iſcribere circulũ. Hęc eſt quaſi cõuerſa 11. Duos eius propiquos ãgulos: qui ſũt a & e diuido per æqualia: ductis lineis a f,& e f, donec concurrant in pũcto f intra ipſum pẽtagonum, quem dico eſſe centrũ circuli. Concurrent enim: propter id q; dimidium totalis anguli a & ſimiliter totalis ãguli c, minus eſt angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent: aut extra ipſum pentagonum/aut in latere pentagoni/aut in eius angulo qui vtriq; angulorũ diuerſorũ opponitur. Concurrant ergo primo extra in pũcto f:& ducatur linea b f. Et quia duo latera c a,& a f, trianguli e a f ſunt æqualia duobus





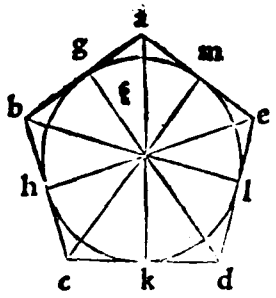
lateribus b a & a f triãguli b a f,& angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4. primi/baſis e f æqualis baſi f b. & quia angulus a partialis eſt æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi/f a æqualis f e. quare f a: eſt æqualis f b. ergo per 5 primi/duo anguli b totalis & a partialis: ſunt æquales. Quare a partialis eſt æqualis vel maior a totali. quod eſt impoſſibile. Concurrãt ergo in puncto f ſuper latus b c. eritq; arguendo per præmiſſas & præmiſſo modo/angulus a partialis: æqualis angulo a totali. quod eſt impoſſibile. Qz ſi forſan concurrant in angulo c: erit per eaſdem & eodem modo c b æqualis e a. & ideo adhuc vt prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. ¶ Quod quia eſſe non poteſt: ſit ergo punctus concurſus qui eſt f, infra pentagonum: a quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ ſint f g, f h, f k, f l, f m. & ad duos eius angulos propinquos altrinſecus ãgulis per æqualia diuiſis/qui ſunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, triãguli a f m ſunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, et latus a f cõmune: erit per 26 primi/f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualem f m: ſumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, et angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4. primi/angulus b partialis/æqualis angulo e partiali. et quia b totalis æqualis eſt e totali/et e totalis diuiſus eſt per æqualia: erit etiam b totalis diuiſus per æqualia. Eodem modo probabis d totalẽ diuiſum per æqualia/propter æqualitatem d partialis et a partialis: ſumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g et b trianguli g f b ſunt æquales duobus angulis h et b trianguli h f b, et latus f b cõmune: erit per 26 primi/f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: ſumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, et f m ſunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum deſcribemus ſecũdũ quantitatẽ vnius earum. & tanget omnia latera pentagoni: propter æqualitatem linearum. et nullum eorum ſecabit: per primam partem 15 tertij. ſicq; conſtat propoſitum.



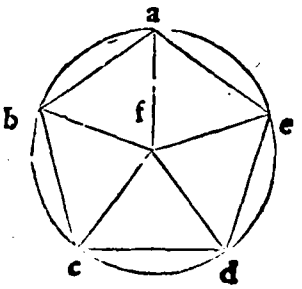
Euclid. ex Zamb. Problema 13. propoſitio 13.

¶ In dato pentagono æquilatero & æquiangulo: circulum deſcribere. 13

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e. oportet iam in pentagono a b c d e: circulum deſcribere. Secetur per 9 primi/vterq; eorum qui ſunt ſub b c d & c d e angulorum bifariam: ſub rectis lineis c f & f d. et ab f ſigno in quo concurrunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ c f & d f: coniungantur rectæ lineæ f b, f a, & f e. Et qm̃ æqualis eſt b c ipſi c d, cõmunis autem c f: duæ iam b c & c f, duabus d c & c f ſunt æquales. et angulus b c f: angulo d c f eſt æqualis. baſis igitur b f: per 4. primi/baſi d f eſt æqualis. & triangulum b c f: triangulo d c f æquale. & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus c b f: angulo c d f. Et quoniam angulus c d e, eius qui ſub c d f eſt anguli duplus eſt/æqualis autẽ eſt angulus c d e ei qui ſub a b c eſt angulo/et angulus c d f angulo c b f: angulus igitur c b a, anguli c b f duplus eſt. æqualis igitur eſt angulus a b f: angulo f b c. Angulus igitur a b c: bifariam diſcinditur ſub b f recta linea. Similiter quoq; oſtendetur q et vterq; eorum qui ſunt ſub b a e et a e d angulorum: bifariam diſcinditur ſub vtraq; rectarũ linearum f a et f e. Excitentur per 12 primi/ab f ſigno in a b, b c, c d, d e, & e a rectas lineas: perpendiculares f g, f h, f k, f l, & f m. Et quoniam æqualis eſt angulus h c f angulo k c f, eſt autem angulus f h c rectus angulo f k c recto æqualis/duo autem ſunt triangula f h c & f k c duos ãgulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri/& vnum latus vni lateri æquum/cõmune enim eorum f c ſubtenſum ſub vno æqualium angulorum: et reliqua igitur latera reliquis lateribus per 26 primi/æqualia



habebunt. æqualis igitur eſt perpendicularis f h: ipſi f k perpendiculari. Similiter quoq; oſtendetur: q; & vnaquæq; ipſarũ f l, f m & f g, vnicuiq; ipſarum f h & f k eſt æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ f g, f h, f k, f l, & f m: ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur f, ſpatio vero aut f g aut f h aut f k aut f l aut f m, circulus deſcriptus: per reliqua quoq; veniet ſigna. Et tanget rectas lineas a b, b c, c d, d e, & e a per correlarium 16 tertij: quoniã anguli qui ſunt in g, h, k, l, m, ſignis/recti ſunt. Si enim nõ tanget eas/ſed ſecabit: continget q; a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta/intra ipſum circulũ cadet. quod eſſe impoſſibile: oſtẽſum eſt per 16 tertij. Igitur cẽtro f, ſpatio vero vno ipſorum g, h, k, l, m, ſignorum deſcriptus circulus: rectas lineas a b, b c, c d, d e, & e a, minime ſecabit. tanget igitur eas per correlarium 16 tertij. deſcribatur ſicut g h k l m. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus deſcriptus eſt. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

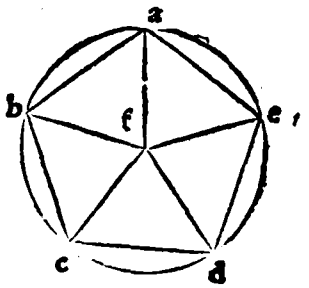
14 CIrca datum pentagonum quod ſit æquilaterum atq; æquiangulum: circulum deſcribere.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius datus pentagonus: æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium hoc eſſe poſſibile) a b c d e. volo circa ipſum: deſcribere circulum. Hęc eſt quaſi conuerſa 12. Duos eius propinquos angulos qui ſũt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & f e quouſq; concurrant intra ipſum pentagonum in puncto f. concurrent enim & intra pentagonũ: vt probatum eſt in præmiſſa. Et a puncto concurſus: duco ad reliquos angulos, lineas quæ ſint f b, f c, f d. & quia duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4. primi/fa æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis eſt æqualis a totali / & e totalis diuiſus eſt per æqualia: erit ſimiliter b totalis diuiſus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis vtrumq; angulorum c & d, diuiſum eſſe per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, eſſe æquales. quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicq; patet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 14. propoſitio 14.

14 ¶Circa datum pentagonum ęquilaterum & ęquiangulum: circulum deſcribere

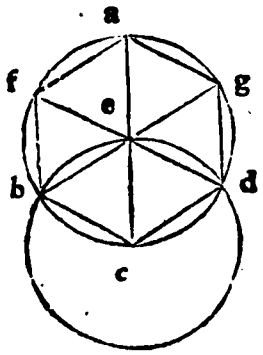
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum: a b c d e. oportet iam circa pentagonum a b c d e: circulũ deſcribere. Secetur iam per 9 primi/vterq; eorum qui ſunt ſub b c d & c d e ãgulorum bifariam: ſub vtraq; ipſarum c f & d f. Et ab f ſigno in quo concurrunt ipſæ rectæ lineæ: ad ſigna b, a, e, coniungantur rectæ lineæ f b, f a & f e. Similiter ex præcedente oſtendetur: q; & vnuſquiſq; eorũ qui ſunt ſub c b a, b a e & a e d angulorum / bifariam ſecatur ſub vnaquaq; ipſarum f b, f a, & f e rectis lineis. Et quoniam æqualis eſt angulus b c d angulo c d e, & anguli b c d dimidium eſt angulus f c d, anguli autem c d e dimidiũ eſt angulus c d f: & angulus f c d igitur ãgulo f d c eſt æqualis. Quare & latus f c: lateri f d eſt æquale. Similiter iam oſtendetur: q; & vnaquæq; ipſarum f b, f a, & f e, vtriq; ipſarũ f c & f d eſt æqualis. Quiq; igitur rectæ lineæ f a, f b, f c, f d & f e: ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur f, & ſpatio aut f a aut f b aut f c aut f d aut f e, circulus deſcriptus: veniet per reliqua ſigna/& deſcriptus erit. Deſcribatur & ſit a b c d e. Circa datũ igitur pentagonũ quod eſt æquiangulum & æquilaterum: circulus deſcriptus eſt. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

15 INtra propoſitum circulum: hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum deſcribere.

¶Ex hoc itaq; manifestum est q; latus hexagoni: æquũ est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

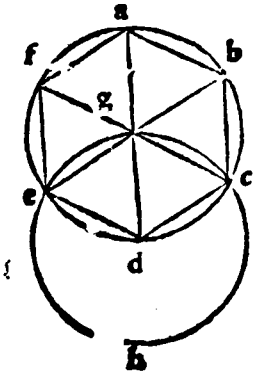


¶CAMPANVS. ¶Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e, volo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum. Produco diametrum a e c. & secundum quantitatem semidiametri e c: facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantem priorem in duobus punctis b, d. a quibus produco duas diametros in circulo primo: quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g & g a: quas dico continere hexagonum quę situm. Erit enim vt demonstrat prima primi/ vterq; triangulorum b e c, c e d: æquilaterus. quare et æquiangulus per 5 eiusdem. ergo per 32 primi/ duo ãguli b e c & c e d cum vno æquali vni eorũ/ sunt æquales duobus rectis: propter id q; quisq; eorũ est tertia duorum rectorum. sed ip si per 13 eiusdem/ cum angulo d e g: sunt æquales duobus rectis. ergo angulus d e g: est æqualis vtriq; eorum. quare per 15 eiusdem/ sex anguli q sunt ad e: sunt adinuicẽ æquales. ergo per 25 tertij/ arcus in quos cadũt: sunt æquales. quare & eorum chordæ per 28 eiusdem: quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij: propter id quod sex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidũt circulũ: bini & bini sumpti sunt adinuicem æquales. vt arcus a f b: arcui f b c. & ideo angulus f qui cõsistit in primo: est equalis angulo b qui cõsistit in secundo. idem in ceteris. quare constat propositum. ¶Correlarium ex hoc patet: q; dimidium diametri & latus hexagoni/ sunt latera eiusdem tranguli æquilati. vt e c & c b & c d.

¶CAMPANI additio. ¶Et nota q; non proponitur circa propositum circulum/ hexagonum æquilaterum atq; æquiãgulum designare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum describere quẽadmodum fecit de triangulo/ quadrato/ & pantagono. non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo/ & in omni figura æquilatera atq; æquiangula quæcunq; fuerit. Vnde quamcũq; figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo/ extra et circulum sibi intra & extra/ eisdem medijs/ per quæ hoc in pentagẹno fecimus. describemus. ¶Nota etiã q; omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circũscripta est etiam necessario æquiangula. de inscripta patet per 27 & 26 tertij sumptis arcubus circuli/ quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt/ binis & binis. In hos enim arcus/ ipsius figuræ anguli cadunt. De circũscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. & ad loca contactus/ facile probabis: si plene intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit. erit enim: vt omnes ipsius figuræ angulos/ lineæ a centro venientes per æqualia diuidant. sumptis itaq; quibuslibet duobus eius ꝓximis lateribus cum linea ad angulũ ab eis contentum/ & cum duobus ad eorum extremitates a centro venientibus: duos triangulos ab eis contentos/ æquiangulos adinuicem per 4. primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus: patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam/ quorum dimidia sunt æqualia tota quoq; esse æqualia.

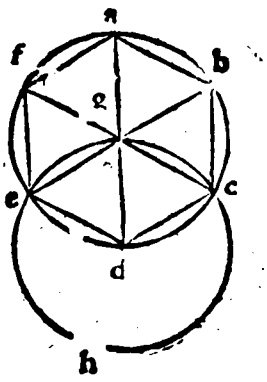
Euclı. ex Zamb. Problema. 15 Propositio 15. 15

¶In dato circulo: hexagenum æquilaterum & æquiangulum describere.

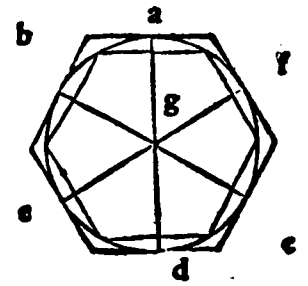


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e f. oportet iã in dato circulo a b c d e f: hexagonum æquilaterũ æquiangulumq; describere. Excitet ipsius a b c d e f circuli dimetiens: sitq; illud a d. Sumaturq; per 1 tertij/ centrum circuli: sitq; illud d. & centro g, spacio vero d g: ꝑ tertium postulatum circulus describatur c g e h. & coniunctæ rectæ e g & c g extẽdãtur in b, f, signa: & cõnectãtur a b, b c, c d, d e, e f, & f a. Dico q; a b c d e f: hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam

g ſignum/centrum eſt circuli a b c d e f:æqualis eſt per diffinitionē 15 primi g e ipſi g d. Rurſus quoniā d ſignum/centrum eſt circuli c g e h: æqualis eſt per eandē/d e ipſi d g. Sed g e ipſi g d oſtēſum eſt ꝙ eſt æqualis. Igitur g e:ipſi e d eſt æqualis/per primam communem ſententiam. Aequilaterum igitur:eſt e g d triāgulum. & tres igitur eius anguli/e g d ſcilicet/g d e et d e g:ſibi inuicem ſunt æquales. Quoniā p 5 primi/iſoſcelium triangulorum anguli quiad baſin ſibi inuicem ſunt æquales/& trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales per 32 primi:angulus igitur e g d, duorum rectorum tertium eſt. Similiter quoq; oſtēdemus:ꝙ & angulus d g c, duorum rectorum tertiū eſt. Et quoniā recta linea c g ſup e b ſtās/p 13 primi vtrobiq; āgulos e g c & c g b duobus rectis æquos efficit:& reliquus igitur angulus c g b, tertium eſt duorum rectorum. anguli igitur e g d, d g c & c g b:ſibi inuicem ſunt æquales. Quare anguli qui adverticem/hoc eſt b g a, a g f & f g e:eiſdē e g d, d g c & c g b ſunt æquales per 15 primi. Sex igitur āguli e g d, d g c, c g b, b g a, a g f, & f g e:ſibi inuicem ſunt æquales. Aequales autem anguli: ſuper aqualibus circunferentiis ſubtenduntur, per 26 tertij. Sex igitur circunferētiæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a:ſibi inuicē ſūt æquales. At ſub æqualibus circūferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur per 29 eiuſdem. Sex igitur rectæ lineæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a:ſibi inuicem ſunt æquales. equilaterum igitur eſt a b c d e f hexagonum. Aio quoq; ꝙ & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia a f æqualis eſt circunferentiæ e d:cōmunis apponatur circunferētia a b c d. Tota igitur f a b c d:toti e d c b a eſt æqualis. Et ſuper circunferentia f a b c d:ſubtenditur angulus f e d. ſuper autem e d c b a circunferētia:ſubtenditur angulus a f e. Aequalis igitur eſt angulus a f e:angulo d e f. Similiter quoq; oſtendetur ꝙ & reliqui anguli ipſius a b c d e f hexagoni/hoc eſt vnuſquiſq; eorum qui ſūt ſub f a b, a b c, b c d, & c d e, vnicuiq; eorum qui ſunt ſub a e f & f e d angulorum:ſunt æquales. Aequiangulum igitur eſt hexagonum a b c d e f. Oſtenſum autē eſt ꝙ & æquilaterū:& deſcriptū eſt in circulo a b c d e f. In dato circulo igitur a b c d e f:hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſt:quod facere oportebat.



¶COROLARIVM. ¶Hic manifeſtū eſt q; hexagoni latus ei q̄ eſt ex cētro circuli eſt æquale. et ſi per ſigna a, b, c, d, e, f, circulū tāgentes ducamus rectas lineas:deſcribetur circa circulum/hexagonum æquilaterum & æquiangulū conſequenter ex p̄dictis in pētagono. Et inſuper p ea quæ ſimiliter in pentagono dicta ſunt:in dato hexagono circulū deſcribemus & circunſcribemus. quod facere oportebat.

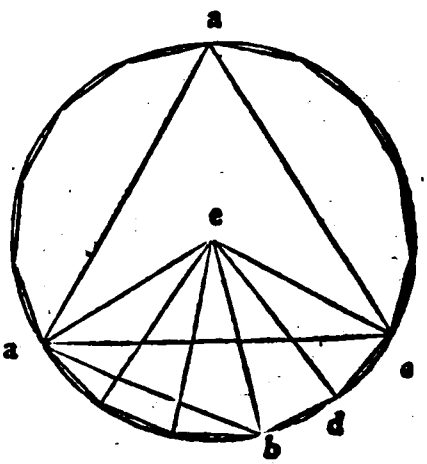


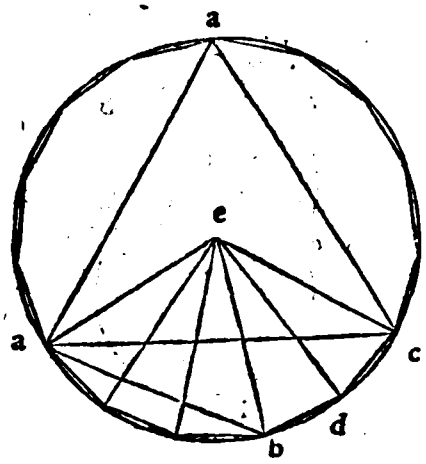
Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 ¶Intra datum circulum :quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum deſignare.

¶Deinde circa quēlibet circulum aſſignatum/quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum:atq; intra datum quindecagonum/circulum deſcribere.

¶CAMPANVS. ¶Sit datus circulus a b c. volo ſibi inſcribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum:deinde etiam circūſcribere. atq; intra talem quindecagonum propoſitum:circulum deſcribere. Non proponit autem/circa talem quindecagonum/circulum deſcribere:quia hoc ſatis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam ſecundæ huius/protraho latus trianguli æquilateri: quod ſit a c. & iuxta doctrinam 11 huius latus pētagoni æquilateri atq; æquiāguli:quod ſit a b. Et quia arcus a c, eſt totius circūferentiæ tertia/cuius arcus a b eſt quinta:erit ſuperfluum inter eos quod eſt arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, vel duę quitę arcus a c, ſiue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintā in duabus tertijs ipſius quintæ/vel in duabus quintis ipſius tertiæ/ſiue in duabus quin-





tisdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia quę est 5: excedit eius quintā quæ est 3 in duabus vnitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta/ vel duę quintę ipsius quinarij qui est tertia /siue duæ quintædecimæ ipsius 15 q est totū. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d: patet vtrumcp duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, vel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis/ chordis c d, & d b, coaptatisqp continue intra datū circulum sibi æqualibus per primam huius: complebitur figura proposita. Cętera vero duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere/ videlicet quindecagonum circulo circunscribere /ac circulum quindecagono inscribere /ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

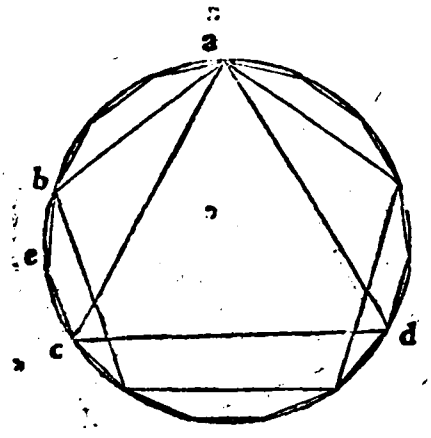
¶CAMPANI additio. ¶Et nota q; quamcunqp figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere: & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quę scitur inscribi subtendūtur/ per æqualia/ & a punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figurę ductis lineis: fiet intra circulum figura duplo plurium laterum quæ erit æquilatera per 28 tertij / ergo & æquiangula. Hoc enim demonstratum est/ supra 15 huius: q; omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiāgula. Et quia hāc circulo scimus inscribere: sciemus cętera tria per 12, 13 & 14 huius.

¶Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum/ & per hexagonum/ dodecagonum/ ac per dodecagonum figuram 24 laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p triāgulum possit vt diximus inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimū perutile. Eo simili ter quia scimus & iscribere quadratum sciemus per hoc inscribere oēm figurā cuius laterū numer9 ē piter par: p pētagonū quoqp sciem9 decagonū & figurā 20 laterū. sicqp cōtinue duplādo. Idē quoqp intellige de qndecagono. p ipm enī scient figurę 30 & 60 & oim cōtinue duplatorū laterū.

¶Cęterarū aūt figurarū de qb9 ista nō docet/ vel q̄ p has nō hñtur: difficilis ē scia & parū vtilis. vt sūt heptagona/ ennagona/ hēdecagona. Qđ si sciem9 triāgulū duū æq̄liū laterū designare cui9 vterqp angulorū ad basin tripl9 eēt ad reliquū: scirem9 heptagonū vt supra pētagonū circulo iscribere. q; si vterqp quadrupl9 eēt ad reliquū: scirem9 nonagonū. & si quintuplus, hendecagonū. Idēqp in cęteris figuris imparium laterum: posito vtroqp angulorū ad basin multiplici ad reliquū/ per eū numerū qui ē medietas maximi paris sub ipari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Euclid. ex Zamb. Problema 16. propositio 16.

¶In dato circulo: quintidecagonū æquilaterum & æquiangulum describere. 16



¶THEON ex Zamb. ¶Sit datus circul9 a b c d. oportet iā in a b c d, circulo: qntidecagonū ęquilaterū & ęqangulū describere. Describatī circulo a b c d, triāguli æqlateri latus a c, pētagoni vero æqlateri latus a b i arcu a c. Qualiū igit ē circul9 a b c d, æqualiū segmētorū quidecī: taliū quidē circūferētia a b c, tertiū existēs ipsi9 circuli/ erit quīqp. Circūferentia autē a b, existēs quītū circuli: erit triū: reliq̄ igit b c: duorū eq̄liū. Secet p 30 tertij b c: bifariā i e. vtraqp igit ipsarū b e, & e c, circūferētiarū: qntūdecimū erit ipius a b c d, circuli. Si igit cōiūgētes rectas lineas b e & e c, ipsis æq̄les i cōtinuū rectas lineas p iq̄nti coaptem9 i circulo a b c d: erit i eo descriptū qntidecagonū æqlaterū & æqangulū: qđ facere oportebat. Similiter aūt vt i pētagono si p circuli diuisiōes/ tāgētes circulū ducem9: describet circa circulū/ qntidecagonū æqlateꝝ & æquiāgulū. & p ostensionē similiter in pētagonis & in dato qntidecagono æquilatero & ęquiangulo: circulum describemus & circunscribemus.

QVARTI LIBRI EINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto, Geometricorum elementorum Liber Quintus.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 PArs: eſt quantitas quantitatis minor maioris / cum minor maiorem numerat.

¶CAMPANVS. ¶Pars: quãdoq; ſumitur proprie. & hæc eſt quæ aliquoties ſumpta / ſuum totum præciſe conſtituit: ſine diminutione vel augmento. & dicitur ſuum totum numerare per illum numerũ: ſecundũ quem ſumitur ad ipſius totius conſtitutionẽ. talẽ autem partem quã multiplicatiuã dicimus: hic diffinit. Quandoq; ſumitur cõmuniter. & hæc eſt quælibet quantitas minor: quæ quotieſcunq; ſumpta / ſuo toto minus aut maius conſtituit. quã aggregatiuam dicimus: eo q; cum alia quantitate diuerſa totum ſuum cõſtituat / per ſe autem quotieſcunq; ſumpta fuerit / non producat.

2 ¶Multiplex: eſt maior minoris quãdo eam minor metitur.

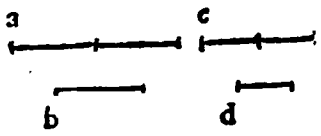
¶CAMPANVS. ¶Pars: relatiue dicitur ad totũ. & in iſtis duobus extremis: conſiſtit eorum adinuicem relatio. & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius. vocat autẽ ipſum / multiplex: propter hoc q; minus aliquoties ſumptum / ipſum conſtituat. erunt igitur relatiue dicta adinuicem: pars & multiplex. Nam omnis pars / ſubmultiplex: vt patet per eius diffinitionem.

3 ¶Proportio: eſt duarum quantærcunq; ſint eiuſdem generis quantitatum / certa alterius ad alteram habitudo.

¶CAMPANVS. ¶Proportio: eſt habitudo duarum rerum eiuſdem generis: adinuicem / in eo q; earum altera maior aut minor eſt reliqua vel ſibi æqualis. Non enim ſolum in quantitatibus reperitur proportio: ſed in ponderibus / potentijs & ſonis. In ponderibus quidem & potentijs / vult Plato in Timæo eſſe proportionem: vbi elementorũ numerũ oſtẽdit. In ſonis autem eſſe proportionem: liquet ex muſica. Nam (vt vult Boetius in quarto) ſi quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipſarum partium ſuorũq; ſonorum / eadem conuerſo modo proportio. Sed in quibuſcunq; proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemq; quantitatis. non enim reperitur in aliquibus rebus duabus: niſi in eo q; earum vna eſt reliqua maior / aut minor / aut ei æqualis. Plato. Timæus Boetius.

¶Quantitatis autẽ proprium: eſt ſecundum ipſam æquale vel inæquale dici / vt vult Ariſtoteles in prędicamẽtis. vnde liquet ꝓportionẽ primo i quantitate reperiri / & per ipſam in omnibus alijs: nec eſſe in aliquibus rebus proportionem / cui ſimilis non ſit in aliquibus quantitatibus. propter quod bene dixit Euclides / proportionẽ ſimpliciter eſſe in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiuſdẽ generis adinuicẽ. ¶Cuius diffinitionis intellectus eſt / q; proportio eſt habitudo duarum quãtitatum adinuicem: quæ antẽditur in eo q; vna earũ eſt maior aut minor alia / vel ei æqualis. per qđ patet: q; oportet eas eſſe eiuſdem generis / vt duos numeros / aut duas lineas / aut duas ſuperficies / aut duo corpora / aut duo loca / aut duo tempora. Nõ enĩ poteſt dici linea: maior aut minor ſuperficie / aut corpore. nec tẽpus: loco. ſed linea: Ariſtoteles.

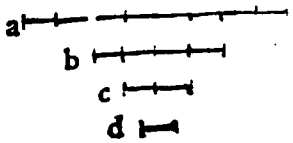
linea.& ſuperficies: ſuperficie. Sola enim vniuoca: comparabilia ſunt. ¶Quod autem dicit certa habitudo/non ſic intelligas quaſi nota vel ſcita: ſed quaſi determinata/vt ſit ſenſus. Proportio: eſt determinata habitudo duarum quantitatum. ita inquã determinata: q̃ hæc & non alia. Non enim eſt neceſſarium: vt omnis habitudo duarum quantitatum ſit ſcita a nobis/nec etiam a natura. Nam proportio quædã eſt diſcretorum vt numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem/minor: eſt pars aut partes maioris/vt demonſtratur in ſeptimo. quare & in eis omnibus eſt habitudo certa & nota. At vero in cõtinuis: eſt proportio magis larga. eſt enim in eis/vbi minor quãtitas eſt pars aut partes maioris. & talium omniũ: mediantibus numeris eſt proportio nota/quæ & rationalis dicitur. Dicũturq; omnes tales quantitates/cõmunicãtes: quia eas vna & eadem neceſſario metitur. vnde & omnes numeri: ſunt communicantes. omnes enim ipſos metitur vnitas. Eſt etiam: vbi minor non eſt pars aut partes maioris. & in talibus: nõ eſt nota proportio nec nobis nec naturæ. Dicituq; hæc proportio/irrationalis: & hæ quantitates/incommunicantes. vnde fit vt quæcunq; proportio reperitur in numeris/reperiatur in omni genere continuorum/vt in lineis/ſuperficiebus/corporibus/& temporibus: non autem econuerſo. infinitæ enim ſunt proportiones in continuis repertæ: quas numerorum natura non ſuſtinet. Sed quęcunq; proportio reperitur in vno genere continuorum: eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunq; ſe habet aliqua linea ad quamlibet aliam: ſic ſe habet quælibet ſuperficies ad aliquã aliam/& quodlibet corpus ad aliquod aliud/ſimiliter & tempus. ſed nõ ſic: quilibet numerus ad aliquem alium. vnde magis eſt larga proportio in continuis: q̃ in diſcretis. Ex quo manifeſtum eſt proportionẽ geometricam eſſe maioris abſtractionis: q̃ proportionem arithmeticam. omnis enim proportio circa quam arithmetica verſatur: rationalis eſt. geometria vero: rationales & irrationales æqualiter conſyderat.



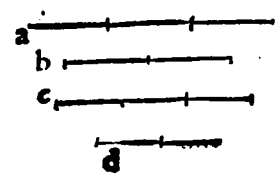
¶Proportionalitas: eſt ſimilitudo proportionum. 4

¶CAMPANVS. ¶Vt ſi dicamus q̃ quę eſt proportio a ad b, ea eſt etiã c ad d: proportio quæ eſt inter a & b, ſimilis eſt illi quæ eſt inter c & d. Hæc autem ſimilitudo quæ ex iſtis proportionibus reſultat: dicitur proportionalitas.

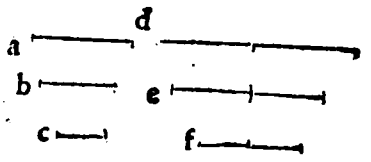
¶Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem: ſunt quarum æque multiplicia aut æqua ſunt/aut æque ſibi ſine interruptione addunt aut minuunt. 5



¶CAMPANVS ¶Suppoſita diuiſione proportionalitatis per cõtinuã & diſcontinuam: diffinit membra diuidentia/& primo continuam. Immo (vt verius dicã) ſuppoſita diuiſione proportionaliũ per cõtinue proportionalia & incontinue: diffinit nõ cõtinuã ꝓportionalitatẽ nec cõtinuã/ſed cõtinue ꝓportionalia & icõtinue. diffinitio autẽ cõtinuę proportionalitatis & incõtinuæ: ſatis patet per diffinitionẽ cõtinue ꝓportionalium & incontinue. ¶Continua autẽ proportionalitas: eſt cum quotlibet quantitatum eiuſdem generis in qua proportione prima antecedit ſecundam/in eadem quælibet aliarum antecedit proximo conſequentem. vt cum dicimus/ſicut ſe habet a ad b: ita b ad c, & c ad d. eritq; quælibet earum/antecedens & conſequens: excepta prima quæ eſt ſolum antecedens/& vltima quę eſt tantum conſequens. Et in hac quidẽ proportionalitate neceſſe eſt omnes quãtitates eſſe eiuſdem generis propter continuationem proportionum: eo q̃ non ſit proportio inter quantitates quę ſũt generum diuerſorum. & hæc erit ad minus in tribus terminis conſtituta. ¶Incontinua autẽ proportionalitas: eſt cũ quatuor quãtitatum ſiue omnes fuerint eiuſdem generis/ſiue duæ primæ vnius & duæ poſtremæ alterius/in qua proportione prima antecedit ſecundam in eadem tertia antecedit quartam. vt cum dicimus/ſicut ſe habet a ad b: ita c ad d. eritq; earum quælibet: aut tantũ antecedẽs aut tantum

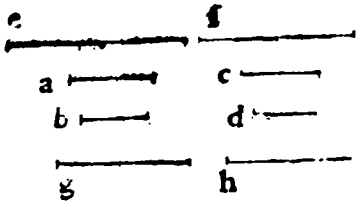


cõſequẽs. nec eſt neceſſe vt ſint õnes quatuor eiuſdẽ generis ſicut erat in proportionalitate continua: eo q; conſequens primæ proportionis non continuatur antecedenti ſecundæ. ſed poſſibile eſt vt ſint eiuſdem generis: & poſſibile eſt/ vt ſint diuerſorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam/aut triplam: ita ſuperficiem ad ſuperficiem/& corpus ad corpus/& tempus ad tempus/& numerum ad numerum. ¶Viſo quid ſit continua proportionalitas/& quid incõtinua: explanemus diffinitionem continue proportionalium præmiſſam. Quantitates(inquit) proportionales continue: ſunt quarũ æque multiplicia aut ſibi ſunt æqualia/aut æque ſibi ſine interruptione addunt/aut minuunt. verbi gratia. Sint tres quantitates eiuſdem generis a,b,c: ad quas ſumantur d, e, f, æque multiplicia. vt ſicut d eſt multiplex ad a: ita e ſit multiplex ad b, & f ad c. eruntq; omnes in eodẽ genere. multiplicia enim & ſubmultiplicia: in eodẽ ſũt genere. ſitq; vt d,e,f aut ſint æqualia adinuicem: aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. ita q; ſicut d addit ſuper e aut minuit ab ipſo: ita e addat ſuper f aut minuat ab ipſo. Cum hæc inquã multiplicia ſic ſe habuerint: erunt tres quantitates a,b,c, continue proportionales. Multiplicia autẽ non intelligas ſimiliter ſic ſe habere in addendo aut minuendo/quantum ad ~~quantitatem exceſſus: ſed quantum~~ ad proportionem. aliter enim diffinitio eſſet falſa. Nam quarumlibet quantitatum eiuſdem generis æquis ſe differentijs excedentium: æque multiplicia accepta æquis etiam differentijs ſe excedunt. Vnde ſimiliter ſe habẽt in addendo & minuendo quantum ad quantitatem exceſſus: nec tamen priores quantitates ſunt continue proportionales. ĩmo minorum eſt ſemper maior proportio. Hoc autem ideo euenit/quoniam earum multiplicia non ſimiliter ſe excedunt quantum ad proportionem: ſed ſolum quãtum ad quantitatem exceſſus. eſt enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. verbi gratia. ſumantur tres numeri æquis differentijs ſe excedẽtes: in medietate videlicet arithmetica/ vt 2,3,4. horum trium omnes æque multiplices æqualiter ſe excedunt. dupli quidẽ binario: tripli ternario. & ſic de cæteris. non tamen ſunt 2,3,4 continue proportionalia: ĩmo minorum eſt maior propoſitio. eſt enim ipſorum proportio ſeſquialtera: & maiorum ſeſquitertia. quia ergo inter eos non eſt ſimilitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas. & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo ſimilitudinem illam additionis aut diminutionis/nõ intelligi quantum ad quantitatem exceſſus: ſed quantum ad proportionem. erit itaq; ſenſus diffinitionis præmiſſæ. ~~Continue proportionalia: ſunt quorum omnia~~ multiplicia æqualia/ſunt cõtinue proportionalia. Sed noluit ipſam diffinitionem proponere ſub hac forma: quia tunc diffinitet idem per idem. apertæ tamen rei eſt iſtud cum ſua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a,b,c oportet eſſe eiuſdem generis: ad hoc vt earum multiplicia ſibi inuicem æqualia ſint/aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si enim a,& b eſſent diuerſorum generum: eſſent etiam d & e ipſarũ a & b multiplicia/ eorũdẽ diuerſorũ generum/propter hoc q; multiplicia & ſubmultiplicia eiuſdẽ ſunt generis. quare d non eſſet æqualis e: nec ea maior aut minor. nã quãtitates diuerſorum generum: non ſunt adinuicem comparabiles.



6 ¶Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem vnam/prima ad ſecundam & tertia ad quartam: ſunt quarũ primæ & tertiæ multiplices æquales/multiplicibus ſecundæ & quartæ æqualibus fuerint ſimiles vel additione vel diminutione vel æqualitate eodem ordine ſumptæ.

¶CAMPANVS. ¶Poſita ſuperius diffinitione quantitatum continue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium. & eſt q; quarũlibet 4 quantitatũ quarũ primę & tertiæ æque multiplicia ſumpta fuerint/itemq; ſecundę & quartæ æque multiplicia/ fueritq; multiplex primæ ſic ſe habens ad multiplex ſecundæ quantum ad additio-



nem aut diminutionem aut æqualitatem ſicut multip'ex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad ſecundam: ſicut tertiæ ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates a,b,c,d. ſumanturq; ad primam & ad tertiam quæ ſunta & e: æque multiplicia vtpote dupla quæ ſint e & f. Itemq; ad ſecundam & quartam quę ſunt b & d: ſumãtur alia æque multiplicia vtpote tripla/quæ ſint g & h. ſitq; vt hæc 4 multiplicia ſic ſumpta comparata adinuicem ſecundum ordinem primarum quatuor quantitatum/ita videlicet q; e comparetur ad g & f ad h/nõ autem e ad f aut g ad h: ſint ſimilia in additione/diminutione & æqualitate. videlicet q; ſi e addit ſupra g & ſimiliter f addat ſupra h, aut ſi e minuta g & f ſimiliter minuat ab h, aut ſi e eſt æqualis g & ſimiliter f ſit ęqualis h: tunc proportio a ad b eſt ſicut c ad d. ſimilitudo autem in addẽdo aut diminuendo: intelligatur hic ſicut in diffinitione continue proportionalium/videlicet non quantum ad quantitatem exceſſus/ſed quãtum ad proportionem. Qđ autem dicit eodem ordine ſumptæ: intelligatur ſicut expoſitum eſt. videlicet vt multiplicia non referãtur adinuicẽ ſecundũ ordinem earum quantitatũ: quibus æque multiplicia aſſumuntur. vt multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ/ aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: ſed referatur ſecundũ primum ordinem ipſarum 4 quantitatum/videlicet multiplex primæ ad multiplex ſecundæ/& multiplex tertię ad multiplex quartę. Erit itaq; ſenſus iſtius diffinitionis. In continue proportionales: ſunt quatuor quantitates. & proportio primę ad ſecũdam eſt ſicut tertiæ ad quartam; cum ſumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam/itemq; æque multiplicibus ad ſecũdã & quartam/ erit proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ/ſicut multiplicis tertię ad multiplex quartę. Sed nõ diffiniuit ſub hac forma: propter cauſam prędictam. licet a parte rei idem ſit. Non eſt autẽ neceſſarium vt quatuor quantitates a,b,c,d ſint eiuſdem generis / eo q; b non continuatur in proportione cum c; ſed poſſunt eſſe duæ primæ vnius generis/& duæ ſequentes alterius. Per quod patet q; neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ/& multiplex tertiæ ad multiplex quartæ, non autem multiplex primę ad multiplex tertiæ/aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ/nec multiplex ſecũdæ & quartæ. fuit autem neceſſe ſumere ęque multiplices ad primam & tertiam/itemq; æque multiplices ad ſecundam & quartam/& non æque multiplices ad primam & ſecundam/& itẽ non æque ad tertiam & quartam: quia niſi per multiplicium ſumptionẽ continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ/non erit per quid ſit proportio a ad b ſicut c ad d.

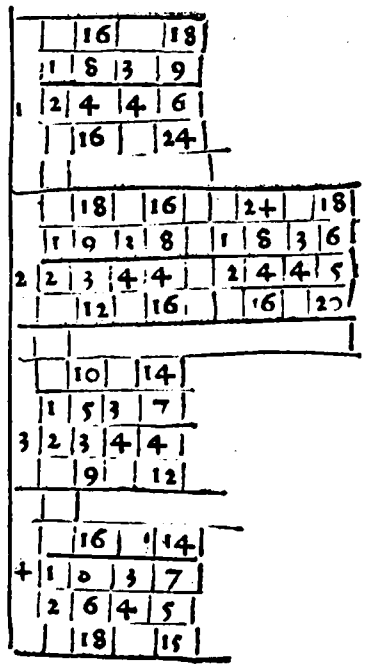
¶ Quantitates quarum proportio eſt vna: proportionales nominantur. 7

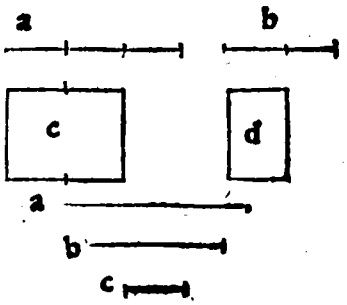
¶ CAMPANVS. ¶ Poſtq̃ diffiniuit quantitates continue proportionales & incontinue: diffinit quantitates proportionales ſimpliciter: & patet diffinitio.

¶ Cũ fuerint primæ & tertiæ æque multiplices/ itemq; ſecũdę & quartæ æque multiplices/addetq; multiplex primæ ſuper multiplicẽ ſecundæ / non addet autẽ multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ: dicetur prima maioris proportionis ad ſecundam q̃ tertia ad quartam. 8

¶ CAMPANVS. ¶ Diffinitis quantitatibus proportionalibus: diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales: inter quas non eſt ſimilitudo proportionum. quod contingit dupliciter. aut quia maior ẽ proportio primæ ad ſecundã q̃ tertiæ ad quartam: aut quia minor. & ideo eius ſunt duæ ſpecies. Prima: quando maior eſt proportio primi ad ſecundum/q̃ tertij ad quartũ. & dicitur hoc: maior improportionalitas

Secunda vero: quando minor eſt proportio primi ad ſecundum/q̃ tertij ad quartum. & dicitur minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam: quæ eſt maior improportionalitas. diffinitionem autem earum inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartã/non ponit: quia ipſa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam ſumpta ſint æque multiplicia/& ad ſecundam & quartam æque multiplicia/& multiplicia primæ & ſecundæ relata adinuicẽ nõ ſe habebũt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicẽ in additione/diminutione & ęqualitate: illę 4 quãtitates erũt iproportionales. Qđ ſi ita fuerit q̃ multiplex p̃mę ſit ęquale multiplici ſecũdę/multiplex vero tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut q̃ multiplex primæ ſit maius multiplici ſecundę/multiplex autem tertię ſit ęquale aut minus multiplici quartæ: aut q̃ multiplex primæ ſit maius multiplici ſecundæ & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici quartæ/ veruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem exceſſus multiplex primæ multiplex ſecundæ q̃ multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut q̃ multiplex primæ ſit minus multiplici ſecundæ & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici quartę/ veruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem exceſſus/ multiplex primæ multiplici ſecundæ: q̃ multiplex tertiæ a multiplici quartæ: erit quolibet iſtorum 4 modorum maior proportio primæ ad ſecundã/q̃ tertiæ ad quartam. Quattuor autem modis iſtis oppoſitis erit minor proportio primæ ad ſecundam: q̃ tertiæ ad quartam. Exempla autem iſtorum omnium euidenter ſumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundæ/non autem multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartæ/de qua loquitur author in diffinitione: latitudinem habet ad iſtos 4 modos prędictos/& ipſos compræhendit. Vnde ſenſus iſtius diffinitionis eſt. cum ſumptis ſic multiplicibus vt proponit / fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ q̃ multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam. non diffiniuit autem ſub hac forma: propter communem cauſam prius dictam. Vel poſſumus dicere: q̃ additio multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundę & non multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartæ/de qua loquitur in pręmiſſa diffinitione maioris improportionalitatis/proprie accipitur prout verba diffinitionis ſonant. & non ſe extendit niſi ad ſecundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorũ quatuor modorũ ſit maior proportio primæ ad ſecundã q̃ tertię ad quartã. vnde ſenſus illius diffinitionis ẽ. cũ ſumptis ſic multiplicibus vt proponit/ſi multiplici primæ exiſtente maiori multiplici ſecũdæ/nõ ſit neceſſariũ q̃ multiplex tertiæ ſit maius multiplici quartæ: tũc erit maior proportio primæ ad ſecũdã q̃ tertiæ ad quartã. propter hoc autẽ non poſuit reliquos tres additionis modos in prędicta diffinitione: quia iſte eſt illis omnibus magis planus/& ad dictã diffinitionẽ ſufficiẽs. Nuſq̃ enĩ eſt maior proportio primæ 4 quãtitatũ ad ſecũdã q̃ tertię ad quartã: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã reperiri. quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia ſecũdæ & quartæ: inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecũdæ/non autẽ multiplex tertię ſuper multiplex quartæ. Nec vſq̃ cõtingit hoc reperire: quin ſit maior proportio primæ ad ſecũdã q̃ tertiæ ad quartã. vt demõſtrabimus infra ſupra decimã huius. Poſſunt autẽ eſſe hæ quãtitates iproportionales diuerſorũ generũ/ſicut & quãtitates incõtinue proportionales: ſi iter eas fuerit incontinua improportionalitas. vt ſi dicatur maior eſt proportio a ad b, q̃ c ad d. Si autem fuerit continua iproportionalitas: erunt omnes eiuſdem generis neceſſario ſicut ſunt in continua proportionalitate. vt ſi dicatur maior eſt proportio a ad b, q̃ b ad c.





9 ¶ Eſt autem proportionalitas: ad minus inter tres terminos conſtituta.

¶CAMPANVS. ¶Postq̃ author diffiniuit proportionem / proportionalitatē/& quātitates proportionales & iproportionales:ostendit quis sit minimus numerus terminorū inter quos proportionalitas potest cōsiste re.maximū autē non ponit:quia illū non cōtingit sumere.potesteni proportio quælibet cōtinuari in terminis infinitis/siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis.Ad proportionalitatē autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes:eo q; proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autē proportio:habet antecedēs & consequens.ergo quælibet proportionalitas:habet ad minus duo antecedentia & duo cōsequētia.hoc est impossibile fieri in paucioribus q̃ tribus terminis: in quibus medius eorū/antecedens est & consequens.& ideo proportionalitas erit continua.quare in tribus terminis adminus erit continua proportionalitas constituta.Incontinua autem non erit in paucioribus q̃ in 4:eo q; in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequēs. idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua:erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua: ad minus inter quatuor.

¶Si fuerint tres quantitates continue proportionales:dicetur proportio primæ ad tertiam/proportio primæ ad secundam duplicata. 10

¶CAMPANVS. ¶Diffinit proportionē quæ est inter extremos terminos cōtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ. & dicit q; si fuerit proportio primi ad secūdū sicut secundi ad tertium:erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata/ hoc est ex duabus talibus cōpositā.siue(quod idem est)erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata/hoc est in se multiplicata. verbi gratia in numeris.Sint tres numeri continue propotionales:sintq; continue dupli/vt 2,4,8.proportio autem primi ad tertium:erit sicut proportio primi ad secundū in se multiplicata.proportio autē primi ad secūdum: est dupla.dupla vero in se multiplicata:producit quadruplā. vnde proportio extremorum:est quadrupla/ videlicet duplum dupli. vel secundū priorem expositionem/proportio extremorum est sicut proportio ptimi ad secundum duplicata:quia quadrupla constat ex duabus duplis.

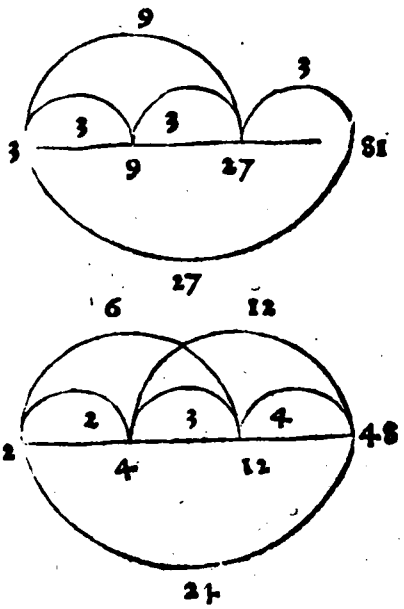
8
4
2

¶Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales:proportio primæ ad quartam/ dicetur proportio primæ ad secundam triplicata. 11

¶CAMPANVS. ¶Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ. & dicit si fuerint quatuor quantitates continue proportionales: erit proportio primæ ad quartam/sicut proportio primæ ad secundam triplicata. hoc est ex tribus talibus-compositā:quoniam tres tales inueniūtur inea. siue(qđ idē est) erit proportio primæ ad quartā sicut primæ ad secundā triplicata/hoc est ī se/postea in productū multiplicata.Verbi gratia ī numeris.Sint quatuor numeri cōtinue proportionales:sintq; cōtinue tripli. vt sint 1,3,9,27.proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secūdū in se/postea in productū multiplicata.proportio autē ptimi ad secūdū:ē tripla.tripla vero in se multiplicata:producit nōcuplā.& triplā ī nōcuplā:producit vigincupl'ā septuplā.erit itaq; proportio extremorū vigincupla septupla.qđ est triplū tripli.Vel secūdū priorē expositionē/proportio extremorū est sicut proportio primi ad secundū triplicata:quia vigincupla septupla cōstat ex tribus triplis.Non diffinit autem proportionem extremorum continuę proportionalitatis inter plures q̃ quatuor terminos constitutę:propter id q; dimēsiones ī rebus naturalibus repertæ: non excedūt ternariū.Denominatio autem proportionis duarū quātitatū quibus nullum interponitur mediū:habet naturā lineæ. Earum vero quibus interponitur vnum medium in continua proportionalitate: ha-

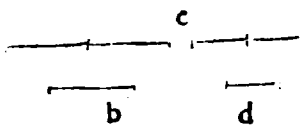
27
9
3
1

bet naturam ſuperficiei/eoquod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in ſe. Omne autem qđ ex multiplicatione lineæ in lineam producitur: naturam habet ſuperficiei. ſi in ſe quidem/quadrati: ſi vero in alteram/parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur: naturam habet ſolidi. quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in ſe/ex qua multiplicatione producitur ſuperficies: deinde in productum/ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus. omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in ſuperficiem producitur: creſcit in ſolidum. ¶ Eſt ergo acſi diceret/proportio duarum quantitatum: eſt ſimplex interuallum / & habens naturam ſimplicis dimenſionis vt lineæ. proportionalitas autem trium: eſt duplex interuallum/& habens naturam duplicis dimenſionis vt ſuperficiei. proportionalitas autem quatuor: eſt triplex interuallum/ & habens naturam trinæ dimenſionis vt ſolidi. Et quia dimenſiones vlterius non procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis / aut pluribus conſtitutæ. vel non diffiniuit proportionem in his: quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata/& in quatuor terminis conſtat ex eadem triplicata: in quinq; terminis conſtat ex eadem quadruplicata/& in ſex ex eadem quincuplicata. vnde quemadmodũ in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionem primorũ bis/& in 4. terminis ter: ſic in quinq; terminis continebit quater/& in ſex quinquies/& ita deinceps. vt ſemper proportio extremorum in terminis continue proportionalibus toties contineat proportionem primorum: quot ſunt omnes termini/minus vno. Similiter quoq; ſi porportio extremorũ continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ/eſt ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ſemel multiplicata/& in quatuor in ſe bis multiplicata: in quinq; terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ter multiplicata/& in ſex terminis quater/& ſic ſemper vt termini fuerint duobus plures multiplicationibus/ſiue vt multiplicationes ſint ęquales medijs extremis interpoſitis. Et nota q; etiam in proportionalitate continua extremorũ: proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs: vt ex prędictis apparet. & q; proportio extremorum cõtinuę proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ denominatur a quadrato/in quatuor vero terminis conſtitutæ denominatur a cubo: quorum quidẽ quadrati & cubi latus eſt denominatio proportionis primi ad ſecundum. verbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuę proportionales qui ſint continue tripli: 3, 9, 27, 81. proportio primi ad ſecũdum: denominatur a ternario. eſt enim tripla. primi vero ad tertium: a nouenario qui eſt quadratus ternarij. nam ipſa eſt nõcupla. At vero proportio primi ad quartum: denominatur a 27 qui eſt cubus denominationis proportionis primi ad ſecũdũ videlicet ternarij. ipſa enim ẽ vigincupla ſeptupla. Et proportio extremorum in proportionalitatis continuæ in tribus terminis conſtitutæ: denominatur a ſuperficiali non quadrato/cuius latera ſunt denominationes ipſarum proportionum. in quatuor vero terminis conſtitutæ: denominatur a ſolido non cubo/cuius tria latera ſunt denominationes triũ proportionum. qđ etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ proportionales / qui ſint 2, 4, 12, 48: ĩ quibus proportio primi ad ſecundum eſt dupla/ſecundi ad tertium tripla/& ideo primi ad tertium ſexcupla. tertij vero ad quartũ q̃drupla/& ideo primi ad quartũ vigincupla q̃drupla. Senarius ergo q eſt denominatio proportionis primi ad tertium: eſt ſuperficialis/cuius latera ſunt 2 & 3 quæ ſunt denominationes duarum primarum proportionũ. 24. vero qui eſt denominatio proportionis primi ad quartũ: eſt ſolidus cuius latera ſũt 2, 3, & 4, quę ſunt denominationes triũ proportionũ inter illos quatuor terminos exiſtentiũ.

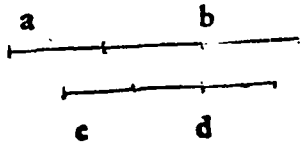


¶Quãtitates quæ ſunt in proportione vna/antecedens ad conſequentem et antecedens ad conſequentem: dicetur ecõtrario ſicut conſequens ad antecedentem/ ſic conſequens ad antecedentem. Itemq; permutatim ſicut antecedens ad antecedentem: ſic etiam conſequens ad conſequentem. 12

¶CAMPANVS. ¶Diffinit ſpecies proportionalitatis: quæ ſunt ſex. videlicet conuerſa/permutata/diſiuncta/euerſa/& æqua. Sunt autem hæ ſpecies: quaſi quidam modi arguẽdi. Diffinit ergo primo conuerſam proportionalitatem & permutatam: in quibus manent antecedentia & conſequentia eadem ſecundũ ſubſtantiam (quod nõ eſt in diſiuncta/cõiuncta aut euerſa) & in quibus nihil extra ſumitur vt in æqua. Vocat autẽ antecedens: primum extremum proportionis. conſequens vero: vocat ſecũdum. Vult itaq; per hanc diffinitionem/ q; ſi fuerit proportio a ad b ſicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a ſicut d ad c, videlicet vt faciam de antecedentibus conſequentia/ & de conſequentibus antecedentia: q; iſte modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario ſiue cõuerſa. Si autem ſic arguam/a ad b ſicut c ad d/ergo a ad c ſicut b ad d/videlicet vt ambo extrema primę proportionis fiant antecedẽtia/ambo extrema ſecũdæ/conſequentia: vult q; iſte modus arguẽdi vocetur proportionalitas permutata. & in iſto modo arguendi fit antecedens ſecundæ proportionis/conſequens primæ: & cõſequens primæ/antecedens ſecundæ.

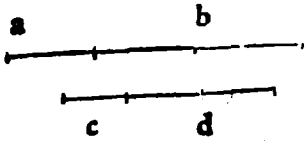


¶Cõiuncta vero proportionalitas: dicitur quoties ſicut antecedens cum conſequente ad conſequens/ ſic etiam antecedens cum conſequente ad conſequens. 13



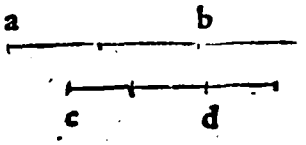
¶CAMPANVS. ¶Diffinit coniunctam/diſiunctam/& euerſam: in quibus etiam nihil extra ſumitur/ ſed termini nõ manent in ipſis ijdem ſecundum ſubſtantiam. & vult q; ſi ita fuerit vt ſit a ad b ſicut c ad d/& ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b ſicut totius c d ad d: q; iſte modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

¶Diſiuncta vero proportionalitas: dicitur augmentorũ antecedentium ſupra conſequentia æqua comparatio. 14



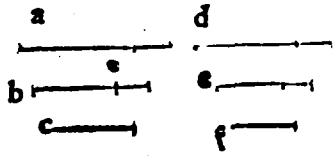
¶CAMPANVS. ¶Vult q; ſi fuerit proportio totius a b ad b ſicut totius c d ad d, & ex hoc ego concludam ergo a ad b ſicut c ad d: q; iſte modus arguendi vocetur diſiuncta proportionalitas.

¶Euerſa proportionalitas: dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta ſui ſupra conſequentia ſua ſimilitudo proportionum. 15



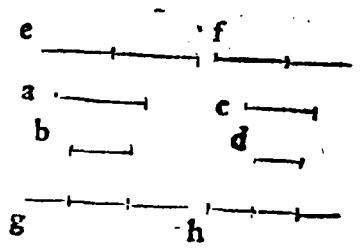
¶CAMPANVS. ¶Vult q; ſi fuerit a b ad b ſicut c d ad d/& ex hoc ego concludam ergo a b ad a ſicut c d ad c: q; iſte modus arguendi dicatur euerſa proportionalitas.

¶Aequa proportionalitas: dicitur quantitatibus plurimis propoſitis aliiſq; ſecũdũ eundẽ numerum in vna proportione applicatis/mediorum æquali numero remoto/vtrorumq; ſummorum ſimilitudo proportionum. 16



¶CAMPANVS. ¶Diffinit æquam proportionalitatem: quę ad probãdum propoſitum ad extra ſumitur. & vult q; ſi ſumantur quotlibet quãtitates vt a, b, c, itẽq; totidẽ aliæ ſiue ſint eiuſdem generis cum primis ſiue alterius vt d, e, f, fuerintq; ſecundæ in proportione primarũ ſiue eodẽ ordine vt ſi dicat a ad b ſicut d ad e & b ad c ſicut e ad f, ſiue ordine cõuerſo vt ſi dicatur a ad b ſicut e ad f & b ad c ſicut d ad e, & ex hoc cõcludat ergo a ad c ſicut d ad f: q; iſte mod⁹ arguẽdi vocet eq̃ pportiona-

litas. ¶Horũ autem ſex modorũ arguẽdi qui dicuntur ſpecies proportionalitatis: quatuor probat author in littera infra in iſto quito. Permutatam quidem proportionalitatem: probat in 16 huius. diſiunctam vero: in 17. coniunctam: in 18. æquam vero proportionalitatem: demonſtrat in 22 & 23. ſed in 22: cum quantitates duorum ordinum eodem ordine ſũt proportionales. in 23 vero: cũ et ſũt ꝓportionales ordie cõuerſo. Cõuerſã vero ꝓportionalitatẽ aut euerſã non demonſtrat: eo ꝙ conuerſa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euerſa autẽ patet ex permutata adinuicem 19 vt ſuper eadẽ 19 ſumus dicturi. ¶Qualiter autem conuerſa proportionalitas ex diuiſione quantitatum incontinue proportionalium manifeſta ſit: demonſtremus nunc. Sit ergo proportio a ad b: ſicut c ad d. volo ergo demonſtrare ꝙ erit b ad a: ſicut d ad c. Sumanť e ad a, & f ad c, æque multiplicia: ſimiliter quoꝙ g ad b, & h ad d, æque multiplicia. eritꝙ per conuerſionem diffinitionis quantitatum incontinue proportionalium: vt e & g itemꝙ f & b ſimiliter ſe habeant in additione/diminutione & æqualitate. intelligo tunc b primum/a ſecundum/d tertium/c quartum. ſumptaq; ſunt ad primũ & tertium: g & b æque multiplicia. Itemꝙ ad ſecundum & quartum: e & f æq̃ multiplicia. Et quia multiplicia primi & ſecundi quæ ſunt g & e ſimiliter ſe habent multiplicibus tertij & quarti quæ ſunt h & f adinuicem in additione/diminutione & æqualitate: erit per dictam diffinitionẽ/proportio b primi ad a ſecundum ſicut c tertij ad d quartum. quod eſt ꝓpoſitum. Cõſtat itaꝙ modus arguendi qui dicitur conuerſa proportionalitas. ¶Huiꝰ autẽ quinti libri principia plurimis difficilima eſſe videntur: & quibuſdam concluſionibus quas ex ipſis demonſtrat/magis ab intellectu diſtantia. Nihil enim videtur intellectui imediatius adhęrere: q̃ ꝙ duarum quarũlibet quantitatum æqualiũ ſit ad tertiam quãlibet vna proportio: qđ tamen huius quinti ſeptima demonſtrat/ex diffinitiõe incontinuæ proportionalitatis/quæ ab intellectu primo videtur q̃plurimũ eſſe remota. quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquã tertiam/eandem eſſe proportionem concedat: q̃ q̃tuor quãtitatũ ſi multiplicia primæ & tertiæ æqualiter ſumpta multiplicibus ſecũdæ & quartę æqualiter ſumptis ſimiliter ſe habuerint in additione diminutione & æqualitate/eſſe proportionem primæ ad ſecundam ſicut tertię ad quartam? Verum ſi ſubtiliter intuemur/liquido conſtabit non poſſe vniri intellectui ꝙ proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam ſit vna: niſi per quid eſt eſſe proportionem vnã. ſi enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionem vnam eandem proportionem alteri: quomodo cognoſcet duarum quantitatum æqualium eſſe eandem proportionem ad tertiam. Indiget igitur proculdubio intellectus anteq̃ illam quæ videbatur cõceptibilis propoſitio/appræhendat: huius rei quæ ꝑ ipius diffinitionem habebitur cognitione. poſtmodum vtrum ea diffinitiꝰ duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cõueniat: pertractatione. quod ſi diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire: cõcludetur propoſitum. ſin autem: oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio: quã ſuperficialis appræhenſio immediata iudicauit. ¶Similiter quoꝙ immediatius iudicat prima appręhenſio adhęrere intellectui ꝙ duarum quantitatum inæqualium maior eſt proportio maioris earũ ad aliam q̃ minoris ad eandem/quam demonſtrat 8 huius: q̃ ꝙ 4. quãtitatum ſit maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartã. cũ multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter ſumptis/itemꝙ aliis ad ſecundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit ſuper multiplex ſecundæ/ & multiplex tertiæ non addit ſuper multiplex quartæ. ex quo quæ prædicta eſt ꝓpoſitio demonſtratur. ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi: niſi per quid eſt eſſe proportionem maiorem. ¶Igitur oportuit Euclidẽ: quæ quantitates dicũtur proportionales/& quę improportionales diffinire. Proportionales autem: ſunt quarum proportio vna eſt. & improportionales: quarum proportiones diuerſæ. Itaꝙ diffiniuiuit quã

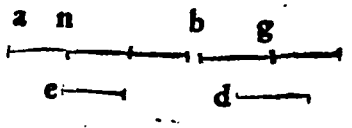


titates quarum proportio vna eſt. & eas in quibus connectuntur extrema non diſſociatis mediis/quas vocauit continue proportionales. & dixit hanc ꝓportionalitatem/in tribus terminis ad minus exiſtere/propter hoc ꝙ vnum ſaltem bis ſumendum eſt medium/et eas in quibus accidit interruptio mediorum/& hec ſunt incontinue proportionales. & hec proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos/propter alterius medij ſumptionem. Et diffiniuit etiam quantitates quæ ſunt impro portionales: quarum eſt maior vna proportio q̄ ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis: tunc facile eſſet intellectui cognoſcere q̄ proportiones eſſent vna & quę diuerſæ. Quę enim haberent vnam denominationem: eſſent vna. quæ autem diuerſas: diuerſæ. hæc autem facilitas manifeſta eſt ex arithmetica: quoniã omnium numerorũ proportio ſcita & rationalis eſt. Vnde Iordanus in ſecũdo arithmeticæ ſuæ diffiniens quæ proportiones ſunt eędem & quæ diuerſæ: dicit eaſdē eſſe quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem vero/quæ maiorem: & minorem/quæ minorem. Sed infinitæ ſunt proportiones irrationales: quarum denominatio ſcibilis non eſt. quare cum Euclides cõſideret in hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales vel irrationales quoniam conſiderat proportionem repertam in continuis quæ communis eſt ad iſtas: non potuit diffinire identitatē proportionum ꝑ idẽtitatem denominationũ ſicut arithmeticus/ eo ꝙ multarum propotionum (vt dictum eſt) ſunt denominationes ſimpliciter ignotæ/diffinitionē autem oportet fieri ex notis. vnde malicia proportionum irrationalium: coegit Euclidem tales diffinitiones ponere.

Quia ergo non potuit (vt patet ex p̄miſſis) diffinire proportionalitatem ſiue identitatem proportionum ꝑ identitatem habitudinum/ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & in conuenientiam terminorum: coactus eſt refugere ad terminorum multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum & æqualitatem conſideratis ęquis numeroſitatibus ſumptorũ/ꝑ quod ad naturam irrationalitatis reducuntur: propoſitam diffinitionē venetur. nihil enim in quocũq; inæqualitatis genere/terminis magis idē: q̄ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus: q̄ multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio eſt duarum quantitatum eiuſdē generis certa habitudo cõſiderata in eo ꝙ ſũt æquales aut altera maior: ideo identitas proportionum exiſtẽtium iter primam 4. quãtitatum ad ſecundam & tertiam ad quartam / eſt ſimilis æqualitas primæ ad ſecundam/ & tertiæ ad quartam / aut ſimilis maioritas / aut ſimilis minoritas. hec autem ſimilis æqualitas / aut ſimilis maioritas/aut ſimilis minoritas tũc eſt iter quatuor quaſlibet quantitates: cum eſt inter oẽs earum æqualiter multiplices. ¶ Quod ergo dicit in quinta diffinitione/quantitates quę dicunt cõtinuam proportionalitatem habere ſũt quarũ æque multiplicia aut ęqua ſunt aut æque ſibi ſine interruptione addũt aut minuunt: eſt ac ſi diceret /omnes illas quantitates voco continue proportionales (qd eſt eas ſimiliter eſſe æquales cõtinue/& ſimiliter cõtinue eſſe maiores/& ſimiliter cõtinue eſſe minores) quarum omnes æque multiplices/aut ſibi inuicem ſũt/ſimiliter cõtinue æquales/vel ſimiliter continue maiores/vel ſimiliter continue minores/quod eſt etiam ipſas multiplices eſſe continue proportionales. quod ſi hoc alicubi in multiplicibus diſſonat: eas dico non eſſe continue proportionales. ¶ Quod autẽ dicit in ſexta diffinitione. Quantitates quæ dicũtur eſſe ſecũdum proportionem vnam prima ad ſecundam & tertia ad quartam &c. eſt ac ſi diceret omnes 4. quãtitates voco incontinue proportionales/& ſe habere primam ad ſecũdam ſicut tertia ſe habet ad quartã (quod eſt primam ad ſecũdam/& tertiam ad quartam ſimiliter ſe habere in æquando aut addẽdo aut minuẽdo) quarũ omnes æque multiplices primę & tertiæ ad oẽs æque multiplices ſecũdæ & quartæ ſimiliter ſe habẽt aut i æquãdo aut addẽdo aut minuẽdo. quod eſt etiam multiplices primę in

eadem proportione ſe habere ad multiplices ſecũdæ:in qua multiplices tertiæ ſe habent ad multiplices quartæ.quod ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicibus:dico non eſſe proportionem primæ ad ſecundã ſicut tertiæ ad quartam.Quod autem dicit in 8 diffinitione:eſt acſi diceret/ maiorem proportionem voco 4. quantitatum primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam(quod eſt primam magis excedere ſecũdam q̃ tertia excedat quartam)quarum aliqua ex multiplicibus primæ addit ſup aliquam ex multiplicibus ſecundæ/aliqua ex multiplicibus tertiæ ſumpta ſecundum numerationem multiplicis primæ/non addente ſuper aliquem ex multiplicibus quartæ/ſumpta ſecundum numerationem multiplicis ſecũdæ. quod eſt eſſe maiorem proportionem multiplicis primæ ad multiplicem ſecundæ:q̃ multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

¶ Diffinitiones autem iſtas niſi ſũt aliqui demonſtrare :quorũ Ametus filius Ioſeph tẽtauit eas demõſtrare in epiſtola ſua quã de proportiõe & proportionalitate compoſuit.& accepit tria per modum poſitionis tanq̃ principia:quæ dicit eſſe per ſe nota & probatiõe nõ indigere. Quorũ primum eſt q̃ ſi fuerint 4. quãtitates/quarum ſit proportio primæ ad ſecũdam ſicut tertiæ ad quartam:erit econuerſo proportio ſecũdæ ad primã ſicut quartæ ad tertiam.& hic eſt modus arguendi:quem vocauit ſuperius Euclides cõuerſam proportionalitatem.Et errauit/quoniã dixit propoſitionem eſſe p ſe notam:cuius tamen antecedẽs & cõſequẽs ſũt ignota.Ignotum eſt enim quid ſit eſſe proportionem primæ quãtitatis ad ſecũdã ſicut tertiæ ad quartã.quare hoc ignoto poſito:ipoſſibile eſt intelligere quid ex ipſo ſequatur.Similiter quoq; quia cõſequẽs eſt ignotũ:impoſſibile eſt itelligere quid ad ipſam antecedat.Secundũ principiũ eius fuit/q̃ ſi fuerint 4. quãtitates quarũ ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam:ſi prima ſit maior ſecunda/erit tertia maior quarta.& ſi minor:minor.& ſi æqualis:æqualis.Tertium fuit q̃ ſi fuerint 4. quantitates quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartã :erit primæ ad quodlibet multiplex ſecundæ/ſicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ.Et accidit ſibi in iſtis duobus principijs idem peccatum:quod accidebat in primo. accepit enim in omnibus ignota ſimiliter/tanq̃ nota.quare non demonſtrauit.peccauit etiam in ſecunda demonſtratione & in tertia & in quinta.in quarum qualibet arguit ex 8 vel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis.Arguit enim ſic.ſi proportio a b ad e eſt maior q̃ g ad d:ſit ergo vt n b partis a b ad e ſicut g ad d.per quod apparet ipſũ ſuponere q̃ duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarũ ad e maior maiorem & minor minorem ad ipſam optinet proportionem.vel q̃ quantitas quæ ad e habebit minorem proportionẽ q̃ habeat a b:erit minor a b.quorum primum demonſtrat 8 huius.& ſecundum:10.Nam cũ vult is ſumere quãtitatem quę ſe habeat ad e in proportione g ad d:da bo tibi maiorẽ aut minorem aut æqualem a b iudifferenter ſicut voluero.quare autnõ demõſtrat/aut accidit ſibi circulus/& pincipia eſſe ignotiora concluſionibus.Supponenda ſunt igitur cũ Euclide principia tanq̃ nota.& non ipſa ex concluſionibus:ſed concluſiones ex ipſis demonſtrandæ ſunt.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS EX TRADI-
tione Theonis Græci commentatoris, Bartho-
lomęo Zamberto Veneto interprete geo
metricorum elementorum li-
ber quintus.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.

PArs: eſt magnitudo magnitudinis minor maioris/ quando minor me titur maiorem. 1

¶Multiplex autem: maior minore/ quando eam metitur minor. 2

¶Ratio: eſt duarum magnitudinũ eiuſdem generis aliquatenus ad inuicem quædam habitudo. 3

¶Proportio vero: eſt rationũ idẽ titas. 4

¶Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur: quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere. 5

¶In eadem ratione magnitudines dicuntur eſſe/ prima ad ſecundam & tertia ad quartam: quãdo primæ æque mul tiplicia/ ſecũdæ & quartę æque multiplicia iuxta quãuis multiplicationem vtraq; vtrãq; vel vna excedunt vel vna æquales vel vna deficiunt ſumptæ adinuicem. 6

¶Eandem autem habentes rationem magnitudines: pro portionales vocentur. 7

¶Quando vero æque multiplicium multiplex primi exceſ ſerit multiplex ſecũdi/ multiplex autem tertij non exceſ ſerit multiplex quarti: tũc primum ad ſecundum maiorẽ rationem habere dicetur/ q̃ tertium ad quartum. 8

¶Proportio autem in tribus terminis: minima eſt. 9

¶Quando tres magnitudines proportionales fuerint: pri ma ad tertiam duplicem rationem habere dicetur q̃ ad ſe cundam. Quando autem quatuor magnitudines propor tionales fuerint & ſemper ordinatim vna plus: prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur q̃ ad ſecun dam/ ex quo fuerit proportio extenſa. 10

¶Similis rationis magnitudines dicuntur: antecedentia antecedentibus & conſequentia conſequentibus. 11

¶Conuerſa ratio: eſt acceptio antecedentis ad antecedens: et conſequentis ad conſequens. 12

¶Permutata ratio: eſt acceptio conſequentis tanq̃ antecedẽ tis ad antecedens tanquam ad conſequens. 13

¶Compoſita ratio: eſt acceptio antecedentis cũ conſequen 14.

te ſicut vnius: ad ipſum conſequens.

15 ¶Diuiſa ratio: eſt acceptio exceſſus quo excedit antecedēs ipſum conſequens: ad ipſum conſequens.

16 ¶Conuerſio rationis: eſt acceptio antecedētis ad exceſſum quo excedit antecedens ipſum conſequens.

17 ¶Aequa ratio: eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine cum duabus ſumptis & in eadem ratione/quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum/ſic in ſecundis magnitudinibus primum ad vltimum. Vel aliter. Acceptio extremorum per ſubtractionem mediorum.

18 ¶Ordinata proportio: eſt cum fuerit antecedens ad conſequens ſicut antecedens ad conſequens/& conſequens ad rem aliam: ſicut conſequens ad rem aliam.

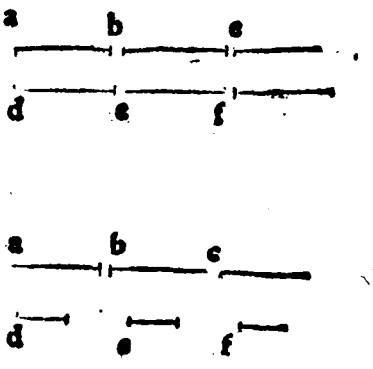
19 ¶Inordinata proportio: eſt cum fuerit antecedens ad conſequens ſicut antecedens ad conſequens/& conſequens ad rem aliam ſicut res alia ad antecedens.

20 ¶Extenſa proportio: eſt quando fuerit ſicut antecedens ad conſequens ſic antecedens ad conſequens/fuerit autem & ſicut conſequens ad rem aliā ſic conſequens ad rem aliā.

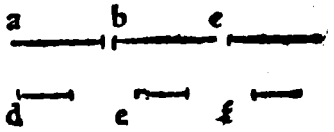
21 ¶Perturbata autem proportio: eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine/ fit. Sicut quidem in primis magnitudinibus antecedēs ad conſequens ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad cōſequens: ſicut autē in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam: ſic in ſecundis res alia ad antecedēs

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 1

SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquè multiplices/ aut ſingulæ ſingulis æquales: neceſſe eſt quemadmodum vna illarum ad ſui comparem/totū quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.



¶CAMPANVS. ¶Sint quotlibet quātitates quæ ſint a,b,c: aliarū totidem quæ ſint d,e,f, æque multiplices/vnaquęq; ad ſui cōparem/aut ſingulę ſint ſingulis æquales. ita videlicet q; ſicut a eſt multiplex d: ita b eſt multiplex e,& c multiplex f. vel ſi a eſt æqualis d: q; ſimiliter b ſit æqualis e,& c æqlis f, dico q; ſicut ſe habet a ad d: ita ſe habet aggregatū ex omnibus quæ ſunt a,b,c, ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt, d, e,f. ¶Q; ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales: patet propoſitum per hanc communem ſcientiam. ſi æqualibus æqualia addantur/tota quoq; erunt æqualia. Si autem ſint omnes ſuis cōparibus æque multiplices: diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium/ erit aggregatum ex prima parte a & prima b,& prima c, æquale aggregato ex d,e,f, per prędictam communem ſcientiam adiuuante hac/quę eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia. Similiter quoq; aggregatum ex ſecūdis partibus quā

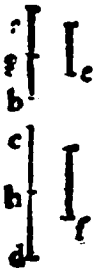


titatum a,b,c:erit æquale aggregato ex d,e,f.ſicq; de cęteris.& quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a:erit vt æquale aggregatum ex d,e,f totiẽs contineatur in aggregato ex a,b,c quotiẽs d,continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a,totiens aggregatum ex d, e,f,numerat aggregatum ex a,b,c:patet q; ſicut a eſt multiplex ad d,ita aggregatum ex a,b,c,aggregati ex d,e,f.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema.1. Propoſitio.1

¶Si fuerint quælibet magnitudines quarũlibet magnitudinum æqualium numero/ſingulę ſingularum æque multiplices:quotuplex eſt vnius vna magnitudo/totuplices erunt & omnes omnium. 1

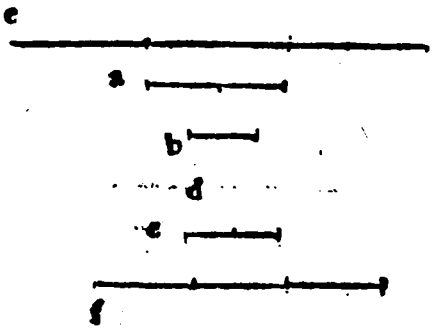
¶THEON ex Zamb. ¶Sint quælibet magnitudines a b,c d:quarũcũq; magnitudinum e,f,æqualium numero/æque multiplices/ſingulæ ſingularũ. Dico q; quotuplex eſt a b ipſius e:totuplices erunt a b & c d, ipſarum e,f. Quoniam enim æque multiplex eſt a b ipſius e, & c d ipſius f:quotcunq; igitur magnitudines ſunt in a b æquales ipſi e,totidẽ & in c d ſũt æquales ipſi f. Dirimatur quidẽ a b,in magnitudines æquales ipſi e,hoc eſt a g & g b:& c d in ipſi f æquales magnitudines/hoc eſt c h,& h d,Erit nimirum multitudo ipſarum c h & h d: multitudini ipſarũ a g & g b æqualis. Et quoniã æqualis eſt a g ipſi e,& c h ipſi f:& a g & c h,ipſis e,f ſũt æquales. & per hoc quoniã æq̃is eſt g b ipſi e, et h d,ipſi f:& g b & h d ipſis e f. Quotcunq; igitur ſũt in a b æquales ipſi e:tot & in ipſis a b& c d,ſunt æqualia ipſis e,f.quotuplex igitur eſt a b,ipſius e:totuplices ſunt a b & c d,ipſarũ e, f. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarũcunq; magnitudinum æqualium numero ſingulę ſingularũ æque multiplices:quotuplex eſt vna magnitudo vnius/totuplices erunt & omnes omnium. q; demonſtraſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio.2

SI fuerint ſex quantitates quarum prima ad ſecũdam atq; tertia ad quartam æque multiplices / quinta vero ad ſecundam atq; ſexta ad quartam æque multiplices: totum primę & quintæ ad ſecundam / totumq; tertiæ & ſextæ ad quartam ęque multiplicia eſſe conueniet. 2

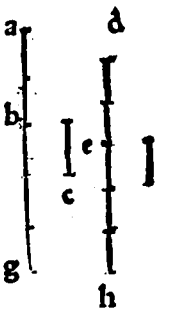
¶CAMPANVS. ¶Sint ſex quantitates:a prima/b ſecunda/c tertia/d quarta e quinta/f ſexta. Sintq; a & c:æque multiplices ad b/& d. Itemq; e,& f:ſint æque multiplices ad eaſdem. Dico q; ſicut totum aggregatũ ex a & e,eſt multiplex ad quantitatem b:ita totum aggregatum ex c & f,eſt multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus ſecundum quem b continetur in a,eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in c,ſimiliter quoq; numerus ſecundum quem b continetur in e,eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in f:erit per communem ſcientiam quę eſt ſi æqualibus æqualia addantur & tota quoq; erũt ęqualia/numerus ſecundum quẽ b continetur in aggregato ex a & e,ęqualis numero ſecundum quem d continetur in aggregato ex c & f. quare ſicut aggregatum ex a & e:eſt multiplex ad b:ita aggregatum ex c & f. eſt multiplex ad d. quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema.2 Propoſitio.2

¶Si prima ſecundæ æque fuerit multiplex & tertia quartę/ fuerit autẽ & quinta ſecundæ æque multiplex & ſexta quartæ:& compoſita prima & quinta,ſecundæ æque multiplex erit/& tertia & ſexta quartæ. 3

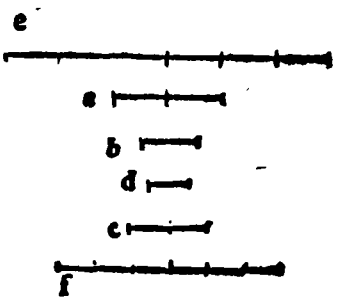
¶THEON ex Zamberto. ¶Prima inq̃ a b, ſecundæ c æque multiplex eſto: & tertia d e, ipſius f quartæ. ſit autem & quinta b g, ſecundæ c æque multiplex: & ſexta e h, ipſius f quartæ. Dico q̃ compoſita prima & quinta a g, ipſius c ſecundæ æque multiplex erit: & tertia & ſexta d h, ipſius f quartæ. Quoniam enim æque multiplex eſt a b ipſius c, & d e ipſiꝰ ſi quot magnitudines igitur ſunt in a b, æquales ipſi c, totidem magnitudines ſunt & in d e, æquales ipſi f. ac per hoc/& quot ſunt in b g, æquales ipſi c: tot etiam ſunt in e h, æquales ipſi f. Quot igitur ſunt ĩ tota a g, æquales ipſi c: tot ſunt in tota d h, æquales ipſi f. Quotuplex igitur ẽ a g, ipſius c: p̃ p̃cedens/totuplex eſt d h, ipſius f. Et cõpoſita igitur prima & quinta a g, ipſius c ſecundæ æque erit multiplex: & tertia & ſexta d h, ipſius f quartæ. Si prima igitur ſecundæ æq̃ fuerit multiplex & tertia quartæ/fuerit autem & quinta ſecundæ æque multiplex & ſexta quartæ: & cõpoſita prima & quinta/ſecundæ æque multiplex erit/& tertia & ſexta quartæ. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

3 SI fuerint primum ſecundi & tertium quarti æque multiplicia/ad primum vero & tertium multiplices ſumantur æquales: erunt multiplex primi ad ſecundum/atq̃ multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

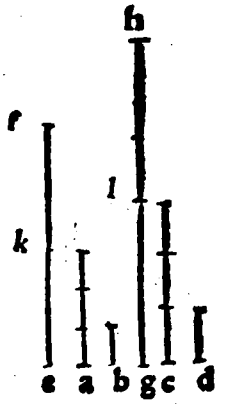
¶CAMPANVS. ¶Sint ſex quantitates: a prima/b ſecunda/c tertia/ d quarta/e quinta/f ſexta. ſintq̃ a ad b & c ad d, itemq̃ e ad a & f ad c: æq̃ multiplices. Dico q̃ ſicut e eſt multiplex ad b: ita f ad d. Diuidatur enim e ſecundum quantitatem a ſui ſubmultiplicis: & f ſecundum quantitatẽ c. eritq̃ propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, vt quælibet partium e ſit ita multiplex ad b: ſicut quælibet partium f ad d. Quia ergo ſicut prima pars c eſt multiplex ad b ita prima pars f eſt multiplex ad d, itemq̃ ſicut ſecunda pars e eſt multiplex ad b ita ſecunda f ad d: ergo erit per præmiſſã vt aggregatũ ex duabus primis ptibus e ſit ita multiplex ad b, ſicut aggregatum ex duabus primis partibus f ad d. Et quia rurſus tertia pars e (ſi ſit aliqua tertia pars) eſt ita multiplex ad b ſicut tertia f ad d: erit per eãdem vt totum aggregatum ex tribus primis partibus c ſit ita multiplex ad b, ſicut totum aggregatũ ex tribus primis partibus f ad d. Sicq̃ (ſi plures fuerint partes e & f) componendo ſemper ſequentem cum aggregato ex prioribus: concludes q̃ ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d per præmiſſam totiens ſumptam quot fuerint partes in e aut in f, minus vna. ſicq̃ patet propoſitum.

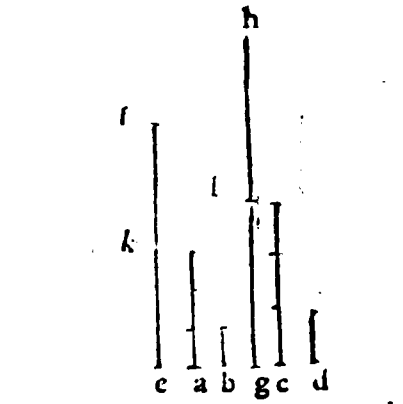


Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

3 ¶Si primum ſecundi æque fuerit multiplex & tertium quarti/ſumantur autem æque multiplicia primi & tertij: & æque ſumptorum vtrumq̃ vtriuſq̃ æque erit multiplex / alterum quidem ſecundi/alterũ autem quarti.

¶THEON ex Zamberto. ¶Primũ inq̃ a, ſecundi b, æque ſit multiplex: & tertium c, ipſius d, quarti. ſumanturq̃ ipſorum a, c: æque multiplicia e f, & g h. Dico q̃ æque multiplex eſt e f, ipſiꝰ b: & g h, ipſius d. Quoniã enim æque multiplex eſt e f ipſius a, & g h ipſius c: quot igitur ſũt magnitudines æquales in e f, ipſi a, tot etiã ſunt magnitudines in g h, æquales ipſi c. Dirimatur quidem e f, in magnitudines æquales ipſi a: hoc eſt e k, & k f. & g h, i æquales ipſi c: hoc eſt g l, & l h. erit vtiq̃ æqualis multitudo ipſorum e k, & k f: multitudini ipſorum g l, & l h. Et quoniam æq̃ multiplex eſt a ipſius b, & c ipſius d, æqualis autem eſt e k ipſi a, & g l ipſi c: æque igitur eſt multiplex e k ipſius b, & g l ipſius d. Ac p hoc iam æque multiplex eſt k f, ipſius b: & l h, ipſius d. Quoniam igitur primum e k ipſius b ſecundi æque eſt multiplex & tertiũ g l ipſius d quar-



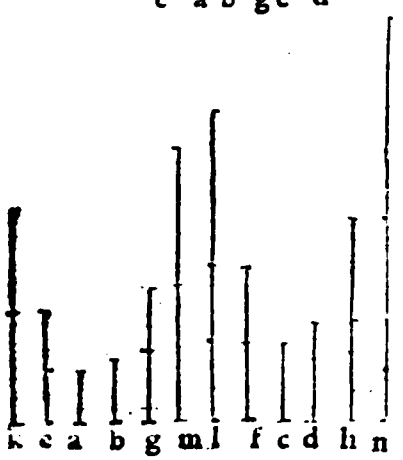


ti/eſt autem & quintum k f ipſius b ſecundi æque multiplex & ſextũ l h ipſius d quarti: & compoſitum igitur per 2 quinti primum & quintũ e f ipſius b ſecundi æque eſt multiplex/& tertium & ſextum g h ipſius d quarti. Si primum igitur ſecundi æque fuerit multiplex & tertiũ quarti/ ſumanturq; primi & tertij æque multiplicia: & æque ſumptorum vtrũq; vtriuſq; æque erit multiplex/alterum ſecundi/ alterũ autem quarti. quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

SI fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartum/ad primum autem et tertium æque multiplicia aſſignẽtur/itemq; ad ſecundum & quartum multiplices æquales: erunt aſſignatę multiplices eodem ordine proportionales. 4

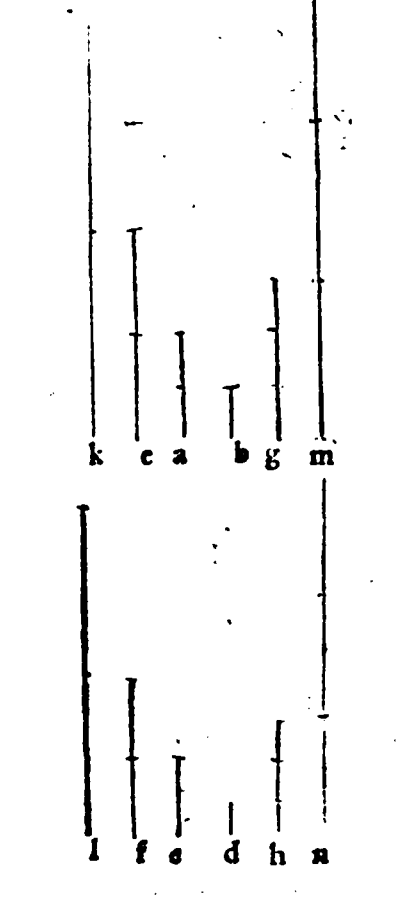
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a primi ad b ſecũdũ: ſicut c tertij ad d quartũ. ſumanturq; e ad a, & f ad c, æque multiplicia: itẽq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico q; proportio e ad g: eſt ſicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æq̃ multiplicia: itẽq; m ad g, & n ad h, æq̃ multiplicia. Et quia e et f ſunt æque multiplicia ad a et c, itemq; k et l æque multiplicia ad e et f: erunt per præmiſſam k et l, æque multiplicia ad a et c. per eandem quoq; erunt m et n: æque multiplicia ad b et d. Quare per conuerſionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis/k ad m, et l ad n: ſimiliter ſe habebunt in addendo/diminuendo et æquando. Quia ergo k et l ſunt æque multiplicia ad e et f, itemq; m et n æque multiplicia ad g et h: erit per diffinitionem incontinuę proportionalitatis/ proportio e ad g ſicut f ad h. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

¶Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationem/& tertium ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia ſecundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/eandem habebunt rationem ſumpta adinuicem. 4

¶THEON ex Zamb. ¶Primũ eni a ad ſcđm b eãdẽ habeat rõnẽ: quã tertiũ c ad quartũ d. Et ſumantur qdẽ ipſorũ a, c: æque multiplicia, e, f: et ipſorũ b, d, alia vtcũq; multiplicia, g, h. Dico q; ſicut ſe habet e ad ipſũ g: ſic ſe habebit f ad ipſũ h. Sumãt eni ipſorũ e, f, æq̃ multiplicia k et l: et ipſorũ g, h, alia quæ vtcũq; ſint æq̃ multiplicia/hoc eſt m et n. Et quoniã æque multiplex eſt e ipſius a, et f ipſius c, ſuſcipiunturq; ipſorũ e, f, æque multiplicia k et l: igitur k per 3 quinti æque multiplex eſt ipſius a, et l ipſius c. et propterea/æque multiplex eſt quoq; m ipius b: et n ipius d. Et quoniam eſt vt a ad b ſic c ad d, et ſumũtur ipſorum a, c, æque multiplicia k, l, ipſorum autem b, d, alia quæ vtcũq; ſunt æque multiplicia/hoc ẽ m, n: (ſi eni excedit k ipſũ m: excedit & l ipſũ n. & ſi æquale: æquale. & ſi minus: minus) p 6 diffinitionem in eadẽ ratione magnitudines eſſe dicũtur. Sunt autem k, l, ipſorum e, f, æque multiplicia: & m, n, ipſorum g, h, alia quæ vtcunq; æque multiplicia ſunt. Eſt igitur vt e ad g: ſic f ad h. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertiũ ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia ſecundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/eandem rationem habebunt ſumpta adinuicem/per 6 diffinitionem quiti. Quod oportebat demonſtrare.

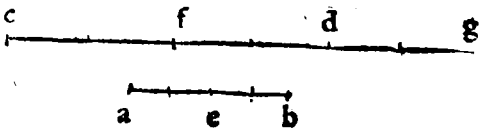


¶LEMMA ſiue aſſumptio. ¶Quoniam igitur demonſtratum eſt q; ſi excedit k ipſum m excedit quoq; & l ipſum n, & ſi æquale æquale/ & ſi minus minus/manifeſtũ autẽ eſt q; ſi m ipſũ k excedit & n excedit ipſum l, & ſi æquale æquale/& ſi minus minus/ ac per hoc erit vt g ad e ſic h ad f: (CORRELARIVM) hinc manifeſtum eſt q; ſi quattuor magnitudines proportionales fuerint: & econtra quoq; proportionales erunt.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 5.

5 SI fuerint duæ quantitates quarum vna ſit pars alterius/minuaturq; ab vtraq; ipſarũ ipſa pars: erit reliquum reliquo atq; totum toti æque multiplex.

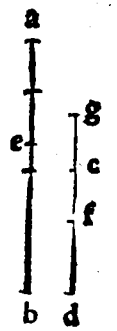
¶Vel ſic. minuaturq; ab vtraq; ipſarum/ipſa pars aliquot a: erit reliquum reliqui tota pars/quota totum totius.



¶CAMPANVS. ¶Sit quãtitas a b tota pars quantitatis c d, quota eſt e b ipſius a b: minuaturq; a b ex quãtitate c d, & ſit reſiduũ f c, eritq; f d æqlis a b. ſimiliter quoq; minuatur e b ex quãtitate a b: ſitq; reſiduũ e a. Dico q̃ quota pars eſt quantitas a b quantitatis c d: tota eſt quantitas a e quantitatis c f. Cum enim f d ſit æqualis a b: erit f d ita multiplex e b, ſicut c d eſt multiplex a b. ponam itaq; d g ita multiplicem a e: ſicut f d eſt multiplex e b. eritq; ex prima huius/quãtitas f g ita multiplex a b: ſicut f d eſt multiplex e b. & quia ſic fuit c d multiplex a b, ſicut f d fuit multiplex e b: erit vtraq; duarũ quantitatum c d, f g, æque multiplex quantitatis a b. quare per communem ſcientiam: c d & f g ſunt æquales adinuicem. dempta igitur ab vtraq; earum/quantitate f d: erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e ſicut f d, e b, & ideo ſicut a b, e b, quare & ſicut c d, a b: erit c f ita multiplex a e, ſicut tota c d totius a b. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

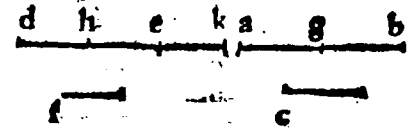
5 ¶Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex quotuplex tota totius eſt multiplex.



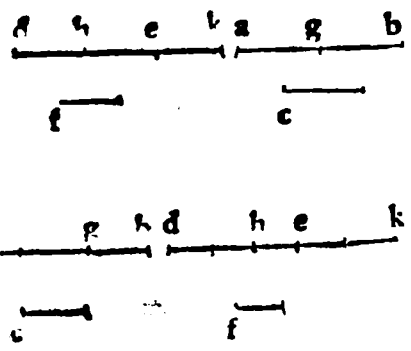
¶THEON ex Zamb. ¶Magnitudo inq̃ a b, magnitudinis c d æque multiplex eſto atq; & ablata a e, ablatæ c f. Dico q̃ & reliqua e b, reliq̃ d f æq̃ erit multiplex: quotuplex tota a b totius c d eſt multiplex. Quotuplex eſt a e ipſius c f: totuplex fiat e b ipſius c g. Et quoniam per primam huius/æque multiplex eſt a e ipſius c f, & a b ipſius c d, ponitur autem æque multiplex a e ipſius c f & a b ipſius g f: æque igitur eſt multiplex a b, vtriuſq; ipſorum g f & c d. æqualis igitur eſt g f: ipſi c d. Communis auferatur c f. reliqua igitur g c: reliquæ d f eſt æqualis. Et quoniam æque multiplex eſt a e ipſius c f, & e b ipſius g c, æqualis autem eſt g c ipſi d f: æque igitur eſt multiplex a e ipſius c f, & e b ipſius f d. Aeque autem ponitur multiplex: a e ipſius c f & a b ipſius c d. æquæ igitur eſt multiplex e b ipſius f d: & a b ipſius c d. Et reliqua igitur e b, reliquæ f d æque multiplex erit: quotuplex eſt tota a b totius c d. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit/quotuplex eſt tota totius. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI fuerint duæ quãtitates ad alias duas æque multiplices/duæq; minores a duabus maioribus vtraq; ſua multiplice ſubtrahantur: erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia/aut eis æqualia.



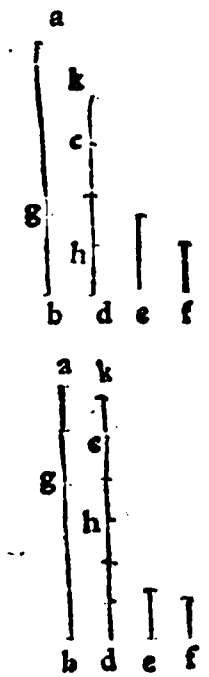
¶CAMPANVS. ¶Sint quãtitates a b ad c, & d e ad f: æque multiplices. ſubtrahãturq; c ex a b: & f ex d e. & ſint reſidua ex a b q̃dẽ a g: ex d e, d h. eritq; g b q̃q̃lis c: & h e æq̃lis f. dico q̃ duo reſidua a g & d h erũt æq̃lia duabus quãtitatibus c & f: aut eis æq̃ multiplicia. Sit ergo primo a g:



æqualis c. dico q̄ d h eſt æqualis f. Sumã enī quãtitatẽ e k æqualem f. eritq; per præmiſſas hypotheſes vt toties f ſit in h k: quoties c in a b. quare ſicut a b eſt multiplex c: ita h k eſt multiplex f. ſed ſic etiam d e erat multiplex eiuſdem f. erit igitur per communem ſcientiam: h k æqualis d e. dempta igitur cõmuni earum quãtitate h e: erit d h æqualis f. quod eſt propoſitum. ¶ Si autem a g ſit multiplex c: ponam vt e k ſit æque multiplex f. eritq; vt prius/vt toties f ſit in h k: quoties c in a b. ſed toties erat etiam in d e. erit igitur vt prius/d e æqualis h k: & d h, e k. quare ſicut a g eſt multiplex c: ita d h eſt multiplex f. quod eſt propoſitum. ¶ Aliter idem. Cum ſecundũ eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c ſecundũ quem quantitas d e quantitatem f, demptaq; ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus ſecundum quẽ a g continet c, & ſecundum quẽ d h continet f: patet quantitates a g & d h, eſſe æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

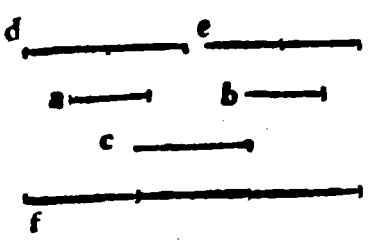
¶ Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices/& ablatæ aliquæ earum æque fuerint multiplices: & reliquæ eiſdem vel æquales ſunt/vel æque ipſarum multiplices. 6



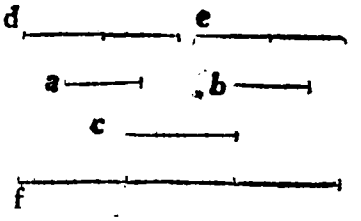
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duæ inq̄ magnitudines a b, c d: duarum magnitudinum e & f, æque ſint multiplices. & ablatæ aliquæ a g, & c h: earundem e & f æque ſint etiam multiplices. Dico q̄ & reliquæ g b & h d: eiſdem e & f, aut ſunt æquales/aut earum æque multiplices. Sit enim primum: g b ipſi e æquale. Dico q̄ & h d: ipſi f eſt æquale. Ponatur inq̄ ipſi f: æqualis c k. Quoniam æque multiplex eſt a g ipſius e, & c h ipſius f, æqualis autem eſt g b ipſi e, & k c ipſi f: æque igitur eſt multiplex a b ipſius e, & k h ipſius f. Aeque autem ponitur multiplex a b ipſius e: & c d ipſius f. Aeque igitur eſt multiplex k h ipſius f: & c d ipſius f. Quoniam igitur vtraq; ipſarum k h & c d, ipſius f æque eſt multiplex: æqualis igitur per primam cõmunem ſententiam eſt k h ipſi c d. Communis auferatur c h. reliqua igitur k c: reliquæ h d & eſt æqualis. Sed f: ipſi k c eſt æqualis. & ipſi h d igitur: f eſt æqualis. ſicut igitur g b æqualis eſt ipſi e: & d h ipſi f erit æquale. Similiter quoq; oſtendemus q̄ & ſi multiplex fuerit g b ipſius e: tam multiplex erit & h d ipſius f. Si duæ igitur magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices/& ablatæ aliquæ earũdẽ æque fuerint multiplices: & reliquæ eiſdẽ aut æquales/aut earum æque multiplices erunt. Quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

SI duæ quantitates inæquales ad quamlibet comparẽtur: earum ad illam erit vna proportio. itemq; ad illas proportio illius: vna eſt. 7



¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates a, b, æquales: quæ comparentur ad quamlibet tertiam vt ad c. dico q̄ eadẽ eſt proportio a ad c, & b ad c: itemq; eadem c ad a, & c ad b. Primum ſic probatur. Cum enim c ſit conſequens ad a primam/& ad b tertiam: ipſa erit in ratione ſecundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam/& e ad b tertiam: æque multiplices. & ſumam f: quamlibet ex multiplicibus c, quæ eſt ſecunda & quarta. Et quia a & b quarũ ſunt æque multiplices d & e, poſitæ ſunt æquales: erit vt ſi d diuidatur ſcdm quantitatẽ a, & e ſecũdũ q̄titatẽ b, q̄ partes vtrobiq; ſũt numero & quãtitate æq̄les. numero qdẽ: per hypotheſin propter æq̄litatẽ multiplicatiõis vtrobiq;. quãtitate autẽ: per hãc cõmunẽ ſcientiã quoties oportuit repetitã/q̄ eidẽ ſunt æq̄lia ſibiiuicẽ

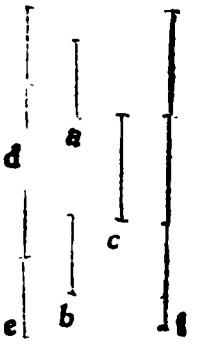


sunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e, & secunda secundæ / & cæteræ cæteris / suntq; tot partes in d quot sunt in e: erit per primam huius / d æqualis e. Quare per cõmunem sciẽtiam / si duæ quantitates æquales comparẽtur ad aliam tertiam: aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f, aut similiter minores / aut sibi æquales. igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis / quæ est proportio a primæ ad c secũdam: eadem est b tertiæ ad c quartam. quod est propositum. ¶ Secundum eodem modo probabis ordine conuerso. vt c ponatur prima & tertia: a vero secunda / b quarta. Cum vero quantitas f, quæ est æque multiplex primæ & tertiæ / sit aut similiter maior quãtitatibus d & e quæ sunt æque multiplices secundæ & quartæ / aut similiter minor / aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem / proportio c primæ ad a secundam sicut c tertię ad b quartam. Quod est propositum secundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 ¶ Æquales: ad eandem / eandem / habent rationem. & eadem: ad æquales.

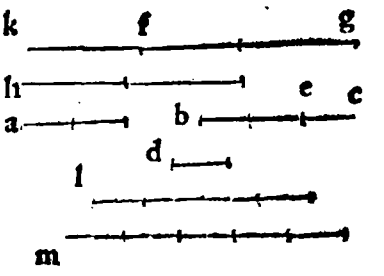
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint æquales magnitudines a, b: alia autẽ vtcũq; magnitudo c. Dico q; vtraq; ipsarũ a, b: ad ipsã c, eãdẽ habet rationem. & c: ad vtranq; ipsarum a, b. Sumãtur per 3 quinti / ipsarũ a, b, æq̃ multiplices: sintq; d, e. ipsius autem c, alia vtcunq; multiplex: sitq; f. Quoniam igitur æque multiplex est d ipsius a, & e ipsius b, æqualis autem est a ipsi b: æqualis igitur est per primam cõmunem sententiam, & d ipsi e. Alia autem vtcunq; f. si excedit autem d ipsum f: excedit & e ipsum f. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Sunt quidem d, e, ipsarum a, b æque multiplices: & f ipsius c alia vtcunq; multiplex. Est igitur vt a ad c: sic b ad c. ¶ Dico iã q; & c: ad vtrãq; ipsarũ a, b, eãdẽ habet rationẽ. Eisdem nãq; dispositis: similiter ostẽdemus q; æqualis est d ipsi e. aliud autẽ quod est f. Si igitur excedit f, ipsum d: & excedit ipsũ e. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. At f ipsius c multiplex est. & d, e, ipsarum a, b, aliæ quæ vtcunq; sunt æque multiplices. Est igitur sicut c ad a: sic est c ad b. Aequales igitur ad eandem: eandem habent rationem, & eadem: ad æquales. quod fuerat demonstrandum.

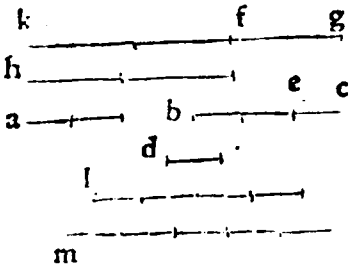


Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI duæ quantitates inæquales ad vnam quantitatẽ proportionentur: maior quidem maiorem / minor vero minorem obtinebit proportionem. Illius autẽ ad illas / ad minorem quidem proportio maior: ad maiorem vero minor erit.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates inęquales a & b c: sitq; maior b c. & proportionẽtur ad eandẽ quantitatẽ quæ sit d. dico q; maior est proportio b c ad d: q̃ a ad d. & q; econtrario maior est d ad a: q̃ d ad b c. Primum sic probatur. Ponam c b æqualem a. & multiplicabo totiens e c: q; proueniat quantitas maior d. sitq; f g. & sumam k f ita multiplicem b e, & similiter h ita multiplicem a: sicut f g est multiplex e c. eritq; per primam huius / h ita multiplex a: sicut k g est multiplex b c. erit etiam h æqualis k f: propter hoc q; earum submultiplices q̃ sũt a & b e, positę sũt æq̃les. Ponã quoq; q; h nõ sit minor d: sed æq̃lis / aut maior. toties enim multiplicabo vnãquãq; triũ quãtitatũ e c, b e, & a, æq̃liter: q; f g multiplex e c, pueniat maior d, & q; h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ. deide toties multiplicabo d: q; proueniat q̃titas maior h. sitq; m prima q̃titas multipliciũ d q̃ sit maior h. sub q̃ sumã maxi-

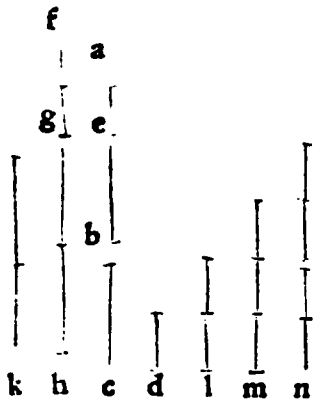




mam multiplicem d: aut ſibi æqualem ſi m eſt prima in ordine multiplicium d, quæ ſit l. eritq; vt l non ſit maior h. & conſtabit m ex d & l: propter id q̄ omne multiplex conſtat ex proximo præcedenti multiplici & ſimplo/ vt triplum ex duplo & ſimplo/ excepto primo multiplici quod cõſtat ex bis ſimplo. Quia ergo h eſt æqualis k f: non erit k f minor l. itaq; k f & d: non efficient minus q̄ l & d. quare non efficient minus q̄ m. & quia f g eſt maior d: erit k g maior q̄ m. Intelligo igitur quantitatem b c primam/ d ſecundam/ a tertiam/ d quartam. & quia ad primã & tertiam ſumpta ſunt æque multiplicia videlicet k g & h, ſimiliter quoq; ad ſecundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorum quod eſt m, & addit k g multiplex primæ ſuper m multiplex ſecũdæ/ nõ addit autem b multiplex tertię ſuper m multiplex quartæ: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis/ maior proportio b c primæ ad d ſecundam q̄ a tertię ad d quartam. quod eſt primum. ¶ Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerſo ordine. vt d ſit prima & tertia: a ſecunda/ b c quarta. addit enim m multiplex primæ/ ſuper b multiplicem ſecundæ: non addit autem m multiplex tertiæ ſuper k g multiplicem quartæ. quare maior eſt proportio d ad a: q̄ d ad b c. quod eſt ſecũdũ. ¶ Ex huius autem demonſtrationis modo/ patet ſufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis: quam poſuit author in principio huius quinti. Nuſq̄ enim eſt maior proportio primæ quatuor quintitatũ ad ſecundam q̄ tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri. quæ cum relata fuerit ad aliqua æque multiplicia ſecundæ & quartæ: inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ/ non autẽ multiplex tertiæ ſuper multiplex quartę. Hæc autem multiplicia ſic reperiemus ; ſicut demonſtrabimus infra ſupra 12 huius.

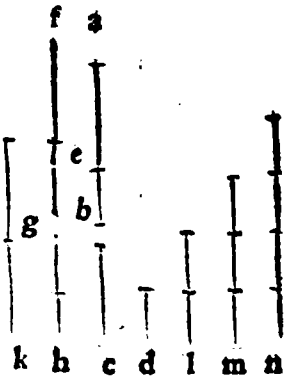
Euclı. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

¶ In æqualium magnitudinum maior. ad eandem / maiorẽ rationem habet: q̄ minor. & eadem ad minorem / maiorẽ rationem habet: q̄ ad maiorem. 8



¶ THEON ex Zambetto. ¶ Sint inæquales magnitudines/ a, b, & c: & ſit maior a b, ipſa c. Alia autem vtcunq;: ſit vt d. Dico q̄ a b ad d, maiorem rationem habet: q̄ c ad d. & d ad c, maiorem rationem habet: q̄ ad a b. Quoniã enĩ maior eſt a b, ipſa c: ponatur c æqlis ipſi b e. minor iã ipſarũ a e & e b multiplicata: maior fiat ipſa d. Sit primum a e minor ipſa e b. Et multiplicet a e: quoad qđ fiet/ maius ſit ipſo d. & ſit illius multiplex f g: quod maius eſt q̄ d. Et q̄ multiplex eſt f g ipſius a e: tam multiplex eſto g h ipſius e b, & k ipſius c. & ſumatur ipſius d duplum: ſitq; illud l. triplum poſtmodum: ſitq; illud m. & deinceps vno plus: quoad ſũptum multiplicans fiat ipſius d primo maius q̄ k. ſumaturq;: & ſit n quadruplum ipſius d primo maius q̄ k. Quoniam igitur k ipſo n, primo eſt minor: k igitur ipſo m nõ eſt minor. Et quoniam æque multiplex eſt f g ipſius a b, atque æque multiplex eſt f g ipſius a e: & k ipſius c: æque igitur eſt multiplex/ per 1 quinti/ f h ipſius a b, & k ipſius c. Igitur f h & k, ipſarum a b & c, æque ſunt multiplices/ per eãdem. Rurſus quoniã æque eſt multiplex g h, ipſius e b, & k ipſius c, æqualis autẽ eſt e b ipſi c: æqualis igitur eſt & g h ipſi k. At k: ipſa m non eſt minor. neq; igitur, g h: ipſa m eſt minor. Maior autem eſt f g: ipſa d. tota igitur f h: ſimul ambabus d & m maior eſt. Sed ambæ d & m, ipſi n ſunt æquales: quandoquidem m, ipſius d triplum eſt/ ambæ autem m & d/ ipſius d quadruplices ſunt. eſt autem n: ipſius d quadruplum. ambæ igitur m & d: ipſi n ſunt æquales. Sed f h: ipſis m & d maior eſt. igitur f h: ipſũ n excedit. Sed k: ipſum n non excedit. & f h & k: æque multiplices ſunt ipſarum a b & c. & n: ipſius d aliud eſt vtcunq; multiplex. Igitur a b, ad d, maiorem

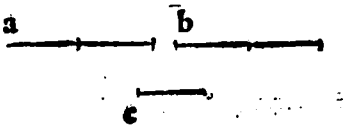
k excedit:& n ipſum f h non excedit.& eſt quidē n: ipſius d multiplex. Sunt autem f h & k:ipſarum a b & c, aliæ vtcunq; æque multiplices. Igitur d ad c, maiorem rationē habet:q̄ d ad a b. ¶Sed iam a e:maior eſto ipſa e b. iam minor e b multiplicata: maior fiat ipſo d. Multiplicetur, & eſto g h multiplex quidē ipſius e b:maior autem ipſo d. Et q̄ multiplex eſt g h ipſius e b:tam multiplex fiat & f g ipſius a e, & k ipſius c. ſimiliter oſtendemus q; f h & k:ipſarum a b & c æque ſunt multiplices. Sumaturq; ſimiliter n multiplex quidem ipſius d:primo maior ipſa f g. quare rurſus f g, ipſa m nō eſt minor: maior autem eſt g h, ipſa d. Tota igitur f h:ipſas d, m, hoc eſt ipſam n excedit. & k ipſum n nō excedit. Quotā & f g maior exiſtens ipſa g h, hoc eſt ipſum k ipſum n non excedit: pariterq; ſuperiora cōſequuti demōſtrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem/maiorem rationem habet:q̄ minor. & eadem ad minorem/maiorem rationem habet:q̄ ad maiorem. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad vnam quantitatem proportio vna: ipſas eſſe æquales. ſi vero vnius ad eas proportio vna: ipſas æquales eſſe neceſſe eſt.

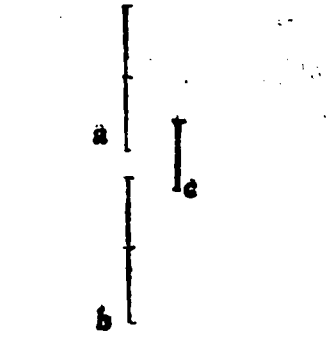
¶CAMPANVS. ¶Sit duarum quantitatum a & b: proportio vna ad c. dico eas eſſe æquales. & ſi econuerſo fuerit eadem proportio c ad vtrāq; earū: adhuc dico eas eſſe æquales. hæc eſt conuerſa ſeptimæ huius. Primum ſic patet. Si enim non ſunt æquales/ſed altera earum maior/vtpote a: erit per primam partē præmiſſæ/maior proportio a ad c, q̄ b ad c, qđ eſt contra hypotheſin. Secundum quoq; patet. quia ſi a eſt maior b: erit per ſecundam partem præmiſſæ/maior proportio c ad b q̄ ad a. quod eſt etiam contra hypotheſin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

9 ¶QUæ ad eandem/eandem habent rationem: æquales ad inuicem ſunt. & ad quas eadem/eandem habet rationē: ipſæ ſunt æquales.

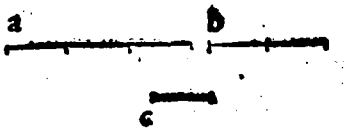
¶THEON ex Zamb. ¶Habeat inq̄ vtraq; ipſarum a, b: ad c, eandem rationem. Dico q; æqualis eſt a ipſi b. Si autem nō: vtraq; ipſarum a, b, ad ipſam c, eandē non habet rationem/per 8 quinti. habet autē. æqualis igitur eſt a: ipſi b. Habeat rurſus c: ad vtranq; ipſarum a, b, eandē rationem. Dico q; æqualis eſt a ipſi b. ſi autem non: ipſa c ad vtrāq; ipſarum a, b, nō habet eādem rationem. habet autem. æqualis igitur eſt a ipſi b. Quæ ad eandem igitur/eandem habent rationem: adinuicē ſunt æquales. & ad quas eadem/eandem habet rationem: ipſæ ſunt æquales. Quod demonſtrandum fuerat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 10.

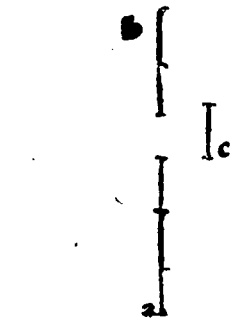
10 SI fuerit vnius quantitatis ad quantitatem vnā proportio maior: quantitatem maiorem eſſe. Si vero vnius ad eandem proportio maior: minorem eſſe neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Q; ſi fuerit maior proportio a ad c q̄ b ad c: dico a eſſe maiorem b. & ſi fuerit maior c ad b q̄ c ad a: adhuc dico a eſſe maiorem b. Hęc eſt conuerſa 8. Primum: patet per primā partem 7 & per primam 8. nam per primam partem ſeptimæ: non erit a æqualis b. nec etiā minor: per primā octauę. Secūdū vero: patet ex ſecūdis partibus earūdē.



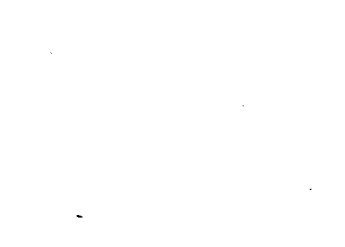
Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

10 ¶AD eādē rōnē habētiū/maiorē rationē habēs: illa maior eſt. ad quā autē eadē maiorē rationē habet: & illa minor eſt.



THEON ex Zamberto. Habeat enim a ad c, maiorem rationem: q̃ b ad c. Dico q̃ a: maior est ipsa b. Si autẽ non: aut est a ipsi b æqualis/ aut ea minor. æqualis autem minime est: a ipsi b. vtraq; etenim ipsarũ a, b: ad c, eãdem rationem haberet/ per 9 quinti. non habet autem. igitur a: ipsi b minime æqualis est. Neq; etiam minor est a: ipsa b. nam a ad ipsum c minorem rationem haberet: q̃ b ad c, per 8 quinti. nõ habet autem. igitur a: ipsa b minime minor est. Ostensum autem est: q̃ neq; æqualis est. maior igitur est a: ipsa b. Habeat rursus c ad b maiorem rationem: q̃ c ad a. Dico q̃ minor est b ipsa a. Si autem non: aut est ei æqualis/ aut ea minor. æqualis quidem nõ est: b ipsi a. Nã c ad vtrãq; ipsarum a, b, eandem haberet rationem/ per 6 quinti. non habet autem. Igitur a: ipsi b minime est æqualis. Neq; etiam maior est b ipsa a. nam c ad b minorem rationem haberet: q̃ ad a, per 8 quinti. non habet autem. Igitur maior non est b ipsa a. patuit autem q̃ neq; æqualis est. minor igitur est b ipsa a. Ad eandem igitur rationem habentium/ maiorem rationem habens: maior est. & ad quam eadem maiorem rationẽ habet: ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

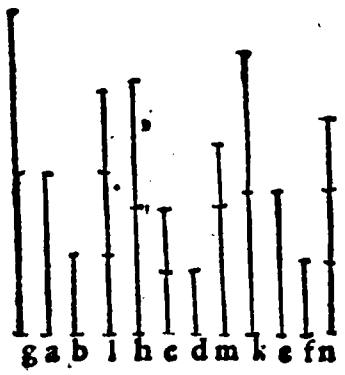


SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni æquales: ipsas quoq; proportioones sibi inuicem æquales esse necesse est. 11

CAMPANVS. Propositionem hanc quã Euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones / quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia/ prout de quãtitatibus intelligitur: hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo vtraq; duarum proportionum quæ sũt a ad b, & c ad d: æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d: sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad f est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d: erit per conuersionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptã si k addit super n q̃ g addat super l, & h super m. & si k minuit ab n: q̃ g minuat ab l, & h ab m. & si k est æqualis n: q̃ g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo/ diminuendo & æquando/ mediantibus k & n: erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ a ad b sicut c ad d. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

Quæ eidem sunt eædem rationes: & adinuicem sunt eædem. 11



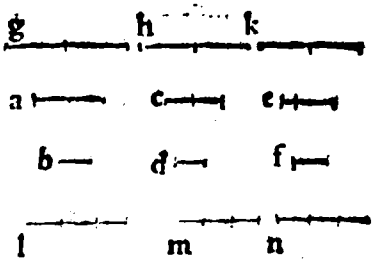
THEON ex Zamberto. Sint enim sicut a ad b, sic c ad d: sicq; c ad d, sicut e ad f. Dico q̃ est sicut a ad b sic e ad f. Sumantur in ipsarũ a, c, e, æque multiplices: sintq; g, h, k. ipsarũ vero b, d, f, aliæ vtcunq; æque multiplices: sintq; l, m, n. Et quoniã est sicut a ad b sic c ad d, & sumũtur ipsarũ a, c, æque multiplices g, h, ipsarũ autẽ b, d, aliæ vtcũq; æque multiplices l, m: si igitur excedit g ipsũ l, excedit & h ipsum m. & si æquale: æquale. & si deficit: deficit/ per cõuersionẽ 6 diffinitionis quinti. Rursus quoniã sicut est e ad f sic est c ad d, & sumuntur ipsarũ c, e, æque multiplices h, k, & ipsarum d, f, aliæ vtcũq; æque multiplices m & n: si igitur excedit h ipsum m, excedit quoq; k ipsũ n. & si æquale: æquale. & si minus: minus/ per eandẽ. Sed si excedit h ipsum m: excedit quoq; & g ipsũ l. & si æquale: æquale. & si minus: minus/ per eãdem conuersionem. Quare si excedit g ipsum l: excedit & k ipsum n. & si æquale: æquale. & si minus: minus per eandem. Sunt autem g, k, ipsarum a, e, æque multiplices: & l, n, ipsarũ b, f, aliæ quæ vtcũq; sũt æque multiplices. Est igitur sicut a ad b: sic est e ad f. Quæ igitur eidem eędem sũt rationes: &

adinuicem ſunt eædem per 6 diffinitionem. quod demõſtraſſe oportuit.

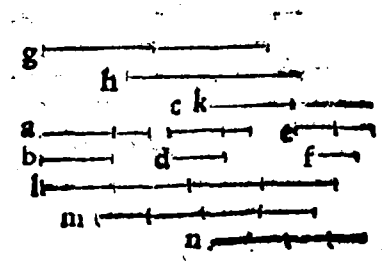
Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

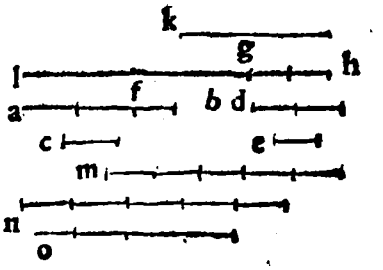
12 SI fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartum/tertij vero ad quartum maior q̃ quinti ad ſextum: erit proportio primi ad ſecundum maior q̃ quinti ad ſextum.

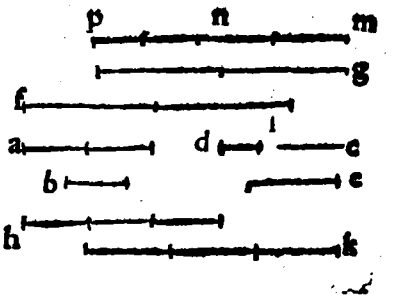
¶CAMPANVS. ¶Sicut in præcedenti/quod hic demonſtrat in proportionibus: cõceptibile eſt in quãtitatibus. videlicet q; ſi duę quantitates fuerint ſibi inuicem æquales: quæcunq; fuerit vna earum maior/eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonſtratur vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, c vero ad d ſit maior q̃ e ad f: erit quoq; a ad b, maior q̃ e ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e: æque multiplices. Itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f: æque multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad d eſt ſicut a ad b, & maior q̃ e ad f: erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis ſi h addit ſuper m, vt g addat ſuper l. & per conuerſionem diffinitionis maioris improportionalitatis: q; non ſit neceſſe k addere ſuper n. Quia igitur mediantibus h & m ſi g addit ſuper l, non eſt neceſſe k addere ſuper n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis/ maior proportio a ad b q̃ e ad f. quod eſt propoſitum.

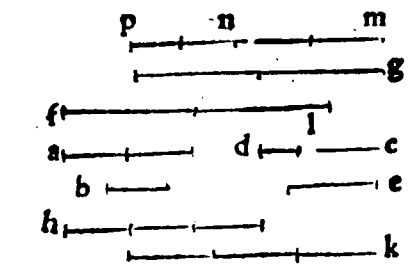


¶CAMPANI additio. ¶Simili quoq; modo probabis/q; ſi ſit a ad b ſicut c ad d. & c ad d minor q̃ e ad f: erit a ad b minor q̃ e ad f. Cum enim ſit c ad d minor q̃ e ad f: erit e ad f maior q̃ c ad d. per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis/ ſi k addit ſuper n: non eſt neceſſe q; h addat ſuper m. ſed ſi h non addit ſuper m: g non addit ſuper l. ergo ſi k addit ſuper n: non eſt neceſſe vt g addat ſuper l. per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis/ maior erit proportio e ad f: q̃ a ad b. ergo econuerſo minor erit a ad b q̃ e ad f. quod eſt propoſitum. ¶Ex modo autem demonſtrationis octauæ huius / & hac fiet manifeſtum/q; ſi fuerit primæ quatuor quantitatum ad ſecundam maior proportio q̃ tertiæ ad quartam: continget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ/quæ cum comparabuntur ad aliqua æque multiplicia ſecundæ & quartæ/inuenietur multiplex primę addere ſuper multiplex ſecundæ/non autem multiplex tertiæ ſuper multiplex quartæ. Quod ſic patet. Sit eni maior proportio a b ad c: q̃ d ad e. Ponam ergo vt ſit proportio a f ad c: ſicut d ad e. eritq; per hanc 12 & per 10: a f minor a b. & ſit minor in quãtitate f b. quam multiplicabo toties/q; proueniat quantitas maior c, quæ ſit g h: hac conditione vt d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quæ ſit k. tunc ponam vt l g ſit ita multiplex a f: ſicut g h eſt multiplex f b, aut k, d. eritq; per primam huius/ l h ita multiplex a b: ſicut k, d. Deinde ponam q; m ſit prima quãtitas multiplex e; quæ ſit maior k. & ponam n ita multiplicem c: ſicut m eſt multiplex e. eritq; per præmiſſas hypotheſes & conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis / quantitas n prima multiplicium c, quę erit maior l g: nec erit l g minor c. Sumã ergo ſub n, maximam multiplicium c, aut ſibi æqualem ſi forſan n ſit prima multiplicium eius: quæ ſit o. conſtabitq; n: ex o & c. quia ergo l g non eſt minor o, & g h eſt maior c: erit l h maior n. quare cum k ſit minor m; patet propoſitum. ¶Conuerſam quoq; huius demonſtrare poſſumus. videlicet q; ſi contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ/ quarum multiplex primæ addat ſuper aliquod multiplex ſecundæ / & multiplex tertiæ non addat ſuper multiplex quartæ: maior erit proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam. quod ſic probatur. Sint quatuor quantitates: a prima/b ſecunda/ c d tertia/ e quarta. ſintq; f ad a, & g ad c d, æque multiplicia/ ſimiliter h ad b, & k ad e æque multiplicia: & addat f ſuper h, non addat autem g ſuper k. dico q; maior eſt





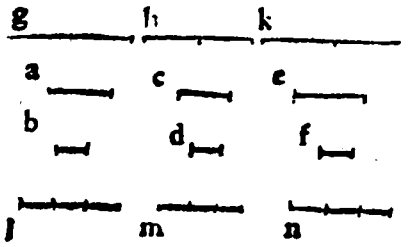




proportio a ad b q̄ c d ad e. Si enī ęqualis: per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis/addet g super k. quod est cōtra hypothesin. Si autē minor: sit c l ad e sicut a ad b. eritq; per huius 10: c l minor c d. & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur vt m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d: sicut f est multiplex a. eritq; per primam huius, m p ita multiplex c d: sicut f est multiplex a. vtraq; igitur duarum quantitatum m p & g: est æque multiplex quantitatis c d. ergo ipsæ sunt ęquales. nam hæc illatio: demonstrata est in 7 huius. Et quia g nō est maior k: non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis m n est maior k: eo q; f est maior h. ergo m n: est maior m p. quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13.

SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio vna: erit quoq; quę proportio vnius ad vnam / eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas. 13

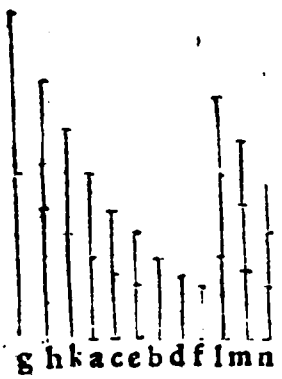


¶CAMPANVS. ¶Qđ prima proposuit de multiplicibus: hæc proponit: de omnibus proportionibus. vnde hęc est cōmunior illa: eo q; omnis multiplicitas est proportio/non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f: vna proportio. dico q; quæ est proportio a ad b: eadem est compositi ex a, c, e, ad compositum ex b, d, f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia. eritq; per primam huius/compositū ex g, h, k, ita multiplex cōpositi ex a, c, e: sicut g est multiplex a. similiter per eandem / compositū ex l, m, n, erit ita multiplex compositi ex b, d, f: sicut l est multiplex b. & per conuersionē diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis bis sumptā si g addit super l: & h addit super m, & k super n. & si minuit: minuit. & si ęquat: æquat. ergo per communem scientiam/si g addit super l: compositum ex g, h, k, addit super compositum ex l, m, n. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/proportio a ad b: est sicut cōpositi ex a, c, e, ad compositum ex b, d, f. quod est propositum.

¶Hæ sequētes duę ꝓpositiones/12 sc3 & 13 ex Zāberto: duabus pręcedētibus ex Cāpano/pręposterο ordine respōdēt. 12 vnius: 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

¶Si fuerint quęlibet magnitudines proportionem habētes: erit sicut vna antecedentium ad vnam consequētiū / sic ōnes antecedentes ad omnes consequentes. 12



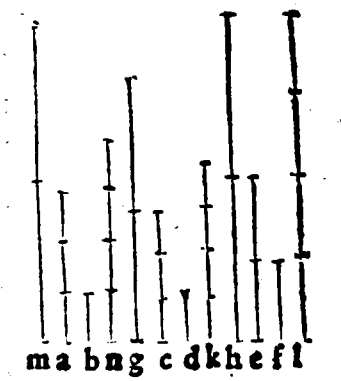
¶THEON ex Zāber. ¶Sint q̄libet magnitudines ꝓportionē habētes a, b, c, d, e, f: sicut a ad b, sic c ad d, & e ad f. Dico q; est sicut a ad b: sic est a, c, e, ad b, d, f. Sumātur iq̄ ęq̄ multiplices ipsarū a, c, e, sintq; g, h, k: & ipsarū b, d, f, aliæ q̄ vtcūq; sint æq̄ multiplices/sintq; l, m, n. Et quoniā ē sicut a ad b sic c ad d & e ad f, & sumuntur ipsarū a, c, e, æque multiplices g, h, k, & ipsarū b, d, f, aliæ quæ vtcunq; æque multiplices sunt/ hoc est l, m, n: si igitur excedit g ipsū l, excedit & h ipsū m, & k ipsum n. & si æquale: æquale. & si minus: minus/per cōuersionē 6 diffinitionis quīti. Quare & si excedit g ipsū l: excedūt & g, h, k, ipsas l, m, n. & si æq̄les: æq̄les. & si miores: miores p eādē. Et ē g qđē, & g, h, k: ipsius a, & ipsarū a, c, e, æq̄ multiplices. Quare per primā quīti/si fuerit q̄libet magnitudines quarūlibet magnitudinū ęqualiū numero/singulæ singularū ęque multiplices: q̄ multiplex est vna vnius magnitudinū: tā multiplices erunt & ōnes omniū. Ac per hoc/tā & l, & l m n: ipsius b, & b đ f, æque sūt multiplices. est igitur sicut a ad b: sic a c e ad b đ f per 6 diffinitionē quinti.

Si fuerint igitur quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ſi cut vna antecedentium ad vnam conſequentium/ ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. quod demonſtrandum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

13 ¶Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ tertia autem ad quartam maiorem rationẽ habeat q̃ quinta ad ſextam: prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit q̃ quinta ad ſextam.

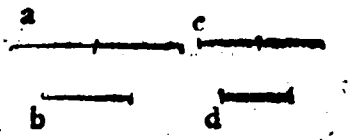
¶THEON ex Zamberto. ¶Prima enim a ad ſecundam b, eandem habeat rationem: & tertia c ad quartam d. tertia vero c ad quartam d maiorem habeat rationem: q̃ quinta e ad ſextam f. Dico q; & prima a ad ſecundam b, maiorem rationem habebit: q̃ quinta e ad ſextam f. Quoniã c ad d maiorem rationem habet q̃ e ad f, ſunt autem ipſarum c, e, quędam æque multiplices/ & ipſarum d, f, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices/ ac multiplex ipſius c excedit multiplicem ipſius d, multiplex autem ipſius e non excedit multiplicem ipſius f: ſumantur igitur. & ſint ipſarũ c, e: æque multiplices g, h. ipſarum autẽ d, f; alię quæ ſunt vtcunq; æque multiplices k, l. Quoniam g excedit ipſum k, & h ipſum l non excedit: & q̃ multiplex quidem eſt g ipſius c, tam multiplex eſto & m ipſius a. q̃ multiplex autem eſt k ipſius d: tam multiplex eſto & n ipſius b. & quoniã eſt ſicut a ad b ſic c ad d, & ſumuntur ipſarũ a, c, æque multiplices m, g, ipſarum autem b, d, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices n, k: ſi excedit igitur m ipſam n, excedit & g ipſam k. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor/ per conuerſionem ſextæ diffinitionis quinti. Excedit autem per conſtructionem/ g: ipſam k. excedit igitur & m: ipſam n. at h: ipſam l non excedit. ſunt autem m, h, æque multiplices ipſarum a, e: & n, l, ipſarum b, f, aliæ ſunt vtcũq; æque multiplices. Igitur a ad b, maiorem habet rationem: q̃ e ad f. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat q̃ quinta ad ſextam: prima ad ſecundã quoq; maiorem rationem habebit/ q̃ quinta ad ſextam. quod demonſtrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 Si fuerint quatuor quantitates proportionales/ fuerit q; prima maior tertia: neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Q; ſi minor: & minorem. ſi vero æqualis: & æqualem eſſe.

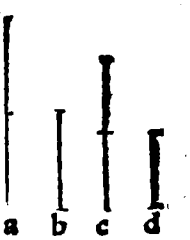
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b: ſicut c ad d. Dico q; ſi a eſt maior c: b erit maior d. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. Si enim a ſit maior c: erit per primam partem 8 huius/ maior proportio a ad d q̃ c ad d. Quare maior erit a ad d: q̃ ad b. ergo per ſecundam partem 10 huius: b erit maior d. quod eſt propoſitum. Q; ſi a ſit minor c: erit per primam partem 8/ minor proportio a ad d, q̃ c ad d. Quare maior erit a ad b: q̃ ad d. per ſecundam ergo partem 10: b erit minor d. Si autem a ſit æqualis c: erit per primam partem 7/ a ad d, ſicut c ad d. Quare a ad d: ſicut ad b. itaq; per ſecundam partem 9: b erit æqualis d. ſicq; patet propoſitum.

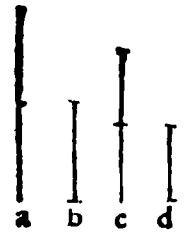


Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

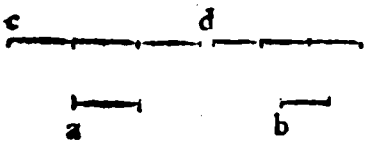
14 ¶Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ prima vero tertia maior fuerit: & ſecunda/ quarta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor.

¶THEON ex Zamberto. ¶Primum inquam a ad ſecundum b eandẽ habeat rationem: & tertium c ad d quartum. maius autem eſto a ipſo c. Dico q; & b: ipſo d maius eſt. Quoniam enim a ipſa c eſt maior: eſt autẽ





quæ vtcunq; magnitudo b: igitur per 8 quinti/a ad b maiorem rationẽ habet q̃ c ad b. Sicutq; a ad b: sic c ad d. & c igitur ad d, maiorem rationem habet: q̃ c ad b. Ad quod autem idem maiorem rationem habet: illud minus est/per 10 quinti. minus igitur est d: ipso b. quare maior est b: ipso d. Similiter quoq; ostendemus/q; & si æquale fuerit a ipsi c: æquale erit quoq; & b ipsi d. & si minus fuerit a ipso c: minꝰ erit quoq; & b ipso d. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/prima autem tertia maior fuerit: & secũda quarta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 15.

SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ: erit ipsarum multiplicium atq; submultiplicium vna proportio. 15

¶CAMPANVS. ¶Sint c ad a, & d ad b: æq̃ multiplices. Dico q; quæ est proportio a ad b: eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a: & d secundum quantitatem b. suntq; tot partes e: quot d. & quia quælibet pars c ad q̃libet partem d se habet sicut a ad b: erit per 13 huius/c ad d sicut a ad b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.

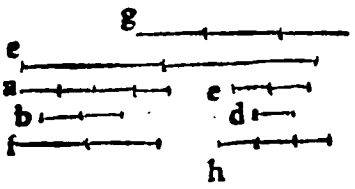
¶Partes eodem modo multiplicium: eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit igitur æque multiplex a b ipsius c: & d e ipsius f. Dico q; est sicut c ad f: sic est a b ad d e. Quoniam enim æque est multiplex a b ipsius c, & d e ipsius f: quot igitur magnitudines sunt in a b ipsi c æquales/tot sunt in d e, æquales ipsi f. Diuidatur inquam a b in æquales ipsi c, hoc est a g, g h, h b: ipsum autem d e, in magnitudines æquales ipsi f, hoc est d k, k l & l e. erit iam multitudo ipsorum a g, g h, & h b: æqualis multitudini ipsorum d k, k l, & l e. Et quoniam a g, g h, & h b, sibi inuicem sunt æquales/& d k, k l, & l e, quoq; sibi inuicem sunt æquales: est igitur sicut a g ad d k, sic est g h ad k l, & h b ad l e. erit igitur per 12 quinti/& sicut vnum antecedentium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut a g ad d k: sic est a b ad d e. æqualis autem est a g, ipsi c: ipsum autem d k, ipsi f. est igitur sicut c ad f: sic est a b ad d e. Partes igitur eodem modo multiplicium: eandem habent rationem sumptæ adinuicem: quod demonstrasse oportuit

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

SI fuerint quatuor quantitates proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt. 16



¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b: sicut c ad d. Dico q; erit a ad c: sicut b ad d. Et iste est modus arguendi: qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Sumam e ad a, & f ad b, æque multiplices: itemq; g ad c, & h ad d, æque multiplices. eritq; p p̃missã e ad f: sicut g ad h. quare per 14. si e addit super g: & f addit sup h. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. p diffinitionẽ igit̃ incontinuæ ꝓportionalitatis erit a ad c: sicut b ad d. Qđ est propositum. Necesse est autem: vt in permutata ꝓportionalitate sint omnes quatuor quantitates/eiusdem generis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.

¶Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: & vicissim proportionales erunt. 16

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d: sicut a ad b, sic c ad d. Dico q; & vicissim proportionales erunt: sicut a ad c, sic b ad d. Sumantur quidem ipsarum a, b, æq̃ mul

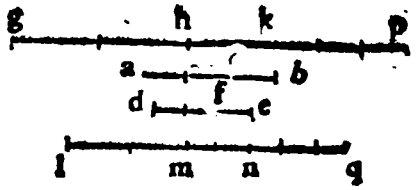
tiplices e,f:& ipſarum c,d,aliæ quæ vtcunq; ſint æque multiplices g, h.& quoniam æque multiplex eſt e ipſius a,& f ipſius b, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem ſumptæ adinuicē per precedentem:eſt igitur ſicut a ad b,ſic e ad f.Sicut autem a ad b:ſic & c ad d.& ſicut igitur c ad d:ſic e ad f,per 11 quinti.Rurſus quoniam g,h,ipſarum c,d,æque ſunt multiplices/partes autem eodē modo multiplicium eandem habent rationem ſumptæ adinuicem per 15 quinti:eſt igitur ſicut c ad d,ſic eſt g ad h.Sicut autem c ad d: ſic e ad f.& ſicut igitur e ad f:ſic g ad h per 11 quinti.Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint/prima vero tertia maior ſit:& ſecūda quarta maior erit.& ſi æqualis:æqualis.& ſi minor:minor/per 14. quinti.Si igitur excedit e ipſum g:excedit & f ipſum h & ſi æquale: æquale.& ſi minus:minus per 6 diffinitionem quinti.Sunt autem e,f,ipſarum a,b, æque multiplices:& g,h,ipſarum c,d,aliæ ſunt vtcunq; æque multiplices.Eſt igitur ſicut a ad c:ſic eſt b ad d.Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint:& viciſſim proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: eaſdem diſiunctim quoq; proportionales eſſe.

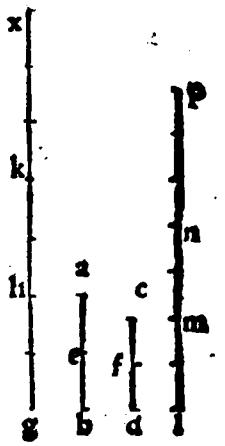
¶CAMPANVS. ¶Demõſtrato modo arguēdi q dicitur ꝓportionalitas ꝓmutata:demõſtrat illũ q dicit ꝓportionalitas diſiũcta.Sit itaq; ꝓportio a b ad b c:ſicut d e ad e f.Dico q; erit a c ad c b:ſicut d f ad f e.Sumam enim g h ad a c,& h k ad c b,itemq; l m ad d f,& m n ad f e:æque multiplices.Eritq; per primam huius/g k ita multiplex a b:ſicut g h eſt multiplex a c.& l n ita multiplex d e:ſicut l m eſt multiplex d f.& ideo per premiſſas hypotheſes/g k eſt ita multiplex a b:ſicut eſt l n,d e.Ponam iterum k p ad c b:& n q ad f e,æque multiplices.eruntq; per ſecundam/h p ad c b,& m q ad f e: æque multiplices. per conuerſionem igitur diffinitionis incōtinuę proportionalitatis/ſi g k addit ſuper h p:l n addit ſuper m q.& ſi minuit:minuit.& ſi æquat:æquat.demptis itaq; communibus h k & m n: erit per communem ſcientiam/vt ſi g h addit ſuper k p,q; l m addit ſuper n q.& ſi minuit:minuit.& ſi æquat:æquat.ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ proportio a c ad c b:eſt ſicut d f ad f e.quod eſt propoſitum.

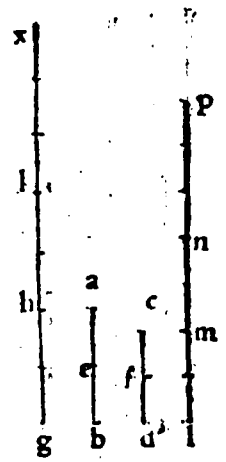


Eucli.ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 17.

17 ¶Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint:diuiſæ quoq; proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint compoſitę magnitudines proportionales a b,b e:c d,d f.ſicut a b ad b e:ſic c d ad d f.Dico q; & diuiſæ proportionales erunt:ſicut a e ad b e,ſic e f ad d f. Sumantur inquam ipſarum a e,e b,c f,f d,æque multiplices g h,h k,l m & m n:ipſarum autem e b & f d,aliæ vtcunq; æque multiplices hoc eſt k x & n p.Et quoniam æque multiplex eſt g h ipſius a e,& h k ipſius e b:æque igitur eſt multiplex g h ipſius a e,& g k ipſius a b p primam quinti.Aeque autem eſt multiplex g h ipſius a e:& l m ipſius c f.æque igitur eſt multiplex g k ipſius a b:& l m ipſius c f, per 11 eiuſdem.Rurſus quoniam æque eſt multiplex l m ipſius e f,et m n ipſius d f:æque igitur eſt multiplex l m ipſius c f,et l n ipſius c d, per primam eiuſdem.æque autem erat multiplex l m ipſius c f:et g k ipſius a b.Aeque igitur eſt multiplex g k ipſius a b:et l n ipſius c d, igitur g k et l n:ipſarum a b et c d æque ſunt multiplices. Rurſus quoniam æque multiplex eſt h k ipſius e b,et m n ipſius f d,eſt autem et k x ipſius e b æque multiplex,et n p ipſius f d:et compoſi



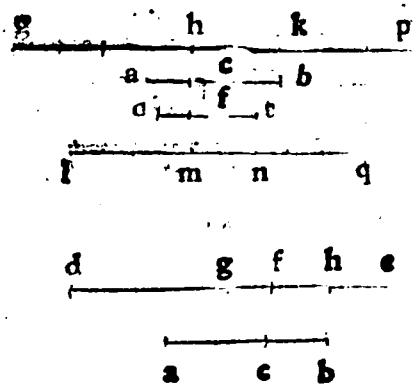


ſitum igitur per 11 eiuſdē h x ipſius e b æque multiplex eſt/& m p ipſius f d. Et quoniā eſt ſicut a b ad b e ſic eſt c d ad d f, & ſumūtur ipſarum quidē a b & c d æque multiplices g k & l n, ipſarū autē e b & f d aliæ quæ vtcūq; ſunt æque multiplices/hoc eſt h x & m p: ſi igitur excedit g k ipſam h x, excedit & l n ipſam m p. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor/ per conuerſionē 6 diffinitionis quinti. Excedat nēpe g k: ipſam h x. & igitur cōmuni ablata h k: excedit g h ipſam k x. Sed ſi excedit g k ipſam h x: excedit & l n ipſam m p. excedat igitur l n: ipſam m p. & cōmuni ablata m n: excedit & l m ipſam n p. Quare ſi excedit g h ipſam k x: excedit & l m ipſam n p. Similiter iā oſtēdemus/ q; et ſi æqualis fuerit g h ipſi k x: æqualis erit & l m ipſi n p. et ſi minor: minor. ſunt autē g h & l m: ipſarum a e & c f æque multiplices. & k x & n p: ipſarū e b & f d aliæ quæ vtcunq; æque multiplices ſunt. eſt igitur ſicut a e ad e b: ſic eſt c f ad f d, per 6 diffinitionem quinti. Si compoſitæ magnitudines igitur pportionales fuerint: diuiſæ quoq; proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

SI fuerint quantitates diſiunctim proportionales: cō iunctim quoq; proportionales erunt. 18

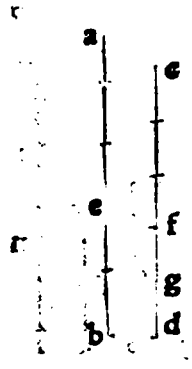
¶CAMPANVS. ¶ Demōſtrat modū arguēdi q dicitur, pportionalitas cōiuncta: & eſt modus cōuerſus prioris. Ad cuius demōſtrationē: reſumat diſpoſitio præmiſſæ. & maneant oēs eius hypotheſes: excepto q; ponat eſſe proportio a c ad c b ſicut d f ad f e. dico q; erit proportio a b ad b c: ſicut d e ad f e. ſequitur enī ex hac hypotheſi & aliis hypotheſibus præmiſſæ de multiplicibus æqualiter ſumptis/ per conuerſionē diffinitionis incontinuæ proportionalitatis/ ſi g h addit ſuper k p: q; l m addat ſuper n q, et ſi minuit: minuat. & ſi æquat: æquet. ergo poſitis communibus h k & m n: ſequitur per communē ſcientiam/ ſi g k addit ſuper h p, q; l n addat ſuper m q. & ſi minuit: minuat. & ſi æquat: æquet. quare per diffinitionem incōtinuæ proportionalitatis/ erit proportio a b ad b c: ſicut d e ad e f. quod eſt propoſitū. ¶ Aliter idem indirecte ſic. Cum ſit proportio a c ad c b ſicut d f ad f e, non eſt autem a b ad b c ſicut d e ad e f: ſit ergo proportio d e ad aliquā aliam quantitatē/ ſicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f: aut minor. ſi enim eſſet ei æqualis: conſtaret propoſitum. Sit itaq; primo maior: & ſit e g. eritq; per præmiſſam a c ad c b: ſicut d g ad e g. quare d g ad e g: eſt ſicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14/ q; cū d g prima ſit minor d f tertia: erit g e ſecūda/ minor e f quarta. ſed erat poſitū: q; eſſet maior. Sit ergo proportio d e ad minorē e f, quæ ſit e h: ſicut a b ad b c. eritq; per præmiſſam/ a c ad c b ſicut d h ad h e. quare per 11/ d h ad h e: ſicut d f ad f e. & quia d h prima/ eſt maior d f tertia: erit per 14/ e h ſecunda/ maior e f quarta. qd quia eſt impoſſibile: ſequitur propoſitum.



Eucli. ex Zāb. Theo 18. Propō 18. Cōuerſa pręcedētis 18

¶Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint: compoſitæ quoq; proportionales erunt.

¶THEON ex Zā. ¶ Sit diſiūctæ magnitudines pportionales a e, e b, c f, & f d: ſicut a e ad e b, ſic c f ad f d. Dico q; & cōpoſitæ pportionales erūt: ſicut a b ad b e, ſic c d ad d f. Si autē nō eſt ſicut a b ad b e, ſic c d ad f d: erit ſicut a b ad b e, ſic c d ad minorē ipſa f d, aut ad maiorē. Sit prius ad minorem d g. Et quoniā eſt ſicut a b ad b e, ſic c d ad d g: compoſitæ magnitudines proportionales erunt per 17 quinti. Eſt igitur ſicut a e ad e b: ſic c g ad g d. ſupponitur autem ſicut a e ad e b: ſic c f ad f d. Et ſicut igitur per 11 quiti/ c g ad g d: ſic c f ad f d. maior autem eſt prima c g: tertia c f. maior igitur eſt per 14 quinti ſecunda g d; ipſa f d quarta. Sed & minor. quod eſt impoſſibile. Igitur non eſt ſicut a b ad b e; ſic c d ad minorem ipſa f d. Similiter quoq; oſtendemus q;

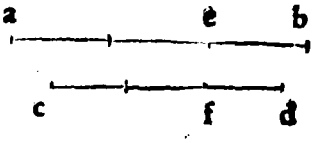


neq; ad maiorem. ad eandem igitur. Si diſiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint: & compoſitæ quoq; proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli ex Camp. Propoſitio 19.

19 SI a duobus totis duę portiones abſcindantur/ fueritq; totum ad totum quantum abſciſum ad abſciſum: erit reliquũ ad reliquũ quãtũ totũ ad totũ.

¶CAMPANVS. ¶Quod quinta ꝓponit de multiplicib9: hæc ꝓponit vniuerſaliter de omnibus proportionibus. vnde eſt illa tãto cõmunior: quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b & c d: a quibus abſcindantur duæ quæ ſint b e & d f. ſitq; proportio totius a b ad totam c d: ſicut b e abſciſæ ad d f abſciſam. dico q̃ eadem erit a e reſidui ad c f reſiduum: quæ eſt totius a b ad totam c d. Cum enim ſit a b ad c d ſicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e ſicut c d ad d f. & diſiũctim a e ad e b: ſicut c f ad f d. & iterũ permutatim a e ad c f: ſicut e b ad f d. & quia ſic erat a b ad c d: patet propoſitũ.



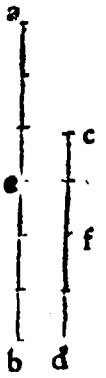
¶CAMPANI ADDITIO. ¶Ex hac autem decimanona/ & permutata proportionalitate demonſtratur modus arguendi: qui dicitur proportionalitas euerſa. vt ſi ſit a b ad b e ſicut c d ad d f: dico q̃ erit b a ad a e ſicut d c ad c f. quia cũ ſit a b ad b e ſicut c d ad d f: erit permutatim a b ad c d ſicut b e ad d f. quare per hanc 19/b a ad d c: ſicut a e ad c f. igitur permutatim b a ad a e: ſicut c d ad c f. quod eſt propoſitũ. ¶Conuerſa quoq; proportionalitas/ quã ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonſtrauimus in exponẽdis principijs huius quinti: poteſt hic quoq; demonſtrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius. vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d: dico q̃ erit b ad a ſicut d ad c. ſin autẽ: ſit d ad e, ſicut b ad a. & quia a ad b eſt ſicut c ad d: erit permutatim a ad c ſicut b ad d. & quia iterũ b ad a ſicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d ſicut a ad e. quare erit a ad e: ſicut d ad c. ſi igitur e non ſit æquale c: accidet impoſſibile & contrarium ſecundę partis 9. ſi autem æqualis: erit b ad a ſicut d ad c. quod eſt propoſitum.



Eucli ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 19.

19 ¶Si fuerit ſicut totum ad totum ſic ablatum ad ablatum: et reliquũ ad reliquũ erit ſicut totum ad totum.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto ſicut totum a b ad totum c d: ſic ablatum a e ad ablatum c f. Dico q̃ & reliquum e b ad reliquum f d: erit ſicut totum a b ad totum c d. Quoniam enim eſt ſicut totum a b ad totum c d ſic a e ad c f, & viciſſim quoq; per 16 quinti ſicut a b ad a e ſic & d c ad c f. Et quoniã cõpoſitæ magnitudines proportionales ſunt per 17 & 18 quinti & diſiunctæ proportionales ſunt: ſicut igitur b e ad e a, ſic d f ad c f. et viciſſim igitur per 16 quinti/ eſt ſicut b e ad d f: ſic ea a d f c. Sicut aũt a e ad c f: ſic ſupponit totũ a b ad totũ c d. & reliquũ igit̃ e b ad reliquũ f d: erit ſicut totũ a b ad totũ c d. Si fuerit igit̃ ſicut totũ ad totũ ſic ablatũ ad ablatũ: & reliquũ ad reliquum erit ſicut totum ad totum. quod demonſtrandum erat. Et quoniam oſtenſum eſt q̃ ſicut eſt a b ad c d ſic eſt e b ad f d, & viciſſim ſicut a b ad b e ſic c d ad d f: cõpoſitæ igitur magnitudines proportionales ſunt per 18 propoſitionem quinti. oſtẽſum eſt autem q̃ ſicut b a ad a e, ſic d c ad c f: etiam & conuertendo.

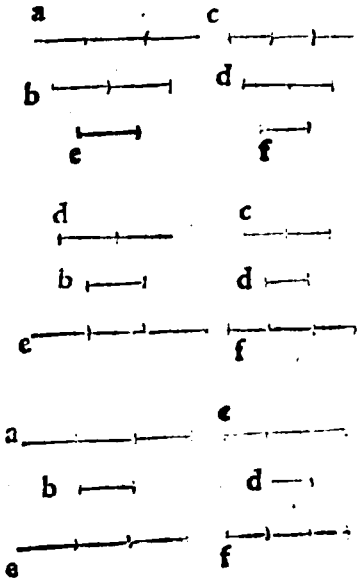


Eucli ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecũdũ earũ numerum quarum quæq; duæ priorum ſecundũ proportionem duarum poſtremarum: neceſſe eſt in proportionalitate quidẽ æqualitatis vt ſi fuerit prima priorum vltima maior/ & poſteriorum primam vltima eſſe ma-

iorem. Q; ſi minor: et minorē. Si vero ęqualis: et ęqualem.

¶ CAMPANVS. ¶ Demonſtraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas/ſiue quātitates duorū ordinū directe ſiue peruerſim proportionentur: præmittit duo antecedentia ad demonſtrandū ꝓpoſitū neceſſaria. per quorū primū demōſtratur æqua ꝓportionalitas: cū q̄titates duorū ordinū directe ꝓportionātur. ſcd̄m aūt: cū ꝓportionanť peruerſim: proponit aūt hæc duo antecedētia de q̄titatibus duorū ordinū numero ęqualibus: quæcunq; fuerint. Vniuerſaliter enim ſumptis vtrobiq; quantitatibus ſecundū quēcunq; numerū: veritatē habēt. non eſt autē neceſſe vt demonſtremus ea: niſi ſolū in tribus. hoc enī omnino ſufficiens eſt ad propoſitū. de pluribus autē quibuſq;: patebit per æquam proportionalitatem cum ipſa demonſtrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quātitates a, b, e: ſumāturq; tres alię quæ ſint c, d f. & ſit proportio a ad b: ſicut c ad d. & b ad e: ſicut d ad f. dico q; ſi a eſt maior e: c erit maior f. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. Si enim eſt maior: erit per primā partē 8/maior proportio a ad b: q̄ e ad b. quare per 12/maior erit c ad d: q̄ e ad b. & quia per conuerſam proportionalitatē/e ad b eſt ſicut f ad d: erit c ad d maior q̄ f ad d. itaq; per primā partē 10: c eſt maior f. quod eſt propoſitū. Q; ſi a ſit minor e: per eaſdē & eodē modo probabitur c eſſe minorē f. erit enī minor proportio a ad b: q̄ e ad b, per primam partem 8. & ideo per 12 & per conuerſam proportionalitatē/minor erit c ad d: q̄ f ad d. & ideo per primā partē 10: erit c minor f. quod eſt propoſitū. Si autē a ſit æqualis e: erit per primā partē 7/proportio a ad b ſicut e ad b. & ideo per ſecundā partē 11 & conuerſam proportionalitatē/erit c ad d: ſicut f ad d. quare per primā partē 9: c eſt æqualis f. quod eſt propoſitū.

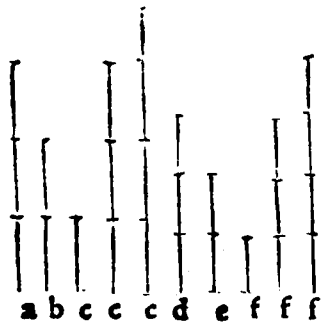


¶ CAMP. additio. ¶ Quidā autē hāc cōcluſionem demonſtrauerūt per proportionalitatē: permutatim/hoc modo. proportio a ad b: eſt ſicut c ad d. ergo permutatim a ad c: ſicut b ad d. & quia rurſus b ad e ſicut d ad f: erit permutatim b ad d ſicut e ad f. ſed erat b ad d: ſicut a ad c. ergo per 11/erit a ad c: ſicut e ad f. itaq; per 14/ſi a prima eſt maior e tertia: erit c ſecūda maior f quarta. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. quod eſt propoſitum. ¶ Iſti autē errauerunt in ſua demōſtratione. quia ſi eſſet intentio Euclidis ſic demonſtrare: non oporteret ipſum præmittere hāc cōcluſionem pro antecedente ad æquam proportionalitatē. ſi enim rurſus fiat vna permutatio proportionalitatis ad quam deuentum eſt/quæ eſt eſſe a ad c ſicut e ad f: ſequitur q; ſit a ad e ſicut c ad f. & hoc eſt æqua ꝓportionalitas. Præterea eorum concluſio non ſequitur: niſi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis vnius. Si enim a, b, e, ſint lineæ/& c, d, f, ſuperficies/aut corpora/aut tempora: non erit tunc permutare proportiones. peccant igitur: vniuerſaliter dictum/particulariter demonſtrantes.

Eucli. ex Zāb. Theorema 20. Propoſitio 20.

¶ Si fuerint tres magnitudines et alię eiſdem ęquales numero cum duabus ſumptis & in eadem ratione/ex ęquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit. & ſi ęqualis: ęqualis. & ſi minor: minor. 20

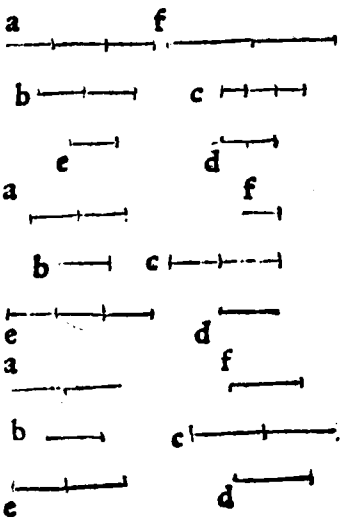
¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c, & aliæ eiſdē æquales numero d, e, f, cum duabus ſumptis & in eadem ratione: ſicut quidem a ad b ſic d ad e, ſicutq; b ad c, ſic e ad f. Ex æquali autem ſit maior a ipſa c. Dico q; & d ipſa f maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Quoniam enim maior eſt a ipſo c, alia autem quædā b, maior autem ad eandem per 8 quinti maiorē rationem habet q̄ minor: igitur a ad b maiorē rationē habet q̄ c ad b. Sed ſicut eſt quidem a ad b: ſic eſt d ad e. ſicutq; c ad b: rurſus ſic f ad e. Et d igit ad e maiorē rationem habet: q̄ f ad e, per correlarium 4 quinti. Ad eandē autē rationē ha



bentiũ/maiorẽ rationẽ habens: illud maius eſt/per 10 quinti. maior igitur eſt d: ipſa f. Similiter quoq; oſtendemus/q; et ſi æqualis eſt a ipſi c: æqualis erit & d ipſi f. & ſi minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines/& aliæ eiſdẽ æquales numero cum duabus ſumptis & in eadẽ ratione/ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. quod oportebat demõſtrare.

Eucli ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundũ earum numerum/quarum quæq; duæ ex prioribus quibuſq; duabus ex poſterioribus peruerſim cõparatæ ſecundũ proportionem earum fuerint: neceſſe quoq; eſt vt ſi fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima vltima maior/ & poſterorum prima vltima eſſe maiorem. ſi autem minor: & minorem. Si vero æqualis: & æqualem.



¶CAMPANVS. ¶Scdm antecedẽs. ſint tres q̃titates/a, b, e: ſumanq; aliæ tres quæ ſũt f, c, d. & ſit pportio a ad b, ſicut c ad d: & b ad e, ſicut f ad c. dico q; ſi a eſt maior e: f erit maior d. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. hoc autẽ ꝓbatur per eaſdẽ & eodẽ modo: quo præcedens. ſi enĩ a ſit maior e: erit maior proportio a ad b q̃ e ad b. quare maior c ad d: q̃ e ad b. & ideo maior q̃ c ad f. maior igitur f q̃ d: per ſecundam partem 10. quod eſt propoſitum. Q; ſi a ſit minor e: erit tandem minor c ad d, q̃ ad f. quare per eandem partem eiuſdem: f erit minor d. Si autem a ſit æqualis e: ſequitur vt ſit proportio c ad d, ſicut c ad f. igitur per ſecũdam partem 9/erit f æqualis d. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 10.

21 ¶Si fuerunt tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis & in eadem ratione/ fuerit autem perturbata earum proportio/ex æquali vero prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor.

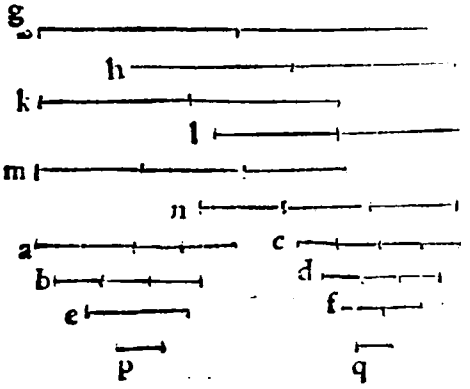
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres magnitudines a, b, c: & aliæ eiſdem numero æquales d, e, f, cum duabus ſumptis/ & in eadem ratione. ſit autem earum proportio perturbata. ſicut quidem a ad b, ſic e ad f: ſicutq; b ad c, ſic d ad e. ex æquali autẽ: a ipſa c ſit maior. dico q; & d ipſa f maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Quoniam enim maior eſt a ipſa c, aliaq; b: igitur per 8 quinti/a ad b maiorẽ habet rationem q̃ c ad b. Sed ſicut quidem a ad b: ſic e ad f. ſicutq; c ad b: rurſus ſic e ad d. & e igitur ad f maiorẽ rationem habet: q̃ e ad d, per correlarium quartę quinti. Ad quã autẽ eadẽ/ maiorẽ rationem habet: illa minor eſt per 10 quinti. minor igitur eſt f ipſa d. maior igitur eſt d: ipſa f. Similiter quoq; oſtendemus/q; & ſi æqualis fuerit a ipſi c: æqualis erit & d ipſi f. & ſi minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eiſdẽ æquales numero cum duabus ſumptis/ & in eadẽ ratione/ fueritq; perturbata earum proportio/ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. quod demonſtrare oportebat.



Eucli ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundũ earum numerum/quarum quæq; duæ ſecũdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate: proportionales erunt.

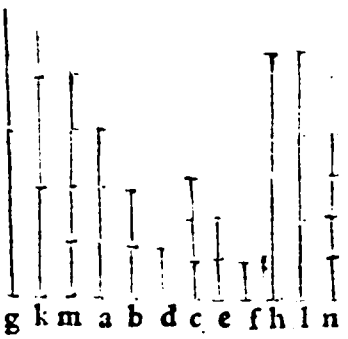
¶CAMPANVS. ¶Demonſtratis antecedentibus ad æquam proporti-



onalitatē:hic demonſtrat eā.& primo: cum quantitates duorum ordinū ſunt directe proportionales.Non eſt autem neceſſe vt demonſtraretur:niſi cum in vtroq; duorum ordinum ſunt tantum tres quātitates. Per hoc enim euidenter ſequitur:cum in vtroq; ordine fuerint quatuor quantitates/& deinceps.& ideo etiam non oportuit eius antecedens demonſtrari:niſi ſolum cum in vtroq; ordine ſunt etiā tres quantitates. ¶Sint igitur tres quantitates/a,b,e:ſumanturq; tres aliæ quæ ſunt c,d,f.& ſit proportio a ad b,ſicut c ad d:& b ad e,ſicut d ad f.dico q; erit a ad e:ſicut c ad f.Sumam enim g ad a,& h ad c,æque multiplicia. Itemq; k ad b,& l ad d:æque.& rurſus m ad e,& n ad f:æque.eritq; p 4/g ad k,ſicut h ad l:& k ad m,ſicut l ad n.quare per 20/ſi g eſt maior m:erit h maior n.& ſi minor:minor.& ſi æqualis: æqualis. igitur per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/proportio a ad e:eſt ſicut c ad f. qđ eſt ꝓpoſitum. ¶Poteſt quoq; hoc demonſtrari per 15 huius/ſumptis g,k,m, ad a,b,e:& h,l,n,ad c,d,f,æque multiplicibus.erit enim per 15/ g ad k,ſicut h ad l:& k ad m,ſicut l ad n.Cætera pertracta vt prius. ¶Q; ſi fuerint quantitates plures tribus in vtroq; ordine vtpote quatuor:additis p & q,ita q; ſit e ad p ſicut f ad q, erit iterum a ad p,ſicut c ad q. erit enim a ad e:ſicut c ad f.hoc enim demonſtratum eſt.ſublatis igitur b et d:erunt tres quantitates a,e,p,& aliæ tres c,f,q,vt proponitur. quare a ad p:ſicut c ad q.Sicutq; demonſtratur de quatuor per tres/ ſublato vno medio: eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor: ſublatis duobus mediis/& de ſex per quinq;/ſublatis tribus.& ſic de cæteris.

Eucli.ex Zāb. Theorema 22. Propoſitio 22.

¶Si fuerint quælibetmagnitudines & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione:& ex equali in eadem ratione erunt. 22



¶THEON ex Zāberto. ¶Sint quælibet magnitudines a, b,c: & aliæ eiſdem æquales numero d,e,f,cum duabus ſumptis in eadē ratione.ſicut quidē a ad b,ſic d ad e:ſicutq; b ad c,ſic e ad f. Dico q; & ex æquali in eadem ratione erunt:ſicut a ad c,ſic d ad f.Sumantur quidem ipſarū a,d:æque multiplices g,h.ipſarum autem b,e:aliæ quæ vtcunq; ſint æque multiplices/k,l. & inſuper ipſarum c,f: aliæ quæ vtcunq; ſint æque multiplices/m,n.Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic d ad e,& ſumuntur quidem ipſarum a,d,æque multiplices g,h,ipſarum autem b,e,aliæ quę vtcunq; ſunt æque multiplices k, l:eſt igitur per 4 quinti/ ſicut g ad k, ſic h ad l.& per hoc/ſicut k ad ipſum m: ſic l ad ipſum n. Quoniam igitur tres magnitudines ſunt g,k,m,& aliæ eiſdem æquales numero h,l, n,cū duabus ſumptis & in eadem ratione:ex æquali igitur per 20 quinti/ſi excedit n ipſum m,excedit & h ipſum g.& ſi æqualis:æqualis.& ſi minor:minor. Sūt autem g,h,ipſarum a,d,æque multiplices: & m,n, ipſarum c,f,aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices.eſt igitur per 6 diffinitionē quinti/ſicut a ad c:ſic d ad f.Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione:& ex æquali in eadē erunt ratione. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 23.

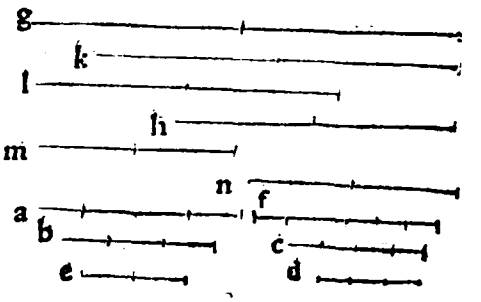
SI fuerint quotlibet quantitates alię; ſecundū earū numerum/quarum quę; duę ſecundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionatę:in equa proportionalitate proportionales erunt. 23

¶CAMPANVS. ¶Demonſtrat æquam proportionalitatem in q̄titatibus duorum ordinum indirecte ſiue peruerſim proportionatis.Nec eſt neceſſe q; demonſtretur:niſi cum in vtroq; duorum ordinum ſunt tantum tres quantitates.per hoc enim euidenter ſequitur quæcunq; ponātur in vtroq; ordine:ſicut in præmiſſa de directe proportionatis demon

ſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a,b,c: ſumantur q; aliæ tres quæ ſint f,c,d. & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d: & b ad e, ſicut f ad c. dico q; erit a ad e: ſicut f ad d. Sumã enĩ g ad a, & h ad c, & k ad f: æque multiplicia. itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d. æque erit q; per 4. g ad l: ſicut h ad n. & per 15. l ad m: ſicut k ad h. quare per 21. ſi g addit ſuper m: & k addit ſuper n. & ſi minuit: minuit. & ſi æquat: æquat. ergo per diffinitionẽ incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e: eſt ſicut f ad d. quod eſt propoſitum.

¶ Poteſt quoq; & hoc demonſtrari per decimamtertiam huius: ſumptis g,l,m, ad a,b,e, & k,h,n, ad f,c,d. æque multiplicibus. erit enim per decimamquintam, g ad l: ſicut h ad n. & l ad m: ſicut k ad h. cætera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonſtrantur hæc & præmiſſa: ſecundum primum modum

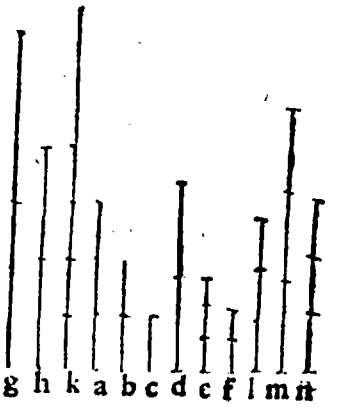
¶ Oz ſi plures tribus fuerit quãtitates in vtroq; ordine / vtpote quatuor: additis p & q, ita q; ſit a ad b ſicut d ad q, & b ad e ſicut c ad d, & e ad p ſicut f ad c, erit iterũ a ad p ſicut f ad q. erit enim per prædemonſtrata, a ad e: ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d: erunt tres quantitates a,e,p, & aliæ tres f,c,q, vt proponitur. quare a ad p: ſicut f ad q. Sic igitur demõſtratur de quatuor per tres: ſublato vno medio. Eodem modo demõſtrabis de quicq; per quatuor: ſublatis duobus medijs. & de ſex per quinq; ſublatis tribus. & ſic in cæteris.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 23.

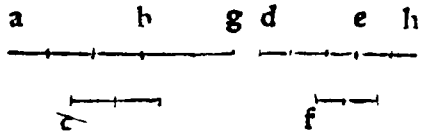
23 ¶ Si fuerint tres magnitudines: aliæq; eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio. & ex æquali in eadem ratione erunt.

¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint tres magnitudines a,b,c: & aliæ eiſdem æquales numerõ cum duabus ſumptis in eadem ratione d,e, f. ſit autẽ perturbata ipſarum proportio. ſicut quidem a ad b, ſic e ad f: ſicutq; b ad c, ſic d ad e. Dico q; eſt ſicut a ad c: ſic eſt d ad f. Sumantur inq; ipſarum a,b,d, æque multiplices g,h, k: ipſarum autẽ c,e, f, aliæ quæ vtcunq; æque multiplices ſint l,m,n. Et quoniam æque ſunt multiplices g,h, ipſarum a, b, partes autẽ eodem modo multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: eſt igitur ſicut a ad b, ſic g ad h. Ac per hoc / & ſicut e ad f: ſic m ad n. & eſt ſicut a ad b: ſic e ad f. & ſicut igitur g ad h: ſic m ad n per 11 quinti. Et quoniam eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e, & ſumuntur ipſarum quidem b,d, æque multiplices h,k, ipſarum autẽ c,e, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices l,m: & igitur ſicut h ad l ſic k ad m. & viciſſim per 16 quinti / ſicut b ad d: ſic c ad e. Et quoniã h, k, ipſarum b,d, æque ſunt multiplices / partes autẽ æque multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: eſt igitur ſicut b ad d ſic h ad k. Sed ſicut b ad d: ſic c ad e. & ſicut igitur h ad k: ſic c ad e per 11 quinti. Rurſus quoniam l,m, ipſarum c,e, æque ſunt multiplices: eſt igitur ſicut c ad e, ſic l ad m. Sed ſicut c ad e, ſic h ad k: & ſicut h ad k, ſic l ad m. & viciſſim per 16 quinti / ſicut h ad l: & k ad m. Oſtẽſum autem eſt q; ſicut g ad h: & ſic m ad n. Quoniã igitur tres magnitudines ſũt proportionales g,h,l, & aliæ eiſdem æquales numero k,m,n, cũ duabus ſumptis in eadem ratione / & eſt earum perturbata proportio: ex æquali igitur per 21 quinti / ſi excedit g ipſũ l, & excedit k ipſum n. & ſi æquale: æquale. & ſi minus: minus. Sunt autẽ g,k, ipſarũ a,d, æque multiplices: & l,n, ipſarum c,f, æque ſunt multiplices. eſt igitur ſicut a ad c: ſic d ad f, per ſextam diffinitionem quinti. / Si fuerint igitur tres magnitudines 1 & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione / fuerit autem perturbata ipſarum proportio: & ex æquali in eadem ratione erũt. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 24.

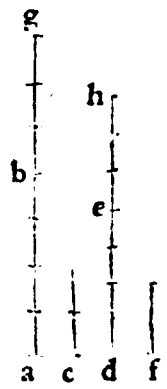
SI fuerit proportio primi ad ſecundum tanq̃ tertij ad quartum/proportio vero quinti ad ſecundum tanq̃ ſexti ad quartũ:erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum/tanq̃ ſexti & tertij pariter acceptorum ad quartum. 24



¶CAMPANVS. ¶Quod ſecunda propoſuit de multiplicibus:hæc proponit vniuerſaliter de omnibus proportionibus.vnde hæc eſt illa tãto cõmunior:quãto multiplicitate proportio.& ſe habet ad illam:quemadmodum 13 ad primam.Sit igitur proportio a b ad c:ſicut d e ad f. & item b g ad c:ſicut e h ad f.dico q̃ proportio a g ad c:eſt ſicut d h ad f.Erit enim per conuerſam proportionalitatem/ c ad b g: ſicut f ad e h. quare per 22/erit in æqua proportionalitate a b ad b g:ſicut e d ad e h.ergo coniunctim per 18/a g ad g b:ſicut d h ad h e. itaq̃ per 22/ erit in æqua proportionalitate a g ad c:ſicut d h:ad f.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Camp.Theorema 24. Propoſitio 24.

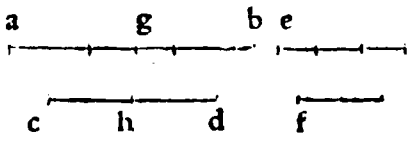
¶Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/habuerit autem & quintum ad ſecundum eandem rationem & ſextum ad quartum:& compoſita primum & quintum ad ſecundum eandem habebunt rationem/& tertium & ſextum ad quartum. 24



¶THEON ex Zamberto. ¶Primum inq̃ a b, ad ſecundum c eandem habeat rationem: & tertium d e ad quartum f.habeat autem & quintum b g,ad ſecundũ c:eandẽ rationẽ & ſextũ e h ad quartũ f.Dico q̃ & cõpoſita primũ & quintũ a g ad ſecundũ c eandẽ habebunt rationem: ac tertiũ & ſextũ d h ad ipſum f quartũ.Quoniã enĩ eſt ſicut b g ad c ſic eſt eſt e h ad f: conuerſim quoq; ſicut c ad b g, ſic f ad e h. Quoniam igitur eſt ſicut a b ad c ſic d e ad f,ſicut autem c ad b g ſic f ad e h:ex æq̃li igitur per 22 quinti eſt ſicut a b ad b g ſic d e ad e h. Et quoniam diſiunctæ magnitudines ſi proportionales ſunt,compoſitæ quoq; proportionales erunt per decimãoctauã quinti:ſicut igitur a g ad g b,ſic d h ad h e.eſt autem & ſicut b g ad c:ſic e h ad f.ex æquali igitur per viceſimamſecundam quinti/eſt ſicut a g ad c:ſic d h ad f. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/habuerit autem quintum ad ſecundum eandem rationẽ & ſextũ ad quartũ:& cõpoſita primũ & quintũ ad ſecũdũ eandẽ habebunt rationem & tertium & ſextum ad quartum.quod oportebat demõſtrare.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 25

SI fuerint quatuor quantitates proportionales/ fueritq̃ prima earum maxima/& vltima minima:primam & vltimam pariter acceptas cæteris duabus maius eſſe neceſſario comprobatur. 25



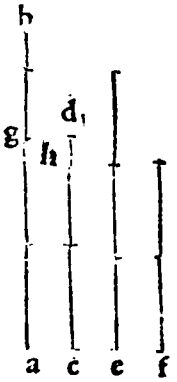
¶CAMP. ¶Qd̃ hic proponitur/nõ habet locũ:niſi cũ õnes quatuor q̃tates ſũt eiuſdẽ generis. Sit igitur q̃tuor q̃titatũ eiuſdẽ generis proportio a b ad c d:ſicut e ad f.ſitq̃ a b:maxima. Neq̃ oportet ponere q̃ f ſit minima.qa ipſũ ex hoc ſequitur:q̃ a b poſita eſt maxima.vnde nõ poſuit: hoc author in cõcluſione tãq̃ poſitionẽ:ſed potius tãq̃ p̃cedẽtis poſitionis cõcluſionẽ. Dicoq̃ cũ ita fuerit:matus erit aggregatũ ex a b & f,q̃ ex c d & e.Cũ enĩ a b ſit maior e:abſcindã ex a b,g b æqualẽ e.ſimiliter quoq; quia c d eſt maior f:abſcidã ex c d,h d æqualem f. Eritq̃ per hypotheſin a b ad c d:ſicut g b ad h d.quare per 19/a reſiduũ ad c h reſiduũ : ſicut totũ a b ad totũ c d.Cum ergo a g ſe habet ad c h ſicut a b ad c d,ſed a b eſt maior c d, quare a g maior eſt c h: additis igitur vtriq̃ duabus quã-

titatibus g b & h d, erit per communem ſcientiam/aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex d & g b. & quia d h poſita eſt æqualis f, & g, b e: maius erit aggregatum ex a b & f, q̃ aggregatum ex c d & e. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 ¶Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: maxima earum & minima/reliquis maiores erunt.

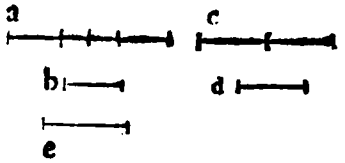
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor magnitudines proportionales a b, c d, e, f: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Sit autem maxima earum a b: minima vero f. Dico q̃ ipſæ a b & f: ipſis c d & e maiores ſunt. Ponatur inq̃ per tertiam primi ipſi e æqualis a g: & ipſi f æqualis c h. Quoniam igitur eſt ſicut a b ad c d, ſic e ad f, æqualis autem eſt e ipſi a g, & ipſi f æqualis c h: eſt igitur ſicut a b ad c d, ſic a g ad c h. & quoniam eſt ſicut totum a b ad totum c d, ſic ablatum a g ad ablatum c h: & reliquum igitur g b per decimamnonam quinti/ad reliquum h d, erit ſicut totum a b ad totum c d. Maior autem eſt a b: ipſa c d. maior igitur eſt g b: ipſa h d. Et quoniam æqualis eſt a g ipſi e, & c h ipſi f: igitur a g & f ſunt æquales ipſis c h, e. Et quoniam ſi inæqualibus æqualia addantur omnia inæqualia fient per quartam communem ſententiam: cum igitur g b & h d ſint inæquales/& g b maior ſit/ipſi autem g b addantur c h & e, producentur a b & f maiores ipſis c d & e. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: maxima & minima earum/reliquis maiores erunt. Quod demonſtrare oportebat.

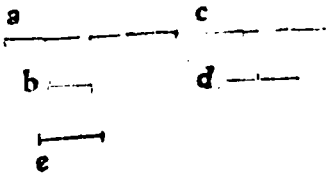


¶Nouem ſequentes propoſitiones quas ad 25 adiecit Campanus: nihil in Zamberto eis reſpondens habent. nec plures 25 in vetuſtioribus Eudidis exemplaribus reperiuntur. quare ex additione Cãpani eſſe videnť.

26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad ſecundam maior q̃ tertiæ ad quartam: erit conuerſim e contrario ſecundæ ad primam minor q̃ quartæ ad tertiam.

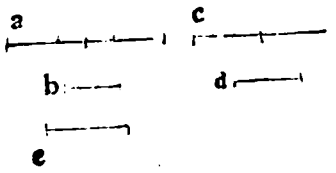
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b, maior q̃ c ad d. dico q̃ erit econuerſo/modo contrario minor proportio b ad a: q̃ d ad c. Si enim eſt eadem b ad a quæ eſt d ad c: erit econuerſo a ad b vt c ad d. ſed non eſt: immo maior. At vero ſi eſt b ad a maior q̃ d ad c: ſit e ad a, vt d ad c. eritq̃ ex duodecima/e ad a minor q̃ b ad a. quare ex prima parte decimę e eſt minor b. Ideoq̃ ex ſecunda parte 8/maior erit proportio a ad e: q̃ a ad b. & quia per conuerſam proportionalitatem/a ad e ſicut c ad d: erit ex duodecima/proportio c ad d maior q̃ a ad b. ſed erit minor. relinquitur ergo propoſitum. ¶Poſſumus quoq̃ (ſilibet) aſtruere propoſitum oſtenſiue. manefeſtum enim eſt ex prima parte decimæ/q̃ illa quãtitas cuius ad b eſt eadem proportio quæ eſt c ad d, eſt minor a: eo q̃ ponitur maior proportio a ad b q̃ c ad d. illa ergo quantitas ſit e. cum ſit igitur





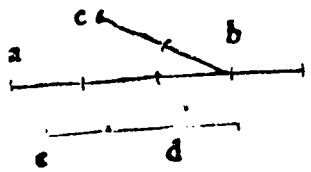
proportio e ad b vt c ad d: erit econuerſo b ad e, vt d ad c. Conſtat autem ex ſecunda parte octauæ/ cp proportio b ad a: minor eſt q̃ proportio b ad e. Itaq; per duodecimam/ proportio b ad a: eſt minor q̃ d ad c. Quod voluimus.

¶ Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam: erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam/ q̃ ſecundæ ad quartam. 27



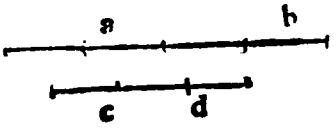
¶ CAMPANVS. ¶ Sit hic quoq; proportio a ad b maior: q̃ c ad d. dico cp erit permutatim maior proportio a ad c: q̃ b ad d. Eadem enim non erit. quia tunc quoq; eſſet permutatim a ad b: ſicut c ad d. Neq; minor. nam ſi hoc ponatur: ſit itaq; e ad c, vt b ad d. eritq; ex duodecima/ maior proportio e ad c: q̃ a ad c. quare ex prima parte decimæ/ e eſt maior a. Itaq; per primam partem octauæ/ proportio e ad b: eſt maior q̃ a ad b. Et quia poſitum eſt vt ſit e ad c, ſicut b ad d: erit permutatim e ad b, ſicut c ad d. ex duodecima igitur/ maior erit proportio c ad d: q̃ a ad b. ſed poſitum erat oppoſitum. verum eſt ergo propoſitum. ¶ Oſtenſiue quoq; idem: quemadmodum in præmiſſa. Sumpta enim e ad b, vt c ad d: erit ex prima parte decimæ/ e minor a. quia ex prima parte octauæ/ maior erit a ad c: q̃ e ad c. Sed ex permutata proportionalitate/ eſt e ad c: vt b ad d, igitur ex duodecima/ a ad c: eſt maior q̃ b ad d. Quod eſt propoſitum.

¶ Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad ſecundam ſit maior proportio q̃ tertię ad quartam: erit quoq; cõiunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam q̃ tertiæ & quartæ ad quartam. 28



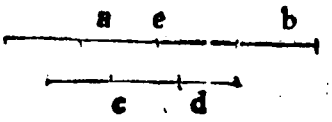
¶ CAMPANVS. ¶ Sit maior proportio a ad b: q̃ c ad d. dico cp maior erit totius a b ad b: q̃ totius c d ad d. quia ipſa neq; erit æqualis: neq; minor. Si enim æqualis: tunc erit diſiunctim/ a ad b vt c ad d. Si autem eſt minor: ſit e b ad b/ vt c d ad d. eritq; ex duodecima/ maior proportio e b ad b: q̃ a b ad b, itaq; ex prima parte decimæ/ e b: eſt maior q̃ a b. & per conceptionem: e maior q̃ a. quare ex prima parte octauæ/ maior eſt proportio e ad b: q̃ a ad b. ſed e ad b: eſt vt c ad d per diſiunctam proportionalitatem. eo cp erat e b ad b: vt c d ad d. ergo per duodecimam/ c ad d: eſt maior q̃ a ad b. hoc autem eſt contra hypotheſin. ¶ Idem etiam oſtenſiue. Cum enim propoſitum ſit cp maior ſit proportio a ad b, q̃ c ad d: ſit proportio e ad b, vt c ad d. eritq; ex prima parte decimæ: e minor a. Ideoq; ex communi ſcientia: e b erit minor q̃ a b. quare ex prima parte octauæ/ maior erit proportio a b ad b: q̃ e b ad b. At vero proportio e b ad b: eſt per coniunctam proportionalitatem/ ſicut c d ad d. poſitum enim eſt/ vt ſit e ad b: tanq̃ c ad d. igitur ex duodecima/ maior eſt a b ad b: q̃ c d ad d. quod eſt propoſitum.

¶ Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio q̃ tertiæ & quartæ ad quartam: erit quoq; diſiunctim proportio primæ ad ſecundam maior q̃ tertiæ ad quartam. 29



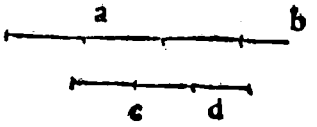
¶ CAMPANVS. ¶ Sit proportio a b ad b: maior q̃ c d ad d. dico cp erit diſiũcti/ proportio a ad b: maior q̃ c ad d. alioqui erit æqualis vel minor. Q; ſi æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem/ a b ad b, vt c d ad d. Si autem minor: erit maior c ad d, q̃ a ad b. ergo per

præmiſſam/maior erit c d ad d:q̃ a b ad b.quod eſt incõueniẽs: quia poſitum eſt ꝙ minor.verum eſt ergo qđ dicitur. ¶Quod etiã oſtenſiue aſtruemus:hoc modo.Ponemus enim vt proportio e b ad b: ſit tanq̃ proportio c d ad d.eritq; ex prima parte 10:e b minor q̃ a b.quare ex communi ſcientia/e eſt minor q̃ a.minor igitur eſt ex prima parte 8/proportio e ad b:q̃ ſit a ad b.ſed proportio e ad b:eſt ſicut c ad d, ex diſiuncta proportionalitate.itaq; ex 12/proportio a ad b:eſt maior q̃ ſit c ad d.quod eſt propoſitum.



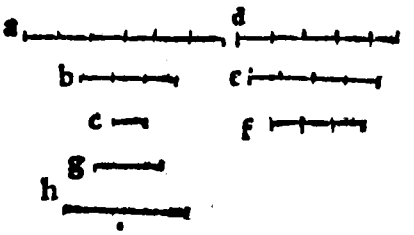
30 ¶Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio q̃ tertiæ & quartæ ad quartam:erit euerſim minor proportio primæ & ſecundæ ad primam q̃ tertiæ & quartæ ad tertiam.

¶CAMPANVS. ¶Sit maior proportio a b ad b:q̃ c d ad d.dico ꝙ euerſim minor erit proportio a b ad a:q̃ c d ad d.erit enĩ diſiunctim ex præmiſſa/maior proportio a ad b:q̃ c ad d.Itaq; per 26/erit econuerſo minor b ad a:q̃ d ad c.quare per ante præmiſſam/ coniunctim minor erit b a ad a:q̃ c d ad c.quod eſt propoſitum.



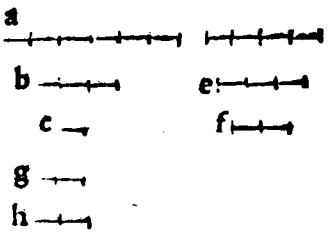
31 ¶Si fuerint tres quantitates in vno ordine/ itemq; tres in alio/fueritq; primæ priorum ad ſecundam maior proportio q̃ primæ poſteriorum ad ſecundam/itemq; ſecundæ priorũ ad tertiam maior q̃ ſecundæ poſteriorum ad terriam: erit quoq; primę priorum ad tertiam maior proportio/q̃ primę poſteriorum ad tertiam.

¶CAMPANVS. ¶Sint tres quantitates:a,b,c.itemq; aliæ tres:d,e, f.ſitq; maior proportio a ad b:q̃ d ad e.itemq; maior b ad c:q̃ e ad f.dico ꝙ maior erit proportio a ad c:q̃ d ad f.Sit enĩ g ad c:vt e ad f.eritq; ex prima parte 10: g minor b. quare ex ſecunda parte 8/proportio a ad g:eſt maior q̃ a ad b.multo maior ergo eſt proportio a ad g:q̃ d ad e. ſit itaq; h ad g: vt d ad e.eritq; ex prima parte 10:a maior h.quare ex prima parte 8/ proportio a ad c:maior eſt q̃ proportio h ad c. At vero proportio h ad c:eſt per æquam proportionalitatẽ/ſicut d ad f.eſt enim h ad g:vt d ad e.& g ad c:vt e ad f.igitur ex 12/proportio a ad c: eſt maior q̃ d ad f. quare conſtat propoſitum.

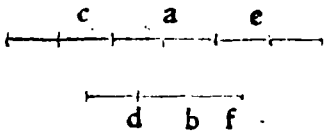


32 ¶Si fuerint tres quãtitates in vno ordine/itẽq; tres in alio/ fueritq; proportio ſecundæ priorum ad tertiam maior q̃ primæ poſteriorum ad ſecundam / itemq; primæ priorum ad ſecundam maior q̃ ſecundæ poſteriorum ad tertiam: erit maior proportio primæ priorum ad tertiam / q̃ primæ poſteriorum ad tertiam.

¶CAMPANVS. ¶Sint enim tres quantitates in vno ordine: a,b,c. Itemq; tres in alio:d,e,f,quemadmodum in præmiſſa.ſitq; maior proportio b ad c:q̃ d ad e.& maior a ad b:q̃ e ad f.dico ꝙ maior erit a ad c:q̃ d ad f.Sit enim g ad c:vt d ad e.eritq; g minor b:per primam partem 10.quare maior erit proportio a ad g:q̃ ad b, per ſecundam partem 8.igitur multo maior eſt a ad g:q̃ e ad f.Sit itaq; h ad g:vt e ad f.eritq; a maior h:ex prima parte 10.quare proportio a ad c:maior eſt q̃ h ad c,ex prima parte 8. At vero ex 23/ proportio h ad c, eſt tanq̃ d ad f:eo ꝙ eſt g ad c,vt d ad e.& h ad g: vt e ad f.igitur ex 12/maior eſt proportio a ad c:q̃ d ad f,quod eſt propoſitum.

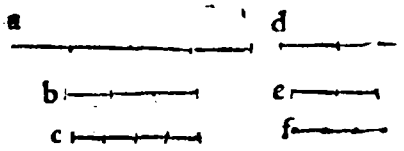


¶Si fuerit proportio totius ad totum/maior q̃ abſciſi ad ab 33
ſciſum:erit reſidui ad reſiduum / maior proportio q̃ totius
adtotum.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quantitates a, & b:a quibus abſcindantur c & d.& reſidua ſunt e & f.ſitq; maior proportio a ad b:q̃ c ad d.dico q; maior erit proportio e ad f:q̃ a ad b.erit enim ex 27 / permutatim maior proportio a ad c:q̃ b ad d.quare ex 30/erit euerſim minor proportio a ad e:q̃ b ad f.igitur rurſus ex 27/permutatim minor erit a ad b: q̃ e ad f.quod eſt propoſitum.

¶Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur/ 34.
fueritq; cuiuſlibet præcedentis ad ſuam relatiuã maior proportio q̃ alicuius ſubſequentis ad ſuam:erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius ſubſequentium ad ſuam comparem/ aut etiam q̃ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas/minor autem q̃ primæ ad primam.



¶CAMPANVS. ¶Sint tres quãtitates a,b,c,relatæ ad totidem alias quæ ſint d,e,f:ſitq; maior proportio a ad d,q̃ b ad e,& b ad e ſit maior q̃ c ad f.dico q; proportio a,b,c,pariter acceptarum/ad d,e,f,pariter acceptas:eſt maior q b ad e,vel maior q̃ c ad f,& etiam maior q̃ b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas.& ipſa eſt minor: q̃ a ad d.Cum ſit enim a ad d maior q̃ b ad e: erit permutatim a ad b maior q̃ d ad e.& coniunctim a b ad b: maior q̃ d e ad e, & iterum permutatim a b ad d e:maior q̃ b ad e.quare per præmiſſam/a ad d:eſt maior q̃ a b ad d e.Eodemq; modo probatur maiorem eſſe b ad e:q̃ b c ad e f.itaq; maior proportio eſt a ad d: q̃ b c ad e f. quare permutatim maior eſt a ad b c:q̃ d ad e f.& coniunctim maior a b c ad b c: q̃ d e f ad e f.& iterum permutatim maior a b c ad d e f: q̃ c b ad e f. quare per præmiſſam/maior eſt a ad d: q̃ a b c ad d e f.Quod eſt propoſitum.

¶EVCLIDIS NEGARENSIS
Geometricorum elementorum
Sexti Libri:

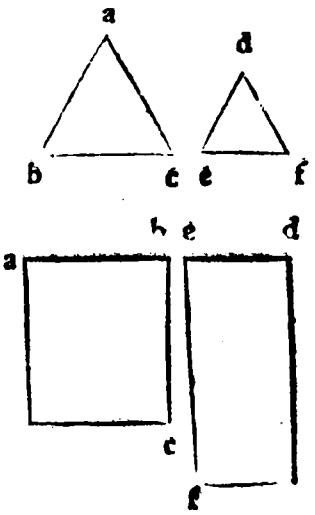
F I N I S.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philsophi Mathematicorumq; facile principis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto: Geometricorum elemcntorum Liber Sextus.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 SVperficies ſimiles dicuntur: quarũ anguli vnius angulis alterius ęquales /lateraq; æquos angulos continentia proportionalia.

¶CAMPANVS. ¶Vt ſi trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e ſicut a c ad d f, & b c ad e f: ipſi erunt ſimiles.



2 ¶Superficies mutuorum laterum: ſunt inter quarum latera/incontinua proportionalitas retranſitiue habetur.

¶CAMPANVS. ¶Vt ſi duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d e latus ſecundi fuerit ſicut proportio e f lateris ſecundi ad b c latus primi: illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterum ſiue mutekeſia.

3 ¶Línea dicitur diuidi ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema: quando eadem eſt proportio totius ad maiorem ſui ſectionem/quæ eſt maioris ad minorẽ.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.

1 SImiles figuræ rectilineæ: ſunt quæ & angulos æquales habent ad vnum/& quæ circa angulos æquales ſunt/latera proportionalia.

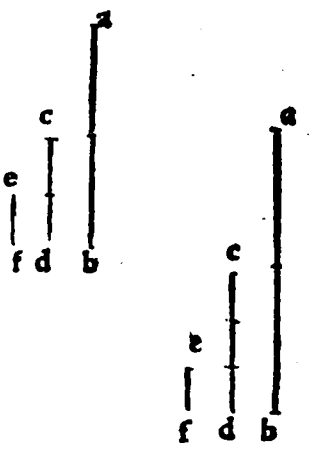
2 ¶Reciprocæ autem figuræ: ſunt quando in vtraq; figura/antecedentes & conſequentes termini rationales fuerint.

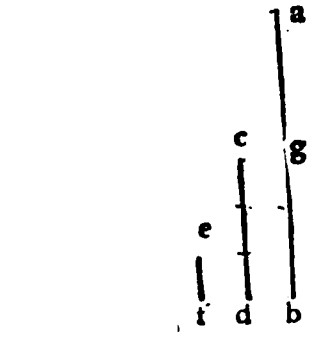
3 ¶Per extremam & mediam rationem/recta linea diuidi dicitur: quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum / ſic maius ad minus.

4 ¶Altitudo vniuſcuiuſq; figuræ: eſt a vertice ad baſin perpendicularis deducta.

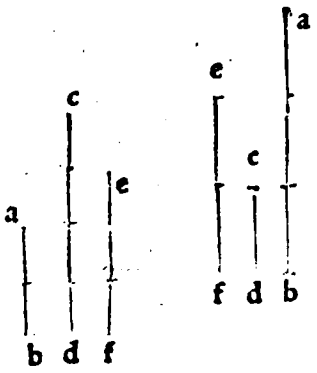
5 ¶Ratio ex duabus rationibus/aut ex pluribus conſtare dicitur: quando rationum quantitates multiplicatæ / aliquam efficiunt quantitatem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit enĩ a b ad c d rationem habẽs datam: veluti duplam aut triplam aut quãlibet aliam. & c d ad e f: eandẽ quoq; datam. Dico q; ipſius a b & e f ratio: conſtat ex a b ad c d & ex c d ad e f. Vel q; ipſius a b ad c d rationis quantitas multiplicata in ipſius c d ad e f rationis quantitatem: efficit ipſius a b ad e f rationem. Sit enim primum a b ipſa c d maior: & c d ipſa e f. & ſit quidem a b, ipſius c d dupla: & c d ipſius e f tripla. quoniam igitur c d ipſius e f tripla eſt/ipſius autem c d. dupla eſt a b: igitur a b ipſius e f ſexicupla eſt. quoniam ſi triplum alicuius duplicamus: fit ſexicuplum. hoc inq; eſt proprie com-





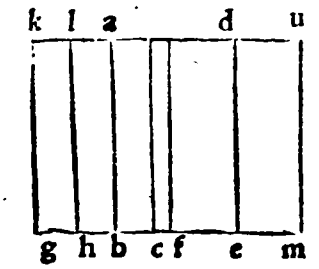
poſitio. ¶Vel ſic. Quoniam a b tripla eſt ipſius c d: diuidatur a b in ipſi c d æqualia/hoc eſt a g,& g b. Et quoniã c d ipſius e f tripla eſt/æqualis autem eſt a g ipſi c d:& a g igitur ipſius e f tripla eſt. Id propterea:& g b ipſius e f tripla eſt. Tota igitur a b: ipſius a f ſexcupla eſt. Ipſius igitur a b ad e f ratio connectitur per c d medium limitem: compoſita ex ipſius a b ad c d & c d ad e f ratione. ¶Similiter autem & ſi minor fuerit c d, vtraq; ipſarum a b & e f: idipſum colligitur. ¶Sit enim rurſus a b ipſius c d tripla: at c d ipſius e f ſit dimidia.& quoniam c d ipſius e f dimidia eſt/ipſius autem c d tripla eſt a b: igitur a b ſeſqualtera eſt ipſius e f. ſi enim alicuius dimidium triplicamus: habebit ipſum ſemel & dimidiũ. At quoniam a b ipſius c d tripla eſt,& c d ipſius e f dimidia eſt: qualium eſt a b æqualiũ ipſi c d trium/talium eſt e f duorum. Quare ſeſqualterum eſt a b ipſius e f. Igitur ratio ipſius a b ad e f, connectitur per c d medium limitem: cõpoſita ex ipſius a b ad c d & c d ad e f ratione. ¶Sed iam rurſus ſit c d vtraq; ipſarum a b & e f maior.& ſit quidẽ a b ipſius c d dimidium: & c d ipſius e f ſeſquitertium. Quoniam igitur qualium eſt a b duorum/talium eſt c d quatuor: qualium autem c d quatuor/talium e f trium: & qualium igitur a b duorum/talium e f trium. cõnectitur igitur rurſus ratio ipſius a b ad e f, per c d medium limitem: quæ duorum eſt ad tria. ſimiliter quoq; & in pluribus/& in reliquis caſibus. Et manifeſtum eſt q; ſi a compoſita ratione/vnaquæq; compoſitarum auferatur: vno extremorũ eiecto/reliqua compoſitarum aſſumetur.

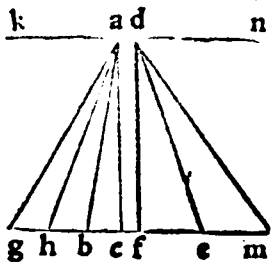


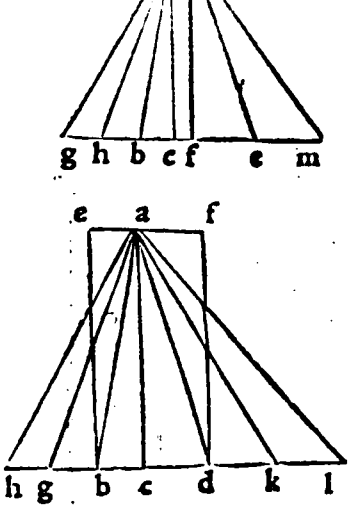
Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

SI duarum rectilinearum ſuperficierum æquidiſtantium laterum/ſiue triangulorum/ fuerit altitudo vna: tãta erit alterutra earum ad alteram/quanta ſua baſis ad baſin alterius. 1

¶CAMPANVS. ¶Sint duo parallelogrãma a b c, d e f: æqualis altitudinis. dico eſſe proportionẽ eorũ ſicut b c ad e f, ponam illa duo parallelogrãma ſuper lineam vnam: quæ ſit g m. eruntq; propter hoc q; ſunt æqualis altitudinis: inter lineas æquidiſtantes/quarum ſit altera k n. deinde ex linea g m: ſumam g c multiplicem ſecundum quẽcunq; numerum voluero/ad b c.& diuidã eam in partes æquales b c: in punctis h & b. a quibus & pũcto g. ducam æquidiſtãtes lineæ a b, quæ ſunt g k & h l.& complebo ſuperficies æquidiſtantiũ laterum: k h & l b. eritq; vnaquæq; earũ per 36 primi: æqualis a c. quare ſicut linea g c eſt multiplex lineæ b c: ita ſuperficies c k, ſuperficiei a c. Similiter quoq; ad lineam e f: ſumam ex linea g m, lineam f m multiplicem ſecundũ quencunq; numerum voluero/ad e f.& complebo ſuperficiem æquidiſtantium laterum/ducta linea m n æquidiſtanter lineæ d e. eritq; ſuperficies n f ita multiplex ſuperficiei d f: ſicut linea m f lineæ e f. Et q; a per 36 primi/ſi linea g c eſt maior linea f m, ſuperficies k c eſt maior ſuperficie n f, et ſi minor/minor/et ſi æqualis/æqualis: erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/eadem proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ d f. qđ eſt propoſitũ. ¶De triangulis vnius altitudinis idẽ pbabis & eodẽ modo per 38 primi: ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad baſes fumes multiplices/ad vertices triangulorum.







Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

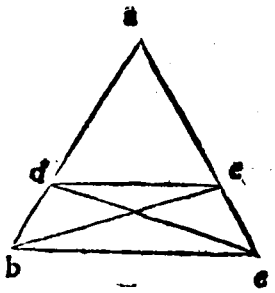
¶Triangula & parallelogrãma/quæ ſub eodem ſunt vertice: ad ſe inuicem ſunt vt baſes. 1

¶THEON ex Zamb. ¶Sint triãgula quidẽ a b c & a c d, parallelogrãma vero e c & c f: ſub eodẽ vertice exiſtentia. habentia q; ab a in b d: perpẽdicularẽ deductã a c. Dico q; eſt ſicut b c baſis ad c d baſin: ſic eſt a b c triãgulũ ad a c d triangulũ/& e c parallelogrãmũ ad c f parallegrãmũ.

Producatur inꝫ per 2 poſtulatum/d b:ex vtraq; in h, l, ſigna.& ponatur per 2 primi ipſi quidem b c baſi/æquales cuiuſmodicũq; b g & g h:ipſi autem c d baſi/ æquales cuiuſmodicunq; d k & k l. Connectanturq; a g, a h, a k, & a l. Et quoniam c b, b g, & g h ſibiinuicem ſunt æquales:& triangula quoq; a h g, a g b & a b c ſibiinuicem ſunt æqualia per 38 primi. Qꝫ multiplex igitur eſt h c baſis/ipſius b c baſis:tam multiplex eſt et triangulum a h c, trianguli a b c. Id propterea/ꝫ multiplex eſt l c baſis/ipſius d c baſis:tam multiplex eſt & a l c triangulum/ ipſius a d c trianguli. & ſi æqualis eſt h c baſis/ipſi c l baſi:æquum eſt per 38 primi/triãgulum a h c triangulo a c l. & ſi baſis h c excedit baſim c l:excedit & triangulum a h c triangulum a c l. & ſi minor:minus/ per 6 diffinitionem quinti. Quattuor iam exiſtentibus magnitudinibus/duabus quidem baſibus hoc eſt b c & c d, duobus autẽ triangulis hoc eſt a b c & a c d: ſumuntur æque multiplices. ipſius quidem b c baſis, & ipſius a b c triãguli:baſis videlicet h c, & triangulum a h c. ipſorum autem c d baſis & a d c trianguli: alia quæ vtcunq; ſunt æque multiplicia/ hoc eſt baſis c l, & triangulum a l c. & demõſtratum eſt q; ſi excedit baſis h c baſin c l: excedit quoq; & triangulũ a h c. triangulũ a l c, & ſi æqualis:æquale. & ſi minor: minus. Eſt igitur ſicut baſis b c ad baſin c d:ſic triangulum a b c ad triangulum a c d, per ſextã diffinitionẽ quinti. Et quoniã per 41 primi ipſius quidem trianguli a b c duplum eſt parallelogrãmũ e c, ipſius autẽ a c d trianguli duplũ eſt per eandẽ parallelogrãmũ f c, partes autẽ eodẽ modo multipliciũ p 15 quinti eãdẽ habent rationẽ: eſt igit ſicut triangulũ a b c ad triangulũ a c d, ſic parallelogrammũ e c ad parallelogrãmũ c f. Quoniã igitur patuit ſicut quidẽ baſis b c ad baſin c d ſic triangulũ a b c ad triangulum a c d, ſicutq; triangulũ a b c ad triangulũ a c d ſic parallelogrãmũ e c ad parallelogrãmum f c:& ſicut igitur per 11 quinti/ baſis b c ad baſin c d, ſic parallelogrãmum e c ad parallelogrammum f c. Triangula igitur & parallelogramma ſub eodem vertice exiſtẽtia:ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes. quod demonſtrare oportebat.

Eucli ex Camp. Propoſitio 2.

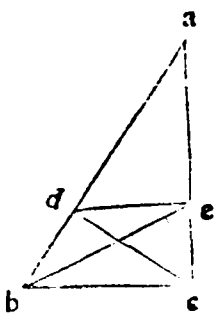
2 SI linea recta duo trianguli latera ſecans/reliquo fuerit ęquidiſtans:eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si vero proportionaliter ſecet: eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: cuius duo latera a b & a c ſecet linea d e æquidiſtanter tertio lateri quod eſt b c. dico q; erit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c. & econuerſo ſi fuerit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c: linea d e erit æque diſtans lineæ b c. protraham eni duas lineas e b & d c. eritq; per 37 primi/ triangulus e d b, æqualis triangulo d e c: propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes. itaq; per ſecundã partẽ 7 quinti/ proportio triãguli a d e ad vtrũq; illorũ: erit vna. ſed proportio eius/ per præmiſſã ad triangulũ e d b: eſt ſicut lineæ a d ad lineã d b. & ad triangulũ d e c: ſicut lineæ a e ad lineã e c. Nam ipſe cum vtroq; illorũ eſt æqualis altitudinis. quare erit q; portio a d ad d b: ſicut a e ad e c. quod eſt primũ. ¶Et ſi hoc fuerit: erit per præmiſſam/ ipſius a d e ad vtrumq; illorũ proportio vna. quare per ſecundam partem 9 quinti: ipſi ſunt adinuicẽ æquales. & quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin videlicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi/ linea d e æquidiſtans lineæ b c. quod eſt ſecundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

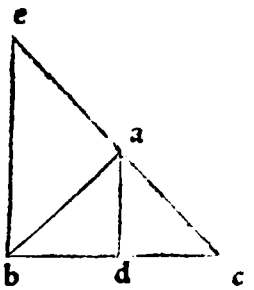
2 ¶Si triãguli ad vnũ laterũ acta fuerit aliqua recta linea parallelus: pportionaliter ſecat ipſius triãguli latera. & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint: ad ſegmẽta connexa recta linea/ parallelus ad reliquũ erit ipſius triãguli latus.



¶THEON ex Zamberto. ¶Trianguli enī a b c parallelus ad latus b c ꝛ agatur d e. Dico ꝙ eſt ſicut b d ad d a: ſic eſt c e ad e a. Cōnectantur inquam b e & c d. æquale igitur eſt per 37 primi/triangulum b d e: triangulo c d e. in eadem enim ſunt baſi d e: & in eiſdem parallelis d e & b c. Aliud autem quoddam triangulum a d e. æqualia autem per 7 quinti/ad idem eandem habent rationem. Eſt igitur ſicut triangulum b d e ad triangulum a d e: ſic triangulum c d e ad triāgulum a d e. Sicut quidem triangulum b d e ad triangulum a d e: ſic eſt b d ad d a. ſub eodem namq; vertice/ ab e in a b, perpendicularem actam habent. & proinde ad ſeinuicē ſunt ſicut baſes: per 1 ſexti. Ac propterea ſicut triangulum c d e ad triangulum a d e: ſic c e ad e a. & ſicut igitur per 11 quinti/b d ad d a: ſic c e ad e a. ¶Sed iā ipſius a b c trianguli/latera a b & a c in proportione ſecentur: ſicut b d ad d a, ſic c e ad e a. & connectatur d e. Dico ꝙ parallelus eſt d e ipſi b c. Eiſdem namq; diſpoſitis/ quoniā eſt ſicut b d ad d a ſic c e ad e a, ſed ſicut quidem b d ad d a ſic triangulum b d e ad triangulum a d e per 1 ſexti/ſicut autem c e ad e a ſic triangulū c d e ad triangulum a d e per eandem: & ſicut igitur per 11 quinti triangulum b d e ad triāgulum a d e, ſic triangulum c d e ad triāgulum a d e. Vtrūq; igitur ipſorum b d e & c d e triangulorum: ad a d e eandem habet rationem per 9 quinti. Aequale igitur per eandem eſt triangulum b d e triangulo c d e & in eadem ſunt baſi d e. æqualia autem triangula & in eadem baſi exiſtentia: & in eiſdem ſunt parallelis per 39 primi. parallelus igitur eſt d e ipſi b c. Si trianguli ad vnum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea. proportionaliter ſecat trianguli latera. & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint: ad ſegmenta coniuncta recta linea/parallelus erit ad reliquū triāguli latus. Quod demōſtraſſe oportuit.

Eucli ex Camp. Propoſitio 3.

SI ab aliquo angulorū trianguli linea recta ad baſin ducta/angulū illū per æqualia ſecet: duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdē trianguli lateribus proportionales eſſe. Sí vero duę partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit/reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint: lineam illā angulum per æqualia diuidere neceſſario comprobatur. 3



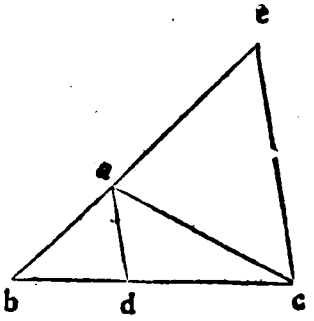
¶CAMPANVS. ¶Sit trigonus a b c: cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia. dico ꝙ proportio b d ad d c: eſt ſicut b a ad a c, & ecōuerſo. protraham enim b e: æquidiſtantem a d. & producam c a: quouſq; cōcurrat cum b e in puncto e. eritq; per primam partem 29 primi/ angulus e b a: æqualis angulo b a d. & per ſecundam partem eiuſdem/angulus c: angulo d a c. quare angulus e: eſt æqualis angulo e b a. ergo per 6 primi/e a: eſt æqualis a b. & ideo per primam partem 7 quinti/ proportio e a ad a c: eſt ſicut b a ad a c. ſed per præmiſſam/e a ad a c: eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c: ſicut b d ad d c. quod eſt primum. ¶Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis: probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione/ ſi fuerit proportio b a ad a c ſicut b d ad d c, quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c: erit eadem proportio e a ad a c, quæ eſt b a ad a c. ergo per primam partem 9 quinti: e a & a b ſunt æquales. quare per 5 primi/ duo anguli e & e b a: ſunt æquales. igitur per primā & ſecundam partem 29 primi/angulus b a d: eſt æqualis angulo d a c. quod eſt ſecundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

¶Si trianguli angulus biſariam ſecetur/diſpeſcens autē angulum recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis ipſius trianguli lateribus. & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius 3

trianguli lateribus: a vertice ad baſin coniuncta recta linea bifariam diſpeſcit ipſius trianguli angulum.

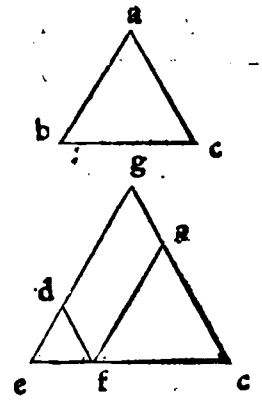
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit triangulū a b c: ſecetur⁊ per 9 primi/ angulus b a c bifariam ſub recta linea a d. Dico ⁊ eſt ſicut b d ad c d: ſic eſt b a ad a c. Excitetur enī per 31 primi per c: ipſi d a parallelus c e. & acta b a ei concurrat in e. & quoniam in parallelos a d & e c, recta linea a c cecidit: angulus igitur a c e per 29 primi/ æqualis eſt angulo c a d. Sed angulo c a d: is qui eſt ſub b a d ſupponitur æqualis. & angulus igitur b a d: ei qui ſub a c e eſt angulo/ eſt æqualis. Rurſus quoniā in parallelos a d & e c, recta linea cecidit b a e: per 28 primi angulus exterior b a d æqualis eſt angulo interior i a e c. oſtenſum autem eſt ⁊ angulus a c e angulo b a d eſt æqualis. & angulus a c e igitur: angulo a e c eſt æqualis. quare & latus a e: lateri a c per 6 primi/ eſt æquale. Et quoniam triāguli b c e ad vnum latus e c parallelus acta eſt a d: proportionalis igitur per 2 ſexti/ & per 11 quinti/ (& animaduerte quomodo) ſicut b d ad d c, ſic b a ad a e. Aequalis autem eſt a e ipſi a c. eſt igitur ſicut b d ad d c: ſic b a ad a c. ¶Sed eſto ſicut b d ad d c: ſic b a ad a c. & connectatur a d. Dico ⁊ bifariam ſecatur angulus b a c: ſub recta linea a d. Eiſdē nāq; diſpoſitis/ qm̄ eſt ſicut b d ad d c ſic eſt b a ad a c, ſed ſicut e d b ad d c ſic b a ad a e per 2 ſexti/ trianguli enim b c e ad vnū latuse c, acta eſt parallelus a d: & ſicut igitur b a ad a c ſic b a ad a e per 9 quinti. æqualis autem eſt a c ipſi a e. quare & angulus qui ſub a e c: per 5 primi/ ei qui eſt ſub a c e eſt æqualis. Sed qui eſt ſub a e c per 29 primi/ exteriori qui eſt ſub b a d eſt æqualis. angulus autem a c e: ei qui viciſſim eſt ſub c a d angulo eſt æqualis. Angulus igitur b a c bifariā diſcinditur ſub a d recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam ſecetur/ eum autem diſpeſcens recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis triangulī lateribus. & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus: a vertice ad baſin coniuncta recta linea bifariam ſecat ipſius triāguli angulum. quod erat demonſtrandum.



Euclī ex Camp. Propoſitio 4.

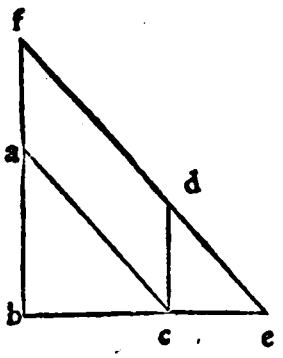
4 OMnium duorum triāgulorum quorum anguli vnius angulis alterius ſunt æquales: latera æquos angulos continentia ſunt proportionalia.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, d e f: æquianguli. ſitq; angulus a: æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. & angulus c angulo f. dico ⁊ proportio d e ad a b, & d f ad a c: eſt ſicut e f ad b c. ponam enī ambos triangulos ſuper lineam vnam quæ ſit e c: ita ⁊ duo anguli vni⁹ qui erunt ſuper hanc lineam: ſint æquales duobus alterius qui erunt ſuper eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: ſed medius vnius/ extremo alterius. & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. ſitq; a f c: ipſe idem triāgulus qui erat a b c. & quia angulus a f c eſt æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypotheſin: erit per primam partem 28 primi/ linea a f æquidiſtans d e, & d f æquidiſtans a c. complebo igitur ſuperficiem æquidiſtantium laterum: quæ ſit g f. eritq; per 34 primi/ g a: æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per ſecundam huius g a ad a c ſicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c ſicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c & per eandem e d ad f a ſicut e f ad f c. quod eſt propoſitum.



Euclī. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 4.

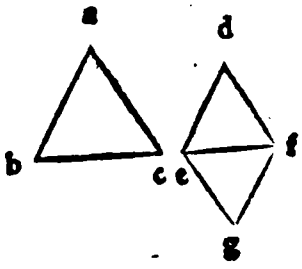
4 ¶Aequiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera: quæ circum æquales angulos/ & ſimilis ſunt rationis quę æqualibus angulis latera ſubtenduntur.



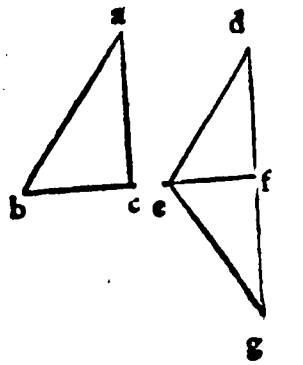
THEON ex Zamberto. Sint triangula æquiangula a b c & d c e æquum habentia angulum qui ſub a b c ei qui ſub d c e eſt angulo/ & angulum qui ſub b a c ei qui ſub c d e, & inſuper angulum qui ſub a c b ei qui ſub d e c. Dico q; triangulorum a b c & d c e latera ſunt proportionalia: quæ circum æquales ſunt angulos. eiuſdemq; rationis: quę æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam/b c: ipſi c e. Et quoniam anguli a b c & a c b duobus rectis ſũt minores per decimamſeptimam primi/ æqualis autẽ eſt angulus a c b ei qui eſt ſub d e c angulo: anguli igitur a b c & d e c, duobus rectis ſunt minores. Igitur b a & e d productæ: in congreſſum veniunt. Congrediantur conueniantq; in f. & quoniam per hypotheſin angulus d c e angulo a b c eſt æqualis: parallelus eſt per 28 primi/b f ipſi c d. Rurſus quoniam per hypotheſin/angulus a c b æqualis eſt angulo d e c: parallelus eſt per 28 primi/a c ipſi f e. Parallelogrammũ igitur eſt: f a d c. Aequalis igitur eſt f a, ipſi d c: & a c ipſi f d. Et qñ per 2 ſexti/triãguli b f e ad latus vnũ f e parallelus acta eſt a c: eſt igitur ſicut b a ad a f, ſic b c ad c e. Aequalis autem eſt a f ipſi c d. Sicut igitur per 11 quinti/b a ad c d/ſic b c ad c e. & viciſſim per 16 quinti ſicut a b ad b c ſic d c ad c e. Rurſus quoniã parallelus eſt c d ipſi b f: eſt igitur per 2 ſexti ſicut b c ad c e ſic f d ad d e. Aequalis autem eſt f d ipſi a c. Sicut igitur b c ad c e: ſic a c ad d e. viciſſim igitur per 16 quinti/ſicut b c ad c a: ſic c e ad e d. Quoniã igitur demonſtratũ eſt q; ſicut a b ad b c ſic d c ad c e, ſicut autem b c ad c a ſic c e ad e d: ex æquali igitur per 22 quinti/ ſicut b a ad a c ſic c d ad d e. Proinde æquiangulorũ triangulorũ proportionalia ſunt: quæ circum æquales angulos ſunt latera. eiuſdemq; rationis: quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. quod fuit demonſtrandum.

Eucli ex Camp. Propoſitio 5.

OMnium duorum triangulorum quorum cũcto- 5
rum laterum ſeſe reſpicientium eſt proportio vna: anguli lateribus proportionalibus contenti/ęqui ſibi inuicem eſſe probantur.



CAMPANVS. Hæc eſt cõuerſa prioris. Nec fecit ex ea & præmiſſa vnã concluſionẽ/ſicut fecit in ſecunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eiſdẽ mediis demonſtratur quibus præcedẽs. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f. ſitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f: ſicut b c ad e f. dico q; angulus a: eſt æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. et angulus c: angulo f. Cõſtituam ſuper lineã e f in oppoſita parte trianguli d e f, angulum f e g: æqualem angulo b. & angulum e f g: æqualem angulo c. eritq; per 32 primi/angulus g: æqualis angulo a. ergo per p̃miſſã/ proportio a b ad d e g, & a c ad f g: ſicut b c ad e f. quare a b ad d e: ſicut ad e g. & a c ad d f: ſicut ad f g. igitur per ſecundã partẽ 9 quinti/d e: eſt æqualis e g. & per eãdem d f: æqualis f g. quare per 8 primi/ duo trianguli d e f, & g e f: ſunt æquianguli. quia ergo triangulus g e f, eſt etiã æquiangulus triangulo a b c: conſtat propoſitum.

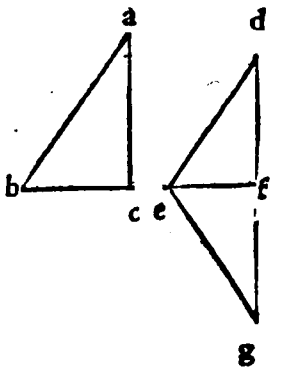


Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Si duo triangula/latera proportionalia habuerint: æquiã- 5
gula erunt triangula/& æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula a b c & d e f: latera proportionalia habentia. ſicut a b ad b c: ſic d e ad e f. ſicutq; b c ad c a: ſic e f ad d f. Dico q; æquiangulum eſt a b c triangulum: triangulo d e f. æqualeſq; habebunt angulos: ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. hoc eſt angulum a b c angulo d e f: & angulum b c a angulo e f d. & inſuper angulum b a c: angulo e d f. Conſtituatur per 23 primi inq̃/ ad rectam lineam e f, ad ſignaq; in ea e, f: angulo a b c æqualis angulus

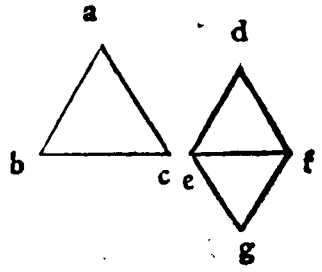
f e g, angulo autem a c b æqualis quí eſt ſub e f g. Reliquus igitur angulus quí ſub b a c: reliquo quí ſub e g f eſt æqualis. æquiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo f e g. Triangulorum autem a b c & f e g proportionalia ſunt latera/ quæ circũ æquales ſunt angulos per 4 ſexti: eiuſdemq; rationis/quæ ſub æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Eſt igitur ſicut a b ad b c: ſic g e ad e f. Sed ſicut a b ad b c: ſic ſupponitur d e ad e f. Igitur ſicut d e ad e f: ſic g e ad e f. vtrumq; igitur ipſorum d e & g e: ad e f eandẽ habet rationẽ. Aequalis igitur per 9 quiti eſt d e: ipſi e g. Id propterea/& d f: ipſi f g eſt æqualis. Qm̃ igitur æqualis eſt d e ipſi e g, cõmunis autẽ e f: duæ igitur d e & e f duab⁹ g e & e f ſũt æquales/& baſis d f baſi f g eſt æqualis. Angulus igitur d e f: per 8 primi/ angulo g e f eſt æqualis/et triangulum d e f per 4 primi triangulo g e f eſt æquale/et reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus d f e angulo g f e: & angulus e d f angulo e g f. Et quoniam angulus f e d angulo f e g eſt æqualis/ ſed angulus f e g angulo a b c: & angulus a b c igitur ei quí ſub d e f eſt angulo eſt æqualis. Id propterea/& angulus a c b: angulo d f e eſt æqualis. & inſuper angulus quí ad a: ei quí ad d. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina triangula igitur/latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula. & æquales habebunt angulos: ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. quod erat demõſtrandum.



Euclí ex Camp. Propoſitio 6.

6 OMnes duo triãguli quorum vnus angulus vnius vní angulo alterius æqualis/lateraq; illos duos æquos angulos cõtinentia proportionalia: ſunt inter ſeinuicem æquianguli.

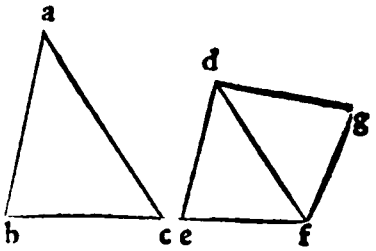
¶CAMPANVS. ¶Maneãt prior diſpoſitio. & ſit ſolum angulus b: æqualis ãgulo d e f. & proportio a b ad d e: ſicut b c ad e f. dico adhuc duos triangulos a b c, d e f: eſſe æquiãgulos. Cũ enim ſit per 4 huius propter hypotheſes præmiſſæ concluſionis/ a b ad e g ſicut b c ad e f: erit a b ad d e ſicut a b ad e g. quare per ſecundam partem nonæ quinti d e: eſt æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f, ſunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e vnius angulo e alterius/ quia vterq; eſt æqualis angulo b: ipſi erunt per quartam primi/ æquianguli. & quia e g f eſt etiam æquiangulus a b c: patet propoſitum.

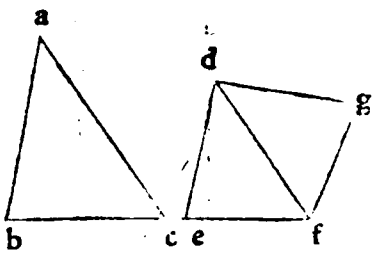


Euclí. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 ¶Si bina triangula vnum angulum vní angulo æqualẽ habuerint/& circũ æquales angulos latera proportionalia: æquiãgula erunt triãgula/ & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d e f: vnũ angulum quí ſub b a c, vni angulo quí ſub e d f æqualem habentia. & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: ſicut b a ad a c, ſic e d ad d f. Dico q; triangulum a b c: æquiangulum eſt ipſi triangulo d e f. & æqualem habebit angulum a b c angulo d e f: & angulum a c b angulo d f e. Conſtituatur inquam per 23 primi/ad rectã lineam d f, ad ſignaq; in ea d, f: vtriq; ipſorum b a c & e d f æqualis angulus f d g. angulo autem a c b: æqualis angulus d f g. reliquus igitur ãgulus qui ad b: reliquo angulo quí ad g eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo d g f. Proportionale igitur eſt/ſicut b a ad a c: ſic g d ad d f, per 4 ſexti. Receptum autem eſt/q; ſicut b a ad a c: ſic e d ad d f. & ſicut igitur per 11 quinti e d ad d f: ſic g d ad d f. Aequalis igitur eſt per 9 quinti e d: ipſi d g. Et communis d f. Duæ iam e d & d f: duabus g d & d f ſunt æquales. & angulus e d f: per hypotheſin angulo g d f eſt æqualis. Baſis

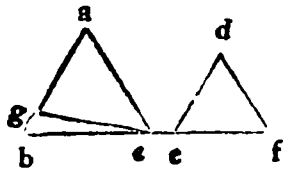




igitur e f: per 4. primi/baſi g f eſt æqualis. & triangulum d e f per eandem triangnlo g d f eſt æquale:& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri/ ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus d f g angulo d f e:& qui ad g, ei qui ad e. Sed angulus qui ſub d f g ei qui ſub a c b eſt æqualis.& ãgulus a c b igitur ei qui ſub d f e eſt æqualis. Receptum autẽ eſt / ꝙ angulus b a c:ei qui ſub e d f eſt angulo æqualis eſt.& reliquus igitur qui ad b:reliquo qui ad e eſt æqualis. æquiangulum igitur eſt triangulum a b c:triangulo d e f. Si bina trianguli igitur vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/ circum vero æquales angulos latera proportionalia:æquiangula erunt ipſa triangula/& æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. quod demonſtraſſe oportuit.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 7.

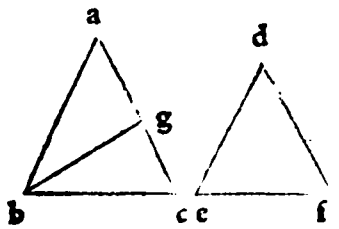
SI fuerint duo triangulí quorũ vnus angulus vni 7
us vni angulo alterius æqualis/duoq; ſuorum reliquorum angulorũ lateribus proportionalibus cõtenti/duorum vero demum reliquorum vterq; aut neuter recto angulo minor: neceſſe eſt illos duos triãgulos omnibus ſuis angulis inter ſeinuicem æquiangulos eſſe.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli a b c, d e f. ſitq; angulus a: æqualis angulo d. & proportio a c ad d f: ſicut c b ad f e. & vterq; duorum angulorum b & e, aut neuter: ſit minor recto. dico eos eſſe æquiangulos. Si enim angulus c vnius eſt æqualis angulo f alterius: patet propoſitũ per præmiſſam. Sin autem: ſit c maior. fiatq; angulus a c g: æqualis eidem. eritq; per 32 primi/ triangulus a g c: æquiangulus triangulo d e f. quare per quartam huius/ proportio a c ad d f: ſicut g c ad e f. ſed ſic fuit b c ad e f. ergo per 9 quinti/ g c & b c: ſunt æquales. ergo per quintam primi/ angulus b: eſt æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos ãgulos vnius trianguli nõ eſſe minores duobus rectis. quod eſſe non poteſt/ per 17 primi. Q; ſi vterq; fuerit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 13 primi. quare & angulus e ſibi æqualis: eſt etiam recto maior. quod eſt contra hypotheſin. quare deſtructo oppoſito: remanet propoſitũ. ¶Oportet autem vtrumq; angulorum reliquorum/ aut neutrum: eſſe minorem recto. poſſibile enĩ eſt in eodem triangulo vt in triangulo a b c: lineam g c eſſe æqualem b c. & ideo erit a c ad vtramq; earum: vna proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c, æquianguli: q̃uis vnus angulus vnius ſit æqualis vni angulo alterius/ immo idem vt angulus a. & proportio lineæ a c prout eſt latus magni ad a c prout eſt latus parui: ſicut b c latus magni ad g c latus parui. vtraq; enim æqualis. & hoc eſt/ propter hoc ꝙ angulus g minoris: eſt maior recto. & angulus b maioris: minor. Nam in omni triangulo duum æqualium laterum/ vterq; angulorum qui ſũt ad baſin: eſt minor recto.

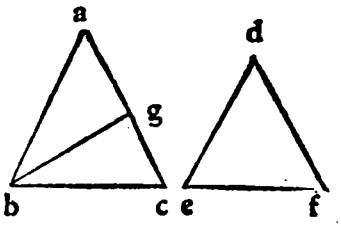
Euclí. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

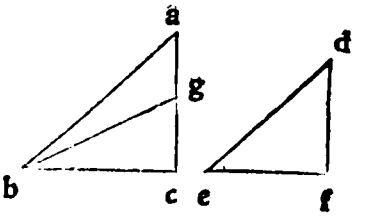
¶Si bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem 7
habuerint/ circum autem alios angulos latera proportionalia/ reliquorum vero vtrũq; ſimul aut minorem aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula/& æquales habebunt angulos circum quos proportionalia ſunt latera.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d e f: vnũ angulum vni angulo æqualem habentia/ eum ſcilicet qui ſub b a c ei qui eſt ſub e d f. Circum autem alios angulos a b c & d e f, latera proportionalia ſicut a b ad b c: ſic d e ad e f. Reliquorum vero qui ad c, f, primo alterum ſimul maiorem recto. Dico ꝙ æquiangulum eſt a b c triangulum:

ipſi d e f triangulo. & æqualis erit angulus a b c: angulo d e f. & reliquus qui ad c: reliquo qui ad f. Si enim inæqualis eſt angulus a b c ei qui ſub d e f eſt angulo: alter eorum maior eſt. ſit maior angulus a b c. & conſtituatur per 23 primi/ ad a b rectã lineam ad ſignũq; in ea b: ipſi d e f angulo æqualis angulus a b g. Et quoniam æqualis eſt angulus qui ad a ei qui eſt ad d, & angulus a b g ei qui ſub d e f: reliquus igitur angulus a g b reliquo angulo d f e eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulũ a b g: triangulo d e f. Eſt igitur per 4 ſexti/ ſicut a b ad b g; ſic d e ad e f. Sicutq; d e ad e f: recipitur ſic a b ad b c. Et ſicut igitur per 11 quinti/ a b ad b c: ſic a b ad b g. Igitur per 9 quinti/ a b: ad vtrumq; ipſorum b c & b g, eandem habet rationem. æqualis igitur eſt b c ipſi b g. Quare per quintam primi/ & angulus qui ad c: angulo qui ſub b g c eſt æqualis. ſed minor recto ſubijcitur angulus qui ad c. minor igitur recto eſt angulus qui ſub b g c. Quare per 13 primi & altrinſecus ipſe ãgulus a g b: maior eſt recto. & oſtenſum eſt q̃ æqualis eſt ei qui ad f. & qui ad f igitur: maior eſt recto. Subijcitur autem minor recto. quod eſt abſurdum. Igitur inæqualis minime eſt angulus a b c: angulo d e f. Aequalis autem eſt & qui ad a ſignum ei qui ad d. & reliquus qui ad c igitur: reliquo qui ad f eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulũ a b c, triangulo d e f. ¶ Sed rurſus ſupponatur vterq; eorum qui ad c f: non minor recto. Dico rurſus q̃ & ſic eſſet æquiangulum triangulum a b c: triangulo d e f. Eiſdem nempe diſpoſitis/ ſimiliter demonſtrabimus q̃ æqualis eſt b c: ipſi b g. quare & angulus qui ad c: ei qui ſub b g c eſt æqualis. At non minor recto eſt angulus qui ad c. neq; igitur minor recto eſt ãgulus qui eſt ſub b g c. Trianguli iã b g c per 17 primi duo anguli duobus rectis ſũt minores. quod eſt impoſſibile. Non igitur rurſus inæqualis eſt angulus a b c: angulo d e f. æqualis igitur. eſt autem angulus qui ad a: e i qui ad d æqualis. Reliquus igitur qui ad c: reliquo qui ad f eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina igitur triãgula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/ circum autem alios angulos latera proportionalia/ reliquorum vero vtrumq; ſimul vel minorem vel non minorem recto: æquiangula erunt triangula/ & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera. quod oportuit demonſtraſſe.





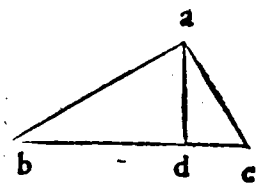
Euclí. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI ab orthogonij angulo recto/ ad baſin linea perpendicularis ducatur: fient duo triangvli partiales/ toti triangulo & ſibiinuicem ſimiles.

CORRELARIVM.

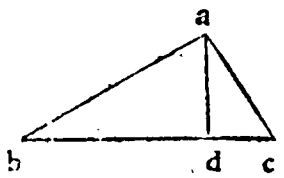
¶ Vnde etiã manifeſtũ eſt: quia in omni triangulo rectangulo/ ſi ab eius angulo recto ad baſin perpendicularis ducatur: erit ipſa perpendicularis inter duas ſectiones ipſius baſis proportionalis. Itemq; vtrumq; latus inter totam baſin atq; ſibi conterminalem baſis portionem.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit trigonus a b c, orthogonus: eiuſq; angulus a, rectus/ a quo ducatur a d perpendicularis ad baſin. dico q̃ vterq; duorum triangulorum partialium qui ſunt a b d, a d c: ſimilis eſt totali triangulo a b c. & vnus eorum alteri. eſt enĩ vterq; ipſorum æquiãgulus totali per 32 primi: eo q̃ vterq; eſt orthogonius & in vno angulo communicat cũ totali. quare & ſibiinuicem ſunt æquianguli. ita q̃ angulus b eſt æqualis angulo d a c. & angulus b a d: angulo c. & duo anguli qui ſunt ad d: ſibiinuicẽ & angulo a totali æquales. quare per 4 huius latera æquos eorum angulos reſpicientia: ſunt proportionalia. ergo per diffinitionẽ ſunt ſimiles. quod eſt propoſitum. Vtrumq; correlarium ex his euidenter apparet.



Euclí. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

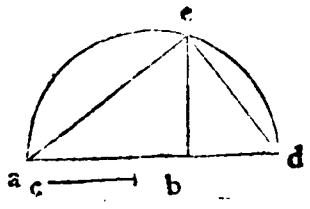
¶Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur: quæ ad perpendicularem triangula/ſimilia ſunt toti & adinuicem. 8



¶THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum rectãgulum a b c: rectum habens eum qui ſub b a c angulum. & excitetur per 12 primi/ ab a in b c perpendicularis a d. Dico ꝙ ſimile eſt vtrumq; ipſorum a b d & a d c triangulorum: toti a b c, & inſuper adinuicem. Quoniam inquam per 4 poſtulatũ æqualis eſt angulus b a c angulo a d b, rectus enim vterq; eſt/ communis autẽ eſt ipſorum duorum triangulorum a b c & a b d angulus qui ad b: reliquus igitur ãgulus a c b, reliquo b a d eſt æqualis per 32 primi. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo a b d. Eſt igitur per 4 ſexti ſicut c b ſubtendens angulum rectum/ a b c trianguli ad b a ſubtendentem rectum angulum ipſius a b d triãguli: ſic ipſa a b ſubtendens angulum qui ad c trianguli a b c, ad b d ſubtendentem æqualem angulum b a d ipſius a b d trianguli/ & inſuper a c ad a d ſubtendẽtem angulum qui ad b communem duorum triangulorum. Triangulum igitur a b c: triãgulo a b d æquiangulũ eſt per 7 ſexti/ & quæ circũ æquales angulos ſunt/ latera proportionalia habet. Simile igit eſt triangulũ a b c: triangulo a b d, per 1 diffinitionẽ ſexti. Similiter iam oſtẽdemus ꝙ & triangulo a d c: ſimile eſt triangulum a b c. vtrumq; igitur ipſorum a b d & a d c triangulorum ſimile eſt toti a b c. Dico etiam ꝙ & adinuicem ſunt ſimilia: triangula a b d & a d c. Quoniam enim rectus angulus b d a recto angulo a d c eſt æqualis per 4 poſtulatum/ ſed & angulus b a d ei qui ad c oſtenſum eſt ꝙ eſt æqualis: reliquus igitur qui ad b reliquo qui ſub d a c eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b d: triangulo a d c. eſt igitur ſicut b d ipſius a b d trianguli ſubtendens angulum qui ſub b a d, ad d a ipſius a d c trianguli ſubtendentem angulum qui ad c æqualem ei qui ſub b a d: ſic ipſa a d ipſius trianguli a b d ſubtendens angulum qui ad b, ad d c ſubtendentem angulum qui ſub d a c ipſius trianguli a d c æqualem ei qui ad b. & inſuper b a ad a c ſubtendens rectos angulos. Simile igitur eſt triangulum a b d: triangulo a d c. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur: triangula quæ circum perpendicularem/ ſimilia ſunt toti & adinuicem. quod demonſtrare oportuit.

¶COROLLARIVM ¶Ex hoc inquam manifeſtum eſt/ ꝙ ſi in rectãgulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur: acta/ ipſius baſis ſegmentis media proportionalis eſt. Et inſuper ipſius baſis & vtriuſcuiuſq; ſegmentorum/ latus quod ad ſegmẽtum: mediũ proportionale eſt. quod erat demonſtrandum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 9.



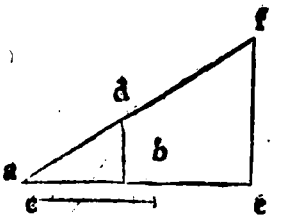
DVabus lineis propoſitis tertiam iter eas ſub proportionalitate continua collocare. 9

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c, inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earum alteri, ſitq; tota ex eis compoſita: a d. ita ꝙ b d: ſit æqualis c. & ſuper totam deſcribo ſemicirculum a e d. & produco b e vſq; ad circumferentiam: perpendicularem ad lineam a d. dico lineam b e: eſſe quam quærimus. produco enim lineas e a & e d. eritq; per 30 tertij/ angulus e totalis: rectus. quare per primam partem correlarij præmiſſæ/ proportio a b ad b e: ſicut b e ad b d. quod eſt propoſitum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 10.

¶Duabus lineis datis: tertiam eis in cõtinua proportionalitate ſubiungere. 10

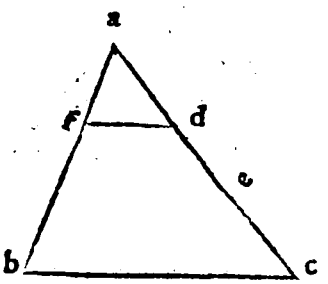
¶CAMPANVS. ¶Sit duæ lineæ propoſitæ a b & c: quibus volo tertiã in continua proportionalitate ſubiungere. Cõiungo lineam c angulariter vt contingit: cum linea a b. ſitq; a d: ei æqualis. & produco lineam a b vſq; ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam ſibi æquidiſtantem. quam & lineam a d: produco quouſq; concurrant in puncto f. dico igitur lineam d f: eſſe quam quærimus. eſt enim per ſecũdam huius/ proportio a b ad b e: ſicut a d ad d f. ſed a b ad b e: eſt ſicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: ſicut a d ad d f. quod eſt propoſitum.



¶CAMPANI additio. ¶Qz ſi propoſitis tribus lineis velimus inuenire quartam/ ad quam ſit proportio tertiæ ſicut primæ ad ſecundã: ex prima & ſecunda fiat linea vna/ & toti compoſitæ tertia angulariter adiungatur. & a communi termino primæ & ſecundæ: ducatur linea ad extremitatem tertię. & ab altero termino ſecundæ ducatur huic lineæ æquidiſtans: quouſq; concurrat cum tertia in cõtinuum rectũq; protracta. eritq; per ſecundam huius/ linea quam hæc æquidiſtans abſcindet: quæ quæritur. quẽadmodũ ſi in hac figura fuerit prima a b, ſecunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

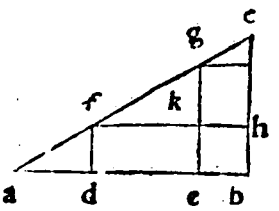
11 AB aſſignata linea: quotamcumq; iubearis/ partem abſcindere.



¶CAMPANVS. ¶Sit a b linea aſſignata. ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abſcindere. coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ ſit a c. a qua reſeco tres æquas portiones: quæ ſunt a d, d e, & e c. & produco lineas c b & d f: ſibi æquidiſtantes. dico a f eſſe tertiam a b. eſt enim per ſecundã huius/ proportio c d ad d a: ſicut b f ad f a. quare cõiunctim/ c a ad d a: ſicut b a ad f a. Cum igitur c a ſit tripla ad d a: patet a f eſſe tertiã a b. qđ eſt propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

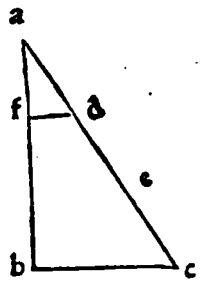
12 DVuabus lineis propoſitis/ altera indiuiſa/ altera per partes diuiſa: indiuiſam quidem ad modum diuiſę diuidere.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ quas angulariter vt continget coniungam: a b & a c. ſitq; a b diuiſa in tres vel qualeſcũq; portiones: ſignatis in ea punctis d & e. volo ſecundum eaſdem portiones diuidere lineã a c. cum igitur ipſas angulariter cõiunxero: protraham lineam b c & g: quidiſtantes ei d f & e g. dico iſtas æquidiſtantes diuidere lineam a c: i partes proportionales partibus a b. protraham enim f h æquidiſtantem a b: quæ ſecet e g in puncto k. eritq; per ſecundam huius/ proportio g f ad f a: ſicut e d ad d a. & c g ad g f: ſicut h k ad k f. quare & ſicut b e ad e d per 34 primi/ & ſecundam partem 7 quinti. quod eſt propoſitum. Oportet autem ſecundam huius totties repetere: quot erunt partes lineę a b, minus vna. At vero 34 primi & 7 quinti/ minus duabus.

¶Quinq; ſequentes ex Zamberto Euclidis propoſitiones: præpoſtero ordine quatuor ex Campano præcedentibus reſpondent. nona vndecimæ/ decima duodecimæ/ vndecima & duodecima decimæ cũ additione decimatertia nonæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 9.

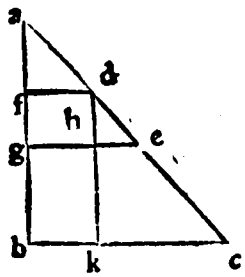


¶Data recta linea: ordinatam partem abſcindere. 9

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b. oportet iã ex ipſa a b: ordinatam partẽ abſcindere. Ordinetur inquã tertiũ. & ducatur ab a recta linea a c: continens angulum compræhenſum cũ a b. & ſumatur contingens ſignum ſuper a c: ſitq; illud d. & ponantur ipſi a d: per 2 primi/ æqualis d e & e c. & connectatur b c. & per d: ipſi b c, per 31 primi/ parallelus excitet d f. Qm igit triãguli a b c ad vnũ latus b c acta eſt d f parallelus: proportionalis igitur eſt per 2 ſexti/ ſicut c d ad d a: ſic b f ad f a. dupla autem eſt c d ipſius d a. dupla eſt igitur & b f ipſius f a. Tripla igitur eſt b a ipſius a f. Data igitur recta linea a b: ordinata tertia pars aufertur a f. quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 10.

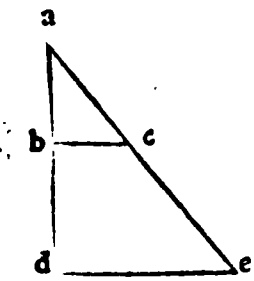
¶Datam rectam lineam non ſectam: datæ rectæ lineæ ſectæ ſimiliter ſecare. 10



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit quidem data recta linea non ſecta a b. ſecta vero ſit a c: in ſignis quidem d, e. & ponantur: tanq; angulũ cotingentem compræhendant. & connectatur b c. & per d, e: ipſi b c paralleli excitẽtur d f & e g per 31 primi. & per d: ipſi a b parallelus excitetur d h k per eandẽ. parallelogrammũ igitur eſt vtrũq; ipſorũ f h & h b. æqualis igitur eſt quidẽ d h ipſi f g: & h k ipſi g b. & quoniã triãguli d k c, ad vnũ laterũ k c recta linea acta eſt h e: proportionẽ igitur habet per 2 ſexti ſicut c e ad e d ſic k h ad h d. æqualis autẽ eſt k h ipſi b g: & h d ipſi g f. Eſt igitur per 2 quinti/ ſicut c e ad e d: ſic b g ad g f. Rurſus quoniã triãguli a g e ad vnũ latus g e acta eſt f d: proportionẽ habet per 2 ſexti ſicut e d ad d a ſic g f ad f a. patuit autẽ q; ſicut c e ad e d: ſic b g ad g f. Eſt igitur ſicut quidẽ c e ad e d: ſic b g ad g f. ſicut autem e d ad d a ſic g f ad f a. Data igitur recta linea non ſecta a b: datæ rectæ lineæ ſectæ a c ſimiliter ſecatur. quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 11.

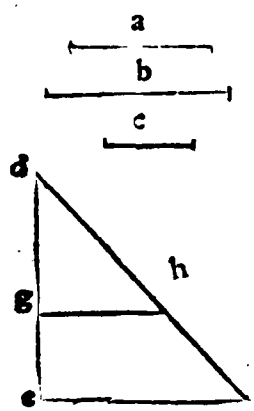
¶Duabus datis rectis lineis: tertiã proportionalẽ inuenire. 11



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint duæ datæ rectæ lineę: a b & a c. & ponãtur angulũ cõpræhẽdentes contingentẽ. oportet ipſis b a & a c: tertiã proportionalẽ inuenire. Producãtur enim a b & a c: ad ſigna d, e. & ponat per 2 primi/ ipſi a c: æqualis b d. & cõnectatur b c. & per d: p 31 primi ipſi b c parallelus excitetur d e. Qm igitur triãguli a d e, ad vnũ latus d e acta eſt parallelus b c: proportionalis eſt per 2 ſexti ſicut a b ad b d ſic a c ad c e. æqualis autem eſt b d: ipſi a c. eſt igitur ſicut a b ad a c: ſic a c ad c e. Duabus igitur datis rectis lineis a b & a c: tertia proportionalis eis inuenitur c e. quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 12.

¶Tribus datis rectis lineis: quartã proportionalẽ inuenire. 12



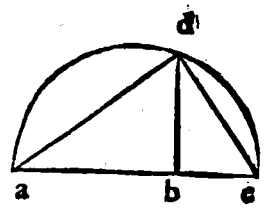
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c. oportet ipſis a, b, c: quartã proportionalẽ inuenire. Ponant duę rectæ lineæ d e & d f: angulũ cõtingẽtẽ cõpræhẽdentes eũ qui eſt ſub e d f. & ponatur p 2 primi/ ipſi quidẽ a: æqualis d g. ipſi autẽ b: æqualis g e. & inſuper ipſi c: æqualis d h. & coniuncta g h, parallelus ei excitetur per 31 primi/ per e: ſitq; e f. Qm igit triãguli d e f, ad vnũ latus e f acta eſt parallelus g h: igit per 2 ſexti eſt ſicut d g ad g e ſic d h ad h f. æqualis autẽ eſt d g ipſi a, & g e ipſi b & d, h ipſi c. eſt igitur ſicut a ad b: ſic c ad h f. Tribus igitur datis rectis lineis a, b, c: quarta proportionalis inuenta eſt h f. quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 13.

¶Duabus datis rectis lineis: mediã proportionalẽ inuenire. 13

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint duæ rectæ lineæ a b & b c. oportet iam

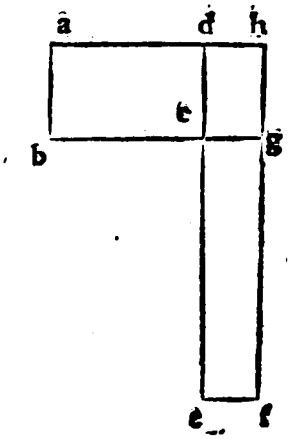
ipſarum a b & b c: mediam proportionalem inuenire. Diſponantur per 14 primi/ in rectas lineas. deſcribaturq; ſuper a c: ſemicirculus a d c. & excitetur per 11 primi/ a ſignob, ipſi a c: ad angulos rectos b d. & connectantur a d & d c. Quoniam per 31 tertij/ in ſemicirculo angulus qui eſt ſub a d c rectus eſt/ & in rectangulo triangulo a d c a recto angulo in baſin perpendicularis deducta eſt d b: igitur per correlarium octauæ ſexti/ d b: ipſius baſis ſegmentis a b & b c media proportionalis eſt. Duabus igitur datis rectis lineis a b & b c: media proportionalis inuenta eſt d b. Quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

13 SI duæ ſuperficies æquidiſtãtium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ æquales fuerint: latera duos æquos angulos continentia mutekeſia eſſe. Si vero latera duos æquos angulos cõtinentia/ mutekeſia fuerint: duas ſuperficies æquales eſſe neceſſe eſt.

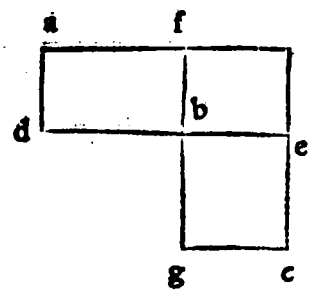
CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies a b c d & c e f g, æquiſtantium laterum & æquales: ſitq; angulus c vnius/ æqualis angulo c alterius. dico proportionem b c ad c g: eſſe ſicut e c ad c d. & ſi proportio b c ad c g fuerit ſicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dico illas duas ſuperficies æquidiſtantium laterum/ eſſe æquales. Cõiungã enim eas angulariter/ videlicet angulum c vnius cum angulo c alterius: ita q; duo latera earum quæ ſũt b c & c g ſiant linea vna erũtq; ſimilitet duo reliqua latera d c & c e linea vna. alioqui ſequeretur per præſentẽ hypotheſin/ quæ eſt angulum c vnius eſſe æqualem angulo c alterius/ & per 15 primi: partem eſſe æqualem toti. complebo itaq; ſuperficiem æquidiſtantium laterum: productis lineis a d & f g, quouſq; concurrant in h. eritq; per primã partem 7 quinti/ vtriuſq; ſuperficiei a c & c f: ad ſuperficiem c h proportio vna. & quia per primã huius/ proportio ſuperficiei a c ad ſuperficiem c h ſicut lineæ b c ad lineam c g, & ſuperficiei c f ad eandem ſuperficiẽ c h: ſicut e c ad c d: manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secũda pars ſic patet. per primã enim huius/ eſt proportio b c ad c g: ſicut a c ad c h. & e c ad c d: ſicut c f ad eandem c h. & quia poſitum eſt q; proportio b c eſt ad c g ſicut e c ad c d: erit vtriuſq; duarum ſuperficierum a c & e g ad ſuperficiem c h vna proportio. ergo per primã partẽ 9 quinti/ a c: eſt æqualis c f. ſicq; patet ſecũda pars.

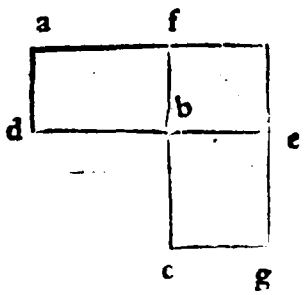


Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 13.

14 AEqualium/ & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circũ æquales angulos. & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia.

THEON ex Zamber. Sint æqualia parallelogramma a b & b c: æquales habentia angulos qui ad b. & conſtituantur per decimãquartam primi in rectas lineas: d b & b e. in rectas lineas igitur ſunt f b & b g. Dico q; ipſorum a b & b c reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc eſt q; ſicut eſt b d ad b e: ſic eſt g b ad b f. Compleatur namq; parallelogrammum f e. Quoniam igitur per hypotheſin æquum eſt a b parallelogrãmum ipſi b c paralellogrammo/ aliud autem quoddam f e: eſt igitur per 7 quinti/ ſicut a b ad f e ſic b c ad f e. Sed ſicut quidem a b ad f e: ſic d b ad b e. ſicutq; b c ad f e, ſic g b ad b f. & ſicut igitur per 11 quinti/ d b ad b e: ſic g b ad b f. Ipſorũ igit̃ a b & b c parallelogrãmorũ reciproca ſũt latera: q̃ circũ æq̃les ãgulos. Verũ ſint latera reciproca: q̃circũ æq̃les ſũt ãgulos. eſtoq; ſicut d b ad b e: ſic g b ad b f. Dico q; æq̃le ẽ palle

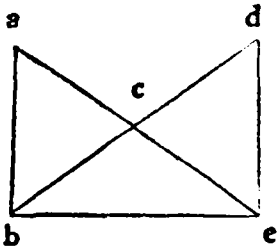




logrammũ a b: ipſi b c parallelogrãmo. Quoniam enim eſt ſicut d b ad b e ſic g b ad b f, ſed ſicut quidem d b ad b e ſic per 1 ſexti a b parallelogrammum ad f e parallelogramum/ſicut autem g b ad b f ſic b c parallelogrammum ad f e: & vt igitur per 11 quiti/a b ad f e, ſic b c ad f e. æquũ igitur eſt a b parallelogrammũ: ipſi b c parallelogrãmo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorũ reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. & quorum æquiangulorum parallelogrammorũ reciproca ſunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

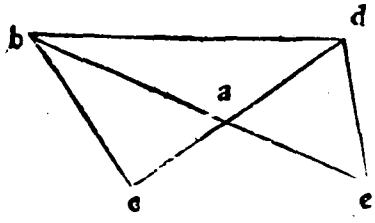
SI duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ æquales fuerint: latera duos angulos æquos continentia erunt mutekeſia. Si vero latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekeſia: duo trianguli æquales eſſe comprobantur. 14



¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c, c d e: æquales. ſitq; angulus c vnius: æqualis angulo c alterius. dico proportionem a c ad c e: eſſe ſicut d c ad c b. & ſi fuerit proportio a c ad c e ſicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dico illos duos triãgulos eſſe æquales. Cõiungam enim eos angulariter ita q; latera a c & c e: fiant linea vna. eruntq; ſimiliter b c & c d: linea vna. aliter ſequeretur partem eſſe æqualem toti per 15 primi. & protrahã lineam b e. eritq; per primam partẽ 7 quinti/ vtriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum c b e: proportio vna. & quia per primam huius/ primi eorũ ad ipſum eſt ſicut a c ad c e, & ſecundi eorum ad eundẽ ſicut d c ad c b: manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. ¶ Secunda pars econuerſo probatur. quia a c ad c e eſt ſicut primi trianguli ad triangulum b c e, & d c ad c b ſicut ſecundi ad eundem per primam huius/ & quia poſitum eſt vt ſit a c ad c e ſicut d c ad c b: erit vtriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum b c e vna proportio. quare per primã partem 9 quinti/ ipſi ſunt æquales. ſicq; patet ſecunda pars.

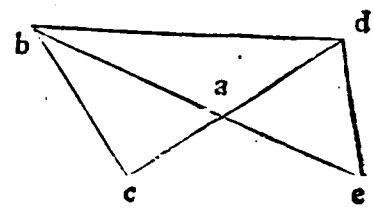
Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 15.

¶ Aequalium & vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera: quę circum æquales angulos. & quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca ſunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia. 15



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æqualia triangula a b c & a d e: vnũ vni æqualẽ habẽtia angulũ/ eũ ſcilicet qui ſub b a c ei qui ſub d a e. Dico q; ipſorũ a b c & a d e triãgulorũ reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc eſt ſicut c a ad a d: ſic e a ad a b. Conſtituantur enim per 14 primi in rectas lineas: c a ipſi a d. In directũ igitur eſt & e a ipſi a b. & connectatur b d. Quoniam igitur per hypotheſin æquum eſt triangulum a b c triangulo a d e, aliud autem quoddam b a d: eſt igitur per 7 quinti/ ſicut triangulum b a c ad ipſum b a d triangulũ ſic triãgulum e a d ad triangulũ b a d. Sed ſicut quidẽ c a b ad b a d: ſic c a ad a d. ſicut autem per primã ſexti/ e a d ad b a d: ſic e a ad a b. & ſicut igitur per 11 quinti/ c a ad a d: ſic e a ad a b. Triangulorum igitur a b c & a d e, reciproca ſũt latera: quæ circũ æquales angulos. ¶ Verũ reciproca ſint latera ipſorũ a b c & a d e triãgulorũ. eſtoq; ſicut c a ad a d: ſic e a ad a b. Dico q; æquũ eſt triãgulũ a b c: triãgulo a d e. Cõnexa enim rurſũ b d/ quoniam eſt ſicut c a ad a d ſic e a ad a b, ſed ſicut quidem c a ad a d, ſic triangulum a b c ad triangulum b a d, ſicut autem e a ad a b ſic tri-

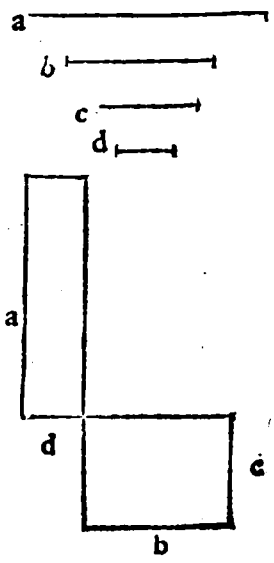
angulum e a d ad triangulum b a d: ſicut igitur triangulum a b c tri ad angulum b a d: ſic triangulum e a d ad triangulum b a d. Vtrumq; igitur ipſorum a b c & e a d ad b a d: eandem habet rationem. Aequum igitur eſt per nonam quinti/triangulum a b c: triangulo e a d. Aequalium igitur & vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia. quod demonſtrare oportuit.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 15.

15 Si fuerint quatuor lineæ proportionales: quod ſub prima & vltima rectangulum cõtinetur/ æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si vero qđ ſub prima & vltima continetur/ æquũ fuerit ei quod ſub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.

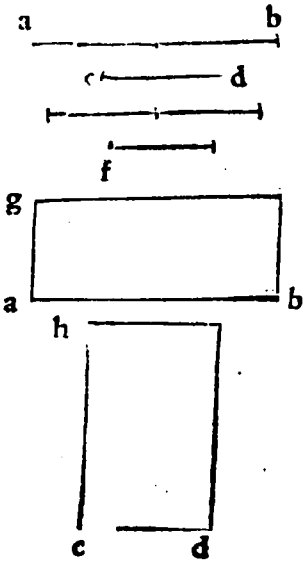
¶¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor lineæ a, b, c, d: proportionales. ſitq; proportio a ad b: ſicut c ad d. dico q; ſuperficies contenta ſub a & d: æqualis eſt ſuperficiei contentæ ſub b & c. Et ſi ſuperficies contenta ſub a & d eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c: dico q; proportio a ad b eſt ſicut c ad d. Fiant enim ſuperficies cõtenta ſub a & d: & ſuperficies cõtenta, ſub b & c. Si ergo eſt proportio a ad b ſicut c ad d: latera illarum ſuperficierum erunt mutekeſia. ſed & anguli ab eis contenti æquales: quia vtraq; eſt rectorum angulorum. quare per ſecundam partem 13 huius: ipſi ſunt æquales. quod eſt primum. ¶Secundum patet per primam partem eiuſdem. ſi enim ipſæ ſunt æquales/ quia omnes anguli earum ſũt recti: latera earum erunt mutekeſia. quare proportio a ad b: ſicut c ad d. quod eſt ſecundum.

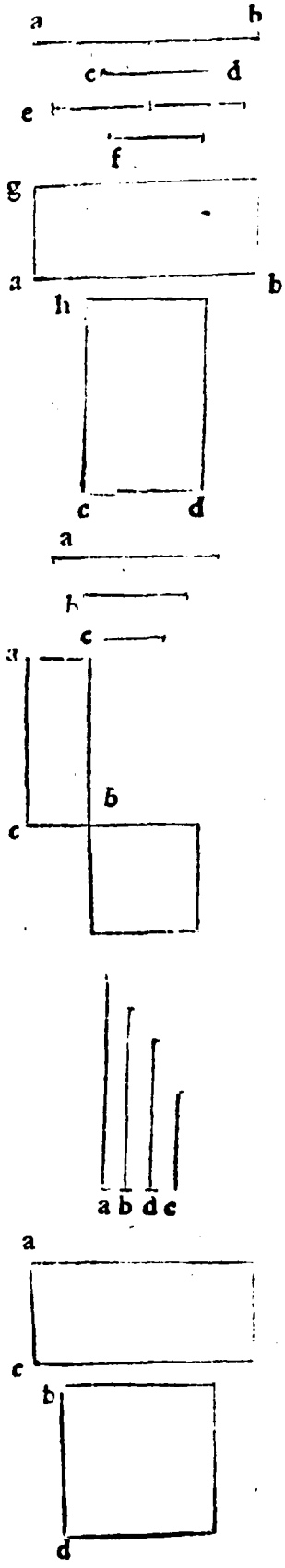


Euclí. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 16.

16 ¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis compræhẽſum rectangulum/æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis compræhenſum rectãgulum æquum fuerit ei quod ſub mediſs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, e, f: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Dico q; ſub ipſis a b & f compræhẽſum rectangulum: æquum eſt ei quod ſub c d & e continetur rectãgulo. Excitetur enim per 11 primi/ ab a, c, ſignis: ipſis a b & c d rectis lineis/ ad angulos rectos a g & c h. & ponatur per ſecundam primi/ ipſi f: æqualis a g. ipſi autem e: æqualis c h. compleanturq; g b & h d parallelogrãma. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic eſt e ad f, æqualis autẽ eſt e ipſi c h, & f ipſi a g: eſt igitur ſicut a b ad c d, ſic c h ad a g. Igitur per 14. ſexti b g & d h parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia. Aequum igitur eſt parallelogrammũ b g ipſi d h parallelogrãmo. & eſt b g id quod ſub a b & f. æqualis enim eſt a g ipſi f. At d h: id eſt quod ſub c d & e. æqualis enim eſt c h ipſi e. Igitur quod ſub a b & f cõtinetur rectangulum: æquum eſt ei quod ſub c d & e continetur rectangulo. ¶Sed iam quod ſub a b & f compræhenditur rectangulum: æquum eſto ei quod ſub c d & e continetur rectangulo. Dico q; quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Eſſ-





dem namq; conſtructis/ quoniam quod ſub a b & f æquum eſt ei quod ſub c d & e, & eſt quidē qđ ſub a b & f id quod b g, æqualis enim eſt a g ipſi f, quod autem ſub c d & e id eſt quod d h, æqualis enim eſt c h ipſi e: igitur b g æquum eſt ipſi d h. & æquiangula ſunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum/ per 14. ſexti reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Eſt igitur per 10 quinti/ ſicut a b ad c d: ſic c h ad a g. æqualis autem eſt c h ipſi e: & a g ipſi f. eſt igitur ſicut a b ad c d: ſic e ad f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerit: quod ſub extremis compræhenſum rectangulū/ æquum eſt ei quod ſub medijs compræhenditur rectangulo. & ſi quod ſub extremis compræhēditur rectangulum æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo: ipſæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

Si fuerint tres lineæ proportionales: quod ſub prima & tertia rectangulum continetur/ æquū erit ei qđ a ſecunda quadrato deſcribitur. Si vero qđ ſub prima & tertia cōtinetur æquum ei quadrato quod a ſecunda producitur: ipſæ tres lineæ proportionales erunt. 16

¶ CAMPANVS. ¶ Sit proportio lineæ a ad lineam b: ſicut lineæ b ad lineam c. dico q; ſuperficies contenta ſub a & c: æqualis eſt quadrato b. et ſi ſuperficies contenta ſub a & c eſt æqualis quadrato b: dico q; proportio a ad b eſt ſicut b ad c. hoc autem eſt euidens per præcedentem: poſita alia linea quæ ſit æqualis b/ ita q; b ſit in ratione ſecundæ & tertiæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 17.

¶ Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis compræhenſum rectangulum/ æquum eſt ei quod a media quadrato. Et ſi quod ſub extremis continetur rectangulum/ æquū fuerit ei quod a media quadrato: ipſæ tres rectæ lineæ proportionales erunt. 17

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c: ſicut a ad b, ſic b ad c. Dico q; ſub a, c, compræhenſum rectāgulum: æquum eſt ei quod ex b quadrato. Ponatur per 2 primi/ ipſi b: æqualis d. Et quoniam eſt per hypotheſin ſicut a ad b ſic b ad c, æqualis autem eſt b ipſi d: eſt igitur per 7 quinti/ ſicut a ad b ſic d ad c. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis cōpræhenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo per 16 ſexti. Igitur quod ſub a, c: æquum eſt ei quod ſub b, d. Sed quod ſub b, d: id eſt quod fit ex b. æqualis enim eſt b ipſi d. Igitur quod ſub a, c, cōpręhenditur rectangulum: æquum eſt ei quod ex b quadrato. ¶ Sed iā quod ſub a, c: eſto æquale ei quod ex b. Dico q; eſt ſicut a ad b: ſic b ad c. Fiſdē namq; conſtructis/ quoniam quod ſub a, c, æquum eſt ei quod ex b, ſed quod ex b id eſt quod ſub b, d, æqualis enim eſt b ipſi d: igitur quod ſub a, c, æquum eſt ei quod ſub b, d. Si autem quod ſub extremis æquum fuerit ei quod ſub medijs: quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt per 16 ſexti. Eſt igitur ſicut a ad b: ſic d ad c. Aequalis autem eſt b ipſi d. ſicut igitur a ad b: ſic b ad c. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis compræhenditur rectangulum/ æquum eſt ei quod a media quadrato. Et ſi quod ſub extremis compræhenditur rectāgulum/ æquum fuerit ei quod a media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erunt. quod oportebat demonſtrare.

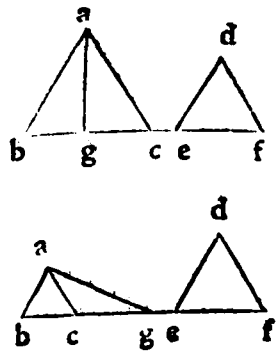
Eucli.ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI fuerint duo triãguli ſimiles: proportio alterius ad alterum eſt tanq̃ proportio cuiuſlibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius duplicata.

¶CORRELARIVM.

¶Manifeſtũ etiam ex hoc, quia oĩm trium linearũ cõtinue proportionalium quanta eſt prima ad tertiam: tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper primam ad ſuperficiẽ cõſtitutã ſuper ſecundam, cũ fuerit ei ſimilis in lineatione & creatione.

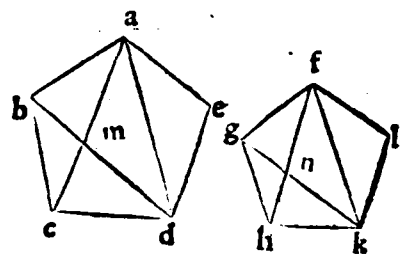
¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c & d e f ſimiles, eruntq; per primam diffinitionem, æquianguli: & laterum proportionalium. Sit ergo angulus a: æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. & angulus c: angulo f. eritq; ꝓportio a b ad d e, & a c ad d f: ſicut b c ad c f. dico q; proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: eſt ſicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim ſecundum doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f: tertia in continua proportionalitate, quæ ſit c g, protracta aut reſecata c b, ſi c g fuerit ea maior aut minor. & producatur linea g a, eritq; per ſecundam partem 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f: propter id quod proportio a c ad d f eſt ſicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f. quare per ſecundam partem 7 quinti, triãguli a b c ad vtrumq; illorum: erit vna proportio. ſed per primã huius, proportio trianguli a b c ad triangulum a g c: eſt ſicut b c ad g c. At vero proportio b c ad c g: ſicut b c ad e f duplicata, per 10 deſcriptionem quinti. ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: eſt ſicut proportio b c ad d f duplicata. quod eſt propoſitum. ¶Si autem c g ſit æqualis b c: erit per ſecundam partem 14 huius, triangulus a b c æqualis triangulo d e f. æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata vel triplicata vel quotienſcunq; ſumpta. ¶Iſtam eãdem paſſionem poſſemus eodem modo & per eadem media demonſtrare de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum, ſimilibus: ſumpta ſolum 13 præſentis, loco 14. Nõ demonſtrat autem eam: quia per ſequentem demonſtratur vniuerſaliter de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. Quare per correlariũ quod vniuerſaliter proponitur de omnibus ſuperficiebus ſimilibus: nõdum patet niſi de triangulis. ſed demonſtrata ſequente: patens erit de omnibus. Poſuit autem ipſum hic & non in ſequente: quia eſt correlarium huius, nõ autem ſequentis. ex modo enim demonſtrationis huius, ſua veritas manifeſtata eſt: non ex modo illius.

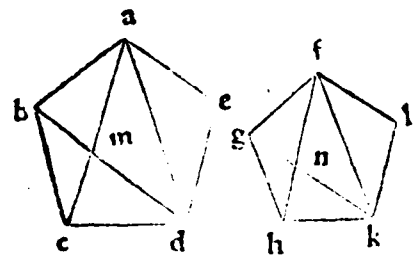


Eucli.ex Camp. Propoſitio 18.

18 OMnes duæ ſuperficies ſimiles multiãgulæ: ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles atq; numero æquales. eſtq; proportio alterius earum ad alteram: ſicut cuiuſlibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius, proportio duplicata.

¶CAMPANVS. ¶Sint gratia exẽpli, duo pẽtagoni a b c d e, f g h k l: ſimiles. dico q; ipſi ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles, numero æquales. & q; proportio alterius eorũ ad alterũ: eſt ſicut a b ad f g proportio duplicata. ducantur enim lineæ duæ a c & a d: itemq; f h & f k. eritq; per præſentem hypotheſin & per 6 huius, triangulus a b c: æquiangulus triangulo f g h. & triangulus a e d: triangulo f l k. Similiter quoq; per hãc communẽ ſcientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua ſunt, erit triangulus a c d: æquiangulus triangulo f h k. Nam ipſi pentagoni: poſiti ſunt æquianguli, & laterum proportionalium. & quia triãguli in quos diuiduntur ſunt adinuicem æquianguli, vt probatum eſt: erunt etiam & ſimiles per 4 huius, & diffinitionem ſimilium ſuper-

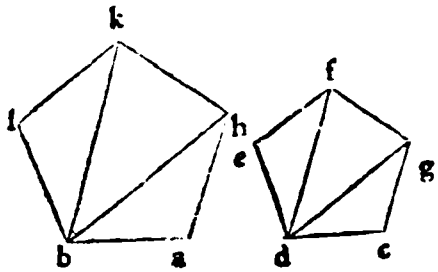




ficierum.quare cum ipſi ſint numero æquales:patet primum. ¶Secundū ſic. ꝓtrahant̄ b d q̄ ſecet a c in pūcto m:& g k q̄ ſecet f h in pūcto n. eritq; triāgulus b c d:æquiāgul⁹ triāgulo g h k ꝑ 6 huius & ꝑſentē hypotheſin.quare & triāgul⁹ a b m triāgulo f g n:& a m d,f n k.ergo ꝑ 4 huius/ ꝓportio b m ad g n,eſt ſicut a m ad f n:& a m ad f n,ſicut m d ad n k.quare per 11 quiti/ b m ad g n:ſicut m d ad n k.ergo pmutatim b m ad m d,ſicut g n ad n k. Sed per 1 huius/ a b m ad a m d, & b c m ad c m d:ſicut b m ad m d.& per eandē f g n ad f n k,& g n h ad h n k:ſicut g n ad n k.ergo per 13 quiti/ a b c ad a c d:ſicut f g h ad f h k.quare pmutatim a b c ad f g h:ſicut a c d ad f h k. Eadē rōne probabis q; & ſicut a c d ad f l k.ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum:ſicut a b c ad f g h.ꝑ præmiſſā igit̄ eſt ꝓportio pentagoni a c d ad pentagonū f h k:ſicut ꝓportio a b ad ad f g duplicata.qđ é ꝓpoſitū. Ex quo rurſ⁹ patet correlariū p̄cedētis. ¶Alit pōt demōſtrari ſcđ3. cū eni triāguli i quos pentagoni diuidunt̄ ſint adinuicē ſimiles: erit per p̄cedentē ꝓportio a b c ad f g h ſicut b c ad g h duplicata.& a c d ad f h k:ſicut c d ad h k duplicata.& a e d ad f l k:ſicut d e ad k l duplicata.quia igit̄ oēs hæ ꝓportiones duplicatæ ſunt æquales propter hoc q; poſitum eſt ſimplas eſſe æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum ſicut lateris vnius ad ſuum relatiuū latus alterius proportio duplicata.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

¶Supra datā lineā: datę ſuꝑficiei ſimilē ſuꝑficiē deſcribere. 19

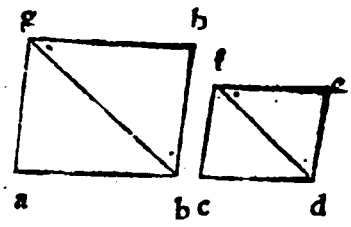


¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b:ſupra quā volo cōſtituere ſuperficiē ſimilē datæ ſuꝑficiei quæ ſit pentagona.& ſit c d e f g. diuido hūc pētagonū in triāgulos: ductis lineis d f & d g.& ſuꝑ pūctū a cōſtituo angulū æqualē angulo c,ducta linea a h. & ſuper pūctū b:cōſtituo aliū āgulū:qui ſit a b h/ęqualē angulo c d g, ꝓtracta linea b h quouſq; cōcurrat cū a h in pūcto h.eritq; ꝑ 32 primi āgulus a h b: æqualis āgulo c g d.& ideo ꝑ 4 huius latera duorū triāgulorū g c d & h a b: ꝓportionalia.Facio quoq; āgulū h b k, ducta linea b k:ęqualē āgulo g d f.& angulū k b l, ducta linea b l:æqualē āgulo f d e.& angulū b h k,ducta linea h k:ęqualē angulo d g f.& āgulū b k l ducta linea k l,ęqualē angulo d f e.eritq; ꝑfectus pentagonus qui cōſtituendus erat ſuper lineā a b.eſt enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatē angulorū triangulorū: in quos eſt vterq; diuiſus.ſed & laterum proportionaliū:propter proportionalitatē laterū ipſorum triangulorū/ quæ ex 4 huius euidenter apparet.quare per diffinitionem ſimilium ſuperficierum/ pentagonus conſtitutus ſuper lineā a b:eſt ſimilis pentagono dato.quod eſt propoſitū.

¶Tres ex Zāberto ſequētes propoſitiones:tribus præcedētibus ex Campano/conuerſo ordine reſpondent.prima vltimæ: media primæ & vltima mediæ.

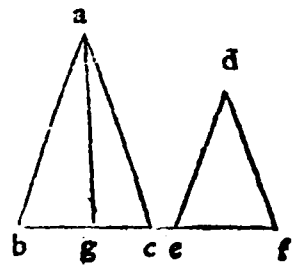
Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 18.

¶A data recta linea:dato rectilineō ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere. 18



¶THEON ex Zāberto. ¶Sit data quidē recta linea a b:datū vero rectilineū c e.oportet iā a data a b recta linea:ipſi c e rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere.Cōnectatur d f. & cōſtituatur per 23 primi ad a b rectā lineā/ad ſignaq; in ea a, ꝑ:ei qui ad c eſt āgulo æqualis āgulus g a b,ei autēq eſt ſub c d f:æqualis āgulus a b g.reliquus igit̄ qui ſub c d f:ei qui ſub a g b eſt æqualis.ęquiāgulū igitur eſt f c d triāgulū:ipſi g a b triāgulo ꝑ 4 ſexti.proportionale igitur eſt ſicut f d ad g b:ſic f c ad g a,& c d ad a b.Rurſus cōſtituaſ per 23 primi/ad b g rectā lineā/ad ſignaq; in ea b, g:ei qui ſub d f e eſt āgulo/ęqualis angulus b g h.ipſi autē f d e:qui eſt ſub g b h.Reliquus igit̄ qui ad e:reliquo q ad h ē ęqualis.ęquiāgulū igitur eſt triāgulū f d e;triāgulo g b h.proportionale igit̄ eſt ꝑ 4 ſexti/ſicut f d ad g b:ſic f e ad g h,& e d ad h b.oſtēſū autē eſt q; ſicut f d ad g b:ſic f c ad g a,& c d ad a b.& ſicut igitur ꝑ 11 qu

tl/c f ad a g:ſic c d ad a b,& f e ad g h,& inſuper e d ad h b. Et quoniam æqualis eſt ãgulus c f d ãgulo a g b,& ãgulus d f e angulo b g h, totus igitur qui ſub c f e toti qui ſub a g h eſt æq̃lis. Id propterea/& qui ſub c d e:ei qui ſub a b h eſt æqualis. Eſt autẽ & qui ad c:ei qui ad a æqualis. & qui ad e:ei qui ad h. æquiangulum igitur eſt a h ipſi c e:& ea quæ circum æquales ãgulos ſũt latera/ei proportionalia habet. Simile igitur eſt per primã diffinitionẽ ſexti a h rectilineũ: ipſi c e rectilineo. A data igitur recta linea a b:dato rectilineo c e ſimile/ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcriptum eſt a b. quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 19

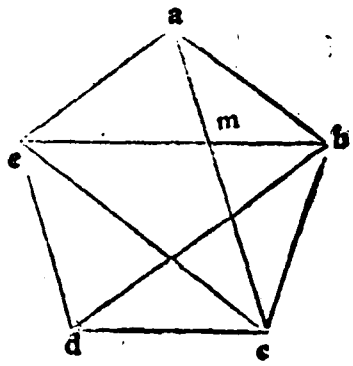
19 ¶Similia triangula:adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſimilia trinngula a b c & d e f:æqualem habentia eum qui ad b angulum ei qui ad e. ſicutq; a b ad b c ſic d e ad e f. Dico q; triangulum a b c ad triangulum d e f duplicem habet rationem:q̃ b c ad e f. Sumatur nãq; per 10 ſexti/ipſorum b c & e f: laterũ proportionale b g. quoniã igitur eſt ſicut b c ad e f ſic e f ad b g:cõnectatur a g. Quoniã igit eſt ſicut a b ad b c ſic d e ad e f: viciſſim igitur per 16 quinti/ſicut a b ad d e ſic b c ad e f. Sed ſicut b c ad e f: ſic eſt e f ad b g. & ſicut igitur per 11 quinti/a b ad d e:ſic e f ad b g. Igitur per 15 ſexti/a b g & d e f triãgulorũ reciproca ſũt latera:quæ circũ æquales angulos. Quorũ autẽ vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ triangulorũ reciproca ſunt latera quæ circũ æquales angulos/ea quoq; ſunt æqualia per eãdem. Aequale igitur eſt triãgulũ a b g:triangulo d e f. & quoniã eſt ſicut b c ad e f ſic e f ad b g, ſi autẽ tres rectæ lineæ proportionales fuerint/prima ad tertiã duplicẽ habebit rationẽ/q̃ ad ſecundã: igitur b c ad b g duplicẽ rationẽ habet:q̃ ad e f per 10 diffinitionẽ quinti. Sicut autẽ c b ad b g:ſic per 1 ſexti/a b c triangulũ ad a b g triangulũ. Triãgulũ igitur a b c ad a b g:per eãdẽ diffinitionẽ/duplicẽ rationẽ habet/q̃ b c ad e f. Aequale autem eſt triangulũ a b g:triangulo d e f. Igitur & triangulũ a b c: ad triãgulũ d e f duplicẽ rationẽ habet/q̃ b c ad e f. Similia igitur triãgula: adiuicẽ in duplici ratione ſũt ſimilis laterũ. quod oportebat demõſtrare.

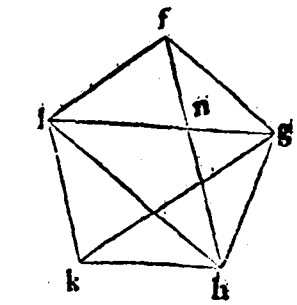
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc vtiq; manifeſtum eſt/q; ſi tres rectæ lineæ proportionales fuernt:ſicut prima ad tertiã/ſic quod a prima rectãgulũ ad id quod eſt a ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum. quoniã oſtenſum eſt q; ſicut c b ad b g:ſic triangulum a b c ad triãgulum d e f. quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Zamberto. Theorema 14. Propoſitio 20.

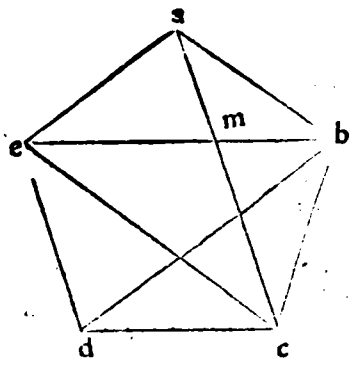
20 ¶Similia polygona:in ſimilia triangula diuiduntur / & in æqualia numero/& æqua ratione totis. & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet:q̃ ſimilis rationis latus/ad ſimilis rationis latus.

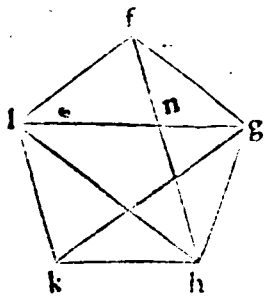


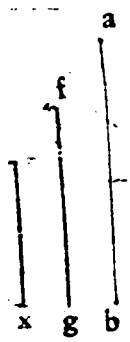
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſimilia polygona:a b c d e & f g h k l. ſimilis autẽ rationis:eſto a b ipſi f g. Dico q; a b c d e & f g h k l polygona: in ſimilia triangula diuiduntur & in æqualia numero/& æqua ratione totis. & polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l, duplã rationem habet:q̃ a b ad f g. Connectantur b e, e c:g l, & l h. & quoniam polygonum a b c d e per hypotheſin ſimile eſt polygono f g h k l:æqualis eſt angulus b a e ei qui ſub g f l eſt angulo. & eſt ſicut b a ad a e:ſic g f ad f l. Quoniam igitur duo triangula ſunt a b e & f g l vnum angulum vni angulo æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia:æquiangulum igitur eſt per ſextam ſexti/ triangulum a b e triangulo f g l. quare & ſimile. Aequalis autem eſt angulus a b e:angulo f g l. eſt autem & totus a b c, toti f g h æqualis: propter ſimilitudinem polygonorum. Reliquus angulus e b c:reliquo angulo l g h eſt æqualis. & quoniã ob ſimilitudinem ipſorum a b e & f g



l. v.

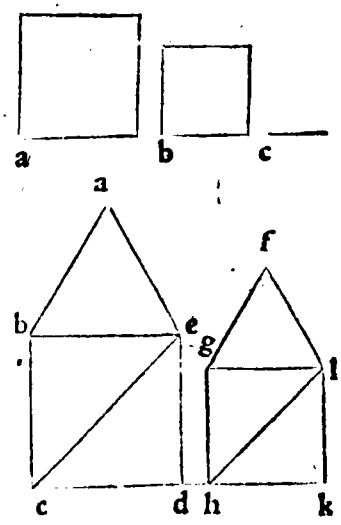






l triangulorũ eſt ſicut e b ad b a ſic l g ad f g, ſed & propter ſimilitudinẽ polygonorũ eſt ſicut a b ad b c ſic f g ad g h: ex æquali igitur per 22 quinti/eſt ſicut e b ad b c ſic l g ad g h.& circum æquales angulos e b c & l g h:latera proportionalia ſunt.æquiangulum igitur eſt per 6 ſexti/ triangulum e b c:triangulo l g h.Quare & triangulum e b c:ipſi triangulo l g h eſt ſimile.Id propterea/& per 1 ſexti diffinitionem/ triangulũ e c d:ſimile eſt triangulo l h k.Polygona igitur a b c d e & f g h k hiũ ſimilia triangula diuiduntur/& æqualia numero. ¶Dico inſuper q̃ ſimilis rationis ſunt totis.hoc eſt q̃ ſunt proportionalia & quidẽ antecedentia a b e,e b c & e c d: ſequentia autem illorum f g l,l g h & l h k.& q̃ polygonum a b c d e,ad polygonum f g h k l, duplã rationem habet: quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus hoc eſt a b ad f g. Cõnectantur enim a c & f h. & quoniam propter ſimilitudinem polygonorum/æqualis eſt angulus a b c angulo f g h,& eſt ſicut a b ad b c ſic f g ad g h:æquiangulum eſt igitur per 6 ſexti/triangulum a b c triangulo f g h.æqualis igitur eſt angulus b a c:angulo g f h.& qui ſub b c a: ei qui ſub g h f.& quoniam æqualis eſt angulus b a m angulo g f n, patuit autem q̃ angulus a b m angulo f g n eſt æqualis:& reliquus igitur angulus a m b, reliquo f n g eſt æqualis.Aequiangulum igitur eſt per 6 ſexti/triangulum a b m:triangulo f g n.Similiter quoq; oſtendemus q̃ & triangulum b m c: æquiangulum eſt triangulo g n h. proportionale igitur eſt per 3 ſexti/ſicut quidem a m ad m b:ſic f n ad n g.Sicut autem b m ad m c:ſic g n ad n h.Quare & æque per 22 quinti / ſicut a m ad m c:ſic f n ad n h.Sed ſicut a m ad m c:ſic triangulum a b m ad triãgulum m b c/& a m e ad e m c.ad ſe inuicem enim ſunt:ſicut baſes/per 1 ſexti.Et ſicut vnum antecedentium ad vnum ſequentium/per 12 quinti:ſi omnia antecedentia ad omnia ſequentia.Sicut igitur per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti/triangulum a m b ad triangulum b m c: ſic a b e ad c b e.Sed ſicut a m b ad b m c:ſic a m ad m c.& ſicut igitur per 11 quinti/a m ad m c: ſic triangulum a b e ad triangulum e b c.Id propterea/& ſicut f n ad n h:ſic triangulum f g l ad triangulum g l h. Eſtq; ſicut a m ad m c:ſic f n ad n h.& ſicut igitur per 11 quinti/triangulum a b e ad triangulum b e c:ſit triangulum f g l ad triangulum g l h. & viciſſim per 16 quinti/ſicut triangulum a b e ad triangulum f g l:ſic triangulum b e c ad triangulũ g l h.Similiter quoq; oſtendemus/cõnexis b d & g k,q̃ & ſicut triangulum e b c ad triangulum l g h:ſic triangulum e c d ad triangulum l h k.Et quoniam eſt ſicut triangulum a b e ad triãgulum f g l ſic triangulum e b c ad triangulum l g h,& etiam triangulum e c d ad triangulum l h k:& ſicut igitur per 12 quinti/vnũ antecedẽtium ad vnum ſequentium/ſic omnia antecedentia ad omnia ſequẽtia. Eſt igitur ſicut triangulum a b e ad triangulum f g l:ſic polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l.Sed triangulum a b e ad triangulum f g l, duplam rationẽ habet:quã a b ſimilis rationis latus ad f g ſimilis rationis latus.Similia enim triangula in duplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum per 19 ſexti.& polygonum igitur a b c d e ad polygonum f g h k l, duplam habet rationẽ:quã a b ſimilis rationis latus ad f g ſimilis rationis latus.Similia igitur polygona:in ſimilia triangula diuiduntur/& in æqualia numero/& æqua ratione totis.& polygonum ad polygonũ duplam rationem habet: quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.quod demonſtrare oportebat.

¶PRIMVM CORRELARIVM. ¶Proinde in vniuerſum manifeſtũ eſt/q̃ ſimiles rectilineæ figuræ adinuicem in dupla ſunt ratione: ſimilis rationis laterum.& ſi ipſorum a b & f g proportionalem accipiamus x: ipſa a b ad x duplam habet rationem q̃ a b ad f g.habet autem & polygonũ ad polygonũ ſiue quadratum ad quadratum duplam rationẽ:quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.hoc eſt a b ad f g. patuit autem hoc etiam in triangulis.

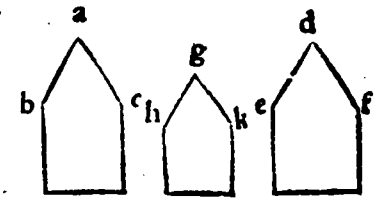


¶SECVNDVM CORRELARIVM. ¶Proinde etiam in vniuerſum eſt manifeſtū / q̄ ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint: erit ſicut prima ad tertiam / ſic quæ a prima ſpecies ad eam quæ a ſecunda ſimilis & ſimiliter deſcripta eſt.

¶ALITER. ¶Demonſtrabimus aliter & expeditius inq̄: ſimilis rationis triangula. Inſtituantur enim rurſus a b c d e & f g h k l polygona. & connectantur b e, e c: g l & l h. Dico q̄ eſt ſicut triangulum a b e ad f g l: ſic e b c ad l g h, & c d e ad h k l. Quoniam enim ſimile eſt triangulum a b e triangulo f g l: igitur per 19 ſexti / triangulum a b e ad f g l duplam habet rationem q̄ b e ad g l. Id propterea / & triangulum b e c, ad triāgu g l h duplam habet rationem: q̄ b e ad g l. Eſt igitur ſicut triangulum a b e ad triangulum f g l: ſic triangulum b e c ad g l h. Rurſus quoniā triāgulū e b c, ſimile eſt triāgulo l g h: igitur e b c ad l g h duplā habet rationem q̄ c e recta linea ad h l. Id propterea / & triangulum e c d duplam rationem habet ad triangulum l h k: q̄ c e ad h l. Eſt igitur ſicut triangulum b e c ad l g h: ſic c d e ad l h k. Patuit autem & ſicut e b c ad l g h: ſic a b e ad f g l. & ſicut igitur per 11 quinti / a b e ad f g l: ſic b e c ad g l h, & e c d ad l h k. & ſicut igitur per 12 quinti / vnum antecedentium ad vnum conſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia. & reliqua vt in priore demonſtratione. quod oportebat demonſtrare. Similiter autem & in ſimilibus quadratis oſtendetur: q̄ in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterum. patuit autem & in triangulis.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

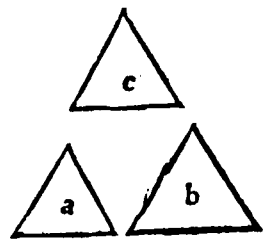
20 SI fuerint vni ſuperficiei ſimiles: quaſlibet ſuperficies ſibi inuicem ſimiles eſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Sit vterq; pentagonorū a b c, d e f: ſimilis pentagono g h k. dico eos eſſe ſimiles ſibi inuicē. Eſt enim vterq; eorū æquiāgulus pētagono g h k: per cōuerſionē diffinitionis ſimiliū ſuperficierū. quare ſunt æquianguli adinuicē. Similiter quoq; per cōuerſionē eiuſdē diffinitionis / proportio a b ad g h: ſicut a c ad g k. & g h ad d e: ſicut g k ad d f. ergo per æquam proportionalitatē / a b ad d e: ſicut a c ad d f. Eodē modo probabis reliqua latera pētagonorū a b c & d e f, cōtinētia æquos angulos: eſſe proportionalia. Per diffinitionē itaq; ſimiliū ſuperficierū: ipſi ſunt ſimiles adinuicem. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 21.

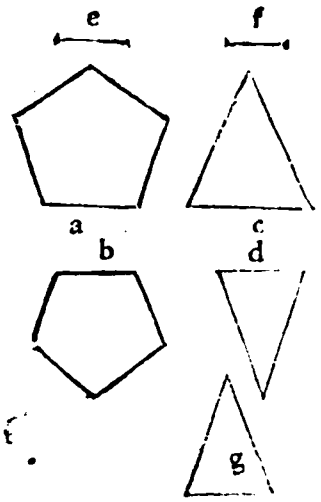
21 ¶QUæ eidem rectilineo ſunt ſimilia: & adinuicem ſunt ſimilia.



¶THEON ex Zamber. ¶Sit vtrūq; ipſorū a, b, rectilineorū: ſimil ipſi c. Dico q̄ & a ipſi b eſt ſimile. Quoniā enī ſimile eſt a ipſi c: æquiangulū eſt & ei per conuerſionē primæ diffinitionis ſexti / & quæ circū æquales angulos ſunt latera / proportionalia habet. Rurſus quoniā b ſimile eſt ipſi c: æquiangulum igitur eſt & ei per eandē / & quæ circū æquales ſunt angulos latera proportionalia habet. vtrūq; igitur ipſorū a, b: ipſi c æquangulū eſt per 6 ~~ſexti~~: & quæ circa æquales ſūt āgulos latera habet proportionalia. quare per eandem & a ipſi b: æquiāgulum eſt / & quæ circū æquales ſunt āgulos latera habet proportionalia. Simile igitur eſt b ipſi a. quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

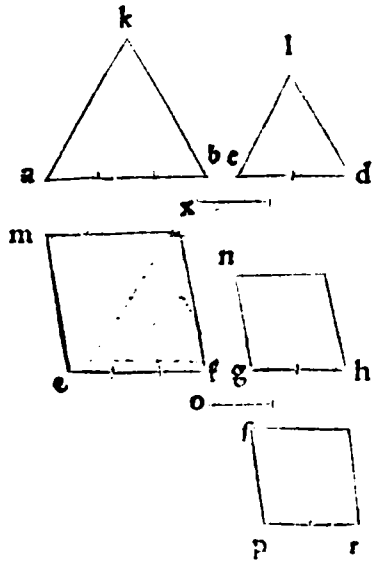
21 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales / atq; ſuper binas & binas ſimiles ſuperficies deſignentur: ipſę quoq; ſuperficies erunt proportionales. Si vero ſuper binas & binas ſimiles ſuperficies conſtitutę fuerint proportionales: ipſas quoq; lineas ꝓportionales eſſe neceſſe eſt.



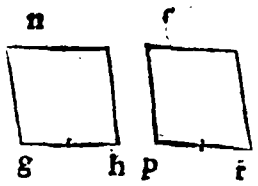
¶CAMPANVS. ¶Sit quatuor lineæ proportionales: a, b, c, d. ſitq; proportio a ad b: ſicut c ad d. dico q; ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper a & b vtpote duo pentagoni ſimiles/ & aliæ ſimiles conſtituantur ſuper c & d vtpote duo anguli ſimiles: erit proportio pentagonorũ ſicut triangulorum. Q; ſi fuerint pentagoni ſimiles & ſimiliter triãguli ſimiles/ fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ ſicut trianguli ad triangulũ: dico q; erit proportio a ad b ſicut c ad d. ¶ Subiungantur enī lineis a & b: e, & lineis c & d: f, in contínua proportionalitate; ſicut docet 10 huius. eritq; per 22 quinti/ & per æquã proportionalitatẽ/ a ad e: ſicut c ad f. quia ergo per correlariũ 17 huius/ proportio pẽtagonorũ: eſt ſicut a ad e & triangulorum ſicut c ad f: erit proportio pentagonorũ ſicut triãgulorũ. & hoc eſt primũ. ¶Secundũ ſic patet. Sit duo pẽtagoni ſimiles & duo triãguli ſimiles. ſitq; proportio pẽtagonorũ: ſũt triãgulorũ. dico q; proportio a ad b: eſt ſicut c ad d. Sit enī c ad g: ſicut a ad b. hoc enī qualiter fiat: dictum eſt ſupra 10 huius. & ſuper g fiat ſicut docet 19 huius: ſuperficies ſimilis illi quę eſt conſtituta ſuper lineam c. eritq; per præmiſſam/ ſimilis ei quæ conſtituta eſt ſuper lineam d, eritq; etiam per primam partẽ huius 21/ quæ proportio pentagoni a ad pentagonũ b: eadẽ trianguli c ad triangum g. ſed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d. ergo per ſecundã partẽ 9 quinti/ triangulus d: eſt æqualis triãgulo g. Et quia ſunt ſimiles erit linea g æqualis lineæ d, per primã partem 17 huius. cum ſuper lineas c d & g ſint trianguli. vel ſecundam partẽ/ 18. cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotieſlibet ſumpta: niſi ex æquali, erit itaq; c ad d ſicut a ad b. Quod eſt propoſitum.

Euclí. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 22.

¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilínea ſimilia ſimíliterq; deſcripta/ proportionalia erũt. Et ſi ab ipſis rectilinea/ proportionalia fuerint: ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt. 22



¶THEON ex Zãberto. ¶Sint quatuor rectæ lineæ a b, c e, e f, & g h: ſicut a b ad c d, ſic e f ad g h. Deſcribanturq; per 18 ſexti/ a b ipſis a b & c d: ſimilia ſimíliterq; poſita rectilinea k a b & l c d. Ab ipſis autem e f & g h: per eandem ſimilia ſimíliterq; poſita rectilinea m f & n h. Dico q; eſt ſicut k a b ad l c d: ſic eſt m f ad n h. Sumatur inq; per 11 ſexti/ ipſorũ a b & c d: tertia proportionalis x. ipſarum autem e f & g h: tertia proportionalis o. & quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad g h, ſicut autem c d ad x ſic g h ad o: ex æquali igitur per 22 quinti/ ſicut a b ad x ſic e f ad o. Sed ſicut quidem a b ad x: ſic & k a b ad l c d per correlarium ſecũdum 20 ſexti. Sicut autem e f ad o: ſic m f ad n h. ¶Sed iam eſto/ ſicut k a b ad l c d: ſic m f ad n h. Dico q; eſt ſicut a b ad c d: ſic e f ad g h. Fiat inq; per 22 ſexti/ ſicut a b ad c d: ſic e f ad p r. & deſcribatur per 8 ſexti ex p r: vtriq; ipſorũ m f & n h ſimile/ ſimíliterq; poſitũ ſ r. Quoniã igitur eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad p r, & deſcribũtur ab ipſis quidẽ a b & c d ſimilia ſimíliterq; poſita k a b & l c d, ab ipſis autẽ e f & p r ſimilia ſimíliterq; poſita m f & ſ r: eſt igitur ſicut k a b ad l c d ſic m f ad ſ r. poſitũ autẽ eſt q; ſicut k a b ad l c d: ſic m f ad n h. & ſicut igitur per 11 quiti m f ad ſ r: ſic m f ad n h. Igitur per 9 qnti/ m f: ad vtrũq; ipſorũ n h & ſ r/ eãdẽ habet rationẽ. æquale igitur eſt n h: ipſi ſ r. Eſt autẽ ei & ſimile ſimíliter poſitũ. æqualis igitur eſt g h ipſi p r. Et quoniã eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad p r, æqualis autem eſt p r ipſi g h: eſt igitur ſicut a b ad c d ſic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerit: & quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimíliterq; deſcripta/ proportionalia erunt. & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimíliterq; deſcripta/ proportionalia fuerint: & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.

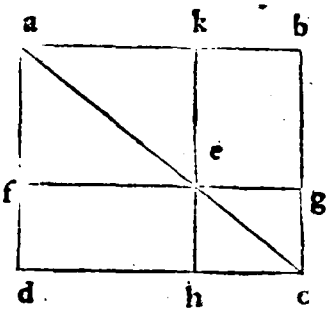


¶LEMMA. ¶Quæ autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint/ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt: ſic demonſtrabimus. ſint æqualia & ſimilia rectilinea n h & r ſ. ſitq; ſicut h g ad g n:ſic r p ad p ſ. Dico q; æqualis eſt r p:ipſi g h. Si autem inæquales ſunt:earum altera maior eſt. ſit maior r p:ipſa h g. & quoniam eſt ſicut r p ad p ſ ſic h g ad g n:& viciſſim quoq; per 16 quinti/ſicut r p ad h g. ſic p ſ ad g n, maior autē eſt r p:ipſa h g. maior igit̄ & p ſ: ipſa g n. Quare & r ſ:maius eſt ipſo h n. ſed & æquale per hypotheſin. quod eſt impoſſibile. inæqualis igitur minime eſt p r:ipſi h g. æqualis igitur. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 ¶VNctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum/quę circa diametrum conſiſtunt:toti parallelogrāmo atq; ſibi inuicem ſunt ſimiles.

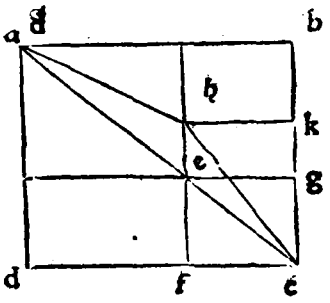
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in paralellogrāmo b d cuius diameter a c:cōſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum/circa diametrum. dico eas eſſe ſimiles toti paralellogrāmo & ſibi inuicem. eſt enim per ſecundā huius/b g ad g c & d h ad h c:ſicut a e ad e c. ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h:ſicut a c ad c e. quare per 11 quinti/b c ad c g:ſicut d c ad c h. ſed etiam ſicut a b ad e g cum a b ſit æqualis d c, & e g, h c:eodem modo erit a d ad e h ſicut a b ad e g, & d c ad h c. quia ergo iſta paralellogrāma ſunt æquiangula:cōſtat per diffinitionē ſimilium ſuperficierū g h eſſe ſimile b d. Simili quoq; modo probatur f k eſſe ſimile eidē:propter hoc q; b a ad a k & d a ad a f eſt ſicut c a ad a e per ſecundam huius & coniunctam proportionalitatem. quare per 10 huius f k eſt etiam ſimile g h. ſicq; patet totum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

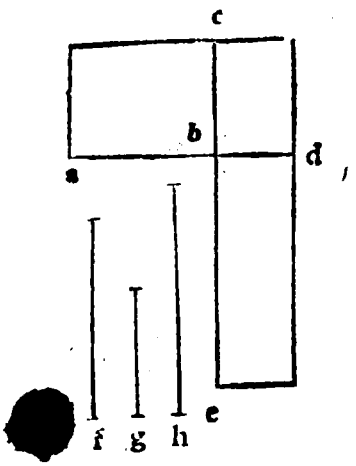
23 ¶Si in ſuo ſpacio parallelogrāmum partiale diſtinctum toti paralellogrāmo ſimile atq; ſecundum ſuum illius eſſe fuerit:circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in paralellogrāmo b d ſit diſtinctum paralellogrāmum f g. qđ ſit ei ſimile & ſecūdum ſuū eſſe id eſt participans cum eo in angulo c. dico q; paralellogrāmum f g conſiſtit circa diametrum paralellogrāmi b d. & eſt hæc conuerſa præcedentis. producam enī a e c. quæ ſi fuerit diameter paralellogrāmi b d:conſtat propoſitum. Sin autem:ſit a h c diameter eius. & ducatur h k:æquidiſtans f c. eritq; per præmiſſam paralellogrāmum f k:ſimile paralellogrāmo b d. ergo per cōuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum proportio b c ad k c: eſt ſicut d c ad f c. ſed per eandem conuerſionē dictæ diffinitionis/ proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c:propter id q; paralellogrāmum f g poſitum eſt ſimile paralellogrāmo b d. ergo per 11 quinti/proportio b c ad g c:eſt ſicut b c ad k c. vtraq; enim eſt ſicut d c ad f e. quare per ſecundam partem nonæ quinti/g c eſt æqualis k c pars videlicet toti. qđ eſt impoſſibile. Erit igitur a e c diameter paralellogrāmi b d. quod eſt propoſitū.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

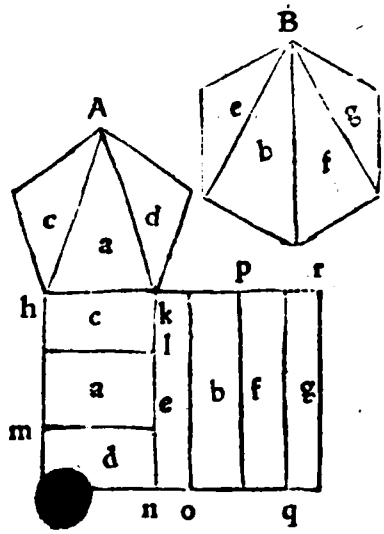
24 ¶Omnium duarum ſuperficierum æquidiſtantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/proportio alterius ad alterā:eſt quæ producitur ex duabus proportionibus ſuorum laterum duos æquos angulos continentium.



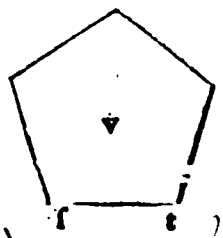
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ ſuperficies æquidiſtantium laterum: a c & e d. ſitq; ãgulus b vnius: æqualis angulo b alterius. dico q; proportio vnius ad alteram: producta eſt ex proportione a b ad b d, & c b ad b e. diſponam enim has duas ſuperficies penitus ſicut diſpoſui eas in 13 huius: adiuncto ad vtramq; parallelogrammo c d. & ponam vt proportio lineæ f ad lineam g: ſit ſicut a b ad b d, & g ad h ſicut c b ad b e. qualiter enim hoc fiat: dictum eſt ſupra 10 huius. eritq; per primam huius & 11 quinti/a c ad c d: ſicut f ad g, & c d ad d e ſicut g ad h. quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: ſicut f ad h. & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, vt dictum eſt in fine expoſitionis 11 diffinitionis quinti: erit vt a c ad d e producatur ex eiſdem. quare conſtat propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

¶Datæ ſuperficiei ſimilem/ alijq; propoſitæ æqualem deſignare. 25



¶CAMPANVS. ¶Sint propoſitæ duæ ſuperficies rectilineæ. A: pentagona. B: hexagona. volo facere vnam ſuperficiẽ ſimilem A: & æqualẽ B. vtramq; propoſitarum ſuperficierum reſoluo in triangulos. A quidem in triãgulos a, c, d. B vero: in triãgulos e, b, f, g. & ſuper baſin trianguli a, quæ ſit h k: conſtituo ſecundum doctrinam 44 primi ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam/æqualem c, quæ ſit h l. & l m æqualem a. & m n æqualem d. vt ſit tota ſuperficies: æquidiſtantium laterum h n, conſtituta ſuper baſin h k: æqualis pentagono A. Eodem modo ſuper lineam k n quæ eſt ſecundum latus huius ſuperficiei h n, conſtituo aliam ſuperficiem rectãgulam æqualem hexagono B. quia facio k o æqualẽ e. & o p æqualẽ b. & p q æqualẽ f. & q r æqualẽ g. vt ſit tota rectãgula ſuperficies n r: æqualis hexagono B. & pono per 9 huius/lineã ſ t: proportionalẽ inter lineã h k & lineam k r. & ſuper eã ſecundũ doctrinã 19 huius: cõſtituo ſuperficiẽ v ſimilẽ ſupficiei A. dico ipſã eſſe quã q̃rimus: & æqualẽ ſuperficiei B. Cũ enĩ tres lineæ h k, ſ t, & k r ſint cõtinue ꝓportionales/ & ſuper primam & ſecundam ſint conſtitutæ ſuperficies ſimiles videlicet A & v: erit per correlariũ 19 huius/A ad v ſicut h k ad k r. quare per primã huius ſicut h n ad n r. & ideo per primã partem 7 quinti: ſicut A ad n r. & propter hoc per ſecũdã partem eiuſdem: ſicut A ad B. itaq; per ſecũdam partem 9 quinti: v eſt ęqualis B. qđ eſt propoſitum.



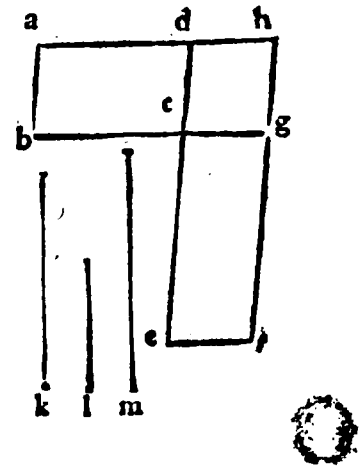
¶Hoc etiam poſſumus ex permutata proportionalitate facile probare. quia cũ ſit A ad v ſicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n ſicut v ad n r. & quia A eſt æqualis h n: erit v æqualis n r. quare v eſt etiã æqualis B per hanc cõmunem ſcientiam: quæcunq; vni & eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt ęqualia. Non eſt autem neceſſarium vt ſuperficies h l, l m, & m n æquidiſtantium laterum æquales triangulis c, a, d, aut ſuperficies k o, o p, p q, & q r æquales triangulis e, b, f, h: ſint rectangulæ. ſed lvt angulus extrinſecus ſuperficiei l m: ſit æqualis ãgulo intrinſeco ſuperficiei l h. & extriſecus m n intriſeco m l. Similiter quoq; vt extrinſecus ſuperficiei k o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n: & extrinſecus o p, intrinſeco k o. ſicq; de cæteris. Cum enim ſic fuerit erit vnaquaq; linearum k n & ſibi oppoſita h m, itemq; h r & ſibi oppoſita. n q: linea vna per vltimã partem 29 primi & per 14 eiuſdem quotiẽs oportuerit ęqualiter repetitas. propter id q; ões ſuperficies h l, l m, & m n, itemq; k o, o p, p q, & q r: ſunt æquidiſtantium laterum: & angulus extrinſecus cuiuſq; ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis: quare duæ ſuperficies h n & n r: erunt æquidiſtantium laterum & inter lineas æquidiſtantes & ęqualis altitudinis. Cætera ergo argue vt prius.

¶Quatuor ex Zãberto ſequẽtes propoſitiones: præcedentibus quatuor ex Cãpano/ordine peruerſo reſpõdẽt. prima tertiæ/ſecunda primæ/tertia quartę/quarta ſecundæ.

Euclí. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 23.

23 ¶ Aequiangula parallelogramma adinuicem habent compoſitam ex lateribus.

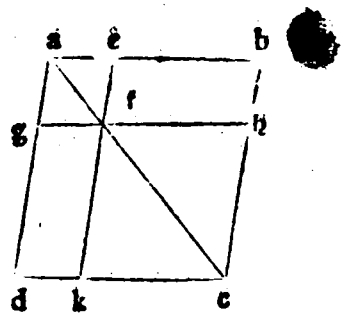
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquiangula parallelogrãma a c & c f: æqualem habentia angulum b c d angulo e c g. Dico q̃ parallelogrãmum a c ad parallelogrãmum c f: rationem habet compoſitam ex lateribus. hoc eſt quam habet b c ad c g: & quam habet d c ad c e. Ponatur inquam per 14 primi/ vt ſit in rectas lineas b c ipſi c g. in rectas lineas igitur eſt per eandẽ: d c ipſi c e. Compleaturq̃ parallelogrãmum. & ponatur quędam recta linea: k. & fiat per 12 ſexti/ ſicut quidem b c ad c g: ſic k ad l. ſicutq̃ d c ad c e: ſic l ad m. proportiones iam ipſius k ad l & ipſius l ad m: eędem ſunt ipſis rationibus laterum b c ad c g, & ipſius d c ad c e. Sed ipſius k ad m ratio: componitur ex ratione ipſius k ad l, & ipſius l ad m. Quare & k ad m: rationem habet compoſitam ex lateribus. Et quoniam eſt ſicut b c ad c g ſic a c parallelogrãmum ad c h per primã ſexti/ ſed ſicut b c ad c g ſic k ad l: & ſicut igitur per vndecimã quinti / k ad l ſic a c ad c h. Rurſus quoniã eſt ſicut d c ad c e ſic c h parallelogrãmũ ad c f parallelogrãmũ, ſed ſicut d c ad c e ſic l ad m: & ſicut igitur per eãdẽ l ad m ſic c h parallelogrãmum ad c f parallelogrãmũ. Quoniã igitur oſtẽſum eſt q̃ ſicut quidem k ad l ſic a c parallelogrãmum ad c h parallelogrãmum/ ſicut autem l ad m ſic c h parallelogrãmum ad c f parallelogrãmum: & æque igitur per 22 quinti/ ſicut k ad m, ſic a c parallelogrammũ ad c f parallelogrammum. At k ad m: rationem habet compoſitam ex lateribus. & a c parallelogrammum igitur ad c f: rationem habet confectam ex lateribus. Aequiãgula igitur parallelogramma: adinuicẽ rationẽ habent compoſitam ex lateribus, quod demonſtrare oportebat.



Euclí. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 24.

24 ¶ Omnis parallelogrammi/ quæ circa dimetientem parallelogramma: ſimilia ſunt toti/ & adinuicem.

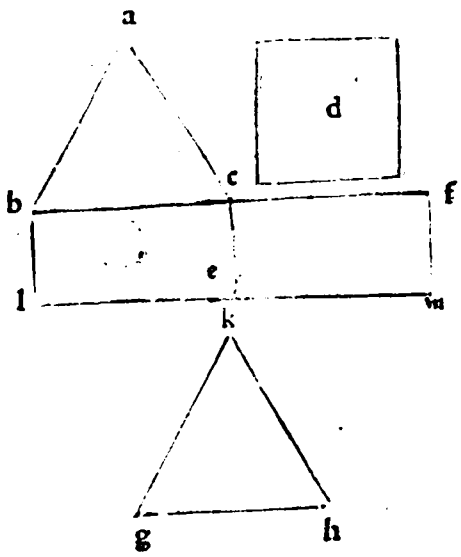
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit parallelogrammum a b c d: dimetiens vero illius a c. circum autem a c: parallelogramma ſint e g & h k. Dico q̃ vtrũq̃ ipſorũ e g & h k parallelogrãmorũ: ſimile eſt toti a b c d, & adinuicẽ. Quoniã enim trianguli a b c ad vnum latus b c acta eſt parallelus e f: proportionale eſt per 2 ſexti/ ſicut b e ad e a, ſic c f ad f a. Rurſus per eandẽ/ quoniã triãguli a d c ad vnũ latus c d acta eſt parallelus f g: proportionale eſt per 2 ſexti/ ſicut c f ad f a, ſic d g ad g a. Sed ſicut c f ad f a: ſic oſtẽſa eſt & b e ad e a. Et ſicut igitur per 11 quinti/ b e ad e a: ſic d g ad g a. & cõpoſitæ igitur per 18 quinti/ ſicut b a ad a e: ſic d a ad a g. & permutati per 16 quinti/ ſicut b a ad a d: ſic e a ad a g. parallelogrammorũ igitur a b c d & e g: proportionalia ſunt latera/ quæ circum cõmunem angulum b a d ſunt. & quoniam parallelus eſt g f ipſi d c: æqualis eſt per 29 primi/ angulus a g f angulo a d c. & qui ſub g f a ei qui ſub d c a. & communis duorum triangulorũ a d c & a f g. angulus qui ſub d a c. Aequiangulum igitur eſt triangulũ d a c: triangulo a g f. Idq̃ propterea/ & triãgulum a b c: æquiangulum eſt triangulo a e f. & totum a b c d parallelogrãmum ipſi e g parallelogrammo æquiangulum eſt. proportionale igitur eſt per 4 ſexti/ ſicut a d ad d c: ſic a g ad g f. ſicutq̃ d c ad c a: ſic g f ad f a. Sicut autẽ a c ad c b: ſic a f ad f e. & inſuper ſicut c b ad b a: ſic f e ad e a. & quoniam oſtenſum eſt ſicut quidem d c ad c a ſic g f ad f a, ſicut vero a c ad c b ſic a f ad f e: æque igitur eſt per 22 quinti/ ſicut d c ad c b ſic g f ad f e. Parallelogrammorum igitur a b c d & e g, proportionalia ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Simile igitur eſt per primam diffinitionem ſexti/ parallelogrammum a b c d: parallelogrammo e g. Id propterea/ & parallelogrammum a b c d: parallelogrammo k h eſt ſimile. vtrunq̃ igitur ipſorũ e g & h k parallelogrammorum: ipſi a b c d parallelogrammo ſimile eſt. Quę autem eidem rectilineo ſimi



lia:& ſibi inuicem ſunt ſimilia per 21 ſexti.igitur & e g parallelogrãmũ ipſi h k parallelogrammo ſimile eſt. Omnis igitur parallelogrãmi quæ circa dimetientem parallogramma:ſimilia ſunt toti & adinuicem.quod erat demonſtrandum.

Euclí.ex Zamb.Problema 7. Propoſitio 25.

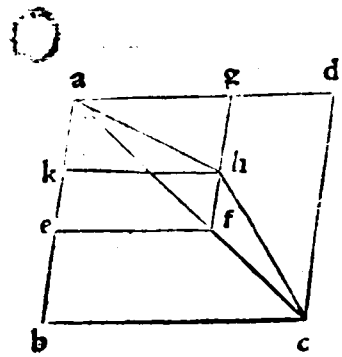
¶Dato rectilineo ſimile/& alij dato æquale: idem conſtituere. 25



¶THEON ex Zamber. ¶Sit quidem datum rectilineum cui oportet ſimile conſtituere:a b c.cui autem oportet æquale:d. oportet iam ipſi a b c ſimile/ipſi autem d æquale:idem conſtituere.prætendatur per 44 primi igitur ad b c,ipſi triangulo a b c: æquale parallelogrammum b e. & ad c e,ipſi d æquale parallelogrammum c m,in angulo qui ſub f c e: qui æqualis eſt ei qui ſub c b l.In rectam lineam igitur eſt per 14 primi/ b c ipſi c f:& l e ipſi e m.Sumaturq; per 13 ſexti/ipſarum b c & c f: media proportionalis g h. deſcribaturq; per 18 ſexti/ex g h:ipſi a b c ſimile/ſimiliterq; poſitum k g h.Et quoniam eſt ſicut b c ad g h ſic g h ad c f, ſi autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales ſicut prima ad tertiam ſic quæ a prima eſt ſpecies ad eã quæ a ſecunda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt:eſt igitur per correlariũ ſecundũ 20 ſexti/ſicut b c ad c f ſic triãgulum a b c ad triangulum k g h.Sed ſicut b c ad c f:ſic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum.Et ſicut igitur per primam ſexti/triangulum a b c ad triangulum k g h:ſic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum.viciſſim quoq; igitur per 16 quinti/ ſicut triangulum a b c ad b e parallelogrammum:ſic triangulum k g h ad parallelogrãmum e f.æquale autem eſt triangulum a b c: parallelogrãmo b e.æquale igitur eſt & triangulum k g h: ipſi e f parallelogrammo:ſed parallelogrammum e f:ipſi d eſt æquale.& k g h igitur:ipſi d eſt æquale.eſt autem k g h ipſi a b c ſimile.Dato igitur rectilineo a b c ſimile/ & alij dato d æquale:idem k g h conſtitutum eſt.quod facere oportebat.

Euclí.ex Zamb.Theorema 19. Propoſitio 26.

¶Si a parallelogrãmo parallelogrammum auferatur/ ſimile & toti & ſimiliter poſitum/communem angulum habens ei:circum eundem dimetientem eſt toti. 26

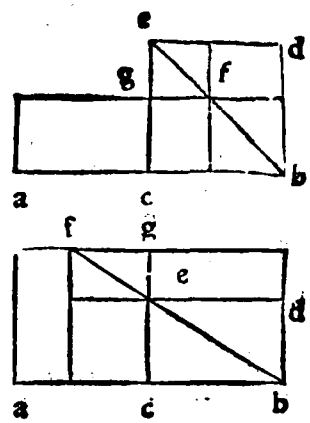


¶THEON ex Zamb. ¶A parallelogrãmo inquã a b c d:parallelogrãmum auferatur a f ſimile ipſi a b c d & ſimiliter poſitum/communẽ angulum habens ei qui ſub d a b.Dico q̃ circum eandem diametrum eſt a b c d:ipſi a f.Non enim:at ſi poſſibile eſt/ſit eorum dimetiens a h c.& excitetur per 31 primi/ab h vtriq; ipſarũ a d & b c:parallelus h k. Quoniam igitur circum eundem dimetientem eſt a b c d ipſi k g:ſimile eſt per 24 ſexti a b c d ipſi k g.eſt igitur ſicut d a ad a b:ſic g a ad a k per cõ uerſionẽ 1 diffinitionis ſexti. Eſt autem propter ſimilitudinem ipſorum a b c d & e g,ſicut d a ad a b:ſic g a ad a e.Igitur per 9 quinti/g a ad vtrunq; ipſarum a k & a e: eandem habet rationem.æqualis igitur eſt a k:ipſi a e minor maiori,qđ abſurdum eſt.Igitur a b c d:non eſt circa eũdem dimetientem ipſi k g.Circa eundem igitur dimetientem eſt a b c d parallelogrammum:ipſi a f parallelogrammo.Si a parallelogrãmo igitur parallelogrammum auferatur/ſimile & toti & ſimiliter poſitum communem angulum habens ei:circa eundem dimetientem eſt toti. Quod oſtendere oportebat.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 26.

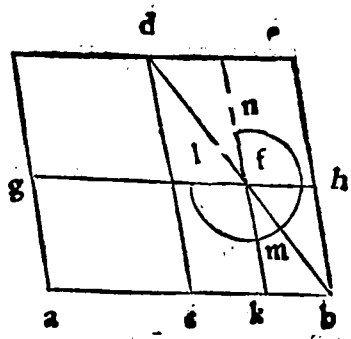
SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammũ deſignatum:maius eſt eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deeſt ad completionem lineæ ſimile & ſuper diametrum conſiſtens ſuper dimidium collocati. 26

¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b: ſup cuiꝰ dimidiũ c b: cõſtituat̃ parallelogrãmũ c d, cuiꝰ diameter b e. & ad lineã a b applicet̃ parallelogrãmũ a f: cuius vnũ latus ſecet e c in pũcto g, ita ꝙ ad cõplementũ totius lineæ a b: deſit ſuperficies f b q̃ ſit ſimilis: ſuperficiei c d. & cõſiſtẽs circa diametrũ eius. dico tũc ꝙ parallelogrãmũ c d eſt maius parallelogrãmo a f. Eſt enĩ per primã huius la g: æquale g b. & per 43 primi/ c f æquale f d. ergo p hãc cõmunẽ ſcientiã ſi æq̃libus æq̃lia addas tota quoq; fient æqualia: erit gnomo cõſtãs ex tribus parallelogrãmis q̃ ſũt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrãmo a f. quare parallelogrãmũ c d: eſt maius parallelogrãmo a f i, parallelogrãmo e f. qd̃ eſt propoſitũ. ¶Idẽ etiã eſſet ſi ſuperficies a f fieret altior ſuperficie c d: vt videre potes in ſecunda figura i qua etiã per primã huius a g eſt æq̃le g b. dẽptis itaq; vtriq; duobus ſupplemẽtis ſuperficiei f b: excedet parallelogrãmũ c d parallelogrãmũ a f in parallelogrãmo f e. Eucli. ex Zãb. Theorema 20. Propoſitio 27.

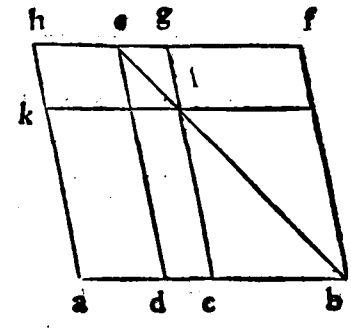


27 ¶Omniũ parallelogrãmorũ circũ eandẽ rectã lineã proiectorũ deficientiũq; ſpecie parallelogrãmis ſimilibus/ ſimiliterq; poſitis ei qd̃ a dimidia deſcriptũ eſt: maximũ eſt qd̃ a dimidia proiectũ parallelogrammũ ſimile exiſtẽs ſumpto.

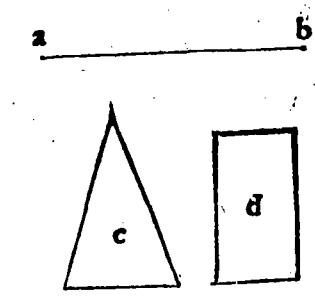
¶THEON ex Zãb. ¶Sit recta linea a b: & ſecetur p 10 primi/ bifariã in c. pr̃etẽdatur quoq; per 18 ſexti ad a b rectã lineã/ parallelogrãmũ a d deficiẽs ſpecie pallelogrãmo d b ſimili/ ſimiliterq; deſcripto qd̃ a dimidia ipſius a b hoc eſt c b. Dico ꝙ omniũ circa a b cõparatorũ parallelogrãmorũ & deficiẽtiũ ſpecie parallelogrãmis ſimilibus ſimiliterq; poſitis ipſi d b: maximũ eſt a d. Pr̃etẽdatur inquã ad a b rectã lineã parallelogrãmũ a f deficiẽs ſpecie pallelogrãmo f b ſimili ſimiliterq; poſito ipſi d b. Dico ꝙ maius eſt a d ipſo a f. Quoniã enĩ ſimile eſt d b parallelogrãmũ ipſi f b parallelogrãmo: circũ eandẽ igitur ſunt dimetientẽ per 26 ſexti. excitetur eorũ dimetiẽs d b: & deſcribatur figura. Quoniam igitur per 43 primi/ æquũ eſt f c ipſi f e: cõmune apponatur f b. totũ igitur c h: toti k e eſt æq̃le. Sed c h ipſi c g eſt æquale per 36 primi: quoniã & a c ipſi c b. Igitur g c: ipſi e k eſt æquale. Cõmune apponatur c f. totum igitur a f: toti l m n gnomoni eſt æquale. Quare parallelogrãmum d b hoc eſt a d: ipſo a f parallelogrammo maius eſt. omnium igitur circum eandem lineã conſiſtẽtium parallelogrammorum/ & deficiẽtium ſpecie parallelogrammis ſimilibus ſimiliterq; poſitis ei quod a dimidia deſcribitur: maximum eſt quod a dimidia comparatum eſt. quod oportebat demonſtrare.



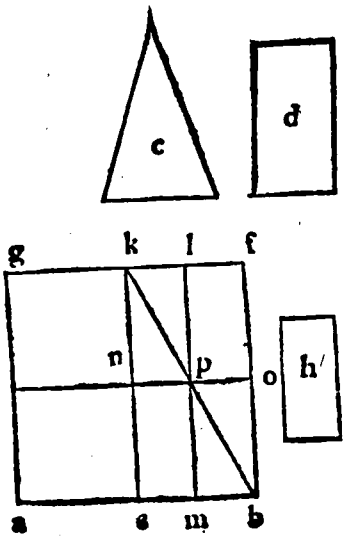
¶ALITER. ¶Sit inq̃ rurſus a b: diſſecta biſariã in c. & cõparatũ a l deficiẽs ſpecie ipſo l b. Cõpareturq; rurſus ad a b, parallelogrãmũ d h: deficiẽs ab ipſo e b ſimili ſimiliterq; poſito et quod a dimidia ſit l b. Dico ꝙ maius eſt qd̃ a dimidia cõparatũ a l ipſo a e. Quoniã enĩ ſimile eſt e b ipſi l b: circũ eũdẽ dimetiẽtẽ ſunt per 26 ſexti. Sit eorũ demetiẽs e b: deſcribaturq; figura. & quoniã æquũ eſt l f ipſi l h, quoniã & f g ipſi g h: maius igitur eſt l f ipſo k e. æquũ autẽ eſt l f ipſi d l. maius igitur eſt & d l ipſo k e. cõmune eſto k d. totũ igitur a l toto a e maiꝰ eſt. quod demõſtrare oportebat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.



27 TRilatera ſuperficie ꝓpoſita ęquũ ei ſuꝑ quãlibet aſſignatã lineã parallelogrãmũ deſignare: cui deſit ad cõplẽdã lineã alij ſuperficiei ꝓpoſite ſimile parallelogrãmũ qd̃ ſecundũ eiuſdẽ ſuũ eſſe parallelogrãmo ſuper dimidium datæ lineæ collato minime maius exiſtat.



¶CAMPANVS. ¶Sit aſſignata linea a b. & propoſitus triangulus c. propoſitumq; parallelogrãmum d. volo ſuper lineam a b: deſignare parallelogrammum æquale triangulo c. ita ꝙ deſit ad complendam lineam a b parallelogrammum ſimile d. & ſit ita conditionatumq; triangulus c: non ſit maior parallelogrammo ſimili d, collato ſuper dimidium lineæ a b. alioquin ad impoſſibile laboraretur: per pręmiſſam. Diuido igitur li-

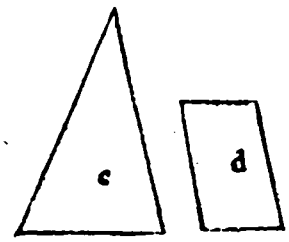


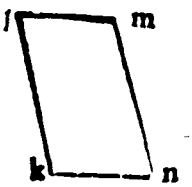
neã a b per æqualia in pũcto e. & ſecundã doctrinã 19 huius ſuper eius medietatẽ b e cõſtituo parallelogrãmũ c f ſimile d. & cõplebo ſup totã lineã a b: parallelogrãmũ b g. Quia igitur c nõ eſt maior parallelogrãmo e f, ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitũ eſt: ſi fuerit ei æqualis/erit parallelogrãmũ e g quale intẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte 9i & per diffinitionẽ ſimilũ ſuperficierũ & 20 huius. Si autẽ minor: ſit minor in ſuperficie aliqua/cui æqlis & ſimilis d fiat ſecũdũ doctrinã 25 huius quæ ſit h. eritq; h ſimilis e f per 20 huius. quare per cõuerſionẽ diffinitionis/æquiãgula ſibi & proportionaliũ laterũ. protrahã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k. & reſecabo latera k f, & e k ſuperficiei e f, ad mẽſurã laterũ ſuperficiei h: protractis lineis l m & n o æquidiſtãtibus lateribus ſuperficiei e f, ſecãtibus ſe in pũcto p. vt ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſuperficiei h. eritq; per 23 huius pũctũ p: in diametro k b. protracta itaq; o n vſq; ad a g: dico parallelogrãmũ a p eſſe quale proponitur. Deeſt enĩ ſibi ad cõplemẽtũ lineæ a b parallelogrãmũ p b: qđ per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrãmo d. Sed ipſũ etiã parallelogrãmũ a p eſt æquale triãgulo c. Eſt enĩ per primã huius: a n æquale n b. ergo per 43 primi/& hãc cõmunẽ ſciẽtiã ſi æqlibus æqlia addas: tota quoq; fiẽt æqualia/parallelogrãmũ a p: eſt æquale gnomoni n b l. & qa iſte gnomo eſt æqualis triãgulo c ꝓpter id q; parallelogrãmũ e f poſitũ fuit eſſe maius triãgulo c ĩ parallelogrãmo h, qđeſt æquale parallelogrãmũ k p: patet propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Problema 8.

Propoſitio 28.

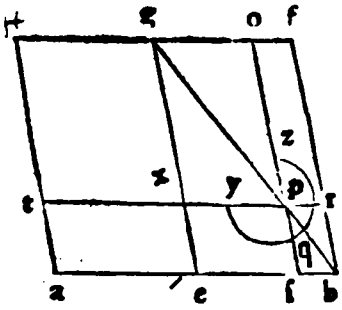
¶ Ad datã rectã lineã dato rectilineo æquale parallelogrãmũ cõparare: deficiẽs ſpecie parallelogrammo ſimili dato. 28

Oportet iã datũ rectilineũ cui expedit æquũ comparare: nõ maiuſeſſe eo quod a dimidia cõparatũ ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis & eius quod a dimidia & cui expedit ſimile deficere.





¶ THEON ex Zãb. ¶ Sit qdẽ data recta linea a b. datũ vero rectilineũ cui oportet æquũ ꝑtẽdere circũ a b. ſitq; illud c: nõ maius exiſtẽs eo quod a dimidia cõparatũ eſt ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis. cui autẽ expedit ſimile deficere: d. oportet iã ad datã rectã lineã a b: dato rectilineo c æquale parallelogrãmũ prætẽdere deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi d. Secetur per 10 primi/a b biſariã i ſigno e. Deſcribaturq; per 18 ſexti/ab e b: ipſi d ſimile ſimiliterq; poſitũ e b f g. Cõpleaturq; a g parallelogrãmũ. Iam a g aut æquũ eſt ipſi c: aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ eſt a g ipſi c: quod quærimus iã eſt. Cõparatũ ſiquidẽ eſſet ad datam rectã lineã a b, dato rectilineo c æquũ parallelogrammum a g deficiens ſpecie parallelogrammo g b ſimili ipſi d. Si autẽ nõ fuerit maius h e ipſo c. æquale autẽ h e ipſi g b. maius igitur & g b ipſo c. Quo autẽ maius eſt g b ipſo c: tali exceſſui per 25 ſexti æquale/ipſi d ſimile ſimiliterq; poſitũ idẽ cõſtitatur k l m n. Sed ipſi g b: ipſũ d eſt ſimile. & k m igitur: ipſi g b eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis k l ipſi g e: & l m ipſi g f. Et quoniã æquũ eſt g b ipſis c, k m: maiꝰ igiꝭ eſt g b ipſo k m. Maior igiꝭ eſt g e ipſa k k & g f ipſa l m. ponaꝭ p 11 primi ipſi qdẽ k l æqlis g x: ipſi autẽ l m æqlis g o. & cõpleaꝭ parallelogrãmũ x g o p. Aequũ igitur eſt & ſimile g p ipſi k m. Sed k m: ipſi g b eſt ſimile. & g p igitur ipſi g b eſt ſimile. Circũ eũdẽ dimetiẽtẽ p 26 ſexti igitur: eſt g p ipſi g b. Sit eorum dimetiens g p b: & deſcribas figuram. Quoniam igitur æquũ eſt b g ipſis c, k m, quorum g p ipſi k m eſt æquale: reliquus igitur y q z gnomon reliquo c eſt æqualis. & quoniam æquum eſt o r ipſi x ſ: commune apponatur p b. Totum igitur o b: toti x b eſt æquale. Sed x b ipſi t e eſt æquale: quoniam & latus a e lateri e b eſt æquale. & t e igitur: ipſi ob eſt æquale. Commune applicetur x ſ. totum igitur t ſ toti z q y gnomoni æquum eſt. Sed z q y gnomon ipſi c: oſtenſum eſt q; eſt æqualis. & t ſ igitur: ipſi c æquum eſt. Ad datam rectam lineam igitur a b: dato rectilineo c æquum parallelogrammum comparatum eſt ſ t defi-

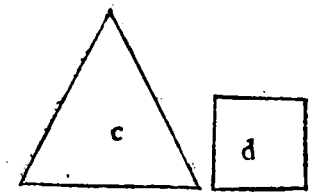


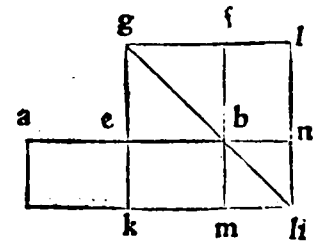
ciens ſpecie parallelogrammo p b ſimili exiſtēti ipſi d/quoniam p b ipſi g p ſimile eſt. Quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 28.

28 SVper datam lineā datæ ſuperficiei trilateræ æquū parallelogrammum conſtituere: quod addat ſuper completionem datæ lineæ ſuperficiem æquidiſtantium laterum datæ ſuperficiei æquidiſtātium laterū ſimilē.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt prius data linea a b:& datus triangulus c,datumq; parallelogrāmum d. volo ſuper lineā a b conſtituere parallelogrammū æquale triāgulo c:quod addat ſuper totā lineā a b,parallelogrāmum ſimile d. Diuido lineā a b per æqualia in pūcto e. & ſuper eius medietatem e b:facio e f ſimilem d,ſecundū quod docet 19 huius. & ſecūdū doctrinā 25 huius/facio k l cuius diameter g h:ſimilē d & æqualē duabus ſuperficiebus e f& c. eritq; per 20 huius k l ſimilis ē f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuperficiei e f ita q; ambæ cōmunicēt in angulo g: erit per 23 huius ſuperficies e f conſiſtens circa diametrum ſuperficiei k l. quare punctū b eſt in diametro g h. cōplebo igitur parallelogrāmum a h:quod dico eſſe quale proponitur. qđ cōſtat protractis linea f b vſq; ad m,& linea e b vſq; ad n. Eſt enim per primā partem huius: a k æquale k b.& ideo per 43 primi eſt etiā æquale n f. additoergo vtriq; e h:erit per cōmunem ſcientiā a h æquale gnomoni e h f. ſed iſte gnomō eſt æqualis triangulo c:quia parallelogrāmum k l poſitum fuit æquale duabus ſuperficiebus c & e f,ergo parallelogrammū a h eſt æquale c,& addit ad cōplementū lineæ a b parallelogrammū m n:quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrāmo d. quare cōſtat perfectū eſſe quod volumus.



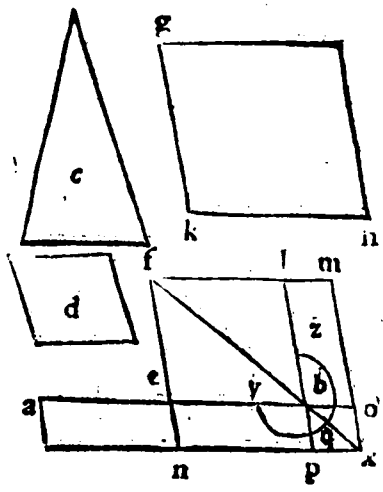


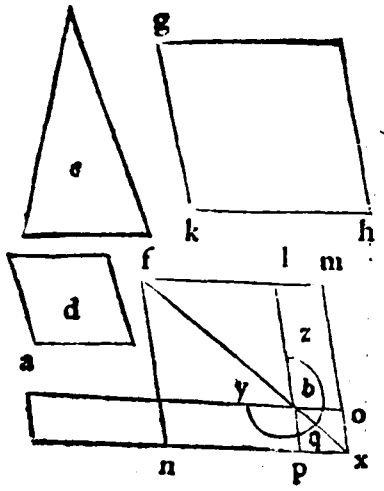
¶ CAMPANI additio. ¶ Poſſumus autem ad lineam datam adiūgere parallelogrammum æquale non ſolum trilateræ ſuperficiei poſitæ/ ſed & cuiuſlibet rectilineæ figuræ propoſitæ quæcunq; ipſa fuerit: cui deſit ad cōplēdā lineā datā ſupficies ſimilis ſuperficiei æqdiſtātiū laterū propoſitæ ſicut docet prēmiſſa. obſeruata conditione eius ne laboretur ad ipoſſibile per ante præmiſſam. vel q; addat ſuper completionem lineæ ſuperficiem æquidiſtantium laterū ſimilē ſuperficiei propoſitæ: ſicut proponit cōcluſio præſens. Propoſitā enī ſuperficiē cui æquale parallelogrāmum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad cōpletionē lineæ parallelogrammū ſimile parallelogrāmo dato: reſoluemus in triangulos. & ipſis mediantibus/deſcribemus ſuperficiem æquidiſtātium laterum: totali ſuperficiei propoſitæ æqualem. hoc autē qualiter fiat & ſi ſcire volueris/require 25 huius. Dehinc ſuper duplū baſis eius æqualis altitudinis triangulū conſtituemus. quē (ſi 44 primi diligenter inſpexeris) parallelogrammo prius deſignato inuenies eſſe æqualem. quare & ſuperficiei propoſitæ. huic ergo triangulo ſi æquale parallelogrāmū ad lineam datam adiūxeris quod addat ad complementū lineæ aut minuat parallelogrammū ſimile parallelogrammo dato ſecundū quod docet hæc & præmiſſa: quod propoſitum erat tē perfeciſſe non dubites.

Eucli, ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 29.

29 ¶ Ad datā rectā lineā: dato rectilineo æquale parallelogrāmum prętēdere/excedēs ſpecie parallelogrāmū ſimile dato.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit quidem data recta linea a b. datum vero rectilineum cui expedit ad a b æquale parallelogrammum prętendere: c. Cui autem oportet ſimilē prætēdere: d. oportet iam circum a b rectam lineam ipſi c rectilineo æquum parallelogrammū prætēdere excedēs ſpecie parallelogrammum ſimilē ipſi d. Secetur per 10 primi/ ab bifariam in e.& deſcribatur per 16 ſexti/ ex e b: ipſi d ſimile ſimiliterq; poſitū parallelogrammū b f.& ambobus quidem b f,c,æquale/ipſi autem d ſimile ſimiliterq; poſitū: idem conſtituatur g h. Simile igitur eſt g h ipſi b f. Similis autē rationis eſto k h ipſi f l,& k g ipſi f e. Et quoniā maius eſt



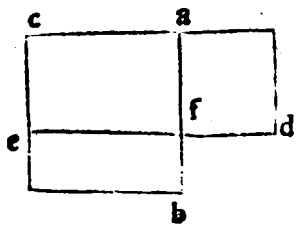


g h ipſo f b:maius igitur eſt & quidē k h ipſo f l,& k g ipſo f e. Extē, datur f l & f e.& ipſi quidē k h:æqualis eſto f l m.ipſi autē k g:æqualis eſto f e n. Cōpleaturq; m n.Igitur m n:ipſi g h æquū eſt & ſimile. ſed g h ipſi e l eſt ſimile.Igitur per 26 ſexti/m n ipſi e l eſt ſimile. circū igitur eundē diametrū conſiſtūt e l & m n.Excitetur eorū dimetiēs f x:& deſcribatur figura.quoniā æquū eſt g h ipſis e l,c,ſed g h ipſi m n eſt æquale: & m n igitur ipſis e l,c,eſt æquale.Cōmune auferatur e l.reliquus igitur y q z gnomon:ipſi c eſt æqualis. Et quoniā a e ipſi e b eſt æqualis:æquū eſt per 36 primi & a n ipſi n b hoc eſt per 43 primi/toti l o. cōmune apponatur e x.totū igitur a x:æquū eſt ipſi y q z gnomoni. Sed y q z gnomon æqualis eſt ipſi c.Igitur a x:ipſi c eſt æquale. Ad datā igitur rectā lineam a b dato rectilineo c æquale parallelogrammū comparatum eſt a x:excedens ſpecie parallelogrammū p o ſimile exiſtens ipſi d. Igitur d ſimile eſt ipſi b f:& b f ipſi p o eſt ſimile. circum enim eundem dimetiē tem conſiſtunt.quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 29

QVamlibet lineam propoſitam:ſecundū proportionem habentem medium duoq; extrema ſecare. 29

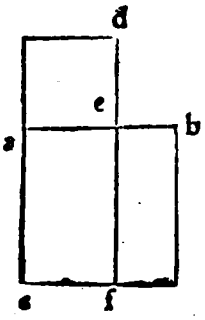
¶CAMPANVS. ¶Sit ꝓpoſita linea a b:quā volo diuidere ſecundū proportionē habentē medium & duo extrema. Ex ipſa deſcribo quadratū b c.& ad eius latus a c adiungo ſecundū quod docet præmiſſa/ parallelogrammū c d æquale quadrato b c: quod addat ad cōplemētum lineæ a c parallelogrāmū a d,quod ſit ſimile b c.ſitq; latus parallelogrāmi c d,quod æquidiſtat a c:d e.& ſecet lineā a b in pūcto f. Dico lineā a b eſſe diuiſam in puncto f:ſicut proponitur. Eſt enī a d quadratū:propter id q; eſt ſimile b c.quare a f eſt æquale f d.ſed & f e eſt æqualis a b:propter id q; eſt ęqualis a c per 34 primi. & quia c d æquale b c:dempto ab vtroq; c f,erit a d æquale e b.& āgulus f vnius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera ſunt mutekeſia.ergo e f ad f d:ſicu a f ad f b.& quia e f eſt æqualis a b:& f d,a f:erit a b ad a f ſicut a f ad f b. ergo per diffinitionē eſt diuiſa vt proponitur. ¶Idē etiā poteſt demōſtrari ex 11 ſecūdi.Diuidatur enī a b in pūcto f:ſecundū quod docet 11 ſecūdi.ſitq; e b qđ cōtinetur ſub tota a b & eius ꝑte f b:ita q; f e ſit æq̄lis a b & a d ſit q̄dratū a f.eſt itaq; per ꝑdictā 11 ſecūdi e b:æquale a d.Qđ reſtat arguere vt prius p 13 huius:vel ſic.cū a b ſit diuiſa in pūcto f ſecūdū quod docet 11 ſecūdi:qđ fit ex a b prima in f b tertiā eſt æquale quadrato a f ſecūdæ.ergo per ſecundā partē 16 huius proportio a b primæ ad a f ſecūdā: eſt ſicut a f ſecūdę ad f b tertiā.per diffinitionē itaq; diuiſa eſt a b vt proponitur.



Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 30.

¶Datam rectam lineam terminatam:per extremā ac mediam rationem diſpeſcere. 30

¶THEON ex Zāb. ¶Sit data recta linea terminata a b.oportet iā ipſā a b rectā lineā:per extremā & mediā rationē diſpeſcere.Deſcribatur inq; per 46 primi ex a b:quadratū b c.Cōpareturq; per 29 ſexti:ad a c ipſi b c æquū parallelogrāmū c d excedēs ſpecie ipſum a d ſimile ipſi b c.Quadratū autē eſt b c.quadratū igitur eſt & a d.& quoniā æquū eſt b c ipſi c d:cōmune auferatur c e.reliquū igitur b f:reliquo ad eſt æquale.eſt autē & æquiangulū.Igitur per diffinitionē ſecundā tertij & per 14 ſexti/ipſorum b f & d a reciproca ſunt latera:quæ circū æquales angulos. Eſt igitur ſicut f e ad e d:ſic a e ad e b. Aequalis autē eſt f e ipſi a c hoc eſt ipſi a b. Ipſa autē e d ipſi a e. Eſt igitur ſicut b a ad a e: ſic a e ad e b.maior autē eſt per 34 primi/a b ipſa a e.maior igitur eſt & a e ipſa e b.Igitur a b recta linea per extremā & mediā rationem ſecatur in e.at maius ſegmentum ipſius eſt a e.quod feciſſe oportuit.



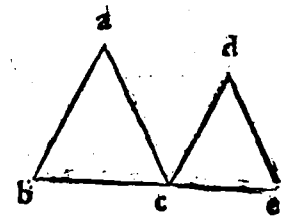
¶ALITER. ¶Sit data recta linea a b.oportet iam ipſam a b: per extremam & mediam rationem ſecare,ſecetur enim a b in c per 11 ſecundi:vt

quod ſub a a b & b c æquũ ſit ei qđ ex c a quadrato. Quoniã igitur quod ſub a b & b c æquũ eſt ei quod ex c a: eſt igitur per 17 huius ſicut b a ad a c ſic a c ad c b. Igitur a b: per mediam & extremam diuiditur ratio nem in c. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

30 SI fuerint duo anguli ſuper vnum angulum conſtituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidiſtẽt, fuerintq; illa quatuor latera ſecundũ æquidiſtantiam relata, proportionalia: illos duos triangulos ſuper vnam lineam rectam conſtitutos eſſe neceſſe eſt.

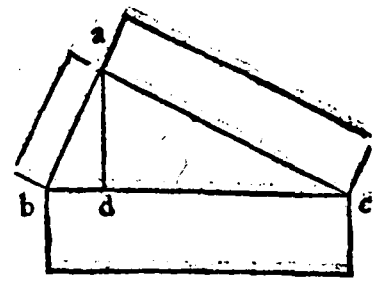
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo anguli a b c, d c e conſtituti ſuper angulum a c d. ſitq; a c: æquidiſtans d e. & d c: a b. & ſit proportio a c ad d e: ſicut a b ad d c. dico q; duæ baſes eorũ b c & c e: ſunt linea vna. Eſt enĩ angulus a æqualis angulo d: quia vterq; eorum eſt æqualis angulo a c d per primam partẽ 29 primi. igitur per præſentem hypotheſin & 6 huius: ipſi trianguli ſunt æquiãguli. & angulus b, eſt æqualis angulo d c e: & ãgulus a c b ãgulo e. quare per 32 primi tres anguli qui ſũt ad c: ſunt æquales duobus rectis. ipſi enĩ æquãtur tribus ãgulis vtriuſlibet duobus triangulorum. ergo per 14 primi b c eſt linea vna quod eſt propoſitũ.



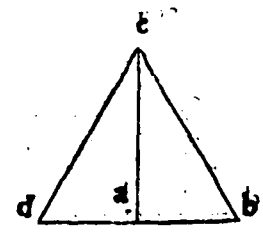
Eucli. ex Camp. Propoſitio. 31

31 IN omni triãgulo rectãgulo ſuperficies lateris quod ſubtenditur angulo recto: æqualis eſt ſuperficiebus duorum laterum angulum rectum continentiũ pariter acceptis, eũ fuerint ſimiles ei in lineatione & creatione.

¶ CAMPANVS. ¶ Quod proponit penultima primi de ſuperficiebus quadratis: proponit hic penultima ſexti de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. vnde hæc eſt illa tanto vniuerſalior: quanto ſuperficies latera ta quadrato. ¶ Sit itaq; triangulus rectangulus a b c: cuius angulus a ſit rectus. Dico q; ſuperficies conſtituta ſuper latus b c: eſt æqualis duabus ſuperficiebus cõſtitutis ſuper a b & a c, cũ omnes tres ſuperficies fuerint ſimiles in figura & ſitu. Ducam perpẽdicularem a d: ad lineam b c, eritq; per ſecundam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a: ſicut c a ad d c. & c b ad b a: ſicut b a ad d b. Si itaq; ſuper quãlibet trium linearum b c, c a & a b fiat ſuperficies ſimilis alijs in figura & ſitu: erit per correlarium 17 huius proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad cõſtitutam ſuper c a ſecundam, ſicut b c primæ ad d c tertiam. & item eiuſdem ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper a b ſecũdam: ſicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuerſam proportionalitatem ſuperficiei a c ad ſuperficiem c b: ſicut c d ad c b. & ſimiliter ſuperficiei a b ad ſuperficiem b c: ſicut b d ad ſuperficiem b c. & ponatur a c prima & c b ſecunda & quarta, & c d ſuperficies tertia, & a b ſuperficies quinta. & b d ſuperficies ſexta. & arguatur per 24 quinti q; proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c ad duas ſuperficies cõſtitutas ſuper c a & a b ſimul: eſt ſicut b c ad c d & d b ſimul. quia igitur b c eſt æqualis duabus lineis c d & d b ſimul ſumptis: erit ſuperficies cõſtituta ſuper b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper c a & a b ſimul ſumptis: quod eſt propoſitum.



¶ CAMPANI additio. ¶ Conuerſam quoq; huius poſſumus facile demonſtrare per modum demonſtrationis vltimæ primi. ſit enĩ triangulus a b c. ſitq; ſuperficies conſtituta b c æqualis duabus ſuperficiebus cõſtitutis ſuper duas lineas a b & a c ſibi ſimilibus. Dico q; ãgulus a eſt rectus. ponã enĩm angulũ c a d rectum & lineam a d æqualẽ a b. & claudo ſuperficiẽ ducta linea d c. eritq; per hanc 31 ſuperficies cõſtituta ſuper

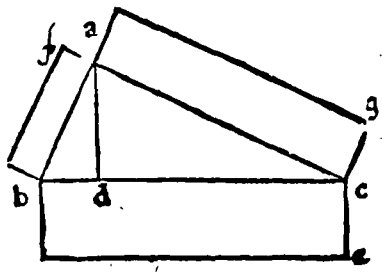


c d æqualis duabus conſtitutis ſuper duas lineas c a & a d ſibi ſimiliſ9. quare etiam conſtitutæ ſuper b c ſibi ſimili. hæc enim poſita eſt æqualis duabus conſtitutis ſuper a b & a c ſibi ſimilibus. erit ergo linea b c æqualis c d. quare per 8 primi angulus a eſt rectus. Quod eſt propoſitum.

¶ Sequẽtes duæ ex Zamberto propoſitiones: duabus præcedẽtibus ex Cãpano ꝓpoſtero ordine reſpõdent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 31.

¶ In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies: æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum compræhendentibus lateribus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. 31

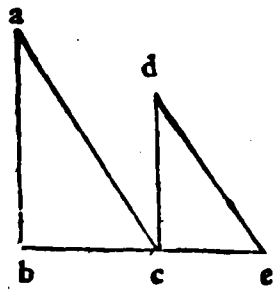


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c: rectum habens angulum qui ſub b a c. Dico q̃ quæ ex b c ſpecies: æqualis eſt eis quæ ex b a & a c ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. Excitetur per 12 primi: perpendicularis a d. Quoniã igitur in triangulo rectangulo a b c, ab a recto ãgulo in b c baſin perpendicularis acta eſt a d: triangula a b d & a d c quæ ad perpendicularem ſimilia ſunt tota a b c & ſibi inuicẽ per 8 ſexti. quoniam ſimile eſt a b c ipſi a b d: eſt igitur ſicut c b ad b a ſic a b ad b d. At quoniã tres rectæ lineæ proportionales ſunt: eſt igitur per correlarium ſecundum 20 ſexti ſicut prima ad tertiam ſic quæ a prima ſpecies ad eam quæ a ſecunda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Sicut igitur c b ad b d: ſic ſpecies quæ ex c b ad eam quæ ex b a ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Id propterea & ſicut b c ad c d: ſic ſpecies quæ ex b c ad eam quæ ex c a. Quare ſicut b c ad b d & d c: ſic quæ ſub b c ſpecies ad eas quę ex b a & a c ſimiles ſimiliterq; deſcriptæ ſunt. Aequalis autem eſt b c ipſis b d & d c. æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex b c eisquæ ex b a & a c ſunt ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. In rectãgulis igitur triangulis/quæ ab rectum angulũ ſubtẽdente ſpecies: æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum compræhẽdentibus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. quod demonſtraſſe oportuit.

¶ ALITER. ¶ Quoniam per correlariũ primũ 20 ſexti/ſimiles figuræ in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterũ: igitur quæ ex b c eſt ſpecies ad eam quæ ex b a duplam rationem habet q̃ c b ad b a. habet autẽ & quod ex b c quadratum ad id quod ex b a quadratum duplam rationẽ q̃ c b ad b a. & ſicut igitur quæ ex c b ſpecies ad eam quæ ex b a ſpeciem: ſic quadratum qđ ex c b ad quadratum quod ex b a. Id propterea & ſicut ſpecies quæ ex b c ad ſpeciem quæ ex c a: ſic quadratum qđ ex b c ad quadratum quod ex c a. Quare & ſicut ſpecies quæ ex b c ad ſpecies quæ ex b a & a c: ſic quadratum quod ex b c, ad quadrata quæ ex b a & a c. Quadratum autem quod ex b c: æquum eſt eis quæ ex b a & a c quadratis per 47 primi. æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex b c: eis quæ ex b a & a c ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

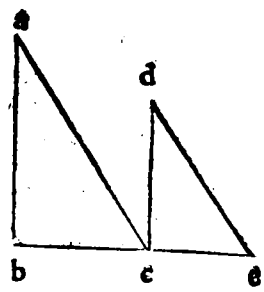
Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 32.

¶ Si duo triangula componantur ad vnum angulũ duo latera duobus lateribus proportionalia habentia/vt ſint eiuſdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. 32



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triangula a b c & d c e: duo latera b a & a c, duobus lateribus d c & d e proportionalia habentia / ſicut quidem a b ad a c, ſic d c ad d e. parallelum autem a b ipſi d c: & a c ipſi d e. Dico q̃ in rectam lineam eſt b c ipſi c e. Quoniã enim parallelus eſt a b ipſi d e, & in eas incidit recta linea a c: anguli igitur per 29 primi/ vtrobiq; qui ſub b a c & a c d, ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea & angulus c d e: angulo a c d eſt æqualis. Quare angulus b a c: angulo c d e

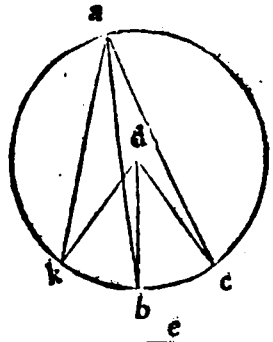
eſt æqualis. & quoniam duo triangula ſunt a b c & d c e, vnum angulũ qui ad a vni angulo qui ad d æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia ſicut quidem b a ad a c ſic c d ad d e: æquiangulum igitur eſt per ſextam ſexti triangulum a b c triangulo d c e. Aequalis igitur eſt angulus a b c: angulo d c e. patuit autem & angulus a c d: æquus eſt per 29 primi angulo b a c. Totus igitur angulus a c e duobus a b c & b a c eſt æqualis. Communis apponatur angulus a c b. Igitur anguli a c e & a c b: eis qui ſũt ſub c a b, a c b, & c b a ſunt æquales. Sed anguli b a c, c b a & a c b per 32 primi duobus rectis ſunt æquales. & anguli igitur a c e & a c b: duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquã autem rectam lineam a c ad ſignumq; in ea c, duę: rectæ lineæ b c & c e non ad eaſdem partes ductæ: æquos vtrobiq; ſub a c e & a c b duobus rectis æquales efficiunt angulos. per 14. primi in rectam lineam igitur eſt b c ipſi c e. Si bina igitur triangula componantur ad vnum angulum/ duo latera duobus lateribus proportionalia habentia/ vt eorũ ſimilis ſtationis & parallela ſint latera: reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonſtraſſe oportuit.

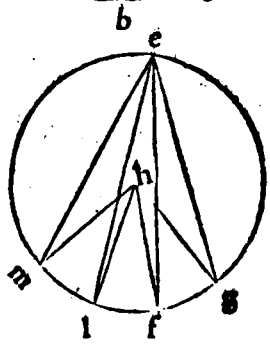


Eucli. ex Camp. Propoſitio 32.

32 SI in circulis æqualibus ſupra cẽtrum ſiue ſupra circunferentiam anguli conſiſtant: erit angulorũ proportio tanq; proportio arcuum illos angulos ſuſcipientium.

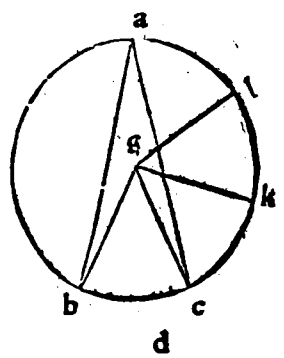
CAMPANVS. Sint circuli/ a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: æquales. ſuper quorum centra fiant duo anguli b d c & f h g: & ſuper eorum circunferentias alij duo qui ſint b a c & f e g. dico q; proportio angulorum tam eorũ qui ſunt ſuper centra q̃ eorum qui ſuper circunferentias: eſt ſicut arcus b c ad arcum f g. Cõtinuabo enĩ illis duobus arcubus alios arcus æquales: ſiue ſecundũ eundẽ numerũ ſiue ſecundũ diuerſos. ſitq; arcus k b: æqualis b c. & vterq; duorum arcuum l m & f l: æqualis f g. & producam lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. eruntq; per 26 tertij/ anguli qui ſunt ad d: adinuicem æquales. ſimiliter quoq; & qui ſunt ad h: adinuicem æquales. Idem: etiam: de ijs qui ſũt ad a & de ijs qui ſunt ad e. ſicut igitur arcus k c eſt multiplex arcus b c: ita angulus k d c anguli b d c, & angulus k a c anguli b a c. ſimiliter ſicut arcus m g eſt multiplex arcus f g: ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g. ſed ſi arcus k c eſt æqualis arcui m g: angulus k d c eſt æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g. & ſi maior: maiores. & ſi minor: minores per 26 tertij. per diffinitionem itaq; incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcum f g: eſt ſicut anguli b d c ad angulum f h g, & ſicut anguli b a c ad angulum f e g. quod eſt propoſitum. Idem intelligẽ in eodem circulo.



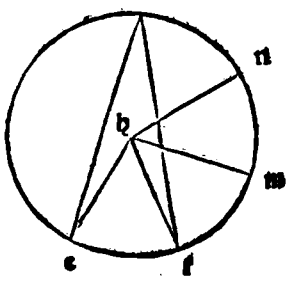


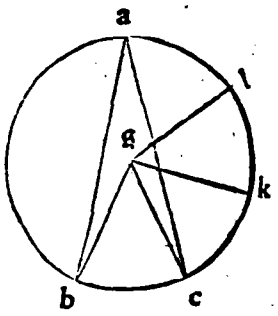
Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 33.

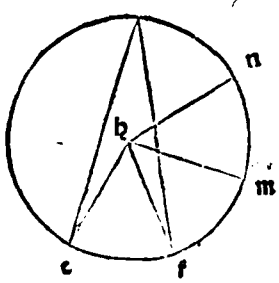
33 In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs in quibus deducuntur: & ſi ad centra/ & ſi ad circunferentias fuerint deducti. tum etiam ſectores ad centra conſtituti.



THEON ex Zãb. Sint æquales circuli a b c & d e f. ad eorũq; centra g, h, anguli ſint b g c & e h f: ad eorũ circũferẽtias vero/ ãguli qui ſub b a c & e d f. Dico q; eſt ſicut circũferẽtia b c ad circunferẽtiã e f: ſic eſt angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulũ e d f, & inſuper g b c ſector ad h e f ſectorem. Ponatur per 28 tertij/ ipſi quidem b c circunferentię/ æquales quotcunq; ordine hoc eſt c k & k l: ipſi autem e f, quotcunq; æquales circunferentiæ f m & m n. Connectanturq; g k, g l: h m & h n. Quoniam igitur æquales ſunt b c, c k & k l circunferentiæ ad-







inuicē:æquales per 27 tertij/quoq; ſunt anguli b g c, c g k & k g l. Quotuplex igitur eſt b l circunferentia ipſius b c circunferentiæ: totuplex eſt & angulus b g l ipſius anguli b g c. Id propterea iã & quotuplex eſt n e circunferentia ipſius e f circunferentiæ: totuplex eſt & angulus n h e ipſius e h f. Si igitur æqualis eſt circunferentia b l ipſi circunferentiæ e n: æqualis eſt & angulus b g l angulo e h n. & ſi maior eſt b l circunferẽtia ipſa n e circunferentia: maior eſt & angulus b g l angulo n h e. & ſi minor: minor. Quatuor iã exiſtentibus magnitudinibus/duabus inquã circunferentijs b c & e f, biniſq; angulis hoc eſt b g c & e h f: ſuſcipiuntur quidem ipſius b c circunferentiæ atq; ipſius anguli b g c æque multiplices hoc eſt b l circunferentia & angulus b g l, ipſius autem e f circunferẽtiæ & anguli e h f: circunferentia e n & angulus e h n. Oſtenſum autẽ eſt q; ſi circunferentia b l excedit circunferentiã e n: angulus quoq; b g l excedit angulũ e h n, & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Eſt igitur p 6 diffinitionẽ quinti/ſicut b c circunferentia ad e f circũferẽtiã: ſic angulus b g c ad angulũ e h f. Sed ſicut angulus b g c ad angulũ e h f: ſic angulus b a c ad angulũ e d f. duplus inquã eſt per 20 tertij: alter alterius. Et ſicut igitur b c circunferentia ad e f circũferentiã: ſic angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulũ e d f. In æqualibus igitur circulis anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs: & ſi ad centra & ſi ad circunferentias deducti fuerint. quod demonſtraſſe oportuit.

¶Dico etiã q; & ſicut b c circũferentia ad e f circunferentiã: ſic g b c ſector ad h e f ſectorẽ. Cõnectantur inquã b c & c k. & aſſumptis ſuper b c et c k circũferentijs x, o, ſignis: cõnectantur b x, x c, c o & o k. Et quoniã per 15 diffinitionẽ primi/duæ b g & g c duabus c g & g k ſunt æquales: æqualeſq; angulos cõpræhendunt/& baſis b c ipſi c k eſt æqualis: triãgulum igitur g b c per 4 primi/ triãgulo g c k eſt æquale. Et quoniã æqualis eſt b c circunferentia ipſi c k circũferẽtiæ: & reliqua igitur quæ in toto circulo a b c circũferentia reliquæ quæ in eodẽ toto a b c circulo circũferẽtiæ. Quare & ãgulus b x c: ipſi c o k eſt æqualis. Simile igitur per 10 diffinitionẽ tertij eſt b x c ſegmentum: ipſi c o k eſt ſegmento. & in æqualibus ſũt rectis lineis b c & k c. Quæ autem ſuper æqualibus rectis lineis ſimilia circulorũ ſegmẽta cõſiſtunt: ea adinuicẽ ſunt æqualia per 24 tertij. ſegmẽtũ igitur b x c: ipſi c o k ſegmẽto eſt æquale. eſt autẽ & triãgulũ g b c: triangulo g c k æq̃le. Totus igitur ſector g b c: toti g c k ſectori eſt æqualis. Id propterea & g k l ſector: vtriq; ipſorũ g b c & g c k eſt æqualis. Tres igitur ſectores g b c, g c k & g k l: ſibi inuicẽ ſũt æquales. Id propterea & h e f, h f m & h m n ſectores: ſibi inuicẽ ſũt æq̃les. Quotuplex igitur eſt b l circũferẽtia ipſius b c circũferẽtiæ: totuplex eſt & l g b ſector ipſius g b c ſectoris. Id propterea & quotuplex eſt n e circũferẽtia ipſius e f circũferentiæ: totuplex eſt & h e n ſector ipſius h e f ſectoris. Si igitur æqualis eſt b l circũferẽtia ipſi e n circũferẽtiæ: æqualis eſt & b g l ſector ipſi e h n ſectori. Et ſi excedit b l circũferẽtia ipſã e n circũferẽtiã: excedit quoq; & b g l ſector ipſũ h e n ſectorẽ. & ſi deficit: deficit. Quatuor autẽ exiſtentibus magnitudinibus/duabus inquã b c & e f circũferẽtijs/duobuſq; g b c & e h f ſectoribus: ſuſcipiũtur æque multiplices ipſius quidẽ b c circũferẽtiæ & ipſius g b c ſectoris, hoc eſt b l circũferentia & g b l ſector. ipſius autẽ e f circũferentiæ & ipſius h e f ſectoris: circunferẽtia nẽpe e n & ſector h e n. Et oſtenſum eſt q; ſi circunferentia b l excedit ipſam circunferentiã e n: excedit quoq; et b g l ſector ipſum e h n ſectorem. & ſi æq̃lis: æqualis & ſi deficit deficit. Eſt igitur per cõuerſionẽ primæ diffinitionis ſexti/ſicut circũferẽtia b c ad e f: ſic g b c ſector ad h e f ſectorem.

¶COROLLARIVM. ¶Et manifeſtum eſt q; ſicut ſector ad ſectorem: ſic angulus ad angulum.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
ſexti libri Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorũq; facile principis: primum ex Cãpano, deinde ex Theone Græco commẽtatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto, Arithmetica elementa. Liber ſeptimus.

¶Ex Campano triplex principiorum genus.

Primum. Diffinitiones.

1  Nitas: eſt qua vnaquęq; res vna dicitur.

2 ¶Numerus: eſt multitudo ex vnitatibus compoſita.

3 ¶Naturalis ſeries numerorum: dicitur in qua ſecũdum vnitatis additionẽ fit ipſorum computatio.

4 ¶Differentia numerorum: appellatur numerus quo maior abundat a minore.

5 ¶Numerus primus dicitur: qui ſola vnitate metitur.

6 ¶Numerus cõpoſitus dicitur quẽ alius numerus metitur.

7 ¶Numeri contra ſe primi dicuntur: qui nullo numero excepta ſola vnitate numerantur.

8 ¶Numeri adinuicem compoſiti ſiue communicantes dicũtur: quos alius numerus q̃ vnitas metitur/ nulluſq; eorũ eſt ad alium primus.

9 ¶Numerus per aliũ multiplicari dicitur: qui toties ſibi coaceruatur/ quoties in multiplicante eſt vnitas.

10 ¶Productus vero dicitur: qui ex eorũ multiplicatiõe creſcit.

11 ¶Numerus alium numerare dicitur: qui ſecũdum aliquem multiplicatus illum producit.

12 ¶Pars: eſt numerus numeri minor maioris/ cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur: numerantis multiplex appellatur.

13 ¶Denominans: eſt numerus ſecundum quem pars ſumitur in ſuo toto.

14 ¶Similes dicũtur partes: quæ ab eodẽ numero denoiantur.

15 ¶Prima ſimpla numeri pars: eſt vnitas.

16 ¶Quando duo numeri partem habuerint communem: tot partes maioris dicetur eſſe minor/ quoties eadem pars fuerit in minore. totæ vero: quoties ipſa fuerit in maiore.

17 ¶Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidẽ ad maiorem: in eo q̃ eſt maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem: ſecundum q̃ eum continet & eius partẽ vel partes.

18 ¶Cum fuerint quotlibet numeri continue proportionales: dicetur proportio primi ad tertiũ ſicut primi ad ſecũdũ

duplicata.ad quartum vero:triplicata.

¶Cum continuatæ fuerint eædem vel diuerſæ proportiones:dicetur proportio primi ad vltimum/ex omnibus cõpoſita. 19

¶Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem:pars/ vel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorẽ:totum/ vel totum & pars vel partes/prout maior ſuperfluit. 20

¶Similes ſiue vna alij eadẽ dicuntur proportiones:quę eandem denominationem recipiunt. Maior vero:quæ maiorem. Minor autem:quæ minorem. 21

¶Numeri vero quorum proportio vna:proportionales appellantur. 22

¶Termini ſiue radices dicuntur:quibus in eadem proportione minores ſumi impoſſibile eſt. 23

¶Petitiones.

¶Cuilibet numero:quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet/vel multiplices. 1

¶Quolibet numero:aliquem quantũlibet ſumere poſſe maiorem. 2

¶Seriem numerorum:in infinitum poſſe procedere. 3

¶Nullum numerum in infinitum poſſe diminui. 4

¶Communes animi conceptiones.

¶Omnis pars:minor eſt ſuo toto. 1

¶Quicunq; eiuſdem ſiue æqualium fuerint æque multiplices:ipſi quoq; erunt æquales. 2

¶Quibus idem numerus æquæ multiplex fuerit/ſiue quorum æque multiplices fuerint æquales:& ipſi etiam erunt æquales. 3

¶Omnis numeri pars eſt vnitas:ab ipſo denominata. 4

¶Omnis pars eſt minor:quæ maiorem habet denominationem.maior vero:quæ minorem. 5

¶Quilibet numerus totus eſt ab vnitate:quota pars ipſius eſt vnitas. 6

¶Quicunq; numerus in vnitatem ducitur:ſeipſum producit. Vnitas quoq; in quẽcunq; ducta:producit eundem. 7

¶Quicunq; numerus numerat duos:numerat quoq; compoſitum ex illis. 8

¶Quicunq; numerus numerat aliquem: numerat omnem numeratum ab illo. 9

¶Quicunq; numerus numerat totum & detractum:numerat reſiduum. 10

¶EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHI-
losophi Mathematicorumq; facile principis: ex Theone Græco commẽtatore, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Arithmetica elementa. Liber ſeptimus.

¶Euclidis ex Zamb. Diffinitiones.

1 VNitas: eſt qua vnumquodq; exiſtens vnum dicitur.

2 ¶Numerus autem: ex vnitatibus compoſita multitudo.

3 ¶Pars: eſt numerus numeri minor maioris/ quando dimetitur maiorem.

4 ¶Partes autem: quando non metitur.

5 ¶Multiplex vero: maior minore/ quãdo eũ metitur minor.

6 ¶Par numerus: eſt qui biſariam diuiditur.

7 ¶Impar vero: qui biſariã non diuiditur/ vel qui vnitate differt a pari.

8 ¶Pariter par numerus: eſt quẽ par numerus metitur per numerum parem.

9 ¶Pariter autem impar: eſt quem par numerus metitur per imparem numerum.

10 ¶Impariter vero par: eſt quem impar numerus dimetitur per numerum parem.

11 ¶Impariter vero impar numerus eſt/ quem impar numerus metitur per imparem numerum.

12 ¶Primus numerus: eſt quem vnitas ſola metitur.

13 ¶Primi adinuicem ſũt numeri: quos vnitas ſola dimetitur communi menſura.

14 ¶Compoſitus numerus: eſt quẽ numerus aliquis metitur.

15 ¶Compoſiti autem adinuicẽ numeri: ſunt quos numerus aliquis communi dimenſione metitur.

16 ¶Numerus numerum multiplicare dicitur: quando quotæ ſunt in ipſo vnitates toties cõponitur multiplicatus/ & gignitur aliquis.

17 ¶Quando autem bini numeri ſeſe adinuicem multiplicantes/ aliquem fecerint: factus/ planus appellatur. Latera vero illius: multiplicantes ſeſe inuicem numeri.

18 ¶Quando vero tres numeri ſeſe multiplicantes adinuicem fecerint aliquem: factus ſolidus appellatur. latera vero illius: multiplicantes ſeſe inuicem numeri.

19 ¶Quadratus numerus: eſt qui æque æqualis/ vel qui ſub duobus æqualibus numeris continetur.

20 ¶Cubus vero: qui æque æqualis æque. vel qui ſub tribus æqualibus numeris continetur.

21 ¶Numeri proportionales: ſunt quando primus ſecundi/ & tertius quarti æque fuerit multiplex/ vel eadem pars vel

eædem partes.

¶Similes plani et ſolidi numeri: ſunt qui proportionalia habent latera.

¶Perfectus numerus: eſt qui ſuiipſius partibus eſt æqualis.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 1.

SI a maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo ſuperſit/ ac deinde de minore ipſum reliquum donec minus eo relinquatur/ itemq; a reliquo primo reliquū ſecundum quouſq; minus eo ſuperſit/ atq; in huiuſcemodi cōtinua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictū numeret vſq; ad vnitatem: eos duos numeros contra ſe primos eſſe neceſſe eſt. t

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri/ a b & c d: c d, minor. detrahatq; c d ex a b quoties poteſt: & ſit reſiduum e b. qui erit minor c d: alioqui poſſet ex ipſo adhuc detrahi c d. detrahatur & ipſe e b ex c d, quoties poteſt: ſitq; reſiduū f d. ſed & f d detrahatur ex e b, quoties poteſt: & ſit reſiduum g b, quod ſit vnitas. dico tūc numeros a b & c d: eſſe contra ſe primos. Si enim ſunt compoſiti: numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numerus præter vnitatem/ qui ſit h. & quia h numerat c d: numerabit a e per penultimam conceptionem. & quia idem numerat a b: numerabit etiam e b per vltimam cōceptionem. ergo & c f per penultimā. quare & f d per vltimam. ergo & g e per penultimā. ergo & g b per vltimam. & quia g b eſt vnitas: ſequitur numerum eſſe partem vnitatis vel ſibi æqualem. quod eſt impoſſibile. Erūt igitur a b & c d: contra ſe primi. quod eſt propoſitum.

a . . . . . e . . . g . b

c . . . . . f . . . d

h . .

¶CAMPANI additio. ¶Q; ſi duo numeri a b & c d ſint cōtra ſe primi: non erit in hac mutua detractione ſtatus anteq; ad vnitatem perueniatur. Et eſt iſtud conuerſum eius qđ author proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit ſtatus anteq; peruenīatur ad vnitatē: ſit vt g b ſit numerus qui detrahatur ab f d. & nichil ſit reſiduum. igitur g b numerat f d. ergo per penultimā conceptionē: numerat & e g. & quia etiam numerat ſeipſum: numerabit per antepenultimā conceptionem totum e b. ergo per penultimā numerat c f. Sed oſtēſum eſt prius q; numerat f d. ergo per antepenultimā numerat totum c d. quare per penultimam numerat a e. & quia oſtenſum eſt prius q; etiam numerat e b: ſequitur per antepenultimam vt etiam numeret a b. quia igitur numerus g b numerat vtrumq; duorum a b & c d: numeri a b & c d ſunt compoſiti. nō igitur contra ſe primi. quod eſt contra hypotheſin. ¶Per hāc ergo viam/ propoſitis quibuſq; duobus numeris: inueſtigamus vtrum ipſi ſint contra ſe primi. ſi enim tali facta mutua detractione perueniatur ad vnitatē: ipſi ſunt contra ſe primi. Si autem ſit ſtatus anteq; perueniatur ad vnitatem: ipſi ſunt compoſiti.

a . . . . . e . . . g . b

c . . . . f . . . d

a
.
h
. e
f .
. .
. g
. .
. . .
. . .
. d e
b

Euclí. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

¶Si duobus numeris inæqualibus expoſitis/ ſublato ſemper minore a maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad aſſumpta fuerit vnitas: qui a principio numeri/ primi adinuicem erunt. t

¶THEON ex Zamberto. ¶Duobus namq; inæqualibus numeris propoſitis a & c d, ſublato ſemper minore a maiore: reliquus minime metiatur præcedētem quoad ſumpta fuerit vnitas. Dico q; ipſi a b & c d, primi adinuicem ſunt: hoc eſt q; ipſos a b & c d vnitas ſola dimetitur. Si autē a b & c d non ſunt primi adinuicem: eos aliquis numerus metie-

tur. metiatur: eſtoq; e. & c d ipſum b f metiens: relinquat eo minorem f a. at a f ipſum d g metiens: relinquat eo minorem g c. & g c ipſum f h metiens: relinquat vnitatem h a. Quoniam igitur e ipſum d c metitur/& c d ipſum b f metitur: igitur & e ipſum b f metitur. metitur autem & totum b a. & reliquum igitur a f metietur. At a f ipſum d g metitur. & e igitur ipſum d g metietur. metitur autem & totum d c. & reliquum igitur c g metietur. At c g ipſum f h metitur. & e igitur ipſum f h metietur. metitur autē & totum f a. & reliquam igitur a h metietur vnitatem: numerus exiſtēs. quod eſt impoſſibile. Igitur ipſos a b & c d: nullus numerus metietur. Igitur a b & c d: primi adinuicem ſunt. quod demonſtrare oportebat.

a
h
c
f
g
b d e

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

1 PROpoſitis duobus numeris adinuicem compoſitis: maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

¶ CORRELARIVM. ¶ Vnde manifeſtum eſt quia omnis numerus duos numeros numerās: numerat numerum maximum ambos numerantem.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri compoſiti a b & c d. minor: c d. quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem: volo inuenire maximum numerum eos communiter numetantem. Secūdum modum & ſimilitudinem prioris: minuo minorē de maiori/quoad poſſum. videlicet c d de a b. & ſit reſiduū e b. itēq; e b de c d quoad poſſum: & ſit reſiduum f d. & quia huius diminutio non poteſt fieri infinities per vltimam petitionem/nec poteſt etiam ad vnitatē peruenire in propoſito per præcedentem/ quia tunc eſſent numeri propoſiti contra ſe primi/ quod eſt contra hypotheſin: ſit vt cū detraxero f d ex e b quoad poteroq; nichil ſit reſiduum. dico tunc f d eſſe maximū numerū numerantē a b & c d. Q; enim numeret eos: patet per penultimam & antepenultimā conceptionē/alternatim quoties oportuerit repetitas/ ſicut in demonſtratione conuerſæ præcedentis. Numerat enim f d; e b, quia cū ab ipſo detrahitur quoad poteſt: nichil fit reſiduū. ergo & c f per penultimā cōceptionē. ergo & c d per ātepenultimā. quare & a e per penultimā. igitur & a b per antepenultimā. Q; autē nullus maior f d, numeret a b et c d: ſic patet. Si eni fieri poteſt: ſit numerus g maior f d, numerans vtrūq; duorū numerorū a b et c d. quia igitur g numerat c d: numerabit per penultimā conceptionem a e. et quia numerat a b: numerabit per vltimā e b. ergo per penultimā numerat c f. et quia etiam numerat c d: numerabit per vltimā f d, maior videlicet minorē. quod eſt impoſſibile. Ex hoc ſecundo proceſſu liquet correlariū.

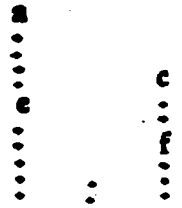
a . . . . . e . . . . . b
c . . . . . f . . . d
g . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio. 2.

1 ¶ Duobus numeris datis non primis adinuicem: maximā eorum communem dimenſionem inuenire.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint dati bini numeri non primi adinuicē: a b et c d. oportet iā ipſorum a b et c d: maximā dimēſionē inuenire. Si quidem c d ipſum a b metitur: metitur & ſeipſum. Igitur c d: ipſorum c d & a b communis dimenſio eſt. & manifeſtum eſt q; maxima. nullus autem maior ipſo c d: ipſum c d metietur. ¶ Si autē c d non metitur ipſum a b: ipſorum a b & c d ſublato per primam ſeptimi ſemper minore a maiore/ ſumetur numerus aliquis qui metietur præcedētē/ vnitas quidē non ſumetur. Si autē nō: erunt a b & c d primi adinuicē. quod nō ſupponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem. & c d quidem ipſum e b metiens: per primā ſeptimi relinquat eo minorem a e. a e autem ipſum d f metiens: relinquat eo minorem c f. & c f: ipſum a e metiatur. Quoniam igitur c f ipſum a e metitur/& a e ipſum d f

a
a
c
e
f
b d b d

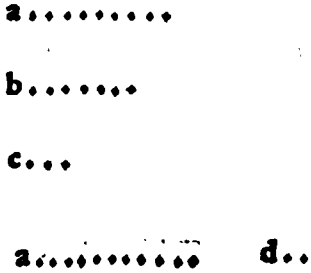


metitur: igitur c f ipſum d f metietur. metitur & ſeipſum. & totum igitur c d metietur. At c d ipſum b e metitur. & c f igitur ipſũ b e metitur, metitur autẽ & e a. igit̃ & totũ b a metiet̃. metitur & c d. igitur c f ipſos a b & c d metitur. Igitur c f ipſorum a b et c d communis dimenſio eſt. ¶Dico ꝙ et maxima. ſi c f ipſorum a b et c d non eſt maxima cõmunis mẽſura: metietur ipſos a b et c d numeros aliquis numerus maior exiſtẽs ipſo c f. metiatur: eſtoq; g. Et quoniam g ipſum c d, et c d ipſum b e metitur: & g igitur ipſum b e metitur. Metitur autẽ et totum a b. et reliquũ igitur a e metietur. at a e ipſum d f metitur. et g igitur ipſum d f metietur. metitur autem et totũ c d. et reliquũ igitur c f metietur/ maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur ipſos a b et c d numeros numerus non metietur; maior exiſtens ipſo c f. Igitur c f ipſorum a b et c d maxima eſt communis menſura. quod oportebat facere.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc manifeſtũ eſt ꝙ ſi numerus binos numeros metitur: et maximã communem eorum dimenſionem metietur.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

PRopoſitis tribus numeris adinuicem compoſitis: maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire. 3



¶CAMPANVS. ¶Priuſq̃ hanc tertiam concluſionem demonſtremus: demonſtrandum arbitramur ipſius antecedens. videlicet propoſitis tribus numeris: qualiter poterimus certificare an ipſi ſint adinuicem compoſiti. ¶Sint itaq; tres numeri a, b, c. de quibus volo videre vtrũ ipſi ſint adinuicẽ cõpoſiti. per primã igitur inquiro an duo primi qui ſunt a & b ſint adinuicẽ primi. ꝙ ſi ſic: nõ erũt a, b, c, adinuicem cõpoſiti per diffinitionem. ¶Si autẽ a & b ſunt adinuicem compoſiti: ſit per præcedentem d maximus numerus eos numerans. qui ſi numerat c: erunt per diffinitionem/ a, b, c adinuicem compoſiti. Si autem non numerat ipſum/ ſed ipſi c & d quidem ſunt contra ſe primi: non erunt a, b, c adinuicem compoſiti. nam quicunq; numeraret eos: numeraret etiã d per correlarium præcedentis/ ſicq; eſſent d & c compoſiti. quod eſt contra hypotheſin. Si autem c & d ſunt compoſiti: erunt etiam a, b, c adinuicem cõpoſiti. Sit enim per præmiſſam/ e: maximus numerans c & d. qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b. quare per diffinitionẽ a, b, c, ſunt adinuicem compoſiti. Simili quoq; modo ſcietur/ propoſitis quotlibet pluribus q̃ tribus: an omnes ſint adinuicem compoſiti. ¶Propoſitis itaq; tribus qui ſunt adinuicem compoſiti/ qui etiam ſint a, b, c volo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo ſecundum doctrinam præmiſſæ: d maximum numerantẽ a & b. qui ſi numerat c: ipſe eſt quem quærimus. alioquĩ per correlariũ præcedentis ſequeretur maiorẽ numerare minorẽ. Si autẽ non numerat c: erunt tamen c & d adinuicem compoſiti per hypotheſin & correlariũ præcedentis & diffinitionem. ſit igitur maximus eos numerans: e. dico e eſſe maximũ numerãtem a, b, c. Oꝫ enim eos numetet: patet per hanc vltimã hypotheſin quæ eſt ipſum eſſe maximum numerantẽ c & d, et per penultimã cõceptionem. Et ꝙ nullus eo maior numeret eos: ſic patet. ſit enim ſi poteſt fieri/ f maior e: qui numeret a, b, c. qui cũ numeret a & b: numerabit per correlariũ præmiſſæ d. & quia etiã numerat c: numerabit per idẽ correlarium c, maior videlicet minorem. quod eſt impoſſibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e: numerans a, b, c. quod eſt propoſitum.

¶CAMPANI additio. ¶Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus: numerans quotlibet plures tribus adinuicem compoſitos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem eſt modus & ars in tribus & pluribus. ¶Ex vltimo autem huius demonſtrationis proceſſu: poſſumus etiam iſtud correlarium huic tertiæ concluſioni adijcere.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifeſtũ eſt ꝙ omnis numerus nume-

rans quotlibet adinuicem compoſitos: numerat maximum numerantẽ eos omnes.& etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Eucli.ex Zamb. Problema 2. Propoſitio.3

3 ¶Tribus numeris datis nõ primis adinuicem: maximam eorum communem menſuram inuenire.

¶THEON ex Zãberto. ¶Sit dati tres numeri nõ primi adinuicẽ a,b, c.oportet iam ipſorum a,b,c: maximam communẽ dimenſionem inuenire.Sumatur ipſorum a,b: maxima communis menſura d,per ſecundã ſeptimi.Iã ipſe d:ipſum c aut metitur aut nõ metitur. metiatur primũ. metietur autem & a,b.Igitur d metitur ipſos a,b,c.Igitur d:ipſorum a, b, c communis dimenſio eſt.Dico iam q & maxima.Si autem d ipſorum a,b,c non eſt maxima communis menſura:metietur ipſos a, b, c, numeros aliquis numerus maior ipſo d.Metiatur:& eſto e. Quoniam e metitur ipſos a,b,c:metietur igitur & ipſos a,b.Igitur & ipſorum a,b, maximam communem menſuram metietur/ per correlarium ſecundæ ſeptimi.Ipſorum autem a,b: maxima cõmunis menſura eſt d. Igitur e ipſum d metitur/maior minorem.quod eſt impoſſibile per conſtructionem.Ipſos igitur a,b,c,numeros:numerus aliquis non metietur maior exiſtẽs ipſo d.Igitur d:ipſorum a,b,c,maxima communis dimẽſio eſt. ¶Non metiatur iam d ipſum c. Dico q primum d & c: non ſunt primi adinuicem.Quoniam enim a,b,c,per hypotheſin non ſunt primi adinuicem:metietur eos aliquis numerus.At ipſos a,b,c,metiens/metietur & ipſos a,b:& ipſorum a,b,maximam menſuram d,metietur per correlarium ſecundæ ſeptimi.Metitur autem & c.Ipſos igitur d,c, numeros: numerus aliquis metietur.igitur d & c:non ſunt primi adinuicem. Sumatur per 2 ſeptimi igitur ipſorum ipſorum d,c, maxima cõmunis mẽſura e.& quoniam e ipſum d metitur/at d ipſos a,b,metitur: & e igitur ipſos a,b,metiẽ.metitur autẽ & c.Igiẽ e ipſos a,b,c,metitur.Igiẽ e ipſorũ a,b,c,cõmunis dimẽſio eſt. ¶Dico aũt q & maxima.Si aũt e ipſorũ a,b,c,nõ eſt maxima mẽſura:ipſos a, b,c,numeros metietur aliquis numerus maior exiſtens ipſo e.metiatur:& eſto f.Et quoniam f ipſos a, b,c,metitur/& ipſos a,b,metitur:& ipſorum a,b,igitur communẽ maximam menſuram metietur per correlarium ſecundæ ſeptimi.Ipſorũ autem a,b:maxima cõmunis menſura eſt d.Igitur f ipſum d metitur:metitur autem & c.Igitur f ipſos d,c,metitur.& ipſorum d,c,maximã cõmunem menſuram metietur per idem.At ipſorum d,c,maxima cõmunis menſura eſt e.Igitur f ipſum e metitur:maior minorem.quod eſt impoſſibile.Ipſos igitur a,b,c,numeros numerus aliquis nõ metitur maior exiſtens ipſo e.Igitur e ipſorum a,b,c, maxima cõmunis dimenſio eſt.quod feciſſe oportuit.

¶CORRELARIVM. ¶Proinde manifeſtum eſt/q ſi numerus aliquis tres numeros metitur:& maximam eorum communem dimenſionẽ metietur.Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicẽ: maxima communis dimenſio inuenietur/& correlarium ſuccedet.

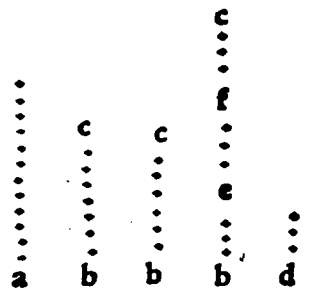
Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

4 Mnium duorum numerorum inæqualium:minor/ maioris aut pars eſt/aut partes.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b.b:minor.dico q b eſt pars vel partes a.Aut enĩ b numerat a:aut non. ſi numerat:pars eius eſt per diffinitionem. Si nõ numerat ipſum:aut ergo ſũt adinuicem primi/aut non: ſi non ſunt adinuicem primi: habebunt per diffinitionem partem communem/ quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur eſſe b per diffinitionem.ſi autem ſint adinuicem primi:quia tamen omnis numeri pars eſt vnitas ab ipſo denominata/patet idem per vnitates.

¶ Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 4.

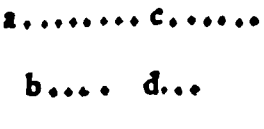
¶ Omnis numerus: omnis numeri minor maioris aut pars eſt aut partes. 4



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit bini numeri a,b c: & ſit minor b c. Dico q̃ b c: ipſius a aut pars eſt aut partes. Ipſi enim a, b c, aut primi adinuicem ſunt: aut non. ſint primum a,b c: primi adinuicem. Diuiſo etenim b c in eas quæ in ipſo ſunt vnitates: erit vnaquæq; vnitas earum quæ in b c, pars aliqua ipſius a. proinde partes ſunt b c: ipſius a. ¶ Nõ ſint autem ipſi a,b c: primi adinuicẽ. Iam b c ipſum a aut metitur: aut non metitur. Si quidem igitur b c ipſum a metitur: pars eſt b c ipſius a. Si autem non: ſumatur per ſecundam ſeptimi ipſorum a,b c, maxima communis menſura. ſitq; d. Diuidatur b c in æquales ipſi d: hoc eſt b e, e f & f c. Quoniam d ipſum a metitur: pars eſt d ipſius a. æqualis autẽ eſt d vnicuiq; ipſorum b e, e f & f c. & vnuſquiſq; igitur ipſorum b e, e f & f c: ipſius a eſt pars. Quare partes eſt b c ipſius a. Omnis igitur numerus: omnis numeri minor maioris aut pars eſt aut partes. quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

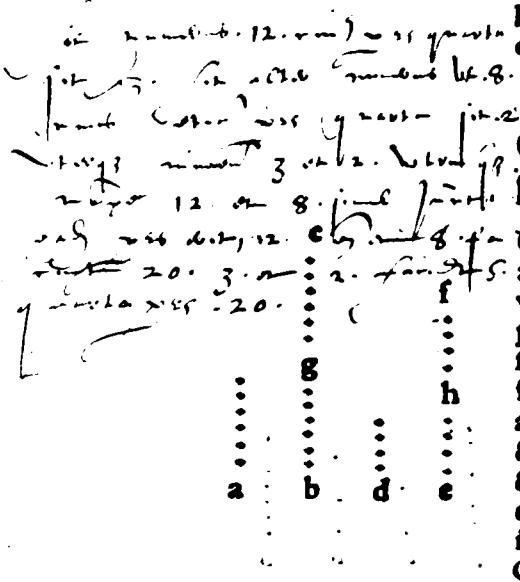
SI fuerint quatuor numeri quorũ primus tota pars ſecundi quota tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tota pars ſecundi & quarti pariter acceptorum/quota primus ſecundi. 5



¶ CAMPANVS. ¶ Volẽs Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentium non indigere/ſed per ſeipſos ſtare: partem eius quod propoſuit per primã quinti de quantitatibus in genere/proponit per hãc quintã huius ſeptimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a,b,c,d. ſitq; b tota pars a: quota d, c. dico q̃ b & d pariter accepti ſunt tota pars a & c pariter acceptorum: quota b eſt a. diuiſis enim a & c ſecundum quãtitatem b & d: argumentare ſicut in prima quinti. erit enim vt totidem ſint partes a: quot c per poſitionem. & vt aggregatum ex prima parte a & prima c: ſit æquale aggregato ex b & d. ſimiliter quoq; & aggregatũ ex ſecunda parte a & ſecunda c. & quia hæc aggregatio toties poteſt fieri quoties cõtinetur b in a: ſequitur vt numerus æqualis aggregato ex b & d toties contineatur in aggregato ex a & c quoties b cõtinetur in a. quare conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 5.

¶ Si numerus numeri pars fuerit/& alter alterius eadem pars: & vterq; vtriuſq; eadem pars erit/quæ vnus vnius. 5

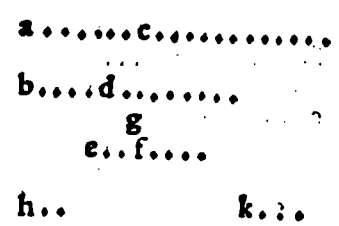


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numerus enim a, numeri b c eſto pars: & alter d alterius e f eadem pars/ quæ eſt a ipſius b c. Dico q̃ vterq; a, d, vtriuſq; b c & e f eadem pars eſt: quæ & a ipſius b c. Quoniam enim a pars eſt ipſius b c, ea demq; pars eſt d ipſius e f: quot igitur ſunt in ipſo b c numero æquales ipſi a, tot ſunt & in ipſo e f numero æquales ipſi d. Diuidatur inquam b c in æquales ipſi a, hoc eſt b g & g c: & e f in æquales ipſi d, hoc eſt e h, h f. erit iam æqualis multitudo ipſorum b g & g c: multitudini ipſorum e h & h f. Et quoniam æqualis eſt b g ipſi a, & e h ipſi d: igit̃ b g ipſi a eſt æqualis/& b g & e h ipſis a, d. Id propterea iam & g c ipſi a eſt æqualis: & g c & f h ipſis a, d. Quot enim ſunt in ipſo b c numeri æquales ipſi a: tot ſunt & in b c & e f æquales ipſis a, d. Quotuplex igitur eſt b c ipſius a: totuplex eſt & vterq; b c & e f, vtriuſq; a, d. Quæ igitur pars eſt a ipſius b c: eadẽ pars eſt: & vterq; a, d, vtriuſq; b c & e f, quod oportebat demonſtrare.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus totæ partes ſecũdi quotæ tertius quarti: erũt primus & tertius pariter accepti totæ partes ſecũdi & quarti pariter acceptorum/quotæ primus ſecundi.

¶CAMPANVS. ¶Quod propoſuit præmiſſa de parte: proponit iſta de partibus. Sint itaq; vt prius quatuor numeri a,b,c,d: ſitq; vt b ſit tot & totæ partes a,quot & quotæ d eſt c. dico q; b & d pariter accepti erũt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ: quot & quotæ b eſt a. Dico autem tot & totas: quia partiũ pluralitas duobus numeris diffinitur/quorum alter numerator dicitur/alter denominator. vt cũ dicimus tres quintæ: ternarius numerat quinarius denominat. Quia igitur b eſt partes a: ſit vt ſint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k. eritq; ſimiliter per poſitionem/ d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b ſit e: & vna partium d, ſit f. eritq; per hypotheſin/e pars b denominata ab h: & pars a denominata a k. Similiter quoq; & f erit pars d ſecundum h: & pars c ſecundum k. Compoſitus igitur ex e & f ſit g. eritq; per præmiſſam/g pars b & d pariter acceptorum/ſecundum h. itemq; per eãdem erit pars a & c pariter acceptorum/ſecũdum k. quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ a b h & denoiatæ a k: eo q; eorũ cõis pars eſt g minoris ſecundũ h & maioris ſecũdũ k. & quia ſic erat b,a: cõſtat propoſitũ.

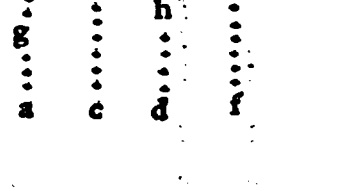


¶CAMPANI annotatio. ¶Potes autem & per hanc & præmiſſam/qđ proponit de quatuor numeris: ad quotlibet numeros ãpliare. q; ſi quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur/ fuerintq; ſinguli ſingulorum tota pars aut partes/quota vel quotæ primus ſecundi: erũt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum/quota vel quotæ primus ſecundi. quod facile probatur per hanc & præmiſſam/quoties oportuerit repetitas. Et ſi crederemus eſſe intentionem Euclidis aſſumere ex prius demonſtratis aliqua ad demonſtrationem eorum quæ hic proponit: ex 13 quinti facile demonſtraſſemus hanc ſextam. Nunc autem quia videtur oppoſitum (aliter enim ſuperuacue propoſuiſſet multa de numeris: quæ demonſtrata ſunt in quinto de quantitatibus in genere) neceſſe habuimus proprijs vti demonſtrationibus tanq; ex prioribus nichil ſumentes/ ſolis huius ſeptimi cõtẽti principijs. propter quod & petitiones & communes animi conceptiones/ ppoſito pprias non incõueniẽter huius ſeptimi pricipio appoſuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6.

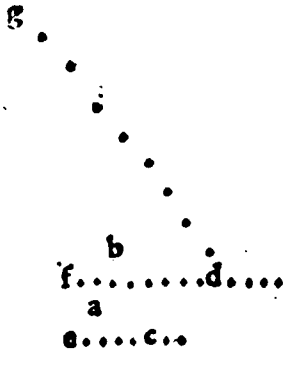
6 ¶SI numerus numeri partes fuerit/ & alter alterius eædẽ partes: & vterq; vtriuſq; eædẽ partes erũt/quæ vnus vnius.

¶THEON ex Zamb. ¶Numerus inq̃ a b, numeri c eſto partes: & alter d e alterius f eædem partes, quæ a b ipſius c. Dico q; & vterq; a b et d e, vtriuſq; e,f, eædem partes ſunt: quæ a b ipſius c. Quoniam enim quales partes ſunt a b ipſius c, eædem partes ſunt & d e ipſius f: quotæ igitur partes ſunt in ipſo a b ipſius c, totæ partes & in d e ipſius f. Diuidatur quidem a b in partes ipſius c: hoc eſt a g & g b. necnon d e in partes ipſius f: hoc eſt d h, & h e. Erit multitudo ipſorum a g, g b æqualis multitudini ipſorum d h, h e. & qm̃ qualis pars eſt a g ipſius c, talis pars eſt & d h ipſius f: qualis igit̃ pars eſt a g ipſiꝰ c, talis pars eſt & vterq; a g & d h vtriuſq; c,f. Id propterea et qualis pars g b ipſiꝰ c: talis ps eſt & vterq; g b. & h e vtriuſq; c f. Quales igit̃ partes ſunt a b ipſius c: tales partes ſũt et vterq; a b et d e vtriuſq; c,f. qđ demõſtrare oportebat.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars/ detrahaturq; ab ambobus ipſa pars: erit reliquus



tota pars reliqui/quota totus totius.

¶CAMPANVS. ¶Quod proponit hic Euclides de numeris: ꝓpoſuit ſuperius in quinta quinti de q̃titatibus in genere. Sit ita vt quota pars eſt totus a totius b: totus ſit c detractus ab a, d detracti a b. dico ꝙ tota erit e reſiduus a f reſidui b: quota eſt totus a totius b. & hæc eſt quaſi cõ uerſa quintæ. Sit enī per petitionē/e tota pars g: quota c eſt d. eritq; per 5/tota pars a compoſiti ex g & d: quota eſt c, d. quare & quota eſt a, b. igitur per ſecundam conceptionē compoſitus ex g & d eſt æqualis b. dēpto itaq; ab vtroq; numero/d: erit g æqualis f. quare erit e tota pars f: quota eſt a, b. tota enim erat e, g. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 7. 7

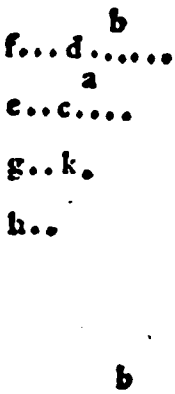
¶Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati: & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.



¶THEON ex Zāberto. ¶Numerus enī a b numeri c d pars eſto: qualis ablatus a e ablati c f. Dico ꝙ & reliquus e b reliqui f d eadē eſt pars: qualis eſt a b ipſius c d. Qualis enī pars eſt a e ipſius c f: talis pars eſto & e b ipſius c g. Et quoniam qualis pars eſt a e ipſius c f talis pars eſt & e b ipſius c g: qualis igitur pars eſt a e ipſius c f, talis eſt per 5 ſeptimi & a b ipſius f g. Qualis autem pars eſt a e ipſius c f: talis pars ſupponitur a b ipſius c d. Qualis pars igitur eſt a b ipſius f: g talis pars eſt a b ipſius c d. igitur a b: vtriuſq; ipſorum g f & c d eadem pars eſt. æqualis igitur eſt f g ipſi c d. Communis auferatur c f. Reliquus igitur g c: reliquo f d eſt æqualis. Et quoniam qualis pars eſt a e ipſius c f, talis pars eſt e b ipſius g c, æqualis autem eſt g c ipſi f d: qualis igitur pars eſt a e ipſius c f, talis pars eſt & e b ipſius f d. Sed qualis pars eſt a e ipſius c f: talis pars eſt & a b ipſius c d. qualis igitur pars eſt e b ipſius f d: talis pars eſt & a b ipſius c d. Et reliquus igitur e b, reliqui f d talis eſt pars: qualis totus a b totius c d. quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

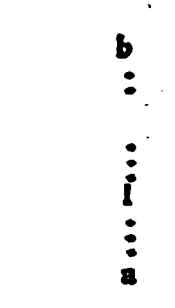
SI a duobus numeris (quorum alter alterius partes) propoſitis partes illæ ſubtrahantur: erit reliquus reliqui eædem partes quæ eſt totus totius. 8



¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt quaſi conuerſa ſextæ. vt ſi ſit quot & quotæ partes eſt totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b ad detracti a b: erit e reſiduus a, tot & totæ partes f reſidui b, quot & quotæ eſt a, b. Sit enī g vna partium a: & h vna partium c. eritq; propter hypotheſin/ g tota pars a: quota h, c. & tota b: quota h, d. detrahatur igitur h de g: & remaneat k. eritq; k per præmiſſam/tota pars e: quota g, a. & tota f per eandem: quota g, b. quia igitur e & f habent partem communem quæ eſt k: erit per 16 diffinitionem/e partes f tot quidem quota pars eſt k, e. & totæ: quota eſt k, f. & quia tot & totæ erat a, b: patet propoſitum.

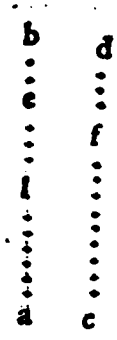
Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 8.

¶Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati: & reliquus reliqui eædem partes erit: quæ totus totius. 8



¶THEON ex Zāberto. ¶Numerus enī a b, numeri c d partes eſto: quę ablatus a e, ablati c f. Dico ꝙ reliquus e b, reliqui f d eædem partes eſt: quæ totus a b totius c d. Ponatur inquā ipſi a b æqualis g h. quæ igitur partes eſt g h ipſius c d: eadē partes eſt & a e ipſius c f. Diuidatur quidem g h in ipſius c d partes: hoc eſt g k & k h & a e in ipſius c f partes: hoc eſt a l & l e. erit autem æqualis multitudo ipſorū g k & k h multitudini ipſorum a l & l e. & quoniam qualis pars eſt g k ipſius c d talis pars eſt & a l ipſius c f, maior autē eſt c d ipſo c f: maior igitur eſt & g k ipſo a l. ponatur ipſi a l æqualis m g. Igitur qualis pars eſt g k ipſi-

us c d: talis pars eſt & g m ipſius c f. & reliquus igitur m k per 7 ſeptimi reliqui f d eadem pars eſt: ſicut totus g k totius c d. Rurſus quoniam qualis pars eſt k h ipſius c d talis pars eſt & e l ipſius c f; maior autē eſt c d ipſo c f: maior igitur eſt & h k ipſo e l. ponatur ipſi e l æqualis k n. Qualis igitur pars eſt k h ipſius c d: talis pars eſt & k n ipſius c f. & reliquus igitur n h per 7 ſeptimi reliqui f d eadem pars eſt: quæ totus k h totius c d. patuit autē ℘ & reliquus m k reliqui f d eadem pars eſt: qualis totus g k totius d c. & vterq; igitur m k & n h per 5 ſeptimi ipſius d f eædem partes eſt: quæ totus h g totius c d. Aequalis autem eſt vterq; ipſorum m k & n h ipſi e b. At h g ipſi b a. & reliquus igitur e b, reliqui f d eædem partes eſt: quæ totus a b totius c d. quod oportebat demonſtrare.





Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

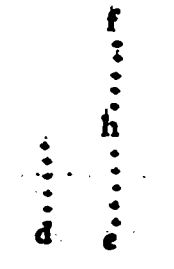
9 SI fuerint quatuor numeri quorum primus ſecundi tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes primus tertij/ quota pars aut partes ſecundus quarti.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit a primus tota pars b ſecundi: quota c tertius d quarti. ſintq; a & b minores c & d. aliter enim: eſſet econueſo ei qđ proponit. dico ℘ quota pars vel partes eſt a, c: tota vel totæ eſt b, d. diuidãtur enim/ b quidem ſecundum quantitatem a: d vero ſecundum c. erũtq; per præſentem hypotheſin/ tot partes b: quot d. & quia vnaquæq; partium b eſt æqualis a, & vnaquæq; d, c: eſt autem a, c, pars aut partes per præſentem hypotheſin & per quartam huius: erit vnaquæq; partium b ſuæ comparis ex partibus d vt prima primæ ſecunda ſecundæ ſicq; de cæteris/ tota pars aut partes quota vel quotæ eſt a, c. per 5 igitur vel 6 ſub diſiũctione quoties oportuerit repetitas/ erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ eſt a, c. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 ¶ Si numerus numeri pars fuerit/ & alter alterius eadẽ pars: & viciſſim qualis pars eſt vel partes primus tertij/ eadẽ pars erit vel partes ſecundus quarti.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numerus iſiquam a numeri b c eſto pars: & alter d alterius e f eadem pars, qualis eſt a ipſius b c. minor autē eſto a ipſo d. Dico ℘ & viciſſim qualis pars eſt a ipſius d vel partes: eadẽ pars eſt vel partes b c ipſius e f. Quoniam enim qualis pars eſt a ipſius b c talis pars eſt & d ipſius e f: quot igitur ſunt in b c numeri æquales ipſi a: tot ſunt & in e f æquales ipſi d. Dirimatur quidem b c in ipſi a æquales: hoc eſt b g & g c. & e f in ipſi d æquales: hoc eſt e h & h f. eſt iã æqualis multitudo ipſorum b g et g c: multitudini ipſorum e h et h f. Quare et qualis pars eſt b g ipſius e h vel partes: eadẽ eſt pars. et vterq; b c vtriuſq; ipſorum e f vel eædem partes. & quoniam æquales ſunt b g et g c numeri adinuicem, et e h et h f numeri/ ſibiinuicem ſunt æquales/ et æqualis eſt multitudo ipſorum b g et g c multitudini ipſorum e h et h f: qualis igitur pars eſt b g ipſius e h vel partes/ eadem pars eſt per 2 quinti et 5 ſeptimi et vterq; b c vtriuſq; e f vel eædẽ partes. æqualis autem eſt g b ipſi a: et e h ipſi d. Qualis igitur pars eſt a ipſius d vel partes: eadem pars eſt et b c ipſius e f vel eædẽ partes: quod oportebat demonſtrare.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quotę ſecundus quarti.

a..... b.....,
c.....d.....

¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor numeri vt prius: quorũ ſimiliter minores ſint a & b. ſitq; a totæ partes b: quotæ c eſt d. dico q; quota pars aut partes eſt a, c: tota vel totæ eſt b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui ſunt a & c. eruntq; per præſentem hypotheſin tot partes a: quot c. & quia vnaquæq; ex partibus a eſt tota pars b, quota quælibet ex partibus c eſt d (hoc enim habemus ex noſtra hypotheſi) erit permutatim per præmiſſam vt quota pars aut partes eſt b, d, tota vel totæ ſit vnaquæq; ex partibus a ſuæ comparis ex partibus c, per quitam igitur vel 6 ſub diſſunctione quoties oportuerit repetitas/ erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ eſt a, c. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio. 10.

¶Si numerus numeri partes fuerit/ & alter alterius eædem partes: & viciſſim quę partes eſt primus tertij vel pars/ eædem partes erit & ſecundus quarti vel eadem pars. 10

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enim a b: numeri c partes eſto. & alter d e: alterius f eædem eſto partes. ſit autem a b: ipſo c d minor. Dico q; & viciſſim quales partes eſt a b ipſius d e vel pars: eædem partes eſt & c ipſius f vel eadem pars. Quoniam enim quales partes eſt a b ipſius c, eędē partes eſt & d e ipſius f: quot igitur ſunt in ipſo a b partes ipſius c, tot & in d e ſunt partes ipſius f. Diuidatur quidem a b in ipſius c partes æquales: hoc eſt a g & g b. Itidemq; d e in ipſius f partes æquales: hoc eſt d h & h e. erit iam æqualis multitudo ipſorum a g & g b: multitudini ipſorum d h & h e. Et quoniam qualis pars eſt a g ipſius c eadem pars eſt & d h ipſius f: viciſſim quoq; per præcedentē qualis pars eſt a g ipſius d h vel partes/ eadem pars eſt & c ipſius f vel eædem partes. Quare qualis pars eſt a g ipſius d h vel partes: eadē pars eſt & a b ipſius d e vel eædem partes per diffinitionē. Sed per 6 ſeptimi qualis pars eſt a g ipſius d h vel partes: talis pars oſtenſus eſt & c ipſius f vel eædem partes. & per 11 quinti quales igitur partes eſt & a b ipſius d e vel pars: eædem partes eſt & c ipſius f vel eadē pars. quod oportebat demonſtrare.

e
b h
g
a c d f

¶Hæc vndecima: in Zamberto nullam habet reſpondentem.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

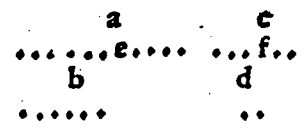
Si fuerint quatuor numeri proportionales quorũ primus ſecundo & tertius quarto ſit maior: erit ſecundus tota pars aut partes primi/ quota vel quotæ quartus tertij. Q; ſi ſecundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quotæ quartus tertii: quatuor numeros proportionales eſſe conueniet. 11

a..... c.....,
b... d...,

¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b: ſicut c ad d. ſintq; a & c maiores. dico q; quota pars aut partes eſt b, a: tota vel totæ eſt d, c. & ecõuerſo. Erit enī per conuerſionem diffinitiõis ſimilium proportionũ/ vt quoties b in a: toties ſit d in c. & ſi qua pars aut partes b ſuperfluunt in a: tota pars aut partes d ſuperfluant in c. ſi itaq; contineatur b in a ſine ſuperfluitate partis: quia toties ſine ſuperfluitate cõtinetur d in c, erit per diffinitionē ſimiliũ partiũ quota pars b a, tota d c. Q; ſi quotieſlibet cõtinet b a cum ſuperfluitate partis toties continetur d in c cũ ſupfluitate ſimilis partis: diſtincto a ſecũdũ b vt ſupfluitate, atq; e ſecũdum d vt ſupfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties cõtinetur b in differentia a ad e, quoties d in differẽtia c ad f: erit per comunem ſcientiam toties e in a quoties f in c. cum igitur a & b habeant e partem communem/ ſimiliter c & d, f: ſit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c. erit per 16 diffinitionem/ b tot & totæ partes a: quot & quotę

a c
....e.. ....f....
b d
....

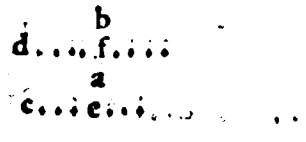
d c. Si autem quotieſlibet b continetur in a cum ſuperfluitate quotlibet partium/ toties continetur d in c cum ſuperfluitate totidem & ſimilium partium: diſtincto a ſecundum b vt ſuperfluat e, ſimiliter c ſecũ dũ d vt ſuperfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sũpta itaq; vna ex ipſis: argumentandum vt prius. ficq; patet primum. ¶Secũdum ſic. Sit b, a, tota pars aut partes: quota vel quotę d, c. dico q, erit proportio a ad b: ſicut c ad d. ſi enim eſt tota pars: conſtat propoſitum. Si autem totæ partes: diuiſis eis ſecundum partes illas/ patebit toties eſſe b in a quoties d in c. & totam partem aut partes b, ſuperfluere in a: quota an quotæ d ſuperfluunt in c. per diffinitionem itaq; / eſt proportio a ad b: ſicut c ad d. ficq; liquet totum.

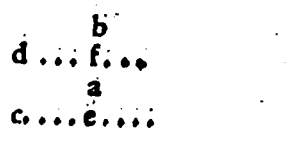


Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 SI a duobus numeris ſecundum ſuas proportiones duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

¶CAMPANVS. ¶ Quod propoſuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic de numeris. Vt ſi ſit proportio totius a ad totum b ſicut c detracti ab a ad d detractũ a b: erit e reſidui a ad f reſiduum b, ſicut a ad b. Si enim a ſit minor b: erit per præſentẽ hypotheſin & per conuerſionem diffinitionis/ c tota pars aut partes d, quota vel quotæ eſt a, b. per 7 igitur vel 8/ erit e tota pars aut partes f: quota vel quotæ eſt a, b. per diffinitionem igitur erit proportio vna. quod eſt propoſitum. Q; ſi a ſit maior b: erit per primam partẽ præmiſſæ quota pars aut partes b, a, tota vel totæ d, c. quare per 7 vel 8/ tota vel totæ erit f, e. itaq; per ſecundam partem præmiſſæ erit e ad f: ſicut a ad b. quare conſtat propoſitum.



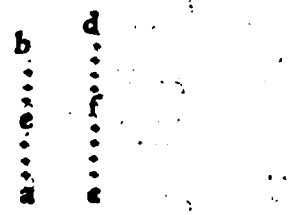


¶CAMPANI annotatio. ¶Cedunt autẽ huic: 7 & 8. hæc enim ſola qđ ambæ illæ/ continet. Volunt autem quidam ſecundam partem huius probare per 19 quinti. ſed ſi hoc intenderet Euclides: cũ iſta proponat particulariter quod illa vniuerſaliter/ vane (illa demõſtrata in quinto) propoſuiſſet hanc hic in ſeptimo. & quia iterum non demonſtrant eam ſimpliciter per 19 quinti. At vero nec modum demonſtrationis illius poſſunt affirmare ad demonſtrationẽ huius: cum illa demõſtretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatã quæ infra demonſtratur in numeris. Exiſtimo autẽ/ & rationabiliter conuinci videtur Euclidem (quem vultum demonſtratoris arithmetici/ gratia decimi in quo ſine numerorum aliqua præcognitione tranſire non poterat conſtat aſſumere) idcirco plurima eorum quæ in quinto de quantitatibus in genere demonſtrauit/ hic repetere demonſtranda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum/ quæ magis nota ſunt intellectui q̃ ea per quæ proceſſit in quinto/ ipſa demonſtrare intendit. principia enim quiti propter malitiã q̃ntatũ incõmunicãtiũ difficilia ſũt. principia vero numerorum: magis vltro ſe intellectui applicant faciliuſq; q̃ illa. Egent enim illa intellectu magis diſpoſito.

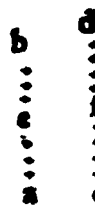
¶Hæc ſequens vndecima Euclidis ex Zamberto propoſitio: duodecimæ præcedenti ex Campano reſpondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 11

¶Si fuerit ſicut totus ad totum ſic ablatus ad ablatum: & 11 reliquus ad reliquum erit ſicut totus ad totum.



¶THEON ex Zãberto. ¶Eſto ſicut totus a b ad totũ c d: ſic ablatus a e ad ablatũ c f. Dico q; & reliquus e b ad reliquũ f d: eſt ſicut totus a b ad totum c d. Quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic a e ad c f: qualis igitur pars



eſt a b ipſius c d vel partes/eadem pars eſt & a e ipſius c f vel eadē partes. & reliquus igitur e b per 8 ſeptimi/reliqui f d eadē pars eſt vel partes: quæ a b ipſius c d. eſt igitur per 11 quinti ſicut e b ad f d: ſic a b ad c d. Quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

SI fuerint quotlibet numeri proportionales: quantus erit vnus antecedens ad ſuum cōſequentem/ tanti erūt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes conſequentes pariter acceptos. 13

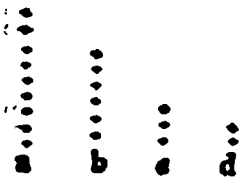
¶CAMPANVS. ¶Qđ proponit Euclides per 13 quinti de q̄titatibus in genere: proponit per hāc de numeris. Vt ſi ſint a,b & c,d & e,f proportionales: dico q̄ quæ eſt ꝓportio a ad b ea eſt quæ a,c,e, pariter acceptorum ad b,d,f pariter acceptos. Si enim a,c,e ſint minores b,d,f: erit per conuerſionem diffinitionis quota pars aut partes a b, tota vel totæ c,d,& e,f. p 5 ergo vel per 6 quoties oportuerit repetitas/ erit quota pars vel partes a,b: tota vel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorū. quare per diffinitionē/ ꝓportio vna. Si autem a,c,e, ſunt maiores b,d,f: erit per primam partem 11/ quota pars vel partes b,a, tota vel totæ d,c & f,e. p 5 ergo vel 6 quoties oportuerit repetitas/ erit quota pars vel partes b,a: tota vel totæ b,d,f, pariter accepti/ a,c,e pariter acceptorum. itaq̄ per ſecūdam partē 11/ proportio a ad b ſicut a,c,e pariter acceptorum/ ad b,d,f pariter acceptos. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 12.

¶Si fuerint quotcunq̄ numeri proportionales: erit ſicut vnus antecedētium ad vnū ſequentiū/ ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 15

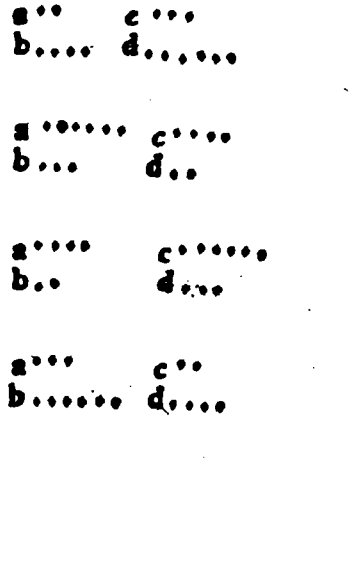
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri proportionales a,b, c,d. Dico q̄ eſt ſicut a ad b: ſic ſūt a & c ad b & d. Quoniam per hypotheſin eſt ſicut a ad b ſic c ad d: qualis igitur pars eſt a ipſius b vel partes/ eadem pars eſt & c ipſius d vel partes. & per 5 ſeptimi vterq̄ igitur a,c, vtriuſq̄ b,d, eadem pars eſt vel eædem partes: quæ a ipſius b. eſt igitur per 11 quinti ſicut a ad b: ſic a c ad b d. quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

SI fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq̄ proportionales erunt. 14

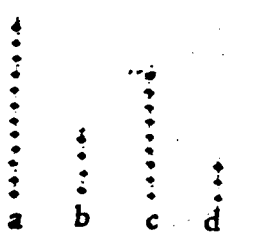
¶CAMPANVS. ¶Modum arguendi qui dicitur ꝓportionalitas permutata quam demōſtrauit Euclides per 16 quinti in genere: proponit hic demonſtrādū in numeris. Vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d: erit permutatim a ad c ſicut b ad d. erit enī a maior b aut minor: ſimiliter quoq̄ & maior c aut minor. ¶Sit itaq̄ primo minor vtroq̄. erit ergo per præſentē hypotheſin & cōuerſionem diffinitionis/ a tota pars aut partes b: quota vel quotæ c,d. per 9 itaq̄ vel 10/ erit permutatim a tota pars aut partes c: quota vel quotæ b,d. quare per diffinitionē proportio vna. ¶Sit ſecūdo a maior vtroq̄. erit per primam partem 11/ vt quota pars aut partes eſt b,a: tota vel totæ ſit d,c. quare per 9 vel 10 tota pars aut partes erit b, d: quota vel quotæ c, a. igitur p ſecūdā partem 11 erit a ad c: ſicut b ad d. ¶Sit tertio a maior b: & minor c. eritq̄ per primam partem 11 tota pars aut partes b,a: quota vel quotæ eſt d,c. quare per 9 vel 10 quota vel quotæ eſt a,c: tota vel totæ erit b,d. per diffinitionē itaq̄ proportio vna. ¶Vltimo quoq̄ ſit a minor b maiorq̄ c. eritq̄ vt tota pars aut partes ſit c,d: quota ve quotæ eſt a,b. p 9 itaq̄ vel 10 erit tota vel totæ d,b: quota vel quotæ c,a. quare per ſecūdam partem vndecimæ/ b ad d: ſicut a ad c. ſicq̄ cōſtat propoſitū. Huic autem cedunt 9 vel 10: quia hæc ſola quod ambæ illę proponit.



Euclide ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 13

13 ¶Si quatuor numeri proportionales fuerint & viciſſim proportionales erunt.

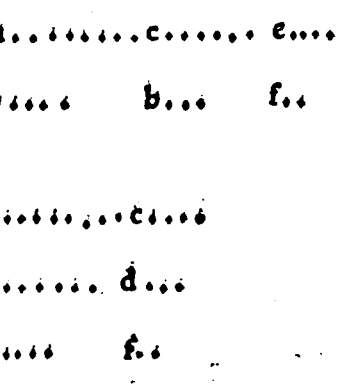
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales: a, b, c, d. ſicut a ad b ita c ad d. Dico q; & viciſſim proportionales erũt. ſicut a ad c: ſic b ad d. Quoniam enim per hypotheſin eſt ſicut a ad b ſic c ad d: qualis igitur pars eſt a ipſius b vel partes, eadem pars eſt & c ipſius d vel partes, per 6 ſeptimi. Viciſſim igit qualis pars eſt a ipſius c vel partes: eadem pars eſt & b ipſius d vel partes, per 9 ſeptimi & 10 eiuſdem. Sicut igitur a ad c: ſic b ad d per vndecimam quinti. Quod erat demonſtrandum.



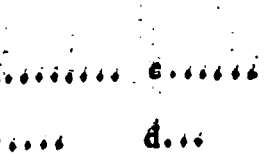
Euclide ex Camp. Propoſitio 15.

15 Si fuerint quotlibet numeri alijq; ſecundum eorum numerum, omneſq; duo ex prioribus ſecundũ proportionem omnium duorum ex poſterioribus: in proportione æqualitatis proportionales erunt.

¶CAMPANVS. ¶Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quam demonſtrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic demonſtrandum in numeris directæ proportionalitatis. æquam autem proportionalitatem quam demonſtrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis: non proponit demonſtrandũ in numeris. ſed eam demonſtrabimus infra ſuper 19 huius. nec eſt neceſſarium vt prædemonſtremus in numeris: quod demonſtratum eſt per 11 quinti de quãritatibus in genere, videlicet ſi quotlibet proportiones in numeris fuerint vnt æquales vel eædem: ipſas eſſe ſibi æquales vel eaſdem. hoc enim manifeſtum eſt per diffinitionem. Vt ſi a ad c & e ad f, ſit ſicut b ad d: erit tam a, ũ q̃ e, f tota pars aut partes, quota vel quotæ b, d. aut toties continebit a, c, & e, f quoties b, d. & tota pars aut partes ſuperfluet e in a, & f in c: quota vel quotæ d in b. quia ergo quota p rs aut partes eſt a, c, tota vel totæ eſt e, f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c ſuperfluunt in a tota vel totæ f in e: erit per diffinitionẽ a ad c ſicut e ad f. ¶Sint igit vt proponitur numeri a, b, e & alij totidem c, d, f. ſitq; a ad b ſicut c ad d. & b ad e ſicut d ad f. dico q; erit in æqua proportionalitate a ad e ſicut c ad f. erit enim per præmiſſam a ad c ſicut b ad d. ſed & b ad d ſicut e ad f. quare a ad e ſicut e ad f, igitur per eandẽ a ad e ſicut c ad f. idem erit ſumptis plurib. ſicq; conſtat propoſitum.



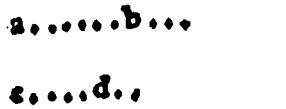
¶CAMPANI additio. ¶Quoniã autem Euclides ceteras quatuor ſpecies proportionalitatis quæ ſunt conuerſa: coniuncta/ diſiuncta/ euerſa/ proponit demonſtrandas in numeris: conuenientes arbitramur eas quas nõ author tanq̃ facile demõſtrabiles prætermiſit/ demonſtrare. ¶Primũ itaq; demonſtrabimus conuerſam. vt ſi ſit a ad b ſicut c ad d: dico q; erit conuerſo b ad a ſicut d ad c. ſi enim fuerit a minor b: tunc quoq; erit c minor d. & tota pars aut partes a, b: quota vel quotæ c, d. quare per ſecundam partem 11/ erit b ad a: ſicut d ad c. ſi autem fuerit a maior b: erit quoq; & c maior d. & per primam partem 11 b tota pars aut partes a: quota vel quotæ d, c. per diffinitionem igitur/ b ad a: ſicut d ad c.



¶Diſiunctam proportionalitatem oſtendere.

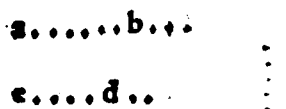
¶Vt ſi ſit a b ad b ſicut c d ad d: erit a ad b ſicut c ad d. erit enim permutatim a b ad c d ſicut b ad d. & per 12 ſicut a ad c. quia ergo a ad c ſicut b ad d: erit permutatim a ad b ſicut c ad d.

¶Coniunctæ proportionalitati demonſtrationem afferre.



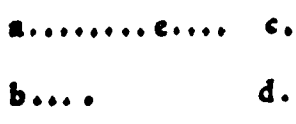
¶Vt ſi ſit a ad b ſicut c ad d: erit a b ad b ſicut c d ad d. erit enī permutatim a ad c ſicut b ad d. quare per 13 a b ad c d ſicut b ad d: permutatim igitur erit a b ad b: ſicut c d ad d.

¶Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire.



¶Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d: erit a b ad a, ſicut c d ad c. erit enim permutatim a b ad c d: ſicut b ad d. quare per 12 ſicut a ad c. permutatim igitur erit a b ad a: ſicut c d ad c. patet itaq; totum. ¶Ex his quoq; leue eſt demonſtrare in numeris: quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere. videlicet.

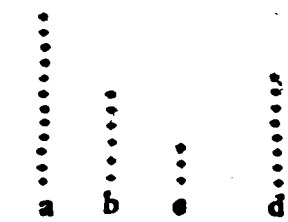
¶Si proportio primi ad ſecundū fuerit ſicut tertij ad quartum/quinti quoq; ad ſecūdum ſicut ſexti ad quartum: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum ſicut tertij et ſexti pariter acceptorum ad quartum.



¶Vt ſi ſit a ad b ſicut c ad d, itemq; e ad b ſicut f ad d: erunt a & e pariter accepti ad b, ſicut c & f pariter accepti ad d. erit enim per conuerſam proportionalitatem/b ad e: ſicut d ad f. quare per æquam proportionalitatem a ad e: ſicut c ad f. ergo coniunctim a & e ad e: ſicut c & f ad f. itaq; per æquam proportionalitatem a & e ad b: ſicut c & f ad d. quod eſt propoſitum. ¶Eodemq; modo probabis ecōuerſo. ſi ſit b ad a ſicut d ad c, itemq; b ad e ſicut d ad f: erit b ad a & e ſicut d ad c & f. erit enim per conuerſam proportionalitatem a ad b: ſicut c ad d. quare per æquā/ a ad e: ſicut c ad f. & coniunctim a & e ad e: ſicut c & f ad f. igitur econuerſo e ad a & e: ſicut f ad c & f. per æquam itaq; proportionalitatē erit b ad a & e: ſicut d ad c & f. quod erat propoſitum. ¶Ex hoc quoq; manifeſtum eſt q; ſi fuerit proportio quotlibet numerorum ad primū ſicut totidē aliorū ad ſecundum: erit aggregati ex oibus antecedētibus ad primum/ad primū/ſicut aggregati ex oibus antecedentibus ad ſecundum/ad ſecundum. Itemq; ecōuerſo ſi fueris proportio primi ad quotlibet numeros ſicut ſecundi ad totidem alios: erit primi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum/ſicut ſecundi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 14.

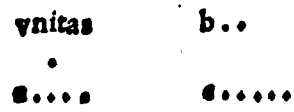
¶Si fuerint quilibet numeri/& alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumptis & in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt. 14



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri a, b, c & alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumptis in eadē ratione d, e, f: ſicut quidem a ad b ſic d ad e, ſicut q; b ad c ſic e ad f. Dico q; & ex æquali eſt ſicut a ad c: ſic d ad f. Quoniam enim per hypotheſin eſt ſicut a ad b ſic d ad e: & viciſſim quoq; igitur per 13 ſeptimi eſt ſicut a ad d ſic b ad e. Rurſus quoniam eſt ſicut b ad c ſic eſt e ad f: viciſſim igitur per eandem eſt ſicut b ad e ſic c ad f. ſicut autem b ad e: ſic a ad d. & ſicut igitur per 11 quinti a ad d: ſic c ad f. Viciſſim igitur per 13 ſeptimi eſt ſicut a ad c ſic d ad f. quod oportuit demonſtraſſe.

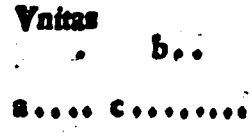
Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

SI numeret vnitas aliquē numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq; permutatim vt quoties vnitas numerat tertium/toties ſecundus numeret quartum. 16



¶CAMPANVS. ¶Vt ſi ſit vnitas ad a ſicut b ad c: erit permutatim vnitas ad b ſicut a ad c. Non ſuperfluit autem hæc/demonſtrata permutata proportione: non enim ex illa poteſt concludi quod hic proponitur. Nam illa demonſtrata eſt de quatuor numeris proportionalibus: vnitas vero non eſt numerus per diffinitionē. Hoc ergo modo pateat ꝓpoſitū.

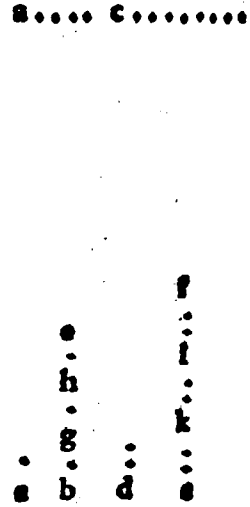
Diuidatur a per vnitates: & c, ſecundum quantitatem b. erunt q̃ per præſentem hypotheſin tot partes a: quot c. & quia vnaquæq; partium a eſt vnitas/& vnaquæq; partium c eſt æqualis b: erit vt quoties vnitas in b, toties vnaquæq; partium a in ſua compari ex partibus c. per modum itaq; demonſtrationis quintæ/ſequetur toties eſſe a in c: quoties vnitas in b. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 15.

15 ¶Si vnitas numerum aliquem metiatur: pariter autem alter numerus alium quempiam numerũ metiatur: & viciſſim pariter vnitas tertiũ numerũ metietur/& ſecũdus quartum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Vnitas inq̃ a numerũ aliquem b c metiatur: patiter autem alius numerus d, alium quẽpiam numerum e f metiatur. Dico q̃ & viciſſim pariter a ipſũ d numerũ metietur: & b c ipſum e f. Quoniã enĩ æque a vnitas ipſum b ç numerũ metietur, & d ipſum e f: quot igitur ſunt in b c vnitates: tot ſunt in e f numeri æquales ipſi d. Diuidatur inq̃ b c in eas quæ in eo ſunt vnitates: hoc eſt b g, g h & h c. Ipſe vero e f in ipſi d æquales: hoc eſt e k, k l & l f: eſt iam æqualis multitudo ipſorum b g, g h & h c: multitudini ipſorũ e k, k l & l f. & quoniã b g, g h & h c vnitates ſibi inuicẽ ſunt æquales: & e k, k l & l f numeri ſibi inuicẽ ſunt æquales: & eſt æqualis multitudo ipſarũ b g, g h & h c vnitatum multitudini ipſorũ e k, k l & l f numerorum: eſt igitur ſicut b g vnitas ad e k numerũ/ſic eſt g h vnitas ad k l numerum/& h c vnitas ad l f numerum. erit igitur per 12 ſeptimi/& ſicut vnus antecedentiũ ad vnum conſequentium: ſic omnes antecedentes: ad omnes conſequentes. Eſt igitur ſicut b g vnitas ad e k numerũ: ſic b c ad e f. æqualis autẽ eſt b g vnitas ipſi a vnitati: & e k numerus ipſi d numero. eſt igitur per 11 quinti ſicut a vnitas ad d numerum: ſic b c ad e f. pariter igitur a vnitas ipſum d numerum metitur: & b c ipſum e f. quod oportuit demonſtraſſe.

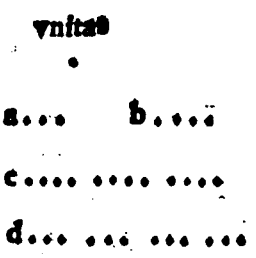


Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

7 SI duorum numerorum vterq; ducatur in alterum: qui inde producentur erunt æquales.

¶CAMPANVS. ¶Sicut ſi ex a in b proueniat c b: & ex b in a proueniat d: erũt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c: erit per conuerſionẽ diffinitionis b in c: quoties vnitas in a. ergo per præmiſſam/erit a in c: quoties vnitas in b. Et quia toties eſt a etiam in d, quia ex b in a fit d: ſequitur vt toties ſit a in c quoties in d. per conceptionẽ igitur c & d ſunt æquales.

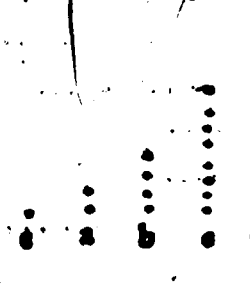
¶CAMPANI ãnotatio. ¶Poſſumus quoq; hãc concluſionẽ alio modo proponere. Si duorum numerorũ vterq; ducatur in alterũ idem numerus vtrobiq; prouenìet. vt ſi ex a in b proueniat c: idem etiã ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c: erit prius per conuerſionẽ diffinitionis b in c quoties vnitas in a. Et permutatim per præmiſſam a in c: quoties vnitas in b. quia igitur a toties ſibi coaceruatur in c, quoties in b eſt vnitas: ſequitur per diffinitionem q̃ ex b in a fit c.

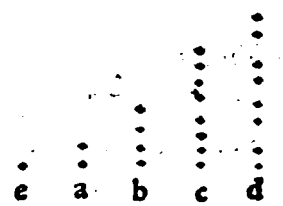


Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 16.

16 ¶Si bini numeri ~~multiplicantes ſe inuicem fecerint~~ aliquos: geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri a, b. & a quidem ipſum b multiplicans/efficiat c: & b ipſum a multiplicans/efficiat d. Dico q̃ æqualis eſt c ipſi d. Quoniam enim a ipſum b multiplicans/c fecit: & b igitur ipſum c metitur per eas quæ in a ſunt vnitates. metitur autem & e vnitas ipſum a numerũ per eas quæ in eo ſunt vnitates. pariter igitur per 11 quinti/e vnitas ipſum a numerum metitur & b ipſum c. Viciſſim igitur per 15 ſeptimi pariter e vnitas ipſum b numerum metitur: & a ipſum c. Rurſus quoniam b ipſum a multiplicans/fecit ipſum d: igitur a

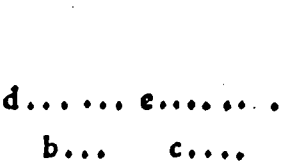




ipſum d metitur per eas quæ in ipſo b ſunt vnitates. Metitur autem & e vnitas: ipſũ b per eas quæ in eo ſunt vnitates. pariter igitur per 11 quinti e vnitas ipſum b numerũ metitur: & a ipſum d. pariter autem e vnitas ipſum b numerũ metitur: & a ipſum c. Pariter igitur a: vtrunq; c, d, metitur. æqualis igitur eſt c ipſi d. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

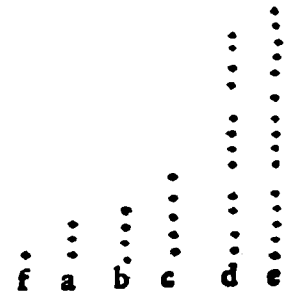
SI vnus numerus in duos ducatur: tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum. 18



¶CAMPANVS. ¶Multiplicet a vtrunq; duorum numerorũ b & c: & proueniant d & e. Dico q; erit proportio d ad e: ſicut b ad c. ſequitur enĩ per conuerſionem diffinitionis eius qđ eſt multiplicari/ vt b in d, & c in e ſit: quoties vnitas in a. quare per diffinitionem/ proportio d ad b: eſt ſicut e ad c. æqualiter enim eos continent. quia quoties a vnitatem. ergo permutatim d ad e: ſicut b ad c. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 17.

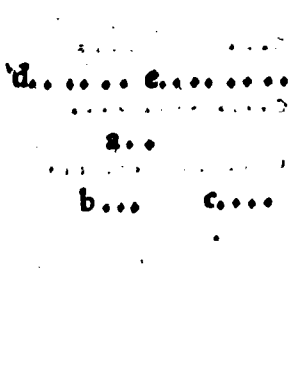
¶S inumerus duos numeros multiplicans/ fecerit aliquos: geniti ex eis eandem rationem habebunt quã multiplicati. 17



¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enim a duos numeros b, c, multiplicans: efficiat d, e. Dico q; eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e. Quoniam enĩ a ipſum b multiplicans/ ipſum d fecit: & b igitur ipſum d metitur per eas quæ in a ſũt vnitates. Metitur autẽ & f vnitas/ ipſum a numerũ: per eas quæ in eo ſunt vnitates. Pariter igitur f vnitas ipſũ a numerũ metitur: & b ipſum d. eſt igitur ſicut f vnitas ad a numerũ: ſic eſt b ad d. Propterea iam et ſicut f vnitas ad a numerũ: ſic c ad e. & ſicut igitur per 11 quinti b ad d: ſic c ad e. Viciſſim igitur per 15 ſeptimi/ eſt ſicut b ad c: ſic eſt d ad e. Si igitur numerus duos: & reliqua quæ ſequũtur. quod oportebat demonſtrare.

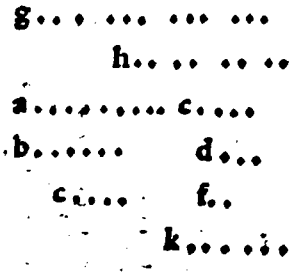
Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

SI duo numeri vnum multiplicent: erit proportio duorum inde productorum tanq; duorum multiplicantium. 19



¶CAMPANVS. ¶Ex conuerſione antecedentis præmiſſæ: concluditur hæc eadẽ paſſio quæ in præmiſſa. vt ſi vterq; duorũ numerorũ b & c multiplicet a, & proueniãt d & e: erit d ad e ſicut b ad c. erit enĩ per antepræmiſſam vt ex a in b & c fiant d & e, quare per præmiſſam d ad e: ſicut b ad c. quod eſt propoſitum.

¶CAMPANI annotatio. ¶Potes autẽ quod proponit per hãc & præmiſſam de duobus numeris: ad quotlibet numeros ampliare. q; ſi vnus multiplicet quotlibet: erit productorũ & multiplicatorũ vna proportio. Similiter quoq; ſi quotlibet multiplicent vnũ: erit productorũ & multiplicantium vna proportio. quod per hanc & præmiſſã quoties oportuerit repetitas: facile probabis. ¶Hic autẽ (vt ſupra polliciti ſumus) demõſtrare volumus æquam proportionalitatẽ in quotlibet numeris duorum ordinũ indirectæ proportionalitatis: quam demonſtrat Euclides per 23 quinti/ in quantitatibus in genere. Dicimus igitur



¶Si quotlibet numeri totidẽ alijs fuerint indirecte proportionales: extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

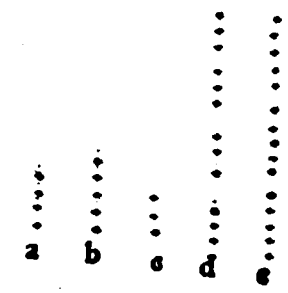
¶Vt ſi ſit a ad b ſicut d ad f, & b ad e ſicut c ad d: erit a ad e ſicut c ad f. ducatur enĩ c in d & f: & proueniant g & h. eritq; per præmiſſam g ad h, ſicut d ad f: quare & ſicut a ad b. ducatur itẽ f in d: & proueniat k. eritq; per hanc 19 g ad k: ſicut c ad f. & quia ex f in d fit k: fiet idem econuerſo per 10 ex d in f. quia igitur ex e & d in f fiunt h & k: erit per hanc 19/ h

ad k ſicut c ad d. quare ſicut b ad c. & quia iam oſtenſum eſt q̃ eſt g ad h ſicut a ad b: erit per 15 a ad e ſicut g ad k. ſed ſic erat etiam c ad f. eſt igitur a ad e: ſicut c ad f. quod eſt propoſitum. Idem probabis ſi fuerint in vtroq; ordine numeri plures tribus. quemadmodum probatur in 23 quinti/de quantitatibus pluribus tribus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

18 ¶Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes/fecerint aliquos: geniti ex eis eandem habebunt rationem quã multiplicantes.

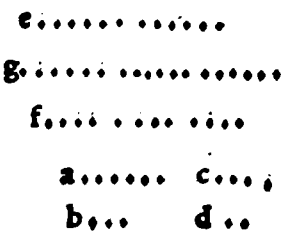
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo inq̃ numeri a, b, numerum aliquem c multiplicantes: efficiãt d, e. Dico q̃ eſt ſicut a ad b: ſic eſt d ad e. Quoniam a multiplicans ipſum c, fecit ipſum d: & c igitur ipſum a multiplicans/facit ipſum d. Id propterea c ipſum b multiplicans: ipſum e facit. Numerus iam c duos numeros a, b, multiplicãs: fecit ipſos d, e. Eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut a ad b: ſic eſt d ad e. quod oportuit demõſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint quatuor numeri proportionales: qđ ex ductu primi in vltimum producetur/ęquum erit ei qđ ex ductu ſecundi in tertium. Si vero quod ex primo in vltimum producetur/æquũ eſt ei quod ex ſecundo in tertium: illi quatuor numeri ſunt proportionales.

¶CAMPANVS. ¶Quod propoſuit Euclides per 15 ſexti/ de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus. verbi gratia. Sit proportio a ad b ſicut c ad d. fiatq; ex a in d: e. & b in c: f. dico q̃ e & f ſunt æquales. & ecõuerſo. Ducatur enim a in b: & fiat g. eritq; per 18 g ad e: ſicut b ad d. & quia per 17 ex bi a fit g, & ex eodẽ b in c, f: erit per 18 g ad f ſicut a ad c. æq̃les igitur ſũt f & e. qđ eſt primũ Nec oportet prædemõſtrare ſi vnius numeri ad duos ſit vna proportio: q̃ ſunt æquales. aut ſi ipſi ſunt æquales: q̃ vnius ad ipſos ſit vna proportio. Si eni eſt vna proportio g ad e & ad f: aut ipſe erit tota pars vel partes e quota vel quotę idem eſt f, & tunc per conceptionem patet e & f eſſe æquales. aut toties g continebit e quoties f: & ſuperfluent in eo tota pars vel partes e quota vel quotę in eodem ſuperfluent f. & tunc etiã per conceptionem patet eos eſſe æquales. Q̃ ſi ipſi fuerint ęquales patet per conceptionẽ q̃ aut g erit tota pars vel partes e quota vel quotæ f. & tũc per diffinitionem erit ipſius g ad vtrumq; eorũ proportio vna. aut æqualiter continebit vtrũq; cum ſuperfluitate ſimilium & tot numero partiũ: & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumq; proportio vna.



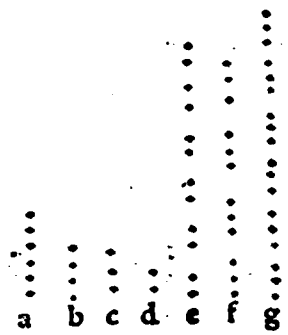
¶Secundũ ſic patet. Sit e productus ex a in d: ęqualis f producto ex b in c. dico proportio a ad b eſt ſicut c ad d. & eſt hæc cõuerſa primæ partis. Sit enim vt prius g qui fit ex a in b. & quia e & f ſunt æquales: erit g ad vtrumq; eorum proportio vna. & quia vt prius per 18 g ad f ſicut a ad c, & ad e ſicut b ad e: erit a ad c ſicut b ad d. quare permutatim a ad b: ſicut c ad d.

¶CAMPANI annotatio. ¶Nõ proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus q̃ ille qui ex ductu primi in tertiũ producitur ſit æqualis quadrato medij/& ſi ille qui ex primo in tertium producitur fuerit æqualis quadrato medij q̃ illi tres numeri ſint continue proportionales: ſicut proponit in 16 ſexti/de tribus lineis. hoc enim facile demonſtratur per hanc 20: medio illorum trium numerorum / æquali aſſumpto. quẽadmodum in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor: aſſumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex Zamb. Theotema 17. Propoſitio 19.

19 ¶Si quatuor numeri proportionales fuerint: qui ex primo

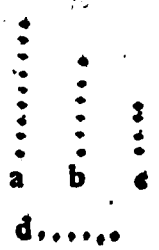
& quarto fit/æquus eſt ei qui ex ſecundo & tertio. Etſi qui ex primo & quarto fit numerus ęqualis fuerit ei qui ex ſecũdo & tertio:ipſi quatuor numeri proportionales erunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales a,b, c,d:ſicut a ad b,ſic c ad d,& a quidem ipſum d multiplicans:efficiat ipſum e. & b ipſum c multiplicans: efficiat ipſum f. Ipſe autem a ipſum ç multiplicans: efficiat ipſum g. Quoniam igitur a ipſum c multiplicans/ipſum g fecit:multiplicans autem ipſum d, ipſum e fecit:numerus autem a duos numeros c,d,multiplicãs/ ipſos g,e,fecit:& igitur per 17 ſeptimi/ſicut c ad d,ſic eſt g ad e. Sicut autem c ad d: ſic a ad b. & ſicut igitur per 11 quinti/a ad b:ſic g ad e. Rurſus quoniã a ipſũ c multiplicãs/ipſum g fecit:ſed b ipſum c multiplicans/ipſũ f fecit: duo numeri a,b,numerum aliquẽ c multiplicantes/ipſos fecerunt g,f. eſt igitur per 18 ſeptimi ſicut a ad b:ſic g ad f. ſed & ſicut a ad b:ſic g ad e. & ſicut igitur per 11 quinti g ad e:ſic g ad f. Igitur g ad vtrunq; ipſorum e,f:eãdem habet rationem. æqualis igitur eſt e ipſi f per 7 quinti. ¶Sit vero rurſus æqualis e ipſi f. Dico q; eſt ſicut a ad b:ſic eſt c ad d. Eiſdem nãq; diſpoſitis/quoniã a ipſos c,d, multiplicãs/ipſos g,e fecit:eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut c ad d ſic g ad e. æqualis autem eſt e ipſi f. eſt igitur ſicut g ad e:ſic g ad f p ſecũdã partẽ ſeptimę quiti. Sed ſicut quidẽ g ad e: ſic c ad d. ſicut autem g ad f:ſic a ad b, per 18 ſeptimi. ſicut igitur per 11 quinti/a ad b: ſic c ad d. Quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

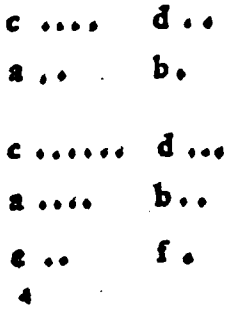
¶Si tres numeri proportionales fuerint:qui ſub extremis/ æqualis eſt ei qui a medio. Et ſi qui ſub extremis æqualis fuerit ei qui a medio:ipſi tres numeri proportionales erunt. 20



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres numeri proportionales a,b,c. ſicut a ad b:ſic b ad c. Dico q; qui ex a,c:æquus eſt ei qui ex b. Ponatur enim ipſi b æqualis d. eſt igitur ſicut a ad b:ſic d ad c. Igitur qui ex a,c: æquus eſt ei qui ex b,d. at qui ex b,d:æquus eſt ei qui ex b. æqualis enĩ eſt b ipſi d. Qui igitur ex a,c: æquus eſt ei qui ex b. ¶Sed qui ex a,c: æquus eſto ei qui ex b. Dico q; ſicut a ad b:ſic eſt b ad c. Quoniã enĩ qui ex a,c,æquus eſt ei qui ex b:qui vero ex b,æquus eſt ei qui ex b,d: eſt igitur per vndecimam quinti/ſicut a ad b ſic d ad c. æquus autem eſt b ipſi d. eſt igitur ſicut a ad b:ſic b ad c. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

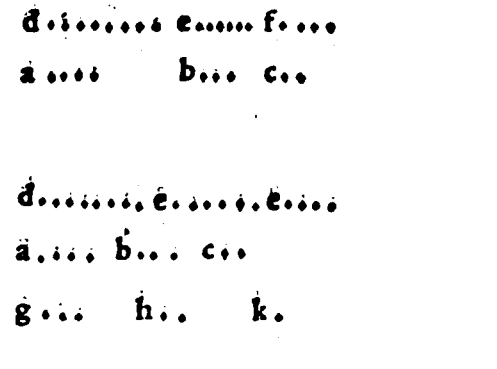
VMeri ſecundum quamlibet proportionem minimi:numerãt quoſlibet in eadem proportione/ minor minorem & maior maiorem æqualiter. 21



¶CAMPANVS. ¶Sit a & b:minimi numeri in ſua proportione. ſitq; c ad d:ſicut a ad b. dico q; a numerat c,& b,d:æqualiter. Cum ſit enim a ad b ſicut c ad d:erit permutatim a ad c ſicut b ad d. erit igitur a,c tota pars vel partes:quota vel quotæ b,d. ſi itaq; fuerit pars: conſtat propoſitum. At ſi partes:ſit e vna partium a, & f vna partium b. & quia tota pars eſt e,c per hypotheſin quota f,d:erit per diffinitionem proportio e ad c ſicut f ad d. quare permutatim e ad f: ſicut c ad d. quare etiam ſicut a ad b. non ſunt itaq; a & b:minimi ſuę proportionis. quod eſt contrarium poſitis. Similiter quoq;

¶ Quotlibet numeri/ſiue in eadem proportione ſiue in diuerſis minimi:numerant omnes in eadẽ proportione quiſq; ſuum correlatiuum æqualiter.

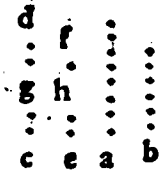
¶Vt ſi ſint a,b,c,minimi in eadem proportione vel in diuerſis / ſintq; in eadem vel eiſdem d,e,f: ita q; ſit d ad e vt a ad b,& e ad f vt b ad c. dico q; a numerat d,& b,e,& c,f:æqualiter:quia enim eſt a ad b,vt d ad e:erit permutatim a ad d,vt b ad e.& quia b ad c,vt e ad f:erit etiã permutatim b ad e:vt c ad f.quare b ad e.& c ad f:ſicut a ad d.& quia a,b,c,ſunt minores d,e,f:erit b,e,& c,f,tota pars aut partes: quota eſt a,d. Si itaq; pars:conſtat propoſitum. At ſi partes.ſit g vna partium a,& h vna partium b,& k vna c.eritq; per præſentem hypotheſin tota pars h,e,& k,f:quota g,d.quare per diffinitionem h ad e,& k ad f:ſicut g ad d. permutatim igitur erit g ad h vt d ad e:& h ad k,vt e ad f.quare g ad h vt a ad b:& h ad k vt b ad c.quia ergo g,h,k,ſunt minores a,b,c,& in eadem proportione:ſequitur contrarium poſiti.



Eucli.ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

21 ¶Minimi numeri eandem rationem habentium eis:metiũtur eandem rationem habentes æqualiter/ maior maiorem/ minor minorem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipſis a,b:ipſi c d & e f. Dico q; æqualiter c d ipſum a metitur:& e f ipſum b.Ipſe c d:ipſius a non eſt partes.Si enim poſſibile:eſto c d ipſius a partes.& h f igitur ipſius b eædem partes eſt:quæ & c d ipſius a.Igitur quot ſũt in c d,partes ipſius a:tot ſunt & in e f, partes ipſius b.Diuidatur quidem c d in ipſius a partes:hoc eſt c g & g d.Sicq; e f in ipſius b partes:hoc eſt e h & h f.erit iam æqualis multitudo ipſorum c g & g d:multitudini ipſorum e h & h f.& quoniam æquales ſũt c g & g d numeri adinuicem / ſunt autem & e h,h f numeri inuicem æquales/eſtq; multitudo ipſorum c g & g d æqualis multitudini ipſorũ e h & h f:eſt igitur p 7 quiti/ſicut c g ad e h,ſic g d ad h f.Erit igitur per 12 ſeptimi/& ſicut vnus antecedentiũ ad vnum ſequentium : ſic omnes antecedentes ad omnes ſequentes.Eſt igitur ſicut c g ad e h:ſic c d ad e f.Igitur c g & e h:ipſis c d & e f in eadem ratione ſunt/minores exiſtentes eis.quod eſt impoſſibile.Supponuntur enim ipſi c d & e f minimi:eandem rationem habẽtium eis.Igitur c d minime partes eſt ipſius a.pars igitur . & e f igitur ipſius b eadem pars eſt quæ & c d ipſius a. pariter igitur c d ipſum a metitur:& e f ipſum b. quod oportebat demonſtrare.

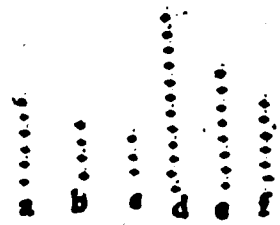


¶Huic ex Zamberto propoſitioni reſpondet id quod ſupra/ad 19 addidit Campanus.

Eucli.ex Zamb. Theorema 20.Propoſitio 22.

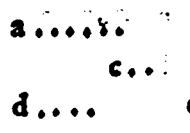
22 ¶Si fuerint tres numeri/ & alij eiuſdem æquales numero/ cum duobus ſumptis & in eadem ratione/fuerit autem perturbata eorũ proportio:& ex æquali in eadẽ ratione erũt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint numeri a,b,c,& alij eiſdem æquales numero d,e,f:cũ duobus ſumptis/& in eadem ratione. ſit autem perturbata eorum proportio.ſicut quidẽ a ad b:ſic e ad f.& ſicut b ad c:ſic d ad e.Dico q; & ex æquali eſt ſicut a ad c:ſic eſt d ad f. Quoniam enim eſt ſicut a ad b ſic e ad f:qui igitur ex a,f,per 20 ſeptimi æqualis eſt ei qui ex b,e.Rurſus quoniam eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e:qui igitur ex d,c, æqualis eſt ei qui ex b,e.oſtẽſum autem eſt q; qui ex a,f:æquus eſt ei qui ex b,e.& qui ex a,f igitur:per 20 ſeptimi / æquus eſt ei qui ex d,c.Eſt igitur per 11 quinti/ſicut a ad c:ſic d ad f.quod oportebat demonſtrare.



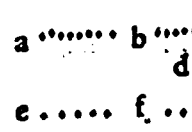
Eucli.ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI fuerint duo numeri ſecundum ſuam proportionẽ minimi:ipſi erunt adinuicem primi.



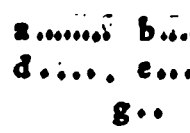
¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: ſecundum ſuam proportionem minimi. dico ꝙ ipſi ſunt contra ſe primi. Si enim non: numeret eos c ſecundũ d & e. eritq; per 18 d ad e ſicut a ad b. & quia d & e ſunt minores a & b: ſequitur a & b non eſſe ſuæ proportionis minimos: qđ eſt cõtrarium poſitioni. *Similiter quoq;.*

¶Si fuerint quotlibet numeri in cõtinuatione ſuarum proportionum (ſiue eadem ſiue diuerſæ fuerint) minimi: nullus numerus numerabit omnes.



¶Vt ſi ſint a, b, c, minimi in continuatione ſuarum proportionum. dico ꝙ nullus numerabit omnes. Sin autem: numeret eos d. a quidem ſecũdum e. b vero ſecundũ f. & c ſecundũ g. eritq; per 18 e ad f ſicut a ad b. & f ad g: ſicut b ad c. quia ergo e, f, g, ſunt minores a, b, c, & ſecundũ proportionẽ eorũ: non erũt a, b, c, quales poſiti ſunt. quod eſt inconueniens. ¶Qz̃q̃ autem nullus numeret a, b, c, ſi fuerint minimi: poteſt tamen eſſe vt quoſlibet duos ex eis numeret vnus. ducto etenim quolibet numero in aliquem ad ſe primum: ac vtroq; eorum in aliquem tertium ad vtrũq; primũ: prouenient tres numeri quorũ quiq; duo erũt cõpoſiti. nullus tamẽ numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorũ quiſq; ſit primus ad alios. ducaturq; a in b & c: & prouenient d & e. itẽq; b in c: & proueniat f. dico quoſq; duos ex d, e, f, eſſe adinuicem compoſitos: tamen nullus numerabit omnes. Duos quoſq; patet eſſe compoſitos. a enim numerat d & e. b vero d & f. & c, e & f. q; autem nullus numeret omnes: patebit prius demonſtrato ꝙ a eſt maximus numerans d & e. b quoq; maximus numerãs d & f. & c maximus numerans e & f. Hoc autem ſic cõſtat. ſi enĩ a nõ eſt maximus numerãs d & e: ſit itaq; g. numeretq; d ſecũdũ h, & e ſecũdũ k. erit per ſecundã partẽ 20 a ad g: ſicut h ad b. itẽq; per eẽand a ad g: ſicut k ad c. Quia ergo a eſt minor g: erit b minor h, & k minor c. & quia h ad k ſicut b ad c, vtraq; enim eſt ſicut d ad c per 18 bis aſſumptam: ſunt autem h & k minores b & c: erit per immediate ſequentem & per hanc hypotheſin ꝙ b & c ſunt contra ſe primi: reperire minimis minores. quod quia eſt impoſſibile: erit a maximus numerans d et e. Eodemq; modo probabitur ꝙ b ſit maximus numerans d & f: & c maximus numerans e & f. ſi quis ergo numerat d, e, f: per correlarium ſecũdæ ter aſſumptum ipſe numerabit a, b, c. ſed quiſq; eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impoſſibile. *Similiter quoq;.*

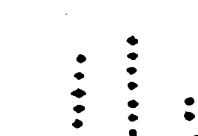
¶Quotlibet numeri quos vnus non numerat: ſecundum cõtinuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.



¶Vt ſi ſint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico ꝙ ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionum minimi. Alioquin ſint minimi d, e, f. qui per 21 numerabunt a, b, c, quiſq; ſuum relatiuũ æqualiter. ſit ergo vt ſecundum g. eritq; per 17 vt viceuerſa g numeret a, b, c, ſecundum d, e, f. quare accidit contrarium poſitioni.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propoſitio 23.

¶Primi numeri adinuicem: minimi ſunt eandem rationem habentium eis. 23



¶THEON ex Zamb. ¶Sint primi numeri adinuicẽ a, b. Dico ꝙ ipſi a, b: minimi ſunt eandem rationem habentium eis. ſi autem a & b non ſunt minimi eandẽ habentium rationem eis: erũt aliqui numeri ipſis a, b, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis a, b. ſint autem c, d. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium eis metiuntur eandem rationem habentes pariter maior maiorem: minor minorẽ: per 21 ſeptimi: hoc eſt antecedens ipſum antecedentem & conſequens ipſum conſequentem: æqualiter igitur c ipſum a metitur. & d ipſum b. Quoties enim c ipſum a metitur: tot vnitates ſint in e. & d igitur ipſum b metitur: per eas quæ in e ſunt vnitates. & quoniam c ipſum a metitur per eas quæ in ipſo e ſunt vnitates: igitur & e ipſum a metitur per eas

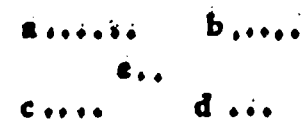
quæ in ipſo c ſunt vnitates. Id propterea & e ipſum b metitur: per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Igitur & e ipſos a,b, metitur primos exiſtentes adinuicem. Quod eſt impoſſibile per 13 diffinitionem ſeptimi. Non erunt igitur aliqui numeri ipſis a,b, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis a,b. Minimi igitur ſunt a & b eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonſtraſſe.

¶ Sequens ex Campano 23: præcedenti 23 ex Zamberto reſpondet. præcedens autem ex Campano 22: ſequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

23 QVilibet numeri contra ſe primi: ſunt ſecundum ſuã proportionem minimi.

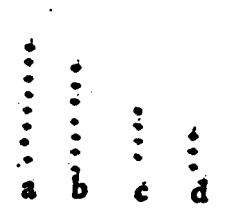
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc eſt conuerſa præmiſſę. vt ſi duo numeri ſint a & b contra ſe primi: ipſi erunt ſecundum ſuã proportionem minimi, ſin autem: ſint minimi in eadem proportione (ſi poſſibile eſt) c & d. conſtat itaq; per 21 q; c numetat a, & d, b, æqualiter. fit igitur vt ſecundum e. erit per 17 vt viceuerſa e numeret a & b. a quidẽ ſecundũ c: & b ſecundum d, non ſunt igitur a & b contra ſe primi. quod eſt contra hypotheſin.



Eucli. ex Zamb. Theo. 22. Propo. 24. Cõuerſa p̃cedẽtis.

24 ¶ Minimi numeri eandem rationem habentium eis: primi adinuicem ſunt.

¶ THEON ex Zambetto. ¶ Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis a,b. Dico q; a,b, primi adinuicem ſunt. Si autẽ a,b, adinuicem nõ ſunt primi: metietur aliquis numerus ipſos a,b. metiatur: & eſto c. & quoties quidem c ipſũ a metitur: tot vnitates ſint in d. quoties autem c ipſum b metitur: tot vnitates ſint in e. Quoniam c ipſum a metitur per eas quæ in d vnitates exiſtunt: igitur & c ipſum d multiplicãs ipſum a facit. id propterea & c ipſum e multiplicãs: ipſum b facit. numerus igitur c duos numeros d,e, multiplicans: ipſos a b facit. Eſt per 17 ſeptimi, & per 11 quinti igitur ſicut d ad e: ſic eſt a ad b. Qui autem ipſis a,b, in eadem ſunt ratione minores ſunt. quod eſt impoſſibile. Ipſos igitur a,b, numeros: numerus aliquis nõ metietur. Igitur ipſi a,b: primi inuicem ſunt. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI fuerint duo numeri contra ſe primi: ſi quis vnum eorum numeret, ad alterum eſſe primus neceſſario comprobatur.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a & b contra ſe primi: c vero numeret a. Dico q; c primus eſt ad b. alioquin: numeret eos d. quæ per penultimã conceptionẽ numerabit etiam a. non ſunt ergo a & b, contra ſe primi: id enim numerat ambos.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 25.

25 ¶ Si bini numeri, primi adinuicem fuerint: vnum eorũ metiens ad reliquum primus erit.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bini numeri primi adinuicem a & b. Ipſum autẽ a metiatur aliquis numerus c. Dico q; & c,b: primi adinuicem ſunt. Si autem c,b, non ſunt adinuicem primi: metietur ipſos c,b, aliquis numerus. metiatur: & eſto d. Quoniã d ipſum c metitur, & c ipſum a metitur: & d igitur ipſum a metitur. metitur autem & b. Igitur d ipſos a,b, metitur: primos adinuicem exiſtentes. qd eſt impoſſibile, per 13 diffinitionem ſeptimi. Ipſos igitur b,c, numeros numerus aliquis nõ metietur. Ipſi igitur c,b, primi adinuicem ſunt. quod erat demõſtrandũ.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 25

SI fuerint duo numeri ad aliũ quemlibet primi: qui ex ductu vnius in alterũ producetur: ad eundem erit primus. 25

¶CAMPANVS. ¶Sit vterq; duorum numerorum a & b, primus ad c: & ex a in b ſit d. Dico q; d eſt primus ad c. aliter enim numeret eos e. d, quidem ſecundum f. eritq; per ſecundam partem 20i a ad e: ſicut f ad b. & quia a & c ſunt primi/& e numerat c: ipſe erit per 24. primus ad a. quare per 23 a & e: ſunt ſecundum ſuam proportionem minimi. ſequitur ergo per 21/vt e numeret b. & quia poſitum eſt q; ipſe numeret c: non erunt b & c contra ſe primi. quod eſt contra hypotheſin.

a . . . b . . . .
c . . . . .
d . . . . . .
e . . f . . . . .

Eucli.ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 26

¶Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint: & ex eis genitus ad eundem primus erit. 26

¶THEON ex Zamberto. ¶Bini numeri inq̃ a, b, ad aliquem numerũ c, primi ſint: & a ipſum b multiplicans ipſum d efficiat. Dico q; ipſi c, d: primi ſunt adinuicem. Si autem c, d, non ſunt primi adinuicem: metietur eos aliquis numerus. metiatur: & eſto e. Et quoniam c, a, primi adinuicem ſunt/ipſum autem c metitur aliquis numerus e: igitur e, a, per 25 ſeptimi/primi ſunt adinuicẽ. Quoties iam e metitur ipſum d: tot vnitates ſint in f. & f igitur ipſum d metitur: per eas quæ in e ſunt vnitates. Igitur e ipſum f multiplicans: ipſum d facit. Sed & a ipſum b multiplicans: ipſum d facit. æqualis igitur eſt qui ex e, f: ei qui ex a, b. Si autem qui ſub extremis æquus fuerit ei qui ſub mediis: quatuor numeri proportionales ſunt per 19 ſeptimi. Eſt igitur per 11 quinti/ſicut e ad a: ſic eſt b ad f. Ipſi autem a, e, primi. ipſi autem primi: & minimi. minini autem numeri per 21 ſeptimi eandem rationem habentium eis: metiuntur eãdem rationem habẽtes pariter maior maiorem minor minorem. hoc eſt antecedens antecedentem: & conſequens conſequentem. Igitur e ipſum b metitur. metitur autem & c. igitur e ipſos c, b, metitur primos exiſtentes adinuicem. quod eſt impoſſibile per 13 diffinitionem ſeptimi. Ipſos igitur c, d, numeros: numerus aliquis nõ metietur. Ipſi igitur c, d: primi adinuicem ſunt. Quod oportebat demonſtrare.

b
a c d e f

Eucli.ex Camp. Propoſitio 26

SI fuerint duo numeri cõtra ſe primi: qui ex vno eorum in ſe ipſum producitur/ad reliquũ eſt primus. 26

¶CAMPANVS. ¶Sint contra ſe primi a & b. & ex a in ſe fiat c. Dico q; c primus eſt ad b. ſit enim d: æqualis a. eritq; d primus ad b. & ex a in d: fiet c. per præmiſſam igitur patet c primum eſſe ad b. quod propoſuimus.

a . . . b . . . .
c . . . . . .
d . . .

Eucli.ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 27.

¶Si duo numeri primi adinuicem fuerint: qui ex vno eorũ fit/ad reliquum primus erit. 27

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri primi adinuicem a, b: et a ſeipſum multiplicans/ipſum c efficiat. Dico q; ipſi b, c: primi adinuicem ſunt. Ponatur enim ipſi a: æqualis d. Quoniam a, b, primi adinuicem ſunt/æqualis autem eſt a ipſi d: & d, b, igitur primi adiuicem ſunt. vterq; igitur ipſorum d, a, ad b primus eſt. & qui ex d, a, igitur fit: ad b primus eſt per 26 ſeptimi. Qui autem ex d, a, fit numerus: eſt c. Igitur c, b: primi adinuicem ſunt. quod erat demonſtrandum.

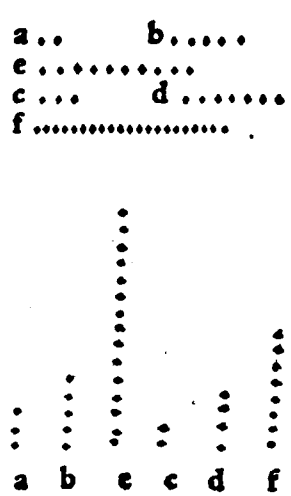
b
a c d

Eucli.ex Camp. Propoſitio 27.

SI duobus numeris ad alios duos comparatis / vterq; ad vtrumq; fuerit primus: qui ex duobus 27

prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b, priores: c & d, posteriores. sitq; vterq; duorũ a & b: primus ad vtrũq; duorũ c & d. & ex a in b sit e: & ex c in d, f. dico q; e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter concludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorum vterq; primus est ad c & ad d: erit per ipsam / e primus ad c, & item per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorũ vterq; primus est ad e: erit rursus per ipsam / f primus ad e. quod est propositum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 28.

28 ¶Si bini numeri ad binos numeros vterq; ad vtrũq; primi fuerint: & qui ex eis fient / primi adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamb. ¶Bini iñ numeri a, b: ad binos numeros c, d, vterq; ad vtrunq; primi sint. & a quidẽ ipsum b multiplicans / efficiat ipsũ e: & c ipsũ d multiplicãs / efficiat ipsũ f. Dico q; e, f: primi sũt adinuicẽ. Quoniã enĩ vterq; ipsorũ a, b, ad ipsũ c primus est: & q ex a, b, igitur fit / p 26 septimi / ad c primus est. qui autẽ fit ex a, b: est e. igitur e, c: primi sunt adinuicẽ. Id propterea & ipsi e, d: primi sunt adinuicem. & vterq; igitur ipsorum c, d: ad e primus est. & qui ex c, d, igitur: ad e primus est / per eandem. Qui autem fit ex c, d: est f. Igitur e, f: primi sũt adinuicem. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

28 SI fuerint duo numeri contra se primi / ducaturq; eorum vterq; in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in vtrunq; productorum suum ducatur principium: erunt quoq; producti contra se primi.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b: contra se primi. ducaturq; vterq; in se: & proueniant ex a quidem c, ex b vero d. itemq; ducatur a in c, & prouenĩat e: & b in d, & proueniat f. dico c & d esse contra se primos: itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 / c primus ad b. per eãdem igitur erit d primus ad a & ad c. sicq; constat primum: quod est c & d esse contra se primos. ¶Reliquũ sic. est enim vterq; duorũ numerorum a & c: primus ad vtrunq; duorum b & d. itaq; per 27 / erit e primus ad f. quod est reliquum. Non solum autem erit e primus ad f: sed etiam per 25 / ad b & ad d. itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur vtrũq; productorum in suum principium: essent omnes producti contra se primi. & non solum: sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Euclí. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 29.

29 ¶Si bini numeri primi adinuicem fuerint / & multiplicans vterq; seipsum fecerit aliquos: qui ex eis fiunt / primi adinuicem erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos: & illi quoq; primi adinuicem erunt. & semper circa extremos hoc continget.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri primi adinuicem a, b. & a seipsum multiplicans / efficiat c: ipsum vero c multiplicãs / efficiat e. At b seipsum multiplicans / efficiat d: ipsum autem d multiplicans / efficiat f. Dico q; c, d, & e, f primi sũt adinuicẽ. Quoniã enĩ a, b, primi adinuicẽ sũt / & a seipsũ multiplicãs fecit ipsũ c: igitur c, b, primi sũt adinuicẽ p 27 septimi. Quoniã igitur c, b, primi sũt adiuicẽ / & b seipsũ multiplicans ipsum d fecit: igitur c, d, primi sunt adinuicem per eandẽ. Et b seipsum multiplicans: ipsũ d fecit. Igitur a, d: primi sunt adinuicẽ per eandẽ.

Quoniam igitur bini numeri a,c, ad binos numeros b,d, vterq; ad vtrunq; primi sũt: per 27 septimi/& qui ex a,c, ad eum qui ex b,d, primus est: qui autem ex a,c, est e: qui ex d,b, vero est f. igitur e,f, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

SI fuerint duo numeri contra se primi: qui ex ambobus coaceruatur / ad vtrunq; eorum erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrũq; eorum fuerit primus: duo quoq; numeri adinuicem erunt primi. 29

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b: contra se primi. dico q; ex eis compositus a b: ad vtrunq; eorum erit primus. & econuerso, nam si d numerat totum a b, & alterum eorum: numerabit per cõmunem scientiam & reliquum, quare non erunt contra se primi. sed hoc positum fuerat. patet ergo primum. ¶Secundum sic. Sit a b primus ad vtrunq; suorum componentium qui sunt a & b. dico q; a & b: sunt contra se primi. Posito enim q; d numeret vtrunq; duorum numerorum a & b: sequitur per communem scientiam q; etiam numeret a b ex eis compositum. quare ad neutrum duorum numerorũ a & b: erit a b primus. sed positum erat q; esset ad vtrunq;. accidit igitur impossibile.

a . . . b . . . .
d . .

¶CAMPANI ãnotatio. ¶Eodem quoq; modo si coaceruatus ex duobus/ primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquum, ideoq; & coaceruati inter se. Sit enim compositus ex a, b: primus ad a. dico q; erit etiam primus ad b. alioqui: numeret eos d. qui per cõceptionem numerabit & a: cum numeret totum & detractum. hoc autem inconueniens. erat enim compositus ex a & b: primus ad a.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 30.

¶Si bini numeri: primi adiuicẽ fuerint: & vterq; ad vtrũq; ipsorum primus erit. Et si vterq; ad vnum aliquem eorum primus fuerit: & qui in principio numeri/ primi adinuicem erunt. 30

a . . . . . b c
d . . . .

¶THEON ex Zamberto. ¶Componãtur enim bini numeri primi adinuicem: a b & b c. Dico q; & vterq; a b c: ad vtrunq; ipsorũ a b, b c, primus est. Si autem c a & a b primi adinuicem non sunt: metietur eos aliquis numerus, metiatur: & esto d. Quoniam igitur d ipsos c a & a b metitur: & reliquum igitur b c metietur. Metitur autem & b a. Igitur d: ipsos a b & b c metitur / primos existentes adinuicem. quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. ipsos igitur c a & a b numeros: numerus aliquis non metietur. Igitur c a & a b: primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi c a & b c: primi sunt adinuicem. Igitur a c: ad vtrunq; ipsorum a b & b c primus est. ¶Sint rursus c a & a b: primi adinuicem. Dico q; ipsi a b & b c primi adinuicem sunt. Si enim ipsi a b, b c, primi non sunt adinuicem: metietur ipsos a b & b c, numerus aliquis. metiatur: & esto d. & quoniã d vtrunq; ipsorum a b & b c metitur: & totũ igitur c a, metietur. metitur autẽ & ipsũ a b. Igitur d: ipsos c a a b primos adinuicem existentes metietur. quod per 13 diffinitionẽ septimi est impossibile. Ipsos igitur a b & b c numeros: numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur a b & b c: primi adinuicem sunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 30.

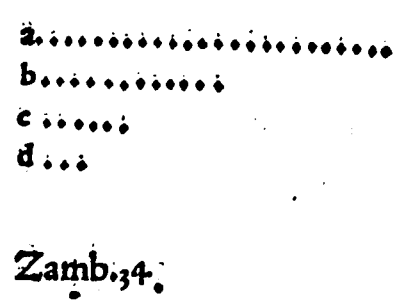
Zamb. 33.

a . . . . . .
b . . . . . .
c . . . . . .
d . . . .

OMnis numerus compositus: ab alio primo numeratur. 30

¶CAMPANVS. ¶Sit a quilibet numerus cõpositus. Dico q; aliquis primus numerat ipsum. quia enim est cõpositus: numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit

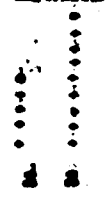
primus: verum erit quod dicitur. si autē compoſitus: ſit c qui numerat eū/ qui etiam per communem ſcientiam numerabit a. ſi ergo ipſe fuerit primus: cōſtat quod dicitur. At ſi cōpoſitus: neceſſario numerabit eum alius/ qui ſit d. qui etiam per communem ſcientiam numerabit a. de quo ratiocinare vt prius. Quia ergo quoties occurrit compoſitus neceſſe eſt minorem aſſumere qui compoſitum occurrentem numeret: ſequitur vt tandem deueniatur ad aliquem primum. alioquin accidet impoſſibile & contrarium petitioni: numerum in infinitum decreſcere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 31. Zamb. 34.

31 ¶Omnis numerus: aut eſt primus: aut a primo numeratur.

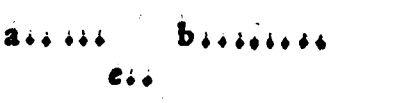
¶CAMPANVS. ¶Sit a quilibet numerus. dico ipſum eſſe primum/ vel numerari a primo. quia ſi non eſt primus: erit cōpoſitus. quilibet autē talis: ab aliquo primo numeratur per præmiſſam. a igitur: vel primus eſt vel a primo numeratur. quod proponitur.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 32. Zamb. 31.

32 ¶Omnis numerus primus: ad omnem quem non numerat eſt primus.

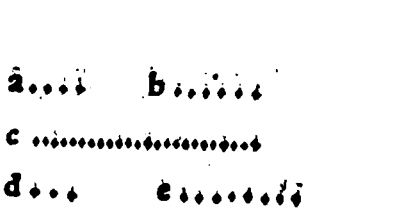
¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus primus non numeratis b. dico q̄ a & b: ſunt contra ſe primi. ſi enim c numerat eos: non eſt verum q̄ a ſit primus.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 33. Zamb. 32.

33 ¶Si numerus ex duobus productus/ ab aliquo primo numeretur: neceſſe eſt eundem primum alterum illorum duorum numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sit c productus ex a in b: & ſit d numerus primus qui ponatur numerare c. dico q̄ d numerat a vel b. numeret enī c: ſecūdum e. ſi ergo non numerat a: erit primus ad ipſum per præmiſſam. & ideo erunt ſecundum ſuam proportionem minimi per 23. & quia a ad d ſicut e ad b, per ſecundam partem 20: ſequitur vt d numetet b per vigeſimam primam. quod eſt propoſitum.



¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifeſtū eſt / q̄ ſi aliquis numerus numerat productum ex duobus/ vel ſi eidem fuerit cōmenſurabilis: cōmenſurabilis quoq; erit alteri eorum.

¶Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propoſitiones: quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus hoc præpoſtero ordine reſpondent.

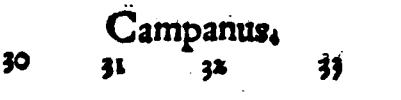
Campanus.
30 31 32 33

Zambertus.
33 34 31 32

Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 31

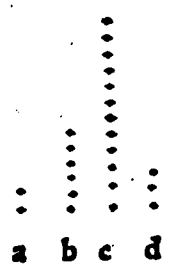
31 ¶Omnis primus numerus: ad omnem numerum quem nō metitur primus eſt.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit primus numerus a: & ipſū b nō metiat. Dico q̄ ipſi b, a: primi adinuicē ſūt. Si autē ipſi a, b, nō ſūt adinuicē primi: aliqs numerus eos metietur. metiatur c. ipſe c: nō eſt vnitas. Quoniā igit c ipſū b metitur/ & a nō metitur ipſū b: igitur c ipſi a nō eſt idē. Et quoniā c ipſos a, b, metitur: & a igitur metitur primū exiſtētē/ nō exiſtens ei idē. qđ eſt impoſſibile per 13 diffinitionē ſeptimi. Ipſos igitur a, b: numerus aliqs non metietur. Igitur ipſi a, b: primi adinuicem ſunt. quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 32.

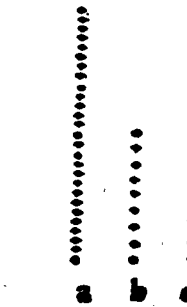
32 ¶Si bini numeri multiplicantes ſe adinuicem fecerint aliquem/ factum autē ex eis metitur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in principio metietur.



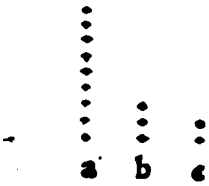
¶THEON ex Zāb. ¶Bini inq̄ numeri a,b,multiplicātes ſe adinuicē: ipſum efficiāt c.ipſum autem c:metiatur aliquis numerus primus d.Dico q̄ d:vnū ipſorum a,b,metitur.Ipſum a nō metiatur:eſtq; primus d. Igitur a,d,primi adinuicem ſunt per præcedentem.Et quoties d ipſum c metitur:tot vnitates ſint in e.Quoniam igitur d ipſum c metitur per eas quæ in e ſunt vnitates:igitur d ipſum e multiplicans/ipſum c efficit.Atq & a ipſum b multiplicans:ipſum efficit c.æqualis igitur eſt qui ex d,e:ei q ex a,b.Eſt igitur per 19 ſeptimi/ſicut a ad d: ſic b ad e. Ipſi autem d,a,primi ſunt.primi autem & minimi.minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter:maior maiorem/& minor minorem/per 21 ſeptimi.hoc eſt antecedens antecedentem:ſequens ſequentem.Igitur d ipſum b metitur.Similiter quoq; oſtendemus q̄ & ſi d ipſum b non metiatur:metietur & a.Igitur d:vnum ipſorum a,b metitur. Quod erat demonſtrandum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 31. Proppſitio 33.

¶Omnis compoſitus numerus: ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. 33



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit compoſitus numerus a.Dico q̄ a ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit.Quoniam a compoſitus eſt: metietur eum aliquis numerus per 14 diffinitionem ſeptimi.metiatur: & eſto b.& ſi b primus eſt:manifeſtum iam eſt quod quærimus per eandem.Si autem compoſitus:metietur eum aliquis numerus per eandem. metiatur:& eſto c.Et quoniam c ipſum b metitur/& b ipſum a metitur: & c igitur ipſum a metitur:& ſi c quidem primus eſt:manifeſtum iã eſt id quod quæritur.Si autem compoſitus: eũ aliquis numerus metietur. talis vero factus: ſumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentẽ/qui & ipſum a metietur.Si autem nō ſumetur: metientur ipſum a numerum infiniti numeri/quorum alter altero minor eſt.quod eſt impoſſibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem:qui & ipſum a metietur. Omnem igitur compoſitũ numerũ:primus aliquis numerus dimetitur.quod oportuit demõſtraſſe.



¶ALITER. ¶Sit compoſitus numerus a.Dico q̄ eum aliquis primus numerus metitur.Quoniã cõpoſitus eſt ipſe a:metietur eũ aliqs numerus per 14 diffinitionem ſeptimi.& ſit minimus metientium eum:b.Dico q̄ b primus eſt.Si autem b primus non eſt: metietur igitur eum aliquis numerus.Cadat ſub dimenſionẽ ipſius c.Igitur c ipſo b minor eſt. & quoniam c ipſum b metitur/& b ipſum a metitur:& c igitur ipſum a metitur minor exiſtens ipſo b ipſum a metientiũ minimo.quod abſurdum eſt.Igitur b non eſt compoſitus:ſed primus.

Eucli.ex Zamb. Theorema 32.Propoſitio 34.

¶Omnis numerus:aut primus eſt:aut eum aliquis primus metitur. 34



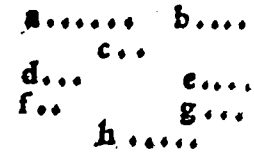
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit numerus a.Dico q̄ a: aut eſt primus/ aut eum aliquis numerus metitur.Si autem primus eſt a:factum iam eſt id quod quęritur.Si autem cõpoſitus:eum aliquis numerus primus metietur per 33 ſeptimi.Omnis igitur numerus:aut primus eſt: aut eum aliquis primus numerus metitur.quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 34.

NVmeros ſecundum proportionem numerorum aſſignatorum minimos:inuenire. 34

¶COR RELARIVM. ¶Vnde manifeſtum eſt/maximum numerum duos communiter numerãtẽ:ſecundũ minimos illius proportionis eos numerare.

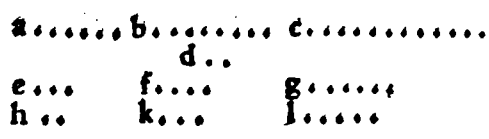
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b numeri propoſiti: ſecundū quorum proportionem volumus inuenire minimos. ſi ergo fuerint contra ſe primi: ſunt quales inquirimus/per 23. ſi autem compoſiti: ſumatur (vt docet ſecunda) maximus eos cōmuniter numerās qui ſit c. numeretq; eos ſecūdū d & e. eruntq; in eadē proportione per 18: quos dico eſſe quales quærimus. Sin autem: ſint f & g. qui per 21/numerabūt a & b æqualiter, ſit igitur vt ſecūdum h. eritq; per ſecundam partem 20/c ad h: ſicut f ad d, vel ſicut g ad e. quare c eſt minor h. itaq; cum h numeret a & b: non fuit c maximus eos numerās. ſed erat poſitum q; ſic. ergo contra hypotheſin.



¶CAMPANI additio. ¶Numeros ſecūdum continuitatē proportionum numerorum aſſignatorum minimos/reperire.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde etiam manifeſtū eſt maximum numerum quotlibet cōmuniter numerantem: ſecūdum minimos proportionum eorum eos numerare.

¶Vt ſi ſint a, b, c, ſecundū quorū proportiones volumus minimos inuenire: ſiue fuerit in eadē proportione ſiue in diuerſis. ſi nullus numerus numerat eos omnes: ipſi ſunt quos quærimus/per 23. hoc enī ibi demonſtratū eſt. Si autem vnus numerat omnes: ſumatur vt docet tertia maximus eos cōmuniter numerās qui ſit d. numeretq; eos ſecūdū e, f, g. qui erunt in eadē proportione per 18. dico eos eſſe quos quærimus. alioqui ſint h, k, l: q; per 21/numerabunt a, b, c, æqualiter. ſit vt ſecundū m. eritq; per ſecundā partē 20/d ad m: vt h ad e, vel k ad f, vel l ad g. Minor eſt igitur d q̄ m. quare cū m numeret a, b, c: non fuit d maximus eos numerans. quare ſequitur impoſſibile. fuit enim d: maximus numerās a, b, c.



Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 35.

35 ¶Numeris datis quibuſcūq; inuenire minimos eaſdem rationes habentium eis.

¶THEON ex Zāb. ¶Sint dati qlibet numeri a, b, c. Oportet iā inuenire minimos eaſdē rationes habētiū eiſdē a, b, c. Ipſi inq̄ a, b, c: aut primi adinuicē ſūt/aut nō. Si qdē ipſi a, b, c, primi ſunt adinuicē: minimi ſūt eandē rationē habentiū eis per 23 ſeptimi. Si autē non: ſumatur per 3 ſeptimi/ipſorū a, b, c, maxima cōmunis dimēſio d. & quoties d vnūquēq; ipſorū a, b, c, metitur: tot vnitates ſint in vnoquoq; ipſorū e, f, g. & vnuſquiſq; igitur ipſorū e, f, g: vnūquenq; ipſorū a, b, c, metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Igitur ipſi e, f, g: ipſos a, b, c, æque metiūtur. Igitur per 18 ſeptimi/ipſi e, f, g: ipſis a, b, c, in eadē ſunt ratione. Dico iam q; & minimi. Si autē ipſi e, f, g, non ſunt minimi eandē rationē habentiū eiſdē a, b, c: erunt aliqui numeri ipſis e, f, g, minores in eadē ratione exiſtentes ipſis a, b, c. Sint h, k, l. æque igitur h metitur ipſū a: & vterq; ipſorū k, l, vtrūq; ipſorū b, c. Quoties autē h ipſū a metitur: tot vnitates ſint in ipſo m. & vterq; igitur per 21 ſeptimi/ipſorū k, l: vtrūq; ipſorū b, c, metitur per eas quæ in m ſūt vnitates. & m igitur ipſū a metitur per eas quę in vtroq; ipſorū k, l, ſunt vnitates. Igitur m ipſos a, b, c, metitur. Et quoniā h ipſū a metitur per eas quę in m ſunt vnitates: igitur h ipſū m multiplicās: ipſū a facit. Id propterea & ipſū d multiplicās: ipſū efficit a. Aequalis igitur eſt qui ex e, d: ei qui ex h, m, per 16 ſeptimi. Eſt igitur p 19 ſeptimi/ſicut e ad h, ſic eſt m ad d. maior autē eſt e ipſo h. maior igitur eſt & m ipſo d. & metitur ipſos a, b, c. qd eſt impoſſibile. Supponitur nāq; d: ipſorū a, b, c, maxima cōmunis dimēſio. Igitur non erūt aliq; numeri: minores ipſis e, f, g: in eadē exiſtētes ratione ipſis a, b, c. Igitur e, f, g: minimi ſunt eandē rationē habentiū ipſis a, b, c. qd feciſſe oportuit.

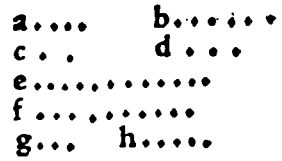


Eucli. ex Camp. Propoſitio 35.

35  Vilibet duo numeri minimos numeros ſuę proportionis maior minorē & minor maiorē multiplicātes: minimum ab ipſis numeratum producunt.

Zamb.37. ¶COROLLARIVM. ¶ Vnde manifestū est minimū quē duo numerāt: quēlibet ab eis numeratū numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: minimiq; in eorum proportione c & d. eritq; per primam partem 20/vt ex a in d, & b in c: fiat idē numerus qui sit e. quem dico esse minimum numeratum ab a & b. aliter enim: sit f. quem numerēt a & b secundū g & h. eritq; per secūdam partem 20/h ad g: sicut a ad b, & sicut c ad d. & per 18 erit c ad h: sicut e ad f. cum itaq; per 21 c numeret h: e numerabit f, maior minorē. quia ergo hoc est impossibile: constat verum esse quod dicitur

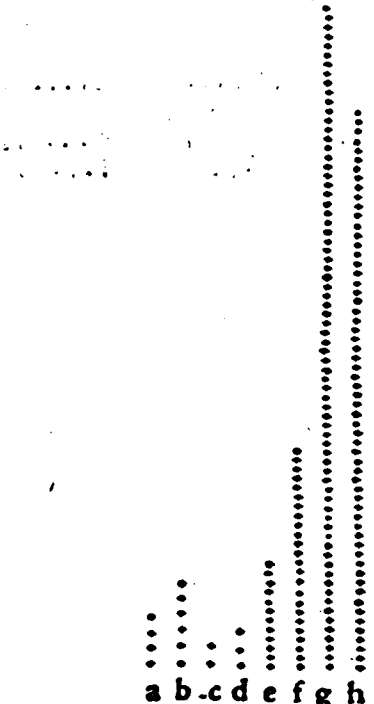


Eucli. ex Camp. Propositio 36.

Zamb.36.28 PRoposītis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire. 36

¶COROLLARIVM. ¶ Manifestum etiā ex hoc est/minimum numerum quem quotlibet numerant: quemlibet ab eis numeratum numerare.

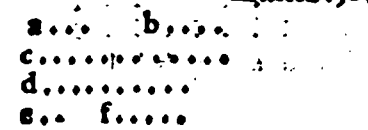
¶CAMPANVS. ¶Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimum numeratum ab a & b. q; si a numerat b: non erit alius q̄ b. si autem non numerat eum nec econuerso/si ipsi sunt contra se primi: qui ex vno in alterum prouenit/erit minimus per 23/& præmissam. Qz si sunt cōmunicātes: sumantur minimi in eorū proportione/vt docet 34. & maiore in minorem eorum multiplicato: prouenit a e. qui erit/minimus numeratus ab eis per præmissam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e & c: qui sit f: eritq; f minimus numeratus ab a, b, c. sed & minimus quem numerant f & d: sit g. eritq; g minimus: quem numerant numeri propositi. q; enim omnes ipsum numerent: patet per conceptionem. sed si non est minimus: ponatur ergo h. quem quia numerant a & b: numerabit etiam ipsum/e per correlarium præmissæ. per idem quoq; correlariū: nūerabit ipsū f. sed & g. maior itaq; nūerat minorē: qd ē ipossibile.



¶CAMPANI additio. ¶Hæc & præmissa proponūtur in alio loco sub tribus conclusionibus: quarum prima æquiualet præmissæ. secunda ponitur ex correlarijs ambobus. tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

¶Datis duobus numeris: minimū ab eis numeratū iuenire

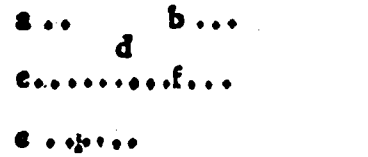
Zamb.36.



¶Dati numeri sint a & b. quorū minor si numerat maiorē: est maior quē quærimus. alioq; maior eorū numeraret minorē se. Si autē neuter neutrū numeret/si ipsi sūt cōtra se primi: erit qui ex a in b, puenit (qui sit c) minimus omniū quē numerāt a & b. Nā si minorē eo numerauerit: esto d, quē numerēt scdm e & f. eritq; per secūdā partē 20/a ad b: sicut f ad e. & quia a & b sūt suæ proportionis minimi per 23: numerabit a, f, per 21. & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nā ex b in a & f fiūt c & d: sequitur c numerare d. sed erat d minor c. quare ipossibile. ¶Si autē a & b sint cōmunicantes: negociare propositum vt in 35.

¶Secunda trium conclusionū ex ambobus correlarijs est confecta.

Zamb.37 ¶Si plures numeri numerum vnum numerēt: necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.



¶Vt si sit qlibet nūerus quē numerat a & b, d: minimusq; ab eisdē numerat c: erit vt c nūeret d. cū enī sit d maior c, si c nō numerat ipsū: numerabit tñ aliqd eius. sitq; plurimū q; numerat e. & residuū sit f. eritq; f minus c. qa igitur a & b numerāt c: numerabūt q; cōem scientiā & e. sed numerabūt d. itaq; per aliā cōmunē scientiā numerabūt f. incōueniēs ergo sequitur q; c nō fuit minim9 quē numerāt a & b. ¶Idē q; cōuinces & eodē mō de quolibet nūerato a quodlibet pluribus: sc3 q; minim9 ab illis quotlibet pluribus numeratus eundē numeret. ¶Vltima triū conclusionū est.

¶Propoſitis tribus numeris: minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire. ZAMB. 38.

¶Tres numeri propoſiti ſint a,b,c. minimuſq; quem numerant a & b, ſit d: qui ſumetur vt prima trium concluſionum docet. Si igitur c numerat d: ſcito d eſſe quē quærimus. Si enī a,b,c, minorē eo numerant: ſit e. quē per præmiſſam concluſionē numerabit d. quod eſt impoſſibile. ¶Si autem c non numerat d: ſumatur e minimus numeratus ab eis. Qz autem e numeretur ab a,b,c: patet. quia c numerat ipſum: & d ſimiliter. ergo & a,b: qui numerant d. quare e numerabitur ab a,b,c. Eritq; e minimus quem numerant a,b,c. Sin autem: ſit f. quem per præmiſſam concluſionem numerabit d. ſed c numerat f: quia a,b,c, numerāt eum. quare c,d, numerabūt eum. quare per præmiſſam e numerabit eum: maior minorem. quod eſſe non poteſt. Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propoſitis.

a... b.... c.....
d.....
e.....

a... b.... e.....
d.....
e.....
f.....

¶Duæ præcedentes ex Campano propoſitiones 35 ſcilicet & 36 tribus ex Zamberto ſequentibus Euclidis propoſitionibus ſic reſpōdēt: vt corrolariū 35 ex Campano / 37 ex Zamberto reſpondeat. 36 autem ex Campano: ſit ad 36 & 38 ex Zamberto propoſitiones vniuerſales.

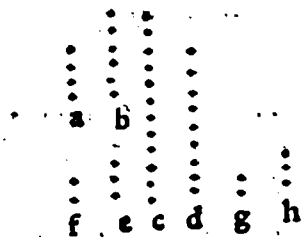
Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 36.

36 ¶Duobus numeris datis: inuenire quem minimum metiūtur numerum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint dati bini numeri a,b. oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipſi a,b: certe aut primi ſunt adinuicem / aut non. Sint prius a,b: primi adinuicem. & a ipſum b multiplicans: efficiat ipſum c. & b igitur ipſum a multiplicans: ipſum efficit c per 16 ſeptimi. Igitur ipſi a,b: ipſum c metiuntur. Dico iam q; & minimum. Si autem non: ipſi numeri a,b, metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo c. metiantur: & eſto d. & quoties a ipſum d metitur: tot vnitates ſint in e. quoties autem b ipſum c metitur: tot vnitates ſint in f. Igitur a ipſum e multiplicans: efficit ipſū d. & b multiplicās ipſum f: efficit ipſum d: æqualis igitur eſt qui ex a,e. ei qui ex b,f. eſt igitur p 19 ſeptimi / ſicut a ad b: ſic eſt f ad e. ipſi autem a,b: ſunt primi. primi autē per 23 ſeptimi: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem / & minor minorem. Igitur per 21 ſeptimi / b metitur ipſum e: ſicut ſequens ſequētem. Et quoniam a ipſos b,e, multiplicans ipſos c,d, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi / ſicut b ad e, ſic eſt c ad d. At b: ipſum e metitur. metitur ergo & c ipſum d: maior minorē. quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi a,b, nō metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo c: quando ipſi a,b, primi adinuicem fuerint. Igitur c minimus exiſtēs: ſub ipſorum a, b, dimenſionē cadit. ¶Non ſint primi ipſi a, b, adinuicē. & ſumantur per 35 ſeptimi / minimi numeri eandem rationem habētium ipſis a,b: ſintq; f,e. æqualis igitur eſt qui ex a,f: ei qui ex b,e, per decimamnonā ſeptimi. & a ipſum e multiplicans: efficiat ipſum c. & b igitur ipſum f multiplicans: efficit ipſum c. Igitur a,b: ipſum c metiuntur. Dico iam q; & minimum. ſi autem non: metientur ipſi numeri a,b, aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo c. metiantur: & eſto d. & quoties quidē a ipſum d metitur: tot vnitates ſint in g. Quoties autem b ipſum d metitur: tot vnitates ſint in h. A igitur g multiplicans: efficit ipſum d. ipſe b vero ipſum h multiplicans: efficit ipſum d. equalis igitur eſt qui ex a,g: ei qui ex b,h. Eſt igitur per 19 ſeptimi / ſicut a ad b: ſic eſt h ad g. Sicut autē a ad b: ſic f ad e. & per vndecimā quiti: igitur ſicut f ad e: ſic h ad g.

b
a c d e f

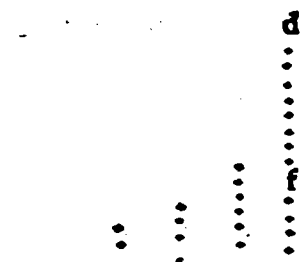
a b
f e c d g h



Ipſi autem f,e:minimi.minimi vero eandem rationem habentes æque metiuntur:maior maiorē/& minor minorem/per 21 ſeptimi.Igitur e ipſum g metitur.& quoniam a ipſos e,g,multiplicans/ipſos fecit c,d:eſt igitur per 17 ſeptimi ſicut e ad g ſic eſt c ad d.At e ipſum g metitur.& c igitur ipſum d metitur/maior minorem.quod eſt impoſſibile. Ipſi igitur a,b:non metientur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo c. Igitur c minimus exiſtens:ſub ipſorū a,b,dimenſionē cadit.quod oportuit facere.

Eucli.ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 37.

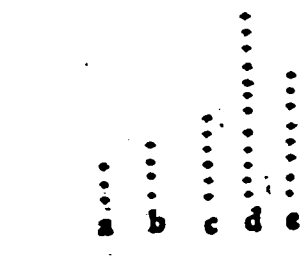
¶Si bini numeri numerum aliquem menſi fuerint:& minimus qui ſub eorum dimenſionem cadit/ eundem metietur. 37



¶THEON ex Zamberto.¶Bini inq̄ numeri a,b:numerum aliquem c d metiantur.minimus vero ſit e.Dico q̄ e quoq; ipſum c d metitur.Si autem e ipſum c d non metitur:ipſum d f metiens ipſe e,relinquat ipſo minorem hoc eſt c f.& quoniam ipſi a,b,ipſum e metiuntur/at e ipſum d f:& ipſi a,b,igitur ipſum d f metiuntur.metiuntur autem & totum c d.& reliquum igitur c f metientur minorem exiſtētē ipſo e.quod eſt impoſſibile.Igitur e ipſum c d metitur.quod erat demonſtrandum.

Eucli.ex Zamb. Problema.5. Propoſitio 38.

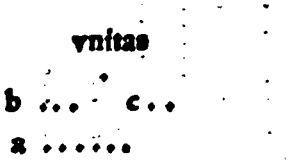
¶Tribus numeris datis:inuenire quem minimū numerū metiuntur. 38



¶THEON ex Zamberto.¶Sint dati numeri a,b,c.oportet iam inuenire:quem minimum numerum metiuntur. Suſcipiatur enim per 36 ſeptimi/minimus numerus d:qui ſub ipſorum a,b,dimenſionem cadat. Iam c ipſum d aut metitur:aut non metitur.metiatur prius . metiuntur autem & ipſi a,b:ipſum d.Igitur ipſi a,b,c:ipſum d metiuntur.Dico q̄ & minimum.Si autem non:ipſi a,b,c,numeri metientur numerum minorem ipſo d,metiantur e. Quoniam ipſi a,b,c,ipſum e metiuntur:igitur & a,b,ipſum e metiuntur.& minimus igitur quem ipſi a,b,metiuntur:metietur ipſum e per 37 ſeptimi. At minimus quem ipſi a,b,metiuntur:eſt d. Igitur d ipſum e metietur / maior minorem.quod eſt impoſſibile.Ipſi a,b,c,igitur:non metientur numerum aliquem minorem exiſtentem ipſo d.Igitur ipſi a,b,c:minimum d metiuntur. ¶Non metiatur rurſus c ipſum d: & ſuſcipiatur per 36 ſeptimi minimus numerus e quem metiantur ipſi c,d.Quoniam a,b,ipſum d metiuntur / at d ipſum e metitur:& a,b,ipſum e igitur metiuntur.metitur autem & c ipſum e.igitur ipſi a,b,c:ipſum e metiuntur. Dico q̄ & minimum.ſi autē non:ipſi a,b,c,metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo e. metiantur f.Quoniam ipſi a,b,c,ipſum f metiuntur:& ipſi a,b,igitur ipſum f metiūtur.& minimus igitur quē a,b,metiūtur:ipſum f metietur per 37 ſeptimi.minimus autem quē ipſi a,b,metiuntur:eſt d.igitur d ipſum f metitur.metitur autem & c ipſum f.Igitur ipſi d,c,ipſum f metiuntur.quare per eandem & minimus igitur quem ipſi c,d,metiuntur:ipſum f metietur.At minimus quem ipſi c,d,metiūtur: eſt e.Igitur e ipſum f metitur:maior minorem.qd eſt impoſſibile.Ipſi a,b,c,igitur: non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo e. Igitur e minimus eſt:quem ipſi a,b,c,metiuntur.quod oportebat facere.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 37.

SI numerus aliquis alium numerum numeret: erit in numerato pars a numerante denominata. 37



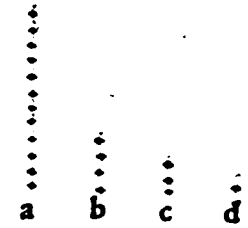
¶CAMPANVS.¶Huius ſenſus eſt/q̄ oīs numerus numeratus a ternario:habet tertiam. & numeratus a quinario:habet quintā. ſicq̄ de cæteris. vt ſi b numeret a:erit i a pars denoiata a b. numeret eni ipſū:quoties vnitas i c.eritq̄ per 16 vt c quoq; toties numeret a:quotiesa

vnitas in b. quare tota pars est c, a: quota vnitas, b. & quia vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit c pars a, denominata a b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 39.

39 ¶ Si numerum aliquis numerus metiatur: mensus cognominatam partem habebit metienti.

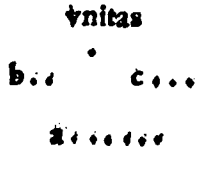
¶ THEON ex Zamb. ¶ Numerum enim a: numerus aliquis b metiatur. Dico q̄ a: cognominatam partem habet ipsi b. Quoties enim b ipsum a metitur: tot vnitates sint in c. Quoniam b ipsum a metitur per eas quæ in c sunt vnitates / metitur autem & d vnitas ipsum c per eas quæ in eo sunt vnitates: æque igitur per 15 septimi / d vnitas ipsū c numerum metitur / & b ipsum a. Vicissim igitur per eandem / æque d vnitas ipsum b metitur numerum: metitur vero & c ipsum a. Qualis igitur pars est d vnitas ipsius b numeri: talis pars est & c ipsius a. At d vnitas: pars est ipsius b ei cognominata. & c igitur ipsius a pars est cognominata ipsi b. Quare a partem habet c cognominatā ipsi b. quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat: numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus

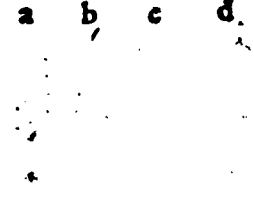
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc est conuersa præmissæ: cuius est intentio / q̄ omnis numerus habens tertiam: numeratur a ternario. & habens quintā: a quinario. sicq; de cæteris. vt si b sit pars c denominata a c: sequitur vt c numeret a. quia enī b est pars a denominata a c, sed & vnitas est pars c denominata ab ipso c per cōceptionē: sequit vt quoties vnitas numerat c, toties b numeret a. itaq; per 16 quoties vnitas b: toties c numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem. Cū sit b pars a, sit tota vnitas / c. eritq; per hanc communem scientiam / vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam: c denominans b in a. & quia est b in a quoties vnitas in c: euidenter sequitur propositū per 16.



Eucli. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 40.

40 ¶ Si numerus partem habuerit quamlibet: eum cognominati numeri metietur pars.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numetus inquam a, partem habeat quālibet b: & ipsi b parti cognominatus sit numerus c. Dico q̄ c ipsū a metitur. Quoniam enim b ipsius a pars est cognominata ipsi c, est autē & d vnitas ipsius c pars cognominata ei: qualis igitur pars est d vnitas ipsius c numeri / talis pars est & b ipsius a. æque igitur d vnitas ipsum c numerum metitur: & b ipsum a. Vicissim igitur per 15 septimi æque d vnitas ipsum b numerum metitur: & c ipsum a. & c igitur ipsum a metitur. quod erat demonstrandum.

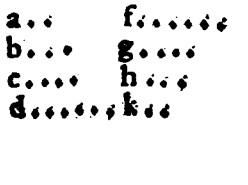


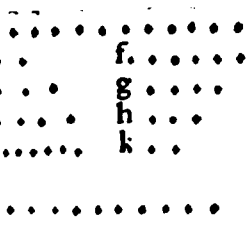
Eucli. ex Camp. Propositio 39.

39 NVmerum minimum / propositarum denominationum habentem partes: inuenire.

¶ CORRELARIVM. ¶ Ex quo manifestū est / q̄ minimus numerus numeratus a quotlibet: est minimus habens partes denominatas ipsis.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a, b, c, d denominantes partes propositas: & e minimus numeratus ab eis sumptus secundū 36. Ipsum e dico esse quē quærimus. Sint enim secundum quos numerant ipsum: f, g, h, k. eritq; per 16 & hanc communem scientiam / vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: vt viceuersa f, g, h, k, numerent e secundum a, b, c, d. quare





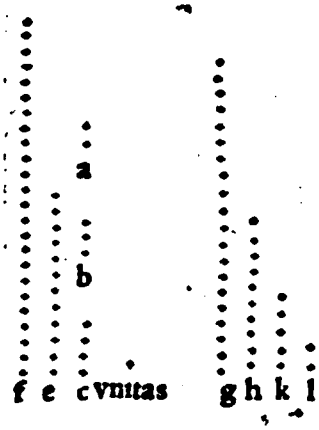
sunt partes eius ab illis dictæ. est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiam. quoniam si alter fuerit vt l: sint partes l dictæ ab eis/m,n,p,q. eruntq; per 16 & prædictam communem scientiam a,b,c,d: viceuersa partes l dictæ ab m,n,p,q. quare non erat e minimus quem numerat a,b,c,d. quod est inconueniens.

¶CAMPANI annotatio. ¶Habito minimo/ si cura est habere secundum/ aut quotumcunq; libet/ si secundum quidem: sume duplum minimi. si tertium: triplum. & ad hunc modum in alijs. Cum enim ois multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d, per hanc communē scientiā/ omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo: necesse est per 37 vt omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a, b,c,d. si itaq; duplus e, nō fuerit secundus habens partes propositarum denominationū: erit alius. quem sicut sequitur esse maiorem e: sic sequitur esse minorem duplo. & quia illum numerant a,b,c,d, per 38: sequitur per correlariū 36 q; e numeret eundem. quod est impossibile. cū enī numeret se: numeraret per hanc communē scientiam. omnis numerus numerans totum & detractum: numerat residuum/ differentiam illius ad se. quæ cum sit minor eo: maior numerus numeraret minorem. qđ esse nō potest. Sequitur itaq; duplum e: esse secundum numerum habētem propositarum denominationum partes. Similiter quoq; argues triplum e esse tertium: probato duplo esse secundum. alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum. quod vt prius patet: est impossibile. probato autē triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplū esse quartum. & sic in cæteris.

¶CAMPANI additiones.

¶Minimum numerum habentem partes propositarū denominationum sumptarum continue: reperire.

¶Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam. quæ etiam tertia habeat quartam: aut qualitercunq; contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorē secundæ. & ex eis productum in denominatorem tertiæ. productū quoq; in denominatorem quartæ. sicq; de cæteris vsq; ad vltimam/ a prima: vel vsq; ad primam ab vltima. & qui prouenerit: erit qui inquiritur. vt in proposito 60 vel 84. ¶Hoc autem ita esse demōstratiue sic habeto. Sint numeri partes ꝓpositas denominantes a,b,c. volumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a: ita q; illa pars habeat partem denominatā a b, sed & hæc aliam dictam a c. Ducatur itaq; c in b: & prouenīat e. & e in a, & prouenīat f: quem dico esse quem quærimus. Cum enim f prouenīat ex a in e: erit e pars f dicta ab a. sed & propter hoc erit c pars e dicta a b. & quia vnitas est pars c dicta ab ipso c: patet f habere partes vt ꝓponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g. sitq; h pars eius dicta ab a. & k pars h dicta a b. l quoq; pars k dicta a c. eritq; per 18/ f ad g: vt e ad h. & e ad h: vt c ad k. itemq; c ad k: vt vnitas ad l. quare permutatim f ad e: vt g ad h. & e ad c: vt h ad k. & c ad vnitatem: vt k ad l. ergo per 15/ erit in proportione æqualitatis f ad vnitatem: vt g ad l. ergo permutatim erit f ad g: vt vnitas ad l. quare cum g sit minor f: erit l minor vnitate. sequitur igitur impossibile: partem numeri/ minorem esse vnitate. erit itaq; f minimus: habens partes vt proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secundum aut quotūcūq; libet: per minimi multiplices (vt prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.



¶Propositis partibus quotiscunquelibet: minimum numerum eas contunētium inuenire.

¶Vt ſi partes propoſitæ ſint a,b,c,ſintq; eas denominãtes d,e,f,& ſumatur minimus quẽ numerant d,e,f,qui ſit g:hũc dico eſſe quẽ quærimus.erũt enim in eo propoſitæ partes per 37.qui ſi nõ fuerit minimus eas continens:ſit ergo h,quem numerabunt d,e,f,per 38 igitur non erit g minimus numeratus ab eis.quod eſt incõueniẽs:quia minimus erat. ¶CAMPANI annotatio. ¶Intelligo vero partes a,b,c,indeterminate poni:nõ ſub quãtitate certa. aliter enim nõ eſſet neceſſariũ vt minimus numerus quẽ numerãt d,e,f:eſſet minimus cõtinẽs ptes propoſitas.plurimas enim contingit partes reperire:quas numerus numeratus ab eorũ denominatoribus non continet.verbi gratia.Tres numeri qui ſunt 120.90.& 72:ſunt eiuſdẽ numeri partes.primus quidẽ:tertia. ſecundus vero:quarta.& tertius:quinta.nec tamẽ minimus quem numerãt denominatores eorum qui eſt 60:partes iſtas continet.Inſtandũ igitur eſt(ſi partes ſub certa quantitate ponantur)primæ conſequẽtiæ huius demonſtrationis.Non enim ſequitur vt arguit per 37 ſi ternarius hunc numerat ergo hic numerus poſitus eſt eius tertia.ſed ergo habet tertiam.qua propter idem eſt quod proponitur ſecundũ vtrũq; modũ.ſed ſecundum primum:conuenientius videtur quod intẽditur proponi.Attendere autẽ oportet cũ omnis pars habeat quantitatẽ:q; in eo contingit ponere quot libet & quaſlibet partes ſecundum quantitatem. & inquirere quis minimus eas continet:& ſub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem conſtat eſſe minimum numeratum ab eis:ſecundum quos vero numerat/ſunt qui illas in illo denominant.Contingit iterum ponere quotlibet & quaſlibet denominationes : & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & ſecundum quas quantitates. Minimum quoq; conſtat eſſe minimum numeratum ab illis.ſecundum quos vero numerant:ſunt qui quantitates determinant.vtrobiq; autem idcirco inquiritur minimus.quia infiniti ſũt hinc quidem qui has partes continẽt:inde vero in quibus hæ denominationes reperiuntur.Contingit rurſus ponere quotlibet partes & totidẽ denominationes vel quotlibet denominationes & totidem partes.non autem quaſlibet cum quibuſlibet:ſed certas cum certis.Si enim ponã partes tres/quatuor/quinq; & denominationes earum 6/7/8/& inquirã quis numerus continet has partes ſub iſtis denominationibus:ſimilis ero inquiſitori vano quærenti impoſſibile.Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non vt contingit:& inquirere quis numerus poſitas partes ſub poſitis denominationibus continet/non autem quos minimus. vnicus enim eſt.nam ſiue propoſita fuerit vna pars & vna denominatio/ſiue plures & plures:non erit ſumere plures numeros quod propoſitum erit continentes.Solus enim eſt cuius ternarius eſt quinta:non plures.Solus quoq; cuius ternarius octaua/& ſenarius quarta : non plures. Ideoq; proponentem partes & denominationes ipſarum in toto:non eſt quærere quis minimus continet has partes ſub iſtis denomiationibus/ ſed quis vnus continet.proponentem autem partes tantum/ contingit quærere quis minimas continet & a quibus in eo denominantur: ſolas quoq; proponentem denominationes/ conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur.Conuenientius autem videtur partes per denominationes inquirere:q̃ denominationes per partes.diuerſitatem quidem denominationum non partium:comitatur proportionum diuerſitas.

a tertia d...
b quinta. e.....
c ſexta. f.....
g.....
h.....

Euclí.ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 41.

41 ¶Numerum inuenire:qui minimus exiſtens habeat datas partes a,b,c.

¶THEON ex Zamberto.¶ Oportet iam numerum inuenire:qui minimus exiſtens habeat ipſas a,b,c,partes.Sint per 39 ſeptimi/ipſe a, b,c,partes cognominatæ numeris d,e,f. & ſumatur per 38 ſeptimi/g minimus numerus:quem d,e,f,metiantur.Quoniã gipſi d,e,f,metiũ-

a ſecunda. d..
b tertia. e...
c quarta. f....
g.....
h.....

a secunda d..
b tertia. e...
c quarta. f....
g.....
h.....

rur: cognominatam partem habet g, ipſis d,e,f, per 39 ſeptimi. Ipſis autem d,e,f, cognominatæ partes ſunt a,b,c. Igitur g habet partes a,b,c. Dico q̃ & minimus exiſtens. Si autem g non exiſtat minimus habens ipſas a,b,c, partes: erit aliquis numerus minor ipſo g qui habebit ipſas partes a,b,c. Sit per 40 ſeptimi/h. quoniã h habet ipſas partes a,b,c: igitur h, numeri quibus cognominatæ ſunt ipſæ a,b,c, metiẽtur. quibus autem ipſæ a,b,c, partes cognominatæ ſunt: ſunt numeri d,e,f. Igitur ipſi d,e,f: ipſum h metiẽtur/ qui minor eſt ipſo g. Quod eſt impoſſibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipſo g: qui habeat ipſas a,b,c, partes. quod oportebat demonſtrare.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS Arithmeticorum elementorum ſeptimi libri Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philſophi Mathematicorumq̃ facile principis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Septimus.

Ex Campano. Diffinitiones.

LAtera numerorum dicuntur: quorum multiplicatione numeri producuntur. 1

¶Superficialis appellatur numerus: qui ſub duobus lateribus continetur. 2

¶Solidus vero: qui ſub tribus/ ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 3

¶Quadratus: eſt numerus ſuperficialis æqualibus lateribus conſiſtens. 4

¶Cubus: eſt ſolidus æqualibus conſiſtens lateribus. 5

¶Similes dicuntur numeri ſuperficiales ſiue ſolidi: quorum latera ſunt proportionalia. 6

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

SI numerorum quotlibet continuę proportionalitatis duo extremi fuerint contra ſe primi: eos omnes ſecundum ſuam proportionem minimos eſſe neceſſe eſt. 1

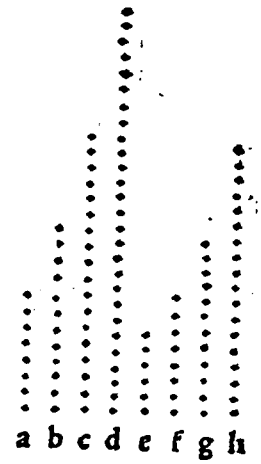
a.... b..... c..... ¶CAMPANVS. ¶Sint continue proportionales a,b,c. duoq̃ extremi qui ſunt a,c: ſint contra ſe primi. dico q̃ in eadem proportione non

d... e..... f..... reperientur totidem minores. Si autem contingit: ſint d,e,f. erit q̃ per 15 ſeptimi/ a ad c: ſicut d ad f. & quia a & c ſunt minimi in ſua proportione per 23 etuſdem: ſequitur per 21 vt a numeret d, & c, f, maiores ſcilicet minores. quod eſſe non poteſt.

Eucli.ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 SI fuerint quilibet numeri continue proportionales/ extremi vero ipſorum primi adinuicē fuerit: minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri continue proportionales: a,b,c,d. extremi autem ipſorum hoc eſt a,d: primi ſint adinuicē. Dico q̄ ipſi a,b,c,d: minimi ſunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: ſint minores ipſis a,b,c,d, ipſi e,f,g,h, in eadē ratione exiſtētes eis. Et quoniam ipſi a,b,c,d, in eadem ſunt ratione ipſis e,f,g,h. & æqualis eſt multitudo ipſorum e,f,g,h, multitudini ipſorum a,b,c,d: æque igitur eſt ſicut a add, ſic e ad h. at a,d: primi ſunt adinuicem. primi vero: & minimi per 14 ſeptimi. minimi autē numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: antecedens antecedentem/ & ſequens ſequentem per 21 ſeptimi. Metitur igitur a ipſum e, maior minorē. quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi e,f,g,h, minores exiſtentes ipſis a,b,c,d: in eadem non ſunt ratione ipſis. Igitur a,b,c,d: minimi ſunt eandem rationem habentium eis. quod oportebat demonſtrare.

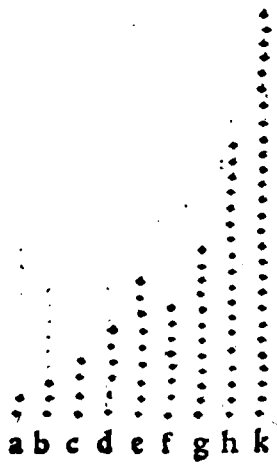


Eucli.ex Camp. Propoſitio 2.

2 VMeros quotlibet continuæ proportionalitatis/ ſecundū proportionē datam minimos: inuenire.

¶COROLLARIVM. ¶ Vnde manifeſtum erit/ q̄ ſi fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis ſecundum eam minimi: duo extremi erunt quadrati. q̄ ſi fuerint quatuor: erunt extremi cubi.

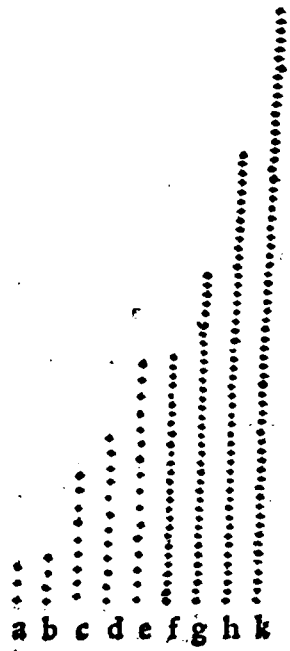
¶CAMPANVS. ¶Sint datæ proportionis minimi: a & b. ducatur q̄ a in ſe: & fiat c. & in b: & fiat d. b quoq; in ſe: & prouenīat e. erunt q̄ c,d,e: continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 ſeptimi. Et quia c & e ſunt contra ſe primi per 28 eiuſdem: erunt c,d,e, ſecundum datam proportionem minimi per præmiſſam. Ducatur iterum a in ōnes illos: & prouenīant f,g,h. & b in e: & prouenīat k. & erunt etiam f,g,h,k, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 ſeptimi: minimi quoq; per 28 eiuſdem & præmiſſam. Hac via & ratione inuenīētur quiq;/ vel ſex/ vel quotlibet.



Eucli.ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 2.

2 ¶ Numeros inuenire continue proportionales minimos: quos ordinauerit aliquis in data ratione.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data ratio in minimis numeris: ipſius a ad b. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos quos aliquis ordinauerit in ipſius a ad b ratione. ordinētur iā quatuor. & a ſeipſum multiplicans: efficiat c. ipſum vero b multiplicans: efficiat ipſum d. & iſuper b ſeipſum multiplicās: ipſum efficiat e. Et inſuper a ipſos c,d,e, multiplicās: ipſos f,g,h, faciat. at b ipſum e multiplicās: efficiat ipſum k. Et quoniam a ſeipſum multiplicās ipſum effecit c/ ipſum autem b multiplicās fecit ipſum d: numerus iam a, binos numeros a,b, multiplicās/ ipſos effecit c,d. Eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut a ad b: ſic eſt c ad d. Rurſus quoniam a ipſum b multiplicans ipſum d fecit/ at b ſeipſum multiplicans ipſum fecit e: vterq; igitur ipſorum a,b, ipſum b multiplicans effecit vtrūq; ipſorum d,e. Eſt igitur per 18 ſeptimi/ ſicut a ad b: ſic eſt d ad e. Sed ſicut a ad b: ſic eſt c ad d. & ſicut igitur per 11 quinti/ c ad d: ſic eſt d ad e. Et quoniam a ipſos c, d, multiplicans ipſos f,g, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut c ad d, ſic eſt f ad g. Sicut autem c ad d: ſic erat a ad b. & ſicut igitur per 11 quīti/ a ad b: ſic eſt f ad g. Rurſus quoniā a ipſos d,e, multiplicans/ ipſos efficit g,h: eſt igitur per ean-



dem 17/ſicut d ad e,ſic eſt g ad h.ſed ſicut d ad e,ſic eſt a ad b.& ſicut igitur per 11 quinti/a ad b:ſic g ad h.& quoniam ipſi a,b,ipſum e multiplicantes/ipſos efficiũt h,k:eſt igitur per 15 ſeptimi/ſicut a ad b,ſic h ad k.patuit autem q; & ſicut a ad b:ſic f ad g,& g ad h. & ſicut igitur per 11 quinti/f ad g,& g ad h:ſic eſt h ad k. Igitur ipſi c,d,e,& f,g,h,k:proportionales ſunt in ipſius a ad b ratione.Dico q; & minimi.quoniam ipſi a,b,minimi ſunt eandem rationem habentium eis. minimi autem eandem rationem habentium primi ſunt adinuicem per 21 ſeptimi: ipſi a,b,igitur primi ſunt adinuicem.& vterq; ipſorũ a,b,ſe ipſum multiplicans:vtrumq; ipſorum c,e,fecit. vtrunq; autẽ ipſorum c,e,multiplicans:vtrunq; ipſorum f,k,fecit.Igitur per 29 ſeptimi/ipſi c,e,& f,k:primi ſunt adinuicem.Si autem fuerint quilibet numeri continue proportionales/extremi autem ipſorum primi adinuicem fuerint : minimi ſunt eandem rationem habentium eis/per primam octaui.Ipſi c,d,e, igitur & f,g,h,k:minimi ſunt eandem rationem habentium eiſdem a, b.quod oportuit feciſſe.

¶PORISMA ſiue corollarium. ¶Proinde manifeſtum eſt/q; ſi tres numeri continue proportionales minimi fuerit eandẽ rationem habentiũ eis:extremi eorum quadrati ſunt.ſi autem quatuor: cubi.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

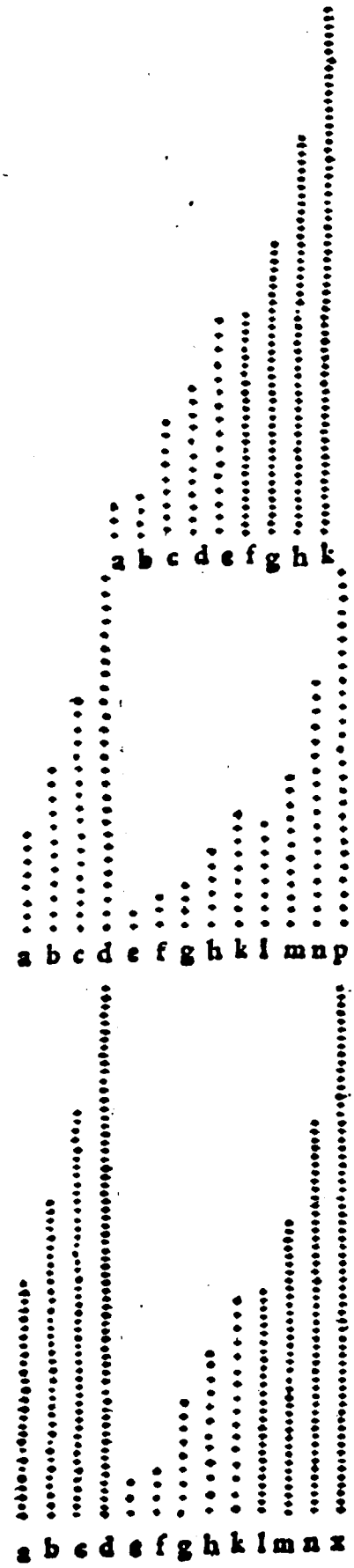
SI numeri quotlibet continue proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint minimi:duos eorum extremos contra ſe primos eſſe neceſſario comprobatur. 3

¶CAMPANVS. ¶Hæc tertia eſt conuerſa primæ.Sint enim a,b,c,d, continue proportionales:& ſecundũ ſuã proportionẽ minimi.dico q; a & d extremi:erunt adinuicem primi.minimi enim in proportione a ad b:ſint e & f.eruntq; per 22 ſeptimi contra ſe primi.per hos ergo duos ſecundum doctrinam præmiſſæ inueniantur totidem continue proportionales & minimi:quot ſunt numeri propoſiti.primo quidem tres qui ſũt g,h,k.deinde quatuor:qui ſunt l,m,n,p.& ad hunc modum continue per additionẽ vnius:quouſq; fiant tot quot ſunt numeri propoſiti vt ſũt hic l,m,n,p.ſequitur ergo l,m,n,p,æquales eſſe a,b,c,d:eo q; in eadẽ proportione ſunt vtriq; minimi.& quia l & p ſunt contra ſe primi per 28 ſeptimi:erunt quoq; a & d illis æquales/contra ſe primi.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theo.2.Propo.3. Cõuerſa primæ.

¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/minimi eandem rationem habentium eis:eorum extremi primi adinuicem erunt. 3

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri continue proportionales minimi eandem rationem habentium eis:a,b,c,d. Dico q; extremi eorum hoc eſt a & d:primi adinuicẽ ſunt.Sumantur enim per 2 octaui vel 35 ſeptimi/bini numeri minimi in ipſorũ a,b,c,d,ratione: hoc eſt e,f.Tres autem g,h,k.& ſemper continuo vno plus:ex quo aſſumpta multitudo æqua ſit multitudini ipſorũ a,b,c,d.Suſcipiantur:ſintq; l,m, n,x.Igitur per 29 ſeptimi/eorum extremi l,x: primi adinuicem ſunt. Quoniã enim e,f,primi ſunt/vterq; autem eorum ſe ipſum multiplicãs vtrũq; ipſorũ g,k,fecit/vtrũq; autẽ ipſorũ g,k, multiplicãs vtrũq; ipſorũ l,x,fecit:igiſ p 29 ſeptimi & l,x,primi ipſi g,h,ſũt. Et quoniã ipſi a, b,c,d,minimi ſũt eãdẽ rationẽ habẽtiũ eis/ſũt autẽ & l,m,n,x,minimi in eadẽ ratione exiſtentes ipſis a,b,c,d,& æqualis multitudo ipſorũ a, b,c,d,multitudini ipſorũ l,m,n,x: vnuſquiſq; igitur ipſorum a,b,c,d, vnicuiq; ipſorum l,m,n,x,eſt æqualis.æqualis igitur eſt a ipſi l:& d ipſi x.& quoniã ipſi l,x,primi adinuicẽ ſunt/æqualis quidẽ eſt l ipſi a,& x



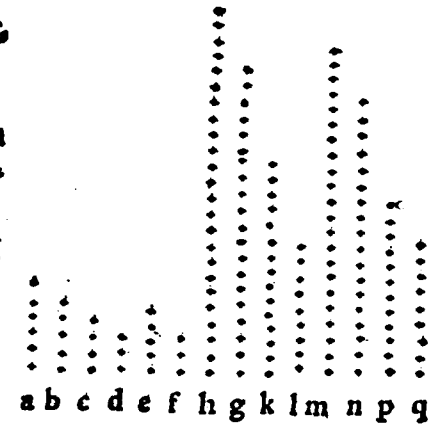
ipſi d:igitur & ipſi a,d,primi ſunt adinuicem.quod demonſtraſſe oportuit.

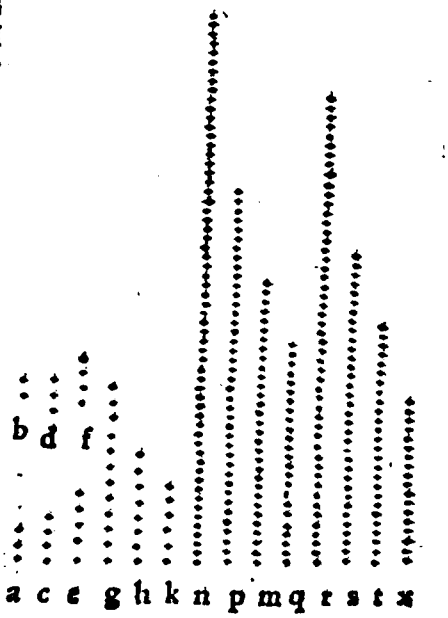
Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

4 SImilitudinem aſſignatarum proportionum in minimis numeris ſecũdum ipſas proportiones cõtinuati proportionalibus inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Aſſignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur vt docet 34. ſeptimi:ſintq; prima inter a & b,ſecunda: inter c & d.tertia:inter e & f.ſic quoq; de pluribus ſi fuerint plures. volo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare.Sumo ergo g,minimum quem numerant b & c, & quoties b numerat ipſum g: toties a numeret h.d quoq; toties numeret k: quoties e, g. Itaq; ſi e numerat k:ſit vt f numeret l.eruntq; h,g,k,l :quos quærimus.conſtat enim per 18 ſeptimi q; ſit h ad g:ſicut a ad b.& g ad k;ſicut c ad d.at k ad l:ſicut e ad f.Minimi quoq;.nã ſi alij ſint minimi vt m,n,p,q:oportebit per 21 ſeptimi/bis aſſumptam vt vterq; duorum b & c numeret p.quare & g numerabit eundem : per correlarium 35 ſeptimi.quod eſt inconueniens.Sunt igitur h,g,k,l: minimi.

¶ At vero ſi e non numerat k:ſit m minimus numeratus ab eis ſcilicet e & k,quem m quoties numerat k:toties h numeret n.& g:toties p.erũtq; per 18 ſeptimi/n,p,m: in proportione h,g,k. quare n ad p:vt a ad b.& p ad m:vt c ad d.ſed quoties e numerat m:toties f numeret q. & erit per eandem/m ad q:ſicut e ad f. Manifeſtum igitur q; aſſignatæ proportiones:cõtinuatæ ſunt in quatuor numeris/q ſũt n,p,m,q. Qui ſi nõ fuerint minimi:ſint (ſi poſſibile eſt) alij qui ſint r,ſ,t,x.quia itaq; per 21 ſeptimi/bis aſſumptã vterq; duorũ numerorũ b & c numerat ſ:ſequtur per correlariũ 35 ſeptimi/vt g numeret eundẽ.quare etiã k numerabit t. at quia per 21 ſeptimi e numerat eundẽ t: nõ erit m minimus quẽ numerãt k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias ſine omni offendiculo continuare poteris.

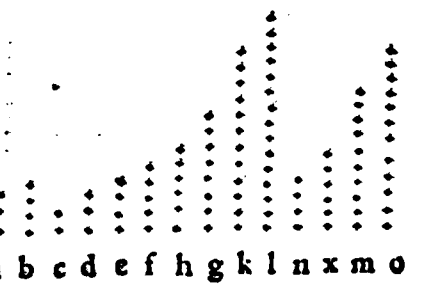


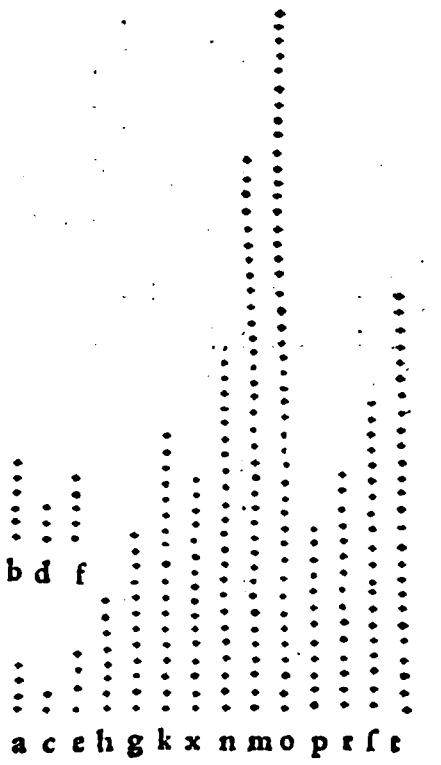


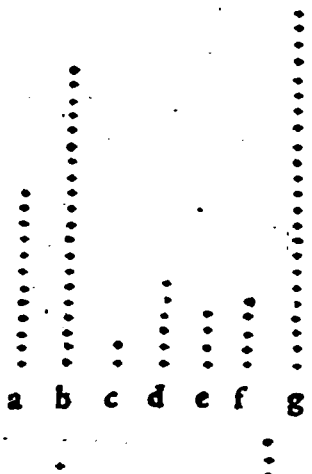
Eucli.ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 4.

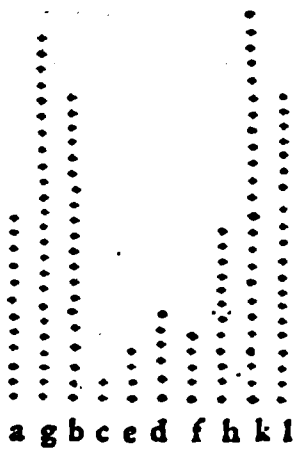
4 ¶RAtionibus datis quibuſcunq; in minimis numeris numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ rationes in minimis numeris:ipſius a ad b,& ipſius c ad d,& ipſius e ad f. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos:in ipſius a ad b,& c ad d,& e ad f ratione.Sumatur inq; g:minimus numerus quem metiantur b,c.& quoties quidem b ipſum g metitur,toties a ipſum h metiatur.quoties autem c ipſum g metitur; toties d ipſum k metiatur.At e:ipſum k aut metitur/aut non metitur.Metiatur primum. Et quoties e ipſum k metitur:toties & f ipſum l metiatur.& quoniã a ipſum h æque metitur & b ipſum g:eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut a ad b,ſic eſt h ad g.Id propterea &.ſicut c ad d:ſic g ad k.et inſuper ſicut e ad f:ſic k ad l.Igitur ipſi g,h,k,l:continue ſunt proportionales:& in ipſius a ad b,& ipſius c ad d,& inſuper ipſius e ad f ratione.Dico q; & minimi. Si autem ipſi g,h,k,l,non ſunt continue proportionales minimi in ipſius a ad b,& c ad d,& e ad f,rationibus:erũt aliqui numeri minores ipſis g,h,k,l,in ipſius a ad b,& c ad d,& e ad f, rationibus.ſint autem n,x,m,o.Et quoniam eſt ſicut a ad b, ſic n ad x,ipſi autem a,b,minimi/minimi autẽ per 21 ſeptimi metiuntur eandem habentes æque maior maiorem & minor minorem/hoc eſt antecedens antecedentem & ſequens ſequẽtem:igi-









tur b ipſum x metitur. Id propterea & c ipſũ x metitur. Igitur e, b. ipſum x metiuntur. et minimus igitur quem ipſi b, c, metiuntur: per 36 ſeptimi/ ipſum x metietur. minimus autem quem ipſi b, c, metiuntur: eſt g. Igitur g ipſum x metitur/ maior minorem. quod eſt impoſſibile. Nõ erunt igitur aliqui numeri minores per 35 ſeptimi ipſis g, h, k, l: continue proportionales in ipſius a ad b & c ad d, & e ad f, ratione. ¶ Non metiatur iam e ipſum k. & ſumatur per 36 ſeptimi/ minimus numerus: quem metiantur ipſi e, k: & ſit m. & quoties quidẽ k, ipſum m metitur: toties vterq; ipſorum g, h, vtrunq; ipſorum n, x, metiatur. Quioties autem e ipſum m, metitur: toties & f, ipſum o metiatur. Et quoniã g ipſum n, & h ipſum x, æque metitur: eſt igitur ſicut h ad g, ſic eſt x ad n. Sicut autẽ h ad g: ſic eſt a ad b. & ſicut igitur per 11 quiti a ad b: ſic x ad n. Id propterea iam & ſicut c ad d: ſic eſt n ad m. Rurſus quoniã quoties e ipſum m metitur/ toties & f ipſum o: eſt igitur ſicut e ad f, ſic eſt m ad o. Igitur ipſi x, n, m, o: continue proportionales ſũt in ipſius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Dico q; & minimi. Si autem ipſi x, n, m, o, non ſunt cõtinue proportionales minimi in ipſorũ a, b/c, d/e, f/ rationibus: erunt aliqui numeri ipſis x, n, m, o, minores/ cõtinue proportionales in ipſorum a, b/c, d/e, f/ rationibus. Sint p, r, ſ, t. & quoniã eſt ſicut p ad r ſic eſt a ad b, ipſi autem a, b, minimi/ minimi autem per 21 ſeptimi metiuntur eandem rationẽ habentes eis æqualiter antecedens antecedentem et ſequens ſequentẽ: igitur b ipſum r metitur. Id propterea iam et c ipſum r metitur. Igitur ipſi b, c: ipſum r metiuntur. & minimus igitur per 36 ſeptimi/ quẽ ipſi b, c, metiuntur: ipſum metietur r. minimus autẽ quẽ ipſi b, c, metiuntur: eſt g. Igitur g ipſum r metitur. eſtq; ſicut g ad r: ſic eſt k ad ſ. & k igitur ipſum ſ metitur. metitur autẽ & e ipſum ſ. Igitur ipſi e, k, ipſum ſ metiuntur. & minimus quẽ ipſi e, k, metiuntur: per eandem metietur ipſum ſ. Minimus autẽ quem ipſi e, k, metiũtur: eſt m. Igitur m ipſum ſ metitur/ maior minorẽ. quod eſt impoſſibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipſis x, n, m, o: continue proportionales i ipſius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Igitur ipſi x, n, m, o, cõtinue proportionales minimi ſunt in ipſorum a, b/c, d/e, f/ rationibus. quod oportuit feciſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnium duorum numerorum compoſitorum proportio vnius ad alterum: eſt ex laterũ ſuorum producta proportionibus. 5

¶ CAMPANVS. ¶ Quod proponit 24 ſexti de ſuperficiebus æquidiſtantiũ laterũ: proponit hæc de numeris cõpoſitis. Sint duo nũeri cõpoſiti: a, b. latera a: ſint c & d. latera b: ſint e & f. dico itaq; proportio a ad b: cõſtat ex ea q̃ eſt c ad e & d ad f. Sit enĩ vt ex d in e: fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuerſionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 ſeptimi/ a ad g, ſicut c ad e. & per 19 eiuſdẽ g ad b: ſicut d ad f. quare per diffinitionem/ proportio a ad b: compoſita eſt ex ea quæ eſt c ad e, & ea quæ eſt d ad f. quod eſt propoſitum.

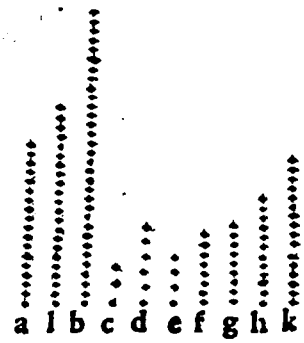
¶ CAMPANI annotatio. ¶ Nec eſt neceſſarium vt continuemus proportiones laterum (videlicet eam quæ eſt c ad e & eam quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis ſecundũ doctrinam præcedentis: vt docent quidam. hoc enĩ eſt propoſito præter neceſſariũ. Arguunt enĩ poſito q; illi minimi ſint h, k, l, ita q; ſit h ad k ſicut c ad e, & k ad l ſicut d ad f: proportionem h ad l eſſe compoſitam ex propoſitorum laterum proportionibus. Sumptoq; g fieri ex d in e: arguunt a ad g, vt h ad k, quia vt c ad e/ & g ad b

vt k ad l: quia vt d ad f. ideoq; ſecundum æquam proportionalitatem/& a ad b: vt h ad l. concludunt igitur a ad b: componi ex quibus h & l. verũ quidem ſed non neceſſarium aſſumpto.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 3. Propoſitio 5.

5 ¶Plani numeri: adinuicem rationem habent compoſitam ex lateribus.

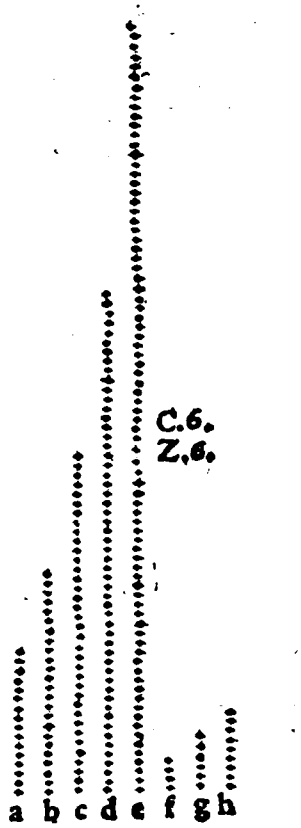
¶THEON ex Zam. ¶Sint plani numeri a, b. ipſius qdẽ a: latera ſint c, d. ipſius autẽ b: ſint e, f. Dico q; a ad b: rationẽ habet ex lateribus compoſitã. Rationibus datis quas habent c ad e, & d ad f, ſuſcipiãtur per 4 octaui/numeri cõtinue proportionales minimi in ipſorum c, e, & d, f, rationibus: ſintq; g, h, k. Quoniã eſt ſicut c ad e ſic eſt g ad h, ſicutq; d ad f ſic eſt h ad k, & d ipſũ e multiplicãs: efficiat ipſum l. Quoniã d ipſũ c multiplicans ipſum fecit a, multiplicans autẽ ipſum e ipſum efficit l: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut c ad e ſic eſt a ad l. Sicut autem c ad e: ſic g ad h. & ſicut igitur per 11 quinti/ g ad h: ſic a ad l. Rurſus quoniã e ipſum d multiplicans ipſum fecit l, ſed & ipſum f multiplicans ipſum fecit b: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut d ad f, ſic eſt l ad b. Sed ſicut d ad f: ſic eſt h ad k. & ſicut igitur per 11 quinti/ h ad k: ſic eſt l ad b. patuit autẽ q; ſicut g ad h: ſic eſt a ad l. Aeque igitur eſt per 14. ſeptimi/ ſicut g ad k ſic eſt a ad b. ipſe autẽ g ad k: rationẽ habet cõpoſitã ex lateribus. & a igitur ad b: rationẽ habet compoſitã ex lateribus. quod oportuit demõſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus ſecundum non numeret: nullus eorum numerabit vltimum.

¶CAMPANVS. ¶Sint a, b, c, d, e: continue proportionales. dico q; ſi a non numeret b: nullus eorum numerabit e. Manifeſtum autem eſt q; ſi ipſum numeret: omnes numerabunt e, & ſimpliciter quilibet præcedens quẽlibet ſequentẽ. Si autem non numerat ipſum: patet q; d non numerabit e, nec ſimpliciter aliquis eorum proximo ſequentẽ e, quia ſunt poſiti continue proportionales. Sed q; nullus alius vt c numeret ipſum: ſic conſtat. Sumãtur ſecundum doctrinam 2 huius/ totidem minimi continue proportionales in proportione eadẽ: quot ſunt ipſe c & omnes ſequẽtes/ qui ſunt f, g, h. eruntq; per 3 huius/ & f & h: contra ſe primi. & quia per æquam proportionem c ad e vt f ad h: cum f non numeret h, nec c numerabit e. eodẽ modo nec aliquis aliorũ. quare liquet quod ꝓpoſitũ eſt.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6.

6 ¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/ primus autem ſecundum non metiatur: & alius nullus nullum metietur.

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint numeri continue proportionales a, b, c, d, e. Ipſe autẽ a ipſum b nõ metiatur. Dico q; & alius nullus: nullũ metietur. Quoniam quidem ipſi a, b, c, d, e, continue adinuicem ſeſe non metiũtur/ manifeſtum eſt: qa neq; a ipſum b metitur. dico iam q; neq; alius vllus: vllum alium metietur. Dico enim q; neq; a ipſum c metitur. quot enim ſunt in ipſis a, b, c: tot ſumantur per 35 ſeptimi/ minimi numeri eandem rationem habentium ipſis a, b, c. ſintq; f, g, h. Et quoniam ipſi f, g, h, in eadem ratione ſunt ipſis a, b, c, & eſt æqualis multitudo ipſorũ a, b, c, multitudini ipſorum f, g, h: ex æquali igitur per 14. ſeptimi/ eſt ſicut a ad c ſic eſt f ad h. Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic eſt f ad g, non metitur autem a ipſum b: igitur neq; f ipſum g metitur. Igitur f non eſt vnitas. Si enim f eſſet vnitas: omnem numerum metiretur. Et f, h, per 3 octaui: primi ſunt adinuicem. Igitur neq; f ipſum h metitur. & eſt ſicut f ad h: ſic a ad c. neq; igitur a ipſum c metitur. Similiter quoq; oſtẽdemus: q; neq; alius vllus vllum metietur. quod oportuit demonſtraſſe.

p. j.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

SI nnmerorum continue proportionalium primus vltimum numeret: idem ipſe & ſecūdū numerabit. 7

¶CAMPANVS. ¶Sint qui prius: cōtinue proportionales. dico ꝫ a numerat e: ipſe numerabit b. alioqui: ex præmiſſa non numeraret e. quod eſt contrariū & impoſſibile. Nom ſolum autem numerabit b: ſed & omnes. & quiſcꝫ eorum: quemlibet ipſum ſequentem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 7

¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales: primus autē extremum metiatur: & ſecundū quocꝫ metietur. 7

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri proportionales a, b, c, d. at a ipſum d metiatur. Dico ꝙ & a ipſū b metietur. Si autē nō metitur a ipſum b: neqꝫ alius vllus per 6 octaui/aliū illū metietur. quod per hypotheſin eſt impoſſibile. ſupponitur enim a ipſum d metiri. metitur autē a ipſum d. metitur igitur & a ipſum b. quod oportuit demōſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

SI inter duos numeros numeri quotlibet in cōtinua proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadē ꝓportione relatos cadere neceſſe eſt. 8

¶CAMP. ¶Sint a & b, inter quos cadūt c & d in cōtinua ꝓportione: habētes ſe in proportione e ad f. dico ꝙ totidē cadūt inter e & f & in eadē proportione: quot inter a & b. Sint enī g, h, k, l, totidē minimi: quot ſunt a & b q inter eos cadūt/ſumpti quēadmodū docet 2 huius/cōtinue proportionales in eadē proportione. erūtqꝫ p 3/g & l: cōtra ſe primi. & p æquā ꝓportionalitatē erit g ad l: ſicut a ad b. ideocꝫ & ſicut e ad f. & qa ipſi ſunt in ſua proportione minimi per 23 ſep: ſeqtur per 21 eiuſdē vt g numeret e, & l, f æqualiter. toties igitur numeret h: m. et k: n. poſitiſcꝫ m et n inter e & f: cōſtat per 18 ſeptimi/e, m, n, f, eſſe cōtinue ꝓportionales quemadmodum ſunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b. quare patet quod dictum eſt.

¶CAMPANI ānotatio. ¶Ex hac cōſtat nullā ſupparticularē poſſe per æqualia diuidi. ſi enī hoc eſſet: oporteret iter duos numeros ſola vnitate diſtantes numerum cadere mediū. quod eſſe nō poteſt. ideocꝫ tonus in muſica quē ſeſquioctaua continet proportio: in duo vera ſemitonia diuidi nō poteſt. ſed neceſſario diuiditur in minus ſemitonium & maius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 8.

¶Si inter duos numeros/cōtinue proportionales ceciderint numeri: quot in eos ceciderint numeri/tot & inter eandē rationem habentes eis continue proportionales cadent. 8

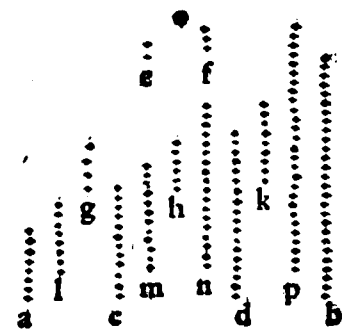
¶THEON ex Zāb. ¶Inter binos inq̄ numeros a, b: cōtinue proportionales cadāt numeri c, d. Fiatcꝫ ſicut a ad b: ſic e ad f. Dico ꝙ quot iter ipſos a, b, continue proportionales numeri cadūt: tot quocꝫ iter ipſos e, f cōtinue proportionales cadēt. Quot enī ſūt multitudine ipſi a, b, c, d: tot ſumātur p 35 ſeptimi/minimi numeri eādē tationē habētiū eiſdē a, b, e, d. ſintcꝫ g, h, k, l. Igitur extremi ipſorū hoc eſt g, l: primi ſūt adiuicē p 3 octaui. Et qm̄ ipſi a, c, et d, b, ipſis g, h, et k, l, i eadē ſūt ratiōe/et ęq̄lis eſt multitudo ioſorū a, c, et d, b, multitudini ipſorū g, h, et k, l: ex ęq̄li igitur p 14 ſeptimi/eſt ſicut a ad b ſic eſt g ad l. Sicut autē a ad b: ſic e ad f. Ipſi autē g, l, primi ſūt. primi autē: et minimi. minimi vero nūeri: eādē rōnē hñtes eis ęq̄ metiūtur maior maiorē et minor minorē p 21 ſeptimi/hoc eſt añcedēs añcedētē et ſequēs ſequētē. Aeque igitur g ipſū e metit: et l ipſum f. Quoties autē g ipſū e meritur toties & vterqꝫ ipſorū h, k, vtrūqꝫ ipſorū m, n, metiat. Ipſi igitur g, h, k, l: ipſos e, m, n, f, æq̄ metiū-

tur. Igitur per 18 ſeptimi/ipſi g,h,k,l: ipſis e,m,n,f, in eadem ſunt ratione. Sed ipſi g,h,k,l: ipſis a,c,d,b, in eadem ſunt ratione. & ipſi a,c,d,b, igitur: ipſis e,m,n,f, in eadē ſunt ratione. Ipſi autem a,c,d,b: continue ſunt proportionales. et ipſi a,c,d,b, igitur: ipſis e,m,n,f, in eadem ſunt ratione. Quot igitur inter ipſos a,b, continue proportionales numeri ceciderint: tot & inter e,f, continue proportionales cadunt. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI inter duos numeros contra ſe primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint: inter vtrunq; eorum & vnitatem totidem continua proportionalitate cadere neceſſe eſt.

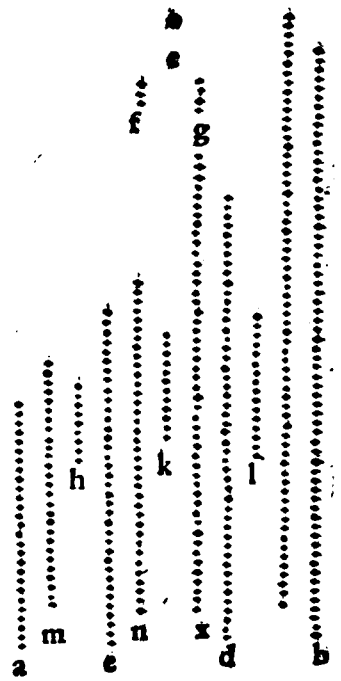
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b contra ſe primi: inter quos cadāt in continua proportionalitate c & d. Dico q; totidem erūt continue proportionales inter a & vnitatem: itemq; totidem inter b & vnitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, ſumpti vt docet 34. ſeptimi: ex q̄bus ſumantur tres continue proportionales & minimi in eorū proportione prout docet 2 huius/qui ſint g,h,k. deinde quatuor: qui ſint l,m,n,p. & hoc toties fiat: vſquequo ſic ſumpti fiant totidem quot ſunt numeri propoſiti. vt ſunt hic l,m,n,p. Conſtat itaq; (cū ſint a,c,d,b, in ſua proportione minimi per primam huius/ſintq; l,m,n,p, totidē minimi in eadem/non ſit autem poſſibile eſſe aliquid minus minimo) q; numeri l,m,n,p, æquales erunt numeris a,c,d,b, quiſq; ſuo relatiuo. eſt igitur l, equalis a: & p,b. Manifeſtum autē eſt ex ſecūda huius/q; ex f in ſe fit k. & ex eodem in k: p. per diffinitionem igitur eius quod eſt multiplicari/erit f in k,k quoq; ī p: quoties vnitas eſt in f. itaq; vnitas/f,k,p: ſunt continue pooportionales. ſimiliter autē & vnitas/e,g,l. Sumptis ergo a & b locol & p ſibi æqualium erunt inter a & vnitatem g & e, & inter b & vnitatem k & f continue proportionales totidem: quot ſunt inter a & b. quod eſt propoſitum.



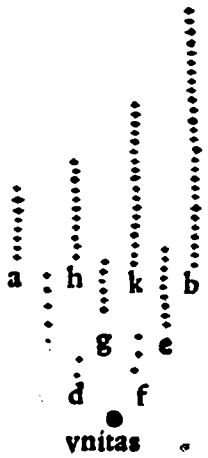
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 ¶Si bini numeri primi adinuicem fuerint/& inter eos continue proportionales ceciderint numeri: quot inter eos continue ꝓportionales ceciderint numeri/tot quoq; inter vtrūq; eorum & vnitatem continue proportionales cadent.

¶THEON ex Zāb. ¶Sint bini numeri primi adinuicē a,b. & iter eos cōtinue proportionales cadāt c,d. & ponat e vnitas. Dico q; quot inter a,b, cōtinue proportionales ceciderit numeri: tot quoq; inter vtrāq; ipſorū a,b, & e vnitatē cōtinue proportionales numeri cadēt. Sumātur p 35 ſeptimi/bini numeri minimi in ipſorū a,c,d,b, ratione exiſtētes: ſintq; f,g. tres autē: ſintq; h,k,l. & ſemper ordinatim vno plus: ex quo æqualis fiat multitudo ipſorū/multitudini ipſorū a,c,d,b. ſumātur: ſintq; m,n, x,o. Manifeſtū iā eſt q; f ſeipſū multiplicās/facit ipſū h: ipſū autē h multiplicās/ipſū efficit m. & g ſeipſū multiplicās/ipſū l efficit: ipſum autē l multiplicās/ipſū o facit. Et quoniā ipſi m,n,x,o,p hypotheſin minimi ſunt eādē rationē habētiā ipſis g,f, ſunt autem per 1 octaui/ & ipſi a,c, d,b, minimi eādē rationē habētiū ipſis g,f, & æqualis eſt multitudo ipſorū m,n,x,o, multitudini ipſorū a,c,d,b: vnuſq; igit ipſorū m,n,x,o vnicuiq; ipſorū a,c,d,b, eſt æqualis. Aequalis igitur eſt m ipſi a: & o ipſi b. Et quoniā f ſeipſum multiplicās/ipſum efficit h: igitur per 16 ſeptimi/f ipſum h metitur per eas quæ in f ſunt vnitates. metitur autem & e vnitas ipſum f per eas q̄ in ipſo ſunt vnitates. pariter igitur per 15 ſeptimi/e vnitas ipſum f numerū metitur: & f ipſum h. Eſt igitur ſicut e vnitas ad f numerum ſic eſt f ad h. Rurſus quoniam f ipſum h multiplicās/ipſū efficit m: igitur h ipſum m metitur per eas quæ in f ſunt vnitates.



Metitur autem e vnitas ipſum f numerum per eas quæ in ipſo ſunt vnitates. æque igitur per eandem/e vnitas ipſum f metitur numerum: & h ipſum m. Eſt igitur ſicut e vnitas ad f numerum ſic eſt h ad m. Oſtenſũ autem eſt ꝙ & ſicut e vnitas ad f numerũ: ſic eſt f ad h. et ſicut igitur per 11 quinti/e vnitas ad f numerũ: ſic eſt f ad h & h ad m. At m, ipſi a eſt æqualis. eſt igitur ſicut e vnitas ad f, numerum: ſic eſt f ad h & h ad a. Id propterea per 7 & 11 quinti/& ſicut e vnitas ad g numerũ: ſic g ad l, et l ad b. Quot igitur iter ipſos a, b, cõtinue proportionales ceciderit numeri: tot & inter vtrunq; ipſorum a, b, & ipſam e vnitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

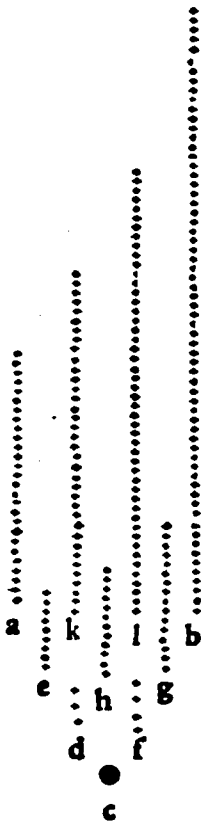
SI inter vtrunq; eorum & vnitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint: ambobus numeris totidem continua proportionalitate interelle neceſſe eſt. 10

¶CAMP. ¶Sint duo numeri a & b. ſintq; c & d c d inter a & vnitatẽ/e quoq; & f inter b & vnitatẽ: cõtinue proportionales. Dico totidẽ eſſe inter a & b continue proportionales. Hæc eſt conuerſa prioris. excepto ꝙ ad ſubiectũ præmiſſæ/appoſitum erat a & b eſſe contra ſe primos: quod non apponitur hic ad paſſionem. quapropter vniuerſalior eſt paſſio huius: ſubiecto illius. Quia igitur quoties vnitas in d, toties eſt d in c & toties c in a: conſtat ꝙ ex d in ſe: fit c, & ex eodẽ d in c, a. Similiter quoq; ex f in ſe & in e: fient e & b. Ducatur itaq; d in f: & productus ſit g. itemq; idem d ducatur in g & e: & ſint producti h & k. Cõſtat igitur ex 18 ſeptimi/ꝙ c ad g, vt d ad f: & ex 19 ꝙ g ad e, vt d ad f. quare c, g, e, ſunt cõtinue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum ſunt a ad h ſicut c ad g, & h ad k ſicut g ad e: & per 19 k ad b ſicut d ad f. igitur ſunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zãb. Theo. 8. Propo. 10. Conuerſa præcedẽtis.

¶SI inter binos numeros & vnitatem continue proportionales numeri ceciderint: quot inter vtrunq; ipſorum & vnitatem continue proportionales ceciderint numeri: tot & inter eos continue proportionales cadent. 10

¶THEON ex Zamberto. ¶Inter binos inquã numeros a, b, & vnitatem c: continue proportionales cadant numeri d, e, & f, g. Dico ꝙ quot inter vtrunq; ipſorum a, b, & ipſam c vnitatem/ continue proportionales ceciderint numeri: tot quoq; inter a, b, continue proportionales cadent. Igitur d ipſum f multiplicãs: ipſum efficiat h. vterq; autẽ ipſorum d, f, ipſum h multiplicans: efficiat ipſos k, l. Et quoniam eſt ſicut c vnitas ad d numerũ ſic eſt d ad e: æque igitur c vnitas ipſum d metitur numerum: & d ipſum e. Ipſa autem c vnitas ipſum d numerum metitur per eas quæ in ipſo ſunt d vnitates. & d igitur numerus e metitur per eas q̃ in d ſunt vnitates. Igitur d ſeipſum multiplicans: ipſum e fecit. Rurſus quoniam eſt ſicut c vnitas ad d numerum ſic eſt e ad a: æque igitur c vnitas ipſum d numerum metitur/& e ipſum a. At c vnitas: ipſum d numerum metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. & e igitur ipſum a metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Igitur d ipſum e multiplicans: ipſum a facit. Id propterea iam & f ſeipſum multiplicans: ipſum g facit. ipſum autem g multiplicans: ipſum b facit. Et quoniã d ſeipſũ multiplicãs ipſũ e fecit/ipſũ autem f multiplicãs ipſum fecit h: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut d ad f ſic eſt e ad h. Id propterea iã & ſicut d ad f: ſic h ad g. Et ſicut igitur p 11 quinti e ad h: ſic h ad g. Rurſus quoniã d vtrũq; ipſorum e, h, multiplicans/vtrunq; ipſorum a, k, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut e ad h ſic a ad k. Sed ſicut e ad h: ſic eſt d ad f. & ſicut igi-

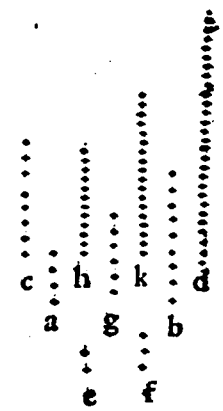


tur per 11 quinti d ad f:ſic a ad k. Rurſus quoniã vterq; ipſorũ d,f, ipſũ h multiplicans: vtrunq; ipſorum k,l, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut d ad f ſic k ad l. Sed ſicut d ad f:ſic a ad k. & ſicut igitur per 11 quinti/a ad k:ſic k ad l. Inſuper quoniã f vtrunq; ipſorũ h,g, multiplicans/vtrũq; ipſorum l,b, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut h ad g:ſic l ad b. Sicut autem h ad g:ſic d ad f. & ſicut igitur per 11 quinti/d ad f: ſic l ad b. patuit autem q; ſicut d ad f:ſic a ad k, & k ad l, & l ad b. igitur ipſi a,k,l,b: continue ſunt proportionales. Quot igitur inter vtrunq; ipſorum a b & c vnitatem/continue proportionales cadunt numeri: tot & inter a,b, cõtinue cadunt. quod demõſtraſſe oportuit.

¶ Hęc vndecima ex Campano: duabus ex Zamberto ſequentibus reſpondet.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 11

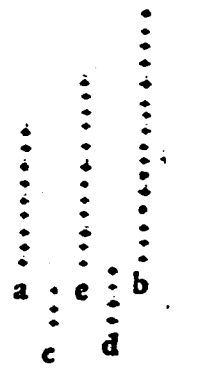
11 Si fuerint ambo quadrati: erit proportio vnius ad alterum tanq̃ ſui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ãbo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanq̃ ſui lateris ad latus alterius proportio triplicata.



¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo quadrati a & b: & duo cubi c & d. latera tam quadratorum q̃ cuborum: ſint e quidem, a & c. f vero: b & d. Dico q; proportio a ad b erit ſicut e ad f duplicata: c vero ad d ſicut eadem triplicata. Manifeſtum enim eſt q; ex e in ſe fit a: & ex ipſo e in a, c. ſic quoq; ex f in ſe fit b: & ex ipſo in b, d. ducatur igitur e in f: & prueniat g. & in g & b: & prouenient h & k. eritq; per 18 ſeptimi a ad g, ſicut e ad f: & per 19 g ad b, ſicut e ad f. igitur ex diffinitione/a ad b: ſicut e ad f duplicata. quod eſt primũ. ¶ Secundum eodẽ modo conſtat. Sunt enim per 18 iterũ c ad h ſicut a ad g: & h ad k ſicut g ad b. & per 19 k ad d ſicut e ad f. quarec, h, k, d: ſunt etiam continue proportionales in proportione e ad f. per diffinitionem igitur erit c ad d: ſicut e ad f triplicata. quod eſt ſecundum

Euclí. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 11.

11 ¶ Duorum numerorum quadratorum: vnus medius proportionalis eſt numerus. Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem: q̃ latus ad latus.

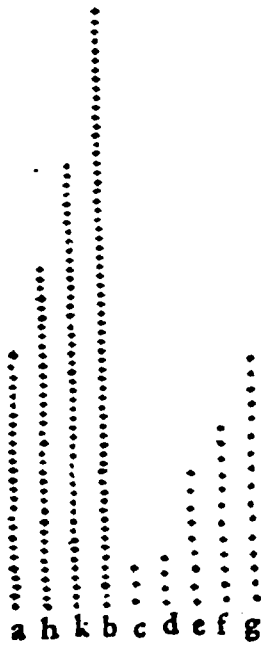


¶ THEON ex Zã. ¶ Sint quadrati numeri a,b. & ipſius q̃dẽ a: latus ſit c. ipſius vero b: ſit latus d. Dico q; ipſorũ a,b, vnus medius proportionalis eſt numerus: & a ad b duplam habet rationem q̃ c ad d. Ipſe autem c ipſum d multiplicans: ipſum efficiat e. Et quoniam a quadratus eſt/latus autem eius eſt c: igitur c ſeipſum multiplicans ipſum efficit a. id propterea & d ſeipſum multiplicans: ipſum b facit. Quoniam igitur c vtrunq; ipſorum c,d, multiplicans vtrunq; ipſorum a,e, efficit: eſt igitur per 17 ſeptimi ſicut c ad d ſic eſt a ad e. Rurſus quoniam c ipſum d multiplicans ipſum efficit e, at d ſeipſum multiplicans ipſum efficit b: duo iam numeri c,d, vnum & eundem multiplicantes d, ipſos e, b, efficiunt. Eſt igitur per 18 ſeptimi/ſicut c ad d: ſic eſt e ad b. Sed ſicut c ad d: ſic eſt a ad e. & ſicut igitur per 11 qnti/a ad e: ſic eſt e ad b. Ipſorũ igitur a,b: vnus medius proportionalis eſt numerus c. ¶ Dico iã q; & a ad b duplam rationem habet: q̃ c ad d. Quoniam enim tres numeri proportionales ſunt a,e,b: igitur per 10 diffinitionem quinti/a ad b duplã rationem habet q̃ a ad e. Sicut autem a ad e: ſic c ad d. Igitur a ad b duplã rationem habet: q̃ c latus ad d latus. quod oportuit demonſtraſſe.

Euclí. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 12.

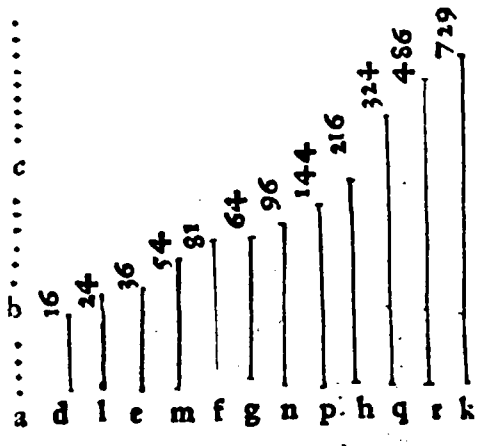
12 ¶ Duorum cuborum numerorum: bini medij proportiona

les ſunt numeri. Et cubus ad cubũ triplã rationem habet: q̃ latus ad latus.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini cubi numeri: a, b. & ipſius quidẽ a, latus eſto c: ipſius autem b, latus eſto d. Dico q̃ ipſorũ a, b: bini medij proportionales ſũt numeri. & a ad b triplam rationẽ habet: q̃ c ad d. Igitur c ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat e: ipſum autem d multiplicans, ipſum efficiat f. at d ſeipſum multiplicans: ipſum g faciat. Vterq; autẽ ipſorum c, d, ipſum f multiplicans: vtrunq; ipſorum h, k, faciat. Et quoniam a cubus eſt, ipſius autem latus eſt c: igitur c ſeipſum multiplicans ipſum efficit e, ipſum autem e multiplicans ipſum a conficit. Id propterea & d ſeipſum multiplicans, ipſum g efficit: ipſum autem g multiplicans, ipſum efficit b. Et quoniã c vtrunq; ipſorum c, d, multiplicans, vtrunq; ipſorum e, f, facit: eſt igitur per 17 ſeptimi, ſicut c ad d, ſic eſt e ad f. Id propterea iam & per eandem, ſicut c ad d: ſic f ad g. Rurſus quoniam c vtrũq; ipſorum e, f, multiplicans, vtrũq; ipſorum a, h, fecit: eſt igitur ſicut e ad f, ſic a ad h. ſicut autem e ad f: ſic c ad d. Et ſicut igitur per 11 quinti, c ad d: ſic eſt a ad h. Rurſus quoniam vterq; ipſorum c, d, ipſum f multiplicans, vtrunq; ipſorum h, k, fecit: eſt igitur per 18 ſeptimi, ſicut c ad d, ſic eſt h ad k. Rurſus quoniã d vtrunq; ipſorũ f, g, multiplicans, vtrũq; ipſorum k, b, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi, ſicut f ad g, ſic eſt k ad b. ſicut autem f ad g: ſic eſt c ad d. & ſicut igitur per 11 quinti, c ad d: ſic k ad b. Patuit autem q̃ & ſicut c ad d: ſic eſt a ad h, & h ad k, & k ad b. Ipſorũ igitur a, b, bini medij proportionales ſunt: hoc eſt h, k. ¶Dico iam q̃ & a ad b triplam rationem habet: q̃ c ad d. Quoniam enim quatuor numeri proportionales ſunt a, h, k, b: igitur per 10 diffinitionem quinti, a ad b triplam habet rationem q̃ a ad h. ſicut autem eſt a ad h: ſic eſt c ad d. Igitur a ad b triplam rationem habet q̃ c ad d. Quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.



SI numerorum continuę proportionalitatis quiſq; in ſeipſum ducatur: qui inde producentur ſub continua proportionalitate eſſe. Q̃z ſi item in ipſos productos principia ſua ducantur: inde quoq; producTos continue proportionalitatis eſſe neceſſe eſt. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12

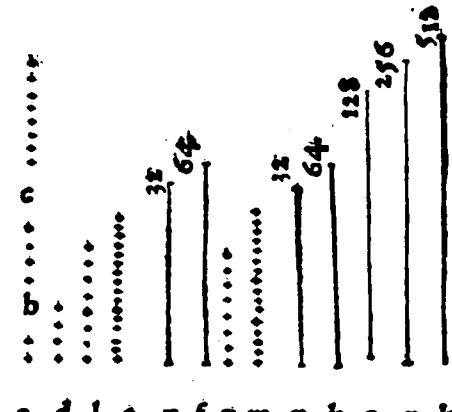
¶CAMPANVS. ¶Sint a, b, c, cõtinue proportionales: quorum quiſq; in ſe ducatur. & prouenient ex a quidem: d. ex b vero: e. & ex c: f. Dico q̃ d, e, f, ſunt continue proportionales. q̃ ſi item a ducatur in d & prouenit g, b quoq; in e & prouenit h, & c in f & prouenit k: dico etiã q̃ g, h, k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b: l. & ex c in eundem: m. eruntq; per 18 et 19 ſeptimi, d, l, e, m, f: continue proportionales in proportione a, b, c. itaq; per æquam proportionalitatem argue d ad e: ſicut e ad f. quod eſt primũ. ¶Reliquũ ſic. Ducatur a in l et e: & prouenĩãt n & p. c quoq; ducatur in e & m: & prouenĩãt q & r. erũtq; per eaſdem, g, n, p, h, q, r, k: continue quoq; proportionales in proportione primorum. per æquam igitur proportionalitatem conclude g ad h: ſicut h ad k. quod eſt reliquum. Eadem erit ratio: quotieſcunq; primi in productos ducãtur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 13.

¶Si fuerint quilibet numeri cõtinue proportionales, & multiplicans vnuſquiſq; ſeipſum fecerit aliquos: qui fiunt ex ipſis proportionales erunt. Et ſi qui in principio genitos multiplicãtes, fecerit aliquos: & ipſi quoq; proportionales erũt. 13

& ſemper circa extremos hoc euenit.

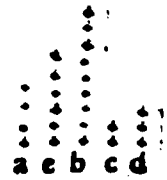
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri continue proportionales a,b,c:ſicut a ad b ſic b ad c.& ipſi quidem a,b,c,ſe ipſos multiplicãtes:efficiãt ipſos d,e,f.ipſos autẽ d,e,f,multiplicãtes:ipſos efficiant g,h,k.Dico q; & ipſi d,e,f,& ipſi g,h,k:cõtinue ſũt ꝓportionales.Ipſe nanq; a ipſum b multiplicans:ipſum efficiat l.vterq; autem ipſorum a,b,ipſũ multiplicãs l:efficiat vtrũq; ipſorũ m,n.& rurſus ipſe b ipſum c multiplicãs:ipſũ efficiat x.vterq; autem ipſorum b,c,ipſum x multiplicans:vtrũq; ipſorũ o,p,faciat. Similiter iã ex p̃cedẽtis theorematis diſcurſu oſtẽdemus q; ipſi d,l,e,& g,m,n,h:cõtinue ſũt ꝓportionales in ipſius a ad b ratione.& ipſi e,x,f,& h,o,p,k,ſũt proportionales in ipſius b ad c ratione.Et eſt ſicut a ad b:ſic eſt b ad c.& ipſi d,l,e,igitur:ipſis e,x,f,i eadẽ ſunt ratione.& inſuper ipſi g,m,n,h,ipſis h,o,p,k.& æqualis eſt quidem ipſorũ d,l,e,multitudo:multitudini ipſorum e,x,f.ei autem quæ ipſorum eſt g,m,n,h:ea quæ ipſorum eſt h,o,p,k. Ex æquali igitur per 14. ſeptimi/eſt ſicut quidẽ d ad e ſic eſt e ad f.Sicut autem g ad h:ſic eſt h ad k.quod demonſtrare oportebat.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 13.

13 SI quis quadratus numerus alium quadratum numeret:latus quoq; ſuum/latus illius numerare probatur.Si vero latus ſuum latus illius numeret: quadratus numerat quadratum.

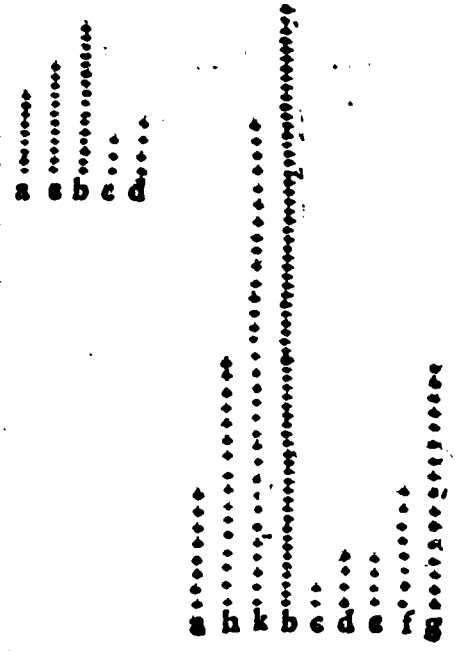
¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b quadrati:lateraq; eorum c et d.dico q; ſi a numerat b:c quoq; numerabit d.& ecõuerſo. Conſtat enim q; ex c in ſe fit a:ex d quoq; in ſe/b.fiat igitur e ex c i d.erũtq; per 18 & 19 ſeptimi/a,e,b:continue proportionales in proportione c ad d.Si igitur a numerat b:idem ipſe per 7 huius/ numerabit e.quare & c id.quod eſt primum. ¶Conuerſa ſic patet.ſi c numerat d:a numerabit e, propter id q; proportio a ad e ſicut c ad d.& ſi numerat e:ipſe numerabit b,propter hoc q; ſunt continue proportionales.



Eucli.ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 14.

14 ¶SI quadratus numerus quadratum numerũ menſus fuerit:& latus latus metietur. Et ſi latus latus metietur:& quadratus quadratum metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quadrati numeri a,b.lateta vero ipſorum:ſint c,d.at a ipſum b metiatur.Dico q; & c ipſum d metietur.Igitur c ipſum d multiplicans:efficiat ipſum e.Igitur per 17 & 18 ſeptimi/ & 11 quinti/ac 13 octaui/ipſi a,e,b,continue proportionales ſunt in ipſius c ad d ratione.Et quoniam ipſi a,e,b,cõtinue ſunt proportionales:metitur a ipſum b.metitur igitur per 7 octaui/& a ipſum e.Eſtq; ſicut a ad e:ſic c ad d.metitur igitur & c ipſum d. ¶Sed iã metiatur & c ipſum d.Dico q; & a ipſũ b metitur.eiſdẽ nãq; diſpoſitis ſimiliter oſtẽdemus q; ipſi a,e,b:cõtinue ſunt proportionales in ipſius c ad d ratione.& quoniã eſt ſicut c ad d ſic eſt a ad e,metitur autẽ c ipſum d:metitur igitur & a ipſũ e.& ſũt ipſi a,e,b:cõtinue proportionales.metitur igitur & a ipſũ b. Si quadratus igitur:& q̃ ſequũtur reliqua.quod oportebat demõſtrare.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI cubus alĩ cubũ numeret:latus quoq; ſuũ/latus alterius numerabit.Si vero latus ſuũ/latus alterius numeret:cubus numerabit cubum.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b cubi:lateraq; eorũ c & d.dico q; ſi a numerat b:c quoq; numerabit d.& econuerſo. ducatur enim b in ſe/& fiat e:d quoq; in ſe/& fiat f.conſtat igitur q; ex c in e fit a:& ex

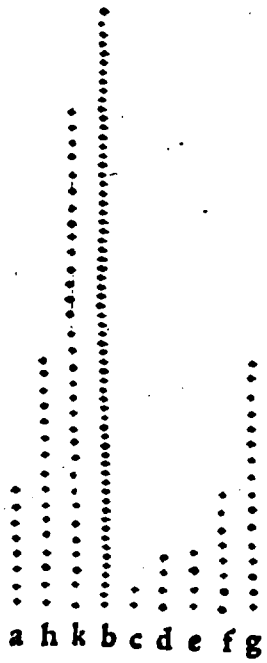
d in g,b.fiat itaq; f:ex c in d.eruntq; per 17 & 19 ſeptimi/e,f,g:cõtinue proportionales in proportione c ad d.ſed & h & k: prouenient ex c in f & g.per eaſdẽ igitur erũt a,h,k,b:continue quoq; proportionales in eadem proportione.itaq; ſi a numerat b:idem per 7 huius numerabit h. quare & c:d.eſt enim c ad d:ſicut a ad h.conſtat igitur prima pars.Cõuerſa patet:ſicut conuerſa prioris.Nam ſi c numerat d:a quoq; numerabit h.quem ſi numerat:neceſſe eſt vt numeret b.

Eucli.ex Zamb. Theorema.13.Propoſitio 15.

¶Si cubus numerus cubum numerum menſus fuerit:& latus latus metietur.Et ſi latus latus menſum fuerit: & cubus cubum metietur. 15

¶THEON ex Zamberto.¶Cubus enim numerus a:cubũ b metiatur. & ipſius quidem a:latus ſit c.ipſius autem b:ſit d.Dico q; c ipſum d metitur.Igitur c ſeipſum multiplicans:ipſum efficiat e.& inſuper c ipſum d multiplicans ipſum efficiat f.At d ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat g.Vterq; autem ipſorum c,d,ipſum f multiplicans:vtrunq; ipſorum h, k,faciat.Manifeſtum iam eſt per 17 & 18 ſeptimi & 12 octaui/q; ipſi e, f,g,& a,h,k,b:continue ſunt proportionales in ipſius c ad d ratione. Et quoniam ipſi a,h,k,b,continue ſunt proportionales/& metitur a ipſum b:metitur igitur per 7 octaui & a ipſum h. & eſt ſicut a ad h:ſic eſt c ad d.Metitur igitur & c ipſum d. ¶Sed iam metiatur c ipſum d.Dico q; & a ipſum b metitur.Eiſdẽ nanq; diſpoſitis:ſimiliter oſtendemus q; ipſi a,h,k,b,continue proportionales ſunt in ipſius c ad d ratione.& quoniam c ipſum d metitur/eſtq; ſicut c ad d ſic a ad h:& a igitur ipſum h metitur.Quare & a ipſum b metitur.Si cubus igitur numerus & reliqua.quod oportuit demonſtraſſe.

C.14. Z.15.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 15

SI numerus quadratus quendam alium quadratum nõ numeret: nec latus ſuum/latus illius numerabit. Si vero latus ſuum/latus illius nõ numeret:quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſſitate conuincitur. 15

¶CAMPANVS.¶Hæc 15 proponit negationes conuerti: quæ affirmationibus quas 13 huius conuerti propoſuit opponuntur.Vt ſi ſint duo numeri quadrati a & b,quorum latera c & d,ſi a non numerat b: c quoq; non numerabit d.econuerſo etiam ſi c non numerat d:nec a,b. Sit enim primo vt a non numeret b.ſi itaq; c numerat d:per ſecundam partem 13 huius/& a numerabit b.quod eſt contrariũ poſitioni.ſicq; patet primũ.¶Secũdũ quoq; ſic.ſit vt c nõ numeret d.itaq; ſi a numeret b: per primam partem 13 neceſſe eſt vt c numeret d.neceſſe eſt igitur vt numeret ipſum:cum non numerat ipſum.quod eſt impoſſibile.

a.... b.....

c.. d...

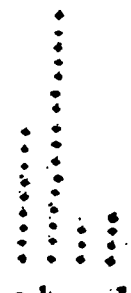
¶CAMPANI annotatio.¶Quemadmodum autem neceſſe eſt conuerti negationes oppoſitas affirmationibus quas 13 demonſtrauit conuerti:ſic quoq; neceſſe eſt eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmiſſa conuerti demõſtrauit/conuertantur.Vnde ſi cubus nõ numerat cubũ:nec latus eius numerabit latus illius.econuerſo quoq; ſi latus vnius non numerat latus alterius:nec ipſe cubus numerabit alterum cubum.demonſtratur autem hoc per præmiſſam a deſtructione conſequentis:ſicut quod propoſitum eſt per 13.ideoq; hoc auctor non propoſuit:ſed per id quod propoſitũ eſt/ipſum dedit intelligi.

Hæ ſequẽtes ex Zamberto duæ propoſitiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiuſdem reſpondent.

Eucli.ex Zāb.Theo. 14.Propoſitio 16. Conuerſa. 14.

16 ¶Si quadratus numerus quadratum numerum mēſus nō fuerit:neq; latus latus metietur.Et ſi latus latus menſum nō fuerit:neq; quadratus quadratum metietur.

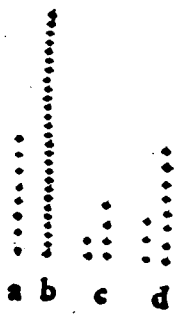
¶THEON ex Zamberto.¶Sint quadrati numeri a,b:eorum autē latera ſint c,d.At a:ipſum b non metiatur.Dico q; neq; c:ipſum d metietur.Si autem c ipſum d metitur:metitur per 14 octaui/& a ipſum b. nō metitur autem per hypotheſin a:ipſum b.neq; igitur c ipſum d metitur. ¶Non metiatur autē rurſus c:ipſū d.Dico q; neq; a ipſum b metietur. Si autē a ipſum b metitur:& c per 14 octaui/ipſum d.Non metitur autē c:ipſum d,per hypotheſin.neq; a igitur:ipſum b metitur.quod erat demonſtrandum.



Eucli.ex Zamb. Theo. 15.Propo.17. Conuerſa.15.

17 ¶Si cubus numerus cubum numerum non metiatur : neq; latus latus metietur.Et ſi latus latus non metiatur:neq; cubus cubum metietur.

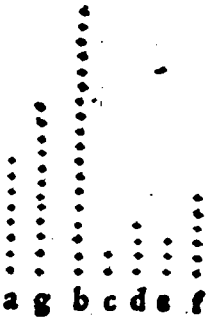
¶THEON ex Zamberto.¶Cubus enī numerus a: cubū numerū b nō metiatur.& ipſius quidem a,latus eſto c:ipſius vero b,ſit d.Dico q; & c ipſum d nō metitur.Si enī c ipſum d metitur:& a ipſum b metitur:per 15 octaui.non metitur autē a ipſum b per hypotheſin.neq; igitur c ipſum d metitur. ¶Sed iā non metiatur c ipſum d.Dico q; et a ipſum b non metitur.ſi enī a ipſum b metitur:et c ipſum d metietur per 15 octaui. non metitur autē c ipſum d per hypotheſin.neq; a igitur ipſum b metietur. quod oportuit demōſtraſſe.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 16.

15 SI duo numeri ſuperficiales fuerint ſimiles:neceſſe eſt tertium numerum ſecundum proportionalitatem continuam eis intereſſe.Eritq; proportio vnius numeri ad alterum ſibi ſimilem:velut vnius lateris ſui ad latus alterius ipſum reſpiciens proportio duplicata.

¶CAMP. ¶Sint duo numeri a et b:ſuperficiales & ſimiles. dico q; inter ipſos cadet vnus numerus in cōtinua proportione. latera enī a,ſint c et d:b vero latera/ſint e et f.eruntq; ex cōuerſione diffinitionis numerorū ſimiliū/c ad e:ſicut d ad f.cōſtat autē q; ex c in d fiat a.et ex eī f:b. fiat itaq; g ex e in d.eritq; p 19 ſeptimi/a ad g:ſicut c ad e.et p 18 eiuſdē g ad b ſicut d ad f.quare a ad g:ſicut g ad b.eſt itaq; g: cōtinua proportionalitate medius inter a et b.quod eſt propoſitum. ¶Correlarium autem patet:cum ſit a ad b per diffinitionem ſicut a ad g duplicata / quæ eadem eſt illi quæ eſt c ad e.

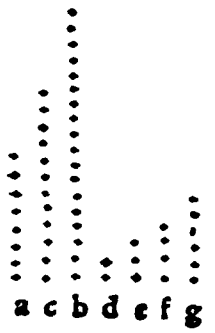


Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI ſecundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris interſit: illi duo numeri ſuperficiales ſunt & ſimiles.

¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt cōuerſa præmiſſæ.Vt ſi inter a et b ſit c ſub continua proportionalitate conſtitutus:a et b erunt ſuperficiales et ſimiles.ſint enī d et e minimi in proportione qua continuantur a,c,b : qui per 21 ſeptimi/numerabunt a et c æqualiter.ſitq; vt ſecundū f.& per eādem c et b æqualiter:et ſit vt ſecundū g.erunt igitur per diffinitionē a et b ſuperficiales.et erunt etiā per diffinitionem / d et f,latera numeri a:e quoq; et g,latera numeri b.Qz autē ipſi ſint ſimiles:ſic habeto.cū enī ex d in g ſit c,et ex e in f ſit idē c:erit per ſecundā partem 20 ſeptimi/d ad e ſicut f ad g.per diffinitionē igitur a et b ſunt ſimiles,quod eſt ꝓpoſitū.

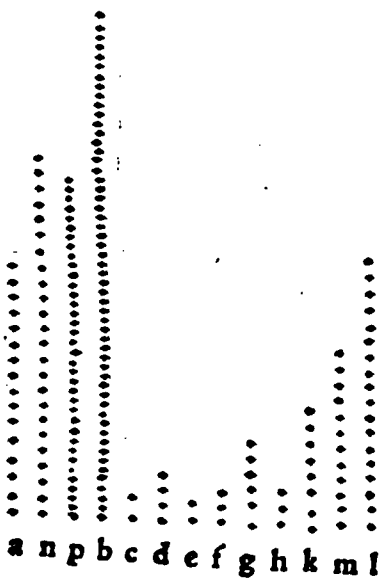




¶Hoc autẽ vltimũ quod eſt a et b eſſe ſimiles: poteſt etiã haberi per 19 et 18 ſeptimi/et p has hypotheſes q̃ a,c,b, ſunt cõtinue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a et c ſecundum f, et c et b ſecundum g.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

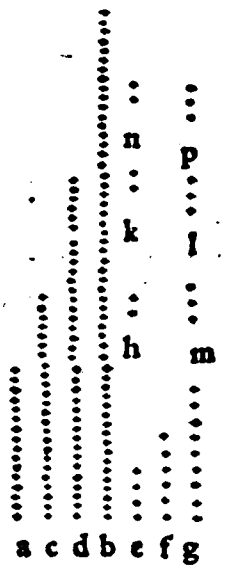
SI fuerint duo numeri ſolidi ſimiles: neceſſe eſt eis duos numeros ſecundum continuam proportionalitatem intereſſe. eritq̃ proportio vnius ſolidi ad alterum ſibi ſimilem: velut cuiuſlibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciens ſe proportionaliter/proportio triplicata. 18



¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: ſolidi ſimiles. dico q̃ inter ipſos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enĩ latera numeri a:c,d,e. latera vero b: ſint f,g,h. etũtq̃ ex conuerſione diffinitionis numerorum ſimilium/c ad f,& d ad g: ſicut c ad h. Sit igitur ex c in d,k: & ex f in g,l. eruntq̃ ex diffinitione/k & l: ſuperficiales & ſimiles. quare per 16 huius/vnus numerus cadit inter eos medius ſecundũ proportionem c ad f. qui ſit m. Manifeſtum autem eſt q̃ ex e in k: fit a,& ex h in l: b. ſi igitur ex e in m & l fiãt n & p: erũt per 18 ſeptimi/a ad n ſicut k ad m,& n ad p ſicut m ad l. quare a,n,p: ſunt continue proportionales in proportione c ad f. & quia per 19 eiuſdem p ad b ſicut e ad h,& ideo ſicut c ad f: ſequitur vt quatuor numeri a,n,p,b, ſint continue proportionales ſecundum proportionem c ad f. ſunt itaq̃ inter a & b duo numeri n & p: medij in continua proportionalitate ſuorum laterum interpoſiti. quod eſt propoſitum. Correlarium autem patet: cum proportio a ad b ſit per diffinitionem ſicut a ad n triplicata / quæ eſt eadem illi quæ eſt c ad f.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

SI eis ſecũdum continuam proportionalitatem duo numeri interiacent: quilibet duo numeri/ſolidi ſunt atq̃ ſimiles. 19



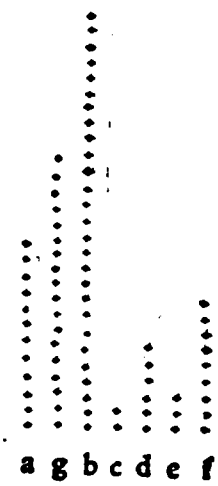
¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt cõuerſa præmiſſæ. vt ſi inter a & b ſint duo numeri c & d medij in continua proportione: erunt a & b ſolidi & ſimiles. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione cõtinue propoſitionales: qui ſunt e,f,g. eruntq̃ per 17/e & g: ſuperficiales & ſimiles. ſint ergo h & k: latera e. at l & m: latera g. eritq̃ per correlariũ 16 huius/e ad f: ſicut h ad l, aut ſicut k ad m. Manifeſtum autem eſt ex tertia q̃ e & g ſunt contra ſe primi. ideoq̃ per 23 ſeptimi/in ſua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem ſunt a ad d & c ad b ſicut e ad g: ſequitur per 21 ſeptimi/vt ipſi numerent a & d æqualiter. quod ſit ſecundum n. & item c & b æqualiter: quod ſit ſecundum p. Quia igitur ex h in k fit e,& ex e in n fit a: ſequitur per diffinitionem vt a ſit ſolidus eiuſq̃ latera h,k,n. ſimiliter quia ex l in m fit g,& ex g in p,b: ſequitur etiam vt b ſit ſolidus & eius latera l,m,p. Ipſos autem eſſe ſimiles ſic conſtabit. Cũ ex g in n fiat d,& ex eodem in p,b: erit per 18 ſeptimi/n ad p ſicut d ad b. & quia ſic erant h ad l, & k ad m: per diffinitionem manifeſtum eſt a & b eſſe ſimiles. quod eſt propoſitum.

¶Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propoſitiones/ ſcilicet 16/17/18/19: quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta 18/19/20/21/ hoc ordine reſpondent. prima: primæ. ſecunda: tertiæ. tertia: ſecundæ. quarta. quartæ.

Eucli.ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

18 ¶Duorum ſimilium planorum numerorum: vnus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

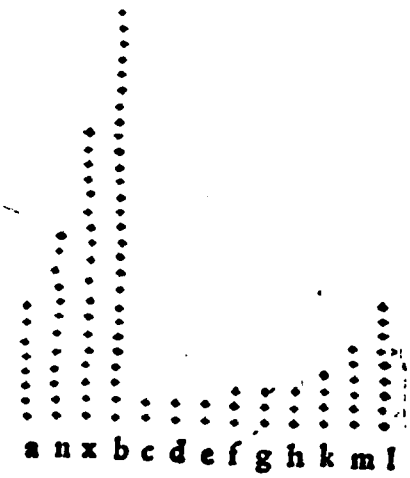
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini plani numeri a,b. et ipſius a, latera ſint c,d: ipſius autem b, ſint e,f. At ſimiles plani ſunt: qui proportionalia habent latera/per 22 diffinitionem ſeptimi. eſt igitur ſicut c ad d: ſic eſt e ad f. Dico igitur q̃ ipſorũ a, b, vnus medius proportionalis eſt numerus: et a ad b duplã rationẽ habet: q̃ c ad e, vel d ad f, hoc eſt q̃ ſimilis rationis latus: ad ſimilis rationis latus. Et quoniam eſt ſicut c ad d ſic eſt e ad f: viciſſim igitur eſt per 13 ſeptimi / ſicut c ad e ſic eſt d ad f. Et quoniam a planus eſt/ipſius autẽ latera ſunt c,d: igitur d ipſum c multiplicãs/ipſũ a facit. Id propterea iã & e ipſũ f multiplicãs: ipſũ efficit b. At d ipſũ e multiplicãs: ipſũ efficiat g. & quoniã d ipſũ quidẽ c multiplicãs ipſũ efficit a/ipſũ autẽ e multiplicãs ipſũ conficit g: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut c ad e ſic eſt a ad g. Sed ſicut c ad e: ſic eſt d ad f. & ſicut igitur per 11 quinti/d ad f: ſic a ad g. Rurſus quoniã e ipſũ quidẽ d multiplicans ipſum efficit g, ipſum autẽ f multiplicãs ipſum b conficit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut d ad f, ſic eſt g ad b. oſtẽſum autẽ eſt q̃ & ſicut d ad f: ſic eſt a ad g. & ſicut igitur per 11 quinti/a ad g: ſic eſt g ad b. Igitur ipſi a, g, b, continue ſunt proportionales. Ipſorum igitur a, b: vnus medius proportionalis eſt numerus. ¶Dico iam inſuper q̃ & a ad b duplã rationem habet: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus/hoc eſt q̃ c ad e, vel q̃ d ad f. Quoniam enim ipſi a, g, b, in principio proportionales ſunt: igitur per 10 diffinitionem quinti/a ad b duplam habet rationem q̃ ad g. & eſt ſicut a ad g: ſic eſt c ad e, & d ad f. & a igitur ad b duplam rationem habet q̃ c ad e vel d ad f. quod erat demonſtrandum.



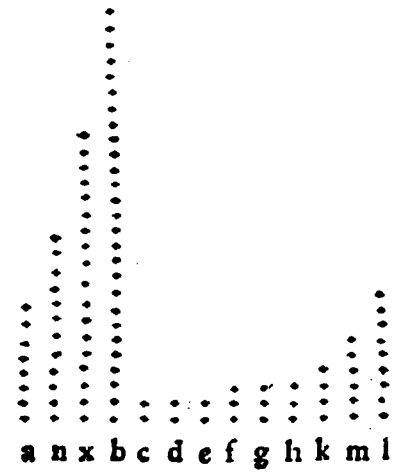
Eucli.ex Zamb. Theorema.17. Propoſitio 19.

19 ¶Duorum ſimilium ſolidorum numerorum: bini medij proportionales ſunt numeri. Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationem habet: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit bini ſimiles ſolidi numeri: a,b. & ipſius quidem a: latera ſint c,d,e, numeri. ipſius autem b: ſint f,g,h. & quoniam per 22 diffinitionem ſeptimi/ſimiles ſolidi ſunt qui latera habẽt proportionalia: eſt igitur ſicut c ad d ſic eſt f ad g, ſicut autem d ad e ſic g ad h. Dico q̃ ipſorum a,b, bini medij proportionales ſunt numeri. & q̃ a ad b triplam rationem habet: q̃ c ad f, vel d ad g, vel inſuper e ad h. Igitur c ipſum d multiplicãs: ipſum efficiat k. at f ipſum g multiplicãs: ipſum efficiat l. Et quoniam ipſi c,d, ipſis f,g, in eadem ſunt ratione/ex ipſiſq̃ c,d, gignitur k, ex ipſis autẽ f,g, gignitur l: igitur k,l, ſimiles plani ſunt numeri. Ipſorũ igitur k,l: vnus medius proportionalis eſt numerus per 18 octaui. ſit m. Igitur m ex ipſis d,f, gignitur: quemadmodum ex precedenti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut k ad m: ſic eſt m ad l. Et quoniam d ipſum quidem c multiplicãs fecit ipſum k, ipſum autẽ f multiplicans fecit ipſum m: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut c ad f, ſic eſt k ad m. ſed ſicut k ad m: ſic m ad l. Ipſi igitur k,m,l, continue ſunt proportionales: in ipſius c ad d ratione. Et quoniam eſt ſicut c ad d ſic eſt f ad g: viciſſim igitur per 13 ſeptimi/eſt ſicut c ad f, ſic eſt d ad g. Rurſus quoniam eſt ſicut d ad e ſic g ad h: viciſſim igitur per 13 ſeptimi / eſt ſicut d ad g ſic eſt e ad h. Ipſi igitur k,l,m: continue ſunt proportionales in ipſius c ad f, & d ad g ratione, & inſup ipſius e ad h. Vterq̃ iã ipſorũ e,h, ipſum m multiplicans: vtrũq̃ ipſorum n,x, faciat. & quoniam a ſolidus eſt/latera autem eius ipſi c,d,e: igitur e eum qui ex c,d, multipli-



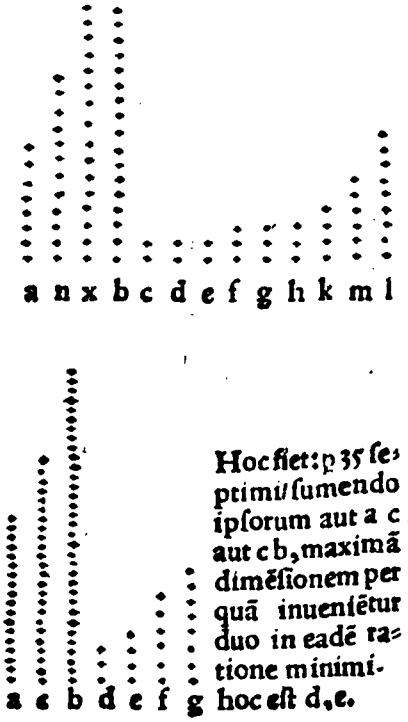
eãs/ipſũ efficit a. at qui gignitur ex c,d: eſt k. Igitur e ipſũ k multiplicãs: ipſũ efficit a. Id ꝓpterea iã & h ipſũ q gignit̃ ex f,g hoc ẽ l multiplicãs: ipſum efficit b. Et quoniam e ipſum k multiplicans ipſum a efficit/ſed iam & ipſum m multiplicans ipſum n efficit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut k ad m ſic eſt a ad n. Sicut autẽ k ad m: ſic eſt c ad f,& d ad g,& in ſuper e ad h. ſicut igitur c ad f,& d ad g,& e ad h: ſic eſt a ad n. Rurſus quoniã vterq; ipſorum e,h, ipſum multipliãs m, vtrũq; ipſorũ n,x, facit: eſt igitur per 18 ſeptimi/ſicut e ad h ſic eſt n ad x. Sed ſicut e ad h: ſic eſt c ad f,& d ad g.& ſicut igitur per 11 quinti/c ad f,& d ad g,& e ad h: ſic eſt a ad n,& n ad x. Rurſus quoniã h ipſum m multiplicãs ipſum conficit x, ſed & ipſum l multiplicans ipſum efficit b: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut m ad l ſic x ad b. Sed ſicut m ad l: ſic eſt c ad f,& d ad g,& e ad h.& ſicut igitur c ad f,& d ad g,& e ad h: ſic non ſolum x ad b, ſed & a ad n,& n ad x. Igitur ipſi a, n, x, b: continue ſunt proportionales in prædictis laterum rationibus. ¶ Dico inſuper q; & a ad b triplam rationem habet: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus/ hoc eſt q̃ c numerus ad f, vel d ad g, & inſuper q̃ e ad h. Quoniam certe quatuor numeri continue ſunt proportionales hoc eſt a, n, x, b: igitur per 10 diffinitionem quinti/a ad b triplam rationem habet q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus/ hoc eſt q̃ c numerus ad f numerum/& d ad g,& e ad h. quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

¶ Si binorum numerorum vnus medius proportionalis fuerit numerus: ſimiles plani erunt ipſi numeri. 20

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq̃ numerorũ a,b: vnus medius proportionalis eſto c numerus. Dico q; ipſi a,b: ſimiles plani ſũt numeri. Sumantur per 35 ſeptimi inq̃ minimi numeri eandem rationem habentium ipſis a,c,b, duo: ſintq; d,e. Eſt igitur ſicut d ad e: ſic eſt a ad c. ſed ſicut a ad c: ſic eſt c ad b.& ſicut igitur per 11 quiti/d ad e: ſic c ad b. Aeque igitur d ipſũ a metitur: & e ipſũ c. quoties autẽ d ipſũ a metitur: tot vnitates ſint in f, igitur f ipſũ d multiplicãs ipſũ efficit a. Ipſũ autẽ e multiplicãs: ipſũ facit c. quare a planus eſt: latera autẽ eius ſũt d,f, ꝑ 22 diffinitionẽ ſeptimi. Rurſus quoniã ipſi d,e, minimi ſunt eãdem rationem habentium ipſis c,b: æque igitur per 21 ſeptimi d ipſum c metitur & e ipſum b. Quoties autẽ e ipſum b metitur: tot vnitates ſint in ipſo g. Igitur e ipſum b metitur per eas quæ in g ſũt vnitates. igitur g ipſum e multiplicãs: ipſum efficit b. igitur b planus eſt per 22 diffinitionem ſeptimi: latera autem eius ſũt e,g. Igitur ipſi a,b: plani ſunt duo numeri. ¶ Dico inſuper q; & ſimiles. Quoniam enim vterq; ipſorũ f,g, ipſum e multiplicans/vtrunq; ipſorũ c,b, efficit. eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut f ad g ſicut eſt c ad b. Sicut autẽ c ad b: ſic d ad e.& ſicut igitur per 11 quiti/ d ad e: ſic f ad g. Ipſi igitur a,b: ſimiles plani ſunt numeri. eorum enim latera proportionalia ſunt. quod erat oſtendendum.

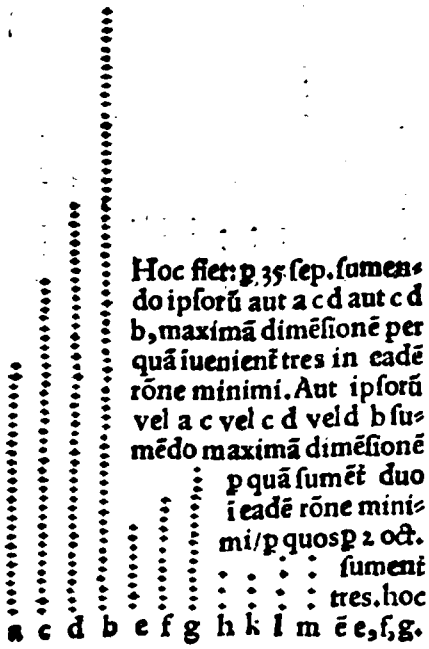


Hoc fiet: ꝑ 35 ſeptimi/ſumendo ipſorum aut a c aut c b, maximã dimẽſionem per quã inuenientur duo in eadẽ ratione minimi- hoc eſt d,e.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

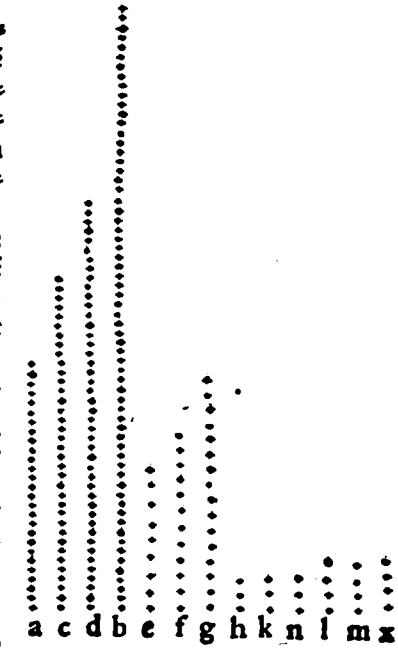
¶ Si duorũ numerorum duo medij proportionales fuerint numeri: ſimiles ſolidi ſunt ipſi numeri. 21

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq̃ numerorum a,b: duo medij proportionales ſint numeri c,d. Dico q; ipſi a,b: ſimiles ſolidi ſunt. Sumantur inq̃ per 35 ſeptimi/aut 2 octaui/minimi numeri eandem rationem habẽtium eiſdem a,c,d,b, tres: ſintq; e,f,g. Igitur per 3 octaui/eorum extremi e,g, primi adinuicẽ ſunt.& quoniã ipſorũ e,g, vnus medius proportionalis eſt numerus: ſimiles igitur plani ſunt per 20 octaui. Sint igitur ipſius quidem e: latera h,k. ipſius autem g: ſint l,m. Manifeſtum igitur eſt ex hoc: q; ipſi e,f,g, continue proportionales ſunt in ipſius h ad l ratione,& ipſius k ad m. Et quoniã ipſi c,f,g, minimi ſunt eandẽ rationem habentium eiſdem a,c,d: ex æquali igitur per 14 ſepti-



Hoc fiet: ꝑ 35 ſep. ſumendo ipſorũ aut a c d aut c d b, maximã dimẽſionẽ per quã iuenient tres in eadẽ rõne minimi. Aut ipſorũ vel a c vel c d vel d b ſumẽdo maximã dimẽſionẽ ꝑ quã ſumẽt duo i eadẽ rõne minimi/ꝑ quos ꝑ 2 oct. ſument tres. hoc ẽ e,f,g.

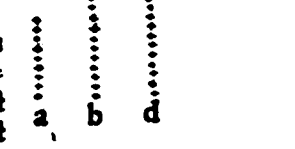
mi/eſt ſicut e ad g ſic eſt a ad d. At e,g: per 3 octaui primi ſunt. primi autem: & minimi. minimi vero per 21 ſeptimi/metiuntur eandem rationē habentes æqualiter: maior maiorem & minor minorem/hoc eſt antecedens antecedentem/& ſequens ſequentem. quoties igitur e ipſum a metitur: tot vnitates ſint in ipſo n. Igitur eni ipſum e multiplicans: ipſum efficiat a. At e eſt ex h,k. Igitur eum qui ex h,k, gignitur multiplicans: ipſum efficit a. Solidus igitur eſt a. latera autem eius ſunt h,k,n. Rurſus quoniam ipſi e,f,g, minimi ſunt eandem rationem habentium eiſdem c,d,b: æque igitur e ipſum c metitur/& g ipſum b. Quoties autē g ipſum b metitur: tot vnitates ſint in x. Igitur g ipſum b metitur p eas quæ in x ſunt vnitates. Igitur x ipſum g multiplicans: ipſum efficit b. At g: eſt ex l,m. Igitur x eum qui ex l,m, gignitur multiplicans: ipſum conficit b. Solidus igitur eſt b. latera autem eius ſunt l,m,x. Igitur ipſi a,b: ſolidi ſunt. Dico inſuper ꝙ & ſimiles. quoniam n,x, ipſum e multiplicantes/ipſos conficiunt a,c: eſt igitur per 18 ſeptimi/ſicut n ad x ſic eſt a ad c, hoc eſt e ad f. Sed ſicut e ad f: ſic eſt h ad l, & k ad m. & ſicut igitur per 11 quinti/h ad l: ſic k ad m & n ad x. & ſunt quidem ipſi h,k,n, latera ipſius a: ipſi vero x,l,m, latera ſunt ipſius b. Igitur ipſi a,b: numeri ſolidi ſunt ſimiles. quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus: tertiū quoq; quadratū eſſe.

¶CAMPANVS. ¶Sint tres numeri continue proportionales a,b,c, ſitq; a quadratus. Dico ꝙ c eſt etiam quadratus. ſunt enim per 17 a & c ſuperficiales & ſimiles. cum igitur a ſit quadratus: per hypotheſin; erit c quadratus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

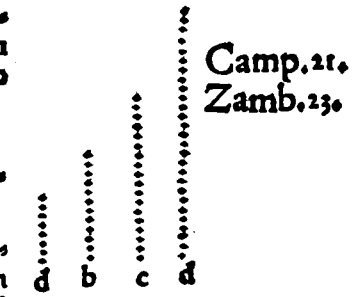
22 ¶Si tres numeri continue proportionales fuerint/primuſq; fuerit quadratus: & tertius quadratus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres numeri cōtinue proportionales a,b,c, primus autem ſit quadratus. Dico ꝙ & tertius quadratus eſt. quoniam enim ipſorum a,c, per 20 octaui / vnus medius proportionalis eſt numerus b: igitur a,c, ſimiles plani ſunt. at quadratus eſt a. quadratus eſt & c. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus: quartum cubum eſſe neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d, ſitq; a cubus. dico ꝙ d eſt etiam cubus. conſtat enim per 19 ꝙ a & d ſunt ſolidi ſimiles. & quia a eſt cubus per hypotheſin; erit etiam d cubus.



Eucli ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 23.

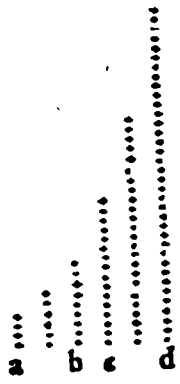
23 ¶Si quatuor numeri continue proportionales fuerint/primus autem cubus fuerit: & quartus cubus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales continue: a,b,c,d. ſit autē a cubus. dico ꝙ & d: cubus erit. Quoniam enim ipſorum a,d, ſimiles ſunt ſolidi numeri: at a cubus eſt / cubus igitur eſt & d. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI duorum numerorum quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum / fuerit vnus quadratus: alterum quoq; quadratum eſſe.

C.22.
Z.24



¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: in proportione duorũ quadratorum qui ſunt c & d. ſitq; a vel b quadratus. dico reliquum eſſe quadratum. Cum enim c & d ſint quadrati: ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet vnus medius inter eos in continua proportione. quare per 8 & inter a & b. per 26 igitur conſtat propoſitum.

Euclí. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 24.

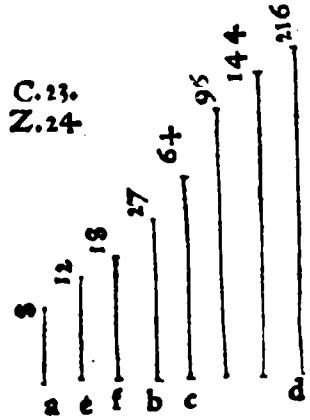
¶Si bini numeri rationem habuerint quã quadratus numerus ad quadratum numerum/primus autem fuerit quadratus: & ſecundus quadratus erit. 24

¶THEON ex Zamberto. ¶Bini inq̃ numeri a,b, adinuicem rationem habeant: quam quadratus numerus c ad quadratum numerum d. Dico q; & b quadratus eſt. Quoniam ipſi c,d, ſunt quadrati: ipſi c,d, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorum igitur c,d: per 18 octaui vnus medius proportionalis eſt numerus. Et eſt ſicut c ad d: ſic eſt a ad b. Ipſorum igitur a,b, vnus medius proportionalis eſt numerus. At a quadratus eſt. & b igitur quadratus eſt. quod erat demonſtrandum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 23.

SI duorum numerorum quorum proportio vnius ad alterum ſit ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus: & alterum cubum eſſe. 23

C.23.
Z.24



¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d. ſitq; a vel b cubus. dico reliquum eſſe cubum. Neceſſe eſt enim q; c & d ſint ſolidi ſimiles: quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi. itaq; per 18 inter ipſos cadent duo mediſ in continua proportione. totidem igitur per 8 cadent inter a & b. itaq; per 21 manifeſtum eſt quod dicitur.

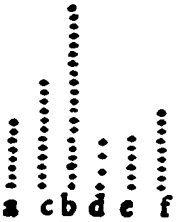
Euclí. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 25.

¶Si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam cubus numerus ad cubũ numerum/primus autem cubus fuerit: & ſecundus cubus erit. 25

¶THEON ex Zamb. ¶Bini inquã numeri a,b, adinuicem rationem habeãt: quam cubus numerus c ad cubũ numerum d. cubus autem eſto a. Dico q; & b cubus eſt. Quoniam enim ipſi c,d, cubi ſunt: ſũt igitur p 19 octaui/ipſi c,d, ſimiles ſolidi. ipſorũ igitur c,d, bini mediſ ſũt proportionales per 21 octaui. quot autem inter ipſos c,d, continue proportionales cadunt: totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri per 8 octaui. cadant ipſi e,f. Quoniam igitur quatuor numeri a,e, f,b, continue proportionales ſunt/& a cubus eſt: cubus igitur eſt per 23 octaui/& b. quod oſtendere oportuit.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 24.

NVmerorum ſuperficialium ſimilium eſt proportio vnius ad alterum: ſicut proportio quadrati ad quadratum. 24



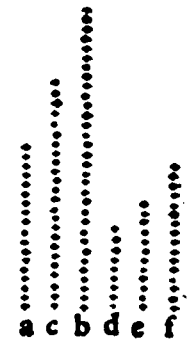
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b ſuperficiales ſimiles. dico q; vnus ad alterum eſt proportio ſicut quadrati ad quadratum. erunt enim per 16 inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui ſit c. ſumptis itaq; tribus minimis in proportione eorũ qui ſunt d,e,f: erũt per correlarium 2/d & f quadrati. & quia per æquam proportionalitatem eſt a ad b ſicut d ad f: conſtat verum eſſe quod proponitur.

Euclí. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 26

¶Similes plani numeri adinuicem rationem habent: quam 26

quadratus numerus ad quadratum numerum.

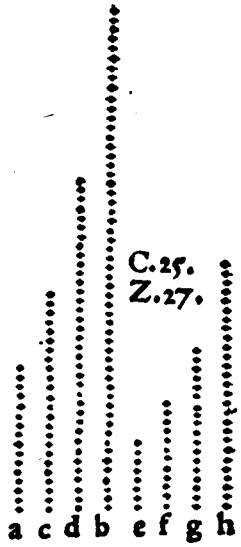
¶THEON ex Zãberto. ¶Sint ſimiles plani numeri a,b. Dico q̃ a ad b rationẽ habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quoniam ipſi a,b, ſimiles plani ſunt: ipſorum igitur a,b, vnus medius proportionalis cadit numerus per 18 octaui. Cadat: & ſit c. aſſumanturq̃ per 35 ſeptimi/minimi numeri eandem ipſis a,b,c, habentium rationem: ſintq̃ d,e,f. ipſi igitur ipſorum extremi hoc eſt d,f, ſunt quadrati. Et quoniã eſt ſicut d ad f ſic a ad b, & ipſi d,f, ſunt quadrati: igitur a ad b rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. quod demonſtrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 25

25  Mnium duorum ſolidorum ſimilium eſt proportio vnius ad alterum: ſicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b ſolidi ſimiles. dico q̃ proportio vnius eorum ad alterũ: eſt ſicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij ſecundum cõtinuam proportionem: qui ſint c & d. in eorum proportione ſint minimi quatuor e,f,g,h: quorũ e & h erunt cubi per correlarium ſecundæ. quia igitur per æquam proportionalitatem eſt a ad b ſicut e ad h: liquet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 27.

27 ¶Similes ſolidi numeri adinuicem rationem habent: quam cubus numerus ad cubum numerum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſimiles ſolidi numeri a,b. Dico q̃ a ad b rationem habet: quã cubus numerus ad cubum numerũ. Quoniã enim ipſi a,b, ſimiles ſolidi ſunt: ipſorum igitur a,b, per 19 octaui bini ſunt numeri proportionales. cadant: & ſint c,d. Accipianturq̃ per 35 ſeptimi/minimi numeri eandem habentium rationẽ ipſis a,c,d,b: ſintq̃ ipſis æquales multitudine e,f,g,h. Ipſi igitur eorum/e,h, extremi cubi ſunt. eſtq̃ ſicut e ad h: ſic a ad b. Et a igitur ad b rationem habet: quã cubus numerus ad cubum numerum. quod oportuit demonſtraſſe.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
octaui libri
Finis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Nonus.

Ex Campano. Diffinitiones.

PAr numerus: est qui potest in duo æqualia diuidi. 1

¶Impar numerus: est qui in duo æqualia diuidi non potest / additoq; supra parem vnitatem. 2

¶Pariter par: est quem cuncti pares eum numerãtes/paribus vicibus numerant. 3

¶Pariter impar est quem cũcti pares eum numerantes / imparibus vicibus numerant. 4

¶Pariter par & impariter: est quem pares eum numerãtes/ quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 5

¶Impariter impar: quem cuncti impares eum numerãtes/ imparibus vicibus numerant. 6

¶Perfectus numerus appellatur: qui omnibus partibus suis quibus numeratur/est æqualis. 7

¶Abundans dicitur: qui omnibus suis partibus minor est. 8

¶Diminutus vero: qui maior. 9

Eucl. ex Camp. Propositio 1.

SI fuerint duo numeri superficiales similes: qui ex ductu alterius in alterum producetur/numerum quadratum esse necesse est. 1

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b superficiales similes: ex quorum multiplicatione proueniat c. dico c esse quadratũ. fiat enim d ex a in se. eritq; per 18 septimi/d ad c: sicut a ad b. & quia inter a & b cadit medius secundũ cõtinuã proportionalitatẽ per 16 octaui: sequitur per 8 eiusdem vt vnus quoq; cadat inter d & c. itaq; cum d sit quadratus: erit per 20 eiusdem c quoq; quadratus. quod est propositũ.

C.1.
Z.1.

Eucli ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

SI bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes/aliquẽ fecerint: factus ex eis quadratus erit. 1

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini similes plani numeri a, b. & a ipsum b multiplicãs: ipsum efficiat c. Dico q; c quadratus est. ipse enim a seipsum multiplicans: ipsum d efficiat. ipse igitur d: quadratus est. Quoniam igitur a seipsum quidem multiplicans ipsum d fecit/ipsum autem b multiplicans ipsum c fecit: est igitur per 17 septimi/sicut a ad b sic d ad c. Et quoniam ipsi a, b, similes plani sunt numeri: vnus medius per 18 octaui proportionalis cadit numerus ipsorũ a, b. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales/numeri proportionales ceciderint: quot inter ipsos cadunt totidem quoq; per 8 octaui/& inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos c, d,

a b d c

vnus medius proportionalis numerus cadit. eſt autem ipſe d: quadratus, quadratus igitur eſt c. quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur: duo quilibet numeri ſunt ſuperficiales ſimiles.

¶ COROLARIVM. ¶ Ex his itaq; patēs eſt, quia ſi tetragonus in tetragonū ducat̄: q ex eis producetur, tetragonū eſſe. Si vero ex ductu tetragoni in numerū aliquē, tetragonus producatur: illū numerū aliquē eſſe tetragonū. Itēq; ſi ex ductu tetragoni in numerū aliquē, non tetragonus producatur: eū numerū aliquem nō tetragonū eſſe. Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur: qui inde producetur, non tetragonum eſſe neceſſe eſt.

¶ CAMPANVS. ¶ Hæc eſt cōuerſa prioris. Vt ſi ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus: erūt a & b, ſupficiales ſimiles. Sit enī d ex a in ſe. eritq; per 18 ſep. d ad c: ſicut a ad b. Per 16 autē octaui, cū d & c ſint ſuperficiales ſimiles, eo q; ſunt ambo quadrati: erit inter eos vnus numerus medius ſecundū cōtinuam proportionem. per 8 itaq; eiuſdem erit etiā vnus inter a & b. igitur per 17 eiuſdem, a & b ſunt ſuperficiales ſimiles. quod eſt propoſitum

¶ Prima pars correlarij patet per præmiſſam. ſunt enī ōnes tetragoni: ſupficiales ſimiles. Secūda patet ex hac: cū ſit ſolus tetragonus ſimilis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipſius correlarij parte: a deſtructiōe cōſequētis. Quarta vero patet ex eiuſdē parte ſecūda: a deſtructione etiā cōſequētis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2

2 ¶ Si bini numeri inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum fecerint: ſimiles plani ſunt.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Bini enī numeri a, b, inuicē ſeſe multiplicantes, quadratū efficiāt c. Dico q; ipſi a, b: ſimiles plani ſunt numeri. Ipſe enī a ſe ipſum multiplicans: ipſum d efficiat. d igitur quadratus eſt. Et quoniā a ſe ipſum qdē multiplicās ipſū d fecit, ipſū autē b multiplicās ipſū c fecit: eſt igitur p 17 ſep. ſicut a ad b, ſic d ad c. & qm̄ d quadrat⁹ eſt, ſed & c: ipſi igit d, c, ſimiles plani ſunt. ipſorū igitur d, c, p 18 octaui, vnus medius proportionalis eſt numerus. Ipſorū igitur d, b: p 8 octaui, vnus medius eſt proportionalis. Si autē binorū numerorū vnus medius proportionalis eſt nūerus: p 18 octa. ſimiles plani ſūt nūeri. ipſi igitur a, b, ſil̄es plani ſūt. qđ oportuit demōſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

3 SI numerus cubus in ſeipſum ducatur: qui inde producetur erit cubus.

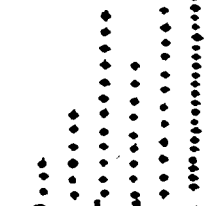
¶ CAMPANVS. ¶ Sit̄ a cubus: ex quo in ſe ducto fiat b. dico b eſſe cubū. ſit enī c latus cubicū a. ex c vero in ſe: fiat d. patet itaq; q ex c in d: fit a. ſunt igitur vnitas, c, d, a: cōtinue proportionales. quod ex 18 ſeptimi & p̄ſentibus hypotheſib⁹ manifeſtū eſt. & qa eſt a ad b ſicut vnitas ad a, eo q; quoties vnitas eſt i a toties a in b: erūt inter a & b, duo numeri medij ſecundū proportionalitatē cōtinuā p 8 octaui. cū igitur ex hypotheſi ſit a cub⁹: erit per 21 eiuſdē, b quoq; cub⁹. qd oportebat demōſtrare.

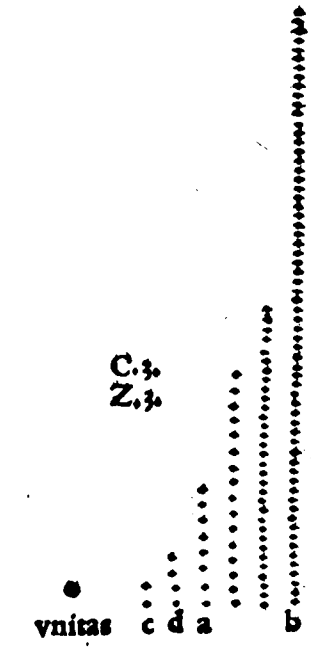
Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

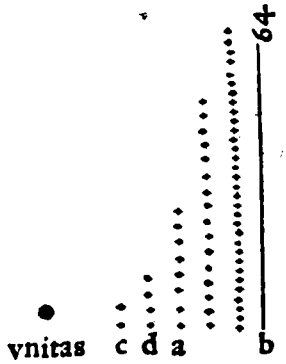
3 ¶ Si cub⁹ nūer⁹ ſeipſū multiplicās aliquē fecerit: fact⁹ cub⁹ erit

¶ THEON ex Zāb. ¶ Cubus enī numerus a, ſeipſum multiplicās: ipſum efficiat b. Dico q; b cubus eſt. accipiatur enī ipſius a, latus c: & c ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat d. manifeſtū iam eſt: q; c ipſium d multiplicās ipſum efficit a. & quoniā c ſeipſum multiplicans ipſum d fecit: igitur c ipſum d metitur per eas quæ ipſo ſunt vnitates. Sed & vnitas ipſum c metitur: per eas quæ in ipſo ſunt vnitates. Eſt igitur ſicut vnitas ad c: ſic c ad d.







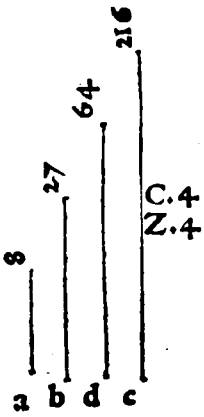


Rurſus quoniã c ipſũ d multiplicãs ipſum efficit a: igitur ipſe d ipſũ a metitur p eas quæ in ipſo c ſunt vnitates. At vnitas ipſum c metitur p eas q̃ in ipſo ſũt vnitates. Eſt igitur ſicut vnitas ad c: ſic d ad a. Sed ſicut vnitas ad c: ſic c ad d. & per 11 quinti/igitur ſicut vnitas ad c: ſic c ad d & d ad a. Ipſius igitur vnitatis & a: bini medij ſunt continue proportionales numeri c, d. Rurſus quoniam a ſeipſum multiplicans: ipſum b fecit: igitur a ipſum b metitur per eas quæ in ſeipſo ſunt vnitates. Metitur autẽ & vnitas ipſum a per eas q̃ in ſeipſo ſunt vnitates. Eſt igitur ſicut vnitas ad a: ſic a ad b. Ipſius autẽ a & vnitatis: bini medij ſũt proportionales nũeri. & ipſorũ igit a, b: bini medij ꝓportionales ſũt numeri p 8 octa. Si autẽ binorũ numerorũ bini medij ꝓportionales fuerit nũeri/primus autẽ cub⁹ fuerit: & quart⁹ cubus erit per 21 octaui. eſt autẽ a cub⁹. & b igit cub⁹ eſt. qđ oſtẽdere oportuit.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 4.

SI cubus ĩ aliũ cubũ ducatur: qui inde ꝓducet erit cub⁹. 4

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a & b cubi: fiatq; c ex a in b. dico c eſſe cubũ. fiat enĩ d ex a in ſe. eritq; per p̃miſſã d cub⁹. & qa per 18 ſe- ſeptimi eſt a ad b ſicut d ad c: conſtat ex 23 octaui c eſſe cubum. quod erit propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

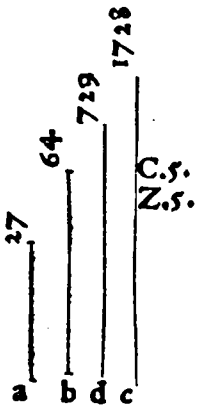
¶ Si cubus numerus cubum numerum multiplicans: aliquem fecerit: factus cubus erit. 4

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Cubus enim numerus a, cubũ numerũ b multiplicans: efficiat c. Dico q; c cubus eſt. Ipſe nanq; a ſeipſum multiplicans: ipſum efficiat d. Igitur d cubus eſt per præcedentem. Et quoniã a ſeipſum multiplicans ipſum d fecit/ipſum autẽ b multiplicans ipſum c fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut a ad b ſic d ad c. Et quoniã ipſi a, b, cubi ſunt: ſimiles ſolidi ſunt ipſi a, b. Ipſorũ igitur a, b, per 19 octaui/bini medij ſunt proportionales nũeri. Quare & p 8 eiuſdẽ ipſorũ d, c, bini medij proportionales ſunt numeri: eſt autem d cubus. cubus igitur eſt & c. quod demonſtrare oportebat.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 5.

SI numerus cub⁹ in numerũ aliũ ducatur/fucritq; product⁹ cub⁹: iquẽ duct⁹ eſt/nũerũ cubũ eſſe neceſſe eſt. 5

¶ CORRELARIVM. ¶ Vnde & manifeſtũ eſt/ quia ex ductu cubi in non cubum: producitur non cubus. Ductoq; cubo in numerum aliquem/ſi fuerit qui inde producitur non cubus: in quem ille ductus fuerit/neceſſe eſt eſſe nõ cubum.



¶ CAMP. ¶ Sit enĩ ex a cubo in b numerũ: productus c cubus. dico b eſſe cubũ. fiat enĩ d ex a in ſe: q per antep̃miſſã erit cub⁹. qa igitur eſt per 18 ſeptimi/a ad b ſicut d ad c, eſtq; a cubus/ſed & d & c cubi: erit per 23 octaui/ b cubus. quod eſt propoſitum. Prima pars correlarij: patet ex hac quinta/a deſtructione cõſequẽtis. ſecũda: p p̃miſſã/ſimiliter a deſtructione cõſequẽtis.

Euclí. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

¶ Si cubus nu merus numerum aliquem multiplicans / cubum fecerit: & multiplicatus cubus erit. 5

¶ THEO ex Zãb. ¶ Cubus enĩ nũerus a numerũ aliquẽ b multiplicãs: cubũ efficiat c. Dico q; b cubus eſt. Ipſe enĩ a ſeipſũ multiplicãs: ipſũ d efficiat. Cub⁹ igit eſt p 3 noni & ipſe d. & qm̃ a ſeipſũ multiplicãs ipſũ d fecit/ipſum autẽ b multiplicans ipſum c fecit: eſt igitur per 17 ſep. ſicut a ad b, ſic d ad c. & qm̃ ipſi d, c, cubi ſũt: ſũt eſ ſolidi ſunt. Ipſorũ igitur d, c, per 19 octaui bini medij ſunt proportionales numeri. Eſtq; ſicut d ad c: ſic eſt a ad b. & ipſorum igitur a, b, per 8 eiuſdẽ/bini medij ſunt proportionales numeri. eſtq; a cubus. cubus igitur & b. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 6.

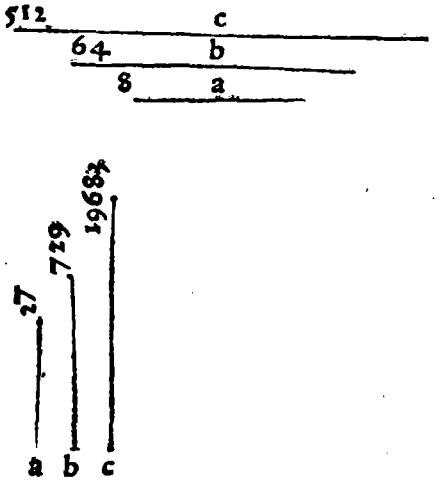
6 SI ex ductu cuiuſdã numeri in ſeipſũ cubus producatur: eum eſſe cubũ neceſſario comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶ Sit vt ex a in ſe fiat b: ſitq; b cubus. dico ergo a eſſe cubũ. Fiat enim c ex a in b: eritq; ex diffinitione/c cubus. & quoniam cõſtat ex 18 ſeptimi q; ſit a ad b ſicut b ad c: cũ ſint b & c cubi/ ſequitur ex 23 octaui/a eſſe cubum. quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 ¶Sí nũerus ſeipſũ multiplicãs/cubũ fecerit: et ipſe cubꝰ erit.

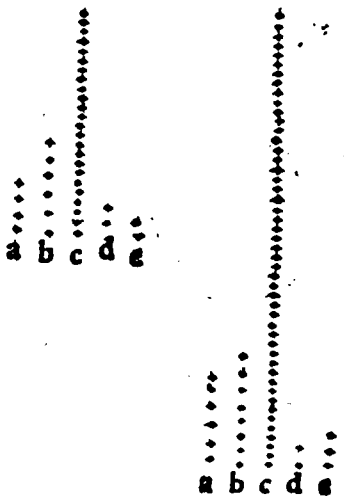
¶THEON ex Zãb. ¶Numerus enim a ſeipſum multiplicãs: cubũ efficiat b. Dico q; a cubus eſt. Ipſe inq; a ipſum b multiplicãs: ipſum efficiat c. Qm̃ igitur a ſeipſum qcẽ multiplicãs ipſũ b fecit/ipſum autẽ b multiplicãs ipſũ c fecit: igitur c per 4 noni cubus eſt. Et qm̃ a ſeipſũ multiplicãs ipſum b facit/ ipſum autẽ b multiplicãs ipſum efficit c: ſicut igitur p 17 ſepti. a ad b, ſic b ad c. Et quoniã ipſi b, c, cubi ſũt: ſimiles ſolidi ſunt. ipſorũ igitur b, c, p 19 octaui bini ſũt medij ꝓportionales numeri: eſtq; ſicut b ad c ſic a ad b. & ipſorũ igitur a b bini medij ſũt proportionales numeri p eãdẽ. eſt autẽ b cubus. cubus igit eſt & a. qđ oſtẽdere oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI numerus cõpoſitus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producetur erit ſolidus.

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus cõpoſitus/q ducat in b: & ꝓueniat c. dico c eſſe numerũ ſolidũ. Cũ enim a ſit cõpoſitꝰ: numeratur ab aliquo numero/q ſit d. nũeretq; eũ ſecũdũ e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c: erit ex diffinitiõe ſolidorũ c ſolidꝰ/ciuſq; latera e, d, b. qđ ẽ ꝓpoſitũ.



Eucli.ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

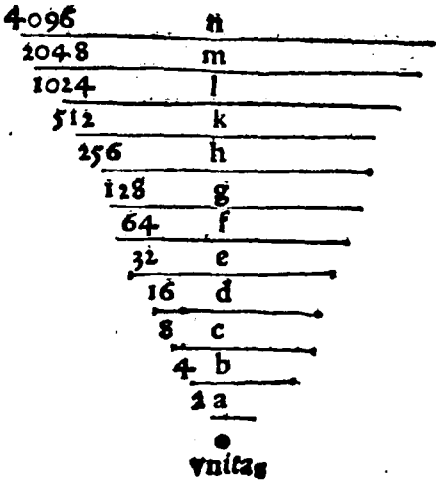
7 ¶Sí compoſitus numerus numerum aliquem multiplicãs/ aliquem fecerit: factus ſolidus erit.

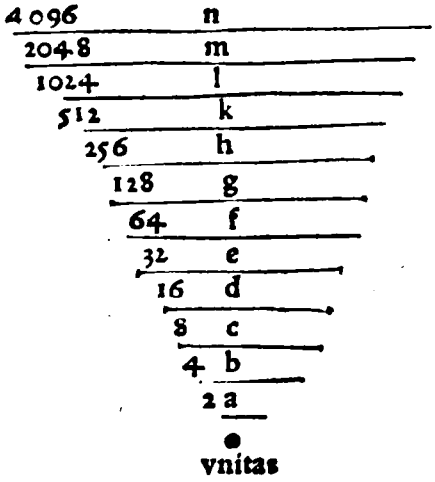
¶THEON ex Zãb. ¶Cõpoſitus inq; numerus a, numerũ aliquẽ b multiplicãs: ipſũ c efficiat. Dico q; ſolidꝰ eſt. Qm̃ enim a cõpoſitus eſt: eũ aliqs numerus metietur p diffinitionẽ. metiatur eũ d. & quoties d ipſũ a metitur: tot vnitates ſint in e. Igitur e ipſũ d multiplicãs: ipſũ efficit a. Et qm̃ a ipſũ b multiplicãs ipſũ c fecit/ & a ẽ ex d, e: q; igit ex d, e, ipſũ b multiplicãs: ipſũ efficit c. & b igitur eũ q ex d, e, multiplicãs: ipſũ c fecit. Igitur c ſolidus eſt: latera autẽ ipſius/ſũt ipſi d, e, b. quod oſtẽdere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI fuerit numeri ab vnitate cõtinue proportionales: tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno ſemper intermiſſo. Quartus vero ab vnitate/cubus: ac deinceps duobus ſemper intermiſſis. Itemq; ſeptimus ab vnitate/ eſt quadratus cubicus: ac deinceps quinq; ſemper intermiſſis quadratus cubicus continuo ſequitur.

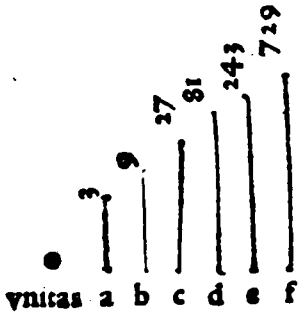
¶CAMPANVS. ¶Sint cõtinue proportionales: vnitas/a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b eſſe quadratũ: & d, omiſſo c, & ſic alios vno ſemp obmiſſo. vnde ſimpliciter õnes exiſtentes in locis iparibus: ſunt quadrati. vt ſunt tertiꝰ/qntus & ſeptimꝰ. Dico itẽ c eſſe cubũ: & f, duobꝰ obmiſſis. & ſic ĩ cęteris. Omniſq; ſimplicitet eſt cubꝰ: cuiꝰ ab vnitate locus addit ſuper ternariũ vel quẽlibet multiplicẽ ipſius ternarij/ vnitatẽ. vt ſunt quartus/ſeptimꝰ/decimus/tertiuſdecimꝰ & ſextuſdecimus. in hoc enim cõueniunt õnes qui duos trãſmittunt. Itẽq; dico f ab vnitate ſeptimũ: eſſe quadratũ cubicum. & ſimiliter n: quinq; numeris intermiſſis. idẽq; in cęteris. Simpliciter autẽ dico/cuius locus ab vnitate addit ſuper ſenarium vel quẽlibet multiplicẽ ipſius/vnitatẽ/vt ſunt ſeptimus/tertiuſdecimus/



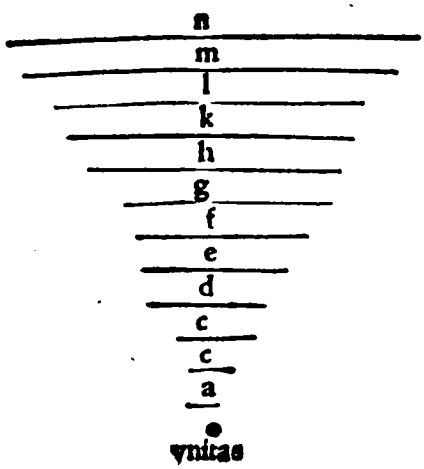


decimuſnonus/& viceſimuſquintus:illũ eſſe quadratũ cubicum.quadratum quidẽ:quoniam eius locus impar.cubum autẽ:quoniã ſuper multiplicẽ ternarij addit vnitatẽ.quippe ſenarij multiplices: cunctos ternarij neceſſe eſt eſſe multiplices. ¶Quæ autẽ propoſita ſunt:ſic cõſtãt. Eſt enĩ ex hypotheſi a in b:quoties vnitas in a.itaq; b:ex diffinitione quadratus. Quia igitur b,c,d,ſunt cõtinue ꝓportionales:cũ b ſit quadratus/patet ex 17 vel 20 octaui/d eſſe quadratum. Eadẽ ratione & f: quia d,e,f, ſunt cõtinue proportionales/& d eſt quadratus.Idem in cæteris vno intermiſſo.Cõſtat itaq; primũ. ¶Secundũ ſic. Cũ ſit b in c quoties a in b ex hypotheſi:ſequitur a diffinitione vt ex a in b ſuũ quadratũ fiat c.igitur ex diffinitione cubi:c eſt cubus. At quia c,d,e,f,ſunt cõtinue proportionales/ſed & f,g,h,k,eſt autẽ c cubus:neceſſe eſt per 19 vel 21 octaui vt f quoq; ſit cubus/ideoq; & k.Idemq; in cæteris: duobus tranſmiſſis. Quare liquet ſecũdũ. ¶Quoniã autẽ i f ſeptimo/& in n tertiodecimo/cæteriſq; quinq; medios obmittentibus/ſimpliciter vero & in omnibus quorum locus ſuper quẽlibet multiplicem ſenarij addit vnitatem/terminantur quadratorũ & cuborũ cõputationes:in his quidem vnius/in illis autẽ duorũ obmiſſione:ſequitur ipſos eſſe quadratos ex huius prima parte/& cubicos ex ſecũda.quare quadrati cubici.Cõſtat ergo totũ quod dicitur. Euclí.ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

¶Si ab vnitate quilibet numeri ordine proportionales fuerint:tertius ab vnitate quadratus eſt:& vnum relinquentes omnes.quartus autẽ cubus:& binos relinquẽtes õnes.ſeptimus vero cubus ſimul & quadratus:& qnq; reliquẽtes oẽs. 8



¶THEON ex Zãberto. ¶Sint ab vnitate quilibet ordinatim proportionales numeri:a,b,c,d,e,f.Dico q; tertiꝰ quidẽ ab vnitate ſcilicet b, eſt quadratus:& vnũ relinquẽtes õnes.quartus autẽ c eſt cubus:& binos relinquẽtes õnes.ſeptimus vero f,cubus & ſimul quadratus:& qnq; reliquẽtes õnes.Quoniã enĩ eſt ſicut vnitas ad a ſic a ad b:æque igitur vnitas ipſum a numerũ/& a ipſũ b metitur ꝑ eas q̃ in ipſo a ſũt vnitates. & qm̃ a ipſum b metitur ꝑ eas q̃ in ipſo a ſunt vnitates: igiꝫ a ſeipſum multiplicãs/ipſũ efficit b.quadratus igitur eſt b. Et quoniã ipſi b,c,d, ordinatim ſũt proportionales/& b quadratus eſt:igitur per 22 octaui & d quadratus eſt.& iã id propterea & f quadratus eſt. Similiter iã demõſtrabimus q; & vnũ relinquẽtes:quadrati ſunt õnes. Dico iã q; & quartꝰ ab vnitate hoc eſt c,cubus eſt:& binos relinquẽtes õnes. Quoniã enĩ eſt ſicut vnitas ad a numerũ ſic b ad c:æque igitur vnitas ipſum a numerũ/& b ipſum c metitur per eas q̃ in ipſo a ſunt vnitates. & a igitur ipſum b multiplicans:ipſum efficit c. Quoniã igitur a ſeipſũ quidẽ multiplicãs ipſum efficit b,ipſum autẽ b multiplicãs ipſum c fecit: cubus igitur eſt ipſe c. Et quoniã ipſi c,d,e,f,ordinati ſunt proportionales/ipſe autẽ c cubus eſt:& f igitur ꝑ 22 octaui cubus eſt. Demõſtratum autẽ eſt: q; f ſeptimus ab vnitate exiſtẽs/quadratus eſt. Igitur f cubus eſt & quadratus. Similiter iam oſtendemus q; & quinq; relinquẽtes cubi ſunt omnes & quadrati.quod oportuit demonſtraſſe.



Euclí.ex Camp. Propoſitio 9.

SI numeris quotlibet ab vnitate cõtinua proportionalitate diſpoſitis/vnitatẽ ſequẽs quadratus fuerit: cæteri quoq; õnes erunt quadrati. Si vero qui vnitatem ſequitur fuerit cubus:cæteri quoq; omnes erunt cubi. 9

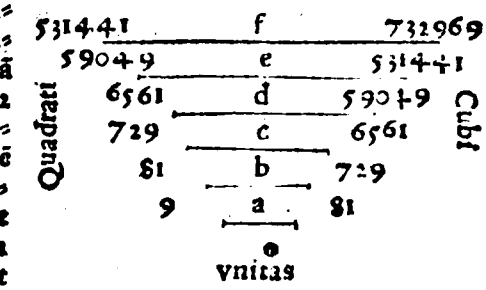
¶CAMPANVS. ¶Sint qui prius cõtinue proportionales ab vnitate:ſitq; a quadratus.dico õnes eſſe quadratos. Aut ſit idẽ cubus. tũc quoq; dico õnes eſſe cubos.b enĩ conſtat eſſe quadratũ per præmiſſam.quia ergo a ad b ſicut b ad c:ex 22 octaui/ſequitur c eſſe quadratũ.idẽ quoq; ex eiuſdẽ 17 vel 20 potes arguere. De ſequẽtibus autẽ idẽ eodẽq; modo pro

bebis. q̃re patet primũ. ¶Secundũ autẽ sic: Cũ b fiat ex a in se: si fuerit a cubus/erit per 7 ipse quoq; cubus. c vero constat esse cubũ per præmissã. itaq; per 23 octaui/d ones q; sequentes cubicos esse probabis: est eni a ad b, sicut c ad d. Idẽ quoq; arguere potes ex 19 vel 21 eiusdẽ. sũt eni a, b, c, d, sed et b, c, d, e, singuliq; quatuor cõtinue sũpti: cõtinue ꝓportionales.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 ¶Si ab vnitate quilibet numeri consequẽter proportionales fuerint / qui vero post vnitatem quadratus fuerit: & reliqui omnes quadrati erunt. Et si qui post vnitatem cubus fuerit: & reliqui omnes cubi erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate consequenter proportionales: quilibet nũeri a, b, c, d, e, f. qui vero post vnitatẽ: a sit quadratus. Dico q; & reliqui omnes quadrati erũt. Q; quidẽ tertius ab vnitate/b sit quadratus & vnũ relinquentes ones: patet ex precedẽti. Dico q; & reliqui ones quadrati sunt. Nã quoniã ipsi a, b, c, ordinati sũt proportionales/& a est quadratꝰ: igitur p 22 octaui/& c est quadratꝰ. Rursus quoniã ipsi b, c, d, ordine sunt proportionales/& b est quadratus: & d igitur p 22 octaui est quadratus. Similiter iam ostẽdemus q; & reliqui omnes quadrati sunt. ¶Sed iã esto a cubus. Dico q; reliqui ones cubi sũt. Q; quidẽ quartus ab vnitate hoc est c cubus est/& binos relinquẽtes ones: ex precedenti patet. Dico iã q; & reliqui ones cubi sunt. Quoniã enim est sicut vnitas ad a sic a ad b: æque igitur vnitas ipsum a numerum metitur/& a ipsum b metitur. Vnitas autẽ ipsum a metitur per eas quæ in ipso sũt vnitates. & a igitur ipsum b metitur per eas q̃ in ipso sunt vnitates. Igitur a seipsum multiplicãs: ipsum b fecit. Est autẽ & a cubus. Si autẽ cubꝰ numerus seipsum multiplicãs fecerit aliquẽ: factus/cubus est per 3 noni. & b igit cubus est. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales sũt ipsi a, b, c, d, & a cubus est: & d igitur p 23 octaui cubus est. Iã id ꝓptereа & e cubus est: & similiter reliqui ones sũt. Qđ oportuit demõstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 ¶SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis/vnitatẽ sequẽs nõ quadratus fuerit: nõ erit aliorũ q; sq̃ quadratus / exceptis ab vnitate tertio et ijs qui deinceps vno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab vnitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus/exceptis ab vnitate quarto & deinceps ijs qui duorum semper intermissione formantur cubicis.

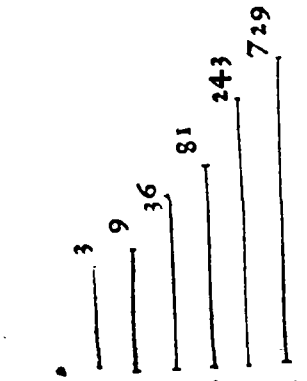
¶CAMPANVS. ¶Hæc ex opposito subiecti præmissæ: infert partẽ oppositi passionis. Dico autẽ partẽ: quoniã ex 8 cõstat ones i locis iparibꝰ cõstitutos esse quadratos. õneq; quorũ locus super ternariũ vel quẽlibet ipsius multiplicem addit vnitatẽ: esse cubos. Sint itaq; qui prius ab vnitate continue proportionales. non sit autem a quadratus: sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum aut cubicum: nisi quos octaua proponit. Si eni quis alius ponatur quadratus: sequitur per 22 octaui/a esse quadratum. Q; si cubus: sequitur per 23 eiusdem/a esse cubum. quorum vtrumq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

10 ¶Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerit/qui vero post vnitatẽ non fuerit quadratus: neq; alius vllus quadratus erit / exceptis tertio ab vnitate & vnum relinquentibus omnibus, & si qui post vnitatem/cubus nõ fue-

rit:neq; alius vllus cubus erit exceptis quarto ab vnitate & binos relinquentibus omnibus.

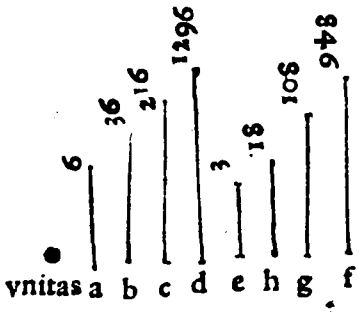
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate ordinatim proportionales quilibet numeri a,b,c,d,e,f: qui vero poſt vnitatem a nō ſit quadratus. Dico q; neq; alius vllus quadratus erit exceptis tertio ab vnitate & vnū relinquētibus omnibus. Si enim poſſibile: eſto c quadratus. eſt autem & b:quadratus. ipſi igitur b,c, adinuicem rationē habēt quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Eſtq; ſicut b ad c: ſic a ad b. ipſi igitur a,b, adinuicem rationem habent: quā quadratus numerus ad quadratum numerum. quare per 26 octaui: ipſi a,b, ſimiles plani ſunt. & quadratus eſt b. igitur a eſt quadratus. qd nō ſuppoſitū eſt. Igit c nō eſt quadratus. neq; vllus alius eadē ratione: exceptis ab vnitate tertio & vnū relinquētibus omnibus. ¶Sed iā a nō ſit cubus. Dico q; neq; alius vllus cubus: erit exceptos ab vnitate quarto & binos reliquētibus omnibus. Si enī eſt poſſibile: ſit d cubus. Eſt autem & c cubus per 8 noni. quartus enim ab vnite. Eſtq; ſicut c ad d: ſic b ad c. igitur b ad c rationē habet quā cubus numerus ad cubum numerū. quare p 27 octaui ipſi b,c, ſimiles ſolidi ſūt. & cubus eſt c. igit b cubus eſt. Eſtq; ſicut vnitas ad a ſic a ad b. At vnitas metitur ipſū a per eas quæ in ipſo ſūt vnitates. Igitur a ſeipſū multiplicās cubū efficit. Si vero numerus ſeipſū multiplicās cubū fecerit: & ipſe cubus erit per 6 noni. Cubus igitur eſt & a. quod ſuppoſitū nō eſt. Igitur d cubus nō eſt. Similiter iā oſtēdemus q; neq; alius vllus cubus eſt: præter quartū ab vnitate & binos reliquētes omnes. quod oſtēdendū fuerat.



Euclī. ex Camp. Propoſitio 11.

SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate diſpoſitis aliquis numerus primus vltimū numeret: eum quoq; qui vnitaem ſequitur numerare neceſſe eſt. 11

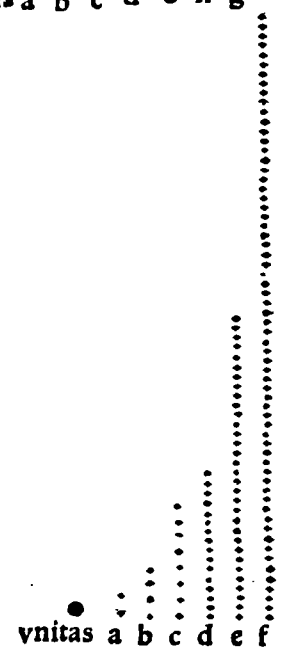
¶CAMPANVS. ¶Sint vſq; ad d cōtinue proportionales ab vnitate. ſitq; e numerus primus: de quo ponatur / ipſum numerare d. dico q; idē numerabit a. Nam ſi nō: erit ad ipſum primus per 32 ſeptimi. & quia ex a in ſe fit b: ſequitur ex 26 eiuſdē vt ipſe quoq; ſit primus ad b. ſed & ad c & ad d ſequitur ipſum eſſe primū per 25 eiuſdem: eo q; ex a in b fit c, & ex eodem in c,d. non ergo numerat d: cum ſit primus ad ipſum. quare accidit cōtrariū hypotheſi. ¶Idē aliter. ¶Cū ſit e primꝰ: ſi nō numerat a, primus erit ad ipſum per 32 ſep. itaq; per 32 eiuſdē erūt minimi in ſua proportione. quia autē e ex hypotheſi numerat d: ſit vt ſecundū f. conſtat vero q; ex a in c: fiat d. ergo per ſecundā partē 30 ſeptimi / erit a ad e: ſicut f ad c. quare per 21 eiuſdem e numerabit c, & ſit vt ſecūdū g. & quia ex a in b fit c: ſequitur quoq; per eaſdem & eodem modo vt e numeret b. eſto ergo q; ſecundum h. & quoniam rurſus ex a in ſe ſit b: neceſſe eſt iterum per eaſdem vt e numeret a: ſed poſitum erat non numerare. ergo accidit impoſſibile.



Euclī. ex Camp. Propoſitio 12.

IN numeris ab vnitate continue proportionalibus/ minor maiorem numerat: ſecūdum aliquem in illa proportionalitate diſpoſitum. 12

¶CAMPANVS. ¶Sint ab vnitate vſq; ad f continue proportionales. dico nullū ipſorū numerare f: niſi ſecundum aliquem aliorū. Cōſtat enī q; e numerat ipſum f ſecūdū a. eſt enī e ad f: vt vnitas ad a. Sed & d numerat eundē f ſecundū b. eſt nanq; per æquā proportionalitatē d ad f: vt vnitas ad b. De c quoq; patet eodē modo q; ſecūdū ſeipſum numeret eū. Econuerſo quoq; a numerat eū ſecundum e: eo q; ſicut vnitas ad e ita a ad f. b vero ſecundū d: eſt enī vt vnitas ad d, ita b ad f. verū igitur eſt qđ proponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponitur vltimum numerare/



fuerit ſub vltimo ſecũdũ totum ſupra vnitatem: numerare ipſum conuin
citur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

¶Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propoſitio-
nes: duabus præcedẽtibus ex Campano ordine pre-
poſtero reſpondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 11.

11 ¶Si ab vnitate quilibet numeri cõtinue proportionales fue-
rint: minor maiorem metitur per aliquem prẽexiſtentem in
proportionalibus numeris.

¶THEON ex Zãb. ¶Sint ab vnitate a: quilibet numeri cõtinue pro-
portionales b,c,d,e. Dico ꝙ ipſorũ b,c,d,e, minor b: ipſum e maiorẽ
metitur per aliquem ipſorum c,d. Quoniam enim eſt ſicut a vnitas ad
b ſic d ad e: æque igitur a vnitas ipſum b numerum metitur & d ipſum
e. viciſſim igitur per 15 ſep. æque a vnitas ipſum d metitur: & b ipſum
e. At a vnitas ipſum d metitur: per eas quę in ipſo ſunt vnitates. & b igi
tur ipſum e metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Quare minor b
ipſum e maiorem metitur per aliquem numerum prẽexiſtentem in pro-
portionalibus numeris. quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12

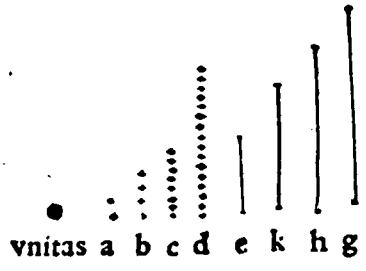
12 ¶Si ab vnitate quilibet numeri cõtinue proportionales fue-
rint: quot primorum numerorum vltimum metiẽtur, tot &
eum qui apud vnitatem eſt metientur.

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint ab vnitate quilibet continuè proportio
nales numeri a,b,c,d. Dico ꝙ quot primorũ numerorũ ipſum d metiũ-
tur: tot quoq; & ipſum a metiẽtur. metiatur enĩ ipſum d numerus aliq;
primus e. Dico ꝙ e ipſum a metitur. non enĩ metiatur e ipſum a, eſt au-
tem e primus, õnis autẽ numerus ad omnẽ numerũ quem non metitur
primus eſt per 31 ſeptimi: ipſi igitur a,e, primi ſunt adinuicẽ. Et quoniã
e ipſum d metitur: metiatur ipſum per f. Igitur e ipſum f multiplicans: ip
ſum efficit d. Rurſus quoniam a ipſum d metitur per eas quæ in ipſo c
ſũt vnitates: igitur a ipſum c multiplicãs, ipſum d efficit. Sed & e ipſum
f multiplicãs: ipſum d efficit. Igitur qui ex a,c: ei qui ex e,f, eſt æqualis.
Eſt igitur ſicut a ad e: ſic eſt f ad c. At ipſi a,e: primi. primi vero & mini-
mi. minimi autẽ metiũtur eandem rationem habentes æqualiter per 21
ſeptimi, antecedens antecedentẽ & ſequens ſequentẽ. metitur igitur e ip
ſum c. metiatur ipſum per g. Igitur e ipſum g multiplicans: ipſum efficit
c. Sed per præcedentẽ & a ipſum b multiplicãs: ipſum efficit c. qui igitur
ex a,b: ei qui ex e,g, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut a ad e: ſic g ad c. Ipſi au-
tẽ a,e: primi. primi vero & minimi, minimi autẽ numeri: per 21 ſeptimi,
metiuntur eandem rationẽ habentes eis ęqualiter, antecedẽs antecedẽ-
tẽ, & ſequens ſequentẽ. metitur igitur e: b, metiatur ipſum per h. igitur e
ipſum h multiplicans: ipſum b efficit. Sed & a ſeipſum multiplicans:
ipſum efficit b. qui igitur ex e,h. ei qui ex a eſt æqualis: eſt igitur ſicut
e ad a ſic a ad h. At ipſi a,e: primi. primi autẽ & minimi. minimi ve-
ro: p 21 ſeptimi, metiũtur eãdẽ eis rationẽ habẽtes æqualiter, antecedẽs
ãcedẽtẽ & ſequẽs ſequẽtẽ. Igitur e ipſum a metitur. Ipſi igitur a,e: nõ ſũt
adinuicem primi. Cõpoſiti igitur. At compoſitos numeros: aliquis pri-
mus numerus metitur. Ipſi igitur a,e: ſub alicuius numeri primi dimẽſio
nẽ cadũt. & quoniã e primus ſupponitur. At primus numerus ſub alte-
rius numeri mẽſurã nõ cadit per diffinitionẽ q̃ ſub ſui ipſius: igitur e ip
ſos a,e, metitur. quare e ipſum a metitur. Suppoſitũ autẽ eſt etiã ꝙ non
metitur. quod abſurdũ eſt. Igitur e ipſũ a metitur. metitur autẽ & d. Igit
ẽ ipſos a,d, metitur. ſimiliter iã demõſtrabimus ꝙ quot numeri primi
ipſum d metiuntur: tot & ipſum a metientur. quod oſtendere oportuit.

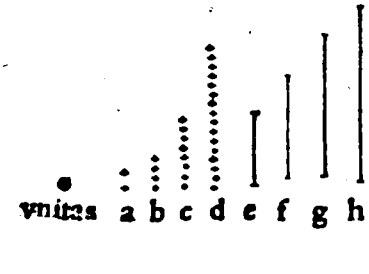


Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

QVotlibet numeris ab vnitate continue proportionalibus/ ſi qui vnitatē ſequitur fuerit numerus primus: maximum eorum niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis/ nullus numerabit. 13



¶CAMPANVS. ¶Sint vt prius vſq; ad d, cōtinue proportionales ab vnitate: ſitq; a numerus primus. Dico q; nullus numerabit vltimum/ nec ſimplicitet aliquem eorum: niſi aliquis eorum qui antecedit vltimum/ vel eum qui ponitur numerari. Sit enī (ſi poſſibile eſt) e diuerſus ab eis: qui numeret d. qui ſi fuerit primus: per 11 numerabit a. non igitur eſt a primus. quod eſt cōtra hypotheſin. Si autem ipſe fuerit compoſitus: neceſſe eſt per 30 ſeptimi: vt aliquis primus numeret eum/ qui non erit niſi a. Nam ſi eſt alius ab a vt f: cum neceſſe ſit ipſum numerare d, arguetur etiam eundē numerare a per 11. ſic quoq; a non erit primus. Eſt igitur a primus: numerans e. Quoniam autem e numerat d: ſit vt ſecundum g. eritq; per ſecundā partē 20 ſeptimi/ a ad e: ſicut g ad c. fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e: & g numerabit c, ſitq; vt ſecundū h. ſequiturq; vt a numeret g: ſicut ſequebatur vt numeraret c. alioqui ſi g quidē eſt primus: cum numeret c, ſequitur per 11 ipſum numerare a. Si autem compoſitus: per eandem ſequitur numerum primum numerantem g, numerare a. quod eſt inconueniēs. Itaq; a numerat eū. Sequitur ergo per 2 partē 20 ſeptimi vt h numeret quoq; b: eo q; tā ex a in b q̄ ex g in h conſtat produci c. numeret h itaq; ipſum: ſecūdum k. Conſtat autē (vt prius de g) q; a numeret h. Nam ſi non: non erit a primus. itaq; per ſecundam partem 20 ſeptimi/ ſequitur vt k numeret a. fit enim tam ex a in ſe q̄ ex h in k: b. Manifeſtum eſt autem k non eſſe a. nullus enim numerorum g, h, k, eſt aliquis ex a, b, c, d. ſi enim g eſſet aliquis ex eis: cum ipſe numeret d ſecundum e, eſſet per præmiſſam / e quoq; aliquis ex eis. ſed non erat. igitur g. Similiter cum h numeret c ſecundum g: non erit h aliquis ex a, b, c. nam eſſet per præmiſſam & g. oſtenſum eſt autem q; non. nec igitur h. Eadem ratione nec k. cum enim ipſe numeret b ſecundum h, ſi ipſe eſſet a: conuinceretur per præmiſſam/ h quoq; eſſe a. At non erat. nec igitur k erit a. Numerat autem ipſum. non eſt itaq; a primus. quod eſt impoſſibile.



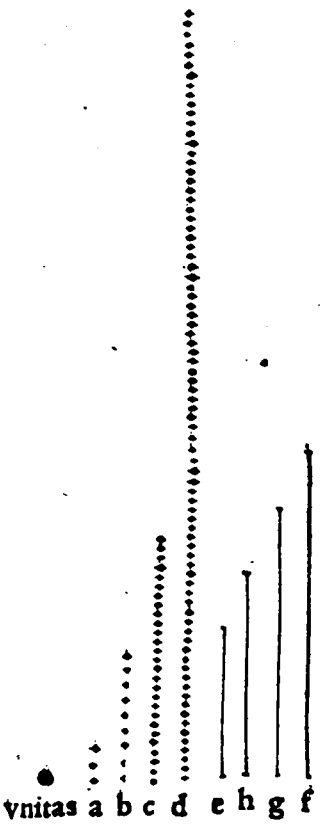
¶ALITER idem. ¶Si e diuerſus ab a, b, c, d, numerat d: ſit vt ſecundum f. & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f: ſequitur ex 33 ſeptimi/ q; ipſe numeret e vel f. numeret ergo e. quia igitur tam ex a in c q̄ eſt e in f fit d: erit per ſecundā partem 20 ſeptimi/ a ad e ſicut f ad c. numerat itaq; f: c. ſit vt ſecundum g. eritq; per 33 ſeptimi: vt a quoq; numeret f vel g. ſitq; vt f. Sequiturq; per ſecundam partem 20 eiuſdem vt g numeret b: ſitq; vt ſecundum h. Vt prius igitur/ a numerabit g vel h: & ſit vt numeret g. h ergo per ſecundam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non eſt æqualis a: non erit a primus. Quod eſt contra hypotheſin. Si autem æqualis: erit vnuſquiſq; numerorū g, f, e, aliquis ex a, b, c, d, per præmiſſam quoties oportet aſſumptam. Non eſt igitur e diuerſus ab eis. quod eſt etiam contra hypotheſin. Itaq; conſtat verum eſſe quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

¶Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerint/ qui vero poſt vnitatem/ primus fuerit: maximum nullus alius metietur præter præexiſtentes in proportionalibus numeris. 13

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate quilibet numeri continue proportionales: a, b, c, d. qui vero poſt vnitatē: ſit primus/ hoc eſt a. Dico q; maximum eorū d nullus alius metietur: præter ipſos a, b, c. Si enī

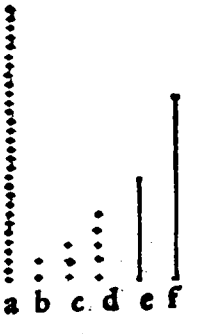
poſſibile: metiatur ipſum/e. & e nulli ipſorum a, b, c, d ſit idem. manifeſtum ꝙ e primus non eſt. Si enim e primus eſt/& ipſum d metitur: & ipſum a metietur primum exiſtentem/eidem non idem exiſtens. quod eſt impoſſibile. Igitur e primus nõ eſt. Compoſitus igitur. Omnis autem compoſitus numerus: ſub alicuius primi menſuram cadit. Dico ꝙ eum nullus alius metietur præter a. Si enim aliquis alius primus ipſum e metitur/ & e ipſum d metitur: & ipſe igitur ipſum d metietur. quare & ipſum a metietur primum exiſtẽtem: cum ei non ſit idem. quod eſt impoſſibile. Igitur a ipſum e metitur. Et quoniam e ipſum d metitur: metiatur ipſum per f. Dico ꝙ f nulli ipſorum a, b, c, eſt idem. Sit nanq; ſi poſſibile eſt: alicui ipſorũ idem. Cum f metiatur ipſum d per e, ſed vnus ipſorum a, b, c, ipſum d metitur per aliquem ipſorum a, b, c: igitur e vni ipſorum a, b, c, eſt idem. quod non ſupponitur. Igitur f vni ipſorum a, b, c, non eſt idem. Similiter iam oſtendemus ꝙ a ipſum f metitur: oſtendẽtes rurſus ꝙ f nõ eſt primus. Si enim eſt primus/& ipſum metitur d: et ipſum a metitur primum exiſtentem non exiſtens ei idem. quod eſt impoſſibile. Igitur f non eſt primus. Cõpoſitus igitur: & perinde eum aliquis primus numerus metietur. Dico ꝙ eum nullus alius primus metietur præter a. Si enim aliquis alius primus ipſum f metitur/at f ipſum d metitur: & ille igitur ipſum d metietur. quare & ipſum a metietur primum exiſtentem: cum ei non ſit idem. quod eſt impoſſibile. Igitur a ipſum f metitur. Et quoniam e ipſum d metitur per f ipſe igitur e ipſum f multiplicãs/ipſum efficit d. Sed & a ipſum c multiplicans: ipſum d fecit. qui igitur ex a, c: ei qui ex e, f, eſt ęqualis. proportionalis igitur eſt ſicut a ad e: ſic f ad c. At a ipſum e metitur. & f igitur ipſum c metitur. metiatur ipſum per g. ſimiliter oſtendemus ꝙ ipſe g nulli ipſorum a, b, eſt idem: & ꝙ eum metitur ipſe a. Et quoniã f ipſum c metitur per g: igitur g ipſum f multiplicans ipſum fecit c. ſed & a ipſum b multiplicans: ipſum fecit c. qui igitur ex a, b: ei qui ex f, g, eſt æqualis. proportionalis igitur eſt ſicut a ad f: ſic g ad b. metitur autẽ a ipſum f. metitur igitur et g ipſum b. metiatur ipſum per h. Similiter iam oſtendemus ꝙ h ipſi a non eſt idem. & quoniam g ipſum b metitur per eas quæ in h ſunt vnitates: igitur g ipſum h multiplicans ipſum efficit b. Sed & a ſeipſum multiplicãs: ipſum b fecit. Qui ex h, g, igitur: ei qui ex a quadrato eſt æqualis. Eſt igitur ſicut h ad a: ſic a ad g. metitur autẽ a ipſum g. metitur igitur & h ipſum a primum exiſtentem: non exiſtens ei idem. quod abſurdum eſt. Igitur ipſum d maximum alter numerus non metietur præter ipſos a, b, c. quod oportuit oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

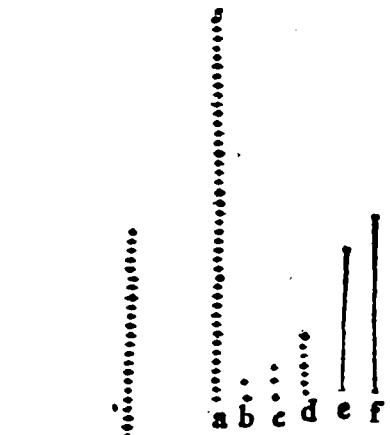
14 SI propoſitus fuerit numerus/minimus quẽ numerant primi aſſignati: nõ numerabit eum aliquis numerus primus præter illos aſſignatos.

¶CAMPANVS. ¶Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui ſunt b, c, d. Dico ꝙ alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem: ſit e primus numerans eum ſecundum f. quia ergo quilibet numerorum b, c, d, numerat a productũ ex e in f, eſt autem quilibet eorum primus: ſequitur ex 33 ſeptimi/vt quilibet eorum numeret e vel f. ſed e nullus numerat cum ſit primus. quilibet ergo eorum numerat f. cũ itaq; ſit f minor a, vtpote qui numerat eum ſecũdum e: non erit a minimus numeratus ab illis. quod eſt inconueniens.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

14 ¶Si minimum numerum primi numeri menſi fuerint: nullus alius primus numerus ipſum metietur præter eos qui in principio metiuntur.

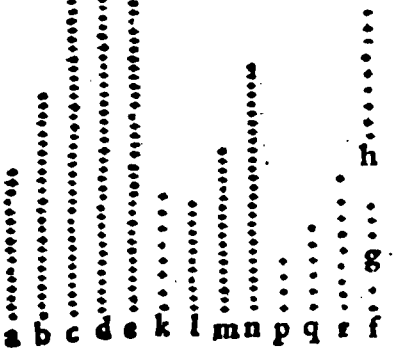


THEON ex Zamberto. Minimus inquam quem ipſi b,c,d, primi metiuntur: ſit a. Dico q̃ ipſum a nullus alius primus numerus metietur: præter b,c,d. ſi enim poſſibile: metiatur eum primus numerus e. & e nulli ipſorum b,c,d, eſto idem. Et quoniam e ipſum a metitur: ipſum metiatur per f. ipſe igitur e ipſum f multiplicãs: ipſum efficit a. Et a: primi numeri b,c,d, metiuntur. ſi autem bini numeri ſeſe inuicem multiplicantes fecerint aliquem/ factum vero ex eis metiatur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in pricipio / metietur per 32 ſeptimi. ipſi igitur b,c,d, vnum ipſorũ e,f, metientur: Ipſum autem e non metietur. nam e primus eſt: & nulli ipſorũ b,c,d, eſt idem. ipſum igitur f metiuntur minorẽ exiſtentem ipſo a. quod eſt impoſſibile. Nam a ſupponitur minimus quem ipſi b,c,d, metiuntur. Ipſum igitur a: numerus primus non metietur præter b,c,d. quod oportuit demonſtrare.

Hæc decimaquinta ſequens ex Campano propoſitio: nullam in Zamberto reſpondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

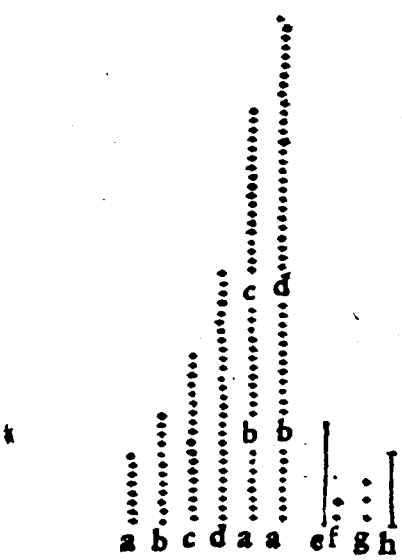
SI quotlibet numeri continue proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint minimi: qui cunq; aliquem illorum numerat/ alteri terminorum illius proportionis erit cõmenſurabilis. 15



CAMPANVS. Sint a,b,c,d,e, cõtinue proportionales & minimi ſecundum proportionẽ f ad g qui ſint in ſua proportione minimi: & ponatur h numerare c. Dico q̃ h eſt cõmenſurabilis f vel g. ſumãtur enĩ in eadem proportione quatuor minimi qui ſunt k,l,m,n. cõſtat autem ex 2 octaui/ q̃ ex f in m fit c. alioqui contingeret eſſe minus minimo. quod eſſe non poteſt. Itaq; per correlarium 33 ſeptimi/ erit h cõmenſurabilis f vel m. q̃ ſi f: conſtat propoſitum. ſi autẽ m: ſumantur in eadẽ proportione tres minimi qui ſint p,q,r. eritq; ex 2 octaui/ vt m fiat ex f in r. ne minus minimo aliquid eſſe cogamur cõcedere. quare per prædictũ correlarium h eſt cõmenſurabilis f vel r. ſed nõ erat f. ſic enim conſtabat propoſitum. cõmenſurabilis igitur eſt r. qui cum ex 2 octaui/ fiat ex g in ſe: ſequitur ex dicto correlario vt h ſit cõmẽſurabilis g. quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

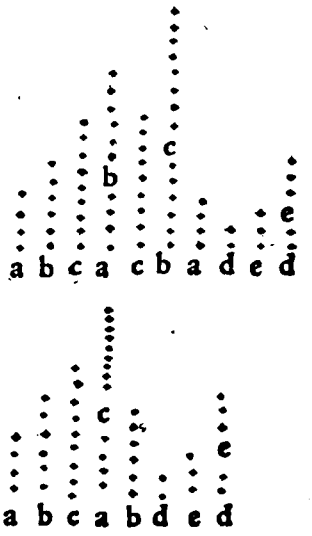
SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in ſua proportione minimi: quilibet eorũ ad cõpoſitũ ex reliquis primus eſſe neceſſario cõprobat. 16



CAMPANVS. Sint a,b,c,d, continue proportionales & minimi. dico compoſitum ex a,b,c: primum eſſe ad d. Si enim non: aliquis numerus qui ſit e, compoſitũ ex a,b,c, numerabit & d. per ptẽmiſſam igitur erit e: cõmunicans alteri terminorum illius proportionis qui ſunt f & g. erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f,g: qui ſit h. quia ergo h numerat e: numerabit d, & compoſitũ ex a,b,c. & quia numerat f vel g quorum vterq; numerat vtrunq; mediorum/ & ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint: ex 2 octaui ſequitur vt ipſe numeret b & c. ergo & a: quia numerat totum a,b,c. non ſunt igitur a & d cõtra ſe primi. quod eſt inconueniẽs per 3 octaui. Similiter quoq; conſtabit: cõpoſitum ex a,b,d, primũ eſſe ad c. Si enim vt prius c numerat ambos: ſequitur per præmiſſam vt aliquis numerus qui etiã ſit h, numeret e & alterum duorum f,g. itaq; h numerat c: & totum a,b,d. ſed & b: cũ vtraq; radicum numeret omnes medios. igitur & compoſitum ex a & d. Et quia neceſſario numerat alterum duorum a,d: cum numeret alterum duorum f,g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi. & ita idem vt prius.

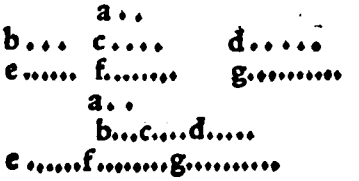
CAMPANI additiones. Demonſtrant autem idem aliter de tribus

continue proportionalibus & minimis ſine āminiculo præmiſſæ. probāt enim ex quibuſq; duobus cōpoſitū primū eſſe ad reliquū. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a,b,c: quorum termini d & e. dico tunc compoſitū ex a & b: primū eſſe ad c. & cōpoſitū ex b & c: ad a. itēq; ex a & c: ad b. Manifeſtū enim eſt ex 2 octaui: q; ex d in ſe/fit a: & in e, fit b. & ex e in ſe: c. & ex 22 ſeptimi/q; d & e ſunt cōtra ſe primi. Itaq; ex prima parte 29 eiuſdem: erit totus d e primus ad vtrūq; eorū. quia igitur vterq; numerorū d & d e primus eſt ad e: erit per 25 eiuſdem qui ex d in d e producit (et ipſe eſt cōpoſitus ex a & b) primus ad e. ſequitur ergo per 26 eiuſdē vt etiā compoſitus ex a & b ſit primus ad c. fit enī c ex e in ſe. ſimili quoq; demonſtratione probabis cōpoſitum ex b & c primū eſſe ad a. ¶ At vero compoſitū ex a & c, primū eſſe ad b: ſic habeto. Cum ſit enim vterq; duorū d & e primus ad totum d e: erit per 25 ſeptimi/q ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e. itaq; per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui cōponitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b. ſequitur ergo compoſitū ex a & c primum eſſe ad b. neceſſe enim eſt vt ex duobus cōpoſitus cū primus fuerit ad vnū eorū ex quibus componitur: ſit primus ad reliquū. demonſtratum autē eſt hoc ſupra 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitū ex a & b produci ex d in cōpoſitū ex d & e: ſuppoſito q; ex d in ſe fit a & ex eodem in e, b, itēq; q; ex d e in ſe producatur compoſitū ex a & c & duplo b, ſuppoſito eo quod prius / & q; ex e in ſe ſit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonſtranda.



1 ¶ Quod fit ex ductu vnius numeri in quotlibet: tantum eſt quantum quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

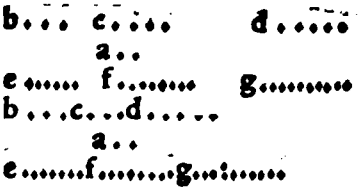
¶ Idem proponit prima ſecundi de lineis. Sit enim vt ex a in b & in c & in d: prouenīant e & f & g. Dico q; ex a in compoſitum ex b & c & d: prouenit compoſitū ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis eius quod multiplicatur/vt tota pars ſit b, e, tota c, f, ſed & d tota g: quota eſt vnitas a. per 5 itaq; ſeptimi/tota quoq; pars erit compoſitus ex b & c & d, cōpoſiti ex e & f & g: quota eſt vnitas a. ergo per diffinitionem ex a in compoſitum ex b & c & d: fit compoſitus ex e & f & g. quod eſt propoſitum.



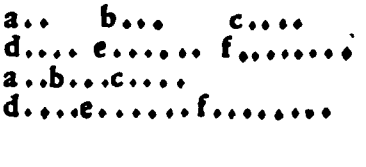
2 ¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum: æquū eſt ei quod fit ex compoſito eorum in eundem.

¶ Hoc eſt conuerſum eius quod modo demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g: fiet quoq; compoſitus ex his ex illorū compoſito in eundem. quod ex 17 ſeptimi/& præmonſtrato facile concluditur.

3 ¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum.



¶ Vt ſi a, b, c, multiplicēt d, e, f, quilibet quemlibet/iunganturq; producta: dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c, in compoſitum ex d & e & f. Eſt enī per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d: quantum quod ex ſingulis in illum d. ſic & in e & in f. ex compoſito autem horum a, b, c, in quēlibet illorum d, e, f: per ante præmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum. itaq; conſtat propoſitum.

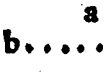


4 ¶ Numero in quotlibet partes diuiſo / tantum eſt quod fit ex toto eo in ſe: quantum quod ex eo in omnes ſuas partes.

¶ Idem proponit ſecunda ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c & d: dico q; tantum fit ex a in ſe: quantum in omnes illos b, c, d. poſito enim e æquali a: conſtat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a quantum in omnes partes a. ſed per conceptionē ex e in a fit quantum ex a in ſe. & ex e in partes a: quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt: verum eſſe quod dicitur.

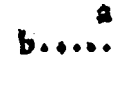


5 ¶Numero in duo diuiſo/quod fit ex toto in alterum diuidẽtium: tantum eſt quantũ quod ex eodem in ſe & in alterũ.



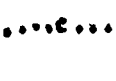
¶Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c, dico tantum fieri ex a in c: quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c: eſt quantum quod ex c in a, per 17 ſeptimi. Sũpto itaq; d æquali c erit a in c, quantum d in a. At per primam harum/ d in a: eſt quãtum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c eſt quantum c in a & in b & in ſe propter æqualitatem c & d: conſtat propoſitum.

6 ¶Numero in duo diuiſo/ quod ex ductu totius in ſe: eſt quantum quod ex ductu vtriuſq; diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum.



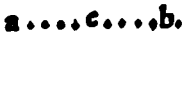
¶Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c: dico tantum fieri ex a in ſe/ quantum ex b in ſe & c in ſe & ex b bis in c. Eſt enim per 4 harũ/ quod ex a in ſe: quantum quod ex eo in b & in c. ex eo autem in b: per præmiſſam eſt quantum ex b in ſe & in c. at ex a in c: per eandem eſt quãtum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt quantum ex b in c per 17 ſeptimi: liquet verum eſſe quod proponitur.

7 ¶Numero per duo æqualia duoq; inæqualia diuiſo/ quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij æquum eſt quadrato medietatis totius



¶Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatur i duos numeros æquales qui ſint a c & c b, itemq; in duos inæquales quorum ſit maior a d & minor d b: dico q; illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim/ quadratũ c b eſt æquale quadrato c d & quadrato d b & ei q; fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantum fit: quantum in c b per primam harum/ & ideo quantum in a c. Itaq; ex b d in ſe & in c d bis: quantum ex ipſo b d in a d. per eandem igitur/ quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d. conſtat ergo propoſitum.

8 ¶Cum fuerit numerus in duo æqualia diuiſus/ eiq; alius numerus adiunctus: quod fit ex ductu totius cõpoſiti in adiunctum cum quadrato medietatis/ æquum eſt quadrato cõpoſiti ex dimidio & adiuncto.



¶Idẽ proponit 6 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus in duos æquales numeros qui ſint a c & c b: addaturq; ei numerus b d. dico illud q; fit ex toto a d i d b, cũ quadrato b c: eſſe æquale quadrato c d. Eſt eni ex 6 harũ/ quadratũ c d æquale quadrato d b & quadrato b c & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum/ ex b d in ſe & in b c bis: eſt quantum ex b d in d a. ſunt enim a c & c b: æquales. Itaq; quadratũ c d ſuperat id quod fit ex b d in d a: in quadrato c b. quod eſt propoſitum.

9 ¶Cum numerus in duo diuiditur: quod fit ex toto in ſe cũ eo quod ex altero diuidentiũ in ſe/ eſt æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in ſe.



¶Idem proponit 7 ſecũdi de lineis. Sit enim numerus a diuiſus in b et d. dico quadratum a cum quadrato d: tantum eſſe quantum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Cõſtat quidem ex 6 harum q; quadratum a tãtum eſt: quãtum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d: tantum eſt quantum quod ex d bis in ſe & bis in b cũ quadrato b. Sed ex d bis in ſe & bis in b: fit quãtum ex d bis in a/ per primam harũ. ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b: eſt quantum quadratum a cum quadrato d. quare patet propoſitum.

10 ¶Cum fuerit numerus in duo diuiſus eiq; additus æqualis vni diuidentium: quadratum totius compoſiti æquum eſt quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶Idem proponit 8 ſecundi de lineis. Sit numerus a b diuiſus in a c & c b: cui addatur b d qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum eſſe: quantum eſt id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Eſt namq; ex 6 harum/quadratum a d: æquũ quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratũ b d eſt æquale quadrato c b: erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmiſſam autem/eſt quadratum a b cum quadrato c b: quãtum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum eſt quantum quod ex a b in b d bis & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tãtũ fit quãtum in b d: conſtat verum eſſe quod propoſitum eſt.

a . . . c . . . . . b . . . . d

11 ¶Cum fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqualia diuiſus: quadrata amborum inæqualium pariter accepta duplum ſunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

¶Idem proponit 9 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus per duos æquales qui ſint a c & c b: & per duos inæquales qui ſint a d & d b. Dico q; quadrata duorũ numerorum a d & d b pariter accepta: ſunt duplum duobus quadratis duorum numerorũ a c & c d pariter acceptis. Eſt enim per 6 harum/quadratum a d: quãtum quadratũ a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autẽ a c eſt æqualis c b: erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d: ſunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplũ eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autẽ eius quod fit ex b c in c d cũ quadrato b d: eſt æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b ſunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a ſunt æquales: patet propoſitum.

a . . . . . c . . . d . . . b

12 ¶Cum fuerit numerus in duo æqua diuiſus/aliuſq; adiunctus: quadratum totius compoſiti cum quadrato adiuncti duplum ſunt ad quadratum medietatis ipſius cum quadrato compoſiti ex medietate & adiuncto.

¶Idem proponit 10 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a b diuiſus in duos æquales a c & c b: ſitq; ſibi adiunctus numerus b d. dico quadratũ a d cum quadrato b d: duplum eſſe ad quadratum a c cum quadrato c d. Cũ ſit enim numerus c d in duo diuiſus / ſibiq; ſit a c additus æqualis vni diuidentium: erit per 10 harum/quadratum a d quãtum quod fit ex c d in c a quater/cum quadrato b d. Quia vero a c eſt æqualis c b: erit quadratum a d quantum quod fit ex d c in c b quater / cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato d b: erit quantum quod fit ex d c in c b quater cũ duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum/duplũ eſt ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur ſit quadratum c b æquale quadrato a c: conſtat propoſitum.

a . . . . . c . . . . b . . . d

13 ¶Numerum aliquem ita diuidere/vt quod ſub toto & vna eius portione continetur æquum ſit quadrato alterius: eſt impoſſibile.

¶Quod 11 ſecundi proponit faciendũ in lineis: demonſtrat hoc impoſſibile eſſe in numeris. Sit enim quilibet numerus: a b. Dico ipoſſibile eſſe ipſum ſic diuidi: vt proponitur. ſic enim diuideretur ſecundũ proportio-

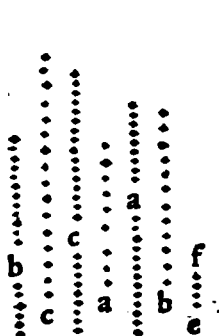
a . . . . . c . . . e . . d . . b

a.....c....e..d..b

tionem habentem medium & duo extrema/vt patet ex diffinitione & 20 ſeptimi. Si autem poteſt: diuidatur in c, ſitq; a b ad b c: ſicut b c ad c a. erit itaq; a c minor c b. detrahatur igitur ab eó æqlis ſibi q ſit c d. qa igitur eſt proportio toti9 a b ad totum b c ſicut b c detracti ab a b ad c d detractũ ab b c: erit eadẽ a c reſidui a b ad b d reſiduũ b c. q̃re b c ad c d ſicut c d ad d b. erit igitur c d: maior d b. Detracto itaq; d e de c d vt ſit d e æqualis d b: erit etiam proportio b c ad c d, ſicut c d ad d e. quare ſic d b reſidui c b: ad c e reſiduum c d. poteſt igitur c e detrahi ab e d. non erit itaq; finis iſtius detractionis. quod eſt impoſſibile. Nunc ad propoſitum reuertamur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

¶ Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi eandem eis habentium rationem: bini quilibet compoſiti ad reliquum primi erunt. 15



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres numeri continue proportionales minimi eandem eis habẽtium rationem: a, b, c. Dico q̃ ipſorum a, b, c, bini quilibet compoſiti: ad reliquũ primi ſunt. ſcilicet a b ad c, & b c ad a, & a c ad b. Aſſumantur per 35 ſeptimi/bini minimi numeri eandem ipſis a, b, c, habentium rationem: ſintq; d e, e f. manifeſtum iam eſt q̃ d e ſeipſum multiplicans/ipſum efficit a: & ipſum e, f, multiplicãs/ipſum b fecit. & inſuper e f ſeipſum multiplicans: ipſum efficit c. Et quoniam ipſi d e, e f, minimi ſunt: primi adinuicem ſunt per 24 ſeptimi. Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint: & vterq; ad vtrunq; primus eſt/per 30 ſeptimi. I gitur d f ad vtrunq; ipſorũ d e, e f, primus eſt. Sed & d e ad e f primus eſt. Ipſi igitur d f, d e: ad ipſum e f primi ſunt. & qui ex d f, d e, igitur: ad e f per 26 ſeptimi/primus eſt. Si vero bini numeri primi fuerit adinuicẽ: q̃ ex vno eorũ gignitur ad reliquũ prim9 eſt per 27 ſeptimi. quare qui ex d f, d e: ad eum qui eſt ex e f, primus eſt. Sed qui ex f d, d e: eſt q̃ ex d e vna cũ eo q̃ ex d e, e f, p 3 ſecũdi. Qui igitur ex d e vna cũ eo qui ex d e, e f: ad cũ q̃ ex e f primus eſt. Eſt autẽ qui ex d e: ipſe a. qui vero ſub d e, e f: ipſe b. qui autẽ ex e f: eſt c. Ipſi a, b, igitur compoſiti: ad c primi ſunt. Similiter oſtendemus q̃ ipſi b, c, ad a primi. ¶ Dico iam q̃ ipſi a, c: ad b primi ſunt. nam quoniam d f ad vtrũq; ipſorum d e, e f, primus eſt: & qui ergo ex d f, ad eũ qui ſub d e, e f, primus eſt. Sed et qui ex d f: æquales ſunt qui ex d e, e f, vna cum eo qui bis eſt ſub d e, e f. Et qui ex d e, e f, igitur vna cũ iis qui bis ſub d e, e f: ad eum qui ſub d e, e f, primi ſunt. Diuidendo quoq;/qui ex d e, e f, vna cum eo qui ſub d e, e f: primi ſunt ad eum qui ſub d e, e f. Inſuper diuidendo/qui ex d e, d f: ad eum qui ſub d e, e f, ptimi ſunt. Eſt autem qui ex d e: ipſe a. qui ex e f: ipſe c. qui vero ſub d e, e f: ipſe b. Ipſi ergo a, c, compoſiti: ad b primi ſunt. quod oſtendere oportuit.

Si enĩ q̃ ex d e vna cũ eo q̃ ex e f q̃ qui ſub d e & e f nõ eſſent primi: cũ eis dimẽſo metiatur cõpoſitũ nõ erũt q̃ ex d e & e f vna cũ eo q̃ ſub d e & e f et q̃ ſub d e & e f primi. At iterũ cũ eis dimẽſo metiatur q̃ cõpoſitũ: nõ erũt q̃ ex d e & e f vna cũ eo qui ſub d e & e f bis & qui ſub d e & e f adinuicem primi. cuius cõtrarium oſtenſum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17



SI fuerint duo numeri contra ſe primi: quantus eſt primus eorum ad ſecundum/tantum eſſe ſecundum ad tertium quenq̃ impoſſibile eſt. 17

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a & b contra ſe primi. dico impoſſibile eſſe: aliquem eis in cõtinua proportionalitate adiungi. Si enim poteſt: ſit c. quia igitur a ad b ſicut b ad c, ſunt autem a & b in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi: ſequitur per 21 eiuſdem/ vt a numeret b. qui cum etiam numeret ſe: non erunt a & b contra ſe primi. quod eſt contrarium poſitioni.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 16.

¶ Si bini numeri primi adinuicem fuerint: non erit ſicut primus ad ſecundum ſic ſecundus ad aliquem alium. 16

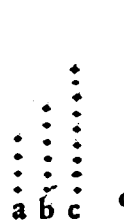
¶THEON ex Zãberto. ¶Bini inq̃ numeri a,b: primi ſint adinuicẽ. Dico q̃ non eſt ſicut a ad b:ſic b ad aliquẽ alium. Si enim poſſibile:ſit ſicut a ad b, ſic b ad c. Ipſi autem a,b: primi ſunt. primi autem:& minimi per 23 ſeptimi. minimi vero:metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter per 21 ſeptimi/antecedens antecedentem & ſequens ſequentem. metitur igitur a ipſum b:antecedẽs antecedentẽ. metitur autem & ſeipſum. igitur a:ipſos a,b, metitur primos adinuicem exiſtentes. quod eſt abſurdum. non eſt igitur ſicut a ad b:ſic b ad c. quod oſtendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 18

18 SI quotlibet numerorum continue proportionaliũ duo extremi fuerint contra ſe primi: quantus eſt primus ad ſecundum / tantum eſſe vltimum ad aliquem alium eſt impoſſibile.

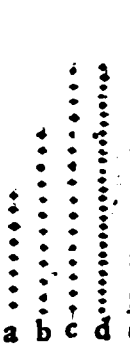
¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c, cõtinue proportionales. ſintq̃ a & c cõtra ſe primi. dico q̃ in eadem proportione non poteſt eis adiungi alius. Si enĩ poteſt: ſit d. Quia igitur eſt a ad b ſicut c ad d: erit permutatim a ad c, ſicut b ad d. ſũt autẽ a & c: in ſua proportione minimi/per 23 ſeptimi. itaq̃ per 21 eiuſdẽ a numerat b. quare etiã numerat c. numerorum enĩ continue proportionalium/ſi primus numerat ſecundum: ipſe numerat omnes/& ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem. at quia etiã numerat ſe: non erunt a & c contra ſe primi. quod eſt incõueniẽs.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 17.

17 ¶Si fuerint quilibet numeri cõtinue proportionales / ipſorũ autem extremi primi adinuicẽ fuerint: non erit ſicut primus ad ſecundum/ſic vltimus ad aliquem alium.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri cõtinue proportionales: a,b,c,d. ipſorum autẽ extremi/ſint primi adinuicem. Dico q̃ nõ eſt ſicut a ad b, ſic d ad aliquem alium. Si enim poſſibile: eſto ſicut a ad b ſic d ad e. viciſſim igitur per 13 ſeptimi eſt ſicut a ad d, ſic b ad e. Ipſi autem a,d, primi ſunt. primi autẽ:& minimi. minimi vero numeri: metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 ſeptimi/ antecedens antecedentem/& ſequens ſequentẽ. metitur igitur a ipſum b. eſtq̃ ſicut a ad b:ſic b ad c. & b igitur ipſum c metitur. quare & a ipſũ c metitur. & quoniam eſt ſicut b ad c ſic c ad d, metitur autem b ipſum c: metitur igitur & c ipſum d. Sed a ipſum c metitur. quare & a ipſum d metitur. metitur autẽ & ſeipſum. Igitur a:ipſos a,d, metitur primos inuicem exiſtentes. quod eſt impoſſibile. Nõ eſt igitur ſicut a ad b: ſic d ad aliquem alium. quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 19

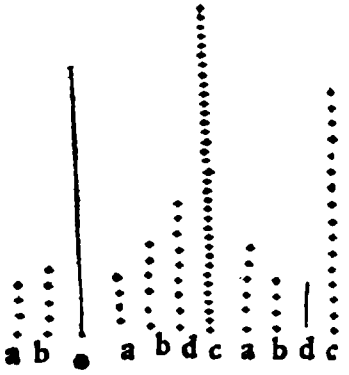
19 PRopoſitis duobus numeris: an ſit eis tertius continue proportionalis / perſcrutari.

¶CAMPANVS. ¶Sit a & b duo nũeri propoſiti. volo inquirere/an eis poſſit tertius ſub cõtinua proportionalitate adiungi. Igitur ſi ipſi ſũt cõtra ſe primi: impoſſibile eſt per 17. ſi vero cõpoſiti: ducatur b in ſe/& prouenĩat c. quẽ ſi a numerat: erit. ſi vero nõ numerat: nõ erit. Numeret enĩ eũ ſecũdũ d: q̃ erit quẽ quærimus per 2 partẽ 20 ſeptimi. Sit ergo vt non numeret eũ: eſt tamẽ vt a ad b ſic b ad d. itaq̃ qa ex b in ſe fit c: ſequitur per primam partẽ 20 ſep. vt ex a in d ſit idem. igitur a numerat c ſecundum d. ſed erat poſitum q̃ non. quare ſequitur impoſſibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 18.

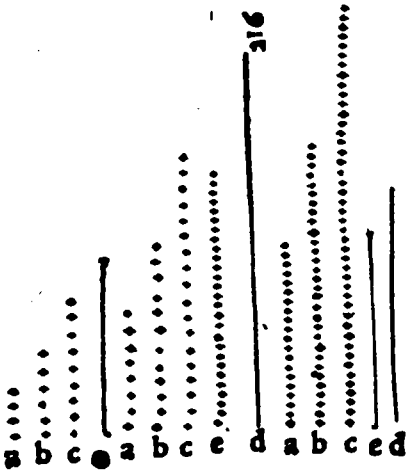
18 ¶Binis numeris datis: cõſiderare ſi poſſibile eſt eis tertium proportionalem inuenire



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini dati nnmeri a,b.ſitq; oportunũ ſcrutari: ſi eſt poſſibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipſi a, b, aut ſunt primi adinuicem: aut non. Si quidem igitur primi ſunt adinuicem: patet per 16 noni/q; impoſſibile eſt eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non ſint ipſi a,b, primi adinuicem: & b ſeipſum multiplicans ipſum efficiat c. Iam a aut ipſum c metitur: aut nõ metitur. Metitur prius per d. Ipſe igitur a ipſum d multiplicãs: ipſum efficit c. Sed & b ſeipſum multiplicãs: ipſum c efficit. qui ex a,d, igitur: ei qui ex b eſt æqualis. Eſt igitur ſicut a ad b: ſic b ad d per ſecũdam partem 19 ſeptimi. Ipſis igitur a,b: tertius inuenitur d. Sed iam non metiatur a ipſum c. Dico q; ipſis a,b: impoſſibile eſt tertium inuenire proportionalem numerũ. Si enim poſſibile: inueniatur d. Igitur qui ex a,d: ei eſt æquus qui ex b. q autẽ ex b: eſt ipſe c. Igitur qui ex a,d: æquus eſt ipſi c. Quare a ipſũ d multiplicãs: ipſum efficit c. Igitur a: ipſum c metitur per d. Sed ſupponitur etiam non metiri. quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur poſſibile ipſis a,b, tertium proportionalem inuenire: quando a ipſum c non metitur. quod oportuit oſtendere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

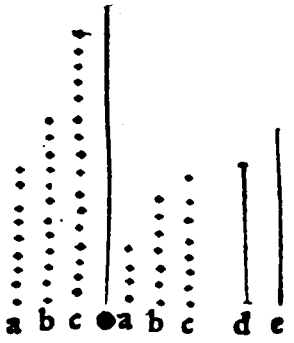
DAtis tribus numeris continue proportionalibus: an ſit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere. 20



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint continue proportionales a,b,c. Volo inquirere an alius eis ſub continua proportionalitate poſſit adiungi. igitur ſi a & c ſunt cõtra ſe primi: impoſſibile eſt per 18. Si autem compoſitus: ſit d qui prouenit ex b in c. quem ſi numerat a: erit. ſi vero non numerat: non erit. Numeret enim eum ſecũdũ e: qui erit quem quærimus per ſecundã partem 20 ſeptimi. Sit ergo vt nõ numeret eum: eſt tamen vt a ad b, ſicut c ad e. itaq; quia ex b in c fit d: ſequitur per primam partem 20 ſeptimi/ vt ex a in e ſit idem. ergo a numerat d ſecundum e. ſed poſitum erat q; non. ¶Idẽ potes perſcrutari: quotlibet continue proportionalibus propoſitis. ſi enim duo extremi ſint contra ſe primi: finem habet intẽtio per 18. ſi autẽ cõpoſiti: ducto ſecũdo invltimũ/ ſi productũ numeret primus/ is ſecundũ quẽ eũ nũerat: eſt quẽ q̃rimus per ſecundã partem 20 ſeptimi. ſi autem primus productũ nõ numerat: nullus erit. quotlibet enim poſito: per primam partem eiuſdem ſecundum ipſum poſitũ numerabit primus productum. quod poſitum erat non numerare.

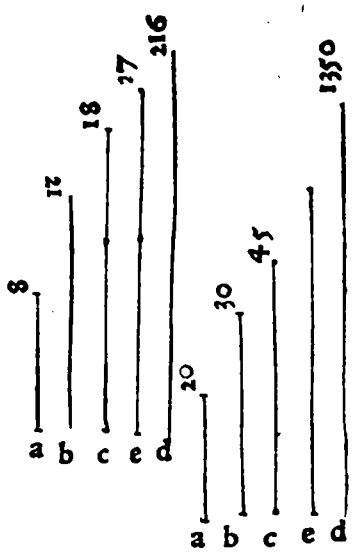
Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 19.

¶Tribus numeris datis: conſiderare ſi eſt poſſibile eis quartum inuenire proportionalem. 19



¶THEON ex Zãb. ¶Sint dati tres numeri a,b,c. ſitq; oportunũ cõiectare: ſi poſſibile eſt eis quartũ proportionalẽ inuenire. Iã ipſi a,b,c, aut cõtinue ſunt proportionales & eorũ extremi a,c, ſunt primi adinuicẽ/ aut non ſũt cõtinue proportionales & eorũ extremi primi ſũt adiuicẽ: aut cõtinue ſunt proportionales & eorũ extremi nõ ſũt adiuicẽ primi/ vel neq; ſũt cõtinue proportionales neq; eorũ extremi primi ſunt adinuicẽ: ¶Si qdẽ igitur ipſi a,b,c, continue ſunt proportionales/ & eorũ extremi a,c, ſunt primi adinuicem: patet per 17 noni q; eſt impoſſibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. ¶Non ſint iã ipſi a,b, c, continue proportionales: extremis rurſus primis exiſtentibus adinuicem. Dico q; & ſic quartũ proportionalẽ inuenire: eſt impoſſibile. Si enim poſſibile: inueniatur d. Vt ſit ſicut a ad b ſic c ad d. fiatq; ſicut b ad c ſic d ad e. Et quoniã eſt ſicut qdẽ a ad b ſic c ad d, ſicut autẽ b ad c ſic d ad e: ex æquali igitur per 14. ſeptimi/ eſt ſicut a ad c ſic c ad e. At a,c, primi ſunt. primi autẽ & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationẽ habentes: antecedẽs antecedentẽ/ & ſequens ſequentẽ/ per 21 ſeptimi. metitur igitur a ipſum c: antecedens antecedẽtem. metitur autem & ſeipſum.

Igit a ipſos a,c,metiť primos adiuicē exñtes.qđ ē ipoſſibile.ipſis igit a,b,c,4.ꝓportionalē iuenire eſt ipoſſibile. ¶S3 iā rurſus ſint ipſi a,b,c,cōtinue ꝓportionales:at a,c,nō ſint primi adiuicē.Dico ꝙ eis 4.proportionalē inuenire eſt poſſibile.Nā b ipſū c multiplicās: ipſū efficiat d.Igit a ipſū d aut metit:aut nō metitur.Metiatur prius ipſū:p e.Igitur a ipſū e multiplicās: ipſū efficit d.ſed & b ipſū c multiplicās:ipſū d efficit.Igitur q ex a,e: ei eſt æquus q ex b,c.ꝓportionalis igit eſt ſicut a ad b:ſic c ad e.Sed iam nō metiat a ipſū d.dico ꝙ ipſis a,b,c,4 proportionalē iuenire eſt ipoſſibile.Si ei poſſibile:inueniatur e.Igitur qui ex a,e,ei qui ex b,c,eſt æqualis.Sed qui ex b,c,eſt ipſe d.& q ex a,e,igitur ipſi d eſt æqualis. Igitur a ipſum e multiplicans:ipſum efficit d.Igitur a ipſum d metitur.ſed & nō metitur.quod eſt impoſſibile.Igitur ipſis a,b,c,4 proportionalem inuenire numerū eſt ipoſſibile:qñ a ipſū d nō metit. ¶S3 iā ipſi a,b,c,neq; cōtinue ſint ꝓportionales neq; eorū extremi adiuicē ſint primi:& b ipſū c multiplicās ipſū efficiat d.Similiter oñdetur ꝙ ſi qđē a ipſū d metitur:poſſibile eſt eis proportionalē inuenire.ſi aūt nō metitur:eſt impoſſibile.quod oſtēdere oportebat.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 21.

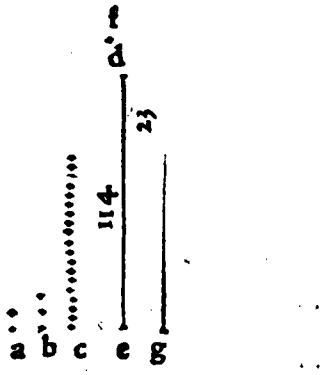
21 DAtis quotlibet numeris primis:aliquem primum ab eis diuerſum eſſe neceſſe eſt.

¶CAMP. ¶Nihil aliud intēditur:niſi ꝙ nūeri primi ſint īfiniti/demōſtrare.Sint enī a,b,c,numeri primi.dico eſſe aliquē primū diuerſum ab eis.ſit qđē d f minimus quē numerāt:cui addita vnitate fiat d g.q eſt primus aut cōpoſitus.ſi prim9:cōſtat propoſitū. ſi cōpoſitus:numerat eū aliqs primus/ q ſit h.quē nō eſt poſſibile eſſe aliquē ex primis ꝓpoſitis. Si enī eſſet aliqs eorū:cū qlibet ipſorū numeret d f,ipſe quoq; numeraret eūdē.at quia numerat d g:oporteret ipſū numerare f g q eſt vnitas.quod eſt īpoſſibile.Idē ſequitur poſito d f quotlibet numero quē numerāt a,b,c.quare cōſtat propoſitū.

Eucli.ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 20.

20 ¶Primi numeri:plures ſunt omni propoſita multitudine primorum numerorum

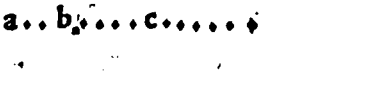
¶THEON ex Zāb.Sint propoſititi primi nūeri a,b,c.Dico ꝙ ipſis a,b,c,plures ſunt primi numeri.Accipiatur enī per 39 ſep.minimus quē ipſi a,b,c,metiātur:ſitq; d e. addaturq; ipſi d e:vnitas d f.iā e f aut eſt prim9 aut nō.ſit prius primus.inuēti iā ſūt primi nūeri a,b,c,e,f:plures ipſis a,b,c. Sed iā nō ſit e f prim9.igit eū aliqs nūer9 metitur p 34 ſep.metiatur eū numerus primus g.Dico ꝙ g nulli ipſorū a,b,c,eſt idē.Si enī poſſibile:ſit.ipſi aūt a,b,c:ipſū d e metiūtur.igitur & g:ipſū d e metietur. metitur aūt & e f.& reliquā d f vnitatē metietur g numerus exiſtēs.qđ eſt abſurdū.igitur g nō eſt idē vni ipſorū a,b,c.ipſe aūt ſupponit & prim9.Inuēti igitur ſūt primi nūeri plures ꝓpoſita multitudine ipſorū a,b,c:ipſi a,b,c,g.qđ oñdere oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

¶CAMPANVS. ¶Sit quiſq; numerorū a,b,c:par.Dico ex eis cōpoſitū: eſſe parē.habet enim ex conuerſione diffintionis/quiſq; eorū:medietatem. ſint ergo eorum medietates d,e,f.quia igitur ſicut a ad d ſic b ad e,& c ad f. erit ex 13 ſeptimi/ſicut a ad d ſic totus a b c ad totū d e f.itaq; d e f eſt medietas a b c.ergo per diffintionem/a b c: eſt par. quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 21.

21 ¶Si pares numeri quilibet componantur:totus par eſt.

¶THEON ex Zāb. ¶Cōponātur enī numeri quilibet pares ipſi a b,b c,c d,d e.Dico ꝙ totus a e par eſt.Nā quoniā vnuſquiſq; ipſorū a b, b c,c d, d e,par eſt:partem habet dimidiam.quare & totus a e habet partem dimidiam.numerus autem par eſt qui bifariam diuiditur per diffinitionem.igitur a e par eſt.quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

SI numeri impares numero pares coaceruentur: totus quoq; ex eis coaceruatus erit par. 23

a...b.....c.....d.....

¶CAMPANVS. ¶Sit quilibet numerorum a,b,c,d: impar. dico ex eis cõpoſitum eſſe parem. dempta eni a quolibet vnitate: cõſtat reſiduos eſſe pares: & quia ille vnitates. demptæ componũt parem/cum ſint numero pares: conſtat propoſitum per præmiſſam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 22.

¶Si impares numeri quilibet componãtur/fuerit autem multitudo par: totus par erit. 22

a.....b.....c.....d...e

¶THEON ex Zãb. ¶Componãtur enim impares numeri qlibet/multitudine pares: a b,b c,c d,d e. Dico q̃ totus a e par eſt. Nã quoniã vnuſquiſq; ipſorũ a b,b c,c d,d e, impar eſt: ablata vnitate ab vnoquoq; / vnuſquiſq; reliquus par erit. Quare & cõpoſitus ex ipſis par erit per 21 noni. Eſt autẽ & vnitatũ multitudo par. Totus igitur a e par eſt. quod oſtẽdere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eſſe. 24

a...b.....c.....

¶CAMPANVS. ¶Sit quilibet numerorum a,b,c: impar. Dico totũ ex eis compoſitum eſſe imparẽ. Erit eni per præmiſſam cõpoſitus ex a & b: par. & quia c, dempta vnitate/eſt par: erit per antepræmiſſam totus a,b,c, dẽpta vnitate/par. Per diffinitionem itaq; conſtat totum eſſe imparem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 23

¶Si impares numeri quilibet componãtur/multitudo autem ipſorum fuerit impar: & totus impar erit. 23

a.....b.....c.....e.d

¶THEON ex Zãb ¶Cõponãtur eni qlibet ipares numeri/quorũ multitudo ſit impar: a b,b c,c d. Dico q̃ totus a d impar eſt. Auferat ab ipſo c d: vnitas d e. reliquus igitur c e par eſt. eſt aũt & a c par. & totus igitur a e par eſt. eſt autẽ d e vnitas. totus igitur a d impar eſt. quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25

SI a nũero pari nũerus par detrahat: reliquus erit par. 25

a
.....d.....f...
b c
.....e..... .....

¶CAMP. ¶Sit a totus par: a quo detrahatur b q̃ quoq; ſit par/ & reſiduus ſit c. Dico c eſſe parem. ſit enim d medietas a: e quoq; ſit medietas b. detractoq; e de d: ſit reliquus f. erit per 13 ſeptimi/c ad f: ſicut a ad d. quare f eſt medietas. itaq; c eſt par. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 24.

¶Si a pari numero par auferatur: reliquus par erit. 24

a.....c....b

¶THEON ex Zãb. ¶A pari enim a b, auferatur. Dico q̃ reliquus a c par eſt. Nam quoniã a b par eſt habet partem dimidiam. iam id propterea & b c: habet partem dimidiam. quare & reliquus c a habet partem dimidiam. par igitur eſt a c. quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 28

SI de nũero pari imparẽ tollas: qui relinquit ipar eſt. 25

a....d.c...b

¶CAM. ¶Sit a b par: a quo tollatur a c q̃ ſit ipar. Dico c b reſiduũ eſſe iparẽ: ſubtrahatur eni ab a c: vnitas q̃ ſit c d. eritq; a d par. itaq; per 25: d b quoq; erit par. Quia igitur d c eſt vnitas: ſequitur c b eſſe imparem. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

¶Si a pari numero impar auferatur: reliquus impar erit. 25

a.....c. d....b

¶THEON ex Zamberto. ¶A pari namq; numero a b: auferatur impar b c. Dico q̃ reliquus c b impar eſt. Auferatur ab ipſo b c: vnitas c d. igitur d b: par eſt. Eſt autem a b quoq; par. & reliquus igitur a d: par eſt. at c d

est vnitas, igitur a c impar est quod. ostendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 27

27 SI a numero impari detrahatur impar: reliquus erit par.

¶CAMPANVS. ¶ Sit a b numerus impar: a quo detrahat b c qui etiam sit impar. dico reliquum qui est a c: esse parē. Detrahatur enim ab vtroq; duorum numerorū a b & b c: vnitas quæ sit b d. eritq; vterq; duorum residuorum quæ sunt a d & d c: par. per præmissam itaq; constat a c esse parem. quod est propositum.

a . . . . . c . . . . d . b

Eucli.ex Zamb. Theorema 26. Propositio 26

26 ¶Si ab impari numero impar auferatur: reliquus par erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Ab impari nāq; a b: impar auferatur b c. Dico q; reliquus c a par est. nā quoniā a b impar est: auferatur vnitas b d. reliquus igitur a d: par est. Iā id propterea & c d par est per diffinitionē. quare & reliquus c a par est. quod ostendere oportuit.

a . . . . c . . . . . d . b

Eucli.ex Camp. Propositio 28

28 SI a numero impari numerum parem subtrahas: qui relinquitur impar est.

¶CAMPANVS. ¶ Sit a b impar: a quo detrahatur a c qui sit par. Dico b c residuū esse imparem. Sit enim b d vnitas: eritq; a d par. Et quia a c est par: erit per 25 c d par. cum itaq; sit d b vnitas: erit c b impar. quod est propositum.

a . . . . . c . . . . d . b

Eucli.ex Zamb. Theorema 27. Propositio 27

27 ¶Si a b impari numero par auferatur: reliquus impar erit.

¶THEON ex Zāb. ¶Ab impari namq; a b: par auferatur b c. Dico q; reliquus c a impar est. Auferat vnitas a d. igitur d b par est. est aūt b c par. & reliquus igitur c d: par est. igitur c a impar est. qđ ostēdere oportuit.

a . d . . . . c . . . . b

Eucli.ex Camp. Propositio 29.

29 SI numerus impar in numerum parem ducatur: qui inde producetur erit par.

¶CAMPANVS. ¶Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Eucli.ex Zamb. Theorema 28 Propositio 28

28 ¶Si impar numerus parem multiplicans / aliquem fecerit: qui gignitur par est.

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar inq̄ a, parem b multiplicans: ipsum efficiat c. Dico q; c par est. Nam quoniā a ipsum b multiplicās / ipsum c fecit: igitur c ex totidē ipsi b æqualibus quotæ sūt in a vnitates cōponit. estq; b par. igitur c ex paribus cōponitur. Si vero numeri pares qlibet cō ponātur: totus par est. per 21 noni igitur: c par est. quod oñdere oportuit.

a b c

Eucli.ex Camp. Propositio 30

30 SI in imparē ducatur impar: qui producet erit impar.

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; ex 24 manifesta est.

¶Hæ sequ ētes 2 ex Campano propositiones: nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

Eucli.ex Camp. Propositio 31

31 ¶Si nūerus ipar nūerū parē nūeret: nūero pari eū nūerabit.

¶CAMPANVS. ¶Si enim numero impari eum numeraret: ex impari in imparem fieret par. quod est inconueniens per præmissam.

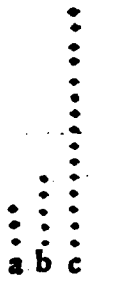
Eucli.ex Camp. Propositio 32.

32 ¶Si impar imparem numeret: impariter eum numerat.

¶CAMPANVS. ¶Si enim pariter eum numeraret: ex numero impari in numerum parem fieret impar. quod est inconueniens per 29.

Eucli.ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 29

¶Si impar numerus imparem numerum multiplicans/fecerit aliquem:factus impar erit. 29



¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a,imparem numerum b multiplicans:ipſum efficiat c.Dico q̃ c impar eſt.Nam quoniã a ipſum b multiplicans ipſun facit c:igitur c ex totidem ipſi b æqualibus quotæ ſunt in a vnitates/cõponitur. Eſt autẽ vterq; ipſorũ a,b: impar. Igitur c ex imparibus conflatur numeris:quorum multitudo impar eſt. Quare per 23 noni/c impar eſt.quod oſtendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 33

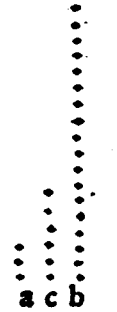
SI numerus impar numerum parem metiatur: eiuſdem quoq; dimidium/ipſum metiri neceſſe eſt. 3



¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus par cuius dimidiũ b:ſitq; c numerus impar qui numeret a. dico q̃ c numerabit b.numeret enim a ſecundum d.eritq; per 31:d numerus par. Eſto igitur eius dimidiũ/e:ducaturq; c in e, & proueniat f.eritq; per 18 ſeptimi a ad f:ſicut d ad e.& quia etiã eſt a ad b ſicut d ad e:ſequitur b & f eſſe æquales.cum itaq; c numeret f:idẽ numerabit b.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 30.

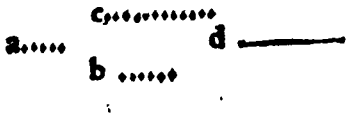
¶Si impar numerus pãrem numerum menſus fuerit:& eius dimidium metietur. 30



¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a:parem numerum b metiatur.Dico q̃ & eius dimidium metietur.Nam quoniam a ipſum b metitur:ipſum metiatur per c.Dico q̃ c non eſt impar. Si enim poſſibile:ſit impar.Et quoniã a metitur ipſum b per c:igitur a ipſum c multiplicans/ipſum efficit b. Igitur b componitur ex imparibus numeris: quorum multitudo impar eſt.Igitur b impar eſt.quod eſt abſurdum.ſupponitur enim par.Igitur impar non eſt.par igitur eſt c. Quare a ipſum b metitur pariter.& c igitur ipſum b metit̃ per a.habet aũt vterq; ipſorũ c,b,partem dimidiam.eſt igitur ſicut c ad b ſic dimidium ad dimidium. metitur autem c:ipſum b per a.& dimidium ipſius metietur ipſius b dimidium per a.igitur a,dimidium multiplicans ipſius c:dimidium ipſius b efficit.Igitur ipſius b dimidium metitur. metiturq; per ipſius c dimidium. Idq; propterea a ipſius dimidium metietur.quod oſtendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 34.

SI numerus impar ad aliquem fuerit primus: idem ad eiuſdem duplum erit primus. 34.



¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus impar primus ad b:cuius duplũ ſit c.Dico q̃ a eſt primus ad c.ſin autem:numeret eos d.Cũq; a ſit impar: ſequitur d eſſe imparẽ.quicũq; enim impar parem numerat:pari numero eũ numerabit per 31.per præmiſſam itaq; a numerabit b.nonſunt igitur a & b contra ſe primi.quod eſt contra hypotheſin.

Eucli.ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 31

¶Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit: & ad ipſius duplum primus erit. 31



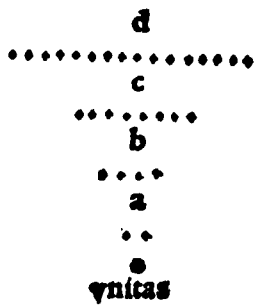
¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a,ad numerum aliquem b,primus eſto:ipſius autem b, duplus eſto c. Dico q̃ a ad c primus eſt.Si autem a,c,non ſunt primi:metitur eos aliquis numerus.metiatur:et eſto d.eſt autem impar numerus:a.impar igitur & d.Et quoniã d impar exiſtens ipſum c metitur/eſt autem & c par:igitur d metietur ipſius c dimidium per præcedentẽ.Dimidiũ autẽ ipſius c:eſt b.igitur d:ipſum b metitur.metitur autem & a.Igitur d:ipſos a,b,metitur primos ad inuicem exiſtentes.quod eſt abſurdum.Igitur a ad c primus eſt.Ipſi igi-

tur a,c,primi ſunt adinuicem.quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 35.

35 NVmeri a duobus dupli:ſunt pariter pares tantũ.

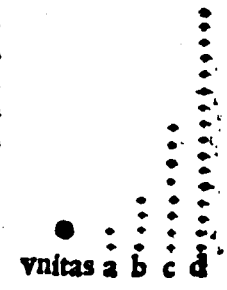
¶CAMPANVS. ¶Sint vnitas/a,b,c,d, continue proportionales:ſitq; a binari9. Dico omnes eos eſſe pariter pares: eiſq; ſecundum hanc proportionẽ in infinitum auctis/nullum alium eſſe pariter parem. De his quidẽ conſtat per diffinitionem:cum per 2 quilibet præcedens numeret quemlibet ſequentẽ per aliquẽ eorũ quos omnes oportet eſſe pares/ & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo q; a qui eſt binarius vnitatem ſequens eſt primus. Q; autẽ nullus alius ab his ſit pariter par:cõſtat ſic. Poſito enim aliquo:diuidat in duas medietates/eiuſq; medietas in duas, & hoc toties fiat:quouſq; nũerus aut vnitas diuiſionẽ impediat/quod neceſſe eſt euenire per vltimã petitionẽ. Si qdẽ numerus hanc prohibeat:ipſe erit impar.qui cum numeret pariter parem poſitũ:non erat pariter par qui poſitus eſt pariter par. Si autem vnitas:non erit is alius a continue duplis ab vnitate.



Eucli.ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 32

32 ¶A binario duplorum vnuſquiſq; : pariter par eſt tantum.

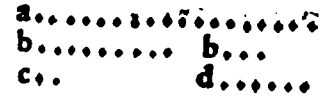
¶THEON ex Zamberto. ¶A binario enĩ a:duplicẽtur quilibet numeri b,c,d. Dico q; ipſi b,c,d:pariter pares ſunt tantum. Q; quidem vnuſquiſq; pariter par eſt:manifeſtum eſt/a binario enim eſt duplicatus. Dico q; & tantũ. Exponatur vnitas. Quoniã igitur ab vnitate quilibet numeri continue proportionales ſunt/qui autem poſt vnitatẽ a primus eſt: maximũ ipſorũ a,b,c,hoc eſt d nullus metitur præter ipſos a,b,c,per 13 noni. Eſt aũt vnuſquiſq; ipſorũ a,b,c:pariter par. Igitur d pariter par eſt tantum. Similiter iam oſtendemus q; & vnuſquiſq; ipſorum a,b,c: pariter par eſt tantum.quod oportuit oſtendere.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 36.

36 NVmerus cuius medietas eſt ĩpar:eſt pariter ĩpar.

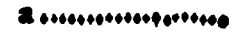
¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus:cuius medietas quę ſit b,ſit impar. Dico a,eſſe pariter imparẽ. Sit enĩ c binarius: manifeſtum itaq;:quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a:qui numeret eum ſecundum e. eritq; per ſecundam partẽ 20 ſeptimi/e ad b:ſicut c ad d. Igitur e numerat b:quia c numerat d. Erit itaq; e numerus impar:erat enim & b. per diffinitionem igitur a eſt pariter impar.



Eucli.ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 33.

33 ¶Si numerus dimidium impar habuerit: pariter impar eſt tantum.

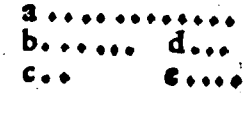
¶THEON ex Zãb. ¶Numer9 enĩ a:dimidiũ habeat ĩpar. Dico q; a pariter ĩpar eſt tm̃. Q; qdẽ pariter ĩpar: eſt manifeſtum. eius nãq; dimidiũ ĩpar exiſtens:eum pariter metitur per diffinitionẽ. Dico q; & tm̃. Si enĩ a pariter par eſt:& eius dimidium par eſt per diffinitionẽ. metietur igitur eum par numerus:per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur per 39 numerus par:impar exiſtens. quod eſt abſurdum. Igitur d: pariter impar eſt tantum.quod oportuit oſtendere.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 37

37 OMnis numerus a duobus non duplus/cuius medietas eſt par:eſt pariter par & impariter.

¶CAMPANVS. ¶Sit numerus a,nõ duplus a duob9:cuius medietas quæ ſit b,ponatur par. dico ipſum eſſe pariter parẽ & impariter. Sit enĩ c binarius. de quo manifeſtũ eſt q; ipſe numerat a ſecundũ b. quia vero a non eſt duplus a duobus : neceſſe eſt ſi eius medietas quæ eſt b in alias





duas medietates diuidatur/medietatisq; medietas in alias duas/vt tandem occurrat numerus impediēs diuisionē.qui propter hoc q̄ diuisionē nō recipit:erit impar.sitq; is in quo sistit diuisio:d.In nūero quippe necesse ē stare.qa si vsq; ad vnitatē pueniret diuisio: esset a de numeris duplis a binario/de quibus nō est.de d vero manifestū est q̄ ipse numerat a per hāc cōmunē sciētiā. Omnis numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo.Numeret ergo eum secundū e.eritq; e:par.alioquin cū d sit maior ipar:sequeret per 30 a esse imparē.Quia igitur b numer⁹ par numerat a secundū c qui quoq; est par(est enī binarius)at vero c numerus par numerat eundē secundum d qui est impar:constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter.quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 34. Propositio 34.

¶Si numerus neq; a binario fuerit duplus/neq; dimidium impar habuerit:pariter par est & pariter impar. 34

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enī a non sit a binario duplus: neq; dimidiū habeat impar. Dico q̄ a pariter par est & pariter impar.q̄ quidē a pariter par est:manifestū est.dimidiū namq; non habet impar. Dico iam q̄ & pariter impar est.Si enim ipsum a bifariam secuerimus/ idq; semper efficientes:in quēdam numerum desinemus imparem qui ipsum metietur a per parē numerū.Si autem non desinemus:ad binariū inquā veniemus.eritq; ipse a:a binario duplicatus.quod non supponitur. Quare a: pariter impar est.patuit autē q̄ & pariter par.Igitur a: pariter par est & pariter impar.Quod ostendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 38

SI de secūdo atq; vltimo numerorū cōtinue ꝓportionaliū/ęquale primi dematur:quātū est reliquū secūdi ad primū tātū esse reliquū vltimi ad coaceruatū ex cunctis prędētibus necessario comprobatur. 38

¶CAMPANVS. ¶Sint cōtinue proportionales a b,c d,e f,g h.demat̄q; de c d,æqualis a b: qui sit c k.& de g h:qui sit g l. Dico tunc q̄ proportio k d ad a b:est sicut l h ad cōpositū ex e f,c d & a b. Sumatur ex g h,æqualis e f qui sit g m;& æqualis c d,qui sit g n.eritq; l n:æqualis k d. Manifestū autē est per 12 septimi/q̄ cū sit g h ad g m sicut g m ad g n:erit h m residuū ad m n residuū,sicut g h ad g m,ideoq; sicut e f ad c d.simili quoq; modo erit m n ad l n:sicut c d ad a b.Permutatim igitur erit h m ad e f,& m n ad c d:sicut n l ad a b.itaq; cōiuncti per 13 septimi/erit l h cōpositus ex h m,m n & l n,ad cōpositū ex e f,c d & a b:sicut l n ad a b,ideoq; sicut k d ad a b.quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 35. Propositio 35.

¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/auferantur autem a secundo & vltimo ęquales ipsi primo: erit sicut secundi excessus ad primum/sic vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. 35

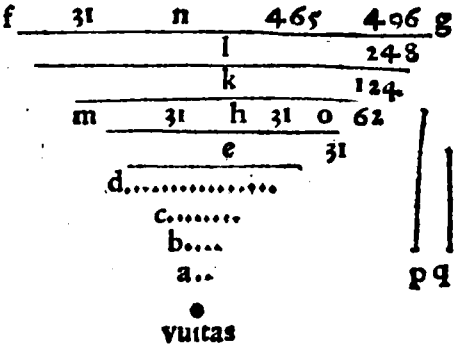
¶THEON ex Zāb. ¶Sint quilibet numeri cōtinue proportionales a, b c,d,e f:incipientes ab a minimo.auferaturq; ab ipsis b c & e f: ipsi a æqualis vterq; ipsorū c g,f h.Dicoq; est sicut b g ad a:sic est h e ad a, b c,d.Ponatur enim ipsi quidē b c æqualis f k:ipsi autē d æqualis f l. Et qm̄ f k ipsi c b est æqualis/quorū f h ipsi c g est æqualis: reliquus igit̄ h k reliquo g b est æqualis. Et qm̄ est sicut e f ad d sic est d ad b c,& b c ad a,æquus autē est d ipsi f l, & b c ipsi f k,& a ipsi f h:est igitur sicut e f ad f l,sic l f ad f k & k f ad f h. diuidendo ergo p 17 qnti/& sicut e l ad l f:sic l k ad f k & h k ad f h.Est igitur & sicut vnus añdentiū ad vnū añcedētiū:sic oēs añcedētes ad oēs sequētes.Est igitur sicut k h ad f h:sic e l,l h,k h ad ipsos l f,f k,f h.æqualis autē est k h: ipsi b g,& f h:ipsi a.

Ipſi autem f l, f k, f h: ipſis d, b c, a. eſt igitur ſicut b g ad a: ſic e h ad d, b c, a. Eſt igitur ſicut ſecundi exceſſus ad primũ: ſic eſt vltimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 39.

39 CVm coaptati fuerint numeri ab vnitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primũ: extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

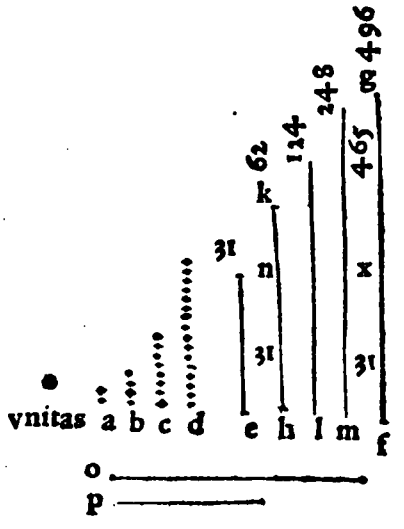
CAMPANVS. Sint ab vnitate continue dupli: a, b, c, d. ex eis aũt & vnitate coaceruatus ſit e: qui ponatur eſſe numerus primus. in quem e multiplicetur d: & proueniat f g. dico f g eſſe numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continue dupli ad e: vt tot ſint e, h, k, l, quot ſint cõtinue dupli ad vnitatem ſumpti. eritq; per æquam proportionalitatem l ad e: ſicut d ad a. quare per primam partem 20 ſeptimi/ex a in l prouenit f g. nam ipſe f g: prouenit ex d in e. Et quia a eſt binarius: eſt f g duplus ad l. ſunt igitur e, h, k, l, & f, g: continue proportionales. Demptus igitur ex h, æqualis e qui ſit m h: & reſiduus h o, qui erit etiam æqualis e. itẽq; ex f g demptus eidẽ e æqualis qui ſit f n. eritq; per præmiſſam n g: quãtum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum ſit æqualis e: eſt quantum aggregatum ex a & b & c & d & vnitate. itemq; totus f g eſt quantus aggregatus ex omnibus his ſcilicet a, b, c, d & vnitate & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifeſtum eſt: q; numerant eum ſcilicet f g. e quidem ſecundum h: & h ſecundum k. quod ex prima parte 20 ſeptimi/ conuincitur: adiuuãte æqua proportionalitate ſicubi opus fuerit. Eſt enĩ vt d ad c: ſic k ad h. et vt d ad b: ſic k ad e, per æquam proportionalitatẽ. quare & ex c in h, & ex b in k, neceſſe eſt prouenire f g: quẽ dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g: ipſe erit per diffinitionẽ numerus perfectus. Q; autẽ nullus alius eũ numeret: patet. Si enĩ hoc poſſibile eſt: ſit p qui numeret eum ſecũdum q. eritq; per 33 ſeptimi: vt e numeret alterũ eorum, ponaturq; q; numeret p. Et quia per ſecundam partem 20 ſeptimi/eſt q ad d ſicut e ad p: ſequitur vt q numeret d. quare cum a qui ſequitur vnitatẽ ſit primus (eſt enim binarius) erit q per 13 huius aut a aut b aut c. quicunq; autem horum fuerit: erit p, aut l aut k aut h. ſi enim q fuerit a: conſtat q; p erit l. quod ſi fuerit b: p erit k. ſi autem c: p quoq; erit h. non eſt igitur p diuerſus ab illis vt fuerat poſitum. relinquitur ergo q; f g ſit numerus perfectus. quod erat demonſtrandum.

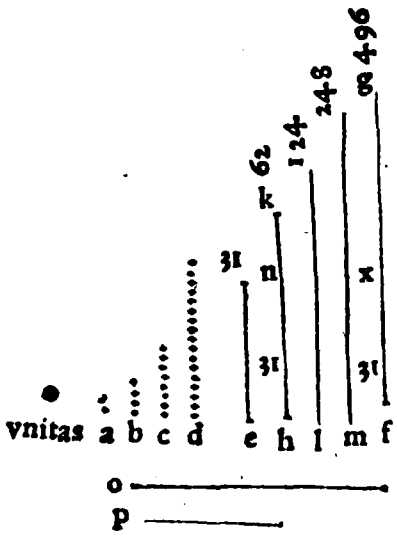


Eucli. ex Zamb. Theorema 36. Propoſitio 36.

36 CSi ab vnitate quilibet numeri continue expoſiti fuerint in duplici proportione/ex quo totus compoſitus primus fuerit & totus in vltimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur perfectus erit.

CTHEON ex Zamberto. CAb vnitate ſiquidẽ exponãtur quilibet numeri continue in duplici proportione/ex quo totus compoſitus primus ſit: a, b, c, d. & toti æquus eſto e. & e ipſum d multiplicãs: ipſum efficiat f g. Dico q; f g perfectus eſt. Quot enim ſunt multitudine ipſi a, b, c, d: totidem ab e accipiantur in duplici proportione hoc eſt e, h k, l, m. Ex æquali igitur per 13 ſeptimi/eſt ſicut a ad d: ſic eſt e ad m. Igitur qui ex e, d: ei eſt æquus qui ex a, m. eſtq; qui ex e, d: ipſe f g. Igitur qui ex a, m: ipſi f g eſt æqualis. Igitur a ipſum m multiplicans: ipſum efficit f g. igitur m: ipſum f g metitur per eas quæ in a ſũt vnitates. Eſt autem binarius a. duplus ergo eſt f g ipſius m. Sunt autem & m, l, h k, e, continue duplices adinuicem. igitur e, h k, l, m, f g. continue ſunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam a ſecundo k h, & vltimo f g: ipſi e primo æqualis vterq; ipſorum h n & f x. eſt igitur per præceden-





tem: ſicut ſecundi numeri exceſſus ad primum: ſic vltimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes. eſt igitur ſicut n k ad e: ſic eſt x g ad ipſos m, l, k h, e. At eſt n k: ipſi e æquus. & qui eſt x g igitur: ipſis m, l, h k, e, eſt æquus. Eſt autem & x f: ipſi e æqualis. at e: ipſis a, b, c, d, & vnitati. Totus igitur f g: æquus eſt & ipſis e, h k, l, m, & ipſis a, b, c, d, & vnitati/ et ſub eorum dimenſionem cadit. Dico ϕ & f g, nullus alius metitur: præter ipſos a, b, c, d, e, g k, l, m, & vnitatē. Si enim poſſibile: metiatur ipſum f g ipſe o, & o nulli ipſorum a, b, c, d, e, h k, l, m, eſto idem. & quoties o ipſum f g metitur: tot vnitates ſint in p. Igitur o ipſum p multiplicans: ipſum facit f g. Sed & e ipſum d multiplicans: ipſum efficit f g. eſt igitur per 19 ſeptimi ſicut e ad o ſic p ad d. vicißim igitur per nonam einſdē ſicut e ad p: ſic o ad d. Et quoniā ab vnitate continue proportionales ſunt ipſi a, b, c, d, quivero poſt vnitatē a primus eſt: igitur d nullus alius numerus metietur præter a, b, c, per 13 noni. Supponitur ꝙ nulli ipſorum a, b, c, ipſe o idem. igitur ipſum d ipſe o nō metitur. Sed ſicut o ad d ſic e ad p. neꝙ e igitur ipſum p metitur. eſtꝙ e primus. omnis autē primus numerus ad omnem quem non metitur primus eſt per 31 ſeptimi. igitur ipſi e, p: primi ſunt adinuicē. primi autem: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 ſeptimi: antecedens antecedentem & ſequens ſequentem. Eſtq; ſicut e ad p: ſic o ad d. æque igitur e ipſum o metitur: & p ipſum d. Sed d nullus alius metietur præter a, b, c. igitur p vni ipſorum a, b, c, eſt idem. Sit p ipſi b idē. & quot ſunt ipſi b, c, d, multitudine: totidem aſſumātur ab ipſo e ipſi e, h k, l. ſintꝙ ipſi e, h k, l: ipſis b, c, d, in eadem ratione. ex ęquali ergo per 25/ eſt ſicut b ad d: ſic e, ad l. igitur q ex b, l: ei qui ex d, e, eſt æqualis. Sed qui ex d e: ei qui ex p o eſt æqualis. & qui ex p o igitur: ei qui ex b l eſt æqualis. Eſt igitur ſicut p ad b: ſic l ad o eſtꝙ p ipſi b idē. & l igitur ipſi o eſt idē. quod eſt impoſſibile. Nam o nulli expoſitorum ſupponitur idem. igitur ipſum f g aliquis numerus non metitur præter a, b, c, d, e, h k, l, m, & vnitatem. & oſtenſum eſt ϕ f g: ipſis a, b, c, d, e, h k, l, m, & vnitati eſt æqualis. perfectus autem numerus eſt per diffinitionem qui ſuis partibꝰ eſt æqualis. perfectus igitur eſt f g. quod oſtendere oportuit.

EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
Noni libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile pricipis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Geometrica elementa. Liber Decimus.

Ex Campano. Diffinitiones.

1  Vantitates quibus fuerit vna quantitas cõmunis eas numerans: dicentur communicantes.

2 ¶Quibus vero non fuerit vna communis quantitas eas numerans, dicentur incommensurabiles.

3 ¶Lineæ in potentia cõmunicantes dicuntur: quarum superficies quadratas vna communis superficies numerat

4 ¶Lineæ incommensurabiles in potentia dicuntur: quarum superficies quadratas non numerat vna communis superficies. Quæ cum ita sint: manifestum est quia omni lineę positæ, multæ aliæ sunt incommensurabiles, quędam in longitudine tantum: quædam in longitudine & potentia.

5 ¶Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita: vocetur rationalis.

6 ¶Lineæq; ei communicantes: dicuntur rationales.

7 ¶Eidem autem incommunicantes: dicuntur irrationales siue surdæ.

8 ¶Omnis vero quadrata superficies de qua per hypothesin ratiocinamur: dicitur rationalis.

9 ¶Superficies vero ei communicantes: dicuntur rationales.

10 ¶Eidem autem incommensurabiles superficies: dicuntur irrationales siue surdę.

11 ¶Latera vero quæ in illas quadratas possunt: dicuntur irrationalia.

Eucli. ex Zamb. Diffinitiones

1  Ommensurabiles magnitudines dicuntur: quas eadem mensura dimetietur.

2 ¶Incommensurabiles autem: quæ sub nullius communis mensuræ dimensionẽ cadũt.

3 ¶Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt: quando quę ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur.

4 ¶Incommensurabiles autem: quando ea quæ ex ipsis quadrata, nulla area communi mensura dimetitur. His expositis indicatur, q̃ proposita recta linea hoc est a qua & cubi-

tales/& palmi/& digitales/ac pedales ſumunt menſuræ: ipſi ſunt rectæ lineæ multitudine infinitæ cõmenſurabiles & incommenſurabiles. Cõmenſurabiles quidem: aut potentia tãtum/aut potentia & longitudine ſimul. Incommenſurabiles vero: aut lõgitudine tantũ/aut longitudine & potẽtia ſimul.

¶Vocatur igitur ipſa q̃dẽ propoſita recta linea: rationalis. 6

¶Et quæ huic commenſurabiles & longitudine & potẽtia/ & potentia tantum: rationales. 7

¶Quæ autem incommenſurabiles per vtrunq; /hoc eſt longitudine & potentia: irrationales appellantur. 8

¶Et quod quidem a propoſita recta linea quadratum: rationale. 9

¶Et quæ huic commenſurabilia: irrationalia. 10

¶Et quod ab incommenſurabili: irrationale. 11

¶Et quæ huic commenſurabilia: irrationalia dicuntur. 12

¶Et ipſorũ (ſi qudrata fuerint) latera/ſinautẽ/aliæ quæpiã 13
rectæ lineæ ipſa potentes æqualiaq; ipſis quadrata deſcribẽtes: irrationales vocentur.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 1 1



SI duabus quantitatibus inæqualibus propoſitis maius dimidio a maiori detrahatur/itemq; de reliquo maius dimidio dematur/deinceps quoq; eodem modo: neceſſe eſt vt tandem minore poſitarum minor quantitas relinquatur.

¶CAMP. ¶Sint duæ quantitates inæquales a & b c: b c maior. dico q̃ toties poteſt maius dimidio detrahi ab ipſa b c vel eius reſiduo: q̃ neceſſe erit reliq quãtitatẽ minorẽ eſſe a. Multiplicet ei a toties quouſq; excedat b c: ſitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatq; itaq; ab ipſa b c, maius dimidio: quod ſit b g. itẽq; ex reſiduo quod eſt g c, maius dimidio: quod ſit g h. hoc quoq; toties fiat: quouſq; b c diuiſa ſit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc q̃ vltimum reſiduum vt eſt hic h c: eſt minus a. Multiplicetur nãq; h c, quoties eſt multiplicata a in d e f: ſitq; eius multiplex k l m. Quia igitur vnaquęq; quantitatũ k, l, m, eſt æqualis h c: ſequitur vt & k ſit minor b g. ſed & l: minor g h. at quia m eſt æqualis h c: erit per cõceptionem k l m minor b c. quare minor d e f. Cũ ſit ergo d e f ad a ſicut k l m ad h c, ſitq; d e f maior k l m: ſequitur p 14 quinti/q̃ a ſit maior h e. quod eſt propoſitũ. ¶Idẽq; ſequitur: ſi a maiori dimidium dematur itemq; de reliquo dimidiũ/fiatq; toties quouſq; maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet ſuo multiplice maiorem poſitarum quantumlibet excedente.

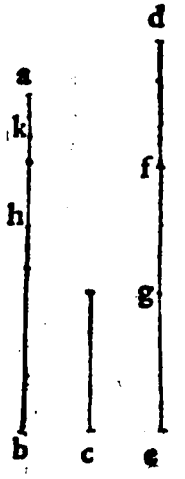
¶CAMPANI Annotatio. ¶Attendere autem oportet: q̃ huic ꝓpoſitioni videtur decima quinta tertij cõtradicere/proponens angulum cõtingentiæ minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento. Poſito eni angulo quolibet rectilineo/ſi ab ipſo maius dimidio dematur/itemq; de reſiduo maius dimidio: neceſſe videtur hoc toties poſſe fieri quouſq; angulus rectilineus minor angulo contingentiæ relinquatur. cuius oppoſitum 15 tertij ſyllogizat. Sed hi non ſunt vniuoce anguli. nõ enim eiuſdem ſunt generis ſimpliciter curuum & rectum. At vero necangulum contingentiæ toties contingit ſumi: vt qualencunq; rectilineũ excedat. quod neceſſariũ eſt (vt ex præhabita demonſtratione patet) ad hoc

vt consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum: infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

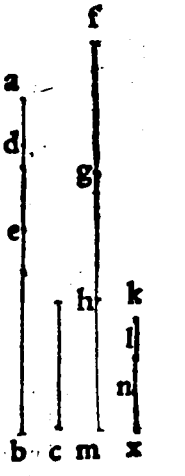
Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

1 ¶ Duabus magnitudinibus inęqualibus expositis/si a maiori auferatur maius q̃ dimidium/& eius quod relictum est maius q̃ dimidium/idq; semper fiat: relinquetur quædã magnitudo minor minore magnitudine exposita.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint binę magnitudines inęquales a b,c: quarum maior sit a b. Dico q; si ab ipsa a b auferatur maius q̃ dimidiũ/& reliqui maius q̃ dimidium/& hoc semper fiat: relinquetur quædã magnitudo minor minore magnitudine exposita c. Et quoniam minor est c: igitur c multiplicata/maior erit ipsa a b, multiplicetur: & esto d e ipsius quidem c multiplex/maior autem ipsa a b. Diuidaturq; d e in æquales ipsi c: hoc est d f, f g, g e. Auferaturq; ab ipsa a b maius q̃ dimidium: b h, & ab ipsa a h maius q̃ dimidiũ: hoc est h k. & hoc fiat semper: ex quo quę in a b sunt diuisiones/æquales sint multitudine eis quæ in ipso d e sunt diuisionibus. sintq; igitur a k, k h, & h b, diuisiones: æquales existẽtes multitudine ipsis d f, f g, & g e. Et quoniam maior est d e ipsa a b, auferturq; ab ipsa d e minor q̃ dimidiũ hoc est e g, ab ipsa autẽ a b maius q̃ dimidium b h: reliquum igitur g d reliquo h a, maius est. Et quoniam maius est g d ipsa h a, auferturq; ab ipsa g d dimidium hoc est g f, ex ipsa autem a h maius dimidio hoc est h k: reliquum igitur d f, reliquo a k maius est. Aequale autem est d f ipsi c. & c igitur: ipso a k maius est. minus igitur est a k: ipso c. Reliquitur igitur ex a b magnitudine ipsa a k magnitudo: minor existẽs minore exposita magnitudine c. quod oportuit demõstrasse. Similiter quoq; ostẽdetur si dimidia sublata fuerit.



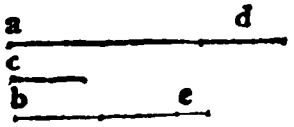
¶ ALITER IDEM ostendere. ¶ Constent binæ magnitudines inæquales a b, c. Et quoniam minor est c: igitur c multiplicata/maior erit ipsa a b, multiplicetur: & esto f m ipsius c multiplex. Diuidaturq; f m in ipsi c æqualia: hoc est m h, h g, g f. Et ab ipsa a b, auferatur maius q̃ dimidium/b e: & ex ipsa e a, maius q̃ dimidium/hoc est e d. & hoc fiat: ex quo quæ in ipsa f m diuisiones/æquales fiant ipsis quæ sunt in a b diuisionibus. fiant autem sicut b e, e d & d a. Et ipsi d a: vnaquæq; ipsarum k l, l n, & n x, esto æqualis. & hoc fiat: ex quo diuisiones quæ sunt in k x, fiant æquales eis quæ sunt in m f. Et quoniam b e maior est q̃ dimidium ipsius a b: ipsa b e maior est ipsa e a. multo maior igitur est b e: ipsa d a. Sed ipsi d a: æqualis est k l. igitur b e: maior est ipsa k l. Rursus quoniã d e maior est q̃ dimidiũ ipsius e a: ipsa igitur d e maior est ipsa d a. sed ipsa d a: æqualis est ipsi l n. igitur ipsa e d. maior: est ipsa l n. Tota igitur d b: maior est ipsa k n. Sed ipsa d a: æqualis est ipsi n x. Tota igitur b a maior est ipsa k x. Sed ipsa m f: maior est b a. multo maior igitur est m f: ipsa k x. Et quoniam m h, h g, & g f, sibi inuicem sunt æquales/& k l, l n, & n x sibi inuicẽ sunt æquales/& æqualis est multitudo ipsarũ quæ in m f multitudini ipsarũ q̃ in k x: est igit sicut m h ad k l, sicut h g ad l n, & n x ad g f. igitur per 12 quinti sicut m h ad k l: sic m f ad k x. Maior autem est m f ipsa k x. maior igitur est & g f ipsa k l. At f g: æqualis est ipsi c. ipsa autem k l: ipsi a d. Igitur c maior est ipsa a d. Quod oportuit demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 SI fuerint duæ quãtitates inæquales/ detrahaturq; a maiori ęquale minori donec minus eo supsit/ac deinde a minori ipsius reliq; æquale demat donec minus eo relinquatur/ denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui secũdi donec minus eo superſit auferatur/& in huiusmo-

di continua detractione nullum reliquum quod ante relictũ numeret inueniatur: eas duas quantitates incommenſurabiles eſſe neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Simile huic propoſuit prima ſeptimi in numeris. Sint duæ quãtitates inæquales a & b, maior a: quibus (ſi fiat reciproca quoad poteſt detractio) non occurrat (etiam ſi infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens, ſiue ante relictum numerans. dico eas incõmenſurabiles eſſe. Si autem ſint cõmenſurabiles: ſit cõmunis earũ mẽſura c. Detrahat igitur b ex a quoties poteſt: ſitq; reſiduũ d. quod reſiduũ detrahatur ex b quoties poteſt: & ſit reſiduũ e. Fiatq; toties illa detractio: quouſq; ex alterutra duarũ quãtitatũ a & b, remaneat minus c. hoc enim neceſſe eſt eſſe poſſibile per præcedentẽ. ſitq; hic e minus c. Cum igitur c menſuret b detractam ab a, & etiam a: menſurabit per cõceptionem d reſiduũ. ideoq; cũ mẽſuret d detractũ ab ipſo b, & etiã ipſum b: mẽſurabit e reſiduum. ſed erat e minus c. maior ergo quantitas: menſurat minorem. quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

¶Si duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis / ſublata ſemper minore a maiori / reliqua minime metiatur præcedentem: incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines. 2

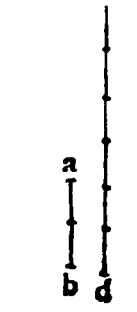


¶THEON ex Zamberto. ¶Duabus inq̃ magnitudinibus inæqualibus exiſtentibus a b, c d, & exiſtente minore ipſa a b: ſublata ſemper minore ipſa a b, a maiori c d, reliqua nequaquã metiatur præcedẽtẽ. Dico q; incõmenſurabiles ſunt ipſæ a b, c d, magnitudines. Si enim ſunt cõmenſurabiles: metietur per 1 diffinitionẽ decimi / eas aliqua magnitudo. metiatur ſi poſſibile eſt: & eſto e. & a b ipſam d f metiens: relinquat ſeipſa minorẽ c f. At e f ipſam b g metiens: per 1 decimi / relinquat ſeipſa minorem a g. & hoc ſemper fiat: ex quo ſumpta fuerit quædã magnitudo quę ſit minor ipſa e. fiat. & per præcedentem ſumatur a g minor ipſa e. Qm̃ e ipſam a b metitur / ſed a b ipſam d f metitur: igitur e ipſam d f metietur. metitur autẽ & totã c d. igitur & reliquã c f metietur. Sed c f ipſũ b g metitur. & e igitur ipſũ b g metitur. metitur aũt & totũ a b. & reliquũ igitur a g metietur: maius min⁹. quod eſt impoſſibile. Ipſas igitur a b, c d: nulla metietur magnitudo. Incõmẽſurabiles igitur ſunt ipſę a b, c d, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponãtur / auferaturq; ſemper a maiori minor / & reliquum tamen præcedentem non metiatur: ipſæ magnitudines erũt incõmenſurabiles. quod oportuit demõſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 Roposítis duabus quantitatibus inæqualibus cõmunicantibus: maximam quãtitatem cõmuniter eas numerantem inuenire.

¶COROLARIVM. ¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt / quæ duas metitur quantitates: maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.



¶CAMPANVS. ¶Huius demonſtrationem / ſi 2 ſeptimi non ignoras: non potes ignorare. Si enim nũeri nomẽ in quantitatis nomẽ conuertas: idem prorſus hic & illic efficies. proceſſus enim vtrobiq; idem erit.

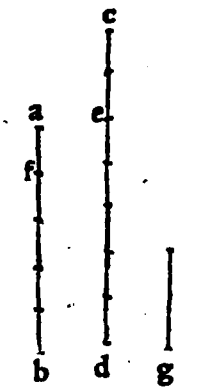
Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 3.

¶Duabus magnitudinibus commenſurabilibus datis: maximam earum communem inuenire menſuram.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datę binæ magnitudines commenſurabiles a b & c d: quarum minor ſit a b. oportet iam ipſarum a b & c d: maximam cõmunem inuenire menſuram. Igitur a b aut metitur ipſam

c d:aut non. Si enim metitur/metitur & ſeipſam:igitur a b ipſarum a b & c d cõmunis eſt dimẽſio. Et manifeſtum eſt ꝙ & maxima. maior nãꝙ ipſa a b magnitudine:ipſam a b non metietur. ¶Non metiatur autem a b:ipſam c d. Sublata igitur ſemper minore a maiori/id quod relinquitur metietur quandoꝙ præcedentẽ:eo quia ipſæ a b, c d, ſunt cõmenſurabiles. & a b ipſam e d metiens/relinquat ipſa minorem e c:at e c ipſam f b metiens/relinquat ipſa minorem hoc eſt f a. at f a: ipſam c e metiatur. Quoniam igitur a f ipſam c e metitur/ſed c e ipſam f b metitur:& a f igitur ipſam f b metietur. Metitur autem & ſeipſam. & totam igitur a b metietur ipſa a f. Sed a b ipſam d e metitur. igitur a f ipſam e d metietur. metitur autẽ & c e. & totam igitur c d metitur. Igitur a f ipſas a b & c d metietur. igitur a f:ipſarũ a b & c d cõmunis eſt dimenſio. ¶Aio quoꝙ ꝙ & maxima. ſi enim non:erit aliqua magnitudo maior ipſa a f, quæ ipſas a b & c d metietur. Sitꝙ inq̃ g. Quoniam igitur g ipſam a b metitur/ſed a b ipſam e d metitur:& g igitur ipſam e d metietur. Metitur autem & totam c d. & reliquam igitur c e mettetur ipſa g. Sed c e ipſam f b metitur. igitur & g ipſum f b metietur. metitur autem & totam a b. & reliquã igitur a f metietur/ maior minorem. quod eſt impoſſibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipſa a f:ipſas a b & c d magnitudines non metietur. Igitur a f:ipſarum a b & c d maxima cõmunis dimenſio eſt. Duabus igitur magnitudinibus cõmenſurabilibus datis a b & c d:maxima cõmunis dimenſio inuenta eſt. quod feciſſe oportuit.

¶COROLLARIVM. ¶Ex hoc inq̃ manifeſtũ eſt/ꝙ ſi magnitudo binas magnitudines menſa fuerit:& maximam earum communem dimẽſionem metietur.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

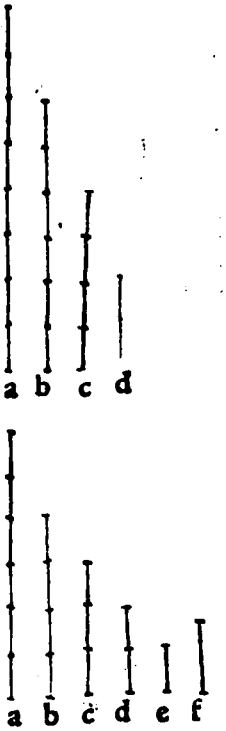
4 PRopoſitis tribus quantitatibus communicantibus: maximam eas communiter numerãtem inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Hæc ex tertia ſeptimi/ſic patet: ſicut prẽmiſſa ex ſecunda. Simulꝙ correlariũ ex hac deduces: vt illic ex ſecunda deductum eſt.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 4.

4 ¶TRibus magnitudinibus commenſurabilibus datis: maximam earum communem menſuram inuenire.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ tres magnitudines commenſurabiles a, b, c. oportet iam ipſarum a, b, c: maximam cõmunem menſurã inuenire. Sumatur enim per 3 decimi/ipſarum duarũ a, b, maxima communis menſura: ſitꝙ illa d. Igitur d ipſam c aut metitur: aut non metitur. metiatur primum. Quoniã igitur d ipſam c metitur/metitur & ipſas a b: igitur d ipſas a, b, c, metitur. Igitur d: ipſarum a, b, c, cõmunis dimenſio eſt. Et manifeſtũ ꝙ maxima. maior nãꝙ ipſa d magnitudo: ipſas a, b, c, non metietur. ¶Non metiatur iam d ipſam c. Dico primũ ꝙ cõmenſurabiles ſunt ipſæ c, d. Quoniam enim cõmenſurabiles ſunt ipſæ a, b, c: metietur eas aliqua magnitudo/quæ videlicet & ipſas a, b, metietur. quare & ipſarum a, b, maximã cõmunem menſuram d metietur per correlariũ præcedentis. metitur autem & c, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipſas c, d. Cõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ c, d. Sumatur per 3 decimi/earum cõmunis maxima dimenſio: ſitꝙ e. Quoniã igitur e ipſam d metitur/ſed d ipſas a, b, metitur:& e igitur a, b, metitur. metitur autem & c. Igitur e: ipſarũ a, b, c, cõmunis eſt mẽſura. ¶Dico ꝙ & maxima. Si enĩ poſſibile: ſit e minor magnitudo ipſa f. metiaturꝙ f:ipſas a, b, c. Et quoniam f ipſas a, b, c, metitur/metitur & ipſas a, b: & ipſarum igitur a, b, per præcedẽs correlarium maximam communẽ menſuram metietur. At ipſarum a, b, maxima communis mẽſura eſt d. Igitur f ipſam d metitur. metitur autem & c. igitur f ipſas c, d, metitur. & ipſarum ergo c, d, maxi-

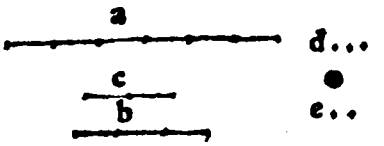




mam cõmunem mensuram: per precedens correlarium metietur f. maxima vero communis mensura ipsarum c,d: est e. igitur f ipsam e metitur: maior minorem. quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine e, maior aliqua magnitudo: ipsas a,b,c, non metitur. Igitur e ipsarũ a,b,c, maxima cõmunis est dimensio: si non metiatur d ipsam c. Si autem metiatur: ipsa est d. Tribus igitur magnitudinibus cõmensurabilibus datis: maxima cõmunis earum dimensio inuenta est. quod facere oportebat.

¶ CORRELARIVN. ¶ Ex hoc proinde manifestum est/ q̃ si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit: & maximam quoq; earum cõmunẽ dimẽsionem metietur. Similiterq; & in pluribus & cõmunis maxima mẽsura/ & subinde correlarium: inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

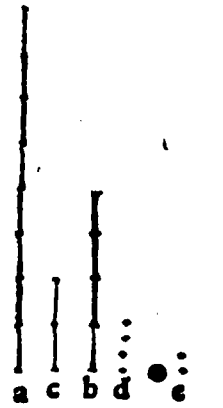


OMnium duarum quantitatum communicantium est proportio: tanq̃ numeri ad numerum. 5

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates a & b: cõmunicãtes. Dico q̃ earum proportio est sicut alicuius numeri ad aliũ numerum. Sit enim c maxima quãtitas communiter mensurans a & b, reperta vt docet secũda huius: quæ mẽsuret a secundũ numerum d, & b secundum numerũ e. eritq; a ad c vt d ad vnitatem: eo q̃ sicut a est multiplex c, ita d est multiplex vnitatis. ac c ad b, vt vnitas ad e: quoniam sicut c est submultiplex b, ita vnitas est submultiplex e. igitur per æquã proportionalitatem a ad b: vt d ad e. quod est propositum.

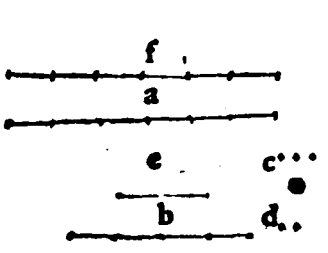
Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

¶ Commensurabiles magnitudines: adinuicem rationẽ habent quam numerus ad numerum. 5



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint commensurabiles magnitudines a,b. Dico q̃ a ad b rationem habet: quam numerus ad numerum. Quoniam enim cõmẽsurabiles sunt a,b: metietur eas aliqua magnitudo. metiatur & esto c. Et quoties c ipsam a metitur/ tot vnitates sint in d: quoties autẽ c ipsum b metitur/ tot vnitates sint in e. Quoniam igitur c ipsum a metitur per eas quæ in d sunt vnitates/ & vnitas metitur ipsum d per eas quæ in ipso sunt vnitates: æque igitur vnitas ipsum d metitur numerum/ & c magnitudo ipsam a. est igitur sicut c ad a: sic est vnitas ad d. cõtra/ igitur p correl. 4 qnti sicut a ad c: sic d ad vnitatem. Rursus quoniã c ipsam b metitur per eas quæ in e sunt vnitates/ metitur autem & vnitas ipsum e per eas quæ in eo sunt vnitates: æque igitur vnitas ipsum e metitur/ & c ipsum b. Est igitur per idẽ sicut c ad b: sic est vnitas ad e. Patuit autem q̃ & sicut a ad c: sic d ad vnitatẽ. ex æquali igitur per 22 quinti/ est sicut a ad b: sic est d numerus ad e numerum. Commensurabiles igitur magnitudines a,b, adinuicem rationem habẽt: quam numerus d ad numerum e. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.



SI fuerint duæ quantitates quarum sit proportio vnius ad alteram tanq̃ numeri ad numerum: eas duas communicantes esse necesse est. 6

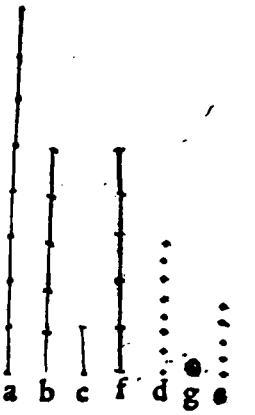
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc est conuersa prioris. Vt si sit a ad b sicut numerus c ad numerũ dierunt duæ quãtitates a & b cõmunicantes. Sit enim e toties mensurans b: quoties est vnitas in d. & toties mensurans f: quoties vnitas in c. Cum sit igitur f ad e vt c ad vnitatem/ ac e ad b vt vnitas ad d: erit per æquam proportionalitatem f ad b vt c ad d. quare etiam vt a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti/ f est æqualis a. Cũ itaq; e mensuret f: per conceptionem mensurabit a. igitur a & b communicãtes. mensurabat enim & b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

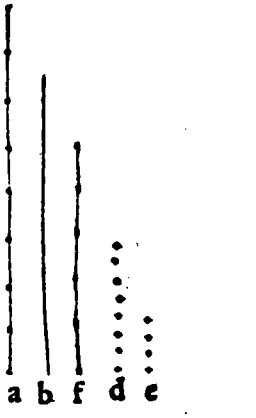
¶ Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quã 6

numerus ad numerum: commenſurabiles erunt ipſę magnitudines.

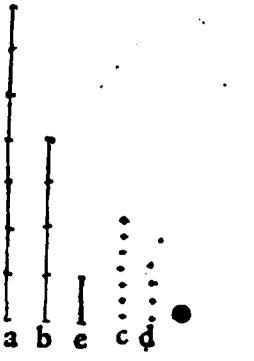
¶THEON ex Zamberto. ¶Binę inquã magnitudines a,b, adinuicem rationem habeant: quam numerus d ad numerum e. Dico q̃ cõmenſurabiles ſunt ipſæ a,b, magnitudines. Quot enim ſunt in ipſa d vnitates: in tot æquales diuidatur per 9 ſexti ipſa a,& vni earũ æqualis eſto c. Quot autem vnitates ſunt in e: ex totidem magnitudinibus ipſi c æqualibus componatur f. Quoniã igitur quot ſunt vnitates in ipſa d, tot magnitudines ſunt & in ipſa a æquales ipſi c: qualis igitur pars eſt g vnitas ipſius d, talis pars eſt & c ipſi 9 a. eſt igitur ſicut c ad a: ſic g vnitas ad ipſum d. Metitur autem g vnitas ipſum d numerũ. metitur igitur & c ipſum a. Et quoniam eſt ſicut c ad a ſic eſt g vnitas ad numerum d: & contra per correlariũ 4 quinti/ ſicut eſt a ad c, ſic eſt d numerus ad g vnitatẽ. Rurſus quoniam quot vnitates ſunt in e, tot ſunt & in ipſa f æquales magnitudines ipſi c: eſt igitur ſicut c ad f, ſic g vnitas ad e numerũ. Patuit autem & ſicut a ad c: ſic eſt d ad vnitatem g. Ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut a ad f: ſic eſt d ad e. Sed ſicut d ad e ſic eſt a ad b. Igitur per 11 quinti/ & ſicut a ad b: ſic eſt & a ad f. Igitur a: ad vtrãq; ipſarũ b, f, eandẽ habet rationem. æqualis per 9 quinti/ igitur eſt b ipſi f. metitur autem & c ipſum f. metitur igitur & b. ſed & etiam a. Igitur c ipſas a,b, metitur. Cõmenſurabilis igitur eſt a ipſi b. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum: commenſurabiles erũt ipſæ magnitudines. quod erat oſtendendum.



¶COROLLARIVM. ¶Ex hoc proinde manifeſtum eſt/ ſi fuerint bini numeri d,e, & recta linea ſicut a: q̃ datur & factu eſt poſſibile ſicut numerus ad numerum ſic recta linea ad rectam lineam. Si autem vt ipſarum a, f, media proportionalis ſumpta fuerit/ ſicut b: erit ſicut a ad f, ſic quod ex ipſa a: ad id quod ex ipſa b. hoc eſt ſicut prima a ad tertiam f: ſic quod a prima ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptũ/ per correlariũ 19 ſexti. Sed ſicut a ad f: ſic eſt d numerus ad e numerum. fit igitur ſicut d numerus ad e numerum: ſic quod ex a recta linea ad id quod ex b recta linea.

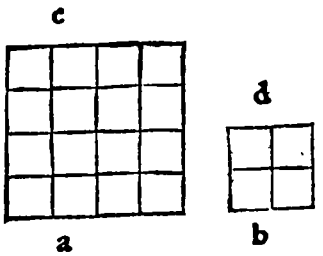


¶ALITER idem oſtendere. ¶Binæ inquã magnitudines a,b, adinuicem rationem habeant: quam numerus c ad numerum d, dico q̃ ipſę magnitudines ſunt commenſurabiles. Quot enim ſunt in ipſo c vnitates/ in tot æqualia diuidatur a: & vni earum æqualis eſto e. Eſt igitur ſicut vnitas ad c numerum: ſic eſt e ad a. eſt autẽ & ſicut c ad d: ſic a ad b. ex æquali igitur per 22 quinti/ eſt ſicut vnitas ad ipſum d numerum: ſic eſt e ad b. metitur autem vnitas ipſum d. metitur igitur & e ipſum b. metitur aũt & a: quoniam vnitas ipſum c. Igitur e vtramq; ipſarum a,b, metitur. Ipſæ igitur a,b, commenſurabiles ſunt: & e ipſarum communis eſt dimenſio.

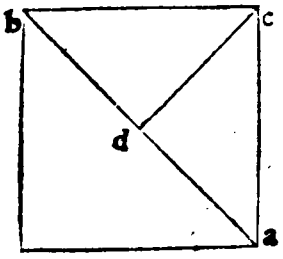


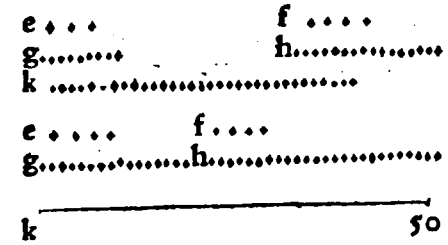
Euclí. ex Camp. Propoſitio 6.

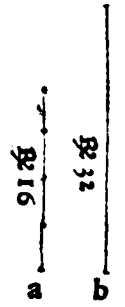
6  Mnium duarum ſuperficierum quadratarũ quarum latera in longitudine communicant/ eſt proportio vnius ad alteram: tanq̃ numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Si vero fuerit proportio ſuperficiei quadratę ad ſuperficiẽ quadratã tãq̃ proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine communicantia. Q̃ ſi fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiem quadratam/ non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incommenſurabília.











¶CAMPANVS. ¶Sint a & b, duæ lineæ quadratæ: quarum quadratæ sint c & d. Dico ꝙ ſi a & b communicant in longitudine: erit proportio c ad d, ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum. & ecõuerſo. Si autem proportio c ad d non ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: a & b erunt incommenſurabiles in longitudine. & econuerſo. Veruntamẽ iſtud argumentum quartũ non proponit. Primũ patet ſic. Si a & b communicant in longitudine: ipſæ per 5 erũt in proportione duorum numerorum qui ſint e & f, quorum quadrati ſint g & h. Quia ergo eſt c ad d ſicut a ad b proportio duplicata per 18 ſexti: ſequitur vt ſit etiam c ad d ſicut e ad f duplicata. ſed etiam eſt per 11 octaui / g ad h vt e ad f. duplicata. ergo c ad d: ſicut g ad h. quod eſt primum. ¶Secundũ ſic. Sit c ad d: ſicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum. dico ꝙ a & b erunt in longitudine communicantes. Cum enim ſit c ad d vt a ad b duplicata per 18 ſexti / & g ad h per 11 octaui vt e ad f duplicata / quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f: per 6 igitur ſunt a & b communicãtes. quod eſt ſecundum. Tertium vero patet ex primo: a deſtructione conſequentis. Similiter quartum patet ex ſecundo: a deſtructione conſequentis.

¶CAMPANI annotatio. ¶Ex tertia parte huius: nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtę / dupla vero proportio non ſit ſicut numerorum quadratorum: ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtę in longitudine. Alioqui cũ quaternarius ſit numerus quadratus: eſſent omnes pariter pares / quadrati / et etiã alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens / ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ: ꝙ impar numerus erit æqualis pari. quod ſic patet. Sit enim diameter a b commenſurabilis lateri a c. eritꝙ per 5 a b ad a c: ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f: qui ſint minimi in ſua proportione. eritꝙ ob hoc: alter eorum impar. Si enim vterꝙ par: non erunt minimi. quadrati quoꝙ eorum ſint g & h. ſi ergo e eſt impar: erit quoꝙ ex 30 noni g impar. ſit itaꝙ k duplus ad h. eritꝙ k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c vt e ad f: erit per 8 ſexti / & 11 octaui quadratum a b ad quadratum a c vt g ad h. eſt itaꝙ g duplus ad h. ſic enim eſt quadratum a b ad quadratum a c per penultimam primi. Et quia etiam k eſt duplus ad h: ſequitur per 9 quinti vt g numerus impar ſit æqualis k numero pari. Quod ſi e ſit par / & f impar: erit proportio f ad dimidiũ e quod ſit l, ſicut a c ad dimidium a b, quod ſit a d. & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d: ſicut proportio numeri h qui eſt impar per 30 noni ad quadratum numeri l qui ſit m. cui k ponatur eſſe duplus: eritꝙ k per diffinitionem / par. At quia quadratum a c eſt duplum ad quadratum a d per penultimam primi: erit h duplus ad m. cumꝙ k. ſit etiam duplus ad m: erit per 9 quinti / numerus impar b æqualis k numero pari. quod eſt propoſitum.

¶Sequentia duo ex Zamberto Theoremata / in Cãpano nihil reſpondens habent.

Eucli. ex Zamb. Theo. 5. Propo. 7. Conuerſa quintę.

¶Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent: quam numerus ad numerum. 7

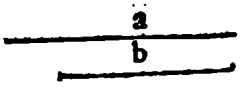
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint incommenſurabiles magnitudines: a, b. Dico ꝙ a ad b, rationem non habet: quam numerus ad numerum. Si enim habet a ad b eam rationem q̃ numerus ad numerum: commenſurabilis erit a ipſi b per 6 decimi. Non eſt autem. igitur a ad b rationem non habet: quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem: quam numerus ad numerum. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Zamb. Theo. 6. Propo. 8. Conuerſa ſextæ.

¶Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habue- 8

rint quã numerus ad numerum incõmenſurabiles erunt ipſę magnitudines.

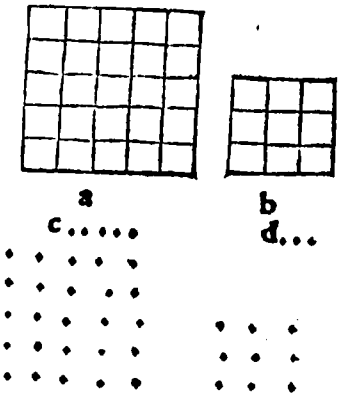
¶THEON ex Zamb. ¶Binæ inq̃ magnitudines a,b, adinuicẽ nõ eam habeãt rationem: quam numerus ad numerum. Dico q̃ ipſæ a,b: magnitudines ſunt incommenſurabiles. Si enim cõmenſurabilis eſt a ipſi b: rationem habebit quam numerus ad numerũ per 5 decimi. non habet autẽ. Incõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ a, b, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.



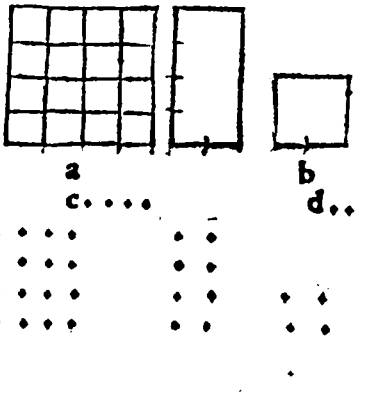
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 ¶A longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Et quadrata adinuicem rationem habẽtia quam quadratus numerus ad quadratum numerũ: latera quoq̃ habebunt longitudine commenſurabilia. A longitudine vero incommẽſurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem nõ habẽt quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ nõ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ: neq̃ latera habebunt longitudine commenſurabilia.

1 ¶THEON ex Zamb. ¶Sint enim a,b: longitudine cõmenſurabiles. Dico q̃ quadratũ quod ex a ad id quod ex b quadratũ rationem habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quoniã enim cõmenſurabilis eſt a ipſi b longitudine: igitur a ad b rationẽ habet quã numerus ad numerũ per 5 decimi. habeat inquã quã c ad d. Quoniã igitur eſt ſicut a ad b ſic eſt c nũerus ad d numerũ: ſed ipſius quidẽ a ad b rationis dupla eſt ipſius a quadrati ad ipſus b quadratũ ratio (ſimiles nãq̃ figuræ p 19 ſexti & per correlariũ primũ 20 ſexti: in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterũ) ipſius autẽ c numeri ad d numerũ rationis dupla eſt ratio ipſius c quadrati ad ipſius d quadratũ (Binorũ enim quadratorũ numerorũ per 11 octaui vnus medius proportionalis eſt numerus: & quadratus ad quadratũ duplam rationẽ habet quã latus ad latus): eſt igitur ſicut quadratũ quod ex a ad quadratũ quod ex b, ſic qui ex c numero quadratus numerus ad eum qui ex d numero quadratum numerum.

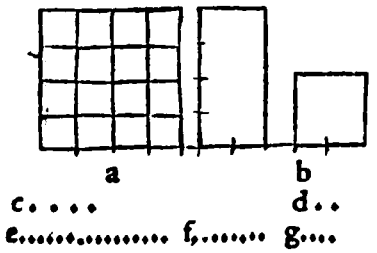


¶ALITER idem demonſtrare. Quoniam enim cõmenſurabilis eſt a ipſi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. habeat autem quã c ad d. et c ſeipſum multiplicans: efficiat e: ipſum autem d multiplicans: efficiat ipſum f. at d ſeipſum multiplicans: efficiat ipſum g. Quoniam igitur c ſe ipſum multiplicãs ipſum efficit e, at multiplicans ipſũ d fecit ipſum f: eſt igitur per 17 ſeptimi ſicut c ad d hoc eſt ſicut a ad b, ſic eſt e ad f. Sed ſicut a ad b: ſic id quod fit ex a ad id quod fit ſub a,b, per 1 ſexti. Eſt igitur ſicut quod ex a ad id quod fit ſub a,b: ſic e ad f. Rurſus quoniã c ipſum d multiplicãs ipſum efficit f, d autẽ ſeipſum multiplicãs ipſum efficit g: eſt igitur per 17 ſeptimi ſicut c ad d hoc eſt a ad b, ſic eſt f ad g. Sed ſicut a ad b: ſic eſt quod fit ſub a,b, ad id quod fit ex b. eſt igitur ſicut quod fit ſub a,b, ad id quod fit ex b: ſic eſt f ad g. Sed ſicut quod fit ex a ad id quod fit ſub a,b: ſic e ad f. ex æquali igitur per 22 quinti ſicut quod ex a ad id quod ex b. ſic eſt e ad g. eſt autẽ vterq̃ ipſorum e, g: quadratus. e quidẽ ab ipſo c: at g, eſt ab ipſo d. Quod igitur ex a ad id quod ex b: eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. quod oportebat demonſtrare.



2 ¶Sed iã eſto ſicut quadratus qui ex a ad eũ qui ex b: ſic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum. Dico q̃ a ipſi b commenſurabilis eſt longitudine. Quoniam enim eſt ſicut quadratus qui ex a ad eũ quadratum qui ex b ſic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum / ſed ipſius quidem quadrati qui ex a ad eum qui ex b dupla ratio eſt q̃ ea q̃ eſt ipſius a ad b, quadrati autẽ qui ex c numero ad eum qui ex d numero quadratum per vndecimam octaui ratio

dupla eſt ea ratione quę eſt ipſius c numeri ad ipſum d numerum: eſt igitur ſicut a ad b, ſic eſt c numerus ad d numerum. Igitur a ad b eam habet rationē quam c numerus ad d numerum. Commenſurabilis eſt igitur per ſextam decimi/a: ipſi b longitudine.



¶ALITER idem demonſtrare. ¶Sed habeat iā quod ex a ad id quod ex b: eam rationem quam quadratus numerus e ad quadratum numerum g. Dico quod commenſurabilis eſt a ipſi b. Sit inquam ipſius e, latus c: ipſius autem g, ſit d. & c ipſum d multiplicans: ipſum efficiat f. Ipſi igitur e, f, g, continue ſunt proportionales: in ea quę eſt ipſius c ad d ratione/ per decimamſeptimā & decimamoctauam ſeptimi. Et quoniam eorū quę ex a, & b, hoc eſt ipſorū e, g, medium proportionale eſt id quod ſub a, b, per decimāſeptimam ſexti hoc eſt ipſum f: eſt igitur ſicut quod ex a ad id quod ſub a, b, ſic e ad f, ſicut autem quod ſub a, b, ad id quod ex b: ſic f ad g. Sed ſicut quod ex a ad id quod ſub a, b: ſic eſt a ad b. Igitur a & b: commenſurabiles ſunt. rationem etenim habent: quam numerus e ad numerum f. hoc eſt c ad d. Quod oportebat demonſtrare.

¶Sed iam incommenſurabilis eſto a ipſi b longitudine. Dico q̄ quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b eam nō habet rationem: quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratus qui ex a ad eū quadratum qui ex b, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerū quadratum: commenſurabilis erit a ipſi b. non eſt autem. Igitur quadratus qui ex a ad eum quadratum qui ex b, per præcedentem/ eam nō habet rationem: quā quadratus numerus ad quadratum numerum. 3

a ℞ 18. b ℞ 9
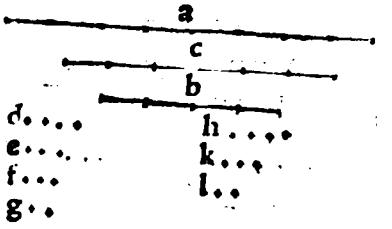
¶Rurſus quadratum quod ex a ad id quadratum quod ex b rationem non habeat: quam numerus quadratus ad numerum quadratum. Dico q̄ incommenſurabilis eſt a: ipſi b longitudine. Si autē fuerit commenſurabilis a ipſi b: quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum: non habet autem. Igitur commēſurabilis non eſt a ipſi b longitudine. Incommenſurabilis igitur eſt a: ipſi b longitudine. A longitudine commenſurabilibus igitur quadrata: & quæ ſequūtur reliqua. quod demonſtraſſe oportuit. 4

¶CORRELARIVM. ¶Et manifeſtū eſt ex his/ q̄ longitudine commenſurabiles rectę lineę: omnino ſunt potentia. quæ autem potentia: non omnino longitudine. longitudine vero incommenſurabiles: non omnino potentia. quæ autem potentia: omnino & longitudine. ¶Quoniam enim ex longitudine commenſurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerū/ at quę rationem habent quam numerus ad numerum commenſurabilia ſunt per 6 decimi: longitudine igitur commenſurabiles rectæ lineæ/ non ſolum longitudine ſunt commenſurabiles ſed & potētia. Rurſus quoniā quæcunq; quadrata rationem habent quā numerus ad numerum cō menſurabilia ſunt per 6 decimi/ at quatenus rationem habēt quā quadratus numerus ad numerū quadratum eorum latera lōgitudine cōmēſurabilia ſunt: quæcunq; igitur quadrata rationem habentia non quidem quā quadratus numerus ad quadratū numerū ſed ſimpliciter quā aliquis numerus ad numerū/ commenſurabilia potentia quidē habent latera non autem & lōgitudine. Quare longitudine quidē cōmenſurabiles rectę lineæ: omnino & potentia. q̄ autē potentia: non omnino lōgitudine/ niſi rationem habuerint eorū quadrata quā quadratus numerus ad quadratū numerū. ¶Dico iam q̄ & quę longitudine incōmenſurabiles: non omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commēſurabilia: poſſunt rationē habere nō quidē quā quadratus ad quadratū/ ſed ſimpliciter quā aliqs nūerus ad numerū. & ob id potētia cōmēſurabilia latera habebūt: & lōgitudine incōmenſurabilia. Quare quę lōgitudine incōmēſurabiles rectæ lineæ: nō omnino & potētia. Sed lōgitudie exiſtētes incōmēſurabiles poſſūt & potētia eſſe incōmēſurabiles: ſi eorū quadrata ſūt icōmēſurabilia.

Quæ autem potentia incommenſurabiles: omnino & lõgitudine incõmenſurabiles. Si enim longitudine cõmenſurabiles fuerint: erũt quoq; & potentia cõmẽſurabiles. Supponũtur autẽ & incõmenſurabiles: quod eſt abſurdũ. Quę igitur potentia incommenſurabiles: omnino & longitudine.

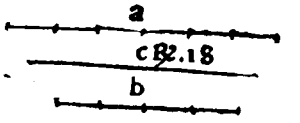
Eucli. ex Camp. Propoſitio. 8.

8 SI fuerint duæ quantitates vni quantitati communicantes: ipſas quoq; inuicem commenſurabiles eſſe neceſſe eſt. Zamb. 12



¶CAMPANVS. ¶Sit vtraq; duarum quantitatum a & b: communicãs quantitati c. dico a & b eſſe cõmenſurabiles. Eſt enim per 5/a ad c: ſicut numerus ad numerum. ſimiliter quoq; per eandem/c ad b: ſicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus d ad numerum e, ſicut a ad c: numeruſq; f ad numerum g, ſicut c ad b. At proportiones quæ ſunt d ad e & f ad g: continentur in tribus terminis qui ſunt h, k, l, vt docet 4. octaui. eritq; per æquam proportionalitatẽ/a ad b: ſicut h numerus ad l numerum. per 6 igitur ſunt a & b: communicantes. quod eſt propoſitum.

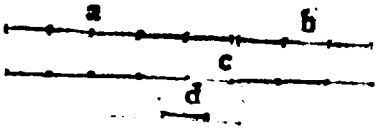
¶CAMPANI additio. ¶Ex hac quoq; ſequitur/q; ſi fuerint duæ quantitates ſibi inuicem communicãtes: cuicũq; vna earum communicat/& reliqua. & cui cũq; vna non communicat: nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ ſit c, cũ qua communicet a. dico q; b communicabit cum eadem. quod ex hac octaua patet: cum vtrumq; earum communicet cum a, ex hypotheſi. ¶Qz ſi iterum a & b ſint communicantes vt prius: ponatur c quælibet quantitas cum qua nõ communicet a. dico q; b non communicabit cũ eadem. Si enim c communicaret cũ b: quum a quoq; per hypotheſin cõmunicet cũ eodem b, eſſent per hanc octauam a & c communicantes. ſed poſitum erat/q; non eſſent. Quare conſtat quod diximus. Zamb. 13



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI fuerint duæ quantitates communicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earum erit communicans. Si vero fuerit totum vtriq; commenſurabile: erunt ambę cõmenſurabiles. Zamb. 15

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quãtitates a & b cõmenſurabiles. dico totum ex eis compoſitum quod ſit c: vtriq; earum eſſe commenſurabile. & ecõuerſo. Adhuc quoq; ſit totum ex eis compoſitum vni earum communicet: dico q; cõmunicabit alteri/& ipſæ ſimiliter inter ſe etiã cõmunicabunt. Idem quoq; in contrario. ſi enim a & b ſint incommunicantes: dico q; c vtriq; earum erit incommunicans. & econuerſo/ſi c alteri earum ſit incommunicans: erit quoq; incõmunicans & alteri/& ipſæ etiam inter ſe. Sint itaq; primum a & b communicantes: ſitq; earum communis menſura d. quę cum vtramq; earũ numeret: per conceptionem ſimilem antepenultimæ ſeptimi/numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit vtriq; earum ſcilicet a & b. Econuerſo quoq; ſi c cõmunicet vtriq; earum: ſit omnium communis menſura d, conſtat itaq; per diffinitionem/a & b communicantes eſſe. Sed communicet c cum altera earũ quæ ſit a. dico q; communicabit cum b: & a etiam & b cõmunicabũt adinuicem. ſit enim d communiter menſurans c & a. Quia igitur d menſurat totum & detractum: per cõceptionem ipſa menſurabit reſiduum videlicet b. per diffinitionem ergo/& c communicat cũ b: & a communicat quoq; cũ b.

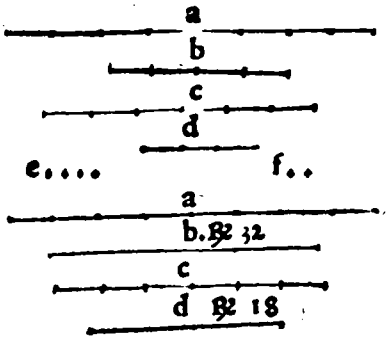


¶CAMPANI additio. ¶Si autem a & b ſint incommunicantes: erit c incommunicans vtriq; earũ. Si enim cũ vtraq; ſeu etiam cum altera earũ communicaret: & ipſæ cõmunicarent adinuicem. quod eſt cõtra hypotheſin. Similiter quoq; econuerſo ſic eſt incommunicans vtriq; earum ſeu etiam alteri earũ: erit quoq; incommunicans reliquæ/& ipſæ inter ſe. quod palam eſt ex prædemonſtratis: a deſtructione conſequentis. Zamb. 16.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

Zamb.11. OMnium quatuor quãtitatũ proportionalium ſi fuerit prima cõmunicãs ſecundę: tertia quoq; erit communicans quartæ. Si vero prima incõmẽſurabilis fuerit ſecũdæ: tertia quoq; incõmenſurabilis erit quartæ. 10

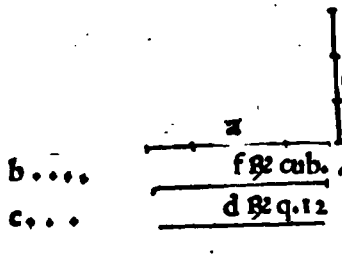
CAMPANVS. Sint quatuor quãtitates proportionales: a, b, c, d. dico q; ſi a cõmunicat cũ b: c quoq; cõmunicabit cũ d. q; ſi a eſt incommẽſurabilis b: c quoq; erit incõmẽſurabilis d. Et ſi a cõmunicat cũ b in potentia tãtũ: c quoq; cõmunicabit cũ d in potentia tantũ. verũtamen illud non proponit author quia facile patet ex demõſtratione priorũ. Si enim a cõmunicat cũ b: erit per 5 a ad b ſicut numerus ad numerũ. ſit ergo ſicut e ad f. At quia eſt per hypotheſin a ad b ſicut c ad d: erit c ad d, ſicut numerus e ad numerũ f. per 6 igit̃ eſt c cõmunicãs cũ d. quod eſt primũ. Secũdũ patet ex primo: a deſtructiõe conſequẽtis. Si enim a eſt incõmenſurabilis b: oportet c eſſe incõmenſurabilẽ d. nã ſi eſſet ei commẽſurabilis: cũ ſit vt c ad d ſic a ad b per hypotheſin / eſſet per primã partẽ a cõmunicãs cũ b. ſed nõ erat. Quare conſtat totũ quod ꝓpõnit authon. Quod autẽ adiũximus / videlicet q; ſi a cõmunicat cũ b in potẽtia tantũ / c communicat cũ d in potẽtia tãtũ: ſic patet. Cũ enim a nõ cõmunicet cũ b in longitudine: nec c quoq; ex parte ſecũde huius / cõmunicabit cũ d in longitudine. At vero cũ quadratũ a communicet cũ quadrato b ex hypotheſi: erit ꝙ 5 / quadratũ lineæ a ad quadratũ lineæ b, ſicut numerus ad numerũ qui ſint e & f. Et quia quadratũ c ad quadratũ d ſicut quadratũ a ad quadratũ b: erit etiã quadratũ c ad quadratũ d, ſicut nũerus e ad numerũ f. per 6 igit̃ / c & d: communicant in potẽtia. & quia nõ cõmunicãt in longitudine: conſtat propoſitum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 11.

Zamb.14. PRoposita qualibet recta linea: duas ei incõmẽſurabiles alteram in longitudine tantũ / alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire. 11

CAMPANVS. Sit linea a propoſita. volo duas lineas repire: quarũ vna cõmunicet cũ a in potẽtia tãtũ / altera vero ſit incõmẽſurabilis ei in lõgitudine & i potẽtia. Sumo itaq; duos nũeros nequaq̃ ſe habẽtes in ꝓportiõe aliquorũ nũerorũ quadratorũ: ſintq; hi b & c. quos facile eſt ſumere: cũ quilibet quadratꝰ nũerꝰ ad quẽlibet nõ quadratũ eã habeat proportionẽ quã nequaq̃ habẽt alii qui nũeri quadrati / cõfirmãte hęc 22 octaui. Duobꝰ talibus nũeris ſũptis / inuenio lineã d: ad cuius quadratũ ſe habeat quadratũ lineæ a, ſicut numerus b ad numerũ c. Hãc autẽ lineã ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot ſũt vnitates in nũero b: quod facile facio adiuuãte 11 vel 12 ſexti. dehinc ſup extremitatẽ lineę a, erigo lineã e ꝓpẽdiculariter: i qua toties cõtineat vna ex partibꝰ a, quoties vnitas eſt in c. Quia igit̃ ex prima ſexti ꝓportio quadrati lineæ a ad ſupficiem q̃ fit ex a i e eſt ſicut a ad e, & ideo ſicut nũeri b ad nũerũ c: ponat̃ d medio loco ꝓportionalis iter a & e ſicut docet 9 ſexti. Quia tũc ꝑ primã partẽ 6 eiuſdẽ quadratũ d erit ęquale ſupficiei ꝓductæ ex a in e: erit proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineę d ſicut nũeri b ad nũerũ c. quare a & d: ſũt commẽſurabiles in potẽtia / ex diffinitione. & per vltimã partẽ: ipſe ſũt icommẽſurabiles in lõgitudine. repta eſt itaq; d prima linea: quã propoſitũ erat inquirere. Alterã ſic reperio. Interponovt docet 9 ſexti: lineã f medio loco proportionalẽ iter a & d, eritq; ꝑ correlariũ 17 ſexti quadratũ a ad quadratũ f: ſicut a ad d. itaq; ꝑ ſecũdã partẽ 10: quadratũ a eſt icommẽſurabile quadrato f. igit̃ linea f eſt incommẽſurabilis lineæ a in potẽtia. quare & in longitudine. eſt itaq; f ſecũda linea quam propoſitũ erat reperire. Et ſic patet propoſitũ.

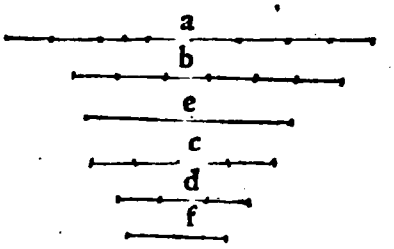


Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

Zamb.17 OMnium quatuor linearum proportionalium ſi prima tanto amplius poſſit ſecunda quantum eſt quadratum alicuius lineæ comunicantis ſibi in longitudine: neceſſe eſt tertiãquoq; tãto amplius poſſe quarta / quan- 11

tum eſt qudratum alicuius lineę comunicantis ſibi in longitudine. Q; ſi fuerit prima potentior ſecunda quadrato alicuius lineę incommenſurabilis ſibi in lōgitudine: erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineę ſibi incommenſurabilis in longitudine.

¶CAMPANVS. ¶Sit quatuor lineę proportiōales a,b,c,d: ſitq; a maior b,& c maior d. ſit quoq; a potentior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f. dico q; ſi a cōmunicet e in longitudine: c quoq; cōmunicabit f in lōgitudine. q; ſi a nō cōmunicat e in lōgitudine: nec c cōmunicabit f in lōgitudine. Q; & ſi a cōmunicat e in potētia tātū: c quoq; cōmunicabit f in potētia tātū. Verūtamē iſtud vltimū nō ꝓponit author: qa facile patet ex priorū demōſtratiōe. Cū ſit em̄ proportio a ad b ſicut c ad d: erit quadrati a ad quadratum b, ſicut quadrati c ad quadratū d. Et quia quadratum a eſt quale quadratis duarum linearum b & e, ſimiliter quadratum c quadratis duarum linearum d & f: erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, ſicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo diſiiunctim erit quadratum b ad quadratum e: ſicut quadratum d ad quadratum f. ergo b ad e ſicut d ad f. item per ęquā proportionalitatem erit a ad e: ſicut c ad f. ergo per primam partem decimę cōſtat prima pars huius: & per ſecundam ſecunda/& per tertiam ibi adiunctam: tertia hic adiuncta.



¶Quinq; præcedentes propoſitiones ex Campano cū ſuis additionibus: ſequētibus ſeptem ex Zamberto cū ſibi præmiſſis lēmatibus hoc ordine reſpondēt. Octaua apud Campanum cum additione: duodecimę & decimętertiæ ex Zamberto propoſitionibus reſpōdet. Nona apud Campanū cum additione: decimæquintæ & decimęſextæ ex Zamberto propoſitionibus. Decima autem & vndecima apud Campanum: decimę & vndecimę ex Zamberto propoſitionibus præpoſtero reſpondēt ordine. Duodecima vero apud Campanum: decimæquartæ ex Zamberto propoſitioni reſpondet.

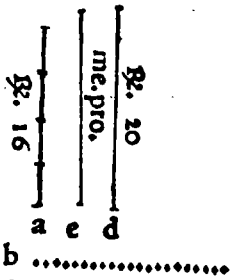
¶THEON. Lemma.

¶Quoniam autem oſtēſum eſt in arithmeticis ex 26 octaui q; ſimiles plani numeri adinuicem rationem habēt quam quadratus numerus ad quadratum numerum/& q; ſi bini numeri adinuicem rationē habuerint quā quadratus numerus ad quadratum numerum ſimiles ſūt ipſi plani numeri per 24. eiuſdem: manifeſtum ex his q; diſſimiles plani numeri hoc eſt latera proportionalia non habentes/adinuicem rationem non habent quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt: ſimiles ipſi plani erunt. quod quidem non ſupponitur. Diſſimiles igitur plani numeri adinuicem rationem non habent: quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 10.

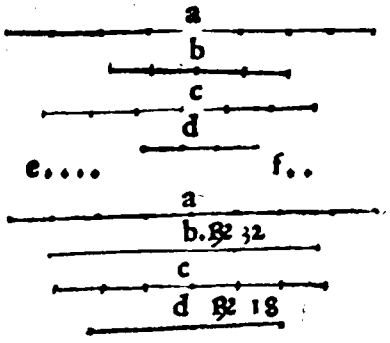
10 ¶Propoſitæ rectæ lineæ binas rectas incommenſurabiles inuenire lineas: alteram quidem longitudine tantum/ alterā autem & potentia.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit propoſita recta linea a. oportet iā ipſi a, binas rectas inuenire incōmēſurabiles: alterā quidē lōgitudine tātū/alterā autē & potētia. Ponātur bini numeri b,c, adiuicē rationē nō habētes quā quadratus numerus ad quadratū numerū: hoc eſt nō ſimiles plani (ſimilesnā q; plani per 26 octaui adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratū numerum) & fiat ſicut b ad c: ſic quod exa quadrato ad id qđ ex d quadratū. cōmēſurabile igit̄ eſt qđ ex a: ei qđ ex d. cōmēſurabilis igit̄ potētia eſt a ipſi d. & quoniā b ad c rationē nō habet quam



Zamb.11. OMnium quatuor quãtitatũ proportionalium ſi fuerit prima cõmunicãs ſecundę: tertia quoq; erit communicans quartæ. Si vero prima incõmẽſurabilis fuerit ſecũdæ: tertia quoq; incõmenſurabilis erit quartæ. 10

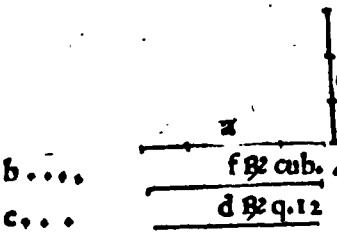
¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor quãtitates proportionales: a, b, c, d. dico q; ſi a cõmunicat cũ b: c quoq; cõmunicabit cũ d. q; ſi a eſt incommẽſurabilis b: c quoq; erit incõmẽſurabilis d. Et ſi a cõmunicat cũ b in potentia tãtũ: c quoq; cõmunicabit cũ d in potentia tantũ. verũtamen illud non proponit author quia facile patet ex demõſtratione priorũ. Si enim a cõmunicat cũ b: erit per 5 a ad b ſicut numerus ad numerũ. ſit ergo ſicut e ad f. At quia eſt per hypotheſin a ad b ſicut c ad d: erit c ad d, ſicut numerus e ad numerũ f. per 6 igit̃ eſt c cõmunicãs cũ d. quod eſt primũ. ¶Secũdũ patet ex primo: a deſtructiõe conſequẽtis. Si enim a eſt incõmenſurabilis b: oportet c eſſe incõmenſurabilẽ d. nã ſi eſſet ei commẽſurabilis: cũ ſit vt c ad d ſic a ad b per hypotheſin / eſſet per primã partẽ a cõmunicãs cũ b. ſed nõ erat. Quare conſtat totũ quod ꝓpõnit author. Quod autẽ adiũximus / videlicet q; ſi a cõmunicat cũ b in potẽtia tantũ / c communicat cũ d in potẽtia tãtũ: ſic patet. Cũ enim a nõ cõmunicet cũ b in longitudine: nec c quoq; ex parte ſecũda huius / cõmunicabit cũ d in longitudine. At vero cũ quadratũ a communicet cũ quadrato b ex hypotheſi: erit p 5 / quadratũ lineæ a ad quadratũ lineæ b, ſicut numerus ad numerũ qui ſint e & f. Et quia quadratũ c ad quadratũ d ſicut quadratũ a ad quadratũ b: erit etiã quadratũ c ad quadratũ d, ſicut nũerus e ad numerũ f. per 6 igit̃ / c & d: communicant in potẽtia. & quia nõ cõmunicãt in longitudine: conſtat propoſitum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 11.

Zamb.14. PRopoſita qualibet recta linea: duas ei incõmẽſurabiles alteram in longitudine tantũ / alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire. 11

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a propoſita. volo duas lineas repire: quarũ vna cõmunicet cũ a in potẽtia tãtũ / altera vero ſit incõmẽſurabilis ei in lõgitudine & i potẽtia. Sumo itaq; duos nũeros nequaq̃ ſe habẽtes in ꝓportiõe aliquorũ nũerorũ quadratorũ: ſintq; hi b & c. quos facile eſt ſumere: cũ quilibet quadratꝰ nũerꝰ ad quẽlibet nõ quadratũ eã habeat proportionẽ quã nequaq̃ habẽt alii qui nũeri quadrati / cõfirmãte hęc 22 octaui. Duobꝰ talibus nũeris ſũptis / inuenio lineã d: ad cuius quadratũ ſe habeat quadratũ lineæ a, ſicut numerus b ad numerũ c. Hãc autẽ lineã ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot ſũt vnitates in nũero b: quod facile facio adiuuãte 11 vel 12 ſexti. dehinc ſup extremitatẽ lineę a, erigo lineã e ꝓpẽdiculariter: i qua toties cõtineat vna ex partibꝰ a, quoties vnitas eſt in c. Quia igit̃ ex prima ſexti ꝓportio quadrati lineæ a ad ſupficiem q̃ fit ex a i e eſt ſicut a ad e, & ideo ſicut nũeri b ad nũerũ c: ponat̃ d medio loco ꝓportionalis iter a & e ſicut docet 9 ſexti. Quia tũc p primã partẽ 6 eiuſdẽ quadratũ d erit ęquale ſupficiei ꝓductæ ex a in e: erit proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineę d ſicut nũeri b ad nũerũ c. quare a & d: ſũt commẽſurabiles in potẽtia / ex diffinitione. & per vltimã partẽ: ip ſe ſũt icommẽſurabiles in lõgitudine. repta eſt itaq; d prima linea: quã propoſitũ erat inquirere. Alterã ſic reperio. Interponovt docet 9 ſexti: lineã f medio loco proportionalẽ iter a & d, eritq; p correlariũ 17 ſexti quadratũ a ad quadratũ f: ſicut a ad d. itaq; p ſecũdã partẽ 10: quadratũ a eſt icommẽſurabile quadrato f. igit̃ linea f eſt incommẽſurabilis lineæ a in potẽtia. quare & in longitudine, eſt itaq; f ſecũda linea quam propoſitũ erat reperire. Et ſic patet propoſitũ.

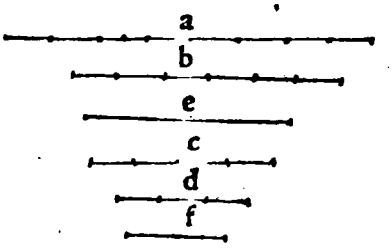


Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

Zamb.17 OMnium quatuor linearum proportionalium ſi prima tanto amplius poſſit ſecunda quantum eſt quadratum alicuius lineæ comunicantis ſibi in longitudine: neceſſe eſt tertiã quoq; tãto amplius poſſe quarta / quan- 12

tum eſt qudratum alicuius lineę comunicantis ſibi in longitudine. Q7 ſi fuerit prima potentior ſecunda quadrato alicuius lineę incommenſurabilis ſibi in lōgitudine: erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineę ſibi incommenſurabilis in longitudine.

¶CAMPANVS. ¶Sit quatuor lineę proportiōales a,b,c,d: ſitq; a maior b,& c maior d. ſit quoq; a potentior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f. dico q; ſi a cōmunicet e in longitudine: c quoq; cōmunicabit f in lōgitudine. q; ſi a nō cōmunicat e in lōgitudine: nec c cōmunicabit f in lōgitudine. Q7 & ſi a cōmunicat e in potētia tātū: c quoq; cōmunicabit f in potētia tātū. Verūtamē iſtud vltimū nō apponit author: qa facile patet ex priorū demōſtratiōe. Cū ſit em̄ proportio a ad b ſicut c ad d: erit quadrati a ad quadratum b, ſicut quadrati c ad quadratū d. Et quia quadratum a eſt quale quadratis duarum linearum b & e, ſimiliter quadratum c quadratis duarum linearum d & f: erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, ſicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo diſiiunctim erit quadratum b ad quadratum e: ſicut quadratum d ad quadratum f. ergo b ad e ſicut d ad f. item per equā proportionalitatem erit a ad e: ſicut c ad f. ergo per primam partem decimę cōſtat prima pars huius: & per ſecundam ſecunda/& per tertiam ibi adiunctam: tertia hic adiuncta.



¶Quinq; præcedentes propoſitiones ex Campano cū ſuis additionibus: ſequētibus ſeptem ex Zamberto cū ſibi præmiſſis lēmatibus hoc ordine reſpondēt. Octaua apud Campanum cum additione: duodecimę & decimętertiæ ex Zamberto propoſitionibus reſpōdet. Nona apud Campanū cum additione: decimæquintæ & decimęſextæ ex Zamberto propoſitionibus. Decima autem & vndecima apud Campanum: decimę & vndecimę ex Zamberto propoſitionibus præpoſtero reſpondēt ordine. Duodecima vero apud Campanum: decimæquartæ ex Zamberto propoſitioni reſpondet.

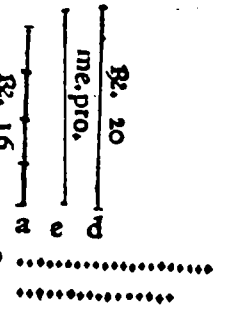
¶THEON. Lemma.

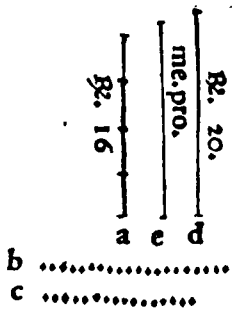
¶Quoniam autem oſtēſum eſt in arithmeticis ex 26 octaui q; ſimiles plani numeri adinuicem rationem habēt quam quadratus numerus ad quadratum numerum/& q; ſi bini numeri adinuicem rationē habuerint quā quadratus numerus ad quadratum numerum ſimiles ſūt ipſi plani numeri per 24 eiuſdem: manifeſtum ex his q; diſſimiles plani numeri hoc eſt latera proportionalia non habentes/adinuicem rationem non habent quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt: ſimiles ipſi plani erunt. quod quidem non ſupponitur. Diſſimiles igitur plani numeri adinuicem rationem non habent: quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 10.

10 ¶Propoſitæ rectæ lineæ binas rectas incommenſurabiles inuenire lineas: alteram quidem longitudine tantum/ alterā autem & potentia.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit propoſita recta linea a. oportet iā ipſi a, binas rectas inuenire incōmēſurabiles: alterā quidē lōgitudine tātū/alterā autē & potētia. Ponātur bini numeri b,c, adiuicē rationē nō habētes quā quadratus numerus ad quadratū numerū: hoc eſt nō ſimiles plani (ſimilesnā q; plani per 26 octaui adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratū numerum) & fiat ſicut b ad c: ſic quod exa quadrato ad id qđ ex d quadratū. cōmēſurabile igit eſt qđ ex a: ei qđ ex d. cōmēſurabilis igit potētia eſt a ipſi d. & quoniā b ad c rationē nō habet quam

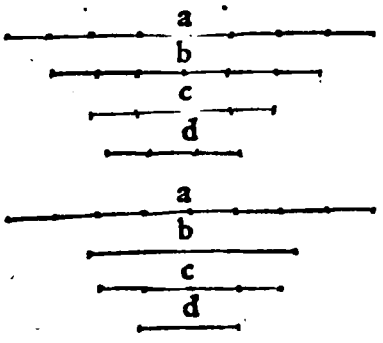




quadratus numerus ad quadratum numerum: neq; igitur quod ex a ad id quod ex d rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. incommēſurabilis igitur eſt per 9 decimi a ipſi d: lōgitudine. Capiatur per 13 ſexti/ipſarum a, d, media proportionalis e. eſt igitur ſicut a ad d: ſic quod ex a quadratum ad id quod ex e. Incommenſurabilis autem eſt a: ipſi d longitudine. incommēſurabile igitur eſt & id quod ex a quadratum: ei quod ex e quadrato. Incommenſurabilis igitur eſt a ipſi e: potētia. Propoſitæ igitur rectæ lineæ a, inuentæ ſunt binæ rectæ lineæ incommenſurabiles: longitudine inquam tantum ipſa d, at e potentia & longitudine. Propoſitæ igitur rectæ lineæ rationali/a qua diximus menſuras capi/ſicut eſt ipſi a: inuēta eſt tantū potentia cōmēſurabilis d, hoc eſt rationalis/potentia tantum commenſurabilis. irrationalis autem e. irrationales enim in vniuerſum appellat: longitudine & potentia ipſi rationali incommenſurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 11.

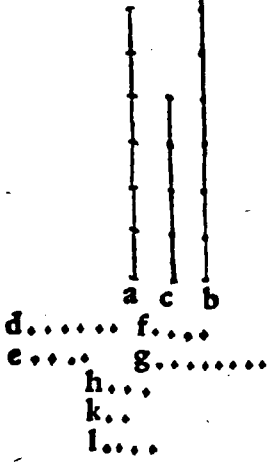
¶Si quatuor magnitudines proportionales fuerint/ prima autē ſecundæ fuerit commēſurabilis: & tertia quartæ commenſurabilis erit. & ſi prima ſecundæ incommēſurabilis fuerit: & tertia quartæ incommenſurabilis erit. 11



¶THEON ex Zāberto. ¶Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d, ſicut a ad b, ſic c ad d: ſit autem a ipſi b commenſurabilis. Dico q; & c ipſi d eſt commenſurabilis. Quoniam enim commenſurabilis eſt a ipſi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. Eſtq; ſicut a ad b: ſic c ad d. Igitur & c ad d eam habet rationem: quā numerus ad numerum. Commenſurabilis igitur eſt c ipſi d. ¶Sed iam a ipſi b incōmēſurabilis eſto. Dico q; & c ipſi d eſt incōmēſurabilis. Quoniā enī incōmenſurabilis eſt a ipſi b: igitur per 7 quinti/a ad b eam nō habet rationē quā numerus ad numerū. & eſt ſicut a ad b: ſic c ad d. Igitur per 8 decimi/c ad d eam nō habet rationem quam numerus ad numerum. Incommenſurabilis eſt igitur c ipſi d. Si quatuor igitur magnitudines: & quæ ſequuntur reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 12.

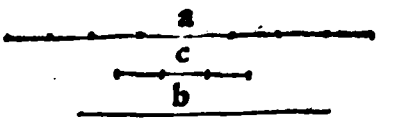
¶Quæ eidem magnitudini commenſurabiles: & adinuicem ſunt commenſurabiles. 12



¶THEON ex Zamberto. ¶Vtraq; enim ipſarū a, b: ipſi c ſit commenſurabilis. Dico q; & a ipſi b eſt commenſurabilis. Quoniam enim commenſurabilis eſt a ipſi c: igitur per 5 decimi/a ad c eam habet rationem quam numerus ad numerum. habeat quam d ad e. Rurſus quoniam commenſurabilis eſt c ipſi b: igitur per eādem c ad b eam habet rationem quam numerus ad numerū. habeat autem quam f ad g. Et rationibus datis quibuſcunq;/ea ſcilicet quam habet d ad e, & f ad g, capiantur per 4. octaui numeri continue proportionales in datis rationibus: ſintq; h, k, l, ſicut a ad e ſic h ad k, ſicutq; f ad g ſic k ad l. Quoniam igitur eſt ſicut a ad c ſic d ad e, ſed ſicut d ad e ſic h ad k: eſt igitur per 11 quinti ſicut a ad c ſic eſt h ad k. Rurſus quoniam eſt ſicut c ad b ſic f ad g, ſed ſicut f ad g ſic k ad l: & ſicut igitur c ad b ſic k ad l. eſt autem & ſicut a ad c ſic eſt h ad k. ex æquali igitur per 22 quinti/ eſt ſicut a ad b: ſic eſt h ad l. Igitur a ad b rationē habet: quā numerus h ad numerum l. Commēſurabilis eſt igitur p 6 decimi a ipſi b. Quæ eidem igitur magnitudini cōmēſurabiles: & adinuicē ſūt cōmēſurabiles. Quod oportuit demōſtraſſe.

¶THEON. ¶Lemma.

¶Si fuerint binæ magnitudines/& altera quidem commenſurabilis fuerit eidem/altera vero incommenſurabilis: incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.



¶Sint enim binę magnitudines a,b,& alia quidem c:& a ipſi quidem c eſto commẽſurabilis/at b ipſi c eſto incommenſurabilis. Dico q̃ & a: ipſi b eſt incommenſurabilis. Si enim commenſurabilis eſt a ipſi b, eſt quoq; & c ipſi a:& c igitur per 12 decimi/ipſi b eſt cõmenſurabilis. quod non ſupponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 13.

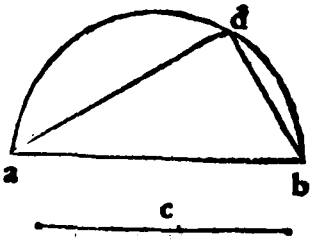
13 ¶Si binæ magnitudines commenſurabiles fuerint/ alteraq; earum magnitudini alicui incommenſurabilis fuerit:& reliqua eidem incommenſurabilis erit.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ magnitudines commẽſurabiles a,b: earumq; altera videlicet a, alicui hoc eſt c ſit incommẽſurabilis. Dico q̃ & reliqua b: ipſi c incõmenſurabilis eſt. Si enim cõmẽſurabilis eſt b ipſa c, iã a ipſi b cõmenſurabilis eſt: et a igit̃ p 12 decimi ipſi c cõmẽſurabilis eſt. quod eſt impoſſibile. Igitur b & c ſũt incõmẽſurabiles. Si binæ igitur magnitudines commenſurabiles fuerint:& quæ ſequũtur reliqua. quod erat oſtendendum.

¶THEON. ¶Lemma.

¶Duabus datis rectis lineis inæqualibus: inuenire cui maius poteſt maior minore.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ datæ inęquales rectę lineæ a b, c: quarum maior ſit a b. oportet iam inuenire cui maius/a b poſſit ipſa c. Deſcribatur ſuper a b, ſemicirculus a d b:& in ipſo per 1 quarti coaptetur ipſi c æqualis a d. connectaturq; d b. manifeſtum eſt iam q̃ angulus a d b rectus eſt:& q̃ a b ipſa a d hoc eſt ipſa c maius poteſt ipſi d b.

¶Similiter autem & duabus datis rectis lineis: potens ipſas ſic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ a d, d b: oporteatq; inuenire potentem ipſas. Ponatur enim/vt a d, d b, compræhendant rectum angulum: connectaturq; a b. Manifeſtum rurſus eſt per 47 primi: q̃ eſt ipſa a b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 14.

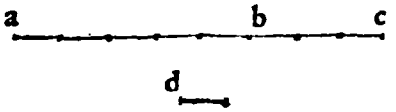
14 ¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint/ potueritq; prima ſecunda maius eo quod fit ab eidem longitudine cõmenſurabili:& tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commenſurabili. Et ſi prima ſecunda maius potuerit eo quod fit ab incommenſurabili eidem longitudine:& tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommenſurabili.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor rectæ lineę proportionales a, b, c, d: ſicut a ad b ſic c ad d.& a quidem ipſa b maius poſſit eo quod fit ex e.c vero ipſa d: eo qđ fit ex f. Dico q̃ ſi a ipſi e eſt cõmenſurabilis: cõmenſurabilis eſt quoq; c ipſi f. ſed ſi a ipſi e incõmenſurabilis eſt: incommenſurabilis eſt quoq; c ipſi f. Quoniam enim eſt ſicut a ad b, ſic eſt c ad d: eſt igitur ſicut id quod ex a ad id quod ex b, ſic eſt id quod ex c ad id quod ex d. Sed eiqdẽ quod fit ex a: æqua ſunt ea quæ fiũt ex e, b. ei autem quod fit ex c: æqua ſunt ea quæ fiunt ex d, f. Igitur per 9 quinti ſicut quę ex e, b, ad id quod ex b: ſic quæ ex d, f, ad id quod ex d. Manifeſtũ igitur eſt per 17 quinti/ q̃ ſicut quod ex e ad id quod ex b: ſic eſt id quod ex f ad id quod fit ex d. Eſt igitur & ſicut e ad b: ſic eſt f ad d. Cõuerſim igitur eſt per 22 ſexti:& correlariũ 4 quinti/ ſicut b ad e: ſic eſt d ad f. eſt autem & ſicut a ad b: ſic eſt c ad d. ex æquali igitur per 22 quinti/ eſt ſicut a ad e ſic eſt c ad f. Si igitur cõmenſurabilis eſt a ipſi e, cõmenſurabilis eſt quoq; per 11 decimi c ipſi f: ſi vero incõmenſurabilis eſt a ipſi e, incommenſurabilis eſt c ipſi f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales:& quæ ſequuntur reliqua, quod erat demonſtrandum.



Euclí.ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 15.

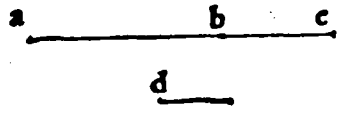
¶Si binæ magnitudines commenſurabiles/ compoſitæ fue- 15
rint:& tota vtriꝙ ipſarum commenſurabilis erit. Et ſi tota vni earum commenſurabilis fuerit: & quæ in principio magnitudines/commenſurabiles erunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Componãtur binæ magnitudines cõmenſurabiles a b,b c. Dico ꝙ tota a c vtriꝙ ipſarum a b,b c,commenſurabilis eſt. Quoniam enim cõmenſurabiles ſunt ipſæ a b,b c:ipſas aliqua magnitudo metietur per primam diffinitionem decimi.metiatur : & ſit d. Quoniam igitur d ipſas a b,b c,metitur : & totum a c metietur . metitur autem & ipſas a b,b c.igitur d: ipſas a b,b c,& a c metietur.Cõmenſurabilis igitur eſt per 12 decimi/a c:vtriꝙ ipſarum a b,b c. ¶Sed iã a c vni ipſarum a b,b c,ſit commenſurabilis:ſitꝙ ipſi a b. Dico ꝙ a b,b c, commenſurabiles ſunt. Quoniam enim cõmenſurabiles ſunt a b & a c: metietur eas per primam diffinitionem decimi/aliqua magnitudo.metiatur:& eſto d. Quoniam igitur d ipſas a c & a b metitur:& reliquã igitur metietur b c. metitur autem & a b.igitur d:ipſas a b,b c,metietur.Cõmenſurabiles igitur ſunt:a b & b c.Si binæ igitur magnitudines:& reliqua quæ ſequuntur.quod oportebat demonſtrare.

Euclí.ex Zamb. Theo.13.Propo.16.prçcedẽtis cõuerſa.

¶Si binæ magnitudines incommenſurabiles compoſitę fue- 16
rint:& tota vtriꝙ ipſarum incommenſurabilis erit. Et ſi tota vni ipſarum incommenſurabilis fuerit:& quæ in principio magnitudines/incommenſurabiles erunt



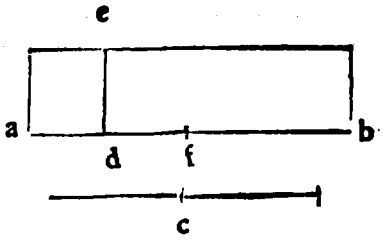
¶THEON ex Zamberto. ¶Componantur eni binæ magnitudines incõmenſurabiles:a b,b c.Dico ꝙ tota a c:vtriꝙ ipſarum a b,b c,incõmenſurabilis eſt.Si enim c a & a b incõmenſurabiles non ſunt : ipias aliqua metietur magnitudo per 1 diffinitionẽ decimi.metiatur ſi eſt poſſibile: ſitꝙ d. Quoniam igitur d ipſas c a & a b metitur:& reliquã b c metietur. metitur autem & a b.igitur d:ipſas a b & b c metietur.Commenſurabiles igitur per 1 diffinitionẽ decimi/ſunt ipſæ a b,b c.Supponũtur autem ꝙ & incõmẽſurabiles.qđ eſt ipoſſibile.Ipſas igitur a b & a c:aliqua magnitudo nõ metietur.Incõmenſurabiles ſũt ipſæ c a et a b.Similiter iã demõſtrabimus: ꝙ & ipſæ a c et c b incõmẽſurabiles ſũt. ¶Sed iam ipſa a c, vni ipſarum a b & b c incommenſurabilis eſto:& primum ipſi a b. Dico ꝙ & ipſæ a b,b c,incommenſurabiles ſunt.Si enim ſunt cõmenſurabiles:metietur eas aliqua magnitudo per eãdem.metiatur:ſitꝙ d. Quoniã igitur d ipſas a b & b c metitur:& totam igitur a c metietur.metitur autẽ & a b.Igitur d:ipſas c a & a b metitur.Commenſurabiles igitur ſunt ipſæ c a & a b.Suppoſitæ vero ſunt ꝙ & incõmenſurabiles.quod eſt impoſſibile.Ipſas igitur a b & b c:aliqua magnitudo non metietur.Incommẽſurabiles igitur ſunt ipſæ a b & b c. Similiter iam demonſtrabitur ꝙ ipſa a c reliquæ b c incommenſurabilis eſt.Si binæ igitur magnitudines : & quæ ſequuntur reliqua.quod erat oſtendendum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 13.

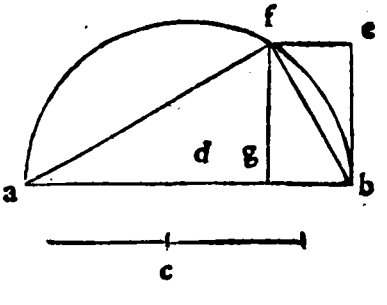
SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorẽ 13
in duo communicantia diuidat ſuperficies ſibi adiuncta ęqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ/cui adiunctę ſuperficiei deſit ad complẽdam totam lineam ſuperficies quadrata:neceſſe eſt ipſam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius poſſe / quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si vero longior fuerit potentior breuiori/augmẽ

to quadrati lineæ communicantis ſibi in lõgitudine/eiq; adiungatur ſuperficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ/cui deſit quadrata ſuperficies:ſuperficiem ſibi adiũctam/eandem lineam longiorem in duas portiones commẽſurabiles diuidere neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ inæquales a b & c: maior a b,& adiungatur ad lineam a b,quarta pars quadrati lineæ c:ita q; deſit ad complendam lineam a b,ſuperficies quadrata. hoc enim eſt poſſibile per 27 ſexti.Qđ facile fiet hoc modo.Diuidatur a b in duas lineas a d & d b. ita q; inter eas cadat medietas lineæ c,continue proportionalis. Hoc autem qualiter fiat: in fine demonſtrationis huius docebitur.Eritq; ex 16 ſexti/ſuperficies b d in d a quæ ſit b e:æqualis quadrato medietatis lineæ c.quare ex 4. ſecũdi erit eadẽ ſubquadrupla quadrati lineæ c.deeſt quoq; ad complendam lineam a b,ſuperficies quadrata:cum & a d ſit æqualis d e.Dico itaq; q; ſi ſuperficies b e diuidat lineam a b in duo cõmunicãtia:erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ ſecum communicantis in longitudine.& econuerſo.Cum enim ſit linea a b maior linea c:non erit a d æqualis d b.ſic enim:eſſet ſuperficies d e,quadrata. & quia ipſa eſt æqualis quadrato medietatis lineæ c: eſſet a d æqualis medietati c,& tota a b toti c.quod eſt contra hypotheſin.Non eſt igitur a d æqualis d b.Itaq; de maiori earum quæ ſit d b,abſcindatur d f æqualis a d.eritq; per 8 ſecundi quadratum totius a b:æquale ijs quæ ſunt ex d b in d a quater & quadrato f b.quare linea a b,erit potentior linea c in quadrato lineæ f b.quã neceſſe eſt cõmunicari toti a b:ſi linea a d eſt cõmunicans lineæ d b.ſi enim hoc fuerit:erit d b cõmunicans d f eius æquali. quare per 9/b f cõmunicat cum t d.& ideo toti a d.& propter hoc cum tota a f.igitur & cum tota a b.Si.q; patet primum.¶Conuerſum huius ſic patet.Sit a b potentior c in linea f b quæ cõmunicet cum eo in longitudine. Dico tũc q; quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b,ita q; deſit ſuperficies quadrata:diuidet lineam a b in duo cõmunicantia.Diuidatur enim f a per æqualia in d.& fiat ſuperficies b e ex d b in d a & deerit ad complendam lineam a b:ſuperficies quadrata.eritq; per 8 ſecundi:quadratum a b æquale quadruplo ſuperficiei b e cum quadrato f b.igitur quadruplum ſuperficiei b e eſt æquale quadrato c:cum ſuperficies d e ſit æqualis quartæ parti quadrati c.Dico igitur q; d b eſt cõmunicans cũ a d:cum ſit f b cõmunicans cũ a b.Si enim hoc fuerit vt q; a d ſit cõmunicans cum a b:erit etiam cõmunicans cum a f.per 9.quare & cum a d. ſed & cum d f.itaq; & d b eſt cõmunicans cum a d.quod eſt ſecundum.



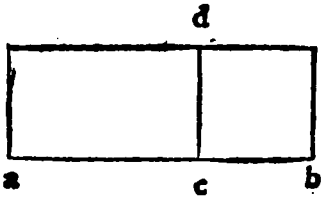
¶NVNC autẽ monſtrandũ eſt qualiter linea a b(cum ipſa poſita fuerit maior linea c) poſſit ſic diuidi vt inter partes eius cadat medietas lineæ c,continue proportionalis.Cum eni ſic fuerit diuiſa:ſuperficies quæ fiet ex vna in alterã/erit æqualis quadrato medietatis lineæ c.& ipſa erit ſuperficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c,adiũcta ad lineam a b:ita q; deſit ſuperficies quadrata.hoc enim ſic fiet.Diuiſa a b per æqualia in d:lineetur ſuper eam ſemicirculus a f b.& ſumatur b e perpendicularis ad a b:quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidiſtãs ad a b: vſq; quo ſecet circunferẽtiam ſemicirculi in puncto f.(neceſſe eſt eni vt ſecet eam:cum linea a b ſit maior linea c.)& ducatur f g perpendicularis ad a b.quæ cum per 34 primi ſit æqualis lineæ e b:erit quoq; æqualis medietati lineæ c.Ducãtur itaq; lineæ f a, f b. eritq; per primam partem 30 tertij/angulus a f b:rectus.& ideo per primam partem correlarij 8 ſexti/erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b. quare medietas lineæ c quæ eſt ſibi æqualis:erit etiam proportionalis inter eaſdem.quod eſt noſtrum propoſitum.



¶THEON. ¶Lemma.

¶Si ad aliquam rectam lineam comparetur parallelogrã-

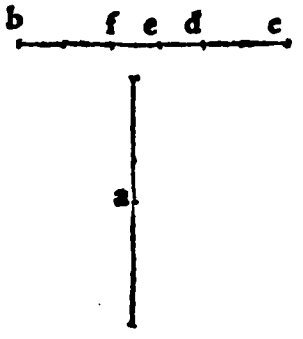
mum ſpecie deficiens a quadrato: comparatum æquum eſt ei quod fit ſub comparatione factorum ſegmentorum ipſius rectæ lineæ.



¶THEON ex Zãb. ¶Ad aliquã rectã lineã a b: cõparet parallelogrãmũ a d deficiẽs ſpecie a quadrato d b. Dico ꝙ a d ęquũ eſt ei qđ fit ſub a c, c b. & ex ſeipſo manifeſtum eſt. Quoniam enim quadratum eſt d b: æqualis eſt d c ipſi c b. & a d eſt quod fit ſub a c, c d: hoc eſt quod fit ſub a c & c b. Si ad aliquam igitur rectam lineam: & quæ ſequuntur reliqua. quod fuerat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 17.

¶Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales/quartæ autem parti eius quod ex minori æquum maiori comparatum fuerit deficiens ſpecie a quadrato/& in commẽſurabilia ipſam diuiſerit longitudine: maior minori maius poterit eo quod fit ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Et ſi maior minore poterit eo quod fit a ſibi commenſurabili longitudine/quartę vero parti eius quod a minori æquale maiori comparatum deficiens ſpecie a quadrato: & in commẽſurabilia longitudine ipſam diſtribuet. 17

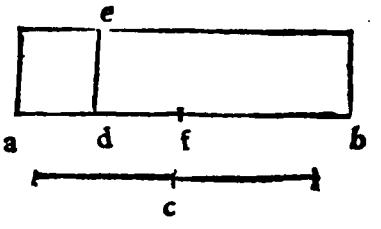


¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c: quarum maior ſit b c. quartæ vero parti eius quod fit ex minore ipſa a, hoc eſt ex dimidio ipſius a æquum ad ipſum b c comparetur per 28 ſexti/. deficiens ſpecie a quadrato: ſitq; quod fit ſub b d & d c. commenſurabilis autẽ eſto per hypotheſin: b d ipſi d c longitudine. Dico ꝙ b c: ipſa a maius poteſt/eo quod fit a ſibi longitudine commenſurabili. Secetur enim per 10 primi/b c bifariãin ſigno e: ponaturq; per 3 primi/ipſi d e ęqualis e f. reliqua igitur d c: æqualis eſt ipſi b f. Et qm̃ recta linea b c ſecatur in ęq̃lia in ſigno e, & in inæqualia in d: igitur per 5 ſecundi quod ſub b d & d c compræhenditur rectangulum vna cum eo quod fit ex e d, quadrato/ęquum eſt ei quod fit ex e c quadrato. Et ipſa quadruplicẽtur. quater igitur quod ſub b d & d c vna cum eo quod fit ex e d ſumpto: æquũ eſt ei quod fit ex quater ſumpto e c quadrato. Sed ei quidem quod fit quater ſub b d & d c: æquum eſt id quod fit ex a ſumptum quadratũ. ei autẽ quod ex d e quater ſumpto: æquum eſt id quod fit ex d f. dupla enim eſt d f ipſius d e. Ei autem quod fit ex e c quater ſumpto: æquum eſt id quod fit ex b c quadrato. dupla enim rurſus eſt b c ad ipſam c e. Quæ igitur ex a & d f quadrata: æqualia ſũt ei quod fit ex b c quadrato. Quare id quod ex b c fit: eo qđ fit ex a maius eſt/eo quod fit ex d f. Igitur b c: ipſa a maius poteſt/ ipſa d f. oſtendendum ꝙ & commenſurabilis eſt b c ipſi d f. Quoniam enim commenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine: cõmenſurabilis igit eſt per 15 decimi et b c ipſi d c. ſed c d: ipſis c d et b f cõmẽſurabilis eſt lõgitudine. æqualis enī eſt c d ipſi b f. & b c igitur: ipſis b f & c d lõgitudine cõmenſurabilis eſt per 12 decimi. Igit̃ ꝑ 15 & b c ipſi f d cõmẽſurabilis eſt longitudine. Igitur b c ipſa a maius poteſt: eo qđ fit a ſibi lõgitudine cõmenſurabili. ¶Quartæq; eius qđ fit ex a, ad ipſum b c cõparetur deficiẽs ſpecie a quadrato: ſitq; quod fit ſub b d & d c. Demõſtrabile eſt ꝙ commenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine. Eiſdem nãq; diſpoſitis ſimiliter: oſtendemus ꝙ b c ipſa a maius poteſt/eo qucd fit ex f d. poteſt autem b c ipſa a maius eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili. Commẽſurabilis igitur eſt b c ipſi f d longitudine. Quare & reliquæ vtriq; ipſarũ b f & c d: cõmenſurabilis longitudine eſt b c. æqualis autem eſt b f ipſi d c. & b c igitur commenſurabilis eſt ipſi c d. Manifeſte igitur b d ipſi d c eſt commẽſurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua. quod erat oſtendendum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI fuerint duæ lineæ inęquales quarum longiorem diuidat in duas partes incommenſurabiles ſuperficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris ſibi adiuncta/ita q̄ deſit ad eius completionem ſuperficies quadrata: erit longior/potentior breuiori/ augmento quadrati lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine. Si vero longior/potētior fuerit breuiori/quadrato lineæ incommenſurabilis ſibi longiori in longitudine/adiūgaturq̄ ei ſuperficies equalis parti quartæ quadrati breuioris/defueritq̄ longiori ſuperficies quadrata: neceſſe eſt vt ipſa ſuperficies ſibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommenſurabiles diuidat.

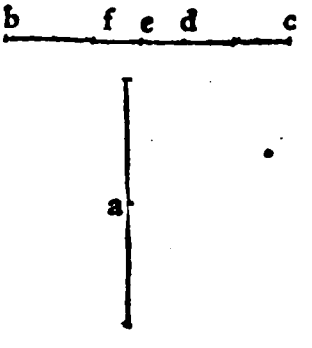
¶CAMPANVS. ¶Hęc 14. ex cōtrario antecedētis præmiſſæ infert cōtrarium conſequentis præmiſſæ. & non differt eius diſpoſitio a diſpoſitione illius. ſed & modus argumētandi vtrobiq̄ idem. Si enim a d non cōmunicet cum d b: nec d f ſibi adæqualis cōmunicabit cum eadem d b. itaq̄ per 9 d f non communicabit cum f b. quare neq̄ a f. ſunt enim a f & d f communicantes tanq̄ numerans & numeratum. ideo neq̄ a b cōmunicabit cum linea f b. Q̄ ſi hoc fuerit videlicet ſi a b non communicet cum f b: non communicabit cum a f. quare neq; cum a d aut d f. neq; igitur a b cum d a. ¶Poteſt quoq̄ hæc 14. demonſtrari per præmiſſam. prima pars huius ex ſecunda illius/& ſecunda ex prima: a deſtructione conſequētis. Si enim a d & d b non communicēt: nec etiam a b & f b communicabunt. nam ſi a b & b f communicarēt: oporteret per ſecundam partē præmiſſæ vt a d communicaret cum d b. ſed poſitum eſt q̄ non. Eodem modo de ſecunda parte. ſi enim b a & b f non communicant: nec a d & d b communicabunt. nam ſi ſic: ſequitur per primam partem præmiſſæ/ vt a b & b f communicent quæ non communicant. quare patet propoſitū.

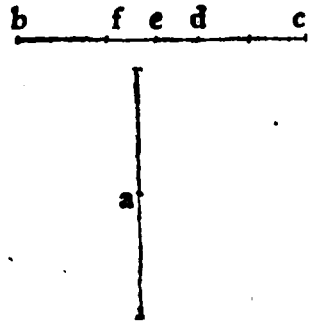


Euclí. ex Zamb. Theo. 15. Propo. 18. præcedētis conuerſa.

18 ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales/quartæ autem parti eius quod fit ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiēs ſpecie a quadrato/ & per incommenſurabilia ipſam diuiſerit longitudine: maior minore maius poteſt eo quod fit ex ſibi incōmenſurabili longitudine. Et ſi maior minore maius potuerit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili/ quartæ autem ipſius quod fit ex minore æquum/ad maiorem comparatum fuerit deficiens ſpecie a quadrato: in incommenſurabilia ſibi longitudine ipſam diſpeſcit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c: quarum maior ſit b c. quartæ autem parti eius quod fit ex a, ad ipſam b c æquale comparetur deficiens ſpecie a quadrato: ſitq̄ quod fit ſub b d & d c. Incommēſurabilis autem eſto b d: ipſi d c. Dico q̄ b c, ipſa a maius poteſt: eo quod fit a ſibi incōmēſurabili. Ipſis nāq̄ diſpoſitis vt in p̄miſſa: ſimiliter demōſtrabimus/ q̄ b c ipſa a maius poteſt eo quod fit ex f d. Demōſtrandū igitur q̄ incōmenſurabilis eſt b c ipſi d f. Quoniam enim incommenſurabilis eſt b d ipſi d c: incommenſurabilis igitur eſt per 16 decimi/ b c ipſi c d longitudine. Sed ipſa d c commenſurabilis eſt vtriq̄ & b f & d c: quia b f ipſi d c eſt æqualis. & b c igitur per 13 ipſis b f & d c incommenſurabilis eſt. & perinde per 16 decimi/ & reliquæ f d incōmenſurabilis eſt b c lōgitudine. Et b c: ipſa a maius poteſt/ eo quod fit ex f d.

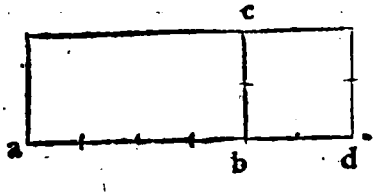




Igit̃ b c maius poteſt eo qđ fit a ſibi cõmenſurabili lõgitudine. ¶Poſſit iam rurſus b c maius q̃ a: eo quod fit a ſibi incõmenſurabili. quartæ autẽ parti eius quod fit ex a, æquale ad ipſam b c cõparetur deficiens ſpecie a quadrato: & eſto id quod ſit ſub b d & d c. Demonſtrandum q̃ incommenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine. Eiſdem namq; diſpoſitis ſimiliter demonſtrabimus: q̃ b c ipſa a maius poteſt eo quod fit ex f d. Sed iam per hypotheſin b c ipſa a maius poteſt eo quod a ſibi fit incommenſurabili. Incommenſurabilis eſt igitur b c ipſi f d lõgitudine. Quare per 16 decimi & reliquæ b f & d c vtriq; incommẽſurabilis eſt b c. Sed vtraq; b f & d c: ipſi d c commenſurabilis eſt longitudine. Igitur per 13 decimi b c ipſi d c incommenſurabilis eſt longitudine. quare & b d ipſi d c incommenſurabilis eſt longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ: & reliqua quæ ſequuntur. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15 15

OMnis ſuperficies rectangula quam continent duæ lineæ in longitudine rationales: rationalis eſſe probatur.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & b c continẽtes ſuperficiem rectangulam a c: rationales in longitudine. dico ſuperficiem a c eſſe rationalem. deſcripto enim quadrato cuiuſuis earum / vt c d lineæ b c: erit per primam ſexti c d ad a c, ſicut b d ad a b. Quia igitur b d cõmunica in longitudine cũ a b ex hypotheſi, eo q̃ b c ſua æqualis: erit per primã partẽ decimæ / c d cõmunicans a c. Cum ſit itaq; c d rationalis per diffinitionem: erit & a c rationalis. quod eſt propoſitum

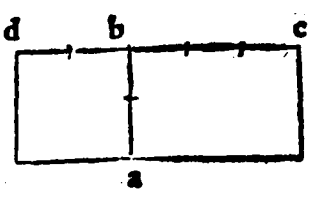
¶THEON Lemma.

¶Quoniam oſtenſum eſt q̃ quæ longitudine cõmenſurabiles omnino etiam potentia ſunt commenſurabiles, quę autem potentia non omnino etiam longitudine. verumtamen poſſunt & longitudine cõmenſurabiles eſſe & incommenſurabiles: manifeſtum q̃ ſi poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commenſurabilis non ſolum longitudine verum & potentia. quæ enim longitudine commenſurabiles. omnino etiam & potentia. Si autẽ poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit potentia ea quidem & lõgitudine: dicitur etiam rationalis & ei commenſurabilis longitudine & potentia. Quæ vero expoſitæ rurſus rationali commenſurabilis exiſtens potentia, longitudine fuerit ei incommenſurabilis: dicitur ſic rationalis, potentia tantum commenſurabilis. Rationales enim appellat expoſitę rationali: longitudine & potentia commenſurabiles, aut & potẽtia tantũ. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incommenſurabiles ſunt expoſitæ rationali, potentia vero tantum cõmenſurabiles: & id propterea rurſus appellantur rationales, commenſurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commenſurabiles adinuicem vel non ſolum potẽtia verumtamen & longitudine / vel potentia tantum: & ſi longitudine quidem, & ipſæ rationales longitudine commenſurabiles, audito q̃ & potẽtia. Si vero potentia tantum adinuicem ſunt commenſurabiles: appellantur & ipſæ rationales potentia tantum commenſurabiles. Qz autem rationales commenſurabiles ſunt: hinc certum eſt. Quoniam enim rationales ſunt quę expoſitæ rationali ſunt commenſurabiles, quæ vero eidem commenſurabiles & adinuicem ſunt commenſurabiles per. 12. decimi: quæ rationales igitur / ſunt commenſurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 19. 19

¶Sub rationalibus longitudine commenſurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorum comprehenſum rectangulum rationale eſt.

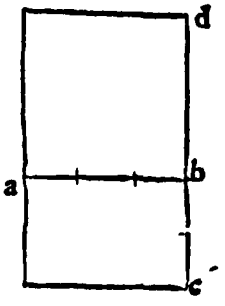
¶THEON ex Zāberto. ¶Sub rationalibus enim longitudine commen ſurabilibus rectis lineis a b & b c: rectangulum compræhendatur a c. Di co q̄ a c: rationale eſt. Deſcribatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. rationale igitur eſt ad. Et quoniam commēſurabilis eſt a b ipſi b c lō gitudine: æqualis autē eſt a b ipſi b d: commenſurabilis eſt igitur b d ip ſi b c longitudine. eſtq̄ ſicut b d ad b c: ſic eſt d a ad a c. rationale autem: d a. rationale igitur per 11 decimi eſt & a c. Quod ſub rationalibus com menſurabilibus igitur longitudine: & reliqua. quod oportuit oſtendiſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

16 QVm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies rationalis rectangula: latus eius ſecundum erit in longitudine rationale: lateriq̄ primo in longitudine commenſurabile.

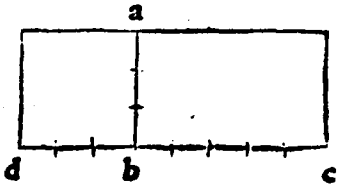
¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt quaſi cōuerſa prioris. Vt ſi ſuperficies a c ad iuncta ad lineam a b rationalem in longitudine: fuerit rationalis: dico q̄ latus eius ſecundum quod eſt b c erit etiam rationale in longitudine: & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b. eritq̄ ratio nale ex diffinitione: & propter hoc erit communicans cum ſuperficie a c rationali. Quia igitur per primam ſexti ſicut a d ad a c ita eſt etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c: erit per primam partem decimę b d communicans cum b c. ergo cum b a ſua æquali. Sed b a: rationalis eſt, quare per diffinitionem & b c. Conſtat itaq̄ propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 20.

20 ¶Si rationale ad rationalem comparatum fuerit: latitudinē efficit rationalem: commenſurabilēq̄ ei ad quam compara tur longitudine.

¶THEON ex Zamberto. ¶Rationale enim a c, ad rationalem iuxta aliquem prædictorum modorum a b comparetur: latitudinem efficiens b c. Dico q̄ rationalis eſt b c: & commenſurabilis ipſi b a longitudine. Deſcribatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d. Rationale igitur per 9 diffinitionem decimi eſt a d. rationale autem & a c. commenſura bile igitur per conuerſionem 10 diffinitionis eſt d a ipſi a c. Eſtq̄ ſicut d a ad a c: ſic eſt d b ad b c. commēſurabilis igitur eſt per 11 decimi d b: ip ſi b c. Aequalis autem eſt d b: ipſi b a. commenſurabilis igitur eſt a b: ipſi b c. Rationalis autem eſt a b. rationalis igitur eſt per conuerſionem 7 dif finitionis & b c: & commēſurabilis ipſi b a longitudine. Si rationale igi tur ad rationalem comparatū fuerit: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.



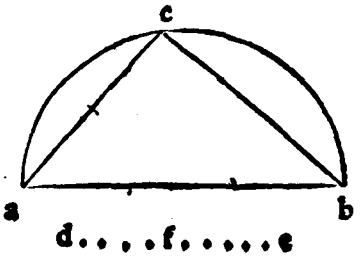
¶Subſequentes ex Campano propoſitiones/ 17 ſcilicet & 18: reſpondent 29 & 30 ex Zamber to infra ſuo loco & ordine diſpoſitis.

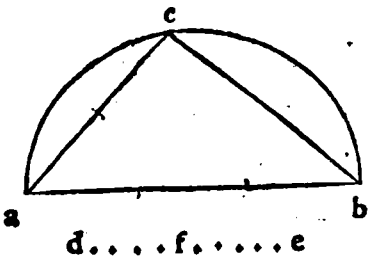
Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 DVas lineas inuenire potentia tantum rationales cō menſurabiles: quarum longior plus poſſit breuiori/ quadrato lineæ ſibi cōmenſurabilis in longitudine.

Zamb. 29.

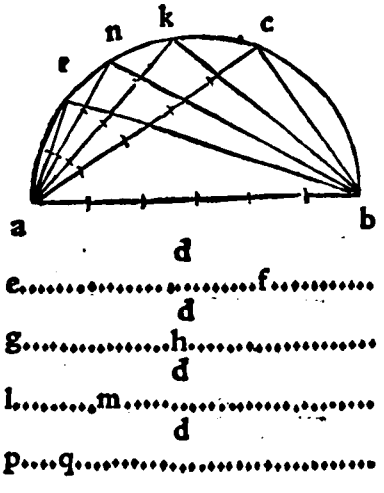
¶CAMPANVS. ¶Propoſitū eſt inuenire duas lineas ratio nales potentia tantum communicantes: quarum longior ſit potētior bre uiori/ quadrato lineæ ſibi communicātis in longitudine. Sumo itaq̄ ali quam lineā rationalem quæ ſit a b: ſuper quam deſcribo ſemicirculum a c b. & ſumpto aliquo numero vt d e, diuido ipſum in duos nuuneros d f & f e: ita q̄ ſit proportio d e ad d f ſicut numeri quadrati ad nmerum quadratum/ non ſit autem proportio d e ad f e vt numeri quadrati ad nu





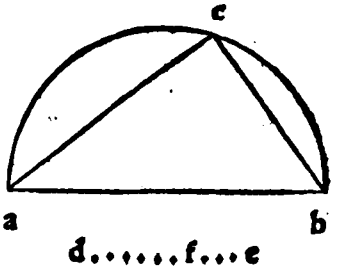
merum quadratum. talis autē numerus eſt quilibet quadratus diuiſibilis in quadratum & non quadratum/vt 9 qui diuiditur in 4. & 5: & omnes horum æque multiplices. Et inuenio lineam: ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineæ a b, ſicut numerus d e ad numerum d f. qualiter autem ipſa reperiatur: in demonſtratione 5 dictum eſt. Hanc lineam inuentam quę neceſſario eſt minor a b, coapto per primam quarti intra ſemicirculum a c b: ſitq; a c. & ſubtraham lineam c b. Dico duas lineas a b & c b: eſſe quas quærimus. Erit enim per primam partem 30 tertij/ angulus c rectus: & ideo per penultimam primi/quadratū a b æquale eſt quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a c eſt ſicut d e ad d f per hypotheſin: erit per euerſam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, ſicut d e ad f e. ergo quadratū c b: communicat cum quadrato a b per 6 huius. erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem: cum cōmunicet rationali ſuperficiei. Et quia c b & a b ſunt incommenſurabiles per vltimam partem 7: conſtat duas lineas a b & c b eſſe rationales/ potentia tantum communicantes. At quia linea a b eſt potentior linea c b in quadrato lineæ a c quę per ſecundam partem ſeptimæ communicat ſecū in longitudine: conſtat habitum eſſe propoſitum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Si autem libeat plures duabus potentia tātum rationales communicantes quarum vna potentior longior ſit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ ſecum cōmunicantis in longitudine/reperire: ſit vt prius linea a b rationalis in longitudine, ſuper quā deſcribatur ſemicirculus a c b. ſumaturq; nūerus d quadratus/qui ſit diuiſibilis in multos quadratos & non quadratos: quorum nō quadratorū minime ſit proportio ſicut aliquorum numerorum quadratorum. tales autē numeri vltro ſe offerūt. vt 36: qui eſt diuiſibilis in 25 & 11, itēq; in 16 & 20, turſuſq; in 9 & 27, ac iterum in 4. & 32. iſtorum vero non quadratorum qui ſunt 11, 20, 27, 32, adinuicem non eſt proportio ſicut alicuius numeri quadrati ad alium numerū quadratum. Eſto igitur vt numerus d quadratus: diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c: ſicut numerus d ad numerum e. & ducatur linea c b. & conſtat propoſitum vt prius demonſtratum eſt: a b & b c eſſe duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidā d in g quadratum & h nō quadratum: ſitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k: ſicut d ad g. & ducatur linea k b. eruntq; vt prius duæ lineæ a b & k b: quales inquirimus. Eodem modo ſi rurſus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum/& ponatur proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a n ſicut d ad l, & producatur n b: erūt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Q; ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q non quadratum/& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a r ſicut d ad p, & protracta fuerit linea r b: erūt etiam duæ lineæ a b & b r, quales inquirimus. Sūt itaq; lineæ a b, b c, b k, b n, b r, potentia tantum rationales & in ea cōmunicātes: quarum vna videlicet a b eſt potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat alij in longitudine: conſtat propoſitū. Iſtud autē ſic probatur. patet enim ex præmiſſis: q; quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k eſt ſicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratū lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerum h. ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b k: eſt ſicut numerus f ad numerum h. ſed nullus quatuor numerorū f, h, m, q: ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum. quare per 3 partem ſeptimæ/duæ lineę b c, b k: ſunt incōmenſurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine. Liquet ergo quod volumus.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

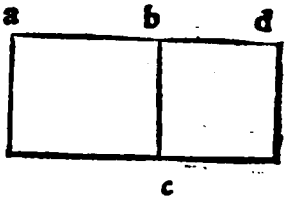
18 DVas lineas in potentia tantum rationales commu nicantes quarum longior plus poſſit breuiori quã tum eſt quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis iu longitudine: inuenire. Zamb. 30



¶CAMPANVS. ¶In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædemq; hypotheſes quæ in præmiſſa: hoc ſolum mutato q; proportio numeri d e ad neutrũ duorũ numerorũ d f & f e, ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. hoc autẽ facile fiet: poſito d e quolibet nũero quadrato diuiſo in duos nũeros nõ quadratos. vt ſi d e ſit 9: & d f 6, & f e 3. argumẽtãdo vt prius: hoc dũtaxat excepto q; a b & a c ſint incõmẽſurabiles in lõgitudine per vltimã partem 7. ¶CAMPANI additio. ¶ Et ſciendũ q; duæ lineæ quales hęc & præmiſſa docent inuenire: componũt binomiũ. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt dicitur reſiduũ. ¶Nota etiam q; lineæ tantum potẽtia rationales communicãtes: poſſunt eſſe vna rationalis & alia irrationalis. ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum vna ſit 25 pedum & alia 24: ſunt rationalia potentia tantũ communicantia. latus enim primæ ſuperficiei eſt 5: latus vero ſecũdæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ irrationales: vt latera tetragonica duarũ ſuperficierum quarũ vna ſit 24 pedũ, & alia 23. neutrius enim numeratur latus, ſuntq; in longitudine incommẽſurabilia ex vltima parte ſeptimæ. ¶Q; ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potẽtia tantum rationales communicantes, quarum vna ſit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine: ſumatur talis numerus qui poſſit pluries ſic diuidi q; ipſius ad nullã ſuarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum ſit proportio vt numeri quadrati ad numerũ quadratum. vt 25: poteſt diuidi in 2 & 23, item in 5 & 20, & rurſus in 7 & 18. Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

19 OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potẽtialiter tantum rationales communicantes: eſt irrationalis, diciturq; ſuperficies medialis. eiuſq; latus tetragonicum ſcilicet quod in eam poteſt: eſt irrationale, diciturq; linea medialis



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b, b c, continẽtes ſuperficiem a c: rationales potentia tãtum communicantes. quæ qualiter reperiantur: ex præmiſſa & antepræmiſſa manifeſtum eſt. dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d c quadratum b c. eritq; rationale per hypotheſin: eo q; linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d ſicut a b ad b d, nõ communicat autem a b cum b d quia ex hypotheſi non communicat cũ ſua æquali quę eſt b c: ſequitur per ſecundam partem 10 vt etiam a c non cõmunicet cum c d. quare per diffinitionem ſuperficies a c eſt irrationalis: ideoq; & ſuum latus tetragonicum eſt etiam irrationale. Dicitur autem hæc ſuperficies medialis: quoniã ipſa eſt medio loco proportionalis inter duas ſuperficies rationales videlicet inter quadrata duarum linearum ipſam continentiũ. Et lineam potens in ipſam dicitur medialis: quoniam ipſa quoq; eſt medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes. & hæ duæ lineæ: ſunt latera dictæ ſuperficiei. Et hoc eſt quod volumus.

¶THEON. Lemma.

¶Potens irrationalem aream: irrationalis eſt.

¶ Poſſit enim a, irrationalem aream: hoc eſt id quod fit ex a quadratum æquale irrationali areę. Dico q; a irrationalis eſt. ſi enim eſt rationa-

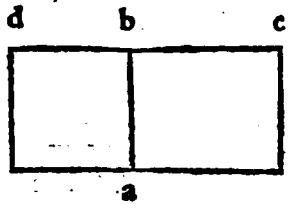




le a: erit rationale quoq; id quod ex a quadratum. sic enim in diffinitionibus non est autē. Irrationalis igitur est a. Potēs irrationalē igitur: & reliqua. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 81 Propositio 21

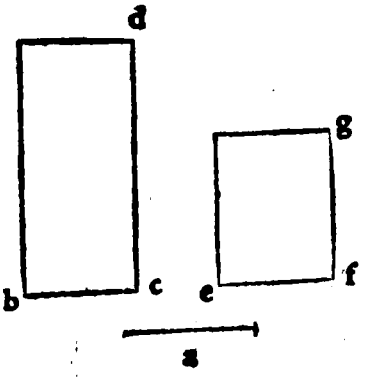
¶Sub rationalibus potētia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum irrationale est: illud q; potens irrationalis est/voceturq; media. 21



¶THEON ex Zamb. ¶Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis a b & b c: comprehendatur rectangulum a c. Dico q; a c irrationale est: potēsq; illud irrationalis est/& media appellatur. Describatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. Et quoniam incommensurabilis est a b ipsi b c longitudine (potentia nam q; tantū supponūtur cōmēsurabiles) æqualis autē est a b ipsi b d: incōmēsurabilis igit̄ est & b d ipsi b c lōgitudine. Est q; sicut d b ad b c: sic est a d ad a c. incōmēsurabilis igitur est p 11 decimi d a ipsi a: . Rationale autē est d a. irrationale igit̄ est a c. quare & ipsum potēs a c, hoc est potēs æquale ei quadratū: irrationalis est. vocetq; media: eo qa ex ipsa quadratū æquale est ei quod fit ab b c, & eo quia ipsa media per secundam partem 17 sexti proportionalis est ipsis a b & b c. Sub rationalibus igitur potentia tantum: & reliqua. quod oportuit demonstrasse.

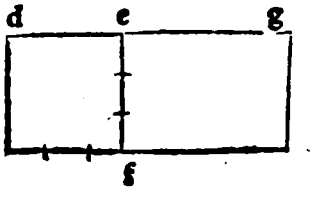
Eucli. ex Camp. Propositio. 20

CVm adiuncta fuerit lineę in lōgitudine rationali superficies æqualis quadrato lineę medialis: latus eius secundum potentialiter tantū erit rationale/lateriq; primo in longitudine incommensurabile. 20



¶CAMPANVS. ¶Hæc est quasi cōuersa præmissæ. Sit a linea medialis. sitq; linea b c rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate vt docet 10 sexti: eritq; superficies ex b c in d æqualis quadrato lineę a, per 16 eiusdem. dico latus eius secundum/quod est d c: esse rationale in potentia tantum/& incommensurabile in lōgitudine lateri b c. Eritq; ex præmissa per diffinitionem lineæ medialis: vt linea a possit in aliquam superficiē contentam a duabus lineis potentia tantū rationalibus communicantibus/quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Eruntq; duę superficies b d & e g per primam partem 13 sexti laterum mutuorum: propter hoc q; ipsę sunt æquales & rectangulæ. proportio ergo b c ad e f: est sicut f g ad c d. Quare per 10 cum b c communicet in potentia cum e f, eo q; quadrata vtriusq; earum sunt rationalia ex hypothesi: f g communicabit in potentia cum c d. Cū igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin: erit quoq; quadratum c d rationale per diffinitionem. At quia superficies b d est irrationalis sicut sua æqualis e g, per præmissam: sequitur vt quadratum lineæ c d nō communicet cum superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiem b d est per primam sexti sicut c d ad c b: erit per secundā partem 10 vt c d non communicet cum b c. Quare cū b c sit rationalis in lōgitudine ex hypothesi: erit c d irrationalis in longitudine/& potentia tantū rationalis. Patet ergo proposita conclusio.

¶THEON. Lemma.



¶S fuerint binę rectæ lineæ: est sicut prima ad secundam sic quod fit a prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

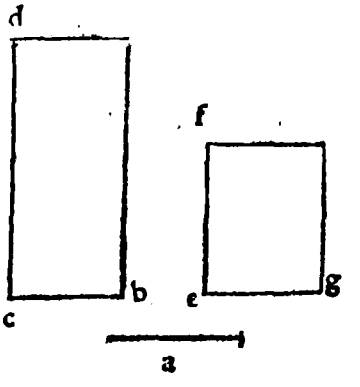
¶Sint binæ rectæ lineæ: f e, e g. Dico q; est sicut f e ad e g: sic est quod ex f e, ad id quod sub f e & e g. Describatur enim per 46 primi ex f e, quadratum d f: compleaturq; f g. Quoniam igitur est sicut d e ad e g sic est f d ad f g, & est quidem f d id quod fit ex f e, at f g tam id est quod sub

ſub d e & e g hoc eſt quod ſub f e & e g: eſt igitur ſicut f e ad e g, ſic quod ex f e ad id quod ſub f e & e g. ſimiliter quoq; & ſicut quod ſub g e & e f: ad id quod ex e f. hoc eſt ſicut g d ad d f: ſic e g ad e f.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 22.

22 ¶Media ad rationalem comparata: latitudinem efficit rationalem / & ei incommenſurabilem ad quam comparatur longitudine.

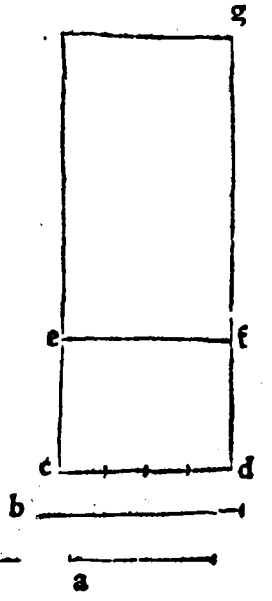
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit per 21 decimi media quidem a: rationalis autem c b. & ei quidem quæ fit ex a æqua ad b c comparetur per 45 primi area rectangula b d: latitudinem efficiens c d. Dico q̃ rationalis eſt c d: & incommenſurabilis ipſi c b longitudine. Quoniã per 21 decimi a media eſt: aream poteſt compræhẽſam ſub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus. poſſit autem g f. poteſt autem & b d. æqualis igitur eſt b d: ipſi g f. eſt autem & ei æquiangula. Aequaliũ autem & æquiangulorum parallelogrammorum per 14. ſexti / reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. proportionalis igitur eſt ſicut b c ad e g: ſic e f ad c d. eſt igitur per 22 ſexti: & ſicut id quod ex b c ad id quod ex e g: ſic eſt id quod ex e f ad id quod ex c d. Commenſurabilis autem eſt per hypotheſin / quæ ex b c: ei quæ ex e g. Rationalis enim eſt vtraq; ipſarum. Commenſurabilis igitur eſt per 11 decimi & quæ ex e f: ei quæ ex c d. Rationalis autem eſt quæ ex e f. rationalis igitur & quæ ex c d. rationalis igitur eſt c d. Et quoniam incommenſurabilis eſt e f ipſi e g longitudine (potentia enim tantum ſunt commenſurabiles ex conſtructione) ſicut autem e f ad e g ſic per lemma præcedens quod ex e f ad id quod ſub e f & e g: incommenſurabilis igitur eſt per 11 decimi quæ fit ex e f ei quæ ſub f e & e g. Sed ei quidem quæ fit ex e f: commenſurabilis eſt ea quæ fit ex c d. rationales enim ſunt potentia. Quæ autem ſub f e & e g fit incommenſurabilibus / & quæ ſub d c & c b: æquales ſunt ei quæ ex a. Incõmenſurabilis igitur eſt per 13 decimi (& quomodo aduerte) quæ ex c d ei quæ ſub d c & c b. Sicut autẽ quæ ex c d ad eã quæ ſub d c & c b: ſic per lemma præcedens eſt d c ad c b. Incommẽſurabilis igitur eſt d c: ipſi c b longitudine. Rationalis igitur eſt c d: & ipſi c b longitudine commenſurabilis. Quod erat oſtendendum.

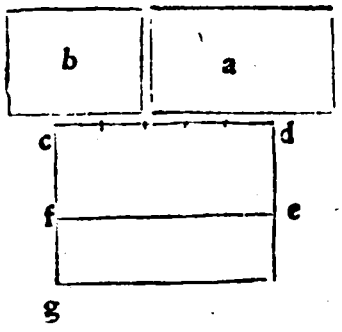


Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

21 OMnis linea communicans mediali: eſt medialis.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a medialis: cui ponatur linea b eſſe communicans ſiue in longitudine ſiue in potẽtia tantum. Dico q̃ etiam linea b eſt medialis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine: cui adiungatur ſuperficies c f æqualis quadrato lineę a, & item ſuperficies e g æqualis quadrato lineæ b. hoc autẽ qualiter fiat in præmiſſa demonſtratione dictũ eſt. Erit q̃ per præmiſſam linea d f rationalis in potentia tantum: & incommenſurabilis lineæ c d. Et quia per primam ſexti e g ad c f ſicut f g ad d f, cõmunicat autem e g cum c f eo q̃ quadratum b cõmunicat cum quadrato a per hypotheſin / quibus quadratis dictæ ſuperficies poſitę ſunt æquales: ſequitur per primam partem decimæ vt linea f g communicet cum linea d f. quare f g eſt rationalis in potentia tantum ſicut eſt d f, & incommenſurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f ſibi communicans ſit incommenſurabilis eidem e f eo q̃ ſuæ æquali. Hoc enim probatum eſt in 8 / q̃ ſi fuerint duæ quãtitates communicãtes: cuicunq; vni earum non communicat / nec reliqua. itaq; per 19 erit ſuperficies e g medialis: & eius latus tetragonicũ quod eſt b. mediale. Quod eſt propoſitum.

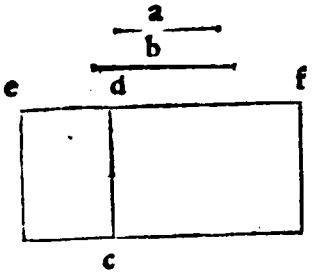




¶¶CAMPANI additio. ¶Similiter quoq; omnis ſuperficies communicãs ſuperficiei mediali: medialis eſſe conuincitur. Sit enim ſuperficies a medialis: cui ponatur ſuperficies b eſſe cõmunicans. dico ſuperficiem b eſſe medialem. quod ſic cõſtabit. Sit linea c d rationalis in lõgitudine: adiungaturq; ei ſuperficies c e, quæ ſit æqualis ſuperficiei a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quam ſic ſe habeat vnum ex lateribus ſuperficiei a: ſicut linea c d ſe habet ad reliquũ. hæc autẽ linea qualiter reperiatur: in 10 ſexti dictum eſt. eritq; ex 15 eiuſdem ſuperficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiũgatur ſuperficies e g: quę ſit æqualis b. erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis: erit quoq; linea c d in longitudine incõmenſurabilis. Et quia a & b erant cõmunicantes ex hypotheſi: erunt quoq; c e & e g eis æquales cõmunicantes. itaq; per primam ſexti & per primam partem decimæ huius / erunt duæ lineæ c f & f g: communicantes in longitudine. Eſt igitur linea f g rationalis in potentia tantum: & lineæ e f incõmenſurabilis in longitudine. quare per 19 ſuperficies e g erit medialis: cum linea e f ſit rationalis in longitudine ſicut c d ſibi æqualis. Cum ſit ergo b æqualis e g: erit quoq; b medialis. quod eſt propoſitum. ¶Et nota q; omnes ſuperficies mediales cõmunicantes: componunt ſuperficiem medialem. Vnde tota d g eſt medialis. quia cum duæ lineæ c f & f g ſint rationales in potentia tantũ / & non cõmunicantes in longitudine: ſequitur vt tota c g ſit rationalis in potentia tantum / & non communicans c d in longitudine. itaq; per 19 d g eſt medialis. Eodemq; modo ſi ſint plures.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 23.

¶Quæ mediæ commenſurabilis: media eſt. 23



¶THEON ex Zamb. ¶Sit media a: & ipſi a cõmenſurabilis eſto b. Dico q; & b media eſt. Exponatur enim rationalis c d. & ei quæ ex a fit æqualis / ad c d comparetur area rectãgula c e per 44 primi: latitudinẽ efficiẽs e d. Rationalis igitur eſt per præcedentem e d: incommenſurabilisq; ipſi c d longitudine. ei autem quæ ex b æqualis / ad c d comparetur per 44 primi area rectangula c f: latitudinem efficiens d f. Quoniam igitur commenſurabilis eſt a ipſi b: commenſurabile eſt quoq; id quod ex a ad id quod ex b. Sed ei quidem quod ex a: æquum eſt e c. ei autem quod ſit ex b: æquum eſt c f. Commenſurabile igitur eſt e c ipſi c f. eſtq; ſicut e c ad c f: ſic eſt e d ad d f. Commẽſurabilis igitur eſt per 11 decimi e d ipſi d f longitudine. Rationalis autem eſt e d: & ipſi d c incommenſuralis lõgitudine. Rationalis igitur eſt & d f & ipſi d c longitudine incommenſurabilis. Igitur c d & d f per 13 decimi rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Quod autem ſub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis comprahenditur rectangulum: irrationale eſt per 21 decimi. & illud potens / irrationalis eſt: appellaturq; media. potẽs igitur id quod ſub c d & d f: media eſt. poteſtq; b quod ſub c d & d f ſit. media igitur eſt b. quod erat oſtendendum.

¶¶CORRELARIVM. ¶Hinc igitur eſt manifeſtum: q; mediæ areæ rationali commenſurabilis media eſt. poſſunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia ſunt commenſurabiles: quarum altera media. quare & reliqua media eſt. Similiter autem ex eis quæ de rationalibus & mediis dicta ſunt: ſequitur vt mediæ longitudine commenſurabilis / media appelletur eiq; commenſurabilis non tantum longitudine ſed & potentia. quoniam in vniuerſali longitudine commenſurabiles omnino & potentia. ¶Si vero mediæ commenſurabiles potentia tantum: dicuntur mediæ potentia tantum commenſurabiles.

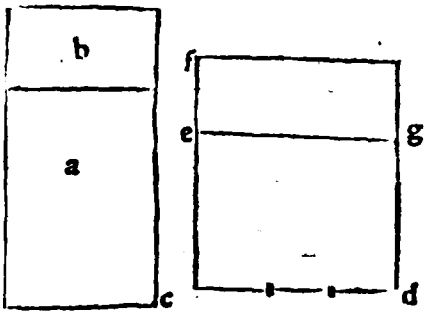
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

Zamb. 26.

OMnis differentia qua abundat mediale a mediali: irrationalis eſſe probatur. 22

¶CAMPANVS. ¶Sit vtraq; duarum ſuperficierum a b & a: medialis.

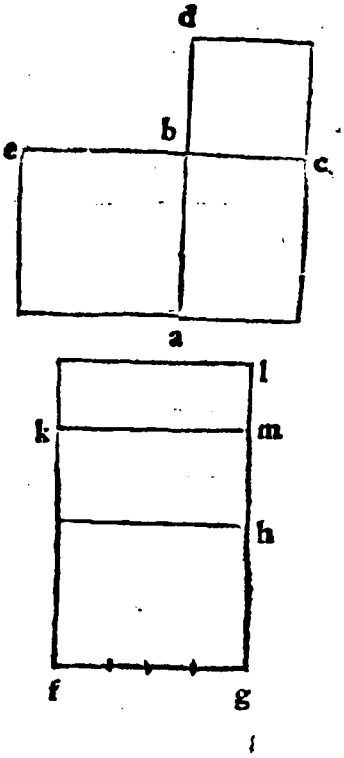
dico q̄ ſuperficies b. quæ eſt earum differentia eſt irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine cui adiũgatur ſuperficies d e ęq̃lis ſuperficiei a: & ſuperficies d f æqualis totali ſuperficiei a b. hoc autem qualiter fiat: in præmiſſa docuimus. Quia ergo d f eſt æqualis a b, & d e æqualis a: erit per cõceptionẽ g f æqualis b. Si itaq̄ ſuperficies b nõ eſt irrationalis ſed rõnalis: erit & f g ſua æq̃lis rõnalis. At cũ linea e g ſit rationalis in longitudine ſicut ſua æqualis c d: erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicãs lineæ e g. p 20 autẽ eſt vtraq̄ duarũ linearũ c e & e f potentialiter tantum rationalis: & lineæ c d incommenſurabilis in longitudine. itaq̄ e f linea eſt incommenſurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam ſexti quadratum lineæ e f ad ſuperficiem quæ fit ex e f in c e eſt ſicut e f ad c e: ſequitur per ſecundam partem decimæ vt quadratum lineæ e f ſit incommenſurabile ſuperficiei factæ ex e f in c e. quare & ipſum quadratum erit incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. quadratum vero c e cum ſit rationale: eſt cõmunicans quadrato e f. totum igitur ex ambobus compoſitum erit per 9 cõmunicãs quadrato e f. Et ideo incommẽſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. Et quia per 4. ſecundi quadratum lineæ c f eſt æquale duobus quadratis duarum linearũ c e & e f & duplo ſuperficiei ex c e in e f, & duplum ſuperficiei c e in e f eſt incõmẽſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f: ſequitur per ea quæ addita ſunt in 9. vt quadratum c f ſit incommẽſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. Ar cum aggregatũ ex his quadratis ſit rationale: ſequitur quadratum lineæ c f non eſſe rationale. & ideo linea c f non eſt rationalis in potẽtia. & idcirco non erit ſuperficies d f medialis: neq̄ a b ſibi æqualis. quod eſt inconueniẽs: cũ ſit cõtrarium poſitis. Relinquitur igitur q̄ ſuperficies b: eſt irrationalis. quod eſt propoſitum.



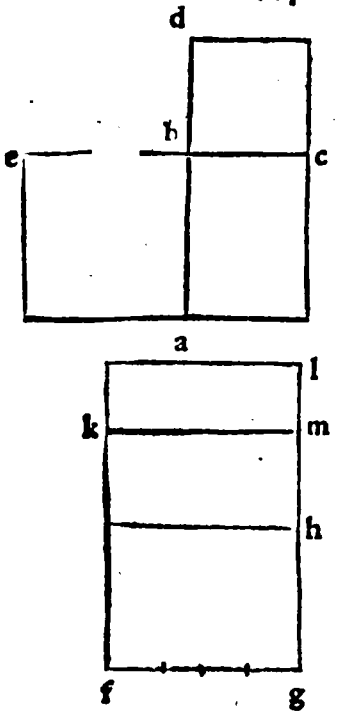
Eucli ex Camp. Propoſitio 23. Zamb. 25.

23 ONnis ſuperficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicãtes: aut rationalis eſt aut medialis.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineę a b & b c mediales potentia tantum cõmunicantes: dico q̄ ſuperficies a c ab eis cõtenta aut eſt rationalis, aut medialis. Sint enim: c d quadratum lineæ b c, & a e quadratũ lineæ a b. eruntq̄ ex hypotheſi hęc duo quadrata cõmunicantia, & erit per primam ſexti ſuperficies a c medialis media loco proportionalis inter ipſa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ ſit rationalis in longitudine: cui adiũgatur ſuperficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis ſuperficiei a c, & k l ęqualis quadrato d c. erũtq̄ hæ tres ſupficies f h, h k & k l cõtinue proportionales: ſicut ſuæ æquales a e, a c, & d c. quare per primã ſexti erũt etiã tres lineæ g h, h m, & m l, quæ ſunt baſes earum: continue proportionales. Et cum ſupficies f h & k l ſint cõmunicãtes ſicut duo quadrata a e & c d eis æqualia: ſequitur per primam ſexti & decimã huius. vt linea g h ſit cõmunicans cum m l. vtraq̄ autem earum eſt rationalis: in potentia per 20 huius. igitur ſuperficies vnius earũ in alteram eſt rationalis. omnis enim ſuperficies quam continẽt duæ lineæ rationales in potẽtia / cõmunicantes in longitudine: neceſſario eſt rationalis / vt patet ex prima ſexti. & prima parte decimæ huius & ex diffinitione ſupficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ ſextæ quadratum lineæ l m eſt æquale ſuperficiei ex g h in m l: erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m eſt rationalis in longitudine ſiue cõmunicans lineę k m quæ eſt æqualis lineæ f g: erit per 15 ſupficies h k rationalis, ideoq̄ & ſua æqualis a c. Si autẽ h m ſit irrationalis in longitudine ſiue incommenſurabilis lineæ k m quæ eſt æqualis lineæ f g: cum ipſa ſit rationalis ſaltem in potẽtia eo q̄ ſuum quadratum eſt rationale / erit ex 19 ſuperficies h k medialis, quare & ſua æqualis a c. Conſtat ergo propoſitum.



Zamb. 24.

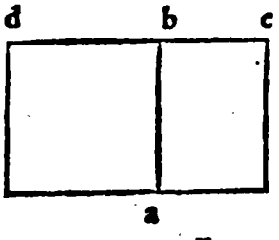


¶CAMPANI annotatio. ¶Et nota ꝙ ſi duæ lineæ a b & b c eſſent mediales in longitudine communicantes: eſſet ſuperficies a c medialis tantum. eſſet enim ſuperficies a c communicans vtriq; duorũ quadratorũ a e & c d per primam ſexti & per præſentem hypotheſin: & per 10 huius. & ideo ſuperficies h k æqualis a c: eſſet communicans vtriq; ſuperficiei f h & k l. igitur per primam ſexti/ & 10 huius linea h m eſſet communicans vtriq; duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ eſſent rationales in potẽtia tantum/ non cõmunicantes in lõgitudine lineæ f g: eſſet quoq; h m rationalis in potentia tantum/ non communicans in longitudine lineæ f g. quare per 19 eſſet ſuperficies h k medialis tantum. & ideo etiam a c ſibi æqualis. ¶Si autem duæ lineæ a b & b c eſſent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cõmunicantes: ſuperficies a c neq; eſſet rationalis neq; medialis. ſi enim ſic eſſet/ ſcilicet ꝙ duę lineæ a b et b c eſſent mediales neq; i lõgitudine neq; in potẽtia cõmunicãtes: eſſent duo quadrata a e & c d incõmunicantia. itaq; & duæ ſuperficies f h & k l eis æquales quoq; eſſent incommunicãtes. quare & duæ lineæ g h & m l eſſent incommẽſurabiles per primam ſexti: & per ſecundã partẽ decimi Et quia vtraq; earũ eſt rationalis tantum in potentia: per 20 eſſet ſuperficies vnius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineæ h m ſit æquale dictæ ſuperficiei quæ fit ex g h in m l, per primã partem 16 ſexti: eſſet per 19 linea h m linea medialis. per 15 ergo non eſſet ſuperficies h k rationalis, nec etiã per 20 medialis, quare nec ſua æqualis a c.

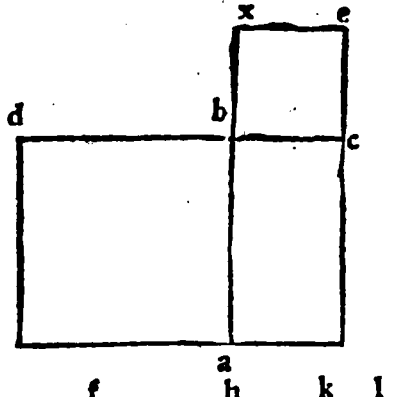
¶Præcedentes duę ex Campano propoſitiones ſcilicet 22 & 23: tribus ex Zamberto ſequẽtibus videlicet 24, 25, & 26, inuerſo ordine reſpondent. 22 namq; ex Camp. 26 ex Zamb. 26 autem ex Camp. cum additione: 24. & 25 ex Zamberto reſpondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 24.

¶Sub medijs longitudine commenſurabilibus rectis lineis compræhenſum rectangulum: medium eſt. 24

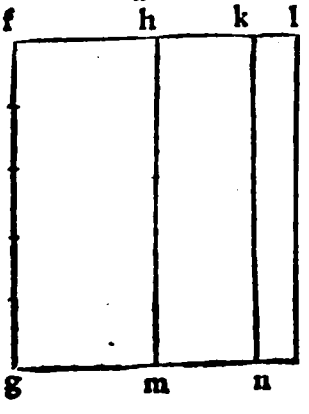


¶THEON ex Zãb. ¶Sub medijs inquã lõgitudine cõmenſurabilibus rectis lineis a b, b c: cõpræhendatur rectangulũ a c. dico ꝙ a c mediũ eſt. Deſcribatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. medium igitur eſt a d. Et quoniam cõmenſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine/ æqualis autẽ eſt a b ipſi b d: commenſurabilis igitur eſt d b ipſi b c lõgitudine. Quare & d a ipſi a c per correlariũ 23 decimi cõmẽſurabilis eſt. medium autem eſt d a. medium igitur eſt & a c. quod oportebat oſtendere.



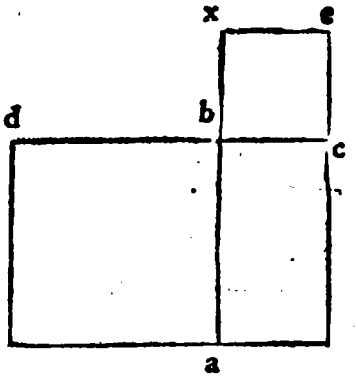
Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 25.

¶Sub medijs potentia tantum cõmenſurabilibus rectis lineis compręhenſum rectangulũ: aut rationale aut mediũ eſt. 25



¶THEON ex Zamberto. ¶Sub medijs potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis a b, b c: compræhendatur rectangulum a c. Dico ꝙ a c: aut rationale/ aut medium eſt. Deſcribãtur inquam per 46 primi ex a b & b c: quadrata a d & b e. medium eſt igitur vtrunq; ipſorum a d & b e. Exponaturq; rationalis f g. ipſiq; a d æquum ad f g comparetur per 44 primi rectangulum parallelogrammum g h, latitudinem efficiens f h. Ipſi autẽ a c ad h m æquũ comparetur per eandem rectangulum parallelogrammum m k: latitudinem efficiens h k. Et inſuper per eandẽ ipſi b e æquum ſimiliter ad k n cõparetur n l: latitudinẽ efficiẽs k l. Quoniã in rectas lineas igitur ſunt f h, h k, & k l, & quoniam vtrũq; ipſorũ a d & b e medium eſt/ eſtq; æquale a d ipſi g h, & b e ipſi n l: mediũ igitur eſt & vtrũq; ipſorũ g h, n l, & ad rationalẽ f g cõparant. Rationalis igitur eſt ꝙ 22 decimi vtraq; ipſarũ f h & k l: & incõmenſurabilis ipſi f g lõgitudine.

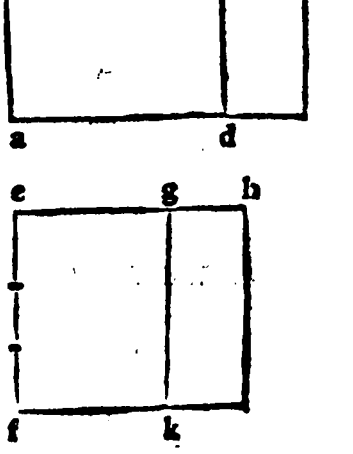
Quoniam igitur commẽſurabile eſt a d ipſi b e: commenſurabile igitur eſt per 11 decimi & g h ipſi n l. eſtq; ſicut g h ad l n: ſic per primam ſexti eſt f h ad k l. Commenſurabilis igitur eſt per eandẽ 11/f h ipſi k l longitudine. Ipſæ igitur f h, k l: rationales ſunt longitudine commenſurabiles. Rationale eſt igitur per 19 decimi quod ſub f h, k l. Et quoniam æqualis eſt quidem d b ipſi b a, & x b ipſi b c: eſt igitur ſicut d b ad b c, ſic eſt a b ad b x. Sed ſicut quidem d b ad b c: ſic eſt per primam ſexti / & per 11 quinti d a ad a c. ſicut autem a b ad b x: ſic eſt a c ad c x. eſt igitur ſicut d a ad a c: ſic eſt a c ad c x. æquũ autem eſt ad ipſi g h, & a c ipſi m k, & c x ipſi n l. eſt igitur per 17 ſexti/ ſicut g h ad m k: ſic eſt m k ad n l. eſt igitur ſicut & f h ad ipſum h k: ſic eſt h k ad ipſum k l. Igitur quod ſub f h, k l: æquũ eſt ei quod fit ſub h k. Rationale autem eſt quod ſub f h, f l. rationale igitur eſt & quod fit ex h k. Rationalis eſt igitur per 19 decimi ipſa h k. & ſi quidem commenſurabilis eſt ipſi f g longitudine: rationale eſt per 22 decimi h n. Si autem incommenſurabilis eſt ipſi f g longitudine: ipſæ h k & h m rationales per 21 decimi ſunt potentia ſolum cõmenſurabiles. medium igitur eſt h n. Igitur h n aut rationale eſt aut medium. æquum autem eſt h n ipſi a c. igitur a c vel rationale vel medium eſt. Sub mediis igitur potentia tantum cõmenſurabilibus: & quæ ſequũtur reliqua. Quod erat oſtendendum.

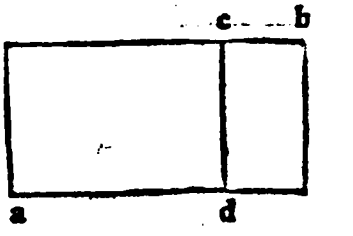


Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 26.

26 ¶Medium: non excedit medium rationali.

¶THEON ex Zamb. ¶Si enim poſſibile: medium a b, mediũ a c excedat rationali d b. ponaturq; rationalis e f. ipſiq; a b æquum ad e f comparetur per 44 primi parallelogrammum rectangulũ f h: latitudinẽ efficiens e h. ipſi autem a c æquum auferatur f g. reliquum igitur b d: per tertiam communem ſententiam reliquo k h eſt æquale. Rationale autem eſt d b: rationale igitur eſt & k h. Quoniam igitur medium eſt vtrunq; ipſorum a b, a c, eſtq; a b ipſi f h æquale per correllarium 23 decimi/ ata c ipſi f g: medium igitur eſt vtrunq; ipſorum f h, f g. & ad rationalem e f cõcomparatur. Igitur rationalis eſt vtraq; ipſarum h e & e g: & incommenſurabilis ipſi e f lõgitudine per 22 decimi. Et quoniam rationale eſt d b, eſtq; ipſi k h æquale: rationale igitur eſt & k h. ad rationalẽq; e f comparatur. rationalis igitur eſt per 20 decimi g h: & ipſi e f longitudine commenſurabilis. Sed e g rationalis eſt: & ipſi e f longitudine incommenſurabilis. incommenſurabilis igitur eſt per 13 decimi e g ipſi g h longitudine. eſtq; ſicut e g ad g h: ſic quod fit ex e g ad id quod ſub e g & g h. Incommenſurabile igitur eſt per 11 decimi & lemma 21 decimi quod fit ex e g et quod ſub e g & g h. Sed ipſi quidem quod fit ex e g: commenſurabilia ſunt quæ fiunt ex e g & g h quadrata rationalia etenim vtraq; ei autem quod ſub e g & g h commenſurabile eſt per 13 decimi id quod bis ſub e g & g h. duplum nanq; eſt illius. Incommẽſurabilia igitur ſunt per 16 decimi quæ fiunt ex e g & g h: ei quod bis ſub e g & g h. & vtraq; igitur quæ ex e g & g h & quod bis ſub e g & g h quod eſt quod fit ex e h: per 4 ſecundi incommenſurabile eſt eis quæ fiunt ex e g & g h. Rationalia autem ſunt quæ fiũt ex e g & g h per diffinitionem. Irrationale igitur eſt quod fit ex e h. irrationalis igitur eſt e h. ſed & rationalis. quod eſt ĩpoſſibile. medium igitur medium non excedit rationali, quod erat oſtendendum.



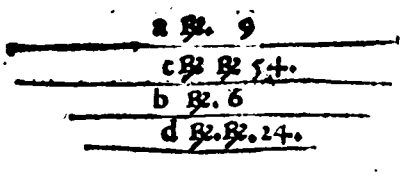


Sequẽtes duę ex Zãb. neutiq; in Cãpano reſpõdẽtes hñt.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 27.

27 ¶Medias inuenire potentia tantum commenſurabiles: rationale compræhendentes.

¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur binæ rationales potentia tantum commenſurabiles a, b. ſumanturq; per 13 ſexti ipſarũ a, b, media proportionalis c. Fiatq; per 12 ſexti ſicut a ad b, ſic c ad d. Et quoniam ipſę a, b,



rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles: igitur quod ſub a,b, hoc eſt quod ex c fit/per 21 decimi medium eſt. media igitur eſt c. Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic c ad d, ipſæ autem a,b, potentia tantum ſunt commẽ ſurabiles: & c,d, igitur per 11 decimi/potentia tantum ſunt commenſura biles: eſtq; c media. media igitur eſt per 23 decimi/& d. Ipſę igitur c,d,p conſtructionem: mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Dico q; & rationale compræhendunt. Quoniam enim eſt ſicut a ad b ſic eſt c ad d: viciſſim igitur per 16 quinti eſt ſicut a ad c ſic eſt b ad d. Sed ſicut a ad c: & c ad b. & ſicut igitur per 11 quinti/c ad b ſic b ad d. igitur quod ſub c,d: æquum eſt ei quod fit ex b. Rationale autem eſt quod ſit ex b. Rationale igitur eſt quod ſub c,d. Inuentæ igitur ſunt mediæ potẽtia tantũ commenſurabiles: rationale compræhendentes. quod feciſſe oportuit.

a ßz. 9
c ßz ßz 54.
b ßz. 6
d ßz. ßz. 24.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 28.

¶ Medias comperire potentia tantum commẽſurabiles: medium compræhendentes. 28

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponantur enim tres rationales potentia tantum commẽſurabiles: a,b,c. ſuſcipiatur q; per 13 ſexti ipſarum a,b: media proportionalis d. Fiat q; per 12 ſexti ſicut b ad c: ſic d ad e. Quoniã enim a,b, rationales ſunt/potentia tantum commenſurabiles: igitur per 21 decimi/quod ſub a b hoc eſt id quod fit ex d, medium eſt. media igitur eſt d. Et quoniam b,c, potentia ſolum ſunt commenſurabiles/eſtq; ſicut b ad c ſic eſt d ad e: ipſæ igitur d,e, per 11 decimi potentia tantum ſunt commenſurabiles. media vero eſt d. & igitur e. Igitur ipſæ d,e: mediæ ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Dico q; & medium compræhẽdunt. Quoniam enim eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e: viciſſim igitur per 16 quinti/ſicut b ad d ſic eſt c ad e. Sicut autem b ad d: ſic d ad a. Et ſicut igitur per 11 quinti d ad a: ſic c ad e. Quod igitur ſub a,c: per 16 ſexti/æquum eſt ei quod ſub d,e. medium autem quod ſub a,c. medium igitur per correllarium 23 decimi quod ſub d e. Inuentæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles: medium compræhendentes. quod feciſſe oportuit.

a ßz. 16
d ßz. ßz. 128.
b ßz. 8.
c ßz. 6
e ßz. ßz. 72.

¶ THEON. Lemma.

¶ Comperire duos quadratos numeros: vt ex eis compoſitus ſit quadratus.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Exponanť bini nũeri a b & b c. ſintq; aut pares/aut ipares. Et quoniã ſi a pari par auferatur & ſi ab ipari impar/per 26 noni reliquus erit par: ſi igitur ab a b pari par b c, aut ab impari a b, impar b c auferatur/reliquus a c par eſt. Secetur a c biſariam in d. ſint autẽ ipſi a b, b c: aut ſimiles plani/aut quadrati qui & ſimiles plani ſunt. Igitur qui ſub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus eſt per 6 ſecundi ei qui fit ex b d quadrato. eſtq; quadratus qui ſub a b, b c: quoniam patuit per primã noni q; ſi bini ſimiles plani multiplicantes ſe adinuicẽ aliquẽ fecerint/factus quadratus eſt. Inuenti igitur ſunt bini quadrati numeri qui ſub a b, b c, & qui ex c d: qui compoſiti / b d quadratũ cõficiũt.

a .....d.....c.....b

¶ CORRELARIVM. ¶ Ac manifeſtum q; inuenti ſunt rurſus bini quadrati & qui ex b d & qui ex c d: & perinde eorum exceſſus qui ſub a b, b c, eſt quadratus/quando ipſi a b, bc, ſimiles fuerint plani. Quando autem non fuerint ſimiles plani: inuenti ſunt bini quadrati & qui ex b d & qui ex d c, quorum exceſſus qui ſub a b & b c non eſt quadratus.

¶ Lemma præcedentis oppoſitum.

¶ Inuenire binos quadratos numeros: vt ex eis compoſitus non ſit quadratus.

a.g.h.d.e.f..c.....b

¶ Sint enĩ a b, b c, ſimiles plani vt qui ſub a b, b c, per 1 noni ſit quadratus: ſitq; par c a. ſeceturq; c a biſariam in d. Manifeſtum iam eſt q; qui ſub a b, b c, quadratus vna cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus eſt ei

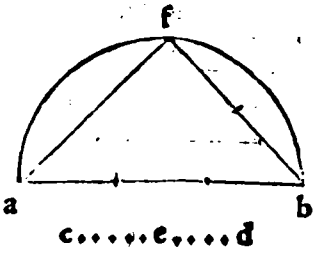
qui ex b d quadrato. Auferatur autem vnitas d e. Igitur qui ſub a b & b c vna cum eo qui ex c e: minor eſt eo qui fit ex b d quadrato. Dico igitur ꝙ qui ſub a b, b c, quadratus vna cũ eo qui ex c e: nõ eſt quadratus. Si enim eſt quadratus: vel eſt æqualis ei qui ex b e, vel eo minor. Maior autẽ nõ erit: cum qui ſub a b, b c, quadratus vna cum eo qui ex c d quadrato hoc eſt qui ex b d, primus ſit maiorũ quadrato qui ex b e, vnitas enim nõ ſecatur. maior autẽ eſt eo qui ſub a b. b c, vna cũ eo qui ex c e. c d enim: ipſo c e vnitate maior. Sit autem (ſi poſſibile eſt) prius qui ſub a b, b c, vna cũ eo qui fit ex c e: æqualis ei qui ex b e. ſitq; ipſius d e vnitatis: duplus g a. Quoniam igitur totus a c totius c d duplus eſt / & a g ipſius d e eſt duplus: & reliquus igitur per 7 ſeptimi g c reliqui e c duplus eſt. bifariam igitur ipſum g c: ipſe e diſpeſcit. Igitur qui ſub g b & b c vna cũ eo qui fit ex c e: æquus eſt ei qui fit ex b e quadrato. Sed qui ſub a b, b c, vna cũ eo qui ex c e: ęquus ſupponitur ei qui ex b e quadrato. Qui ſub g b, b c, igitur vna cũ e c qui fit ex c e: ęquus ei eſt qui fit ſub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e. Cõmuni igitur ſublato qui ex c e: ducitur a b æqualis ipſi g b. quod eſt impoſſibile. Qui ſub a b, b c, igitur vna cũ eo qui ex c e: æquus nõ eſt ei qui fit ex b e. Dico iam ꝙ neq; minor eo qui ex b e. Si enim poſſibile: ſit ei qui ex b f æqualis. & ipſius d f duplus h a. Cõducaturq; duplus rurſus h c ipſius c f: & vt f ipſum h c bifariam ſecet. ac per hoc eo qui ſub h b, b c, vna cũ eo qui ex f c: æquus erit ei qui ex b f. Supponitur autem ꝙ qui ſub a b, b c, vna cũ eo ꝙ ex c e: eſt ęqualis ei ꝙ ex b f. Cõducatur igit̃ ęqualis ꝙ ſub a b, b c, vna cũ eo qui ex c c: ei qui ex h b & b c vna cũ eo qui fit ex c f. quod abſurdum eſt. Igitur qui qui ſub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e: ęquus non eſt minori eo qui fit ex b e. patuit autẽ ꝙ neq; ei qui ex b e. neq; eo maiori. Igitur qui ſub a b, bc, vna cum eo qui fit ex c e: quadratus non eſt. Cum autem ſit poſſibile & pluribus modis prædicta oſtendere: ſufficiant nobis tamen prædicta / ne materia lõgior exiſtens lõgius protrahatur.

a. g. h. d. e. f. c. . . . . b

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 29.

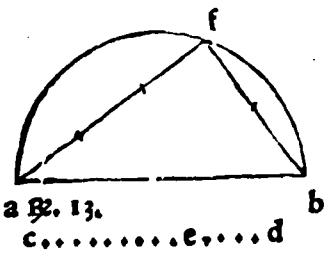
29 ¶ Comperire binas rationales potentia tantum commenſurabiles: vt maior minore maius poſſit eo quod ſit ex commẽſurabili ſibi longitudine. Camp. 17

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponatur enim quædã rationalis a b. & bini quadrati c d, d e, vt ipſorũ reſiduus c e nõ ſit quadratus per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi. & ſuper a b deſcribatur ſemicirculus a f b. Fiatq; ſicut per correlarium 6 decimi d c ad c e: ſic ꝙ ex b a quadratum ad id quod ex a f quadratũ. cõnectaturq; f b. Quoniã igitur eſt ſicut quod ex b a ad id quod eſt a f, ſic ex d c ad c e: igit̃ quod ex b a ad id quod ex a f, eã habet rationẽ quã numerus c d ad numerũ c e. Cõmenſurabile igitur eſt quod ex b a: ei quod ex a f. Rationale autẽ quod fit ex a b. rationale igitur & id quod fit ex a f. Rationalis igitur eſt & a f. Et quoniã d c ad c e rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; quod ex a b igitur ad id quod ex a f rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ nũerũ. Igitur a b: p 9 decimi ipſi a f lõgitudine incõmẽſurabilis eſt. Ipſæ igitur a f, a b: rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Et quoniã eſt ſicut d c ad c e, ſic eſt quod ex a b ad id quod ex a f: cõuertendo igitur p correlariũ 19 quinti ſicut c d ad d e, ſic quod ex a b ad id quod ex b f. At c d ad d e eã habet rationẽ quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex a b ad id quod ex b f: eã habet rationẽ quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Cõmẽſurabilis igitur eſt p 9 decimi a b ad b f lõgitudie. Et quod ex a b per 47 primi æquũ eſt eis quæ fiũt ex a f & f b. Igitur a b ipſa a f maius poteſt ipſa b f ſibi cõmenſurabili. Inuẽtæ igitur ſunt binę rationales potẽtia tãtũ commẽſurabiles b a & a f: vt b maior ipſa a f maius poſſit eo quod ex f b ſibi longitudine commenſurabili. Quod facere oportebat.



Euclí.ex Zamb. Problema.7 Propoſitio 30.

Camp.18 ¶Comperire binas rationales potentia tãtum commẽſura biles:vt maior minore maius poſſit eo quod fit a ſibi longi tudine incommenſurabili. 30



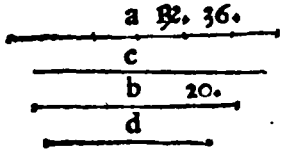
a 32. 13.

¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a b:biniq; numeri quadrati c e & e d, vt ex eis compoſitus non ſit quadratus per lẽma 2 viceſi mæoctauæ decimi. Deſcribaturq; ſuper a b, ſemicirculus a f b:fiatq; per correlariũ 6 decimi ſicut d c ad c e, ſic quod fit ex a b ad id quod ex a f. connectaturq; f b. Similiter iam oſtẽdemus ſicut in præcedenti:q; ipſæ b a & a f rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et quoniã eſt ſicut d c ad c e ſic eſt quod ex b a ad id quod ex a f: conuertendo igitur per correlarium 19 quinti ſicut c d ad d e, ſic quod ex a b ad id quod ex f b. At c d ad d e rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. neq; igitur quod ex a b: ad id quod ex b f rationem habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt a b ipſi b f longitudine: poteſtq; a b ipſa a f maius eo quod fit ex b f ſibi incommenſurabili. Ipſæ igitur a b, b f, rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles & a b ipſa a f maius poteſt eo quod fit ex f b ſibi longitudine incommẽſurabili. quod feciſſe oportuit.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 24.

DVas lineas mediales potentia tantum communicãtes ſuperficiemq; rationalem continentes/quarum longior ſit potentior breuiore/augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine:inuenire. 24

¶CAMPANVS. ¶Cũ omnes duę lineę mediales potẽtia tantũ cõmunicantes cõtineãt ſuperficiẽ rationalem aut medialem/vt ex præmiſſa patet:docet inuenire eas duas quæ continent ſuperficiem rationalem & eas quæ medialem. Vnde propoſitum eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes/quarũ longior poſſit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ ſibi cõmunicantis in longitudine:quæ contineant ſuperficiem rationalem. Ad hoc ſecundum doctrinam 17 ſumo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes:quarum longior quæſit a, poſſit amplius breuiori quæ ſit b, in quadrato alicuius lineæ ſecum communicantis in longitudine. & ponam lineam c ſecundum doctrinam 9 ſexti: medio loco proportionalem inter a & b. & ponam vt ſit proportio a ad b: ſicut c ad d. quod qualiter fiat: in 10 ſexti dictum eſt. Dico tũc duas lineas c & d: eſſe quas quærimus. Patet enim ex 19: q; ſuperficies quã cõtinent duæ lineæ a & b, eſt medialis. Et quia per primam partẽ 16 ſexti/quadratũ lineæ c eſt dictæ ſuperficiei æquale: erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem ſit a ad b ſicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypotheſi quia tam a q̃ b rationalis eſt in potentia: ſequitur per 10 q; c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 cum c ſit linea medialis: erit etiam d medialis. & per primam partem 12 erit linea c potentior linea d: in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant ſuperficiem rationalem: ipſę ſunt quales inquirimus. Eas autem cõtinere ſuperficiem rationalem: ſic habeto. Cum ſit a ad b ſicut c ad d: erit permutatim a ad c ſicut b ad d. ſed erat a ad c: ſicut c ad b. igitur eſt c ad b: ſicut b ad d. itaq; per primam partem 16 ſexti ſuperficies quam continẽt duæ lineæ c & d: eſt æqualis quadrato b. eſt autem quadratum b, rationale per hypotheſin: cum ipſa ſit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d: eſt rationalis. Quare conſtat propoſitum.



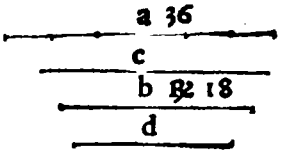
a 32. 36.

20.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 25.

25 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continentes / quarum longior ſit potentior breuiori/ quadrato lineę eidem longiori in longitudine incommenſurabilis: inuenire.

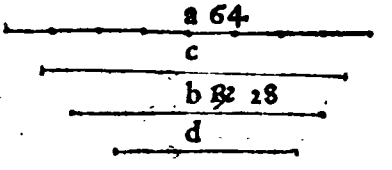
¶CAMPANVS. ¶Poſitis duabus lineis a & b rationalibus potētia tā tum communicantibus quarum longior poſſit amplius breuiori in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine quæ quidem reperiuntur ſecundum doctrinam 18, cæteriſq; poſitionibus manentibus ſicut in præmiſſa: argumentando modo conſimili patebit duas lineas c & d eſſe quales quærimus. ¶Et nota q; duę lineæ quas hęc & prędmiſſa docent inuenire: componunt bimediale primum. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt / dicitur reſiduum mediale primum.



Eucli.ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 31.

31 ¶Comperire binas medias potentia tantum commenſurabiles rationale compræhędentes: vt maior minore maius poſſit eo quod ſit a ſibi longitudine commenſurabili. Camp.24.

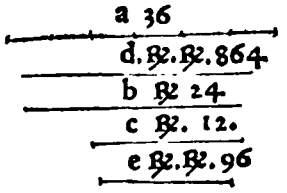
¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur per 29 decimi binæ rationales potentia tantum cōmenſurabiles/a,b: vt a maior exiſtens/ ipſa b minore maius poſſit eo quod ſit ex ſibi longitudine commenſurabili/& ei quod ſub a,b, cōprehēditur ęquū eſto id quod ex c. Medium autē eſt quod ſub a,b. medium igitur eſt per correlarium 23 decimi quod ſub c. media igitur eſt c per 21 decimi. Ei vero quod ſit ex b: æquū eſto quod ſit ſub c,d. Rationale autē eſt quod ſit ex b. rationale igitur & quod ſub c,d. Et quoniā per 1 ſexti eſt ſicut a ad b ſic eſt quod ſub a, b, ad id quod ex b, ſed ei quidē quod ſub a, b, æquum eſt id quod ſit ex c, ei autem quod ſit ex b æquum eſt quod ſub c,d: ſicut igitur a ad b, ſic quod ex c ad id quod ſub c,d. Sicut autem quod ſit ex c ad id quod ſub c,d: ſic eſt c ad d. & ſicut igitur a ad b, ſic c ad d. Commēſurabilis autē eſt per hypotheſin a: ipſi b potētia tantū. cōmenſurabilis igitur p 11 decimi & c ipſi d potētia tātū. At c: media eſt. media igitur eſt per 23 decimi & d. Et quoniam eſt ſicut a ad b & c ad d, at a ipſa b maius poteſt eo quod ſit ex ſibi commenſurabili: & c igitur ipſa d maius poteſt eo quod ſit ex ſibi commenſurabili. Inuentæ ſunt igitur binæ mediæ potentia tantum commēſurabiles c,d, rationale cōprehēdentes: & c ipſa d maius poteſt eo quod ſit ex ſibi longitudine commenſurabili. ¶Similiter iā oſtendetur q; & eo quod ex incommenſurabili: quādo a ipſa b maius potuerit eo quod ſit ex ſibi incommenſurabili. Quod facere oportuit. Camp.25.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 26.

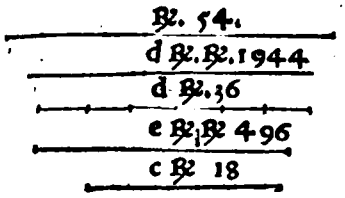
26 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; medialem continentes/ quarum longior breuiore tanto amplius poſſit quantum eſt quadratum alicuius lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine: inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potē tia tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continentes/ quarum longior plus poſſit breuiori in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine/& ſecum incommenſurabilis in longitudine: nūc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; medialem continentes quarum longior ſit potentior breuiori in quadrato lineæ non ſecū cōmenſurabilis/ ſed ſolū ſibi incommenſu



rabilis in longitudine. illud enim facile habetur ex iſto. Sint itaq; tres lineæ ſumptæ ſecundum doctrinam 18: a, b, c, potentia tantum rationales & in ea ſolum communicantes: ſitq; a potentior b & c, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b vt docet 9 ſexti: & ſit d ad e ſicut a ad c. dico duas lineas d & e eſſe quales inquirimus. Cum ſit enim quadratũ lineæ d æquale ſuperficiei quæ continetur ſub a & b per primã partẽ 16 ſexti/ ſitq; ſuperficies contẽta ſub a & b medialis ex 19 cum a & b ſint potentia tantum rationales communicantes: erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c ſicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantum ex hypotheſi: ſequitur ex 10 vt e quoq; cõmunicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a eſt potentior c, quadrato lineæ ſibi incõmenſurabilis in longitudine: erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant ſuperficiem medialem: cõſtat eas eſſe quales inquirimus. Eas autẽ cõtinere ſuperficiẽ medialẽ: ſic habetur. Cum ſit ex hypotheſi a ad c ſicut d ad e: erit permutatim a ad d ſicut c ad e. Sed a ad d eſt ſicut d ad b per hypotheſin. itaq; d ad b ſicut c ad e. igitur per primam partem 12 ſexti ſuperficies quã continent d & e: eſt æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent ſuperficiem medialem per 19: cum ipſæ ſint rationales in potentia tantum communicantes ex hypotheſi. itaq; d & e continent ſuperficiem medialẽ. Quod eſt propoſitum. ¶ CAMPANVS. ¶ Si autem cura eſſet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; medialem continentes/ quarum longior eſſet potentior breuiori, quadrato lineæ ſecum communicãtis in longitudine: ſumeremus tres lineas ſecũdum doctrinam 17 a, b, c, potentia tantum rationales & in ea ſolum cõmunicantes/ & poneremus lineam a eſſe potentiorem linea c, quadrato alicuius lineæ ſibi communicantis in longitudine/ cæteraverò manerẽt vt prius. & argumentatione conſimili concluderemus: duas lineas d & e eſſe quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire: componunt bimediale ſecũdum. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt/ dicitur reſiduum mediale ſecundum.

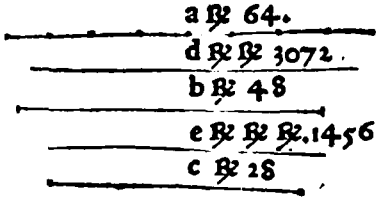
Zamb. 32.



Eucli. ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 32.

¶ Inuenire duas medias potentia tantum commenſurabiles medium cõpræhendentes: vt maior minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. 32

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponantur tres rationales potentia tantum commenſurabiles a, b, c: vt a per 29 decimi ipſa c maius poſſit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. & ei quidem quod ſub a, b: æquum ſit per 13 & 17 ſexti quod fit ex d. medium autem eſt quod ſub a, b. medium igitur eſt per eandem quod ex d. & d igitur media eſt. Ei autem quod ſub b, c: æquum eſto quod ſub d, e. Et quoniam per primam ſexti & lemma 21 decimi ſicut quod ſub a, b, ad id quod ſub b, c, ſic eſt a ad c, ſed ei quidẽ quod ſub a, b, æquum eſt id quod fit ex d, ei autem quod ſub b, c, æquũ eſt id quod ſub d, e: eſt igitur per 9 quinti ſicut a ad c ſic quod fit ex d ad id quod ſub d, e. Sicut autẽ quod fit ex d ad id qd ſub d, e, ſic eſt d ad e. & ſicut igitur per 11 quinti a ad c: ſic d ad e. Commenſurabilis autem eſt a ipſi c potentia tantum. cõmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi & d ipſi e potentia tantum. Media autem eſt d: media igitur per 22 decimi eſt & e. Et quoniam eſt ſicut a ad c ſic eſt d ad e, & a q̃ c maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili: & d igitur q̃ e maius poterit eo quod fit ex ſibi commenſurabili per 14 decimi. Dico inſuper q; compræhenſum ſub d, e, mediũ eſt. Quoniam enim æquũ eſt quod ſub b, c, ei quod ſub d, e, mediũ autẽ quod ſub b, c, mediũ igitur per correlarium 22 & quod ſub d, e. Inuentæ ſunt igitur duæ mediæ potentia tantum commen

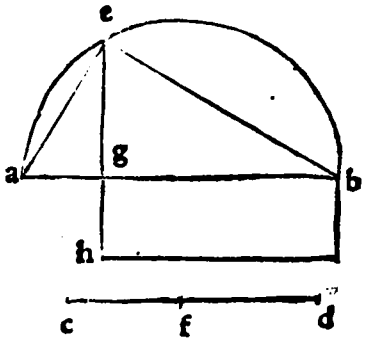


ſurabiles d,e,medium comprehendentes: vt maior minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. ¶Similiter iã rurſus oſtendetur q̃ & ei quod ex incommenſurabili: quando a ipſa c maius poterit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili, quod facere oportuit. Cãp. 26.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 27.

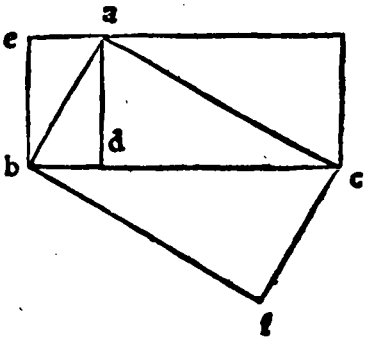
27 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq̃ medialem continentes/quarum quadrata ambo pariter accepta ſint rationale: inuenire.

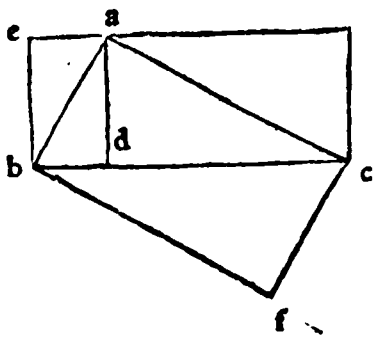
¶CAMPANVS. ¶Propoſitum eſt inuenire duas lineas inconmenſurabiles tam in potentia q̃ in longitudine: quę contineant ſuperficiem medialem/& quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem rationalem. Ad hæc autem ſumo per 18/duas lineas a b & c d potentia tantum rationales cõmunicantes: quarum longior quæ ſit a b, ſit potentior c d, quadrato alicuius lineæ ſecum incommenſurabilis in longitudine. Et ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculum a e b. Et diuido lineã c d pęqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad punctum g: ita q̃ linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b. & qualiter hoc fiat: in 13 dictum eſt. Et pono q̃ ſuperficies b h fiat ex a g in g b. eritq̃ ex prima parte 16 ſexti/quadratum c f: ęquale ſuperficiei b h. Et quia quadratum c f eſt æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta ſecundi/& quia ſuperficiei b h deeſt ad complendam lineam a b, ſuperficies quadrata cum a g ſit æqualis g h, & quia linea a b potentior eſt linea c d, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine ex hypotheſi: erit ex ſecunda parte 14. linea a g incommenſurabilis lineæ g b. Educo igitur a puncto g perpendicularem ſuper lineã a b vſq; ad circunferentiam ſemicirculi: quę ſit g e. & protraho lineas a e & e b. Quas dico eſſe quales quærimus. erit enim e g ęqualis c f: eo q̃ vtraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b. prima quidem/per primam partem correlarij 8 ſexti: ſecũda vero/per hypotheſin. propter quod: quadratum vtriuſq; earũ per primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b, quæ eſt b h. ipſę igitur ſunt æquales. At quia per quartã ſexti proportio a e ad e b eſt ſicut a g ad g e, ſunt autem a g & g e & g b continue proportionales: erit a e ad e b duplicata/ſicut a g ad g b. quare per 18 ſexti erit quadratũ lineæ a e ad quadratũ lineæ e b: ſicut a g ad g b. Cũ ſit igitur a g incõmunicans g b: erit per ſecundã partem 10 quadratum a e incõmunicans quadrato e b. quare duæ lineæ a e & e b ſunt incommẽſurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum a b eſt æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis/quadratum autem a b eſt rationale cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin: erunt quoq; quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta/rationale. Si vero hæ duæ lineæ continẽt ſuperficiem medialem: habitum eſt propoſitum. Erat autẽ c d rationalis in potentia & in ea tantum communicans lineæ a b: quare & c f. & ideo etiam g e ſibi æqualis erit potẽtia rationalis: & tantum in eadem communicans cum a b. itaq; per 19 ſuperficies a b in g e eſt medialis. Quia igitur per 4. ſexti & per primam partem 15 eiuſdem ſuperficies a e in e b eſt ſuperficiei a b in g e æqualis: conſtat duas lineas a e & e b, eſſe quales volumus. ¶Et nota q̃ duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire: componunt lineam maiorem. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt/dicitur linea minor.



¶THEON Lemma.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto triangulũ rectangulum b a c: rectũ habens q ſub b a c: excitetur q̃ per 11 primi/perpẽdicularis a d. Dico q̃ quod ſub c b & b d: ęquũ eſt ei quod fit ex b a. quod vero ſub b c, c d: ei quod ſub c a. quod autem ſub d b & d c: æquum eſt ei quod fit ex a d. & inſuper id qđ ſub b c, a d: æquũ eſt ei quod fit ſub b a & a c. In primiſq; q̃ id quod ſub c b & b d ęquum eſt ei quod ex a b. Quoniã enĩ in rectangulo triangulo b a c, ab angulo recto in baſin excitata eſt a d: igitur per 8 ſexti/triangula

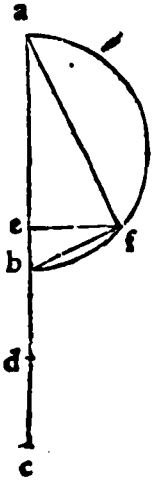




a b d & a d c ſimilia ſunt & toti a b c, & ſibi inuicem. Et quoniam triangulum a b c ſimile eſt triangulo a d b: eſt igitur ſicut c b ad b a, ſic eſt a b ad b d. Igitur quod ſub c b & b d: æquũ eſt ei quod fit ex a b. Id propterea iam quod ſub b c & c d: æquum eſt ei quod fit ex a c. Et quoniam ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis excitetur, excitata baſis ſegmentorum media proportionalis eſt per correllariũ 8 ſexti: eſt igitur ſicut b d ad d a, ſic eſt a d ad d c. Igit̃ per 17 ſexti quod ſub b d, d c: æquum eſt ei quod ex d a. Dico autem ꝙ & id quod ſub b c & a d, æquum eſt ei quod ſub b a & a c. Quoniã enim vt diximus a b c ſimile eſt ipſi a c d: eſt igitur ſicut b c ad a c, ſic b a ad a d. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales: quod ſub extremis per 16 ſexti æquũ eſt ei quod ſub medijs. quod igitur ſub b c, a d: æquũ eſt ei quod ſub b a, a c. Vel etiam quando circunſcribemus e c rectangulum parallelogrammũ complebimuſq; a f: æquum erit per 41 primi e c ipſi a f. vtrunq; enim eorũ: ipſius a b c trianguli duplum eſt. eſtq; quod ex b a, a c: id quod ſub b c, a d. quod autem eſt a f: id quod ſub b a & a c. Quod igitur ſub b c, a d: æquum eſt ei quod ſub b a & a c.

Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 33.

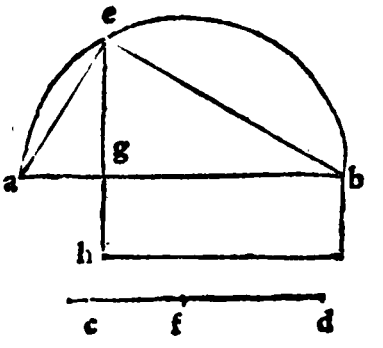
¶ Inuenire binas rectas lineas potentia incommẽſurabiles: conficientes conflatum ex quadratis quæ ab ipſis rationale, quod vero ſub ipſis medium. 33



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponantur per 30 decimi binæ rationales potentia tantum commenſurabiles a b, b c: vt maior a b minore b c maius poſſit eo quod fit ex ſibi incommẽſurabili. Seceturq; per 10 primi b c bifariam in d. & ei quod fit ex altera ipſarum b d, d c, per 26 ſexti æquum ad ipſam a b comparetur parallelogrammum deficiens ſpecie a quadrato: ſitq; quod ſub a c b. Deſcribaturq; ſuper a b ſemicirculus a f b: excitetur q; per 11 primi ipſi a b ad angulos rectos e f. cõnectãturq; a f & f b. Et quoniam binæ rectæ lineæ ſunt a b, b c, & a b ipſa b c maius poteſt eo qđ fit a ſibi incommenſurabili, quartæ autem parti illius quod fit ab ipſa b e minore hoc eſt ab eius dimidio æquum ad ipſam ab parallelogrammũ comparatũ eſt deficiens ſpecie a quadrato, efficitq; id quod ſub a e, e b: incommenſurabilis igitur eſt per ſecundam partem 18 decimi a e ipſi e b. Eſtq; ſicut a e ad e b: ſic quod ſub b a, a e, ad id quod ſub a b & b e. Et autem quod ſub b a & a e: æquum eſt id quod fit ex a f. Quod autem ſub a b & b e: per lemma præcedentis ei quod ex b f eſt æquale. Incommẽſurabile igitur eſt quod fit ex a f: ei quod fit ex b f. Ipſæ igitur a f, f b: potentia ſunt incõmenſurabiles. Et quoniam a b rationalis eſt: rationale igitur eſt per 7 diffinitionẽ decimi quod fit ex a b. quare & compoſitum ex eis quæ ex a f, f b, rationale eſt. Et quoniã rurſus quod ſub a e, e b, æquũ eſt per lemma præcedentis ei quod fit ex e f, ſupponitur autem id quod ſub a e, e b, ipſi quod ex b d æquale: æqualis igitur eſt f e ipſi b d. Dupla igitur eſt b c: ipſius f e. Quare & qđ ſub a b, b c: duplũ eſt eius quod fit ſub a b, e f. medium autem eſt qđ ſub a b, b c. medium igitur & id quod ſub a b, e f. æquum autem eſt quod ſub a b, e f: ei quod ſub a f, f b. medium igitur & quod ſub a f, f b. patuit vero ꝙ & rationale compoſitum ex eis quæ ab ipſis quadrata. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles a f, f b: efficientes compoſitũ inquã ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis rationale, & quod ſub ipſis medium. quod erat agẽdum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale: inuenire. 23

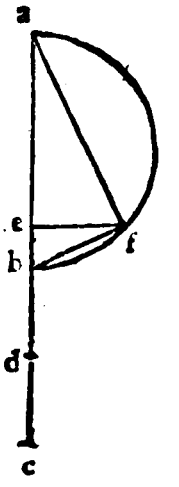


¶CAMPANVS. ¶Sit hic prorſus eadem diſpoſitio quæ prius in præmiſſa. Sint autem duæ lineæ a b & c d: quales proponit 25. eruntq; ſimili argumentatione præmiſſæ duæ lineæ a e & e b: quales hæc 28 proponit. Cum ſit enim a b linea medialis: erit eius quadratum mediale per 19. et ideo quadrata duarum linearum a e & e b: ſunt mediale per penultimã primi. Et quia a b in c d continet ſuperficiem rationalem: ſequitur etiam vt a b in c f, & ideo in g e ſibi æqualem, cõtineat ſuperficiem rationalẽ. itaq; & a e in e b. Patet ergo quod quęritur. ¶Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire: componunt lineam potẽtem in rationale & mediale. & minori earũ abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt, dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Euclí. ex Zamb. Problema 11. Propoſitio 34.

34 ¶Binas rectas lineas potentia incommenſurabiles efficientes compoſitum ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadrata medium, quod vero ſub ipſis rationale: comperire.

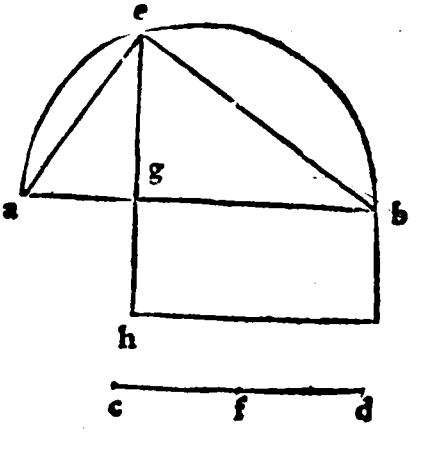
¶THEON ex Zamberto. ¶Exponantur binæ medię potentia tantum commenſurabiles a b, b c, rationale compræhendentes quod ſub ipſis: vt a b, ipſa b c maius poſſit eo quod fit a ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq; ſuper ipſa a b: ſemicirculus a d b. ſeceturq; per 10 primi b c, bifariã in e. compareturq; per 28 ſexti ad ipſam a b, ei quod ex b e æquũ parallelogrammum ſpecie deficiens a quadrato: ſitq; quod ſub a f, f b. Incommẽſurabilis igitur eſt a f ipſi f b longitudine. Exciteturq; per 11 primi ab f: ipſi a b ad angulos rectos f d, connectanturq; ipſæ a d & d b. Quoniã igitur incommenſurabilis eſt a f ipſi f b: incommenſurabile eſt igitur & quod ſub b a & a f, ei quod ſub a b & b f. Aequale autem eſt id quod ſub b a & a f, ei quod fit ex a d. quod autẽ ſub a b, b f: ei quod ex d b. incõmẽſurabile igitur eſt & id quod ex a d: ei quod ex d b. Et quoniã mediũ eſt quod fit ex a b: medium igitur eſt & compoſitum ex eis quæ fiunt ex a d, d b. Et quoniam dupla eſt b c ipſius d f: duplum igitur eſt quod ſub a b, b c, eius quod ſub a b, f d. Rationale autẽ eſt quod ſub a b, b c, ſupponitur enim rationale. Igitur & quod ſub a b, f d. Ei autem quod ſub a b, f d: æquum eſt per lemma 32 decimi quod ſub a d, d b. Quare & quod ſub a d, d b: rationale eſt. Inuentæ ſunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incõmenſurabiles a d, d b: efficientes compoſitũ ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, quod vero ſub ipſis rationale. Quod facere oportuit.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 29.

29 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq; medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta ſint mediale, duplo ſuperficiei vnius in alteram incommenſurabile: inuenire.

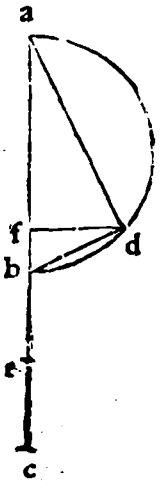
¶CAMPANVS. ¶Huius quoq; diſpoſitio: a duarum prẹmiſſarum diſpoſitione nõ ſit in quoquã diuerſa. Sint autem lineę duæ a b & c d: quales 26 proponit. eruntq; præmiſſa argumentatione duæ lineæ a e & e b: quas inquirimus. Cum enim a b ſit linea medialis: erunt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale. at cum a b & c d contineãt ſuperficiem medialẽ: ſequitur vt a b in e f, & ideo in e g ſibi ęqualem, contineat quoq; ſuperficiem medialem. omnis enim ſuperficies mediali communicans: medialis eſſe conuincitur, quẽadmodum in 21 mõſtratum eſt. ſuperficies igitur a e in e b medialis eſt: cum ipſa ſit æqualis ſuperficiei a b in g e. Quia vero linea a b eſt incommenſurabilis lineæ c d: erit etiam incommenſurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam ſexti & ſecundam partem decimæ huius, ſuperficies a b in e g quæ eſt æqualis ſuperficie ia e in e b: erit incommenſurabilis quadrato lineæ a b. itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis.



Quod cum ita ſit: ſequitur quoq; vt duplum ſuperficiei a e in e b ſit incõ menſurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acce ptis. Et hoc erat monſtrandum. ¶Duælineę quas hęc 29 docet inuenire: componunt lineam potentem in duo medialia. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit to tum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propoſitio 35.

¶Comperire binas rectas lineas potentia incõmẽſurabiles: efficientes compoſitum ex earum quadratis mediũ/& quod ſub ipſis medium/& inſuper incommenſurabile compoſito ex earum quadratis. 35



¶THEON ex Zamberto. ¶Exponãtur per 28 decimi binæ mediæ po tentia tantum cõmenſurabiles a b, b c, mediũ compręhẽdentes: vt a b ip ſa b c maius poſſit eo quod fit ex ſibi incõmẽſurabili. Deſcribaturq; ſuper a b, ſemicirculus a d b: & reliqua fiãt quæ in ſuperioribus. Et quoniã per ſecundã partẽ 18 incõmenſurabilis eſt a f ipſi f b longitudine: incõmen ſurabilis eſt p 11 decimi & a d ipſi d b potẽtia. Et quoniã qđ ex a b me dium eſt: mediũ igitur eſt & cõpoſitum ex ijs quæ ex a d, d b. Et quoniã quod ſub a f, f b, æquum eſt ei quod ex vtraq; ipſarũ b e, d f: æqualis igi tur eſt b e ipſi d f. Dupla igitur eſt b c ipſius f d. quare & quod ſub a b, b c duplum eſt eius quod ſub a b, f d. Mediũ autem quod ſub a b, b c. me dium igitur & quod ſub a b, f d. æquumq; eſt ei quod ſub a d, d b. me dium igitur eſt per correlariũ 23 decimi & per lẽma primũ decimi quod ſub a d, d b. Et quoniam incõmẽſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine/cõ menſurabilis autem eſt b c ipſi b e: incõmenſurabilis igitur eſt per 13 de cimi & b a ipſi b e lõgitudine. Quare & quod ex a b: ei quod ex a b, b e, incõmenſurabile eſt. Sed ei quidẽ quod ex a b æqualia ſunt q̃ ex a d, d b, p 47 primi. ei autẽ quod ex a b, b e, æquũ eſt id qđ ſub a b, f d. hoc eſt quod ſub a d, d b. incõmenſurabile igitur eſt compoſitũ ex ijs quæ ex a d, d b: ei quod ſub a d, d b. Inuẽtæ igitur ſũt binę rectę lineę a d, d b, po tentia incõmenſurabiles: efficientes compoſitũ ex earum quadratis me dium/& quod ſub ipſis medium/& inſuper compoſito ex earum quadra tis incommenſurabile. Quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales com municantes/in longum directumq; coniungantur: tota linea ex his compoſita erit irrationalis/dicetur q; binomium. 30

a ℞ 12 b ℞. 4 c

a c ℞. ℞. 256.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq; cõ iunctæ rationales in potentia tantũ cõmunicantes: quas per 17 & 18 re peries: dico totam lineã a c ex eis compoſitã eſſe irrationalem: & ipſa vo catur binomiũ. Eſt enim per quartam ſecundi quadratũ a c æquale qua dratis duarum linearum a b & b c & duplo ſuperficiei vnius earum in al teram. quadrata autem ambarũ faciunt ſuperficiem rationalem ex hypo theſi. duplum vero ſuperficiei vnius earum in alteram facit ſuperficiẽ me dialem ex decimanona. itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum fa ciunt ſuperficiem incommenſurabilem duplo ſuperficiei vnius earum in alteram. erit igitur ex 9 quadratum a c incõmenſurabile duobus qua dratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis. quare irrationale per diffinitionẽ: cum duo illa quadrata faciãt ſuperficiẽ rationalem. ideoq; ſuum latus tetragonicum quod eſt a c: irrationale quoq; per diffinitionẽ. conſtat ergo propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 36.

¶Si binæ rationales potentia tantum commenſurabiles cõ 36

positæ fuerint: tota irrationalis est, vocetur q; ex binis nominibus.

¶THEON ex Zamb. ¶Componantur enī binæ rationales potentia tā tum cōmēsurabiles: a b, b c. Dico q; a c irrationalis est. Quoniā enim incōmensurabilis est a b ipsi b c longitudine: potentia tātum sunt cōmensurabiles sicut autē a b ad b c: sic per lemma 21 decimi, quod sub a b, b c, ad id quod ex b c. Incommensurabile p 11 decimi igitur est quod sub a b, b c, ei quod ex b c. sed ei quod sub a b, b c, commensurabile quidē est qđ bis sub a b, b c. Ei autem quod ex b c: cōmēsurabilia sunt quæ ex a b, b c. Quare & quod bis sub a b, b c, eis quæ ex a b, b c, incōmensurabile est. Componendoq; per 4 secundi quod bis sub a b, b c, vna cum eis quæ ex a b, b c, hoc est quod ex a c: incommensurabile est compositō ex ijs quæ ex a b, b c. rationale autē est compositū ex ijs quæ ex a b, b c. irrationale igitur est per diffinitionem decimi quod ex a c. Quare & a c irrationalis est. vocatur autem ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus: eo quia ipsa ex binis rationalibus constat. proprium nomen appellans: rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.

a 20 b 6 c

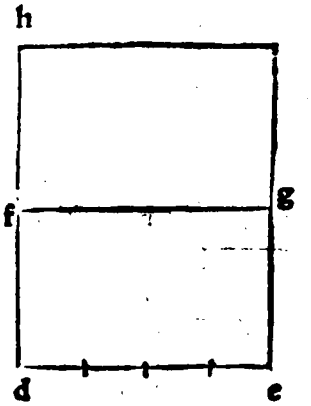
b c. 8. 8. 640.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 SI duæ lineæ mediales potentiā tantum communicātes superficiemq; rationalem continentes, directe cōiungantur: tota linea ex his composita erit irrationalis, dicaturq; bimediale primum.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b, & b c in continuū directumq; cōiunctæ quales proponuntur: quas per 24 & 25 reperies. dico totam lineā a c esse irrationalem: & ipsa vocatur bimediale primum. Est enim duplū superficiei a b in b c rationale per hypothesin: duoq; quadrata duarum linearū a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cū vtrumq; quadratum sit mediale per hypothesin, & vnum eorum cōmunicans alij. duplū igitur superficiei vnius earū in alteram est incōmunicans duobus quadratis pariter acceptis, totū ergo aggregatū ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratum totius a c per 4 secundi) est incōmensurabile duplo superficiei vnius earū in alterā per 9 huius. Cum itaq; duplum superficiei sit rationale: erit quadratum a c irrationale. ideoq; & linea a c, quod est propositum. ¶IDEM aliter. ¶Sit linea d e rationalis in longitudine: cui adiūgatur superficies d f equalis duobus quadratis duarum linearum a b & b c. eritq; superficies hæc d f medialis: cum vtrumq; quadratum sit mediale per hypothesin, & vnum eorum cōmunicās alij. quare per 20 linea d g est rationalis in potentia tantum, non cōmunicāns in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g quæ est æqualis d e, adiūgatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c. eritq; f h rationalis per hypothesin. quare per 16 linea g b erit rationalis in longitudine. duæ itaq; lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales: & in ea tantū communicantes. ergo per 30 tota ex eis composita quæ est d h: est binomiū & irrationalis. quare per 16 a destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secundi latus eius tetragonicum est linea a c: ipsa erit irrationalis per diffinitionem. quod oportuit dmōstrare.

a 8 8 54. b 8 8 14 c



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 37.

37 ¶SI binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint rationale comprehendentes: tota irrationalis est, vocatur autem ex binis prima mediis.

¶THEON ex Zamberto. ¶Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles a b, b c, rationale comprehendentes. Dico q; a c irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est a b ipsi b c longitudine & quę ex a b, b c, igitur sunt incommēsurabilia ei quod

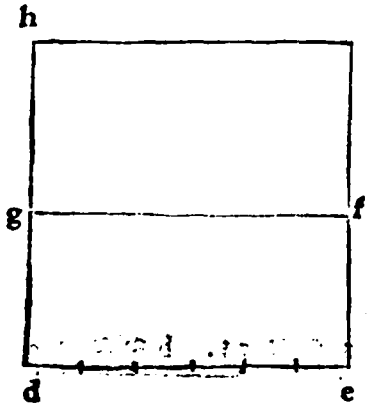
a 8 8. 27 b 8. 8. 12 c

bis ſub a b, b c. Componendo igitur quæ ex a b, b c, vna cũ eo quod bis ſub a b, b c, hoc eſt illud quod ex a c: incõmenſurabile eſt ei quod ſub a b, b c. Supponuntur autem ipſæ a b, b c, rationale compræhẽdentes. irrationale igitur eſt id quod ex a c. irrationalis igitur eſt a c. vocatur ſane ex binis mediis prima. vocauit autem eam ex binis mediis primam: quoniam rationale compræhendit/& conterit rationale.

Eucli ex Camp. Propoſitio 32.

SI duæ lineæ mediales potentialiter tãtum communicantes ſuperficiem q̃ mediale̅ continentes directe coniungantur: tota linea erit irrationalis dicetur q̃ bimediale ſecundum. 32

a ꝫ. ꝫ. 128 b ꝫ ꝫ 27 c

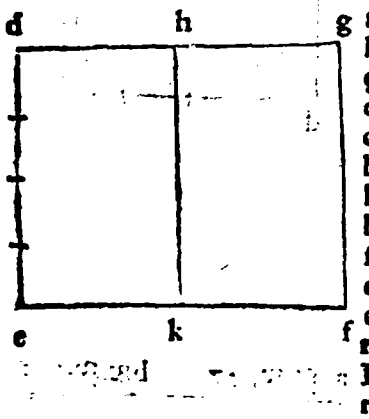


¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineæ a b & b c in continuũ directumq̃ cõiunctæ vt proponitur: quas per 26 contingit reperiri, dico totam a c ex eis compoſita eſſe irrationalem: & ipſa vocatur bimediale ſecundũ. Eſto enim linea d e rationalis in longitudine: cui adiungatur ſuperficies d f equalis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypotheſi duo illa quadrata ſunt communicantia/& vtrũq̃ mediale: erit ſuperficies d f medialis. quare per 20 linea d g quæ eſt eius latus ſecũdũ: eſt rationalis in potentia tantum/& lineæ d e incõmenſurabilis in longitudine. Rurſus adiungatur ad lineam g f quæ eſt æqualis lineæ d e, ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c. erit ergo etiam ſuperficies f h medialis. erat enim per hypotheſin ſuperficies a b in b c medialis. ergo duplum eius cui eſt æqualis f h erit mediale. per 20 igitur eſt linea g h rationalis in potentia tantum & incommẽſurabilis in longitudine lineę g f. Quia vero a b & b c ſunt potentialiter tãtum cõmunicantes: erit per primam ſexti & per ſecundam partem 10 huius ſuperficies vnius medialis alteram/incõmenſurabilis quadrato vtriuſq̃. At quia quadrata earũ cõmunicãt per hypotheſin: erit dicta ſupficies/quare & duplũ eius/incõmunicãs duobus quadratis earũ pariter acceptis. duæ ergo ſupficies d f & f h ſunt incõmunicantes. per primã itaq̃ ſexti & ſecundam partem 10 huius erit linea d g incõmenſurabilis lineæ g h. quæ cum ſint rationales in potentia: erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 ſecundi eſt linea a c: ſequitur per diffinitionem q̃ linea a c ſit irrationalis. quod propoſitum erat oſtendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 38

¶Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint medium compræhendentes: tota irrationalis eſt/vocatur autem ex binis ſecunda mediis. 38

a ꝫ. 8 b ꝫ. 6 c



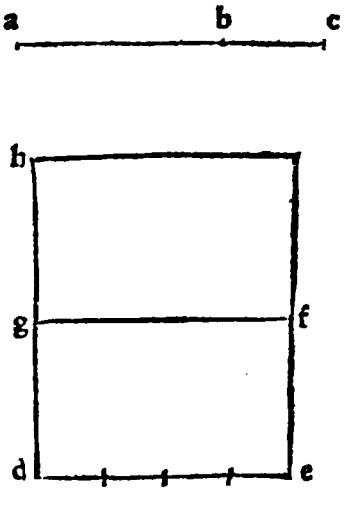
¶THEON ex Zamberto. ¶Componatur enim binæ mediæ potentia tantum cõmenſurabiles a b, b c, mediũ comprahendentes. Dico q̃ irrationalis eſt a c. Exponatur rationalis d e, ei autẽ quod ex a c per 44 primi æquum ad ipſam d e comparetur d f: latitudinem faciens d g. Et quoniã quod ex a c æquum eſt & eis quæ ex a b, b c, & ei quod bis ſub a b, b c, quod autẽ ex a c æquũ eſt ipſi d f: igitur & d f æquũ eſt & eis quæ ex a b, b c, & ei quod bis ſub a b, b c. Comparetur per eandẽ iam eis quæ ex a b, b c, ad ipſam d e æquũ ipſum e h. reſtat quũ igitur h f æquum eſt ei quod bis ſub a b, b c. Et quoniã media eſt vtraq̃ ipſarum a b, b c: media igitur ſunt & ea quæ ex a b, b c. mediũ autem ſupponitur quod bis ſub a b, b c. eis autẽ quæ ex a b, b c, æquũ eſt e h. ei vero quod bis ſub a b, b c, æquũ eſt f h. mediũ igitur eſt vtrunq̃ ipſorũ e h, h f: & ad rationalem d e cõparatur. Rationalis igitur & incõmenſurabilis eſt a b ipſi a c longitudine. Eſtq̃ ſicut a b ad b c ſic quod ex a b ad id quod ſub a b, b c. incommenſurabile igitur eſt ei quod ex a b id quod ſub a b, b c. at ei quidem quod ex a b commenſurabile eſt compoſitũ ex his quæ ex a b, b c, ſunt quadrata. ei vero quod ſub a b, b c commenſurabile eſt id quod bis a b, b c. Incõ

menſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex a b,b c,ei quod bis ſub a b, b c. Sed eis quidem quæ ex a b,b c,æquũ eſt e h. ei autẽ quod bis ſub a b,b c, æquum eſt f h. Incommẽſurabile igitur e h: ipſi h f. Quare & d h ipſi h g eſt incommenſurabilis longitudine. Oſtenſum eſt autem q; rationalis. Ipſæ igitur d h,h g, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Quare d g irrationalis eſt. rationalis autem d e. Quod autẽ ſub irrationali & rationali compræhẽſum rectangulum: irrationale eſt per 22 decimi. Igitur area d f irrationalis eſt: ipſamq; potẽs irrationalis eſt. ipſum autem d f ipſa a c poteſt. irrationalis igitur eſt a c. vocaturq; ex binis medijs ſecunda. Vocauit autem eam ex binis medijs ſecundam: quoniam medium compręhendit quod ſub ipſis/& non rationale/in ſecundo vero eſt loco medium rationali. Qz autem ſub rationali & irrationali compræhenſum rectangulum ſit irrationale: patet. ſi enim ſit rationale: compareturq; ad rationalẽ. rurſuſq; erit aliud latus rationale. ſed & irrationale. quod eſt abſurdum. Quod igitur ſub rationali & irrationali: irrationale eſt. Quod oſtendere oportuit.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 33.

33 CVm coniunctę fuerint duæ lineæ potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq; medialẽ continentes/quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale: tota linea erit irrationalis/diceturq; linea maior.

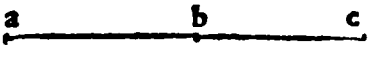
¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineę a b & b c ſibi in continuum directumq; cõiunctæ ſicut proponitur: quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compoſitam eſſe lineam irrationalem: & ipſa vocatur linea maior. Cũ enim ambo quadrata pariter accepta ſint rationale/ſuperficies vero alterius in alterã (quare & eius duplum) medialis per hypotheſin: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicãs duplo ſuperficiei vnius in alterã. itaq; totũ aggregatum ex duobus quadratis & duplo ſuperficiei (& ipſum eſt æquale quadrato a c per 4. ſecũdi) erit per 9 huius incõmẽſurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo eſt q̃dratũ lineæ a c irrationale: & linea a c irrationalis. quod eſt propoſitũ. ¶Idẽ aliter. Sicut in præmiſſis ad lineã d e quæ ſit rationalis in longitudine/adiungatur ſuperficies d f: quę ſit ęqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis. eritq; rationalis per hypotheſin. quare per 16 latus eius ſecũdũ quod eſt d g: erit etiã rationale in lõgitudine & cõicans lineę d e. Rurſus ad lineã f g adiũgatur ſuperficies f h ęqualis duplo ſupficiei a b in b c. eritq; medialis per hypotheſin. quare per 20 linea g h quę eſt eius latus ſecũdũ eſt rationalis inſpotẽtia tantũ. per 30 igitur eſt linea d h binomiũ & irrationalis. ideoq; per 16 a deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis. quare latus eius tetragonicum quod per 4. ſecundi eſt a c: eſt irrationale per diffinitionem. quod volumus oſtendere.

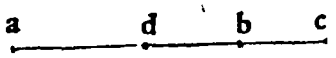


Euclí. ex Zamb. Theorema. 27. Propoſitio 39.

39 ¶Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint conficientes compoſitum ex quadratis quæ ab ipſis rationale/quod autem ſub ipſis medium: tota recta linea irrationalis eſt/vocatur autem maior.

¶THEON ex Zãb. ¶Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potentia commenſurabiles a b,b c: efficiẽtes ea q̃ propoſita ſunt. Dico q; a c irrationalis eſt. Quoniam enim per hypotheſin quod ſub a b,b c, medium eſt: & quod bis igitur ſub a b,b c, medium eſt. Compoſitum vero ex ijs quæ ex a b,b c: rationale eſt. incõmenſurabile igitur eſt quod bis ſub a b,b c: compoſito ex ijs quæ ex a b,b c. Quare & quę ex a b,b c, vna cum eo quod bis ſub a b,b c, quod eſt id quod ex a c: incommenſurabile eſt compoſito ex ijs quæ ex a b,b c. Rationale autem eſt compoſitum ex ijs quæ ex a b,b c. Irrationale igitur eſt quod ex a c. Quare & a c irrationalis eſt. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipſam/maiorẽ: eo qa q̃ ex a b,b c, rationalia/maiora ſunt eo quod bis ſub a b,b c, medijs. cũq; decẽs ſit ab ipſorũ rationalium familiari denominationem ordinare.

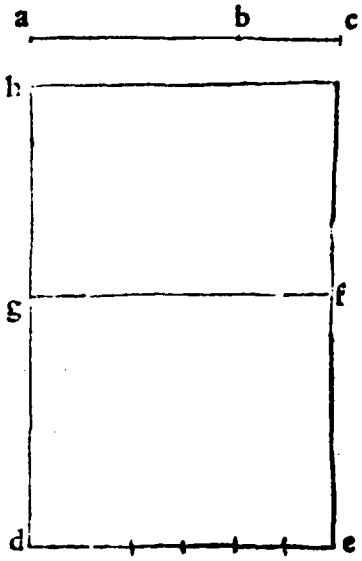




¶Quæ autē quæ ex a b,b c,maiora ſint eo quod bis ſub a b,b c:ſic oſtēdendū eſt.Manifeſtū quidē eſt q̄ inæquales ſunt ipſę a b,b c.Si enī æq̄les eſſēt:equalia quoq; eſſent p̄ 7 ſecūdi/et q̄ ex a b,b c:ei quod bis ſub a b,b c.eſſet quoq; id quod ſub a b,b c,rōnale.Quod nō ſupponit̄.Inæquales igitur ſunt ipſæ a b,b c.Supponatur maior a b.ponaturq; ipſi b c æq̄lis b d.Quæ igitur ex a b,b d: æqualia ſunt ei quod bis ſub a b,b d,& ei quod ex a d.æqualis autem eſt d b ipſi b c.Quæ igitur ex a b,b c:equa ſunt ei quod bis ſub a b,b c,& ei quod ex a d.Quare quæ ex a b,b c,maiora ſunt eo quod bis ſub a b,b c:eo quod ex d a. quod erat demonſtrandum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 34.

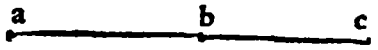
CVm cōiunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmenſurabiles ſuperficiemq; rationalē continētes/quarū ambo quadrata pariter accepta ſint mediale: tota linea erit irrationalis/diceturq; potens in rationale & mediale. 34



¶CAMPANVS.¶Sint vt in præmiſſis duæ lineæ a b &b c in cōtinuū directumq; cōiunctæ quales proponitur:& ipſę ſunt ex 28 ſumēdę.Dico q; tota linea a c ex eis cōpoſita/erit irrationalis: & illa vocatur linea potens in rationale & mediale.Cū ſit enī ſuperficies a b in b c rationalis per hypotheſin/ideoq; & duplū eius/ac ambo quadrata pariter accepta ſint mediale:ſequitur per 4. ſecūdi & 9 huius quēadmodū in p̄miſſis/q; quadratū totius a c ſit incōmunicans duplo ſuperficiei a b in b c.per diffinitionem igitur ipſum eſt irrationale:& linea a c irrationalis.quod eſt propoſitum.¶Idem aliter.Sit vt in p̄miſſis linea d e rationalis in longitudine:ſuperficieſq; d f ſibi adiuncta ęqualis duobus quadratis pariter acceptis duarū linearum a b & b c.eritq; mediale per hypotheſin.per 20 igitur erit linea d g rationalis in potētia tantum non cōmunicans in longitudine lineę d e.Sitq; ſuperficies f h adiuncta ad lineam g f:æqualis duplo ſuperficiei a b in b c.eritq; rationalis per hypotheſin.& ideo per 16 latus eius ſecundum/quod eſt g h:rationale in lōgitudine.quare per 30 linea d h eſt binomium & irrationalis:& ſuperficies e h per 16 a deſtructione cōſequētis eſt irrationalis.Cū itaq; linea a c ſit eius latus tetragonicū per 4. ſecundi:ſequitur vt a c ſit irrationalis per diffinitionem.conſtat ergo propoſitū.

Eucli.ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 40.

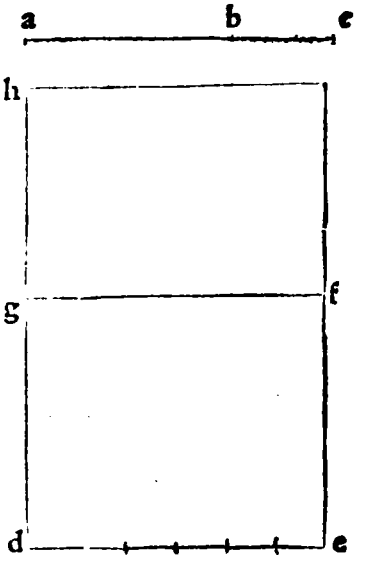
¶Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint efficientes compoſitum quidem ex earum quadratis medium/quod vero ſub ipſis rationale:tota recta linea irrationalis eſt/vocatur autem rationale mediumq; potens. 40



¶THEON ex Zamb. ¶Componantur enim binæ magnitudines ſiue rectæ lineæ potentia incommenſurabiles a b,b c: efficientes præcedentia. Dico q; irrationalis eſt a c. Quoniam enim compoſitum ex iſs quæ ex a b,b c,medium eſt/quod vero bis ſub a b,b c,rationale:incōmenſurabile igitur eſt compoſitum ex iſs quæ ex a b,b c.ei quod bis ſub a b,b c.Quare & componendo per 16 decimi & 4 ſecundi/quod ex a c:incommenſurabile eſt ei quod bis ſub a b,b c.Rationale autem eſt quod ſub a b,b c.Irrationale igitur eſt quod ex a c.Irrationalis igitur eſt a c.Vocatur autem rationale mediumq; potēs.Rationale autem & medium potentē eam appellauit:eo quia binas poteſt areas vnam quidem rationalem/alteram vero mediam.ac propter rationalis p̄exiſtentiam:primam rationalem appellauit.quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 35.

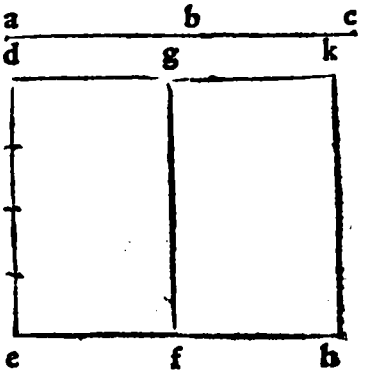
CVm cōiunctę fuerint duæ lineæ potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq; medialem cōtinentes/quarū ambo quadrata pariter accepta ſint mediale duplo ſuperficiei vnius in alteram incommenſurabile:tota linea erit irrationalis/diceturq; potens in duo medialia. 35



¶CAMP. ¶Sint quoq; duæ lineę hic a b & b c in cõtinuũ directũq; cõiũctæ vt proponit: q̃ ex 29 ſumẽdę ſũt. Dico q; linea a c ex eis cõpoſita eſt irrationalis: ac ipſa dicit, potẽs in duo medialia. Adiũgatur enĩ ad lineã d e q̃ ſit rationalis in lõgitudine: ſuperficies d f æq̃lis duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis. eritq; medialis p hypotheſin. quare per 20 linea d g erit rõnalis in potẽtia tm̃: & incõmẽſurabilis d e lineę rõnali in lõgitudine. Rurſus ad lineã g f q̃ eſt ęqualis d e: adiũgatur ſuperficies f h q̃ ſit æqualis duplo ſuperficiei vnius in alterã. erit etiã ex hypotheſi medialis. quare p 20 linea g h: erit rationalis in potẽtia tm̃. At qa p hypotheſin ãbo quadrata pariter accepta ſũt incõmẽſurabile duplo ſuperficiei vnius in alterã: ſequitur vt d f ſit incõmẽſurabilis f h. quare p primã ſexti & 2 partẽ 10 huius: linea d g eſt incõmẽſurabilis g h. per 30 igitur eſt linea d h: binomiũ & irrõnalis. itaq; ſuperficies e h eſt irrationalis: & eius latus tetragonicũ qd̃ eſt a c, vt in p̃miſſis. quare cõſtat ꝓpoſitũ. Si autẽ duplũ ſuperficiei a b in b c nõ eſſet incõmẽſurabile ãbobus quadratis pariter acceptis: eſſet linea a c medialis. eſſet enĩ d f cõicans f h. ideoq; linea d g lineæ g h. tota igitur d h eſſet rationalis in potentia tantum. incommenſurabilis in longitudine lineę d e. per 19 igitur eſſet ſuperficies e h medialis: eiuſq; latus tetragonicum quod eſt a c, linea medialis.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 29. Propoſitio 41.

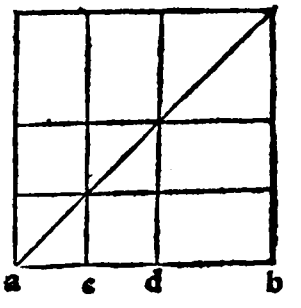
41 ¶Si binæ rectæ lineę potẽtia incõmẽſurabiles cõpoſitę fuerĩt/efficientes cõpoſitũ ex earũ quadratis medium/quod vero ſub ipſis mediũ/& inſuper incõmenſurabile cõpoſito ex earũ quadratis: tota recta linea irrationalis eſt/vocat autẽ bina potẽs media.



¶THEON ex Zãb. ¶Cõponantur enĩ binę rectę lineæ potẽtia incõmẽſurabiles a b, b c: efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs quæ ex a b, b c, mediũ/quodq; ſub ipſis a b, b c, mediũ/& inſuper incõmẽſurabile cõpoſito ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis. Dico q; a c irrationalis eſt. Exponatur rationalis d e, cõpareq; per 44 primi/adipſum d e, ipſis qdẽ q̃ ex a b, b c, æquũ d f: ei vero quod bis ſub a b, b c, æquũ g h. totũ igitur d h: æquũ eſt ei quod ex a c quadrato. Et quoniã cõpoſitũ ex ijs quæ ex a b, b c, mediũ eſt/ac eſt æquale ipſi d f: mediũ igitur eſt et d f. & ad ipſam d e rationalẽ cõparatur. rationalis igit̃ eſt d g: & ipſi d e lõgitudine incõmẽſurabilis. Ac per hoc iã & p 34 decimi g k: rationalis eſt & ipſi g f incõmẽſurabilis hoc eſt ipſi d e longitudine. Et quoniã incõmẽſurabilia ſunt q̃ ex a b, b c, ei qd̃ bis ſub a b, b c: incõmẽſurabile eſt d f ipſi g h. quare & d g ipſi g k, p 1 ſexti & 11 decimi incõmẽſurabilis eſt. ſũtq; rõnales. ipſæ igit̃ d g, g k, rõnales ſunt: potẽtia tm̃ cõmẽſurabiles. Irrationalis igitur eſt d k p 36 decimi: appellata ex binis noĩbus. Rõnalis autẽ d e. irrationale igit̃ eſt d h: & illud potẽs irrationalis eſt. põt autẽ ipſũ d h: ipſa a c. Irrationalis igit̃ eſt a c: vocaturq; bina potẽs media. Appellat vero ipſam bina potentẽ media: eo quia ipſa poteſt duas medias areas aliam compoſitam ex ijs quæ ex a b, b c, & aliam quæ bis ſub ipſis a b, b c. quod erat oſtendendum.

¶CAMPANVS. ¶Vt autem facilior fiat doctrina ſequentium: præmonſtranda arbitramur hoc loco duo/quorum primum eſt.

1 ¶Si aliqua linea per duo inæqualia diuidat̃: quadrata ãbarũ ſectionũ pariter accepta tãto ãplius ſũt duplo ſuperficiei vnius earũ in alterã/quãtũ eſt q̃dratũ eius lineæ qua maior excedit minorẽ.



¶Sit enĩ linea a b diuiſa p duo inæqualia in pũcto c. ſitq; maior portio c b: de qua ſumatur c d æqualis a c. Dico q; quadrata duarũ linearum a c & c b ſunt amplius duplo ſuperficiei vnius in alterã: in quadrato lineæ d b. nam quod fit ex a c in c b bis/cũ quadratis duarum linearũ a c & c b, eſt æquale ei quod fit ex a c in c b quater/cum quadrato d b: eo q; vtraq; hęc æqualia ſunt quadrato lineæ a b. primum quidẽ per quartam ſecundi: ſecundũ vero per 8 eiuſdẽ. Dẽ ptis itaq; vtrinq; æqualibus/videlicet eo quod fit ex a c in c b bis: erũt reſidua quæ ſũt de primo qdẽ quadrata duarũ linearũ a c & c b, de ſecũdo vero quod fit ex a c in c b bis cũ quadrato d b, æqualia. quare cõſtat propoſitũ. Ex hoc er

go manifeſtū eſt q; ſi aliqua linea per duo inęqualia diuidatur: quadrata amba rum partium pariter accepta plus ſunt duplo ſuperficiei vnius earum in alteram. Et hoc eſt: propter quod iſtud præmiſimus.

¶Si aliqua linea per duo inęqualia/itęq; alia duo inęqualia diui- 2
datur: quadrata magis inęqualiū pariter accepta tāto ſunt āplius quadratis minus inęqualiū pariter acceptis/quātū eſt duplū quadrati illius lineę quæ in vtraſq; eſt ſectiones/& quadruplum eius quod fit ex eadē linea in eā quæ eſt inter punctū ſectionis minus inæqualium & pūctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

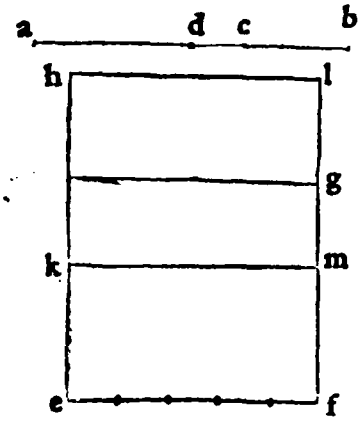


¶Sit linea a b diuiſa per duo inæqualia in pūcto c, itęq; p alia minus inęqua lia in puncto d: rurſus per ęqualia in e. Dico q; quadrata duarū partiū magis inæqualiū quæ ſunt a c & c b, tantū ſunt amplius duobus quadratis duarū lí nearū minus inæqualiū quę ſunt a d & d b: quantum eſt duplum quadrati lineę c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 ſecundi quadrata duarum linearū a c & c b pariter accepta dupla quadratis duarū linearū b e & e c pariter acceptis. At per eandem 9 ſecundi quadrata duarū linearū a d & d b pariter accepta: dupla ſūt quadratis duarū linearū b e & e d pariter acceptis. Itaq; quadrata duarū linearū a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarū linearū a d & d b pariter accepta: in eo quo duplū quadrati lineę c e excedit duplū quadrati lineę d e. hoc autē: per 4. ſecūdi eſt duplū quadrati li neę c d, & quadruplū eius quod fit ex c d in d e. quare cōſtat propoſitū. Ex hoc manifeſtū eſt/q; quāto fuerit ſectiones alicuius lineæ magis inæqles: tāto erūt earū quadrata pariter accepta/maiora. & hoc eſt: ppter quod iſtud pmiſimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 36.

IN alias duas lineas ſub earum termino ex quibus cōiunctum & nominatum eſt binomiū: diuidi impoſſibile eſt. 36

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b binomiū. eritq; ex 30/cōpoſita ex duabus li neis in potētia tātū rationalibus cōmunicātibus: q̄ ſint a c & c b. Dico q; ipoſſi bile eſt eā diuidi ī alias duas lineas ſub hac diffinitione videlicet q; ipſi ſint potētia tm̄ rationales cōmunicātes. Si enī pōt: diuidat in a d & d b, q̄ ſint potē tia rationales tantum communicantes. Eſto quoq; linea e f rationalis in lōgi tudine: cui adiūgat ſuperficies e g q̄ ſit ęqualis q̄dratis duarū linearum a c & c b pariter acceptis. et ſuperficies f h q̄ ſit ęqualis quadrato lineę a b. Eritq; ſuperficies e g rōnalis: eo q; vtrūq; quadratorū linearum a c & c b pariter acceptorum eſt rōnale p hypotheſin & ſuperficies g h medialis p 19. quoniā ipſa eſt ęq̄lis duplo ſuperficiei a c in c b p 4. ſecūdi. Sit igit rurſus ſuperficies f k æq̄lis quadratis duarū linearū a d & d b pariter acceptis q̄ cū ſint diuerſę a duabus lineis a c & c b: erit p ſecūdū p̄demoſtratorū antecedētiū ſuperficies f k diuerſa a ſuperficie e g. earū ergo differētia ſit k g. eritq; per 4. ſecundi exceſſus ſuperficiei f h, ſuper f k qui ſit k l: ęqualis duplo eius quod fit ex a d in d b. & propter hoc erit etiā ſu pficies f k rōnalis/& ſuperficies k l medialis. Itaq; ſuperficies k g cū ipſa ſit differē tia duarū ſuperficierū rationaliū q̄ ſunt e g & f k: erit rationalis. Nō enī differt rationale a rationali: niſi in rationali. & hoc dico: diffinitione & 9 huius hoc cō firmantibus. Eadem quoq; cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum me dialium quæ ſunt g h & k l: erit irrationalis per 22. quod eſt impoſſibile.



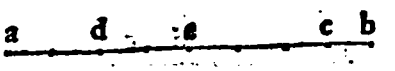
¶Q; autem prædictæ irrationales ſolūmodo diuidūtur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propoſitas ſpecies: oſtēde mus iam huiuſmodi proponentes lemmatium.

¶THEON. Lemma.

¶Exponatur recta linea a b: ſeceturq; tota in inæqualia per vtrunq; ſignorū d, c, ſupponatq; maior a c ipſa d b. Dico q; quę ex a c, b c: maiora ſunt eis quæ ex ad, d b. Secetur enī per 10 primi a b bifariam in e. & quoniam maior eſt a c ipſa d b: cōmunis auferatur d c. Reliqua igitur a d: reliqua c b maior eſt. ęqua lis autē eſt a e ipſi e b. minor igit eſt d e ipſa e c. igitur c & d ſigna: nō æqualiter diſtāt a bifaria ſectione. Et quoniā per 5 ſecundi quod ſub a c, c b, vna cū



eo quod ex e c ęquũ eſt ei quod ex e b, at quod ſub a d, d b, vna cũ eo quod ex d e, æquũ eſt ei quod ex e b: igitur quod ſub a c, c b, vna cũ eo qđ ex e c, æquũ eſt ei quod ſub a d, d b, vna cũ eo quod ex d e. quorũ quod ex d e: min⁹ poteſt eo quod ex e c. & reliquũ igitur quod ſub a c, c b, minus eſt eo quod ſub a d, d b. Quare & qđ bis ſub a c, c b: minus eſt eo quod bis ſub a d, d b. & reliquũ igitur cõpoſitũ ex iis quæ ex a c, c b: maius eſt cõpoſito ex iis quæ fiũt ex a d, d b. ſiquidẽ vtraq; æqualia ſunt ei quod ex a b, quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 42.

42 ¶Quæ ex binis nominibus: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

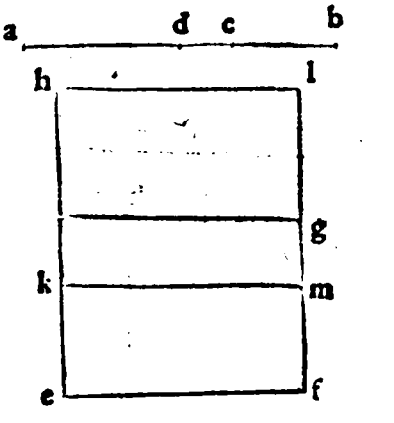
¶THEON ex Zãb. ¶Sit ex binis nominibus a b: diuiſa in nomina in c. igitur ipſæ a c, c b, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Dico q; ipſa a b: ad aliud ſignum non diuiditur in binas rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Si enim poſſibile: diuidatur in d: vt ipſæ a d, d b, ſint rationales potẽtia tantum cõmenſurabiles. manifeſtum iam q; a c: ipſi b d non eſt eadẽ. Si enim fieri poteſt: eſto, erit iã & a d: ipſi b c eadẽ. eritq; ſicut a c ad c b: ſic b d ad d a. eritq; a b in eadem qua c diuiſione: diuiſa & in d. quod poſitũ non eſt. Ipſa igitur a c: ipſi d b non eſt eadem. Ac per hoc iam & ſigna c, d: non ęquidiſtãt a bi faria ſectione. Quo itaq; differunt quæ ex a c, c b, ab eis quæ ex a d, d b: eo etiã differt & quod bis ſub a d, d b, ab eo quod bis ſub a c, c b. Quare & quæ ex a c, c b, vna cũ eo quod bis ſub a c, c b, & quę ex a d, d b, vna cũ eo quod bis ſub a d, d b: ſunt æqualia ei quod ex a b. Sed quæ ex a c, c b: ab eis quæ ex a d, d b, rationali differunt. vtraq; enim rationalia per 21 decimi. Ac quod bis igitur ſub a d, d b: ab eo quod bis ſub a c, c b, differunt rationali: quæ media exiſtunt. medium autem: medium non excedit rationali per 26 decimi. Ex binis igitur nominibus: ad aliud & aliud ſignum nõ diuiditur. ad vnum duntaxat igitur. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 37.

37 SImediali primo ſecundum terminum ſuũ in duas lineas mediales diuiſo: ſub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi eſt impoſſibile.

¶CAMPANVS. ¶Sit quoq; hic linea a b, bimediale primũ: diuiſa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes ſuperficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 aſſerit eam componi, quæ ſint a c & c b. Dico q; impoſſibile eſt eam diuidi in alias duas lineas ſub earum diffinitione. Q; ſi poſſibile fuerit: diuidam eam in puncto d. aſſumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & ſuperficies f h æqualis quadrato a b, & ſuperficies f k æqualis quadratis duarum linearum a d & d b. eritq; per quartam ſecundi g h æqualis duplo ſuperficiei a c in c b. & per eandem erit k l æqualis duplo ſuperficiei a d in d b. propter hypotheſin quoq; erit vtraq; duarum ſuperficierum e g & k f medialis: & vtraq; duarum linearum g h & k l rationalis. hoc autem impoſſibile. eſſet enim per primum ſuperficies k g: irrationalis ex 22. per ſecundum autem eadem eſſet rationalis ex diffinitione & 9. Quod eſt inconueniens.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 31. Propoſitio 43.

43 ¶Ex binis medijs prima: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto ex binis prima medijs a b diuiſa in c: vt ipſæ a c, c b, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles rationale comprehendentes. Dico q; ipſa a b: ad aliud ſignum non diſcinditur. Si enim poſſibile: diuidatur in d, vt a d & d b ſint potentia tantum commenſurabiles rationale comprehendentes. Quoniam igitur quo differt quod bis ſub a d, d b, ab eo quod bis ſub a c, c b: differunt quæ ex a c, c b, ab eis q̃ ex a d, d b, rationali autẽ differt qđ bis ſub a d, d b, ab eo qđ bis ſub a c, c b: rõna-



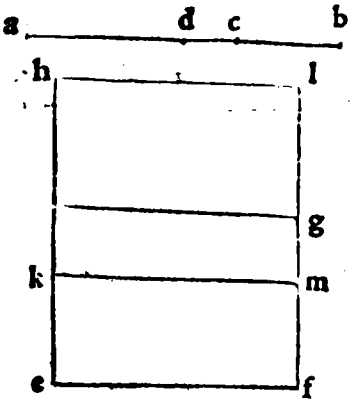


lia enī vtraq;. Rationali igitur differūt & quæ ex a c, c b: ab eis quę ex a b, d b, media exiſtētia. qđ eſt ipoſſibile. Ex binis igit mediis prima: ad aliud & aliud ſignū nō diuiditur in noīa. ad vnū dūtaxat igitur. quod erat demōſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 38.

Bimediale ſecundum: niſi in duas lineas tātum ſub termino ſuo diuidi non poteſt. 38

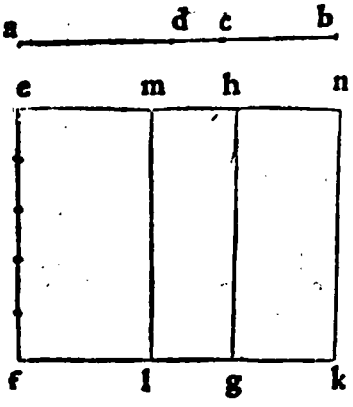
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt prius linea a b bimediale ſecūdū: diuiſa in duas lineas a c et c b mediales: potentia tm̄ cōmunicātes ſuperficiēq; mediale continentes: ex quibus 32 proponit eam cōponi. Dico q; impoſſibile eſt eam diuidi ſub earū diffinitione in alias duas. Sin autē: diuidatur in d. ſintq; vt prius ſuperficies e g, f h, & f k: adiūctæ ad lineā rationalē e f. eritq; per præſentes hypotheſes: vtraq; ſuperficies e g, et g h: medialis. quare per 20 vtraq; duarū linearū f g & g l erit rationalis in potentia tantū: nō cōmunicās in lōgitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erūt incōmenſurabiles in longitudine: ſequitur per primā ſexti & per ſecundā partē 10 huius q; vtrūq; quadratorū linearū a c & c b ſit incōmenſurabile ſuperficiei vnius in alterā. Cūq; dicta quadrata cōmunicent ex hypotheſi: ſequitur vt ambo quadrata pariter accepta ſint incōmēſurabile ſuperficiei vnius in alterā. ideoq; & eius duplo. Quare ſuperficies e g incōmēſurabilis eſt ſupficiei g h: & linea g f, lineę g l per primā ſexti & ſecundā partē 10 huius. Itaq; per 30 linea f l eſt binomiū: diuiſa ſecūdū ſuū terminū in pūcto g. Eodēq; modo ꝓbabit ipſam binomiū eſſe: mediātibus ſupficieb9 e m et m h, diuiſam ſecūdū ſuū terminū in pūcto m. qđ eſt ipoſſibile p 36. Nō enī pōt dici: q; linea f l diuiſa ſit ad pūcta g et m i partes cōſimiles. ſic enī: eſſet linea f m ęq̄lis g l. ſed ipſa eſt maior linea m l, vt patet ex primo p̄miſſorū añcedētiū huius & prima ſexti: cū e m ſupficies ſit maior h m ſupficie. Huius autē demōſtrationis modus poteſt eſſe cōis 37 cæteriſq; eā ſequētibus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 44.

¶ Ex binis ſecunda mediis: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina. 44

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sit ex binis mediis ſecūda a b, diuiſa in c: vt a c, c b, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes. manifeſtum iam eſt q; c non eſt in diuidua ſectione: quandoquidem non ſunt longitudine commenſurabiles. Dico q; ipſa a b: ad aliud ſignum non diuiditur. Si enim poſſibile: diuidatur in d vt a c ipſi d b non ſit eadem: ſed per hypotheſin ſit maior a c. nempe etiam & quæ ex a c, c b: maiora ſunt eis quæ ex a d, d b, ſicuti ſupra demonſtrauimus. Et a d, d b, medias eſſe potētia tantum commenſurabiles: medium comprehendētes. Exponaturq; rationalis e f. & ei quidē quod ex a b æquū/ad ipſum e f cōparetur per 44 primi e k: eis autem quæ ex a c, c b, æquum auferatur e g. reliquum igitur h k æquum eſt ei quod bis ſub a c, c b. Rurſus iā eis quæ ex a d, d b, quæ minora ſunt eis quæ ex a c, c b: æquum auferatur e l. & reliquum igitur m k: æquum eſt ei quod bis ſub a d, d b. Et quoniam media ſunt quæ ex a c, c b: medium igitur eſt & e g. Et ad rationalem e f comparatur. rationalis igitur eſt e h: & incommenſurabilis ipſi e f longitudine. Ac per hoc iam & h n rationalis eſt & ipſi e f longitudine incommenſurabilis. Quoniam ipſæ a c, c b, mediæ ſunt potentia tantū commenſurabiles: incommenſurabilis eſt igitur a c ipſi c b longitudine. ſicut autem a c ad c b: ſic quod ex a c ad id quod ſub a c, c b. Incommenſurabile igitur eſt quod ex a c: ei quod ſub a c, c b. Sed ei quidem quod ex a c commenſurabilia ſunt quæ ex a c, c b: potentia enim ſunt cōmenſurabiles ipſæ a c, c b. ei autem quod ſub a c, c b, commenſurabile eſt quod bis ſub a c, c b. & quæ ex a c, c b, igitur: incōmenſurabilia ſunt ei quod bis a c, c b. Sed eis quidem quę ex a c, c b: æquum eſt e g. ei autem quod bis ſub a c, c b: æquum eſt h k. Incommenſurabile igitur eſt e g: ipſi h k, quare & ipſa e h ipſi h n: eſt longitudine incommenſurabilis. Et ipſæ e h & h n: ſunt rationales. igitur rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Si verō binæ rationales potentia tantum cōmenſurabiles compoſitæ fuerint: tota irrationalis eſt/ vocaturq; ex binis nomis.



nibus per 36 decimi. ipſa igitur e n ex binis nominibus: eſt diuiſa in h. Per eã dem iam oſtendentur & ipſæ e m, m n: rationales potentia tantum commenſurabiles. Igitur ipſa e n ex binis nominibus per aliud ſignum & aliud diuiſa & in h & in m. nec eſt e h ipſi m n eadem: quandoquidem quæ ex a c, c b, maiora ſunt eis quæ ex d b, a d. ſed quæ ex a d, d b: maiora ſunt eo quod bis ſub a d, d b. multo igitur magis quę ex a c, c b, hoc eſt e g: maius eſt eo quod bis ſub a d, d b, hoc eſt m k. Quare & e h: ipſa m n maior eſt. Igit e h: ipſi m n nõ eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur. quod eſt abſurdum. Ex binis ſecunda medijs igitur: in alio & alio ſigno non diuiditur, in vno igitur tantum ſigno diuiditur. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 39.

39 LInea maior: niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat ſub earum termino diuidi non poteſt.

¶CAMPANVS. ¶Sit quoq; hæc linea maior a b diuiſa ad pũctum c, in duas lineas potentialiter incõmenſurabiles ſuperficiẽq; medialẽ cõtinẽtes: quarũ ambo quadrata pariter accepta ſint rationale. ex talibus eni cõponitur: vt affirmat 33. Dico q̃ impoſſibile eſt ad aliũ punctũ in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Q̃z ſi poteſt: ſit hic ad d. maneãtq; ſub his eadem figura eędemq; hypotheſes quæ prius. & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem. quod eſt impoſſibile.

a d c b

Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 45.

45 ¶Maior: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

¶THEON ex Zãb. ¶Sit maior a b, diuiſa in c: vt per 39 decimi a c, c b, potentia tantum ſint cõmenſurabiles efficientes compoſitum ex ijs quæ ex a c, c b, quadratis rationale/ quodq; ſub ipſis a c, c b, medium. Dico q̃ ipſa a b: ad aliud ſignum non diuiditur. Si enim poſſibile: diuidatur in d, vt ipſæ a d, d b, potentia ſint incommenſurabiles efficientes quidem compoſitum ex quadratis quæ ex a d, d b, rationale/ quodq; ſub ipſis medium per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex a c, c b, eis quę ex a d, d b, hoc differt & quod bis ſub a d, d b, ei quod bis ſub a c, c b, ſed quæ ex a c, c b, ea quæ ex a d, d b, excedunt rationali (rationalia enim vtraq;) & quod bis ſub a b, d b, igitur id quod bis ſub a c, c b, excedit rationali/ media exiſtentia. quod eſt impoſſibile. Maior igitur: ad aliud & aliud ſignum non diuiditur. per idem igitur vnum tantum ſignum. quod demonſtrare oportebat.

a d c b

Eucli. ex Camp. Propoſitio 40.

40 LInea potens in rationale & mediale: niſi in ſuas duas lineas tantum ſub termino ſuo non diuiditur.

¶CAMPANVS. ¶Hęc quoq; 40: manẽtibus prioribus figura & poſitionib9 (excepto q̃ ipſa linea a b diuidatur in punctũ c, in illas duas lineas ex quibus 34. dicit eam componi) probabitur: quẽadmodũ 37. Si autẽ aliter fuerit q̃ proponat: erit ſuperficies k g rationalis & irrationalis. quod eſſe non poteſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 46.

46 ¶Rationale mediumq; potens: ad vnum duntaxat ſignum diſcinditur in nomina.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto rationale mediũq; potẽs a b, diuiſa in c: vt ipſę a c, c b, potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs q̃ ex a c, c b, mediũ/ qđ aũt ſub a c, c b, rationale. dico q̃ ad aliud ſignũ ipſa a b nõ diuidit. Si enĩ poſſibile eſt: diuidatur & in d, & vt a d, d b, potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex a d, d b, mediũ/ qđ vero ſub ipſis a d, d b, rationale p 40 decimi. Qm̃ eni quo differt qđ bis ſub a c, c b, ei qđ bis ſub a d, d b, eo differũt & q̃ ex a d, d b, eis q̃ ex a c, c b, qđ autẽ ſub a c, c b, id qđ bis ſub a d, d b, rõnali excedit: & q̃ ex a d, d b, igitur q̃ ex a c, c b, rationali excedũt/ cũ media exiſtãt. quod impoſſibile eſt. Rationale mediũq; potẽs igitur: ad aliud aliudq; ſignũ nõ diuiditur. ad vnum igitur ſignum diuiditur. quod oportuit demonſtrare.

a d c b

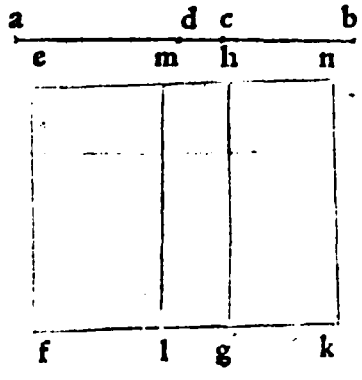
Eucli.ex Camp. Propoſitio 41.

LInea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termino earum ex quibus coniuncta eſt: ſed in ſuas tantum duas ex quibus componitur eſt diuiſibilis. 41

¶CAMPANVS. ¶Hæc enim 41/diuiſa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 aſſerit eam componi/cæteriſq; vt ſupra tam figura q̃ poſitionibus manentibus: probatur ſicut 38. nam dato oppoſito propoſiti: ſequitur oppoſitum 36. quod eſt impoſſibile.

Eucli.ex Zamb. Theorema 35. Propoſitio 47.

¶Bina potens media: ad vnũ duntaxat ſignũ diuiditur in noſa. 47



¶THEON ex Zamb. ¶Sit bina potens media a b diuiſa in c: vt ipſæ a c, c b, potentia ſint incõmenſurabiles/efficiẽtes per 35 decimi compoſitũ ex eis quæ ex a c, c b, mediũ/quod vero ſub a c, c b, mediũ/ & inſuper incõmenſurabile cõpoſito ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis. Dico q̃ ipſa a b in alio ſigno non diuiditur: efficiens ea quæ propoſita ſunt. Si enim poſſibile: diuidatur in d, vt videlicet ipſa a c ipſi d b nõ ſit eadem/ſed maior per hypotheſin ſit a c. ponaturq; rationalis e f. cõpareturq; per 43 primi ad ipſam e f eis quę ex a c, c b: æquum e g. ei autem quod bis ſub a c, c b, æquũ h k. Totum igitur e k: æquũ eſt ei quod ex a b quadrato. Rurſus cõparetur ad ipſam e f: eis q̃ ex a d, d b, æquum e l. reliquũ igitur quod bis ſub a d d b: reliquo ipſi m k eſt ęquale. At quoniã mediũ ſupponitur compoſitum ex ijs quę ex a c, c b: medium igitur eſt & e g. & iuxta rationalem e f comparatur. Rationalis igitur eſt per 26 decimi h e: & ipſi e f longitudine incõmenſurabilis. Id propterea & h g rationalis eſt: & ipſi e f lõgitudine cõmenſurabilis. Et quoniã cõpoſitũ ex ijs quæ ex a c, c b, incõmenſurabile eſt cõpoſito ex eo quod bis ſub a c, c b: igitur & e g ipſi h k eſt incommenſurabile. Quare & e h ipſi h n eſt incõmenſurabilis. ſũtq; rationales. Ipſæ igitur e h, h n, rationales ſunt potentia tãtum cõmenſurabiles. ipſa igitur e n ex binis nominibus eſt diuiſa in h. Similiter iam demõſtrabimus q̃ & in m diuiditur: & q̃ e h ipſi m n eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur quod eſt abſurdũ. Bina potens media igitur in alio & alio ſigno non diuiditur. in vno igitur tantum ſigno diuiditur. quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Binomiorum diffinitiones.

¶Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidem longiori in longitudine/ fueritq; eadem longior lineæ poſitæ rationali cõmunicans: ipſum vocabitur binomium primum. 1

¶Si vero breuior poſitæ rationali communicet: dicetur binomium ſecundum. 2

¶Q̃ ſi neutra portionum eius poſitæ rationali communicet: appellabitur binomium tertium. 3

¶Item ſi longior/breuiore tanto amplius poſſit quãtum eſt quadratum alicuius lineæ ipſi longiori incommenſurabilis in longitudine/ fueritq; longior portionum poſitæ lineæ rationali communicans in longitudine: ipſum nuncupabitur binomium quartum. 4

¶Si vero breuior/poſitæ rationali communicet in longitudine: quintum nominabitur. 5

¶Si autem neutra portionum eius poſitæ rationali communicet in longitudine: erit binomium ſextum. 6

Eucli.ex Zamb. Binum nominum diffinitiones:

1 ¶Propoſita rationali/ex biniſq; nominibus diſiuncta in nomina cuius nomen maius minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili/ſi maius nomen longitudine commenſurabile fuerit expoſitæ rationali:tota vocetur ex binis nominibus prima.

2 ¶Si vero nomen minus longitudine commẽſurabile fuerit expoſitæ rationali:vocatur ex binis nominibus ſecunda.

3 ¶Si autem neutrum ipſorum nominum commenſurabile longitudine fuerit expoſitæ rationali:vocatur ex binis nominibus tertia.

4 ¶Rurſus iam ſi maius nomen/minore maius poſſit eo quod fit a ſibi longitudine incõmẽſurabili/ſi quidem maius nomen expoſitæ rationali longitudine commenſurabile fuerit:vocatur ex binis nominibus quarta.

5 ¶Si vero minus:quinta.

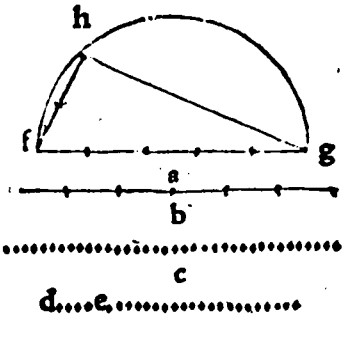
6 ¶Si vero neutrum:ſexta.

¶Sex igitur exiſtentibus ſic ſumptis rectis lineis:ordinat ordinatim tres primas/ex quibus maior minore maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili.ſecundas vero reliquas tres ordinatim ſimiliter/quarũ maior minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili:eo quia conterit commenſurabile incommenſurabili.Et inſuper primam:ex qua maius nomen expoſitæ rationali commenſurabile eſt.Secundam autem ex qua minus:quoniã rurſus conterit maius minore dum cõtinet maius. Tertiam vero: cuius neutrum nominum expoſitæ rationali eſt commenſurabile. In iiſq; ordinatim tribus ſimiliter primam prædicti ſecundi ordinis quartam appellans: ſecundam vero quintam : ac tertiam ſextam.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 42.

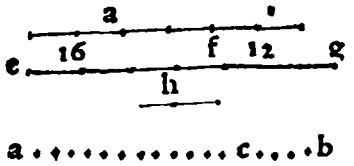
42 BInomium ptimum inuenire.

¶CAMPANVS.¶Sit a linea rationalis poſita.ſumanturq; duo numeri quadrati b & c:quorũ c ſit diuibilis in quadratum qui ſit d,& in non quadratum qui ſit e.ponaturq; proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g:ſicut numeri b ad numerum c. eritq; ex ſecunda parte 7 linea f g cõmunicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine.Super eam igitur lineetur f g h ſemicirculus.ſitq; proportio quadrati lineæ f g ad quadratũ lineæ f h:ſicut c ad d.& ducatur linea g h.dico ergo duas lineas f g & g h directe conſũctas:cõponere binomium primũ.Eſt enim linea f g q̃ eſt lõgior/potẽtior linea g h q̃ eſt breuior:i quadrato lineæ f h p 30 tertij & penultimã primi.cõmunicat autẽ linea f h lineæ f g in lõgitudine p 2 partẽ 7:cum pportio quadratorũ ipſarũ f g & f h ſit ſicut nũerorũ q̃dratorũ q ſũt c & d. Linea vero g h:cõuincit eſſe rationalis i potẽtia tãtũ nõ cõmunicãs lineæ f g in longitudine.ideoq; neq; lineæ a rationali poſitæ.cum ſit enim quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ f h ſicut numerus c ad numerũ d: erit p euerſam proportionalitatem quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ g h,ſicut numerus c ad numerũ e.Cũ itaq; c ſit numerus quadratus/e vero non quadratus: ſequitur per vltimã partem 7 vt linea g h ſit incõmenſurabilis lineæ f g longitudine.relinquitur igitur ipſam g h eſſe rationalem in potentia tantũ:& a diuiſione lineas f g & g h componere binomium primum.quod erat inueniendum.



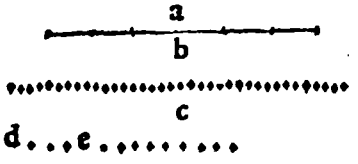
Euclid. ex Zamb. Problema 13. Propositio 48

¶Inuenire ex binis nominibus primam. 48



¶THEON ex Zamb: ¶Exponantur bini numeri a c, b c, vt cõpositũ ex ipsis a b ad b c rationẽ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ/ ad ipsum autem c a rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. exponaturq; quædam rationalis d. ac ipsi d cõmensurabilis esto per correlariũ 6 decimi longitudine e f. rationalis igitur est e f. fiatq; per 9 decimi sicut b a numerus ad c a: sic quod ex e f ad id quod ex f g. At a b ad a c rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Igitur & quod ex e f ad id quod ex f g rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Quare quod ex e f: ei quod ex f g est cõmensurabile. Est autem rationalis e f. rationalis igitur est & f g. Et quoniã a b ad a c rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; quod ex e f ad id quod ex f g rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, incõmensurabilis igitur est e f: ipsi f g longitudine. Ipsę igitur e f, f g, rationales sunt potẽtia tantum cõmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Dico q; & prima. Quoniam enim est sicut b a numerus ad a c ita quod ex e f ad id quod ex f g, maior autem est ipse b a ipso a c: maius igitur est & quod ex e f eo quod ex f g. esto igitur ei quod ex e f æqualia quæ ex f g, h. Et quonam est sicut b a ad a c, sic quod ex e f ad id quod ex f g: conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti est sicut a b ad b c, sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. & quod ex e f igitur ad id quod ex h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cõmensurabilis igitur est e f ipsi h longitudine. Ipsa igitur e f ipsa f g maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Ipsæq; e f, f g, rationales sunt. Commẽsurabilisq; est e f ipsi d longitudine, ipsa igitur e g ex binis nominibus prima est. quod erat ostendendum.

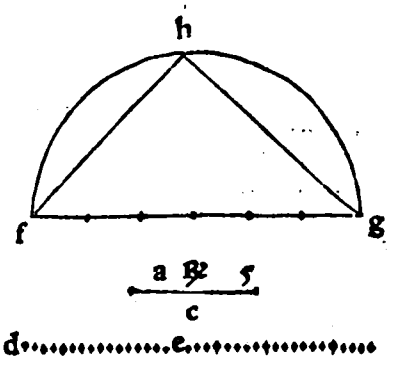
Euclid. ex Camp. Propositio 43.



Binomium secundum reperire. 43

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius a rationalis linea posita, b vero numerus quadratus, c vero sit numerus non quadratus diuisibilis in d nõ quadratũ et e quadratũ. ita tñ q; proportio totius c q est nõ quadratus ad d qui est etiã nõ q̃dratus: sit sicut numerorũ quadratorũ. talis autẽ numerus est 12 & 48. diuisibilis enĩ est 12 in 9 quadratũ numerũ: & 3 nõ quadratũ. estq; proportio 12 ad 3: sicut 16 ad 4, quorũ vterq; quadratus. eodẽ modo 48 diuisibilis est in 36 & 22. ¶Tales autẽ nũeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoq; sit vnitate minor: cuius quadratũ sit c, at vero d proueniat ex b in a. eritq; ex prima incidentiũ noni/b: differẽtia d ad c. ducatur idem a in c: & proueniat e. eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni: eo q; vterq; numerorũ a & c est q̃dratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d. eritq; f qualẽ quærimus. Est enĩ ex vltima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus: eo q; d numerus sit nõ quadratus. Si enim d numerus esset quadratus: esset quoq; b quadratus ex 2 parte eiusdẽ correlarij 2 noni & ex 22 octaui. & quia a est quadratus: esset per 16 eiusdẽ/tertius cõtinue proportionalis inter a & b. qd est ipossibile: cũ sint sola vnitate distãtes. nõ est igitur d quadratus. quare nec f. est enim f æqualis d & e. quoniã cũ b sit differentia d ad c, vt patet ex præmissis: erit per primã incidentiũ noni quod fit ex a in d, æquũ ijs quæ fiũt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d, & in c fit e: sequitur vt d sit differẽtia f ad e. & quia per 18 septimi est f ad e sicut d ad c: erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cũq; vterq; duorũ numerorũ e & c sit quadratus: manifestũ est numerũ f esse qualẽ volumus. est enĩ non quadratus diuisibilis in d nõ quadratũ & e quadratũ: cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum videlicet e ad c. ¶Cætera oia sint vt prius. Dico q; líneæ f g & g h cõponunt binomium secundũ. Cũ enĩ sit quadratum a ad quadratum f g sicut b ad c, rursusq; quadratũ f g ad quadratum g h sicut c ad e: erit per æquã proportionalitatem quadratum a ad quadratũ g h, sicut b ad e. Cũ igitur vterq; duorũ numerorũ b & e sit quadratus: erit per 2 partẽ 7 linea g h cõmunicans in longitudine líneæ a rationali positæ. de linea vero f g constat q; ipsa sit rationalis in

potentia tantũ non cõmunicans lineę a rationali positæ in lõgitudine per vltimam partẽ 7. quæ cũ sit potentior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimã primi/cõmunicet autẽ linea f h lineæ f g in longitudine per secundã partem 7 eo ꝙ eorũ quadrata sunt in proportione numerorũ c & d quorũ est proportio sicut numerorũ quadratorũ per hypothesin: constat propositũ. ¶Aliter quoq; idem. ¶Esto linea g h cõmunicans a rationali positæ in longitudine: quã facile est inuenire. sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratũ d,& non quadratũ e. sitq; proportio quadrati lineę g h ad quadratũ lineæ f g: sicut numerus e ad numerũ c. eritq; f g incõmensurabilis lineæ g h in longitudine per vltimã partẽ 7:& potentior ea in quadrato lineæ f h, cui cõmunicat in longitudine primo per cõuersam deide per euersam proportionalitatẽ/ & per secũdam partẽ 7. ex diffinitione igitur/lineę f g et g h: cõponũt binomiũ secũdũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 44. Propositio 49.

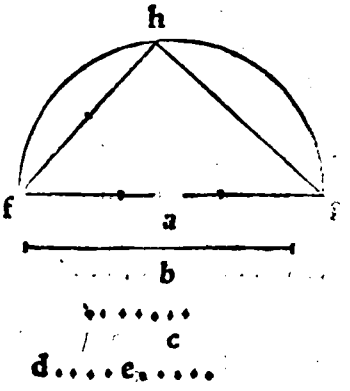
49 ¶Comperire ex binis nominibus secundam.

¶THEON ex Zamberto. ¶Explicentur bini numeri a c, c b: vt ex ipsis cõpositum a b, ad b c, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum/ad ipsum autem c a rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Exponaturq; rationalis d. ipsiq; d cõmensurabilis esto longitudine f g. ipsa igitur f g rationalis est. Fiat etiã per correlariũ 6 decimi & sicut c a numerus ad a b: sic quod ex g f ad id quod ex f e. cõmensurabile igitur est id quod ex g f: ei quod ex f e. rationalis igitur est et f e. Et quoniã c a numerus ab a b rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum: neq; igitur quod ex g f ad id quod ex f e rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est g f: ipsi f e longitudine. Ipsę igitur e f, f g, rationales sunt potentia tãtum cõmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Ostendendũ vero ꝙ & secunda. Quoniã rursus est sicut b a numerus ad a c sic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autẽ est b a ipso a c: maius igitur & quod ex e f eo quod ex f g. esto autem ei quod ex e f: æqualia quæ ex g f, h. Conuertendo igitur per correlarium 19 quinti est sicut a b ad b c sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. & quod ex e f igitur ad id quod ex h: rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est e f: ipsi h longitudine per 9 decimi. Quare e f, ipsa f g maius potest: eo quod fit ex sibi cõmensurabili. & ipsæ e f, f g, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & f g nomen minus commensurabile est lõgitudine ipsi d rationali expositæ. ipsa igitur e g ex binis nominibus est secunda. quod erat faciundum.

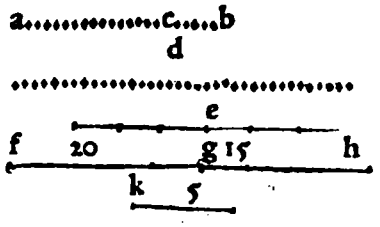
Eucli. ex Camp. Propositio 44.

44 ¶Binomium tertium inuestigare.

¶CAMP. ¶Binomiũ quoq; tertium sic reperitur. Posita vt prius linea a rationali in lõgitudine: sit b numerus primus. c vero quadratus: diuisibilis in quadratum d,& non quadratũ e. cętera omnia sint vt prius. dico ꝙ duæ lineæ f g & g h cõponunt binomiũ tertiũ. neutra enim earum est commensurabilis in longitudine lineę a rationali positæ: sed vtraq; incõmensurabilis. f g quidẽ/per vltimã partẽ 7: h g vero/per ęquã proportionalitatem & vltimã partẽ 7. Est enim per ęquã proportionalitatẽ quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę g h sicut numerus b ad numerum e: mediantibus hinc quidẽ quadrato lineę f g, inde vero numero c. numeri autẽ b & e nõ sunt in proportione aliquorũ quadratorũ: cum b sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorũ quadratorũ: necesse esset per 16 octaui & octauã eiusdẽ tertium eis in continua proportionalitate interesse. esset igitur per 17 eiusdem numerus b superficialis. quod est impossibile: cum sit primus per hypothesin. incõmensurabilis est itaq; linea g h: lineę a rationali positę/ex vltima parte 7. Quia ergo linea f g potẽtior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi/quæ cõmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7: ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.

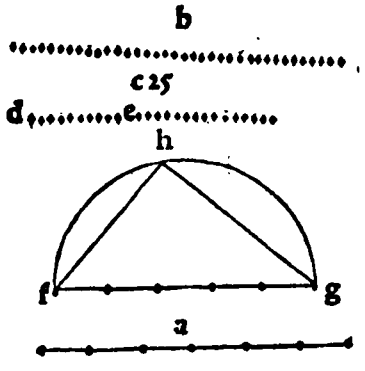


Euclí.ex Zamb. Problema 15. Propoſitio 50.



¶Inuenire ex binis nominibus tertiam. 50

¶THEON ex Zāb. ¶Exponantur bini numeri a c, c b: vt ex ipſis cōpoſitum a b ad b c rationem habeat quā quadratus numerus ad quadratum numerū/ ad ipſum autem a c rationem nō habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Expliceturq; aliquis etiam alius numerus qui ſit d & ad vtrūq; ipſorum b a, a c, rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea quæ ſit e. Fiatq; ſicut d ad a b: ſic quod ex e ad id quod ex f g. Cōmenſurabile igitur eſt quod ex e: ei quod ex f g. Eſt autē e rationalis. rationalis igitur eſt & f g per diffinitionē. Et quoniam d ad a b rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmenſurabilis igitur eſt e: ipſi f g longitudine per 9 decimi. Fiat iam rurſus ſicut a b numerus ad a c: ſic quod ex f g ad id quod ex g h. Cōmenſurabile igitur eſt quod ex f g: ei quod ex g h. Rationalis autē eſt f g: rationalis igitur & g h. Et quoniā b a ad a c, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex f g ad id quod ex h g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt f g: ipſi g h lōgitudine. Ipſæ igitur f g & g h: rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Igitur ipſa f h ex binis nominibus eſt. Aio etiam q; & tertia. Quoniā enim eſt ſicut d ad a b ſic eſt id quod ex e ad id quod ex f g, ſicut autē b a ad a c ſic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut d ad a c, ſic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. neq; quod ex e igitur ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. incōmenſurabilis eſt igitur e ipſi g h longitudine. Et quoniā eſt ſicut b a ad a c, ſic quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur eſt quod ex f g eo quod ex g h. Eſto igitur ei quod ex f g æqualia quæ ex g h, k. Cōuertendo igitur per 19 quinti & eius correlarium/ eſt ſicut a b ad b c: ſic quod ex f g ad id quod ex k. At a b ad b c rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. & quod ex f g igit: ad id quod ex k, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Cōmenſurabilis igitur eſt f g: ipſi k lōgitudine. Ipſa igitur f g: ipſa g h maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine cōmenſurabili. Ipſæq; f g, g h: rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Ac neutra ipſarum commēſurabilis eſt ipſi e longitudine. ipſa igitur f h ex binis nominibus tertia eſt. quod inuenire oportebat.

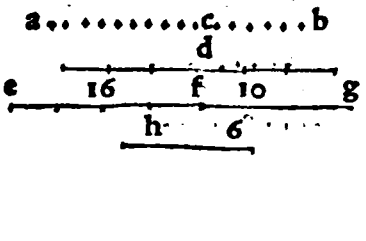


Euclí.ex Camp. Propoſitio 45.

Binomium quartum ſcrutari. 45

¶CAMPANVS. ¶In inuentione binomij quarti eodem modo procedēdum eſt ſicut in inuentione primi: excepto q; quadratus numerus c diuidatur in duos nō quadratos qui ſunt d & e. Cætera omnia negocianda ſunt hic ex diffinitione binomij quarti: ſicut ibi ex diffinitione binomij primi.

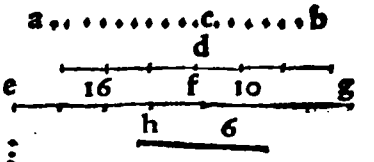
Euclí.ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 51.



¶Inuenire ex binis nominibus quartam. 51

¶THEON ex Zamb. ¶Exponātur bini numeri a c, c b, vt a b ad vtrūq; ipſorum rationē nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. exponaturq; rationalis d. Ipſiq; d cōmenſurabilis eſto longitudine ipſa e f. Rationalis igitur eſt ipſa e f. Fiatq; ſicut b a numerus ad a c: ſic quod ex e f ad id qđ ex f g. Cōmenſurabile igitur eſt per diffinitionem quod ex e f: ei quod ex f g. Rationalis autē eſt per correlariū 6 decimi e f. Rationalis igitur eſt per 6 decimi & f g. Et quoniam b a ad a c rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e f igitur ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmenſurabilis igitur eſt e f ipſi f g longitudine. Ipſæ igitur e f, f g, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Quare ipſa e g: ex binis nominibus eſt. Dico iam q; & quarta. Quoniā

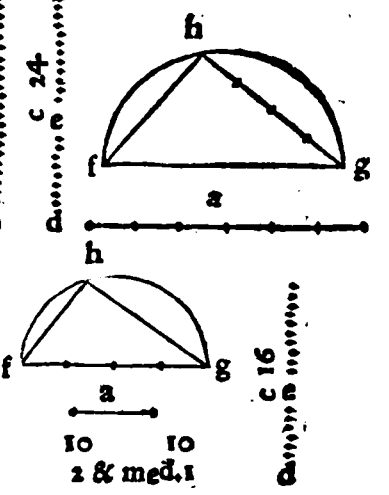
enim eſt ſicut b a ad a c ſic quod ex e f ad id quod f g, maior autem eſt b a ipſa a c: maius igit & quod ex e f eo quod ex f g. eſto nẽpe ei quod ex e f: æqualia quæ ex f g, h. Cõuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariũ/ſicut a b numer⁹ ad b c: ſic quod ex c f ad id quod ex h. Ipſa vero a b ad b c rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e f ad id quod ex h rationẽ habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi e f: ipſi h longitudine. Ipſa igitur e f: ipſa g f maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili. & ipſæ e f, f g: rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. & e f: ipſi d cõmenſurabilis eſt longitudine. ipſa igitur e g ex binis nominibus eſt quarta. quod erat inueniendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 46.

46 BInomium quintum quęrere.

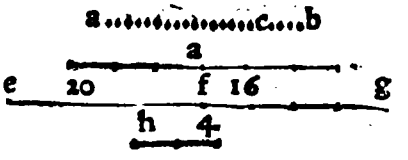
CAMPANVS. CHuius inuentio ſic eſt ſicut binomij ſecũdi: excepto q̃ numerus c nõ quadratus diuidetur in d non quadratũ & e quadratum. ita tamẽ q̃ proportio c ad d: non ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Cætera omnia ſunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti: ſicut ibi quæſita ſunt ex diffinitione binomij ſecundi. CVel pone q̃ linea g h ſit cõmunicãs lineæ a rationali poſitæ in longitudine. & pone numerũ c quadratũ diuiſum in duos nõ quadratos qui ſũt d & e. Pone itaq; proportionẽ quadrati lineæ g h ad quadratũ f g: ſicut numeri e ad numerũ c, deide aſtrue ꝓpoſitũ ex vltima pte 7. & p̃ſentibus hypotheſibus/& conuerſa & euerſa proportionibus/& iterũ ex vltima parte 7 et diffinitione binomij quinti.



Eucli. ex Zamb. Problema 17. Propoſitio 52.

52 CInuenire ex binis nominibus quintam.

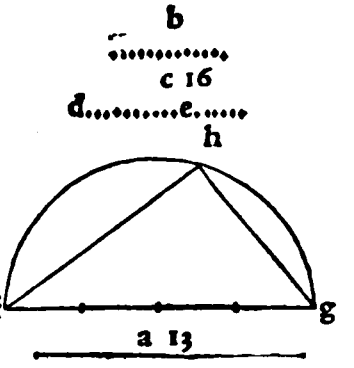
CTHEON ex Zamb. CExplicentur bini numeri a c, c b: vt a b ad vtrũq; ipſorũ rationem nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea d. ac ipſi d cõmenſurabilis eſto per diffinitionẽ: lõgitudine/ f g. Fiatq; ſicut c a ad a b: ſic quod ex g f ad id quod ex f e. Cõmẽſurabile igitur eſt quod fit ex g f: ei qđ ex f e. Rationalis igitur eſt p 6 decimi & f e. Et qm̃ c a ad a b rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum: neq; quod ex g f igitur ad id quod ex f e rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igitur eſt per 9 decimi g f ipſi f e longitudine. Ipſæ igitur e f, f g, rationales ſunt potentia cõmenſurabiles tantũ. ex binis igitur nominibus eſt ipſa e g per 36 decimi. Dico iam q̃ & quinta. Quoniã eni eſt ſicut c a ad a b ſic quod ex g f ad id quod ex f e, rurſus ſicut b a ad a c ſic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autẽ eſt b a ipſa a c: maius igitur eſt quod ex e f eo quod ex f g. Eſto nempe ei quod ex e f: æqualia quæ ex g f, h. Conuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariũ eſt ſicut a b numerus ad b c: ſic quod ex e f ad id quod ex h. At a b: ad b c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e f: ad id quod ex h rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi e f ipſi h longitudine. Quare e f ipſa f g maius p̃t eo quod fit ſibi ex incõmenſurabili. Suntq; rationales potentia tantum commẽſurabiles. & f g nomen minus commenſurabile eſt expoſitæ rationali d longitudine. Ipſa igitur e g per 48 decimi quinta eſt ex binis nominibus. quod erat inueniendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 47.

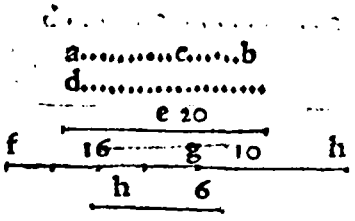
47 IN binomio ſexto demum oportet inſiſtere.

CAMPANVS. CBinomium ſextũ ſicut tertium ſcrutandũ eſt. & tamẽ erit hic numerus quadratus c diuiſus in duos non quadratos d & e. Cætera vt ibi. eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quã cõponunt f g & g h ſibi inuicem directe coniunctæ: binomium ſextum. quod eſt propoſitum inuenire.



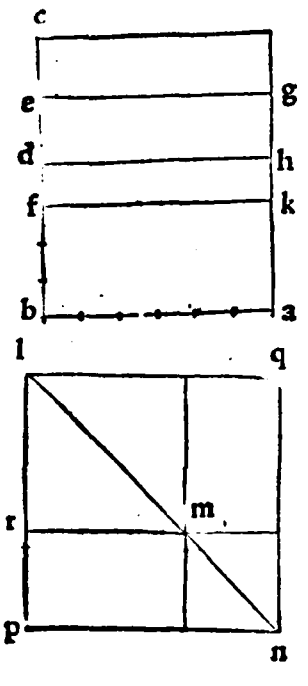
Eucli. ex Zamb. Problema 18. Propoſitio 53.

53 CInuenire ex binis nominibus ſextam.



THEON ex Zāb. Explicētur bini numeri a c, c b, vt a bad vtrūq; ipſorum rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Sitq; etiā alius numerus d nō exiſtens quadratus: qui ad vtrūq; ipſorū b a, a c, rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. exponaturq; aliqua recta linea rationalis q̄ ſit e. Fiatq; per diffinitionē ſicut d ad a b: ſic quod ex e ad id quod ex f g. Cōmenſurabilis igitur eſt per 6 decimi e ipſi f g potentia. eſtq; rationalis e. rationalis igit eſt & f g. Et qm̄ d ad a b rationē nō habet quā quadratus numer⁹ ad quadratū numerū: neq; quod ex e igit ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt e: ipſi f g longitudine. Fiat iā rurſus ſicut b a ad a c: ſic quod ex f g ad id quod ex g h. Commenſurabile igitur eſt per 6 decimi quod ex f g: ei quod ex g h. Rationale autē eſt quod ex f g. rationale igitur & quod ex g h. rationalis igitur g h. Et quoniā b a ad a c rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt f g ipſi g h lōgitudine. Ipſæ igitur f g, g h, rationales ſunt potētia tātū cōmēſurabiles. ex binis igitur nominibus eſt f h, per 36 decimi. Oſtendendū vero q; & ſexta. Quoniā eni eſt ſicut d ad a b ſic quod ex e ad id quod ex f g, eſt autē & ſicut b a ad a c ſic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut d ad a c ſic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. neq; igitur quod ex e: ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numer⁹ ad quadratū numerū. Incommenſurabilis igitur eſt e ipſi h g lōgitudine. patuit autem q; & ipſi f g. Incōmenſurabilis eſt igitur vtraq; ipſarū f g & g h: ipſi e longitudine. Et qm̄ eſt ſicut b a ad a c ſic eſt quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur eſt quod ex f g eo quod ex g h. Eſto igitur ei quod ex f g ęqualia: quę ex g h, k. Cōuertēdo igitur per 19 quinti & correlariū eiuſdē ſicut a b ad b c: ſic quod ex f g ad id quod ex k. At a b ad b c rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Quare neq; quod ex f g ad id quod ex k rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt f g ipſi k longitudine. ipſa igitur f g: ipſa g h maius poteſt eo quod fit ex ſibi incōmēſurabili. Sūtq; ipſæ f g, g h, rationales: potentia tantū commenſurabiles. Ac ipſarum f g, g h, neutra commenſurabilis eſt longitudine ipſi e expoſitæ rationali. ipſa igitur f h: ex binis nominibus eſt ſexta. quod erat inueniendum.

Euclides ex Camp. Propoſitio 48.

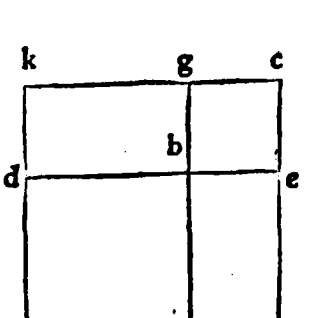


SI fuerit ſuperficies binomio primo lineaq; rationali contenta: latus quod ſuper eā pōt binomiū eſſe neceſſe eſt. 48

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c: cōtēta linea rationali a b, & binomio primo quod ſit b c. Dico q; latus tetragonicū ſuperficiei a e eſt binomiū. Sit eni punctus d cōmunis terminus duarū portionū binomij primi in b c: cuius maior portio ſit b d. eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione: & cōmenſurabilis lineę a b rationali poſitæ. Diuidatur itē minor portio quæ eſt d c per æqualia ad punctū e. lineaq; d b diuidatur ſub ea conditione ad punctū f: q; inter partes eius quæ ſunt b f & f d: cadat d e medio loco proportionalis. quod qualiter fiat in 13 dictū eſt. ducantur autē lineæ e g, d h, f k, ęquidiſtātes lineę a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b eſt potētior linea d c in quadrato lineæ ſibi communicātis in longitudine: ſequitur ex ſecūda parte 13 q; duæ lineæ b f & f d ſint cōmunicātes. per 9 igitur eſt vtraq; earum cōmunicans toti lineæ b d. quare per diffinitionē ambæ ſunt rationales in lōgitudine. ideoq; per 15 vtraq; duarū ſuperficierū a f & f h: eſt rationalis. Deſcribatur itaq; quadratum l m cuius latus l r, æquale ſuperficiei a f. cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quātitatem: q; ipſius gnomonis quadratum quod ſit m n, ſit æquale ſuperficiei f h. duoq; eius ſupplementa ſint p m & m q: quæ neceſſe eſt eſſe æqualia duabus ſuperficiebus d g & g c. Quod ſic collige. Cum eni ſit linea d e medio loco proportionalis inter lineas b f & f d: erit ſuperficies d g. ex prima ſexti medio loco proportionalis inter ſuperficies a f & f h. quare & inter quadrata l m & m n. Et quia ſupplemē-

tum p m eſt etiã medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti: ſequitur vt p m ſit ęqualis d g. ideoq; m q: g c. igitur linea l p: eſt latus tetragonicũ ſuperficiei a c. Hanc lineã dico eſſe binomiũ. Cũ ſint enĩ ambo quadrata l m, & m n, rationalia: erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Eſt autem per primam ſexti a f ad d g: ſicut b f ad d e. ſed b f eſt incõmẽſurabilis d e: ſcilicet qa b f eſt rõnalis ſimpliciter/ vt probatũ eſt. d e vero quia cõmunicat i longitudine d c rationali in potẽtia tm̃: erit etiã ipſa rõnalis in potẽtia tm̃ p 18. quod ex p̃miſſis hypotheſib9 manifeſtũ eſt. Itaq; per 2 partẽ 10/ ſupficies a f: eſt incõmenſurabilis ſupficiei d g. igitur & quadratũ l m: ſupplemento p m. quare per primã ſexti & ſecũdam partẽ 10 linea l r: eſt incõmẽſurabilis lineę r p. Ex 30 igit cõſtat lineã l p eſſe binomiũ. qđ erat mõſtrãdũ.

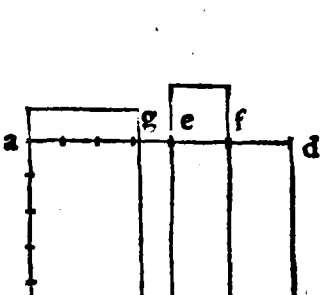
¶THEON. Lemma.



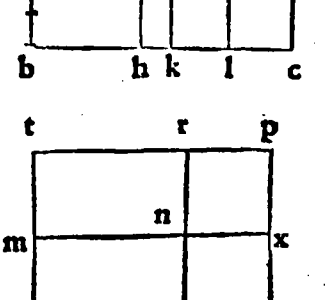
¶Sint bina quadrata a b, b c. exponaturq; per 14 primi: vt d b ipſi b e ſit in rectas lineas. In rectas lineas igitur eſt & f b: ipſi b g. Compleaturq; parallelogrammũ a c. Dico q; a c quadratũ eſt/ & q; d g ipſorũ a b, b c, mediũ eſt proportionale/ & inſuper d c ipſorũ a c, c b, mediũ proportionale eſt. Quoniã enĩ d b ipſi b f eſt ęquale/ & b e ipſi b g: totũ igitur d e toti f g eſt æquale. Sed d e: vtriq; ipſarum a h, k c, eſt æqualis. Igitur per 33 primi parallelogrãmum a c: æquilaterum eſt. eſt quoq; & rectangulum. quadratum igitur eſt a c per 46 primi. Et quoniam eſt ſicut f b ad b g: ſic d b ad b e, ſed ſicut quidem f b ad b g ſic per primam ſexti a b ad d g, ſicut vero d b ad b e ſic d g ad b c: & ſicut igitur a b ad d g, ſic d g ad b c. Igit d g: ipſorũ a b, b c, mediũ proportionale eſt. Dico iam q; & d c: ipſorũ a c, c b, mediũ proportionale eſt. Quoniã igitur eſt ſicut a d ad d k ſic eſt k g ad k c (æqualis eſt enim altera alteri). & componendo per 16 quinti ſicut a k ad k d ſic k c ad c g, ſed ſicut a k ad k d ſic a c ad c d, ſicut autem k c ad c g ſic per primam ſexti d c ad c b: igitur d c ipſorum a c, c b, medium & proportionale eſt.

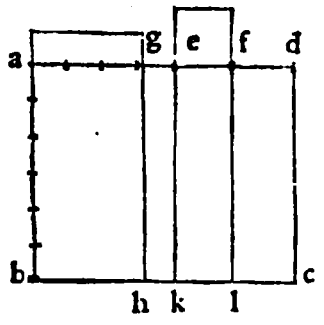
Eucli. ex Zamb. Theorema 36. Propoſitio 54.

54 ¶Sí areola compræhendatur ſub rationali ac ex binis nominibus prima: quæ areolam poteſt irrationalis eſt/ ex binis nominibus vocata.

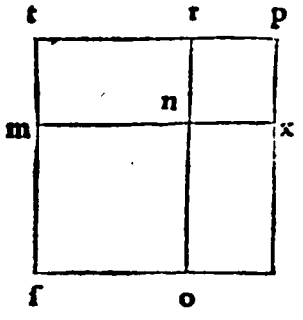


¶THEON ex Zãb. ¶Areola etenim a b c d: cõpræhendatur ſub rationali a b, & ex prima ex duobus nominibus a d. Dico q; ipſam a c areolã potẽs: irrationalis eſt: ex binis vocata nominibus. Quoniã enim ex binis nominibus eſt prima ipſa a d: diuidatur per 42 decimi in nomina in e. ſitq; maius nomen a e. Manifeſtũ iam: q; ipſæ a e, e d, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles/ & a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili/ & a e per 48 decimi cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali a b longitudine. Secetur iam per 10 primi e d: bifariã in ſigno f. Et quoniã a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili: ſi quartæ igitur parti eius quod ex minore hoc eſt ei quod ex e fæquum ad maiorẽ a e comparatũ fuerit deficiẽs ſpecie a quadrato/ in cõ mẽſurabilia diſtribuit per 17 decimi. Cõparetur per 28 ſexti igitur ad ipſam a e: ei quod ex e f, æquũ quod ſub a g, g e, cõmenſurabilis igitur eſt a g: ipſi g e lõgitudine. Excitẽturq; per 31 primi per ipſa g, e, f, vtriq; ipſarũ a b, d c, parallelí g h, e k, f l. Et ipſi quidẽ a h parallelogrãmo: æquũ per 14 ſecundi quadratũ conſtituat ſ n: ipſi autẽ g k, n p. Ponaturq; per 14 primi ſicut in rectas lineas m n ipſi n x. in rectas igitur lineas eſt & r n: ipſi n o. Cõpleaturq; ipſũ ſ p parallelogrãmum. quadratũ igitur eſt ſ p. Et quoniã quod ſub a g, g e, æquũ eſt ei quod e f: eſt igitur per cõſtructionẽ ſicut a g ad e f, ſic f e ad e g. & ſicut igitur per primã ſexti a h ad e l: ſic e l ad k g. Ipſorũ igitur a h, g k, mediũ e l proportionale eſt. Sed a h quidẽ/ æquum eſt ipſi ſ n: & g k, æquũ eſt ipſi n p. Ipſorum igitur ſ n, n p, mediũ e l proportionale eſt. Eſt autem ipſorũ ſ n, n p, medium m r proportionale per præoſtenſum lẽma. æquũ eſt igitur m r: ipſi e l. Sed m r quidẽ/ ipſi o x æquũ eſt: & e l ipſi f c. totũ igitur e c: ipſis m r, o x, eſt æquale. Sunt autem & ipſa a h, g k: ipſis ſ n, n p, æqualia/ per 44 primi. totum igitur a c: æquũ eſt toti ſ p, hoc eſt ei quod ex m x fit quadrato. igitur ipſa m x: ipſum





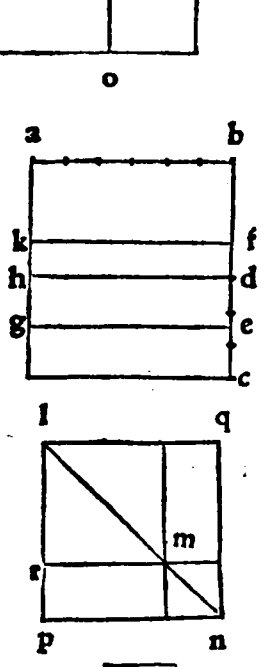
poteſt a c. Dico iam q̃ ipſa m x: ex binis nominibus eſt. Quoniã enĩ cõmẽſurabilis eſt per 17 decimi a g ipſi e g: cõmenſurabilis igitur eſt per 12 decimi & diffinitionẽ & a e: vtriq; ipſarũ a g, g e. Supponit autẽ per diffinitionẽ primę ex binis nolb⁹ a e ipſi a b cõmẽſurabilis. & ipſæ igit a g, g e: ipſi a b ſunt cõmenſurabiles. Rationalis vero eſt a b. rationalis igitur eſt & vtraq; ipſarũ a g, g e. Rationale igitur eſt & vtrũq; ipſorũ a h, g k. Cõmenſurabile autẽ eſt per primã ſexti & 11 decimi a h ipſi g k. Sed a h: ipſi qdẽ ſ n eſt æquale. ipſum vero g k: ipſi n p. & ipſa igitur ſ n, n p, hoc eſt quod ex m n, n x. rationalia ſũt & cõmenſurabilia. Et quoniã incõmenſurabilis eſt a e ipſi e d longitudine/ſed ipſa quidẽ a e ipſi a g eſt cõmenſurabilis/ipſa autẽ d e ipſi e f cõmenſurabilis: per 13 decimi incommenſurabilis igitur eſt & a g ipſi e f. Quare & a h: ipſi e l. incõmẽſurabilis eſt. Sed a h quidẽ: ipſi ſ n eſt æquale. ipſum vero e l: ipſi m r. & ſ n igit̃: ipſi m r incõmẽſurabile eſt. Sed ſicut ſ n ad m r: ſic & o n ad n r. incõmenſurabilis igitur eſt o n ad n r. Aequalis autẽ eſt o n ipſi m n: & n r ipſi n x. incõmenſurabilis igitur eſt m n ipſi n x. Et quod ex m n: cõmenſurabile eſt ei quod ex n x: & vtrunq; rationale. Ipſæ igitur m n, n x: rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. ipſa igitur m x: ex binis nominibus eſt/ipſamq; a c poteſt. quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 49.

SI fuerit ſuperficies linea rationali binomioq; ſecundo contenta: latus eius tetragonicum erit bimediale primum. 49

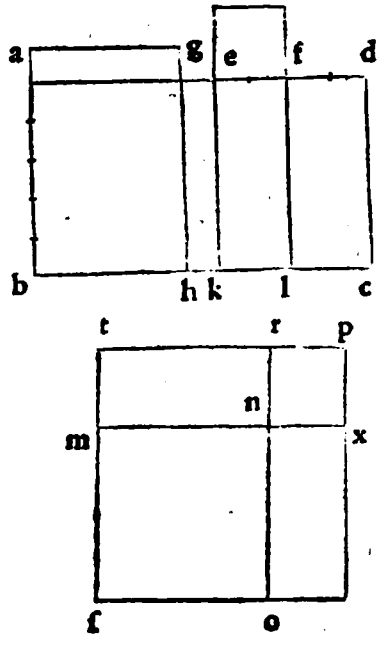
¶ CAMPANVS. ¶ Sit eadẽ figura eædẽq; hypotheſes q̃ in prę̃miſſa. eritq; ex diffinitione binomij ſecũdi/linea d c: rationalis in lõgitudine. quare p 15 vtraq; duarũ ſuperficierũ d g & g c (ideoq; & duo ſupplementa p m, m q) erit ratio nalis. linea vero b d erit rationalis in potẽtia tantũ: & diuiſa in duas lineas cõmunicantes f d & b f, ex diffinitione binomij ſecundi & præmiſſis hypotheſibus/& ſecunda parte 13. per 19 igitur erit vtraq; duarũ ſuperficierũ a f & f h, (ideoq; & vtrũq; quadratorũ l m & m n) medialis. itaq; ambæ lineæ l r & r p: ſunt mediales in potentia quoq; cõmunicãtes. nam cum linea b f cõmunicet li neæ f d: ſequit̃ vt a f cõmunicet f h. quare quadratũ l m: quadrato m n. ideoq; & linea l r: lineę r p in potentia. in longitudine autẽ nõ cõmunicãt: qm̃ p 1 ſexti vna earũ ad alterã eſt ſicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p, eoq; altera medialis videlicet l m, altera vero rationalis videlicet m p: ſequitur vt l r non cõmunicet in longitudine r p. Quia igitur ipſæ continent ſuperficiem rationalem quę eſt m p: conſtat lineam l p ex 31 huius/eſſe bimediale primum.



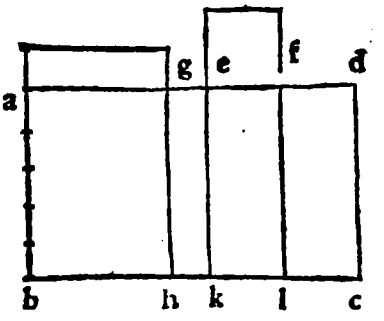
Eucli. ex Zamb. Theorema 37. Propoſitio 51.

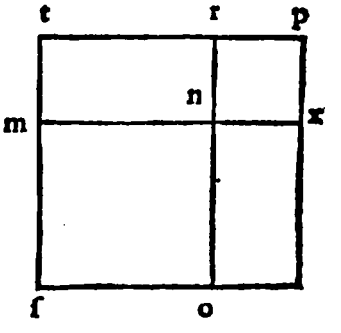
¶ Si areola compræhenſa fuerit ſub rationali/& ex binis nominibus ſecunda: areolam potens irrationalis eſt/vocaturq; binis ex prima mediis. 51

¶ THEON ex Zãb. ¶ Compræhẽdatur areola a b c d ſub rationali a b, ac ex binis nominibus ſecunda a d. Dico q̃ a c areã potens: ex binis mediis eſt prima. Quoniã enĩ ex binis nominibus ſecũda eſt a d, diuiſa in nomina in ſigno e, vt maius nomẽ ſit a e: ipſæ igitur a e, e d, per 49 decimi rationales ſũt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. & a e, ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili: ac nomẽ minus e d cõmẽſurabile eſt ipſi a b lõgitudine. Secet̃ p 10 primi ipſa e d: bifariã in ſigno f. & ei qd̃ ex e f ęquũ ad ipſũ a e cõparet̃ p 28 ſexti/deficiẽs ſpecie a q̃drato quod ſub a g, g e. cõmẽſurabilis igit̃ eſt p 17 decimi a g ipſi g e lõgitudine. Et p ipſa g, e, f, ſigna excitẽtur p 31 primi paralleli ipſis a b, c d: ſintq; g h, e k, f l. Ac ei quidẽ quod eſt a h parallelogrammo cõſtruatur per 14 ſecundi æquũ quadratũ ſ n: ipſi autẽ g k, æquũ quadratũ n p. Ponaturq; per 14 primi ſicut in rectas lineas m n, ipſi n x. in rectas lineas igitur eſt & r n ipſi n o. Compleaturq; ſ p quadratũ. Manifeſtũ iam eſt: ex prę oſtenſo lẽmate q̃ m r mediũ proportionale eſt ipſorũ ſ n, n p, & per præcedens theorema ęquũ ipſi e l, & q̃ a c ream poteſt m n et n x. Oſtendenũ iam q̃ m x ex binis mediis eſt prima. Quoniam a e ipſi e d eſt incõmenſurabilis longitudine/cõmenſurabilis autẽ eſt per 49 decimi e d ipſi a b: incommẽſurabilis igi-



tur per 13 decimi eſt a e ipſi a b lõgitudine. Et qm cõmẽſurabilis eſt a g ipſi e g: cõmenſurabilis eſt & a e vtriq; ipſarum a g, g e. Et a e rationalis eſt. rationalis igitur & vtraq; ipſarũ a g, g e, per cõparationẽ. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt a e ipſi a b, cõmenſurabilis autẽ eſt a e vtriq; ipſarũ a g, g e: & ipſæ a g, g e, igitur cõmenſurabiles ſunt ipſi a b. Ipſæ b a, a g, g e, igitur per 13 decimi rationales ſũt: potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Quare p 21 decimi vtrũq; ipſorũ a h, g k: medium eſt. quare & vtrunq; ipſorũ ſ n, n p: medium eſt. & ipſę m n, n x, igitur mediæ ſunt p 21 decimi. Et quoniã cõmenſurabilis eſt a g ipſi g e lõgitudine: cõmenſurabile eſt & a h ipſi g k, hoc eſt ſ n ipſi n p, hoc eſt quod ex m n ei quod ex n x. quare & ipſæ m n, n x: potentia ſunt cõmenſurabiles. Et quoniã incõmenſurabilis eſt a e ipſi e d lõgitudine/ſed ipſa quidẽ a e cõmẽſurabilis eſt ipſi a g, & e d ipſi e f: incõmenſurabilis igitur eſt per 13 decimi a g ipſi e f. Quare per 1 ſexti & 11 decimi & a h ipſi e l incõmenſurabile eſt: hoc eſt ſ n ipſi m r, hoc eſt o n ipſi n r, hoc eſt m n ipſi n x, incõmẽſurabilis longitudine eſt. Oſtenſum autẽ eſt q̃ ipſę m n, n x, medię exiſtẽtes: potẽtia ſunt cõmenſurabiles. Ipſæ igitur m n, n x, medię ſunt: potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Dico iã q̃ & rationale cõpræhendunt. Quoniã enim d e ſupponitur vtriq; ipſarum a b, e f, cõmenſurabilis: commenſurabilis igitur per 12 decimi eſt & f e ipſi e k. Et vtraq; ipſarũ rationalis. rationale igitur eſt e l: hoc eſt m r. Sed m r: eſt quod ſub m n & n x. Si vero per 37 decimi binæ mediæ potentia tantũ cõmenſurabiles/compoſitæ fuerint rationale compræhẽdentes: tota irrationalis eſt/vocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipſa m x: ex binis eſt prima medijs. Quod erat oſtẽdendũ.

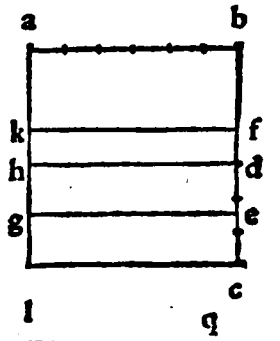


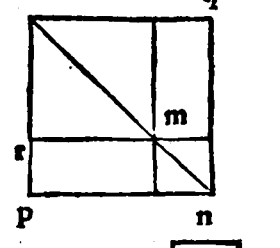


Eucli. ex Camp. Propoſitio 50.

50 SI binomio tertio ac linea rationali ſuperficies continea-
tur: linea in eam potens erit bimediale ſecundum.

¶ CAMPANVS. ¶ Diſpoſitio & hypotheſes maneant vt ſupra. Exitq; ex his hypotheſibus & diffinitione binomij tertij & 19/vna-quæq; quatuor ſuperficierum in quas diuiſa eſt ſuperficies a c: medialis. quare vtrunq; duorum quadratorum l m, m n, & vtrunq; ſupplementorum p m & m q: erit etiam mediale. vtraq; igitur duarum linearum l r & r p: erit medialis. Et cum duæ ſuperficies a f & f h ſint cõmunicantes/eo q̃ duæ lineæ b f & f d ſint cõmunicantes: per ſecundam partem 13 erunt duæ lineæ l r & r p cõmunicantes in potentia. in longitudine vero non: quia ſuperficies l m non cõmunicat cum ſuperficie m p, eo q̃ neq; a f communicat cum d g. Nam linea b f non cõmunicat cum d e. Cum igitur ipſę contineant ſuperficiẽ quæ eſt p m: conſtat ex 32 lineam l p eſſe mediale ſecundum. Quod eſt propoſitum.

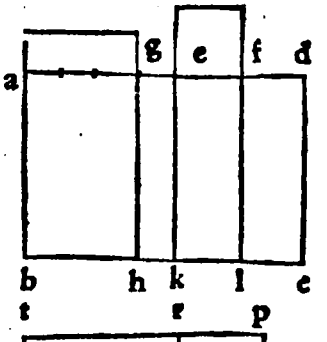


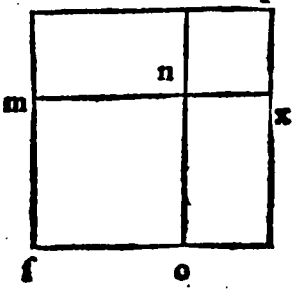


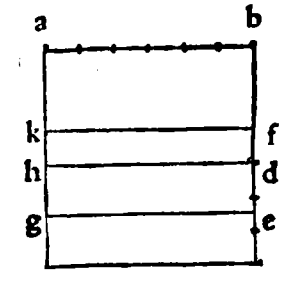
Eucli. ex Zamb. Theorema 38. Propoſitio 56.

56 ¶ Si ſuperficies ſub rationali/& ex binis nominibus tertia cõpræ
henſa fuerit: ſuperficiem potens irrationalis eſt/appellaturq; ex bi
nis ſecunda medijs.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Areola namq; a b c d: cõpræhendatur ſub rationali a b, ac ex binis nominibus tertia a d diuiſa in nomina in e, quorum maius ſit a e. Dico q̃ areolam a c potens: irrationalis eſt/vocaturq; ex binis ſecunda nominibus. Conſtruantur namq; eadem quæ prius. Et quoniam a d ex binis eſt tertia nominibus: ipſæ igitur a e, e d, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles/& ipſa a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili/& ipſarum a e, e d, neutra ipſi a b eſt commenſurabilis longitudine. Similiter iam ex ijs quæ prius ſunt oſtenſa/demonſtrabimus: q̃ ipſæ m n, n x, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quare m x: ex binis eſt medijs. Oſtendendum etiam q̃ & ſecunda. Quoniam incommenſurabilis eſt per 50 decimi d e ipſi a longitudine, hoc eſt ipſi e k, atqui d e commenſurabilis eſt ipſi e f: incõmẽſurabilis igitur eſt per 13 decimi e f ipſi e k longitudine. Suntq; rationales ipſæ f e, e k. igitur rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Medium igitur per 21 decimi eſt e l: hoc eſt m r. compræhenditurq; ſub ſub m n, n x, medium igitur eſt quod ſub m n, n x. Ipſa igitur m n x: ex binis eſt ſecunda medijs. Quod fuerat oſtendendum.



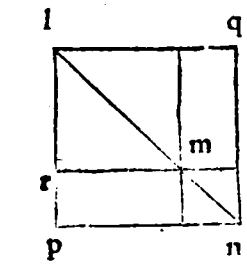




Euclí.ex Camp. Propoſitio 51.

SI linea rationali binomioq; quarto ſuperficies contínea 51
tur:quæ in eam ſuperficiem poteſt/eſt linea maior.

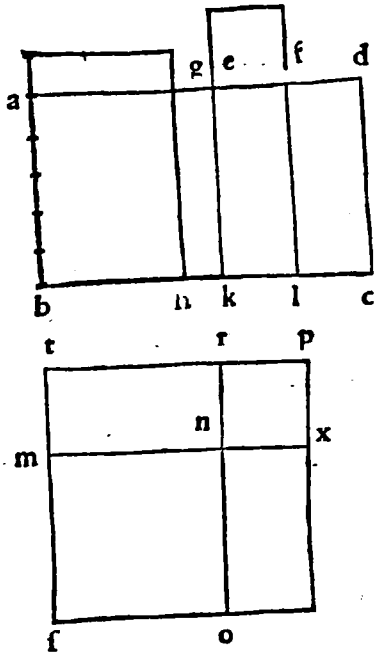
¶CAMP. ¶Cũctis vt in prẽmiſſis manẽtibus:erit ex hypotheſi et diffinitione binomij quarti & 19/vtraq; duarũ ſupficierũ d g & g c (quare & vtraq; duarũ p m & m q) medialis. duoq; quadrata l m & m n pariter accepta/rationale:eo q; ſuperficies a d eſt rationalis per diffinitionẽ binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in puncto f in duo incoĩcantia per ſecũdam partem 14:erit ſuperficies a f incommẽſurabilis ſuperficiei f h. ideoq; & quadratũ l m:quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p:ſunt incõmenſurabiles in potẽtia. q; cũ cõtineãt ſupficiẽ medialẽ p m,& earũ quadrata ãbo pariter accepta ſint/rõnale:cõſtat p 33 lineã l p eſſe lineã maiorẽ. Quod erat demõſtrãdũ.



Eucli.ex Zamb. Theorema 39. Propoſitio 57.

¶ Si areola ſub rationali ac ex binis quarta nominibus com- 57
præhenſa fuerit: ipſam areolã potens irrationalis eſt/vocaturq; maior.

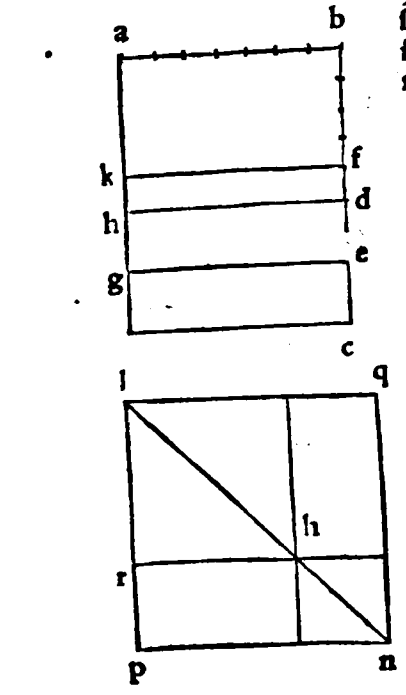
¶THEON ex Zamberto. ¶Areola nãq; a c: cõpræhẽdatur ſub rationali a b, & ex binis quarta noibus a d diuiſa in nomina in e, quorũ maius eſto a e. Dico q; areolam a c potens: irrationalis eſt/appellata maior. Quoniã enim a d ex binis eſt quarta nominibus: ipſæ igitur a e, e d, rationales ſunt potentia tantũ commẽſurabiles. & a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili. & a e ipſi a b longitudine cõmẽſurabilis eſt. Secetur per 10 primi d e bifariã in f. & ei quod ex e f æquum / ad a e cõparetur per 44 primi parallelogrãmũ quod ſub a g, g e. Incõmenſurabilis igitur eſt per 18 decimi a g ipſi e g longitudine. excitentur per 31 primi paralleli ipſi a b: ſintq; g h, e k, f l. Fiantq; reliqua eadem ſicut in præcedenti. Manifeſtum iam eſt q; m x, eſt potens ipſam areolam a c. Oſtẽdendũ vero q; m x irrationalis eſt: appellata maior. Quoniam incõmenſurabilis eſt a g ipſi e g longitudine: incõmenſurabile per 1 ſexti et 11 decimi/eſt & a h ipſi g k: hoc eſt ſ n ipſi n p. Ipſæ igitur m n, n x: potẽtia ſunt incõmenſurabiles. Et quoniã cõmenſurabilis eſt a e ipſi a b lõgitudine: rõnale eſt a k. Et æquũ eſt eis quæ ex m n, n x. rationale igitur eſt: cõflatũ ex ijs quæ ex m n, n x. Et quoniã per 34 decimi incõmẽſurabilis eſt d e ipſi a b lõgitudine hoc eſt ipſi e k, ſed per 13 decimi d e cõmenſurabilis eſt ipſi e f: incõmẽſurabilis igitur eſt e f ipſi e k lõgitudine. Ipſę igitur e k, e f, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Mediũ per 21 decimi igitur eſt l e hoc eſt m r. Cõprehẽditurq; ſub m n, n x. mediũ igitur eſt quod ſub m n, n x. Et cõpoſitũ ex ijs q; ex m n, n x, rationale. & m n ipſi n x potentia incõmenſurabilis eſt. Si autẽ per 39 decimi duæ lineę potẽtia incõmẽſurabiles cõpoſitæ fuerint efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs quæ ex ipſis ſũt quadratis rationale/quod vero ſub ipſis mediũ: tota irrationalis eſt/appellatur autem maior. Ipſa igitur m x irrationalis eſt/vocata maior: ipſamq; a c areolam poteſt. quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 52

SI fuerit ſuperficies linea rationali atq; binomio quinto 52
contenta: quæcunq; in eam linea poteſt/potens in rationale & mediale eſſe ex neceſſitate conuincitur.

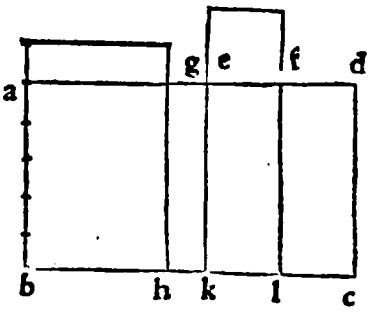
¶CAMPANVS. ¶Nec in hac quoq; eſt aliquid ex priorũ diſpoſitione & poſitionibus mutandum. eis enim manentibus: erit ex ijs quę poſita ſunt in diffinitione binomij quinti & 15/vtraq; duarum ſupercierũ d g & g e (quare vtraq; duarum p m & m q) rationalis/totaq; a d (quare & duo quadrata l m m n pariter accepta) medialis ex 19. Cumq; ex ſecunda parte 14 ſit linea f b incommenſurabilis lineæ f d, ideoq; ſuperficies a f ſuperficiei f h, & quadratum l m quadrato m n: erit linea l r incommenſurabilis in potentia lineæ r p. At quia ipſæ continent ſuperficiem rationalem p m, & earum quadrata ambo pariter accepta ſunt mediale: conclude ex tregeſimaquarta lineam l p eſſe potentem in rationale & mediale. Quod promiſſum eſt.

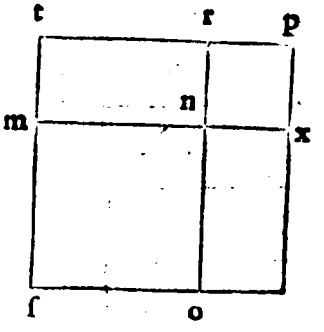


Eucli.ex Zamb. Theorema 40 Propoſitio 58.

58 ¶Si areola cõpræhendatur ſub rationali/ac ex binis quinta nominibus: areolam potens irrationalis eſt/appellata rationale mediumq; potens.

¶THEON ex Zãb. ¶Areola eteni a c: cõpræhẽdatur ſub rationali a b, ac ex binis quinta noibus a d diſiũcta in noia in e, vt maius nomẽ ſit a e. Dico q; ipſam a c areolã potens: irrationalis eſt/appellata rationale mediũq; potẽs. Conſtruantur eni ea quæ ſuperius demõſtrata ſunt. Nõ dubiũ q; a c areolã potens: eſt m x. Oſtendendum iam: q; m x eſt rationale mediũq; potens. Quoniã eni incõmẽſurabilis eſt a g ipſi g e: incõmenſurabile igitur eſt per primã ſexti & 11 decimi & a h ipſi h e, hoc eſt quod ex m n ei quod ex n x. Ipſæ igitur m n, n x: potẽtia ſunt incõmenſurabiles. Et qm̃ a d ex binis eſt quinta noibus, ac eius minus ſegmentũ eſt e d: cõmenſurabilis igitur eſt e d ipſi a b lõgitudine. Sed a e: ipſi e d eſt incõmenſurabilis. & a b igitur per 13 decimi ipſi a e eſt incõmenſurabilis longitudine. Ipſæ igitur a b, a e, rationales ſunt: potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, mediũ igitur eſt per 21 decimi a k: hoc eſt cõflatũ ex ijs quæ ex m n, n x. Et quoniã cõmenſurabilis eſt d e ipſi a b longitudine hoc eſt e k, ſed d e ipſi e f cõmẽſurabilis eſt: & e f igitur per 12 decimi ipſi e k cõmenſurabilis eſt. Rationalis autem e k. rationale igitur per 19 decimi & e l, hoc eſt m r: hoc eſt quod ſub m n, n x. Ipſæ igitur m n, n x, per 40 decimi potẽtia incõmenſurabiles ſũt: efficientes conflatum ex ipſarum quadratis medium/& quod ſub ipſis rationale. ipſa igitur m x: eſt rationale mediumq; potens, ipſamq; poteſt aream a e. Quod fuerat demonſtrandum.

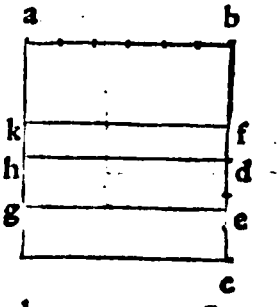


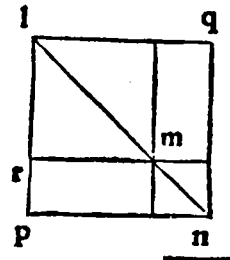


Eucli.ex Camp. Propoſitio 53.

53 SI binomio ſexto lineaq; rõnali ſupficies cõtineatur: linea quę in eam poteſt/in duo medialia potẽs eſſe probatur.

¶CAMPANVS. ¶Hęc 53: adhuc te ſuſtinet ociari a pigẽdis figuris. cõtẽta eni eſt p̃miſſis diſpoſitione & poſitionibus. Quibus ſtantibus: neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitione id eſt diffinitione binomij poſitemi & 19/ quãlibet ex ſuperficiebus a d & d g & g c (propter quod & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe medialẽ. Cũq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) ſint incõmenſurabiles: erũt duæ lineæ b c & r p incõmenſurabiles in potẽtia. At quia ipſæ cõtinent ſuperficiem medialem p m, earũq; ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale/ quod eſt duplo ſuperficiei vnius in alterã incõmenſurabile/ quod ex eo probatur q; ſupficies b h eſt incõmenſurabilis ſuperficiei h c, propter hoc q; linea d b eſt incõmenſurabilis lineæ d c: ſequitur ex 35 lineam l p eſſe/ quæ poteſt in duo medialia.

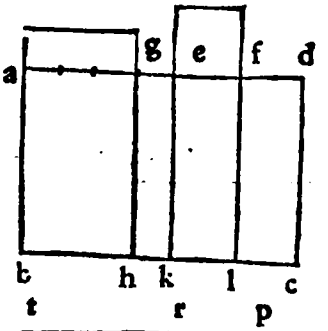


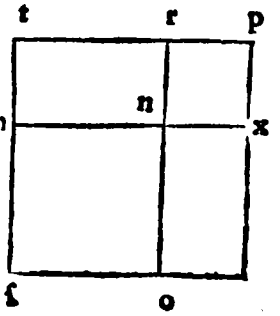


Eucli.ex Zamb. Theorema 41. Propoſitio 59

59 ¶Si areola cõprẽhendatur ſub rationali/& ex binis ſexta noibus: areolam potens irrationalis eſt/appellata bina potens media

¶THEON ex Zamberto. ¶Areola namq; a b c d: compræhendatur ſub rationali a b, & ex binis nominibus a d diuiſa in nomina in e, vt maius nomen ſit a e. Dico q; ipſam a c potens: irrationalis eſt/appellata bina potens media. Conſtruantur enim quæ & in præoſtenſis. Non dubiũ q; m x eſt potens ipſam a c: & q; incõmenſurabilis eſt m n ipſi n x potentia. Et quoniã incõmenſurabilis eſt a e ipſi a b longitudine: ipſæ igitur a e, a b, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. medium igitur eſt per 21 decimi a k: hoc eſt cõpoſitũ ex ijs quę ex m n, n x. Rurſus quoniã incõmẽſurabilis eſt e d ipſi a b lõgitudine: incõmẽſurabilis igitur eſt & e f ipſi e k. Et f e, e k, igit̃ rõnales ſũt: potẽtia tãtũ cõmenſurabiles. mediũ igitur eſt per eandẽ/ e l: hoc eſt m r, hoc eſt cõflatũ ſub m n, n x. Et quoniã incõmenſurabilis eſt a e ipſi e f: & a k ipſi e l incõmenſurabile eſt. Sed a k quidẽ eſt cõflatum ex ijs quæ ex m n, n x: & e l eſt quod ſub m n, n x. incommenſurabile igitur eſt per primam ſexti & 11 decimi compoſitum ex ijs quæ ex m n, n x: ei quod ſub m n, n x. & ipſorum vtrumq; medium eſt.

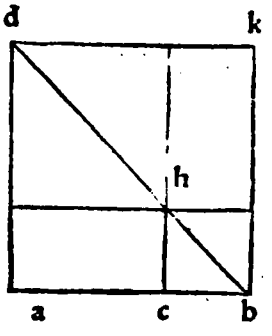




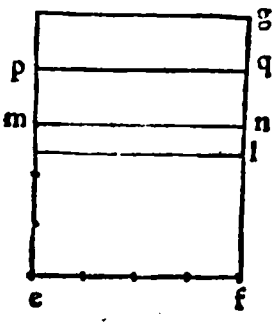
Ipſæ igitur m n, n x: potentia ſunt incõmenſurabiles. Ipſa igitur m x bina potens eſt media per 41 decimi: & ipſam poteſt a c. quod oſtendere oportebat.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 54.

SI lineę rationali æquũ quadrato binomij rectãgulũ adiũgatur: latus eius ſecũdum binomiũ primũ eſſe cõueniet. 54



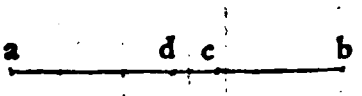
CAMPANVS. Hæ ſex ſequẽtes: cõuerſę ſunt ſex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ eſt hæc intentio. Sit linea a b binomiũ: diuiſa ad punctũ c in duas lineas a c & c b, ſecundũ ſuã diffinitionẽ aut terminum. eiuſq; a b quadratũ ſit b d. ſitq; linea e f rationalis in longitudinẽ: cui adiũgat ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico q; latus ſecundũ huius ſuperficiei/ quod eſt linea f g: eſt binomium primũ. Diuidatur enĩ quadratũ b d in duo quadrata b h & h d, quę ſint quadrata duarũ linearũ portionũ binomij: & in duo ſupplementa a h & h k, quorum vtrũq; cõtinetur ſub duabus portionibus binomij. eritq; ex diffinitione binomij quę habetur per 30/ vtrũq; iſtorũ quadratorum rationale: & per 19 vtrũq; ſupplementũ mediale. Ex ſuperficie igitur e g, abſcindatur ſuperficies e l ęqualis quadrato d h, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis vni duorũ ſupplemẽtorum a h vel h k. eritq; p g reſidua: ęqualis reliquo ſupplemento. quare per primam ſexti linea n q: eſt ęqualis lineæ q g. Ex præmiſſis autem manifeſtum eſt q; vtraq; duarũ ſuperficierũ e l & l m (& ideo tota ſuperficies e n) eſt rationalis. Et vtraq; duarũ æqualiũ n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16 vtraq; duarum linearũ f l & l n, & tota linea f n, rationalis in longitudine: & lineæ e f rationali poſitæ cõmenſurabilis. & per 20 vtraq; duarum n q & q g, & tota n g: rationalis in potentia tantum/ incommenſurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f ſibi æquali/ & per conſequens & lineæ f n) in longitudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g vt ex primo duorum antecedentiũ 35 demonſtrationi ſubiunctorũ & prima ſexti apparet/ fuerit potentior linea n g minori in quadrato lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine: tunc ex diffinitione binomij primi manifeſtum eſt lineam f g eſſe binomium primum. Hoc autem ita eſſe ſic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, ſit per primã ſexti ſuperficies a h medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus hypotheſibus ſuperficiem m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio loco proportionalis. quare per primam ſexti linea n q quæ eſt medietas lineæ n g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f l in l n: eſt quantũ quod ex n q in ſe per 16 ſexti. ideoq; per 4. ſecundi quantum quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primam partem 13 cum linea f n diuidatur a ſuperficie ſibi adiuncta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g ita q; ad complendã totam lineam f n deſit ſuperficies quadrata/ in duo cõmunicãtia ad punctũ l: erit f n potentior n g in quadrato lineæ ſibi cõmunicãtis in longitudine. Conſtat ergo propoſitum.



THEON. Lemma.

Si recta linea ſecetur in inęqualia: quę ab inæqualibus quadrata/ maiora ſũt eo qđ bis ſub iæq̃libus cõprehẽſum eſt rectãgulũ.

Sit recta linea a b: ſecetur q; in inæqualia in c, ſitq; maior a c. Dico q; quæ ex a c, c b: maiora ſunt eo quod bis ſub a c, c b. ſecetur enim per 10 primi a b bifariam in d. Quoniam igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in d, & in inęqualia in c: igitur per 5 ſecundi quod ſub a c, c b, vna cum eo quod ex c d æquum eſt ei quod ex a d. & perinde quod ſub a c, c b: minus eſt eo quod ex a d. Quod igitur bis ſub a c, c b: eſt minus q̃ duplum eius quod ex ad. Sed quæ ex a c, c b: dupla ſunt eorũ quæ ex a d, d c. ergo quæ ex a c, c b: maiora ſunt eo quod bis ſub a c, c b, quod erat oſtendendum.

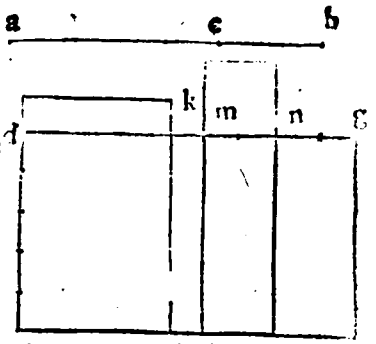


Euclí. ex Zamb. Theorema 42. Propoſitio 60.

Quæ ab ex binis nominibus ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus primam. 60

THEON ex Zamb. Eſto ex binis noibus a b: diuiſa in noia in c, vt maius nomẽ ſit a c. exponaturq; rõnalis d e. & ei quod ex a b æquũ ad ipſam d e cõ-

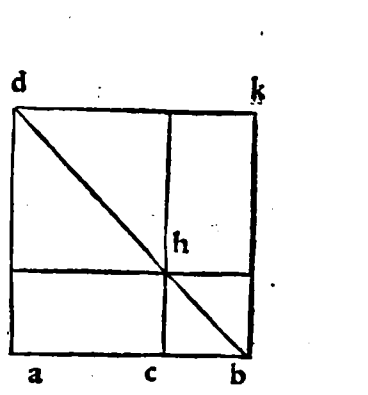
paretur p 44 primi d e f g: latitudinē efficiēs d g. Dico q̄ d g ex binis est prima noibus. Cōparetur enī per 44 primi ad d e, ei qdē quod ex a c ęquū d h: ei autē quod ex b c, æquū k l. Reliquū igit quod bis sub a c, c d: p 4 secūdi ęquū est ipsi m f. Secet p 10 primi qdē m g bifariā in n: exciteturq̄ p 31 primi parallelus n x vtriq̄ ipsarū m l, g f. Vtrūq̄ igitur ipsorū m x, n f, æquū est ei quod sub a c, c b. Et quoniā a b ex binis noibus est diuisa ī noia in c: ipsæ igitur a c, c b, rōnales sūt potētia tantū cōmensurabiles. Quæ igitur ex a c, c b: rōnalia sūt/ & sibi inuicē cōmensurabilia. Quare per 15 decimi/ & cōflatū ex ijs quę ex a c, c b: cōmēsurabile est eis q̄ ex a c, c b, rationale igitur est cōpositū ex ijs q̄ ex a c, c b. Et ipsi d l est ęquale. rōnale igit est d l. Et adipsā d e cōparat. rōnalis igitur p 20 decimi d m: & ipsi d e lōgitudine cōmēsurabilis. Rursus qm̄ a c, c b, rōnales sunt potētia tantū cōmēsurabiles: mediū igitur est quod bis sub a c, c b, hoc est m f. & ad ipsā cōparatur m l rationalē. rationalis igit est & m g: ipsi l m incōmēsurabilis (hoc est ipsi d e) lōgitudine. est autē & m d rationalis: & ipsi d e lōgitudine cōmēsurabilis, l m incōmēsurabilis igitur est per 13 decimi d m: ipsi m g lōgitudine. Sūtq̄ ipsæ igitur d m, m g, rōnales: potentia tantū cōmēsurabiles. ex binis noibus igitur est per 36 decimi d g. Ostēdendū q̄ & prima. Qm̄ enī per lēma p̄cedens 54 decimi eorū q̄ ex a c, c b, mediū proportionale est quod sub a c, c b: & ipsorū igitur d h, k l, mediū proportionale est m x. Est igitur per constructionē sicut d h ad m x: sic m x ad k l. hoc est sicut d k ad m n: sic m n ad m k. quod igitur sub d k, k m: æquū est ei quod ex m n. Et qm̄ cōmensurabile est quod ex a c ipsi quod ex b c: cōmensurabile est & d h ipsi k l. quare per 1 sexti & 11 decimi & d k ipsi k m cōmēsurabilis est. Et quoniā maiora sunt quæ ex a c, c b, eo quod bis sub a c, c b: maius igitur est & d l ipso m f. Quare p lēma p̄cedens & per primā sexti & d m: ipsa m g maior est. & est æquale quod sub d k, k m: ei quod ex n g, hoc est quartæ parti eius quod ex m g. & cōmēsurabilis est d k ipsi k m. Si vero per 17 decimi fuerint binę rectę lineæ inæquales/ quartæ autē parti eius quod ex minore æquū/ ad maiorē cōpareť deficiēs specie a quadrato/ & in cōmēsurabilia ipsam diuiserit: maior minore maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Suntq̄ rōnales ipsæ d m, m g: & d m nomē maius existēs/ cōmensurabilis est longitudine ipsi d e expositæ rationali: ipsa igitur d g: ex binis nominibus est prima, quod oportuit demonstrare.

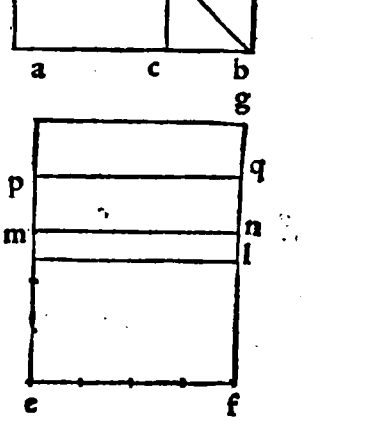


Eucli. ex Camp. Propositio 55.

55 SI lineę rōnali ęqua superficies quadrato bimedialis primi adiūgať: latus eius reliquū binomiū scd̄m esse oportebit.

¶CAMP. ¶Sit linea a b bimediale primū: diuisa ad pūctū c scd̄m iuū terminū. cętera autē sint vt prius. Dico lineā f g esse binomiū secundū. Erit enī superficies m g rōnalis: eo q̄ partes bimedialis primi cōtinēt superficiē rōnalē. & superficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cōmunicātes: eo q̄ portiones bimedialis primi sunt lineę mediales potētia tantū cōmunicātes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine: cōmēsurabilis lineæ e f rationali positę. & per 20 linea f n rōnalis in potentia tantū. quę cū sit maior linea n g ex primo duorū antecedentiū demōstrationi 35 adiunctorū & 1 sexti/ eaq̄ potētior quadrato lineæ communicātis secū in longitudine ex prima parte 13: erit a diffinitione linea f g binomium secundū. quod est propositum.

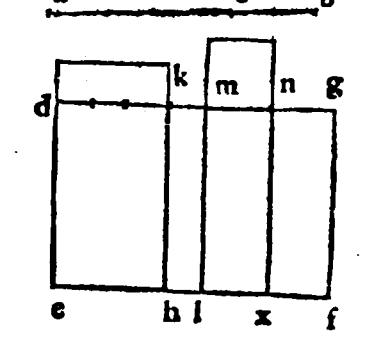


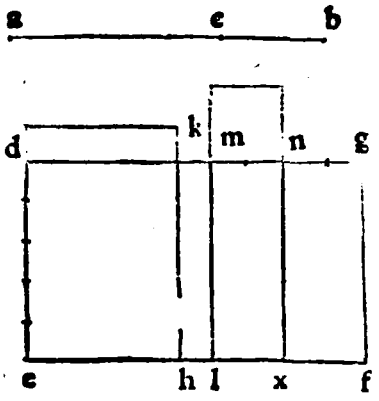


Eucli. ex Zamb. Theorema. 43. Propositio 61.

61 ¶QUæ ab ex binis medijs prima ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus secundam.

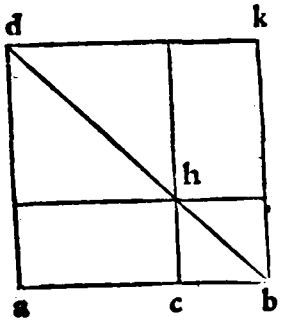
¶THEON ex Zāb. ¶Esto p 43 decimi ex binis medijs prima a b: diuisa in medias ī c, quarū a c maior sit. exponaťq̄ rōnalis d e. Cōpareturq̄ p 44 primi ad ipsam d e, ei quod ex a b æquū parallelogrāmū d f: latitudinē efficiēs d g. Dico q̄ ipsa d g: ex binis est secūda noibus. Cōstruātur enī eadē quę & in p̄cedēti. Et qm̄ a b ex binis medijs est prima diuisa ī c: ipsę a c, c b, igit p 37 decimi mediæ sunt potentia tantum cōmensurabiles rationale cōprehendētes. Quare p 24 decimi/ & q̄ ex a c, c b, media sunt. mediū igitur per correlariū 23





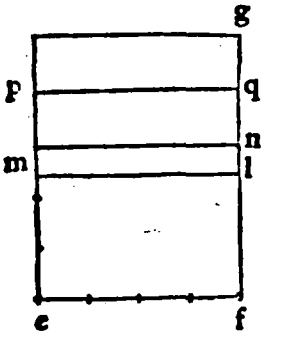
decimi/eſt d l. Et ad ipſã d e cõparatur. rõnalis igitur eſt ꝙ 22 decimi m d: & ipſi d e lõgitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã rationale eſt quod bis ſub a c, c b: rationale eſt & m f. ad ipſamq; m l rationalẽ cõparatur. rationalis igitur eſt per 20 decimi m g: & longitudine cõmenſurabilis ipſi m l, hoc eſt ipſi d e. Incommenſurabilis igitur eſt d m: ipſi m g longitudine. Suntq; rationales. ipſæ igitur d m, m g: rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. ex binis igitur noibus eſt per 36 decimi d g. Oſtendendũ iam ꝙ & ſecunda. Quoniã enim q̃ ex a c, c b, maiora ſunt eo quod bis ſub a c, c b: maius eſt igitur & d l ipſo m f. quare per primã ſexti & d m ipſa m g. Et quoniã cõmẽſurabile eſt quod eſt ex a c, ei quod ex c b: cõmẽſurabile eſt & d h ipſi k l. Quare & d k ipſi k m cõmẽſurabilis eſt. & id quod ſub d k, k m: æquũ eſt ei quod ex n g. Ipſa igitur d m: ipſa m g maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili. & m g ipſi d e lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. ipſa igit̃ d g: ex binis noib9 eſt ſecũda. qđ erat oñdẽdũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 56.



CVm adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali ſuperficies rectangula æqualis quadrato bimedialis ſecũdi: latus eius ſecundum binomium tertium eſſe neceſſe eſt. 56

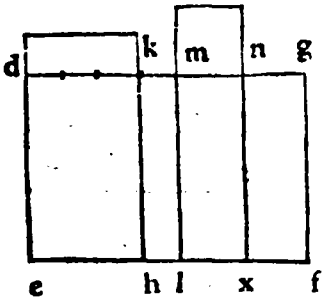
CAMPANVS. Si fuerit linea a b bimediale ſecundũ diuiſa per terminũ ſuũ ad punctũ c, reliqua vero omnia fuerint vt prius: erit linea f g binomium tertium. Erit enim ex 32 & noſtris poſitionibus vtraq; ſuperficierum e n & m g: medialis. quare per 20 vtraq; duarũ linearũ f m & n g erit rationalis in potentia tantũ: lineæ e f rationali potẽtia cõmenſurabilis. At quia bimedialis ſecũdi partes ſunt cõmunicantes in potentia tantum: erit ſuperficies e l cõmunicans ſuperficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n. potentior ergo eſt per primam partem 13 f n q̃ ſit n g: in quadrato lineę ſibi cõmunicãtis in lõgitudine. Cũq; ſint ſuperficies a h & quadratũ h b incõmenſurabilia eo ꝙ lineæ a c & c b incõmẽſurabiles/ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus ſupplementis pariter acceptis eo ꝙ quadrata ſibi inuicem cõmunicant ex hypotheſi/ſupplemẽta quoq; cũ ſibi inuicẽ ſint ęqualia: ſequitur vt ſuperficies e n ſit incõmenſurabilis ſuperficiei m g. & ideo linea f n: lineę n g. per diffinitionem igitur eſt linea f g: binomium tertium. Quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 44. Propoſitio 62.

CQuæ ab ex binis ſecunda medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam. 62

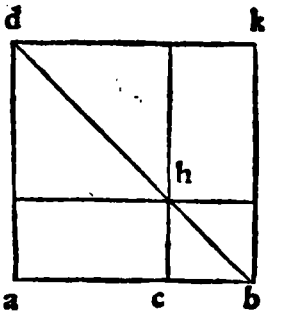
CTHEON ex Zãb. Eſto per 44 decimi ex binis medijs ſecũda a b: diuiſa i medias in c, vt maius ſegmẽtũ ſit a c. rationalis autẽ eſto d e. & ad ipſam d e, ei qđ ex a b æquũ parallelogrãmũ cõparetur per 44 primi d f: latitudinẽ efficiens d g. Dico ꝙ d g eſt ex binis nominibus tertia. Conſtruãtur eadem quę in præcedentibus. Et quoniam a b ex binis eſt ſecunda medijs diuiſa in c: ipſæ igitur a c, c b, per 38 decimi mediæ ſunt potentia tantum commẽſurabiles medium cõpræhendentes. quare & cõflatum ex ijs quę ex a c, c b, medium eſt. & eſt æquale ipſi d l. mediũ igitur eſt et d l. cõparaturq; ad rationalem d e. Rationalis igitur eſt per 22 decimi m d: & ipſi d e longitudine incõmẽſurabilis. Id propterea iam & m g rationalis eſt: & ipſi m l incõmenſurabilis (hoc eſt ipſi d e) lõgitudine. Rationalis igitur eſt vtraq; ipſarũ d m, m g: & ipſi d e longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã a c ipſi c b lõgitudine eſt incõmẽſurabilis/ſicut autẽ p lẽma p̃cedẽs 22 decimi a c ad c b ſic qđ ex a c ad id quod ſub a c, c b: incõmẽſurabile igitur eſt et qđ ex a c ei qđ ſub a c, c b. Quare et cõflatũ ex ijs q̃ ex a c, c b: ei qđ bis ſub a c, c b, incõmẽſurabile eſt. hoc eſt d l ipſi m f. Quare per 1 ſexti et 11 decimi et d m ipſi m g incõmenſurabilis eſt. Suntq; rationales. Ipſa igitur d g: ex binis nominibus eſt. Oſtendendum iam ꝙ et tertia. Simili ter iam ſicut in præcedentibus ratiocinabimur ꝙ maior eſt d m ipſa m g: et ꝙ d k ipſi k m cõmenſurabilis eſt. Eſtq; quod ſub d k, k m, æquum ei quod ex m g. Ipſa igitur d m: ipſa m g maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili. & neutra ipſarum d m, m g: commenſurabis eſt ipſi d e, longitudine. ipſa igitur d g: ex binis eſt tertia nominibus. quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 57.

57 SI lineę rōnali rectāgulū ęquū quadrato lineę maioris ad iūgatur:alterū ſe cōtinentiū laterū erit binomiū quartū.

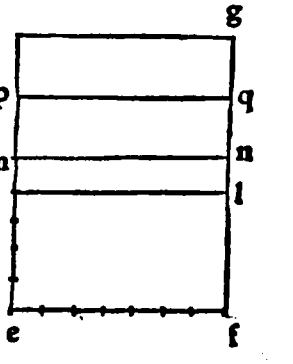
¶CAMPANVS. ¶Si hæc quoq; fuerit linea a b linea maior diuiſa ſecundū terminū ſuū ad punctū c,cūctaq; reliqua nō fuerint aliter q̄ prius;erit linea f g binomiū quartū.Cū enī ſint ambo quadrata portionū lineę maioris pariter accepta rationale:erit ſupficies e n rationalis.ideoq; p 16 linea f n rationalis in longitudine:cōicans lineę e f rationali poſitę.ſuperficies vero m g erit medialis; propter illud q; portiones lineæ maioris cōtinent ſuperficiē medialē.itaq; per 20 linea n g eſt in potētia rationalis tantū.et quia etiā portiones prefatę lineę a b ſūt potētialiter incōmēſurabiles:ſupficies e l incōmēſurabilis erit l m.ideoq; linea f l:lineę l n.igitur per primā partē 14. linea f n eſt potentior linea n g:in quadrato lineæ ſibi incommēſurabilis.Ex diffinitione igitur eſt linea f g binomium quartum.quod erat propoſitum.

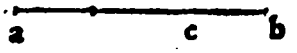


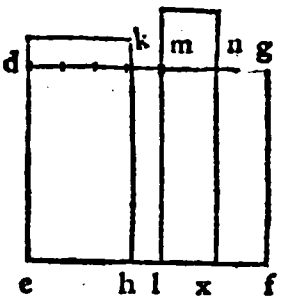
Eucli.ex Zamb. Theorema. 45. Propoſitio 63.

63 ¶Quæ ex maiore ad rationalem comparara latitudo:efficit ex binis quartam nominibus.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit maior a b diuiſa in c:vt maior ſit a c ipſa c b.Rationalis vero eſto d e.& ei quod ex a b æquum ad ipſam d e comparetur per 44 primi d f parallelogrāmum: latitudinem efficiēs d g.Dico q; d g ex binis eſt quarta nominibus.Conſtituātur eadē quæ in præoſtenſis.Et quoniā per 39 decimi maior eſt a b diuiſa in c:ipſæ a c,c b,potētia ſunt cōmenſurabiles efficientes conflatū ex ijs quæ ex ipſis fiūt quadrata rationale/quod vero ſub ipſis mediū.Quoniā igitur rationale eſt conflatum ex ijs quæ ex a c,c b:rationale igitur eſt d l.rationalis igitur eſt & m d:& ipſi d e longitudine cōmenſurabilis.Rurſus q̄m mediū eſt quod bis ſub a c,c b,hoc eſt m f, & ad rationalē comparatur m l:rationalis igitur per 22 decimi eſt & m g,& ipſi d e lōgitudine incōmēſurabilis.Incōmēſurabilis igitur eſt per 13 decimi & d m ipſi m g longitudine.Ipſæ igit̄ d m,m g,rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles.ex binis igitur noibus eſt d g.Oſtendēdū iam q; & quarta.Similiter iā ſicut & in prēcedētibus ratiocinabimur q; maior eſt d m ipſa m g:& q; quod ſub d k,k m,æquū eſt ei quod ex n g.Quoniā igitur incōmenſurabile eſt quod ex a c:ei quod ex c b:incōmenſurabile igitur eſt & d h ipſi k l.Quare per primā ſexti & 11 decimi & d k ipſi k m incōmenſurabilis eſt.Si autē fuerint binę rectæ lineę inæquales/quartæ autem parti eius quod fit ex minore per 17 deciæquum comparatum fuerit parallelogrāmum ad maiorem ſpecie a quadrato deficiēs/& in incōmenſurabilia ipſam diuiſerit: maior minore maius pōt eo quod fit a ſibi incōmēſurabili lōgitudine.ipſa igitur d m:ipſa m g maius pōt eo quod fit a ſibi incommēſurabili.ſunt & ipſæ d m,m g,rationales potētia tā tum commenſurabiles.& d m commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali d e. ipſa igitur d g:ex binis nominibus eſt quarta.quod erat oſtendendum.



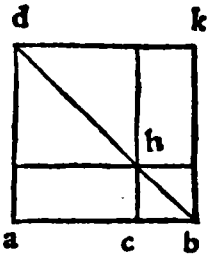


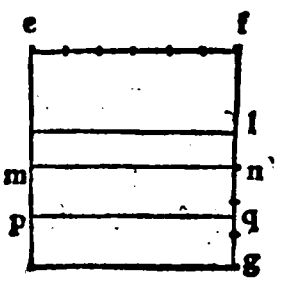


Eucli.ex Camp. Propoſitio 58.

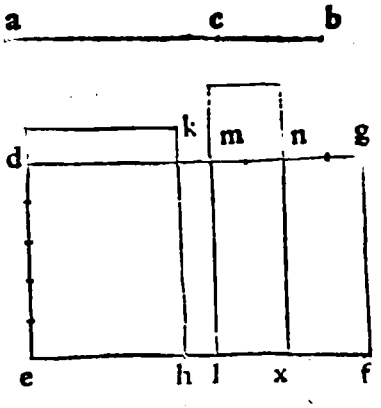
58 SI lineæ rōnali quadrato lineę potētis ſupra rōnale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur:alterum latus eius/ binomium quintum eſſe neceſſe eſt.

¶CAMP. ¶Propoſita linea a b ea q̄ poteſt ſupra mediale & rōnale diuiſa ſecūdū ei9 diffinitionē ad pūctū c:nihil imuteť de reliqs.ſeq̄tq; lineā f g eſſe binomiū quintū.Cū enim partes huius lineę a b cōtineant rationalē ſupficiem: neceſſe eſt vt ſupficies g m(ideoq; p 16 linea n g)ſit rationalis.Cūq; āboquadrata partiū huius lineæ pariter accepta ſint mediale : erit ſuperficies e n medialis & per 20 linea f n rationalis in potētia tantū lineę f e potētia rōnali cōmunica n s.At quia portiones prędictæ lineę ſunt incōmenſurabiles in potētia: erit ſuperficies e l incōmēſurabilis ſuperficiei m l.ideoq;& linea f l:lineę l n. potentior igit eſt per primā partē 14 linea f n linea n g:in quadrato lineę ſibi incōmenſurabilis.Per diffinitionē itaq; binomij quinti:conclude propoſitū.





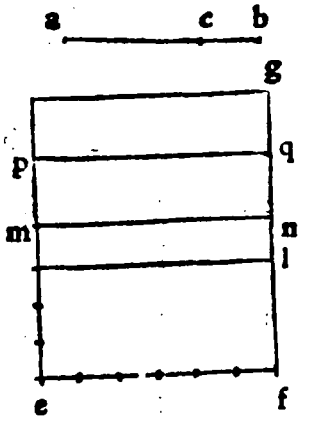
Eucli.ex Zamb. Theorema 46. Propoſitio 64.



¶Quæ ex rationale mediumq; potente ad rationalem compa rata latitudo:efficit ex binis quintam nominibus. 64

¶THEON ex Zāb. ¶Sit rationale mediūq; potēs a b:diuiſa in rectas lineas in c,vt ſit maior a c.exponaturq; rationalis d e.& ei quod ex a b æquū ad d e cōparetur d f per 44 primi: latitudinē efficiens d g. Dico q; d g ex binis eſt quinta nominibus.Cōſtruātur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā a b eſt ra tionale mediūq; potens diuiſa in c:ipſæ igitur a c,c b,potentia ſunt incōmen ſurabiles efficientes conflatū ex earū quadratis mediū/quod vero ſub ipſis ra tionale.Quoniā igitur conflatum ex ijs quæ ex a c,c b,medium eſt: medium igitur eſt d l.Quare rationalis eſt d m:& ipſi d e longitudine incommēſurabi lis.Rurſus quoniā rationale eſt quod bis ſub a b,b c,hoc eſt m f:rationalis igi tur eſt m g,& ipſi d e cōmenſurabilis.Incōmenſurabilis igitur eſt d m:ipſi m g.Ipſæ igitur d m,m g,rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles.ex bi nis igitur nominibus eſt d g.Dico q; & quinta. Similiter nāq; oſtenderur q; quod ſub d k,k m,æquū eſt ei quod ex n g:& q; d k ipſi k m longitudine incōmen ſurabilis eſt.& ipſæ d m,m g,rationales ſunt potentia tātū commēſurabiles.& minor m g:commenſurabilis eſt ipſi d e longitudine.Ipſa igitur d m:ex binis eſt quinta nominibus.Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 59.



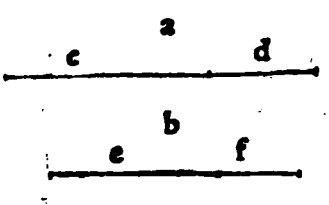
QVotiens adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies rectā gula ęqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia: eiuſdē ſuꝑficiei latus ſecūdū/binomiū ſextū eſſe cōuicit. 59

¶CAMPANVS.¶In hac 59 ſit linea a b linea potens ſupra duo medialia.q̄ autē præter hęc ſunt:ſicut ſupra/maneāt.& erit tūc linea f g binomiū ſextum. quod ignorare non poteris:ſi præmiſſorum eiuſq; quod 35 proponit/īmemor non fueris. & ſic patet in hac:noſtra intentio.

Eucli.ex Zamb. Theorema 47. Propoſitio 65.

¶Quæ ex bina media potente ad rationalem comparata latitu do:efficit ex binis nominibus ſextam. 65

¶THEON ex Zamb. ¶Eſto per 47 decimi bina potens media a b:diuiſa in c.rationalis autem eſto d e.& ad ipſam rationalem d e:ei quod ex a b ęquū cōparetur per 44 primi d f,latitudinē efficiens d g.Dico q; ipſa d g:ex binis nominibus eſt ſexta. Cōſtruantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniā a b bina media potens/eſt diuiſa in c:ipſæ igitur per 41 decimi a c,c b,potentia ſunt incōmenſurabiles efficientes compoſitū ex earū quadratis me dium/& quod ſub ipſis medium & inſuper incōmenſurabile compoſito ex ea rum quadratis.Quare per ea quæ oſtenſa ſunt:mediū eſt vtrūq; ipſorū d l,m f. Et ad rationalem d e cōparatur.rationalis igitur eſt per 22 decimi vtraq; ipſa rum d m,m g,& ipſi d e longitudine incommenſurabilis.Et quoniam confla tū ex ijs quæ ex a c,c b,incōmenſurabile eſt ei quod bis ſub a c,c b:incōmen ſurabile igitur eſt per ſecundā partē 11 decimi d l ipſi m f.Incōmēſurabilis igi tur eſtper primā ſexti & 11 decimi & d m ipſi m g.Ipſæ igitur d m,m g,ratio nales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles.ex binis igitur nominibus eſt d g.Di co q; & ſexta.Similiter nāq; rurſus vt prius demōſtrabimꝰ:quia quod ſub d k, k m,ęquū eſt ei quod ex n g,& q; d k ipſi k m lōgitudine incōmēſurabilis eſt. ac id propterea d m ipſa m g maius pōt eo qđ fit ex ſibi lōgitudine incōmēſura bili.& neutra ipſarū d m,m g,cōmēſurabilis eſt expoſitę rōnali d e lōgitudine. Ipſa igiť d g ꝑ ſcđas diffinitiones ex binis eſt ſexta noibus.qđ erat oſtēdēdū.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 60.

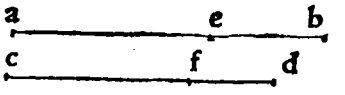
OMnis linea cuilibet binomiorum communicans:ſub ea dem ſpecie binomium eſſe probatur. 60

¶CAMPANVS.¶Sit linea a binomium cuiuſuis ſpeciei.ſitq; linea b ei cō municans in longitudine.Dico lineam b eſſe binomiū eiuſdē ſpeciei cuius a.

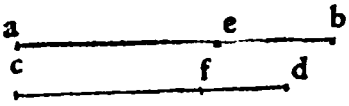
ſint enī binomiales portiones a:c & d.eruntq; ābæ rationales in potentia tātū communicantes per 30. linea vero b diuidatur per 12 ſexti ſecundū proportionē c ad d:in e & f. eritq; per coniunctā & euerſā & permutatā proportionalitatem c ad e,& d ad f:ſicut a ad b.Cum ſint igitur a & b communicantes: erūt etiam per primam partē 10 c & e, itemq; d & f,cōmunicantes.Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantū: erit & e. ſi autē in longitudine;& e.Eodemq; modo ſi d eſt rationalis in potentia tantum vel etiam in longitudine: erit quoq; & f ſimiliter. & ex 12 ſi potētior eſt c, d,i quadrato lineæ ſibi cōmē ſurabilis in longitudine/ vel ſi forte incōmenſurabilis: erit & e potentior f in quadrato lineæ ſibi cōmenſurabilis vel etiam incōmenſurabilis.neceſſe eſt ex diffinitionibus ſex ſpecierum binomiorū : vt eiuſdem ſpeciei binomij ſint a & b. ¶Si autem linea b cōmunicet binomio a in potentia tantum : erit etiā & ſic linea b. Binomiū autē eiuſdē eſſe ſpeciei non eſt neceſſarium : immo impoſſibile eſt vt ambæ ſimul cadant ſub prima ſpecie binomiorū vel ſub ſecunda/ quarta vel quinta. ſed neceſſe eſt vt ambo cadant ſub primis tribus aut ambo ſub tribus poſtremis . vnum enim eorū eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus:& aliud in aliqua ex tribus poſtremis:eſt impoſſibile.Cum enim a communicet cum b in potentia tantum: cquoq; cum e,& d cum f communicabit tantum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum e & d fuerit rationalis in longitudine:non erit ſua compar ex lineis e & f rationalis in longitudine . Non eſt itaq; poſſibile vt a & b cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorū/in quibus altera duarū portionū binomii eſt rationalis in longitudine . hæ autem ſpecies ſunt: prima & ſecunda/ quarta & quinta. At vero quia per 12 duæ lineæ c & e ſimul potentiores ſunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum ſibi in lōgitudine communicantiū aut incommunicantium: neceſſe eſt vt ambo binomia a & b ſimul cadant ſub primis tribus ſpeciebus binomiorum aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum ſpecierum . Lineā autem b quid dubitas eſſe binomiū? cū ſint enim c & e communicantes in potentia tantum ſimiliter quoq; d & f, ſint autem c & d rationales in potentia: conuincitur e & f eſſe rationales in potentia tantum. quæ quia non communicant in longitudine ſicut nec eis proportionales c & d: ipſæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Eucli.ex Zamb. Theorema 48 Propoſitio 66.

66 ¶Ei quę ex binis nominibus longitudine commenſurabilis:ipſa quoq; ex binis nominibus eſt/ac in ordine eadem.



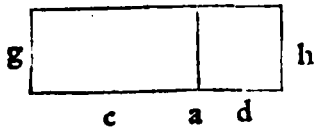
¶THEON ex Zāberto. ¶Eſto ex binis nominibus a b & ipſi a b longitudine commenſurabilis eſto c d. Dico q; ipſa c d ex binis nominibus eſt: & in ordine ipſi a b eadem. Quoniam enim per 42 decimi ex binis nominibus eſt a b: diuidatur in nomina in e, ſit maius nomē a e. Ipſæ igitur a e, e b, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Fiatq; ſicut a b ad c d ſic a e ad c f. Et reliqua igitur e b: ad reliquam f d per 19 quinti eſt ſicut a b ad c d. Commenſurabilis autem eſt per hypotheſin a b ipſi c d longitudine . Cōmēſurabilis igitur eſt per 11 decimi & ipſa a e ipſi c f:& e b ipſi f d. Suntq; rationales ipſæ a e & e b. rationales igitur ſunt per 11 decimi & ipſæ c f, f d. Et quoniā eſt ſicut a e ad c f ſic eſt e b ad f d : viciſſim igitur per 16 quinti ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d. Ipſæ autem a e, e b, potentia ſunt commēſurabiles. & ipſæ c f, f d, igitur potētia tantum ſunt commēſurabiles. ſuntq; rationales. ex binis igitur nominibus eſt ipſa c d. Dico iam q; in ordine eſt eadem ipſi a b. Ipſa a e: ipſa e b aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili / vel eo q; fit ex ſibi incommenſurabili. Si vero a e ipſa e b maius poteſt eo q; fit ex ſibi commenſurabili: & c f ipſa f d per 14. decimi maius poterit eo qđ fit ex ſibi commenſurabili. Et ſi a e expoſitæ rationali commenſurabilis fuerit: & c f eidem commenſurabilis erit per duodecimam decimi . Idq; propterea vtraq; ipſarum a b, c d, ex binis nominibus eſt prima/hoc eſt in ordine eadem. Si vero e b commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali: & f d eidem cōmenſurabilis eſt. Ac per hoc rurſus in ordine eadem eſt ipſi a b. vtraq; enim ipſa-

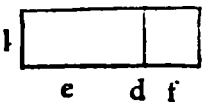


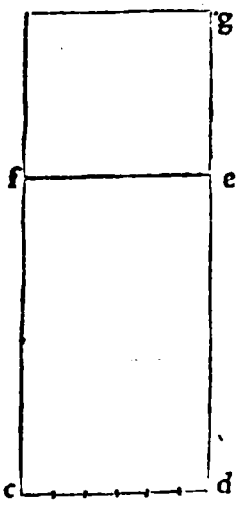
rum eſt ex binis nominibus ſecunda. Si vero neutra ipſarum a e, e b, commẽ ſurabilis eſt expoſitæ rationali: neutra etiam ipſarum c f, f d, eidem erit cõmenſurabilis. & vtraq; tertia eſt. Si autem a e ipſa e b maius poteſt eo quod ſit ex ſibi incommenſurabili: & c f, ipſa f d maius poterit eo quod ſit ex ſibi incommenſurabili. & ſi a e expoſitæ rationali commenſurabilis eſt: & c f eidẽ commenſurabilis eſt. & vtraq; erit quarta. Si autem e b: & f d. & erit vtraq; quinta. Si vero neutra ipſarum a e, e b: & ipſarum c f, f d neutra commen ſurabilis eſt expoſitæ rationali. eritq; vtraq; ſexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ex binis nominibus eſt / & in ordine eadem. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Cam. Propoſitio 61.

OMnis linea alterutri bimedialium cõmenſurabilis: ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe ex neceſſitate cõuincitur. 61



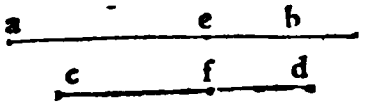




¶CAMPANVS. ¶Veritatem habet quod dicitur: ſiue in longitudine ſiue etiã in potẽtia tantũ cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialiũ. Sint enim duæ lineæ communicantes a & b quouis duorum modorum prædictorum. ſitq; a bimediale primũ vel ſecundũ. dico q; etiam b eſt bimediale primũ vel ſecundũ: prout fuerit a. Diuiſo enim a bimediali in ſuas bimediales portiones ex quibus cõponitur per 31 & 32 quæ ſint c & d, b quoq; diuiſa in e & f ſecundũ proportionẽ c ad d vt docet 12 ſexti/ poſitaq; g ſuperficie contẽta ſub c & d, & k ſub e & f, et poſito h quadrato d, & l, f: erit per cõiunctã & euerſã & permutatã proportionalitatẽ quẽadmodũ in præmiſſa c ad e & d ad f, ſicut a ad b. ſicut igitur ex poſitione a & b ſunt communicãtes ſiue hoc ſit in longitudine ſiue in potẽtia: ſic c & e, itemq; d & f, ſimiliter erũt cõmunicãtes. At quia c & d ſunt mediales potẽtia tantũ cõmunicãtes: ſequitur ex 12 vt e & f ſint etiã mediales/ & ex 10 potentia tantũ cõmunicantes cum ipſæ per hypotheſin ſint proportionales c & d. Cũq; ſit per primã ſexti g ad h ſicut c ad d, & k ad l ſicut e ad f: erit g ad h ſicut k ad l. & permutatim g ad k ſicut h ad l. Quia igitur h eſt cõmunicãs l, eo q; duo eorũ latera quę ſũt d & f cõmunicant in longitudine vel in potentia ſecundũ q; a & b in alterutro eorum cõmunicant: ſequitur ex 10 vt g & k quoq; ſibiinuicẽ cõmunicent. erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione ſuperficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantũ differt bimediale primũ a bimediali ſecundo: q; portiones bimedialis primi in quas ſecundum ſuum terminũ diuiditur/ continẽt ſuperficiẽ rationalẽ. bimebialis autem ſecundi: medialẽ. Si igitur a fuerit bimediale primũ: erit ſuperficies g rationalis / quare & k. & ideo b bimediale primũ per 31. Q; ſi a fuerit bimediale ſecundũ: erit ſuperficies g medialis/ ob hoc etiam & k. b itaq; per 32 erit bimediale ſecũdum. quare cõſtat propoſitũ. ¶Idem aliter. Ad lineã rationalẽ c d (poſita a alterutro bimedialiũ/ & b ſibi in lõgitudine vel potentia cõmunicante) adiungatur ſuperficies c e æqualis quadrato a, et f g æqualis quadrato b eruntq; ſuperficies c e & f g cõmunicantes: eo q; quadrata eis æqualia quæ ſunt quadrata linearũ a & b ſunt cõmunicãtia ex hypotheſi. ex prima igitur ſexti & decima huius: neceſſe eſt duas lineas d e & e g eſſe cõmunicãtes. Et quia ſi a fuerit bimediale primũ linea d e erit binomium ſecundũ per 55/ ideoq; e g etiã binomiũ ſecundum per præmiſſam/ quare latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale primũ per 49/ at vero ſi a fuerit bimediele ſecundũ linea d e erit binomium tertiũ per 56/ ideo e g eſt binomiũ tertium per præmiſſam/ quare & latus tetragonicũ ſuperficiei f g (et ipſum eſt b) bimediale ſecũdum per 50: manifeſtũ eſt igitur verum eſſe quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 49. Propoſitio 67.

¶Ei quæ ex binis medijs longitudine cõmenſurabilis: & ipſa ex binis eſt medijs/ & in ordine eadem. 67



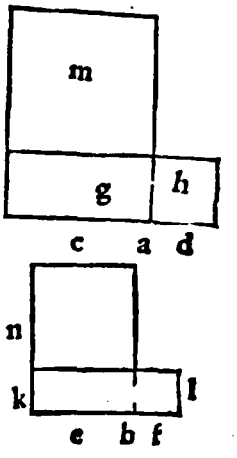
¶THEON ex Zamb. ¶Eſto ex binis medijs a b: & ipſi a b cõmenſurabilis eſto lõgitudine c d. Dico q; c d ex binis eſt mediis & in ordine ipſi a b eadẽ.

Quoniam enim a b ex binis mediis eſt diuiſa in medias in e: ipſæ igitur a e, e b, per 37 & 38 decimi mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Fiatq; per 11 ſexti ſicut a b ad c d: ſic a e ad c f. & reliqua igitur e b ad f d reliquã per 19 quinti eſt ſicut a b ad c d. Cõmenſurabilis autẽ eſt a b ipſi c d longitudine. cõmenſurabilis igitur eſt & a e ipſi c f: & e b ipſi f d. ſũtq; mediæ ipſæ a e, e b. medię igitur ſunt & c f, f d. Et quoniã eſt ſicut a e ad e b & c f ad f d, ipſæ autẽ a e, e b, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles: & ipſæ igitur c f, f d, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Oſtenſum autẽ q; mediæ. Ipſa igitur c d: ex binis eſt mediis. Dico q; & in ordine eadem eſt ipſi a b. Quoniam enim eſt ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d: & ſicut igitur quod ex a e ad id quod ſub a e, e b, ſic quod ex c f ad id quod ſub c f, f d. viciſſim igitur p 16 quinti ſicut quod ex a e ad id qđ ex c f: ſic quod ſub a e, e b, ad id quod ſub c f, f d. Commenſurabile autem eſt quod ex a e ei quod ex c f. Commẽſurabile igitur & quod ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Si igitur rationale eſt quod ſub a e, e b: & quod ſub c f, f d, rationale eſt. ac per hoc eſt ex binis mediis prima. Si autẽ mediũ fuerit quod ſub a e, e b: mediũ erit & quod c f, f d, & vtraq; eſt ſecunda. ac per hoc & c d erit ipſi a b in ordine eadem. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 62.

62 OMnis linea cõmunicans lineæ maiori: eſt linea maior.

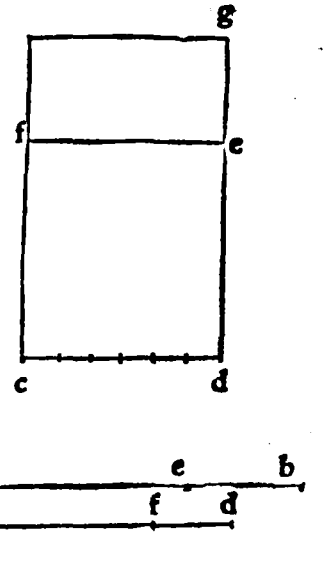
CAMPANVS. Et hæc quoq; veritatem habet: ſi vtrolibet modo cõmunicãs fuerit aliqua linea lineæ maiori. Eſto enim a linea maior: b vero quouis ſibi cõmunicans modo. erit b linea maior. Diuiſa namq; a in eas portiones ex quibus conſtat per 33 quæ ſunt c & d, & b ſecundũ earum proportionem in e & f, poſitoq; q; g ſit ſuperficies cõtẽta ſub c & e, & k ſub e & f, et m et h ſint quadrata c et d, at n et l, e et f: erit m ad h ſicut n ad l per 2 partem 18 ſexti. & coniũctim m & h ad h: ſicut n & l ad l. et permutatim m et h ad n et l: ſicut h ad l. quia ergo h communicat cum l eo q; d cõmunicat cum f, aut in longitudine aut in potentia prout a cõmunicat cũ b: ſequitur vt ambo quadrata m et h pariter accepta cõmunicent cũ ambobus quadratis n et l pariter acceptis. Cũ itaq; duo prima pariter accepta ſint rationale p 33: erũt quoq; et duo poſtrema rationale per diffinitionem. At quia ſuperficiẽ k neceſſe eſt eſſe medialẽ ſicut g ex 21 / linea ſq; e et f eſſe incõmenſurabiles in potentia ſicut c et d ex 10: cõcluditur per 33 lineam b eſſe lineam quę dicitur maior. quod eſt propoſitũ. Idem aliter. Cum ſit a linea maior cui b cõmunicat ſiue hoc fuerit in longitudine ſiue in potentia: ſumpta linea rationali quæ ſit c d, adiũgatur ſuperficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cũ igitur quadrata duarũ linearũ a et b ſint cõmunicãtia ex hypotheſi: erit ſuperficies c e cõmunicans ſuperficiei f g. ideoq; per primam ſexti & 10 huius linea d e lineæ e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e eſt binomium quartum: erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum. igitur ex 51 linea b potens in ſuperficiem f g: eſt linea maior.

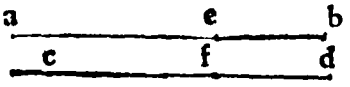


Eucli. ex Zamb. Theorema 50. Propoſitio 68.

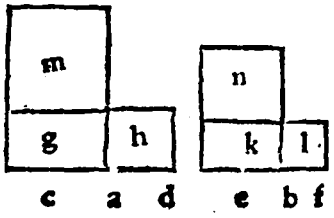
68 Maiori commenſurabilis: eadem quoq; maior.

THEON ex Zamb. Eſto maior a b: et ipſi a b commenſurabilis eſto c d. Dico q; & c d maior eſt. Diuidatur a b in e. Ipſæ igitur a e, e b per 39 decimi potentia ſunt incõmenſurabiles: efficiẽtes quidem conflatum ex earum quadratis rationale / quod vero ſub ipſis medium. Fiantq; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam eſt per 12 ſexti ſicut a b ad c d ſic eſt a e ad c f & e b ad f d, cõmenſurabilis autem eſt a b ipſi c d: cõmenſurabilis igitur eſt & vtraq; ipſarũ a e, e b, vtriq; ipſarũ c f, f d. Et quoniam eſt ſicut a e ad c f ſic e b ad f d: & viciſſim per 16 quinti ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d. Et cõponẽdo igitur per 18 quinti ſicut a b ad e b: ſic c d ad f d. & ſicut igitur p 22 ſexti quod ex a b ad id quod ex b e ſic quod ex c d ad id quod ex f d. Similiter iam demonſtrabimus q; & ſicut quod ex a b ad id quod ex a e, ſic qđ ex c d ad id quod ex c f. Et ſicut igit̃ per 11 quinti quod ex a b ad ea quæ ex a e, e b: ſic quod ex c d, ad ea quæ ex c f, f d. Et viciſſim igitur per 16 quinti ſicut quod ex a b ad id quod ex c d: ſic quæ ex a e, e b, ad ea quæ ex c f, f d. Commẽſurabile autem eſt id quod ex a b:





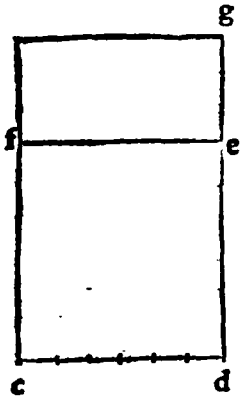
ei quod ex c d. Commẽſurabilia ſunt igitur & quæ ex a e, e b: eis quæ ex c f, f d. Suntq; quę ex a e, e b, ſimul: rationale. & quæ ex c f, f d, ſimul: rationale. Similiter autem & quod bis ſub a e, e b: cõmenſurabile eſt ei quod bis ſub c f, f d. At quod bis ſub a e, e b: medium eſt. mediũ igitur eſt & quod bis ſub c f, f d. Ipſę igitur c f, f d, potentia ſunt incõmenſurabiles: efficientes conflatum ex earum quadratis ſimul rationale: & quod bis ſub ipſis mediũ. Tota igitur c d: per 57 decimi irrationalis eſt: maior appellata. Maiori igitur cõmenſurabilis: & eadẽ maior eſt. quod oſtendendum fuerat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 63.

SIqua linea lineæ potẽti in rõnale & mediale cõmunicet: ipſa in rationale & mediale potens eſſe comprobatur. 63

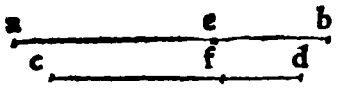
¶CAMPANVS. ¶Verũ quoq; eſt / q; qualitercũq; linea aliqua ſit cõmunicãs potenti in rationale & mediale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum: ipſa etiam eſt potens in rationale & mediale. quod ſicut prius duplici modo probatur. neceſſe eſt autem quantum ad primũ modum / q; ſicut duæ lineæ c & d ſunt in potentia incõmenſurabiles: ita ſint etiam e & f per 10. & q; quẽadmodũ g eſt ſuperficies rationalis (nam talẽ cõtinent portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiam per diffinitionem ſit k rationalis. & quẽadmodum duo quadrata m & h pariter accepta ſũt mediale: ſic etiã p 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale. igitur ex 34. b eſt potens in rõnale et mediale. ¶Quantũ autẽ ad ſecũdũ modum: neceſſe eſt ex 58 vt linea d e ſit binomiũ quintũ. ideoq; & per 60 linea e g eſt binomium quintũ. quare per 52 latus tetragonicum ſuperficiei f g, quod eſt b: erit linea potens in rationale & mediale. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 51. Propoſitio 69.

¶Rationale ac medium potenti commenſurabilis: & eadem rationale ac medium potens eſt. 69

¶HEON ex Zãb. ¶Eſto rationale mediumq; potens a b: & ipſi a b cõmenſurabilis eſto c d. Oſtendendũ: q; & c d rationale ac mediũ potens eſt. Diſtribuatur per 46 decimi a b in rectas lineas in e. Ipſæ igitur a e, e b, per 40 decimi potentia ſunt incõmenſurabiles: efficiẽtes quidem cõpoſitũ ex earũ quadratis mediũ: quod vero ſub ipſis rationale. & eadem conſtruantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonſtrabimus q; c f, f d, ſunt incõmenſurabiles. & commenſurabile eſt conflatum ex ijs quæ ex a e, e b, cõflato ex ijs quæ ex c f, f d: quod autem ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Quare & conflatum ex iſs quæ ex c f, f d, quadratis mediũ eſt: qd vero ſub c f, f d, rationale. Rationale igitur eſt ac medium potens: ipſa c d. Quod erat oſtendendum.



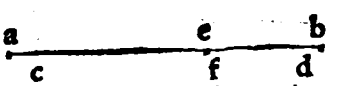
Eucli. ex Camp. Propoſitio 64.

OMnis linea communicans potenti in duo medialia: ipſa quoq; potens eſt in duo medialia. 64

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; manentibus eiſdem diſpoſitione & poſitionibus: eo duplici modo quo præmiſſæ probabitur vera eſſe: ſiue in longitudine ſiue in potentia cõmunicet linea b cũ linea a potente in duo medialia. Quantũ enĩ ad primũ argumentationis modũ erit per 35 ſuperficies g medialis. ideoq; & k per 21: cũ cõmunicet ei. duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 35 mediale: ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 ſunt incommenſurabile duplo ſuperficiei g: ſequitur per 10 & noſtras poſitiones vt duo quoq; l & n pariter accepta ſunt incõmenſurabile duplo ſuperficiei k. cũ itaq; ſint e & f incõmẽſurabiles in potentia quemadmodũ c & d: erit ex 35 linea b potens in duo medialia. ¶Quantum autem ad ſecundum ſolitæ argumẽtationis modum erit per 59 de binomium ſextum. ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomium ſextum. quare per 53 latus tetragonicum ſuperficiei f g quod eſt b: erit potens in duo medialia. Quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 52. Propoſitio 70.

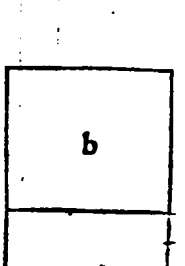
70 ¶Bina potenti media cõmenſurabilis: bina potens eſt media.



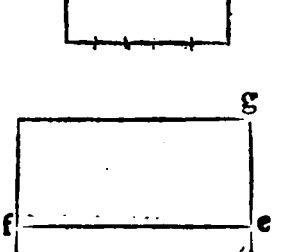
¶THEON ex Zamb. ¶Eſto bina potens media a b: & ipſi a b cõmenſurabilis eſto c d. Oſtẽdendũ q; & c d, bina potens eſt media. Quoniã eni bina potẽs eſt media a b: diſtribuatur per 47 decimi in rectas lineas in e. igitur a e, e b, per 41 decimi potẽtia ſunt incõmenſurabiles: efficientes cõflatum ex ipſatũ quadratis mediũ/& quod ſub ipſis rationale. & incõmenſurabile eſt conflatum ex ipſarũ a e, e b, quadratis: ei quod ſub a e, e b. Cõſtruãtur eadẽ quæ in prẽcedentibus. Similiter iam demõſtrabimus q; & ipſæ c f, f d, potentia ſunt incommenſurabiles. & cõpoſitũ ex ijs quæ ex a e, e b: cõpoſito ex ijs quæ ex c f, f d, cõmenſurabile eſt. quod autẽ ſub a e, e b: ei quod ſub c f, f d. quare & conflatũ ex ipſarũ c f, f d, quadratis mediũ eſt: & inſuper incõmẽſurabile eſt cõflatũ ex ipſarum c f, f d, quadratis / ei quod ſub c f, f d. Ipſa igitur c d: bina potens eſt media. quod oſtendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 65.

65 SI duæ ſuperficies quarum altera rationalis altera vero medialis/coniungantur: linea potens in totam ſuperficiẽ inde compoſitam aliqua erit quatuor irrationaliũ linearum/videlicet aut binomium/aut bimediale primũ/aut linea maior/aut potens in rationale & mediale.

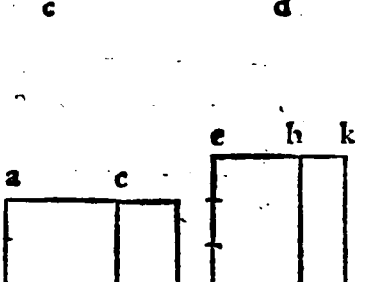


¶CAMPANVS. ¶Vt ſi a ſit rationalis ſuperficies/& b medialis: erit linea potẽs in totã a b, aliqua prẽmiſſarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis: cui adiungatur c e æqualis a, & f g æqualis b. eritq; ex 16 linea d e rationalis in lõgitudine; cõmunicãs lineæ c d rationali poſitę. & ex 20 linea e g rationalis ſi potentia tantũ. & ex 30 linea d g binomiũ. cuius cũ altera binomialiũ portionũ quę eſt d e, ſit rationalis in longitudine cõmunicãs lineæ rationali poſitę quæ eſt c d: ipſum erit ex diffinitione ſpecierũ binomij aut binomiũ primũ/aut ſecundũ/aut quartũ/aut quintũ. tertiũ autẽ aut ſextũ non erit ex diffinitione. itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totã c g quæ eſt æqualis duabus ſimul a & b: erit aut binomiũ/aut bimediale primũ/aut linea maior/aut potẽs in rationale & mediale. quod eſt propoſitũ. Bimediale vero ſecundũ/aut potẽs in duo medialia non erit. quoniã ſi eſſet bimediale ſecundum: eſſet ex 56 linea d g binomium tertium. q; ſi eſſet potens in duo medialia: eſſet ex 59 linea d g binomium ſextum. ſed neutrum erat. Vnde patet noſtra intentio.

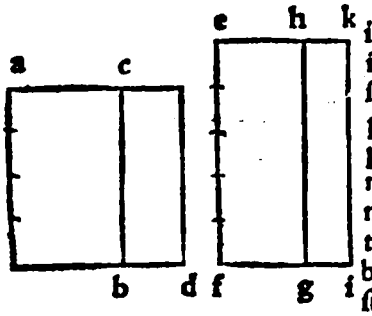


Eucli.ex Zamb. Theorema 53. Propoſitio 71.

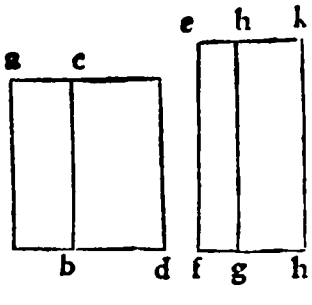
71 ¶Rationali ac medio compoſitis: quatuor fiunt irrationales/quę ex binis nominibus/quæ ex binis prima medijs/maior/ac rationale mediumque potens.



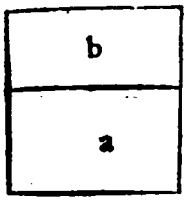
¶THEON ex Zãberto. ¶Sit rationale a b: mediũ autem c d. Dico q; ipſam areolã potẽs: aut ex binis noibus eſt/aut ex duobus prima medijs/ aut maior/ aut rationale mediũq; potens. Ipſa eteni a b: ipſa c d aut maior aut minor eſt. Eſto prius maior. exponaturq; rationalis e f, cõpareturq; per 44 primi ad ipſam e f ipſi a b æqua areola e g: latitudinem efficiens e h. Ipſi autẽ d c æquum ad e f hoc eſt h g, cõparetur h i: latitudinẽ efficiẽs h k. Et qm̃ rationale eſt a b & æquale eſt ipſi e g: rõnale igitur eſt & e g. Et ad ipſam rationalẽ e f cõparatur: lalitudinẽ efficiens e h. rõnalis igit eſt e h: & cõmenſurabilis eſt ipſi e f longitudine. Rurſus quoniã mediũ eſt c d, & æquũ eſt ipſi h i: mediũ igitur eſt & h i. Et ad rationalẽ e f cõparatur hoc eſt ad ipſam h g: latitudinẽ efficiens h k. rationalis igitur eſt h k: & ipſi e f longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam medium eſt c d, rationale autẽ a b: incõmenſurabile igitur eſt ab ipſi c d, & e g incõmenſurabile eſt ipſi h i. Sicut autẽ g e ad h i: ſic per primã ſexti eſt e h ad h k. Incommẽſurabilis igitur eſt p 11 decimi & e h: ipſi h k lõgitudine. Et ambæ ſunt rationales. ipſæ igitur e h, h k, rationales ſunt: potẽtia tantũ cõmenſurabiles. ex binis igitur nominibus eſt e k: diuiſa in h. Et quoniã maius eſt a b



ipſa c d,æquũ autem eſt a b ipſi e g,& c d ipſi h i:maius igitur eſt ę g ipſo h i.& e h igitur maior eſt ipſa h k.Igit̃ e h,ipſa h k maius põt:aut eo qđ fit ex ſibi longitudine cõmenſurabili/aut eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili.Poſſit prius:maius eo qđ fit ex ſibi cõmẽſurabili.Eſtoq; maior e h cõmẽſurabilis expoſitæ rõnali e f.Ipſa igit̃ e k:per ſecũdas diffinitiones ex binis noĩbus eſt prima.Rationalis autẽ eſt e f.Si areola vero cõpræhendatur ſub rationali & ex binis nomini us prima:quæ areolã poteſt/ex binis noĩbus eſt per 54. decimi.Igitur quæ ipſam e i poteſt:ex binis nominibus eſt.Quare & ipſum a d potẽs:ex binis nominibus eſt.Poſſit vero e h ipſa h k:maius eo quod fit ex ſibi incõmẽſurabili.eſtoq; maior e h:cõmẽſurabilis ipſi e f expoſitæ rationali longitudine.Ipſa igit̃ e k:ex binis nominibus eſt quarta.Rationalis aũt eſt e f.Si vero areola cõpræhẽdatur ſub rõnali ac ex binis quarta noĩbus:q̃ areolã poteſt/irrõnalis eſt appellata maior/per 57 decimi.Igitur q̃ ipſam e i poteſt areolã: maior eſt.



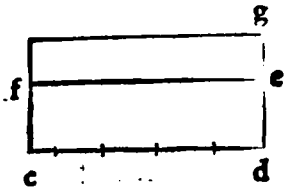
¶Sed iã eſto minus a b ipſo c d.& e g igit̃:ipſo h i minus eſt.quare & e h: minor eſt ipſa h k.At h k,ipſa e h maiꝰ põt:aut eo qđ fit ex ſibi cõmẽſurabili/aut eo quod fit ex ſibi incõmẽſurabili.Poſſit prius:maius eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili lõgitudine.& minor eſto c h,cõmẽſurabilis lõgitudine ipſi e f expoſitæ rationali.ipſa igitur e k:ex binis nominibus eſt ſecunda.Rationalis autem eſt e f.Si vero areola cõprẽhendatur ſub rationali:& ex binis ſecunda nominibus: quæ areolã poteſt / ex binis eſt prima medijs per 55 decimi.quæ igitur ipſam e i poteſt areolã:ex binis eſt prima medijs.Quare & quæ ipſam a d areolã poteſt: ex binis medijs eſt prima. Atqui h k,ipſa e h maius poſſit:eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili.& minor eſto e h:cõmẽſurabilis expoſitæ rationali e f.Ipſa igitur e k:ex binis nominibus eſt quinta. Rationalis autem eſt e f. Si vero areola compræhendatur ſub rationali & ex binis nominibus quinta:quæ areolã poteſt/rationale ac mediũ potens eſt per 58 decimi.Quæ igitur ipſam e i areolã poteſt:rationale ac mediũ poteſt.quare & ipſam a d areolã potens:rationale ac mediũ poteſt.Rationali igitur ac medio cõpoſitis/quatuor irrationales fiũt: quæ ex binis nominibus / quæ ex binis prima medijs/maior/& rationale mediumque potens.quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 66.

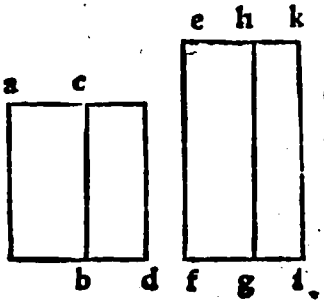


VM coniunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales incõ 66
menſurabiles:linea potens in totam ſuperficiem alterutra erit duarum irrationaliũ linearũ/videlicet aut bimediale ſecundum/aut potens in duo medialia.



¶CAMPANVS.¶Vt ſi a & b ſint duæ ſuperficies mediales incommenſurabiles (ſi enim eſſent cõmẽſurabiles:eſſet compoſita ex eis medialis ex 9 & 21.quare & linea potens in eã:medialis ex 19) dico q̃ linea potens in cõpoſitã ex ambabus:erit aut bimediale ſecundum/aut potens in duo medialia.Sit quidem linea c d,rationalis:ſuperficies vero ſibi adiuncta c e æqualis a,& ſuperficies f g æqualis b.eritq; ex 20 linea d e,ſimiliter quoq; linea e g:rationalis in potẽtia tãtum.Cũq; ſuperficies c e & f g, ſint incõmenſurabiles ſicut a & b eis æquales/ideoq; lineæ d e & e g ex prima ſexti & 10 huius:erit ex 30 linea d g binomiũ. Cuius cum vtraq; binomialiũ portionũ quæ ſunt d e & e g,ſit incõmẽſurabilis lineæ rationali poſitæ quæ eſt c d:ipſum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut ſextũ.Linea ergo potens in totã c g ęqualem cõpoſitę ex a & b:erit ex 50 & 53, aut bimediale ſecundum/aut potens in duo medialia.Quod eſt propoſitum.

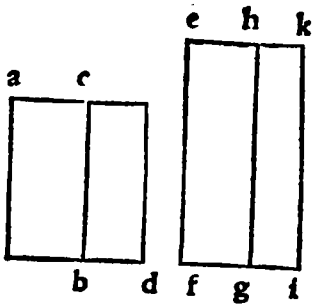
Eucli.ex Zamb.Theorema. 54. Propoſitio 72.



¶Binis medijs adinuicem incommenſurabilibus compoſitis/reliquæ duæ irrationales fiunt:quæ ex binis ſecunda medijs/& quæ bina potens eſt media. 72

¶HEON ex Zamb.¶Cõponantur eteni bina media adinuicẽ incõmẽſurabilia:a b,c d.Dico q̃ a d areolã potens:aut ex binis eſt ſecunda medijs/aut bina potẽs eſt media.Ipſũ nãq; a b:ipſo c d aut maius eſt aut minus.Sit prius maius a b ipſo c d.exponaturq; rõnalis e f.& ipſi a b ęquũ adipſã e f g 44 primi

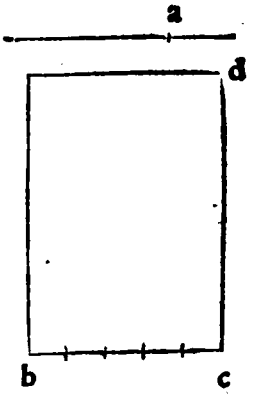
cõparet e g:latitudinẽ efficiẽs e h.ipſi aũt c d,ęquũ h i:latitudinẽ efficiẽs h k. Et qm̃ vtrũq; ipſorũ a b,c d,mediũ eſt:et vtrũq; igit̃ ipſorũ e g,h i,mediũ eſt. Et ad ipſã e hr̃onalẽ cõparat̃:latitudinẽ efficiẽs h k.vtraq; igit̃ ipſarũ e h,h k, rationalis eſt per 22 decimi:& ipſi e f longitudine incõmẽſurabilis.Et quoniã a b ipſi c d incõmenſurabile eſt/& æquũ eſt quidẽ a ipſi e g,& c d ipſi h i:incõ mẽſurabile igitur eſt & e g ipſi h i.Sicut autẽ per primã ſexti e g ad h i:ſic eſt e h ad h k.incõmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi e h ipſi h k longitudine. Ipſæ igitur e h,h k, rationales ſunt:potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Ipſa igitur e k:ex binis nominibus eſt.Ipſa autẽ e h:ipſa h k aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili/at eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili.Poſſit prius:ma ius eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili longitudine.& neutra ipſarũ e h,h k,com- menſurabilis eſt longitudine ipſi e f expoſitæ rationali.Ipſa igitur e k per 50 decimi ex binis eſt tertia nominibus.Rationalis autẽ eſt e f.Si vero areola cõ- præhendatur ſub rationali & ex binis nominibus tertia:quæ areolã poteſt/ex binis eſt ſecunda medijs per 56 decimi.Quæ areolã igitur e i,hoc eſt a d po- teſt:ex binis eſt ſecũda medijs.Sed iam e h,ipſa h k,maius poſſit: eo quod fit ex ſibi longitudine incõmẽſurabili.Et quoniam incõmenſurabilis eſt vtraq; ip ſarũ e h,h k,ipſi e f longitudine:ipſa igitur e k ex binis eſt ſexta nominibus per 53 decimi.Si vero ſub rationali et ex binis ſexta nominibus areola cõpræ hendatur:quę areolam poteſt/bina potens eſt media per 59 decimi. Quare & quæ a d poteſt areolã:bina potens eſt media.Similiter iam oſtẽdemus:q; et ſi minor fuerit a b ipſa c d:quæ ipſam a d areolã poteſt/aut ex binis eſt ſecunda medijs/aut bina potens eſt media.Binis igitur medijs inuicẽ incõmenſurabi- libus cõpoſitis reliquæ irrationales fiunt:quæ ex binis ſecunda medijs/& quæ bina potens eſt media. Quod erat oſtendendum.



Euclí.ex Camp. Propoſitio 67.

67 VM poſita fuerit linea binomialis cęteræq; irrationales ſequentes eam:non erit earũ aliqua ſub termino alterius.

¶CAMPANVS. ¶Vult q; ſi linea aliqua vt a,fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irrationalibus quę ſunt binomium & eius quinq; comites:ipſa non erit aliqua aliarũ.Si enim quadrato eius æqualis ſuperficies adiungatur ad lineã rationalẽ b c quæ ſit b d:ſi quidẽ a fuerit binomiũ/erit ex 54 linea c d binomiũ primum.Quæ ſi fuerit bimediale primũ:erit c d ex 55 bi nomium ſecundũ.Si autẽ bimediale ſecundũ:erit c d ex 56 binomiũ tertium. Et ſi linea maior:erit c d ex 57 binomiũ quartum.At ſi potens in rationale & mediale/aut ſi potens in duo medialia:erit ex 58 c d binomium quintum/aut ex 59 binomiũ ſextũ.Et quia impoſſibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpecieb9 binomiorũ a diffinitione:eſt impoſſibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarũ linearũ irrationaliũ.De linea autẽ mediali cõſtat q; ipſa quoq; nõ ſit aliqua ſex ſequẽtiũ:videlicet neq; binomiũ/neq; aliqua ex ipſius comitibus. Cũ enim ſuperficies ęqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineã ra- tionalẽ:latus eius ſecũdum eſt rationale in potentia ex 20. Cũ autẽ ſuperficies æqualis quadrato binomij/aut alicuius ſuarũ comitũ:latus eius ſecundũ eſt bi nomiũ/aut primũ/aut ſecundũ.& ſic de cæteris per 54.& qnq; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in lõgitudine & in potentia per 30. Cum igitur ſit impoſſibile eandẽ lineam eſſe rationalem in potentia/& irrationalẽ tam in lõgitudine q̃ in potentia:nimirũ impoſſibile lineam medialem eſſe binomia- lem/aut aliquam ex quinq; ſuis comitibus.



¶THEON.

¶Quæ ex binis nominibus/& poſt ipſam irrationales:neq; mediæ/neq; inui- cem ſunt eædem.

¶A media namq; ad rationalem comparata latitudo:efficit rationalem/& ei longitudine incommenſurabilem ad quam comparatur per 22 decimi.

¶Ab ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparata latitudo:efficit ex binis nominibus primam per 60 decimi.

¶Ab ea vero quæ ex binis prima medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus ſecundam per 61 decimi.

¶Ab ea autem quæ ex binis ſecunda mediis ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam per 62 decimi.

¶Verum quæ a maiori ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus quartam per 63 decimi.

¶Sed quæ ex rationale ac medium potente ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus ſextam per 65 decimi.

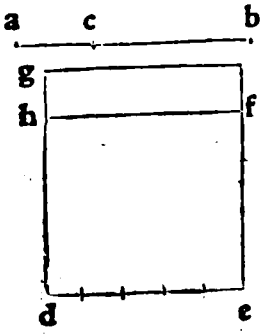
¶Quoniam prædictæ latitudines differunt & a prima & adinuicem/a prima quoniam rationalis eſt/adinuicē vero quia in ordine non ſunt eædem: manifeſtum eſt q; & ipſæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 68.

SI linea de linea abſcindatur/fuerintq; ambæ potētialiter tantum rationales cōmunicantes: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; reſiduum. 68



¶CAMPANVS. ¶Sit linea b c: abſciſa ex a b. ſintq; ambę rationales tantum potentia cōmunicantes: quales docuit inuenire 17 & 18. & hæ ſunt quæ componunt binomium. Dico q; a c reliqua eſt irrationalis & ipſa vocatur reſiduū. Conſtat enim ex 7 ſecūdi: q; quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta quæ cōponunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi & diffinitione rationalis ſuperficiei & 9 huius/tantū ſunt quantū duplum ſuperficiei a b & b c cū quadrato a c. Cūq; ex 19 ſupficies a b in b c ſit medialis/ideoq; & duplū eius mediale per 21/& ideo irrationale per 19: ſequit vt ambo quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta ſint incōmenſurabile duplo ſuperficiei vnius earum in alteram. quare per 9: & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratū lineæ a c eſt irrationale: cū ipſum ſit incōmēſurabile rationali videlicet duobus quadratis duarum linearū a b & b c pariter acceptis. itaq; etiā ex diffinitione linea a c eſt irrationalis. quod eſt propoſitū. ¶Exēplariter in figura. eſto ſuperficies e g æqualis duobus quadratis duarū linearum a b & b c pariter acceptis: eritq; rationalis. itemq; ſit ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei vnius in alteram: eritq; ex 19 medialis. & erit ex 7 ſecundi ſuperficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; ſuperficies e g ſit incommenſurabilis ſuperficiei d f: eadem erit ex 9 incommenſurabilis f g. quare f g irrationalis: & eius tetragonicum latus a c.

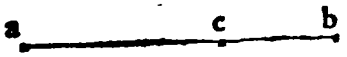


¶Incipiunt hexades per apheresin hoc eſt per abſciſionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55. Propoſitio 73.

¶Si a rationali rationalis auferatur/potentia tantum commenſurabilis exiſtens toti: reliqua irrationalis eſt/vocatur autem apotome. 73

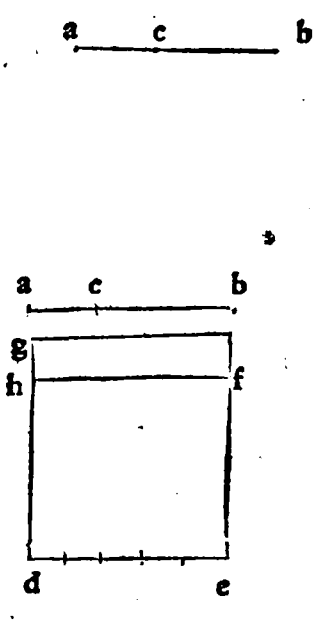
¶THEON ex Zāberto. ¶A rationali nāq; a b, rationalis auferatur b c: potentia tantum toti cōmenſurabilis exiſtens. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: apotome appellata. Quoniam a b ipſi b c longitudine eſt incommenſurabilis/eſtq; per lemma 21 decimi ſicut a b ad b c ſic quod ex a b ad id quod ſub a b, b c: incommenſurabile igitur eſt per 11 decimi quod ex a b: ei quod ſub a b, b c. Sed ei quidem quod ex a b: cōmenſurabilia ſunt quę ex a b, b c, quadrata. ei autem quod ſub a b, b c: cōmenſurabile eſt quod bis ſub a b, b c. Quæ igitur ex a b, b c: incōmenſurabilia ſunt ei quod bis ſub a b, b c. & reliquo igitur quod fit ex a c, incōmenſurabilia ſunt quę ex a b, b c: quoniam per 5 ſecundi & quę ex a b, b c, æqua ſunt ei quod bis ſub a b, b c, vna cum eo quod ex c a. Rationalia autem ſunt ea quæ ex a b, b c, quadrata. irrationalis igitur eſt linea a c. vocatur autem ipſa: apotome.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 69.

SI fuerit linea de linea abſciſa/fuerintq; ambę mediales potentialiter tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continētes: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; reſiduum mediale primum. 69

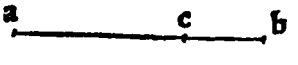
¶CAMPANVS. ¶Sit linea b c: abſcisa ex linea a b. ſintq; ambæ quales proponitur: quas ex 24 & 25 reperies. & hæ ſunt q̄ conungũt bimediale primũ. Dico q; reliqua linea a c erit irrationalis: & ipſa dicitur reſiduũ mediale primũ. Erunt enī ambo earũ quadrata pariter accepta/mediale: duplũ vero ſuperficiei vnius in alterã/rationale. itaq; ambo quadrata pariter accepta: incõmenſurabile ſunt duplo ſupficiei vnius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cõponunt ex duplo ſupficiei vnius i alterã & q̄drato lineæ a c: ſequtur per 9 vt quadratũ lineæ a c ſit incõmenſurabile duplo ſupficiei vnius in alterã. quare tam ipſum quadratũ q̄ latus eius a c: eſt irrationale per diffinitionẽ. conſtat ergo propoſitũ. Quod (quẽadmodũ in præmiſſo) ſi libet potes declarare exẽplariter in figura. ¶Aliter idẽ ſic. ¶Sit linea d e rationalis in lõgitudine: cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſupficiei vnius in alterã/& ſuperficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis. eritq; per 7 ſecũdi ſuperficies f g: æqualis quadrato lineæ a c. Cũ itaq; per hypotheſin ſit ſupficies e g medialis: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. Cum vero ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin: erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68/linea g h eſt reſiduũ: & irrationalis. ideoq; per 16 a deſtructione cõſequẽtis ſuperficies f g eſt irrationalis: & eius latus tetragonicũ quod eſt a c, eſt irrationale. Et ſic patet propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 56. Propoſitio 74.

74 ¶Sí a media auferatur media potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis/cum tota vero rationale compræhẽdens: reliqua irrationalis eſt/vocetur vero mediæ apotome prima.

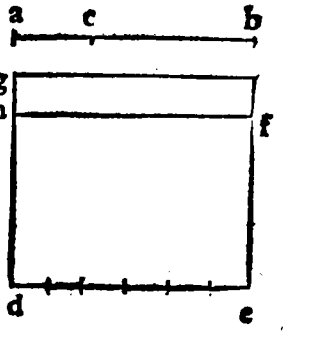
¶THEON ex Zãb. ¶A media nãq; a b: media auferat b c potẽtia tantũ cõmenſurabilis ſubſiſtens toti a b, & cũ ipſa a b rationale compræhendẽs quod ſub a b, b c. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniã enim a b, b c, mediæ ſunt: media quoq; ſunt quę ex a b, b c. Rationale autem: quod bis ſub a b, b c. incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b, b c: ei quod bis ſub a b, b c. & reliquo igitur ei quod ex a c: per 16 decimi incõmẽſurabile eſt quod bis ſub a b, b c, quoniã & ſi tota vni earũ incõmenſurabilis fuerit: & quę in principio magnitudines/incõmenſurabiles erunt per 16 decimi. Rationale autẽ eſt quod bis ſub a b, b c. irrationale igitq; quod ex a c. Irrationalis igitur eſt a c. vocatur ſane mediæ apotome prima. Quod fuerat oſtendendum.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 70

70 SI linea de linea ſecetur/fuerintq; ambę mediales potentialiter tantũ cõmunicantes/cõtinenteſq; mediale: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; reſiduũ mediale ſecundũ.

¶CAMPANVS. ¶Sit hic quoq; linea b c: abſcisa ex linea a b. vtraq; autem a b & b c: ſint vt ponitur. & ipſę per 26 reperiuntur: & ſunt quæ cõponunt bimediale ſecũdum. Dico q; linea reliqua quæ eſt a c, eſt irrationalis: & ipſa dicitur reſiduum mediale ſecundũ. Sunt enim ex hypotheſi & 21 ambo quadrata duarum linearũ a b & b c pariter accepta/mediale: ſimiliter quoq; duplũ ſupficiei vnius in alterã/eſt mediale. Cum itaq; ex 22 mediale nõ differat a mediali niſi in irrationali: erit quadratum lineæ a c in quo per 7 ſecundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedũt duplũ ſupficiei vnius in alterã/irrationale. quare et linea a c irrationalis. ¶Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud vt prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, ſimiliter & d f duplo ſuperficiei vnius in alteram: erit f g per 7 ſecũdi æqualis quadrato a c. quæ cum ſit differentia ſuperficiei vnius medialis e g ad ſuperficiem medialem d f: ipſa eſt irrationalis per 22/& eius tetragonicum latus a c irrationale.

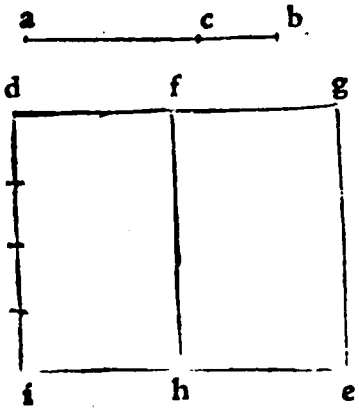


¶IDEM aliter. ¶Sit linea d e rationalis: cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſupficiei vnius in alterã/& e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis. erit per 7 ſecũdi f g: æqualis quadrato a c. Quia vero e g eſt medialis: erit ex 20 linea d g in potẽtia tm̃ rõnalis. Similiter quoq; cũ e h ſit medialis: erit ex eadẽ/linea d h rõnalis ſimiliter in potẽtia tantũ. Et quoniã a b & b c ſũt incõmenſurabiles in lõgitudine/ideoq; quadratũ vtriuſq; earũ ſuperficiei vnius

inalteram/& propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cũ ipſa ex hypot heſi cõmunicent) ſunt quoq; incõmenſurabilia duplo ſuperficiei vnius in alterã: ſequitur vt e g ſit incõmẽſurabilis h c. quapropter linea d g: lineæ d h. igit ex 68/linea g h eſt reſiduum: & irrationalis. ideoq; per 16 a deſtructione cõſequẽtis ſuperficies f g irrationalis: & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 57. Propoſitio 75.

¶Si a media media auferatur potẽtia tantum toti cõmenſurabilis ſubſiſtens/& cum tota medium compræhendens: reliqua irrationalis eſt/vocetur autem mediæ ſecunda apotome.



¶THEON ex Zãb. ¶A media nãq; a b: media auferatur c b potentia tantum toti a b cõmenſurabilis ſubſiſtens/vnaq; cũ ipſa tota a b mediũ compræhendens quod ſub a b, b c. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: appellatur autem mediæ ſecunda apotome. Exponatur enim rationalis d i. Et ipſis quidem quæ ex a b, b c, æquum ad d i cõparetur per 44 primi d e: latitudinem efficiẽs d g. ei vero quod bis ſub a b, b c, æquum ad ipſam d i comparetur per 44 primi d h: latitudinem efficiens d f. Reliquũ igitur f e: æquum eſt ei quod ex a c. Et quoniam ea quæ ex a b, b c, media ſunt: mediũ igitur eſt & d e. & ad ipſam rationalem d i cõparatur: latitudinem efficiens d g. rationalis igitur eſt per 22 decimi d g: & ipſi d i lõgitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã quod ſub a b, b c, mediũ eſt: & quod bis igitur ſub a b, b c, mediũ eſt. & eſt æquale ipſi d h. & d h igitur medium eſt. & ad ipſam d i rationalẽ comparatũ eſt: latitudinẽ efficiẽs d f. rationalis igitur eſt d f: & ipſi d i longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã a b, b c, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles: incommenſurabilis eſt igitur a b ipſi b c longitudine. Incõmenſurabile igitur per lemma 21 decimi & 11 decimi & quod ex a b quadratũ: ei quod ſub a b, b c. Sed ei quidẽ quod ex a b, cõmẽſurabilia ſunt q̃ ex a b, b c: ei autẽ quod ſub a b, b c, cõmenſurabile eſt qđ bis ſub a b, b c. Incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b, b c: ei quod bis ſub a b, b c. Sed eis quidẽ quæ ex a b, b c, æquum eſt die: ei autem quod bis ſub a b, b c, æquum eſt d h. Incõmenſurabile igitur eſt d e: ipſi d h. Sicut autẽ d e add h: ſic g d ad d f. Incõmẽſurabilis igitur eſt g d: ipſi d f. Et vtræq; rationales. Ipſę igitur g d, d f: per 11 decimi rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Ipſa igitur f g: apotome eſt. Rationalis autem d i. Quod autẽ ſub rationali & irrationali compræhenſum: irrationale eſt per lẽma 20 decimi. & quæ illud poteſt igitur irrationalis eſt. Ipſum autem f e: poteſt ipſa a c. ipſa igitur a c irrationalis eſt: appellatur autem mediæ ſecunda apotome.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 71.

SI linea de linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles/continenteſq; mediale/ quadrataq; earum ambo pariter accepta rationale: reliqua linea erit irrationalis/vocabiturq; minor. 71



¶CAMPANVS. ¶Si ſint a b & b c quales proponit/q̃ per 27 reperiũtur & cõponunt lineam maiorem: erit linea a c irrationalis/& ipſa eſt quæ dicitur linea minor. Quod qui præmiſſa firmiter tenuerit/poſitioneſq; diligenter attenderit: duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68. Propoſitio 76.

¶Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis/cum tota vero efficiens quod ab eis ſimul rationale/quod vero ſub ipſis medium: reliqua irrationalis eſt/appellaturq; minor. 76



¶THEON ex Zãb. ¶A recta linea namq; a b, auferatur recta linea b c: potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis/ efficiens cum tota quidem a b compoſitũ ex ijs q̃ ex a b, b c, ſimul rationale/quod vero bis ſub ipſis a b, b c, ſimul medium. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: appellata minor. Quoniam namq; cõpoſitum quidem ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis rationale eſt/quod vero ſub ip

ſis a b,b c,medium: incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b,b c,ei quod bis ſub a b,b c. Et conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti/incommenſurabilia ſunt quę ex a b,b c: ei quod ex a c. Rationale autem eſt: cõflatum ex iis quę ex a b,b c. irrationale/igitur quod fit ex a c. ipſa igitur a c irrationalis eſt: appellatur autem minor.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 72.

72 SI linea de linea dematur/fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles / ſuperficiemq; rationalem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis/diceturq; iũcta cum rationali componens totum mediale.

¶CAMPANVS. ¶Et hoc quoq; neſcire non poteſt qui priora nouerit / niſi a memoria exciderint: quin poſitis lineis a b & b c (quales proponitur/quæ & per 28 reperiuntur/& lineam potentem in rationale & mediale componunt) ſit a c reliqua/irrationalis. & ipſa dicitur quæ iuncta cũ rationali componit totum mediale.

a c b

Euclí. ex Zamb. Theorema 59. Propoſitio 77.

77 ¶Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtẽs incõmenſurabilis/& cũ tota efficiens conflatum quidem ex ipſarũ quadratis medium/quod vero bis ſub ipſis rationale: reliqua irrationalis eſt/vocatur autẽ cum rationali medium totũ efficiens.

¶THEON ex Zamb. ¶A recta enim linea a b, recta linea auferatur b c: toti a b potentia ſubſiſtens incommenſurabilis/efficiens cõflatum quidem ex ipſarum a b,b c, quadratis medium/quod vero bis ſub ipſis rationale. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: vocatur autem cum rationali mediũ totũ efficiẽs. Quoniam enim couflatum ex ipſarũ a b,b c, quadratis medium eſt/quod vero bis ſub ipſis a b,b c, rationale: incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b,b c, quadrata ei quod bis ſub a b,b c. & reliquum igitur quod ex a c: incommenſurabile eſt ei quod bis ſub a b,b c. Quod vero bis ſub a b,b c, rationale eſt. quod igitur ex a c: irrationale eſt. Irrationalis igitur eſt ipſa a c: vocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quod erat oſtendendum.

a c b

Euclí. ex Camp. Propoſitio 73.

73 SI linea a linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles/ ſuperficiemq; medialem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo ſuperficiei alterius in alteram incommenſurabile: reliqua linea erit irrationalis/ diceturq; iuncta cum mediali faciens totum mediale.

¶CAMPANVS. ¶Sint etiã hic a b & b c quales proponitur/q̃ per 29 reperiũtur: & ipſæ ſũt q̃ cõponũt lineã potentẽ in duo medialia. eritq; a c reliqua irrõnalis dicta: q̃ iũcta cũ mediali cõponit totũ mediale. Quod vt facile (ſicut p̃miſſa) duplici argumentatione cõcludes: proceſſum 70 moneo diligẽter attendas.

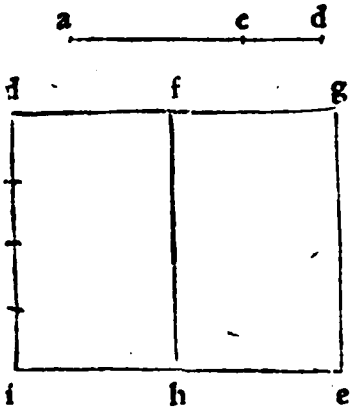
a c b

Euclí. ex Zamb. Theorema 60. Propoſitio 78.

78 ¶Si a recta linea recta linea ſublata fuerit potẽtia toti ſubſiſtẽs incommenſurabilis/& cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium/quod vero bis ſub ipſis medium/ inſuper ipſarum quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub ipſis: reliqua irrõnalis eſt/appellatur autẽ cum medio mediũ totũ efficiẽs.

¶THEON ex Zãb. ¶A recta nãq; linea a b, recta linea auferatur b c potentia incõmenſurabilis ſubſiſtens toti: efficiẽs compoſitũ ex ipſarũ a b,b c, quadra-

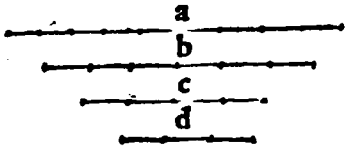
a c b



tis mediũ/qđ vero ſub ipſis a b,b c,mediũ/inſup ipſarũ a b,b c,quadrata incõmenſurabilia ei quod bis ſub a b,b c.Dico ꝙ reliqua a c irrationalis eſt: vocatur autẽ cum medio mediũ totum efficiens. Exponatur rationalis d i:& eis quidem quæ ex a b,b c,æquũ ad ipſam d i comparetur per 44. primi d e,latitudinem efficiens d g.ei autem quod bis ſub a b,b c,æquũ auferatur d h:latitudinem efficiens d f.reliquum igitur f e:æquum eſt ei quod ex a c.quare a c poteſt ipſum f e.Et quoniã cõpoſitum ex ipſarũ a b,b c,quadratis mediũ eſt/& ipſi d e eſt æquale:ipſum igitur d e medium eſt.Et ad ipſam d i rationalẽ comparatur:latitudinem efficiẽs d g.rationalis igitur eſt per 22 decimi d g:& ipſi d i longitudine incommenſurabilis.Rurſus quoniam quod bis ſub a b,b c,medium eſt/& ipſi d h æquale:igitur d h mediũ eſt.Et ad ipſam d i rationalem cõparatur:latitudinem efficiens d f.rationalis igitur eſt d f:& ipſi d i longitudine incõmenſurabilis.Et quoniã incõmenſurabilia ſunt quæ ex a b,b c,ei quod bis ſub a b,b c:incõmenſurabile igitur eſt & d e ipſi d h.Sicut autem per primã ſexti d e ad d h:ſic eſt & d g ad d f.Incõmenſurabilis igit eſt g d ipſi d f.& vtræq; ſunt rationales.Ipſæ igitur g d, d f: rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles.Apotome igitur eſt f g.Quod vero ſub rationali & apotomę cõprælienſum rectangulum:irrationale eſt/& illud potens irrationalis eſt per 73 decimi.Ipſum autẽ f e:poteſt ipſa c a.Igitur ipſa c a irrationalis eſt. appellatur ſane cum medio medium totum efficiens.Quod erat oſtendendum.

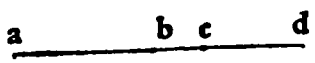
¶CAMPANVS. Eſt autem præmittendũ hic antecedens neceſſarium ad demonſtrationes ſequentium.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad ſecundam ſit ſicut tertiæ ad quartam:erit permutatim differentia primæ ad tertiam ſicut ſecundæ ad quartam.



¶Intelligendum eſt hoc de quantitatibus eodem modo relatis.vt cum prima maior fuerit ſecunda:ſit quoq; tertia maior quarta.cum vero minor:& minor. Exempli gratia ſit differentia a ad b:ſicut c a d.dico ꝙ erit a ad c ſic b ad d.eſt enĩ (per hãc cõmunẽ animi cõceptionem.differentia extremorũ:cõpoſita eſt ex differentijs ipſorũ ad media) differentia a,ad c:cõpoſita eſt ex ea quæ eſt a ad b,& ea quæ eſt b ad c.At ea quæ eſt b ad d:per eandẽ cõceptionẽ cõponitur ex ea quæ eſt b ad c,& ea quæ eſt c ad d.Et quia ex hypotheſi differentia a ad b ſicut c ad d,ea vero quæ eſt b ad c eſt cõmunis:ſequitur per cõmunem ſcientiam vt ſit a ad c ſicut b ad d.Quod eſt propoſitum.

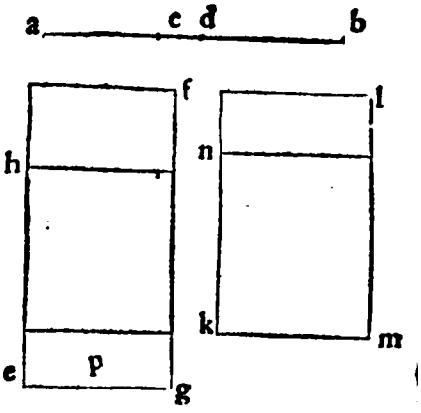
Eucli.ex Camp. Propoſitio 74.



NVlla linea niſi vna tantum reſiduo coniungi poteſt:vt ſint ambę ſub termino earum quæ erant ante ſeparationem. 74

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a c reſiduum:quæ fuerit reliqua/abſciſa b c ex a b.eruntq; a b & b c:rationales tantũ potẽtia cõmunicantes ex 68. Dico ꝙ ipſa a c,nulli alij lineæ q̃ b c poterit cõponi ſub hac diffinitione:neq; maiori b c neq; minori b c.Si autem poteſt:componatur cum c d,indifferẽter maiori aut minori q̃ b c,erũtq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c:rationales in potentia tm̃ cõicantes.Quia ergo ex 7 ſecundi quadrata ambarũ linearũ a b & b c pariter accepta excedũt duplum ſuperficiei vnius earũ in alterã in quadrato a c,ſimiliter quoq; quadrata duarũ linearũ a d & d c pariter accepta excedũt duplũ ſuperficiei vnius ipſarum in alterã in quadrato eiuſdẽ a c:ſequitur ex præmiſſo antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta ſit ſicut differẽtia dupli ſuperficiei a b in b c ad duplum ſuperficiei a d in d c.Cum autem ſint duo quadrata vtriuſq; ſectionis pariter accepta rationale ex hypotheſi, duplum vero ſuperficiei vnius in alteram portionũ vtriuſq; ſectionis mediale per hypotheſin/& 19:erit vna & eadẽ differẽtia duarũ ſuperficierũ rõnaliũ & duarũ medialiũ.hoc autẽ eſt ipoſſibile.rationales enĩ ſuperficies nõ differũt niſi in rationali ſuperficie:vt patet per diffinitionem rationalis ſuperficiei & per 9.medialis autẽ:nõ differt a mediali niſi irrõnali ſuperficie per 22.

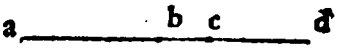
¶Hoc autem ſit manifeſtius in figura: ſic. Sit enim ſuperficies e f, adiuncta ad lineam e g, æqualis ābobus quadratis duarū ſupficierū a b & b c pariter acceptis. at g h ſit æqualis duplo ſuperficiei vnius in alteram. Eritq; f h: æqualis quadrato lineæ a c ex 7 ſecundi. Similiter quoq; ſit k l, adiuncta ad lineā k m: æqualis duobus quadratis duarum linearū a d & d c pariter acceptis. & m n: ſit æqualis duplo ſuperficiei vnius in alterā. eritq; ex 7 ſecundi n l æqualis quadrato lineæ a c: ideoq; etiam æqualis h f. Eſt itaq; differentia e f ad g h: ſicut k l ad m n. Quare per antecedēs præmiſſum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipſa ſit p) ſicut g h ad m n. Et qa vtraq; duarū ſupficierū e f & k l eſt rōnalis, vtraq; vero duarū ſupficierū g h & m n medialis: ſequitur impoſſibile, vide licet ſuperficiem p eſſe rationalem & irrationalem.



Euclí. ex Zamb. Theorema 61. Propoſitio 79.

79 ¶Apotomę vna tantum congruit recta línea rationalis: potētia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit apotome a b: cōgruēs autē ei ſit b c. ipſæ igitur a c, c b: potentia tantū ſunt cōmēſurabiles. Dico q; ipſi a b: altera non cōgruit rationalis potentia tantum ſubſiſtens toti commenſurabilis. Si enim poſſibile: congruat, ſitq; b d. Ipſę igitur a d, d b: potentia tantum ſunt commenſurabiles. Et quoniā per 7 ſecūdi quo excedūt ea q̄ ex a d, d b, id quod bis ſub a d, d b, hoc excedūt et q̄ ex a c, c b, id quod bis ſub a c, c b (eodē nāq; id eſt qđ ex a b: vtraq; excedūt) viciſſim igit per 16 quīti quo excedūt q̄ ex a d, d b, ea quę ex a c, c b, eo excedit & id quod bis ſub a d, d b, id quod bis ſub a c, c b. Sed quæ ex a b, b d, ea quæ ex a c, c b, excedunt rationali. vtraq; nāq; rationalia ſunt. & quod bis igitur ſub a d, d b: id quod bis ſub a c, c b, rationali excedit. quod eſt impoſſibile. Vtraq; nāq; media ſunt: & per 22 decimi mediū mediū nō excedit rationali. Ipſi igitur a b: altera non congruit rationalis potentia tātum cōmenſurabilis exiſtens toti. Vna igitur tantum ipſi apotomæ congruit: rationalis potētentia tantum toti ſubſiſtens cōmenſurabilis. Quod erat oſtendendum.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 75.

75 NVlla linea niſi vna tm̄ reſiduo mediali primo cōiūgí pōt: vt ſint ambę ſub termino earū quę erāt ante ſeparationē.

¶CAMP. ¶Hæc quoq; probabis ſimili modo. Sint enim in vtraq; ſectione ābo quadrata pariter accepta, mediale: duplū vero ſupficiei vnius in alterā rationale. Et quia vt prius eadē differētia quadratorū vnius ſectionis ad quadrata alterius, q̄ eſt dupli ſupficiei vnius ad duplū ſupficiei alterius: erit vna & eadē ſupficies differētia duarū medalium & duarum rationaliū. Quod eſt impoſſibile.

Euclí. ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 80.

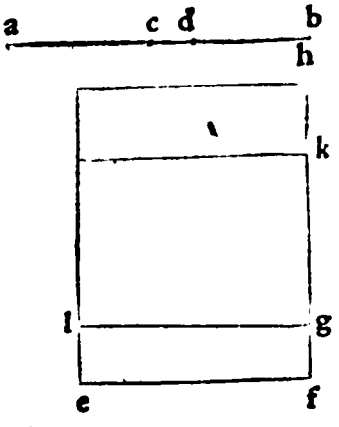
80 ¶Mediæ apotomę primæ vna tantum congruit recta línea media: potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, & cum tota rationale compræhendens.

¶THEON ex Zāb. ¶Eſto namq; media apotome prima a b: & ipſi a b cōgruat b c. ipſę igitur a c, c b: medię ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, rōnale cōpręhēdētes quod ſub a c, c b. Dico q; ipſi a b, altera non cōgruit media: toti potētia tantū ſubſiſtens commenſurabilis, & cū tota rationale cōpræhendēs. Si enī poſſibile: cōgruat et d b. ipſæ igitur a d, d b: medię ſunt potētia tm̄ cōmenſurabiles, rationale compræhendentes quod ſub a d, d b. Et quoniam per 7 ſecundi quo excedunt ea quę ex a d, d b, id quod bis ſub a d, d b, hoc excedunt & q̄ ex a c, c b, id qđ bis ſub a c, c b (eodē eteni rurſus excedūt: id eſt quod ex a b) viciſſim igitur per 16 quinti quo excedūt quę ex a d, d b, ea q̄ ex a c, c b, eo excedit & id qđ bis ſub a d, d b, id qđ bis ſub a c, c b. At qđ bis ſub a d, d b: id qđ bis ſub a c, c b, excedit rōnali. vtraq; nēpe rationalia. Et q̄ ex a d, d b, igit quadrata: q̄ ex a c, c b, excedūt rationali. Quod eſt ipoſſibile. Media enī vtraq; & per 26 decimi. mediū ſane mediū non excedit rationali. Medię igitur apotomę primæ vna cōgruit recta linea media: potentia tantum toti ſubſiſtens cōmēſurabilis, & cum tota rationale compræhendens. Quod oportuit demonſtrare.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 76.

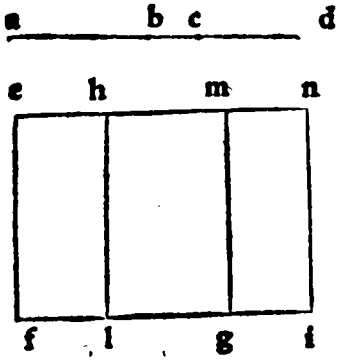
NVlla linea reſiduo mediali ſecundo coniungibilis eſt/ vt ſub termino earum fiant: niſi tantum quę ab ea ante ſeparata erat. 76



¶ CAMPANVS. ¶ Sit enim a c reſiduũ mediale ſecũdum: quæ fuit reſidua/ aſciſa b c ex a b. eruntq; ex 70/ duæ lineæ a b & b c: mediales potentia tantum communicantes mediale cõtinentes. Dico q; ipſa a c: nulli lineæ aliĵ q̃ c b, ſub hac diffinitione coniungi poteſt. Sin autem: contũgatur lineæ c d. Sitq; linea e f rationalis in longitudine: ad quam coniungatur ſuperficies e h, ęqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis/ & e k æqualis quadratis linearũ a d & d c pariter acceptis/ a qua abſcindatur e g ęqualis quadrato lineę a c. eritq; per 7 ſecundi ſuperficies l h ęqualis duplo ſuperficiei a b in b c: & l k per eandem ęqualis duplo ſuperficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarũ partium primæ ſectionis ſunt mediale/ & duplum etiã ſuperficiei mediale incõmẽſurabile duobus quadratis pariter acceptis (quę neſcire diligẽs Geometra non poterit qui poſitiones diligenter ſeruauerit) erit ſuperficies e h medialis/ cum ipſa ſit ęqualis duobus quadratis pariter acceptis/ & ſuperficies l h medialis cum ipſa ſit æqualis duplo ſuperficiei vnius in alteram. per 20 igitur eſt vtraq; duarum linearum f h & g h: rationalis in potentia tantum. Et quia vna eſt incommenſurabilis alĵ/ eo q; ſuperficies e h eſt incommenſurabilis ſuperficiei h l ſicut duo quadrata duplo ſuperficiei: erit ex 68 linea f g reſiduũ. Quare linea f g quæ eſt reſiduum: componitur lineæ g h, vt ſint ambæ ſub termino earum quę erant ante ſeparationem. Similiter quoq; probabis eandem f g cum linea g k componi/ eadem cõditione: mediantibus ſuperficiebus e k & k l. quarũ prima eſt æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d c pariter acceptis: & ſecũda duplo ſuperficiei vnius in alterã. quod eſt ipoſſibile per 74. Et hic modus demonſtrationis poteſt eſſe cõmunis 75 cæteriſq; quatuor eã ſequentibus.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 62. Propoſitio 81.

¶ Mediæ apotomæ ſecundæ vna tantum congruit recta linea media: potentia tantum toti commenſurabilis & cum tota medium compræhendens. 81



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Eſto apotome ſecunda a b: & ipſi a b congruẽs ſit b c. Ipſæ igitur a c, c b: mediæ ſunt potentia tantum cõmenſurabiles/ medium compræhendentes quod ſub a c, c b. Dico q; ipſi a b, alia non congruit recta linea media: potentia tantũ toti ſubſiſtẽs commenſurabilis & cum tota medium compræhendens. Si enim poſſibile: conueniat b d. igitur a d & d b: mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles/ medium compræhẽdentes quod ſub a d, d b. Exponaturq; rationalis e f. Et eis quidem quæ ex a c, c b, æquum ad ipſam e comparetur per 44 primi e g: latitudinem efficiens e m. ei vero quod ſub a c, c b, ęquũ auferatur h g: latitudinẽ efficiẽs h m. Reliquũ igit e l: per 7 ſecundi ęquũ eſt ei qđ ex a b. Quare a b: ipſũ põt e l. Rurſus iã eis q̃ ex a d, d b, ęquũ ad ipſã e f cõpareť per 44 primi e i: latitudinẽ efficiẽs e n. Eſt autẽ & e l: æquũ ei quod ex a b quadrato. reliquũ igitur h g: p̃ 7 ſecundi ęquũ eſt ei quod ſub a d, d b. Et quoniã ipſæ a c, c b, medię ſunt: media igitur ſunt & quæ ex a c, c b. et æqualia ſũt ipſi e g. mediũ igitur per 16 decimi & correlariũ 23 eſt e g. Et ad ipſam rationalem e f apponitur: latitudinem efficiẽs e m. rationalis igitur eſt per 22 decimi e m: & ipſi e f longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam quod ſub a c, c b, medium eſt: & quod bis ſub a c, c b, medium eſt per correlarium 23 decimi. & æquum eſt ipſi h g. & h g igitur medium eſt. Ad ipſamq; e f rationalem apponitur: latitudinem efficiẽs h m. rationalis igitur eſt h m per 22 decimi: & ipſi e f lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã a c, c b, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles: incõmenſurabilis igitur eſt a c ipſi c b longitudine. Sicut autẽ a c ipſi c b: ſic eſt p̃ lẽma 21 decimi qđ ex a c ad id qđ ſub a b, c b. Incõmẽſurabile igitur eſt p̃ 11 decimi quod ex a c: ei quod ſub a c, c b. Sed ei quod ex a c: cõmenſurabilia ſunt quæ ex a c, c b. Ei autem quod ſub a c,

c b,cõmenſurabile eſt quod bis ſub ſub a c,c b. Incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex a c,c b: ei quod bis ſub a c,c b. Eis autem quę ex a c,c b,ęquũ eſt e g: ei vero quod bis ſub a c,c b,æquũ eſt g h. Incõmẽſurabile igitur eſt e g: ipſi h g. Sicut autẽ e g ad h g: ſic eſt e m ad h m. Incommẽſurabilis igitur eſt e m: ipſi h m lõgitudine. Et vtręq; rationales. Ipſæ igitẽ e m,m h, rationales ſunt potẽtia tm̃ cõmẽſurabiles. apotome igitur eſt e h. cõgruẽs autẽ ei eſt h m. Similiter oſtendemus q; & h n ei congruit. Apotomę igitur: alia & alia congruit recta linea potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis. quod per 7 9 decimi eſt impoſſibile. Mediæ igitur apotomæ ſecundæ vna tantum congruit recta linea potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis & cum tota medium cõpræhendens. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 77

77 NVlla linea minori coniungibilis eſt vt ſub termino ſuo fiant: niſi tantũ quæ ante ſibi abſciſionẽ cõiungebatur.

¶CAMPANVS. ¶Intellige quid ſit linea minor. quod ſi obliitus es: cõſule 21. & ſine obiectione concludes propoſitum: ſi (quẽadmodum in 74.) proceſſeris. poteriſq; ſi libuerit: quemadmodum in 76 procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 64. Propoſitio 82.

82 ¶Minori vna tantum congruit recta linea potentia toti incõmenſurabilis ſubſiſtẽs: efficiens cum tota compoſitum ex earum quadratis rationale/quod vero bis ſub ipſis medium.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto minor a b: & ipſi a b congruens eſto b c. ipſę igitur a c,c b, potentia ſunt incommẽſurabiles: efficientes conflatum quidem ex ipſarũ quadratis rationale/quod vero bis ſub ipſis mediũ. Dico q; ipſi a b: alia recta linea non congruit efficiẽs eadẽ. Si enim poſſibile: congruat b d. & ipſæ igitur a d, d b, potentia ſunt incõmẽſurabiles efficientes quæ ex a d,d b, quadrata ſimul rationale/quod autẽ bis ſub ipſis a d,d b, mediũ. Et qm̃ quo excedunt quæ ex a d,d b, ea quæ ex a c,c b, eo excedit & quod bis ſub a d,d b, id quod bis ſub a c,c b, quę autem ex a d,d b, quadrata, ea quadrata quæ ex a c, c b, rationali excedunt/vtraq; enim rationalia: & quod bis igitur ſub a d,d b, id quod bis ſub a c,c b, rationali excedit. quod per 26 decimi eſt impoſſibile. vtraq; nãq; media ſunt. Minori igitur vna tantũ congruit recta linea potentia tantum toti ſubſiſtens incommenſurabilis: efficiens quæ ex ipſis quadratis ſimul rationale/quod vero bis ſub ipſis medium. quod oſtendere oportebat

a b c d

Eucli. ex Camp. Propoſitio 78.

78 LInea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale: niſi vni tantum componi non poteſt vt ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

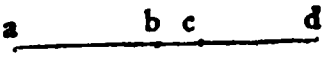
¶CAMPANVS. ¶Quid ſit linea quæ proponitur: ex 72 didiciſti. Cum ergo de ea volueris quod per hanc 78 dicitur demonſtrare: a proceſſu 75 in quoq; non deuies. ſed ſicut in 76: ſi te delectauerit/ingenio duce poteris procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 65. Propoſitio 83.

83 ¶Efficienti cum rationali medium totum vna tantũ congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens: & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarum quadratis medium/quod vero bis ſub ipſis rationale.

¶THEON ex Zãb. ¶Sit cũ rationali mediũ totũ efficiẽs a b: & ipſi a b congruat b c. Ipſę igitur a c,c b, potẽtia ſunt incõmenſurabiles: efficiẽtes cõflatum quidẽ ex ipſarũ a c,c b, quadrata mediũ/quod vero bis ſub ipſis a c,c b, rõnale. Dico q; ipſi a b: alia nõ cõgruit eadẽ efficiẽs. Si enĩ poſſibile: cõgruat b d. & ipſę igitẽ a d,d b, rectę lineę: potẽtia ſunt incõmenſurabiles: efficiẽtes conflatũ ex ipſarum ad,d b, quadratis medium/quod vero bis ſub ipſis a d,d b, rationale.

a b c d



Quoniam igitur quo excedunt quæ ex a d,d b,ea quæ ex a c,c b,eo excedit & quod bis ſub a d,d b,id quod bis ſub a c,c b excedit & quod bis ſub a d,d b, id quod bis ſub a c,c b,conſequenter vt in præcedentibus/quod vero bis ſub a d,d b,id quod bis ſub a c,c b,excedit rationali / rationalia namq; vtraq; & quæ ex a d,d b,igitur ea quæ ex a c,c b,excedunt rationali.quod eſt per 26 impoſſibile.vtraq; enim media ſunt per 77 decimi. Ipſi igitur a b,alia non congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis:& cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium/quod autem bis ſub ipſis rationale.Efficienti ergo cum rationali medium totum vna tantum congruit recta linea:& quæ ſequuntur reliqua:Quod erat demonſtrandum.

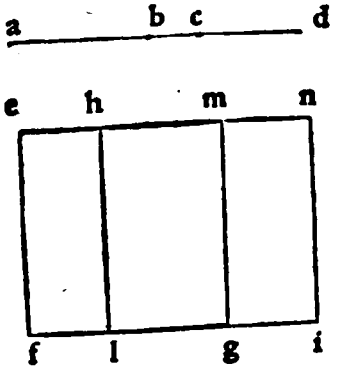
Eucli.ex Camp. Propoſitio 79.

LIneæ quę iuncta cum mediali facit totum mediale:niſi vna linea tantum iungi nequit vt ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem. 79

¶CAMPANVS. ¶Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale:magiſtra eſt 73.De qua quod hæc 79 enũciat ſic concludere cogeris:ſicut de reſiduo mediali ſecundo(quod per 76 enunciatum eſt)cõcluſiſti.

Eucli.ex Zamb.Theorema. 66. Propoſitio 84.

¶Efficienti cum medio medium totum:vna tantum cõgruit recta linea potentia incommenſurabilis toti ſubſiſtens/& cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium / & quod bis ſub ipſis medium/& inſuper incommẽſurabile conflatum ex ijs quæ ab ipſis ei quod bis ſub ipſis. 84



¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto cum medio medium totum efficiens a b:cõgruens autem illi ſit b c,ipſæ igitur a c,c b:potentia ſunt incommẽſurabiles/efficientes cõflatum ex ipſarum quadratis medium/& quod bis ſub ipſis a c, c b,medium/inſuper & quæ ex a c,c b,quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub a c,c b.Dico q; alia ipſi a b non congruit:cum tota efficiens propoſita. Quod ſi poſſibile eſt:congruat b d.Et a d,d b,potentia ſint incommenſurabiles efficientes quæ ex a d,d b,quadratis ſimul medium/& quod bis ſub ipſis a d,d b,medium/& inſuper quę ex a d,d b,incommenſurabilia ei quod bis ſub a d,d b.Exponatur; rationalis e f.Et eis quidem quæ ex a c,c b,æquum ad ipſam e f comparetur per 44 primi e g:latitudinem efficiens e m.ei autem quod bis ſub a c,c b,æquum ad ipſam e f comparetur per 44 primi h g:latitudinem efficiens h m.Reliquum igitur quod ex a b: per 7 ſecundi æquum eſt ipſi e l.ipſa igitur a b:ipſum e l poteſt.Rurſus eis quæ ex a d,d b,æquum ad ipſam e f comparetur per 44 primi e i:latitudinem efficiens e n.Eſt autem quod ex a b:æquum ipſi e l.Reliquum igitur quod bis ſub a d,d b:æquum eſt ipſi h i.Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex a c,c b,medium eſt/ac ipſi e g æquale:medium igitur eſt & e g.Et ad rationalem comparatur e f:latitudinẽ efficiens e m.rationalis igitur eſt per 22 decimi e m:& ipſi e f longitudine incommenſurabilis.Rurſus quoniam quod bis ſub a c,c b,medium eſt & ipſi h g æquale:medium igitur eſt h g.Et ad ipſam rationẽ e f apponitur:latitudinem efficiens h m.rationalis igitur eſt h m:& ipſi e f longitudine incommẽſurabilis.Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex a c,c b,ei quod bis ſub a c,c b:incommenſurabile igitur eſt e g ipſi h g.incommenſurabilis igitur eſt & e m ipſi m h longitudine.& ambæ rationales ſunt.Ipſæ igitur e m,m h,potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles.Igitur ipſa e h:apotome eſt. Congruẽs autem ei:eſt h m.Similiter iam oſtendemus q; e h rurſus apotome eſt : congruens autem ei eſt h m.Apotomæ igitur ipſi alia & alia congruit potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis.quod per 69 decimi impoſſibile eſſe oſtẽdimus. Ipſi igitur a b:alia recta linea non congruit.Ipſi igitur a b vna recta linea tm̃ congruit:potẽtia tm̃ toti ſubſiſtens incõmẽſurabilis/ & cum tota efficiẽs q̃ ex ipſis quadratis ſimul mediũ/& quod bis ſub ipſis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum:& quæ ſequuntur reliqua, Quod erat oſtẽdendũ.

¶Ex Campano: Reſiduorum diffinitiones.

¶Cõe initiũ trium priorum diffinitionum.

¶Poſitis duab9 lineis altera rõnali altera reſiduo/adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ/ſi fuerit totũ cõpoſitũ potẽtius linea adiecta/i quadrato lineę ipſi toti cõicantis in longitudine:

1 ¶Si fuerit idẽ totũ poſitæ rationali lineę in lõgitudine cõmenſurabile: quod poſitum erat/dicetur reſiduũ primũ.

2 ¶Si vero linea adiũcta/poſitę rationali communicet in lõgitudine: dicetur reſiduum ſecundum.

3 ¶Qz ſi fuerit vtraq; rationali poſitæ in longitudine incõmenſurabilis: vocabitur reſiduum tertium.

¶Cõmune initium trium poſteriorum diffinitionum.

¶Poſitis duabus lineis altera rationali altera reſiduo/ adiectaq; ipſi reſiduo ſecundũ eius terminum/ſi fuerit totũ compoſitum potentius linea adiecta/in quadrato lineę ipſi toti incommenſurabilis in longitudine:

4 ¶Si eadẽ tota poſitæ rationali communicet in longitudine: nuncupabitur reſiduum quartum.

5 ¶Si vero linea adiuncta/poſitæ rationali communicet in longitudine: vocabitur reſiduum quintum.

6 ¶Qz ſi fuerit vtraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis: appellatur reſiduum ſextum.

¶Ex Zamberto:

¶Cõmune initiũ trium priorum diffinitionum.

¶Suppoſita rationali & apotomę/ſi quidem tota cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex ſibi lõgitudine commenſurabili:

apotomarum diffinitiones.

1 ¶Si quidem tota expoſitę rationali longitudine cõmenſurabilis fuerit: appellatur apotome prima.

2 ¶Si vero congruens cõmenſurabilis fuerit lõgitudine expoſitæ rationali: ſecũda appellatur apotome.

¶Cõmune initium trium poſteriorum diffinitionum.

¶Rurſus ſuppoſita rationali et apotomę/ſi tota maius potuerit congruente eo quod fit ex ſibi longitudine incommenſurabili:

3 ¶Si autem neutra cõmenſurabilis fuerit expoſitę rationali longitudine: tertia appellatur apotome.

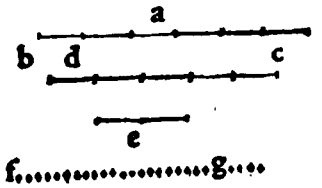
4 ¶Si quidem tota commenſurabilis fuerit expoſitę rationali longitudine: appellatur apotome quarta.

5 ¶Si vero congruens: quinta.

6 ¶Si autem neutra: ſexta.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 80.

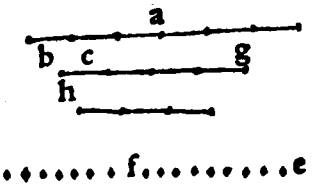
Reſiduum primum inueſtigare. 80



¶CAMPANVS. ¶Ab inuentione omnium ſpecierum reſiduí: facile nos abſoluat inuentio per ordinem omniũ ſpecierum binomij. Nam in qualibet ſpecie binomiorum ſi minor portio abſcindatur de maiorí: linea reliqua erit reſiduũ ſimilis ſpeciei/ vt patet ex diffinitionibus tam binomiorũ q̃ reſiduorũ. ¶Propriis tamẽ inuẽtionibus reſiduorũ inſiſtentes: ſic inquiramus primum. Sit linea a rationalis poſita: cui commenſurabilis in longitudine ſumatur b c. ſitq; e numerus quadratus' diuiſus in f non quadratum & in quadratum g: ſitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratũ lineę c d, ſicut e ad f. eritq; per vltimam partem ſeptimę/ c d rationalis in potentia tantum. Cum itaq; ſit c b potentior c d in quadrato lineæ ſibi cõmunicantís in longitudine/ quod patet ſicut in explanatione binomij primi: conſtat ex diffinitione lineam b d eſſe reſiduum primum.

Euclí.ex Zamb. Problema 19. Propoſitio 85.

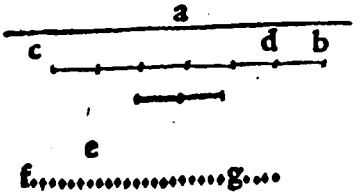
¶Inuenire primam apotomen. 85



¶THEON ex Zãb. ¶Exponatur rationalis a: & ipſi a longitudine cõmenſurabilis eſto b g. rationalis igitur eſt b g. Exponãturq; bini quadrati numeri d e, e f: quorum exceſſus d f nõ ſit quadratus. Igitur per corelariũ 1 lẽmatis 28 decimi e d ad d f rationem non habet quã numerus quadratus ad quadratũ numerum. Fiatq; per corelariũ 6 decimi ſicut e d ad d f: ſic quod ex b g quadratũ ad id qđ ex g c quadratũ. cõmenſurabile igitur eſt quod ex b g: ei qđ ex g c. Rõnale autẽ qđ ex b g. rationale igiť & quod ex g c. Rationalis igitur eſt per diffinitionẽ/ & g c. Et qm̃ e d ad d f rõnẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; igiť quod ex b g ad g c rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igiť eſt b g ipſi g c lõgitudine. vtræq; autem ſunt rationales. Ipſę igitur b c, g c, per 9 decimi rationales ſunt potentia cõmenſurabiles. Igitur ipſa b c: apotome eſt per 73 decimi. Dico q; et prima. Quo nãq; maius eſt quod ex b g, eo quod ex g c: ſit quod ex h. Et quoniã ſicut e d ad d f ſic eſt quod ex b g ad id quod ex g c: cõuertendo igitur per corelariũ 18 quinti/ ſicut d e ad e f, ſic quod ex g b ad id quod ex h. At d e ad e f rationem habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. vterq; enim quadratus eſt. Quod igitur ex g b ad id quod ex h: rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. commenſurabilis igitur eſt b g ipſi h longitudine. & b g ipſa g c maius poteſt: eo quod ex h. ipſa igitur b g ipſa g c maius poteſt eo quod ſit ex ſibi longitudine commenſurabili. eſtq; tota b g: ipſi a expoſitæ rationali commenſurabilis. Igitur per tertias diffinitiones/ b c: apotome eſt prima. Inuẽta igitur eſt prima apotome b c. quod erat agendum.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 81.

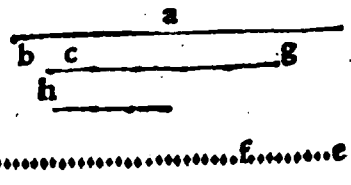
Reſiduum ſecundum patefacere. 81



¶CAMPANVS. ¶Ad habẽdum reſiduum ſecundũ: ſit a linea rationalis poſita/ eiq; cõmunicans in longitudine c d. & ſit quadratum c d ad quadratum b c: ſicut f ad e. eritq; b d reſiduum ſecũdum ex diffinitione. Si dubitas: aut poſitas nõ ſeruas hypotheſes/ aut binomij ſecundi repetitione indiges.

Euclí.ex Zamb. Problema 19. Propoſitio 86.

¶Inuenire ſecundam apotomen. 86

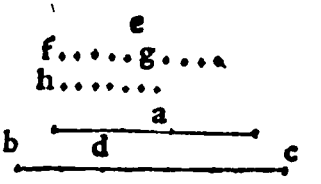


¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a: & ipſi a longitudine cõmenſurabilis eſto g c. Rationalis igitur eſt g c. Et exponãtur bini numeri quadrati d e & e f: quorum exceſſus d f nõ ſit quadratus. Fiatq; per corelariũ 1 lẽmatis 28 decimi ſicut d f ad d e: ſic quadratũ quod ex g c ad quadratũ quod ex g b. cõmẽſurabile igitur eſt per 11 decimi quod ex g c quadratũ: ei quod ex g b quadrato. Rationale autem eſt quod ex c g. rationale igitur eſt quod ex g b. Rationalis igitur eſt b g. Et quoniã quod ex g c quadratũ ad id quod ex g b rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommẽſurabilis igitur eſt per 19 decimi c g ipſi g b longitudine. & ambæ ſunt rationa

les. Ipſæ igit̃ c g, g b, rõnales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur per 73 b c apotome eſt. Dico q̃ & ſecũda. Quo etenī maius eſt qđ ex b g eo quod ex g c: eſto quod ex h. Quoniam igitur eſt per correlariũ 6 decimi ſicut quod ex b g, ad id quod ex g c ſic eſt e d numerus ad d f, numerũ: conuertẽdo igitur per correlarium 19 quinti eſt ſicut quod ex b g ad id quod ex h, ſic eſt d e ad d f. & vterq; ipſorũ d e, e f, quadratus eſt. quod igitur ex b g: ad id quod ex h, per 9 decimi rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. cõmẽſurabilis igitur eſt b g: ipſi h. & b g, ipſa g c maius poteſt: eo quod fit ex h. Igitur b g, ipſa g c: maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Et cõgruens eſt c g: cõmẽſurabilis longitudine ipſi a expoſitæ rationali. Ipſa igitur b c per tertias diffinitiones ſecunda eſt apotome. Inuenta eſt igitur ſecũda apotome b c. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 82

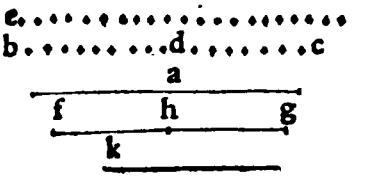
82 RESIDUUM tertium perſcrutari.



¶ CAMPANVS. ¶ Reſiduum tertiũ ſic habetur. Poſita vt prius a rationali / numeroq; e quadrato diuiſo in f non quadratum & g quadratum / aſſumptoq; h numero primo; ſit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c: ſicut h ad e. ſitq; quadratũ lineæ b c ad quadratũ lineæ c d: ſicut e ad f. eritq; ex diffinitione (de quo ſi hæſitas conſule binomium tertium) linea d b: reſiduum tertium.

Eucli. ex Zamb. Problema 20. Propoſitio 87.

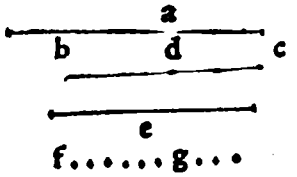
87 ¶ Inuenire tertiam apotomen.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponatur rationalis a, explicentur tres numeri e, b c, c d, rationẽ adinuicem non habentes quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Ipſe autẽ b c: ad d b rationem habeat / quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; per correlarium 6 decimi: ſicut e ad b c: ſic quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratum. ſicut vero b c ad c d: ſic quod ex f g quadratũ ad id quod ex g h. Quoniã igitur eſt ſicut e ad b c ſic quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratũ: quod igitur ex a quadratũ e i quod ex f g quadrato eſt cõmenſurabile. Quadratũ autẽ ex a: rationale eſt. rationale igitur eſt & quod ex f g. rationalis igitur eſt f g. Et quoniam e ad b c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: neq; igitur quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratũ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽſurabilis igitur eſt per 9 decimi / a: ipſi f g longitudine. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c d ſi quod ex f g quadratũ ad id quod ex g h: cõmenſurabile igitur eſt quod ex f g: ei quod ex g h. Rationale autem eſt quod ex f g. rationale igitur quod ex g h. rationalis igitur eſt g h. Et quoniam b c ad c d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadrarũ numerũ: neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmẽſurabilis igitur eſt f g: ipſi g h longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur f g, g h: rationales ſunt / potentia tantũ commenſurabiles. Apotome igitur eſt f h per 73 decimi. Dico q̃ & tertia. Quoniam enim eſt ſicut e ad b c ſic quod ex a quadratũ ad id quod ex f g quadratum / ſicut autem b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti ſicut e ad c d ſic quod ex a ad id quod ex h g. Sed e ad c d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neq; igitur quod ex a: ad id quod ex g h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmẽſurabilis igitur eſt a ipſi g h longitudine. Neutra igitur ipſarum f g, g h: commenſurabilis eſt longitudine ipſi a expoſitæ rationali. Quo nempe maius eſt quod ex f g eo quod ex g h: eſto id quod ex k. Quoniã igitur eſt ſicut b c ad c d, ſic eſt quod ex f g ad id quod ex g h: conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti eſt ſicut b c ad b d ſic eſt quod ex f g quadratũ ad id quod ex k. At b c: ad b d rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. & quod ex f g igitur: ad id quod ex k rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. cõmẽſurabilis igit̃ eſt f g, ipſi k lõgitudine. Et f g, ipſa g h maius poteſt: eo quod fit ex k. ipſa igitur f g, ipſa g h maius poteſt: eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Et neutra ipſarũ f g, g h:

cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi a expoſitæ rationali. Igitur per tertias diffinitiones f h apotome eſt tertia. Inuẽta igitur eſt tertia apotome. qđ erat agẽdũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 83.

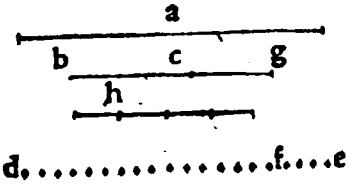


Reſiduum quartum inuenire. 83

CAMPANVS. Hic (ſicut in inuentione reſidui primi) ſit linea b c, cõmunicans lineæ a rationali poſitæ: numerus autem e quadratus/ſit diuiſus in f & g, quorum ſit vterq; non quadratus. ſitq; quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ d e: ſicut e ad f. & ſcies ex diffinitione/lineam d b eſſe reſiduum quartum: ſi eorum quæ in inuentione binomij quarti dicebaris/oblitus non fueris.

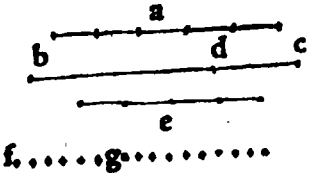
Eucli. ex Zamb. Problema 21. Propoſitio 88.

Inuenire quartam apotomen. 88



THEON ex Zãb. Exponatur rationalis a: & ei longitudine cõmenſurabilis eſto b g. rationalis igitur eſt & b g. Exponanturq; per lẽma ſecũdũ 18 decimi bini numeri d f, f e: vt totus d e ad vtrũq; ipſorũ d f, f e, rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; per correlarium 6 ſicut d e ad e f: ſic quod ex b g quadratũ ad id quod ex g c quadratum. cõmenſurabile igitur eſt per correlariũ 11 decimi quod ex b g: ei quod ex g c. Rationale autẽ eſt id quod ex b g. rationale igitur & quod ex g c. rationalis igitur eſt p 7 diffinitionẽ decimi & g c. Et qm̃ d e ad e f rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c rationem habet/quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi/b g: ipſi g c lõgitudine. Et vtræq; rationales ſunt. Ipſæ igitur b g, g c, rõnales ſũt potentia tantũ commenſurabiles. Apotome igitur eſt b c. Dico q; & quarta. Quo nẽpe maius eſt quod ex b g, eo quod ex g c: eſto per lemma 13 decimi quod ex h. Quoniã igitur eſt ſicut d e ad e f ſic eſt qđ ex b g ad id quod ex g c: & conuertẽdo igitur per correlariũ 18 quinti ſicut e d ad d f, ſic quod ex g b ad id quod ex h. Sed e d ad d f, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. neq; igitur quod ex g b: ad id quod ex h rationẽ habet quã quadratus ad quadratũ numerum. Incommẽſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g ipſi h lõgitudine. & g b, ipſa g c maius poteſt: eo quod fit ex h. ipſa igitur b g, ipſa g c maius poteſt: eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili. eſtq; tota b g: cõmenſurabilis longitudine ipſi a rationali expoſitę. Ipſa igitur b c per tertias diffinitiones apotome eſt quarta. Inuenta igitur eſt quarta apotome. quod faciundum erat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 84.

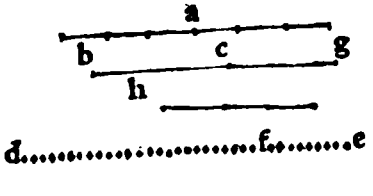


Reſiduum quintum demonſtrare. 84

CAMPANVS. Cum reſiduum quintũ inuenire libuerit: erit linea c d cõmunicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine/ſicut erat in inquiſitione ſecundi. & erit quadratus numerus e, diuiſus in f & e: quorũ neuter quadratus ſicut in præmiſſa. & erit quadratum lineæ c d ad quadratum b c: ſicut f ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet (habita ſufficienti notitia binomij quinti) lineã d b eſſe reſiduũ quintũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 89.

Inuenire quintam apotomen. 89



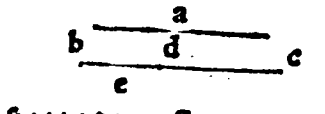
THEON ex Zamb. Exponatur rationalis a: & ipſi a longitudine cõmenſurabilis eſto c g. rõnalis igit eſt c g. Exponanturq; per ſecundũ lemma 28 decimi/ bini numeri d f, f e: vt d e ad vtrũq; ipſorum d f, f e, rationem rurſus nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Fiatq; per correlariũ 6 decimi ſicut f e ad e d: ſic quod ex g c ad id quod ex g b. cõmẽſurabile per 11 decimi igitur eſt quod ex c g: et quod ex b g. Rationale autẽ eſt quod ex c g. rationale igitur & quod ex g b. rationalis igitur eſt b g. Et quoniã eſt ſicut d e ad e f ſic eſt quod ex b g ad id qđ ex g c, at d e ad e f rationẽ nõ habet quã numerus quadratus ad quadratũ nũerũ: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g: ipſi g c longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. Ipſæ

igitur b g,g c,rationales ſunt:potẽtia tm̃ cõmenſurabiles.Igit̃ b c:apotome eſt per 7 decimi.Dico q; & qnta.Quo nãq; maius eſt id qđ ex b g eo quod ex g c: eſto id quod ex h.Quoniã igit̃ eſt ſicut quod ex b g ad id quod ex g c ſic eſt d e ad e f:conuertendo igitur per correlariũ 18 quinti eſt ſicut e d ad d f, ſic quod ex b g ad id quod ex h.At e d:ad d f rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.neq; igitur quod ex b g:ad id quod ex h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g:ipſi h longitudine.Ipſaq; g b,ipſa g c maius poteſt:eo quod ex h.Ipſa igitur g b,ipſa g c maius poteſt:eo quod fit ex ſibi longitudine *incõmenſurabili.& congruens eſt c g: longitudine cõmenſurabilis ipſi a expoſitæ rationali.*Ipſa igit̃ b c:apotome eſt quinta.Inuẽta igitur eſt apotome quinti.Quod oſtendendum fuerat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 85.

85 REſiduum ſextum demum præſto ſit reperire.

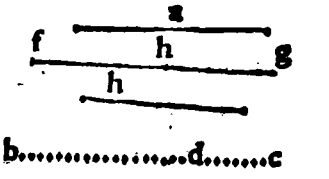
¶CAMPANVS. ¶Reſiduum ſextum ſic reperitur. Erit vt prius linea a *rationalis poſita:*& c *numerus quadratus diuiſus in* f& g *non quadratos.*et erit h numerus primus.Et quadratũ lineæ a ad quadratum lineę b c:ſicut h ad e. at vero quadratũ b c ad quadratum c d:vt e ad f.eritq; ex diffinitione linea d b:reſiduum ſextũ.Cui ſi non plane animus tuus aſſenſerit:exerceri te conuenit in inuentione binomij ſexti.



Eucli.ex Zamb. Problema 23. Propoſitio 90.

90 ¶Inuenire ſextam apotomen.

¶THEON ex Zamberto. ¶Exponatur rationalis a:& tres numeri e,b c,c d, rationem non habentes adinuicẽ quã quadratus numerus ad quadratum.Inſuperq; & b c:ad b d rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.Fiatq; per correlariũ 6 decimi ſicut e ad b c:ſic quod ex a ad id quod ex f g.ſicut autẽ b c ad c d:ſic quod ex f g ad id quod ex g h.Quoniam igitur eſt ſicut e ad b c ſic eſt quod ex a ad id quod ex f g:cõmenſurabile igitur eſt per 6 decimi quod ex a ei quod ex f g.rationale autem quod ex a.rationale igitur eſt & id quod ex f g.rationalis igitur eſt & f g. Et quoniã e ad b c rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum:neq; igitur quod ex a ad id quod ex f g rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum.Incommenſurabilis igitur eſt per 9 decimi a ipſi f g longitudine. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h: cõmenſurabile *igitur eſt igitur eſt per 6 decimi quod ex f g:* ei quod ex g h.*rationale autẽ eſt* quod ex f g.rationale igitur eſt:& quod ex g h.rationalis igitur & g h.Et quoniam b c ad c d rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum:neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum.incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi f g ipſi g h longitudine.Et vtræq; rationales.Ipſæ igit̃ f g,g h,rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles.Igitur f h apotome eſt.Dico iam q; & ſexta. Quoniam enim eſt ſicut e ad b c ſic quod ex a ad id quod ex f g, ſicutq; b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h:ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut e ad c d ſic qđ ex a ad id qđ ex g h.At e ad c d rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.Neq; igit̃ qđ ex a:ad id qđ ex h g rõnẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.Incõmẽſurabilis igit̃ eſt p 9 decimi a:ipſi g h longitudine.& neutra ipſarũ f g,g h:cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi a expoſitæ rationali.Quo nempe maius eſt quod ex f g eo quod ex g h:eſto quod ex k.Quoniam enim eſt ſicut b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h: conuertendo igitur p correlariũ 18 quinti eſt ſicut c b ad d c,ſic eſt qđ ex f g ad id quod ex k.At c b:ad b d rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.neq; igitur quod ex f g:ad id quod ex k rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum.Incõmenſurabilis igitur eſt f g ipſi k longitudine.Et f g,ipſa g h maius poteſt:eo quod fit ex k.Igitur f g,ipſa g h maius poteſt:eo quod fit eſt ſibi longitudine incõmenſurabili.& vtraq; ipſarum f g,g h: incommenſurabilis eſt longitudine ipſi a expoſitę rationali.Ipſa igitur f h:apotome eſt ſexta.Inuenta igitur eſt apotome ſexta f h, quod erat agendum.



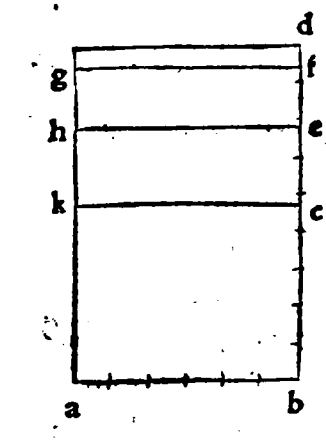


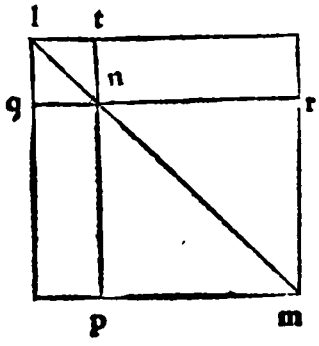
¶Sit prædictarum ſex apotomarum inuentionis oſtenſio conciſior. Deturq; vt inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima a c: cuius maius nomen ſit a b. & ab ipſa quidē a b: auferatur ipſi quidē b cæqualis b d. Ipſæ igitur a b, b c, hoc eſt a b, b d: rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. et a b, ipſa b c hoc eſt ipſa b d, maius poteſt: eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili. & a b cōmenſurabilis eſt expoſitæ rationali longitudine. Igitur a d prima eſt apotome. ¶Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus: eas quæ ex binis nominibus in numeros exponentes.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 86.

SI fuerit ſuperficies linea rationali atq; reſiduo primo cōtenta: latus eius tetragonicum neceſſe eſt eſſe reſiduum. 86

¶CAMPANVS. ¶Sit ſuperficies a c: contenta linea rationali a b, & reſiduo primo b c. dico latus tetragonicum ſuperficiei a c: eſſe reſiduum. Adiungatur enī ad lineā b c, linea c d: ſitq; illa cuius detractione b c fuit reſiduum primum. Eritq; ex diffintione/b d rationalis ex longitudine: & c d in potentia tantū. b d quoq; erit potentior d c: in quadrato lineæ ſecum cōmunicātis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e. & tota b d diuidatur ea conditione in f: q; inter b f & f d ſit e d medio loco proportionalis. eritq; ex ſecunda parte 13/b f cōmunicans in longitudine f d. per 9 igitur vtraq; earum cōmunicat cum tota linea b d. quare per diffinitionē ambæ ſunt rationales in lōgitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, equidiſtantes a b. eritq; per 15 vtraq; duarum ſuperficierum a f & g d rationalis. Sit quadratū ergo l m: æquale ſuperficiei a f. eritq; rationale: & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratum protracta diagonali linea l m, deſcribatur quadratū l n: æquale ſuperficiei g d. eritq; ipſum rationale: & eius latus rationale in potentia. protrahantur autem duæ lineæ m p, q n, æquidiſtanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratum p r eſſe æquale ſuperficiei a c: & eius latus quod eſt n p eſt reſiduum. Cum enim linea d e ſit ex hypotheſi medio loco proportionalis inter b f & f d: erit ex prima ſexti ſuperficies h d medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a f & g d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cūq; ex prima ſexti ſit ſuperficies l p medio loco proportionalis inter eadē duo quadrata: erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratū l n eſt æquale g d: erit t r æquale g e. totus itaq; gnomo circūſcriptus quadrato m n: eſt æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f: relinquitur m n æquale a c. Q; autem n p latus quadrati m n ſit reſiduum: ſic collige. Eſt enim vtraq; duarum p t & t n rationalis in potentia: eo q; vtrunq; quadratum l m & n l eſt rationale. vnaq; earū eſt incōmenſurabilis alij per primam ſexti & 10 huius: eo q; quadratum l m eſt incōmenſurabile l r ſuperficiei/ſicut ſuperficies a f ſuperficiei h d. De quibus manifeſtum eſt q; ipſæ ſunt incōmenſurabiles. eſt enim per primam ſexti vna earum ad alteram: ſicut linea b f quæ eſt rationalis in lōgitudine ad lineam d e quæ eſt rationalis in potentia tantum. ex 68 igitur linea p n quæ poteſt in ſuperficiem a c: eſt reſiduum. Et hoc eſt quod intendimus.

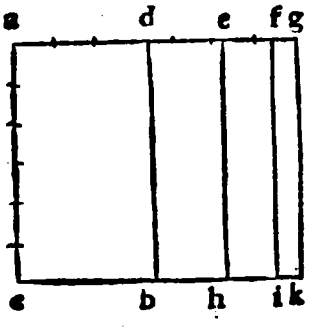




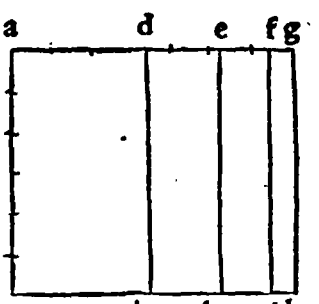
Eucli. ex Zamb. Theorema 67. Propoſitio 91.

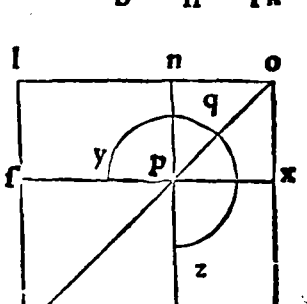
¶Si areola compræhendatur ſub rationali & apotomæ prima: quæ areolam poteſt apotome eſt. 91

¶THEON ex Zāb. ¶Compræhendatur etenim areola a b: ſub rationali a c, & apotomæ prima a d. Dico q; ipſam a b areolam potens: apotome eſt. Quoniam apotome eſt a d: eſto eidem congruens per 79 decimi d g. Ipſæ igitur a g, d g: rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. & tota a g: per tertias diffinitiones cōmēſurabilis eſt ipſi a c expoſitæ rationali: & a g, ipſa g d per 73 decimi maius poteſt eo quod fit ex ſibi lōgitudine cōmenſurabili. Si igitur per 28 ſexti quartæ parti eius quod ex d g æquū ad ipſam a g cōparetur deficiens ſpecie a quadrato: in cōmēſurabilia ipſā p 17 decimi diuiſerit. Seceť per 10 primi d g bifariam in e. & ei quod ex e g æquum ad ipſam a g cōparetur per 28 ſexti: deficiēs ſpecie a quadrato. ſitq; quod ſub a f, f g. cōmenſurabilis igitur eſt a f ipſi f g. Et per e, f, ſigna: per 31 primi ipſi a c paralleli excitentur e h, f i. Et



quoniam cõmenſurabilis eſt a g ipſi f g longitudine: & a g igitur vtriq; ipſarũ a f, f g, cõmenſurabilis eſt longitudine. Sed a g cõmenſurabilis eſt ipſi a c. & vtraq; igitur ipſarũ a f, f g: cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi a c. & rationalis eſt a c. rationalis igitur eſt & vtraq; ipſarum a f, f g. quare & vtrunq; ipſorum a i, f k, rationale eſt. Et quoniã cõmenſurabilis eſt d e ipſi e g (æquales namq;) quæ vero æqualia cõmenſurabilia ſunt lõgitudine: & d g igitur vtriq; ipſarum d e, e g, longitudine cõmenſurabilis eſt. Rationalis autẽ eſt d g: et ipſi a c longitudine incõmenſurabilis. rationalis igitur eſt & vtraq; ipſarũ d e, e g: & ipſi a c lõgitudine incõmenſurabilis. vtrunq; igitur ipſorum d h, e k: medium eſt. Apponatur iam/ipſi quidem a i æquum quadratum l m: ipſi autem f k æquum auferatur communem ipſi l m angulũ habẽs eũ qui ſub l o, o m, ſitq; n x. circa eundem igitur dimetientem ſunt per 26 ſexti: ipſa l m, n x, quadrata. ſit eorum dimetiẽs o r: ac deſcribatur figura. Quoniam certe rectangulum cõpræhenſum ſub a f, f g, æquũ eſt ei quod ex g e quadrato: eſt igitur per 17 ſexti ſicut a f ad e g, ſic e g ad f g. Sed ſicut quidem a f ad e g, ſic per primam ſexti ai ad e k: ſicut autem e g ad f g, ſic eſt e k ad k f. Ipſorum igitur a i, k f: mediũ proportionale eſt e k. eſt autem ipſorum l m, n x, mediũ proportionale n m: ſicut in præcedentibus patuit per lemma 53 decimi. & a i, ipſi quidem l m quadrato æquũ eſt: at k f, ipſi n x. & e k igitur: ipſi m n eſt æquale. Sed e k: per 36 primi ipſi d h eſt æquale. & m n: ipſi l x. Igitur d k: æquum eſt ipſi y q z gnomoni, & ipſi n x. Eſt autem & a k: æquũ ipſis l m, n x, quadratis. Reliquum igitur a b: per 43 primi æquum eſt ipſi ſ t, hoc eſt ei quod fit ex l n quadrato. Quod igitur ex l n quadratum: ipſi a b æquum eſt. Ipſa igitur l n: ipſam a b areolam poteſt. Dico q; & l n apotome eſt. Quoniam eni rationalia ſunt a i, f k, & æqualia ſunt ipſis l m, n x: & vtrũq; igitur ipſorũ l m, n x, rationale eſt/hoc eſt quod fit ex vtraq; ipſarum l o, o n. & vtraq; igitur ipſarum l o, o n: rationalis eſt. Rurſus quoniã d h mediũ eſt/& ipſi l x eſt æquale: medium igitur eſt l x. Et quoniam l x medium eſt/& n x rationale: incõmenſurabile igitur eſt l x: ipſi n x. Sicut autem l x ad n x: ſic eſt l o ad o n. Incõmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi l o: ipſi o n longitudine. Et vtreq; rationales. ipſæ igitur l o, o n: rationales ſunt potẽtia tãtum cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt per 73 decimi l n: & ipſam a b areolã poteſt. Quæ igitur ipſam a b areolam poteſt: apotome eſt. Si areola igitur cõprehendatur ſub rationali & apotomæ prima: quæ areolam poteſt apotome eſt. Quod erat oſtendendum.





Eucli. ex Camp. Propoſitio 87

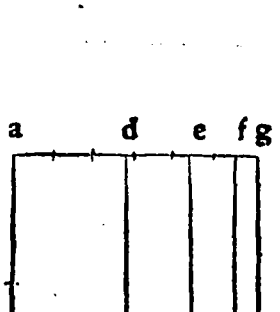
87 SI ſuperficies aliqua linea rationali reſiduoq; ſecundo contineatur: linea in eãdem potens erit reſiduum mediale primum.

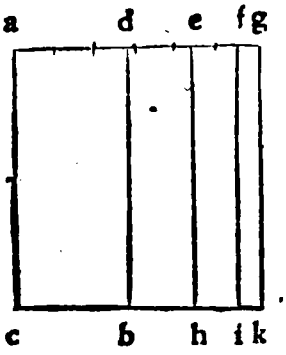
¶CAMPANVS. ¶In hac quoq; argue ſicut in præmiſſa ex diffinitione reſidui ſecundi & ſecunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68. Propoſitio 92.

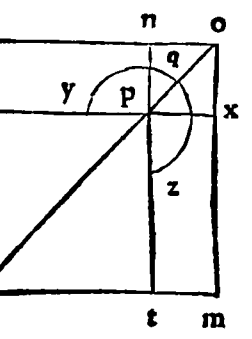
92 ¶Si areola compræhenſa fuerit ſub rationali & apotomæ ſecũda: quæ areolam poteſt mediæ apotome eſt prima.

¶THEON ex Zamberto. ¶ Areola namq; a b: cõpræhendatur ſub rationali a c, & ſecunda apotomæ a d. Dico q; quæ a b areolã poteſt: mediæ apotome eſt prima. Eſto enim per 79 decimi ipſi a d cõgruens d g. Ipſæ igitur a g, g d: rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles per tertias diffinitiones. & ipſa d g congruens: cõmenſurabilis eſt ipſi a c expoſitæ rationali. ipſa vero a g tota/ipſa congruente g d maius poteſt: eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Si autẽ quartæ parti eius quod fit ex g d æquum ad ipſam a g cõparetur per 28 ſexti ſpecie deficiens a quadrato: ipſam dirimet in cõmenſurabilia per 17 decimi. Secetur per 10 primi nempe d g bifariam in e: & ei quod ex e g æquum ad ipſam a g comparetur ſpecie deficiens a quadrato/ſitq; quod ſub a f, f g. cõmenſurabilis igitur eſt a f: ipſi f g longitudine. Et per ipſa e, f, g, ſigna: per 31 primi ipſi a c paralleli excitentur e h, f i, g k. Et quoniam per 15 decimi a f ipſi f g longitudine cõmenſurabilis eſt: & a g igitur vtriq; ipſarum a f, f g, longitudine





cõmenſurabilis eſt. Rationalis autẽ eſt a g: & ipſi a c longitudine incommenſurabilis. & vtraq; igitur ipſarũ a f, f g, rationalis eſt: & ipſi a c longitudine incõmenſurabilis. vtrũq; igitur ipſorũ a i, f k: medium eſt. Rurſus quoniã cõmenſurabilis eſt d e ipſi e g: & d g igitur per 6 decimi & per 15 decimi vtriq; ipſarum d e, e g, cõmenſurabilis eſt. Sed d g: ipſi a c longitudine commenſurabilis eſt. Rationalis igitur eſt vtraq; ipſarum d e, e g: & ipſi a c longitudine cõmenſurabilis. igitur & vtrũq; ipſorum d h, e k: per 19 decimi rationale eſt. Conſtituatur ergo per 14. ſecundi ipſi quidem a i æquum quadratum l m: ipſi autem f k æquum auferatur n x, circa eundem exiſtens angulum ipſi l m qui ſub l o m. Circa eundem igitur dimetientem ſunt ipſa l m, n x, quadrata. Eſto per 26 ſexti ipſorum dimetiens o r: & deſcribatur figura. Quoniam nempe ipſa a i, f k, media ſunt/ & adinuicem cõmenſurabilia/ & eis quæ ex l o, o n, ſunt æqualia: & quæ igitur ex l o, o n, media ſunt. & ipſæ l o, o n, igitur: medię ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Et quoniam quod ſub a f, f g, æquum eſt ei quod ex e g: eſt igitur ſicut a f ad e g: ſic e g ad f g. Sed ſicut quidem a f ad e g: ſic a i ad e k. ſicut autem e g ad f g: ſic e k ad f k. Ipſorum igitur a i, f k: medium proportionale eſt e k. Sed ipſorum l m, n x, quadratorum: medium proportionale eſt per lemma 53 decimi m n. & a i quidem æquum eſt ipſi l m: & f k ipſi n x. Igitur m n: ipſi e k æquum eſt. Sed ipſi quidem e k, æquum eſt d h: at m n, ipſi l x per 36 primi eſt æquale. Totum igitur d k: æquum eſt ipſi y q z gnomoni & ipſi n x. Quoniam ergo totum a k æquum eſt ipſis l m, n x, quorum d k æquum eſt ipſi y q z gnomoni & ipſi n x: reliquũ igitur a b ipſi t f eſt æquale. Atqui ſ: ei quod ex l n. quod igitur ex l n: ipſi a b areolæ æquum eſt. ipſam igitur a b areolam: ipſa l n poteſt. Dico q; l n mediæ apotome eſt prima. Quoniã enim e k rationale eſt/ & ipſi n m æquale hoc eſt ipſi l x: rationale igitur eſt l x, hoc eſt ei quod ſub l o, o n, per conſtructionem. Oſtenſum autem eſt: q; n x medium eſt. Igitur l x: ipſi n x eſt incõmenſurabile. Sicut autem l x ad n x: ſic l o ad o n. Ipſæ igitur l o, o n, longitudine ſunt incõmenſurabiles. Ipſæ igitur l o, o n, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles/ rationale comprehendentes. Ipſa igitur l n: medię apotome eſt prima per 74. decimi. Et ipſam a b poteſt areolã. Igitur quæ ipſam a b areolã poteſt: medię apotome eſt prima. Si areola igitur comprehenſa fuerit: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendũ.



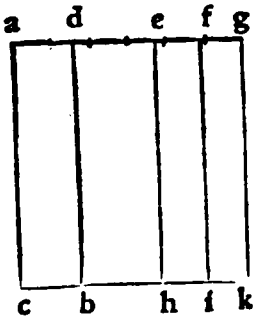
Eucli. ex Camp. Propoſitio 88

SI línea rationali reſiduoq; tertio ſuperficies continetur: erit línea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum. 88

¶ CAMPANVS. ¶ Priori demonſtrationi inſiſte: & facile concludes propoſitum ex diffinitione reſidui tertij & ſecunda parte 13 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69. Propoſitio 93.

¶ Si areola comprehendatur ſub rationali & apotomę tertia: quæ areolam poteſt mediæ apotome eſt ſecunda. 93



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Areola enim a b: comprehendatur ſub rationali a c, & apotomę tertia a d. Dico q; quæ ipſam a b areolam poteſt: mediæ apotome eſt ſecunda. Eſto inq; per 79 decimi ipſi a d congruens d g. ipſæ igitur a g, g d, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. & neutra ipſarum a g, g d: ipſi a c expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt lõgitudine. At per 87 decimi tota a g, ipſa d g congruẽte maius poteſt: eo quod ſit ex ſibi cõmenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod fit ex d g æquum ad ipſam a g apponatur ſpecie deficiens a quadrato: in incommenſurabilia per 18 decimi ipſam diuiſerit. ſecetur per 10 primi nempe d g bifariam in e. & per 18 ſexti ei quod ex e g æquũ ad ipſam a g cõparetur ſpecie deficiens a quadrato: ſitq; quod ſub a f, f g. Excitẽturq; per 31 primi per e, f, g, ſigna: ipſi a c paralleli e h, f i, g k. cõmenſurabiles igitur ſunt a f, f g. cõmenſurabile igitur eſt & a i ipſi f k. Et quoniam a f, f g, commenſurabiles ſunt longitudine: & a g igitur per parabolem vtriq; ipſarum a f, f g, cõmenſurabilis eſt lõgitudine. Rõnalis autẽ eſt a g: & ipſi a c lõgitudine incõmẽſurabilis. & vtraq; igitur ipſarũ a f, f g, rationalis eſt: & ipſi a c

longitudine incommenſurabilis. & vtrũq; igitur ipſorum a i, f k: per 21 decimi medium eſt. Rurſus quoniam cõmenſurabilis eſt d e ipſi e g lõgitudine: & d g igitur vtriq; ipſarum d e, e g, longitudine cõmẽſurabilis eſt per 16 decimi. Rationalis autẽ eſt g d: & ipſi a c lõgitudine incõmẽſurabilis. rationalis igitur eſt & vtraq; ipſarum d e, e g: & ipſi a c longitudine incommenſurabilis. Vtrumq; igitur ipſorum d h, e k: per 21 decimi medium eſt. Et quoniam a g, g d, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles: incõmenſurabilis igitur eſt longitudine a g ipſi g d. Sed a g, ipſi quidẽ a f lõgitudine cõmenſurabilis eſt: & d g, ipſi e g. incõmenſurabilis igitur eſt a f ipſi e g lõgitudine. Sicut autẽ a f ad e g: ſic a i ad e k. incõmẽſurabile igitur eſt a i: ipſi e k. Cõſtituatur igitur per 14. ſecundi, ipſi quidẽ a i æquum quadratũ l m: ipſi autẽ f k æquum auferatur n x, circa eundem exiſtens angulũ cũ m l. Circa igitur eunde dimetientẽ: ſunt l m & n x. eſto per 26 ſexti ipſorum dimetiens o r: deſcribaturq; figura. Quoniam igitur quod ſub a f, f g, æquum eſt ei quod ex e g: eſt igitur per 17 ſexti ſicut a f ad e g, ſic e g ad f g. Sed ſicut quidem a f ad e g: ſic eſt a i ad e k: ſicut autem e g ad f g, ſic eſt e k ad f k. & ſicut igitur a i ad e k: ita e k ad f k. Ipſorum igitur a i, f k, medium proportionale eſt e k, eſt autẽ per lẽma 53 decimi ipſorũ l m, n x, quadratorũ: mediũ ꝓportionale m n. & a i, æquũ eſt ipſi l m: & f k, ipſi n x. Et e k igitur: æquũ eſt ipſi m n. Sed m n, ipſi l x eſt æquale: & e k, ipſi d h æquũ eſt ꝑ 26 primi. & totũ igit d k: æquũ eſt ipſi y q z gnomoni & ipſi n x. Eſt aũt & a k: æquũ ipſis l m, n x. reliquum igitur a b: æquum eſt ipſi ſ t, hoc eſt ei quod ex l n quadrato. Igitur ipſa l n: ipſam a b areolam poteſt. Dico iam ꝙ l n mediæ apotome eſt ſecunda. Quoniam enim oſtenſum eſt ꝙ a i, f k, media ſunt & æqualia eis quæ ex l o, o n: medium igitur eſt per correlariũ 23 decimi & vtrũq; ipſorum quæ ex l o, o n. media igitur eſt vtraq; ipſarum l o, o n. Et quoniam a i ipſi f k cõmenſurabile eſt: igitur quod ex l o, ei quod ex o n cõmenſurabile eſt. Rurſus quoniam oſtenſum eſt ꝙ a i ipſi e k incõmenſurabile eſt: incõmenſurabile igitur eſt l m ipſi m n, hoc eſt quod ex l o, ei quod ſub l o, o n. quare & l o: incõmenſurabilis eſt longitudine ipſi o n. Ipſæ igitur l o, o n: mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Dico iam ꝙ & medium compræhendunt. Quoniam patuit ꝙ e k medium eſt/ & ei eſt æquale quod ſub l o, o n: medium igitur per correlarium 23 decimi eſt & quod ſub l o, o n. Quare ipſæ l o, o n, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles medium comprẽhendentes. Ipſa igitur l n mediæ apotome eſt ſecunda per 75 decimi: & ipſam poteſt a b. Quæ igitur ipſam a b areolam poteſt: mediæ apotome eſt ſecũda. Quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 89.

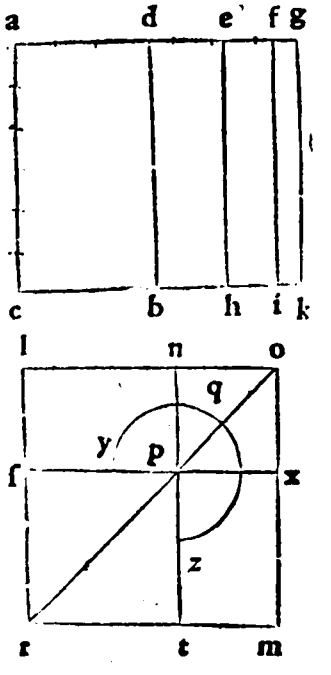
89 SI fuerit ſuperficies linea rationali reſiduoq; quarto contenta: linea ſuper eam potens erit linea minor.

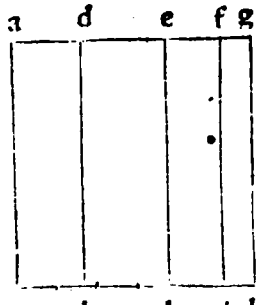
¶ CAMPANVS. ¶ In hac quoq; nõ aliter procedas q̃ prius. facile erit ibi propoſitum concludere: ſi præmiſſam nõ deſpicis/ ex diffinitione reſidui quarti & ſecũda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71. & ſic patebit ꝓpoſitũ.

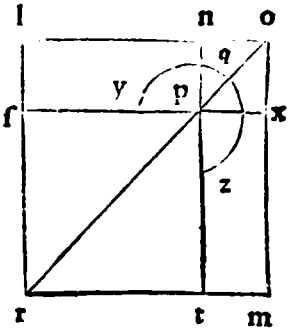
Eucli. ex Zamb. Theorema 70. Propoſitio 94.

94 ¶ Si areola compræhendatur ſub rationali & quarta apotomę: quæ areolam poteſt minor eſt.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Areola nãq; a b: cõpræhendat ſub rõnali a c, & quarta apotomę a d. Dico ꝙ q̃ a b areolã põt: minor eſt. Sit enim per 80 decimi ipſi a d cõgruẽs d g. ipſę igit a g, g d: rationales ſũt potẽtia tm̃ cõmẽſurabiles. & a g: ipſi a c expoſitę rationali lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. & tota a g: ipſa d g cõgruẽte maius poteſt eo quod fit ex ſibi lõgitudine incõmenſurabili. Q m̃ igit p 51 decimi a g ipſa g d maius poteſt eo qđ fit ex ſibi lõgitudine incõmẽſurabili: ſi igit quartę parti eius qđ ex d g æquũ ad ipſam a g cõparet per 28 ſexti ſpecie deficiẽs a quadrato/ in incõmẽſurabilia per 18 decimi ipſã diuiſerit. Secet ꝑ 10 primi igit d g bifariã in e: & ei qđ ex e g p 28 ſexti æquũ ad ipſam a g cõparetur ſpecie deficiẽs a quadrato/ ſitq; quod ſub a f, f g. Incõmẽſurabilis igit eſt lõgitudine a f: ipſi f g. Excitentur igitur per 31 primi per e, f, g, ſigna/ paralleli ipſis a c, b d: ſintq; e h, f i, g k. Quoniã igitur rationalis eſt a g, & ipſi a c lõgitu







dine commenſurabilis:rationale igitur eſt totum a k.Rurſus quoniam commẽ-ſurabilis eſt d g ipſi a c longitudine/& vtræq; ſunt rationales:medium igitur eſt d k per 21 decimi.Rurſus quoniam incõmenſurabilis eſt a f ipſi f g longitudine:incommenſurabile igitur eſt per 9 decimi & a i ipſi f k.Conſtituatur igitur per 14 ſecundi ipſi quidem a i æquum quadratũ l m:ipſi autem f k æquum auferatur n x.Ad eundem igitur ſunt angulum qui ſub l,o,m:ipſa l m & n x. circa igitur eundem dimetiẽtem ſunt per 26 ſexti:ipſa l m,n x,quadrata. Sit ipſorum dimetiẽs o r:deſcribaturq; figura.Quoniam igitur quod ſub a f,f g, æquũ eſt ei quod ex e g:proportionale igitur eſt per decimãſeptimã ſexti ſicut a f ad e g,ſic e g ad f g. Sed ſicut quidem a f ad e g:ſic a i ad e k.ſicut autem per primam ſexti e f ad f g:ſic e k ad f k.Ipſorum igitur a i,f k,medium proportionale eſt e k.Ipſorum autem l m,n x,quadratorũ per lẽma 53 decimi medium proportionale eſt n m.& a i æquũ eſt ipſi l m:& f k ipſi n x.& e k igit̃: ipſi m n eſt æquale.Sed ipſi quidẽ e k,æquũ eſt d h:ipſi autẽ m n,æquũ eſt l x.Totũ igit̃ d k:æquũ eſt ipſi y q z gnomoni/& ipſi n x. Quoniã igit̃ a k totũ æquũ eſt ipſis l m,n x,quadratis/quorũ d k æquũ eſt ipſi y q z gnomoni & ipſi n x quadrato:reliquũ igit̃ a b per ſecũdã cõmunẽ ſentẽtiã æquũ eſt ipſi f t hoc eſt ei qđ fit ex l n quadrato. Igit̃ l n:ipſam a b areolã poteſt.Dico q; l n irrationalis eſt:appellata minor.Qm̃ eni a k rationale eſt/& eis eſt æquale quæ ex l o,o n,ſunt quadratis:conflatum igitur ex iis quæ ex l o,o n,rationale eſt per diffinitionem.Rurſus quoniã d k medium eſt/& d k æquũ eſt ei quod bis ſub l o,o n:quod igitur bis ſub l o,o n,medium eſt.Et quoniã patuit q; a i ipſi f k eſt incommenſurabile:incommenſurabile igitur eſt per 11 decimi quadratum quod ex l o,ei quod ex o n quadrato.Ipſæ igitur l o,o n:per 76 decimi potẽ-tia ſunt incommẽſurabiles/efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale/quod vero bis ſub ipſis medium.Ipſa igitur l n,irrationalis eſt appellata minor:& ipſam areolam a b poteſt.Quę igitur ipſam a b areolam poteſt: minor eſt.Quod erat oſtendendum.

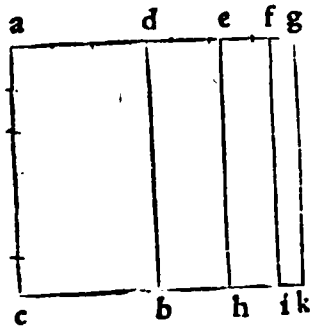
Eucli.ex Camp. Propoſitio 90.

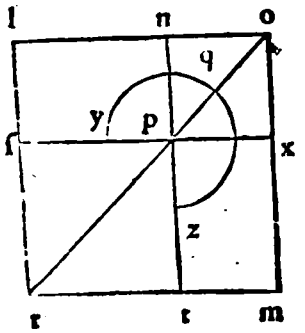
SI fuerit linea rationali reſiduoq; quinto ſuperficies cõtẽta: latus eius tetragonicũ/erit cũ rõnali cõponẽs mediale. 90

¶CAMPANVS. ¶Nitere p̃miſſa argumẽtatione ex diffinitione reſidui quinti & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72:quod propoſitum eſt concludere.

Eucli.ex Zamb. Theorema 71. Propoſitio 95.

¶Si areola compræhendatur ſub rationali & quinta apotomæ: quæ areolam poteſt/eſt quæ cum rationali medium totum conficit: 95





¶THEON ex Zamberto. ¶Areola etenim a b:compræhendatur ſub rationali a c,& quinta apotomæ a d.Dico q; quæ ipſam areolam a b poteſt:eſt quę cũ rationali medium totum conficit.Sit namq; per 79 decimi ipſi a d congruens d g.ipſæ igitur a g,g d,per 80 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles.& congruens g d.commenſurabilis eſt longitudine ipſi a c expoſitæ rationali.Sed tota a g:congruente d g maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili.Si igit̃ per 28 ſexti quartæ parti eius quod ex d g,æquũ ad ipſam a g p 17 decimi cõparetur deficiẽs ſpecie a quadrato:in incõmenſurabilia ipſam diuidet.Secetur igitur per decimam primi d g bifariam in e ſigno:& ei quod ex e g per 28 decimi æquum ad a g comparetur ſpecie deficiens a quadrato/ſitq; quod ſub a f,f g. Incommenſurabilis igitur eſt per 9 & 34 decimi a f:ipſi f g longitudine. Excitenturq; per 31 primi per e,f,g,ſigna ipſi a c paralleli e h,f i,g k.Et quoniam a g ipſi a c longitudine eſt incommẽſurabilis/& vtræq; ſunt rationales:mediũ igit̃ eſt a k.Rurſus qm̃ d g eſt rationalis/& ipſi a c lõgitudine cõmenſurabilis:rationale igit̃ eſt d k. Cõſtituat igitur per 14 ſecundi ipſi quidẽ a i æquũ quadratũ l m:ipſi autẽ f k æquũ quadratũ auferat̃ n x.Ad eũdẽ angulũ qui ſub l,o,m:ſũt ipſa l m et n x.ad eãdẽ igitur diametrũ:ſũt l m,n x quadrata.Sit p 26 ſexti ipſorũ dimetiẽs o r:deſcriba-turq; figura.Similiter iã oſtẽdemus:q; l n põt ipſã a b areolã.dico q; ipſa l n:eſt

quæ cum rationali mediũ totũ conficit. Quoniã enim oſtenſum ℘ a k medium eſt/& eis ſunt æqua quæ ex l o,o n: conflatũ igitur quæ ex l o,o n, mediũ eſt. per correlariũ 23 decimi. Rurſus qm̃ d k rationale eſt/& ei eſt æquũ qđ bis ſub l o,o n: & quod bis igitur ſub l o,o n, rationale eſt. Et quoniam incommenſurabile eſt a i ipſi f k: incommenſurabile igitur eſt quod ex l o, ei quod ex o n. Ipſæ igitur l o,o n: potentia ſunt incommenſurabiles/efficientes conflatum ex ipſarum quadratis mediũ/quod autem bis ſub ipſis rationale. reliqua igitur l n per 77 decimi irrationalis eſt: appellata cum rationali mediũ totum efficiens. Et ipſam a b areolam poteſt. quæ igitur ipſam a b areolam poteſt: eſt quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 91.

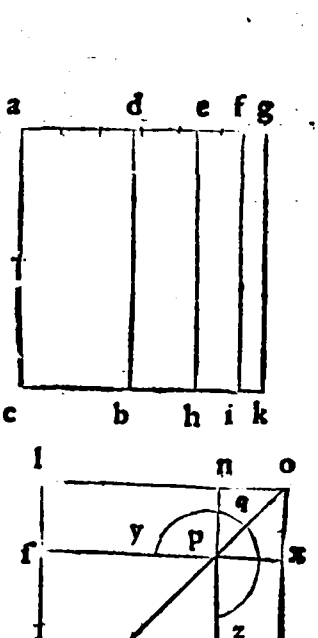
91 ¶Si linea rationali reſiduoq; ſexto ſuperficies contineatur: latus tetragonicum quod ſuper eam poteſt/cum mediali conſtituens totum mediale eſſe comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶Nunc quoq; vltimo quod per hanc dicitur: prꝫmiſſo modo ſatage concludere ex diffiniti ne reſidui ſexti & ſecunda parte 14 & 98 & 19 & 73. In his autem omnibus proceſſum tuum nihil offendere poterit: ſi primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris/ & quid quoq; ſupponet ſollerter attenderis. Q2 ſi forſan de aliquo in quadrato l m te dubitare contigerit: ad ſuũ æquale in ſuperficie a d tibi recurrẽdũ erit/& patebunt tuo ingenio.

Eucli. ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 96.

96 ¶Si areola compræhendatur ſub rationali & apotomę ſexta: quæ areolam poteſt/eſt quæ cum medio medium totum efficit.

¶THEON ex Zãb. ¶Areola namq; a b: compræhendatur ſub rationali a c & apotomæ ſexta a d. Dico ℘ quę a b areolam poteſt: eſt quę cum medio mediũ totum efficit. Eſto enim per 79 decimi ipſi a d cõgruens d g. ipſæ igitur a g, g d, per 90 decimi rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Et neutra ipſarum a g, g d, per tertias diffinitiones commenſurabilis eſt ipſi a c expoſitæ rationali longitudine: & tota a g ipſa d g congruente maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine incommenſurabili. Qm̃ igitur a g ipſa g d maius poteſt eo qđ fit ex ſibi lõgitudine ĩcõmẽſurabili: ſi igitur per 28 ſexti quartę parti eius quod ex d g æquũ ad ipſam a g cõparetur ſpecie deficiẽs a quadrato/in incõmẽſurabilia ipſam p 17 decimi diuidet. Secetur igit̃ p 10 primi a g bifariã in ſigno e: & ei quod ex e g per 28 ſexti æquũ ad ipſam a g cõpare ſpecie deficiens a quadrato/ſitq; quod ſub a f, f g. Incõmenſurabilis igitur eſt per 18 decimi a f: ipſi ipſi f g longitudine. Sicut autem per primam ſexti a f ad f g: ſic a i ad f k, incommenſurabile igitur eſt per 9 decimi a i ipſi f k. Et quoniam ipſę a g, a c, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles: medium eſt a k. Et quoniam ipſæ a c, d g, rationales ſunt longitudine incommenſurabiles: mediũ eſt. & d k per 21 decimi. Quoniam igitur ipſæ a g, g d, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles: igitur a g ipſi d g longitudine eſt incommenſurabilis. Sicut autem a g ad g d: ſic eſt a k ad d k. incommenſurabile igitur eſt a k: ipſi k d. Conſtituatur igitur per 14 ſecundi ipſi a i, æquum quadratũ l m: ipſi autem f k, æquum auferatur n x. circa eundem dimetiẽtem igitur: per 26 ſexti ſunt ipſa l m, n x, quadrata. eſto ipſorũ dimetiẽs o r: deſcribaturq; figura. Similiter iã ex præcedentibus oſtendemus: ℘ l n poteſt ipſam a b areolam. Dico ℘ ipſa l n eſt quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam namq; patuit ℘ a k medium eſt/& eis eſt æquale quæ ex l o,o n: conflatum igitur ex ijs quæ ex l o,o n, medium eſt per correlarium 23 decimi. Rurſus quoniam patuit ℘ d k mediũ eſt/& ei æquale quod bis ſub l o,o n: & quod igitur bis ſub l o,o n, mediũ eſt. Et quoniam patuit ℘ a k ipſi d k eſt incommenſurabile: incommenſurabilia igitur ſunt & quæ ex l o,o n, fiunt quadrata ei quod bis ſub l o,o n. Et quoniam a i ipſi f k eſt incommenſurabile: incommenſurabile eſt igitur & quod ex l o ei quod ex o n. Ipſæ l o,o n, igitur per 78 decimi potentia ſunt incommenſurabiles/ efficientes conflatum ex ipſarum quadratis medium/& quod bis ſub ipſis medium/inſuper quæ ex ipſis quadrata incommenſurabilia



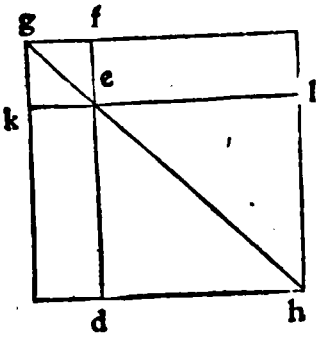
z, iſ.

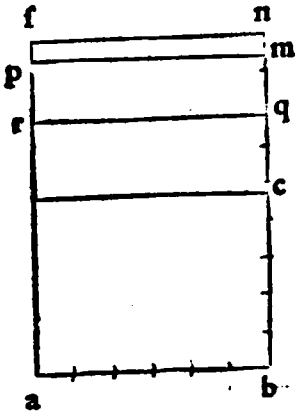
ei quod bis ſub ipſis. Ipſa igitur l o irrationalis eſt: appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 92.

SI ad lineam rationalem ſuperficies æqualis quadrato reſidui applicetur: alterum latus reſiduum primum eſſe neceſſe eſt. 92

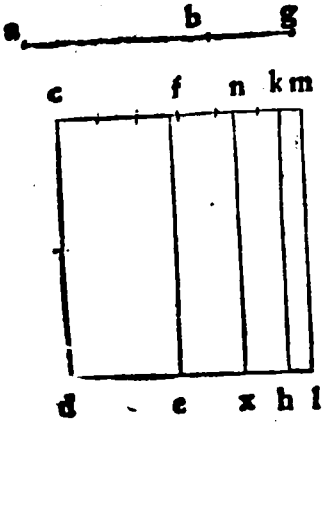
¶ CAMPANVS. ¶ Hæ ſex ſequentes: ſunt conuerſæ ſex præcedẽtium per ordinem. Huius autẽ primæ hæc eſt intẽtio. q; ſi ſit ſuperficies a c adiuncta ad lineam rationalẽ a b, æqualis quadrato reſidui quod ſit d e: erit eius latus ſecundũ quod eſt b c neceſſario reſiduum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur eſſe reſiduũ: linea per cuius abſciſionẽ ipſa d e fuerit reſiduum. ſitq; ei adiuncta e f. eritq; ex 68 vtraq; duarum linearum d f & f e: rationalis in potentia/& vna earum incommenſurabilis alij. Deſcribatur ergo quadratum lineæ f e, quod ſit e g: & quadratum d e quę poſita eſt eſſe reſiduũ/quod ſit e h. & adijciantur ſupplementa d k & f l. eritq; quadratum g h tanq̃ quadratum lineæ d f: & quadratum e h erit ſicut ſuperficies a c. Erit etiam vtrũq; quadratorum g h & g e. rationale. Sit igitur ſuperficies a m adiuncta ad lineam a b: æqualis quadrato g h. eritq; ob hoc rationalis. quare per 16 linea m n eſt rationalis in lõgitudine. ſuperficies vero p n ſit æqualis quadrato e g: quæ etiam propter hoc erit rationalis. & per 16 linea m n rationalis in longitudine. itaq; tota linea b n eſt rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q: & ducatur q r æquidiſtans a b. eritq; ex prima ſexti c r æqualis r n. Manifeſtum vero eſt q; cum tota ſuperficies a n ſit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ ſunt quadrata duarũ linearum d f & f e, & ſuperficies a c ſit æqualis quadrato lineæ d e quod eſt e h: erit per 7 ſecũdi ſuperficies reſidua ex a n quæ eſt c ſ æqualis duplo ſuperficiei ex d f in f e. quare & horum dimidia quæ ſunt r n & d g: neceſſe eſt eſſe æqualia. Cũq; igit ex prima ſexti ſit ſuperficies d g medio loco proportionalis inter duo quadrata g h & g e: erit quoq; ſuperficies r n medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a m & p n. ideoq; per primam ſexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq; ſit q n dimidium lineę n c, & linea b n diuiſa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis: ſequitur ex prima parte 13 q; linea b n ſit potentior linea n c in quadrato lineę ſecum cõmunicantis in lõgitudine. Quia ergo ſuperficies d g eſt medialis ex 19/ex hypotheſi autem ſuperficies c r ſibi æqualis medialis/& linea c q rationalis in potentia tantum per 20/ideoq; etiam duplum eius quod eſt linea n c eſt rationalis tantum in potentia/quia ergo b n eſt rationalis in longitudine communicans lineæ a b poſitæ rationali/& potentior n c in quadrato lineę ſibi cõmunicantis in longitudine: ſequitur ex diffinitione lineam b c eſſe reſiduum primum. Quod eſt propoſitum.





Eucli. ex Zamb. Theorema 73. Propoſitio 97.

¶ Quæ ab apotomę ad rationalem comparata latitudo: primã efficit apotomen. 97



¶ THEON ex Zãb. ¶ Sit apotome a b, rationalis autem ſit c d: & ei quod ex a b æquum ad ipſam c d comparetur c e, latitudinem efficiens c f. Dico q; c f eſt prima apotome. Eſto inquã per 79 decimi ipſi a b congruens b g. ipſæ igitur a g, g b, per 80 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et ei quidem quod ex a g per 44 primi æquum/ad ipſam c d comparetur c h: ei autem quod ex b g, comparetur k l. Totum igitur c l: æquum eſt eis quæ ex a g, g b, quorum c e æquum eſt ei quod ex a b. reliquum igitur f l: æquum eſt ei quod bis ſub a g, g b. Secetur per 10 primi f m bifariam in ſigno n: & excitetur per 31 primi per n, ipſi c d parallelus n x. Vtrumq; igitur ipſorum: f x, l n, æquum eſt ei quod ſub a g, g b. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia ſunt/& eis quę ex a g, g b, æquũ eſt d m: rationale igit eſt per diffinitionẽ decimi d m. Et ad rationalẽ a opponitur c d: latitudinem efficiẽs c m. rõnalis igitur eſt c m, per 20 decimi: & ipſi c d longitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniam quod

bis ſub a g, g b, medium eſt per 21 decimi/& ei quod bis ſub a g, g b, æquum eſt f l: medium igitur eſt f l. Et ad ipſam c d rationalem apponitur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt f m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia ſunt/quod autem bis ſub a g, g b, medium eſt: incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex a g, g b, ei quod bis ſub a g, g b. Et eis quidē quæ ex a g, g b, æquum eſt c l: ei autem quod bis ſub a g, g b, æquū eſt f l. incōmenſurabile igitur eſt per 9 decimi d m ipſi f l. Sicut autem per primam ſexti d m ad f l: ſic eſt c m ad f m, incommenſurabilis igitur eſt per 15 decimi c m ipſi f m lōgitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m, m f: per 11 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Igitur c f apotome eſt. Dico inſup q̄ & prima. Qm̄ nēpe eorū q̄ ex a g, g b, mediū ꝓportionale eſt quod ſub a g, g b, & quod ex a g æquū eſt ipſi c h, ipſi aūt qđ ſub a g, g b, eſt n l, ei autē quod ex b g æquū eſt k l: & ipſorū igitur c h, k l, mediū proportionale eſt n l. Eſt igitur per 1 ſexti ſicut c h ad n l: ſic eſt n l ad k l. Sed ſicut quidem c h ad n l, ſic eſt c k ad n m: ſicut autem n l ad k l, ſic eſt n m ad k m. & ſicut igitur per 11 quinti c k ad n m: ſic n m ad k m. Quod igitur ſub c k, k m: per 17 decimi æquū eſt ei quod ex n m, hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g ei quod ex g b eſt commenſurabile: commenſurabile eſt c h ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic c k ad k m. commēſurabilis eſt igitur per 11 decimi c k ipſi k m. Quoniam igitur binę rectæ lineæ ſunt inæquales ſcilicet c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m æquum ad ipſam c m apponitur ſpecie deficiens a quadrato quod ſcilicet ſub c k, k m, & c k ipſi k m commenſurabilis eſt: ipſa igitur m c, ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili. Et c m: commenſurabilis eſt ipſi c d expoſitæ rationali. Ipſa igitur c f: per 85 decimi apotome eſt prima. Quæ igitur ex apotomæ ad rationalem comparata latitudo: efficit primam apotomen. Quod erat oſtendendum.

Euclí. ex Camp: Propoſitio 93.

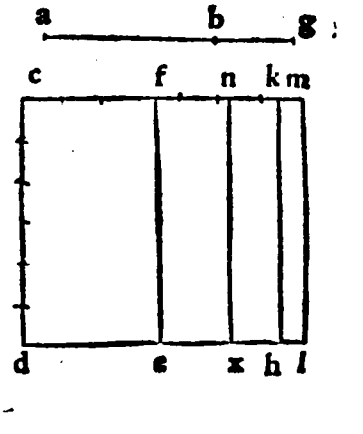
93 CVm adiuncta fuerit ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit reſiduum ſecundum.

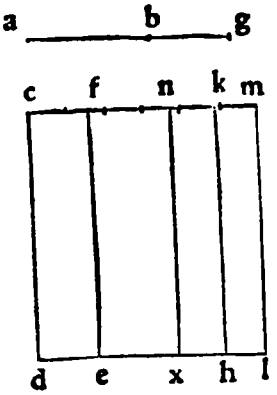
CAMPANVS. Hic erit linea d e reſiduum mediale primum: & linea e f erit linea illa per cuius abſciſionem d e fuerat reſiduum mediale primum. Dico q̄ b c erit reſiduum ſecundum. Quod neſcire non poteris: ſi demonſtrationi p̄miſſæ (quouſq; eā ſolido amplectaris habitu) inſtiteris/& quales lineas oporteat eſſe d f & f e vigilanter attenderis. de quo ſi dubitas: 69 requirenda erit.

Euclí. ex Zamb. Theorema 74. Propoſitio 98.

98 QUæ a mediæ apotomæ prima ad rationalem comparata latitudo: ſecundam efficit apotomen.

THEON ex Zamberto. Sit mediæ apotomę prima a b: rationalis autem eſto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d apponatur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q̄ c f apotome eſt ſecunda. Eſto namq; ipſi a b congruens b g. ipſæ igitur a g, g b: mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles/rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex a g æquum ad ipſam c d comparetur per 44 primi c h: latitudinem efficiens c k. ei autē quod ex g b æquum ad ipſam k h comparetur k l: latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l: æquum eſt eis quæ ex a g, g b. medium igitur eſt & c l. Et ad ipſam c d rationalem comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur eſt & c m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis per 22 decimi. Et quoniam c l æquum eſt eis quæ ex a g, g b, quadratis/quorum quod ex a b æquum eſt ipſi c e: reliquum igitur quod bis ſub a g, g b, æquum eſt ipſi f l. Rationale autē eſt quod bis ſub a g, g b, cōprehenditur: rationale igitur & f l. Et ad f e rationalem comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per vigeſimam decimi & f m: & ipſi c d longitudine commenſurabilis.





Quoniam igitur quæ ex a g,g b,hoc eſt ipſum c l,medium eſt / quod autem bis ſub a g,b g,hoc eſt ipſum f l rationale:incõmenſurabile igitur eſt per 9 decimi c l ipſi f l.Sicut autem c l ad f l:ſic eſt c m ad f m.incommenſurabilis igitur c m:ipſi f m lõgitudine.& vtræq; ſunt rationales.Ipſæ igitur c m,m f,rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles.ipſa igitur c f:apotome eſt per 73 decimi.Dico etiam q; & ſecunda.Secetur namq; per 10 primi f m bifariam in n.Exciteturq; per 31 primi per n:ipſi c d parallelus n x.vtrũq; igitur ipſorum f x,n l,æquum eſt ei quod ſub a g,g b.Et quoniam per lemma 53 decimi ipſorũ quæ ex a g,g b,quadratorum medium proportionale eſt quod ſub a g,g b,& quod ex a g æquum eſt ipſi c h,quod vero ſub a g,g b,ipſi n l,quod autem ex b g ipſi k l:& ipſorum igitur c h,k l,medium proportionale eſt n l per idem lẽma.Eſt igitur ſicut c h ad n l:ſic n l ad k l.ſed ſicut quidem c h ad n l:ſic eſt c k ad n m.ſicut autẽ n l ad k l:ſic eſt n m ad m k. Sicut igitur per 11 quinti c k ad n m:ſic eſt n m ad k m.Igitur quod ſub c k,k m,per 17 decimi ei eſt æquum quod ex n m:hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g commenſurabile eſt ei quod ex b g:commenſurabile eſt per primam ſexti & 11 decimi & c h ipſi k l,hoc eſt c k ipſi k m.Quoniam igitur binæ rectæ lineę inæquales ſunt c m & m f, quartæ autem parti eius quod ex m f per 17 decimi æquum ad maiorem c m apponitur deficiens ſpecie a quadrato quod ſcilicet ſub c k,k m,& ipſam in commenſurabilia diſpeſcit : ipſa igitur c m ipſa m f per eandem maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili. Et congruens f m:per 85 decimi eſt commenſurabilis longitudine ipſi c d expoſitæ rationali.Ipſa igitur c f:apotome eſt ſecunda per tertias diffinitiones. Quæ igitur a mediæ apotomę prima ad rationalem comparata latitudo:ſecundã effi cit apotomen.Quod erat oſtendendum.

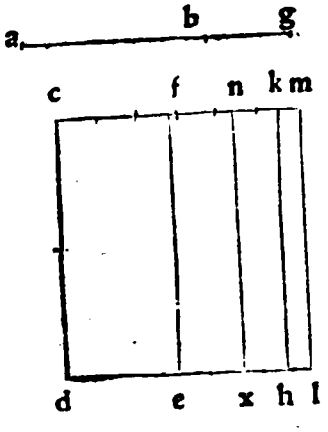
Eucli.ex Camp. Propoſitio 94.

SI ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis ſecundi applicata fuerit ad lineam rationalem:alterum latus eius reſiduum tertium eſſe conueniet. 94

¶CAMPANVS. ¶Hic etiam erit d e reſiduum mediale ſecundum: & ſequetur vt ſit c b reſiduum tertium.Quod vt facile concludas/primæ domõ ſtrationi inſiſtas:& quales lineas conueniat eſſe d f & f e,ex 70 collige.

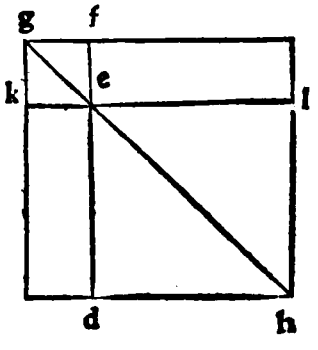
Eucli.ex Zamb. Theorema 75. Propoſitio 99.

¶Quæ a mediæ apotomæ ſecunda ad rationalem comparata latitudo:tertiam apotomen conficit. 99



¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto mediæ apotomę ſecunda a b:rationalis autem eſto c d.& ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d apponatur c e:latitudinem efficiens c f.Dico q; c f eſt apotome tertia.Sit namq; a b congruens b g.ipſæ igitur a g,g b, per 81 decimi mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes.Et ei quidem quod ex a g per 44 primi æquum ad ipſam c d comparetur c h:latitudinem efficiens c k.ei autem quod ex b g,per eandem æquum ad ipſam k h comparetur k l:latitudinem efficiens k m.Totum igitur c l:æquum eſt eis quæ ex a g,g b.Et ea quæ ex a g,g b:media ſunt.medium igitur eſt & c l.Et ad ipſam c d apponitur:latitudinem efficiens c m.Rationalis igitur eſt c m:& ipſi c d longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam totum c l æquum eſt eis quæ ex a g,g b,quorum c e æquum eſt ei quod ex a b:reliquum igitur l f per 7 ſecundi æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b.Secetur igitur per 10 primi f m bifariam in n ſigno:& ipſi c d per 31 primi parallelus excitetur n x.vtrunq; igitur ipſorum f x,n l:æquum eſt ei quod ſub a g,g b.Medium autem eſt quod ſub a g,g b.medium igitur eſt & l f.Et ad ipſam e f comparatur: latitudinem efficiens f m.rationalis igitur eſt per 22 decimi f m & ipſi c d longitudine incommenſurabilis.Et quoniam ipſæ a g,g b, potentia tantum ſunt commenſurabiles:incommenſurabilis igitur eſt per 9 decimi a g ipſi g b longitudine.Incommenſurabile igitur eſt & quod ex a g:ei quod ſub a g,g b.Sed ei quidem quod ex a g,cõmenſurabilia ſunt quæ ex a g,g b:ei autem quod ſub a g,g b;commenſurabile eſt quod bis ſub a g,g

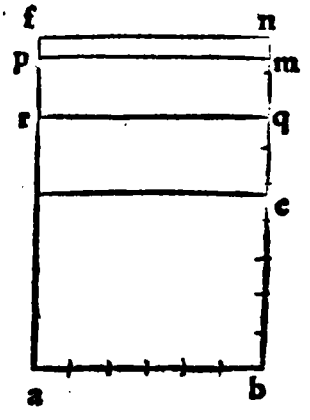
b.Incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex a g,g b:ei quod bis ſub a g,g b.Sed eis quidem quæ ex a g,g b,æquum eſt c l:ei autē quod bis ſub a g,g b,æquū eſt f l.Incommenſurabile igitur eſt c l:ipſi f l.Sicut autem c l ad f l: ſic eſt per primam ſexti & 11 decimi c m ad f m.incommenſurabilis igitur eſt c m:ipſi f m longitudine.Et vtræq; ſunt rationales.Ipſæ igitur c m,m f rationales ſunt potentia tantum commēſurabiles.Apotome igitur eſt c f.Dico q; & tertia. Quoniam enim quod ex a g commenſurabile eſt ei quod ex b g:cōmenſurabile igitur eſt & c h ipſi k l,quare & c k ipſi k m.Et quoniam eorum quæ ex a g,g h, per lemma 53 decimi medium proportionale eſt quod ſub a g,g b,& ei quidē quod ex a g æquum eſt c h,ei autem quod ex g b æquū eſt k l,ei autem quod ex a g,g b,æquum eſt n l:& ipſorū c h,k l, igitur per lemma 53 decimi medium proportionale eſt n l.Eſt autem ſicut c h ad n l:ſic eſt n l ad k l.Sed ſicut c h ad n l:ſic per primā ſexti eſt c k ad n m.ſicut autem n l ad k l: ſic eſt n m ad k m. quod igitur ſub c k,k m:æquum eſt ei quod ex m n,hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m.Quoniam igitur binę rectæ lineę inæquales ſunt c m,m f,& quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquum ad ipſam c m apponitur ſpecie deficiēs a quadrato/& in cōmenſurabilia ipſam diuidit: igitur c m ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili.Et ipſorum c m,m f,neutra commenſurabilis eſt longitudine ipſi c d expoſitæ rationali.Ipſa igitur c f:per 95 decimi apotome eſt tertia.Quæ igitur ex mediæ apotomæ ſecunda ad rationalem comparata latitudo:efficit tertiam apotomen.quod erat oſtēdendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 95.

95 CVm adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ minoris: latus eius ſecundum erit reſiduum quartum.

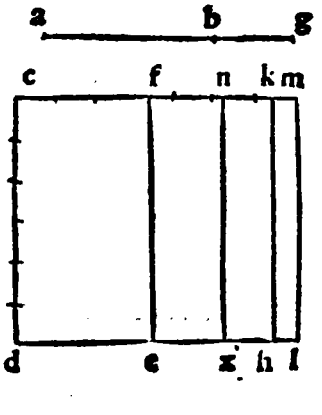
CAMPANVS. Si fuerit d e linea minor:aſſerit hæc 95 q; b c erit reſiduum quartum.Eſt autem ſumendum ex 71 quales lineas eſſe neceſſe ſit d f & f e:cum d e fuerit linea minor.& eſt aſtruendum propoſitum præmiſſo modo:excepto q; in hac & duabus ſequentibus neceſſe eſt lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommenſurabilia/quæ in tribus præmiſſis diuidebatur neceſſario in duo commenſurabilia. nam in tribus præmiſſis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum:& ideo earum quadrata cōmunicantia/propter quod & ſuperficies a m & p n quadratis earum ęquales cōmunicantes/quapropter etiam & duæ lineæ b m & m n.ideoq; fuit in tribus præmiſſis linea b n potētior linea n c:in quadrato lineæ ſecum cōmunicantis in longitudine ex prima parte 13.In hac autem & duabus ſequentibus ſunt duæ lineæ d f & f e incommenſurabiles in potentia/vt appareat ex 71 & 72 & 73.& ideo earum quadrata/propter quod & ſuperficies a m & p n incōmenſurabiles/propter quod & duę lineæ b m & m n incōmenſurabiles.ideoq; per primam partem 14 tam in hac q̄ in duabus ſequentibus neceſſe eſt lineam b n eſſe potentiorem linea n c:in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine.Cætera perquire vt prius.

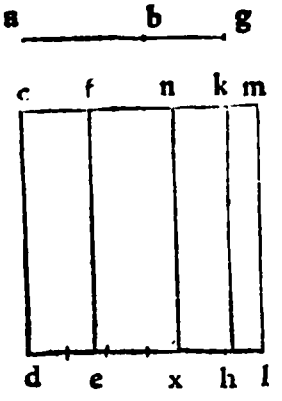


Eucli.ex Zamb. Theorema 76. Propoſitio 100.

100 A minori ad rationalem comparata latitudo:efficit quartam apotomen.

THEON ex Zāberto. Sit minor a b:rationali autē eſto c d.& ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d comparetur c e: latitudinem efficiens c f.Dico q; c f apotome eſt quarta.Sit per 79 decimi ipſi a b congruens b g. Ipſæ igitur a g,g b,per 80 decimi potentia ſunt incommenſurabiles:efficientes conflatū ex iis quæ ex a g,g b,quadrata rationale/quod autē bis ſub a g,g b,medium.Et ei quidem quod ex a g per 28 ſexti ęquum ad ipſam c d comparetur c h,latitudinem efficiens c k: ei autem quod ex b g æquum eſto k h latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l, æquum eſt eis quod ex a g,g b.& conflatum ex iis quæ ex a g,g b,rationale eſt.rationale igitur eſt & c l. & ad rationalem c d comparatur: latitudinem efficiēs c m.rationalis igitur eſt per 20 decimi c m:& ipſi c d longitudine commenſurabilis.Et quoniam totum





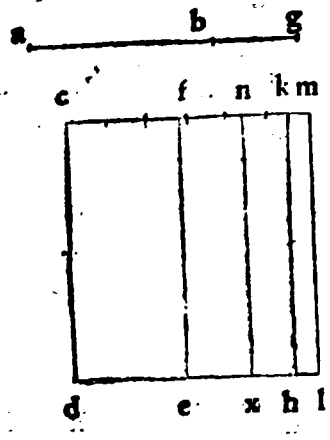
cl æquum eſt eis quę ex a g, g b, quorum c e æquum eſt ei quod ex a b: reliquũ igitur f l per 7 ſecundi æquum eſt ei quod bis ſub a g, g b. Secetur per 10 primi f m bifariam in n ſigno. Exciteturq; per 31 primi p n ſigr.um: vtriq; ipſarũ c d, m l, parallelus n x. vtrunq; igitur ipſorum f x, n l: æquum eſt ei quod ſub a g, g b. Et quoniam quod bis ſub a g, g b, medium eſt: & ipſi f l æquale: mediũ igitur eſt & f l. Et ad ipſam f e rationalem comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt f m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis. Et quoniam conflatum quidem ex ijs quæ ex a g, g b, rationale eſt / quod autem bis ſub a g, g b, medium: incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex a g, g b, ei quod bis ſub a g, g b. At c l, æquum eſt eis quę ex a g, g b: ei autẽ quod bis ſub a g, g b, æquum eſt f l. Incõmẽſurabile igitur eſt per 9 decimi c l ipſi f l. Sicut autẽ c l ad f l; per primam ſexti & 11 decimi: ſic eſt c m ad m f. Incommẽſurabilis igitur eſt c m: ipſi f m longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur c m, m f, per 73 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt c f, Dico q & quarta. Quoniam enim ipſæ a g, g b, potentia ſunt incõmenſurabiles: incommenſurabile eſt igitur & quod ex a g ei quod ex g b. Et ei quidem quod ex a g, æquum eſt c h: ei autem quod ex g b, æquum eſt & k l. Incommenſurabile igitur eſt c h: ipſi k l. Sicut autem c h ad k l; ſic eſt c k ad k m. incommenſurabilis igitur eſt per 9 decimi c k ipſi k m longitudine. Et quoniã ipſorum quæ ex a g, g b, medium proportionale eſt per lẽma 53 decimi quod ſub a g, g b, & id quod ex a g æquum eſt ipſi c h, quod autem ex g b æquum eſt ipſi k l, quod vero ſub a g, g b, æquum eſt ipſi n l: ipſorum igitur c h, k l, medium proportionale eſt per idem lemma n l. Eſt igitur ſicut c h ad n l: ſic eſt n l ad k l. Sed ſicut quidem c h ad n l: ſic per primam ſexti eſt c k ad k m. ſicut autẽ n l ad k l: ſic eſt n m ad k m. & ſicut igitur per 11 quinti c k ad m n: ſic eſt m n ad k m. Quod igitur ſub c k, k m: æquũ eſt ei quod ex m n, hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m. Quoniam igitur binæ rectę lineæ inęquales ſunt c m & m f, & quartæ parti eius quod ex m f per 17 decimi ad ipſam c m apponitur ſpecie deficiens a quadrato quod ſcilicet ſub c k, k m, & in incommenſurabilia ipſam diuidit: ipſa igitur c m, ipſam f maius poteſt eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. & tota c m: ipſi c d expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt longitudine. Ipſa igitur c f: apotome eſt quarta p 85 decimi. A minori ad rationalem igitur comparata latitudo: quartam efficit apotomen. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 96.

SI ad lineam rationalem quadrato lineæ cum rationali conſtituentis mediale æqualis ſuperficies adiungatur: latus eius ſecundum erit reſiduum quintum. 96

¶ CAMPANVS. ¶ Pone ſimiliter hic lineam d e eſſe illam quæ iuncta cum rationali componat totum mediale: & attende ex 72 quales lineas oporteat eſſe d f & f e. & concludes ſine offendiculo / ſi prius habitæ demõſtrationi oportune inſtiteris: lineam b c eſſe reſiduum quintum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 77. Propoſitio 101.



¶ Ab ea quæ cum rationali mediũ totum efficit / ad rationalem latitudo comparata: quintam efficit apotomen. 101

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit cum rationali medium totum efficiens a b: rationalis autem eſto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q f c: apotome eſt quinta. Sit inquã per 77 decimi ipſi a b: congruens b g. Ipſæ igitur a g, g b, rectæ lineæ potentia tantum ſunt incommenſurabiles: efficientes conflatum quidem ex ipſarum quadratis mediũ / quod autem bis ſub ipſis rationale. Et ei quidẽ quod ex a g, per 44 primi æquũ ad ipſam c d comparetur c h: ei autem quod ex g b, æquum eſto k l. Totum igitur c k: æquum eſt eis quæ ex a g, g b. Quod autẽ conflatum ex ijs quæ ex a g, g b, ſimul: medium eſt. mediũ igitur eſt per 22 decimi c l. Et ad ipſam rationalem c d, apponitur: latitudinem efficiẽs c m. rationalis igitur eſt c m: & ipſi c d incommenſurabilis. Et quoniam totum c l æquũ eſt ijs quæ ex a g, g b, quorum c e æquum eſt ei quod ex a b: reliquum igitur f l

æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b. Secetur inquam per 10 primi f m bifariam in n: exciteturq; per n per 31 primi vtriq; ipſarum c d,m l, parallelus n x. Vtrũq; igitur ipſorum f x,n l: æquum eſt ei quod ſub a g,g b. Et quoniã quod bis ſub a g,g b, rationale eſt. & ipſi f l eſt æquale: rationale igitur eſt f l. Et ad rationalem e f, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per 20 decimi f m: & ipſi c d longitudine commẽſurabilis. Et quoniam c l quidem mediũ eſt, at f l rationale: igitur c l ipſi f l eſt incommẽſurabile. Sicut autem c l ad f l: ſic c m ad m f. incommenſurabilis igitur eſt c m: ipſi m f lõgitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m,m f: per 73 decimi rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles. Igitur c f apotome eſt. Dicoq; & quinta. Similiter nãq; oſtendemus q; quod ſub c k,k m: æquũ eſt ei quod ex n m, hoc eſt quartę parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g ei quod ex g b eſt incõmenſurabile, quod vero ex a g æquum eſt ipſi c h, quod autem ex g b ipſi k l: incommẽſurabile igitur eſt c h ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic eſt c k ad k m. Igitur c k: ipſi k m longitudine eſt incommenſurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt c m,m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquũ ad ipſam c m apponit ſpecie deficiẽs a quadrato, & in icõmenſurabilia ipſam diuidit: igitur per 85 decimi c m, ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine incõmenſurabili. Et congruens f m: ipſi c d rationali expoſitæ eſt cõmenſurabilis. Igitur c f: eſt apotome quinta. Ab ea igitur quæ cũ rationali medium totum: & reliqua quæ ſequuntur. Quod fuerat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 97.

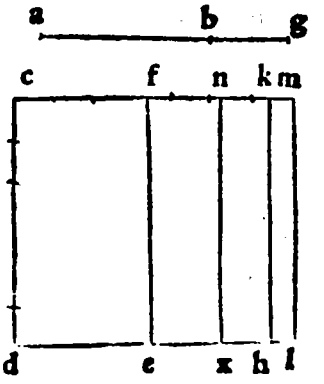
97 SI ad lineam rationalem ſuperficies æqualis quadrato lineæ cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit reſiduum ſextum.

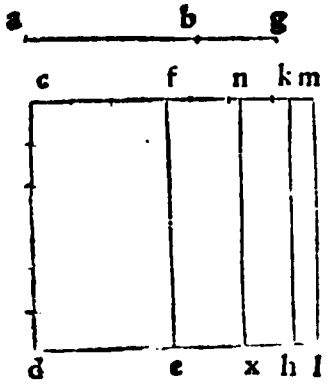
¶ CAMPANVS. ¶ Nunc vltimo conuenit lineam d e eſſe illam: quę iuncta cũ mediali cõponit totum mediale. cui adiuncta linea e f (quæ videlicet ſit illa per cuius abſciſionẽ linea d e fuerat quæ proponitur) ſi quales lineas d f & f e eſſe oporteat ex 73 didiceris, priorẽq; argumentationem firma mente tenueris: ſine obice quoq; lineam b c eſſe reſiduum ſextum concludere poteris. Si autem fortaſſis in aliquo te hæſitare contigerit: quicquid illud fuerit de quadrato g h, ad ſibi æqualem ſuperficiem a n conferendum erit. & ſic patebit propoſitum noſtrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 78. Propoſitio 102.

102 ¶ Ab ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparata latitudo: efficit ſextam apotomen.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit cum medio medium totum efficiẽs a b: rationalis autem eſto c d. & ei quidem quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d, comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f ſexta eſt apotome. Sit inquã per 84 decimi ipſi a b congruens b g. ipſæ igitur a g,g b, potentia ſũt incommenſurabiles: efficiẽtes conflatum quidem ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, & quod bis ſub a g,g b, medium, inſuper incommenſurabilia quæ ex a g,g b, ei quod bis ſub a g,g b. Comparetur inquam ad ipſam c d, ei quidem quod ex a g æquum c h: latitudinem efficiens c k. ei autem quod ex b g: ſit k l. Totum igitur c l: æquum eſt eis quę ex a g,g b. Igitur c l medium eſt. Et ad rationalem c d, comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur eſt per 22 decimi c m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis. Quoniam igitur c l æquum eſt eis quæ ex a g,g b, quorum c e æquum eſt ei quod ex a b: reliquum igitur f l æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b. Et quod bis ſub a g,g b, medium eſt. & f l igitur medium eſt. Et ad ipſam f e, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per 22 decimi f m: & ipſi c d longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam quæ ex a g,g b, incommenſurabilia ſunt ei quod bis ſub a g,g b, & eis quidem quæ ex a g,g b, æquum eſt c l, ei vero quod bis ſub a g,g b, æquum eſt f l: incommenſurabile igitur eſt c l ipſi f l. Sicut autem c l ad f l: ſic eſt c m ad f m. incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi c m ipſi m f longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m,m f: rationales ſunt po-



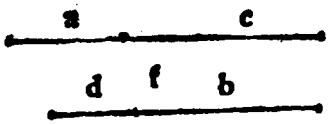


tentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt c f per 73 decimi. Dico q̃ & ſexta. Quoniam f l æquum eſt ei quod bis ſub a g, g b ſecetur per 10 primi in n ipſa f m bifariam/exciteturq̃ per 31 primi per n ad ipſam c d parallelus n x. Vtrunq̃ igitur ipſorum f x, n l: æquum eſt ei quod bis ſub a g, g b. Et quoniam ipſæ a g, g b, potentia ſunt incommẽſurabiles: incõmẽſurabile igitur eſt quod ex a g, ei quod ex g b. Sed ei quidem quod ex a g, æquum eſt c h: ei autẽ quod ex g b, æquum eſt k l. incommenſurabile igitur eſt c h: ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic eſt c k ad k m. incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi c k: ipſi k m. Et quoniam eorũ quæ ex a g, g b, medium proportionale eſt per lemma 53 decimi quod ſub a g, g b, & quod ex a g æquum eſt ipſi c h, ei autem quod ex g b æquum eſt k l, ei vero quod ſub a g, g b, æquũ eſt n l: ipſorum igitur c h, k l, mediũ eſt ꝓportionale n l. Eſt igitẽ ſicut c h ad n l: ſic eſt n l ad k l. & id propterea iam per 85 decimi c m, ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili: & ipſarum neutra ipſi c d expoſitæ rationali eſt commenſurabilis. ipſa igitur c f: ſexta eſt apotome. Ab ea igitur quæ cum medio: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 98.

MNis linea reſiduo commenſurabilis: ipſa quoq̃ in termino & ordine eſt idem reſiduum. 98

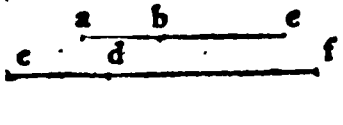
¶CAMPANVS. ¶Quod 60 & quatuor eã ſequentes de binomio eiuſq̃ comitibus quinq̃ propoſuerũt: hæc 98 & quatuor eam ſequẽtes de reſiduo ſuiſq̃ quinq̃ comitibus verum eſſe proponunt. quibus qui vſq̃ ad ſolitum habitum inſtiterit: has ignorare non poterit. Quicquid autẽ in illis de communicantia in longitudine & potentia tantum dictum eſt: in his quoq̃ idem oportet intelligi. nam omnis linea reſiduo cõmunicans in longitudine ſiue in potentia tantum: ipſa etiã eſt reſiduum. Sed ſi cõmunicat in longitudine: non ſolum eſt ipſa reſiduum/ſed etiam eiuſdẽ ſpeciei reſiduum. verbi gratia. linea cõmunicans in longitudine reſiduo primo: eſt reſiduum primũ. & ſecundo cõmunicans: eſt ſecundum. ſic quoq̃ in cæteris. Quæ autem linea communicat reſiduo in potentia tantum: ipſam quoq̃ neceſſe eſt eſſe reſiduum / ſed non eiuſdem ſpeciei. imo impoſſibile eſt: vt linea cõmunicans in potẽtia tantũ reſiduo primo aut ſecundo aut tertio aut quarto aut quinto/cadat ſimul cum eo ſub eadem ſpecie. ſed neceſſe eſt vt ambo cadant ſimul ſub tribus primis ſpecie bus: aut ambo ſimul ſub tribus poſtremis. Sit itaq̃ exẽpli gratia/a reſiduũ: cui cõmunicet b in longitudine. dico q̃ b erit reſiduum eiuſdẽ ſpeciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a: & c illa ſit per cuius abſciſionem a fuit reſiduum. Et ad b adiũgatur alia quæ ſit d: ad quã ſic ſe habeat b ſicut a ad c. ſitq̃ cõpoſita ex a & c, e: compoſita vero ex b & d, ſit f. eritq̃ ex permutata proportionalitate a ad b: ſicut c ad d. & per 13 quinti erit e ad f: ſicut a ad b, vel ſicut c ad d. Cum itaq̃ a cõmunicet cum b: erit per 10 c cõmunicans cum d, & e communicans cum f. Et quia etiam eſt neceſſario ex permutata proportionalitate e ad c ſicut f ad d: ſequitur per 12 vt ſi fuerit e potentior c in quadrato lineę ſibi cõmunicantis in longitudine vel ſi forte incommenſurabilis/ſit ſimiliter f potẽtior d. At quoniam omnis linea cõmunicans in longitudine lineæ rationali eſt ſimiliter illi rationalis (ſimiliter dico: quia ambæ erunt rationales in longitudine/vel ambę in potẽtia tantum) ſequitur ex diffinitionibus reſiduorum vt b ſit reſiduum eiuſdem ſpeciei cum a. Si autem b cõmunicat in potentia tantum cum a: ipſa quoq̃ erit reſiduum. non tamen eiuſdem ſpeciei neceſſario: ſed quẽ admodum dictum eſt. cuius demonſtratio ex iis quæ in 60 de binomiis dicta ſunt: colligenda eſt.



Eucli. ex Zamb. Theorema 79. Propoſitio 103.

¶Quæ ipſi apotomę longitudine eſt commenſurabilis: apotome eſt & in ordine eadem. 103

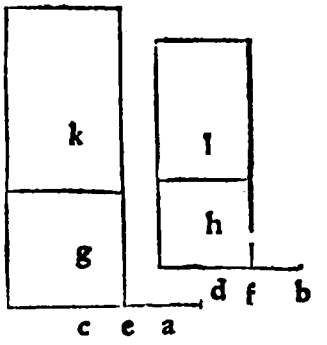
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit apotome a b: & ipſi a b longitudine commenſurabilis eſto c d. Dico q̃ & c d apotome eſt: & in ordine eadem. Quoniã enim a b apotome eſt: ſit ei congruens per 79 decimi b e. Ipſæ igitur a e, e b,



per eandem rationales ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Et in ipſius a b ad c d ratione: eadẽ fiat ratio ipſius b e ad d f. Et qm̃ ſicut per 12 quinti vnũ ad vnum/omnia ſunt ad omnia: eſt igitur & ſicut tota a e ad totam c f, ſic eſt a b ad c d. Commenſurabilis autem eſt a b ipſi c d longitudine. commenſurabilis igitur eſt per 11 decimi/& a e ipſi c f: & b e ipſi d f. Et ipſæ a e, e b, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. & ipſæ igitur c f, f d, rationales ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Apotome igitur eſt c d. Dico etiam q; in ordine eadem ipſi a b. Quoniam eſt ſicut a e ad c f, ſic eſt b e ad d f: viciſſim igitur per 16 quinti eſt ſicut a e ad e b, ſic eſt c f ad d f. Iam ipſa a e: ipſa e b aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili/aut eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. Si quidem a e, ipſa e b maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili: & c f, ipſa f d per 14 decimi maius poterit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Et ſi quidem cõmenſurabilis eſt a b ipſi expoſitę rationali lõgitudine: & per 13 decimi c f quoq;. ſi vero b e: & d f etiam. ſi autem neutra ipſarum a e, e b: & neutra ipſarũ c f, f d. Si vero a e, ipſa e b maius poterit eo quod fit ex ſibi incommẽſurabili: & c f, ipſa f d maius poterit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. Et ſi a e ipſi expoſitæ rationali commenſurabilis eſt longitudine: & c f per 13 decimi. ſi autẽ b e: & d f etiã. ſi vero neutra ipſarũ a e, e b: neutra etiam ipſarũ c f, d f. Igitur c d apotome eſt: & ipſi a b in ordine eadem. Quæ ipſi igitur apotomæ: & reliqua quæ ſequuntur, quod erat oſtendendum.

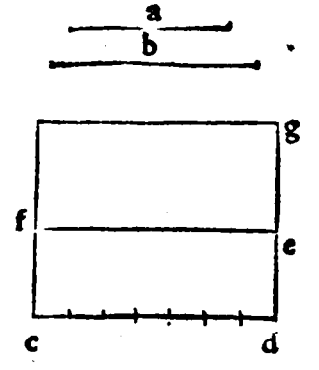
Eucli: ex Camp. Propoſitio 99.

99 OMnis linea vtrilibet reſiduo mediali communicans: eſt ſub ipſius termino & ordine reſiduum mediale.



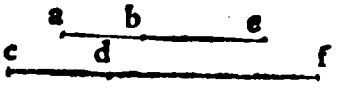
¶ CAMPANVS. ¶ Verum eſt quod dicitur: ſiue cõmunicet linea cum vtrolibet reſiduo mediali in longitudine/ ſiue in potentia. Sit enim a vtrunlibet reſiduum mediale: cui b cõmunicet in longitudine vel potẽtia. Dico q; b eſt etiam reſiduum mediale: quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a: & ſit c per cuius abſciſionẽ a fuit reſiduũ mediale. Et ad b adiũgatur alia quę ſit d: ſitq; b ad d, ſicut a ad c. totaq; compoſita ex a & c, ſit e: & ex b, d, ſit f. Deſcribantur igitur quadrata c & d: quæ ſint g & h. & ſuperficies e in c: ſit k. & f in d: ſit l. Et quia eſt vt prius e ad f & c ad d ſicut a ad b, ſunt autẽ e & c mediales potentia tantum communicantes ex 69 & 70: ſequitur ex 21 vt f & d eis cõmunicantes ſint etiam mediales potentia tantum communicantes. Conſtat autem ex prima ſexti: q; ſit k ad g ſicut e ad c, & l ad h ſicut f ad d. Et quia eſt e ad c ſicut f ad d: ſequitur vt ſit k ad g, ſicut l ad h. Et permutatim k ad l: ſicut g ad h. Cum ergo g cõmunicet cum h: ſequitur vt k cõmunicet cum l. Si igitur k eſt rationale (quod eſt in reſiduo mediali primo) erit etiã per diffinitionem l rationalis. quare per 69 b etiam eſt reſiduum mediale primum. Si autem k ſit medialis (quod eſt in reſiduo mediali ſecundo) erit per 21 etiã l medialis, ideoq; b per 70 reſiduũ mediale ſecundum. Quare conſtat propoſitum.

¶ IDEM aliter. ¶ Si linea b cõmunicat cum linea a, quæ eſt vtrunlibet reſiduũ mediale) in lõgitudine vel in potẽtia: ſit ſuperficies c e adiuncta ad lineam rationalẽ c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b. eruntq; ob hoc c e & f g communicantes: quemadmodum & quadrata linearum a & b eis æqualia. ideoq; per primam ſexti & 10 huius: d e & e g ſunt communicantes in longitudine. Et quia ſi a eſt reſiduum mediale primum linea d e eſt reſiduum ſecundum per 93/& ſi a eſt reſiduum mediale ſecundum linea d e eſt reſiduum tertium per 94/at cum d e eſt reſiduum ſecundum linea e g eſt etiam reſiduũ ſecundum/& cum illa eſt tertiũ ſimiliter & hęc eſt tertium per 98: ſequitur itaq; ex 87 & 88/vt b ſit reſiduum mediale primum aut ſecundum / prout fuerit a. Et ſic patet quod intendimus.

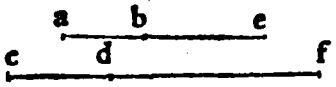


Eucli. ex Zamb. Theorema 80. Propoſitio 104.

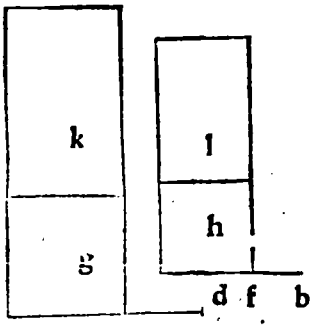
104 ¶ Mediæ apotomę commenſurabilis: mediæ apotome eſt/& in ordine eadem.

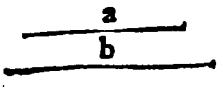


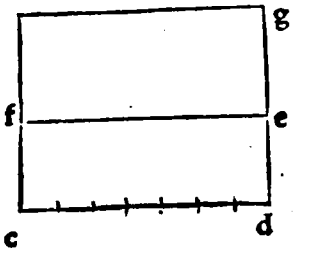
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit mediæ apotome a b: & ipſi a b commenſurabilis eſto c d. Dico q; & c d mediæ apotome eſt: & in ordine eadem ipſi a b.

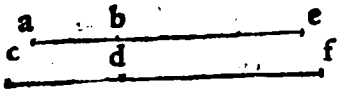


Quoniam enim mediæ apotome eſt a b: eſto ei congruens per 80 decimi ipſa b e. ipſæ igitur a e, e b, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. fiatq; per 12 ſexti ſicut a b ad c d, ſic b e ad d f. commenſurabilis igitur eſt per 6 decimi & a e ipſi c f: & b e ipſi d f. Ipſæ autem a e, e b, medię ſunt potentia tantũ commenſurabiles. Ipſæ igitur c f, f d, mediæ ſunt in potẽtia tantũ commenſurabiles. mediæ igitur apotome eſt per 74 & 75 decimi c d. Oſtendendum eſt q; & in ordine eadem eſt ipſi a b. Quoniam enim eſt ſicut a e ad e b ſic c f ad f d, ſed ſicut quidem a e ad e b ſic quod ex a e ad id quod ſub a e, e b, ſicut autem c f ad f d ſic quod ex c f ad id quod ſub c f, f d: eſt igitur per 11 quinti & ſicut quod ex a e ad id quod ſub a e, e b, ſic quod ex c f ad id quod ſub c f, f d. Et viciſſim per 16 quinti, ſicut quod ex c d ad id quod ex f c: ſic quod ſub a e, e b, ad id quod ſub c f, f d. Commenſurabile autem eſt quod ex a e: ei quod ex c f. cõmenſurabile igitur eſt & quod ſub a e, e b: ei quod ſub c f, f d. Si quidẽ igitur quod ſub a e, e b, rationale eſt: rationale eſt & quod ſub c f, f d. Si autẽ medium eſt quod ſub a e, e b: medium eſt & quod ſub c f, f d. mediæ igitur apotome eſt c d: & ipſi a b in ordine eadem. Quod erat oſtendendum: ſicut theorema proponit.









Eucli. ex Camp. Propoſitio 100.

SI linea aliqua lineę minori cõmunicet: ipſa quoq; erit linea minor. 100

¶ CAMPANVS. ¶ Facile eſt hanc probare duplici modo ſicut præmiſſam: ſiue cõmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine/ſiue in potẽtia. Hoc autem appoſito/ quantum ad primum modum q; cum ſit f ad d ſicut e ad c: erit ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum f ad quadratum d ſicut quadratum e ad quadratum c. & coniunctim quadrata duarum linearum f & d ad quadratũ d: ſicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c. & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & c: ſicut quadratum d ad quadratum c. Cõmunicat autem quadratum d: cum quadrato c. ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta: cõmunicant cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ſũt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearũ f & d pariter accepta rationale. Cumq; ſit ſuperficies k medialis: erit etiam l ſibi cõmunicans medialis. igitur ex 71 b eſt linea minor. ¶ Quãtum autem ad ſecundũ modũ: erit per 95 linea d e reſiduum quartum. ideoq; per 98 & linea e g erit etiam reſiduum quartum, ideoq; etiã per 89 linea b eſt linea minor.

Eucli. ex Zamb. Theorema 81. Propoſitio 105.

¶ Minori commenſurabilis: minor eſt. 105

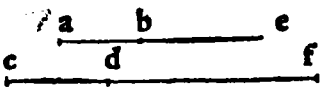
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit minor a b: & ipſi a b commẽſurabilis eſto c d. Dico q; c d minor eſt. Fiãt inquã ſupradicta. Et quoniam ipſæ a e, e b, potentia ſunt incommenſurabiles: & ipſæ c f, f d, potentia ſunt incommenſurabiles. Quoniam igitur eſt ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d: eſt igitur per 22 ſexti & ſicut quod ex a e ad id quod ex e b, ſic eſt quod ex c f ad id quod ex f d. Componendo igitur per 18 quinti eſt ſicut quod ex a e, e b, ad id quod ex e b: ſic eſt quod ex c f, f d, ad id quod ex f d. & viciſſim per 16 quinti. Commenſurabile autem eſt per 6 decimi quod ex b e: ei quod ex d f. commenſurabile igitur eſt & conflatum ex ipſarũ a e, e b, quadratis: conflato ex ipſarũ c f, f d, quadratis. Rationale autẽ eſt per 22 decimi conflatũ ex ipſarũa e, e b, quadratis. rationale igit eſt p correlariũ 23 decimi & 11 quiti & cõflatũ ex ipſarũ c f, f d, quadratis. Rurſus quoniam eſt ſicut quod ex a e ad id quod ſub a e, e b, ſic quod ex c f ad id quod ſub c f, f d, & viciſſim/ cõmẽſurabile autem eſt per 6 decimi quod ex a e quadratum ei quod ex c f quadrato: cõmenſurabile igitur eſt quod ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Medium autem quod ſub a e, e b: medium itidem quod ſub c f, f d. Ipſæ igitur c f, f d, per 82 decimi ſunt incommenſurabiles: efficientes quidem conflatum ex ipſarum quadratis rationale/ quod vero ſub ipſis medium. Ipſa igitur c d: minor eſt. Minori commenſurabilis igitur: & quæ ſequuntur. Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 101.

101 OMnis linea cõmunicans lineę cum rationali componenti mediale: eſt cum rationali componens mediale.

¶CAMPANVS. ¶Hanc quoq; duplici prædicto modo non eſt difficile probare: ſiue de cõmunicantia in longitudine ſiue cõmunicãtia in potẽtia tantum intelligatur. Sed quantũ ad primum modũ/erũt duo quadrata duarum linearũ f & d pariter accepta mediale per 21: quemadmodum ſunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72/quibus ipſa cõmunicant. & ſuperficies l erit rationalis: per diffinitionem. quemadmodũ eſt ſuperficies k ex 72 cui ipſa cõmunicat. Igitur ex 72 b eſt cum rationali cõponens mediale. ¶Quantũ ad ſecundum modum: erit d e reſiduum quintum ex 69: ideoq; & e g ex 98. quare b eſt cum rationali componens mediale per 90.

Figura ppõnis 100.



Eucli.ex Zamb. Theorema 82. Propoſitio 106.

106 ¶Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis: & eadem cum rationali medium totum efficiens eſt.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto cum rationali mediũ totum efficiens a b: & ipſi a b cõmenſurabilis eſto c d. Dico q; c d eſt cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquam per 79 decimi ipſi a b congruens b e. Ipſæ igitur a e, e b, per 80 decimi potentia ſunt incõmenſurabiles/efficiẽtes quidẽ ex ipſarũ quadratis mediũ quod autẽ ſub ipſis rationale. & eadẽ cõſtruãtur. Similiter iã oſtẽdemus ex p̃cedẽtibus: q; ipſę c f, f d, in eadẽ ſũt ratione ipſis a e, e b. & cõflatũ quidẽ ex ipſarũ a e, e b, quadratis cõmẽſurabile eſt cõflato ex ijs q̃ ex c f, f d, quadratis: qđ autẽ ſub a e, e b, ei qđ ſub c f, f d. Quare & ipſę c f, f d, potẽtia ſũt icõmẽſurabiles: efficiẽtes cõflatũ qdẽ ex ipſarũ c f, f d, quadratis mediũ/quod autẽ ſub ipſis rationale. Ipſa igitur c eſt cum rationali totum efficiens mediũ. Cum rationali ergo medium totũ efficiẽti: & quæ ſequũtur reliqua. Quod oſtẽdere oportebat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 102.

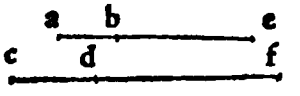
102 OMnis linea commenſurabilis lineæ cum mediali conſtituenti mediale: eſt cum mediali conſtituens mediale.

Figura eadem

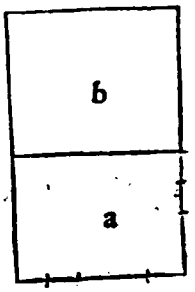
¶CAMP. ¶Hic quoq; pone lineã aliquã cõmunicare cum ea quæ cum mediali cõponit mediale/ indifferẽter in longitudine vel potẽtia tantũ prout volueris: & duplici modo præmiſſo ſine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum/ſuperficies l medialis quemadmodum & k: & duo quoq; quadrata duarum linearum f & d pariter accepta mediale ſicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoq; duarũ linearum e & c ad k ſicut duo duarum f & d ad l: cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73/neq; duo ſecunda cõmunicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b eſt cũ mediali componens mediale. ¶Quantũ autẽ ad ſecundũ modũ/erit d e reſiduũ ſextũ ex 97: ideoq; & e g ex 98. Quare b eſt cum mediali componens mediale ex 91.

Eucli.ex Zamb. Theorema 83. Propoſitio 107.

107 ¶Cum medio medium totum efficienti commenſurabilis: & eadem cum medio medium totum efficiens eſt.



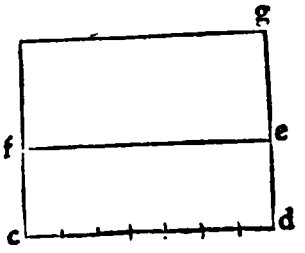
¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto cũ medio mediũ totũ efficiẽs a b: & ipſi a b cõmẽſurabilis eſto c d. Dico q; c d cũ medio mediũ totũ efficiẽs eſt. Sit per 78 decimi ipſi a b congruẽs b e. & eadẽ cõſtruãtur. Ipſæ igitur a e, e b, per eadem potẽtia ſunt incõmenſurabiles: efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ/ & quod ſub ipſis mediũ/& inſuper incõmenſurabile conflatũ quidẽ ex ipſarũ quadratis ei quod ſub ipſis. Sũtq; ſicut oſtenſum eſt/ipſę a e, e b, cõmẽſurabiles ipſis c f, f d: & cõflatũ ex ipſarũ a e, e b, quadratis cõflato ex ijs quę ex c f, f d, quod autẽ ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Et ipſæ igit̃ c f, f d, potẽtia ſũt incõmẽſurabiles: efficiẽtes cõflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ/& quod ſub ipſis mediũ/& inſuper incõmẽſurabile cõflatũ ex ipſarũ quadratis ei quod ſub ipſis. Igitur c d: cum medio mediũ totum efficiens eſt. Cum medio medium totum igitur: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum erat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 103.

SI de ſuperficie rationali ſuperficies medialis abſcindatur: 103
linea in reliquam ſuperficiem potens/erit alterutra duarũ irrationalium aut reſiduum aut linea minor.

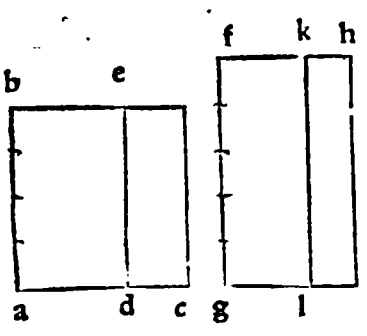
¶CAMPANVS. ¶Sit enim tota ſuperficies conſtans ex a & b, rationalis: a qua detrahatur b quæ ſit medialis. Dico q̃ linea potens in a reliquum: aut eſt reſiduum aut linea minor. Eſto namq; linea c d rationalis: ſuperficieſq; c e ſibi adiuncta ſit tanq̃ a, & f g tanq̃ b, & tota c g ſicut tota a b. eritq; c g rationalis: ideoq; per 16 linea d g rationalis in lõgitudine. & f g erit medialis: ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum. eſt igitur ex diffinitione linea d e: reſiduum primum aut quartũ. ergo per 86 & 89 linea potens in ſuperficiem c e, & ideo in ſuperficiem a ſibi æqualem: eſt reſiduum aut linea minor. Quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 94. Propoſitio 108.

¶A rationali/media ablata: reliquam areolam potens/ vna duarum irrationalium gignitur/vel apotome vel minor. 108

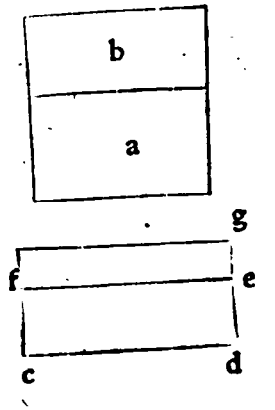
¶THEON ex Zãb. ¶A rationali inquã b c auferatur media b d. Dico q̃ quæ reliquam areolam e c poteſt: vna duarum irrationalium gignitur/vel apotome vel minor. Exponatur enim rationalis f g: & ipſi per 44 primi æquum ad ipſam f g, comparetur rectangulum parallelogrammum g h. Ipſi autem d b ęquũ auferatur g k. reliquum igitur e c: per tertiã cõmunem ſententiam æquum eſt ipſi l h. Quoniam igitur b c rationale eſt/ medium autem b d, æquum vero b c ipſi g h, & b d ipſi g k: rationale igitur eſt g h, medium autem g k. Et ad ipſam f g comparatur rationalem. rationalis igitur eſt per 20 decimi f h: & ipſi f g cõmenſurabilis longitudine. rationalis autem per 22 decimi f k; & incommenſurabilis longitudine ipſi f g. Incommenſurabilis igitur eſt per lemma 12 decimi f h ipſi f k longitudine. Et vtræq; rationales. ipſæ igitur f h, f k, rationales ſũt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt f k: congruens autem ei eſt k h. At f h: ipſa k f, aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili/ aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Poſſit prius eo quod ex ſibi commenſurabili & tota h f. cõmẽſurabilis autẽ eſt ipſi ipſi f g expoſitę rõnali lõgitudine. apotome igit prima eſt k h p tertias diffinitiones & 85 decimi. Areolã aũt ſub rationali & apotomę prima cõprehẽſam potẽs: apotome eſt per 91 decimi. Quæ igit l h, hoc eſt e c poteſt: apotome eſt. Si autem h f, ipſa f k maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili/ & tota f h commenſurabilis eſt longitudine expoſitæ rationali f g: apotome quarta eſt k h. Areolam autem ſub rationali & apotomæ quarta comprehenſam potens: minor eſt per 94 decimi. A rationali media ablata igitur: reliquam/ & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 104.

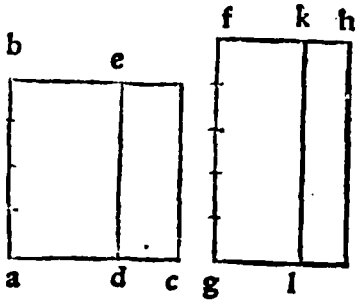
SI de ſuperficie mediali ſuperficies rationalis detrahatur: 104
linea in reliquam ſuperficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum/aut reſiduum mediale primum/aut cum rationali componens mediale.

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; ſicut prẽmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis: b autem rationalis. & tũc dico q̃ quod in a reliquũ poteſt: aut eſt reſiduũ mediale primum/aut cũ rationali cõponẽs mediale. Cum enim c g ęqualis ſit a b: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tãtum. & cum ſit f g æqualis b: erit per 16 linea e g rationalis in longitudine. ergo a diffinitione erit linea d e: reſiduum ſecũdum aut quintum. quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a: eſt reſiduum mediale primum/aut cum rationali componens mediale. Quod eſt propoſitum noſtrum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 83. Propoſitio 109.

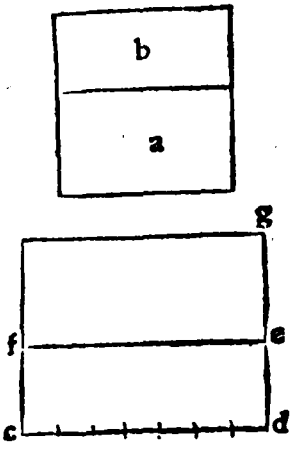
¶A medio/rationali ſublato: aliæ duæ irrationales fiunt/ vel media apotome prima/ vel cum rationali medium totum efficiẽs. 109



¶THEON ex Zamberto. ¶A medio inquam b c:rationale auferatur b d.Dico q̄ quæ reliquum poteſt e c:vna duarum irrationalium gignitur/aut mediæ apotome prima/aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis f g:& comparentur ſimiliter areolæ.Conſequenter eſt autem rationalis quidem f h:& ipſi f g longitudine incommenſurabilis.Rationalis autem eſt per 22 decimi k f:& ipſi longitudine commenſurabilis.Ipſę igitur f h,f k:per 20 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ipſa k h.Congruens autem eſt f k.At h f:ipſa f k vel maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili/vel eo quod ex incommenſurabili.Si quidem h f,ipſa f k maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili / & congruens eſt per 80 decimi f k commenſurabilis ipſi f g expoſitę rationali longitudine: ipſa k h apotome eſt ſecūda per tertias diffinitiones.Rationalis autem eſt f g. Quæ autē poteſt quod ſub rationali & apotomæ ſecunda fit: mediæ apotome eſt prima per 92 decimi.Quare l h,hoc eſt e c potēs:mediæ apotome eſt prima. Si autem h f,ipſa f k maius poteſt eo quod fit ex ſibi incommenſurabili/& f k congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi f g expoſitę rationali:apotome quinta eſt k h.Quare ipſam e c potens:per 95 cum rationali medium totū efficiens eſt.A medio igitur/rationali ſublato:& quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Eucl.ex Camp. Propoſitio 105.

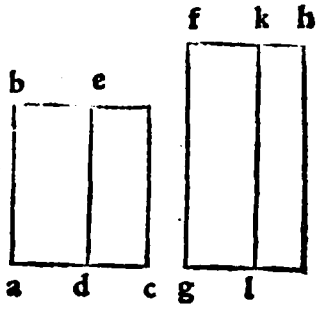
105 SI ſuperficies medialis de ſupficie mediali detrahatur/ fueritq; reliqua totí incommenſurabilis:quæ in ipſam reliquam poteſt/alterutra erit duarum irrationalium/ videlicet aut reſiduum mediale ſecundum/aut cum mediali componens mediale.



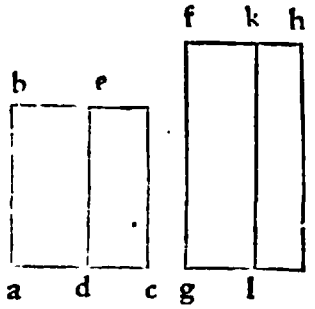
¶CAMPANVS. ¶Si a duarum præmiſſarum demonſtratione non deuias: concludes ſine difficultate propoſitum.Sint enim tota a b & b mediales.& ſit a reliqua incommenſurabilis toti(aliter enim:eſſet a medialis ex 21/& eius latus tetragonicum mediale ex 19)tunc dico q̄ linea potens in a : eſt reſiduum mediale ſecundum/aut cum mediali componens mediale. Nam cum ſit c g æqualis a b:erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. per eandem quoq; cum ſit f g æqualis b:erit etiam e g rationalis in potentia tantum.& cum ſit a incommenſurabilis toti a b: erit f g incommenſurabilis c g. ideoq; per primam ſexti & 10 huius erit etiam e g incommenſurabilis d g.igitur a diffinitione linea d e:erit reſiduum tertium/aut ſextum.quare per 88 & 91 latus tetragonicum ſuperficiei c e,& ideo ſuperficiei a:eſt reſiduum mediale ſecundum/aut cum mediali componens mediale.

Eucl.ex Zamb. Theorema 86. Propoſitio 110.

110 ¶A medio/medio ablato incommenſurabili toti : reliquæ duæ irrationales fiunt/vel mediæ apotome ſecunda /vel cum medio medium efficiens.



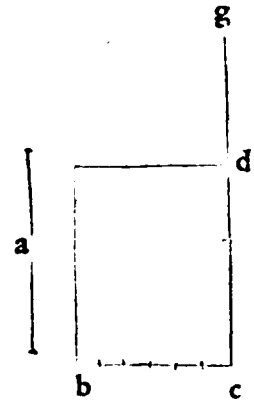
¶THEON ex Zamberto. ¶Auferatur enim ſicut in præcedētibus deſcriptionibus/ a medio b c:medium b d incommenſurabile toti.Dico q̄ quæ e c. poteſt: vna eſt duarum irrationalium/aut mediæ apotome ſecunda/vel cum medio medium totum efficiens.Quoniam enim medium eſt per 22 decimi vtrūq; ipſorum b c,b d,& b c ipſi b d eſt incommenſurabile: erit per conſequens rationalis vtraq; ipſarum f h,f k,& ipſi f g longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt b c ipſi b d,hoc eſt g h ipſi g k:incommēſurabilis eſt per primam ſexti & 11 decimi/& f h ipſi f k.& ipſæ igitur f h,f k, per 73 rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles.Apotome igitur eſt k h:congruens autem eſt f k.At f h:ipſa f k maius poteſt aut eo quod fit ex ſibi commenſurabili/aut eo quod fit ex ſibi incommēſurabili.Si quidem igitur



h f, ipſa f k maius poteſt eo quod ex ſibi ſit commenſurabili/ & neutra ipſarũ h f, f k, commenſurabilis eſt ipſi f g expoſitæ rationali longitudine: apotome tertia eſt ipſa k h. Rationalis autem k l. Quod autem ſub rationali & apotomę tertia compræhenſum rectangulum: irrationale eſt. & quæ illud poteſt irrationalis eſt: appellaturque mediæ apotome ſecũda per 93 decimi. quare l h, hoc eſt e c, potẽs: mediæ eſt apotome ſecunda. Si autem h f ipſa f k maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili longitudine/ et neutra ipſarum h f, f k, ipſi f g longitudine eſt commenſurabilis: apotome ſexta eſt k h. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotomæ ſexta: eſt cum medio medium totum efficiens. quare quæ ipſum l h, hoc eſt e c poteſt: cum medio medium totum efficiens eſt per 96 decimi. A medio igitur/ medio ablato: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

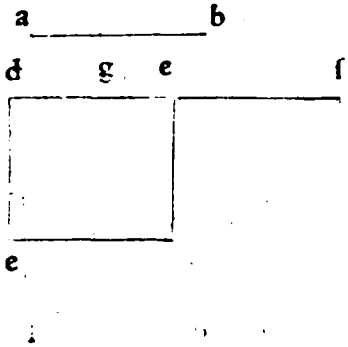
Eucli. ex Camp. Propoſitio 106.

LInearum irrationalium quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ/ vllã: alij termino & ordine ſubeſſe impoſſibile eſt. reſiduo quoq; binomij terminum vel ordinem conuenire: non eſt poſſibile. 106



¶ CAMPANVS. ¶ Vult autem per hãc 106: q; reſiduum/ & aliæ quinq; lineæ irrationales eam ſequentes differunt ſpecie & diffinitione adinuicẽ/ & nulla linea vna poteſt eſſe ſub duabus neq; ſub pluribus ſpeciebus harum ſex linearũ irrationalium quę ſunt reſiduum & eius quinq; comites. & q; omnes ſpecies reſiduĩ, differunt ab omnibus ſpeciebus binomij/ nec eſt poſſibile lineam vnam ſimul eſſe reſiduum & binomiũ cuiuſcunq; ſpeciei reſidui vel binomij. Pars prima ſic conſtat: quoniam ſuperficies ęquales quadratis reſiduí & ſuarum quinq; comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem habent ſecunda latera neceſſario diuerſa abinuicem ex 92 & quinq; eam ſequentibus. ſunt autem ſecunda latera: reſiduũ primum & ſecundum & deinceps vſq; ad ſextum. Secunda pars cõſtat hoc modo. Si eadẽ linea põt eſſe ſimul reſiduũ & binomiũ: ſit a cuius quadrato ſupficies ęqualis adiungatur ad rationalem lineam b c, ſitq; b d. eritq; ex 54 linea c d binomium primum: & ex 92 reſiduum primum. inquantum ergo binomium primũ: diuidatur in ſuas binomiales portiones ad pũctum e, ſitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem. inquantum autem eſt reſiduum primum: ei adiungatur d g, per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum. eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in lõgitudine. Cum itaq; ſit vtraq; duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine: erit etiam per 9 linea e g rationalis in lõgitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potentia tantum cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomij primi: erit per 68 linea d g reſiduum. & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum/ cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum: ſequitur impoſſibile per 68. Quod vt clarius pateat: eſto ſuperficies b d adiũcta ad lineam rationalem b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaq; linea d g ſit rationalis in potentia: erit per 16 linea c d rationalis in lõgitudine. At cum etiam linea d g ſit reſiduum: erit ex 92 linea c d reſiduum primum. quod eſſe non poteſt: cum linea quæ dicitur reſiduum/ ſit irrationalis per 68.

Eucli. ex Zamb. Theorema 87. Propoſitio 111.



¶ Apotome: non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus. 111

¶ THEON ex Zãb. ¶ Eſto apotome a b. Dico q; a b non eſt eadem ei quę ex binis nominibus. Si enim poſſibile: eſto. exponatur rationalis d c. Et ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d comparetur rectangulum c e: latitudinem efficiens d e. Quoniam igitur apotome eſt a b: apotome igitur eſt per 93 decimi prima ipſa d e. Eſto ei per 79 decimi congruẽs: e f. ipſæ igit d f, e f, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles: & d f ipſa f e maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili. & d f commenſurabilis eſt ipſi d c expoſitæ rationali longitudine. Rurſus quoniam ex binis nominibus eſt a b: ex binis igitur nominibus eſt prima per 60 decimi ipſa d e. Diuidatur per 42 decimi in nomina in g: ſitq; maius nomen d g. ipſæ igitur d g & g e: rationales ſunt po-

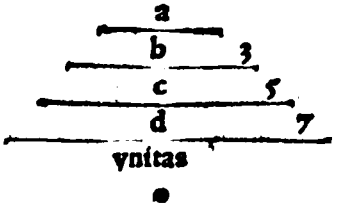
tentia tantum commenſurabiles. & d g: ipſa g e maius poteſt eo quod ſit ex ſibi commenſurabili. & d g: commenſurabilis eſt longitudine ipſi d c expoſitæ rationali. & d f igitur ipſi d g longitudine eſt commenſurabilis. & reliquæ igitur g f: per 12 decimi cõmenſurabilis eſt longitudine ipſa d f. Quoniã igitur d f ipſi g f eſt commenſurabilis/rationalis autem eſt d f: rationalis igitur eſt & g f. Quoniam igitur commenſurabilis eſt d f ipſi g f, incommenſurabilis autem eſt d f ipſi f e: incommenſurabilis igitur eſt longitudine f g ipſi e f. & ſunt rationales. Ipſæ igitur g f, f e, rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles. Apotome igitur eſt per 73 decimi e g. ſed & rationalis. quod eſt impoſſibile. Igitur apotome non eſt eadem ei quę ex binis nominibus. Quod erat oſtẽdendum.

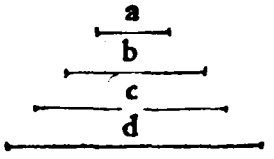
Eucli. ex Camp. Propoſitio 107.

107 LInea quæ reſiduum dicitur/ vllave irrationalium quæ poſt eam ſunt: nequit eſſe ſub termino binomij/aut ſub termino & ordine vllius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium ſubſequuntur. Cum autem poſſibile ſit linearum irrationalium ſeriem in infinitum produci: non eſt poſſibile vllam earum cum ea quæ prçceſſerit in termino & ordine conuenire.

¶CAMP. ¶ Vult per hãc vltimã libri decimi: q̃ tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demõſtratũ eſt (& ipſæ ſunt linea medialis/binomiũ & eius quinq̃ comites reſiduum & eius quinq̃ comites) ſint abinuicem ſingulæ a ſingulis ſpecie differentes. & q̃ nulla linea vna poteſt eſſe ſimul ſub duabus aut pluribus ſpeciebus earũ. & q̃ ſpecies linearũ irrationaliũ poſſunt in infinitum produci: quarum nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Q̃ autem hæ tredecim lineæ/ videlicet medialis/binomium & eius quinq̃ cõmites/reſiduum & eius quinq̃ comites/ſint irrationales: demonſtratum eſſe ſuperius memento. de mediali quidẽ: ex 19. de binomio autẽ & eius quinq̃ comitibus: ex 30 & quinq̃ eam ſequentibus. at vero de reſiduo ſuiſq̃ quinq̃ comitibus: ex 68 & quinq̃ eam ſequentibus. Nullam autem harum tredecim linearum irrationalium poſſe conuenire in ſpecie cum aliqua aliarum: ſic collige. Eſto enim vt ad vnam eandemq̃ lineam rationalem in longitudine adiungantur ſuperficies æquales quadratis prædictarum tredecim linearum irrationalium: ſecundum q̃ ordine ſe inuicem ſequuntur. eritq̃ ex 20 ſecundum latus primæ iſtarum tredecim ſuperficierum & quinq̃ eam ſequentium: rationale in potentia tantum. Secũda autem latera ſecundæ iſtarum tredecim ſuperficierũ & quinq̃ eam ſequentium eſſe omnes ſpecies binomiorum per ordinem/ videlicet binomium primum/ſecundum & deinceps vſq̃ ad ſextum: ex 54 & quinq̃ eam ſequentibus demonſtratum eſſe memineris. Secũda vero latera octauę ſuperficiei & quinq̃ eam ſequẽtium: ſunt ſpecies reſiduorum in ordine/ videlicet reſiduum primum & reſiduum ſecundum & deinceps vſq̃ ad ſextum. quod ex 92 & quinq̃ eam ſequentibus didiciſti. Cum igitur ipſa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum aut cum aliqua reſiduorum/ quoniam omne binomium per 30 & omne reſiduum per 68 eſt linea irrationalis & in longitudine & in potentia/ & cum nulla ſpecies reſiduorũ conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum ex ſecunda parte penultimæ huius decimi: ſequitur vt omnia ſecunda latera harum tredecim ſuperficierum ſint abinuicem diuerſa. ideoq̃ per primam ſexti & ipſæ tredecim ſuperficies ſunt diuerſæ: cum earum omnium altitudo ſit vna. quare etiam hæ tredecim lineę irrationales propoſitæ: ſunt ſingulæ a ſingulis diuerſæ.

¶Poſſunt autẽ harũ tredecim linearũ irrationaliũ ſpecies: in infinitum produci. infinitę enim ſunt ſpecies linearũ medialium infinitæ quoq̃ binomiorũ: & ſic de ſingulis. Quod hoc modo cõſtat. Eſto linea a: medialis. ſumaturq̃ vnitas & quotlibet numeri primi vt 3, 5, & 7: & ſint totidẽ lineæ b, c, d, quot ſunt ſumpti numeri primi. ſintq̃ quadrata iſtarũ linearũ b, c, d, ad quadratũ a: ſicut hi numeri primi ad vnitatem. eruntq̃ lineæ b, c, d, mediales ex 21: quoniã ipſę cõ

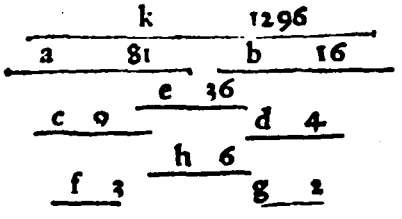




municant in potentia cū linea a mediali. Omnes autē erūt diuersæ in longitudine ab a, & a seinuicē per vltimā partē 7: quoniā nullius istorū numerorū ad vnitatē nec alicuius eorū ad alterū per 16 & 8 & correlariū secūdę octaui & prę sentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū, erit ergo a, & ōnes sibi cōicantes in lōgitudine: sub prima specie linearū medialiū. b vero & ōnes sibi cōicantes in lōgitudine: sub secunda. c autē & oēs eidē cōicātes vel cōmensurabiles: sub tertia. d quoq; & ōnes sibi cōicantes in lōgitudine: sub quarta. *Et quia numeri primi sūt infiniti vt ex 21 noni didicisti: necesse est* species linearū medialiū esse infinitas. Qd aūt est dictū de linea mediali: intelige de binomio suisq; qnq; comitibus/& residuo suisq; qnq; comitibus. nā sicut ois linea cōicās mediali est medialis/siue cōicet ei in lōgitudine siue in potentia vt probatū est in 21: ita etiā omnis linea cōicans binomio aut alicui suarum quinq; comitū/vel etiā residuo aut alicui suarū quinq; comitū in lōgitudine vel in potētia/est secū sub eadē specie/ vt probatū est in 60 & quatuor eā sequētibus/& 98 & quatuor eā sequētibus. Sūt igit spēs harū tredecim linearū irrōnaliū i finitæ: quarū nulla conueniet cū p̄cedēti in ordine vel diffinitione.

¶ Conuenit quoq; aliter demonstrare: species linearum irrationalium esse infinitas. Nam omne latus tetragonicum, superficiei dictæ a numero non quadrato: est irrationale per vltimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearū irrationaliū infinitę.

¶ Tertio modo contingit secundam partem huius vltimæ conclusionis libri decimi sic exponi. vt dicamus ab vnaquaq; linea rationali in potentia tantum/infinitas linearum irrationalium species produci: quarū nullā cum aliqua earū quæ ipsam præcesserint/possibile est in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua supficies rationalis dicta a numero nō quadrato vt 5. eritq; latus eius tetragonicum irrationale in lōgitudine: quoniam ipsum est incōmensurabile lateri tetragonico supficiei rationalis dictæ a numero quadrato ex vltima parte 7. Dico ergo q, huius lateris latus/itēq; secundi lateris latus/& rursus huius tertij lateris latus/& sic in infinitū/sūt lineæ irrōnales tā in longitudine q̄ in potentia: & q, nulla earū cōuenit diffinitione vel specie cum aliqua quę eā præcesserit in ordine. estq; latus tetragonicū præmissę superficiei quæcūq; dicta fuerit a numero non quadrato earū omniū sicut radix & principium/& quęlibet ipsarū est principium omniū ipsam sequentiū. & quæcūq; ab aliquo tetragonico latere cuiuscq; talis superficiei proficiscuntur: diuersę sunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ a quoq; alio tetragonico lateris talis superficiei generantur. Et hoc dico: cū ipsarū superficierū non fuerit proportio sicut numerorū quadratorum. Hæc autem vt possimus firma demonstratione colligere: antecedens ad ipsa præmittere oportet. Sitq; istud.

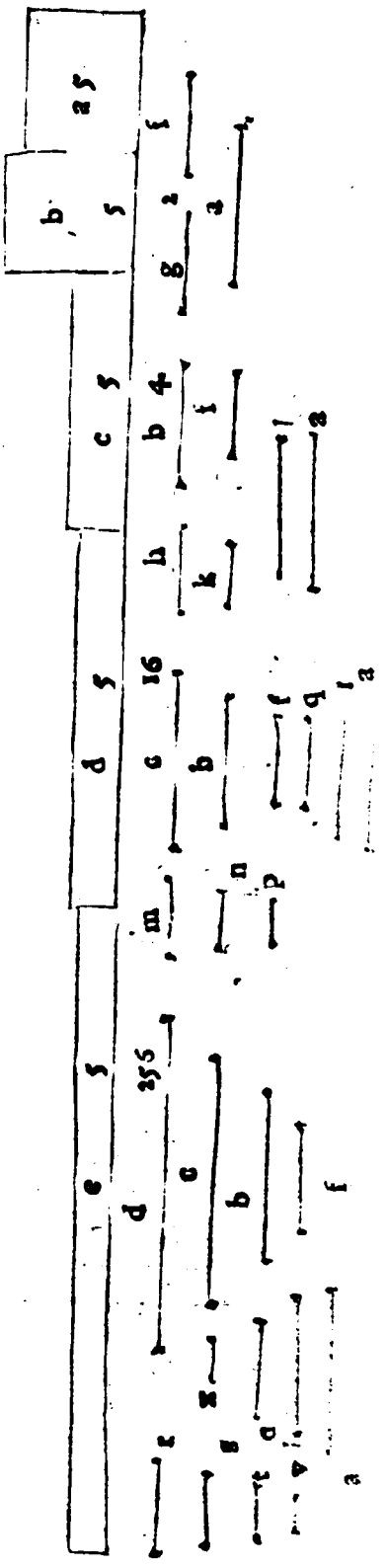


¶ Quibuslibet duobus inuicē ductis si quid licet producatur: quota latera tetragonica duorum p̄cedentiū inuicem duces/totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia. Sit vt ex a in b sit k. at c & d sint latera tetragonica a & b: fiat autē e, ex c in d. sintq; iterū f & g latera tetragonica c & d: & fiat h ex f in g. Dico q, h est latus tetragonicū e: & q, e rursus est latus tetragonicū k. Cū enī ex f in se & in g fiant c & h: erit c ad h sicut f ad g. sed & sit h ad d, sicut f ad g: eo q, ex g in f & in se fiūt h & d. sunt igit c, h, d, cōtinue proportionales. Itaq; ex h in se: quātū ex c i d. quare h: est latus tetragonicū e. Eadē quoq; ratione cū ex c in se sit a, & in d sit e, & ex d i se sit b: erūt etiā a, e, b, cōtinue ꝓportionales in ꝓportione c ad d. Cū igit ex a in b sit k: seq̄t etiā vt ex e in se sit k. quare e est lat9 tetragonicū k. Cōstat itaq; qd dicit. Restat itaq; demōstrare qd ꝓpositū est.

¶ Sit igitur superficies a, rationalis/dicta a numero nō quadrato vt 5: sitq; linea a, eius tetragonicū latus. & sumātur quotlibet lineę rationales in lōgitudine q̄ sint b, c, d, e. Sintq; dictę a numeris quorū qslibet p̄cedēs sit tetragonicū latus proximo sequētis. vt si b sit 2/c 4/d 16/e vero 256. ad has autē lineas rōnales in lōgitudine/adiūgatur supficies equalis a: erūtq; secūda latera singularū rationalia i lōgitudine p 16. vt secundū latus b: 2 & dimidiū. secundū c: vnū & quarta. secundū vero d: vna quarta & vna 16. at vero superficiei e secūdū latus:

erit vna 64. & vna 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b: g vero ſit tetragonicũ latus ſecundi lateris ſuperficiei b. eritq; per præmiſſam antecedẽs vt ex f in g ſit a. Rurſus ſit h tetragonicũ latus ſecundi lateris c: k quoq; ſit tetragonicũ latus h. eritq; per prædictũ antecedens vt ex b in h ſit a: & ex f in k ſit tetragonicũ latus a/quod ſit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus ſecũdi lateris ſuperficiei d. ſed cũ n ſit tetragonicũ latus m, & p tetragonicũ n: eritq; per prędictũ añcedens vt ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicũ latus l qđ ſit q. Amplius autẽ ſit r: tetragonicũ latus lateris ſecundi ſuperficiei e. ſit quoq; ſ tetragonicum r & t ſ, ſit & v tetragonicũ t. ſequiturq; per dictũ antecedens: vt ex d in r fiat a. & ex c in f l. & ex b in t: ſit q. & etiam ex f in v: tetragonicũ latus q, quod ſit x. & ſic in infinitum. Dico ergo has lineas a, l, q, x, quarũ a eſt tanq̃ radicale principium/eſſe irrationales: a quidẽ in longitudine tantum: cæterę vero in longitudine & in potẽtia. & dico ꝙ nulla earũ conuenit cũ alia in diffinitione vel ordine. Cum enĩ ex f in g & k, fiant a & l: erit a ad l, ſicut g ad k. Et quia vt patet ex dictis hypotheſibus g & k ſunt incõmenſurabiles in longitudine & in potentia: ſequitur etiã vt a & l ſint incõmenſurabiles in lõgitudine & in potẽtia. Eadẽ ratione a & q. eſt enĩ a ad q: ſicut g ad p. Et propter eandẽ cauſam etiã a & x: cũ ſint ſicut g & v. Et hac via quoq; neceſſe eſt: vt l & q ſint ſimpliciter incõmenſurabiles tam in longitudine q̃ in potentia. cum enĩ ex f in k & p, fiant l & q: erit l ad q, vt k ad p. At k & p nec cõmẽſurabiles ſũt ĩ lõgitudine nec in potẽtia. Si enim ſint: erunt h & n commenſurabiles. ſed non ſunt. at vero l & x oportet eſſe vtroq; modo incõmenſurabiles. eſt enim l ad x, ſicut k ad v: eo ꝙ ex f in k & v, fiunt l & x. Sunt autẽ k & v: vtroq; modo incommenſurabiles. ſi nautem accidet d & h eſſe commenſurabiles. quod eſt inconueniens, q vero & x ꝙ ſint quoq; incommenſurabiles potentia & longitudine, ex eo patet: ꝙ eſt q ad x ſicut p ad q. conſtat autẽ ꝙ p & v ſunt incommenſurales. nam ſi non: erunt n & c commenſurabiles. ideoq; m & f. ſed non ſunt. ¶ Manifeſtum eſt itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommẽſurabiles. & ideo diffinitione & ſpecie differẽtes: produci ex linea a rationali in potentia tãtũ. Reſtat aũt nũc oſtẽdere ꝙ q̃cũq; irrõnales lineę ab aliq̃ linea rõnali in potẽtia tñi hac via generantur: diuerſæ ſunt ab omnibus tã in lõgitudine q̃ in potentia quæ a qualibet alia linea rationali in potẽtia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum/hac eadem via egrediuntur. hoc quoq; ſic conſtat. Sint a & b rationales in potentia tantũ ſiue tetragonica latera duarũ ſuperficierũ dictarum a numeris non quadratis. ſitq; vt illi numeri nõ ſint in proportione aliquorũ numerorum quadratorum. lineæ quoq; quæ procedunt hac via ab a ſint c, d, e, & a b procedãt f, g, h. Dico ꝙ nulla ex lineis c, d, e, cõmunicat in longitudine vel potentia cũ aliqua ex lineis f, g, h. cum enim ſint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h tetragonica d & g: nõ eſt poſſibile vt aliqua ex c, d, e, cõmunicet cum ſua cõpari ex f, g, h, vel longitudine vel potentia. Si enim alterutro modo cõmunicet e cũ h: ſequitur vt d cõmunicet cum g, & c cum f. quare & a cum b etiam in lõgitudine. quod eſt cõtra hypotheſin. Vniuerſaliter aũt verũ eſt dicere quãlibet harũ eſſe vtroq; modo incõmẽſurabilẽ cuilibet iſtarum. Dato namq; ꝙ d cõmunicet cum h etiam in potẽtia tantum: ſequitur vt e quoq; cõmunicet cum g & a cum f. quod non eſt poſſibile. Attendere autẽ oportet: ꝙ cum dico latus lateris/nihil aliud intelligo q̃ latus ſuperficiei denominatæ a latere priori. vnde tetragonicũ latus llneæ a voco lineã illam quæ poteſt in ſuperficiem dictã a linea a. talis autem ſuperficies eſt q̃ cõtinet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuſlibet lineæ ſit linea a/cuius tetragonicum latus volo inuenire/b vero ſit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate & ipſa eſt minima omnium linearum rationalium numeratarũ ab integris: medio loco proportionalis inter eas ſit c. eſt igitur per 16 ſexti c tetragonicum latus a. idem enim fit ex a in b & ex c in ſe. At vero ex a in b fit ſuperficies dicta ab a. Quicquid enĩ a quolibet in vnum ducto producitur: ab eo quod vnum multiplicat denominatur. Et nota ꝙ cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a: indifferenter contingit lineam c eſſe maiorem linea a & minorem/prout b etiã fuerit maior aut minor.



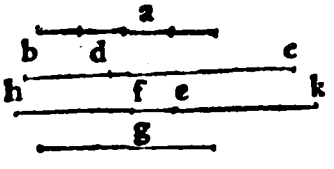
THEON ex Zamberto.

¶Apotome & quæ poſt eã irrationales: neq; mediæ neq; adinuicẽ ſunt eędẽ.
¶A media namq; ad rationalem comparata latitudo: efficit rationalẽ & ei ad quam apponitur longitudine incommenſurabilem per 22 decimi.
¶Ab apotomę vero ad rationalem latitudo comparata: primam efficit apotomen per 97 decimi.
¶A mediæ autem apotomę primaad rationalem appoſita latitudo: ſecundam efficit apotomen per 98 decimi.
¶A mediæ ſecunda apotomę ad rationalem appoſita latitudo: tertiam efficit apotomen per 99 decimi.
¶A minori ad rationalem appoſita latitudo: quartam efficit apotomen per 100 decimi.
¶Ab efficiente cum rationali medium totum ad rationalem appoſita latitudo: efficit quintam apotomen per 101 decimi.
¶Ab efficienti vero cum medio medium totum ad rationalem comparata latitudo: ſextam efficit apotomen per 102
¶Quoniam igitur prædictæ latitudines a prima & adinuicẽ differunt (a prima quidem quoniam rationalis eſt/adinuicem vero quia in ordine non ſunt eædem) patet q; & ipſæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniam oſtenſum eſt per 111 decimi q; apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus/ad rationalem autẽ appoſitæ latitudinem efficiunt: quæ ſane poſt apotomen apotomas/conſequenter vnaquæq; quę in ordine circa eandem/quæ vero poſt eas quæ ex binis nominibus eas quæ ex binis nominibus/& eaſdẽ ordine conſequenter: aliæ igitur ſunt quæ poſt apotomen/& aliæ quę poſt eam quę ex binis nominibus eſt. vt omnes irrationales ſint hęc videlicet.

1 Media.
2 Ex binis nominibus.
3 Ex binis prima medijs.
4 Ex binis ſecunda medijs.
5 Maior.
6 Rationale mediumq; potens.
7 Bina potens media.
8 Apotome.
9 Mediæ prima apotome.
10 Mediæ ſecunda apotome.
11 Minor
12 Cum rationali mediũ totũ efficiẽs.
13 Cum medio mediũ totum efficiens.

Eucli. ex Zamb. Theorema 88. Propoſitio 112.

¶A rationali ad irrationalẽ eã q̃ ex binis nominibus appoſita in latitudo: efficit apotomen cuius noia cõmenſurabilia ſunt nominibus eius quæ ex binis nominibus eſt/& in eadem ratione. & in ſuper apotome quæ gignitur: eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus eſt.



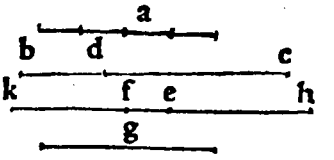
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit rationalis quidem a: ex binis vero nominibus ſit b c, cuius maius nomẽ eſto d c. & ei quod ex a: æquũ eſto id quod ſub b c, e f. Dico q; ipſa e f apotome eſt: cuius noia cõmenſurabilia ſunt ipſis c d, d b, & in eadẽ ratione/& inſuper e f eandẽ rationẽ habet ipſi b c. Sit enim rurſus ei qđ ex a: æquũ id quod ſub b d, g. Quoniam igitur quod ſub b c, e f, æquum eſt ei quod ſub b d, d g: eſt igit̃ p 14. quinti ſicut c b ad b d, ſic eſt g ad e f. maior autem eſt c b ipſa b d. maior igitur & g ipſa e f. Eſto ipſi g æqualis e h. Eſt igitur per 7 & 11 quinti ſicut c b ad b d: ſic eſt h e ad e f. manifeſtũ igitur eſt per 17 quinti: q; ſicut c d ad d b, ſic eſt h f ad f e. Fiat ſicut h f ad f e: ſic f k ad k e. et tota igitur h k: per 12 quinti ad totã k f eſt ſicut f k ad k e. Sicut enim vnũ antecedentiũ ad vnũ conſequẽtiũ: ſic omnia antecedẽtia ad oia ſequẽtia. Sicut autẽ per 12 quinti f k ad k e: ſic eſt c d ad d b. & ſicut igitur per 11 quinti h k ad k f, ſic c d ad d b. cõmenſurabile autẽ eſt per 11 decimi quod ex c d: ei quod ex b d. cõmẽſurabile igit̃ eſt & quod ex h k: ei quod ex f k. Et eſt ſicut per 22 ſexti quod ex h k ad id quod ex k f: ſic eſt h k ad k e. Et quoniã ipſę tres h k, k f, k e, ſunt proportionales: cõmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi h k ipſi k e lõgitudine. quare & h e ipſi e k lõgitudine eſt cõmenſurabilis. Et quoniã per corelariũ 20 ſexti quod ex a æquũ eſt ei quod ſub e h, b d, rationale autem eſt id

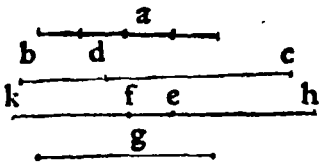
quod ex a:rationale igitur eſt & id quod ſub c h,b d. Et ad ipſam b d rationalē apponitur. rationalis igitur eſt & e h:& ipſi b d lōgitudine cōmēſurabilis. quare & ei cōmenſurabilis e k,rationalis eſt:& ipſi b d lōgitudine cōmenſurabilis. Quoniā igitur eſt ſicut c d ad d b ſic eſt f k ad k e,ipſę autē c d,d b,potētia tā-tum cōmenſurabiles:& ipſæ igitur f k,k e,per 11 decimi potētia tantū ſunt cō menſurabiles. Rationalis autē eſt k e:& ipſi b d lōgitudine cōmenſurabilis. Rō-nalis igit eſt et f k:& ipſi c d lōgitudine cōmēſurabilis. Ipſę igit f k,k e,ratio-nales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles per 11 decimi. Igit f e apotome eſt. Ve-rū c d:ipſa d b,aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili/aut quod fit ex ſibi incommēſurabili. Si quidem c d,ipſa d b maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili:& f k per 13 decimi ipſa k e maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmēſurabili. Et ſi c d,ipſi expoſitę rationali cōmēſurabilis eſt lōgitudine: & f k. ſi autē d b:& k e. ſi vero neutra ipſarū c d,d b:& neutra ipſarū f k,k e. Si autē c d,ipſa b d maius poteſt eo quod gignitur ex ſibi incōmēſurabili:& f k, ipſa k e maius poteſt eo quod fit ex ſibi incōmenſurabili. Et ſi quidē c d cōmē-ſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali lōgitudine:& f k. ſi autē b d:& k e. ſi vero neutra ipſarū c d,d b:& neutra ipſarū f k,k e. Quare ipſa f e apotome eſt: cu-ius nomina f k,k e,cōmenſurabilia ſunt eis nominibus quæ ſunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc eſt ipſis c d,b d,& in eadem ratione/& eundem habet ordinem ipſi b c. A rationali igitur & reliqua. Quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 89. Propoſitio 113.

113 A rationali ad apotomen comparata latitudo: efficit eam quę ex binis nominibus cuius nomina commenſurabilia ſunt ipſius apo-tomes nominibus/& in eadem ratione. & inſuper quę gignitur ex binis nominibus: ipſi apotomæ eundem obtinet ordinem.

THEON ex Zāberto. Eſto rationalis quidē a:apotome autē ſit b d. & ei quidē quod ex a,æquū eſto quod ſub b d,k h: vt quæ ex a rationali ad ipſam b d apotomen cōparata latitudo efficiat ipſam k h. Dico q; k h ex binis nomi-nibus eſt/cuius noia cōmēſurabilia ſunt eis quæ ipſius b d ſunt nominibus/& in eadē ratione:& q; ipſa k h eundē habebit ordinē ipſi b d. Sit inquā per 80 decimi ipſi b d cōgruēs d c. Ipſæ igit b c,c d:p 80 decimi rationales ſunt potē-tia tm cōmēſurabiles. Et ei quod ex a,æquū eſto id qđ ſub b c,g:& ad rationa-lem b c cōparatū. rationalis igit eſt per diffinitionē decimi g:& ipſi b c lōgitu-dine cōmenſurabilis. Quoniā igit per 20 decimi quod ſub b c,g,æquū ei quod ſub b d,k h:proportionale igitur eſt per 26 ſexti ſicut b c ad b d,ſic eſt k h ad g. maior autē eſt b c:ipſa b d. maior igit eſt & k h:ipſa g. Exponat per 2 primi ipſi g æqualis k e. Cōmenſurabilis per 12 decimi igitur eſt k e ipſi b c longitu-dine. Et quoniā eſt ſicut c b ad b d ſic eſt h k ad k e:cōuertēdo igitur eſt per cor-relarium 18 quinti ſicut b c ad c d,ſic eſt k h ad h e. Fiat per 12 quinti ſicut k h ad h e:ſic h f ad f e. & reliqua igitur k f ad h f:eſt ſicut k h ad h e,hoc eſt ſi-cut b c ad c d. Ipſæ autē b c,c d,potētia tantū ſunt cōmenſurabiles. & ipſæ igit k f,f h:per 11 decimi potentia tantū ſunt cōmenſurabiles. Et quoniā eſt ſicut k h ad h e ſic k f ad h f,ſed ſicut k h ad h e ſic h f ad f e:& ſicut igitur per 11 quī-ti k f ad f h,ſic h f ad f e. Quare per correlatiū 19 ſexti & ſicut prima ad tertiā: ſic quod ex prima ad id qđ ex ſecūda. & ſicut igitur per 11 quintik f ad f h,& h f ad f e:ſic qđ ex k f ad id qđ ſub e f,f h. cōmēſurabile autē eſt per 9 decimi qđ ex k f,ei quod ſub e f,f h. Ipſæ igitur k f & e h:potētia ſunt cōmenſurabiles. cōmenſurabilis igitur eſt k f:ipſi f e lōgitudine. quare & e h:ipſi f e lōgitudine cōmenſurabilis eſt. Rationalis autē eſt per 12 decimi k f:& ipſi b c lōgitudine cō menſurabilis. Et quoniā eſt ſicut b c ad c d ſic k f ad f h,vicīſſim quoq; p 16 quinti & ſicut b c ad k f ſic d c ad f h,cōmenſurabilis autē eſt b c ipſi k f:com-menſurabilis igitur eſt & f h ipſi c d. Ipſæ autē b c,c d:rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. & ipſæ igitur k f,f h,rationales ſunt potētia tantū com menſurabiles. Ex binis igitur nominibus eſt k h. Si quidē igitur b c,ipſa b d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili:& k f,ipſa f h maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili. Et ſi b c cōmenſurabilis eſt lōgitudine ipſi expo ſitæ rationali:& f h quoq; ſi autē neutra ipſarū b c,c d:& neutra ipſarū k f,f h.

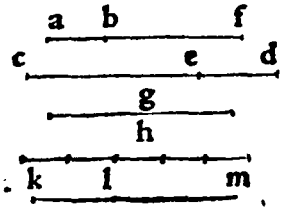




Si vero b c ipſa c d maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili: & k f ipſa f h maius poterit eo quod ex ſibi ſit incõmẽſurabili. Et ſi b c ipſi expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt lõgitudine: & k f. ſi autẽ c d: & f h. ſi vero neutra ipſarũ b c, c d: & neutra ipſarũ k f, f h. Ex binis nominibus igit̃ eſt k h: cuius nomina k f, f h, cõmẽſurabilia ſunt ipſis b c, c d, noibus ipſius apotomes & in eadẽ ratione. & inſuper k h: ipſi b c eundẽ habebit ordinẽ. Quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 90. Propoſitio 114.

¶ Si areola compræhendatur ſub apotomæ & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina commenſurabilia ſunt ipſius apotomes nominibus & in eadem ratione: quæ areolam poteſt rationalis eſt. 114

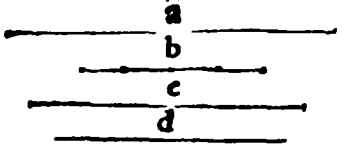


¶ THEON ex Zamb. ¶ Compræhendatur areola ſub apotomæ a b, & ea quę ex binis nominibus c d: ſintq; eius quæ ex binis nominibus noia c e, e d, per 113 decimi cõmenſurabilia ipſius apotomes noibus a f, f b, & in eadẽ ratione. Sitq; potens id quod ſub a b, c d: ipſa g. Dico q; ipſa g rationalis eſt. Exponat̃ enī rationalis h: & ei quod ex h æquũ ad ipſam c d cõpareť/latitudinẽ; efficiẽs k l. igitur ipſa k l: apotome eſt per 113 decimi cuius noia ſint k m, m l, cõmenſurabilia noibus eius quæ ex binis nominibus hoc eſt ipſis c e, e d, & in eadem ratione. Iam & ipſæ c e, e d: per 12 decimi cõmenſurabiles ſunt ipſis a f, f b, & in eadẽ ratione. eſt igit̃ ſicut a f ad f b: ſic eſt k m ad m l. viciſſim igit̃ per 16 quinti eſt ſicut a f ad k m: ſic eſt b f ad l m. & reliqua igit̃ a b per 12 quinti ad reliquã k l eſt: ſicut a f ad k m. Cõmenſurabilis autẽ eſt a f ipſi k m. cõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi & a b ipſi k l. Eſtq; per cõſtructionẽ ſicut a b ad k l: ſic eſt quod ſub c d, a b, ad id quod ſub c d, k l. Cõmẽſurabile igitur eſt & quod ſub c d, a b: ei quod ſub c d, k l. Aequum autem eſt id quod ſub c d, k l: ei quod ex h. cõmẽſurabile igitur eſt quod ſub c d, a b: ei quod ex h. Quod autẽ ſub c d, a b: ęquũ eſt ei quod ex g. cõmẽſurabile igit̃ eſt et qđ ex g: ei quod ex h. Rationale autẽ eſt eſt id qđ ex h. rationale igitur eſt & id qđ ex g. Rationalis igit̃ eſt per diffinitionẽ decimi g. & ipſam põt areolã quæ ſub c d, a b. Si areola igitur cõpræhendatur ſub apotomę: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendũ.

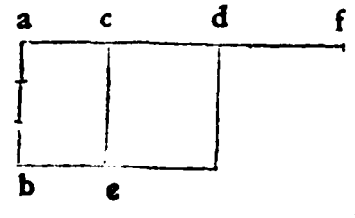
¶ CORRELARIVM. ¶ Fitq; nobis & id propterea manifeſtum: q; poſſibile eſt rationalem areolam ſub irrationalibus rectis lineis contineri.

Euclid. ex Zamb. Theorema 91. Propoſitio 115.

¶ A media infinitæ irrationales fiunt: & nulla vlli eorum quæ prius eſt eadem. 115



¶ THEON ex Zãb. Eſto media a. Dico q; ab a infinitæ irrationales fiũt: & nulla vlli earũ quæ prius eſt eadẽ. Exponatur rationalis b: & ei quod ſub b a per 14 ſecũdi ęquũ eſto id quod ex c. Igitur c irrationalis eſt. Quod autẽ ſub irrationali & rationali per lẽma 38 decimi irrationale eſt: & nulli earũ quæ prius eſt eadẽ. Quæ autẽ ex nulla earũ quæ prius ad rationalẽ appoſita latitudo: mediã efficit. Rurſus iam ei quod ſub b c: æquũ eſto id quod ex d. Irrationale igitur eſt id quod ex d. irrationalis igitur d: & nulli eorũ quæ prius eadẽ eſt. Quæ autẽ a nulla earũ quæ prius ad rationalẽ appoſita latitudo: efficit c. Simíliter quoq; iam & huiuſmodi ordo ſequetur: ſi in infinitũ extendas. manifeſtũ eſt igit̃ q; a media infinitæ fiunt irrationales: & nulli earum quæ prius eędem.

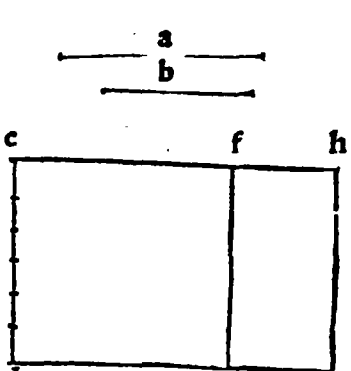


¶ ALITER. ¶ Eſto media a c. Dico q; ab a c, infinitę ſunt irrationales: & nulli earũ quſi prius eędẽ. Excitetur per 11 primi ipſi a c ad angulos rectos a b. ſit rationalis a b. cõpleaturq; b c. irrationale igitur eſt per 11 decimi b c: & ipſũ potens irrationalis eſt. Poſſit autẽ per lẽma 38 decimi ipſum c d. igitur c d eſt irrationalis & nulli earũ quæ prius eadẽ eſt. a nulla autẽ earũ quæ prius ad rationalẽ appoſita latitudo: mediã efficit. Rurſus cõpleatur e d. irrationale igitur eſt e d: & ipſum potens irrationalis eſt. poſſit autem ipſum d f. irrationalis igitur eſt d f: & nulli earum quæ prius eadem. A nulla autem ipſarum quæ prius ad rationalem appoſita latitudo: efficit c d. a media igitur infinitę irrationales: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 92. Propoſitio 116. Zamb. 105.

116 ¶Minori commenſurabilis: minor eſt.

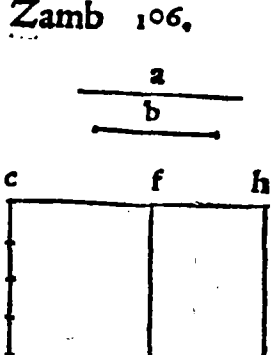
¶THEON ex Zãb. ¶Eſto minor a: et ipſi a cõmẽſurabilis eſto p 11 decimi b. Dico q̃ b minor eſt. Exponat c d rationalis: & ei qđ ex a per 44 primi ęquũ ad ipſam c d comparetur c e, latitudinem efficiens c f. Apotome igitur eſt c f. Et autẽ quod ex b, per eandẽ æquũ ad ipſam f e cõparetur f g: latitudinẽ efficiẽs f h. Quoniã igit cõmẽſurabilis eſt a ipſi b: cõmenſurabile igit eſt & quod ex a ei quod ex b. Sed ei quidẽ quod ex a, æquũ eſt c e: ei autẽ quod ex b, æquũ eſt f g. cõmenſurabile igit eſt c e: ipſi f g. Sicut autẽ c e ad f g: ſic eſt c f ad f h. Cõmẽſurabilis igit eſt c f: ipſi f h lõgitudine. Apotome autẽ quarta eſt per 100 decimi ipſa c f. Igit & f h: quarta eſt apotome. Rõnalis autẽ eſt f e. Si vero areola cõpræhẽdatur ſub rationali & quarta apotomę: q̃ areolã poteſt minor eſt per 94 decimi. Ipſam autem f g areolam: ipſa b poteſt. ergo b minor eſt. Quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 93. Propoſitio 117. Zamb 106.

117 ¶Cum rationali medium totum efficienti commẽſurabilis: cum rationali medium totum efficiens eſt.

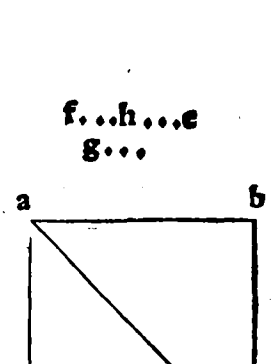
¶THEON ex Zamb. ¶Sit cũ rationali mediũ totũ efficiens a: cõmẽſurabilis autẽ ei eſto b. Dico q̃ b cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt. Exponat rationalis c d: & ei quidẽ quod ex a æquũ ad ipſam c d cõparetur c e, latitudinẽ efficiens c f. Apotome igitur eſt quinta ipſa c f per 102 decimi. Et autẽ quod ex b per 44 primi æquũ ad ipſam f e cõparetur f g: latitudinẽ efficiẽs f h. Quoniã igitur cõmenſurabilis eſt a ipſi b: cõmenſurabile igitur eſt id quod ex a ei quod ex b. Sed ei quidẽ quod ex a, æquũ eſt c e: ei vero quod ex b, æquũ eſt f g. Igitur c e: ipſi f g eſt cõmenſurabile. Cõmenſurabilis igitur eſt c f: ipſi f h longitudine. Quinta autem apotome eſt c f. Apotome igitur quinta eſt: & f h. Rationalis autẽ f e. Si vero areola cõpræhendatur ſub rationali & apotomę quinta: q̃ areolam poteſt cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt per 95 decimi. Poteſt autẽ ipſum f g: ipſa b. Igitur b: cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt. Quod erat oſtẽdendũ.



Eucli.ex Zamb. Theorema 94. Propoſitio 118.

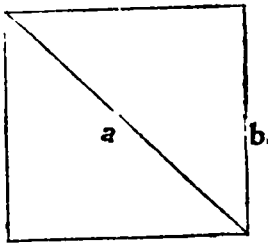
118 ¶Propoſitum nobis ſit oſtendere: q̃ in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

¶THEON ex Zamb. ¶Eſto quadratũ a b c d: dimetiens vero illius ſit a c. Dico: q̃ a c ipſi a b lõgitudine eſt incõmenſurabilis. Si enim poſſibile: ſit commẽſurabilis. Dico q̃ eueniet: q̃ par numerus & impar erũt idẽ. Manifeſtũ quidẽ igit per 47 primi: q̃ id quod ex a c duplũ eſt eius quod ex a b. Et quoniam c a ipſi a b cõmenſurabilis eſt: igitur c a ad a b rationẽ habet quã numerus ad numerũ per 5 decimi. habeat autẽ: quã e f ad g. Sint q̃ e f, g, minimi eandẽ rationẽ habentiũ eis. Igitur e f nõ eſt vnitas. Si enim e f eſt vnitas: & rationẽ habet ad g quã a c ad a b, & maior eſt a c ipſa a b: maior igitur eſt e f vnitas ipſo g numero. quod eſt impoſſibile. Igit e f nõ eſt vnitas. numerus igitur. Et quoniam eſt ſicut a c ad b ſic eſt e f ad g: & ſicut igitur per 15 quinti quod ex c a ad id quod ex a b, ſic qđ ex e f ad id quod ex g. Duplum autẽ eſt qđ ex c a eius quod ex a b. Duplũ igitur eſt & qđ ex e f: eius quod ex g. par igitur eſt id qđ ex e f. quare & ipſe e f par eſt. Si enim impar eſſet: & quod ex eo quadratum impar eſſet per vigeſimãnonam noni. quippe quoniã ſi quilibet numeri impares compoſiti fuerint: multitudoq̃ fuerit impar: & totus impar eſt. Igitur e f par eſt. Secetur per 10 primi e f bifariã in h. Et quoniã ipſi e f, g, numeri minimi ſunt eandẽ eis habentiũ rationẽ: & primi ſũt adinuicẽ per 24 ſeptimi. & e f: par eſt. Impar igitur eſt g. Si enĩ eſſet par: ipſos e f, g, metiretur binarius. omnis eteni par: habet partes dimidias primas adinuicẽ exiſtentes. quod eſt impoſſibile. Igitur g non eſt par. Et quoniã ipſius e h duplus eſt e f: quadruplus igit eſt qui ex e f, eius quod ex e h. Duplus aũt qui ex e f eius qui ex g. duplus igitur qui ex g: eius quod ex h e. Igitur qui ex g par eſt. & par igitur g per ea quæ dicta ſunt. ſed & impar. quod eſt impoſſibile. Igitur c a: ipſi a b longitudine non eſt commenſurabilis. incommenſurabilis igitur.



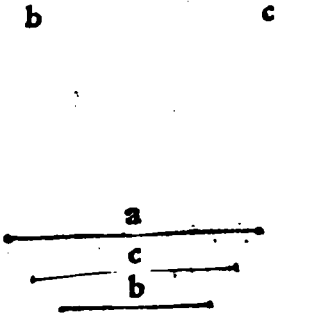
¶Oſtendendum & aliter: q̄ incommenſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri. Sit inquam pro dimetiente/a: pro latere vero/ ſit b. Dico q̄ a: ipſi b lōgitudine eſt incōmēſurabilis. Si enim poſſibile: ſit cōmenſurabilis. Fiatq̄ rurſus ſicut a ad b: ſic e f ad g. ſintq̄ minimi eandē eiſdem habentium rationem: ipſi e f, g. Igitur ipſi e f, g: primi ſunt adinuicē. Dico primum q̄ g non eſt vnitas. Si enī poſſibile: eſto vnitas. Et quoniā eſt ſicut a ad b ſic eſt e f ad g: & ſicut igitur per 11 & 15 quinti quod ex a ad id quod ex b, ſic quod ex e f ab id quod ex g. Duplum aūt eſt id quod ex a: eius quod ex b. Duplus igitur & qui ex e f: eius qui ex g. Et g vnitas eſt. Igitur e f binarius eſt quadratus. Quod eſt impoſſibile. Igitur g nō eſt vnitas. numerus igitur. Et quoniam eſt ſicut quod ex a ad id quod ex b ſic qui ex e f ad eum qui ex g, & rurſus ſicut quod ex b ad id quod ex a ſic qui ex g ad eum qui ex e f, metitur autem quod ex b id quod ex a, metitur autem & qui ex g quadratus eum qui ex e f, quare & latus idem g ipſum e f metitur/ metitur autem & ſeipſum g: igitur g ipſos e f, g, metitur qui primi ſunt adinuicem. Quod eſt impoſſibile. Igitur a: ipſi b non eſt commenſurabilis. incommenſurabilis igitur. Quod oſtendere oportuit.

f . . . h . . . . e
g . . .



¶Priorum dilucidior explanatio.

¶Sit quadratū a b c d: dimetiens vero ipſius ſit a c. Manifeſtū eſt q̄ iſoſceles eſt triangulū c d a, æquū habēs d a ipſi d c: ſimiliterq̄ triāgulū iſoſceles eſt a b c. Sit igitur d a vnitatū 4. ſiue pedum: ſicq̄ & c d, quatuor. quare manifeſtum eſt q̄ qđ ex d a quadratū: eſt vnitatū ſiue pedū 16. ſic etiā & quod ex c d: 16 eſt vnitatū ſiue pedū. At quoniā id quod ex a c æquū eſt eis quæ ſunt ex d a, c d, quēadmodum ex 47 primi perſpicuū eſt: manifeſtum eſt q̄ id quod ex a c eſt duplum eius quod ex d a. At id quod ex d a: eſt vnitatum 16. id igitur quod ex dimetiente: 32 erit/ in dupla quidē. At quoniā longitudine cōmenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur earumq̄ quadrata rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum/ at efficiēs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur/ neq̄ quæ ex eis quadrata ſunt rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum (nullum enim quadratum alterius quadratū duplum eſt) incōmenſurabilis igitur eſt longitudine dimetiēs lateri. efficiēs enim 32 ſiue latus/ eſt vnitatum 5 & minutorum 39: quæ 5, 39, ac 4, nullam habent communem menſuram. quare 32 ad 16 ſicut dictum eſt rationem non habet qualem quadratus numerus ad quadratum numerum.



¶Inuentis iam longitudine incommenſurabilibus rectis lineis a, b: & plures aliæ magnitudines ex binis diuiſionibus comperiuntur. Dico iam plana adinuicem incommenſurabilia. Quoniam ſi ipſarum a, b, linearum rectarum proportionalem ſuſceperimus c: erit igitur ſicut a ad b, ſic quæ ex a ſpecies ad eam quæ ex c ſimilē ſimiliterq̄ deſcriptam ſpeciem ſiue quadrata/ ſiue aliæ rectilineæ ſimiles deſcriptæ fuerint/ ſiue etiam circuli circa dimetientes a c, quippe quōniam circuli adinuicem ſunt ſicut ea quæ ex dimetientibus ſunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommenſurabiles. ¶Oſtēſis ſiquidem ex binis diuiſionibus differētijs areolarum incommenſurabilium: oſtendemus eas quę ex ſolidis ſpeculationes: qualiter ſunt ſolida cōmenſurabilia & incōmenſurabilia adinuicē. Si enī in ijs quæ ex a, b, quadratis eiſdem æqualibus rectilineis figuris cōſtituamus altitudine æqualia ſolida parallelepipeda/ vel pyramides/ vel priſmata: erūt ipſa cōſtituta adiuicē ſicut baſes/ & cōmēſurabilia erunt ipſa ſolida. Si vero incommēſurabiles: incommenſurabilia. ¶Sed & ſi duobus expoſitis circulis ab ipſis conos vel cylindros altitudine æquales deſcribemus: erunt adinuicē ſicut baſes hoc eſt ſicut ipſi circuli. Etſi ipſi circuli ſunt cōmenſurabiles: & ipſi coni & cylindri cōmenſurabiles erūt. Si vero ipſi circuli erunt incōmenſurabiles: ipſi coni & cylindri erūt incōmenſurabiles. Et nobis ſit manifeſtū: q̄ non ſolum in lineis & ſuperficiebus ſunt cōmēſurabiles & incommenſurabiles/ ſed in ſolidis quoq̄ figuris hoc repperitur.

EVCLIDIS Megarenſis Geometricorum
Elementorum decimi libri
Finis.

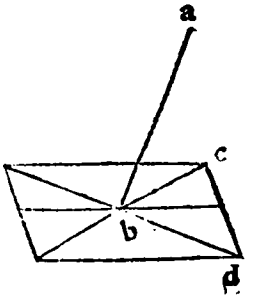
¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholamæo Zãberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber vndecimus.

Eucli. ex Campano. Diffinitiones.

1 ¶Corpus: eſt quod lõgitudinem/ & latitudinem/ & altitudinẽ habet. Cuius termini: ſunt ſuperficies.

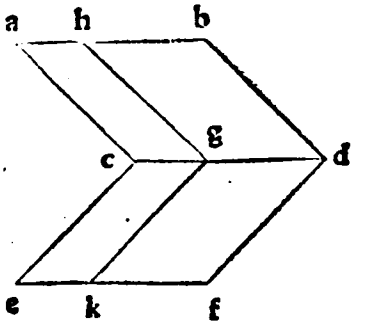
2 ¶Linea erecta ſupra ſuperficiem: eſt quæ cum ſingulis ſibi cõterminalibus lineis in ea ſuperficie expaſſis angulos rectos facit. Linea autẽ hęc: ſupra eam ſuperficiẽ perpendicularis eſſe/ & ad eandem orthogonaliter inſiſtere dicitur.

¶Intelligatur enĩ linea a b exurgere ſupra planũ: ita q; punctus a imaginetur in aere/ & b in plano. & a puncto b ducãtur plures lineæ in eodẽ plano: vt b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit q; linea a b cũ linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo, angulũ rectum cõtineat: ipſa dicetur eſſe perpẽdicularis ad illã ſupficiẽ in qua protractæ ſunt hæ lineę/ videlicet b c & b d. & aliæ cũ quibus ipſa ponit cõtinere angulũ rectũ.



3 ¶Superficies autem erecta ſuper ſuperficiem eſt: quoties puncto vno eodem lineæ quæ eſt communis terminus illarum ſuperficierum duæ perpendiculares conterminales ſuperſtant/ quæ rectum continentes angulum in eiſdem ſuperficiebus ſitæ ſunt.

¶Verbi gratia/ imaginemur ſuperficiem a b c d exurgere/ ſuperficiem vero c d e f iacere: & intelligamus lineam c d eſſe communem terminum ambarum. In ea itaq; ſignetur punctus g: a quo ad lineam c d extrahantur duæ lineę perpendiculares. vna videlicet in ſuperficie c d e f, quæ ſit g k: & alia in ſuperficie a b c d quæ ſit g h. Si igitur angulus quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares videlicet g h & g k, erit rectus: ſuperficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem c d e f.



4 ¶Superficies æquidiſtantes: ſunt quæ in vtramlibet partem protractæ non concurrent/ etſi in infinitum producantur.

¶Intellectum eſt quod dicitur. Scire tamen debes: q; omnes planæ ſuperficies/ aut ſunt æquidiſtantes abinuicem/ aut in omnem partem protractæ cõcurrent alicubi & ſuper rectã lineam ſe ſecabunt. Lineas autem rectas nõ eſt neceſſariũ vel eſſe ęquidiſtãtes vel in vtrãq; partẽ protractas cõcurrere: quippe q̃ in eadẽ ſupficie nõ ſunt nec ęquidiſtãt abinuicẽ/ nec tñ quantũlibet protractę cõcurrẽt.

5 ¶Aequa corpora ſunt atq; ſimilia: quorum terminales ſuperficies numero ac quantitate ęquales vnius creationis ſint atq; ſimiles.

6 ¶Similia corpora: ſunt quæ ſimilibus ſuperficiebus numero ęqualibus continentur.

¶Si has duas diffinitiones de corporibus ęqualibus et ſimilibus/ nõ ĩtelligis: ad diffinitionẽ ſimilium ſuperficierum poſitã in principio ſexti recurre.

7 ¶Corpus ſerratile: dicitur quod quinq; ſuperficiebus quarũ tres parallelogrammæ ſunt duæ vero triangulæ/ continetur.

¶Domui quatuor parietes æquidiſtantes habenti/ tectum vnico faſtigio ſupremis duorum parietum lateribus æquali & æquidiſtãti ſuperpoſitum: ſerratilis corporis expreſſam ſimilitudinem gerit.

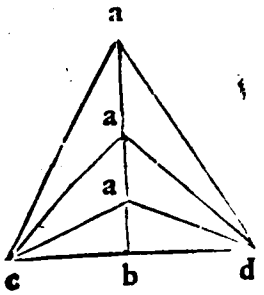
¶Sphæra:eſt tranſitus arcus circunferentiæ dimidij circuli quoties ſumpto vel ſupremo ſemicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum ſuum redeat/arcus ipſe circumducitur. 8

¶Super quamlibet lineam ſemicirculo deſcripto/ſi linea illa fixa ſemicirculus tota reuolutione circunducatur:corpus quod deſcribitur/ ſphæra nominatur. Cuius centrum:conſtat eſſe centrum ſemicirculi circunducti.

¶Pyramis laterata:eſt figura corporea quã continẽt ſuperficies/a quarũ vna reliquę ſunt ad vnũ oppoſitum punctũ ſurſum erectę. 9

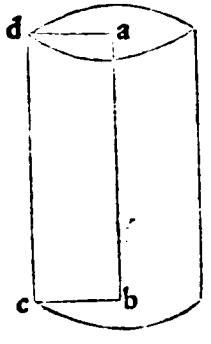
¶In omni laterata pyramide cũctæ ſuperficies ipſam ambientes:ab ipſius baſi ad vnum punctum ſubleuantur/qui conus pyramidis dicitur. ſuntq; omnes hæ laterales ſuperficies:triangulę/ baſis vero frequenter non eſt triangula.

¶Pyramis rotunda:eſt figura ſolida/eſtq; tranſitus trianguli rectanguli alterutro ſuorum laterum rectum angulum continentiũ fixo/donec vſq; ad locum vnde moueri cœpit redeat triangulo ipſo circũducto. Si igitur latus fixum lateri circũducto fuerit ęquale:erit figura rectangula.Si autẽ lõgius:acutiangula.Si vero breuius:obtuſiãgula erit.Axis autẽ ipſius figuræ:eſt latus fixũ.Baſiſq; ſua:circulus.Dicitur autem figura hęc:pyramis colũnę rotundæ. 10



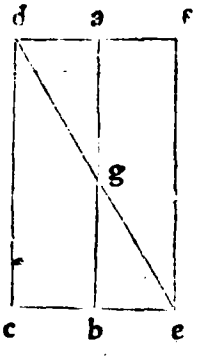
¶Sit trigonus a b c:rectum angulum habens qui ſit b.figaturq; alterum duorum laterum ambientium rectum angulum b:ſitq; latus quod figitur/a b.quo fixo:circũducatur trigonus quouſq; ad locũ vnde moueri cœperit redeat.Corporea ergo figura quę huius trigoni motu deſcribitur:rotunda pyramis appellatur.Cuius tres ſunt differentiæ.Alia enim eſt rectãgula/alia acutiangula/tertia obtuſiangula.Et prima quidem eſt:quãdo latus a b lateri b c fuerit æquale. Eſto enim vt linea b c/ quum rotatu trigoni peruenerit ad ſitum lineæ b d,itaq; punctus c cadat ſuper punctum d, fiat linea vna:hoc eſt vt ipſa tunc coniungatur ſitui a quo moueri cœpit ſecundum rectitudinem.eritq; linea hæc quaſi b c d.Et quia ex 32 primi & 5 eiuſdem angulus c a b eſt medietas recti:erit angulus c a d rectus.ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula.Si autem latus a b ſit longius latere b c:erit acutiangula.Erit enim tunc ex 32 primi & 19 eiuſdem angulus c a b:minor medietate recti.ideoq; totus angulus c a d:eſt minor recto & acutus.quare pyramis acutiangula.Qz ſi latus a b fuerit breuius latere b c:erit angulus c a d maior medietate recti ex 32 primi & 19 eiuſdem.& totus c a d,qui eſt duplus ad ipſum c a b:maior recto & obtuſus.igitur & pyramis cõuenienter tunc dicitur obtuſiãgula.Axis autem huius pyramidis: dicitur linea a b.Baſis vero eius:circulus quem deſcribit linea c b ſuper centrum b. Dicitur quoq; hæc pyramis columnæ rotundæ:illius videlicet quam motu ſuo deſcriberet parallelogrammum proueniens ex a b & b c,latere a b manente fixo.

¶Figura corporea totunda cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus & craſſitudine id eſt altitudine æquales:eſt tranſitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo/ipſaq; ſuperficie donec ad locum ſuum redeat circũducta.Dicituq; hæc figura:colũna rotunda. Columnæ itaq; rotundæ atq; ſphæræ circuliq;:vnum atq; idem eſt centrum. 11



¶Sit parallelogrãmum rectangulũ a b c d.figaturq; latus a b:& eo fixo totum parallelogrãmum quouſq; ad locum ſuum cadat vel redeat circũducatur.Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu deſcripta:totunda colũna nominatur/cuius baſes ſunt duo circuli.& eſt vnus eorum: circulus quem deſcribit motu ſuo linea b c,cuius circuli centrũ eſt pũctus b.alter vero eſt:quẽ motu ſuo deſignat linea d a,& eius centrũ eſt pũctus a.Axis autem huius columnæ: dicitur linea a b q̃ manet fixa i motu parallelogrãmi.Qz ſi imaginati fuerimus parallelogrãmum a b c d cum peruenerit rotatu ſuo ad ſitum a b e f,coniungi ſitui a quo moueri cępit ſecundum continuitatem ſuperficiei planæ/ vt ſcilicet

totũ fit vnũ parallelogrãmũ d c, e f, & ptraxerimus ī eo diametrũ d e: erit quoq; diameter d e diameter colũnæ. Quod autẽ dicitur colũnæ & ſphęrę & circuli idẽ eſſe centrũ: intelligi debet cũ horum vna eſt eadẽq; diameter. Verbi gratia. diximus enī q; d e eſt diameter iſtius colũnę. Sphærã igitur atq; circulum quorũ diameter eſt linea d e: neceſſe eſt idem centrũ habere cum cẽtro propoſitæ colũnę. Sit enim vt linea d e ſecet lineam a b in puncto g, eritq; g centrum colũnę. diuidit enim axem colũnæ per ęqualia: & diametrũ colũnæ per æqualia. quod patet per 25 primi. nam anguli qui ſunt ad g: ſũt æquales ex 15 primi. & anguli qui ſũt ad a & b: recti ex hypotheſi. linea quoq; a d: eſt æqualis lineæ b e. itaq; d g eſt æqualis e g: & a g æqualis g b. Cũq; anguli c & f ſint recti: ſi ſuper pũctum g ſecundum ſpacium d g, ac ſuper lineam d e circulus deſcribatur/ trãſibit ex conuerſa primæ partis 30 tertij per puncta c & f. itaq; punctum g eſt cẽtrum circuli cuius diameter eſt diameter colũnę/ ideoq; & ſphæræ. Quare manifeſtũ eſt omni parallelogrammo rectãgulo circulum/ omniq; columnę rotundę ſphęram eſſe circunſcriptibiles. Sicq; patet quod voluit iſtud theorema.



12 ¶ Angulus corporeus ſiue ſolidus: eſt quem cõtinent anguli plani plures q̃ duo/ qui haudquaquã in vna ſuperficie ſiti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶ Duo anguli plani angulum ſolidum perficere nequeunt: ſicut nec duę rectæ lineæ nequeunt ſuperficiem claudere. Angulos quoq; planos ſolidum ãgulum continentes in eadem ſuperficie non conuenit eſſe ſitos: ſed in diuerſis. quẽadmodum duas rectas lineas planum perficiẽtes angulum: non conuenit ſibi inuicem ſecundum ſitum rectitudinis applicari.

13 ¶ Similes ſunt figurę corporeę rotũdę/ ſiuę ſint colũnę ſiue earũ pyramides: quarum axes diametris ſuarum baſium ſunt proportionales.

¶ Propoſitis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotũdis/ ſi fuerit proportio axis vnius earum ad diametrũ ſuæ baſis ſicut axis alterius ad diametrum ſuæ baſis: illæ duæ columnæ aut pyramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.

¶ Ex Tralatione Zamberti. Diffinitiones.

1 Solidum: eſt quod lõgitudinem/ latitudinem/ & craſſitudinẽ habet. Solidi vero terminus: ſuperficies eſt.

2 ¶ Recta linea ad planum recta eſt: quando ad omnes contingentes ipſam rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes/ rectos efficit angulos.

3 ¶ Planũ ad planũ rectum eſt: quando cõmuni ſegmento ipſorum planorum ad angulos rectos ductæ rectę lineæ in vno ipſorum planorum/ reliquo plano ad angulos rectos fuerint.

4 ¶ Plani ad ~~planum inclinatio~~ eſt compræhenſio anguli acuti ſub iis quæ ad angulos rectos communi ſegmento ducuntur ad idẽ ſignum in ~~vtroq;~~ ipſorum planorum.

5 ¶ Planum ad planum inclinari dicitur & alterum ad alterũ: quãdo prædicti inclinationum anguli ſibi inuicem æquales fuerint.

6 ¶ Parallela plana: ſunt quæ contactum non admittunt.

7 ¶ Similes ſolidæ figuræ: ſunt quæ ſub ſimilibus planis/ æqualibus multitudine compræhenduntur.

¶Similes solidæ figuræ & æquales: sunt quæ sub similibus planis multitudine & magnitudine æqualibus compræhenduntur. 8

¶Angulus solidus: est sub pluribus duabus lineis sese adinuicem tangentibus & non existentibus in eadem superficie ad omnes lineas inclinatio. Aliter. 9

¶Solidus angulus: est qui sub pluribus duobus planis angulis compræhenditur non existentibus in eodem plano/ad vnum signum constitutis.

¶Pyramis: est figura solida planis compræhensa ab vno plano ad vnum signum constituta. 10

¶Prisma: est figura solida planis compræhẽsa/quorum duo quæ ex oppositọ ęqualia & similia sunt parallela/reliqua vero parallelogramma. 11

¶Sphæra: est quando semicirculi manente dimetiente circundu ctus semicirculus in seipsum rursus reuoluitur vnde incępit/ cir cum assumpta figura. 12

¶Axis sphęrę: est manẽs recta linea quã circũ semicirculus vertit. 13

¶Centrum sphęræ: est illud quod & semicirculi. 14

¶Dimetiẽs sphæræ: est recta quædã linea per cẽtrũ acta & termi nata ex vtraq; parte sub ipsius sphæræ superficie. 15

¶Conus: est quando rectanguli trianguli manente vno eorũ quę circa rectũ ãgulũ latere circũductũ triãgulũ in idẽ rursus vnde sumpserat exordiũ circũuoluit/ea assumpta figura. Et si manẽs recta linea ęqua fuerit reliquę quæ circum rectũ circũductę: rectãgulus erit conus. Si vero minor: ãblygonius. Si autẽ maior: oxygonius. 16

¶Axis coni: est manens quædam recta linea quam circũ triãgulum vertitur. Basis autem: est circulus sub circumducta recta linea descriptus. 17

¶Cylindrus: est quando rectanguli parallelogrammi manente vno eorũ quę circũ rectũ angulum latere circũductum parallelogrammum in idem vnde sumpsit exordium steterit/ea assumpta figura. 18

¶Axis cylindri: est manens quædã recta linea quã circũ paralle logrammum vertitur. Basis autem circuli qui sub ijs quæ ex opposito circunductis lateribus sunt descripti. 19

¶Similes coni et cylindri: sunt quorum axes & dimetientes basium sunt proportionales. 20

¶Cubus: est figura solida sub sex quadratis contenta lateribus. 21

¶Octaedrum est figura solida sub octo æqualibus & ęquilateris contenta triangulis. 22

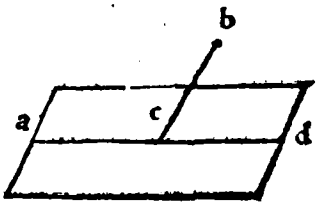
¶Dodecaedrum: est figura solida sub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis compræhensa. 23

¶Icosaedrum: est figura solida sub vigínti triãgulis æqualibus & æquilateris compræhensa. 24

Eucli.ex Camp. Propoſitio prima.

1 LIneæ rectæ partem eſſe in plano & partem in ſublimi: eſt impoſſibile.

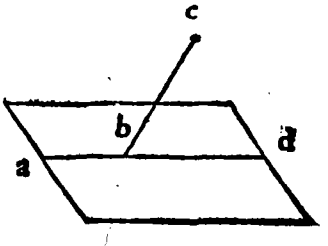
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b recta. Dico q̃ nõ eſt poſſibile: vt pars eius ſit in plano/& pars ſurſum eleuata. Si enim eſt poſſibile: ſit pars eius q̃ eſt a c ſita in plano/& pars eius q̃ eſt c b in ſublimi poſita. & protrahat̃ directe a c in plano in quo ipſa ſita eſt: vſq; ad d. eritq; vt vni eidẽq; lineę q̃ eſt linea a c, duæ lineæ penitus diuerſę quæ ſunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijciantur. Quod eſt impoſſibile ex 13 primi.



Eucli.ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 ¶ Rectæ lineæ partem in ſubiecto plano/partem vero in ſublimi eſſe: eſt impoſſibile.

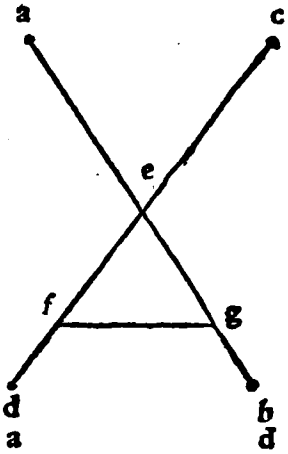
¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim poſſibile: rectæ lineæ a b c, pars quidem a b eſto in plano/pars autem b c eſto in ſublimi. erit iam quędã ipſi a b cõtinua recta linea in rectum in ſuppoſito plano. ſit b d. Igitur binis datis rectis lineis a b c, a b d: commune ſegmẽtum eſt a b. quod eſt impoſſibile. Recta linea nãq; cum recta linea non concurrit in pluribus ſignis vno: ſi adinuicem ipſæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partẽ in ſubiecto plano/partem autem in ſublimi eſſe: eſt inpoſſibile. Quod fuerat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 2.

2 OMnes lineę duę quarũ altera alterã ſecat: in vna ſuperficie ſitæ ſunt. omniſq; triãgulus: in vna ſuperficie totus cõſiſtit.

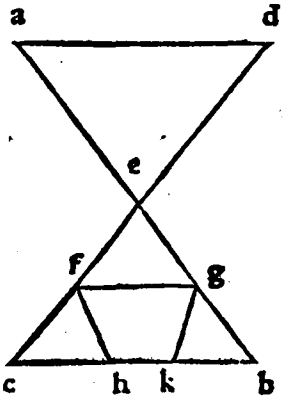
¶CAMP. ¶Sint duæ lineę rectæ a b & c d: ſe inuicẽ ſecãtes in pũcto c. Dico eas eſſe in ſuperficie vna. & omnẽ triangulũ dico eſſe in ſuperficie vna totum. Signetur enim punctus f, in linea c d: & punctus g, in linea a b. & ducatur linea f g. Quia igitur impoſſibile eſt partẽ trianguli e f g eſſe in plano & partẽ in ſublimi/quin etiam ſuarũ terminaliũ linearũ vnius aut pluriũ pars ſimiliter ſit in plano & pars ſimiliter in ſublimi: cum de lineis hoc ſit impoſſibile per præmiſſam/erit quoq; impoſſibile de triangulo. Itaq; totus triangulus e f g: eſt in ſuperficie vna. Ex hac igitur ſecunda parte & præmiſſa: conſtat prima pars huius ſecundæ propoſitionis.



Eucli.ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

2 ¶Si binæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: in vno ſunt plano. & omne triangulum in vno plano exiſtit.

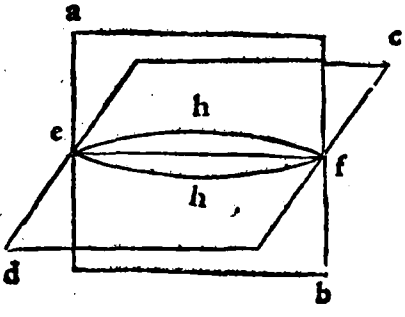
¶THEON ex Zamberto. ¶ Binæ inquã rectæ lineæ a b, c d, ſe adinuicẽ ſecent in ſigno e. Dico q̃ ipſæ a e b, c d in vno conſiſtũt plano. & omne triangulum in vno eſt plano. Aſſumantur in ipſis e c, e b, ſigna vtcũq; : ſintq; f, g. connectanturq; b c, f g. extendaturq; f h, g k. dico primum q̃ triangulum e c b in vno eſt plano. Si ipſius nãq; trianguli e c b pars/aut f c h, aut g b k, ĩ ſubiecto plano eſt/reliquum vero in alio: & erit vnius ipſarum e c, e b, rectarum linearũ pars in ſubiecto plano/pars autem in alio. Si autem ipſius e c b trianguli/c f b g, pars fuerit in ſubiecto plano/reliquum vero in alio: erit & ambarum e c, e b, rectarum linearum pars quidẽ in ſubiecto plano/& pars in alio. quod per 1 vndecimi impoſſibile eſſe oſtenſum eſt. Igitur triangulum e b c in vno eſt plano. In quo enĩ eſt triãgulũ e c b: in eo eſt & vtraq; ipſarũ e c, e b. In quo aũt eſt vtraq; ipſarũ e b, e c: in eodẽ ſũt & a b, c d, per eãdem. Ipſæ igitur a b, c d, rectę lineę/in vno exiſtũt plano. & oẽ triangulũ in vno eſt plano. qđ erat oſtẽdendũ.

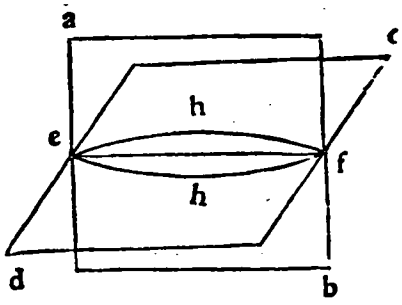


Eucli.ex Camp. Propoſitio 3.

3 OMnium duarum ſuperficierum ſeinuicem ſecantium: cõmunis ſectio eſt linea recta.

¶CAMPANVS. ¶De planis ſuperficiebus intellige: & verũ erit quod dicitur. Sint itaq; duæ ſuperficies planæ a b & c d: ſe inuicẽ ſecantes. Dico q̃ earũ cõmunis ſectio: erit linea recta. Eſto enim duo puncta c & f termini cõmunis ſe

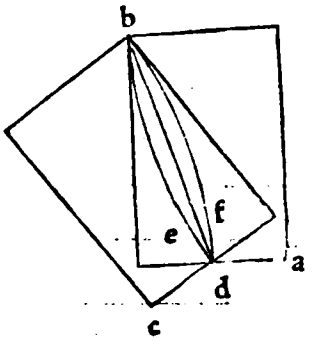




tionis eatũ quę cõtinent per lineã rectã q̃ sit e f. Si igitur linea e f est in vtraq; duarũ superficierũ a b & c d: cõstat propositũ. At vero si in neutra/aut si nõ in altera: cũ ambo puncta e & f sint in vtraq; superficierũ a b & c d, in ea superficie in qua ipsa nõ fuerit protrahat linea recta quæ sit e h f. erũt igit duæ rectæ lineæ e f & e h f: habentes duos terminos cõmunes. Quod est impossibile. Sic enĩ: duę rectæ lineę icluderẽt supficiẽ. qđ est cõtra petitionẽ vltimã primi libri.

Eucli. ex Zamb Theorema 3. Propositio 3.

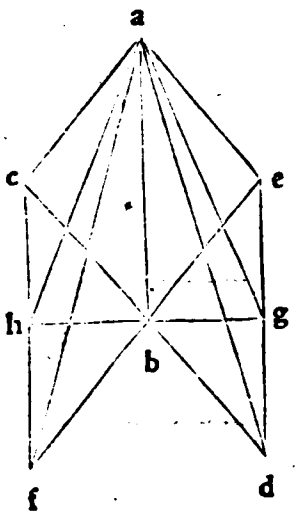
¶ Si bina plana se adinuicem secuerint: communis eorum sectio recta linea est. 3



¶ THEON ex Zãb. ¶ Bina & enĩ plana a b, b c, se adinuicẽ dispescant: cõis autẽ sectio sit linea d b. Dico q; d b linea recta est. Si autem non: connectantur d, b, in ipso a b plano/recta linea d e b: & in ipso b c plano/recta linea d f b. erunt nempe duarum rectarum linearum d e b, d f b, ijdem fines: & perinde areolã cõpræhendẽt. quod per vltimã cõmunem sententiã est impossibile. Ipsę igitur d e b, d f b: rectę lineæ nõ sunt. Similiter quoq; ostendemus: q; nec; vlla alia ex d in b ducta recta linea est/præter ipsam d b communem sectionem ipsorum a b, b c, planorum. Si bina igitur plana se adinuicem secuerint: ipsorum communis sectio recta linea est. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

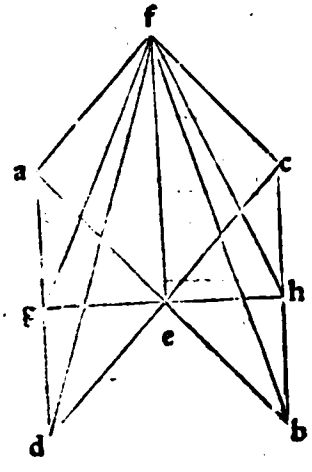
SI fuerit linea orthogonaliter ab insicisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiem perpendicularis erit. 4



¶ CAMP. ¶ Sit linea a b orthogonaliter erecta super insicisionẽ duarũ linearũ c d & e f secãtiũ se in pũcto b: de q̃bus cõstat per antep̃missã q; ipsę sũt sitę in vna supficie. Dico q; linea a b: ppẽdicularis est ad ipsarũ supficiẽ. Sit enĩ c b et b d, ęquales: at vero f b et b e ęquales. et ꝓtrahant lineę e d & c f: q̃ erũt ęquales per 4. primi/& æquidistantes per 27 eiusdem. Signato itaq; pũcto aliquo in linea e d, qui sit g: ducatur linea g b h. eritq; ex 26 primi/e g: ęqualis f h. igitur a pũcto a, vel quouis puncto lineæ a b: demittãtur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d: & a e æqualis a f. Itẽ per 8 eiusdẽ æqualis erit ãgulus a e d: æqualis angulo a f c. ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h. & ideo per 8 eiusdem erit angulus a b g, æqualis angulo a b h. quare ex diffinitione vterq; est rectus: et linea a b perpendicularis ad lineã g h. Simili quoq; modo probabis: eandem esse perpẽdicularem ad omnes lineas protractas a pũncto b in superficie duarum linearum c d & e f. igitur ex diffinitione constat: lineam a b esse perpendicularem ad superficiem in qua sitæ sunt duæ lineæ c d & e f seinuicem secantes. Quod est propositum.

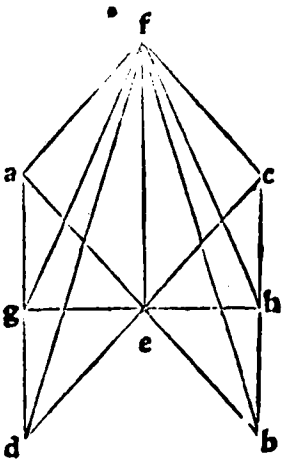
Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

¶ Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicem dispescentibus in communi sectione ad rectos angulos steterit: & ad earundem planum ad angulos rectos erit. 4



¶ THEON ex Zãb. ¶ Recta enĩ linea quędã e f: duabus rectis lineis a b, c d, se inuicẽ dispescentibus in e signo/ex e ad angulos rectos cõstituatur. Dico q; & e f: ad ipsarũ a b, c d, planũ ad angulos est rectos. Assumãtur namq; ipsę a e, e b, c e, e d, sibi inuicẽ æquales. Extendaturq; quædã recta linea per e vtcunq;/sitq; g e h: cõnectãturq; ipsæ f a, f g, f d, f c, f h, f b. Et qm̃ binæ a e, e d, duabus c e, e b, sũt ęquales/& æquales cõpræhẽdũt angulos per 15 primi: igit p 4. p̃mi basis a d ęq̃lis est basi c b, et triãgulũ a e d ipsi c e b triãgulo ęquũ est/quare et ãgulus q; sub d a e ãgulo q; sub e b c. est æqualis. Est autẽ et q; sub a e g ãgulus: ei q; sub sub b e h æq̃lis. bina igit sũt triãgula p 26 primi a g e, b e h: binos ãgulos binis ãgulis æq̃lia habẽtia alterũ alteri/et vnũ latus vnt lateri æquũ ad ęquos ãgulos/a e ipsi e b. et reliqua igit latera: reliqs lateribus ęqualia habebũt. æqualis igit est g e ipsi e h: & a b ipsi b h. Et qm̃ æqualis est a e ipsi e b, cõis autẽ & ad angulos rectos f e: basis igitur f a, per 7 primi basi b f est æqualis. Id propterea & f c ipsi f d est æqualis. Et quoniã æqualis est a d ipsi c b, est aũt &

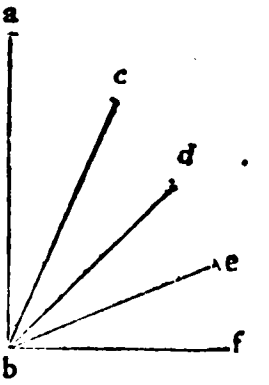
f a ipſi f c ęqualis: duæ igit̃ f a, a d, duabus f c, c b, æquales ſunt altera alteri. et baſis f d: baſi f b eſt æqualis. & angulus igit̃ qui ſub f a d: angulo qui ſub f c b eſt æqualis. Et quoniã rurſus oſtenſum ꝙ a g ipſi b h eſt ęqualis/ſed f a ipſi f c eſt æqualis: binæ iam f a, a g, duabus f c, c h, ſunt æquales. & angulus qui ſub f a g: oſtẽſus eſt ęqualis et qui ſub f c h. baſis igitur f g: per 4. primi baſi f h eſt æqualis. Et qm̃ rurſus æqua eſt oſtẽſa g e ipſi e h, cõmunis autẽ e f: duę igit̃ g e, e f, duabus h e, e f, ſũt æquales. & baſis f g: baſi f h eſt ęqualis. angulus igit̃ qui ſub g e f: angulo qui ſub h e f eſt æqualis. vterq; igitur ipſorum g e f, h e f, angulorũ: rectus eſt. Ipſa igitur f e: ad ipſam g h cõtingenter per e ductã/recta eſt. Similiter iam demonſtrabimus: ꝙ f e ad omnes eandẽ tangẽtes rectas lineas & in ſubiecto exiſtentes plano/rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ per 2 diffinitionẽ 11 recta eſt: quando ad omnes eã tangentes rectas lineas & in eodẽ exiſtẽtes plano/rectos efficit angulos. Igitur ipſa f e: in ſubiecto plano eſt ad angulos rectos. Subiectum autem planum: eſt quod fit per ipſas a b, c d, rectas lineas. Ipſa igit̃ f e: ad ãgulos rectos eſt ei quod per a b, c d, eſt plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 5

5 SI ſuper tres lineas conterminales cõmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter inſiſtat: eædem tres lineæ in vna ſuperficie ſitæ erunt.

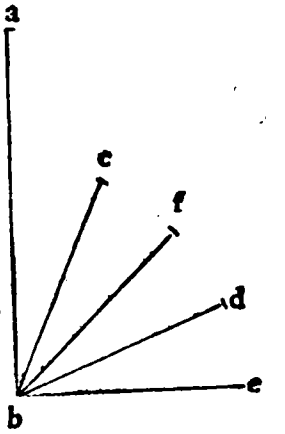
CAMP. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper cõmunẽ terminũ triũ linearũ b c, b d, b e, angulariter ſe cõtingentiũ in pũcto b: quarũ nulla aliꝫ directe applicẽt. quod idẽ eſt: ac ſi ſeinuicẽ ſecẽt in pũcto e. protractę enĩ ſe ſecabũt. Dico ꝙ tres lineæ b c, b d, b e: ſunt in vna ſuperficie ſitæ. Conſtat autẽ de quibuſq; earũ duabus ꝙ ipſæ ſunt in vna ſuperficie ſitæ: per ſecũdã huius vel per primã partẽ ſecũdę huius. Si igitur linea b d nõ fuerit in ſuperficie duarum linearũ b c & b e, ſed illæ duæ in plano/hęc autẽ in ſublimi: erit vt hæc ſuperficies in qua ſitę ſunt duæ lineæ a b & b d, ſi protrahat & per illud quod notũ eſt ſuper quartã/ſecet illã in qua ſitę ſũt b c & b e. eritq; per 3 huius cõis earũ ſectio linea recta: & ipſa ſit b f. Quia igit̃ ex præmiſſa/linea a b eſt ppẽdicularis ad ſupficiẽ duarũ linearũ b c & b e: ſequit̃ ex diffinitione vt ipſa ſit ppẽdicularis ad lineã b f. quare angulus a b f: eſt rectus. Cumq; etiam angulus a b d ſit rectus ex hypotheſi: ſequitur impoſſibile/videlicet partem ſuo toti eſſe æqualem.



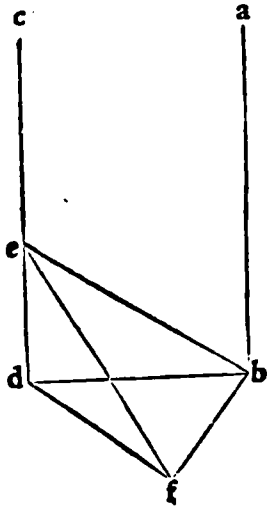
Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

5 Si recta linea tribus rectis lineis ſe adinuicem tangentibus/ad angulos rectos in communi contactu extiterit: ipſæ tres rectæ lineæ in vno ſunt plano.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam a b: tribus rectis lineis b c, b d, b e, ad rectos angulos communi contactu b conſtituatur. Dico ꝙ ipſæ b c, b d, b e: in vno ſunt plano. Non enim: ſed ſi poſſibile eſt/ſint ipſæ quidem b d, b e, in ſubiecto plano/ipſa autem b c in ſublimi. protẽdaturq; per ipſas a b, b c: planum. Cõmunem ſectionem inquam faciet in ſubiecto plano: & rectã efficiet lineam per 3 vndecimi b f. In vno igitur ſunt plano deducto per ipſas a b, b c, ipſæ tres rectæ lineę a b, b c, b f. Et qm̃ a b recta eſt ad vtrãq; ipſarum b d, b e: & ei igitur quod per b d, b e, plano recta eſt ipſa a b. Subiectum autem planũ eſt quod per b d, b e. Ipſa igitur a b: recta eſt ad ſubiectum planum. quare & per ſecundã diffinitionẽ vndecimi ad omnes eandẽ tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes: rectos efficit angulos ipſa a b. Tangit autem ipſam: b f exiſtẽs in ſubiecto plano. Angulus igitur qui ſub a b f: rectus eſt. Supponitur autem qui ſub a b c: rectus. ęqualis igitur eſt & qui ſub a b f, angulus: ei qui ſub a b c, & in vno ſunt plano. Quod eſt impoſſibile. Ipſa igitur b c recta linea: in altiori plano non eſt. Ipſæ igitur rectæ lineæ b c, b d, b e: in vno ſunt plano per 2 vndecimi. Si recta linea igitur tribus rectis lineis ſeſe adinuicem tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit: ipſæ tres rectæ lineæ in vno ſunt plano. Quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 6.

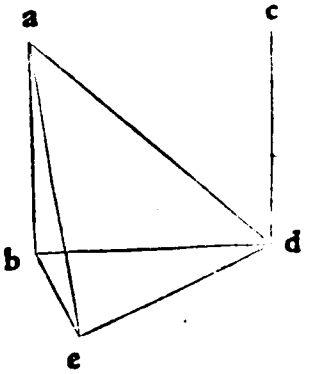


SI fuerint duæ lineæ ſuper vnam ſuperficiem perpendiculares: eas æquedi ſtantes eſſe neceſſe eſt. 6

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: perpẽdiculares ad vnam ſuperficiẽ. Dico eas eſſe æquidiſtãtes. Protrahatur enim linea b d. eruntq; ex diffinitione/duo anguli a b d & c d b: recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d ſint in ſuperficie vna: ipſæ ſunt æquidiſtãtes per ſecundam partẽ 28 primi. Ipſas autẽ eſſe in ſuperficie vna: ſic collige. A puncto b, ſuper lineam b d, in plano cui perpendiculariter inſiſtũt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineam b f. & ex linea c d, ſume d e æqualem b f: & protrahe lineas e b, & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b: æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d. & angulus e d b æqualis angulo f b d: cum vterq; ſit rectus. itaq; per 4 primi linea b e: eſt æqualis lineæ d f. Itẽq; cum duo latera e b & b f trianguli e b f ſint æqualia duobus lateribus f d & d e triãguli f d e, & baſis e f cõmunis: erit per 8 primi angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e eſt rectus ex diffinitione: erit etiam angulus e b f rectus. itaq; linea f b: perpendiculariter eſt erecta ſuper communem terminum trium linearũ b a, b d, b e, ſe contingentiũ angulariter in puncto b. quare per præmiſſam ipſæ ſunt in ſuperficie vna. Cũ igitur ex ſecũda parte ſecundæ huius linea c d ſit in eadẽ ſuperficie cum vtraq; linearũ e b & b d: ſequitur a b & c d eſſe in ſuperficie vna. Conſtat ergo propoſitum.

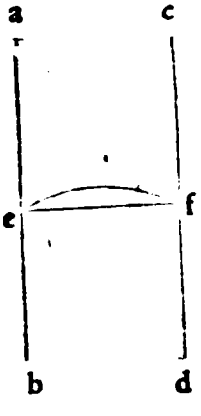
Eucli.ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

¶Si binæ rectæ lineę in eodem plano ad angulos rectos fuerint: parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ. 6



¶THEON ex Zamberto. ¶Binæ inquã rectæ lineæ a b, c d: in ſubiecto plano ſint ad angulos rectos. Dico q̃ parallelus eſt a b: ipſi c d. Cõcurrant enim in ſubiecto plano per ſigna b, d: cõnectanturq; b, d. Et per 11 primi ipſi b d ad angulos rectos in ſubiecto plano excitetur d e: ponaturq; per 2 primi ipſi a b æquales d e. connectantq; b e, a e, a d. Et qm̃ ab recta linea eſt ad ſubiectũ planũ: & ad oẽs igitur eandẽ tangẽtes rectas lineas per ſecũdã diffinitionẽ 11 & in ſubiecto plano exiſtẽtes/rectos efficiet ãgulos ipſa a b. Tangit autẽ ipſam a b: vtraq; ipſarũ b d, b e, exiſtẽs in ſubiecto plano. rectus igitur eſt vterq; ipſorũ angulorum a b d, a b e. id propterea iã & vterq; ipſorũ c d b, c d e: rectus eſt. Et qm̃ a b ipſi d e eſt æqualis/cõmunis autem b d: duæ igitur a b, b d, duabus e d, d b, ſunt æquales. & rectos cõprehendũt angulos. baſis igitur a d: per 4 primi baſi b e eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt a b ipſi d e, ſed a d ipſi b e: duæ igitur a b, b e, duabus e d, d a, ſunt æquales. & ipſorũ cõmunis baſis eſt a e. angulus igitur qui ſub a b e: per 8 primi angulo qui ſub e d a eſt æqualis. rectus autem qui ſub a b e. rectus igitur & qui ſub e d a. Igitur e d: ad ipſam d a, recta eſt. eſt autẽ & ad vtrãq; ipſarũ b d, d c: recta. Igit̃ e d: tribus rectis lineis b d, d a, d c, ad angulos rectos in contactu ſtetit. Igitur ipſæ tres rectæ lineæ b d, d a, d c: per 5 decimi in vno ſunt plano. & in quo ſunt ipſæ b d, d a: in eodem & a b. omne enim triangulũ in vno eſt plano per 2 vndecimi. Ipſę igitur a b, b d, d c, rectæ lineę: in vno ſũt plano. Et vterq; ipſorũ a b d, b d c, angulorũ: rectus eſt. parallelus igit̃ eſt a b: ipſi c d per 28 primi. Si duæ igitur rectę lineę in eodẽ plano ad ãgulos fuerit rectos: parallelę erũt ipſę rectę lineę. Qd̃ oſtẽdendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.



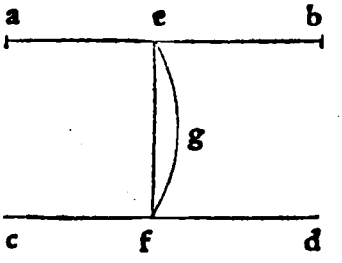
SI in duabus lineis æquedi ſtantibus/duobus punctis ſignatis/ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua ſuperficie illæ duæ lineę ſitę ſunt/eam quoq; in eandem ſitam eſſe neceſſario comprobatur. 7

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtãtes. de quibus cõſtat p diffinitionẽ q̃ ipſę ſunt in ſuperficie vna. in eis autẽ ſignentur duo puncta e & f: & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineam e f: eſſe ſitam in ſuperficie linearum a b & c d. Si nautem: ſit e f in alia ſuperficie vt inſublimi. depẽdens quoq;

ſuperficies ſi protrahatur: ſecabit neceſſario ſuperficiē in qua ſitę ſunt duę lineę a b & c d. eritq; per 3 huius / communis ſectio earum: linea recta eiſdē pūctis terminata. Quod eſt impoſſibile. ſic enī: duę rectæ lineæ concluderēt ſupficiē.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

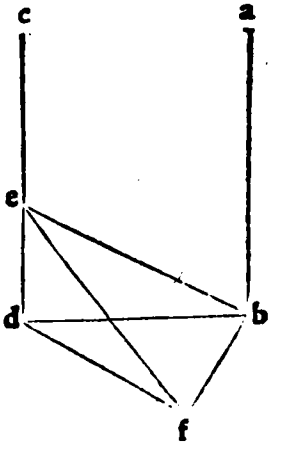
7. ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelę / aſſumanturq; in ipſarum vtraq; contingentia ſigna: ad ipſa ſigna connexa recta linea in eodem eſt plano cum ipſis parallelis.



¶THEON ex Zāb. ¶Sint binæ rectæ lineæ parallelæ a b, c d: ſumāturq; in ipſarū vtraq; vtcūq; ſigna e, f. Dico q; ad ipſa e, f, ſigna / adiecta recta linea: in eodē eſt plano cū ipſis parallelis. Non enī: ſed ſī poſſibile / eſto in ſublimiori ſicut e g f. exciteturq; per e g f: planum. ſectionē iam faciet in ſuppoſito plano. rectā lineā efficiat per 3 vndecimi e f. Binę igit rectæ lineę e g f, e f: areolā cōpræhendūt. Quod eſt impoſſibile: per vltimā cōmunē ſententiā. Igitur quæ ex e in f adiecta recta linea: in ſublimiori plano non eſt. In eo igit (in quo et a b et c d parallelę) eſt plano: quæ ex e in f adiūcta eſt recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ / aſſumāturq; in ipſarum vtraq; vtcunq; ſigna: ad ipſa ſigna adiecta recta linea / in eodem eſt cum ipſis parallelis plano. Quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

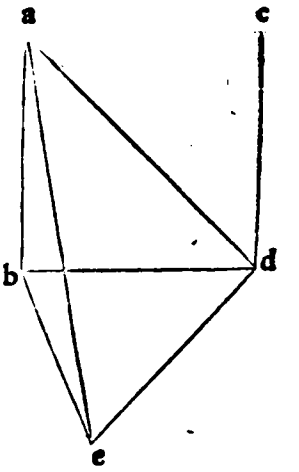
8 SI in idem planum duę rectæ lineæ æquediſtanter erigātur / altera vero earum orthogonaliter ſiſtat: reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem eſſe conueniet.



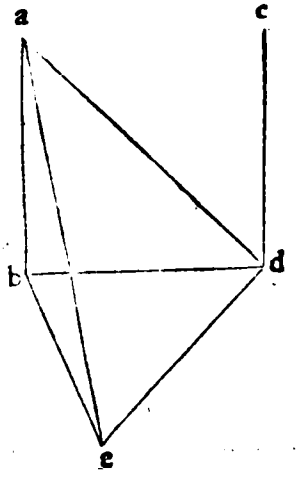
¶CAMP. ¶Hæc eſt quaſi cōuerſa ſextæ. Sint enī duæ lineæ a b et c d equidiſtantes: et ſit earū altera vt c d erecta perpendiculariter ſuper ſuperficiem quālibet. Dico reliquā earū quæ eſt a b: eſſe perpendicularē ad eandē ſuperficiem. Fiat enī prorſus eadē diſpoſitio quę in ſexta: eritq; vt ibi / vterq; duorū angulorū f b e, & f d e, rectus. primus quidē / per poſitionem: ſecūdus autē / per 8 primi. quare per 4 huius / linea f b: eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiē in qua ſunt duæ lineæ b d & b e. Cūq; per premiſſam duę lineę a b & c d ſint in eadē ſuperficie cum duabus lineis b d & b e: ſequitur lineā f b eſſe perpendiculariter erectā ſupra ſuperficiē in qua eſt linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a: rectus. Et quia etiam angulus d b a eſt rectus per vltimam partē 29 primi: ſequitur per 4 huius / lineam a b eſſe perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſitę ſunt duæ lineę b d & b f. Quare conſtat propoſitū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

8 ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ / altera autem ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.



¶THEON ex Zamb. ¶Sint binę rectę lineę parallelę a b, c d: altera autē ipſarum hoc eſt a b, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico q; reliqua c d: eidē plano ad angulos rectos erit. Concurrant enī ipſę a b, c d, in ſubiecto plano in ſignis b, d: cōnectanturq; per primū poſtulatū b, d. Igitur ipſę a b, c d, b d: in vno ſunt plano. Exciteē per 11 primi ipſi b d ad angulos rectos in ſubiecto plano / d e: ponaturq; per 2 primi ipſi a b equalis d e. cōnectanturq; b e, a d. Et quoniā a b recta eſt ad ſubiectū planum: & ad omnes igitur eādem tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes / per 2 vndecimi diffinitionem recta eſt ipſa a b. Igitur vterq; ipſorū a b d, a b e, angulorū: rectus eſt. Et quoniam in parallelos a b, c d, recta linea incidit b d: igitur ipſi anguli a b d, c d b, duobus rectis ſūt æquales per 29 primi. rectus autem eſt qui ſub a b d. rectus igitur & qui ſub c d b. igitur c d: ad b d recta eſt. Et quoniā a b ipſi d e eſt equalis / cōmunis autem b d: duę igitur a b, b d, duabus e d, d b, ſunt equales. & angulus qui ſub a b d: angulo qui ſub e d a eſt equalis. rectus enī vterq;. baſis igitur a d: per 4 primi baſi b e eſt equalis. Et quoniā a b ipſi d e eſt equa

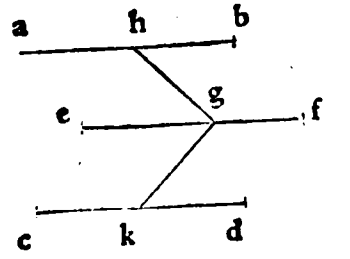


lis/& b e ipſi a d: binę igitur a b,b e,binis a d,d e,ſunt ęquales altera alteri & cõmunis ipſarum baſis a e. Angulus igitur qui ſub a b e: angulo qui ſub a d e eſt æqualis per 8 primi. Rectus autem eſt qui ſub a b e. rectus igitur et qui ſub a d e. Igitur e d: ad a d recta eſt. recta eſt etiam ad ipſam d b. igitur e d: ad id quod ex b d,d a, planum recta eſt. & ad omnes igitur eandẽ tangentes rectas lineas et exiſtentes in eo quod ſub b d,a b, plano: rectos efficiet angulos ipſa e d per 2 vndecimi diffinitionem. In eo autẽ quod ſub b d,d a, plano/ eſt ipſa d c. Q m̃ igit̃ in eo quod ſub b d,d a, plano ſunt ipſę a b,b d, in quo autẽ ipſę a b,b d, in eodẽ eſt et d c: igitur e d ipſi d c ad angulos eſt rectos. Quare et c d: ipſi d e ad rectos angulos eſt. Eſt autem et c d ipſi d b ad angulos rectos. Igitur ipſa c d: duabus rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcentibus d e,d b: ab ipſa d ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa c d, in eo quod ſub d e,d b, plano ad angulos rectos eſt per 4 vndecimi. Subiectũ autem planum eſt: quod ſub d e,d b. Igitur ipſa c d in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igit̃ fuerint duę rectę lineę parallelę/ altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos: et reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit. Q d oſtẽdiſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

SI duæ lineæ vni non in vna ſuperficie æquidiſtant: eas quoq; ſibi inuicem æquidiſtare neceſſe eſt. 9

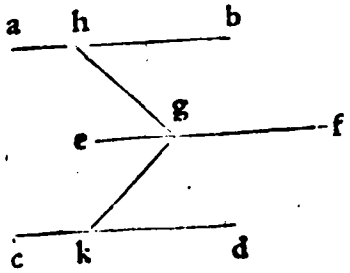
¶CAMPANVS. ¶Sit vtraq; duarum linearum a b et c d æquidiſtans lineæ e f: nec ſint omnes in ſuperficie vna. Dico q; eędem quoq; ſibi inuicẽ ſunt equidiſtantes. De ijs quidem quæ ſunt omnes in ſuperficie vna: probatum eſt per 30 primi. At vero de ijs quæ in vna ſuperficie non ſunt/ vt eſt hic e f quę intelligatur ſurſum erecta in ſublimi: reſtat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus g: a quo educantur duę perpendiculares ad duas lineas a b et c d, quæ ſint g h et g k. eritq; per 4 huius linea e f: perpendicularis ad ſuperficiem videlicet illã in qua ſunt ſitę duę lineę g h et g k. Itaq; per præmiſſam bis aſſumptam vtraq; illarum duarum linearum a b et c d: perpẽdicularis eſt ad eandẽ ſuperficiem videlicet ad illam in qua ſitę ſunt dictæ duę lineę g h et g k: per 6 huius igitur ipſæ ſunt ſibi inuicem æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

¶Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem exiſtentes plano: adinuicem ſunt parallelæ. 9

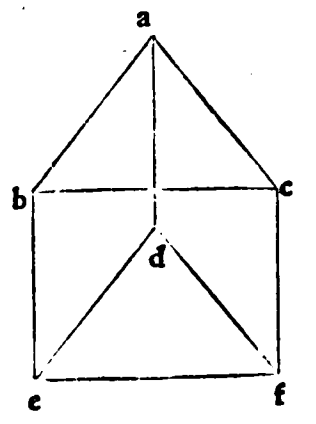
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit enim vtraq; ipſarum a b, c d, ipſi e f parallelus: non exiſtens eidem in eodem plano. Dico q; parallelus eſt a b ipſi c d. Sumatur enim in ipſa e f, vtcũq; ſignum g. Et ab ipſo g, ipſi e f in eo quod ſub e f, a b, plano ad angulos rectos excitetur g h per 11 primi: in eo autem quod ſub f e, c d, ipſi e f rurſus ad angulos excitetur rectos g k. Et q m̃ e f ad vtraq; ipſarum g h, g k, recta eſt: igitur per 4 vndecimi e f ad id quod ſub g h, g k, planũ ad angulos eſt rectos. et e f: ipſi a b parallelus eſt. et a b: ei quod ſub g h, g k, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa c d: ei quod ſub g h, g k, plano/ ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarum a b, c d. ei quod ſub g h, g k, plano ad angulos eſt rectos. Si autem binę rectę lineę in eodem plano ad rectos fuerint angulos: parallelę erunt ipſę rectę lineę per 6 vndecimi. Parallelus igitur eſt a b ipſi c d. Q uod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

SI duæ lineæ ſe angulariter cõtingentes/ duabus alijs ſe contingentibus eis oppoſitis æquidiſtantes fuerint/ nõ autem in ſuperficie vna: qui ab eis fiũt duo anguli æquales ſibi inuicem eſſe comprobantur. 10

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b et a c, ſe angulariter contingentes in puncto a: æquidiſtantes alijs duabus quæ ſunt d e, et d f, ſe quoq; angulariter contingentibus in puncto d, nec ſint cum eis in ſuperficie vna. Dico angulum

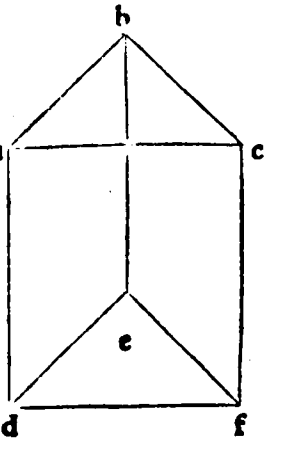


a: eſſe æqualem angulo d. Eſto enim linea d c ęqualis lineę a b, cui ipſa poſita eſt eſſe ęquidiſtans: & d f ęqualis a c, cui etiam ipſa æquidiſtare ponitur. & ducantur lineę d a & e b & f c. eritq; ex 33 primi bis aſſumpta/vtraq; duarum linearum b e & e f: equalis & æquidiſtans lineę a d. per conceptionem igitur & pręmiſſam/eędem ſunt ęquales & æquidiſtantes ſibi inuicē. & itaq; per 33 primi denuo repetitam duæ lineæ b c & e f: ſunt etiam æquales & æquidiſtātes. Igitur per 8 primi conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 10

10 ¶Si binæ rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes/ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes/in eodem non fuerint plano: æquales angulos compræhendent.

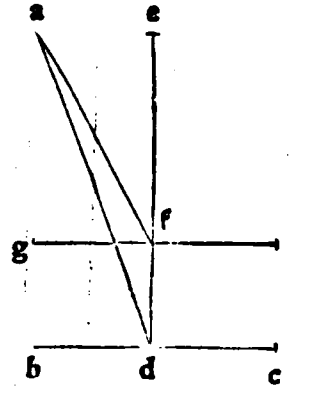
¶THEON ex Zamberto. ¶Binæ inquam rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes a b, b c, ad binas rectas lineas d e, e f, ſeſe inuicem tangentes/ſint: non tamen in eodem plano. Dico q; angulus qui ſub a b c: æquus eſt angulo d e f. Suſcipiantur enim ipſæ b a, b c, e d, e f, ſibi inuicem æquales: connectanturq; a d, c f, b e, a c, d f. Et quoniam b a ipſi e d æqualis & parallelus eſt: & a d igit ipſi b e æqualis & parallelus eſt. Idq; propterea ipſa c f: ipſi b e eſt æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipſarū a d, c f: ipſi e b eſt æqualis & parallelus per 33 primi. Quæ autem eidem rectæ lineę parallelæ/& in eodem plano non exiſtētes: & adinuicem ſunt parallelæ per 9 vndecimi. parallelus igitur eſt a d ipſi c f: & æqualis eidem. Et ipſas connectunt: ipſæ a c, d f. Igitur per 33 primi & a c ipſi d f eſt æqualis: & parallelus. Et quoniā binæ a b, b c, duabus d e, e f, ſunt ęquales/& baſis igitur a c baſi d f eſt ęqualis: angulus igit qui ſub a b c, per 8 primi angulo qui ſub de f eſt ęqualis. Si igitur duę rectę lineę inuicem ſeſe tangētes fuerint ad binas rectas lineas inuicē ſeſe tangentes/nō in eodem plano: æquos angulos compræhendent. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

11 PVncto in aere aſſignato: ab eo ad datam ſuperficiem/perpendicularem ducere.

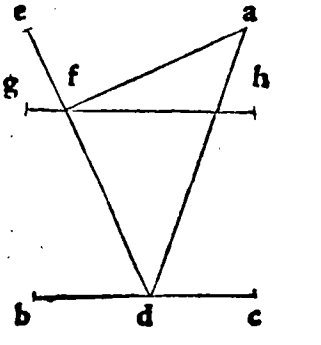
¶CAMPANVS. ¶Sit punctus a, ſurſum in aere: a quo volumus ad ſuperficiem ſubiacentē/perpendicularem ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c vtcunq; contigerit: ad quam ab ipſo puncto a ducatur perpendicularis a d, ſecūdum doctrinam 12 primi. Rurſuſq; a puncto d, in plano illo ad quod ducenda eſt perpendicularis a puncto a: extrahatur linea d e quę ſit perpendicularis ad lineam b c, vt docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpendicularis a puncto a: quę ſit a f. Hanc dico eſſe eam quam intendimus. Sit enim linea f g ęquidiſtans lineę b c. Et quia vterq; duorum āgulorū b d a & b d f eſt rectus: erit ex quarta huius/linea b d perpendicularis ad ſuperficiem in qua eſt triangulus a d f. ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eandem ſuperficiem. Igitur a diffinitione erit angulus g f a: rectus. Cumq; etiam angulus d f a ſit rectus: ſequitur ex quarta huius/lineam a f eſſe perpēdicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ d f & f g. Quod eſt propoſitum.

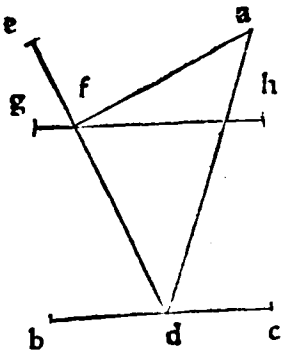


Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 11.

11 ¶A dato ſigno in ſublimi: ad ſubiectum planum perpendicularem lineam ducere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum quidem ſignum in ſublimi: a. datum autem planum ſuppoſitum. Oportet iam ab ipſo a ſigno: in ſubiectū planum perpendicularem rectam lineam ducere. Extendatur enim quędam in ſubiecto plano recta linea vtcunq; ſitq; b c. excitenturq; per 12 primi ab ipſo a ſigno: in ipſam b c, perpendicularis a d. Si igitur a d perpendicularis eſt in ſubiecto plano: factum iam eſt quod quęritur. Si autem non: excitetur per 11 primi ab ipſo d ſigno ipſi b c in ſubiecto plano ad angulos rectos d e. Excitenturq; per 11 primi ab ipſo a: in ipſam d e, perpendicularis a f. & per f ſignū ipſi b c paralle-





lus excitetur per 31 primi f h. Et quoniam b c vtriq; ipſarum d a, d e, ad angulos eſt rectos: igitur per 4. vndecimi b c ad id quod ſub e d a planum ad angulos eſt rectos. Et ei parallelus eſt g h. Si autem fuerint binę rectę lineę parallelæ/ altera vero ipſarum plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua ad idem planum ad angulos erit rectos per 8 vndecimi. & ad omnes igitur eandem rectas lineas tangẽtes/ et in eo quod ſub e d, d a, plano exiſtentes: ipſa g h recta eſt per conuerſionẽ diffinitionis ſecundę vndecimi. Tangit autem ipſam: ipſa g f exiſtens in eo quod ſub e d, d a, plano. Igitur g h: ad ipſam f a recta eſt per ſecundã vndecimi. Quare & f a: recta eſt ad ipſam h g. Eſt autem & a f: ad ipſam d e recta. igitur a f: ad vtrãq; ipſarum g h, d e, recta eſt. Si autem recta linea per 4. vndecimi duabus rectis lineis inuicem ſe tangentibus in contactu ad angulos rectos ſteterit: & ad id quod ſub ipſis planũ ad angulos rectos erit. Igitur f a: ad id quod ſub e d, g h, planum ad angulos rectos eſt. Quod autem ſub e d, g h: planum eſt ſubiectum. Ipſa igitur a f: ipſi ſubiecto plano ad angulos rectos eſt. A dato igitur ſigno in ſublimi a: in ſubiectum planum perpendicularis recta linea acta eſt. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

SVperficie propoſita/ punctoq; in ea aſſignato: ab eo puncto ad datam ſuperficiem/ lineã orthogonaliter erigere. 12

¶CAMPANVS. ¶Cum a puncto quolibet in ſuperficie propoſita aſſignato/ perpendicularem educere libuerit: a quolibet puncto ſurſum in aerę ad libitum poſito/ ad eandem ſuperficiem perpendicularẽ (quẽadmodum præmiſſa docuit) demitte. quæ ſi in aſſignatum punctum ceciderit: ipſa eſt quam quęris. Si autem: ab ipſa aſſignato puncto ad demiſſam perpendicularem/ æquidiſtantem ducito. eamq; per 8 huius probabis eſſe quam quæris.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 12.

¶A dato plano/ a datoq; in eo ſigno: ad angulos rectos rectam lineam conſtituere. 12

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum planum ſuppoſitum: ſignum autem in eo ſit a. Oportet ab ipſo a ſigno: ipſi ſuppoſito plano ad angulos rectos rectam lineam cõſtituere. Intelligatur ſignum quoddam in ſublimi: ſitq; b. & ab ipſo b per 11 vndecimi ad ſubiectum planum perpendicularis excitetur b c. excitenturq; per 11 primi ab ipſo a ſigno: ad angulos rectos/ a d. Quoniam igitur binę rectę lineę parallelæ ſunt a d, c b, altera autem ipſarum b c ad ſubiectum planum ad rectos eſt angulos per 8 vndecimi: a dato igitur plano a, ſignoq; in eo dato a, ad rectos angulos conſtituta eſt a d. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

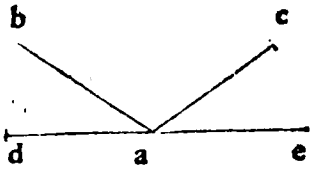
DVas lineas ſuper pũctum vnum ad ſuperficiem vnam orthogonaliter inſiſtere: impoſſibile eſt. 13

¶CAMPANVS. ¶Si enim poſſibile eſt vt duę lineæ vni eidęq; ſuperficiei ſuper punctum vnum perpẽdiculariter inſiſtant: ſuperficies in qua ipſę perpẽdiculares ſitę ſunt intelligatur produci quouſq; ſecet ſuperficiem cui dictę lineę perpendiculariter inſiſtunt. eritq; per 3 huius/ communis earum ſectio linea recta. Et quia ex diffinitione vtraq; illarum duarum perpendicularium cum communi ſectione cõtinet angulum rectum: ſequitur vt angulus rectus ſit pars anguli recti. Quod eſt impoſſibile. ¶Quẽadmodum autem demonſtratum eſt impoſſibile eſſe ab vno eodẽq; puncto extra ſuperficiem duas lineas ſuper pũctum vnum ad eandem ſuperficiem eſſe perpendiculares: ita etiam demõſtrabimus impoſſibile eſſe duas lineas ab vno eodemq; puncto extra ſuperficiem ſignato ad eandem ſuperficiẽ protractas ad ipſam eſſe perpendiculares. Si enim hoc fuerit: ipſę erũt æquidiſtantes ex 6 huius. Quod eſt impoſſibile ex diffinitione linearum æquidiſtantium. ¶Conſtat igitur ex hac/ q; ſi aliqua ſuperficies plana aliam planam ſuperficiem orthogo-

naliter ſecet/& ab aliquo puncto ſecãtis ſuperficiei ad ſuperficiem ſectam per pendicularis ducatur: in cõmuni earũ ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioquí: ab eodem puncto ſecantis ſuperficiei ad cõmunnem earum ſectionem perpendicularis protrahatur vt docet 12 primi.& a puncto in quo incidit cum cõmuni ſectione/alia perpẽdicularis ad eandẽ cõmunem ſectionem in ſuperficie ſecta educatur vt docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares: rectus. quare per 4. huius prima harum duarum perpendicularũ etiã eſt perpendicularis ad ſuperficiem ſectam. Ergo ab vno puncto protractæ ſunt duæ lineę perpendiculares ad eandem ſuperficiem. quod eſt impoſſibile. relinquitur itaq; propoſitum noſtrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 13.

13 ¶Ab eodem ſigno: ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes.



¶THEON ex Zãb. ¶Si enĩ poſſibile: ab eodẽ ſigno a, ad ſubiectũ planũ binæ rectæ lineę a b, a c, ad angulos rectos cõſtituãtur ad eaſdẽ partes. Extendaturq; per b a, a c, planũ. Quod iam efficiet ſectionem per a in ſubiecto plano: & per rectam efficiat lineam d a e. Ipſæ igitur a b, a c, d a, in vno ſunt plano per 3 vndecimi. Et quoniam c a ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt: & ad omnes igitur eandem rectas lineas tangentes & in ſubiecto plano exiſtẽtes/ rectos efficiet angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Ipſam autem tãgit d a e in eodem exiſtẽs plano. Igitur angulus qui ſub c a e: rectus eſt. & id propterea angulus qui ſub b a e: rectus eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub c a e ei q ſub b a e: & in vno ſunt plano. Quod eſt impoſſibile. Ab eodem igitur ſigno: ad idem planum binæ rectæ lineę ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI linea vna ſuper duas ſuperficies aſſignatas orthogonaliter inſiſtat: illę duę ſuperficies ſi etiam in infinitum in quamcunq; partem protrahantur/ nũquã cõcurrẽt.

¶CAMPANVS. ¶Poſita enim vna linea duabus ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere: ſi impoſſibile eſt ſuperficies illas cõcurrere/ in earũ cõmuni ſectione quæ per 3 huius erit linea recta/ punctus quocũq; modo ſignet. a quo duæ lineæ in illis duabus ſuperficiebus ad lineam illam quæ ipſis perpẽdiculariter ſuperſtat protrahatur: eritq; conſtitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui ſuper perpendicularem conſiſtunt: eſt rectus vt patet ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpendiculariter ſtantis. hoc autem eſt impoſſibile per 32 primi. Econuerſo quoq; videlicet.

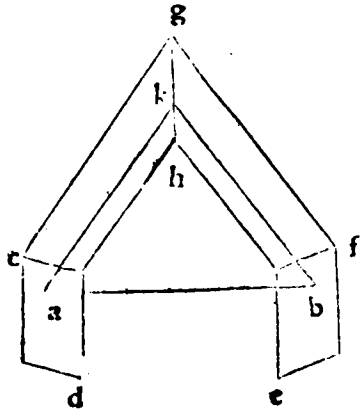
¶Si ſuper duas ſuperficies equidiſtantes linea recta ceciderit quę ad alteram earum perpendicularis ſit: ipſa quoq; perpẽdicularis erit ad reliquam.

¶Poſitis enĩ duabus ſuperficiebus æquidiſtãtibus: intelligatur linea recta ambas penetrãs quę alteri earũ perpendiculariter ſuperſtat. Dico q; eadem linea reliquæ ſuperficiei perpendiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies vna ſecans poſitas ſuperficies æquidiſtantes: ſuper lineam eas penetrãtem. eritq; cõmunis ſectio huius ſuperficiei ſecantis & alterius ſectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter inſiſtere: continens angulum rectum cũ ipſa linea penetrante ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem. Si igit alia cõmunis ſectio ipſius ſuperficiei ſecantis & reliquę duarũ ſectarum cũ eadem linea penetrante non contineat angulum rectum: erit ex vltima petitione primi/ vt illæ duæ cõmunes ſectiones in alterutram partem protractæ neceſſario cõcurrant. quare & ſuperficies quæ poſitæ ſunt æquidiſtantes: neceſſario cõcurrent. Et quia hoc eſt impoſſibile: erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia ſuperficie eaſdem ſuperficies æquidiſtantes ſecante ſuper ean-

dem lineam. igitur ex quarta huius & ex ista 14: cõstat verũ esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 14.

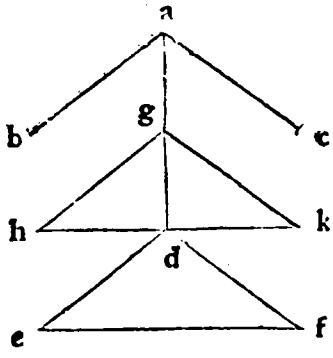
¶ Ad quæ plana eadem recta linea recta est: parallela sunt ipsa plana. 14



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim quædam linea a b: ad vtrunq; planũ videlicet c d, e f, esto ad angulos rectos. Dico q; parallela sunt ipsa plana. Si autem non: extensa concurrũt. Concurrant. Efficiũt iam cõmunem sectionem. efficiant rectam lineam g h per 3 vndecimi. assumaturq; in ipsa g h, vtcunq; signum k: connectãturq; a k, b k. Et quoniam a b recta est ad ipsum e f planum: & ad ipsam igitur b k rectam lineam existentem in ipso e f extenso plano/recta est ipsa a b. Igitur angulus qui sub a b k: rectus est. Et id propterea iã & angulus qui sub b a k: rectus est. Triãguli igitur a b k, anguli qui sub a b k, b a k: duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile p 17 primi. Igitur ipsa c d, e f, plana: extensa non concurrunt. parallela igitur sunt ipsa c d, e f, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt. Quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

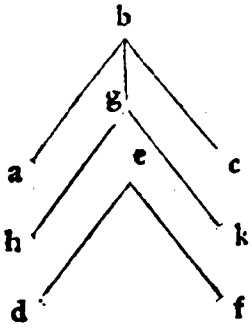
SI fuerint duæ lineę se contingentes angulariter/ęquidistãtes alijs duabus se contingentibus/non autem in superficie vna: ab eisdem lineis contentæ duæ superficies in nulla parte quantumcunq; producantur possunt concurrere 15



¶ CAMP. ¶ Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter cõtingentes in puncto a: æquidistãtes duabus lineis d e & d f, se angulariter cõtingentibus in pũcto d. & nõ sint in superficie vna. dico earũ superficies in quãcũq; partẽ & quãtũcũq; protrahantur/nunq; concurrere. Protrahatur etenim a puncto d, prout docet 5 huius/perpendicularis ad superficiem duarũ linearum a b & a c: sitq; d g. & a pũcto g, ducatur g h æquidistans a b: & g k, ęquidistans a c. eritq; ex diffinitione vterq; duorum angulorum d g h, d g k: rectus. et per 9 erit linea d f ęquidistãs lineæ g k: & linea d e æquidistans lineæ g h. quare per vltimam partem 29 primi/vterq; duorum angulorum e d g, f d g: erit rectus. ideoq; per 4 huius linea d g: erit perpẽdicularis ad superficiem duarum linearum d e & d f. Cumq; ipsa eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum a b & a c: ex præmissa liquet quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 15.

¶ Si binę rectæ lineę seinuicem tangentes ad binas rectas lineas se inuicem tangentes fuerint/non tamen in eodem plano existentes: parallela sunt quæ ex ipsis plana. 15



¶ THEON ex Zamb. ¶ Binæ inquam rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes a b, b c, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes d e, e f, sint: sed nõ in eodem existentes plano. Dico q; educta quæ ex a b, b c & d e, e f, plana: nõ concurrunt adinuicẽ. Excitetur inquã per 11 vndecimi ab ipso b signo: in id quod ex d e, e f, planum perpendicularis b g. & extendatur in planum per g signum. Et per g, ipsi quidem e d parallelus excitetur per 31 primi g h: ipsi autem e f, ipsa g k. Et quoniam b g ad id quod ex d e, e f, planũ recta est: & ad omnes igitur eandem tangentes rectas lineas per 2 vndecimi diffinitionem/& in eodem quod ex d e, e f, plano existẽtes/rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam: vtraq; ipsarum g h, g k, existens in eo quod ex d e, e f, plano. rectus igitur est per 4 vndecimi: vterq; ipsorum qui sub b g h, b g k, angulorum. Et quoniam parallelus est b a ipsi g h: ipsi igitur sub g b a, b g c, anguli p 29 primi/duobus rectis sũt æquales. rectus igitur est qui sub g b a. igit ipsa g b: ipsi b a ad angulos rectos est. Id propterea iam g b: ipsi b c ad angulos rectos est. Quoniam igitur recta linea b g duabus rectis lineis b a, b c, sese inuicem tangentibus ad angulos rectos steterit: igitur per 4 vndecimi g b & ad id quod ex b a, b c, planum ad rectos ãgulos est. Est aũt & ei quod ex d e, e f, plano: recta. Igitur b g: ad vtrũq; eorum quæ per a b c, d e f, planorũ/recta est. Plana autem ad quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt p 14. vndecimi. Parallelũ igitur est quod per a b,

b c, planum: ad id quod per d e, e f. Si binæ igitur rectæ lineę ſeſe inuicem tangentes/ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes fuerint/ſed nõ in eodem plano: quę ex ipſis/parallela ſunt plana. Quod oſtendendum erat.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 16

16 SI duas ſuperficies æquidiſtantes vna ſuperficies ſecet: cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt.

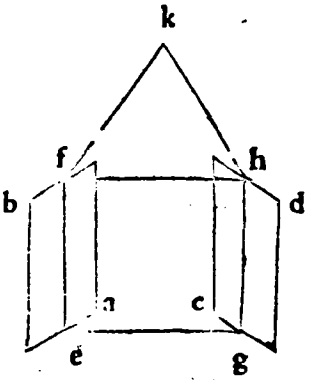
¶CAMPANVS. ¶Cõſtat equidẽ ex tertia/q̃ vna ſuperficie quaſcunq; duas ſuperficies ęquidiſtantes ſecãte: cõmunes earum ſectiones erunt duę lineę rectæ. Quæ cum ſint ambæ ſitæ in ſuperficie ſecãte: ſi ipſæ nõ fuerint æquidiſtãtes/ponãtur ad quodlibet vnum pũctum cõcurrere. erit itaq; vt vnus atq; idẽ pũctus ſit in vtraq; illarum duarum ſectionum cõmunium. Cumq; vna illarum communium ſectionum ſit in vna duarum ſuperficierum ſectarum & reliqua in altera: ſequitur ſuperficies illas quę poſitæ ſunt eſſe æquidiſtantes/cõcurrere. hoc autem impoſſibile eſt. Erunt igitur cõmunes earum ſectiones: æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum.

¶CAMPANVS. ¶Ex hac & præmiſſa potes elicere cõcluſionem vnam ſimilem 30 primi: videlicet iſtam. Si fuerint duæ ſuperficies vni ęquidiſtantes: ipſę quoq; erũt adinuicem æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus quarũ vtraq; duarum extremarũ æquidiſtat mediæ: dico q̃ neceſſe eſt ipſas extremas æquidiſtare adinuicem. Secẽtur omnes illæ tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoq; inuicem ſecantibus. erũtq; ex hac 16 cõmunes ſectiones duarũ extremarum ſuperficierum: æquidiſtantes ſectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipſæ etiam ſectiones duarum extremarum ſuperficierum: erũt æquidiſtantes adinuicem. Et quia ipſæ cõtingunt ſe in cõmuni ſectione duarum ſuperficierum tres poſitas ſuperficies ſecantium: ex præmiſſa euidenter conſtat quod diximus.

Euclí. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 16.

16 ¶Si bina plana parallela ſub plano aliquo diſſecta fuerint: cõmunes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt.

¶THEON ex Zãb. ¶Bina inquã parallela a b, c d: ſub plano e f g h ſecẽtur. cõmunes autẽ ipſorũ ſectiones: ſint e f, g h. Dico q̃ parallelus eſt e f: ipſi g h. Si autem non: productæ ipſæ e f, g h, vel ad partes f h vel ad e g concurrunt. Producantur primum ſicut ad f h partes: & concurrant in k. Et quoniam e f k eſt in plano a b: & omnia igitur quæ in ipſa e f k ſigna in ipſo a b ſunt plano per 2 vndecimi. Vnum autem eorum quæ in e f recta linea ſignorum: eſt k. igitur k: in ipſo eſt a b plano. & id propterea iam k: in ipſo c d eſt plano. Igitur a b, c d, plana: producta concurrũt. Non cõcurrunt autem per hypotheſin: quoniam parallela ſupponuntur. Igitur ipſæ e f, g h, rectæ lineæ productæ ad partes f h: non cõcurrunt. Similiter quoq; oſtendemus: q̃ ipſę e f, g h, rectæ lineæ neq; ad partes e g productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrũt: per vltimam diffinitionẽ primi parallelę ſunt. parallelus igitur eſt e f: ipſi g h. Si bina igitur plana: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Euclí. ex Camp. Propſitio 17.

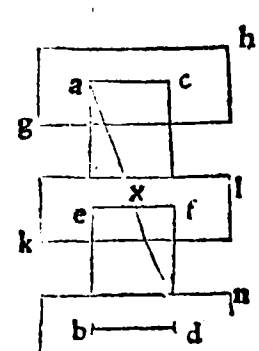
17 SI ſuperficies tres vel plures æquidiſtãtes duas rectas lineas ſeinuicem contingentes vel æquidiſtantes ſecent: illarum linearum portiones proportionales eſſe probantur.

¶CAMP. ¶Intelligãtur enĩ duę rectæ lineę penetrantes qualitercunq; cõtigerit tres ſuperficies ęquidiſtãtes: aut etiã plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearũ inter quaſlibet duas ſuperficies interceptas: proportionales eſſe quibuſq; duabus inter alias duas ex illis ęquidiſtantibus ſuperficiebus interceptis. Cõiungantur enim duę extremitates illarum duarum linearum: ducta inter eas linea vna diagonaliter. eritq; hęc diagonalis: cum vtraq; illarũ duarum linearum penetrantium ſuperficies poſitas/in ſuperficie vna illas æquidiſtãtes ſuperficies poſitas ſecante. Si ergo harum ſuperficierum cõmunes ſectiones

quæ per præmiſſam erunt æquidiſtantes/cogitatione protraxeris: ex prima parte ſecundæ ſexti conſtabit propoſitum.

Eucli. ex Zamb Theorema 15. Propoſitio 17.

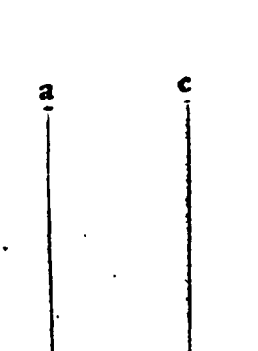
¶Si binæ rectæ lineæ ſub parallelis planis ſecentur: in eaſdem rationes ſecabuntur. 17



¶THEON ex Zāb. ¶ Binæ inquā rectæ lineæ a b, c d: ſub parallelis planis g h, k l, m n, ſecetur per a, e, b, c, f, d, ſigna. Dico q̄ eſt ſicut a e recta linea ad e b: ſic eſt c f ad f d. Cōnectantur a c, b d, a d: & concurrat a d ipſi k l plano in x ſigno/cōnectāturq̄ e x, x f. Et quoniam bina plana parallela k l, m n, ſub plano e b, d x, ſecantur: ipſorum cōmunes ſectiones e x, b d, parallelę ſunt per 16 vndecimi. Idq̄ propterea quoniam bina plana parallela g h, k l, ſub plano a x, f c, ſecantur: cōmunes ipſorum ſectiones a c, x f, parallelæ ſunt per 16 vndecimi. Et quoniam trianguli a b d ad vnum ipſorum laterum b d recta linea excitatur ex: proportionalis igitur eſt per 2 ſexti ſicut a e ad e b, ſic eſt a x ad x d. Rurſus quoniam triāguli a d c ad vnum latus a c recta linea excitatur x f: proportionalis eſt per 2 ſexti ſicut a x ad x d, ſic c f ad f d. patuit autē & ſicut a x ad x d: ſic a e ad e b. & ſicut igitur per 11 quinti a e ad e b: ſic c f ad f d. Si binæ igitur rectæ lineæ ſub planis parallelis ſecentur: & reliqua. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

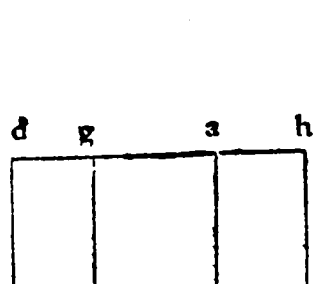
Si in ſuperficie aſſignata orthogonaliter ſteterit linea: omnis ſuperficies a linea illa quorſumlibet ducta/ad eādem aſſignatam ſuperficiem erit orthogonaliter erecta. 18



¶CAMPANVS. ¶Sit enī linea a b erecta perpendiculariter ſuper aſſignatam ſuperficiem: & a linea a b producatur ſuperficies quorſum libuerit. Quam dico ſuper propoſitam ſuperficiem eſſe perpēdiculariter erectam. Cum enim ipſa ſecet ſuperficiem aſſignatam: erit earum communis ſectio linea recta ex 3 huius/ ſitq̄ b d. In hac ergo cōmuni ſectione ſignato pūcto quolibet qui ſit d: extrahatur ab eo in ſuperficie, quæ producta eſt a linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineā b d, quæ ſit d c. Eritq̄ ex ſecunda parte 28 primi/linea c d: æquidiſtans lineæ a b. ideoq̄ ex 8 huius/linea c d: eſt etiam perpendicularis ad ſuperficiem propoſitam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto lineę b d, ad ipſam lineam b d, in ipſa ſuperficie quę producta eſt a linea a b, eſt perpendicularis ad propoſitā ſuperficiem/ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiem orthogonaliter erectę: conſtat verū eſſe quod propoſitum eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

¶Si recta linea plano alicui adāgulos fuerit rectos: & omnia quę ex ipſa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. 18



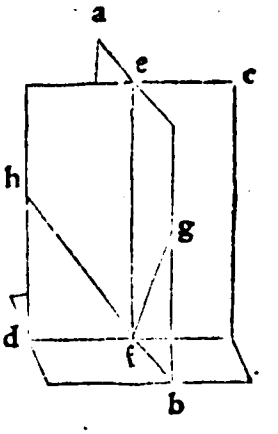
¶THEON ex Zāberto. ¶Recta enim linea a b: ſubiecto plano ad angulos rectos eſto. Dico q̄ & omnia quæ ex ab plana: ad ſubiectum planum ad angulos rectos ſunt. Extendatur inquā per a b: planum d e. ſitq̄ per 3 vndecimi cōmunis ſectio ipſius d e plani/& ſubiecti: c e. & ſumatur in c e, cōtingēs ſignum f. et ab ipſo f: per 12 vndecimi ipſi c e ad āgulos rectos excitetur in d e plano ipſa f g. Et quoniam a b ad ſubiectum planū recta eſt: & ad omnes igitur ipſam tangētes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes recta eſt ipſa a b per ſecūdam vndecimi diffinitionem. quare & ad c e recta eſt. Igitur angulus qui ſub a b f: rectus. eſt autem qui ſub g f b: rectus. igitur per 28 primi/a b: ipſi f g parallelus eſt. Ipſa autem a b: ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt. & f g igitur ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt. Et quoniā: per tertiā diffinitionem vndecimi planum ad planum rectum eſt quando quæ cōmuni ſectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in vno planorum ad reliquū planum ad angulos fuerint rectos/& cōmuni ſectioni planorum c e in vno planorum ipſius d e ad angulos rectos acta f g oſtenſa eſt ſuppoſito plano ad angulos rectos eſſe: igitur plauum d e rectum eſt ad ſuppoſitū. Similiter iam oſtēdetur: q̄ omnia quę ex a b plana/recta ſunt ad ſubiectum planum. Si recta igi-

tur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos: & omnia quæ ex ipſa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

19 SI duæ ſuperficies ſeinuicem ſecantes/ſupra vnam ſuperficiem erectæ fuerint orthogonaliter: communis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpẽdicularis erit.

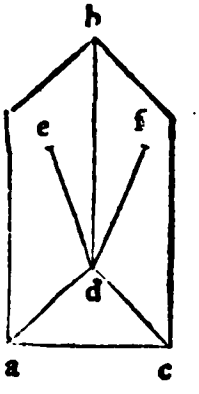
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ ſuperficies a b & c d ſeinuicem ſecantes/erectæ orthogonaliter ſuper aſſignatã ſuperficiem: ſitq; cõmunis earum ſectio linea recta e f. Hanc dico eſſe perpendicularem ad aſſignatam ſuperficiẽ. Alioqui a puncto f qui eſt cõmunis terminus ſectionum duarum ſuperficierum ſecantium & tertiæ ſuperficiei ſectæ/producatur vna linea recta quæ ſit f g, in ſuperficie a b, perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatam: ſitq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem ſuperficiem/ quæ ſita ſit in ſuperficie c d, & ipſa ſit f h. eruntq; duæ lineæ f g & f h: orthogonaliter inſiſtẽtes ſuper punctum vnum ad ſuperficiem aſſignatam. Hoc autẽ: ipoſſibile eſt per 13 huius. Tales autẽ lineas poſſe protrahi a pũcto f in vtraq; duarum ſuperficierum a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad aſſignatam ſuperficiem: dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis ſectio ſuperficiei a b & ſuperficiei aſſignatæ: & linea f d, ſupficiei c d & ſuperficiei aſſignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad vtramq; duarũ linearum f b & f d: ipſa etiam erit perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatam ex quarta huius. Si autem ad neutrã: ſit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde a puncto f protrahe in ſuperficie aſſignata vnam lineam perpendicularem ad lineam f b: quæ ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ/cum linea f g cõtinebit angulum rectum. per quartã igitur huius erit linea f g: perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto f in ſuperficie aſſignata/quæ ſit perpendicularis ad lineam f d: ſequetur ex diffinitione prędicta & ex quarta huius/lineã f h eſſe perpendicularem ad ſuperficiem aſſignatam. quod eſt impoſſibile per 13 huius. Q; ſi confiteare lineam e f eſſe perpendicularem ad lineam f b, ſed non ad lineam f d: ſequetur modo conſimili duas lineas e f & f h eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſſignatam. Quod nihil minus eſt impoſſibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

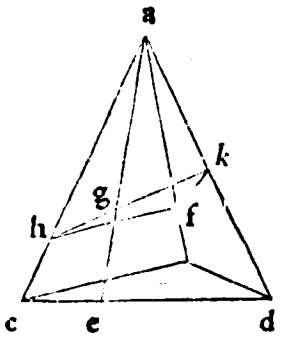
19 ¶Si bina plana ſeſe inuicem diſpeſcentia/plano alicui ad angulos rectos fuerint: & ipſorum cõmunis ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

¶THEON ex Zãberto. ¶Bina etenim plana a b, b c, ſubiecto plano ad angulos ſint rectos: communis autem ipſorum ſectio ſit b d. Dico q; ipſa b d, ad ſubiectum planum ad angulos eſt rectos. Excitentur per 12 vndecimi ab ipſo d ſigno ad ipſum a b planũ/ipſi a d rectæ lineæ/ad ãgulos rectos ipſa d e: ad planum autem b c, ipſi c d ad angulos rectos d f. Et quoniã planum a b ad ſubiectum planum rectum eſt/& cõmuni ipſorum ſectioni a d ad angulos rectos ad ipſum a b planum excitatur d e: igitur d e ad ſubiectum planum recta eſt. Similiter iam demonſtrabimus: q; & d f ad ſubiectum planum recta eſt. Ab eodem igitur ſigno d, ad ſubiectum planum: binæ rectæ lineæ ad angulos rectos ſtantes ſunt ad eaſdem partes. Quod eſt impoſſibile. Igitur ad ſubiectum planum/a ſigno d non conſtituetur alia: præter d b cõmunem ſectionem ipſorum b a, b c, planorum. Si bina igitur plana inuicem ſeſe diſpeſcentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos: & cõmunis ipſorum ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod oſtendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI tres anguli ſuperficiales ſolidum angulum contineant: illorum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo ſunt maiores.

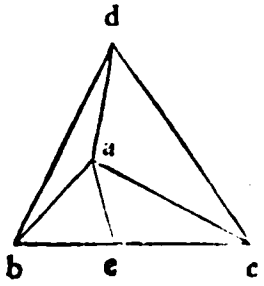


¶CAMPANVS. ¶Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectę ſupra ſuperficiem b c d: continentes tres ſuperficiales angulos/ex quibus ſolidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoſlibet duos ex ipſis ſuperficialibus angulis ſolidū angulū in puncto a conſtituētibus/pariter acceptos: tertio eſſe maiores. Si enī hi tres anguli ſuperficiales fuerint ſibi inuicē ęquales/aut ſi duo tātū ęquales exiſtēte tertio minore vtrolibet duorū ęqualiū: cōſtat per cōmunē ſcientiam verū eſſe qđ dicit. Qz ſi eorū vnus vtrolibet duorū reliquorū maior fuerit/ſiue illi duo ponantęquales ſiue nō æquales: adhuc cōſtat illū maiorē & vtrūlibet duorū reliquorū pariter acceptos/tertio eſſe maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur/eſſe maiores: ſic collige. Eſto enī triū propoſitorū angulorū ſuperficialiū angulus c a d: maior vtrolibet reliquorū duorū. Ex ipſo ergo abſcindā angulū e a d æqualē angulo b a d: protracta linea a e. Et ſumā ex hac linea a e, lineā a g: & ex linea a b, lineā a f. quas ponā eſſe æquales. Et protrahā lineā a pūcto g qualitercūq; cōtingat/in ſuperficie duarū linearū a c & a d: quouſq; ſecet a c in puncto h, & a d in pūcto k. & ipſa ſit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum ſit igitur a f ęqualis a g: poſita a k cōi/erit per 4. primi f k ęqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k ſunt maiores linea h k: erit per cōceptionē h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cū ſit linea a f æqualis lineę a g: erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur cōſtat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos: eſſe maiores angulo h a k. Quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

¶Si ſolidus angulus ſub tribus planis compręhendatur: duo reliquo maiores ſunt quomodocunq; ſuſcepti. 20

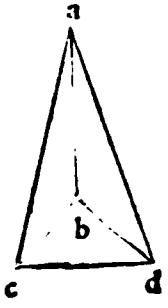
¶THEON ex Zāb. ¶Solidus angulus q ad a: ſub tribus planis hoc eſt b a c, c a d, d a b, cōpræhēdatur. Dico q; bini quōcūq; ſuſcepti: reliquo ſūt maiores. Si quidē ipſi qui ſub b a c, c a d, d a b, anguli ſunt inuicē ęquales: manifeſtū eſt q; bini reliquo quōcunq; ſuſcepti ſunt maiores. Si autē nō: ſit maior qui ſub b a c. cōſtituaturq; per 23 primi ad a b rectā lineā/& ad ſignū in ea a, angulo q ſub d a b, in eo qđ ſub b a c plano/ęqualis angulus b a e: ponatq; p 2 primi ipſi a d ęqualis a e. & p e ſignū extēſa ipſa b e c: diſpeſcat ipſas a b, a c, rectas lineas/p ſigna b, c. cōnectāturq; d b, d c. Et qm̄ d a ipſi a e eſt æqualis/cōis autē a b: duę igit̄ d a, a b, duabus d a, a e, ſūt æquales. & angulus q ſub d a b: āgulo qui ſub b a e eſt eq̄lis. baſis igit̄ d b: per 4. primi baſi b e eſt ęqualis. Et qm̄ duę d b, d c, ipſa b c ſūt maiores/quarū d b ipſi b e oſtēſa eſt ęq̄lis: reliqua igit̄ d c, reliqua e c maior eſt. Et quoniā ipſa d a ipſi a e eſt æq̄lis/cōis autē a c, & baſis d c baſi e c maior eſt: angulus igitur qui ſub d a c, angulo q ſub e a c maior eſt. Oſtēſum autē eſt: q; & q ſub d a b, eſt æqualis ei qui ſub b a e. Ipſi igit̄ q ſub d a b, d a c: eo q ſub b a c ſunt maiores. Si ſolidus igit̄ angulus ſub tribus āgulis planis cōprehēdat̄: duo quōcūq; aſſūpti ſunt maiores reliquo. Qđ erat oſtēdēdū.



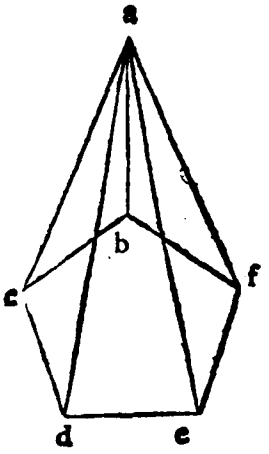
Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

OMnis angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſſe probatur. 21

¶CAMPANVS. ¶Anguli ſolidi quantitas: ex angulorum ſuperficialium ipſum ſolidum continentiū quantitate determinatur. Hac ergo 21 propoſitione id etiā proponit: quoſlibet ſuperficiales angulos ſolidū quemlibet continentes pariter acceptos/quatuor rectis angulis eſſe minores. Sit enim triāgula pyramis a b c d: cuius ſupremus āngulus cū poſſit eſſe quilibet ſuorum angulorū/hic tamen ſit a. de quo dico: q; tres ſuperficiales anguli ipſum a continentes/ſunt minores quatuor rectis. Cōſtat enī ex 32 primi: nouē angulos triū triāgulorū hanc pyramidē circunſtantiū (& ipſi ſunt a b c, a c d, a d b) eſſe æquales ſex angulis rectis. de tribus autē angulis baſis eius q̄ eſt triāgulus b c d, cōſtat quoq; per eandē: q; ipſi ſunt æquales duobus rectis. Cū igit̄ ſex anguli trium triāgulorū prædictorū hanc noſtrā pyramidē (de cuius ſupremo angulo diſputamus) circundantium/qui inquā ſex anguli cum tribus angulis baſis reliquos tres angulos ſolidos pyramidis continent/ſint ex præmiſſa



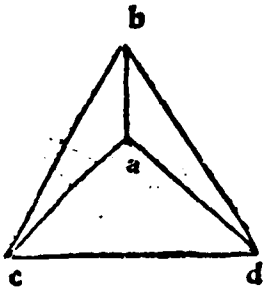
ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. ex nouē igitur angulis triū triāgulorū pyramidē circundantium his sex angulis dēptis erūt ex cōmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui cōstituūt solidū āgulū a) minores 4 rectis. ¶Si autē angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibusq; tribus cōtineatur quod erit secundū multitudinē angulorū suæ basis/cū igitur omnes anguli omniū triāgulorum ipsam pyramidem circundantium pariter accepti sint ex 32 primi tot rectis angulis æquales quātus est numerus angulorū suæ basis duplicatus eo q; tot necesse est esse triāgulos pyramidē circūdātes quot fuerint āguli suę basis/cūq; oēs anguli suæ basis sint tot rectis āgulis æquales quātus est numerus angulorū suorū duplicatus dēptis inde 4. vt in 32 primi demonstratū est/cumq; igitur oēs āguli triāgulorū pyramidē circūdātiū q super latera basis ipsius pyramidis cōsistūt pariter accepti sint maiores oibus angulis basis pariter acceptis vt euidēter cōstat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita: adhuc necessario sequitur ex cōmuni scientia superficiales angulos solidū angulū a cōtinētes pariter acceptos esse minores quatuor rectis/eo inquam minores quo oēs anguli trigonorū pyramidem circūdantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistūt/ excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

21 ¶Omnis solidus angulus: sub minus qnatuor rectis angulis planis comprænditur.

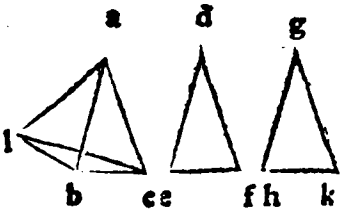
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit solidus angulus qui ad a: cōprænēsus sub planis angulis qui sub b a c, d a c, d a b. Dico q; ipsi b a c, d a c, d a b, anguli: quatuor rectis sunt minores. Assumat inquā in vnaquaq; ipsarū a c, a b, a d, rectarū linearū signa vtcūq;: sintq; b, c, d. cōnectanturq; b c, c d, d b. Et quoniā solidus angulus est qui ad b, sub tribus enī planis angulis cōprēhenditur hoc est sub ijs qui sub c b a, a b d & c b d: per 20 vndecimi bini vtcunq; reliquo sunt maiores. Igit qui sub c b a, a b d: eo q sub c b d sūt maiores. Et id propterea q sub b c a, a c d: eo qui sub b c d sūt maiores. & insup qui sub c d a, a d b: eo qui sub c d b sunt maiores. Igit sex āguli c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b: tribus hoc est eis qui sub c b d, b c d, c d b, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub c b d, b d c, b c d, duobus rectis sunt æquales. igit qui sub c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b, sex āguli: duobus rectis sunt maiores. Et qm vniuscuiusq; ipsorū a b c, a b d, a c d, triāgulorū tres āguli duobus rectis sūt ęqles p 32 primi: q igit triū triāgulorū āguli nouē q sub c b a, a c b, b a c, a c d, c d a, d a c, a d b, b d a, b a d: sex rectis sunt ęquales. Quorū q sub a b c, b c a, a c d, c d a, a d b, d b a, sex āguli: duobus rectis sunt maiores. reliqui igit q sub b a c, c a d, d a b, tres āguli cōprēhēdētes solidū āgulū: quatuor rectis sunt minores. Ois igit solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis cōprænditur. Quod erat ostendendū.

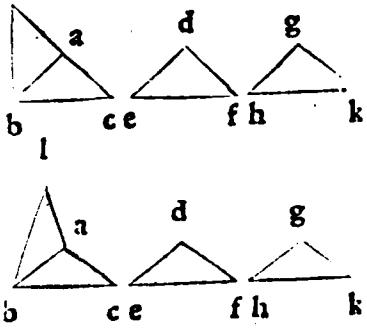


Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 SI tres anguli superficiales quorū quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores/cunctis sibi inuicem æquis lineis cōtineātur: de tribus basibus angulos illos ab ipsarū linearū ęqualiū terminis subtendentibus/triangulū substituī vel constituī possibile est.

¶CAMP. ¶Sint tres superficiales āguli b a c, e d f, h g k, vt ꝓponit: tales videlicet vt quiq; duo eorū tertio sint maiores. sintq; sex latera eos cōtinētia / ęqliat: quæ sint a b, a c, d e, d f, g h, g k. & subtēdant eis tres bases q̄ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus: triāgulū aio cōstituī posse. Esto enī āgulus b a l ęqlis angulo d: & linea a l lineæ d e. & protrahātur l b, l c. eritq; ex 4 primi/linea l b: æqualis lineæ e f. Ex hypothesi vero cōstat: totalē angulū a esse maiorē āgulo g. erāt enī quiq; duo ex tribus angulis b ac, d & g: tertio maiores. Igit ex 24 primi linea l c: linea h k est maior. Cūq; sint ex 20 primi duę lineę l b & b c maires lineal c: sequit duas lineas l b et b c esse multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b est ęqualis e f: erunt duę lineæ b c & e f maiores linea h k. Con-

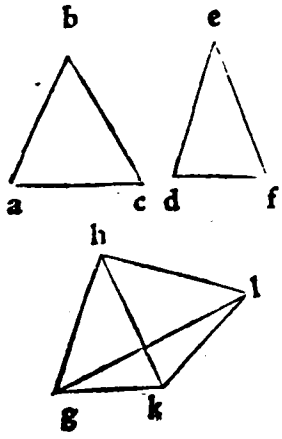




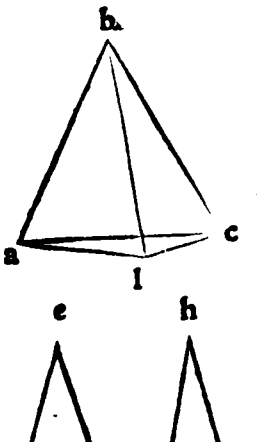
ſtat itaq; hoc modo: quaſcq; duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe longiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat verum eſſe quod dicitur. Hoc duntaxat addito. q; ſi duo ãguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis: erũt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea vna. quæ cum ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cũq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c: ſequitur vt prius b c & e f pariter acceptas eſſe lõgiores h k. At vero ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duobus rectis: erũt ex 21 primi duę lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duabus quæ ſunt l b & b c. Quare vt prius: b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

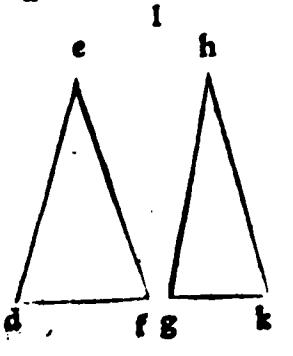
22 ¶Si fuerint tres anguli plani quorum bini reliquo ſint maiores quomodocunq; aſſumpti / compræhendant autem ipſos æquales rectæ lineæ: ex connexis circa æquales rectas lineas triangulũ conſtitui eſt poſſibile.



¶THEON ex Zãb. ¶ Sint tres anguli plani q ſub a b c, d e f, & g h k: quorũ bini reliquo ſint maiores quõcũq; ſũpti. hoc eſt a b c, d e f: ipſo g h k. ipſi autẽ qui ſub d e f, g h k: ipſo a b c. & inſup qui ſub g h k, a b c: eo q ſub d e f. ſintq; æquales a b, b c, d e, e f, g h, h k, rectæ lineę: cõnectanturq; a c, d f, g k. Dico q; ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triãgulũ cõſtituere eſt poſſibile: hoc eſt q; ipſarũ a c, d f, g k, binæ quõcũq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Si quidẽ qui ſub a b c, d e f, g h k, ãguli inuicẽ ſunt æquales: manifeſtũ q; & ipſis a c, d f, g k, æqualibus adinuicẽ factis / eſt poſſibile ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulũ cõſtrui. Si autẽ nõ: ſint inæquales. Cõſtituaturq; per 23 primi / ad ipſam h k rectã lineã / & ad ſignũ in ea h: angulo qui ſub a b c æqualis angulus qui ſub k h l. & ponatur per 2 primi vni ipſarũ a b, b c, d e, e f, g h, h k, æqualis h l: cõnectanturq; k l, g l. Et qm̃ binæ a b, b c, duabus k h, h l, ſunt æquales / & angulus qui ad b angulo quiſub k h l eſt æqualis: baſis igitur a c per 4 primi baſi k l eſt æqualis. Et qm̃ qui ſub a b c, g h k: eo qui ſub d e f ſunt maiores / æqualis autẽ qui ſub g h l eis qui ſub a b c & g h k, qui igitur ſub g h l eo qui ſub d e f maior eſt. Et quoniam duæ g h, h l, duabus d e, e f, ſunt æquales / & angulus qui ſub g h l angulo quĩ ſub d e f maior eſt: baſis igiť g l per 24 primi baſi d f maior eſt. Sed ipſę g k, k l: ipſa g l ſũt maiores. multo magis igiť g k, k l: ipſa d f ſũt maiores. Aequalis autẽ eſt k l: ipſi a c. ipſę igiť a c, g k: reliqua d f ſunt maiores. Similiter iã oſtẽdemus / q; & ipſę qdẽ a c, d f, ipſa g k ſũt maiores: & g k, d f, ipſa a c. Poſſibile igiť eſt: ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulũ confici. Quod oſtendendum erat.

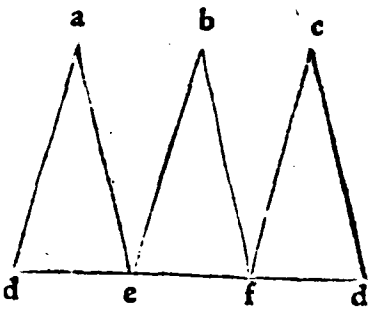


¶ALITER. ¶Sint dati tres ãguli plani q ſub a b c, d e f, g h k: quorũ duo reliquo ſint maiores quõcũq; aſſũpti. Cõprehẽdãt autẽ ipſos: æquales rectæ lineę a b, b c, d e, e f, g h, h k. Cõnectantq; ipſę a c, d f, g k. Dico q; ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triãgulũ cõſtrui eſt poſſibile: hoc eſt rurſus q; duo reliquo ſũt maiores quõcũq; aſſumpti. Si qdẽ rurſus qui ad b, e, h, ſigna ãguli ſunt æquales: erũt quoq; ipſæ a c, d f, g k, & duæ reliqua erũt maiores. Si autẽ nõ: ſint inæquales q ad pſa b, e, g, ſigna ãguli. ſitq; maior angulus q ad b, vtroq; ipſorũ e, h. maior igiť eſt p 24 primi & a c recta linea: vtraq; ipſarũ d f, g k. & manifeſtũ: q; a c cũ vtraq; ipſarũ d f, g k, reliqua maior eſt. Dico q; & d f, g k: reliqua a c ſũt maiores. Cõſtituať p 23 primi ad a b rectã lineã ad ſignũq; in ea b: eiq ſub g h k angulo æquus qui ſub a b l. ponaturq; p 2 primi vni ipſarũ a b, b c, d e, e f, g h, h k: æqualis b l. cõnectãturq; a l, l c. Et duę a b, b l, duabus g h, h k, ſunt æquales altera alteri: & æquos ãgulos cõprehẽdũt. baſis igiť a l: per 4 primi baſi g k eſt æqualis. Et qm̃ q ad e, h, ſigna ãguli eo q ſub a b c ſũt maiores / quorũ q ſub g h k eo qui ſub l b c maior eſt / et quoniã duę l b, b c, duabus d e, e f, ſunt æquales altera alteri / & angulus q ſub d e f angulo q ſub l b c maior eſt: baſis igiť d f per 24 primi baſi l c maior eſt. Oſtenſum autẽ eſt: q; æqualis eſt g k ipſi a l. Ipſæ igitur d f, g k: ipſis a l, l c, ſunt maiores. Sed ipſæ a l, l c: ipſa a c ſunt maiores. multo magis igiť d f & g k: ipſa a c ſunt maiores. Ipſarũ igiť a c, d f, g k, rectarũ linearũ duæ reliqua ſunt maiores: quõcunq; aſſumptæ. Poſſibile igitur eſt: ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulum confici. Quod oportuit oſtendere.

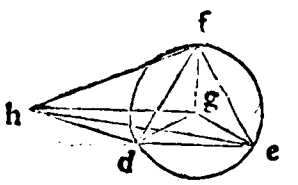


Euclí.ex Camp. Propoſitio 23.

23 TRibus angulis ſuperficialibus propoſitis/quorũ quiq; duo pariter accepti tertio ſunt maiores omnes/& tres ſimul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis æqualibus qualeſcunq; ſint/ſolidum angulũ cõſtituere.

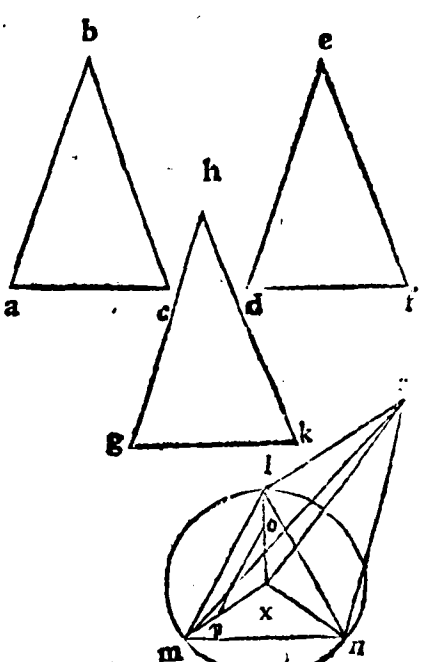


¶CAMPANVS. ¶Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a,b,c. de tribus illis æqualibus volumus vnũ ſolidum angulum conſtituere. Oportet igitur ex 20 huius/vt quiq; duo eorũ pariter accepti tertio ſint maiores: & ex 27 huius/vt oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores. Ex ipſis itaq; ſint hæc poſita. Latera vero eos continentia cuncta adinuicẽ ſint æquilia: eiſq; ſubtendantur tres baſes/& ipſæ ſint d e,e f,& f d. eritq; ex præmiſſa poſſibile: de tribus lineis his baſibus æqualibus triangulum conſtitui. Sit igitur ex eis ſecundum doctrinam 22 primi/ triangulus d e f, conſtitutus: cui ſicut docuit quinta quarti/circunſcribatur circulus d e f ſupra centrũ g, & protrahatur g d, g e, g f. Quæ cũ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitione circuli/lateraq; tres ꝓpoſitos angulos ambiẽtia æqualia ex hypotheſi: neceſſe eſt vt earũ quælibet quolibet illorũ laterũ ſit minor. æqualẽ autẽ aut maiorẽ eſſe eſt impoſſibile. Si enĩ linea exiẽs a cẽtro g, circũferentiã circuli d e f eſſet æqualis alicui laterũ a d, a e, b e, b f, c f, c d: ſequereť propter ea quę poſita ſunt/annuẽte 8 primi/tres angulos a,b,c, propoſitos/eſſe æquales tribus augulis d g e, e g f, f g d. Cũq; hi tres ſint æquales quatuor rectis ãgulis/vt facile patet ex 13 primi/protracta pauliſp vna linearũ exeũtiũ a cẽtro ad circũferentiã in cõtinuũ et directũ: eſſent etiã tres ãguli a,b,c, æquales etiã quatuor rectis. Qđ eſt cõtra poſita. Qz ſi eſſet maior: ſuperpoſitis tribus triãgulis quorũ ſunt anguli a,b,c, tribus triangulis diuidẽtibus triãgulũ d e f vnoquoq; illi cũ quo cõicat in baſi/ita q; baſes ſupponanť baſibus æquales videlicet æqualibus: & anguli a b c cadãt ad partẽ pũcti g/ſequereť ex 21 primi tres ãgulos a,b,c, eſſe maiores tribus q ſunt d g e, e f g, f g d. Eſſent itaq; maiores quatuor rectis. Qđ eſt ãplius cõtrariũ poſitis. Relinquiť itaq; vnũquodq; ex ſex lateribus tres propoſitos ãgulos ambiẽtibus: maius eſſe linea egrediẽte a cẽtro g, ad circũferẽtiã d e f. ideoq; etiã potẽtius. Sit igitur potẽtius in linea g h: quæ ſit ſecũdũ 12 huius orthogonaliter erecta ſup ſuperficiem ãguli vel circuli d e f. demittãturq; tres hypothenuſæ h d, h e, h f: quas dico cõtinere angulos tres ſuperficiales æquales tribus propoſitis/cõſtituẽtes angulũ ſolidũ in pũcto h. Cũ enĩ quadratũ lineę a d ſit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypotheſi/at quadratũ lineę d h ſit æquale eiſdẽ ex penultima primi: neceſſe eſt lineã a d eſſe æqualẽ lineę d h. Eodẽq; modo & lineam a e: lineę e h. Igitur ex 8 primi cũ baſes etiã ſint æquales: erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f: & angulus c æqualis angulo f h d. Quare cõſtat factũ eſſe quod facere diſpoſuimus.

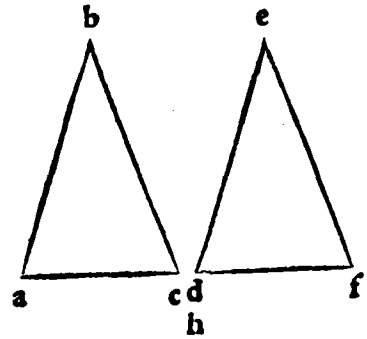


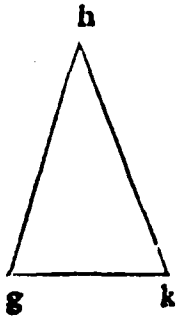
Euclí.ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 23.

23 ¶Ex tribus angulis planis quorum duo quomodocunq; ſumpti ſint reliquo maiores: ſolidum angulum conficere. oportet iam tres quatuor rectis eſſe minores.

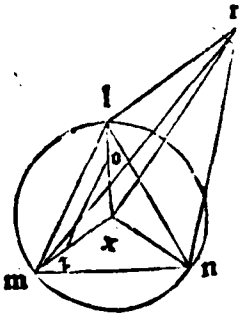


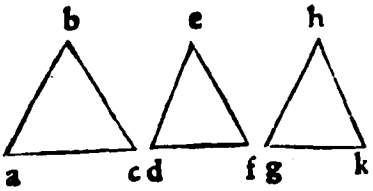
¶THEON ex Zãb. ¶Sint dati tres anguli plani ſub a b c, d e f, g h k: quorũ duo quocũq; aſſumpti reliquo ſint maiores: in ſuperq; tres quatuor rectis minores. oportet tã ex æqualibus eis qui ſub a b c, d e f, g h k: ſolidũ cõſtituere angulũ. Aſſumãtur æquales a b, b c, d e, e f, g h, h k: cõnectanturq; a c, d f, g k. Igitur per 21 vndecimi ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triãgulũ cõfici eſt poſſibile. Conſtruať/ſitq; l m n: & eo quia a c æqua eſt ipſæ l m, & d f ipſi m n, & g k ipſi l n. Circũſcribatur autẽ p 5 quarti ipſi l m n triãgulo: circulus l m n. ſumaťq; per 1 tertij ipſius centrũ x: connectanturq; l x, m x, n x. ¶Dico q; a b: ipſa l x maior eſt. Si autem non: aut a b ipſi l x eſt æqualis/aut ea minor. Sit primum æqualis. Quoniã a b ipſi l x eſt æqualis/ſed a b ipſi b c eſt æqualis: igitur l x ipſi b c eſt æqualis. Ipſa autem l x: ipſi x m per 15 diffinitionẽ primi. Duæ iam a b, b c: duabus l x, x m, ſunt æquales altera alteri. & baſis a b: baſi l m ſupponiť æqua-

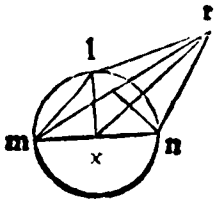


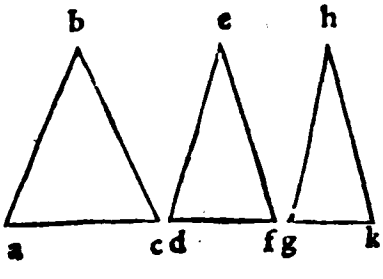


lis. angulus igitur qui ſub a b c: per 8 primi angulo qui ſub l x m eſt æqualis. Id propterea iam & qui ſub d e f: ei qui ſub m x n eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub g h k: ipſi qui ſub n x l. Ipſi igitur qui ſub a b c, d e f, g h k, anguli: ipſis tribus qui ſub l x m, m x n, n x l, ſunt æquales. Sed tres qui ſub l x m, m x n. n x l: quatuor rectis ſunt æquales. & tres igitur qui ſub a b c, d e f, g h k: quatuor rectis ſunt æquales. Supponuntur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoſſibile. Igitur a b: ipſi l x æqualis non eſt. ¶ Dico etiam: q̄ nec minor eſt a b, ipſa l x. Si enim poſſibile: eſto. ponaturq̄ per 2 primi ipſi a b æqualis x o, ipſi autē b c æqualis x p: connectaturq̄ o p. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c: æqualis eſt & x o ipſi x p. quare & reliqua o l: reliquæ p m eſt æqualis. Parallelus igitur eſt per ſecundam ſexti l m ipſi o p: & æquiangulū eſt l m x ipſi o p x. eſt igitur ſicut x l ad ipſam l m: ſic eſt x o ad o ip. viciſſim igitur per 16 quinti ſicut l x ad x o: ſic l m ad o p. Maior autem eſt l x: ipſa x o. maior igitur eſt & l m: ipſa o p. Sed ipſa l m: poſita eſt ipſi a c æqualis. & a c igitur: ipſa o p maior eſt. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ a b, b c, duabus o x, x p, ſunt æquales: & baſis a b baſi o p maior eſt: angulus igitur qui ſub a b c, angulo qui ſub o x p maior eſt per 25 primi. Similiter iam oſtendemus: q̄ & qui ſub d e f eo qui ſub m x n maior eſt: qui autem ſub g h k eo qui ſub n x l. Ipſi igitur tres anguli qui ſub a b c, d e f, g h k: tribus qui ſub l x m, m x n, n x l ſunt maiores. Sed qui ſub a b c, d e f, g h k: quatuor rectis ſupponuntur minores. multo igitur magis qui ſub l x m, m x n, n x l: quatuor rectis ſunt minores. Sed & æquales. Quod eſt impoſſibile. Igitur a b: ipſa l x minor nō eſt. Oſtenſum autē eſt: q̄ nec̄ æqualis. maior igitur eſt a b: ipſa l x. ¶ Conſtituatur iam a ſigno x: ipſius l m n circuli plano ad angulos rectos x r per 12 vndecimi. Et quo maius eſt quadratum quod ex a b, eo quod ex l x: ei æquum eſto quod ex x r. cōnectanturq̄ r l, r m, r n. Et quoniam r x recta eſt & ad ipſius l m n circuli planum: & ad vnamquamq̄ igitur ipſarum l x, m x, n x, per conuerſionem 2 diffinitionis vndecimi recta eſt ipſa r x. Et quoniam ęqualis eſt l x ipſi x m, communis autem & ad angulos rectos eſt x r: baſis igitur r l ꝑ 4 primi baſi r m eſt ęqualis. Iam id propterea & r n: vtriq̄ ipſarum r l, r m, eſt æqualis. Ipſæ igitur r l, r m, r n: ſibi inuicem ſunt æquales. Et quoniam quo maius eſt quod ex a b eo quod ex l x, ei ſupponitur æquum quod ex x r: quod ex a b igitur æquū eſt eis quæ ex l x, r x. Eis autem quæ ex l x, x r: æquum eſt per 47 primi quod ex l r. rectus enim eſt qui ſub l x r. Quod igitur ex a b: æquū eſt ei quod ex r l. Aequalis igitur eſt a b: ipſi r l. Sed ipſi quidem a b: æqualis eſt vnaquæq̄ ipſarum b c, d e, e f, g h, h k. ipſi autem r l: ęqualis eſt vtraq̄ ipſarum r m, r n. Vnaquęq̄ igitur ipſarū a b, b c, d e, e f, g h, h k: vnicuiq̄ ipſarum r l, r m, r n, eſt æqualis. Et quoniā duę l r, r m, duabus a b, b c, ſunt æquales: & baſis l m baſi a c ſupponitur æqualis: angulus igitur qui ſub l m r per 8 primi ei qui ſub a b c eſt ęqualis. Id propterea & qui ſub m r n: ei qui ſub d e f eſt æqualis. Qui autem ſub l r n: ei qui ſub g h k. Ex tribus igitur angulis planis hoc eis qui ſub l r m, m r n, l r n, qui ſunt ęquales tribus datis ſc̄z eis qui ſub a b c, d e f, g h k, ſolidus angulus conſtruit qui ad r: cōpræhenſus ſub l r m, m r n, & l r n, angulis. Qd̄ facere oportebat. ¶ Sed iā eſto centrū circuli in vno laterū triāguli: ſitq̄ in m n, eſtoq̄ x. Cōnectaturq̄ l x. Dico rurſus: q̄ maior eſt a b ipſa l x. Si autē nō: aut a b eſt ęqualis ipſi l x, aut ea minor. Sit primū æqualis. Duæ iā a b, b c, hoc eſt d e, e f: duabus m x, x l, hoc eſt ipſi n m ſunt ęquales. Sed ipſa quidē m n: ipſi d f ſupponit̄ ęqualis. & ipſę igit̄ d e, e f: ipſi d f ſunt ęquales. Qd̄ eſt ipoſſibile. Igitur a b: ipſi l x, ęqualis nō eſt. Similiter iā oſtēdemus: q̄ nec̄ minor. igit̄ ipſa a b: maior eſt ipſa l x. Et ſi ſimiliter quo maius eſt quod ex a b eo quod ex l x, ei ęquū & ad angulos rectos ad circuli planū cōſtituemus ſicut quod ex x r: cōſtituet̄ problema. ¶ Sed iam eſto centrū circuli extra triangulū l m n: ſitq̄ x. Connectanturq̄ l x, m x, n x. Dico: q̄ & ſic maior eſt a b ipſa l x. Si autē non: aut ęqualis eſt aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur a b, b c: duabus m x, x l, ſunt æquales altera alteri. & baſis a c baſi m l eſt æqualis. angulus igitur qui ſub a b c: per octauam primi angulo qui ſub m x l eſt ęqualis. Idq̄ propterea iam & qui ſub g h k: ei qui ſub l x n eſt æqualis. Totus igitur qui ſub m x n: duobus qui ſub a b c, g h k, eſt æqualis. Sed qui ſub a b c, g h k: ipſo qui ſub d e f ſunt maiores. Et

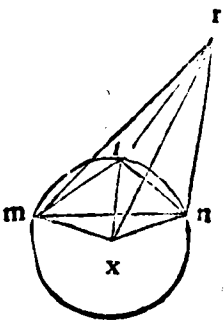


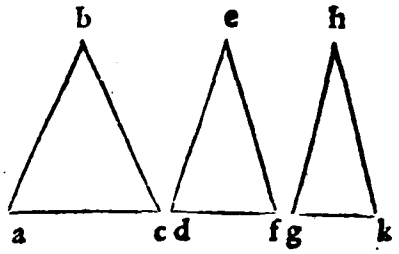


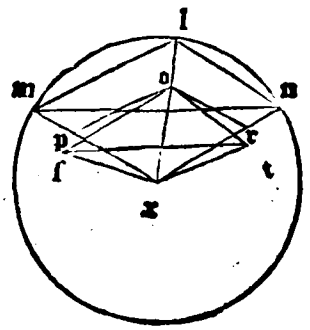


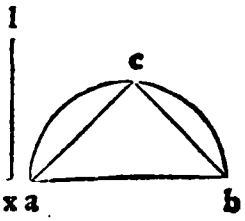


qui ſub m x n igitur: eo qui ſub d e f maior eſt. Et quoniã duæ d e, e f, duabus m x, n x, ſunt æquales/& baſis d f baſi m n eſt æqualis: angulus igitur qui ſub m x n per 8 primi ei qui ſub d e f eſt æqualis. Patuit autem q; & maior. Quod eſt abſurdum. Igitur a b: ipſi l x non eſt æqualis. Itidemq; oſtendemus: q; neq; minor. Igitur ipſa a b: maior eſt ipſa l x. Et ſi etiã ad angulos rectos in circuli plano rurſus cõſtituamus ipſam x r, & ipſi æqualẽ ponamus eã quæ poteſt id quo maius eſt quod ex a b eo quod ex l x: cõſtituet problema. ¶ Dico inſuper q; a b ipſa l x non eſt minor. Si enim poſſibile: eſto. Ponaturq; per 2 primi ipſi quidem a b æqualis x o: ipſi autem b c æqualis x p. Connectaturq; o p. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c: æqualis eſt x o ipſi x p. quare & reliqua o l: reliquæ m p, eſt æqualis. Parallelus igitur eſt per 2 ſexti l m ipſi p o: & æquiangulum eſt triangulum l x m ipſi triangulo p x o. Eſt igitur per 4 ſexti ſicut x l ad l m: ſic eſt x o ad o p. & viciſſim per 16 quinti ſicut l x ad x o: ſic l m ad o p. Maior autem eſt l x: ipſa x o. maior igitur eſt & l m: ipſa o p. Sed l m: ipſi a c eſt æqualis. igitur & a c: ipſa o p maior eſt per 14 quinti. Quoniam igitur duæ a b, b c, duabus o x, x p, ſunt æquales altera alteri/& baſis a c baſi o p maior eſt: angulus igitur qui ſub a b c per 25 primi angulo qui ſub o x p maior eſt. Similiter iam & ſi ipſam x ræqualem vtriq; ipſarum x o, x p, aſſumamus/& cõnectamus ipſam o r: oſtendemus q; & qui ſub g h k angulus eo qui ſub o x r maior eſt. Conſtituatur iam per 23 primi ad ipſam l x rectam lineam/ad ſignumq; in ea x: ei quidem qui ſub a b c angulo æquus angulus qui ſub l x ſ, ei autem qui ſub g h k æqualis qui ſub l x t. ponaturq; per 2 primi vtraq; ipſarum x ſ, x t, ipſi o x æqualis: & connectantur o ſ, o t, ſ t. Et quoniam binæ a b, b c, binis t x, x ſ, ſunt æquales/& angulus qui ſub a b c angulo qui ſub o x ſ eſt æqualis: baſis igitur a c p 4 primi hoc eſt l m' baſi o ſ eſt æqualis. Idq; propterea iam & l n: ipſi o t eſt æqualis. Et quoniam duæ l m, l n, duabus ſ o, o t, ſunt æquales/& angulus qui ſub m l n angulo qui ſub ſ o t maior eſt: baſis igitur m n per 25 primi baſi ſ t maior eſt. Sed ipſa quidem m n: ipſi d f eſt æqualis. & ipſa igitur d f: ipſa ſ t maior eſt. Quoniam igitur duæ d e, e f, duabus ſ t, x t, ſunt æquales/& baſis d f baſi ſ t maior eſt: angulus igitur qui ſub d e f per 25 primi ãgulo qui ſub ſ x t maior eſt. Aequalis autem eſt qui ſub ſ x t: eis qui ſub a b c, g h k. Igitur qui ſub d e f: eis qui ſub a b c, g h k, maior eſt. Sed & etiam minor. Quod eſt impoſſibile. ¶ Quo autem maius eſt quod ex a b, eo quod ex l x: ei æquum aſſumatur quod ex x r, ſic. Exponantur a b & l x rectæ lineæ: ſitq; maior a b deſcribaturq; ſuper ipſa ſemicirculus a c b: & in ſemicirculo a c b annectatur ipſi l x rectæ lineæ æqualis ipſa a c, connectaturq; c b. Quoniã igitur in ſemicirculo a c b angulus eſt qui ſub a c b: rectus igitur eſt qui ſub a c b per 31 tertij. Quod igitur ex a b per 47 primi æquum eſt eis quæ ex a c, c b. quare id quod ex a b: maius eſt eo quod ex a c, eo quod ex c b. æqualis autem eſt a c ipſi l x. quod igitur ex a b: maius eſt eo quod ex l x, eo quod ex c b. Si ipſi igitur c b æqualem x r aſſumamus: quod ex a b, eo quod ex l x, eo quod ex x r maius eſt. Quod facere propoſueramus.





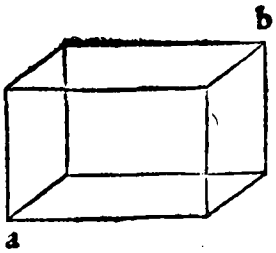


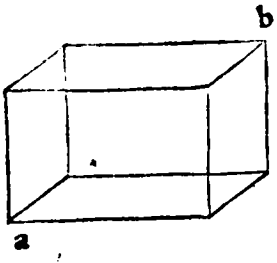


Euclı. ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI ſuperficiebus æquidiſtantibus ſolidum cõtineatur: eius oppoſitæ ſuperficies ſibi inuicem æquales ſunt & æquidiſtantium laterum.

¶ CAMPANVS. ¶ Quicquid dicant alij: ſolidum æquidiſtantibus ſuperficiebus contentum/ſuperficiebus paribus neceſſe eſt contineri. quæ ſicut eſſe non poſſunt pauciores ſex: ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſenarium excedente. Conſtat enim columnam hexagonam: poſſe octo ſuperficiebus quæ binæ & binæ oppoſitæ ſibi inuicem æquidiſtant/contineri. Sic quoq; octogonam: 10. & decagonam: 12. & ad iſtarum ſimilitudinem: in infinitum. Sed horum omnium ſolidorum æquidiſtantibus ſuperficiebus contentorum quæ infinita eſſe pronuncio: ſolum illud dicitur parallelogrãmum/cuius omnes ſuperficies ipſum ambientes parallelogrãmæ ſunt. & illud ſex ſuperficiebus duntaxat neceſſe eſt ambiri. De tali itaq; quod ſex tantum ſuperficiebus ambitur: dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale ſolidum/corpus a b: cuius

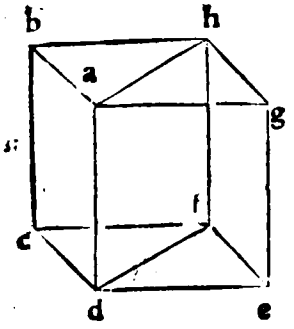




omnino ſuperficies fac vt ſolido habitu mente compræhendas. patebitq; tibi vnamquãq; earũ quatuor ex reliquis ſecare eius quatuor latera: cum ſint cõmunes ſectiones ipſius ſecantis & quatuor ſectarum. Sint autem illæ quatuor ſectæ binæ & binæ ſecundum q̃ adinuicem opponuntur: æquidiſtantes ex hypotheſi. ſequitur ex 1- bis aſſumpta: vt quatuor latera huius ſuperficiei ſecantis & quatuor ſectarum ſint adinuicem bina & bina æquidiſtantia. Cõſtat itaq; ſecundum. At vero ex 34 primi manifeſtum eſt: omnia latera oppoſita iſtarum ſex ſuperficierum eſſe æqualia. erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiuſq; earum/æqualia binis lateribus angulum planum in ſuperficie ſi bi oppoſita continentibus: anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti/æquales per 10 huius. Igitur ex conuerſa penultimę cõmunis ſcientiæ in primo libro poſitę: neceſſe eſt quaſq; duas ſuperficies in ſolido a b oppoſitas/eſſe ſibi inuicem æquales. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 24.

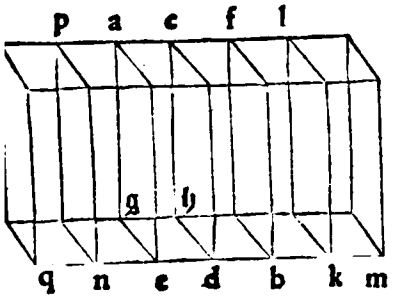
¶Si ſolidum ſub parallelis planis compræhendatur: quæ ex oppoſito ipſius plana/æqualia & parallelogramma ſunt. 24



¶THEON ex Zãb. ¶Solidum inquam c d h g: ſub parallelis planis a c, g f, a h, d f, f b, a e, comprehendatur. Dico q̃ quæ ex ppoſito ipſius plana: æqualia & parallelogramma ſunt. Quoniam enim bina plana parallela hoc eſt b g, c e, a plano a c ſecantur: cõmunes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt per 16 vndecimi. parallelus igitur eſt a b: ipſi d c. Rurſus quoniam plana bina parallela b f, a e, planum a c diſpeſcit: cõmunes ipſorum ſectiones parallelę ſunt per eãdem. parallelus igitur eſt b c: ipſi a d. Patuit autẽ: q̃ & a b ipſi d c eſt parallelus. parallelogrammum igitur eſt a c. Similiter iam oſtendemus: q̃ & vnumquodq; ipſorum d f, f g, g b, b f, a e, parallelogrammum eſt. Conuectantur a h, d f. Et quoniam parallelus eſt a g ipſi d e, & b h ipſi c f: binæ iam a b, b h, ſeſe inuicem tangentes ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes hoc eſt d c, c f, ſunt/non tamen in eodem plano. igitur æquales compræhendunt angulos per 10 vndecimi. Angulus igitur qui ſub a b h: angulo qui ſub d e f, eſt æqualis. Et quoniã binæ a b, b h, duabus d c, c f, ſunt æquales/& angulus qui ſub a b h, angulo qui ſub d c f eſt æqualis: baſis igitur a h per 4 primi baſi d f, eſt æqualis/& triangulum a b h triangulo d c f eſt æquale. Et quoniam ipſius quidem a b h, duplum per 41 primi eſt b g parallelogrammum: æquum igitur eſt parallelogrammum b g, parallelogrammo e c. Similiter iam oſtendemus: q̃ & a c ipſi g f eſt æquale/& a e ipſi b f. Si planum igitur ſub parallelis planis comprehendatur: qui ex oppoſito eius plana/æqualia et parallelogramma ſũt. Quod oportuit oſtendere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

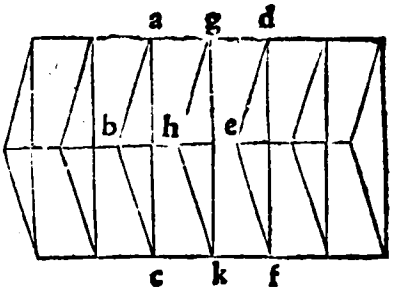
Si ſuperficies quædam ſecet ſolidum parallelogrammũ æquidiſtanter duabus ipſius ſolidi ſuperficiebus oppoſitis: duo partialia corpora quæ ad illam ſecantem ſuperficiem velut ad communem terminum copulantur/ ſuis baſibus ſunt proportionalia. 25



¶CAMPANVS. ¶Sit corpus a b, ſolidum parallelogrammũ: & ſecet ipſum ſuperficies c d æquidiſtanter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a e & f b. Et ſit ſuperficies g b, baſis ipſius ſolidi a b: de qua cõſtat per præmiſſam q̃ ipſa ſit æquidiſtantium laterum. Et ſit cõmunis ſectio duarum ſuperficierum c d & g b, linea h d: de qua cõſtat per 3 huius q̃ ipſa ſit linea recta/& per 16 huius q̃ ipſa ſit æquidiſtans g e. Ideoq; ſunt duæ ſuperficies g d & h b æquidiſtãtium laterum: & ipſæ ſunt baſes duorum partialium corporum in quæ ſuperficies c d diuidit ſolidum a b. Dico itaq; q̃ proportio ſolidi a d ad ſolidum b c: eſt ſicut baſis g d ad baſin h b. Protrahantur enim vtrinq; quantũ libuerit/ quatuor lineę penetrantes ſuperficiem c d ſuper eius angulos: & ipſæ ſunt a f & e b cũ duabus reliquis ſibi æquidiſtantibus. Sumãturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit/quæ ponantur ſingulæ æquales lineę b d: & ex

parte pũcti e, aliæ ſimiliter quot libuerit/quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas vtrinq; conſtituantur ſolida parallelogramma ſecundum longitudinum exigentiam/ſintq; ex parte puncti b, ſolida f k & l m: & ex parte pũcti e, ſolida a n & p q. Eritq; ex diffinitione corporum ęqualium atq; ſimilium/vnũquodq; ſolidorum f k & l m æquale ſolido c b: & vnumquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima ſexti. Eſt enim ſolidũ c m ita multiplex ſolidi b c: ſicut baſis h m, baſis h b. & ſolidũ q c ita multiplex ſolidi a d: ſicut baſis q h, baſis g d. Et ſi baſis h m eſt æqualis baſi q h: ſolidũ e m eſt æquale ſolido q c ex diffinitione corporum æqualium atq; ſimilium. & ſi baſis eſt minor baſi: & ſolidum eſt minus ſolido. & ſi maior: maius. quod patet ex diffinitione eadem: retecta maiori baſi ad æqualitatem minoris/& deſcripto ſuper eam ſolido parallelogrammo. Itaq; ex diffinitione incõtinuę proportionalitatis proportio ſolidi a d ad ſolidum c b: ſicut baſis g d ad baſin h b. Quod eſt propoſitum.

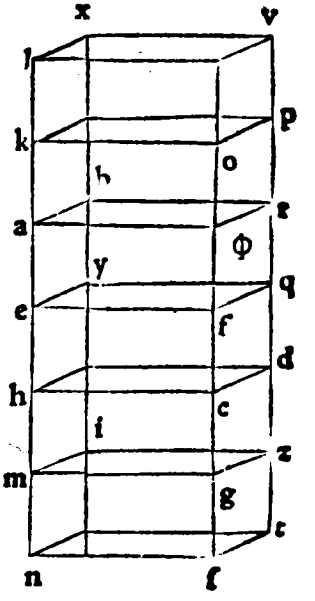
¶CAMPANVS. ¶Quæ ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſerratile equidiſtanter duobus eius triangularibus ſuperficiebus oppoſitis: duo partialia corpora quę ad illam ſecantem ſuperficiem velut ad cõmunem terminum copulantur ſuis baſibus erũt proportionalia. Sit enim a f corpus ſerratile: cuius ſint duæ trigonæ ſuperficies a b c, d e f. Conſtat igitur ex diffinitione ſerratilis: vnamquãq; trium ſuperficierum quæ ſunt a b d e, b c e f, a c d f: eſſe parallelogrammum. Secet igitur ſuperficies g h k: iſtud ſerratile æquidiſtanter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a b c, d e f. Dico q; proportio ſerratilis a k ad ſerratile g f: eſt ſicut baſis a k ad baſin g f. Quod ſicut de ſolidis parallelogrammis probatur. Protractis enim in vtramq; partem lineis a d, b e, c f, factiſq; inter eas ex parte puncti e ſerratilibus ęqualibus ſerratili g f, & ex parte puncti b aliis ęqualibus ſerratili a k vtrinq; quouis numero: ex diffinitione incontinuę proportionalitatis (ſi cuncta vigili mente perluſtres) non erit tibi difficile cõcludere quod diximus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 25.

25 ¶Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur/parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: erit ſicut baſis ad baſin ſic ſolidum ad ſolidum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Solidum inquam parallelepipedum a b c d ſecetur a plano q e parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis ſcilicet ipſis r a & d h. Dico q; eſt ſicut a e f Φ baſis ad e h c f baſin: ſic eſt a b f q ſolidũ ad e y c d ſolidum. Extendatur enim a h ex vtraq; parte. ponãturq; ipſi quidem a e ęquales: quæcunq; ipſarum a k, k l. ipſi autem e h: h m, m n. compleanturq; ipſa l o, k Φ, h g, m f, parallelogrãma: & ipſa l p, k r, d m, m t, ſolida. Et quoniã ipſę l k, k a, a e, rectæ lineæ inuicem ſunt æquales: æqualia quoq; ſunt ipſa l o, k Φ, a f, parallelogrãma ſibiinuicem per primam ſexti. & ipſa quoq; k x, k b, a y, ſibi inuicem per eandem ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa l v, k p, a r, ſibi inuicem per vigeſimãquartã vndecimi ſunt æqualia. ex oppoſito enim. Idq; propterea iam & ipſa quidem e c, h g, m f, parallelogrãma adinuicem ſunt ęqualia per primã ſexti. ipſa quoq; y h, h i, t n, ſibi inuicem per eandem ſunt ęqualia. Et inſuper ipſa d h, m z, n t, per 24 vndecimi ſunt æqualia. ex oppoſito enim. Tria igitur plana cuiuſq; ipſorum l p, k r, a q, ſolidorũ. tribus reliquorum planis ſunt æqualia. idq; propterea: & ipſorum e d, d m, m t, ſolidorũ. Sed tria: tribus quæ ex oppoſito per 24 vndecimi ſunt ęqualia. Ipſa igitur tria ſolida l p, k r, a q, inuicem ſunt æqualia per 8 vndecimi diffinitionẽ & id propterea iam tria ſolida e d, d m, m t, inuicem ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt l f baſis ipſius a f baſis: totuplex eſt & l q ſolidum ipſius a q ſolidi. & iam id propterea quotuplex eſt n f baſis ipſius f h baſis: totuplex eſt & n q ſolidum ipſius h q ſolidi. & ſi ęqualis eſt l f baſis ipſi a f baſi: ęquum eſt & l q ſolidum ipſi a q ſolido. & ſi excedit l f baſis ipſam a f baſin: excedit quoq; ipſum l q ſolidum ipſum a q ſolidum. & ſi deficit: deficit per 1 & 14 quinti. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus/binis quidem baſibus a f, f h, duobus autem ſolidis a q, q h: aſſumũtur æque multiplicia. ipſius quidem a f baſis & a q ſolidi/ipſa l f ba-

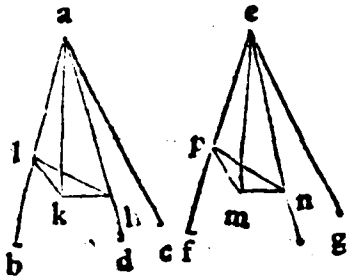


ſis & l q ſolidum: ipſius autem h f baſis & h q ſolidi/ipſa n f baſis & ipſum n q ſolidum. Oſtenſum eſt/q; ſi l f baſis excedit baſin a f: excedit quoq; & l q ſolidum/ipſum a q ſolidum. & ſi æquale: æquale. & ſi deficit: deficit per diffinitionem 6 quinti. In eadem ratione magnitudines eſſe dicuntur. & reliqua. Eſt igitur ſicut a f baſis ad f h baſin: ſic eſt a q ſolidum ad h q ſolidum. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 26

SVper datum punctum datæ lineæ: angulo ſolido propoſito æqualem angulum ſolidum conſtituere. 26

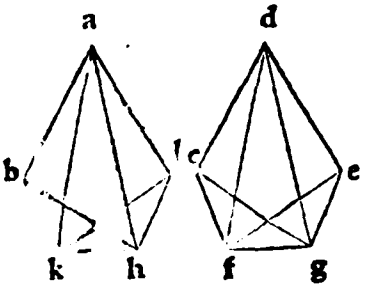
¶CAMPANVS. ¶Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidũ perficientes continentibus. c[illegible]uper punctum e lineę e f propoſitæ quæ ad libitum proponentis iaceat aut in ſublimi conſurgat/iubemur æqualem angulũ ſolidum conſtituere. Qualiſcunq; ſit ſitus lineę e f: a puncto g vbicunq; volueris ſignato/producito lineam g e. eruntq; ex ſecunda huius/duæ lineæ e f & g e: in ſuperficie vna. In hac itaq; ſuperficie ſuper punctum e datum in aſſignata linea ſecundum conſilium 23 primi conſtitue angulum æqualem angulo b a c: & ipſę ſit f e g. dehinc ex linea a d abſcinde lineam a h ſicut volueris: & a pũcto h producito perpendicularem h k ad ſuperficiem in qua ſunt duę lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum ſit: 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert: vtrum perpendicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineę a b & a c, inter ipſas lineas/aut extra aut in earum altera. ducito tamen lineam a k. Poſitoq; puncto l in linea a b vbicũq; volueris: protrahe lineas k l & l h. & pone angulum f e m in ſuperficie linearũ e f & e g, æqualem angulo b a k: & lineam e m æqualem lineę a k. & ex linea e f: ſume lineam e p æqualem lineę a l. & a puncto m educ lineam m n perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineę e f & e g. & pone eam æqualem h k. & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur: tres lineas e f, e g, e n, continere angulũ ſolidum in puncto e, æqualem angulo a poſito. Cum ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, trianguli a k h æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiem: erunt ex quarta primi duę lineę a h & e n, æquales. per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p: æquales. ideoq; etiã per eandem h l & n p æquales: cum ſint h k & k l æquales m n & m p. & anguli h k l & m n p, recti. p 8 igitur primi erit angulus n e p: æqualis angulo h a l. Similiq; quoq; modo probabis: angulum g e n eſſe æqualẽ angulo c a d. Conſtat itaq; nos effeciſſe quod volumus. Huic ſi ſtudioſus inſhiteris: quotcunq; lateribus a ſolidus angulus propoſitus cõtineatur/quod a te petitur ſine offendiculo perficere poteris.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 26.

¶Ad datam rectam lineam/ad ſignumq; in ea: dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere. 26

¶THEON ex Zãberto. ¶Sit quidem data recta linea a b: datũq; in ea ſignũ ſit a. datus angulus ſolidus ſit qui ad d: comprehẽſus ſub e d c, e d f, f d c, angulis planis. Oportet iam ad ipſam a b rectam lineã/& ad ſignũ in ea a: et qui ad d ſolido angulo æquum ſolidũ angulum cõſtituere. Sumatur in ipſa d f, cõtingens ſignũ f: excitenturq; per 14 vndecimi ab ipſo f, ad id quod per e d, d c, planũ perpehdicularis f g. & concurrat in planũ per g: cõnectaturq; d g. conſtituaturq; per 23 primi ad ipſam a b, & ad ſignum in ea a, et qui ſub e d c angulo æqualis angulus qui ſub b a l, ei autem qui ſub e d g, æqualis qui ſub b a k: ponaturq; per 23 primi ipſi d g æqualis a k. conſtituaturq; per 19 vndecimi ab ipſo k ſigno/et quod per b a l plano ad angulos rectos k h: ponaturq; per ſecũdam primi k h ipſi g f æqualis. connectaturq; h a. Dico q; angulus ſolidus qui ad a, comprehẽſus ſub b a l, b a h, h a l, angulis: æquus eſt ei qui ad d ſolido angulo cõprehẽſo ſub e d c, e d f, f d c, angulis. Auferantur enim æquales a b, d e: connectanturq; h b, k b, f e, e g. Et quoniam f g recta eſt ad ſubiectum planum: & per 2 diffinitionem vndecimi ad omnes igitur tangentes ſe rectas

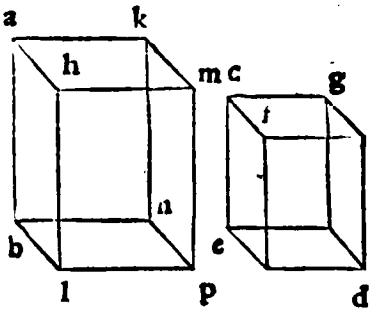


lineas & in ſubiecto exiſtētes plano/ rectos efficiet angulos. Rectus eſt igitur: vterq; ipſorū qui ſub f g d,f g e,angulorum.& iam id propterea vterq; ipſorū h k a,h k b,angulorū:rectus eſt. Et quoniam binæ k a,a b,duabus g d,d e,ſunt æquales altera alteri/& æquales cōprehendunt angulos:baſis igitur k b per 4 primi baſi g e eſt æqualis. Eſt autē & k h ipſi g f æqualis:& rectos cōprahēdūt angulos. æqualis igitur eſt & b h:ipſi f e. Rurſus quoniam duæ a k,k h,duabus d g,g f,ſunt æquales/& rectos angulos cōprahendunt: baſis igitur a h per 4 primi ipſi d f eſt æqualis. Eſt autem & a b:ipſi d e æqualis. binæ igitur h a,a b: duabus f d,d e,ſunt æquales.& baſis h b:ipſi f e eſt æqualis. Angulus igit̄ qui ſub b a h:per 8 primi angulo qui ſub e d f eſt æqualis. Iam id propterea & qui ſub h k l:ei qui ſub f g c eſt æqualis. Quoniā ſi aſſumamus æquales a l,d c,cōnectamuſq; ipſas k l,h l,g c,f c:quoniam totus qui ſub b a l toti qui ſub e d c eſt æqualis quorū qui ſub b a k ei qui ſub e d g ſupponitur æqualis/reliquus igitur qui ſub k a l reliquo qui ſub g d c eſt æqualis. Et quoniā binæ k a,a l,duabus g d,d c,ſunt æquales/& rectos cōprahendunt angulos:baſis igitur k l per 4 primi baſi g c eſt æqualis. Eſt autē & k h:ipſi g f æqualis. binæ iam l k,k h, binis c g,g f,ſunt æquales:& angulos rectos cōprahendūt. baſis igitur h l:per 4 primi baſi f c eſt æqualis. Et quoniā binæ h a,a l,duabus f d,d c,ſunt æquales/& baſis h l baſi f c eſt æqualis:& angulus igitur qui ſub h a l per 8 primi anguloqui ſub f d c eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub b a l:ei qui ſub e d c æqualis. Ad datam igitur rectam lineam a b,ad datumq; in ea ſignum a:dato angulo ſolido qui ad d æqualis angulus ſolidus cōſtitutus eſt. Quod erat agendū.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 27.

27 SVper aſſignatam lineam:dato ſolido æquidiſtantium ſuperficierum ſimile ſolidum conſtituere.

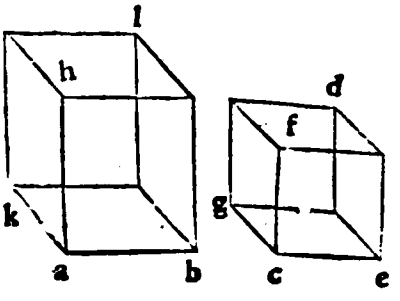
¶CAMPANVS. ¶Sit aſſignata linea a b:de cuius ſitu vtrum in plano iaceat vel ſurſum exurgat/nihil curetur. ſitq; aſſignatum parallelogrāmum ſolidū / corpus c d:cui ſuper lineam a b,iubemur ſimile ſolidum fabricare. Sint igitur tres lineę cōtinentes ſuperficiales angulos ex quibus cōponitur ſolidus angulus c,inſcriptæ litteris c e,cf,c g. At ſecundū præcepta præmiſſæ ſuper punctū a lineæ a b,cōſtituatur angulus ſolidus æqualis c:quē contineāt tres lineæ a b,a h,a k.& auxilio 10 ſexti ſit proportio c e ad a b,& e f ad a h,& g c ad a k:proportio vna. Dehinc a tribus punctis b,h,k, protrahantur ſex lineæ:h l æquidiſtans lineæ a b & h m æquidiſtans lineę a k, iterum b l æquidiſtans lineę a h,& b n æquidiſtans lineæ a k,rurſus quoq; k n æquidiſtans a b,& k m æquidiſtans a h. amplius autē protrahātur:m p æquidiſtans h l,& p l æquidiſtās h m. protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completū ſolidum parallelogrāmū a p:quod dico eſſe ſimile ſolido c d. Hoc autē ex diffinitione ſimilium ſuperficierū & diffinitione ſimilium corporum ſi earum memineris:facile cōcludes.



Eucli.ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 27.

27 ¶Ex data recta linea:dato ſolido parallelepipedo ſimile & ſimiliter poſitum ſolidum parallelepipedum deſcribere.

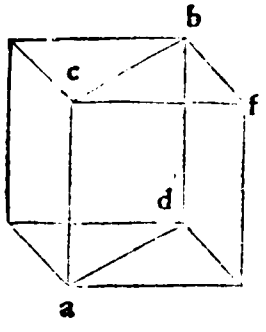
¶THEON ex Zāberto. ¶Eſto quidē data recta linea a b:datum autem ſolidum parallelepipedū eſto c d. Oportet iam ex data recta linea a b:ipſi c d ſolido parallelepipedo dato ſimile ſimiliterq; poſitum ſolidum parallelepipedū deſcribere. Conſtituatur enim per 26 vndecimi ad ipſam a b rectā lineam/ad ſignumq; in ea a,ei qui ad c ſolido angulo æqualis qui ſub b a h,h a k,k a b,cōprahendit:vt æqualis ſit qui ſub b a h ei qui ſub e c f,qui vero ſub b a k ei qui ſub e c g,& inſuper qui ſub k a b ei qui ſub g c f. Fiatq; ſicut e c ad c g,ſic b a ad a k:ſicut autē g c ad c f,ſic k a ad a h. et ex æquali igitur per 22 quinti ſicut e c ad c f:ſic b a ad a h. Cōpleaturq; ipſum h b parallelogrāmū:& ipſum a l ſolidum. Et quoniā eſt ſicut e c ad c g ſic b a ad a k,& quæ circū æquos angulos qui ſub e c g,b a k,latera ſunt proportionalia:igitur parallelogrāmum g e ipſi k b parallelogrāmo eſt ſimile per diffinitionem ſexti. Idq; propterea & k h parallelogrāmum ipſi g f parallelogrāmo eſt ſimile:& inſuper ipſum f e ipſi h b. Tria igitur parallelogramma ipſius c d ſolidi:tribus parallelogrammis ipſius



a l ſolidi ſunt ſimilia. Sed tria: tribus quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia ſunt. Totum igitur c d ſolidum: toti a l ſolido ſimile eſt. A data igitur recta linea a b: dato ſolido parallelepipedo c d ſimile & ſimiliter poſitum deſcriptum eſt a l. Quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 28.

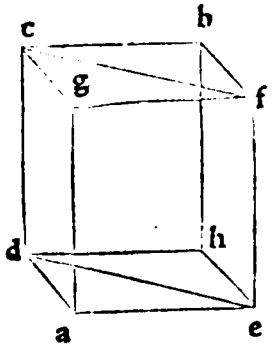
SI ſuperficies aliqua ſolidum parallelogrammum ſuper duas quaſlibet oppoſitas ſuperficies eius terminales & ſuper earum duas diametros ſecet: eandem ſuperficiem corpus illud per æqualia ſecare neceſſe eſt. 28



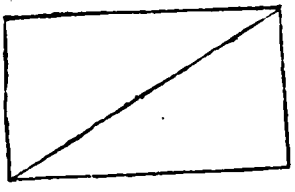
¶CAMPANVS. ¶Sit corpus a b ſolidū parallelogrammum: de quo ſit poſitum q̄ ſuperficies a b c d ſecet ipſum ſuper diametros duarum ſuperficierū oppoſitarum ipſum terminantiū quæ ſint a d & c b. Dico q̄ ipſa diuidit iſtud ſolidum propoſitum: per æqualia. Conſtat enim: q̄ ipſa diuidit illud ſolidum in duo ſerratilia. quorum ſuperficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas ſecundum q̄ ipſæ ſunt oppoſita latera ſolidi propoſiti/manifeſtum eſt ex 24 huius eſſe æquales: cum ſolidum de quo loquimur/poſitum ſit eſſe parallelogrāmum. Ex eadem quoq; & 41 primi cōſtat: trilateras ſuperficies dictorum ſerratiliū eſſe æq̄les. Igit̄ a diffinitione ſolidorū æqualiū: liquet qđ ꝓpoſitū eſt.

Eucli. ex Zamb Theorema 23. Propoſitio 28.

¶Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorum: ipſum ſolidum ſecabitur ab ipſo plano biſariam. 28



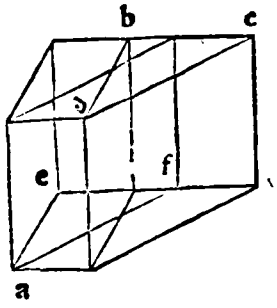
¶THEON ex Zamberto. ¶Solidum enim parallelepipedum a b: plano c d e f ſecetur per diagonios eorū quæ ex oppoſito planorū c f, d e. Dico q̄ ipſum a b ſolidū: ab ipſo c d e f plano biſariam ſecabitur. Quoniā enim per 34 primi c g f triangulum æquum eſt triangulo c b f, & triangulum a d e ipſi d e h, eſt autem c a parallelogrammum ipſi b e æquale/ex oppoſito enim/ipſum autem g e ipſi c h: & per 21 vndecimi priſma igitur comprehenſum ſub duobus triangulis c g f, a d e, & tribus parallelogrāmis hoc eſt g e, a c, c e, æquum eſt priſmati compræhenſo ſub duobus triangulis c f b, d e h, & tribus parallelogrāmis hoc eſt c h, b e, c e. Sub æqualibus enī planis & multitudine & magnitudine cōpræhenduntur per diffinitionē vndecimi. Quare totum a b ſolidum: biſariam ſcinditur ab ipſo c d plano. Quod erat oſtendendum.



¶ZAMBERTVS. ¶Diagonius: linea recta eſt quæ in figuris angularibus ab vno angulo inſurgit & ſeſe in aliū extendit angulū. Vt in hac figura patet.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 29.

CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æque alta atq; in eadem baſi ſuper vnam lineam conſtituta: probantur eſſe æqualia. 29



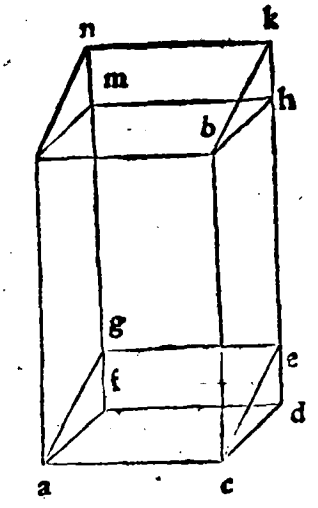
¶CAMPANVS. ¶Verū eſt q̄ ſolida æquidiſtantiū laterū æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes ſuper vnam & eadem baſin conſtituta ſunt adinuicē æqualia: ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantiū laterū ſuper vnam baſin & inter lineas æquidiſtātes conſtitutis in 35 primi demōſtratū eſt. Sed talium ſolidorū quædā dicūtur conſtitui ſuper lineam vnam: & ſunt illa quorum ſupremarū ſuperficierū duo oppoſita latera ſunt ſecūdum rectitudinē protracta/linea vna. & de talibus hæc 29 proponit demōſtrandū: ipſa ōnia eſſe æqualia adinuicē. Sunt autē eorū alia quę non dicūtur conſtituta ſuper lineam vnā: & ſunt illa quorū ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita quæcunq; ſumātur ſecūdū rectitudinē protracta/nō ſunt linea vna. & de talibus ſequēs demonſtrādum proponet: ipſa quoq; omnia eſſe adinuicē æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogrāma æque altā ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes a b & a c: cōſtituta ſuper vnam baſin quæ ſit a d, quorum ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c. ſintq; harum ſupremarū ſuperficierum duo latera oppoſita/cum ſecundum rectitudinem protrahantur: linea vna. & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; q̄

ſolida a b & a c: ſunt æqualia. Hoc autē (ſi figura eius ſecū dū quod oportet/actu vel cogitatione fabricaueris/& quēadmodum in 35 primi proceſſeris/idem faciēs hic de ſerratilibus quod ibi de triāgulis) facile cōcludere poteris. occurrūtq; tibi hic eædē diuerſitates in ſolidis: quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propoſitio 29.

29 ¶Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda conſiſtentia/quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis: inuicem ſunt æqualia.

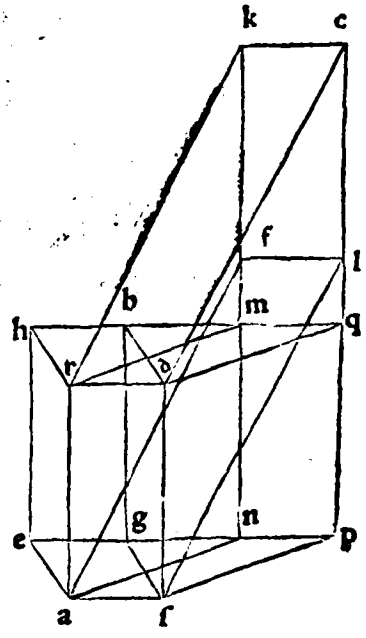
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſuper eadē baſi a b, ſolida parallelepipeda c m, c n, ſub eadē altitudine: quorū ſtantes hoc eſt a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, & b k, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi f n d k plano. Dico q; ſolidum c m: æquum eſt ipſi c n ſolido. Quoniā enim parallelogrāmum eſt vtrunq; ipſorum c h, c k: æqualis eſt per 34 primi c b vtriq; ipſarum d h, e k. Quare & d h: ipſi e k eſt æqualis. Cōmunis auferatur e h. reliqua igitur d e: reliquæ h k eſt æqualis. Quare & ipſum quidem d c e triangulum ipſi h b k triangulo eſt æquale: & d g parallelogrāmum ipſi h n parallelogrāmo. & id propterea triāgulum a g f: triangulo m l n eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidē c f parallelogrāmum: ipſi b m parallelogrāmo æquū: & c g, ipſi b n. ex oppoſito nāq;. Igitur & priſma cōpræhenſum ſub duobus quidem triangulis f a g, d c e, tribuſq; parallelogrammis a d, d g, c g: æquum eſt priſmati compræhenſo ſub duobus quidem triāgulis m l n, h b k, & tribus parallelogrammis hoc eſt b m, n h, b n. Commune apponatur ſolidum: cuius baſis quidem ſit parallelogrammum a b, ex oppoſito autem g e h m. Totum igitur c m ſolidum parallelepipedum: toti c n ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine/quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis: ſunt inuicem æqualia. Quod oportuit oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

30 Vncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierū æque alta/quę in eadem baſi non autem ſuper vnam lineam fuerint cōſtituta: probantur eſſe æqualia.

¶CAMP. ¶Sint nunc duo ſolida parallelogrāma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes: ſintq; ſuper vnam & eandē baſin/ſed nō ſuper lineam vnā cōſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enī duo ſolida parallelogrāma a b & a c æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtātes: cōſtituta ſuper vnam baſin quę ſit a d, ſed nō ſuper vnam lineā. ſintq; eorū ſupremæ ſuperficies e b & f c: quarum oppoſita latera ſecundū rectitudinem protracta / nō erunt linea vna. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in vna ſuperficie eo q; ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes: neceſſe eſt vt duo latera vnius earum protracta ſecundum rectitudinē/ſecent duo alterius earum protracta ſecundū rectitudinem. Protrahātur itaq; duo oppoſita latera ſuperficiei e b, quæ ſint e g & h b: & duo oppoſita ſuperficiei f c, quæ ſint k f & c l. & ſecent ſe ſuper quatuor puncta m, n, p, q. eritq; ſuperficies m n p q: æquidiſtantiū laterum æqualis vnicuiq; triū ſuperficierum/quarum vna eſt baſis propoſitis ſolidis cōmunis & ipſa eſt a d, & duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundē ſolidorum/& ipſæ ſunt e b & c f. Ductis itaq; lineis a quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos baſis a d ſibi ſecundū directam habitudinem relatos/quæ ſit n a, m r, p f, q d: perfectum erit ſolidū parallelogrāmū a q in eadem baſi cū vtroq; duorū priorū/& æque altū/& ſuper lineā vnā cum vtroq; ipſorū. Per præmiſſam igitur vtrunlibet duorū ſolidorū propoſitorū quæ ſunt a b & a c: eſt æquale ſolido a q. per conceptionem ergo eſt ſolidum a b: æquale ſolido a c. Quare cōſtat propoſitū.

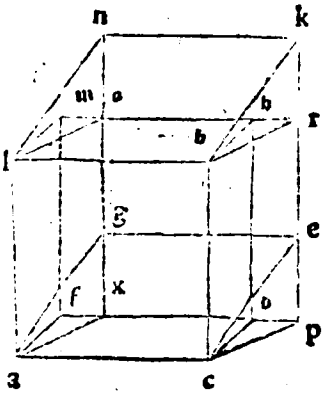


¶CAMPANVS. ¶Potes quoq; cōuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet: ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida parallelogrāma eſſe æqualia & conſtituta ſuper eandē baſin æquidiſtantia. & demonſtrabis ea eſſe æque alta. Eruntq; hæc & præmiſſa: tuæ demōſtrationis medium. Impoſſibile autem ad quod duces: erit partē ſuo toti eſſe æqualem. Quod euidēter patebit: ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius: cum tamē ambo poſita

ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) vnum ſolidum parallelogrammum æque altum demiſſiori abſcideris. Hoc autē abſciſum æquale eſſe demiſſiori conuinces ex hac & præmiſſa: ideoq; & toti illi a quo ipſum abſcideris/ex communi ſcientia.

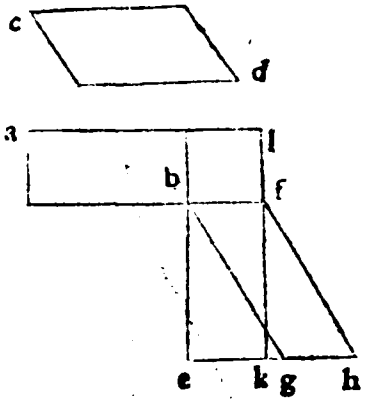
Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 30.

¶ Super eadem baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine/quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis: inuicem ſunt æqualia. 30



¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint ſuper eadē baſi a b ſolida parallelepipeda c m, c n, ſub eadē altitudine: quorū ſtantes a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, b k, non ſint ſuper eiſdem rectis lineis. Dico q; ſolidum c m: æquū eſt ipſi c n ſolido. Extendantur inquā ipſæ n g, k e, inſuper & ipſæ m h, f d, concurrantque adinuicem in o, r, p, x, ſignis connectanturq; a x, l o, c p, b r. Aequum iam eſt per 29 vndecimi ipſum c m ſolidū / cuius baſis eſt a c b l parallelogrāmum/ex oppoſito vero f d h m: ipſi c o ſolido/cuius quidem baſis a c b l parallelogrāmum/ex oppoſito autē x p r o. ſuper eadem enim baſi ſunt a c b l: quorum ſtantes a f, a x, l m, l o, c d, c p, b h, b r, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis f p, m r. Sed ſolidū c o, cuius baſis quidē eſt a c b l parallelgrāmum/ex oppoſito autē x p r o: æquū eſt ipſi c n ſolido/ cuius baſis quidē a c b l parallelogrāmum / ex oppoſito autē g e k n. ſuper enim eadem ſunt baſi a c b l: & ipſorum ſtantes a g, a x, c e, p c, l n, l o, b k, b r, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis n x, p k. Quare & c m ſolidum: æquum eſt ipſi c n ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdē rectis lineis: ſunt inuicem æqualia. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31.



SOlida æquidiſtantium ſuperficierum in baſibus æquis conſtituta/ſi fuerint æque alta/lineæq; eorum angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint: erunt æqualia. 31

¶ CAMPANVS. ¶ Et hoc quoq; verum eſt q; omnia ſolida parallelogramma in æquis baſibus atq; inter ſuperficies æquidiſtātes ſiue æque alta cōſtituta ſunt adinuicem æqualia: ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantiū laterum ſuper æquales baſes & inter lineas æquidiſtantes conſtitutis in 36 primi probatū eſt. At taliū ſolidorū/alia ſunt quorū āgulares lineæ ſuper ſuas baſes orthogonaliter erigūtur: de quibus hæc 31 proponit demonſtrandum eſſe ea eſſe æqualia. Alia vero ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes non ſunt orthogonaliter erectæ: de quibus ſequens demonſtrandum proponit ea eſſe æqualia. Intelligantur itaq; ſuper duas baſes a b & c d, quæ ſint æquales & æquidiſtantium laterum nō tamen vnius creationis ſed ſit a b tetragonus lōgus & c d ſimile helmuayn: duo ſolida æquidiſtantium laterū conſtituta æque alta. ſintq; lineæ erectę ſuper angulos propoſitarum baſium: perpendiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicē eſſe æqualia. Protrahātur itaq; duo latera baſis a b, & ſint illa quæ cōtinent angulum b: vſq; ad f & e. & fiat angulus f b g: æqualis angulo c baſis c d. & ſumātur duæ lineæ b f & b g: æquales duobus lateribus baſis c d, quæ continent angulū c. & perficiatur ſuperficies æquidiſtantiū laterū b h: quæ erit æqualis & ſimilis baſi c d. Dehinc protrahatur h e æquidiſtans b f: & f k æquidiſtans b e. eritq; quadrilatera ſuperficies b k æquidiſtantiū laterum: æqualis b h ex 29 primi. Cūq; b h ſit æqualis c d: erit per conceptionem b k æqualis a b. Cōpleat itaq; ſuperficies æquidiſtantiū laterum b l: protracta linea k f quouſq; cōcurrat cum vno ex lateribus continentibus angulū a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquiſtantium laterū quæ ſunt b h, b k, b l, conſtituantur æque alta ſolida ſolido conſtituto ſuper baſin a b: ſintq; lineæ omnium ſolidorum iſtorum erectæ ſuper baſes/perpendiculares ad ipſas/& appellentur baſes & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdem nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorū æqualiū atq; ſimiliū: q; duo ſolida b h & c d: æqualia atq; ſimilia ſunt. de ſolidis autem b h & b k: conſtat ex 29 q; ipſa ſunt æqualia. ſunt enim æque alta & conſtituta ſuper vnam & eandem baſin & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper

lineam b f & ſuper lineam vnã. eſt autẽ per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l: ſicut baſis a b ab baſin b l. & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l: ſicut baſis b k ad baſin b l. Cumq; ſit vtriuſq; duarum baſiũ a b & b k ad baſin b l vna proportio ex prima parte 7 quinti: erit vtriuſq; duorum ſolidorũ a b & b k ad ſolidum b l proportio vna. igitur ex prima parte nonę quinti erunt duo ſolida a b & b k æqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidumq; b h ſolido c d: ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe ęquale ſolido c d. Quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

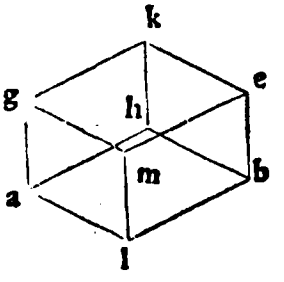
32 Si ſolida æquidiſtantium ſuperficierum in æquis baſibus conſtituta ęque alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint: ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt.

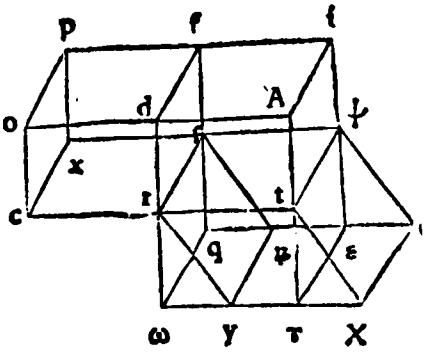
¶CAMPANVS. ¶Fabricatis duobus corporibus vt proponitur / videlicet quæ ſint æquidiſtantiũ terminorum & æque alta & ſuper baſes æquas perpẽdiculariter / non autem ſuper baſes ſuas erecta ſed ambo ſuper eas inclinata / ſi autẽ a quatuor angulis ſupremarũ ſuperficierũ ipſorũ ad baſes ſuas perpẽdiculares ducantur quæ ex ſexta erunt ſingulæ æquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorũ propoſitorũ altitudinẽ diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantiũ laterũ perficiantur: conſtabit ex præmiſſa hæc duo ſolida vltimo conſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorum & duorum poſteriorũ ſint eædẽ baſes / videlicet eorũ ſuperficies ſupremæ: conſtat ex 29 vel 30 & hac cõmuni ſciẽtia / quæcũq; æqualibus ſunt ęqualia ſibi inuicem ſunt ęqualia / verum eſſe quod propoſitum eſt. ¶Ex his potes cõuerſas huius & præmiſſæ eiſdẽ mediantibus indirectæ demonſtrare ſi libet: eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentium deducendo. pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes: & conuinces ea eſſe æque alta. vel pones ea eſſe æque alta & æqualia: & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

Euclid. ex Zamb. Theorema 26 Propoſitio 31.

31 ¶Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda exiſtentia / & ſub eadem altitudine: inuicem ſunt æqualia.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſuper æqualibus baſibus a b, c d: ſolida parallelepipeda a e & c f, ſub eodẽ faſtigio. Dico q; ſolidũ a e: æquũ eſt ipſoc f ſolido. ¶Sint primũ ſtãtes ipſę h k, b e, a g, l m, o p, d f, c x, & r ſ: ad angulos rectos ipſis a b, c d, baſibus. Extendaturq; in rectã lineã c r: ipſi r t. Conſtituaturq; per 23 primi ad ipſam r t rectã lineam / ad ſignũq; in ea r: ipſi a l b angulo æqualis angulus qui ſub t r y. ponaturq; per tertiã primi / ipſi quidẽ a l ęqualis r t: ipſi autẽ l b æqualis r y. & per y per 31 primi ipſi t r parallelus excitetur χ y. compleaturq; baſis r χ: & ſolidum r φ, cuius ſtantes r ſ, y ϱ, χ φ, t ψ. Et quoniam binæ t r, r y, binis a l, l b, ſunt æquales / & æquos angulos cõprehendunt: æquum igitur eſt & ſimile r χ parallelogrãmum ipſi a b parallelogrãmo. Iam idq; propterea & l e: ipſi ſ y eſt æquale & ſimile. & inſuper e h: ipſi y φ. Tria igit parallelogrãma ipſius a e ſolidi: tribus parallelogrãmis ipſius r φ ſolidi æqua ſunt & ſimilia. Sed tria: tribus iis q̃ ex oppoſito æqua ſunt & ſimilia. Totũ igitur ſolidũ a e parallelepipedũ: toti r φ ſolido parallelepipedo æquũ eſt. Extendãtur per 2 poſtulatũ ipſæ d r & χ y: inuicẽ: quæ veniãt in cõgreſſum in ω. & per t per 31 primi ipſi r ω parallelus excitetur t τ: extendanturq; τ t & o d quæ veniãt in cõgreſſum in A. compleãturq; ipſa ω ψ & r i ſolida. Aequũ iam eſt ψ ω ſolidum cuius baſis quidem eſt r ψ parallelogrãmum: ipſi r φ ſolido cuius quidem baſis eſt r ψ parallelogrãmum. In eadem ſiquidem ſunt baſi r ψ, ſub eodẽq; faſtigio: & ſtantes r ω, ſ q, t τ, ψ ε, r y, ſ ϱ, t χ, & ψ φ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ω χ & φ q. Sed ſolidũ r φ: ipſi a e ſolido æquũ eſt. & ſolidũ igitur ψ ω: ipſi a e ſolido æquum eſt. Qm̃ autẽ ipſum ω t parallelogrãmũ ipſi r χ parallelogrãmo per 35 primi æquũ eſt / ęquũ eſt autẽ & a b parallelogrãmum ipſi r χ parallelogrãmo: ęquum igitur eſt & ω τ ipſi a b. Aequũ

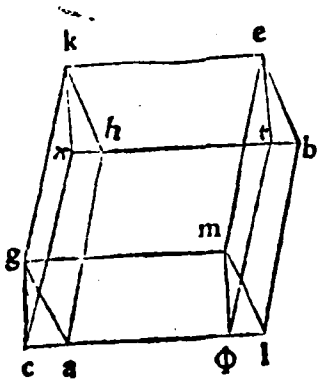


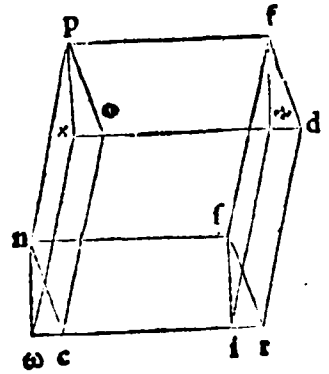


Camp. 31.

autem eſt & c d ipſi a b.æquum igitur eſt & ω t ipſi c d.Eſt autem aliud cui eſt igitur per ſeptimam quinti ſicut c d baſis ad d t baſin: ſic ω t baſis ad d t baſin.Et quoniam parallelepipedum c i,plano r f ſecatur parallelo exiſtente eis q̄ ex oppoſito planis:eſt igit ſicut c d baſis ad d t baſin/ſic c f ſolidū ad r i ſolidum.Idq; propterea iam quoniam ſolidum parallelepipedum ω i,plano r ψ ſecatur parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: eſt igitur ſicut ω t baſis ad d t baſin/ſic ω ψ ſolidū ad r i ſolidū.Sed ſicut c d baſis ad d t baſin:ſic ω t ad d t.& ſicut igitur per 11 quinti f c ſolidum ad r i ſolidū:ſic ω ψ ſolidum ad r i.Vtrumq; igitur ipſorū c f,ω ψ,ſolidorū::ad r i ſolidū eādem habet rationē.Aequū igitur eſt c f ſolidum:ipſi ω ψ ſolido. Sed oſtenſum eſt:q; ω ψ ipſi a e æquum eſt.& c f igitur ipſi a e æquum eſt. ¶Non ſint iam ſtantes a g,h k,b e,l m,c n,o p,d f,r ſ,ad angulos rectos:ipſis a b,c d,baſibus. Dico q; rurſus ſolidū a e:æquum eſt ipſi c f ſolido.Excitentur per 11 vndecimi ab ipſis k,e,g,m,p,f,n,ſ,ſignis/ad ſuppoſitū planū/k x,e t,g c,m φ,p χ,f ψ,n ω, ſ i,perpēdiculares:& cōnectātur x t,x c,c φ,φ t,χ ψ,χ ω,ω i,i ψ.Aequū iam eſt per 31 vndecimi k φ ſolidū:ipſi p i ſolido.in æqualibus ſiquidem ſunt baſibus k m,p ſ,& ſub eodē faſtigio:quorū ſtātes ad angulos rectos ſunt ipſis baſibus.Sed ipſum quidē k φ ſolidū/ipſi a e ſolido per 30 vndecimi eſt æquale:et p i ipſi c f.in eadē ſiquidē ſunt baſi & ſub eodē faſtigio:quorū ſtantes non ſunt in eiſdem rectis lineis.Et a e ſolidū igitur:ipſi c f ſolido æquum eſt.Sup æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eodem faſtigio:inuicem ſunt æqualia.Quod demonſtrare oportebat.

C a m p. 32





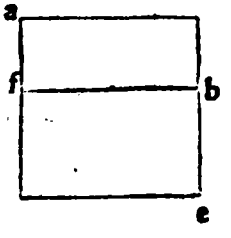
Eucli.ex Camp. Propoſitio 33.

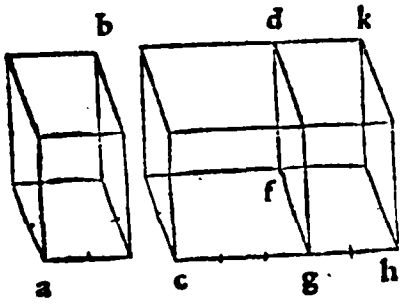
33

OMnia ſolida æquidiſtantium ſuperficierum/æque alta: ſuis baſibus ſunt proportionalia.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æque alta:conſtituta ſuper duas baſes a b & c d.Dico q; proportio illorum duorum ſolidorū vnius ad alterū:eſt ſicut proportio ſuarū baſium quę ſunt a b & c d,vnius ad alteram.Conſtat quidē ex 24:vtrāq; harum duarū baſium eſſe æquidiſtantium laterum.duo igitur latera oppoſita & æquidiſtantia/in ſuperficie a b protrahātur:& inter ea fiat ſuperficies æquidiſtantiū laterum quæ ſit f e,æqualis c d.Dehinc ſupra ſuperficiē f e,cōpleatur ſolidū parallelogrāmum æque altū ei quod conſtitutū eſt ſuper baſin a b:ſitq; amborū cōmunis terminus illa ſuperficies quæ exurgit ſuper lineam b f.hæc autem ſolida & ſuæ baſes:eiſdem nūcupētur nominibus.Quia igitur baſis f e eſt æqualis baſi c d:erit ex 31 vel 32 ſolidum f e æquale ſolido c d.At quia totale ſolidū a e ſecat ſuperficies exurgens ſuper lineam b f æquidiſtāter duobus lateribus oppoſitis:erit ex 25 ꝓportio ſolidi f e ad ſolidū a b, ſicut baſis f e ad baſin a b.Cūq; ſint c d & f e tam baſes q̄ ſolida æqualia/baſes quidē ex hypotheſi/ſolida autē ex 31 vel 32:ſequit ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis/q; ſolidorum a b & c d baſium q; a b & c d ſit proportio vna. Quod demōſtrare voluimus. ¶Huius quoq; conuerſam ipſa eadem mediāte demonſtrare quemadmodum conuerſas præcedentium:non eſt difficile.Pones enī duo ſolida parallelogrāma eſſe ſuis baſibus proportionalia:& conuinces ea eſſe æque alta.Abſciſoq; ab eo quod altius mentietur aduerſarius vno ſolido parallelogrāmo æque alto demiſſiori:erunt abſciſum & demiſſius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 33.Cumq; etiam eſſent totale altius a quo partiale abſcidiſti/& ipſum demiſſius eiſdem baſibus proportionalia ex hypotheſi:ſequitur ex prima parte 9 quinti totale quod aduerſarius dicit altius & partiale qđ ab eo abſcidiſti/eſſe æqualia.







Eucli.ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 32.

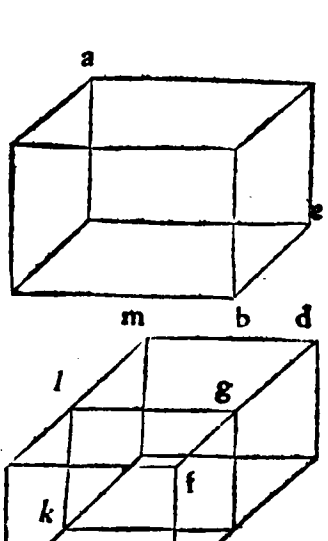
¶Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda:adinuicem ſunt ſicut baſes. 32

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda: a b,c d.Dico q; ipſa a b,c d,ſolida parallelepipeda adinuicē ſunt ſicut baſes: hoc eſt q; ſicut a e baſis ad c f baſin/ſic eſt a b ſolidum ad c d ſolidum.Protendatur enim per 45 primi ad ipſam f g,ipſi a e æquum f h:& a baſi quidē f h,

altitudine autem ipſius c d, ſolidū parallelepipedū compleatur g k. Aequū iam eſt p 31 vndecimi a b ſolidū: ipſi g k ſolido. i equalibus ei ſūt baſilibus a e, g h: & ſub eadem altitudine. Et quoniã ſolidū parallelepipedū c k, a plano d g ſecatur parallelo exiſtenti eiſq; ex oppoſitio planis: eſt igitur per 25 vndecimi ſicut h f baſis ad f c baſin: ſic eſt h d ſolidū ad ipm c d ſolidū. Aequalis iã ẽ ipa qdẽ f h baſis ipſi a e baſi. & g k ſolidū ipſi a b ſolido. eſt igit & ſicut a e baſis ad c f baſin: ſic a b ſolidum ad c d ſolidū. Sub eadẽ igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda: & reliqua vt ſupra. quoderat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 34.

34 SI duo ſolida æquidiſtantiū ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia: eorum baſes eorundem altitudinibus mutuas eſſe. Si vero fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ: ipſa ſolida ſibi invicem æqualia eſſe neceſſe eſt.



¶CAMP. ¶Quęcūq; ſint duo ſolida equidiſtantiū ſuperficierū equalia: eorū baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias/ & econuerſo, quēadmodū de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum æquiangulis 13 ſexti propoſuit. Attamẽ hac 34 iſtud demonſtrandum proponitur de illis ſolidis parallelogrãmis: in quibus lineæ altitudinum ſuis baſibus parallelogrãmis orthogonaliter inſiſtũt ea vero quæ ſequitur: proponit idem de cæteris. Sint ergo nũc duo ſolida parallelogrãma a b & c d æqualia: quorum baſes ſint a e & c f, lineæq; altitudinũ ipſorum ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectæ. & ſit altitudo ſolidi a b, linea e b: & ſolidi c d, linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipſorum ſolidorum altitudines/ æquales adinuicem: cum ipſa quoq; ſolida ſint ex hypotheſi æqualia/ erunt ex conuerſa 31 baſes eorũ quæ ſunt a e & c f, æquales. ideoq; baſes & altitudines erunt mutuæ, ſicq; conſtabit propoſiti prima pars. ¶Ecõuerſo cõſtabit ſecũda. Vt ſi altitudies & baſes ſint mutuę: ponãtur altitudies equales. erũt quoq; baſes eq̃les: ideoq; p 31 & ſolida equalia. & ſic cõſtat ſecũda pars. ¶At vero ſi lineæ b & f d nõ fuerint equales: ſit f d maior. ex ea reſecetur f g ad æqualitatẽ e b. tribuſq; cæteris lineis q̃ ſunt altitudis ſolidi c d ad eãdẽ mẽſurã in pũctis b, k, l, reſectis: pficiatur ſolidũ pallelogrãmũ c g equę altũ ſolido a b. eritq; ex p̃miſſa/ a b ad c g: ſicut a e ad c f. Cũ itaq; c d ſit equale a b: erit ex prima pte 7 quiti c d ad c g ſicut a e ad c f. Per p̃miſſã aũt ẽ proportio c d ad c g, ſicut m f ad f l, qđ patet: ſi vna ex lateralibus ſupficiebus ſolidi c d (& ipſa ſit f m) intelligatur baſis ipſius. At p primã ſexti f m ad f l: ſicut d f ad f g, ideoq; p 7 quiti ſicut d f ad b e. Igitur a e ad e f: ſicut d f ad b e. Cõſtat itaq; prima pars. ¶Secũdã pte cũ ſit cõuerſa primę: cõuerſo mõ probabis. ſit enī eadẽ diſpoſitiõe manẽte/ proportio a e ad c f: ſicut d f ad e b. Dico tũc ſolida a b & c d eſſe æq̃lia. Erit enī ex 7 quiti d f ad f g: ſicut a e ad c f. Sed ex p̃miſſa ẽ a b ad c g: ſicut a e ad c f. Igit ẽ a b ad c g: ſicut d f ad f g. ex prima aũt ſexti ẽ d f ad f g, ſicut m f, ad f l: & ex p̃miſſa c d ad c g ſicut m f ad f l. Itaq; c d ad g c: ſicut a b ad c g. Igr ex 9 quiti a b & c d ſũt eq̃lia. qđ ẽ ppoſitũ.

Eucli. ex CamP. Propoſitio 35.

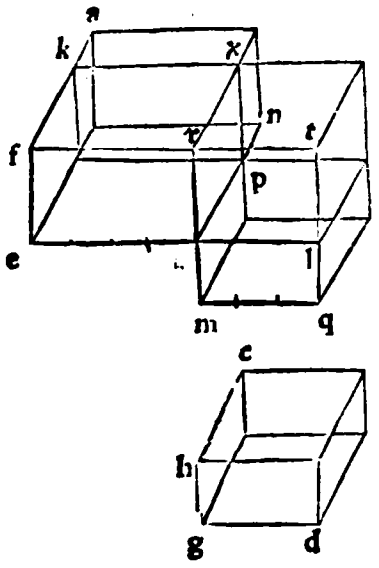
35 SI duo ſolida æquidiſtantiũ terminorũ fuerint æqualia: eorum baſes eorũdẽ altitudinibus erunt mutuæ. Si vero baſes ſuæ altitudinibus ſuis mutuæ fuerit: quælibet duo corpora æquidiſtantiũ ſuperficierũ probãtur eſſe æqualia.

¶CAMP. ¶Qđ p̃mia ppoſuit de ſolidis parallelogrãmis quorũ lineę altitudinũ ſuper baſes ſuas orthogonaliter exurgũt: hæc 35 pponit indiſtincte de omnibus. Demõſtrare aũt cõuenit hãc ex p̃miſſa: quēadmodū demõſtrauimus 32 & 33 Fabricatis enī duobus ſolidis æquidiſtãtiũ laterũ quibuſcũq;/ ſi lineæ altitudinũ ſuis baſibus orthogonaliter inſiſtũt: cõſtat verũ eſſe qđ dicitur ex p̃miſſa. Sinaũt: a quatuor ãgularibus pũctis ſupremarũ ſupficierũ in vtroq; ſolido. quaternæ lineę demittãtur perpẽdiculariter ad baſes/ vel a pũctis angularibus infimarũ ſuperficierũ q̃ternæ erigãtur. iter q̃s duo ſolida pallelogrãma pfician-

tur eque alta ſolidis prioribus: eruntq; ex 29 & 30 hæc duo ſolida duobus prio ribus ſolidis æqualia. Cum igitur horum & eorum ſint eædem baſes & eædem altitudines / ſit autem ex præmiſſa de poſterioribus verum quod hæc 35 pro ponit: verum erit idem etiam de prioribus.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 36.

SI duo ſolida equidiſtãtium ſuperficierum fuerint ſimília: proportio erit vtriuſq; ad alterũ tanq̃ cuiuſlibet ſui late ris ad ſuum relatiuũ latus alterius proportio triplicata. 36



¶CAMPANVS. ¶Sínt enĩ duo ſolida a b & c d parallelogrãma & ſimília. Di co q; proportio vnius eorũ ad alterũ eſt ſicut vnius lateris eius ad vnũ latus al terius quod ſibi refert / proportio duplicata: quẽadmodũ duarũ ſuperficierũ ſi míliũ ꝓportio eſt ſicut ſuorũ relatiuorũ laterũ proportio duplicata / vt in 18 ſe xti demõſtratũ eſt. Nã ſi ſolida a b & c d fuerit æqualia: cũ ipſa ponant ſimília / erũt ex diffinitionibus ſimiliũ corporũ & ſimiliũ ſupficierũ cũcta latera vnius æqualia ſuis relatiuis lateribus alterius. Ideoq; cũ duarũ quãtitatũ æqualiũ pro portio triplicata aut quotieſlibet ſũpta nõ efficiat niſi æqualitatis proportionẽ: cõſtat in hoc caſu verũ eſſe qđ ꝓponit. ¶Si aũt ínæqualia: ſit a b maius. cuius lõgitudo ſit b e, latitudo e f, altitudo f a: baſis e r, & ſuprema ſupficies a n. ſoli divero c d: ſit lõgitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Cõſtat itaq; ex diffinitio nibus ſimiliũ corporũ & ſimiliũ ſuperficierũ & præſenti hypotheſi: q; propor tio a f ad c h, & f e ad h g, & e b ad g d, ſit proportio vna. Sumat igit ex linea a f quã manifeſtũ eſt eſſe maiorẽ c h, linea f k: æqualis h c. cęteręq; tres determi nãtes altitudinẽ ſolidi a b, reſecent ad æqualitatẽ eius: & inter eas cõpleat ſoli dũ parallelogrãmũ k b æque altũ ſolido c d. Et protrahant duæ lineæ baſis e b vſq; ad l, & r b vſq; ad m, ſitq; b l æqualis g d, & b m æqualis h g: & ꝓficiat ſu perficies æquidiſtãtiũ laterũ m l, q̃ erit æqualis & ſimílis h d. Sup eã igit erigat ſolidũ parallelogrãmũ p q ſecũdũ altitudinẽ pręſciſam ex altitudine ſolidi a b: eritq; p q æquale & ſimile ſolido c d. Rurſuſq; inter lineas r b & b l perficiat ſup ficies æquidiſtãtiũ laterũ b t: ſuper quã quoq; erigatur ſolidũ parallelogrãmũ x l æque altũ vtriq; duorũ ſolidorũ k b & p q, replẽdo alterutrũ duorũ ãgulorũ hiã tiũ iter e a. Cũ autẽ duo ſolida a b, p q, ſint ſimilia eo q; ãbo poſita ſint ſimília ſolido c d, corpora vero vni & eidẽ corpori ſimilia inter ſe ſunt ſimília. vt pa tet ex diffinitione ſimiliũ corporũ & 20 ſexti: manifeſtũ eſt ex 25 ter aſſumpta q; inter duo ſolida a b & p q ſecũdũ continuã proportionalitatẽ cadunt duo ſoli da k b & x l. Oportune ergo cõſtituta vel conſtructa figura hypotheſibuſq; me moriæ firme cõmendatis: ex prima ſexti facile concludes propoſitũ. Excute tor porẽ & diligẽter attende. ſcieſq; ex 25 huius proportionẽ ſolidi a b ad ſolidũ k b eſſe ſicut ſuperficiei a r ad ſuperficiẽ k r: ideoq; ex prima ſexti ſicut lineæ a f ad lineã k f. & proportionẽ ſolidi k b ad ſolidũ x l ſicut ſuperficiei k r ad ſuperficiẽ x t: ideoq; ſicut lineæ f r ad lineã r t. & proportionẽ ſolidi x l ad ſolidũ p q ſi cut ſuperficiei r l ad ſuperficiẽ l m: ideoq; ſicut r b ad lineam b m. Ex hypotheſi vero liquet / q; proportio lineæ f r ad lineã r t, & lineæ r b ad lineã b m: eſt ſicut lineæ a f ad lineam k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatæ poſita in proœmio quinti / cõſtat q; proportio ſolidi a b ad ſolidum p q, ideoq; etiam ad ſolidum c d: eſt ſicut lineę a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f poſita eſt æqualis lineæ c h: patet verum eſſe quod dicitur.

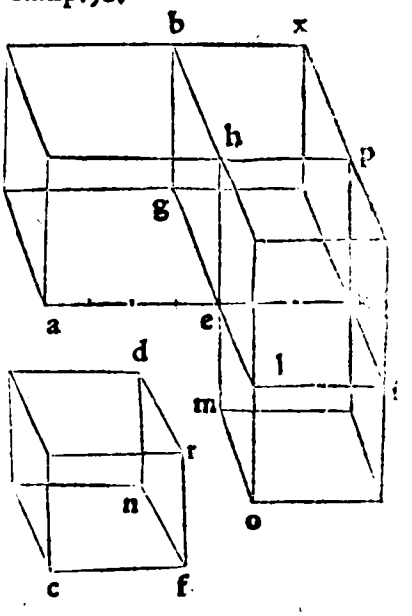
¶CAMPANVS. ¶Scire autẽ oportet / q; quicquid per hanc 36 & per ſeptẽ eã cõtinue præcedẽtes demonſtratũ eſt de ſolidis parallelogrãmis: idẽ quoq; ve rũ eſt de ſeratilibus quorũ baſes cõmuniter ſunt trigonę aut cõmuniter tetrago nę. Hocautẽ: ex 28 & hac 36 & ſeptẽ eã cõtinue pręcedẽtibus cõſtabit igenioſo inſpectori. ¶Si enĩ fuerit ſeratilia q̃libet æque alta ſup eãdẽ baſin vel ſup baſes æq̃les / cõiter tñ trigonas aut cũiter tetragonas: cũ ipſa ſint dimidia ſolidorũ pa rallelogrãmorũ ſuarum altitudinũ ex 22 / ipſa erũt æqualia ex 29 & tribus eã ſe quentibus. ex his enĩ conſtat: ſolida parallelogrãma ipſis ſeratilibus dupla / eſſe æqualia. ¶Sic & quoq; ſi fuerit duo ſeratilia ſup baſes cõiter trigonas aut cõiter tetragonas æque alta: ipſa erunt ſuis baſibus ꝓportionalia quẽadmodũ de ſoli dis parallelogrãmis ex 33 habetur, Ipſa enim ſunt ex 28 dimidia ſolidorum pa-

rallelogrammorũ ſuæ altitudinis: ſolidorum autem parallelogrammorum ſuæ altitudinis ſuarũq; baſiũ eſt vna proportio ex 33. Cum itaq; ſit ſolidorũ paralle logrammorum proportio ſicut ſeratilium (quia ſicut ſimplum ad ſimplum: ſic duplum ad duplum ex 15 quinti) atq; baſium ſolidorum parallelogrammorum eſt proportio ſicut baſium ſeratilium (Aut enim eędem erunt baſes ſeratilium & ſolidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum baſes ſeratiliũ fuerint tetragonę. tũc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdem baſes erunt ſolida paralle logrãma complẽda. Aut baſes ſeratilium erunt ſubduplæ ad baſes ſolidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum baſes ſeratilium fuerit cõmuniter trigonæ. tunc enim erunt ex ſeratilibus ſolida parallelogramma complenda adiũctis ad baſes ſeratilium ſuperficiebus trigonis: vt fiant baſes ſeratilium cũ trigonis adiunctis ſuperficiebus/ſuperficies ęquidiſtantium laterum) ſequetur vt ſit proportio ſeratilium ſicut ſuarũ baſium. ¶ Eodẽq; modo ſi ſeratilia fuerint æqualia/fuerintq; cõmuniter ſuper baſes trigonas vel cõmuniter ſuper baſes tetragonas: baſes eorum altitudinibus ipſorum mutuæ erunt. Qz ſi baſes eorũ ſuis altitudinibus fuerint mutuæ: ipſa ſeratilia erunt æqualia quemadmodum de ſolidis parallelogrammis 34. & 35 proponunt. Hoc autem facile patet ex ijs quæ dicta ſunt in 35. ¶ Si vero ſeratilia fuerint adinuicem ſimilia: erit proportio vnius ad alterũ/ſicut proportio lateris vnius ad ſuum reliquũ latus alterius proportio triplicata/quẽadmodũ de ſolidis parallelogrãmis 36 ꝓponit. Quod ex eadem 36 facile tibi patebit: ſi ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis paralle logrammis completis ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia. Quod ex diffinitione ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum/& ex hoc ꝙ ſeratilia ponuntur adinuicem ſimilia: ex 34. primi leue eſt negociari.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 33.

33 ¶ Similia ſolida parallelepipeda: adinuicem in triplici ratione ſunt eiuſdem rationis laterum.

Camp. 36.



¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint ſimilia ſolida parallelepipeda a b, c d: ſimilis autẽ rationis eſto a e ipſi c f. Dico ꝙ ſolidũ a b ad c d ſolidũ triplicẽ habet rationẽ: quã a e ad c f. Extendãtur enĩ in rectas lineas ipſis a e, g e, h e, ipſæ e k, e l, e m: ponaturq; per 2 primi ipſi quidẽ c f æqualis e k, ipſi autem f n æqualis e l, & inſuper ipſi f r ipſa e m. & cõpleatur k l parallelogrãmum: & k o ſolidum. Et quoniã duę e k, e l, duabus c f, f n, ſunt æquales/ſed & angulus qui ſub k e l ipſi qui ſub c f n eſt æqualis/& qui ſub a e g ei qui ſub c f n eſt æqualis propter ſimilitudinẽ ipſorum a b, c d, ſolidorũ: æquum igitur eſt & ſimile per 14. ſexti ipſum k l parallelogrãmum ipſi c n parallelogrãmo. & iam id propterea & k m parallelogrãmum æquũ eſt & ſimile ipſi c r parallelogrãmo: & inſuper e o ipſi f d. Tria igitur parallelogrãma ipſius k o ſolidi: tribus parallelogrammis ipſius c d ſolidi ſimilia & æqualia ſunt. ſed ipſa quidem tria: tribus ijs quæ ex oppoſito/ſunt æqualia & ſimilia. totum igitur k o ſolidũ: toti c d ſolido ſimile eſt & æquale per diffinitionẽ vndecimi. Compleatur g k parallelogrãmum. & a baſibus quidem k g, k l, parallelogrãmis/altitudine autem ipſius a b: ſolida cõpleãtur e x, l p. Et quoniam propter ipſorum a b, c d, ſolidorum ſimilitudinẽ eſt ſicut a e ad c f ſic e g ad f n, & e h ad f r, æqualis autem eſt c f ipſi e k, & f n ipſi e l, & f r ipſi e m: eſt igitur per cõuerſionẽ diffinitionis ſecũdę ſicut a e ad e k, ſic eſt g e ad e l, & h e ad e m. Sed ſicut quidem a e ad e k: ſic eſt a g parallelogrammum ad g k parallelogrammum. ſicut autem g e ad e l: ſic g k ad k l. ſicut vero per 1 ſexti h e ad e m: ſic p e ad k m. et ſicut igitur per 11 quinti a g parallelogrãmũ ad g k parallelogrãmum: ſic g k ad k l, & p e ad k m. Sed ſicut quidem a g ad g k: ſic eſt a b ſolidũ ad e x ſolidum. ſicut autem g k ad k l: ſic x e ſolidum ad p l ſolidum. ſicutq; p e ad k m: ſicut p l ſolidum ad k o ſolidum. Et ſicut igitur a b ſolidũ ad e x ſolidum: ſic e x ad p l, & p l ad k o. Si vero quatuor magnitudines cõtinue fuerit proportionales: prima ad quartã per 10 diffinitionẽ quinti triplicẽ rationẽ habet quã ad ſecundã. Igitur a b ſolidum ad k o ſolidũ triplicẽ rationem habet: quã a b ad e x. Sed ſicut a b ad e x: ſic eſt a g parallelogrãmum ad g k, & a e recta linea ad e k. quare & a b ſolidũ ad k o ſolidum triplicem rationẽ habet: quã a e ad e k. Aequũ autẽ eſt ipſum quidẽ k o ſolidum ipſi c d ſolido; & e k recta linea ipſi c f. & a b igitur ſolidum ad c d ſoli-

dum triplicē rationem habet: q̄ ſimilis rationis latus hoc eſt a e, ad ſimilis rationis latus hoc eſt ad c f. Similia igitur ſolida parallelepipeda: in triplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum. Quod oſtendere oportebat.

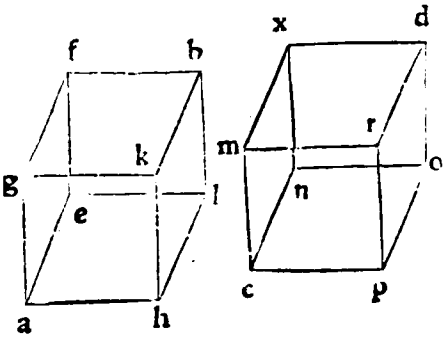
¶ CORRELARIVM. ¶ Ex hoc inquā manifeſtū eſt, q̄ ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: erit ſicut prima ad quartā, ſic quod ex prima ſolidum parallelepipedum ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq̄ deſcriptum. quandoquidem prima ad quartam triplicem rationem habet: q̄ ad ſecundam.

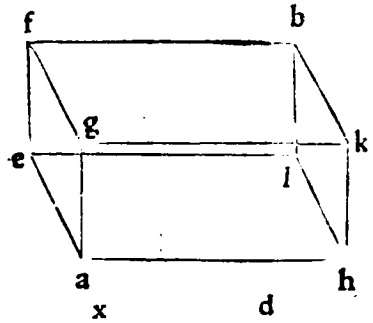
Euclid. ex Zamb. Theorema 29 Propoſitio 34.

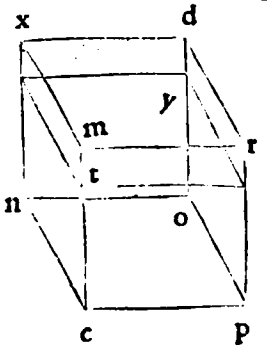
¶ Aequalium ſolidorum parallelepipedorū: reciprocę ſunt baſes altitudinibus. Et ſolida parallelepipeda quorum baſes altitudinibus ſunt reciprocæ: ſunt æqualia. 34

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint æqualia ſolida parallelepipeda: a b, c d. Dico q̄ ipſorum a b, c d, ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus: eſtq̄ ſicut e h baſis ad n p baſin, ſic eſt ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinem. ¶ Sint enim primum ſtantes a g, e f, l b, h k, c m, n x, o d, p r: in ipſis baſibus ad angulos rectos. Dico q̄ eſt ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic eſt c m ad a g. Si quidem igitur æqualis eſt e h baſis ipſi n p baſi: eſt autem & a b ſolidum æquum ipſi c d ſolido: & c m ipſi a g eſt æqualis. Si enim ipſis e h, n p, baſibus æqualibus exiſtentibus, æquales non fuerint ipſæ a g, c m, altitudines: neq; igitur ſolidum a b æquum erit ipſi c d. ſupponitur autem æquale. Igitur altitudo c m: altitudini a g inæqualis non eſt. æqualis igitur. Eritq̄ ſicut baſis e h ad baſin n p: ſic c m ad a g. & manifeſtum: q̄ ipſorum a b, c d, ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. ¶ Non ſit iam æqualis e h baſis ipſi n p baſi: ſed eſto maior e h. Eſt autem ſolidum a b: ipſi c d ſolido æquum. maior igitur eſt & c m: ipſa a g. Si autē non: neq; igitur rurſus ipſa a b, c d, ſolida ſunt æqualia. ſupponūtur autē æqualia. Ponatur igit per 2 primi ipſi a g, æqualis c t: cōpleaturq̄ ex baſi quidem n p, altitudine autē c t, ſolidum parallelepipedum c y. Et quoniam ſolidū a b æquum eſt ipſi c d ſolido, aliud autem eſt ipſum y c, ad idem autem æqualia eandē rationē habent per 7 quinti: eſt igitur ſicut a b ſolidū ad c y ſolidū, ſic eſt c d ſolidum ad c y ſolidū. Sed ſicut quidem ſolidum a b ad ſolidum c y: ſic e h baſis ad n p baſin per 32 vndecimi. ſub æquali enim ſunt altitudinee: ipſa a b, c y, ſolida. Sicut autem ſolidum c d ad ſolidum c y: ſic eſt m p baſis ad p t baſin, & m c ad c t. & ſicut igitur p 11 quinti e h baſi ad n p baſin: ſic m c ad c t. Aequalis autē eſt c t: ipſi a g. & ſicut igitur p 9 quinti e h baſis ad n p baſin: ſic m c ad a g. Ipſorū igitur a b, c d, ſolidorū parallelepipedorū reciprocæ ſunt baſes altitudinibus.

Camp. 35.

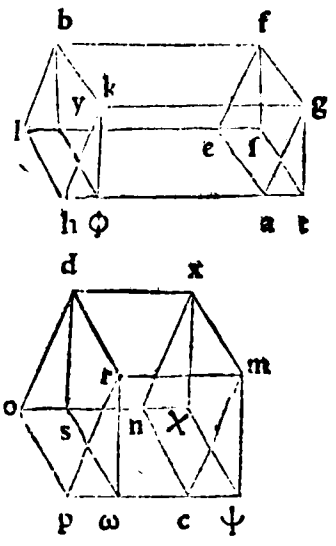






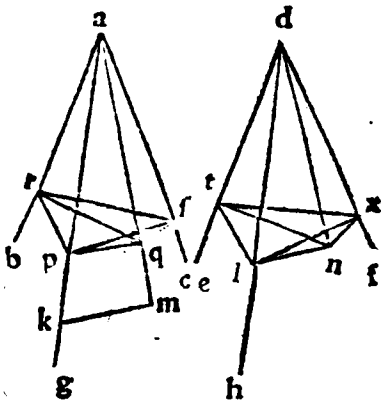
¶ Rurſus ipſorum a b, c d, ſolidorum parallelepipedorum: reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq̄ ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinem. Dico q̄ ſolidum a b: æquum eſt ipſi c d ſolido. ¶ Sint enī rurſus ſtantes: ad angulos rectos ipſis baſibus. Et ſi quidē æqualis eſt e h baſis ipſi n p baſi, eſtq̄ ſicut e h baſis ad n p baſin ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinem: æqua igitur eſt ipſius c d ſolidi altitudo altitudini ipſius a b ſolidi. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine: inuicē ſunt æqualia per 31 vndecimi. Igitur ſolidum a b: æquū eſt ipſi c d ſolido. ¶ Non ſit iam e h baſis ipſi n p baſi æqualis: ſed eſto maior e h. maior igitur eſt & ipſius c d ſolidi altitudo: ipſius a b ſolidi altitudine, hoc eſt c m ipſa a g. Ponat per 2 primi ipſi a g rurſus æqualis c t: & compleatur c y ſolidum. Quoniā eſt ſicut e h baſis ad n p baſin ſic m c ad a g, æqualis autē eſt a g ipſi c t: eſt igitur ſicut e h baſis ad n p baſin ſic c m ad c t. reciproca enim ſupponūtur. Sed ſicut quidem e h baſis ad n p baſin: ſic per 32 vndecimi a b ſolidum ad c y ſolidum. ſub æquali enim ſunt altitudine: ipſa a b, c y, ſolida. Sicut autem c m ad c t: ſic per 1 ſexti m p baſis ad p t baſin & per 32 vndecimi c d ſolidum ad c y ſolidum. & ſicut igitur per 11 & 9 quinti a b ſolidum ad c y ſolidū: ſic c d ſolidū ad c y ſolidū. Vtrūq̄ igitur ipſorum a b, c d: ad ipſum c y eandem rationem habet. Aequum igitur eſt per cōuerſionē 7 quinti a b ſolidū: ipſi c d ſolido. Quod oportuit oſtendere.

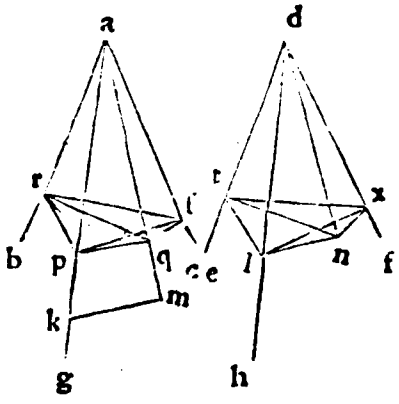
¶Nō ſint autē ſtātes f e, b l, k h, g a, x n, d o, m e, r p: ad angulos rectos baſi- Camp. 35.
bus eorū. excitēturq; per 10 vndecimi ab ipſis f, g, b, k, x, m, d, r, ſignis/in ipſo
rū e h, n p, planis/ppēdiculares: cōcurrātq; planis ad ſigna ſ, t, y, Φ, χ, ψ, ω,
ϡ. cōpleanturq; ipſa f Φ, x ω, ſolida. Dico q; & ſic æqualibus exiſtētibus ipſis a
b, c d, ſolidis/reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus: eſtq; ſicut e h baſis ad n
p baſin/ſic eſt ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinē. Quoniam
enī a b ſolidū æquū eſt ipſi c d ſolido/ſed a b quidē ipſi b t p 31 vndecimi eſt ēq
le (ſuper eadē enī ſunt baſi f k, & ſub eadē altitudine: quorū ſtantes nō ſunt ſu-
per eiſdē rectis lineis eorū) at c d ſolidū p 31 vndecimi ipſi d ψ ſolido eſt æqua-
le (ſuper eadē nāq; ſunt baſi x r, & ſub eadē altitudine: quorū ſtātes nō ſunt ſup
eiſdē rectis lineis) igit ſolidū b t ipſi d ψ ſolido æquū eſt. Aequaliū aūt ſolido
rū parallelepipedorū quorū altitudines ad angulos rectos ipſis eorum baſibus
ſunt: reciproce ſūt baſes ipſis altitudinibus. Eſt igit ſicut f k baſis ad x r baſin:
ſic ipſius d ψ ſolidi altitudo ad ipſius b t ſolidi altitudinē. Aequalis autē eſt f k
baſis ipſi e h baſi: & x r baſis ipſi n p baſi. eſt igit ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic
eſt ipſius d ψ ſolidi altitudo ad ipſius b t ſolidi altitudinē. Eędē vero altitudi
nes ſunt: ipſorū d ψ & b t ſolidorū/& ipſorū d c & b a. Eſt igit ſicut e h baſis
ad n p baſin: ſic ipſius d c ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinē. Ipſorū
igitur a b, c d, ſolidorū parallelepipedorū: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus.
¶Rurſus iā ipſorū a b, c d, ſolidorū parallelepipedorū: reciproce ſint baſes al-
titudinibus, ſitq; ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ip
ſius a b ſolidi altitudinē. Dico q; ſolidū a b: æquū eſt ipſi c d ſolido. Eiſdē nāq;
diſpoſitis/qm̄ eſt ſicut e h baſis ad n p baſin ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ip
ſius a b ſolidi altitudinē/æqualis aūt eſt baſis f k ipſi e h, & n p ipſi x r: eſt igit ſi
cut f k baſis ad x r baſin/ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudi
nem. Eædē autē ipſorū a b, c d, b t, & d ψ ſolidorū: ſunt altitudines. Eſt igit ſi-
cut f k baſis ad x r baſin: ſic ipſius d ψ ſolidi altitudo ad ipſius b t ſolidi altitu
dinē. Ipſorū igit b t, d ψ, ſolidorū parallelepipedorū: reciprocæ ſunt baſes alti-
tudinibus. Solida vero parallelepipeda quorū altitudines ad āgulos rectos ſint
baſibus eorū/et reciproce ſunt baſes altitudinibus: ēq̄lia ſūt p 31 vndecimi. Igit
ſolidū b t: æquū eſt ipſi d ψ ſolido. Sed ipſum quidē b t: ipſi b a æquū eſt per
29 vndecimi. ſup eadē nāq; ſunt baſi f k, & ſub eadē altitudine: quorum ſtātes
ſunt ſuper eiſdē rectis lineis. Solidū autē d ψ: ipſi d c ſolido æquū eſt. ſuper ea-
dē nāq; ſunt baſi x r, & ſub eadē altitudine: quorū ſtātes ſunt ſuper eiſdē rectis
lineis. Igit & a b ſolidū: ipſi d c ſolido æquū eſt. Quod demōſtrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 37.

37 SI fuerint duo āguli plani æquales ſuper quos duę hypo-
thenuſę in aere ſtatuantur cum lateribus angulorū ſub-
iacentiū ſingulos ſingulis æquos āgulos cōtinētes/atq; in
illis hypothenuſis duo pūcta ſignētur a quibus punctis duæ per-
pēdiculares ad ſuperficies angulorū propoſitorū demittātur/a pū
ctis autē ſuper quę perpēdiculares ceciderint ad eoſdē duos āgu-
los planos duę rectę lineę ducātur: duo āguli qui ab illis duabus li
neis atq; duabus hypothenuſis cōtinētur/ęq ſibi iuicē eſſe ꝓbāt.
¶CAMP. ¶Sint duo āguli plani a & d æquales cōtēti lineis a b & a c & d e &
d f, & ſuper eos erigantur duæ lineæ hypothenuſaliter a g & d h: ſitq; angulus
g a c æqualis āgulo h d f, & āgulus g a b æqualis angulo h d e. atq; in duabus
hypothenuſis a g & d h, ſignent quōlibet duo pūcta k & l, a quibus ſecūdū prę
cepta 11 huius demittant ad ſupficies angulorū a & d, duę perpēdiculares quę
ſint k m & l n: & protrahant duæ lineę a m & d n. Dico igit angulū g a m: eſſe
æqualē angulo h d n. Si linea a k eſt æqualis d l: bene quidē. Sin autē: ex linea
a g ſumatur a p æqualis d l, & a puncto p demittatur perpēdicularis ad ſuper-
ficiem anguli a, linea quæ ſit p q. Manifeſtum eſt igitur: q; pūctū q eſt in linea
a m. quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidiſtātium quas neceſſe eſſe
in ſuperficie vna: facile cōſtat ſtudioſe intuēti. Dehinc a pūcto q ducātur per-
pendiculares duæ: vna ad lineā a b quæ ſit q r, & alia ad lineā a c q̄ ſit q ſ. Silr

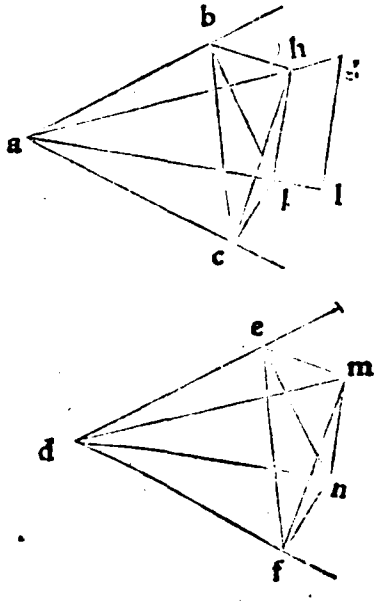




quoq; a puncto n ducãtur duæ aliæ perpendiculares: vna ad lineam d e quę ſit n t, & alia ad lineã d f quæ ſit n x. & protrahantur r ſ & t x. Iterũq; a punctis p & l demittanť hypothenuſæ p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; poſitis/figuraq; prudẽter diſpoſita: demonſtrationẽ propoſiti ſic collige. Conſtat ex penultima primi q̃ quadratũ lineę a p eſt ęquale quadratis duarũ linearũ a q & p q: ac ex eadẽ q̃ quadratũ a q eſt æquale quadratis duarũ linearũ a ſ & ſ q. itaq; quadratũ a p: eſt æquale quadratis triũ linearũ a ſ, ſ q, & q p. Sed ex eadẽ/quadratũ ſ p: eſt æquale quadratis duarũ linearũ ſ q & p q. ergo quadratũ a p: eſt ęquale quadratis duarũ linearũ a ſ & ſ p. ideoq; ex vltima primi angulus a ſ p eſt rectus. Similiq; modo probabis: vnũquẽq; triũ angulorũ d x l, a r p, d t l, eſſe rectũ. Cũ igitur ex hypotheſi ſit angulus ſ a p ęqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l: erit ex 26 primi linea d x æqualis a ſ, & x l ęqualis ſ p. Eodẽ quoq; modo cũ ex hypotheſi ſit angulus r a p æqualis angulo e d l: erit ex eadẽ linea a r ęqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4. primi linea r ſ erit ęqualis lineę t x: & ãgulus a r ſ æqualis ãgulo d t x, & angulus a ſ r ãgulo d x t. eſt enim ex hypotheſi angulus a: æqualis ãgulo d. A cõceptione igiť erit ãgulus ſ r q ęqualis angulo x t n: & ãgulus r ſ q ãgulo t x n. ſũt enim reſidui duorũ rectorũ: dẽptis ęqualibus. Neceſſe eſt itaq; ex 26 primi: vt linea r q ſit ęqualis t n, & q ſ ęqualis n x. Cũq; ex penultima primi quadratũ lineæ r p ſit æquale quadratis duarũ linearum r q & q p, & quadratũ lineæ t l æquale quadratis duarũ linearũ t n & l n, ſint autẽ duæ lineę r p & t l æquales/ duæ quoq; quæ ſunt r q & t n ęquales: ſequitur ex cõmuni ſciẽtia duas quæ ſunt p q & l n eſſe æquales. Eodẽ modo cũ quadratũ lineæ a p ſit æquale quadratis duarũ linearũ quæ ſunt a q & q p, ſimiliter quadratũ lineę d l quadratis duarũ linearũ quæ ſũt d n & n l, ſit aũt a p æq̃lis d l, & p q æqualis l n: ſequiť ex cõmuni ſciẽtia a q eſſe æqualẽ d n. Ex 8 igiť primi cõcludo propoſitũ: videlicet angulũ p a m eſſe æqualẽ angulo l n d.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propoſitio 35.

¶Si fuerint bini anguli plani æquales ſuper quorum verticibus ſublimes rectæ lineæ ſteterint æquales angulos cõpræhendẽtes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri/in ſublimibus autem contingant contigentia ſigna/& ab eiſdem ad plana in quibus ſunt qui in principio anguli perpendiculares actæ fuerint/a factis autem ſignis ſub perpendicularibus in planis ad eos qui in principio anguli coniunctæ fuerint rectæ lineæ: æquos angulos cum ſublimibus compræhendent. 35



¶THEON ex Zãberto. ¶Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui ſub b a c, e d f: a ſignis autem a, d, ſublimes excitenť rectæ lineæ a g, d m, æquos cõpræhendentes angulos cũ ijs q̃ in principio rectis lineis alterũ alteri/hoc eſt angulũ m d e angulo ei qui ſub g a b, eum autem qui ſub m d f ei qui ſub g a c. ſumãturq; in ipſis a g, d m, cõtingentia ſigna g, m: excitẽturq; per 11 vndecimi ab ipſis g, m, ſignis ad ea quę per b a c, e d f, plana perpendiculares g l, m n, coincidãtq; ipſis planis in n, l, cõnectãturq; ipſæ l a, n d. Dico q̃ angulus qui ſub g a l: ęquus eſt ãgulo m d n. Ponatur per 2 primi ipſi d m ęqualis a h: exciteturq; per 31 primi per ſignũ h, ipſi g l parallelus h k. At g l: perpẽdicularis eſt ad id quod per b a c planũ. Igitur et h k: perpendicularis eſt ad id quod per b a c planũ. Excitẽtur per 11 primi ab ipſis k, n, ſignis adipſas a b, a c, d e, d f, rectas lineas/ppẽdiculares k c, n f, k b, ne: cõnectãtq; ipſæ h c, m f, c b, f e. Et qm̃ quod ex a h per 47 primi æquũ eſt eis quę ex a k, k h, ei autẽ qđ ex k a æqualia ſũt q̃ ex k c, c a: igiť qđ ex h a æquũ eſt eis quæ ex h k, k c, c a. eis vero quę ex h k, k c: æquũ eſt id quod ex h c. qđ igitur ex h a: per 47 primi ęquũ eſt eis q̃ ex h c, c a. rectus eſt igitur qui ſub h c a ãgulus. Idq; propterea & q ſub d f m angulus: rectus eſt. ęqualis igiť eſt qui ſub a c h angulus: ei qui ſub d f m angulo. Eſt autẽ & qui ſub h a c: æqualis ei qui ſub m d f. Bina igitur triãgula ſunt m d f & h a c: duos angulos duobus angulis æquos habẽtia alterũ alteri/& vnũ latus vni lateri æquum/& explicatã quæ ſub æqualibus angulis h a ipſi m d, & reliqua igitur latera: per 26 primi reliquis lateribus æqualia ha-

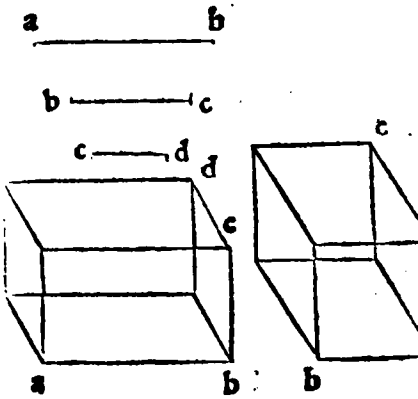
bebunt alterũ alteri. æqualis igitur est a c ipsi d f. Simliter ostendemus: q; & a b ipsi d e est æqualis. Connectantur h b & m e. Et quoniam quod ex a h per 47 primi æquum est eis quæ ex a k, k h, ei autem quod ex a k per eandem æqua sunt quę ex a b, k b: quę igitur ex a b, b k, k h, sunt æqualia ei quod ex a h. Sed eis quæ ex b k, k h: æquum est id quod ex b h. rectus enī est qui sub h k b angulus: quoniam h k perpendicularis est ad subiectum planum. igitur quod ex a h: æquum est eis quæ ex a b, b h. rectus igitur est qui sub a b h angulus. & id propterea qui sub d e m angulus rectus est. Est autem & qui sub b a h angulus: ei q sub e d m æq̄lis. supponit nāq; est q; ipsa a h: ipsi d m equalis. equalis igitur est p 26 primi & a b: ipsi d e. Quoniā igit æqualis est a c ipsi d f, & a b ipsi d e: binæ igitur c a, a b, duabus f d, d e, sunt æquales. sed & angulus qui sub c a b: ei qui sub f d e est æqualis. Basis igitur b c p 4 primi basi e f est equalis: & triāgulū triāgulo: & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub a c b angulus: ei qui sub d f e. Rectus autem & qui sub a c k: recto qui sub d f n est æqualis. & reliquus igitur qui sub b c k: reliquo qui sub e f n est æqualis. Et id propterea qui sub c b k: ei qui sub f e n est æqualis. Bina igitur triangula sunt per 8 primi b c k, e f n: binos angulos duobus angulis equos habētia alterum alteri: & vnum latus vni lateri equum quod ad æquos angulos hoc est b c ipsi e f. & reliqua igit latera: reliqs lateribus lateribus æqualia habebūt. Aequalis igitur est c k: ipsi f n. est autē & a c: ipsi d f æqualis. Binæ igitur a c, k c, duabus d f, f n, sunt æquales. & æquos compræhendunt angulos. basis igitur a k: per 4 primi basi d n est eq̄lis. Et qm̄ æqualis est a h ipsi d m: æquū est quod ex a h ei quod ex d m. Sed ei quod ex a h: per 47 primi equalia sunt quę ex a k, k h. rectus enim est qui sub a k h. Ei autem quod ex d m: æqua sunt quę ex d n, n m. rectus enim est qui sub d n m. Igitur quæ ex a k, k h: sunt eis æqualia quæ ex d n, n m. quorum quod ex a k: æquū est ei quod ex d n. Reliquū igitur quod ex k h: æquum est ei quod ex n m. Aequalis igitur est h k: ipsi m n. Et quoniā binæ h a, a k, duabus m d, d n, sunt æquales altera alteri: & basis h k basi m n est æqualis: angulus igitur qui sub h a k per 8 primi angulo qui sub m d n est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales. & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

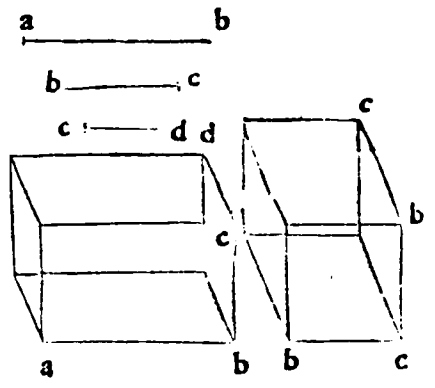
¶ CORRELARIVM. ¶ Ex hoc nempe manifestū. q; si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales: steterintq; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos compræhendentes vna cum ijs quæ in principio rectis lineis alterū alteri: quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli: inuicem sunt æquales.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SOlidū tribus lineis proportionalibus contentū: æquum erit solido quod a mediæ lineæ æquis lateribus cōtinetur: si anguli sui amborū sibi inuicem æquales fuerint.

¶ CAMPANVS. ¶ De solidis parallelogrāmis intelligatur. de his enī qualiacūq; sunt dū tamen æquiangula: verū est: q; cōtentū a tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod a media earū cōtinet: quēadmodū de superficiebus rectangulis probatū est in 16 sexti: & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 13 eiusdē. Sint igit tres lineæ a b, b c, & c d: cōtinue proportionales. fiatq; ex eis vnus āgulus solidus ad libitū. & perficiat solidū æquidistantiū laterū: cuius linea a b sit lōgitudo/b c vero altitudo/sed c d latitudo. & ipsum solidum dicatur a d. Sūpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiā vocetur b c: super ipsius extremitatē quæ est b, cōstituat angulus solidus æqualis angulo solido a, secūdū quod docet 26. lineæq; cæteræ solidū angulū b cōtinētes resecent ad æqualitatē lineæ b c: & pficiat solidū æqdistātiū superficierū cuius lōgitudo/latitudo/& altitudo sit linea b c. & ipsum appellet b c. Dico itaq;: duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestū est enim: q; cunctæ superficies vnius sūt æquangulæ suis relatiuis supficiebus alterius. Qđ ex 34 primi patere potest. nā cū solidus āgulus b ponat eq̄lis solido āgulo a: necesse est vt vnus āgulus vniuscuiusq; supficiei solidi a d sit æqualis vni āgulo suæ relatiuę supficiei i solido b c. itaq; p 34 primi eorū oppositi: erūt æquales. At quia vniuscuiusq; supficiei



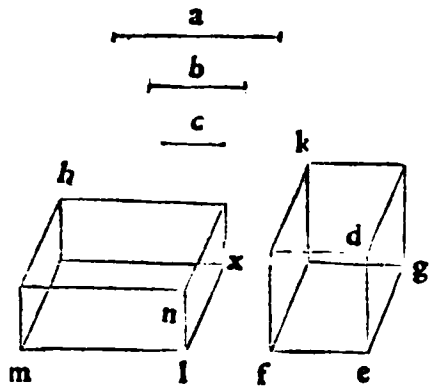


quadrilateræ omnes anguli ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi: neceſſe eſt duos reliquos vnius eſſe æquales duobus reliquis ſuæ relatiuæ. Cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiã adinuicẽ æquales: cõuincit neceſſario vt vnaquęq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit ęquiangula ſuæ relatiuæ in ſolido b c. quare ex ſe cũda parte 13 ſexti baſes duorũ ſolidorũ propoſitorũ erũt ęquales. ſunt enĩ ęqui anguląę & laterum mutuorũ. Si itaq; lineę altitudinũ ſuper baſes ipſorũ orthogonaliter inſiſtunt: conſtat ex 31 ipſa eſſe ęqualia. cũ enim hæ lineæ ſint æquales/& ipſæ determinent altitudinẽ ſolidorũ: erunt ſolida æque alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorũ nõ inſiſtũt ſuis baſibus orthogonaliter: ab ipſarũ ſummitatibus ad baſes perpendicularibus demiſſis/erũt ex pręmiſſa hæ perpẽdiculares adinuicẽ ęquales. ipſæ enĩ erunt: ſicut erant & in pręmiſſæ demonſtrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omniũ ſolidorum altitudo ex perpendicularibus a ſummitatibus ipſorũ ad ſuas baſes deſcẽdẽtibus diffinitur: erũt ex 32 duo ſolida a d & c b æqualia.

¶ Cõuerſam quoq; huius poſſumus ſi delectat cõuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrãmum corpus a d ſit æquale & æquiangulũ corpori parallelogrãmo b c, & corpus b c contineatur a media triũ linearũ continentiũ corpus a d; erunt tres lineæ cõtinentes corpus a b cõtinue proportionales. Cum enim duo ſolida parallelogrãma a d & c b ſint æqualia & æque alta: ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes æquales per conuerſas 31 & 32. Et quia ipſæ baſes eorum ſunt ęquiãgulæ: ſequitur ex prima parte 13 ſexti q; ipſæ ſunt mutuorũ laterum. Itaq; proportio a b ad b c: ſicut b c ad c d. Quare conſtat propoſitum.

Eucli. mb. Theorema 31. Propoſitio 36.

¶ Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: ex ipſis tribus rectis lineis ſolidum parallelepipedum æquum eſt ei quod ex media fit ſolido parallelepipedo æquilatero quidem / æquiangulo autem prædicto. 36



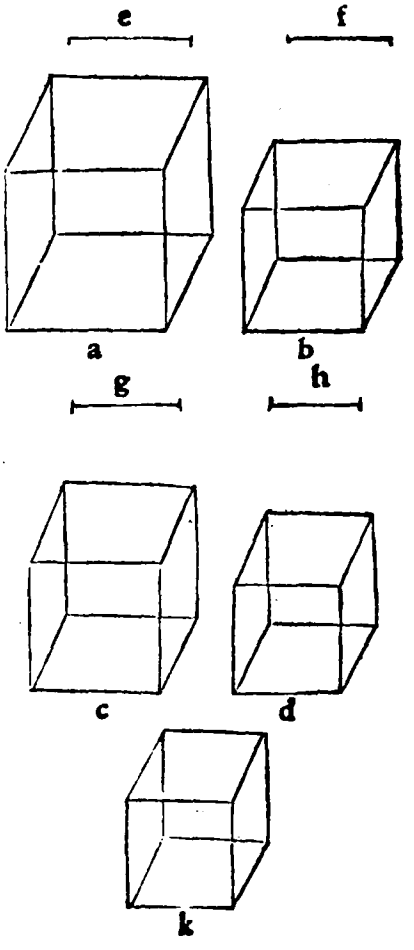
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c ſicut a ad b, ſic b ad c. Dico q; quod ex a, b, c, ſolidum: æquũ eſt ei quod ex b ſolido æquilatero quidẽ/æquiangulo autẽ prædicto. Exponatur per 23 vndecimi ſolidus angulus qui ad e: cõpræhenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt d e g, g e f, d e f. ponaturq; per 2 primi ipſi quidẽ b æqualis vnaquæq; ipſarũ d e, g e, e f; compleaturq; ipſum e k ſolidum. Ipſi autem a ęqualis eſto per eandẽ l m: cõſtituaturq; per 26 vndecimi ad ipſam l m rectã lineam ad ſignũq; in ea l, ipſi qui ad e ſolido angulo ęquus cõpræhenſus ſub n l x, x l m, n l m: ponaturq; per 2 primi ipſi quidem b ęqualis l x, ipſi autẽ c æqualis l n. Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic eſt b ad c, æqualis autẽ eſt a ipſi l m, & b vnicuiq; ipſarũ l x, e f, e g, e d, & c ipſi l n: eſt igit ſicut l m ad e f, ſic eſt d e ad l n. & circũ æquos angulos qui ſub n l m, d e f: latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrãmum m n: æquum eſt ipſi f d parallelogrãmo per 14 ſexti. Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales ſunt qui ſub d e f, n l m, & ſuper ipſis ſublimes rectę lineę ſũt conſtitutæ l x, e g, inuicẽ æquales per præcedentẽ æquos angulos cõpræhendẽtes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipſæ igitur quæ ex g, x, ſignis perpendiculares ductæ ad ea quæ per n l m, d e f, plana/per correlarium præcedentis inuicem ſunt æquales. Quare l h, e k, ſolida: ſub eadem ſunt altitudine. Super æqualibus autẽ baſibus & ſub eiſdẽ altitudinibus cõſtituta ſolida parallelepipeda: inuicem ſunt ęqualia per 31 vndecimi. Igitur ſolidum h l: ſolido e k eſt æquale. At l h ſolidũ eſt ex ipſis a, b, c: & e k ſolidũ eſt ex b. Igitur quod ex a, b, c, ſolidum parallelepipedum: æquum eſt ei quod ex b ſolido æquilatero quidem/ſed ęquiangulo prædicto. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 39.

SI fuerint quotlibet lineę proportionales: ſolida quoq; ſua ęquidiſtantium atq; ſimilium vniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum erunt proportionalia. Si vero ſolida æquidiſtantium atq; ſimilium vniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum fue- 39

rint proportionalia: lineę quoq; a quibus ipſa ſolida continentur/ erunt proportionales.

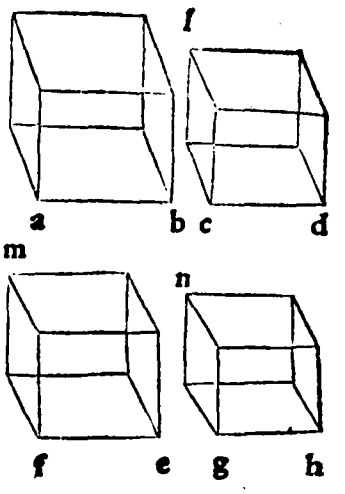
¶CAMPANVS. ¶Simile proponit vigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a,b,& c,d, proportionales: & ſup has fabricẽtur quatuor ſolida parallelogrãma eiſdem nominibus dicta/quæ ſint expreſſe ſimilia. duobus enim ad libitũ fabricatis ſuper duas lineas a & c: cætera ſecundũ præcepta 27 conſtituenda erunt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et ecõuerſo. Subiungantur enim duabus lineis a & b, in cõtinua proportione duæ quæ ſunt e & f, quemadmodum docet 10 ſexti: & duabus lineis c & d, aliæ duę quę ſint g & h. Cõſtat igitur ex 36 et ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ poſita eſt in principio quinti/& ex hac hypotheſi q; ſolida a & b ſibi inuicẽ & ſolida c & d ſibi adinuicẽ ſunt expreſſe ſimilia: q; proportio ſolidi a ad ſolidũ b eſt ſicut proportio lineę a ad lineam f, ſolidi quoq; c ad ſolidũ d ſicut lineę c ad lineã h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineã f eſt ſicut lineę c ad lineam h: erit ex 11 quinti ſolidũ a ad ſolidum b, ſicut ſolidũ c ad ſolidũ d. Conſtat igitur prima pars. ¶Secũda ſic. Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicẽ/duoq; alia quę ſint c & d, ſibi adinuicẽ expreſſe ſimilia: ſintq; cuncta parallelogrãma. & ponãtur proportionalia. Dico q; lineę a,b,& c,d, ſuper quas ſunt cõſtituta: ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a ad lineã b: ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecũdũ 27 huius ſup lineã k ſolidũ expreſſe ſimile ſolido d: qđ etiã dicaẽ k. Eritq; ex diffinitionibus ſimiliũ corporũ & ſimiliũ ſuperficierũ/& 20 ſexti: corpus k expreſſe ſimile corpori c. ideoq; per primã partẽ huius 39 iã probatã erit proportio ſolidi a ad ſolidũ b: ſicut ſolidi c ad ſolidũ k. Et quia eadem erat ſolidi c ad ſolidum d: erit ex ſecũda parte nonę quinti ſolidũ k ęquale ſolido d. Cumq; eſſet ſibi expreſſe ſimile: ſequitur lineam k eſſe æqualẽ lineæ d. Aequalitas enĩ nõ producitur ex aliqua proportione triplicata vel quotieſlibet ſumpta: niſi ex ęquali. Igitur ex ſecũda parte 7 quinti conſtat etiã huiuſmodi pars ſecunda. ¶Deciperis autẽ: ſi arbitraris oportere vnũquodq; quatuor ſolidorũ a,b,c,d, eſſe ſimile cuilibet aliorum. Neceſſe eſt enim duo ſolidaa & b ſibi adinuicem/itemq; duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia: ſolida autẽ c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt/neceſſarium autem non. Idem ex hac 39 de ſerratilibus facile poteris concludere.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propoſitio 37.

37 ¶Si quatuor rectæ lineæ ptoportionales fuerint: & quæ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia erunt. Et ſi quæ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia fuerint: & ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

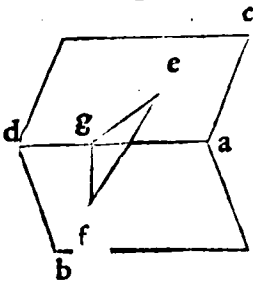
¶THEON ex Zãb. ¶Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, e f, g h: ſicut a b ad c d, ſic e f ad g h. & deſcribãtur ab ipſis a b, c d, e f, g h: ſimilia ſimiliterq; ſiacentia ſolida parallelepipeda k a, l c, m e, n g. Dico q; eſt ſicut k a ad l c: ſic eſt m e ad n g. Quoniã enim ſolidũ k a parallelepipedũ ipſi l c ſimile eſt: igitur per 33 vndecimi k a ad l c triplicẽ rationem habet quã a b ad c d. & id propterea m e ad n g triplam habet rationẽ quã e f ad g h. Et ſicut igitur per 11 quinti a k ad l c: ſic m e ad n g. ¶Sed iam eſto ſicut a k ſolidũ ad l c ſolidum: ſic m e ſolidũ ad n g ſolidũ. Dico q; eſt ſicut a b recta linea ad ipſã c d: ſic eſt e f ad g h. Quoniã enim rurſus k a ad l c triplam rationẽ habet quã a b ad c d, habet autem & m e ad n g triplam rationem quã e f ad g h, eſtq; ſicut k a ad l c ſic m e ad n g: & ſicut igitur a b ad c d, ſic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ ſequũtur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 38.

38 ¶Si planum ad planum rectum fuerit/a ſigno autem in altero planorum exiſtente in alterum planum perpendicularis fuerit: in communi ipſorum planorum ſectione cadit ipſa perpẽdicularis.

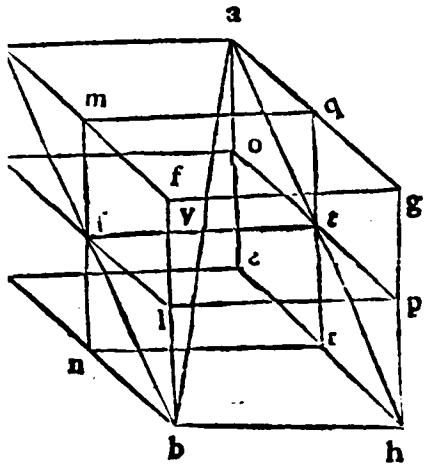
Camp. ●



¶THEON ex Zāb. ¶Planū enim c d, ad planū a b, rectū eſto: cōmunis autē ipſorū ſectio ſit d a. ſumaturq; in ipſo c d plano: cōtingens ſignū e. Dico q; ab ipſo e in a b planum perpēdicularis ducta: in ipſam d a cadit. Non enim: ſed ſi poſſibile eſt/ cadat extra ſicut e f, & concurrat ipſi a b plano in f ſigno. & ab ipſo f, in ipſam d a, in plano a b, per 11 vndecimi perpendicularis excitetur f g: quę et ipſi c d plano ad angulos rectos eſt. Cōnectanturq; e g. Quoniam igitur f g ipſi c d plano ad angulos rectos eſt/ tangit autē ipſam ipſa e g exiſtens in ipſo c d plano: igitur angulus qui ſub f g e, rectus eſt. Sed & e f: ipſi ab plano ad angulos eſt rectos. angulus igitur qui ſub e f g: rectus eſt. Trianguli iam ipſius e f g bini anguli: duobus rectis ſunt æquales. quod per 17 primi eſt impoſſibile. Igitur ab e in a b planum perpendicularis ducta: nō cadit extra ipſam d a. in ipſam igitur a d cadit. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 40.

Si inſciſa fuerint latera duarum oppoſitarum ſuperficierum cubi vnumquodq; in duo media/ exierintq; a punctis ſectionum duæ ſuperficies ſe viciſſim ſecātes & cubum: communem earum ſectionem diametrum cubi per æqualia ſecare/ & ab ipſa diametro verſa vice per æqualia ſecari neceſſe eſt. 40



¶CAMPANVS. ¶Statue cubum qui ſit a b: de quo conſtat per diffinitionē q; omnes lineæ ipſum continentes ſint æquales/ & eius ſuperficies rectangulæ. tale enim corpus: cubum dicimus. Huius igitur baſis ſit eius ſuperficies a c d e, ſuperficies vero eius ſuprema b f g h, dextra vero eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autem ſuperficies b f c d, citerior quoq; ſit d e b h, ſed vlterior a, c g f, eiuſq; diameter ſit a b. Diuidantur itaq; omnia latera duarum quarumlibet ſuperficierum oppoſitarum eius per æqualia: & ſint nunc ſuperficies quarum latera diuidantur/ dextera atq; ſiniſtra. Diuidantur inquam quatuor latera dextræ quidem ſuper quatuor puncta quæ ſunt o, p, q, r: ſiniſtræ vero ſuper quatuor quæ ſint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his ſuperficiebus oppoſita: ductis lineis o p & q r quæ ſecent ſe in puncto t, itemq; k l & m n quę ſecent ſe in puncto ſ. & perficiantur duę ſuperficies ſecantes ſe inuicem & cubum: protractis item lineis o k & p l, q m & r n. ſitq; harum duarū ſuperficierum cōmunis ſectio linea ſ t. Dico igitur q; linea ſ t diuidit diametrum a b: et diuiditur ab eadem diametro per ęqualia. Quod patet. vtraq; enim earum tranſit per centrum cubi.

¶ALITER vero conuenit quod propoſitum eſt demonſtrare. ¶Producantur enim duæ lineæ t a & t h: & item duæ ſ c, ſ b. eritq; ex 4 primi a t æqualis t h: & ſ c ęqualis ſ b. Conſtat autem ex prima parte 29 primi: q; angulus p t q eſt æqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p eſt ęqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cū angulo q t a: valet duos rectos. quare ex 14 primi linea a h erit linea vna: ſimiliter quoq; linea a b erit linea vna. At quia ex nona huius linea a c eſt æquidiſtans lineæ b h (vtraq; enī eſt æquidiſtans lineæ d e) cumq; ipſæ ſint æquales quia latera cubi: ſequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b eſſe æquales & æquidiſtantes. ideoq; per conceptionem/ earum medietates quę ſunt a t & b ſ: erunt æquales. Ex 7 autem huius manifeſtum eſt/ q; linea ſ c eſt in ſuperficie duarum linearum a h & b c: & ex eadem/ linea a b quę eſt diameter cubi/ eſt etiā diameter ſuperficiei parallelogrāmæ a c b h. Itaq; linea ſ t: ſecat diametrum a b. Secet ergo ipſam in puncto v. Dico ergo lineam ſ v eſſe æqualem lineæ v t, & lineā etiam a v lineę v b. Intelligantur duo triangli a t v, b ſ v: quorū anguli qui ſunt ad t & ſ ſunt ęquales adinuicem/ ſimiliter anguli eorundem qui ſunt ad a & b æquales adinuicē ex prima parte 29 primi/ propter id q; linea a t æquidiſtat lineæ ſ b. Et quia etiam ipſæ ſunt adinuicem æquales: ſequitur ex 26 primi quod propoſitū eſt. ¶Idem quoq; eodem modo concluditur: & ſi ſolidum a b non ſit cubus/ ſed ſolidum corpus parallelogrammum ſiue æqualibus lineis ſiue non æqualibus contentum fuerit/ ſiue quoq; ſuper baſin orthogonaliter erectum ſiue etiā &

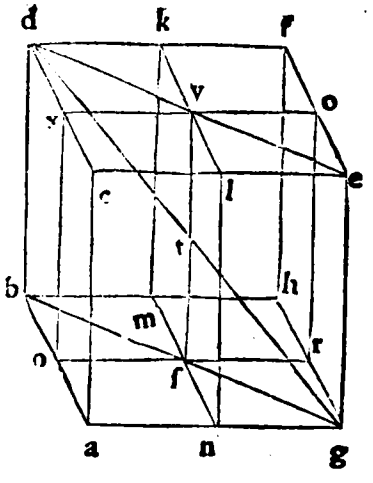
ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi: ad omnes figuras parallelogrammas ſolidas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 39.

39 ¶Si ſolidi parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariam ſecta fuerint/extẽſaq; fuerint per ſectiones plana: cõmunis ipſorum planorũ ſectio/& ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariam ſe adinuicem diſpeſcent

¶ALITER. ¶Si cubi eorum quę ex oppoſito planorum latera: & reliqua quæ ſequuntur vt ſupra.

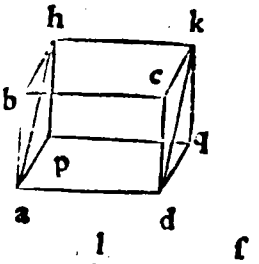
¶THEON ex Zamberto. ¶Solidi inquã parallelepipedi a f, eorũ quæ ex oppoſito planorũ c f, a h, latera bifariam diſpeſcant per k, l, m, n, & x, p, o, r, ſigna: & per ſectiones protendantur plana k n, x r. cõmunis autem planorum ipſorũ ſectio eſto x ſ: ipſius autem a f ſolidi parallelepipedi diagonius eſto d g. Dico iam q; ipſę y ſ, d g, ſeſe inuicem diſpeſcunt: hoc eſt q; y t ipſi t ſ eſt æqualis/& d t ipſi t g. Connectantur enĩ d y, y e, b ſ, ſ g. Et quoniã d x parallelus eſt ipſi o e: anguli alternati poſiti per 29 primi qui ſub d x o, x o e, inuicem ſunt æquales. Et quoniam æqualis eſt d x ipſi o e, & x c ipſi e o, & æquos angulos cõpræhendunt: baſis igitur d y per 4 primi ipſi y e eſt æqualis/& triangulum d x y ipſi o e y triangulo eſt ęquale/& reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui ſub x y d: ęquus eſt ei qui ſub o y e angulo. ac per hoc recta linea eſt ipſa d y e. & per eandem & b ſ g recta linea eſt: eſt & æqualis b ſ ipſi ſ g. Et quoniam c a ipſi d b eſt æqualis & eſt parallela/ſed c a ipſi e g eſt æqualis & parallela: & d b igitur ipſi e g eſt æqualis & parallela per primam cõmunem ſententiam. & ipſas connectunt rectæ lineæ d e, b g, parallelus igitur eſt per 33 primi/d e: ipſi b g. & ſuſcipiũtur in vtriſq; contingentia ſigna hoc eſt d, y, g, ſ: connectanturq; d g, y ſ. In vno igitur ſunt plano per 17 vndecimi: ipſæ d g, y ſ. Et quoniã parallela eſt d e ipſi b g: æqualis igitur eſt per 29 primi qui ſub e d t angulus ei qui ſub b g t angulo. viciſſim enim. & qui ſub d t y ei qui ſub g t ſ. Bina iã triangula ſunt hoc eſt d t y & g t ſ: duos angulos duobus angulis æquos habentia/& vnum latus vni lateri æquum & extenſum ſub vno æqualium angulorum hoc eſt d y ipſi g ſ, dimidiæ namq; ipſarum d e, b g. & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Acqualis igitur eſt d t ipſi t g: & y t ipſi t ſ. Si ſolidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariam ſecta fuerint/extenſaq; fuerint per ſectiones plana: cõmunis ipſorũ planorum ſectio & ſolidi parallelepipedi demetiens bifariã ſe adinuicem diſpeſcent. Quod erat oſtendendum.

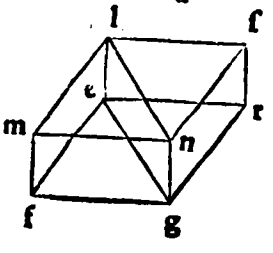


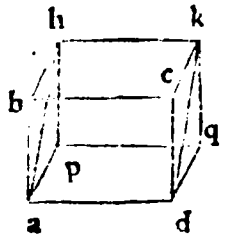
Eucli. ex Camp. Propoſitio 41.

41 SI duo corpora ſeratilia quorum alterum baſin triangulam alterum vero baſin habeat æquidiſtantium laterum ipſi baſi triangulæ duplam/æque alta fuerint: illa duo corpora neceſſe eſt eſſe æqualia.

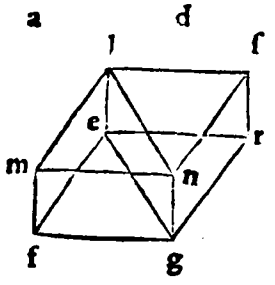
¶CAMPANVS. ¶Sit ſuperficies a b c d æquidiſtantiũ laterũ dupla trilateræ ſuperficiei e f g: & ſuper has duas ſuperficies fiant duo corpora ſeratilia æque alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrangulam a b c d: a b h d c k, cuius baſis eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficies æquidiſtantium laterum eſt a h d k, tertia vero eſt b h c k: duæ autem eſt eius triangulares ſuperficies ſunt altera quidem triangulus a b h, reliqua vero triangulus d c k. Seratile autem quod eſt ſuper baſin triangulam e f g: ſit e f g l m n. cuius altera duarum trilaterarũ ſuperficierum eſt baſis prædicta/reliqua vero triangulus l m n: trium autem ſuperficierum eius æquidiſtãtium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda vero e g l n, tertia vero f g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita: eſſe ad inuicem æqualia. Perficiantur enim duo ſolida parallelogramma: adiũgendo vtriq; duorum propoſitorum ſeratilium aliud ſeratile ſibi æquale. Pri-







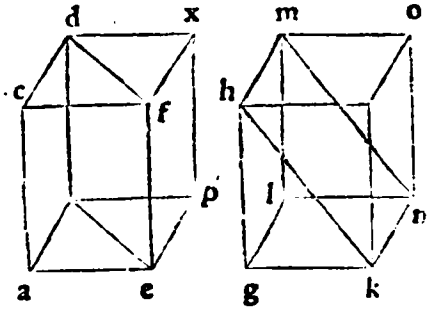
mo quidē ſeratili ſuper eandem baſin ſit adiunctū ſeratile a p h d q k. cuius duæ trilateræ ſuperficies ſint a p h, d q k: tres autē quadrilateræ/ prima quidem a h d k quę eſt terminus cōmunis ſibi & ei cui adiungitur/ ſecunda vero a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autem ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triāgulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita q; tota ſuperficies e f g r ſit æquidiſtantium laterū: & ſuper hunc triangulum fiat ſeratile e g l r l n f, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrāmum huius ſeratilis adiuncti. duæ trilateræ ſuperficies ſunt e g r, l n f: tres autem parallelogrāmæ ſunt/ prima quidem c l r f, ſecunda e l g n quæ eſt cōmunis terminus ſibi & ei cui adiungitur/ tertia vero g r n f. Manifeſtum igitur ex diffinitione ſolidorū ęqualium atq; ſimiliū/ q; duo ſeratilia parallelogrāmū componentia ſolidū a k, ſibi inuicem: itemq; componentia ſolidum parallelogrāmum e n, ſibi adinuicem ſunt æqualia. At vero ex 31 vel ex 32 huius: duo ſolida a k & e n ſunt ſibi inuicem æqualia. Quia ergo horum ſolidorum medietates ſunt ſeratilia propoſita: per cōmunem ſcientiam conſtat ea eſſe æqualia. quæcunq; enim fuerint æqualia: eorū medietates neceſſe eſt eſſe æquales. Liquet itaq; quod propoſitum eſt.



Euclī. Zamb. Theorema 35. Propoſitio 40.

¶Si fuerint bina priſmata ſub æquis altitudinibus/ & alterum quidem baſin parallelogrammum habuerit/ alterum autē triāgulum/ duplum autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli: ipſa priſmata æqualia erunt. 40

¶THEON ex Zāberto. ¶Sint bina priſmata a b c d e f, g h k l m n: & alterum quidem habeat baſin a f parallelogrāmum/ alterum vero g h k triāgulum. duplum vero ſit a f parallelogrammum: ipſius g h k trianguli. Dico q; priſma a b c d e f: æquum eſt ipſi h g k l m n, priſmati. Compleantur inquam ipſa a x, n h, ſolida. Et quoniam a f parallelogrammum ipſius g h k trianguli duplum eſt/ eſtq; h k parallelogrammū per 41 primi duplum ipſius g h k trianguli: æquum igitur eſt a f parallelogrammum ipſi h k parallelogrāmo. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine: inuicem ſunt æqualia per 31 vndecimi. Igitur ſolidum a x: æquum eſt ipſi g o ſolido. & ipſius quidem a x ſolidi/ dimidiū eſt ipſum a b c d e f priſma: ipſius autem g o ſolidi/ dimidium eſt ipſum g h k l m n priſma. Igitur priſma a b c d e f: ipſi g h k l m n priſmati eſt æquum. Si fuerint igitur bina priſmata ſub æquali altitudine/ & alterum quidem habuerit baſin parallelogrammum/ alterum autem triangulum/ duplum autē fuerit parallelogrāmum ipſius trianguli: æqualia ſunt ipſa priſmata. Quod erat oſtendendum.



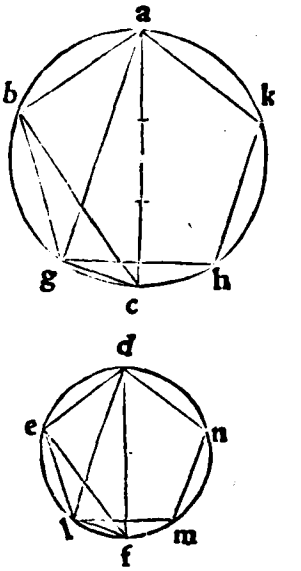
¶EVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum Vndecimi libri Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholameo Zamberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber duodecimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio prima.

1 OMnium duarum ſuperficierum ſimilium multiangularum inter duos circulos deſcriptarum eſt proportio alterius ad alteram: tanq; proportio quadratorum quæ ex diametris circulorum eas circũſcribentium proueniunt.

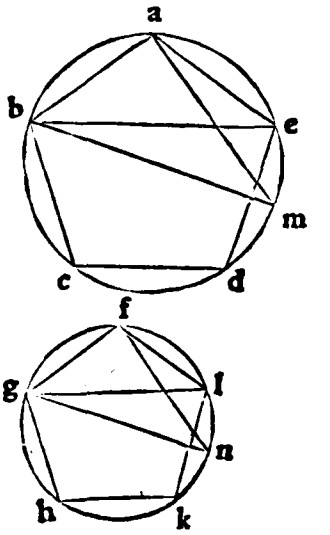
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b c, d e f: quibus inſcribãtur duæ q̃libet figuræ polygoniæ quæ ponãtur adinuicẽ ſimiles. ſintq; nũc/ pentagonæ inſcriptæ vt docet 11 quarti: & ipſæ ſint a b g h k, d e l m n. diametri quoq; circulorũ: ſint a c & d f. Dico itaq; q̃ proportio pentagoni a b g h k ad pentagonũ d e l m n: eſt ſicut quadratũ diametri a c ad quadratũ diametri d f. Protrahant enĩ in vtroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri ad extremitatẽ vnius lateris pentagoni diametro nõ cõterminalis: ſe inuicẽ cãcellãtes infra ipſum pentagonũ. in hoc quidẽ/ a g & c b in illo autẽ/ d l & f e. Eritq; ex 6 ſexti triangulus a b g: æquiãgulus triãgulo d e l. Nã cũ pentagoni ponãtur adinuicẽ ſimiles: erũt ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l: & latera ipſos continẽtia proportionalia/ videlicet proportio a b ad d e ſicut b g ad e l. Cũ ſint aũtex 20 tertij duo ãguli a c g & a g b ſibi inuicẽ æquales/ itẽq; duo alij d f e & d l e ſibi inuicẽ æquales: erũt duo qui ſunt c & f adinuicẽ æquales ex hac cõmuni ſciẽtia. quę æqualibus ſunt æqualia: ſibi quoq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij vterq; duorum angulorũ a b c, d e f, eſt rectus: ſequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, eſſe æquiangulos. Quare per 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrũ d f: eſt ſicut lateris a b ad latus d e. Cũ itaq; ex ſecũda parte 18 ſexti proportio duorum pentagonorũ eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata/ & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratũ diametri d f ſit ſicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc cõmunem ſcientiam quorum dimidia ſunt æqualia ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia/ manifeſtum eſt quod propoſitum eſt.



Eucli. ex Zamb. Theorema primum. Propoſitio prima.

1 QVæ in circulis multangulæ figuræ: adinuicem ſe habẽt ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint circuli a b c d e, f g h k l: & in eis ſint ſimiles figurę multangulæ a b c d e & f g h k l. dimetientes autem circulorũ: ſint b m, g n. Dico q̃ eſt ſicut quadratũ quod ex b m ad id quod ex g n quadratũ: ſic eſt multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. Connectantur enim b e, a m: g l, f n. Et quoniam multangulum a b c d e ipſi f g h k l multangulo ſimile eſt: æquus eſt & qui ſub b a e angulus ei qui ſub g f l, eſtq; ſicut b a ad a e ſic g f ad f l. Bina iam triangula ſunt b a e & g f l: vnũ angulum vni angulo æquum habentia/ qui ſub b a e ei qui ſub g f l, circa autem æquos angulos latera proportionalia. æquiangulum igitur eſt per primam diffinitionem ſexti a b e triangulum: ipſi f l g triangulo. æqualis igitur eſt angulus qui ſub a e b: ei qui ſub f l g. Sed qui per 21 tertij ſub a e b ei qui ſub a m b eſt æqualis (in eandem namq; circũferẽtiam ierunt) qui autem ſub f l g ei qui ſub f n g: & qui ſub a m b igitur ei qui ſub f n g eſt æqualis. Eſt autem & rectus qui ſub b a m: ei qui ſub g f n recto per 4 poſtulatum æqualis. reliquus igitur: reliquo eſt æqualis per 3 cõmunem ſententiã. Aequiangulum igitur eſt triangulũ

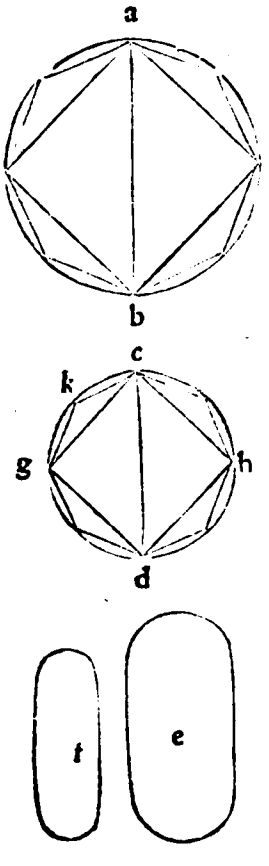


a m b:ipſi f g n triangulo. Proportionale igitur eſt ſicut b m ad g n:ſic ba ad g f. Sed ipſius quidem b m ad g n ratio: dupla eſt ea quæ ipſius b m quadrati ad id quod ex g n quadratum. Ipſius autem b a ad g f: dupla eſt ipſius a b c d e multãguli ratio ad ipſum f g h k l multãgulũ. & ſicut igitur per 11 quinti quod ex b m quadratum ad id quod ex g n quadratum: ſic eſt multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. In circulis igitur ſimilia multangula: ſeſe adinuicẽ habent ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum.

udi. ex Camp. Propoſitio 2.

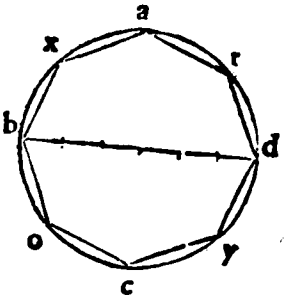
OMnium duorum circulorum eſt proportio alterius ad alterum: tanquã proportio quadrati ſuæ diametri ad quadratum diametri alterius. 2

¶ CAMPANVS. ¶ Sit duo circuli a b & c d: quorum diametri quoq; dicãtur a b & c d. Dico itaq; q; proportio circuli a b ad circulum c d: eſt ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifeſtum enim eſt ex hac cõmuni ſcientia/ſcilicet. quãta eſt quælibet magnitudo ad aliquam ſecundam: tantam neceſſe eſt eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam: q; proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, eſt ſicut circuli a b ad ſuperficiem aliquam quæ ſit e, cuiuſcunq; figuræ aut formæ ponatur. Hanc autem impoſſibile eſt maiorem eſſe aut minorem circulo c d. Si enim eſt poſſibile ipſam eſſe minorem circulo c d: ſit itaq; minor in ſuperficie f. Itaq; circulus c d: ſit æqualis duabus ſuperficiebus e & f pariter accepti s. Conſtat igit ex 1 decimi: q; toties poſſit ex circulo c d ſuiſq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio/quouſq; relinquatur quantitas aliqua minor f. Inſcribatur ergo ſibi vt docet 6 quarti quadratum c d g h: de quo conſtat q; ipſum ſit maius medietate circuli. quadratum enim quod eſt duplum ad ipſum: eſt circulum circunſcribens / vt patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati pariter acceptę/fuerint minus ſuperficie f: ſufficit. Sin autẽ: quatuor arcus exiſtẽtes ſuper dicta latera per æqualia diuidantur/& puncta ipſos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuẽtur per lineas rectas. Verbi gratia/arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k: & protrahatur lineæ k c, k g. ſicq; de cęteris. Eritq; quilibet triangulorũ deſcriptorum ſuper latera quadrati/maior medietate portionis in qua exiſtit: eo q; ōnis triãgulus iſoſceles eſt medietas parallelogrãmi ſuæ baſis per 41 primi/quodquidem parallelogrammum maius erit ſuperficie ipſo arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones exiſtentes ſup latera octogonij inſcripti pariter acceptæ: minus ſuperficie f. Si enim nondum hoc eſſet: non ceſſarem diuidere arcus (quorum latera vltimæ deſcriptæ figuræ ſunt chordæ) per æqualia/& inſcribere figuram æquilateram duplo plurium laterum primæ. ſemper ſubtrahẽdo ab ipſis circuli portionibus/maius dimidio: quouſq; per 1 decimi portiones ſuper latera alicuius talis figuræ circulo inſcriptæ exiſtentes pariter acceptę/erunt minus ſuperficie f. Sint ergo nunc quæ dictę ſunt. eritq; ex conceptione octogonũ c d: maius ſuperficie e. In circulo igitur a b, eadem via inſcribatur ſimile octogonũ quod dicatur a b: ſitq; ex præmiſſa proportio octogoni a b ad octogonũ c d ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, ideoq; per 11 quinti ſicut proportio circuli a b ad ſuperficiem e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulum a b ſicut polygonij c d ad ſuperficiem e. Cũq; ſit polygonium c d maius ſuperficie e: erit polygonium a b maius circulo a b. hoc autem impoſſibile. Non eſt ergo ſuperficies e: minor circulo c d. Sed nec maior. Eſto enim: ſi poſſibile ſit. Cum igitur ſit proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, ſicut circuli a b ad ſuperficiem e: erit econuerſo quadrati diametri c d ad quadratum diametri a b, ſicut ſuperficiei e ad circulũ a b. Et cõſtat ex cõi ſciẽtia in principio huius demõſtrationis poſita: q; eadẽ eſt circuli c d ad aliquã ſuperficiẽ/quæ ſit f. eritq; ex 14. quinti ſuperficies f minor circulo a b. Itaq; pportio q̃drati diametri c d ad quadratũ diametri a b: erit ſicut circuli c d ad ſuperficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõſtrauimus pauloãte ſeq; impoſſibile: videlicet polygoniũ inſcriptũ circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e nõ poteſt eſſe minor circulo c d: ita nec maior. erit ergo neceſſario æqualis. Quare per 2 partẽ 7 quinti liquet qđ ꝓpoſitũ eſt.

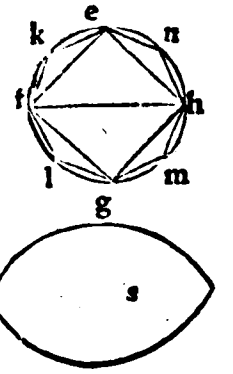


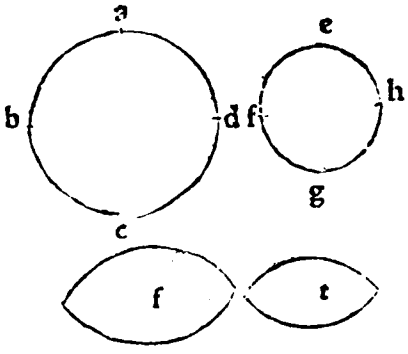
Euclí. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

2 ¶ Circuli ſeſe adinuicem habent: ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.



¶THEON ex Zamberto. ¶ Sint circuli a b c d, e f g h: dimetientes autem eorum ſint d b, f h. Dico ꝙ eſt ſicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum: ſic eſt a b c d circulus ad e f g h circulum. Si enim non eſt ſicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum/ ſic a b c d circulus ad e f g h circulum: erit ſicut quod ex b d ad id quod ex f h, ſic a b c d circulus vel ad minorem ipſo e f g h circulo aream/ vel ad maiorem. Sit prius ad minorẽ s. Deſcribaturq́ per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Iam deſcriptum quadratum: maius eſt q̃ dimidium ipſius e f g h circuli. quoniam ſi per ſigna e, f, g, h, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circum circulum deſcripti quadrati dimidium eſt e f g h quadratum. ipſo autem circunſcripto quadrato minor eſt circulus. quare e f g h inſcriptum quadratum: maius eſt q̃ dimidium ipſius e f g h circuli. Secentur bifariam ipſæ e f, f g, g h, h e, circunferentiæ per ſigna k, l, m, n: cõnectanturq́ e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e. Et vnũ quodq́ igitur ipſorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius eſt q̃ dimidiũ eius quod circum ipſum eſt circuli ſegmenti. quoniam ſi per k, l, m, n, ſigna circulum tangẽtes ducamus/ & compleamus quæ in e f, f g, g h, h e, rectis lineis parallelogramma: vnumquodq́ ipſorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum/ dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrammi. ſed circum ipſum ſegmentum: minus eſt parallelogrammo. quare vnumquodq́ ipſorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius eſt dimidio eius quod circum ſe ipſum ſegmenti circuli. Diſpeſcentes iam per 30 tertij reliquas circunferentias bifariam/ connectenteſq́ rectas lineas/ & hoc ſemper efficientes: per 1 decimi relinquemus quædam circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus e f g h, aream s. Oſtenſum etenim eſt ex primo decimi voluminis theoremate/ ꝙ binis magnitudinibus inæqualibus expoſitis/ ſi a maiori auferatur maius q̃ dimidiũ/ & reliquę maius q̃ dimidium/ hocq́ ſemper fiat: quędam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita minor erit. Aſſumantur igitur. ſintq́ quæ in ipſis e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e, ſegmẽta ipſius e f g h circuli: minora exceſſu quo excedit circulus e f g h ipſam s aream. Reliquum igitur e k f l g m h n multangulũ: maius eſt ipſa area s. Inſcribatur in circulo a b c d: ipſi c k f l g m h n multangulo ſimile multangulũ a x b o c y d r. Eſt igitur per præcedẽtẽ ſicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: ſic eſt multangulũ a x b o c y d r ad ek f l g m h n multangulũ. Sed ſicut & quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: ſic circulus a b c d ad aream s. et ſicut igitur per 11 quinti a b c d circulus ad s areã: ſic multãgulũ a x b o c y d r ad ipſum e k f l g m h n multangulũ. Viciſſim igitur per 16 quinti ſicut circulus a b c d ad id quod in ipſo multãgulũ: ſic s area ad multangulũ e k f l g m h n. Maior autẽ eſt a b c d circulus: eo quod in ſe eſt multãgulo. maior igit̃ eſt & area s: ipſo e k f l g m h n multãgulo. ſed & minor. quod eſt impoſſibile. Nõ eſt igitur ſicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: ſic circulus a b c d ad aliquã areã ipſo e f g h circulo minorẽ. Similiter iã demõſtrabimus/ ꝙ neq́ ſicut quod ex f h ad id quod ex b d: ſic circulus e f g h ad aliquã areã minorẽ ipſo a b c d circulo. ¶Dico nẽpe ꝙ neq́ ſicut quod ex b d ad id quod ex f h: ſic circulus a b c d ad aliquam aream maiorem ipſo e f g h circulo. Si enim poſſibile: ſit ad maiorem s. Cõuerſim igitur eſt ſicut quod ex f h quadratum ad id quod ex d b: ſic eſt s area ad a b c d circulum. Sed ſicut s area ad a b c d circulũ: ſic eſt circulus e f g h ad aliquam aream minorem ipſo a b c d circulo. & ſicut igitur per 11 quinti quod ex f h ad id quod ex b d: ſic e f g h circulus ad aliam aream minorẽ ipſo a b c d circulo. quod impoſſibile eſſe demonſtratũ eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h: ſic circulus a b c d ad maiorem aliquam aream ipſo e f g h circulo. Oſtenſum autem eſt: ꝙ neq́ ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratũ: ſic circulus a b c d ad circulũ e f g h. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent: ſicut quę ex dimetiẽtibus quadrata. Quod erat oſtendendũ.



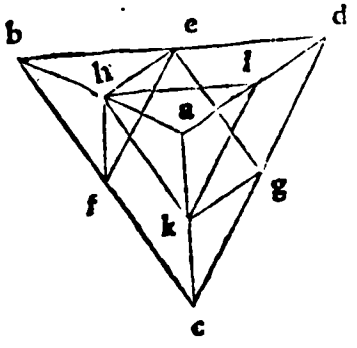


¶Dico iam q̄ s area maiore ſubſiſtente ipſo e f g circulo, eſt ſicut area s ad a b c d circulū: ſic e f g h circulus ad aliquā aream minorē ipſo a b c d circulo. Fiat enim ſicut s area ad a b c d circulū: ſic e f g h circulus ad aream t. Dico q̄ area t: minor eſt ipſo a b c d circulo. Quoniam enim eſt ſicut s area ad a b c d circulum ſic eſt e f g h circulus ad aream t: viciſſim per 16 quinti eſt ſicut s area ad e f g h circulum / ſic eſt a b c d circulus ad t aream. Maior autem eſt s area ipſo e f g h circulo. maior igitur eſt & a b c d circulus: ipſa area t. quare eſt ſicut s area ad a b c d circulum: ſic eſt e f g h circulus ad minorē aliquam aream ipſo a b c d circulo. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

OMnis pyramis cuius baſis triāgula: ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicem totiq̄ pyramidi ſimiles/ vnaq̄ in duo ſeratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora. 3

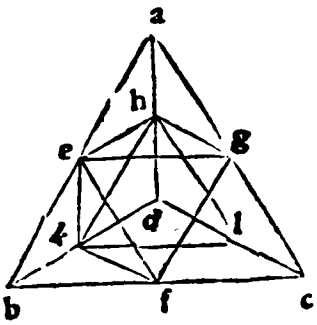
¶CAMPANVS. ¶Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d: eiuſq̄ vertex ſolidus āgulus a, a quo demittantur tres hypothenuſę a b, a c, a d, ad tres angulos baſis. & diuidantur omnia latera baſis per æqualia in tribus punctis e, f, g: tres quoq̄ hypothenuſę per æqualia in tribus punctis h, k, l. & protrahantur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq̄ baſis eius diuiſa in tres ſuperficies. quarum duæ ſunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex ſecūda parte ſecundæ ſexti & diffinitiōe ſimiliū ſupficierū cōſtat eſſe ſimiles ſibi inuicē & toti baſi/ & æquales adinuicem ex 8 primi: tertia eſt tetragona parallelogrāma & ipſa eſt e f g c, quā cōſtat eſſe duplā ad triangulū e g d ex 40 et 41 primi. Demittant ergo rurſus a puncto h duę hypotenuſę h e, h f, & a puncto k l hypothenuſa k g: & protrahantur lineæ h k, k l & l h. Diuiſa eſt itaq̄ tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h k l: & duo ſeratilia quorum vnum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrāgulā c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, q̄ ipſæ ſunt æquales adinuicem/ ſibiq̄ & toti pyramidi a b c d ſimiles: conſtat ex diffinitione corporū æqualium & ſimiliū & ex 10 vndecimi & ex ſecunda parte 2 ſexti. De duobus autē ſeratilibus q̄ ipſa ſint ęq̄lia: cōſtat ex vltima vndecimi. Qz vero ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis: ex hoc manifeſtum eſt q̄ vtrūq̄ illorum diuiſibile eſt in duas pyramides quarum altera triangula æqualis vni duarum/ in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur, altera vero quadrangula: quæ dupla eſt ad reliquā/ quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſę. Ac proportionē ſi ſcire deſideras: ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantum ad propoſitum) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas: quan talibet quantitate excedere.



Eucli. ex Zamb. Theorema Propoſitio 3.

¶Omnis pyramis triangularē baſin habens: diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem triangulares baſes habētes & ſimiles/ toti & in bina priſmata æqualia & ipſa bina priſmata maiora ſuntq̄ dimidium totius pyramidis. 3

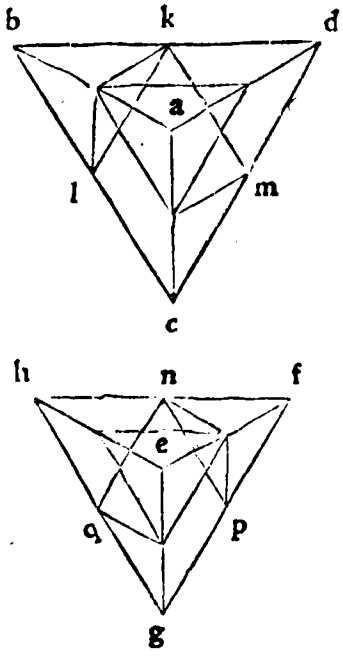
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulū a b c: faſtigiū vero ſit ſignum d. Dico q̄ pyramis a b c d diuiditur in pyramides æquas adinuicē triangulares baſes habentes & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia/ & bina priſmata maiora ſunt q̄ totius pyramydis dimidiū. Secentur per 10 primi a b, b c, c a, a d, d b, d c, bifariā in ſignis e, f, g, h, k, l: cōnectātur q̄ h e, e g, g h, h k, k l, l h, e k, k f, f g. Et qm̄ a e eſt æqualis ipſi e b, & a h ipſi h d: paralelus igitur eſt e h ipſi d b. Idq̄ propterea iam & h k: ipſi a b paralelus eſt. parallelogrāmum igitur eſt h e k b. æqualis igitur eſt ipſa h k: ipſi e b. Sed e b: ipſi a e eſt æqualis: & a e igitur ipſi h k eſt æqualis. Eſt autem & a h: ipſi d h æqualis. Duæ iā a e, a h; duabus k h, h d, ſunt æquales altera alteri. & an



gulus qui ſub e a h: per 28 primi ei qui ſub k h, h d, eſt ęqualis. baſis igitur e h: per 4. primi baſi k d eſt ęqualis. Igitur triãgulum a e h: ęquum & ſimile eſt ipſi h k d triangulo. Et id propterea iam & triangulum a h g: ipſi h l d triangulo æquum & ſimile eſt. Et quoniam binæ rectæ lineæ tangentes ſe adinuicem e h, h g, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes k d, d l, ſunt/non tamen in eodem plano exiſtentes: æquos angulos compræhendunt. æqualis igitur eſt per 10 vndecimi angulus qui ſub e h, h g: ei qui ſub k d, d l, ãgulo. Et quoniam binæ rectæ lineæ e h, h g, duabus k d, d l, ſunt æquales altera alteri/& angulus qui ſub e h g per 10 vndecimi angulo qui ſub k d, d l, eſt æqualis: baſis igitur e g per 4. primi baſi k l eſt ęqualis. Triangulum igitur e h g: æquum eſt ei triangulo quod ſub k d l & ſimile. & id propterea triangulum a e g: ipſi h k l triangulo æquum & ſimile eſt. Pyramis igitur cuius baſis a e g triangulum/ faſtigium autem h ſignum: æqualis & ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt h k l triangulũ/ & vertex d ſignum. Et quoniam trianguli a d b per 2 ſexti ad vnum latus a b, excitata eſt h k: æquiangulum eſt a d b triangulum ipſi d k h triangulo. & latera habent proportionalia. Igitur triangulum a d b: ſimile eſt ipſi triangulo d h k. Idcp propterea & triangulum quidem d b c ſimile eſt ipſi triangulo d k l: & a d c triangulum ipſi d h l triangulo. Et quoniam per 10 vndecimi binę rectæ lineę ſeſe inuicẽ tãgentes b a, a c, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes k h, h l, ſunt/non tamen in eodem plano: æquos compræhendunt angulos. Angulus igitur qui ſub b a c: æquus eſt ipſi angulo qui ſub k h l. Eſtcp ſicut b a ad a c: ſic k h ad h l. Triangulum igitur a b c: ipſi h k l triangulo ſimile eſt. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triãgulum a b c, vertex autem d ſignum: ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidẽ eſt h k l triangulum/ vertex autẽ d ſignũ. Sed pyramis cuius baſis eſt triangulũ h k l, vertex autem d ſignum: oſtenſa eſt ſimilis pyramidi cuius baſis quidem eſt a e g triangulum vertex vero h ſignum. Quare & pyramis cuius quidem baſis eſt triangulum a b c, vertex vero d ſignum: ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt a e g triangulum/& vertex h ſignum. vtracp igitur ipſarum a e g h, h k l d, pyramidum: ſimilis eſt toti a b c d pyramidi. Et quoniam b f æqualis eſt ipſi f c: parallelogrammum e b f g, ipſius g f c trianguli duplum eſt per 41 primi. Et quoniam ſi fuerint bina priſmata æque alta/& alterum quidem habuerit baſin parallelogrammũ/ alterum autem triangulum/ duplum autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli/ipſa priſmata ſunt æqualia per 40 vndecimi. priſma igitur compræhenſum ſub binis triangulis b k f, e h g, tribuſcp parallelogrammis e b f g, e b k h, h k f g, priſmati compræhenſo ſub binis triangulis g f c, h k l, tribuſcp parallelogrammis k f c l, l c g h, h k f g, eſt æquale. Manifeſtum autem q̃ vtrũcp ipſorum priſmatũ cuius baſis e b f g parallelogrammũ/ ex oppoſito autem h k recta linea/ & cuius baſis g f c triangulum/ ex oppoſito autem h k l triangulum: maius eſt vtracp ipſarum pyramidum quarum baſes quidem ſunt triangula a e g & h k l, vertices autem h, d, ſigna. Quoniam ſi connectamus e f, e k, rectas lineas: priſma cuius baſis e b f g parallelogrammum/ ex oppoſito autem k h recta linea/ maius eſt pyramide cuius baſis e b f triangulum/ & vertex k ſignum. Sed pyramis cuius baſis e b f triangulum/ vertex autem eſt k ſignum: æqua eſt pyramidi cuius baſis eſt a e g triãgulum/ & vertex eſt h ſignum. ſub æquis enim & ſimilibus planis ſubſiſtunt. Quare & priſma cuius baſis quidem e b f g parallelogrammum/ ex oppoſito autem h k recta linea: maius eſt pyramide cuius baſis a e g triangulum/ vertex autem h ſignum. Priſma vero cuius baſis e b f g parallelogrammum/ ex oppoſito autem h k recta linea: ęquũ eſt priſmati cuius baſis g f c triangulũ/ ex oppoſito autẽ triangulum h k l. Pyramis autem cuius baſis quidem a e g triangulum/ vertex autem ſignum h: æqua eſt pyramidi cuius baſis h k l triangulum/ vertex autem eſt d ſignum. Prędicta igitur bina priſmata: maiora ſunt prædictis duabus pyramidibus quarum baſes ſunt ipſa a e g, h k l, triangula/ vertices autem ſunt h, d, ſigna. Tota igitur pyramis cuius baſis eſt triangulum a b c, vertex autem ſignum d: diuiditur in binas pyramides ſibi inuicem æquas & ſimiles toti' & in bina priſmata æqualia. & bina priſmata maiora ſunt q̃ totius pyramidis dimidium. Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

SI duæ pyramides æque altæ quarum baſes triangulę/ſin 4
gulæ in binas pyramides æquales ſibi inuicem ac toti ſi-
miles/ binaq; ſeratilia æqualia diuidantur : erit propor-
tio baſis vnius ad baſin alterius tanq̃ proportio duorum ſeratiliũ
ſuorum ad duo ſeratilia alterius. Eritq; palã: omnia ſeratilia quæ
fuerint in vtralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cũcta
ſeratilia quæ in altera pyramide fuerint / eandẽ habere propor-
tionem quã baſis eius pyramidis ad baſin alterius pyramidis.

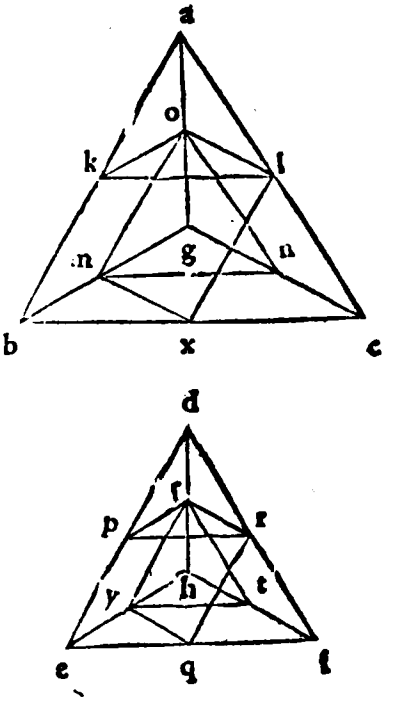


¶CAMPANVS. ¶Sint duæ pyramides quarum baſes triangulæ: æque altæ.
hæc quidem a b c d: cuius conus punctus a, baſis triangulus b c d, hypothenu
ſæ a b, a c, a d. illa vero e f g h: cuius conus punctus e, baſis triangulus f g h,
hypothenuſæ e f, e g, e h. hę autem duæ pyramides diuidantur : ſicut in præ-
miſſa. Sintq; baſes earum diuiſæ. Hæc quidem: protractis lineis latera baſis ip
ſius per æqualia diuidentibus/ quæ ſint k l & k m. illa vero: protractis lineis
quæ ſint n p, n q. Dico ergo q̃ proportio baſis b c d ad baſin f g h: eſt ſicut du
orum ſeratilium pyramidis a pariter acceptorum ad duo ſeratilia pyramidis e
pariter accepta. Manifeſtum eſt autem ex 18 ſexti parte ſecunda: q̃ proportio
trianguli b c d ad triangulum k m d, eſt ſicut lineæ b d ad lineam k d dupli-
cata. per eandem quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulum n q h:
ſicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq; ſit linea b d ad lineam k d
ſicut linea f h ad lineam n h (vtrobiq; enim eſt dupla proportio) erit trian-
gulus b c d ad triangulum k m d, ſicut triangulus f g h ad triangulum n q
h. & permutatim triangulus b c d ad triangulum f g h, ſicut triangulus k m d
ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h : eſt ſicut
ſeratile exiſtens ſuper ipſum ad ſeratile exiſtẽs ſuper illũ per 33 vndecimi. Hu
ius quoq; ſeratilis ad illud: eſt ſicut amborum ſeratiliũ pyramidis a pariter ac-
ceptorum ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti. neceſſe
eſt enim: vt ſit duplum ad duplum quẽadmodũ ſimplum ad ſimplum. Itaq; cõ
clude ex 11 quinti: quod propoſitum eſt. Dormitas autem: ſi dubitas ſeratilia
vnius harum pyramidum/ æque alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cum
enim ſint pyramides æque altæ/ ſit quoq; vtraq; earum diuiſa in duas pyrami
des æquales ſibi totiq; ſimiles & in duo ſeratilia æqualia/ & ſint duæ partiales
pyramides æque altæ eo q̃ ſimiles & æquales (quod facile patebit demiſſis a
verticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad baſes ipſarum / de
quibus perpendicularibus ex 37 vndecimi conſtat eſſe æquales) cumq; alti-
tudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componunt altitudi-
nem totalis pyramidis diuiſæ/ ſintq; ambo ſeratilia æque alta vni partialium
pyramidum ei videlicet quæ ſuper partialem triangulum baſis totalis pyrami-
dis componitur : non eſt fas ambigere ſeratilia vnius earum pyramidum eſ-
ſe æque alta ſeratilibus alterius earum. ¶Correlarium vero ex eo manifeſtum
eſt: q̃ ſimiliter baſes partialium pyramidum ſic ſe habeant adinuicem/ ſicut bi
na ſeratilia vnius ad bina ſeratilia alterius. Et quia baſes partialium ſic ſe ha-
bent adinuicem ſicut baſes totalium ex ſecunda parte 18 ſexti & permutata
proportione: conſtat ex 13 quinti verum eſſe quod correlarium proponit.

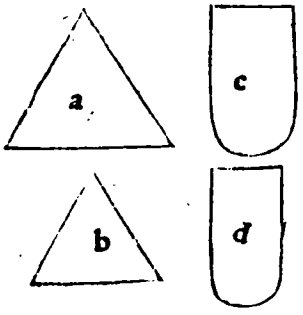
Eucli.ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

¶Si fuerint binæ pyramides ſub eadem altitudine/ triangulares 4
baſes habentes/ diuiſa vero fuerit vtraq; ipſarum in binas pyra-
mides adinuicem æquales & ſimiles toti & in bina priſmata æ-
qualia/ & in vtraq; factarum pyramidum is modus ſemper ſerue-
tur: erit ſicut vnius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin/
ſic quæ in vna pyramide priſmata omnia ad ea quę in altera py-
ramide priſmata æque multiplicia.

¶Sint binæ pyramides ſub eadē altitudine: triāgulares baſes habētes hoc eſt a b c, d e f, & faſtigia g, h, ſigna. Diuidaturq; ipſarum vtraq; in binas pyramides inuicē æquas & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia. Ipſarumq; factarū pyramidum vtraq; itidem intelligatur diuiſa. & hoc ſemper fiat. Dico q; eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic ſunt omnia priſmata q̄ in ipſa a b c g pyramide/ad ea quæ in d e f h pyramide priſmata æque multiplicia. Quoniā enim b x ipſi x c, & a l ipſi l c eſt æqualis: parallelus igitur eſt l x ipſi a b, & a b c triāgulū ipſi l x c triāgulo ſimile eſt. & id propterea iā triāgulū d e f: ſimile eſt ipſi r q f triangulo. Et quoniā b c ipſius c x dupla eſt, & e f ipſius f q: eſt igitur ſicut b c ad c x, ſic eſt e f ad f q. Deſcribunturq; ab ipſis quidē b c, c x, ſimiles ſimiliterq; poſitę rectilineę figurę a b c, l x c: ab ipſis autem e f, f q, ſimiles ſimiliterq; poſitę rectilineæ figuræ d e f, r q f. Si autē quatuor rectæ lineę proportionales fuerint: & q̄ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ/proportionales erunt. Eſt igitur ſicut a b c triangulū ad l x c triangulū: ſic eſt d e f triangulū ad r q f triangulū. viciſſim igitur per 16 quinti eſt ſicut a b c triangulū ad d e f triāgulum: ſic eſt l x c triangulum ad r q f triangulum. Sed ſicut l x c triangulū ad r q f triangulū: ſic priſma cuius baſis quidē eſt l x c triangulū/ ex oppoſito autē o m n, ad priſma cuius baſis eſt quidē r q f triangulū, ex oppoſito autem ſ t y. & ſicut igitur per 11 quinti a b c triangulum ad d e f triangulū: ſic eſt priſma cuius baſis quidē eſt l x c triangulū/ ex oppoſito vero o m n, ad priſma cuius baſis eſt r q f triangulū/ex oppoſito autem ſ t y. Et quoniā bina priſmata exiſtentia in ipſa a b c g pyramide inuicem ſunt æqualia/at quia bina priſmata exiſtentia in ipſa d e f h pyramide inuicē ſunt æqualia: eſt igitur ſicut priſma cuius baſis eſt b k l x parallelogrammū/ ex oppoſito vero m o recta linea / ad priſma cuius baſis eſt l x c triangulū ex oppoſito aūt o m n, ſic priſma cuius baſis p e r q, ex oppoſito vero ſ t, ad priſma cuius baſis r q f, ex oppoſito autē ſ t y. Cōponendo igitur per 18 quinti eſt ſicut k b l x o m, l x c m n o, priſmata ad l x c m n o priſma: ſic p e r q ſ t, r q f ſ t y, priſmata ad r q f ſ t y priſma. viciſſim igit̄ per 16 quiti eſt ſicut k b l x m o, x l c o m n, ad ipſa p e q r ſ t, r q f ſ t y, priſmata: ſic priſma l x c m n o ad r q f ſ t y priſma. Sicut autē l x c m n o priſma ad r q f ſ t y priſma: ſic oſtenſum eſt eſſe baſin l x c ad ipſam r q f, & baſin a b c ad baſin d e f. & ſicut igitur per 11 quinti triangulū a b c ad triangulū d e f: ſic bina priſmata quæ ſunt in a b c pyramide ad ea bina priſmata quæ ſunt in d e f g pyramide Similiter autē & reliquas pyramides eodem modo tra hemus: m n o g et ſ t y h. eritq; ſicut baſis m n o ad ſ t y baſin: ſic bina priſmata exiſtentia in ipſa m n o g pyramide ad bina priſmata exiſtentia in ſ t y h pyramide. Sed ſicut m n o baſis ad ſ t y baſin: ſic a b c baſis ad d e t baſin. & ſicut igitur per 11 quinti a b c baſis ad d e f baſin: ſic & bina priſmata exiſtentia in ipſa a b c g pyramide ad bina priſmata exiſtentia in d e f h pyramide/ & bina priſmata exiſtentia in m n o g pyramide ad bina priſmata exiſtentia in ipſa ſ t y h pyramide/ & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; oſtendentur in priſmatibus factis ex ipſarum a k l o & d p r ſ pyramidum diuiſione. & omnium ſimpliciter æque multipliciū. ¶Q; autē ſit ſicut l x c triangulū ad r q f triangulū/ ſic priſma cuius baſis l x c triangulū/ex oppoſito autē o m n, ad priſma cuius baſis quidē eſt r q f triangulū, ex oppoſito ſ t y: ſic oſtendēdū eſt. In eadem in q̄ deſcriptione intelligantur a g, d h, perpendiculares in ipſa a b c, d e f, triāgula plana. æquales autē ipſæ erūt: quoniā ęque ſublimes ipſæ ſupponunt pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ g c & quæ ex g perpēdicularis/a parallelis planis hoc eſt a b c, o m n, ſecātur: in eiſdē rationibus ſecabūtur p 17 vndecimi. & g c: bifariā ſecat a plano o m n, in ſigno n. & ppēdicularis igit̄ quę ex g: in triāgulū a b c planū bifariā ſecat a plano o m n. & id propterea & perpēdicularis q̄ ex h in d e f planū: bifariā ſecabitur ab ipſo ſ t y plano. Et ipſę a g, d h, ppendiculares in ipſa a b c, d e f, plana: ſunt æquales. Igitur & quæ ex m n o, ſ t y, triāgulis in ipſa a b c, d e f, plana perpendiculares: ſunt æquales. Priſmata igitur quorum baſes ſunt l x c & r q f triangula/ex oppoſito autē o m n, ſ t y: æque ſūt alta. Quare & ſolida parallelepipeda q̄ a p̄dictis priſmatibus deſcribūtur æque alta: adinuicem ſunt ſicut baſes. & dimidia igit̄ erūt ſicut l x c baſis ad r q f baſin: ſic p̄dicta priſmata adinuicē. Si binæ igitur pyramides ſub eadē fuerint altitudine: & quę ſequūtur reliqua. Quod erat oſtendendum.

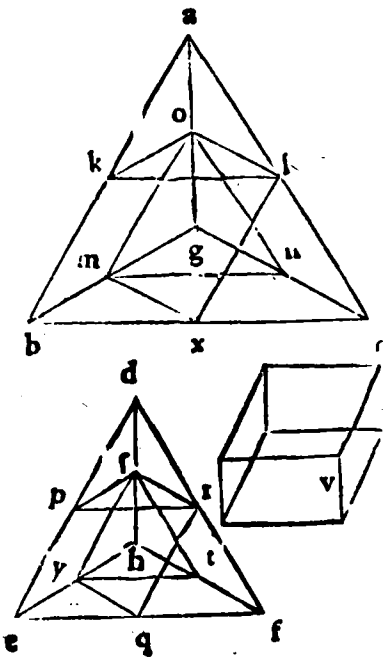


Eucli.ex Camp. Propoſitio 5.



OMnes duæ pyramides æque altę quarum baſes triangu 5
lę: ſuis baſibus ſunt proportionales.

¶CAMP. ¶Qđ 33 vndecimi propoſuit de ſolidis parallelogrãmis & in fine 36 vndecimi verũ eſſe demõſtrauimus de ſeratilibus: hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enĩ duæ pyramides æque altæ: quarum baſes ſunt duo trigoni a & b. dico q̃ proportio pyramidis a ad pyramidem b: eſt ſicut baſis a ad baſin b. quod eodem demõſtrationis vel argumentationis genere demõſtrandũ eſt: quo ſecũdã huius demonſtrauimus. Sit enim vt baſis a ad baſin b: ita pyramis a ad corpus c. de quo dico: q̃ ipſum nõ erit minus neq; maius pyramide b. Nã ſi poſſibile eſt vt ſit minus: eſto minus in ſolido d, vt pyramis b ſit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuiſa itaq; pyramide b vt proponit 3 huius/ detrahãtur ab ea duo ſeratilia quæ ex prẽmiſſa ſunt maius medietate pyramidis ipſius: itẽq; ex vtraq; duarum partialium reſiduarum pyramidum/ duo eatũ prædicto modo diuiſarum ſeratilia demantur. & fiat hoc toties: quouſq; ex pyramide b cogatur aduerſarius per 1 decimi confiteri relinqui minus ſolido d. eruntq; ex cõmuni ſcientia/ ſeratilia detracta: maius c. Fiat igitur a pyramide a, ſimilis ſeratilium detractio: & intelligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b. eritq; ex correlario p̃miſſę ſicut baſis a ad baſin b: ita ſeratilia detracta a pyramide a ad ſeratilia detracta a pyramide b. ſed ſic erat pyramis a ad corpus c, itaq; ſeratilia pyramidis a ad ſeratilia pyramidis b: ſicut pyramis a ad corpus c. & permutatim ſeratilia pyramidis a ad pyramidẽ a: ſicut ſeratilia pyramidis b ad corpus c. Cũq; ſint ſeratilia pyramidis b, maius corpore c: erunt ſeratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc eſt impoſſibile: non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enĩ poſito/ cum ſit proportio baſis a ad baſin b, ſicut pyramidis a ad corpus c: erit ecõuerſo baſis b ad baſin a, ſicut corporis c ad pyramidẽ a. eritq; eadem ex cõmuni ſciẽtia: pyramidis b ad aliquod corpus quod ſit d. ſequeturq; ex 14 quinti/ q̃ corpus d ſit minus pyramide a: eo q̃ pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur baſis b ad baſin a: ſicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonſtratũ eſt ſequi impoſſibile: videlicet ſeratilia detracta ab aliqua pyramide/ maius eſſe ea pyramide a qua detrahũtur. Ideoq; relinqtur corpus c eſſe ęquale pyramidi b, cũ nec minus ea poſſit eſſe nec maius: & propoꝛtionẽ pyramidis a ad pyramidẽ b eſſe ſicut baſis a ad baſin b. Hoc autẽ erat demonſtrandum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

¶Sub eodẽ faſtigio pyramides ſubſiſtentes/ triangularemq; baſin habentes: adinuicem ſeſe habent ſicut baſes. 5

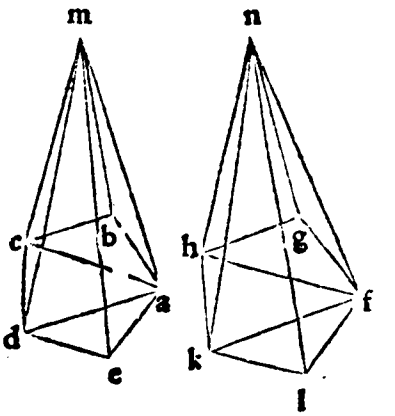
¶THEON ex Zamb. ¶Sint ſub eadẽ altitudine pyramides: quarũ baſes quidẽ ſint a b c, d e f, triangula/ faſtigia ſint g, h, ſigna. Dico q̃ eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic eſt a b c g pyramis ad d e f h pyramida. Si aũt nõ eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin, ſic a b c g pyramis ad d e f h pyramida: eſto ſic a b c g pyramis vel ad ſolidũ aliqđ minus ipſa d e f h pyramide/ vel ad maius. Sitq; prius ad minus aliqđ: ſitq; v. Diuidaturq; p 3 duodecimi ipſa d e f h pyramis: in binas pyramides æquas & toti ſimiles/ & in bina priſmata æqualia. tã bina priſmata; maiora ſũt q̃ totius pyramidis dimidiũ. et rurſus per eãdẽ q̃ fiunt ex pyramidis diuiſione: ſimiliter diuidantur. & hoc ſemper fiat: ex quo amplius nõ ſuperſint aliquę pyramides ab ipſa d e f h pyramide/ quin ſint minores exceſſu quo excedit d e f h pyramis ipſũ v ſolidũ. Accipiãtur: ſintq; rationis cauſa/ ipſæ d p r ſ & ſ t y h. reliqua igitur priſmata exiſtẽtia in ipſa d e f h pyramide: maiora ſũt ipſo v ſolido. Diuidatq; ꝑ præcedẽtẽ/ ipſa a b c g pyramis/ ſimiliter et eq̃ multipliciter ipſi d e f h pyramidi. Eſt igit ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic ꝑ ꝑcedẽtẽ q̃ i a b c g pyramide priſmata ad ea q̃ in d e f h pyramide priſmata. Sed et ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic a b c g pyramis ad v ſolidũ. Et ſicut igit per 11 quiti a b c g pyramis ad v ſolidũ: ſic priſmata q̃ in a b c g pyramide ad ea priſmata q̃ i d e f h pyramide, viciſſim igit ꝑ 16 quiti ſicut a b c g pyra

mis ad ea quæ in ipſa priſmata: ſic eſt v ſolidum ad ea quę in d e f h pyrami de priſmata. Maior autem eſt pyramis a b c g: eis quę in ſeipſa priſmatibus. Igitur & ſolidum v: maius eſt eis quę in pyramide d e f h ſũt priſmatibus. ſed & minus. Quod eſt impoſſibile. Igitur nõ eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic a b c g pyramis ad aliquod ipſa d e f h pyramide ſolidum minus. Similiter iã oſtendetur: q; neq; ſicut baſis d e f ad baſin a b c, ſic d e f h pyramis ad minus aliquod ſolidũ ipſa a b c g pyramide. ¶Dico iam: q; neq; eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin/ſic a b c g pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa d e f h pyramide. Si enĩ poſſibile: eſto ad maius v ſolidũ. Conuerſim igit eſt ſicut d e f baſis ad a b c baſin: ſic v ſolidum ad a b c g pyramidem. Sed ſicut v ſolidũ ad a b c g pyramidẽ: ſic d e f h pyramis ad minus aliquod ipſa a b c g pyramide. ſicut ãte oſtenſũ eſt. Et ſicut igitur per 11 quinti baſis d e f ad baſin a b c: ſic d e f h pyramis ad minus aliqđ ipſa a b c g pyramide. quod abſurdũ eſſe patuit. Non eſt igitur ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic a b c g pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa pyramide d e f h. Patuit autẽ q; neq; ad minus. Eſt igitur ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic a b c g pyramis ad d e f h pyramidẽ. Sub eodem igitur faſtigio: & quę ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 ¶Sub eadem altitudine pyramides exiſtentes/ multangulaſq; baſes habentes: adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.

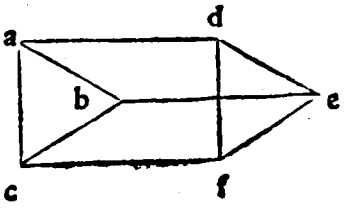
¶THEON ex Zãb. ¶Sint ſub eadẽ altitudie pyramides: multãgulas baſes habẽtes hoc eſt a b c d e, f g h k l, faſtigia vero m, n, ſigna. Dico q; eſt ſicut a b d e baſis ad f g h k l baſin: ſic eſt a b c d e m pyramis ad f g h k l n pyramida. Diuidatur enim ipſa a b c d e baſis in triangula a b c, a c d, a d: e & f g h k l in f g h, f h k, f k l, triangula. Intelligantur q; ab vnoquoq; triangulo: pryamides æque altæ eis quę in principio pyramidibus. Et quoniam eſt ſicut a b c triangulum ad a c d triangulum ſic eſt a b c m pyramis ad a c d m pyramida/ & cõponendo per 18 quinti ſicut a b c d trapezium ad a c d triangulum: ſic a b c d m pyramis ad a c d m pyramida/ ſed & ſicut a c d triãgulum ad a d e triangulum ſic a c d m pyramis ad a d e m pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut a b c d baſis ad a d e baſin: ſic a b c d m pyramis ad ipſam a d e m pyramida. & componendo rurſus per 18 quinti ſicut a b c d e baſis ad ipſam a d e: ſic a b c e m pyramis ad a d e m pyramida. Idq; propterea iam & ſicut f g h k l baſis ad f k l baſin: ſic & f g h k l n pyramis ad f k l n pyramida. Et quoniã binæ pyramides ſunt a d e m, f k l n, triangulas habentes baſes ac ſub eadem altitudine: eſt igitur per 5 duodecimi ſicut a d e baſis ad f k l baſin, ſic a d e m pyramis ad ipſã f k l n pyramida. Quoniã igitur ſicut a b c d e baſis ad a d e baſin ſic a b c d e m pyramis ad a d e m pyramida/ ſicut autem a d e baſis ad f k l baſin ſic a d e m pyramis ad f k l n pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti & ſicut a b c d e baſis ad f k l baſin/ſic a b c d e m pyramis ad f k l n pyramida. Sed & ſicut f k l baſis ad f g h k l baſin: ſic erat & f k l n pyramis ad f g h k l n, pyramida. & ex æquali rurſus per 22 quinti eſt ſicut a b c d e baſis ad f g h k l baſin: ſic a b c d m pyramis ad f g h k l pyramida. Sub eadem altitudine igitur: & quę ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 6.

6 OMne corpus ſeratile: in tres pyramides æquales baſeſq; triangulas habentes eſt diuiſibile.

¶CAMPANVS. ¶Sit ſeratile a b c d e f. ipſum dico eſſe diuiſibile in tres pyramides triangulas æquales. protrahatur enĩ in vnaq; ſua rũ triũ ſuperficierũ parallelogrãmarũ linea diagonalis: ita q; vna earũ diagonaliũ ſit cõterminalis reliquis duabus. Vt ſi protrahas lineas b d, b f, & f a: quas propter confuſionem protrahere cõtempſi. eritq; totum ſeratile in tres triangulas pyramides diuiſũ: quas ex præmiſſa bis aſſumpta facile cõſtat eſſe æquales.



¶CAMPANI additiones. ¶Quoniã autẽ Euclides nihil demõſtandum proponit de pyramidibus lateratis/ exceptis ſolis quarum ſunt baſes triangulæ: vt

omnium cognitionem ex elemẽtis quę ponit ſufficienter elicere poſſimus/quę da marbitramur non inutile demonſtrationibus hic poſitis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides: multa prætermiſit. quæ quãuis ex eis con ſequantur: non tamẽ ſine difficultate patent ſtudentibus. Horũ primũ eſt hoc.

¶Si duo ſolida (quorum alterum ſeratile/alterum vero pyramis cuius baſis triangula) ſuper eandem baſin aut ſuper æquales tri gonas/aut ſeratile ſuper quadrangulam pyramis vero ſuper trigo nam quæ quadrangulæ baſis ſeratilis ſit dimidium/conſtituta fue rint æque alta: ſeratile pyramidi triplum eſſe conueniet. 1

¶Si ſeratile propoſitũ fuerit ſuper baſin trigonã: tunc ex pyramide propoſita ſuper propriam baſin perficiatur ſeratile pyramidi propoſitæ æque altũ. Si ve ro ſeratile fuerit ſuper baſin quadrangulã: tunc baſi pyramidis adijciatur trian gulus. ex quo & baſi pyramidis perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterũ: ſuper quam ex ipſa pyramide compleatur ſeratile pyramidi æque altum. Quia igitur iſtud ſeratile ſeratili priori eſt æque altũ/et vtrorumq; baſes ſunt æquales ex hypotheſi: ſequitur ipſa eſſe ęqualia. hoc ei demõſtratũ eſt in 36 vndecimi. At quoniam ex 6 huius ſeratile ſecũdũ triplũ eſt ad pyramidẽ propoſitã / nam ipſa eſt vna ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur: erit quoq; per cõmunem ſcientiam propoſitum ſeratile triplum ad propoſitã pyramidẽ.

¶Si quotlibet pyramides quarum baſes triãgulę / ſuper vnam eã demq; baſin ſiue ſuper æquales conſtitutæ fuerint æque altæ: eas eſſe adinuicem æquales neceſſe eſt. 2

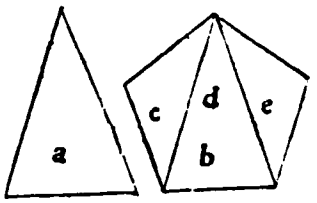
¶Fabricato enim vero ſeratili æque alto pyramidibus propoſitis/ ſuper baſin triangulã æqualẽ baſibus propoſitarũ pyramidũ aut ſup baſin quadrãgulã du plam baſibus earundem: erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas. hoc enim: conſtat ex prędmiſſa addita ſiue interpoſita. Igitur ex communi ſciẽ tia cunctæ propoſitæ pyramides: ſunt vt diximus adinuicem æquales.

¶Omnes pyramides quarum baſes triangulæ / æque altæ: ſuis baſibus ſunt proportionales. 3

¶Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum/aut ſuper alias trigonasę qua les/aut ſuper parallelogrammas duplas/ſeratilia ipſis pyramidibus æque alta: erũt ob hoc ſeratilia ſibi adinuicẽ æque alta. Et quia ipſa ſeratilia ſuis baſibus ſunt proportionalia vt probatum eſt in 36 vndecimi 33 ipſius mediante / cũq; ex prima harum additarum manifeſtum ſit hæc ſeratilia tripla eſſe ad propoſi tas pyramides/ vnũquodq; videlicet ad ſuam relatiuam/baſeſq; ipſorum ęqua les aut duplas eſſe baſibus ipſarum / ſicut autem ex 15 quinti triplum ad tri plum ita ſimplum ad ſimplum: erunt quoq; propoſitæ pyramides ſuis baſibus proportionales.

¶Si fuerint duæ quælibet pyramides æque altæ/fueritq; alterius baſis trigona / reliquæ autem tetragona aut plurilatera: pyrami des ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet. 4

¶Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ/ſuper duas baſes a & b: ſitq; baſis a triangula, b vero pentagona. Et dicantur hæ pyramides: a & b. Itaq; dico proportionem pyramidum a & b. eſſe ſicut baſium a & b. Diſtin guatur quidem pentagonus b: in tres triãgulos c, d, e. eritq; tota pyramis b: di ſtincta in tres pyramides æque altas/ quarum baſes ſunt trianguli c, d, e, quæ etiã dicãtur nominibus ſuarum baſium. Quia igitur ex præmiſſa interpoſita/ proportio pyramidis c ad pyramidẽ a eſt ſicut trigoni c ad trigonum a, & py ramidis d ad pyramidẽ a ſicut trigoni d ad trigonũ a, itẽq; pyramis e ad py ramidẽ a ſicut trigoni e ad trigonum a: ex 24. quinti bis aſſumptą ſequitur q; ſit proportio aggregati ex omnibus pxramidibus c, d, e (& ipſũ eſt pyramis b) ad pyramidem a, ſicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e (& ipſum eſt pentagonus b) ad trigonum a. Conſtat igitur quod volumus.



Zam. 6. ¶Omnes lateratæ pyramides æque altę: ſuis baſibus proportiona 5

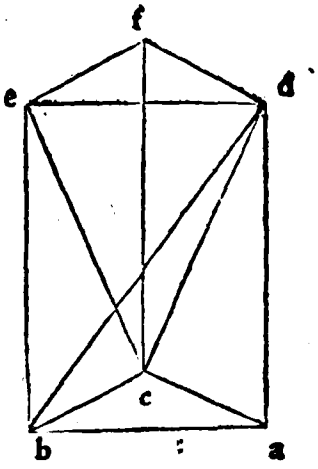
les esse probantur.

¶Si altera earum fuerit super basin trigonam: ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit polygonia: vtralibet ipsarum basiũ resoluta in triangulos/& ipsa pyramide in pyramides triangulas: erit ex præmissa interposita / proportio vniuscuiusq; harum triangularum pyramidũ, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquã/sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24. quinti quotiẽs oportet assũptã: cõstat vtrũ esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 ¶Omne prisma triangularem basin habens: diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas/triangulares bases habentes.

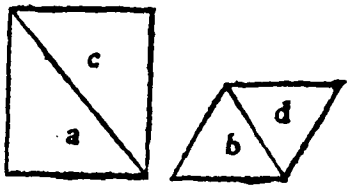
¶THEON ex Zãberto. ¶Sit prisma a b c d e f: cuius quidẽ basis sit a b c triãgulũ/ex opposito aũt d e f. Dico q; ipsũ a b c d e f prisma: diuidit in tres pyramides sibi inuicẽ æquas/triãgulares bases habẽtes. Cõnectãtur enĩ b d, e c, c d. Et quoniã a b d c parallelogrãmũ est/ eius aũt dimetiens est b d: triãgulũ igitur a b d ipsi e d b triangulo æquũ est. & pyramis igitur cuius basis quidem est a b d triangulũ, fastigiũ autẽ c signũ: æqualis est pyramidi cuius basis est triangulũ d e b, & vertex est signũ c. Sed pyramis cuius basis quidẽ est d e b triãgulum / vertex autem c signum: eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum e b c, & vertex d signũ. ab eisdẽ enim planis compræhenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ a b d, fastigiũ autẽ signum c: æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est a b c triangulũ/fastigium autem d signum. Rursus quoniam f c b e parallelogrãmũ est/dimetiẽs vero ipsius est e c: triangulũ c e f æquũ est ipsi c b e triangulo. & pyramis igitur cuius basis quidem est traingulũ b c e, fastigiũ autem d signum: est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulum e c f, vertex vero d signũ. Pyramis autem cuius basis quidem est b e c triangulum/vertex autem d signum: ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est a b d triangulum/ vertex autẽ signum c. & pyramis igitur cuius quidem basis est c e f triangulum/vertex autem d signum: æqua est pyramidi cuius basis quidem est a b d triangulũ/ vertex autem c signum. Igitur a b c d e f prisma: in tres pyramides æquas sibi inuicem diuiditur/triangulares bases habentes. Et quoniam pyramis cuius basis quidem est triangulum a b d, fastigium autem c signum/ eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum c a b, vertex autem signum d (sub eisdem namq; planis comprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangum a b d, vertex autem signum c, tertium esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulum a b c, ex opposito autem d e f: & pyramis igitur cuius basis est a b c triangulum/vertex autem d signum/tertiũ est prismatis cuius basis est triangulum a b c, ex opposito autem d e f. Omne igitur prisma: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat demonstrare.



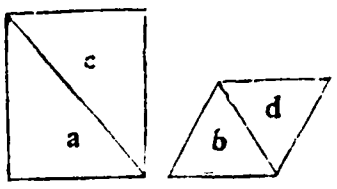
¶COROLLARIVM. ¶Ex hoc iã est manifestũ: q; omnis pyramis/tertia pars est prismatis eãdẽ eidẽ basin habẽtis & altitudinẽ æquã. * Quoniã & si alia quæpiam figura rectilinea habuerit bases prismatis & eadem ex opposito diuidatur in prismata triãgulares bases habentia: & ea quę ex opposito.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI duæ pyramides triangularum basium fuerint æquales: earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutuæ: easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.



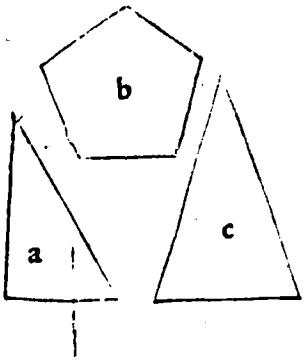
¶CAMP. ¶Quod trigesimaquarta & trigesimaquinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogrammis / & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hęc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habẽtibus bases triãgulas. Intelligãtur enĩ duæ pyramides æquales super duos trigonos vel triangulos a & b: quę dicãtur a & b. Dico itaq; q; proportio basis a ad basin b: est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et si hoc fuerit: dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigo-



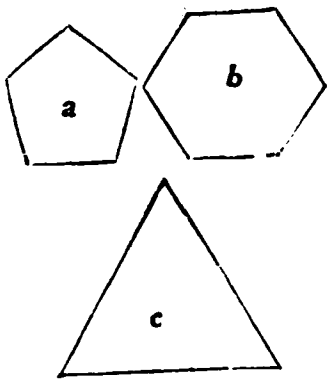
nis a & b, duo alij qui ſunt c & d: vt fiant ambæ ſuperficies a c & b d æquidiſtantium laterum, et ex ipſis pyramidibus ſuper baſes a c & b d, compleantur ſolida parallelogramma pyramidibus propoſitis æque alta quæ ſimiliter dicantur a c & b d. Manifeſtũ igitur eſt ex ſexta huius 12/q pyramis a eſt ſexta pars ſolidi a c: & pyramis b ſexta ſolidi b d. Itaq; ex 35 vndecimi argue propoſitum: primã quidẽ partem ex prima / ſecundam autem ex ſecunda.

¶CAMPANI additio.

¶Q7 ſi duæ quælibet pyramides lateratæ/ fuerint æquales: earũ baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero baſes earum altitudinibus ipſarum mutuæ fuerint: eadem pyramides æquales eſſe oportet.



¶Si baſes vtrarũq; fuerint triangulæ: demonſtratum eſt verum eſſe quod diximus. Si altera tantũ: ſit igitur a, baſiſq; alterius pyramidis ſit b. & ſumatur trigonus c æqualis polygonio b: fiatq; ſuper c, pyramis æquæ alta pyramidi quæ eſt ſuper b. & ſint a, b, c: æquiuoca nomina pyramidum & baſium. Quia igitur ex hypotheſi duæ pyramides a & b ſunt æquales/ & ex vltima interpoſitarum ad ſextã huius duę pyramides b & c ſunt æquales / ideoq; ex communi ſcientia duæ pyramides a & c æquales: igitur baſes earum ſunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; baſes b & c ſint æquales/ altitudines quoq; pyramidum b & c æquales: erunt ex prima parte & ſecunda 7 quinti/ baſes a & b mutuę altitudinibus pyramidũ a & b. ¶Secũda pars cõuerſo mõ probat. Nã ſi fuerit baſis a ad baſin b, vt altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a: erit ex 1 parte & prima 7 quinti/ baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. itaq; ex ſecunda parte huius 7 duę pyramides a et c: ſunt ęquales. quare per communẽ ſcientiam duæ quoq; pyramides a & b: ſunt æquales.



¶Si vero neutra propoſitarũ pyramidum fuerit trigona ſed vtraq; polygonia (verbi gratia altera pentagona/ altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b: ſumatur ſimiliter triãgulus c æqualis hexagono b, ſuper quem fiat pyramis æque alta pyramidi b. eruntq; duæ pyramides b & c æquales: ideoq; duæ quæ ſunt a & c etiam per conceptionem æquales. quare baſis a ad baſin c: ſicut altitudo pyramidis c ad altitudiuẽ pyramidis a. hoc enim: nuper demonſtratum eſt. Eſt ergo ex ſeptima quinti baſis a ad baſin b: ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. ¶Conuerſa conuerſo modo patet. Si enim baſis a ad baſin b fuerit vt altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a: erit quoq; ex ſeptima quinti baſis a ad baſin c, vt altitudo pyramidis c ad altitudinẽ pyramidis a. ideoq; (vt patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c: ęquales. quare ex cõmuni ſcientia & duæ quæ ſunt a & b: erunt etiam æquales. Et hoc eſt propoſitum

Euclí. ex Camp. Propoſitio. 8.

OMnium duarum pyramidum ſimilium quarum baſes triangulæ / eſt proportio alterius ad alteram: tanq̃ lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata. 8

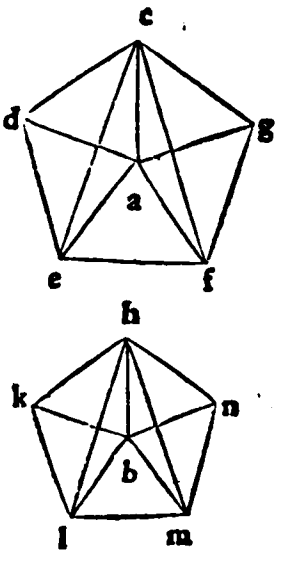
¶CAMPANVS. ¶Propoſitis duabus pyramidibus ſimilibus baſes triangulas habẽtibus/ ex ipſis perfice duo ſolida parallelogrãma: quẽadmodum dictũ eſt in demonſtratione præmiſſę. eruntq; hæc duo ſolida parallelogrãma ſimilia: eo q; pyramides ponuntur ſimiles adinuicem. nam duo ſolidi anguli qui ſunt communes pyramidibus & ſolidis parallelogrãmis: ſuperficialibus ãgulis numero & quantitate æqualibus continentur. & latera quoq; illos angulos ſuperficiales cõtinentia: ſunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres ſuperficies ſolidorũ parallelogrãmorum communes angulos ſolidos cõſtituentes: ſunt æquiangulæ & laterum proportionalium/ ideoq; ſimiles ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierum. quare ex 24 & 13 quinti cunctæ ſex ſuperficies horum duorum ſolidorum parallelogrãmorũ: ſunt ſimiles adinuicem. Igitur a diffinitione corporum ſimiliũ: erunt ipſa ſolida ſimilia. Quare cum proportio ſolidorũ & pyramidum ſit vna ex 15 quinti (nam ſolida ſunt ſexcupla pyramidibus ex ſexta

huius)cumq; ſit proportio ſolidorum vna ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 vndecimi libri/ ſunt autem latera ſolidorum eadem lateribus pyramidum: erit quoq; ex 11 quinti proportio propoſitarum pyramidum ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata. quod eſt propoſitum.

¶CAMPANI additiones.

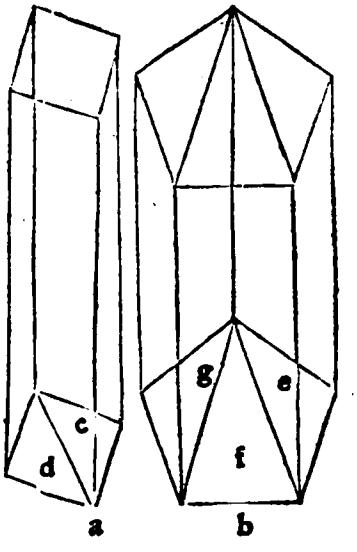
¶Q; ſi fuerint duę quælibet pyramides lateratę ſimiles: erit proportio alterius ad alteram ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

¶Sint duæ lateratæ pyramides quarum coni a & b, ſimiles: ſintq; ſuper baſes pentagonas quæ ſunt c d e f g, h k l m n. Dico q; proportio earũ: eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata. Conſtat enim ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierum & corporum: q; pentagoni qui ſunt baſes propoſitarum pyramidum/ ſibi adinuicem/ cũctiq; relatiui trianguli ipſas ambientes ſibi inuicem/ ſunt ſimiles. Diuidantur itaq; baſes ambarum in triangulos ſimiles & numero æquales prout 18 ſexti proponit eſſe poſſibile: protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa vero h l & h m. Dico igitur iſtas pyramides eſſe diuiſas in pyramides triangulas ſimiles & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l: quarum coni ſunt a & b. Cõſtat autem ex hypotheſi triangulum c a d eſſe ſimilẽ triangulo b h k; & triangulum d a e triãgulo k b l. Et quia etiã ex hypotheſi angulus d eſt æqualis angulo k, & latera c d & d e continentia angulum d ſunt proportionalia lateribus h k & k l continẽtibus angulum k: erunt ex 6 ſexti duo trianguli c d e & h k l æquianguli. ideoq; per 4 ſexti erit proportio c d ad h k; ſicut c e ad h l. Cũq; ex hypotheſi ſit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, ſicut c d ad h k: erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, ſicut c e ad h l. Igitur ex 5 ſexti & diffinitione ſimilium ſuperficierum: triangulus c a e erit ſimilis triangulo h b l. Manifeſtũ eſt itaq; ex diffinitione ſimiliũ corporum: q; pyramis a c d e eſt ſimilis pyramidi b h k l, ſimiliter quoq; conſtat pyramidem a c e f eſſe ſimilem pyramidi b h l m: & pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l eſt ſicut lateris c d ad latus h k triplicata/ etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m ſicut e f ad l m triplicata/ ac etiam pryamidis a c f g ad pyramidem b h m n ſicut c g ad h n triplicata: cum ſit ex hypotheſi proportio e f ad l m, & c g ad h n, ſicut c d ad h k, ſequit ex 13 quinti vt proportio totalium pyramidum a & b ſit ſicut vnius harum partialium ad aliam vnam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti conſtat verum eſſe quod diximus.



¶Omnes colũnæ lateratæ æque altæ: ſuis baſibus ſunt proportionales.

¶Verum eſt quod dicitur: ſuper qualeſcũq; baſes polygonias ſint colũnę. Columnas autem lateratas: vocamus ſolida corpora laterata quorum baſes & ſuperficies ſupremæ ſunt ſimiles & æquales/ cunctæ vero reliquæ ſuperficies ipſa ſolida circunſtãtes ſunt æquidiſtantium laterum. Talium autem ſolidorum prima ſpecies eſt ſeratile: quãdo ſuper vnã ſuarum trilaterarum ſuperficierum intelligitur eſſe ſtatutum. ſecunda vero ſpẽs eſt colũna: cuius baſis ſit quadrilatera quã ex duobus ſeratilibus neceſſe eſt eſſe compoſitã, & tertia eſt cuius baſis eſt pentagona: & ipſa ex tribus ſeratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q; omnis laterata colũna in tot corpora ſeratilia poteſt diſtingui: in quot triangulos ſua baſis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, conſtitutæ ſuper duas baſes a & b: æqueq; altæ. dico q; proportio colũnarum a & b: eſt ſicut baſiũ a & b. Diſtinguantur nãq; hæ baſes in triangulos: & hæ colũnæ in ſeratilia. baſis quidem a quæ ponatur eſſe quadrangula/ in duos trigonos ſcilicet c & d: & colũna a, in duo ſeratilia c & d. baſis vero quæ ſit pentagona/ diſtinguatur in tres trigonos e, f, g: & colũna b, in tria ſeratilia quę ſimiliter vocẽtur e, f, g. Manifeſtum eſt igitur ex iis quę in 36 vndecimi dicta ſunt: q; proportio ſeratilis c ad ſeratile e, eſt ſicut baſis c ad baſin e. & iterum ſeratilis d ad ſeratile e: ſicut baſis d ad baſin e. quare per 24 quinti erit colũnę a ad ſeratile e: ſicut baſis a ad baſin e. Eadem ratione erit colũna a ad ſeratile f: ſicut baſis a ad baſin f. At rurſus colũnæ a ad ſeratile g: ſicut baſis a ad baſin g. Igitur ex 24 quinti



quoties neceſſe fuerit aſſumpta facile concludes propoſitum. ¶ Conſtat itaq; ex hoc: q; omnes columnæ lateratę ſuper eandem baſin vel ſuper æquales cõſtitutæ ſi fuerint æque altę/ erũt æquales. Cũ enĩ (vt proximo probatũ eſt) æque altæ colũnæ lateratæ ſint ſuis baſibus proportionales/ ponantur autem baſes eſſe aut eædem aut æquales: neceſſe eſt ex 24 quinti vt etiam columnæ ſint æquales. ¶ Conſtat quoq; q; ſi fuerint quælibet ſolida parallelogramma ſeratilia & lateratæ columnæ æque altæ/ ipſa quoq; ſuis baſibus proportionalia eſſe neceſſario comprobantur. Omnia enim hæc: ſpecies ſunt lateratarũ colũnarũ/ de quibus paulo ante vniuerſaliter probatum eſt verũ eſſe quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna: tripla eſt ad ſuam pyramidem.

¶ Diſtinguatur baſis colũnę in triangulos: & ſecundum numerũ triangulorum illorum diſtinguatur columna in ſeratilia/ & pyramis columnæ in pyramides habentes baſes triangulasq; videlicet ſunt baſes ſeratilium. Cõſtat itaq; vnũ quodq; ſeratile ad eam pyramidem quæ ſuper eandem baſin cum ipſo ſeratili conſiſtit: triplũ eſſe. hoc enim: demõſtratũ eſt in ſexta huius duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia ſeratilia pariter accepta: ad omnes pyramides pariter acceptas neceſſe eſt eſſe triplum. Cumq; ex omnibus ſeratilibus pariter acceptis columna/ et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ/ perficiantur: conſtat veram eſſe hanc noſtram propoſitionem.

¶ Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales: earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero baſes earum & altitudines mutuæ fuerint: eaſdem columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

¶ Si enim columnæ ſint æquales: earum pyramides erunt æquales / eo q; omnis laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem. Si autem pyramides fuerint æquales: ſuę baſes ſuis altitudinibus mutuæ erunt/ quemadmodum demonſtratum eſt in ſeptima huius. Quia igitur columnarum ſuarũq; pyramidũ eędẽ ſunt baſes/ & altitudines ſunt eędem: cõſtat prima pars propoſiti. ¶ Sint igitur & altitudines propoſitarum columnarum lateratarũ mutuæ. Dico q; columnæ erunt æquales. Cum enim eædem ſint baſes eædemq; altitudines colũnarum ſuarum pyramidum: erunt baſes & altitudines pyramidum propoſitarum columnarum mutuæ. Si hoc vt poſitum eſt/ verũ fuerit de columnis: erũt quoq; pyramides æquales prout in ſeptimo huius demonſtratũ eſt. igitur & & columnæ æquales: cum ipſæ triplæ ſint ad ſuas pyramides. Quare patet ſecunda pars eius quod propoſitum eſt.

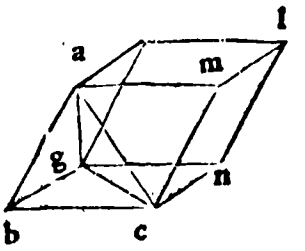
¶ Omnium duarum columnarũ lateratarũ ſimilium eſt proportio alterius ad alteram: tanq̃ lateris ad ſuum relatiuum latus proportio triplicata.

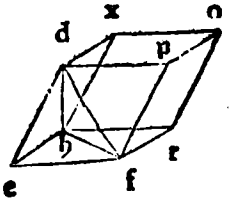
¶ Si columnæ fuerint ſimiles: erunt ex diffinitione ſimilium corporum/ baſes earum cæteræq; ſuperficies eas ambientes/ ſimiles. Diuidantur itaq; baſes earum in triangulos ſimiles & numero æquales/ quemadmodum 18 ſexti proponit eſſe poſſibile: & ipſæ columnę diuidantur in ſeratilia ſuper hos triangulos exiſtẽtia. Stude igitur probare ſeratilia vnius/ ſuis relatiuis ſeratilibus alterius eſſe ſimilia: quod facile probabis ex hypotheſi & ſexta & quarta & quinta ſexti / & ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum. Hoc autem probato/ erit ex 36 vndecimi proportio vniuſcuiuſq; ſeratilis vnius ad ſuum relatiuum ſeratile alterius: ſicut ſui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum eſt proportio vna/ cum cuncta ſeratilia vnius ſint ſimilia ſuis relatiuis ſeratilibus alterius: ſequitur ex vndecima quinti vt cunctorum ſeratilium vnius ad ſua relatiua ſeratilia alterius ſit proportio vna. Quare per 13 quinti quę eſt proportio vnius ſeratilis ad ſuũ ſeratile relatiuũ alterius: eadẽ eſt omnĩũ pariter acceptorũ ad omnia pariter accepta. Et quia vtrobiq; omnia ſeratilia pariter accepta componunt columnas/ & relatiua latera ſeratilium ſunt relatiua latera columnarum: neceſſe eſt ex vndecima quinti vt proportio columnarum ſit ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 8. Propoſitio 8.

8 Camp. 8 ¶ Similes pyramides/triangulares baſes habentes: in triplici ſũt ratione eiuſdem rationis laterum.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint ſimiles & ſimiliter poſitæ pyramides: quarum baſes quidem ſunt a b c, d e f, triangula/faſtigia vero ipſarum ſint g, h, ſigna. Dico q̃ a b c g pyramis ad d e f h pyramidem/triplã habet rationẽ: q̃ b c ad e f. Compleantur enim b g m l, e h p o, ſolida parallelepipeda. Et quoniã pyramis a b c g ſimilis eſt ipſi d e f h pyramidi: æqualis igitur eſt angulus qui ſub a b c ei qui ſub d e f angulo/& qui ſub g b c ei qui ſub h e f, & qui ſub a b g ei qui ſub d e h. eſtq̃ ſicut a b ad d e: ſic eſt b c ad e f, & b g ad e h. Et quoniã eſt ſicut a b ad d e ſic b c ad e f, & circũ æquos angulos latera ſũt proportionalia: igitur b m parallelogrãmũ ipſi e p ſimile eſt parallelogrãmo. & id propterea & b n, ipſi e r ſimile eſt: & b k ipſi e x. Tria igitur m b, b k, b n: tribus e p, e x, e r, ſunt ſimilia. Sed tria quidẽm b, b k, b n, tribus quæ ex oppoſito ſũt ſimilia: & tria e p, e x, e r, æqua & ſimilia ſunt tribus quę ex oppoſito. ipſa igitur b g m l, e h p o, ſolida parallelepipeda: ſub ſimilibus planis æque multiplicibus cõprę henduntur. Igitur b g m l: ipſi e h p o ſolido ſimile eſt. Similia autẽ ſolida parallelepipeda: in triplici ſunt ratione eiuſdẽ rationis laterum per 33 vndecimi. Igitur b g m l ſolidum ad e h p o ſolidum triplam habet rationem: q̃ eiuſdem rationis latus b c ad eiuſdem rationis latus e f. Sicut autem b g m l ſolidum ad e h p o ſolidum/ſic a b c g pyramis ad d e f h pyramida: quoniã pyramis ſexta pars eſt ſolidi. ac per hoc/& priſma dimidiũ exiſtens ſolidi parallelepipedi: triplum eſt ipſius pyramidis. & a b c g igitur pyramis ad d e f h pyramida triplam rationem habet: q̃ b c ad e f. Quod demonſtraſſe oportuit.

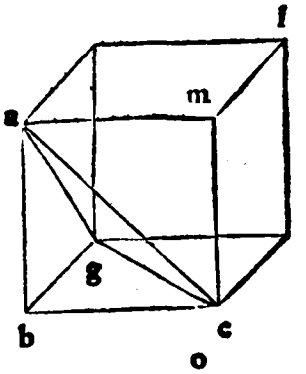


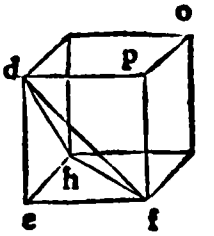


¶ COROLARIVM. ¶ Ex hoc nempe eſt manifeſtum: q̃ & multangulas baſes habentes ſimiles pyramides/ adinuicem in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. Diuiſis enim ipſis in ipſas pyramides/triangulares baſes habentes: & ſimilia polygona baſium in ſimilia triangula diuiduntur/ & in æque multiplicia/& eiuſdem rationis totis. eritq̃ ſicut in altera vna pyramis triangularem habens baſin ad eam vnam baſin triangularem habentem in altera pyramide: ſic & omnes pyramides in altera pyramide triangulares baſes habentes/ad pyramides exiſtentes in altera pyramide & habentes triangulares baſes. Hoc eſt. Pyramis ipſa polygonam baſin habens ad pyramida baſin polygonam habentem/& pyramis triangularem baſin habens ad pyramida triangularem baſin habentem: in triplici eſt ratione eiuſdem rationis laterum. Et polygonam igitur baſin habens: ad ſimilem baſin habentem/ triplam habet rationem q̃ latus ad latus.

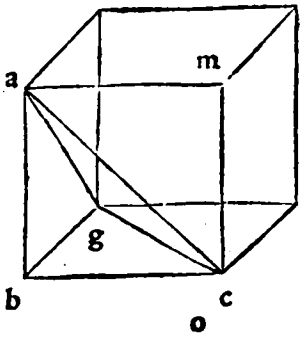
Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

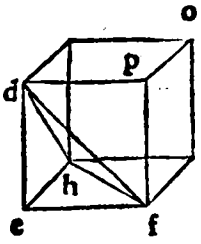
9 Camp. 7 ¶ Aequalium pyramidum & triangulares baſes habentium: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides/triangulares baſes habẽtes/ quarum reciprocæ ſunt baſes verticibus: ſunt æquales.





¶ THEON ex Zãb. ¶ Sint enim æquę pyramides a b c g, d e f h: triangulares baſes habentes a b c, d e f, faſtigia vero g, h, ſigna. Dico: q̃ ipſarum a b c g, d e f h, pyramidum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. & eſt ſicut baſis a b c ad baſin d e f: ſic eſt ipſius d e f h pyramidis faſtigium ad ipſius a b c g pyramis faſtigium. Compleantur inq̃ ipſa b g m l, e h p o, ſolida parallelepipeda. Et quoniam pyramis a b c g æqualis eſt ipſi d e f h pyramidi/eſtq̃ ipſius quidem a b c g pyramidis ſexcuplũ ipſum b g m l ſolidum / ipſius autem d e f h ſolidum e h o p ſexcuplum eſt: igitur ſolidum b g m l, ipſi e h o p ſolido æquũ eſt. Aequalium autem ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus p 34 vndecimi. Eſt igitur ſicut b m baſis ad e p baſin: ſic eſt ipſius e h o p ſolidi faſtigium ad ipſius b g m l ſolidi faſtigium. Sed ſicut quidem m b baſis ad e p baſin: ſic a b c triangulum ad d e f triangulũ. Et ſicut igitur per 11 quinti triangulum a b ad triangulum d e f: ſic ipſius e h p o ſolidi altitudo ad ipſius b g m l ſolidi altitudinem. Sed ipſius e h p o ſolidi altitudo/ eadẽ eſt



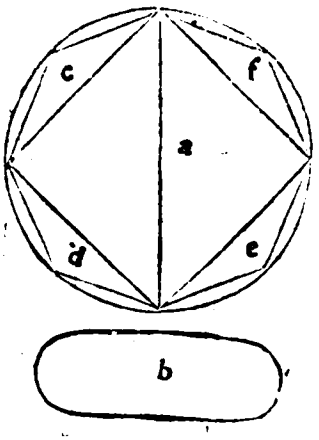


1 ipſi ipſius d e f h pyramidis altitudini: & ipſius b g m l ſolidi altitudo / eadem eſt ipſi ipſius a b c g pyramidis altitudini. Eſt igitur ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic ipſius d e f h pyramidis altitudo ad ipſius a b c g pyramidis altitudinem. Ipſarum igit̃ a b c g, d e f h, pyramidum: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. ¶ Sed iã ipſarũ a b c g, d e f h, pyramidum reciproce ſint baſes altitudinibus: eſtoq; ſicut a b c baſis ad d e f baſin / ſic ipſius d e f h pyramidis faſtigium ad ipſius a b c g pyramidis faſtigium. Dico: q; pyramis a b c g, æqualis eſt ipſi d e f h pyramidi. Eiſdem nãq; diſpoſitis / quoniam eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin ſic eſt ipſius d e f h pyramidis vertex ad ipſius a b c g pyramidis verticẽ / ſed ſicut a b c baſis ad ipſã d e f baſin ſic b m parallelogrãmũ ad e p parallelogrãmũ: & ſicut igit̃ per 11 quinti b m parallelogrãmũ / ad e p pallelogrãmũ ſic eſt ipſius d e f h pyramidis faſtigiũ ad ipſius a b c g pyramidis faſtigiũ. Sed ipſius quidẽ d e f h pyramidis vertex / eſt idẽ ipſius e h p o pallelepipedi vertici: & faſtigium ipſius a b c g pyramidis, idẽ eſt ipſius b g m l parallelepipedi altitudini. eſt igit̃ ſicut b m baſis ad e p baſin: ſic ipſius e h p o parallelepipedi altitudo ad ipſius b g m l parallelepipedi altitudinem. Solida vero parallelepipeda quorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus: ſunt æqualia per 34 vndecimi. Igitur ſolidum parallelepipedum b g m l: ipſi e h p o ſolido parallelepipedo eſt æquale. Eſtq; ipſius quidẽ b g m l parallelepipedi / pyramis a b c g ſexta pars: ipſius autem e h p o paralleepipedi / ſexta pars eſt pyramis d e f h. Igitur pyramis a b c g: ipſi d e f h pyramidi eſt æqualis. Aequalium igitur pyramidum & triangulares baſes habentium: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triangulares baſes habentes quarum baſes verticibus ſunt reciprocæ: ſunt æquales. Quod oſtendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 OMnis columna rotunda: pyramidi ſuę tripla eſſe cõprobatur.

¶ CAMPANVS. ¶ Supra circulum a, intelligantur vna columna & vna pyramis / ſecundum eandem ſuam altitudinem erectæ: dicanturq; æquiuoce ipſa pyramis & columna & circulus / nomine vno ſcilicet a. Dico itaq;: q; columna a, eſt tripla ad pyramidem a. Cuius probatio eſt. Quia ne q; maior neq; minor poteſt eſſe: q̃ tripla. Sit enim primũ (ſi poſſibile eſt) maior q̃ tripla / quãtitate corporis b: ita q; ſi b corpus dematur de columna a, erit reſi duum eius triplum ad pyramidem a. Inſcribatur ergo quadratum circulo a: ſuper quod erigantur duo ſeratilia æque alta columnæ a. de quibus duobus ſeratilibus pariter acceptis cõſtat: q; ipſa ſunt plus medietate columnę a / quemadmodum ipſum quadratum conſtat eſſe plus medicate circuli a. ſi enim ex ipſis ſeratilibus perficiantur ſolida parallelogramma quorum ipſa ſunt medietates: erit ipſa columna pars ipſorum duorum ſolidorum pariter acceptorũ. Deinde ſuper latera quadrati inſcripti perficiam quatuor triangulos duum æqualiũ laterum in portionibus circuli / quarũ portionum latera quadrati ſunt chordę: diuiſis arcubus illarum portionũ per æqualia. & ſint illi trianguli c, d, e, f, ſuper quos etiã erige ſeratilia ad altitudinem colũnę a. Et manifeſtũ eſt: q; hęc ſeratilia ſunt maius medietate portionum columnæ ſuper portiones circuli eõ ſiſtentium / quemadmodum & ipſi trianguli ſunt ſunt maius medietate portionum circuli. Fiat autem hoc toties: quouſq; per primã 10 cogatur aduerſarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas eſſe minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia ſeratilia pariter acceptæ quorũ baſes ſunt trianguli diuidentes polygonium inſcriptum circulo a: maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipſa laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem ſicut demonſtratum eſt in eis quæ præmiſſa ſunt: ſequitur ex ſecunda parte 10 quinti libri vt rotunda pyramis a ſit minor laterata pyramide laterateę colũnæ cuius baſis eſt inſcriptum polygonium baſi rotundæ pyramidis a. quod eſt impoſſibile. eſt enim pyramis laterata: pars ipſius pyramidis rotundæ. Non eſt igitur pyramis a: minus tertia parte ſuæ colũnę. ¶ Sed nec plus tertia. Si enim poſſibile eſt: ſit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quãtitate corporis b, ita q; detracto corpore b de pyramide a: ſit reſiduum ipſius

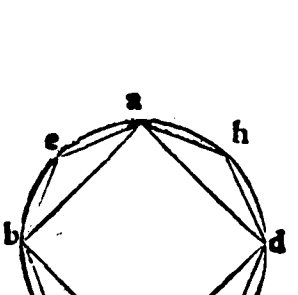


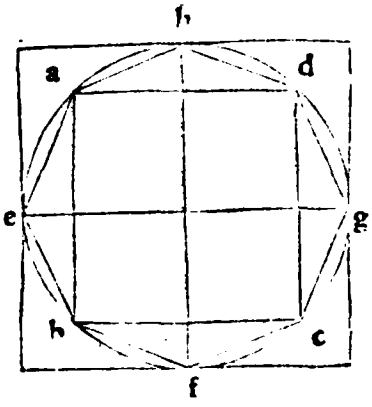
pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius/ ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata ſibi æque alta cuius baſis ſit quadratum circulo a inſcriptum: quam lateratam pyramidem cõſtat eſſe plus dimidio pyramidis rotundæ. Itẽ de reſiduo pyramidis a, rurſus intelligantur detrahi pyramides ęque altę: ſtatutę ſuper triãgulos c,d,e,f, qui ſunt in portionibus baſis. & hoc toties fiat: vt ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inſcripto polygonio ſuperſtans/ quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ: maius tertia parte rotundę columnæ a. Et quia vt probatũ eſt in præcedentibus/ hæc pyramis laterata eſt tertia pars ſuæ columnæ lateratæ a: ſequitur denuo ex ſecunda parte 10 quinti columnã rotundam a eſſe minorem columna laterata eiuſdem altitudinis cuius baſis eſt polygonium baſi rotundæ pyramidis inſcriptum. Hoc autem impoſſibile. nam hæc columna laterata: pars eſt columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non poſſit eſſe minus triplo ſuæ pyramidis/ neq; maius: erit neceſſario tripla ad eam. Quod demonſtrare volumus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

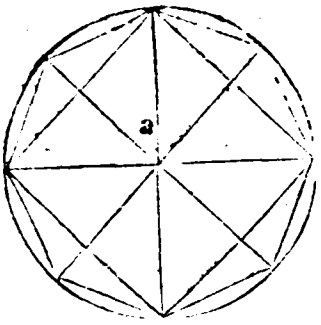
10 ¶Omnis conus: cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſin habentis & æquale faſtigium

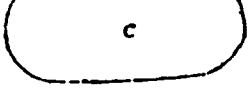
¶THEON ex Zãb. ¶Habeat enim conus: cylindro baſin eandẽ hoc eſt circulum a b c d, & æquale faſtigium. Dico q; conus/ cylindri tertia pars eſt: hoc eſt q; cylindrus/ coni triplus eſt. Si autem cylindrus/ coni non eſt triplus: erit cylindrus/ cono aut maior q̃ triplus/ aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et deſcribatur per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Iam quadratum a b c d: maius eſt q̃ dimidiũ ipſius circuli a b c d. Cõſtituatur ab ipſo a b c d quadrato: priſma æque altum ipſi cylindro. Iam conſtitutum priſma: maius eſt q̃ ipſius cylindri dimidium. quoniam & ſi ipſi circulo a b c d, quadratum circunſcribamus: quadratum in ipſo orbe a b c d deſcriptum, circunſcripti dimidiũ eſt. & ab ipſis cõſtituta ſunt: æque alta ſolida parallelepipeda priſmata. priſmata igitur ipſa: adinuicem ſunt ſicut baſes. Et priſma igitur ſtãs in ipſo a b c d quadrato: dimidium eſt etus priſmatis quod conſtituitur a quadrato ipſi circulo a b c d circũſcripto. Et cylindrus: ipſo priſmate quod fit a quadrato circũſcripto ipſi circulo a b c d, minor eſt. Igitur priſma a quadrato a b c d conſtitutũ/ ipſi cylindro ęque altũ: maius eſt dimidio ipſius cylindri. Secẽtur p 30 tertij ipſę a b, b c, c d, d a, circũferentię bifariã in e, f, g, h, ſignis: & connectantur ipſę a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. & vnũquodq; igit ipſorũ a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulorum: maius eſt q̃ dimidiũ eius quod circũ ſeipſum ipſius a b c d circuli ſegmenti/ ſicut ante oſtendimus. Conſtituantur ab vnoquoq; ipſorũ a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorũ: priſmata æque alta ipſi cylindro. et vnumquodq; igitur ipſorum conſtitutorum priſmatum: maius eſt q̃ dimidia pars per ſeſe ipſius ſegmenti circuli. quoniam ſi per e, f, g, h, ſigna parallelos ipſis a b, b c, c d, d a, ducamus/ compleamuſq; quæ in ipſis a b, b c, c d, d a, parallelogramma/ & ab ipſis conſtituamus ſolida parallelepipeda ipſi cylindro æque alta: vniuſcuiuſq; conſtitutorum dimidia ſunt priſmata quæ in a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulis. & ſunt ipſius cylindri deſectiones: minores ipſis ſolidis parallelepipedis conſtitutis. Itaq; etiam quę in a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulis priſmata: maiora ſunt q̃ dimidiũ per ſeſe cylindri ſegmentorũ. Diſpeſcẽtes iã per 30 tertij relictas circũferẽtias diuidue/ & cõnectẽtes rectas lineas/ excitãteſq; ab vnoquoq; ipſorum triangulorum priſmata æqualis faſtigij ipſi cylindro/ & hoc ſemper efficiẽtes: relinquemus quaſdam deſectiones ipſius cylindri quæ erũt minores exceſſu quo excedit cylindrus triplũ coni. Reliquãtur: ſintq; e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Reliquũ igit priſma cuius baſis quidẽ eſt a e b f c g d h multangulum/ faſtigiũ aũt idẽ cũ cylindro: maius eſt q̃ triplũ coni. Sed priſma cuius baſis quidem eſt a e b f c g d h multangulum/ faſtigiũ autẽ idẽ cum cylindro: pyramidis triplũ eſt cuius baſis quidẽ eſt a e b f c g d h multangulum/ faſtigium vero idẽ quod & cono. & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt a e b f c g d h multangulũ/ vertex autem idem qui cono: maior eſt cono habente baſin circulum a b c d. Sed & minor. cõprehenditur etenim ab ipſo. Quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur cylindrus: cono maior q̃ triplus.

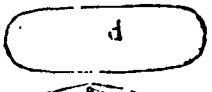


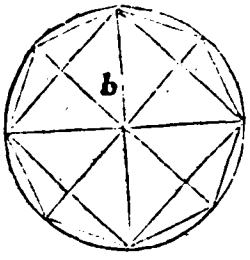


¶Dico insuper: q̄ neq̄ minor q̄ triplus est cylindrus cono. Si enim possibile: sit minor q̄ triplus/ cylindrus cono. Cōuersim: conus cylindro maior est q̄ tertia pars. Describatur iam per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Igitur quadratum a b c d: maius est q̄ dimidiū ipsius a b c d circuli. Constituatur ab ipso a b c d quadrato/ pyramis: idē ipsi cono habens fastigiū. Igitur pyramis constituta: maior est q̄ dimidium coni. quoniam (sicut ante ostendimus) quando ipsi circulo quadratum inscribimus: quadratum a b c d, circūscripti dimidiū est. & si quadratis solida parallelepipeda constituamus æque alta ipsi cono/ quæ & prismata appellantur: erit constitutum ab ipso a b c d quadrato/ dimidiū eius quod cōstituitur a circūscripto quadrato. adinuicē enim sunt vt bases. Quare et tertia pars. Et pyramis igitur cuius basis a b c d quadratū: dimidium est pyramidis cōstitutæ ad quadratum ipsi orbi circūscriptū. & pyramis constituta a circa circulū quadrato: cono quē cōprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis a b c d quadratum/ fastigium autem idem quod & cono: maior est q̄ coni dimidium. Secentur per 30 tertij a b, b c, c d, d a, circūferentiæ bifariam in e, f, g, h, signis: & connectantur a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Vnūquodq; igitur ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorum: maius est q̄ pars dimidia per sese segmenti circuli a b c d. Constituantur nēpe ab vnoquoq; ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulorum: pyramides idem ipsi cono habētes fastigium. & vnaquæq; igitur constitutarū pyramidū eodē modo: maior est q̄ dimidia pars per sese segmenti ipsius coni. Secātes iam per 30 tertij relictas circūferentias diuidue/ & cōnectentes rectas lineas/ & excitātes ab vnoquoq; triangulorum pyramida idem ipsi cono fastigiū habentem/ & hoc semper efficientes: relinquemus quædam coni segmenta quę erunt minora excessu quo excedit conus tertiam partem cylindri. Relinquantur: & sint a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a, Reliqua igitur pyramis cuius quidem basis est a e b f c g d h multangulum/ vertex autem idem qui cono: maior est q̄ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulū/ vertex autē idē qui cono: tertia est pars prismatis cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulum/ fastigium autem idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidem est a e b f c g d h multāgulū/ fastigiū autem idem ipsi cylindro: maius est cylindro cuius quidem basis est circulus a b c d. Sed & minus. comprehenditur nāq; ab eo, quod est impossibile. Cylindrus igitur: cono minor non est q̄ triplus. Patuit autem: q̄ neq; maior q̄ triplus. triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus: cylindri tertia pars est. Omnis igit conus: cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium. Quod fuerat ostendendum.









Euclí. ex Camp. Propositio 10.

OMnium duarum rotundarum pyramidum similium/ columnarumve rotundarum similium est proportio alterius ad alteram: tanq̄ diametri suæ basis ad diametrum basis alterius proportio triplicata. 10

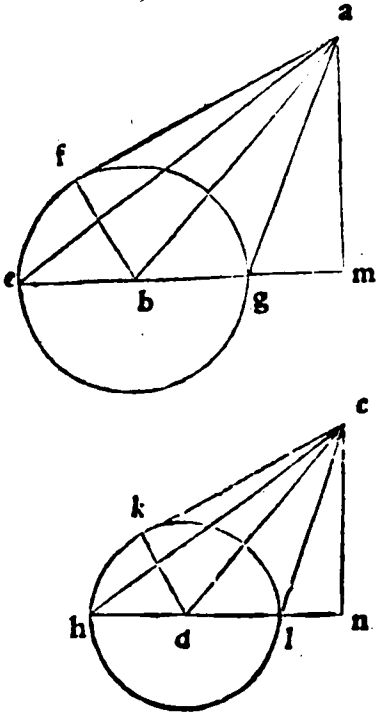
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundę pyramides similes/ duęq; columnę rotundę similes: & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorum: his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; q̄ proportio duarum pyramidum a & b, duarūq; columnarū a & b: est sicut duarum diametrorum a & b proportio triplicata. Hoc autem si de pyramidibus cōstiterit: de columnis quoq; constabit ex 15 quinti/ cum omnis columna rotunda sit ex præmissa/ tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per cōmunem scientiam positam in principio secundæ demonstrationis huius 12 libri/ quę proportio diametri a ad diametrum b triplicata: eadem pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c: de quo dico q̄ ipsum non potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantitate corporis d: ita q̄ duo corpora c & d pariter accepta sint quātum pyramis b. Itaq; quem admodum in secunda parte præmissæ/ ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta/ cuius basis sit quadratum inscriptum circulo

b: et ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdem altitudinis cõſiſtentes ſu per trigonos portionum circuli b. fiat itaq; hoc toties: quouſq; cogente prima 10/ ſit reſiduum pyramidis b minus corpore d. eritq; ex communi ſcientia/ la terata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detractæ: ma ius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo a, polygonium ſimile illi: quod eſt baſis lateratæ pyramidis detractæ a pyramide b. & ad angulos huius polygonij in ſcripti circulo a, demitte lineas a cono pyramidis a: perficiens ſuper illud poly gonium/ lateratam pyramidem æque altam rotundę pyramidi a. Hanc igitur ſtudeas demonſtrare eſſe ſimilem lateratę pyramidi detractæ a rotunda pyra mide b: quod hoc modo facies. In vtraq; pyramide eriges axẽ ipſius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro baſis: & erit perpendicularis ad baſim. de hinc a centris baſium/ protrahas in vtroq; circulo ſemidiametros: ad omnes angulos vtriuſq; polygonij inſcripti. Cũq; ex diffini tione ſimilium pyramidum rotundarum ſit proportio axis vnius ad axem alte rius ſicut diametri baſis vnius ad diametrum baſis alterius/ ideo etiam ex 15 quinti & æqua proportionalitate ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrũ/ ſint aũt vtrobiq; omnes anguli quos axes cum ſemidiametris continent recti: neceſſe eſt ex ſexta propoſitione ſexti libri & quarta eiuſdem & diffinitione ſimiliũ ſu perficierum & ſimilium corporum diffinitione/ vt lateratа pyramis a ſit ſimi lis lateratæ pyramidi b. quare per additam ad 8 huius/ proportio lateratæ py ramidis a ad lateratam b: eſt ſicut lateris vnius ad ſuum relatiuum latus alteri us proportio triplicata. ideoq; & ſicut diametri a: ad diametrum b triplicata. igitur quoq; ſicut rotundæ pyramidis a: ad corpus c ex 11 quinti. quare per mutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidẽ a: ſicut late ratę pyramidis b ad corpus c. Et quia lateratа pyramis b, maior eſt corpore c: erit lateratа pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod eſt impoſſibile: cum ſit pars eius. Nõ eſt ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. Reſtat itaq; pro bandum: q; nec maius. Si enim aduerſarius dicat ipſum eſſe maius: tũc argua tur ex conuerſa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a tri plicatam eſſe/ ſicut corporis c ad rotũdam pyramidem a. Sed ex conceptione/ eadem eſt rotundę pyramidis b: ad aliquod corpus aliud quod ſit d. Et quia ex hypotheſi corpus c maius eſt rotunda pyramide b: ſequitur ex 14 quinti q; ro tunda pyramis a ſit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod eſt minus rotunda pyramide a, videlicet ad d: eſt ſicut ſuæ dia metri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autẽ eſt impoſſibile. Nam ex hoc demonſtrauimus ſequi: q; pars ſit maior ſuo toto. Cum ergo cor pus c non poſſit minus eſſe neq; maius rotunda pyramide b: erit neceſſario ſi bi æquale. ideoq; ex ſecunda parte 7 quinti conſtat propoſitum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Non lateat autẽ nos: huius demonſtrationis proceſſum ad eas dũtaxat columnas & pyramides rotundas coartari/ quarum axes ſuis baſibus perpendiculariter inſiſtunt. tales enĩ: diffinitæ fuerunt in prin cipio vndecimi. Cum tamen paſſio hic demonſtrata/ cõmuniter conueniat om nibus columnis rotundis ſimilibus pyramidibuſq; rotundis ſimilibus ſiue earũ axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erectæ ſiue ſuper eas fuerint incli natæ (& appellentur differentię cauſa hæ rotundæ columnæ & pyramides qua rum baſibus axes orthogonaliter ſuperſtant erectæ: reliquæ vero dicantur incli natæ) & quia in principio 11 non ſunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotun dæ niſi illæ tantum quas erectas vocamus/ hæ quidem per motum parallelo grammi rectanguli/ illæ vero per motum trigoni rectanguli: ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cõmuni ter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cum igitur extra ſuperficiẽ alicuius circuli deſcripti/ ſignatur punctus qui cum circũferentia ipſius circuli per lineam rectam continuatur: ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo quouſq; ad locum vnde moueri incœperit circũducatur/ corpus quod a curua ſuperficie quam motu ſuo deſcri bit hæc linea/ & ab ipſo circulo cui circunducitur continetur/ voco pyramidem rotundam. Et circulum cui linea hæc circũducitur: voco baſin ipſius pyrami dis. Fixum autem punctũ extra circuli ſuperficiem ſignatum: voco conum py-

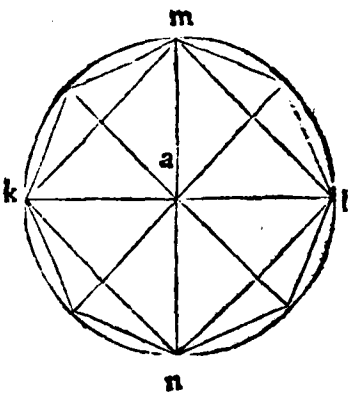
ramidis. Lineamq; rectã continuantem centrum baſis cum cono pyramidis: appello axem ſeu ſagittam pyramidis. Cumq; hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad baſin: dico pyramidem eſſe erectam. Cum vero inclinata: dico eſſe pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſuperficiebus æquidiſtantibus/quos vna plana ſuperficies per eorum centra trãſiens ſecuerit/ fuerintq; continuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ ſectiones duarum circũferentiarum ipſorum circulorum: ſi linea hæc in circũferentijs ipſorum circulorum æquidiſtanter ſitui a quo moueri incœperit quouſq; ad locũ ſuum redeat circũducatur/corpus quod a curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea & a duobus propoſitis circulis continetur / voco columnam rotundam. Cuius axis ſiue ſagitta: eſt linea recta/centra duorum circulorum cõtinuans. Et cum hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem vtriuſq; duorum circulorum: dico columnam eſſe erectam. Cum vero fuerit ſuper baſin inclinata: dico columnam eſſe inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (a quarum axibus egrediantur duæ ſuperficies ſuper baſes earum orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & communes ſectiones harum ſuperficierum & baſium continent) adinuicẽ æquales/& fuerit proportio axis vnius ad axem alterius ſicut ſemidiametri baſis vnius ad ſemidiametrum baſis alterius: tunc illas duas pyramides adinuicem/aut illas duas columnas adinuicem/dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis/ demonſtrandum eſt: q; omnium duarum rotũdarum pyramidum ſimilium/columnarumve rotundarum ſimilium/ſiue erectæ ſiue inclinatæ fuerint/eſt proportio vnius ad alteram ſicut diametri baſis vnius ad diametrum baſis alterius proportio triplicata. Quod de ſolis erectis demõſtratum eſt. Ad hoc autem premittimus antecedens neceſſarium.

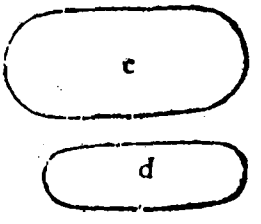
¶Si fuerint duæ rotundę pyramides adinuicem ſimiles quarum vtranq; duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecent / fueritq; harũ duarum ſuperficierum altera in vtraq; pyramide ſuper baſin eius orthogonaliter erecta / et arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti ſimiles: erunt anguli quos axes & duæ communes ſectiones baſium & earum ſuperficierum quæ ſuper baſes non ponuntur orthogonaliter erectæ continent / adinuicem æquales.

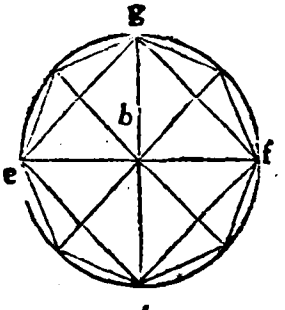


¶Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarum baſes ſunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineę a b & c d, & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c: ſimiles adinuicem. & ab earum conis ad ſuperficiem baſium protrahantur vt docet 11 vndecimi libri duæ perpẽdiculares quæ ſunt a m & c n: & cõtinuentur puncta m & n cũ centris baſium/ protractis lineis b m & d n. eritq; ex 18 vndecimi ſuperficies a b m quæ egreditur ab axe a b: erecta ſuper baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo ſuperficies c d n, quæ egreditur ab axe c d : erit erecta ſuper baſin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l: ſimiles. & intelligãtur duę ſuperficies a b f, c d k, egredi ab axibus: & ſecare pyramides a b & c d ſimiles. Dico igitur duos angulos a b f, c d k: eſſe adinuicem æquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d ſunt ſimiles/& duæ ſuperficies a b m, c d n, ſtantes orthogonaliter ſuper baſes/ egrediũtur ab earum axibus: erit ex diffinitione ſimilium pyramidum,/ angulus a b m æquales angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter erectæ/ vterq; duorum angulorum a m b, c n d, eſt rectus: erunt ex 32 primi & 4 ſexti/ duo primi trianguli a b m & c d n, laterũ proportionaliũ. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d: ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione ſimilium pyramidum/ proportio axis a b ad axem c d eſt ſicut ſemidiametri b f ad ſemidiametrũ d k: erit ex 11 quinti/ proportio b f ad d k ſicut b m ad d n. Cũq; ſint duo anguli f b m & k d n æquales/ eo q; duo arcus f g & k l ſunt ſimiles ex hypotheſi: erit ex ſexta & quarta ſexti/ proportio f m ad k n, ſicut b m ad d n. ideoq; ſicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpendiculariter erectæ vterq; duorum angulorum, a m f, ę

n k, eſt rectus: erit ex 6 & 4. ſexti /proportio a f ad c k, ſicut a m ad c n. ideo per 11 quiti/ſicut a b ad c d. & ſicut b f ad d k. Igitur ex 5 ſexti/duo anguli a b f & c d k: ſunt adinuicē æquales. Quod eſt propoſitum. ¶Idē probabis leuiter de rotundis columnis ſimilibus. Hoc itaq; demonſtrato / dico q; omniū duarū rotundarum pyramidū ſimiliū quæcūq; fuerint ſiue erectæ ſiue inclinatæ / eſt proportio vnius earum ad alteram: ſicut diametri ſuæ baſis ad diametrum alterius baſis proportio triplicata. Sint enim vt prius duæ rotundæ pyramides a & b. quarum baſes ſunt circuli a & b: & horum circulorum diametri ſint etiam a & b. ſitq; proportio pyramidis a ad corpus c: ſicut diametri a ad diametrum b proportio triplicata. Non erit igitur corpus c: minus neq; maius rotūda pyramide b. Sit enim primo (ſi poſſibile eſt) minus/quantitate corporis d: ita q; duo corpora c & d pariter accepta ſint quantum rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat ſuperficies quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum b: ſitq; communis ſectio huius ſuperficiei & circuli b, linea e f tranſiēs per centrum b, quæ erit diameter circuli b. & protrahatur in circulo b, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter: quæ ſit g h. ſicq; inſcribatur circulo b: quadratum e g f h. & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis/cuius baſis eſt quadratum circulo b inſcriptum: quæ (vt probatum eſt ſupra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis. et ex reſiduo eius detrahātur pyramides eiuſdem altitudinis: conſiſtentes ſuper trigonos portionum circuli b. fiatq; hoc totiens: quouſq; reſiduum rotundę pyramidis b ſit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione/laterata pyramis detracta quam componūt lateratæ partiales pyramides detractæ: maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, ſuperficies alia quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum a: & ſit communis ſectio huius ſuperficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a. protrahatur autem in circulo a, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter: quæ ſit m n. ſicq; inſcribatur in circulo a, quadratum k m l n. & diuidendo arcus portionum circuli a per ęqualia: perficiatur in circulo a, polygonium ſimile illi quod eſt inſcriptū circulo b. & ad ſingulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a: perficiēs ſuper illud polygonium lateratā pyramidē æque altā pyramidi a. Hanc autē lateratā pyramidē: probabis eſſe ſimilē lateratæ pyramidi detractæ a rotunda pyramide b. quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione vel actu vtriuſq; in vtriſq; pyramidibus a & b: & a centris baſium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inſcriptorū polygoniorū. Eruntq; ex præmiſſo antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij ſibi inſcripti: ęquales ſuis relatiuis angulis quos cōtinet axis pyramidis b, cū ſingulis lineis ductis a centro circuli b, ad āgulos polygonij ſibi inſcripti. Et quia ex diffinitione rotūdarū pyramidū ſimiliū/proportio axis pyramidis a ad axē pyramidis b, eſt ſicut ſemidiametri circuli a ad ſemidiametrū circuli b: ſequit ex ſexta & quarta ſexti & diffinitionibus ſimiliū ſupficierū & ſimiliū corporū q; duæ lateratæ pyramides a & b ſint ſimiles. Cætera argue ſicut prius in decima. Conſtat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus ſimilibus: q; ꝓportio eatū ſit ſicut diametrorū ſuarū baſiū triplicata. Et quia omnis colūna rotūda eſt tripla ad ſuā pyramidē (hoc ei ſufficiēter eſt demōſtratū ſiue colūnę & ſuę pyramides fuerint erectę ſiue iclinatę) ſequit ex 15 quiti vt etiā q̄ cūlibet colūnarū rotūdarū ſimiliū ſit ꝓportio ſicut ſuarū diametrorū triplicata.



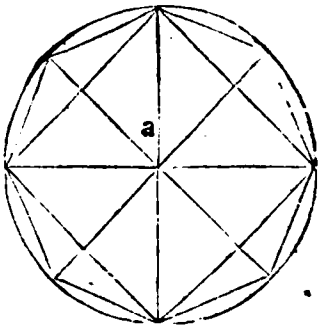


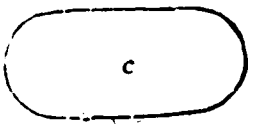


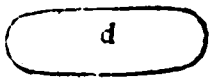
Euclides ex Camp. Propoſitio 11.

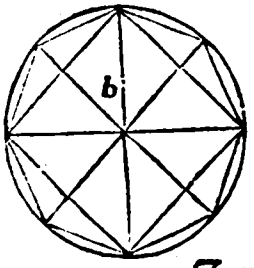
11 OMnes duas rotundas pyramides ſiue columnas/ æque altas: ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt.

¶CAMP. ¶Supra duos circulos a & b, ſtatuātur vt prius duę rotūdę pyramides ęque altę quę dicantur ſimiliter a & b: & duę rotundæ colūnę ęque altæ eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaq; q; proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b: eſt ſicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifeſtum erit: ſi hoc prius de pyramidibus demonſtrabitur, omnis enim rotunda columna: tripla eſt ad ſuam pyramidem. De py-









ramidibus autem constabit indirecta demonstratione: hoc modo. Est enim ex communi scientia/ proportio rotundę pyramidis a ad aliquod corpus: sicut circuli a ad circulũ b. illud corpus sit c. Dico itaq; q̃ corpus c: nõ potest esse maius neq; minus rotũda pyramide b. Sit enĩ primo: minus/ quãtitate corporis d. Igitur circulo b inscribatur quadratum. & detrahatur a rotunda pyramide b, pyramis latetata: cuius sit basis quadratum circulo b inscriptum. & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides super trigonos portionũ circuli consistẽtes. fiatq; hoc totiens: quousq; sit ex pyramide b, residuum minus corpore d. eritq; laterata pyramis detracta/ quam componunt partiales pyramides detractę: maior corpore c. Inscribatur ergo circulo a, polygonium simile illi polygonio quod est basis lateratæ pyramidis b: & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inscripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b: æque altæ. Hoc enim est propositum de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b: est sicut basis eius ad basin illius / videlicet sicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demonstratũ est in sexta huius. At vero polygonij a ad polygonium b: est sicut circuli a ad circulũ b. quod manifestũ est ex prima & secunda huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b: sicut rotundæ pyramidis a ad corpus c, quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a: sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cũq; sit laterata pyramis b maior corpore c: sequitur lateratam pyramidem a esse maiorẽ rotunda pyramide a. Hoc autẽ impossibile. est enim pars eius. Non erit ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. ¶Si vero ponat aduersarius q̃ sit maius: demonstrabimus rursum idem impossibile consequi. Erit enim per cõuersam proportionalitatem proportio corporis c ad rotundam pyramidem a: sicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b: ad aliquod corpus quod sit d. Cum igitur corpus c sit maius rotunda pyramide b per hypothesin: erit ex 14. quinti rotunda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulum a: erit sicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotũda pyramide a. Sed hoc demonstratum est prius: esse impossibile. sic enim sequitur: q̃ pars sit maior suo toto. Non est igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b: sed tantum æquale. Itaq; ex secunda parte 7 quinti conclude propositum. ¶Vt autẽ facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens vtile præmittendum. quod est

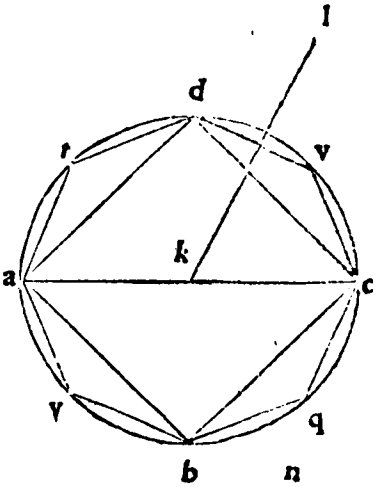
Zam 13. ¶Si superficies quædam rotundam colũnam æquidistanter basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora quæ ad illam secantẽ superficiem terminantur/ portionibus axis colũnæ proportionalia.

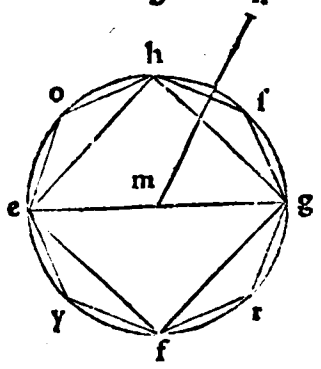
¶Simile est hoc: ei quod proposuit 25 vndecimi libri de solidis parallelogrãmis. Nec solum verum est hoc de columnis rotundis: immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratæ fuerint siue rotundæ. Qz qui argumentationẽ primę sexti vel 25 vndecimi firmiter tenuerit: facile demonstrare poterit. hic enĩ: non aliter q̃ ibi ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in procemio quinti libri/ arguendum est propositum. Attendere autem oportet/ q̃ quæcũq; superficies secat colũnam æquidistanter basi ipsius: secat etiam eam æquidistanter superficiei basis eius oppositæ. nam quæcũq; superficies vni superficiei sunt ęquidistãtes: ipsę quoq; sunt ęqdistãtes adinuicẽ/ vt ex his q̃ dicta sunt ex 17 vndecimi didicisti. Quare manifestũ est: q̃ omnes rotundæ colũnę quarũ sunt bases æquales: altitudinibus suis sunt proportionales. Idẽ quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis: & etiã de lateratis. quod de pyramidibus constabit: si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna: tripla ad suam pyramidem. rotunda quidẽ: ex nona huius: laterata vero: ex ijs quæ supra in octaua demonstrata sunt.

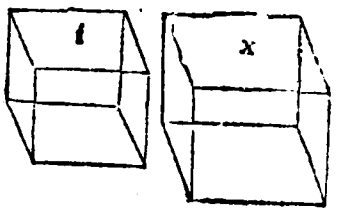
Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

Camp 11. ¶Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri: adinuicem sese habent sicut bases. 11

THEON ex Zamberto. Sint ſub eadem altitudine coni & cylindri: quorum baſes quidem ſunt a b c d, e f g h, circuli: axes autem ſint k l, m n, dimetientes vero baſium ſint a c, e g. Dico ꝙ eſt ſicut a b c d circulus ad e f g h circulum: ſic eſt a l conus ad conum e n. Si autem non eſt ſicut a b c d circulus ad e f g h circulũ, ſic a l conus ad e n conũ: erit ſicut a b c d circulus ad e f g h circulum, ſic a l conus ad aliquod ſolidum minus ipſo e n/cono vel ad maius. Sit prius ad minus: hoc eſt ad x. Et quo minus eſt x ſolidũ ipſo e n cono: ei æquum eſto i ſolidum. igitur conus e n: æquus eſt ipſis i, x, ſolidis. Deſcribatur per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. quadratum igitur: maius eſt q̃ dimidium circuli. Excitetur ab ipſo e f g h quadrato: pyramis æquæ alta ipſi cono. Igitur ipſa pyramis excitata: maior eſt q̃ dimidium ipſius coni. quoniã ſi circũſcribamus ipſi orbi quadratũ/ & ab ipſo excitemus pyramida cono ęque altam: inſcripta pyramis dimidium eſt circũſcriptæ. adinuicem enim ſunt ſicut baſes. Conus autem: minor eſt pyramide circũſcripta. Pyramis igitur cuius baſis eſt e f g h quadratum/ vertex autem idem ipſi cono: maior eſt q̃ dimidium coni. Secentur per 30 tertij e f, f g, g h, h e, circũferentiæ diuidue in ſignis o, p, r, ſ: connectanturq; ipſæ h o, o e, e p, p f, f r, r g, g ſ, ſ h. Vnũquodq; igitur ipſorum h o e, e p f, f r g, g ſ h, triãgulorum: maius eſt q̃ dimidium per ſeſe ſegmenti ipſius circuli. Excitetur ab vnoquoq; ipſorum h o e, e p f, f r g, g ſ h, triangulorum: pyramis æque alta ipſi cono. Vnaquæq; igitur excitatarum pyramidum: maior eſt q̃ dimidia pars per ſeſe ſegmenti coni. Secantes igitur per 30 tertij reliquas circũferentias diuidue/ connectenteſq; rectas lineas/ & excitantes ab vnoquoq; triangulorum pyramides ipſi ęque altas cono/ & hoc ſem per fiat: relinquemus quaſdam coni deſectiones quæ erunt minores ipſo i ſolido. Relinquãtur: ſintq; in h o e, e p f, f r g, g ſ h. Reliqua igitur pyramis cuius baſis quidem eſt h o e p f r g ſ multangulum/ faſtigium idem quod cono: maior eſt ipſo x ſolido. Inſcribatur & in circulo a b c d, ipſi h o e p f r g ſ multangulo ſimile & ſimiliter poſitum multangulum d t a y b q c v: excitetur q; ab ipſo pyramis æque alta ipſi a l cono. Quoniam igitur eſt ſicut quod eſt a c ad id quod ex e g ſic d t a y b q c v multangulum ad id quod ſub h o e p f r g ſ multangulum/ ſicut autem quod ex a c ad id quod ex e g ſic a b c d orbis ad e f g h orbẽ: et ſicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbem/ ſic d t a y b q c v multangulũ ad h o e p f r g ſ multangulũ. Sicut autem a b c d orbis ad e f g h orbẽ: ſic a l conus ad x ſolidum. Sicut autem d t a y b q c v multangulum ad h o e p f r g ſ multangulum: ſic pyramis cuius baſis eſt d t a y b q c v multangulum/ vertex autẽ l ſignũ/ ad pyramida cuius baſis quidẽ eſt h o e p f r g ſ multãgulum/ faſtigiũ autẽ n ſignum. Et ſicut igitur per 11 quinti a l conus ad x ſolidum: ſic pyramis cuius baſis quidem d t a y b q c v multangulũ/ vertex autem l ſignum/ ad pyramida cuius baſis quidẽ eſt h o e p f r g ſ multãgulũ / vertex autem n ſignum. Viciſſim igitur per 16 quinti eſt ſicut a l conus ad eam quę in ſe ipſo pyramida: ſic x ſolidum ad eam quæ in e n cono pyramida. Maior autẽ eſt a l conus: ea quę in ſe ipſo pyramide. maius igitur eſt & x ſolidum: ea quæ in e n cono pyramide, ſed & minus. quod abſurdum eſt. Nõ igitur eſt ſicut a b c d circulus ad e f g h circulum: ſic a l conus ad aliquod ſolidum minus ipſo e n cono. Similiter iã demõſtrabimus: ꝙ neq; ſicut e f g h orbis ad a b c d orbẽ/ ſic e n conus ad ſolidum aliquod maius ipſo a l cono. Dico iam ꝙ neq; eſt ſicut a b c d orbis ad e f g h orbem: ſic conus a l ad aliquod ſolidum maius ipſo e n cono. Si enim poſſibile: eſto ad maius x. Conuerſim igitur eſt ſicut e f g h orbis ad a b c d orbẽ: ſic eſt x ſolidum ad a l conũ. Sed ſicut x ſolidũ ad a l conũ: ſic eſt e n conus ad aliqd ſolidũ minus ipſo a l cono. Et ſicut igitur per 11 quinti e f g h circulus ad a b c d circulũ: ſic conus e n ad aliquod ſolidum minus ipſo a l cono. quod abſurdũ eſſe patuit. Nõ eſt igitur a b c d orbis ad e f g h orbẽ: ſic a l conus ad ſolidũ aliquod maius ipſo e n cono. Patuit autem ꝙ neq; ad minus. Eſt igitur ſicut a b c d orbis ad e f g h orbẽ: ſic a l conus ad e n conum. Sed ſicut conus ad conũ: ſic cylindrus ad cylindrũ. triplus enim eſt alter alterius. Et ſicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbẽ: ſic qui in ipſis cylindri æquæ alti ad conos. Sub eodẽ igitur faſtigio ſubſiſtentes coni & cylindri: ſe adinuicem habent ſicut baſes. Quod erat oſtendendum.

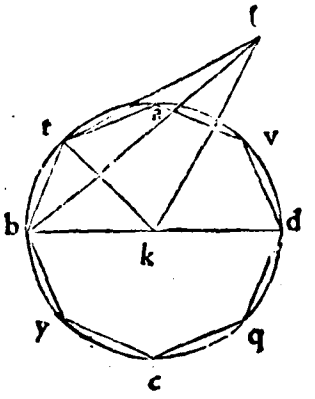




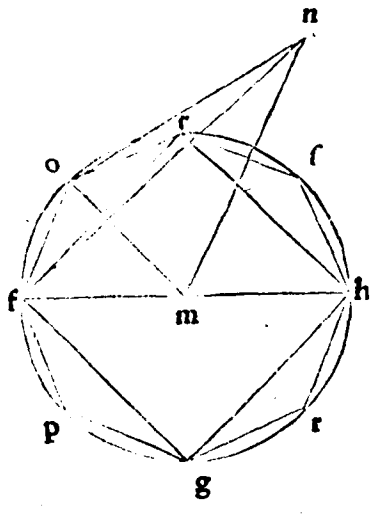


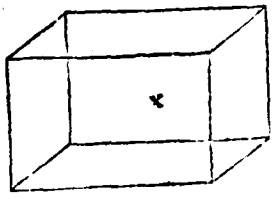
Euclí. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio. 12.

¶ Similes coni & cylindrí: ad ſe inuícem ín trípla ſunt ratione ſícut dímetíentium ad baſes. 12



¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint ſímiles coni & cylindri: quorum baſes quídem a b c d, e f g h, orbes/ dímetiẽtes vero baſiũ ſint b d, f h, & axes conorũ ſíue cylindrorũ ſint k l, m n. Dícó ꝙ conus cuius baſis quidem eſt a b c d circulus/ faſtigiũ autẽ l ſignũ: ad conũ cuius quidẽ baſis eſt e f g h, vertex autẽ n ſignum/ triplã habet rationẽ q̃ b d ad f h. Si autẽ a b c d l conus ad e f g h n conũ triplã rationem non habet q̃ b d ad f h: habebit conus a b c d l vel ad ſolidũ aliquod minus ipſo e f g h n cono triplã rationẽ/ vel ad maius. Habeat prius ad minus x. Deſcribaturꝙ per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Igitur e f g h quadratũ: maius eſt q̃ dimidiũ circuli e f g h. Excitetur ab ipſo e f g h quadrato: pyramis ęque alta ipſi cono. Igitur pyramis excitata; maior eſt q̃ dímídia pars coni. Secentur iã per 30 tertij ipſæ e f, f g, g h, h e, circũferentiæ díuídue/ in o, p, r, ſ, ſignis: cõnectãturꝙ e o, o f, f p, p g, g r, r h, h ſ, ſ e. Vnũquodꝙ igitur ipſorũ e o f, f p g, g r h, h ſ e, triãgulorũ: maius eſt q̃ dímídia pars ꝙ ſeſe ſegmẽti circuli e f g h. Cõſtituatur ab vnoquoꝙ ipſorũ e o f, f p g, g r h, h ſ e, triangulorũ: pyramis idẽ habẽs faſtigiũ ipſi cono. vnaquæꝙ igitur ipſarũ excitatarũ pyramidũ: maior eſt q̃ dimidiũ per ſeſe ſegmẽti circuli. Secãtes igitur per 30 tertij relictas circũferentias diuidue/ & connectẽtes rectas lineas/ excitanteſꝙ ab vnoquoꝙ triãgulorũ pyramides faſtigiũ ipſi cono habẽtes idẽ/ & hoc ſemper efficientes: relinquemus quaſdã coni deſectiones quæ erũt minores exceſſu quo excedit e f g h n conus ipſum x ſolidum. relinquãtur: & ſint in e o, o f, f p, p g, g r, r h, h ſ, ſ e. reliqua igitur pyramis cuius baſis quidẽ eſt e o f p g r h ſ multãgulum/ vertex autẽ n ſignũ: maior eſt ipſo x ſolido. Deſcribatur in circulo a b c d: ipſi e o f p g r h ſ multangulo ſimile ſimiliterꝙ poſitũ multãgulũ a t b y c q d v. & excitetur ab ipſo pyramis: idẽ habẽs ipſi cono faſtigiũ. Et cõprẽhẽdentiũ pyramida cuius baſis quidẽ eſt a t b y c q d v multangulũ/ vertex autẽ l ſignũ: vnũ triangulũ eſto l b t. cõprẽhendẽtiũ autẽ pyramida cuius baſis quidẽ eſt e o f p g r h ſ multãgulũ/ faſtigiũ autẽ n ſignũ: vnũ triãgulũ eſto n f o. & cõnectatur k t, m o. Et quoniã a b c d l conus ſímilis eſt ipſi e f g h n cono: eſt igitur per 20 vndecimi diffinitionẽ ſícut b d ad f h, ſíc k l axis ad m n axẽ. Sícut autẽ b d ad f h: ſíc per 15 quinti b k ad f m. & ſícut igitur per 11 quinti b k ad f m: ſíc k l ad m n. & vicíſſim per 16 quinti ſícut b k ad k l: ſíc f m ad m n. Et circũ æquos angulos b k l, f m n: latera ſunt poroportionalia. Igitur per 1 ſexti diffinitionẽ triãgulũ b k l: ſímile eſt ipſi f m n triangulo. Rurſus quoniã eſt ſícut b k ad k t ſíc f m ad m o, & circũ æquos angulos b k t, f m o, quoniã qualis pars eſt angulus b k t eorũ qui ad k centrũ quatuor rectorũ: talis pars eſt & angulus f m o eorũ qui ad m cẽtrũ quatuor rectorũ/ quoniã igitur circũ æquos angulos latera ſunt proportionalia: igitur triangulũ b k t ſímile eſt ipſi f m o triangulo. Rurſus quoniã patuit ſícut b k ad k l ſíc f m ad n m, æqualis autem eſt b k ipſi k t, & f m ipſi m o: eſt igitur ſícut t k ad k l, ſíc o m ad m n. Et circũ æquos angulos t k l, o m n: recta latera proportionalia. Igitur l k t triangulã: ipſi m n o triangulo ſímile eſt. Et quoniã per 6 ſexti & propter ſímilitudinẽ ipſorũ l k b, n m f, triangulorum eſt ſícut l b ad b k ſíc n f ad f m, & propter ſímilitudinẽ ipſorũ b k t, f m o, triãgulorũ eſt ſícut k b ad b t ſíc m f ad f o: ex ęquali igitur per 22 quinti ſícut l b ad b t, ſíc n f ad f o. Rurſus quoniã ob ſímilitudinẽ ipſorũ l t k, n o m, triangulorũ eſt per 6 ſexti ſícut l t ad t k ſíc n o ad o m, propter autẽ ſímilitudinẽ ipſorũ t k b, o m f, triangulorũ èſt ſícut k t ad t b ſíc m o ad o f: ex ęquali igitur per 22 quinti ſícut l t ad t b, ſíc n o ad o f. Patuit autem & ſícut t b ad b l: ſíc o f ad f n. ex æquali ergo per 22 quinti ſícut t l ad l b: ſíc o n ad n f. Igitur ipſorum l t b, n o f, triãgulorũ: proportionalia ſunt latera. Ipſa igitur l t b, n o f, triãgula: æquiangula ſunt. quare & ſímilia per 5 ſexti. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt b k t triangulum/ vertex autem l ſignum: ſímilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt f m o triangulum/ vertex autem n ſignum. ſub ſímilibus enim planis æque multiplicibus comprẽhenduntur. Símiles autẽ pyramides/ triãgulares baſes habẽtes: in triplici ſunt



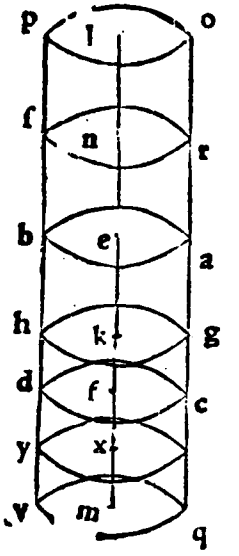


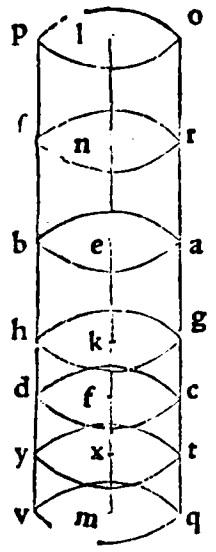
ratione eiuſdem rationis laterum per 8 duodecimi. pyramis igitur b k t l : ad f m o n pyramida/triplam rationem habet/q̃ b k ad f m. Similiter iam cõnectẽtes ab ipſis a, v, d, q, c, y, in k rectas lineas & ab ipſis e, ſ, h, r, g, p, in m, excitanteſq; in triangulis pyramides eadem habentes faſtigia ipſis conis: oſtendemus q; & vnaquæq; ipſarum eiuſdem generis pyramidum ad vnãquanq; eiuſdem generis pyramida/ triplam habet rationem q̃ b k eiuſdem rationis latus ad f m eiuſdem rationis latus/hoc eſt q̃ b d ad f h. Sed ſicut vnum antecedentium ad vnum ſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt autem & ſicut b k t l pyramis ad f m n o pyramida: ſic eſt tota pyramis cuius baſis a t b y c q d v multangulum/vertex autem l ſignum/ad totam pyramidẽ cuius quidem baſis eſt e o f p g r h ſ multangulum/vertex vero n ſignũ. Quare et pyramis cuius baſis quidem eſt a t b y e q d v multangulum/faſtigium autẽ l ſignum: ad pyramida cuius quidem baſis e o f p g r h ſ multangulum/faſtigium autem n ſignum/ triplam habet rationem q̃ b d ad f h. Supponitur autem & conus cuius baſis quidem a b c d orbis/faſtigium autem l ſignum: ad x ſolidum triplam rationem habens q̃ b d ad f h. eſt igitur ſicut conus cuius baſis quidem a b c d circulus/vertex autem l ſignum ad x ſolidum: ſic pyramis cuius quidem baſis eſt a t b y c q d v multangulum/vertex autem l ad pyramida cuius baſis quidem eſt e o f p q r h ſ multangulũ/vertex autem n ſignum. Viciſſim igitur per 16 quinti ſicut conus cuius baſis quidem eſt a b c d orbis/vertex aũt l ſignũ/ad eã quę in ſe pyramida cuius baſis eſt a t b y c q d v multãgulũ/ vertex aũt l ſignũ: ſic ſolidũ x ad pyramida cuius baſis quidem eſt e o f p g r h ſ multangulum/vertex autem n ſignum. Maior autẽ eſt prædictus conus: ea quæ in ſe ipſo pyramide. ipſam enim continet. Igitur x ſolidum: maius eſt ipſa pyramide cuius baſis quidem eſt e o f p g r h ſ multangulum/ vertex autem n ſignũ. Supponebatur autẽ q; & minus. quod eſt abſurdum. Non igitur conus a b c d l: ad aliquod corpus minus ipſo e f g h n cono triplã rationẽ habebit/ q̃ b d ad f g. Similiter iam demonſtrabimus: q; neq; e f g h n conus ad ſolidũ aliquod minus ipſo a b c d l cono/triplã rationẽ habet/ q̃ f h ad b d. ¶Dico iam q; neq; a b c d l conus: ad aliquod ſolidum maius ipſo e f g h n cono/ triplam habet rationẽ/ q̃ b d ad f h. Si enim poſſibile: habeat ad maius x. Conuerſim igitur x ſolidum: ad a b c d l conum/triplam habet rationem/q̃ f h ad b d. Sicut autem x ſolidum ad a b c d l conum: ſic e f g h n conus ad aliquod ſolidum minus ipſo a b c d l cono. & e f g h n igitur conus: ad ſolidum aliquod minus ipſo a b c d l, triplam rationẽ habet/ q̃ f h ad b d. quod impoſſibile eſſe patuit. Igitur a b c d l conus: ad ſolidum aliquod maius ipſo e f g h n cono, triplã rationem non habet/q̃ b d ad f h. patuit autem q; neq; ad minus. Conus igitur a b c d l; ad conum e f g h n, triplam rationẽ habet/q̃ b d ad f h. Per 15 quinti ſicut autem conus ad conum: ſic cylindrus ad cylindrum. triplus enim eſt cylindrus: ipſius coni qui in eadem eſt baſi & ſub æquali faſtigio ipſi cono. Oſtẽſum eſt autem: q; omnis conus/cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſin habentis per 10 duodecimi & æquale faſtigium. Et cylindrus igitur: ad cylindrum triplam habet rationem q̃ b d ad f h. Similes igitur coni & cylindri: adinuicem in triplici ſunt ratione ſicut dimetientiũ ad baſes. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

13 ¶Si cylindrus plano ſecetur/parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis: erit ſicut cylindrus ad cylindrum ſic axis ad axem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Cylindrus inquã a d, plano g h ſecetur/parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: hoc eſt ipſis a b, c d. Dico q; eſt ſicut b g cylindrus ad g d cylindrum: ſic eſt e k axis ad k f axem. Extendatur axis e f ex vtraq; partæ: in l, m, ſigna. exponanturq; ipſi e k axi/quilibet vtcũq; e n, n l: ipſi autem f k/quilibet vtcumq; f x, x m. & extẽdantur per l, n, x, m, ſigna: plana parallela a b, c d. & intelligantur in ipſis per l, n, x, m, planis circum cẽtra l, n, x, m: circuli o p, r ſ, t y, q v, æquales ipſis a b, c d. & intelligantur cylindri p r, r b, d t, t v. Et quoniã ipſi l n, n e, e k, axes adinuicem ſunt æquales: ipſi igitur p r, r b, b g, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes per 11 duodecimi. Baſes autem: ſunt æquales. Igitur & p r, r b, b g, cylindri: ſũt æquales. Qũ



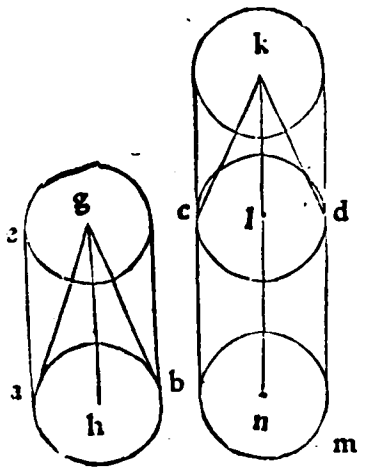


igitur l n, n e, e k, axes adinuicē ſunt æquales ſicut baſes/baſes autē ſint æquales: æquales igitur ſunt & p r, r b, b g, cylindri adinuicem. Quoniam igitur ipſi l n, n e, e k, axes adinuicem ſunt æquales / ſunt autem & ipſi p r, r b, b g, cylindri adinuicem æquales/& multitudo ipſorū l n, n e, e k, æqualis eſt multitudini ipſorum p r, r b, b g: quotuplex igitur eſt k l axis ipſius e k axis / totuplex erit & p g cylindrus ipſius b g cylindri. Et iam id propterea quotuplex eſt m k axis ipſius k f axis: totuplex eſt & cylindrus v g ipſius g d cylindri. Et ſi k l axis æqualis eſt ipſi k m axi: æquus eſt & cylindrus p g ipſi g v cylindro. Si autē axis k l maior eſt ipſo k m axe: maior erit & p g cylindrus ipſo g v cylindro. Et ſi minor: minor per 1 quinti. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus/ axibus quidem e k, k f, cylindris autem b g, g d: accipiuntur per diffinitionem 6 quinti æque multiplex ipſius quidem e k axis & b g cylindri / ipſe axis k l & p g cylindrus. Ipſius autem k f axis, & g d cylindri: k m axis & g v cylindrus. Et patet q; ſi k l axis excedit k m axem: & p g cylindrus ipſum excedit g v cylindrum. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Eſt igitur ſicut e k axis ad k f axē: ſic b g cylindrus ad g d cylindrū. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

¶ In æqualibus baſibus exiſtentes coni & cylindri: adinuicem ſe ſe habent ſicut faſtigia. 14

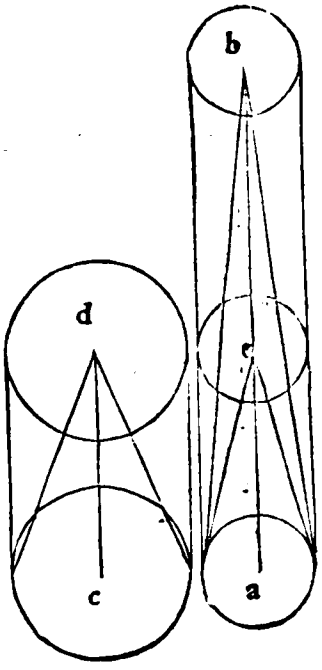
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint enim in æqualibus baſibus a b, c d: cylindri f d, e b. Dico q; eſt ſicut cylindrus e b ad cylindrum f d: ſic eſt g h axis ad k l axem. extēdatur inq̄ k l axis in n ſignum. ponaturq; ipſi g h axi æqualis l n: & circū axem l n, intelligatur cylindrus c m. Quoniam igitur e b, c m, cylindri ſub eodem ſunt faſtigio: adinuicem ſunt ſicut baſes per 11 duodecimi. Baſes autē: inuicē ſunt æquales. igitur & cylindri e b, c m: ſūt æquales. Et quoniā cylindrus f m, plano quodā ſecat c d, parallelo exiſtēte eis q̄ ex oppoſito planis: eſt igitur p 13 duodecimi ſicut c m cylindrus ad f d cylindrū/ſic eſt l n axis ad k l axē. æqualis autē eſt c m cylindrus ipſi e b cylindro: & l n axis ipſi g h axi. Eſt igitur ſicut e b cylindrus ad f d cylindrū: ſic eſt g h axis ad k l axē. Sicut autē e b cylindrus ad f d cylindrū: ſic a g b conus ad c d k conū. tripli enim ſūt cylindri ipſorū conorū per 10 duodecimi. & ſicut igitur per 11 quinti g h axis ad k l axem: ſic a b g conus ad c d k conum / & e b cylindrus ad f d cylindrum. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

SI duæ pyramides rotundæ ſiue columnæ fuerint æquales: ſuę baſes & altitudines erunt mutuæ. Si vero ſuæ baſes & altitudines mutuæ fuerint: ipſas pyramides ſiue columnas æquales eſſe neceſſe eſt. 12

¶ CAMPANVS. ¶ Altitudinem pyramidum / determinant lineæ a conis ad baſes perpendiculariter deſcendentes: columnarum autem / a ſupremis earū ſuperficiebus ad baſes. Sint itaq; duæ rotūdæ pyramides a b & c d æquales: duæ q; rotundæ columnæ a b & c d æquales. ſintq; communes baſes tam pyramidum q̄ colūnarū duo circuli a & c: communes quoq; altitudines tā pyramidū q̄ colūnarum determinatæ per lineas a b & c d. Dico q; proportio circuli c ad circulū a, eſt ſicut altitudinis a b ad altitudinē c d: & econuerſo. Hoc autē ſi de colūnis probatū fuerit: de pyramidibus certū erit/quoniā omnis colūna rotunda tripla eſt ad ſuam pyramidem. Si itaq; duæ altitudines a b & c d fuerint æquales: ex præmiſſa conſtat propoſitum. Si autem inæquales: ſit a b maior. ſumaturq; a e æqualis c d. & ſecetur columna a b: a ſuperficie e æquidiſtanter baſi etus a. eritq; ex præmiſſo antecedente/ columna a b ad columnam a e: ſicut altitudo a b ad altitudinē a e. ideoq; ex prima parte 7 quinti columnā c d ad columnam a e: ſicut altitudo a b ad altitudinem a e. quare per ſecundam partem 7 quinti/ ſicut altitudo a b ad altitudinē c d. ex præmiſſa autēeſt colūna c d ad columnā a e: ſicut circulus c ad circulum a. itaq; per 11 quinti eſt altitudo a b ad altitudinem c d: ſicut baſis c ad baſin a. Conſtat igitur prima pars.

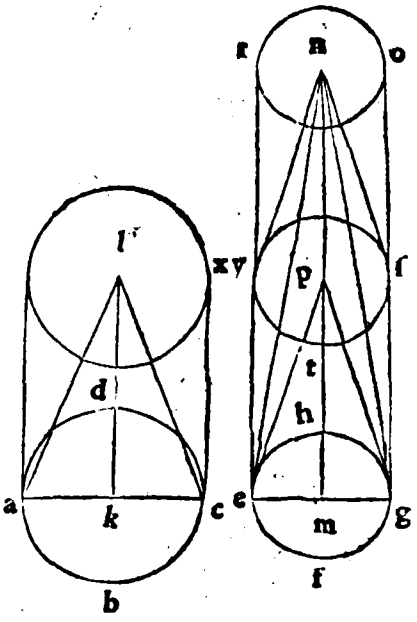


¶Secunda conuerſo modo conſtabit: eadem diſpoſitione manente. Sit enim vt baſis c ad baſin a: ſic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico q̃ duę colũnę a b & c d ſunt ęquales. Erit enim ex ſecũda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e: ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa/columna c d ad columnã a e eſt ſicut baſis c ad baſin a, & ex præmiſſa antecedente colũna a b ad colũnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e: ſequitur ex 11 quinti vt columna c d ad columnam a e ſit ſicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d: ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

15 ¶Aequalium conorum & cylindrorum: reciprocæ ſunt baſes verticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ ſunt baſes verticibus: ſunt æquales.

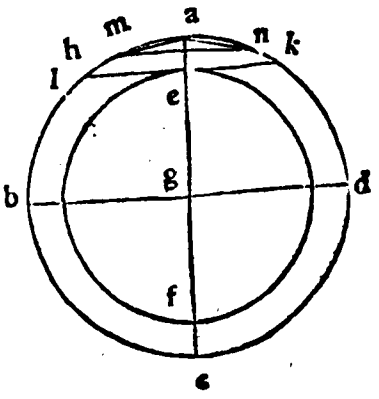
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales coni & cylindri: quorum baſes quidem a b c d, e f g h, orbes/dimetientes autem ipſorum a c, e g, axes autem k l, m n, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipſi a x, e o, cylindri. Dico q̃ ipſorum a x, o e, cylindrorum: receprocæ ſunt baſes verticibus. hoc eſt q̃ eſt ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic eſt m n vertex ad k l verticem. Faſtigiũ inquã l k: ipſi m n faſtigio aut eſt ęquale/aut nõ. Sit prius æquale. Eſt autẽ & a x cylindrus: ipſi e o cylindro æqualis. ſub eodem autẽ faſtigio exiſtentes coni & cylindri: adinuicem ſunt ſicut baſes per 11 duodecimi. Aequalis eſt igitur a b c d baſis: ipſi e f g h baſi. Quare & reciproce ſunt/ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic m n faſtigiũ ad k l faſtigiũ. ¶Sed iam nõ ſit vertex l k ipſi m n æqualis: ſed eſto maior m n. & auferatur per tertiam primi ab ipſa m n altitudine/ipſi k l æqualis p m: ponaturq̃ per 2 primi ipſi l k vertici æqualis p m. & per p ſignum ſecetur per 13 duodecimi cylindrus o e: plano y t ſ parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis/hoc eſt e f g h, r o, circulorũ. Et a baſi quidem ipſius e f g h circuli/ faſtigio vero m p: cylindrus intelligatur e ſ. Et quoniam a x cylindrus æquus eſt ipſi e o cylindro/ alius autem e ſ cylindrus: eſt igitur per 7 quinti ſicut a x cylindrus ad e ſ cylindrum/ ſic eſt e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Sed ſicut quidẽ a x cylindrus ad e ſ cylindrum: ſic eſt a b c d baſis ad e f g h baſin. Sub eadẽ enim ſunt altitudine: ipſi a x, e ſ, cylindri. Sicut autem cylindrus e o ad cylindrum e ſ: ſic m n altitudo ad m p altitudinẽ. cylindri nãq̃ in æqualibus baſibus exiſtentes: ſé habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic eſt m n vertex ad m p verticem. Aequalis autem eſt p m vertex: ipſi k l vertici. Eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic m n altitudo ad k l altitudinem. Aequalium igitur a x, e o, cylindrorũ: reciproce ſunt baſes altitudinibus. ¶Sed iam ipſorum a x, e o, cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus: eſtoq̃ ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin/ ſic vertex m n ad verticem k l. Dico q̃ a x cylindrus: æqualis eſt ipſi e o cylindro. Eiſdem nãq̃ diſpoſitis/ quoniam eſt ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin ſic m n faſtigium ad k l faſtigium/ æqualis autem eſt k l vertex ipſi p m vertici: eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin/ ſic m n vertex ad p m verticẽ. Sed ſicut quidem a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic cylindrus a x ad e ſ cylindrum. ſub eodem nanq̃ eſt faſtigio. Sicut autem m n per 14 duodecimi vertex ad p m verticem: ſic e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Eſt igitur ſicut a x cylindrus ad e ſ cylindrum: ſic eſt e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Aequalis igitur eſt a x cylindrus: ipſi e o cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.

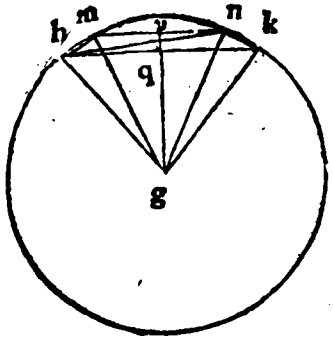


Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

13 CVm propoſiti fuerint duo circuli ab vno centro circunducti: ſuperficiem multiangulam æqualium laterum circulum minorem minime tangẽtium/ intra circulum maiorem deſcribere.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b c d & e f: ab vno cõmuni centro quod sit g, circunducti. dico q; intra maiorem qui sit a b c d, possibile est vnum polygonium quod sit æquilaterum / describi: minorẽ circulum qui est e f, nullo suorum laterum tangens. Quadrentur enim id est in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris super centrum ipsorum orthogonaliter se inuicẽ secantibus/ quę sint a c & b d: sitq; e f diameter minoris/ pars diametri a c quę est diameter maioris. Sicq; igit a puncto e, ducatur vtrinq; vsq; ad circũferenti am maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f: quæ occurrat circũferẽtiæ maioris. hinc quidem/ in pũcto h: inde vero/ in pũcto k. eritq; ex correlario 15 tertij/ linea h e k: contingens circulum minorẽ. Postea vero quadrãtẽ a b maioris circuli diuide per æqualia in punctol, secundũ doctrinã 29 tertij: dehinc rursus arcũ a l, per æqualia ad punctũ m. Cũq; hoc pluries feceris: necessario tãdem deuenies ad arcum qui minor erit arcu a h, sitq; hic a m. Hoc autẽ idcirco necessarium est. quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales: si a maiori earum demat eius dimidium/ itẽq; a residuo dimidiũ/ possibile est hoc totiens fieri quousq; tandẽ minor minore earũ relinquetur quẽadmodũ in 1 decimi demõstratũ est. Cũ igitur sic diuidẽdo/ ad arcum quantulũcũq; minorem a h, fuerit deuentum/ cuiusmodi est hic arcus a m: sumatur arcus a n æqualis arcui a m. ducanturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a k est æqualis arcui a h, quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est/ & quia arcus a n est æqualis arcui a m: erit ex cõmuni scientia/ arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h: sunt æquidistantes. ergo linea m n: nõ poterit tangere circulum e f. quare multo fortius neq; linea a m: potest ipsum tangere. Quoniam igitur constat circulum a b c d diuisibilem esse per arcus æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij simul constat intra ipsum circulum posse chordulas æquales chordulæ a m continue coaptari circulum ipsum polygoniæ chordantes: manifestum est intra circulum maiorem posse vnum polygonium æquilaterum cuius vnum latus est linea a m, inscribi. Et quia linea a m non contingit circulum minorem: patet ex prima parte 13 tertij et diffinitione linearum a centro circuli æqualiter æquidistantium/ q; inscriptum polygonium nullo laterum suorum tangit circulum minorẽ. Quod est propositũ. ¶At quid dubitas/ duas lineas m n & k h, esse æquidistantes: cum sint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autẽ inconcussam veritatẽ sortitum est: q; duæ lineæ circulũ vnum non autẽ se inuicem secantes/ si ex circunferentia æquales arcus hinc inde lineis ipsis interfint/ erunt æquidistantes. Duc quidem a centro g, lineam g p perpendiculariter ad lineam m n, quæ secet lineã h k in puncto q: & protrahe lineas g m, g n, g k, g h. & duobus arcubus n k & m h, subtende duas chordas quæ etiam dicantur n k & m h. eruntq; ex 28 tertij hæ chordæ æquales n k & m h, eo q; arcus æquales. & per secũdam partẽ 3 eiusdẽ tertij erit linea n p: æqualis lineæ m p. Cũ igitur vterq; duorũ angulorũ qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis: erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At vero p 8 primi angulus k g n: est æqualis ãgulo h g m. Itaq; p cõmunem sciẽtiã (q̃ est. si æqualibus æqualia addas: tota erũt æqualia) erit ãgulus k g q æqualis angulo q g h. ideoq; per 4 primi linea k q: erit æqualis lineę q h. quare p primã ptẽ 3 tertij/ linea g q erit ppendicularis ad lineã k h. Igitur ex prima parte 28 primi duę lineę n m & k h: sũt æquidistãtes. Et hoc est qđ dubitare conquestus es. ¶Hoc eni idẽ aliter demõstrare: est possibile. Ducaĩ ei linea n h. eritq; ex vltima sexti ãgulus h n m q̃lis ãgulo n h k: eo q; arcus h m est æq̃lis arcui n k. ideo ex 27 primi linea m n: erit æquidistãs lineę h k. ¶Cõuersã quoq; si libuerit: cõuerso modo probabis. Si ei linea m n est æquidistãs lineę h k: erit arcus n k æqualis arcui m h. Erũt eni ex prima pte 29 primi/ duo ãguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex vltima sexti duo arcus n k & m h: erunt etiã æquales.



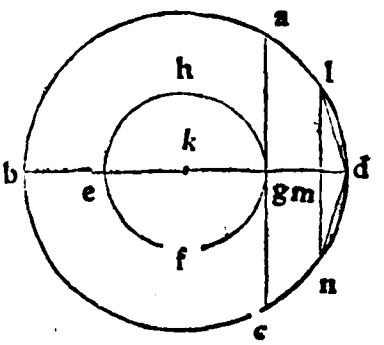


Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 16.

¶Bínis orbibus circum idem cẽtrum existẽtibus: in maiori orbe multangulum æquilaterum & parilaterum inscribere/ non tangẽtem orbem minorem in superficie. 16

¶THEON ex Zãb. ¶Sint bini orbes a b c d, e f g h: circũ idem cẽtrum k.

Oportet in maiori circulo a b c d, multangulũ æquilaterũ & parilaterum inſcribere: nõ tãgẽtẽ ipſum e f g h circulũ. Excitetur per k centrũ / recta linea b d: & a ſigno g ipſi d b rectæ lineę ad ãgulos rectos excitet p 12 primi a g in c. Igit a c tãgit ipſũ e f g h orbẽ. Secãtes iã per 30 tertij ipſã b a d circũferẽtiã diuidue⁹ & ipſius dimidiũ bifariã/& hoc ſemper efficientes: p 1 decimi relinq̃mus quandã circũferẽtiã minorẽ ipſa a d. relin quat: & eſto l d. & ab ipſo l in b d ppẽdicularis excitet p 12 primi l m: extendaturq; in n. & cõnectãtur ipſæ l d, d n, l n. Igitur l d: ipſi d n eſt ęq̃lis. Et quoniã parallelus eſt a c ipſi l n, ſed a c tãgit ipſũ e f g h orbẽ: igit l m nõ tãgit ipſũ orbẽ e f g h. multo minus igitur ipſæ l d, d n: tãgũt ipſum e f g h orbẽ. Si igit ipſi l d rectæ lineæ æquales in cõtinuũ aptabimus in orbe a b c d: deſcribet in orbe a b c d multãgulus æqlaterus & parilaterus nõ tãgens ipſum orbẽ e f g h minorẽ. Quod facere oportuit.

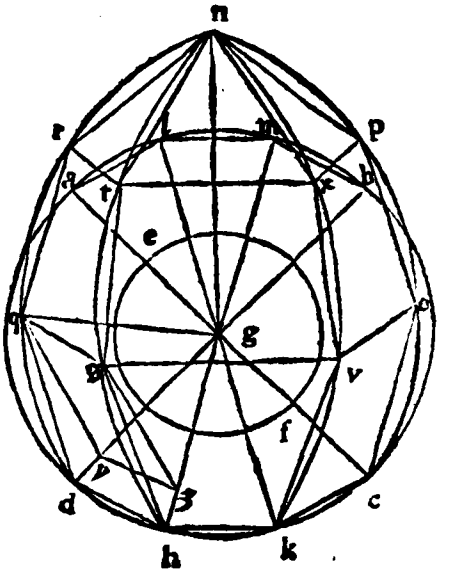


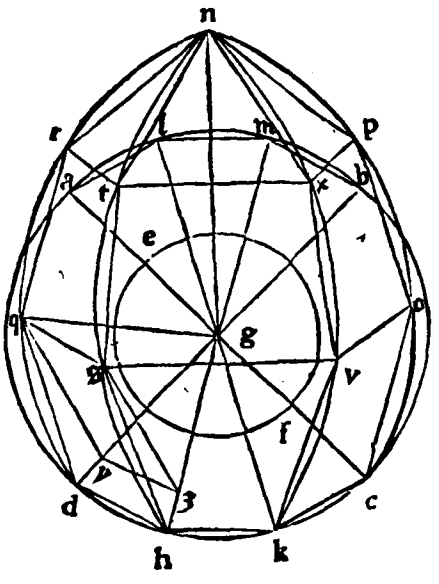
¶ COROLARIVM. ¶ Et inde eſt manifeſtũ: q; perpendicularis quæ ex l in b d, vnum circulum non tangit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 DVab⁹ ſphęris vnũ cẽtrũ habẽtib⁹ ꝓpoſitis: itra maiorẽ earũ ſolidũ multarũ baſiũ ſuperficiẽ minoris ſphęrę minime tãgẽtiũ figuraliter cõſtituere. Quo cõſtituto ſi i miori ſphęra ſiue i q̃ libet alia ſphęra ſimile corp⁹ intelligibiliter conſtituat: erit ꝓportio corp̃is multarũ baſiũ intra maiorẽ ſphærã cõſtituti ad corpus multarũ baſiũ itra minorẽ ſphęrã vel aliã cõſtitutũ/ſicut diametri maioris ſphęrę ad diametrũ minoris vel alterius proportio triplicata.

¶ CAMP. ¶ Sint propoſitæ duæ ſphæræ, a b c d & e f: vnũ at q; idẽ centrũ quod ſit g, habẽtes. & ſit maior earũ ſphæra a b c d: minor vero ſphęra e f. volumus autẽ intra maiorẽ earũ vnũ corpus multarũ baſiũ conſtituere. de quibus nõ intẽdimus q; ipſæ baſes ſint æquales aut ſimiles: ſed q; nulla earũ tangat ſuperficiẽ minoris ſphæræ. Cũ igitur hoc voluerimus facere: ſecabimus ſimul vtrãq; propoſitarũ ſphærarũ vna plana ſuperficie per cõmune centrũ earũ tranſeũte. eruntq; ex diffinitione ſphæræ & diffinitione circuli/cõmunes ſectiones huius ſecantis ſuperficiei & ſuperficierũ ſphærarũ ꝓpoſitarũ: lineę cõtinẽtes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f: quorũ cẽtrũ eſt q̃tũ ſphæræ de quo propoſitũ eſt q; ipſũ ſit g. Quadrabimus igit hos duos circulos duabus diametris ſe ſupra cõe centrũ eorũ orthogonaliter ſecãtibus: quæ ſint a c & d b. poſtea maiori circulo ſcdm p̃cepta p̃miſſæ inſcribemus vnũ polygonũ æqlaterũ: nullo ſuorũ laterũ tãgẽs minorẽ circulũ. Et ſufficiat exẽpli cauſa inſcripſiſſe dodecagonũ æquilaterũ: ita q; in quadrante ipſius maioris circuli q eſt c d, ſint tria latera huius dodecagoni q̃ ſint chordæ d h, h k, & k c. q̃ cũ ſint æquales: erũt quoq; ex prima pte 27 tertij arcus earũ æquales. Dehinc a duobus p̃ctis h & k q̃ ſũt extremitates mediæ chordæ: producemus duas diametros q̃ ſũt h m & k l. & ſup cẽtrũ g erigemus lineã g n ꝓpẽdiculare ad ſuperficiẽ circuli a b c d: quã ꝓducemus quouſq; obuiet ſupficiei ſphæræ maioris ſuper p̃ctũ n. Deinde intelligã quatuor ſupficies ſecãtes ſphæras propoſitas: quarũ vnaquæq; ſecet eas ſup lineã g n. ſcilicet prima earũ: ſupra lineã g n & diametrũ d b. ſecũda: ſuper lineã g n & diametrũ h m. tertia vero: ſup lineã g n & diametrũ k l. quarta autẽ: ſuper lineam g n & diametrum c a. eruntq; ex diffinitionibus ſphęræ & circuli/communes ſectiones harum ſuperficierũ & ſuperficiei ſphæræ maioris: lineæ continẽtes circulos. & erunt portiones inſcriptæ vt inter punctũ n & quatuor puncta quæ ſunt d, h, k, c: quadrantes horũ circulorum. qui quadrantes ſunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit: q; oẽs ãguli quos cõtinet linea g n cũ vnaquaq; diametrorum protractarum in ſuperficie circuli a b c d, ſunt recti ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem/recti vero anguli in centro, quarę circunferentiæ ſubtendantur. quod ex vltima ſexti euidenter apparet.



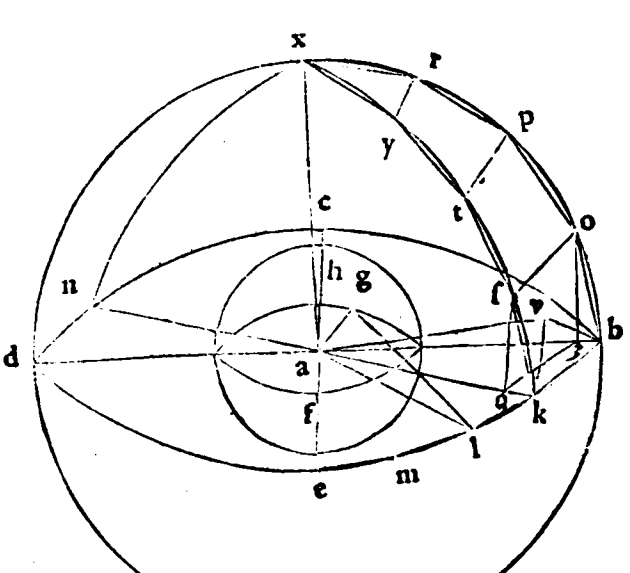


Ex diffinitione autem circulorum ęqualium manifeſtum eſt: ꝙ vnuſquiſ ꝙ horum quatuor circulorum eſt æqualis circulo a b c d. nam diameter omniũ ipſorum: eſt diameter ſphæræ maioris. Igitur per 15 quinti/ quadrantes eorum: ſunt æquales. Quare quinq; arcus quí ſunt d n, h n, k n, c n, & d c: ſunt æquales. In vnoquoq; ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothenuſales chordæ quarum quælibet ſit æqualis chordæ circuli proſtrati: quę ſunt latera polygonij ſibi inſcripti/ & eſt vna earum chorda d h. ſintq; in primo quidem: d q, q r, & r n. in ſecũdo vero: h ſ, ſ t, & t n. in tertio autem: k v, v x, et x n. & in quarto: ſint c o, o p, & p n. Et protrahãtur corauſti coniungentes capita hypothenuſaljum chordarum quæ ſint q ſ, ſ v, v o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartę parti ſuperioris hemiſphęrij maioris ſphęrę quę quidẽ quarta pars eſt d n c: inſcriptum eſſe corpus 9 baſium. quarum tres quę coeunt in puncto n, ſunt triangulæ: cæteræ autem ſunt quadrangulæ. ſuntq; harum quadrangularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia: ſed non æquidiſtantia. Corauſti autem inter quoſq; duos circulos intercepti/ ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordæ circuli proſtrati: ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autem ſcies: ſi perpendiculares a corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiem circuli iacentis dimiſeris. de quibus conſtat ꝙ ipſæ cadent ſuper diametros circulorum quos corauſti continuant, quod ex demonſtratis in 13 vndecimi facile depræhendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corauſti q ſ, demiſſæ duæ perpendiculares q y & ſ z: cadentes in diametris d b & h m. & protrahantur lineæ q g & y z. eruntq; ex quarta ſexti duo trianguli q y d & ſ z h: ſimiles. quare proportio duarum perpendicularium q y & ſ z: erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq; ſint chordæ æquales: erunt etiam & perpẽdiculares æquales. At ipſæ ſunt ęquidiſtãtes ex 6 vndecimi. ergo ex 33 primi corauſtus q ſ: eſt æqualis & ęquidiſtãs lineę y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt æquidiſtans chordæ d h, & ideo minor ea: ſequitur ex 9 vndecimi vt corauſtus q ſ ſit etiam æquidiſtans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaq; chordæ quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacenti(& ipſæ ſunt omnes æquales chordæ d h) non tangant ſphærã minorem: neceſſe eſt vt nullum latus harum baſium corporis inſcripti ſiue quadrangulæ ſint ſiuæ trigonæ/ tangant eandem minorem ſphæram/ cũ omnia hæc latera ſint ipſis chordis æqualia aut minora. Simpliciter autem dico ꝙ nulla etiam harũ baſium de quibus omnibus manifeſtum eſt ex ſecunda parte 2 vndecimi ꝙ ipſæ ſunt totæ in ſuperficie vna/ poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſperam: eo ꝙ omnis linea recta ducta ſuper quẽlibet punctum cuiuſq; earũ æquidiſtanter corauſto/ minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarum maioris ſphæræ tam ſuperioris hemiſphærij q̃ inferioris ad eius ſimilitudinẽ quadrilateris trilateriſq; ſuperficiebus ſubtexantur: erit maiori ſphęrę corpus 72 baſium ſuperficiem minoris ſphęrę minime tangentium quemadmodũ propoſitum fuerat/ iſcriptũ. ¶ Dico iſuper ꝙ ſi in alia qualibet ſphęra ſimile corpus ſtatuatur: erit proportio vnius ad alterum ſicut diametri vnius ſphæræ ad diametrũ alterius triplicata. Erũt enim ex 72/ baſes vtriuſq; corporis: baſes totidem lateratarum pyramidum / quarum omnium vertices erũt in centris ipſarũ ſphęrarũ. Has autem pyramides perficies: ſi a ſingulis angulis inſcriptorum corporum quæ ſunt extremitates chordarum & corauſtorum lineas ad centra ſphærarũ produxeris. Stude itaq;: ex diffinitione ſimilium corporum probare cunctas pyramides vnius/ eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato: erit ex 8 huius proportio vniuſcuiuſq; earum vnius ad ſuam relatiuam alterius/ ſicut proportio ſemidiametrorum ſphęrarũ ipſarum triplicata. ſunt enĩ ſemidiametri ſphęrarum: latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorum eſt ex 15 quinti vna proportio: ex 13 eiuſdem facile concludes propoſitum.

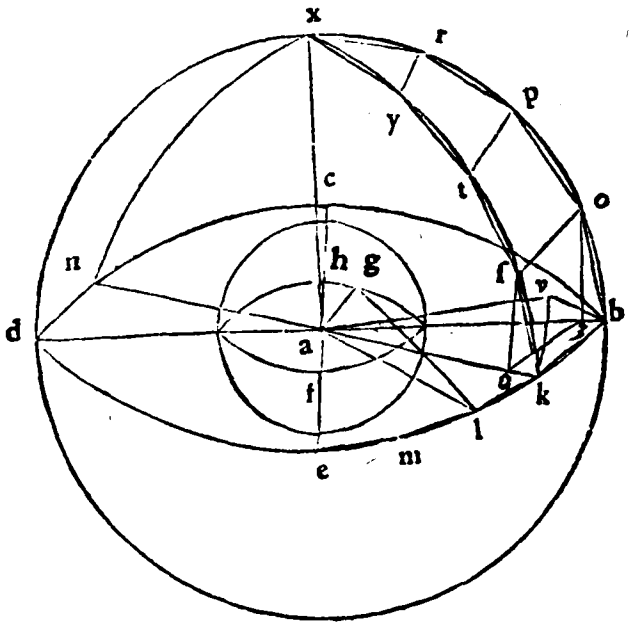
Euclid. ex Zamb. Problema. 2. Propoſitio. 17.

17 ¶Binis ſphæris circũ idem centrum exiſtentibus: in maiori ſphęra ſolidum polyhedrum inſcribere non tangens ſphæram minorem in ſuperficie.

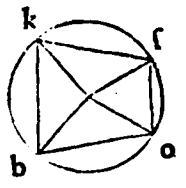
¶THEON ex Zãb. ¶Intelligantur binę ſphęræ circũ idem centrum a. Oportet iam in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum inſcribere non tangens ſphæram minorem in ſuperficie. Secentur ſphæræ: plano aliquo per centrum. erunt igitur ſectiones circuli: quoniam per 12 diffinitionem vndecimi manẽte diametro & circũducto ſemicirculo fit ſphæra. Quare & in quauis poſitione intelligamus hemicyclium: quod per ipſum ęductum planum / efficiet in ſuperficie ſphęrę circulum. & manifeſtum ꝙ & maximũ: quoniã ſphęræ diameter quę etiã eſt hemicyclij diameter / & perinde circuli / maior eſt per 15 tertij omnibus in circulo vel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus b c d e: in minori autem circulus f g h. excitenturq; ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicem b d, c e. & binis orbibus circa idem centrũ exiſtentibus hoc eſt b c d e, f g h, in maiori circulo b c d e multangulum æquilaterum & parilaterum deſcribatur per præcedẽtem non tangens ſphæram minorem f g h: cuius latera ſint in b e quarta parte / b k, k l, l m, m e. & connexa k a recta linea: extendatur in n. & excitetur per 12 vndecimi ab ipſo a ſigno: ipſi ipſius b c d e circuli plano ad angulos rectos a x. & comparetur ipſi ſuperficiei ſphæræ per x & per a x. & per vtranq; ipſarum b d, k n, plana producãtur. Faciunt iam per prædicta in ipſius ſphæræ ſuperficie maximos orbes. efficiãt: quorum hemicyclia ſint in b d, k n, diametris / hoc eſt b x d, k x n. Et quoniã x a recta eſt ad ipſius b c d e planũ: & omnia igitur quæ per x a plana, recta ſunt ad ipſius a b c d e circuli planum. quare & b x d, k x n, hemicyclia: recta ſunt ad ipſius b c d e circuli planum. Et quoniã hemicyclia b e d, b x d, k x n, ſunt æqualia / in æqualibus nãq; ſunt diametris b d, k n: & b e, b x, k x, quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quot igitur latera multanguli ſunt in b e quarta parte: tot quoq; ſunt in ipſis b x, k x, quartis partibus ipſis k b, k l, l m, m e, rectis lineis æquales. Deſcribantur: & ſint b o, o p, p r, r x, k ſ, ſ t, t y, y x. & connectantur ipſæ ſ o, t p, y r. Et ab ipſis o, ſ, in ipſius b c d e circuli planum perpẽdiculares excitentur. Cadunt inq̃ in communes ſectiones planorum b d, k n: quoniam & ipſorum b x d, k x n, plana recta ſunt ad ipſius b c d e circuli planũ. cadãt: & ſint o, z, ſ, q. & cõnectãtur z, q. Et quoniã in ęqualibus hemicyclijs b x d, k x n, æquales rectæ lineæ ſunt b o, k ſ, & perpẽdiculares ductę ſunt o z, ſ q: æqualis igitur eſt o z ipſi ſ q, & b z ipſi k q. eſt autem & tota b a: toti k a æqualis. & reliqua igitur z a: reliquæ q a eſt æqualis. Eſt igitur ſicut b z ad z a: ſic eſt k q ad q a. parallelus igitur eſt q z: ipſi k b. Et quoniam vtraq; ipſarũ o z, ſ q, recta eſt ad ipſius b c d e circuli planũ: parallelus igitur eſt o z ipſi ſ q. patuit autem: ꝙ & ipſi æqualis. & q z, ſ o, igitur: æquales & paralleli ſunt. Et quoniam q z ipſi ſ o parallelus eſt / ſed z q ipſi k b parallelus eſt: & ſ o igitur ipſi k b parallelus eſt. & ipſas connectunt: ipſæ b o, k ſ. igitur b o k ſ quadrilaterum: in vno eſt plano. Quoniã per 7 vndecimi ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ / & ab vtraq; ipſarum accipiantur contingentia ſigna / & ad ipſa ſigna annexa recta linea: in eodem eſt cum ipſis parallelis plano. Idq; propterea & vnũquodq; ipſorum ſ o p t, r y t p, quadrilaterorum: in vno eſt plano. Eſt autẽ triangulũ y r x, in vno plano. Si vero intelligamus a ipſis o, ſ, p, t, r, y, ſignis in a connexas rectas lineas: conſtituetur quædam figura ſolida polyhedra inter b x, k x, circũferentias / ex pyramidibus compræhenſa / quarum baſes quidẽ



ſunt k b o ſ, ſ o t p, p t r y, quadrilatera/ & y r x triangulum/ vertex autem a ſignum. Si autem & in vnoquoq; ipſorum k l, l m, m e, laterum, ſicut in b k eadem conſtruamus/ & inſuper in reliquis tribus quartis partibus/ & in reliquo hemiſphærio: conſtituetur figura ſolida polyhedra deſcripta in ſphæra/ contẽta ex pyramidibus quarum baſes ſunt prędicta quadrilatera & triangulum y x r, & quę in eodẽ ordine eis/ vertex autẽ a ſignũ.



Dico q̃ prædicta polyhedra non tanget minorẽ ſphæram in ſuperficie: in qua eſt circulus f g h. Excitetur per 11 vndecimi ab ipſo a ſigno/ in ipſius k b o ſ quadrilateri planũ/ perpendicularis a v: & comparetur ipſi plano per v ſignum. & connectantur b v, v k. Et quoniã a v recta eſt ad ipſi us b k o ſ planum: & ad omnes igitur ipſam tãgentes rectas lineas & exiſtentes in ipſius quadrilateri plano recta eſt a v per 2 diffinitionẽ vn decimi. Igitur a v: recta eſt ad vtranq; ipſarum b v, v k. Et quoniam per 15 diffinitionẽ primi a b ipſi a k eſt æqualis: æquũ eſt & quod ex a b ei qđ ex a k. Et ipſi quidẽ quod ex a b: ęqualia ſunt per 47 primi ea quę ex a v, v b. rectus enim: qui ad v. Ipſi autem quod ex a k: æqualia ſunt quæ ex a v, v k. Quæ igitur ex a v, v b: æqua ſunt eis quæ ex a v, v k. Commune auferatur quod ex a v. reliquũ igitur quod ex b v: reliquo quod ex v k eſt ęquale. ęqualis igitur eſt b v: ipſi v k. Similiter iam demonſtrabimus q̃ & quæ ab v ad o ſ connexæ rectæ lineæ: æquales ſunt vtriq; ipſarum b v, v k. Centro igitur v, & ſpacio altero ipſorum b v, v k, circulus deſcriptus, ibit etiã per o, ſ: & quadrilaterum k b o ſ erit in circulo. Et quoniam k b maior eſt ipſa q z, æqualis autẽ eſt q z ipſi ſ o: maior igitur eſt b k ipſo ſ o. Aequalis autem eſt k b: vtriq; ipſarum k ſ, b o. & vtraq; igitur ipſarum k ſ, b o: ipſo ſa maior eſt. Et quoniã in circulo quadrilaterũ eſt k b o ſ, & b k, b o, k ſ, ęquales/ & minor o ſ, & ex centro circuli eſt b v: igitur quod ex k b, eo quod ex b v maius eſt q̃ dimidium. Excitetur per 12 primi ab ipſo k: in b z perpendicularis k z. Et quoniã b d ipſa d z minor eſt q̃ dupla/ eſtq; ſicut b d ad d z ſic quod ex d b, b z, ad id quod ſub d z, z b, deſcripto autẽ ab ipſa b z quadrato complectoq; in altero parallelogrammo: & quod ſub d b, b z, igitur eo quod ſub d z, z b, minus eſt q̃ duplum, & connexa k b: quod ſub d b b z, æquum eſt ei quod ex k z. Igitur quod ex k b: eo quod ex k z minus eſt q̃ duplum. Sed quod ex k b: eo quod ex b v maius eſt q̃ duplum. maius igitur eſt quod ex. k z: eo quod ex b v. Et quoniam per 15 diffinitionem primi b a: ipſi k a eſt æqualis: æquum eſt & quod ex b a ei quod ex k a. Ei autem quod ex a b: per 47 primi æqualia ſunt quæ ex b v, v a. Ei autem quod ex k a: per 47 primi æqua ſunt quæ ex k z, z a. Quæ igitur ex b v, v a: æqualia ſunt eis quæ ex k z, z a. quorum quod ex b z: maius eſt eo quod ex b v. Reliquũ igitur quod ex z a: maius eſt eo quod ex v a. Maior igitur eſt a v ipſa a z. multo igit̃ maior eſt a v ipſa: a g. Eſtq; ipſa a v in vna ipſius polyhedri baſi: & a g in minoris ſphærę ſuperficie. Quare & polyhedrum non tangit ſphæram in ſuperficie. Quod facere oportebat.



¶ Oſtẽdendum iam & aliter ac expeditius: q̃ maior eſt a v, ipſa a g. Excitetur per 11 primi ab ipſo g ipſi a g ad angulos rectos g: & connectantur, a l. Secantes iam per 30 tertij ipſam e b circũferentiam diuidue/ & dimidium ipſius diuidue/ & hoc ſemper facientes: relinquemus quãdã circumferentiam quę eſt minor circunferentia contenta ſub b c d e circulo & æquali ipſi g l. relinquatur: & eſto k b circũferẽtia. Minor igitur eſt & k b recta linea: ipſa g l. Et quoniam in circulo eſt b k ſ o quadrilaterum / & æquales ſunt o b, b k, k ſ, & minor eſt o ſ: angulus igitur qui ſub b v k obtuſus eſt. maior igitur eſt b k: ipſa b v. Sed ipſa k b maior: eſt ipſa g l. multo maior igitur eſt g l: ipſa b v. maius igitur eſt & qđ ex g l: eo quod ex b v. Et quoniã per 15 diffinitionẽ primi/ a l ipſi a b eſt ęqua

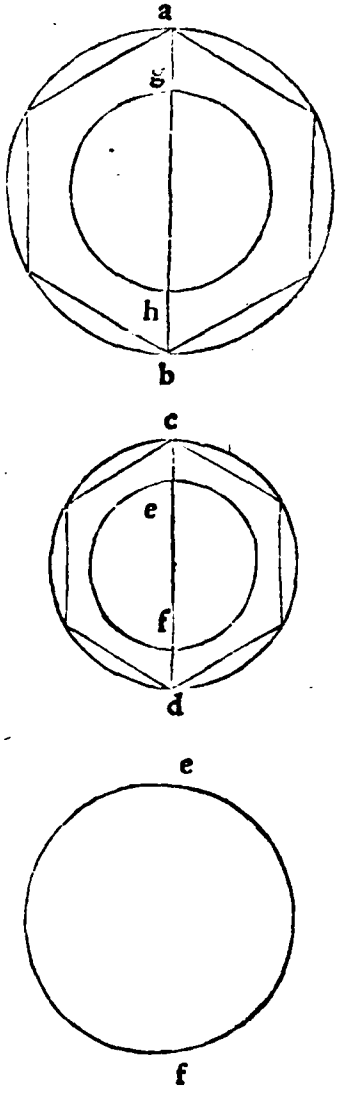
lis:& quod ex a l igitur ei eſt æquũ quod ex a b. Sed ei quod ex a l: æqua ſunt quæ ex b v, v a. Quę igitur ex a g, g l: æqualia ſunt eis quę ex b v, v a. Quorũ quod ex b v: minus eſt eo quod ex g l. & reliquum igitur quod ex v a: maius eſt eo quod ex a g. Maior igitur eſt a v: ipſa a g. Binis igitur ſphęris circũ idẽ centrum exiſtentibus: in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum deſcriptum eſt/ non tangens minorem ſphæram in ſuperficie. Quod facere oportuit.

¶ COROLLARIVM. ¶ Si vero & in altera ſphæra q̃ ſit in b c d e ſphę ra / ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrum inſcribatur: in ipſa b c d e ſphæra ſolidum polyhedrum ad id quod in altera ſphæra ſolidum polyhedrũ triplam habet rationem / q̃ ipſius b c d e ſphæræ dimetiens ad ipſius alterius ſphęræ dimetientẽ. Diſtributis nãq; ſolidis in numero ęquales & ęqualis or dinis pyramidas: pyramides ſimiles erũt. Similes vero pyramides: per 8 duodecimi adinuicem in tripla ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius baſis quidem eſt k b o ſ quadrilaterum/ vertex autem a ſignum: ad eã quæ in altera ſphæra ſimilis ordinis pyramida triplã habet rationẽ/ q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. hoc eſt q̃ a b q̃ eius ex centro ſphęrę quæ circũ a centrum: ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ. Similiter & vnaquęq; pyramis quæ in ſphæra quę circũ centrum a: ad quãlibet pyramida eiuſdem ordinis in altera ſphæra/ triplam habebit rationem q̃ a b ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ. Et ſicut vnum antecedentium ad vnum ſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Quare totum ſolidum polyhedrũ quod in ſphæra quæ circũ centrũ a: ad totum ſolidũ polyhedrũ quod in altera ſphæra/ triplam rationẽ habebit q̃ a b ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ/ hoc eſt quæ b d diameter ad alterius ſphęrę diamerũ. Quod oſtẽdere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

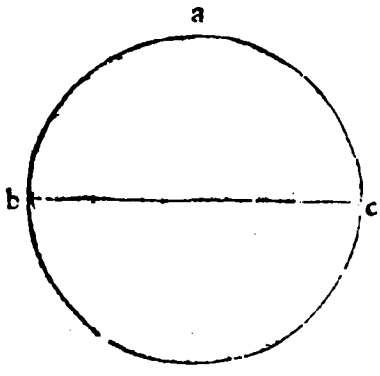
15 OMnium duarum ſphęrarum eſt proportio alterius ad alteram: tanquã ſuæ diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

¶ CAMP. ¶ Sint duæ ſphæræ a b & c d: quarum diametri ſint a b & c d. Dico q; proportio earum: eſt ſicut ſuarũ diametrorũ proportio triplicata. Cuius demonſtratio eſt. Quoniam neq; ad minorem ſphæram q̃ ſit ſphæra c d, neq; ad maiorem/ eſt proportio ſphærę a b: ſicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Eſto quidẽ proportio ſphæræ a b ad ſphæram e f: ſicut diametri a b ſphęræ a b, ad diametrũ c d triplicata. Demonſtrabo itaq; q; ſphæra e f non poteſt eſſe minor neq; maior q̃ ſphæra c d. Si enim affirmet aduerſarius eam eſſe minorem: imaginabor eam includi a ſphæra c d, & circũduci ab eodem cẽtro. & inſcribam ſphærę c d iuxta prędepta præmiſſę: vnum corpus multarum baſium non tangentium ſuperficiem ſphętæ e f minoris. dicaturq; iſtud corpus nomine ſphæræ cui inſcribitur / c d. Poſtea ſimile corpus multarũ baſium inſcribam ſphærę a b: quod etiã nomine ſuæ ſphæræ dicatur a b. Conſtat itaq; ex ſecunda parte præmiſſæ & 11 quinti: q; proportio ſphæræ a b ad ſphæram e f, eſt ſicut corporis multarum baſium quod eſt a b, ad corpus multarum baſiũ quod eſt c d. vtraq; enim: eſt ſicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem: ex hypotheſi. illa vero: ex ſecunda parte prędmiſſę. Quare permutatim proportio ſphæræ a b ad corpus multarum baſium a b: eſt ſicut ſphæra e f ad corpus multarum baſium c d. Cum igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b: erit etiam ſphæra e f maior corpore multarum baſium c d. Hoc autem eſt impoſſibile. nam ipſa eſt pars eius. Non eſt ergo ſphæra e f: minor ſphæra c d. Si autem dicat aduerſarius eam eſſe maiorem: cõfutabimus ipſum hoc modo. Erit enim per conuerſam proportionalitatem ſphæra e f ad ſphæram a b: ſicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaq; eadem ſphęræ c d: ad ſphæram g h. eritq; ex 14 quinti ſphæra g h, minor ſphæra a b: eo q; ſphæra c d poſita eſt minor ſphæra e f. Quare proportio ſphæræ c d ad aliquam ſphæram minorem ſphæra a b: eſt ſicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc eſt impoſſibile. nã ex hoc ſequitur: q; pars ſit maior ſuo toto vt demõſtratũ eſt prius. Itaq; ſphęra e f: nõ eſt maior neq; minor q̃ ſphęra c d. Igitur ex 7 quinti cõclude propoſitã cõcluſionẽ: q̃ imponit finẽ libro duodecimo.

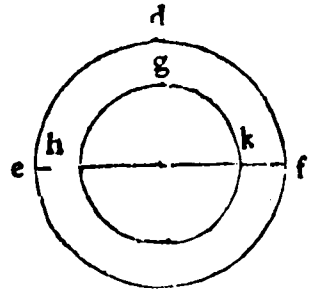


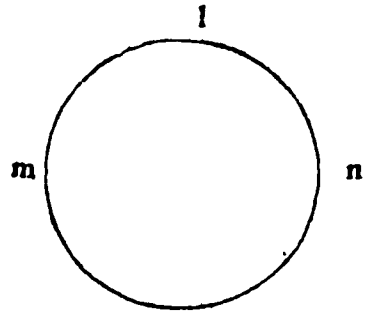
Eucli.ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

¶Sphæræ adinuicem:in triplici ſunt ratione propriorum dimetientium. 18



¶THEON ex Zamberto. ¶Intelligantur ſphæræ a b c,d e f: diametri vero ipſarum ſint b c,e f. dico ꝙ ſphæra a b c ad ſphærā d e f: triplam habet rationem q̄ b c ad e f. Si autem non: habebit igitur a b c ſphæra ad minorem aliquam ipſa d e f ſphęra/triplam rationem/vel ad maiorem/q̄ b c ad e f. Habeat prius ad minorem g h k. & intelligatur d e f ſphęra: ipſi g h k circū idem centrum. deſcribaturq; per præcedentem/in ſphæra maiori d e f: ſolidum polyhedrum non tangens minorem ſphæram g h k in ſuperficie. Deſcribatur autē per eandem & in a b c ſphęra: ei quod in d e f, ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrum. Igitur per correlarium eiuſdem ſolidum polyhedrum quod in ſphæra a b c: ad id ſolidum polyhedrum quod in d e f, triplam habet rationem q̄ b c ad e f. Habet autem & a b c ſphæra: ad g h k ſphæram/triplam rationem q̄ b c ad e f. eſt igitur ſicut ſphæra a b c ad ſphæram g h k: ſic ſolidum polyhedrum quod in a b c ſphæra/ad ſolidum polyhedrum quod in d e f ſphæra. Viciſſim igitur per 16 quinti ſicut a b c ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrum: ſic g h k ſphæra ad id quod in d e f ſphæra ſolidum polyhedrum. Maior autem eſt a b c ſphæra: ei quod in ſe polyhedro. Maior igitur & g h k ſphæra: eo quod in d e f ſphæra polyhedro. Sed et minor. ab ipſo nāq; compræhenditur. quod eſt impoſſibile. Sphæra igitur a b c: ad minorem ipſa d e f ſphæra/ triplam rationem non habet q̄ b c diameter ad d f diametrum. Similiter iam demonſtrabimus: ꝙ neq; d e f ſphæra/ad minorem ipſa a b c ſphæra/ triplam habet rationem q̄ e f ad b c. ¶Dico iam ꝙ neq; ſphæra a b c: ad maiorem aliquā ipſa d e f ſphæra triplam habet rationem q̄ b c ad e f. Si enim poſſibile: habeat ad maiorem l m n. Conuerſim igitur ſphæra l m n ad ſphæram a b c triplam habet rationem: q̄ diameter e f ad diametrum b c. Sicut autē l m n ſphæra ad a b c ſphæram: ſic d e f ſphæra ad minorē aliquā ipſa a b c ſphęra/ſicut antea patuit. quoniam maior eſt l m n ipſa d e f. & ſphæra d e f ad minorem ipſa a b c ſphæra triplam habet rationem q̄ e f ad b c. quod eſt impoſſibile. Igitur ſphęra a b c: ad maiorem ipſa d e f ſphæra/triplam rationē non habet q̄ b c ad e f. Patuit autē ꝙ neq; ad minorem. Ipſa igitur a b c ſphæra: ad d e f ſphæram/triplam habet rationem. q̄ b c ad e f. Quod oſtendendum fuerat.





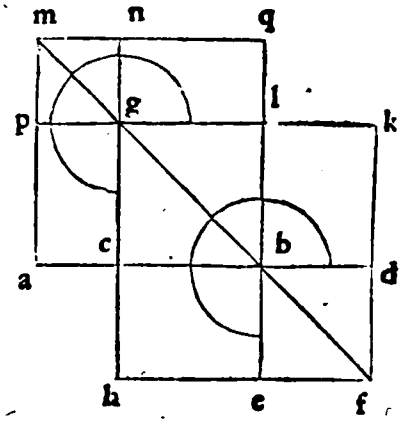
EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum Elementorum
duodecimi libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Greco commentatore, interprete Bartholamæo Zãberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber tertiuſdecimus.

Euclides ex Campano. Propoſitio 1.

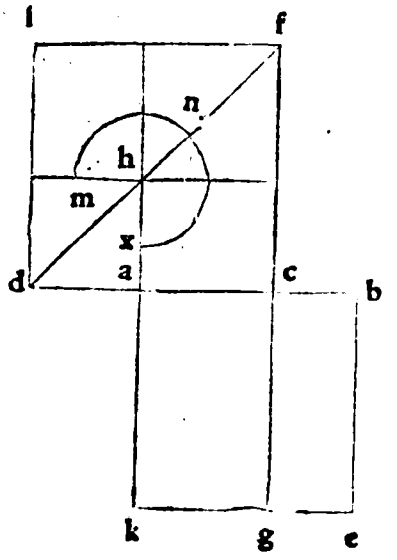
1 CVm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema/ ſi maiori portioni linea in longũ addatur æqualis dimidio ipſius lineæ proportionaliter diuiſę: quadratum lineæ ex eis duabus compoſitę/ quadrati medietatis eiuſdem lineæ diuiſæ quintuplũ eſſe neceſſe eſt.

¶CAMP. ¶Sit linea a b diuiſa in pũcto c: prout docet 29 ſexti. & ſit maior portio eius/ linea b c: cui b c directe adiungatur linea b d, quę ſit æqualis medietati totius a b. Dico q; quadratũ lineæ c d: erit quintuplũ ad quadratũ lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d: & ſit eius quadratum d e. & circũponã huic quadrato gnomonem ſecundum quantitatem lineæ b c: protracta diametro f b g. ſitq; circũpoſitus gnomo e g d. eritq; ex 22 ſexti ſuperficies inde compoſita/ quæ ſit h k: tanq; quadratũ lineæ c d. Dico igitur quadratum h k: quintuplum eſſe ad quadratum d e. Sit igitur c l: quadratum circũpoſiti gnomonis. ſibiq; circũponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b vſq; ad m: ſitq; hic gnomo c m l. & protrahantur lineæ c n & p l æquidiſtanter lateribus oppoſitis: ſecantes ſe ſuper diametrum f m in puncto g. Manifeſtum eſt autem ex 22 ſexti/ q; compoſitum ex hoc ſecũdo gnomone & quadrato c l (& ipſum quadratum ſit a q) eſt quadratũ lineæ a b. quod ex quarta ſecundi neceſſe eſt eſſe quadruplum ad quadratum d e: eo q; linea b d eſt medietas lineæ a b. Cũq; ſit ex prima parte 16 ſexti ſuperficies a n, ideoq; per 43 primi ſuperficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq; & m l, ex b a in a c: & c l prouenit ex c b in ſe) & cum ex prima ſexti ſit a l dupla ad l d, ideoq; æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi: erit ex hac communi ſcientia (ſi æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratum a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus eſt ad quadratum d e: quemadmodum erat quadratum a q. Itaq; totum quadratum h k: cum ipſum conſtet ex ſimplo & quadruplo/ erit ex communi ſciẽtia quintuplum ad idem. Quod eſt propoſitum. ¶Idem aliter. ¶Ex quarta ſecũdi conſtat: q; quadratũ lineæ a b, eſt quadruplum ad quadratum lineæ b d. At per ſecũdã eiuſdẽ quod fit ex a b in b c & in a c: eſt æquale quadrato a b. quod autẽ ex a b in b c: æquũ eſt ei quod ex b d bis in b c. quod ex prima ſecundi manifeſtum eſt: cum a b ſit dupla ad b d. At vero quod ex a b in a c eſt ex prima parte 16 ſexti æquale quadrato b c. Itaq; per communẽ ſcientiam quod fit ex b d bis in b c, & quod ex b c in ſe: eſt æquale quadrato a b, & ideo eſt quadruplum ad quadratũ b d. Quare ſuperaddito quadrato b d, erit totũ aggregatũ: quintuplum/ videlicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta ſecundi hoc totum eſt æquale quadrato c d: conſtat verum eſſe quod diximus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 SI recta linea extrema & media ratiõe ſecetur: maius ſegmentum admittens totius dimidiam/ quintuplum poteſt eius quod ex totius dimidia.

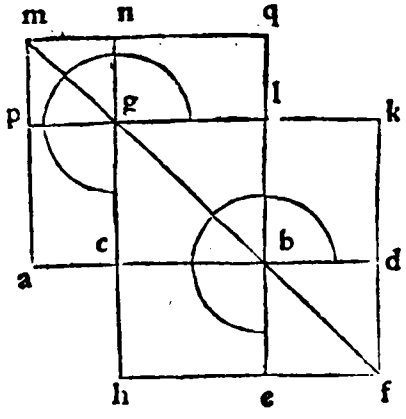


THEON ex Zamb. Recta inq̃ linea a b, extrema & media ratione ſecetur in c ſigno: & ſit maius ſegmentum a c. & extendatur in rectam lineam c a, a d. & ponatur ipſius a b: dimidia a d. Dico q̃ quod ex c d: eius quod ex d a quincuplum poteſt. Deſcribantur inq̃ per 46 primi ab ipſis a b, d c: quadrata a e, d f. & in d f deſcribatur figura. extendaturq; f c in g. Et quoniam a b extrema & media ratione diuiditur in c: igitur quod ſub a b, b c, æquũ eſt ei quod ex a c. Eſt autem id quod ſub a b, b c: ipſum c e. quod autem ex a c: ipſum f h. Igitur c e: ipſi f h eſt æquale. Et quoniam b a ipſius a d dupla eſt / æqualis autem eſt b a ipſi k a, & a d ipſi a h: igitur & k a, ipſius a h dupla eſt. Sicut autem k a ad a h: ſic c k ad c h. Duplum igitur eſt c k: ipſius c h. Sunt autem & ipſa l h, h c: dupla ipſius c h. ſupplementa nãq; adinuicem ſunt æqualia per 43 primi. Igitur c k: ipſis l h, h c, eſt æquale. demonſtratum autem eſt: q̃ & c e ipſi f h eſt æquale. totum igitur a e quadratum: æquũ eſt ipſi m n x gnomoni. Et quoniam b a ipſius a d dupla eſt: quadruplũ eſt quod ex b a eius quod ex a d, hoc eſt a e ipſius d h. Eſt autẽ a e: ipſi m n x gnomoni æquale: & m n x igitur gnomon: quadruplus eſt ipſius d h. Totũ igitur d f: quincuplum eſt ipſius d h. Eſt q̃ d f, quod ex c d: & d h, quod ex d a. quod ex c d igitur: quincuplũ eſt eius quod ex d a. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecetur: maius ſegmẽtum totius admittẽs dimidiam / quincuplũ eſt ſiue poteſt eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterutrius ſuarum portionum ſit quintuplum / in longum ſibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſa erit / maiorq; portio eius erit linea media. a

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ. duplici quoq; modo ſicut illa demõſtrabitur via retrograda: eadem prorſus manẽte diſpoſitione. Verbi gratia. ſit quadratum h k quintuplum ad quadratum d e: & linea a b dupla ad lineam b d. Dico q̃ linea a b diuiſa eſt in puncto c ſecundũ proportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema: & maior portio eius eſt linea media vt eſt c b. Conſtat autẽ ex 4 ſecundi: q̃ quadratũ a q eſt quadruplum ad quadratũ d e. Itaq; gnomo d g e: æqualis eſt quadrato a q. Cumq; duo ſupplemẽta l d & c e pariter accepta / ſint quantum gnomo c m l, atq; eadem ſupplementa pariter accepta ſint ex t ſexti quantum a l, ideoq; quantum c q: ſequitur q̃ c q ſit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab vtroq; / ſuperficie l n: erit quadratũ c l æquale ſuperficiei a n. Cum igitur fiat ſuperficies a n ex a b in a c, ſit autem quadratum c l quadratum lineę c b: erit ex ſecunda parte 16 ſexti proportio a b ad b c, ſicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſæ / poſitam in principio ſexti libri: conclude propoſitũ

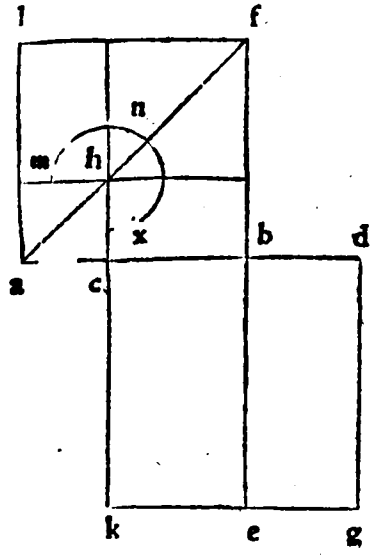


Item aliter. Cum quadratũ c d ſit ex hypotheſi quintuplum ad quadratũ b d, quadratum vero a b ſit ex quarta ſecundi quadruplum ad idem / at quadratum c d ſit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod ſit ex b d bis in c b: ſequitur vt illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, ſit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum eſt quantum quod ex a b in b c: eo q̃ a b dupla eſt ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c: eſt æquale quadrato a b. Et quia ex ſecunda ſecũdi quod fit ex a b in b c & in a c eſt æquale quadrato a b: ſequitur ex communi ſcientia vt quadratum lineæ b c ſit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione / conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Si recta linea ſui ipſius ſegmento quincuplum potuerit / dupla prædicti ſegmẽti extrema & media ratione diſſecta: maius ſegmẽtum reliqua eſt pars eius quæ in principio rectæ lineæ. 2

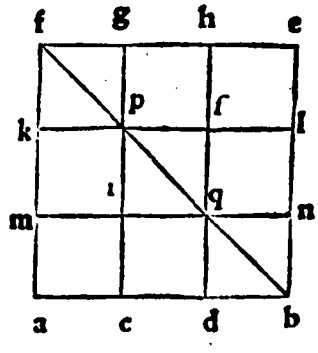
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b, ſui ipſius ſegmento a c quincuplum poſſit: ipſius autem a c dupla ſit c d. Dico q̄ ipſa c d extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmentum eſt c b. Deſcribantur inq̄ ex vtraq; ipſarum a b, c d, figuræ a f, c g: & extendatur b e. Et quoniam a f ipſius a h quincuplum eſt: quadruplus igitur eſt m n x gnomon / ipſius a h. Et quoniam d c ipſius c a dupla eſt: quadruplum igitur eſt quod ex d c eius quod ex c a, hoc eſt c g ipſius a h. Patuit autē: q̄ m n x gnomon ipſius a h quadruplus eſt. Aequus igitur eſt m n x gnomon: ipſi c g. Et quoniam d c ipſius c a dupla eſt/ æqualis autē eſt d c ipſi c k, & a c ipſi c h: dupla igitur eſt & c k ipſius c h. duplū igitur eſt & k b: ipſius b h. Sūt autem & l h, h b: dupla ipſius b h. Igitur k b: ipſis l h, h b, eſt æquale. Oſtenſum autē eſt: q̄ & totus m n x gnomon toti c g eſt æqualis. & reliquū igitur h f: ipſi b g eſt æquale. Eſtq; ipſum b g: id quod ſub c d, d b. æqualis enim eſt c d ipſi d g: & h f ipſi quod ex c b. Igitur quod ſub c d, d b: æquum eſt ei quod ex c b. Eſt igitur ſicut d c ad c b: ſic c b ad b d. Maior autem eſt d c: ipſa c b. maior igitur eſt & c b: ipſa b d. Igitur c d recta linea extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmentum eſt c b. Si recta igitur linea ſui ipſius ſegmento quincuplū potuerit: dupla dicti ſegmenti extrema & media ratione diſſecta/ maius ſegmētū reliqua pars eſt eius quæ in principio rectæ lineæ. ¶Q̄z autem dupla ipſius a c maior ſit q̄ ipſa b c: ſic oſtendendum eſt. Si autem non: eſto (ſi poſſibile eſt) b c dupla ipſius c a. quadruplum igitur eſt quod ex b c: eius quod ex c a. quę igitur ex b c, c a: eius quod ex c a quincupla ſunt. Supponitur autē & quod ex b a: quincuplū eius quod ex c a. Quod ex b a igitur: æquum eſt eis quæ ex b c, c a. quod eſt impoſſibile. Igitur c b: ipſius a c dupla non eſt. Similiter iā oſtendemus: q̄ neq; minor q̄ ipſa b c, eſt dupla ipſius a c. multo enim abſurdius. Ipſius igitur a c, dupla: maior eſt ipſa b c. Quod demonſtraſſe oportuit.

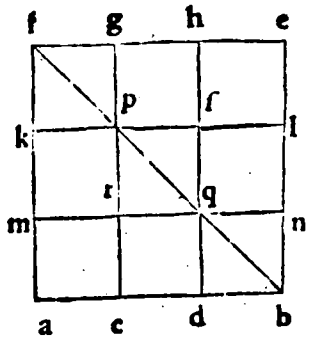


Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

3 CVm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema: ſi minori portioni tanq̄ dimidium maioris directe iungatur/ erit vt quadratū lineæ inde compoſitæ quintuplum ſit quadrati quod ex ipſa maioris medietate portionis deſcribitur.

¶CAMP. ¶Sit linea a b diuiſa in puncto c, ſecundum proportionē habentē medium & duo extrema: ſitq; eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico q̄ quadratū lineæ a d: eſt quintuplū ad quadratū lineæ c d. Deſcribatur enī quadratū a b, quod ſit a e: in quo protrahātur diameter b f, & lineę g c & d h, itēq; k l & m n, æquidiſtāter lateribus oppoſitis ſecātes ſe inuicem ſuper diametrū in duobus pūctis p & q, & extra diametrū in duobus aliis locis r & ſ. Manifeſtū igitur eſt ex 22 ſexti vel ex correlario 4 ſecūdi: q̄ oēs ſuperficies exiſtētes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediū/ ſunt quadratæ. Quatuor aūt ſupficies quæ ſunt a r, m p, p h, & ſ e: cōſtāt ex 43 primi & prima ſexti eſſe adinuicē æquales. nā duę poſtremę p h & ſ e: ſunt adinuicē æquales ex 1 ſexti. Quoniā igitur ex p̄ſenti hypotheſi & diffinitiōe lineæ ſecūdum q̄ proponitur diuiſæ & prima parte 16 ſexti/ quadratū c l eſt æquale ſuperficiei a g, ideoq; & gnomoni r f ſ propter id quod ſuperficies a r eſt æqualis ſuperficiei p h, & quoniā ex 4 ſecūdi quadratū c l eſt quadruplū ad quadratū r ſ quod eſt tanq̄ quadratū lineæ c d: ſequitur ex cōmuni ſciētia q̄ quadratū m h ſit quintuplū quadrati r ſ. Cōſtat enī ex gnomone quadruplo/ & r ſ ſimplo. Hoc autē eſt propoſitū. ¶Idē aliter. Cū ſit linea b c diuiſa per æqualia in pūcto d, & addita eſt ei linea a c: erit ex 6 ſecūdi quod fit ex a b in a c, cū quadrato c d interiacētis/ æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c, æquale eſt quadrato c b ex prima pte 16 ſexti/ hoc aūt eſt quadruplū ad quadratū c d: manifeſte patet veritas eius quod dicitur. ¶Potes quoq; ſi libet/ duplici modo ex cōſequēte huius ſuū ātecedēs cōcludere proceſſu retrogrado. Sit enī (eadē diſpoſitione manēte) q̄dratū m h quintuplū ad quadratū r ſ. eritq; gnomo n r f ſ: æquale q̄drato c l. Vtrūq; enī: eſt q̄druplū ad quadratū r ſ. At quia ſuperficies a g eſt æq̄lis gnomoni p̄dicto: neceſſe eſt vt ſuperficies eadē ſit æqualis q̄drato p̄dicto.



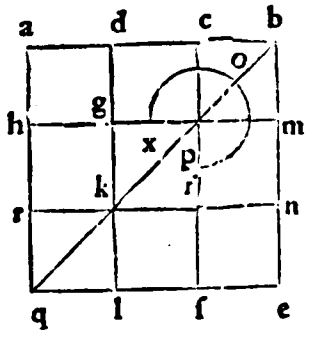


Quare ex ſecũda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundũ proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema: & maior portio eius eſt linea c d. ¶Idẽ aliter. Cum ſit ex hypotheſi quadratũ lineæ a d quintuplũ ad quadratũ lineæ c d, & ex 6 ſecundi idẽ ipſum quadratũ ſit æquale ei quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, ſequitur vt id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, ſit quintuplũ ad idẽ quadratũ c d. Ideoq; eo dempto: erit reſiduũ videlicet quod fit ex a b in a c, quadruplũ ad ipſum. Et quia etiã ex 4 ſecũdi quadratũ lineæ c b eſt quadruplũ ad idem: neceſſe eſt vt quod fit ex a b in a c, ſit æquale quadrato c b. Quare iterũ ex ſecũda parte 16 ſexti & diffinitione, linea a b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, in puncto c: & maior portio eſt linea c b.

Euclı. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

¶Si recta linea media & extrema ratione ſecetur: minus ſegmẽ tum admittens dimidiã maioris ſegmenti, quincuplũ poteſt eius quod a media maioris ſegmenti fit quadrati. 3

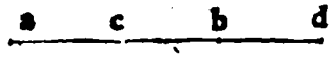
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim quędã linea a b, media & extrema ratione ſecetur in c ſigno: ſitq; maius ſegmẽtũ a c. ſeceturq; per 10 primi a c bifariã in d. Dico q; quod ex b d: quincuplũ poteſt eius quod d c. Deſcribatur per 46 primi ex a b, quadratũ a e: & deſcribatur figura. Et quoniã a c dupla eſt ipſius d c: quadruplum igitur eſt quod ex a c eius quod ex d c, hoc eſt r ſ ipſius f g. Et quoniam quod ſub a b, b c, æquum eſt ei quod ex a c, eſtq; quod ſub a b, b c, ipſum c e, & quod ex a c id quod r ſ: igitur c e ipſi r ſ eſt æquale. Quadruplum autem eſt r ſ: ipſius f g. quadruplum igitur eſt & c e: ipſius f g. Rurſus quoniã ęqualis eſt a d ipſi d c: ęqualis eſt & h k ipſi k f. quare & g f quadratũ: æquum eſt ipſi h l quadrato. æqualis igitur eſt g k ipſi k l, hoc eſt m n ipſi n e. quare & m f: ipſi f e eſt ęquale. Sed m f: ipſi c g eſt æquale. & c g igitur: ipſi f e eſt æquale. Commune apponatur c n. Igitur x o p gnomon: æquus eſt ipſi c e. Sed c e: quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius g f. & x o p igitur gnomon: ipſius g f quadruplus eſt. Igitur quadratum d n: quincuplum eſt ipſius f g quadrati. eſtq; d n id quod ex d b: & g f quod ex d c. Quod ex d b igitur: quincuplum poteſt eius quod ex d c. Quod oſtendere oportuit.



Euclı. ex Camp. Propoſitio 4.

Zamb. 5.

Si ſecundum proportionem habentem mediũ & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, eiq; in longũ directe tanq; maior ſectio adijciatur: erit totam lineam inde cõpoſitam ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe, & erit eius maior portio linea prima. 4



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in pũcto c: & ſit eius maior portio c b. totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ ſit æqualis c b. Dico q; tota a d eadem proportione diuiſa eſt in pũcto b: & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima. Eſt enim ex diffinitione, a b ad b c: ſicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, ſicut ad b c: igitur ex vndecima eiuſdẽ a b ad b d, ſicut b c ad c a. quare per conuerſam proportionalitatem b d ad b a: ſicut a c ad c b. & coiunctim d a ad a b: ſicut a b ad b c. Cũq; ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d: erit ex vndecima eiuſdẽ d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundũ proportionẽ habentem medium & duo extrema: & maior portio eius eſt linea a b. Quod eſt propoſitum. ¶Eodem quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuſlibet lineæ ſecundum prædictam proportionem diuiſæ tanq; minor portio detrahatur: erit ipſa maior portio ſecundum eandem proportionem diuiſa, eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa: ſitq; maior portio a c, a qua detrahatur c d æqualis c b. Dico q; a c eſt diuiſa ſecũdũ proportionẽ eandẽ in puncto d: & quod maior portio eius eſt linea d c. Cum enim ſit ex diffinitione, b a ad a c ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d: erit ex vndecima eiuſdem b a ad a c, ſicut a c ad c

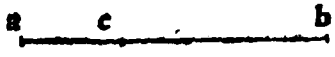
d.ideoq; per 19 quinti ſicut c b reſiduũ ad d a reſiduũ. Sed ex ſeptima eiuſdẽ / c b ad d a: ſicut c d ad d a. itaq; a c ad c d: ſicut c d ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea quã auctor proponit additio / nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio / quãtũcũq; vtralibet in prolixum tẽ dat: a proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.

Eucli ex. Camp. Propoſitio 5.

5 SI ſecundũ proportionem habẽtẽ mediũ & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa: quod ex tota linea quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta / triplum ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur.

Zamb. 4.

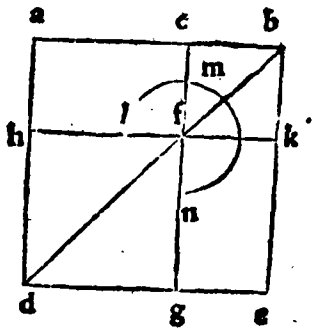
¶CAMP. ¶Sit linea a b, diuiſa per ſepe dictã proportionẽ in puncto c: ſitq; maior portio eius linea c b. Dico q; quadrata duarũ linearũ a b & c a pariter accepta: triplum ſunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta: ſunt ex 7 ſecundi quãtũ quadratum c b. & duplũ eius quod fit ex a b in a c. Itemq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti: manifeſtum eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 4. Propoſitio. 4.

4 ¶Si recta linea extrema mediaq; ratione ſecetur: quod ex tota & quod ex minori ſegmento vtraq; quadrata / tripla ſunt eius quod a maiori ſegmento fit quadrato.

Camp. 5.

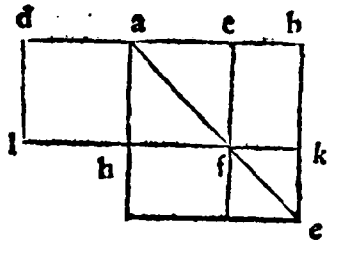


¶THEON ex Zamb. ¶Sit recta linea a b, ſecetur q; extrema & media ratione in c: ſitq; maius ſegmẽtũ a c. Dico q; quę ex a b, b c: tripla ſunt eius quod ex ipſa c a. Deſcribatur per 46 primi ab ipſa a b quadratũ a d e b: & deſcribatur figura. Quoniã igitur a b extrema & media ratione ſecatur in c, & maius ſegmẽtũ eſt a c: quod igitur ſub a b, b c, æquũ eſt ei quod ex a c. eſtq; id quod ſub a b, b c, id quod a k: quod autẽ ex a c, id quod h g. ęquũ igitur eſt a k ipſi h g. Sed a f: ipſi f e ęquũ eſt. apponatur cõmune c k, totũ igitur a k: toti c e eſt æquale. Igitur a k, c e: ipſius a k dupla ſũt. Sed a k, c e: ſunt id quod l m n gnomon & c k quadratum. Igitur l m n gnomon & c k quadratũ: dupla ſunt ipſius a k. Sed q; a k ipſi h g ſit æquale: oſtenſum eſt. Igitur l m n gnomon & c k quadratum: dupla ſunt ipſius h g. quare l m n gnomon & c k, h g, quadrata: dupla ſunt ipſius h g q̃drati. Et l m n gnomõ & c k, h g, quadrata: ſunt totũ a e, & c k, quę ſunt ex a b, b c, quadrata / & g h ipſum a c quadratũ. quę igitur ex b a, b c, quadrata: tripla ſunt eius quod ex a c q̃drati. Quod oſtẽdere oportuit.

Eucli ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

5 ¶Si recta linea extrema & media ratione ſecetur / apponatur que eidem æqualis maiori ſegmento: tota recta linea extrema & media ratione ſecatur / & maius ſegmentum eſt ea quæ in principio recta linea.

Camp. 4.



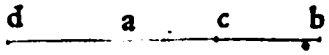
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim quædam linea a b extrema & media ratione ſecetur in c ſigno: & ſit maius ſegmentum a c. & ipſi a c æqualis ponatur a d. Dico q; d b recta linea extrema & media ratiõe ſecatur in a: & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea a b. Deſcribatur enĩ per 46 primi ex a b, quadratũ a e: & deſcribatur figura. Quoniã enĩ ab extrema & media ratione ſecatur in c: quod ſub a b, b c, æquum eſt ei quod ex a c. eſtq; quod ſub a b, b c, id quod c e: & id quod ex a c, ipſũ c h. æquũ igitur eſt c e: ipſi h c. ſed ipſi quidẽ c e, ęquũ eſt h e: ipſi autẽ h c, ęquũ eſt d h. & d h igitur: ipſi h e eſt ęquale. Cõmune adijciatur h d. totũ igitur d k: toti a e eſt ęquale. eſtq; d k id quod ſub b d, d a, ęqualis enĩ eſt a d, ipſi d l: & a e, ei quod ex a b. quod igĩ ſub b d, d a: ęquũ eſt ei quod ex a b. Eſt igĩ ſicut d b ad b a: ſic b a ad a d. Maior autẽ eſt d b: ipſa b a. maior igitur & b a: ipſa a d. ipſa igitur b d, extrema & media ratione ſecatur in a: & maius ſegmẽtũ eſt a b. Quod erat oſtendendũ.

¶Q uid ſit reſolutio.

¶RESOLVTIO: eſt aſſumptio quęſiti tanqũ concelſi per ea quæ ſequuntur in verum aliquod conceſſum.

¶Q uid ſit compoſitio.

¶COMPOSITIO vero: eſt aſſumptio conceſſi per ea quę ſequuntur in quęſiti terminationem ſiue occupationem.



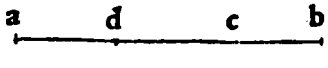
¶RESOLVTIO primi theorematis. ¶Recta enim quædam linea a b, extrema & media ratione ſecetur in c: ſitq; maius ſegmẽtũ a c. & dimidio ipſius a b: æqualis apponatur a d. Dico q̃ quod ex c d: eius quod ex a d quincuplũ eſt. Quoniã enĩ quod ex c d eius quod ex d a quincuplũ eſt / at quod ex c d eſt ea quæ ex c a, a d, vna cum eo quod bis fit ſub c a, a d: quæ igitur ex c a, a d, vna cum eo quod bis ſub c a, a d, quincuplũ eſt eius quod ex a d. patet igitur q̃ quod ex c a, vna cũ eo quod bis ſub c a, a d: quadruplũ eſt eius quod ex a d. Sed ei quod bis fit ſub c a, a d: ęquum eſt id quod ſub c a, a b. dupla enĩ eſt b a ipſius a d. Et autẽ quod ex a c: æquũ eſt quod ſub a b, b c. ipſa enim a b extrema & media ratione ſecatur. quod igitur ſub b a, a c, vna cũ eo quod ſub a b, b c: quadruplũ eſt eius quod fit ex a d. Sed quod ex a b: q̃druplũ eſt eius quod fit ex a d. ſed quod ſub b a, a c, vna cũ eo quod ſub a b, b c: eſt id quod ex a b. Quod igit ex a b: eius quod ex a d quadruplũ eſt. dupla enĩ eſt a b: ipſius a d.

¶COMPOSITIO primi theorematis. ¶Quoniam igitur quod ex b a eius quod ex a d quadruplũ eſt / ſed quod ex b a eſt id quod ſub b a, a c, vna cũ eo quod ſub a b, b c: quod igitur ſub b a, a c vna cũ eo quod ſub a b, b c, quadruplũ eſt eius quod ex a d. Sed quod ſub b a, a c: æquũ eſt ei quod bis ſub d a, a c. quod aũt ſub a b, b c: ei eſt ęquum quod ex a c. quod igitur ex a c vna cũ eo quod bis ſub d a, a c: quadruplũ eſt eius quod ex d a. Quare quod ex d a, a c, vna cũ eo quod bis ſub d a, a c: quincuplũ eſt eius quod ex d a. Quæ autẽ ex d a, a c, vna cũ eo quod bis ſub d a, a c: eſt id quod ex c d. quod igitur ex c d: quincuplũ eſt eius quod ex d a. Quod oſtendere oportuit.



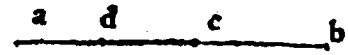
¶RESOLVTIO ſecũdi theorematis. ¶Recta enĩ quædã linea c d, ſui ipſius ſegmẽto d a, quĩcuplũ poſſit: ipſius autẽ d a, dupla ſit a b. Dico q̃ a b extrema & media ratione ſecatur in c ſigno: & maius ſegmẽtum eſt a c quæ eſt reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniã enĩ a b extrema & media ratione ſecatur in c, & maius ſegmentũ eſt a c: quod igitur ſub a b, b c, æquũ eſt ei quod ex a c. Eſt autẽ & quod ſub b a, a c, ęquum eſt ei quod bis ſub d a, a c. dupla enĩm eſt b a: ipſius a d. Quod igitur ſub a b, b c, vna cũ eo quod ſub b a, a c, quod eſt id quod ex a b: æquũ eſt ei quod bis ſub d a, a c, vna cum eo quod ex a c. Quod autem ex a b: eius quod ex id a quadruplum eſt. quadruplũ igitur ęſt & quod bis ſub d a, a c, vna cum eo quod ex a c: eius quod ex a d. Quare quę ex d a, a c, vna cũ eo quod bis ſub d a, a c, quod eſt id quod ex c d: quincuplum ſunt eius quod ex d a.

¶COMPOSITIO ſecũdi theorematis. ¶Quoniã igitur quod ex c d quincuplũ eſt eius quod ex d a, quod autẽ ex c d eſt id quod ex d a, a c, vna cum eo quod bis ſub d a, a c: quæ igitur ex d a, a c, vna cũ eo quod ſub d a, a c, quĩcupla ſunt eius quod ex d a. manifeſtũ autẽ: q̃ quod bis ſub d a, a c, vna cũ eo quod ex c a: quadruplũ eſt eius quod ex a d. quod igitur bis ſub d a, a c, quod eſt totum quod ex b a, a c, vna cum eo quod ex a c: æquum eſt ei quod ex a b. Sed quod ex a b: eſt id quod ſub a b, b c, vna cũ eo quod ſub b a, a c. quod igitur ſub b a, a c, vna cum eo quod ſub a b, b c: ęquum eſt ei quod ſub b a, a c, vna cum eo quod ex a c. & ſublato eo quod ſub b a, a c: reliquum igitur quod ſub a b, b c, æquum eſt ei quod ex a c. Eſt igitur ſicut b a, ad a c: ſic a c ad c b. Maior autem eſt b a: ipſa a c. maior igitur eſt & a c: ipſa c b. Igitur a b, extrema & media ratione ſecatur in c: & maius ſegmẽtum eſt a c. Quod erat oſtendendum.



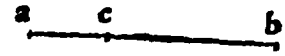
¶RESOLVTIO tertij theorematis. ¶Reſta enĩ quedã linea a b, extrema & media ratione ſecetur in c ſigno: ſitq; maius ſegmentũ a c. & ipſius a c: dimidia eſto c d. Dico q̃ quod ex b d: ipſius c d quincuplũ eſt. Quoniã eni quod ex b d, eius quod ex c d quincuplũ eſt: quod autem ex d b, eſt id quod ſub a b,

b c, vna cum eo quod ex d c: quod igitur ſub a b, b c, vna cũ eo quod ex d c, quincuplũ eſt eius quod ex d c. Manifeſtũ igitur quod ſub a b, b c: quadruplũ eſt eius quod ex d c. Ei autẽ quod ſub a b, b c: æquum eſt id quod ex a c. ipſa enim a b: extrema & media ratione ſecatur in c. quod igitur ex a c: quadruplũ eſt eius quod ex d c. eſt igitur a c: dupla ipſius d c.



¶COMPOSITIO tertij theorematis. ¶Quoniam igitur a c ipſius d c dupla eſt: quadruplũ eſt quod ex a c, eius quod ex d c. Sed ei quod ex a c: æquum eſt quod ſub a b, b c. quod igitur ſub a b, b c: eius quod ex d c quadruplũ eſt. Cõponẽdo per 18 quinti quod igitur ſub a b, b c, vna cũ eo quod ex d c, quod eſt id quod ex d b: quincuplũ eſt eius quod ex d c. quod oſtendere oportuit.

4 ¶RESOLVTIO quarti theorematis. ¶Recta inq̃ linea a b, extrema ac media ratione ſecetur in c: et ſit maius ſegmẽtũ a c. Dico ꝙ quę ex a b, b c: tripla ſunt eius quod ex a c. Quoniã enĩ quæ ex a b, b c, tripla ſunt eius quod ex a c, ſed quæ ex a b, b c, ſunt id quod bis ſub a b, b c, vna cum eo quod ex a c: quod igitur bis ſub a b, b c, vna cum eo quod ex a c, triplum eſt eius quod ex a c. manifeſtum eſt igitur: ꝙ quod bis ſub a b, b c, eius quod ex a c duplũ eſt. Quare totum quod ſub a b, b c: æquum eſt ei quod ex a c. Ipſa igitur a b: extrema & media ratione ſecatur in c.



¶COMPOSITIO. ¶Quoniã igitur a b, extrema & media ratione in c ſecatur/maiuſcꝙ ſegmentũ eſt a c: quod igitur ſub a b, b c, ei eſt æquũ quod ex a c. quod bis igitur ſub a b, b c: duplũ eſt eius quod ex a c. Cõponẽdo per 18 quiti quod igitur bis ſub a b, b c, vna cũ eo quod ex a c: triplũ eſt eius quod ex a c. Sed quod bis ſub a b, b c, vna cũ eo quod ex a c id eſt quod & ea q̃ ex a b, b c, ſunt quadrata. Quæ igitur ex a b, b c, quadrata: tripla ſunt eius quod ex a c. Quod oſtendere oportuit.

5 ¶RESOLVTIO quinti theorematis. ¶Recta inq̃ q̃dã linea a b, extrema & media ratione ſecetur in c: ſitcꝙ maius ſegmẽtũ a c, & ipſi a c ęqualis ponatur a d. Dico ꝙ d b, extrema & media ratione ſecatur in a: & maius ſegmẽtũ eſt a b. Quoniã enim d b, extrema & media ratione ſecatur in a, & maius ſegmentum eſt a b: eſt igitur ſicut d b ad b a, ſic b a ad a d. Aequalis autẽ eſt a d: ipſi a c. Eſt igitur ſicut d b ad b a: ſic eſt b a ad a c. Conuertendo igitur ſicut b d ad d a: ſic a b ad b c. manifeſtũ igitur & ſicut b a ad a d: ſic a c ad c b. Aequalis aũt eſt a d: ipſi a c. eſt igitur ſicut b a ad a c: ſic a c ad c b. ipſa igitur a b: extrema & media ratione ſecatur in c.



¶COMPOSITIO. ¶Quoniã a b, extrema & media ratione in c ſecatur: eſt igitur ſicut b a ad a c, ſic a c ad c b. Aequalis autẽ eſt a c: ipſi a d. eſt igitur ſicut b a ad a d: ſic a c ad c b. componendo per 18 quinti ſicut b d ad d a: ſic a b ad b c. Conuertendo/ſicut d b ad b a: ſic b a ad a c. Aequalis autem eſt a c: ipſi a d. eſt igitur ſicut d b ad b a: ſic b a ad a d. Ipſa igitur d b, extrema & media ratione ſecatur in a: & maius ſegmentũ eſt a b. Quod oſtendere oportuit.

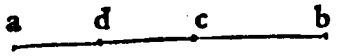
Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

6 OMnis rationalis lineę ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſę: vtranꝙ portionem reſiduum eſſe neceſſe eſt.



¶CAMP. ¶Sit linea a b ſecũdum ſolitã proportionẽ diuiſa in pũcto c: rationalis. dico ꝙ vtraꝙ portio eius eſt reſiduum. Sit enim maior eius portio a c: cui directe adijciatur a d ęqualis dimidio totius a b. eritcꝙ etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõſtat autẽ ex prima huius: ꝙ quadratũ lineę d c, quintuplũ eſt ad quadratũ lineę d a. Igitur linea d c: eſt cõmunicãs lineę d a in potẽtia ex diffinitiõe: ſed nõ in lõgitudine ex vltima parte 7 decimi. q̃re p 68 decimi linea a c eſt reſiduũ: cũ duę lineę c d & d a ſint ãbę rationales potẽtialiter tãtũ cõmunicãtes. Et quia iterũ ſi ad lineã rationalẽ a b, adiungat̃ ſuperficies æqualis quadrato lineæ a c quæ eſt reſiduũ/erit latus eius ſecundũ linea c b ex prima pte 16 ſexti: neceſſe eſt ex 92 decimi vt linea c b ſit reſiduũ primũ. quare cõſtat propoſitũ. ¶Amplius autẽ ſi lineæ ſic diuiſę vt proponit maior portio fuerit rationalis: erit minor reſiduum. Verbi gratia. ſit vt priuſ/ a b diuiſa in c: ſecundum dictam proportionem, & maior eius portio quæ eſt a c, ſit





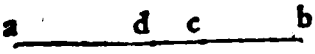
rationalis: quæ diuidatur per æqualia in d. eritq; ex tertia huius quadratum d b: quintuplum ad quadratum d c. At quia d c est rationalis cum ipsa sit dimidium a c: sequitur vt duæ lineæ d b & d c sint rationales potentialiter tantũ cõmunicantes. Quare vt prius: linea & b est residuũ. ¶ Atvero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur: adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potentia tantũ: diuisa sicut proponitur in pũcto c. & sumatur alia qua rationalis in longitudine quæ sit d e: quæ etiã diuidatur in f secũdũ predictam proportionẽ. manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur/ incõcussa demõstratione roboratur: q; proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potentia: sequitur ex prima parte 10 decimi q; a c cõmunicet cũ d f, & c b cũ f e, in potentia. Et quia vtraq; portio lineę d e est residuũ/ vt patet ex prędictis: sequitur ex 98 decimi vt vtraq; portio lineæ a b sit etiã residuũ. sed nõ eiusdẽ speciei: vt ibidẽ demõstratũ est. Quare cõstat: q; omnis lineæ rationalis in lõgitudine vel in potẽtia tantũ/ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuisæ vtraq; portio est residuum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Et nota/ q; prima pars prẽsentis demõstrationis qua demonstratur q; maior portio lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentem medium & duo extrema sit residuũ/ si tota linea sit rationalis: procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine siue in potentia tãtũ. Secũda vero pars qua demõstratur hoc de minori portione q; ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis: non procedit ex sufficiẽtibus / nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia aũt pars qua probatur q; minor portio est residuum: sufficienter procedit/ siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantũ. Ad concludendũ igitur de maiori portiõne lineæ prædicto modo diuisæ q; ipsa sit residuũ: sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantũ. sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediãte maiore: sufficit ponere portionẽ maiorẽ similiter rationalẽ in potẽtia tãtũ. ad cõcludẽdũ autẽ hoc de minori portione mediãte tota: necesse est ponere totam lineã esse rationalẽ in lõgitudine / aut vtẽdum est 2 quartidecimi quẽ admodum dictum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

¶ Si recta linea rationalis/ extrema & media ratione secta fuerit: vtrunq; segmentorum irrationale est/ appellaturq; apotome. 6

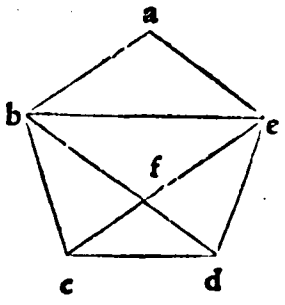
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit recta linea rationalis a b. secetur q; extrema & media ratione in c: sitq; maius segmẽtũ a c. Dico q; vtraq; ipsarum a c, c b, irrationalis est: appellaturq; apotome. Extẽdatur enim a b: & ponatur ipsius b a, dimidia a d. Quoniã igitur recta linea a b, extrema & media ratiõe secatur in c, maioriq; segmẽto a c apponit a d dimidia existẽs ipsius a b: quod igit ex d, c, eius quod ex d a quicuplũ est p 1 decimitertij. Quod ex c d igitur: ad id quod ex d a, rationẽ habet quã nnmerus ad numerũ. Quod igitur ex c d: ei quod ex d a cõmẽsurabile est. Quod aũt ex d a: rationale est. Igit & d a rationalis est: dimidiũ existẽs ipsius a b rationalis existẽtis. Rationale igitur est & quod ex c d. rationalis igit & c d. Et quoniã quod ex c d ad id quod ex d a rationẽ nõ habet quã q̃dratus numerus ad q̃dratũ numerũ: incõmẽsurabilis igit est c d ipsi d a lõgitudine. Ipsæ igitur c d, d a: rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Igitur a c: aptome est. Rursus quoniã a b extrema & media ratione secatur/ & maius segmentum est a c: igitur quod sub a b, b c, ei quod ex a c æquũ est. Igitur ex a aptomæ ad a b rationalẽ cõparata latitudo: efficit b c. Ab apotomę vero ad rationalẽ cõparata latitudo: primã efficit aptomen. Igitur c b: prima est apotome per 97 decimi. Ostẽsum autẽ est: q; & a c apotome est. Si recta igitur linea: & quę sequũtur reliqua. quod oportuit ostẽdere.



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

SI quis pentagonus tres æquos angulos habens / fuerit æquilaterus: æquiangulus quoq; idem pentagonus esse probatur. 7

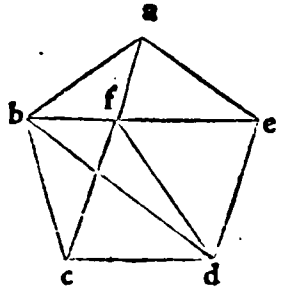
¶CAMPANVS. ¶Sit pentagonus a b c d e:æquilaterus. ſintq; quilibet tres eius anguli/ ſiue cõtinue ſiue incontinue ſumantur:adinuicem æquales.& ſint prius incontinue ſumpti:ſintq; anguli a, c, d, illi tres qui ponuntur adinuicẽ æquales. Dico totum pentagonum eſſe æquiangulum. His angulis ſubtendantur chordæ b e, b d,& e c.& totus pentagonus:diuidatur in trigonum/& quadrilaterum cuius duæ diagonales ſint chordæ duorum proximorum æqualium angulorum ſecantes ſe intra quadrilaterum ipſum in puncto f. eritq; per 4 primi/baſis b e æqualis baſi b d:& angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d ſit ęqualis angulo b d e, eo q; duo latera b e & b d ſunt ęqualia: erit ex communi ſcientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter probabis:totalem angulum b eſſe æqualem angulo totali c. eſt enim per 4 primi baſis b e æqualis baſi c e: & angulus a b e æqualis angulo d c e. per quintã autẽ eiuſdẽ ſcilicet primi:eſt angulus e b c æqualis angulo e c b. igitur ex cõmuni ſciẽtia totalis ãgulus b:eſt ęqualis totali angulo c. ¶Sint itaq; tres anguli b, c, d, continue ſumpti:æquales.& ſic quoq;:erit pentagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi baſis b d æqualis baſi c e: & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c angulo e c d. quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erũt æquales:cum duo anguli trianguli f c d qui ſunt ad baſin c d, ſint æquales. igitur ex communi ſcientia erit linea f b: ęqualis lineæ f e. erat enĩ tota b d:æqualis toti c e. ideoq; per 5 primi erit angulus f b e:æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ eſt angulus a b e: æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ ſcientiaã angulus b totalis:eſt ęqualis angulo e totali. tres enĩ partiales ãguli cõponẽtes vnũ: ſunt æquales tribus partialibus componentibus alium/ vnuſquiſq; ſuo relatiuo. Manifeſtum eſt igitur:q; tres anguli e, b, c, non continue ſumpti in propoſito pentagono ſunt æquales. Cum autem ſic:demonſtratum eſt totum pentagonũ eſſe æquiangulum. vtrolibet ergo modo conſtat propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

7. ¶Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim/ aut non ordinatim/ æquales fuerint: æquiangulũ erit ipſum quinquangulũ.

¶THEON ex Zamberto. ¶Quinquãguli ę quilateri a b c d e, tres anguli primus ordinatim qui ad a, b, c, ſigna: inuicẽ ſunt æquales. Dico q; quinquãgulum a b c d e:æquiangulũ eſt. Cõnectantur enim a c, b e,& f d. Et quoniã binæ c b, b a, duabus b a, a e, ſunt æquales altera alteri/ & angulus qui ſub c b a ei qui ſub b a e eſt æqualis:baſis igitur a c per 4 primi baſi b e eſt æqualis.& triangulũ a b c:triangulo a b e eſt ęquale.& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur:qui ſub b a c ei qui ſub b e a, qui autẽ ſub a b e ei qui ſub c a b. Quare & latus a f ipſi b f lateri eſt ęquale. patuit autẽ:q; & tota a c, toti b e eſt æqualis.& reliqua igitur f c:reliquæ f e eſt ęqualis. Eſt autem & c d:ipſi d e ęqualis. Binę iam f c, c d:duabus f e, e d, ſunt ęquales.& cõmunis ipſorum baſis:eſt f d. Angulus igitur qui ſub f c d: angulo qui ſub f e d eſt æqualis. Patuit autẽ:q; & qui ſub b c a, ei qui ſub a e b eſt æqualis. totus igitur qui ſub b c d:toti qui ſub a e d eſt æqualis. Sed qui ſub b c d:æqualis ſupponitur eis qui ad a, b.& qui ſub a e d igitur:eis qui ad a, b, angulis eſt æqualis. Similiter iã oſtẽdemus:q; & qui ſub c d e angulus/ eis eſt ęquus qui ad a, b, angulis. Aequiangulũ igitur eſt:a b c d e quinquãgulum. ¶Sed iã nõ ſint ęquales ordinatim ipſi anguli:ſed ſint ęquales qui ad a, c, d, ſigna. Dico:q; & & ſic quinquãgulum a b c d e æquiangulum eſt. Cõnectantur enĩ b, d. Et quoniã binæ b a, a e, duabus b c, c d, ſunt æquales/ & æquos cõprælendunt angulos:baſis igitur b e per 4 primi baſi b d eſt æqualis/ & triangulũ a b e:triangulo b d c eſt ęquale.& reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtẽduntur. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub a e b:ei qui ſub c d b. Eſt autem & qui ſub b e d angulus/ei qui ſub b d e æqualis: quoniam & latus b e lateri b d eſt æquale. Totus igitur qui ſub a e d angulus: toti qui ſub c d e eſt æqualis. Sed qui ſub c d e; eis qui ad a, c, angulis ſupponitur æquus.& angulus igitur qui ſub a e d: eis eſt æquus qui ad a, c. Iam id propterea & qui ſub a b c:æqualis eis qui ad a, c, d, angulis. Aequiangulum igitur eſt:ipſum a b c d e quinquangulum, Quod oſtendere oportuit.

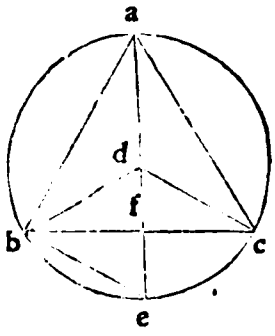


Eucli.ex Camp. Propoſitio 8.

Zamb.12.

OMnis trianguli æquilateri quod a latere ſuo quadratum deſcribitur: triplum eſt quadrato dimidiæ diametri circuli a quo triangulus ipſe circũſcribitur. 8

¶CAMP. ¶Sit triangulus a b c æquilaterus: cui circũſcribatur circulus a b c ſupra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti. & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo ꝙ quadratum lineæ a b: triplum eſt ad quadratum ſemidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c. & arcui b e: ſubtẽdatur chorda b e. eritq; ex 8 primi angulus b a d: æqualis angulo c a d. quare per vltimã ſexti arcus b e: eſt æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, ſunt adinuicem æquales/ eo ꝙ eorum chordæ quæ ſunt latera trigoni/ ſunt æquales ex hypotheſi: erit arcus b e ſexta pars circũferentię. ideoq; chorda b e: erit latus hexagoni æquilateri ipſi circulo inſcripti. quare per correlariũ 15 quarti/ linea b e: eſt æqualis ſemidiametro a d. Manifeſtum eſt autem ex prima parte 30 tertij: ꝙ angulus a b e eſt rectus. ideoq; quadratum lineæ a e: eſt ęquale quadratis duarum linearum a b & b e pariter acceptis/ ex penultima primi. Atvero quadratum a e, quadruplũ eſt ad quadratum b e ex 4. ſecundi: cum linea a e ſit dupla b e. relinquitur ergo: quadratum a b triplum eſſe ad quadratum b e, & ideo ad quadratum a d. Quod eſt propoſitum. ¶Non lateat autem nos: ꝙ linea b c quę eſt latus trigoni/ diuidat ſemidiametrum d e per æqualia. Eſto quidem pũctus diuiſionis: f. Conſtat igitur ex 4. primi: ꝙ b f eſt æqualis f c. ideoq; per primã partem 3 tertij/ omnes anguli qui ſunt ad f: ſunt recti. quare ex penultima primi quadratum b d, eſt æquale quadratis duarũ linearum d f: & f b. quadratum vero b e, æquale quadratis duarum linearum quæ ſunt b f & f e. Et quia b d eſt æqualis b e: erunt ex communi ſcientia duo quadrata duarum linearũ b f & f d pariter accepta/ æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq; quadrato b f: erit ex communi ſcientia quadratum f d reſiduum/ ęquale quadrato f e reſiduo. quare & linea f d: lineę f e, ex hac communi ſcięctia/ quarum quadratum ſunt æqualia eas lineas eſſe æquales. ¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt: ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni æquilateri ſibi inſcripti/ æqualis eſt dimidio lineæ ductæ a centro eiuſdem circuli ad ipſius circũferentiam.

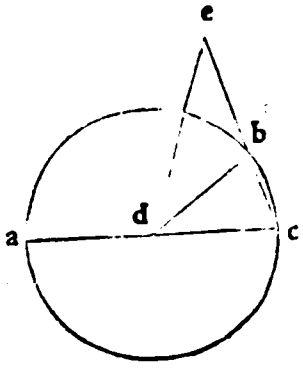


Eucli.ex Camp. Propoſitio 9.

Zamb.9.

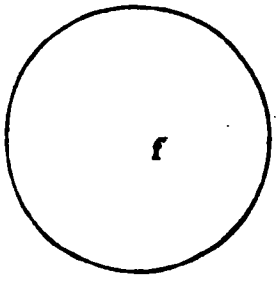
SI latus hexagoni ęquilateri/ latuſq; decagoni ęquilateri/ quos ambos vnus idẽq; circulus circũſcribit/ ſibi inuicem in longum directũq; coniungantur: tota linea ex eis compoſita ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſa erit/ maiorq; eius portio latus hexagoni. 9

¶CAMP. ¶Sit circulus a b c: cuius centrum d, & diameter a d c. ſitq; arcus c b quinta pars arcus ſemicirculi a b c: cui ſubtendatur chorda c b, quam conſtat eſſe latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti. adiungaturq; lineę c b in continuum & directum linea b e: quæ ponatur eſſe æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inſcripti. Dico totam lineam c e, diuiſam eſſe in puncto b ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema: & maiorem eius portionem dico eſſe lineã b e quę eſt latus hexagoni. Ducantur enim centrum/ duę lineæ e d & b d. eritq; angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi: propter hoc ꝙ linea e b eſt æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti. angulus quoq; d b c: eſt æqualis angulo c ex 5 primi. quare ex 32 primi angulus a d b: erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandẽ angulus d b c eſt duplus ad angulum e: ſequitur vt angulus a d b ſit quadruplus ad angulum e. eſt enim ex communi ſcientia quadruplũ: quicquid fuerit duplum dupli. Cũq; ſit etiã idem angulus a d b quadruplus ad angulum b d c ex vltima ſexti/ eo ꝙ arcus a b eſt quadruplus ad arcum b c: neceſſe eſt ex communi ſcientia vt angulus e ſit æqualis augulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli/ d e c totalis, &



b d c partialis: cum angulus e totalis trianguli sit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c sit communis vtriusq;, necesse est ex 32 primi vt ipsi sint æquianguli. quare per 4 sexti proportio duorum laterum e c & c d continentium angulum c in totali triangulo: est sicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti/ & d c ad c b est sicut e b ad eãdem ex prima parte eiusdem: sequitur ex 11 quinti vt sit proportio c e ad e b, sicut e b ad b c. Igitur a diffinitione concludo propositum: lineam e c esse diuisam secundũ proportionem habentem medium & duo extrema/ & maiorem portionẽ eius esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.

¶CAMPANVS. ¶Conuersam quoq; demonstrare cõuenit. quod facile fiet: via retrograda. eam enim assumit Ptolomeus capitulo 9 primæ dictionis Almagesti: ad demonstrandum quantitatem chordarum arcuum circuli. Dico itaq; q; si linea quælibet secundũ proportionẽ habentem medium & duo extrema diuidatur: cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni / eiusdẽ minor erit latus decagoni, at vero cuius minor erit latus decagoni: eiusdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori dispositione manente) linea e c diuisa in pũcto b secundum prædictam proportionem: & maior eius portio sit e b. dico q; cuiuscũq; circuli linea e b est latus hexagoni: eiusdẽ est linea b c latus decagoni. & cuiuscũq; circuli linea b c est latus decagoni: eiusdẽ est linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis equilateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti: erit per correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et quia proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi: erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triãguli e d c & d c b: sunt æquianguli. angulus ergo e, est æqualis angulo b d c: ipsos enim latera proportionalia respiciũt. Cumq; sit angulus a d b quadruplus ad ãgulum e ex 32 primi bis assumpta / & quinta eiusdem bis: sequitur vt etiam idem angulus a d b sit quadruplus ad angulũ b d c. Ideoq; ex vltima sexti/ arcus a b: quadruplus est ad arcũ b c. Linea igitur b c: est latus decagoni circulo a b c inscripti. ¶Q; si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c: erit e b latus hexagoni eiusdem. Sit enim e b latus hexagoni circuli f. eritq; ex prædictis/ b c: latus decagoni eiusdem. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni equilateri duobus circuli a b c & f: quorum omnia latera erunt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta/ est æquiangula vt probatum est in 15 quarti libri: sequitur vtroq; decagonos esse æquiangulos. Cumq; omnes anguli vnius pariter accepti sint æquales omnibus angulis alterius pariter acceptis/ sicut euidenter apparet ex demonstratis in 32 primi: necesse est ex hac communi scientia (quorũlibet æqualium decimas aut quotaslibet partes eiusdem denominationis: esse æquales) vt vnus horum decagonorum sit æquiangulus alij/ ideoq; similis ex diffinitione similium superficierum. Et quia si duæ figuræ similes duobus circulis inscribantur/ erit proportio duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorum circulorum / vt apparet ex correlario 18 sexti libri & 1 duodecimi: cum latera decagonorum similium inscriptorum duobus circulis a b c & f, sint æqualia / sequitur vt diametri eorũ sint æquales/ ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sunt autem semidiametri & latus hexagoni: æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti: sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis. Hoc autem est: quod demonstrare voluimus. ¶Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam esse 10 quarti libri: quæ duum æqualium laterum proponit trigonum describendum/ cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet/ ad tertium duplus existat. talis enim est vterq; triãgulorũ e d c & d c b. & simpliciter omnis: cuius duo latera sunt ęq̃lia maiori portioni alicuius lineę diuisæ secũdum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem / vel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inscripti/ basis vero est ęqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Quod est propositum.

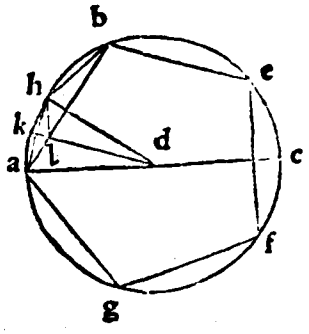


Eucli ex Camp. Propoſitio.10.

Zamb.10.

OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius eſt latere hexagoni æquilateri:quantum poteſt latus decagoni æquilateri/ſi ſint in eodem circulo ambo inſcripti. 10

¶CAMP. ¶Sit circulus a b c:cuius centrū d,& diameter a d c. inſcribaturq; ei pētagonus æquilaterus:qui ſit a b e f g.& a cētro d protrahatur perpēdicularis ad latus a b,quæ producatur vſq;quo obuiet circūferētiæ in pūcto h: ſitq; d h.& protrahantur duæ chordæ a h & h b:quæ erunt æquales adinuicē ex ſecūda parte 3 tertij & 4 primi.ideoq; etiā duo arcus a h & h b:æquales adinuicē ex 27 tertij.Eſt igitur vtraq; duarū chordarū a h & h b:latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti.Dico itaq; q; quadratū lineæ a b quæ eſt latus pētagoni:eſt æq̄le duobus quadratis duarū linearū b d & a h pariter acceptis. quarū prima eſt æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti:& ſecūda eſt latus decagoni.protrahatur enī a cētro d,ppendicularis a lineā a h quę eſt latus decagoni:quæ producatur vſq; ad circūferentiā / ſitq; d k q̄ ſecet lineā a b quæ eſt latus pentagoni in pūcto l. & protrahatur linea h l. Cōſtat autē ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij: q; linea d k q̄ eſt perpēdicularis ad chordā a h,ſimul diuidit p æqualia chordā & arcū/ ideoq; arcus a k eſt æqualis arcui k h.quare ex vltima ſexti angulus a d l:eſt æqualis angulo l d h.ideoq; ex 4. primi baſis a l:baſi l h.igitur ex 5 primi angulus l a h :æqualis eſt augulo l h a. Cumq; etiam ſit ex eadē angulus h a b æqualis angulo h b a: ſequitur vt angulus l h a ſit æqualis angulo h b a.ergo ex 32 primi duo trianguli b a h & a h l: ſunt æquianguli.eſt enī angulus b, maioris:æqualis angulo h, minoris.& angulus a:cōmunis eſt vtriq;.Itaq; per 4 ſexti proportio b a ad a h : eſt ſicut a h ad l a.quare ex prima parte 16 ſexti quod prouenit ex b a in a l:eſt æquale quadrato lineæ a h quæ eſt latus decagoni.Cum ſit autem ſemicirculus a e c æqualis ſemicirculo a f e,& arcus a e arcui a f:erit arcus e c reſiduus æqualis arcui f c reſiduo.quare arcus e c: eſt medietas arcus e f.ideoq; æqualis arcui a h : & duplus ad arcum h k.Et quia arcus e b eſt duplus ad arcum b h:erit ex 13 quinti totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h k.ideoq; ex vltima ſexti angulus c d b:eſt duplus ad angulū b d l.Cūq; etiam angulus c d b duplus ſit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi/ſunt enim duo latera d a & d b æqualia:erit angulus b d l æqualis angulo b a d.Itaq; per 32 primi erit triangulus b d l:æquiangulus triangulo b a d.eſt enim angulus d, minoris:æqualis angulo a, maioris.& angulus b eſt cōmunis etriq;. ergo per 4 ſexti proportio a b ad b d: eſt ſicut b d ad l b.quare per primā partem 16 ſexti quod prouenit ex a b in b l:eſt æquale quadrato d b . Atvero probatū eſt prius: q; illud quod prouenit ex a b in l a, eſt æquale quadrato a h . Itaq; quod prouenit ex a b in a l & in l b : eſt æquale duobus quadratis duarū linearum a h & b d.Et quia ex ſecunda ſecundi quod prouenit ex a b in l a & in l b eſt æquale quadrato lineæ a b , eſt autem linea a b latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti / linea vero a h eſt latus decagoni æquilateri/& linea b d eſt ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri propoſito circulo inſcriptorum:inconcuſſa demonſtratione aſtruitur hoc quod dicitur.

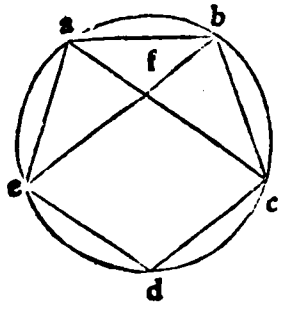


Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

Zamb.8.

SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum deſcripti/a terminis ſuorum laterum duæ rectę lineæ ſubtendantur:vtraq; alteram ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema ſecabit / maiorq; ipſius portio lateri ipſius pentagoni æqualis erit. 11

¶CAMPANVS. ¶Sit pentagonus æquilaterus a b c d e,inſcriptus circulo eiſdem litteris ſignato: & duobus eius propinquis angulis qui ſunt a & b,ſubtendatur duæ rectæ lineæ a c & b e, ſecantes ſe inuicem in pūcto f. Dico itaq; vtranq; harū eſſe diuiſam in pūcto f , ſecūdum proportionem habentem medi

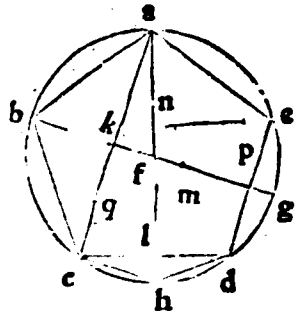


dium duoq; extrema: & q; maior portio vtriuſq; eſt æqualis lateri pentagoni. Manifeſtum eſt enim ex 27 tertij: q; quinq; arcus circuli pentagonũ propoſitum circũſcribentis/quorum latera ipſius pentagoni ſunt chordæ/ſunt adinuicem æquales. ideoq; ex vltima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a: ſunt adinuicem æquales. nam arcus a b, a e, & b c: ſunt adinuicem æquales. Cũq; ſit arcus c d e duplus ad arcum b c: erit quoq; ex vltima ſexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. Atvero ex 27 primi angulus a f e: duplus eſt ad angulum f a b. Igitur angulus a f e: eſt æqualis angulo f a e. quare per 6 primi linea a e: eſt æqualis lineę f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, æquianguli: per ea quæ dicta ſunt & per 32 primi. eſt enim angulus e, maioris: æqualis angulo a, minoris. & angulus b: cõmunis vtriq;. igitur per 4. ſexti proportio e b ad b a: ſicut b a ad f b. Cũq; ſit e f æqualis a b, eo q; ipſa (vt probatũ eſt) eſt æqualis a e: ſequitur ex 7 quinti vt ſit proportio b e ad e f, ſicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema: & eius maior portio eſt æqualis lateri ipſius pentagoni. Si autẽ hoc eſt verum de linea e b: erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiuſdem & diffinitione/idem verum de linea a c. nam tota b e eſt æqualis toti a c ex 4 primi: & portiones portionibus ex 6 primi & communi ſcientia. portiones enĩ a f & b f: ſunt æquales ex 6 primi. ideoq; f e & f c reſiduæ: erunt adinuicem æquales ex cõceptione. Vel potes ſi libet & facilius/de linea a c demonſtrare propoſitum: negociando circa ipſum/vt prius circa lineam e b.

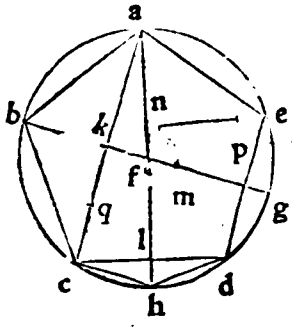
Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

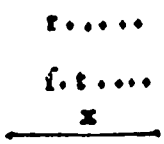
12 SI circuli pentagonum æquilaterum circũſcribentis/ diameter fuerit rationalis: eius latus pentagoni erit linea irrationalis/ea ſcilicet quæ dicitur minor. Zamb. 11.

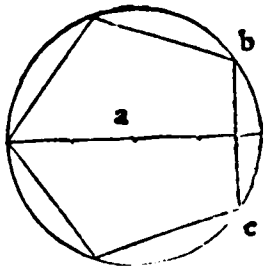
¶CAMPANVS. ¶Sit pẽtagonus æquilaterus a b c d e inſcriptus circulo eiſdem literis aſcripto: cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h. ſitq; vtraq; harum diametrorum linea rationalis in longitudine. Dico tunc q; latus pẽtagoni inſcripti/erit linea irrationalis: illa videlicet quæ dicitur minor. Protahatur enĩ linea a c: quæ ſecet diametrũ b g in puncto k. eritq; ex vltima ſexti & 4 primi linea a c: diuiſa a diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k. quia cum ſemicirculus b a g ſit æqualis ſemicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, ſicut conſtat ex 27 tertij: erit arcus a g reſiduus /æqualis arcui c g reſiduo. ideo q; ex vltima ſexti angulus a b g: æqualis etiam angulo c b g. Cum itaq; duo latera a b & b k trianguli a b k ſint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b vnius angulo b alterius: erit ex 4 primi baſis a k æqualis baſi k c. & omnes ãguli qui ſunt ad k: ſunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h: ſecet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuiſa a diametro a h orthogonaliter: & per æqualia in puncto l. Cum enim ſint duo arcus a d h & a c h æquales/& arcus a c ſit æqualis arcui a d: erunt duo reſidui ſemicirculorum qui ſunt c h & d h, æquales. quibus ſi ſubtendantur duæ chordæ quæ ſunt c h & d h: ipſæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c eſt æqualis arcui a d: erit ex vltima ſexti angulus c h l iæqualis angulo d h l. ideoq; per 4. primi baſis c l eſt æqualis baſi d l: & omnes anguli qui ſunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij. itaq; duo trianguli a c l & a f k ſunt æquianguli ex 32 primi. Eſt enim angulus l, maioris/æqualis angulo k, minoris: eo q; vterq; eſt rectus. & angulus a eſt communis vtriq;. quare ex 4 ſexti proportio l c ad c a: eſt ſicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartę parti ſemidiametri: eritq; per æquã proportionalitatẽ proportio c l ad quartam partem lineæ a c quæ ſit c q, ſicut k f ad quartam partem lineæ f a quæ eſt f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k eſt ſicut c l ad c q (ſic enim eſt duplum ad duplum ſicut ſimplum ad ſimplum) erit per 11 quinti d c ad c k: ſicut k f ad f m. & cõiunctim lineę conſtãtis ex d c & c k, ad k c: ſicut k m ad d m f. & ideo per primã partem 21 ſexti proportio quadrati lineæ compoſitæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k: ſicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Conſtat autem ex premiſſa / q; ſi linea a c diuidatur ſecundũ proportionẽ habentem medium duoq; extrema: maior portio eius erit æqualis lineę d c. igi

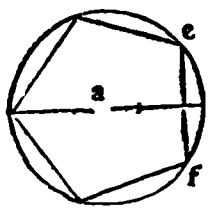


tur linea conſtans ex d c & c k: componitur ex maiori portione diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema/ & ex medietate totius lineæ ſic diuiſæ. eſt enim c k: medietas a c. Itaq; per primã iſtius 13 libri quadratũ lineæ cõpoſitæ ex d c & c k: quintuplũ quoq; eſt ad quadratũ lineæ c k. ideoq; quadratũ lineę k in, quintuplũ quoq; eſt ad quadratũ lineæ m f: cum ſit horũ quadratorũ & illorũ vna proportio. Eſt autem linea b m: quintupla ad lineam m f. erat enĩ m f: quarta pars ſemidiametri propoſiti circuli. Ergo quadratũ lineæ k m ad quadratũ lineę m f: eſt ſicut linea b m ad lineã m f. Et quia ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, eſt ſicut lineæ k m ad lineam m f duplicata: erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, ſicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m: eſt medio loco propotionalis inter duas lineas b m & m f. Quod ſic conſtat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas: ſumpta ſecundũ doctrinam 9 ſexti. eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ poſita eſt in principio quinti / proportio b m ad m f: ſicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p ſicut n p ad m f: erit etiã ex 11 quinti proportio b m ad m f, ſicut n p ad m f duplicata. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ lineæ k m & n p: ſunt æquales. ideoq; ex prima parte 7 quinti & ex ſecunda parte eiuſdem linea k m: eſt medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 ſexti / proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k: eſt ſicut lineæ b m ad lineã m f. Et quia linea b m eſt quintupla ad lineã m f: erit quadratũ lineę b m, quintuplũ ad quadratũ lineæ m k. Linea aũt b m: eſt rationalis in lõgitudine. ergo per vltimã ptẽ 7 decimi linea m k: eſt rationalis in potẽtia tantũ. Et quia linea b m eſt potẽtior linea m k, in quadrato lineę ſibi incõmẽſurabilis in lõgitudine vt in cõtinuo probabit: erit linea b k reſiduũ quartũ ex diffinitione reſidui quarti. ¶ Quod autẽ probãdũ aſſumpſimus: ſic patet. Sit numerus r quituplus ad numerũ ſ. ſintq; t & ſ, quãtũ r: acſi eſſet r quinq; / ſ vnũ / t quatuor. & ſit linea b m: potẽtior linea m k, in quadrato lineę x. Cũ igitur ſit quadratũ lineæ b m ad quadratũ lineæ m k ſicut numerus r ad numerum ſ: erit per euerſam proportionalitatẽ quadratum lineæ b m ad quadratũ lineæ x, ſicut numerus r ad numerum t. quare per vltimã partem 7 decimi / lineas: eſt incõmenſurabilis lineę b m in lõgitudine. nõ eſt ergo dubiũ: quin b k ſit reſiduũ quartũ. Manifeſtũ vero eſt ex 34 tertij: q; illud quod fit ex b k in k g, eſt ęquale ei quod fit ex a k in k c. ideoq; etiã ipſum idẽ eſt ęquale quadrato k c: eo q; a k eſt ęqualis k c. ergo quadrato b k addito vtriq;: erit ex penultima primi quod fit ex b k in ſe & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex 1 ſecundi quod fit ex b k in ſe & in k g, eſt æquale ei quod fit ex b k in g b: erit linea b ç latus tetragonicũ ſuperficiei cõtentę a duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b eſt rationalis / linea vero b k eſt reſiduum quartũ / & quia linea potens in ſuperficiem linea rationali reſiduoq; quarto cõtentã eſt linea minor vt conſtat ex 89 decimi libri: neceſſe eſt lineã b c quæ eſt latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti / eſſe lineã minorẽ. quod erat ex principio demonſtrandũ. Hoc ergo modo ſequitur: q; latus pentagoni æquilateri circulo inſcripti ſit linea minor: ſi diameter circuli cui inſcribatur / fuerit rationalis in longitudine. ¶ At vero ſi diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantum: adhuc neceſſe eſt vt latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enim linea a, rationalis in potentia tantũ: ſupra quã deſcribatur circulus, eiq; deſcripto inſcribatur pentagonus æquilaterus: cuius vnũ latus ſit b c. dicanturq; pẽtagonus & circulus: a. Dico q; linea b c eſt linea minor. Sumatur enĩ aliqua linea rationalis in longitudine: quæ ſit d. & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus æquilaterus: & ſit vnũ latus ipſius linea e f. dicãturq; pentagonus & circulus: d. Cõſtat igitur ex hac 12: q; c f eſt linea minor / cũ diameter d ſit rationalis in lõgitudine. Quoniã vero proportio pentagoni a ad pẽtagonũ d eſt ſicut quadrati lineæ b c ad quadratũ lineæ e f (vtraq; enĩ eſt ex ſecunda parte 18 ſexti: ſicut lineæ b c ad lineã e f duplicata) pẽtagoni autẽ a ad pẽtagonum d eſt ſicut quadrati diametri a ad quadratum diametri d ex prima 12: erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadratum lineę e f, ſicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cũq; quadrata duarum diametrorum a & d ſint cõmunicantia / quia ambo ſunt ratio-







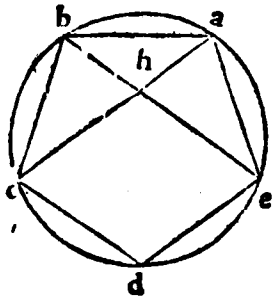


lia ex hypotheſi: erunt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarũ linearũ b c & e f, cõmunicantia. ergo linea b c cõmunicat in potẽtia cũ linea e f. Et quia linea æ f eſt minor: ſequit ex 100 decimi q; etiã b c ſit linea minor. quod eſt propoſitum. Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rationalis in lõgitudine ſiue in potentia tantũ: neceſſe eſt vt latus pẽtagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8.

8 ¶Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ expliciunt: extrema & media ratione ſeſe inuicem diſpeſcent / & maiora earum ſegmenta ipſius quinquãguli lateri ſunt æqualia. Camp. 11.

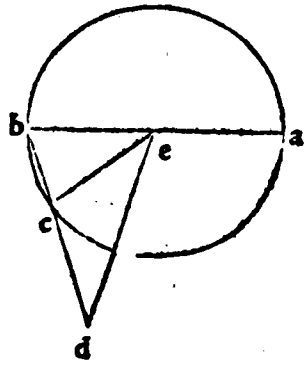
¶THEON ex Zamberto. ¶Quinquãguli enim æquilateri & æquianguli a b c d e, binos ordinatim angulos qui ad a, b, rectæ lineæ a c, b e, explicent: ſeſe inuicẽ in h ſigno diſpecentes. Dico q; ipſarũ vtraq; / extrema & media ratione ſecatur in h ſigno: & earũ maiora ſegmenta ſunt æqualia ipſius quinquãguli lateri. Circũſcribatur per 14 quarti ipſi quinquãgulo a b c d e: circulus a b c d e. Et quoniã binæ rectæ lineæ e a, a b, duabus a b, b c, ſunt æquales / & angulos æquales cõprehendunt: baſis igitur b e per 4 primi baſi a c eſt æqualis / & triangulũ a b e ipſi triangulo a b c eſt æquale / & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur qui ſub b a c: ei qui ſub a b e eſt æqualis. Duplus igitur eſt qui ſub a h e: eius qui ſub b a h ãguli. extra enim eſt ipſum a b h triãgulũ. Eſt autẽ & qui ſub e a c, eius qui ſub b a c duplus: quoniam & circũferentia e d c, ipſius c b circũferentiæ eſt dupla. Angulus igitur qui ſub h a e: ei qui ſub a h e eſt æqualis. Quare & h e recta linea: ipſi e a, hoc eſt ipſi a b eſt æqualis. Et quoniã b a recta linea ipſi a e eſt æqualis: æqualis eſt & angulus qui ſub a b e ei qui ſub a e b. Sed qui ſub a b e: ei qui ſub b a h patuit q; æqualis. qui igitur ſub b e a: qui ſub b a h eſt æqualis. Et ipſorum duorũ triangulorũ a b e, & a b h: cõmunis eſt angulus qui ſub a b e. reliquus igitur qui ſub b a e angulus: reliquo qui ſub a h b eſt æqualis. Triangulũ igitur a b e: ipſi a h b triãgulo æquiangulum eſt. proportionale igitur eſt ſicut e b ad b a: ſic a b ad b h. Aequalis autẽ eſt b a: ipſi e h. maior autẽ eſt b e: ipſa b a. maior igitur eſt e h: ipſa h b. Ipſa igitur b e, extrema & media ratione in h ſecatur: & maius ſegmentũ h e æquum eſt ipſius quinquãguli lateri. Similiter iam oſtendemus: q; a c extrema & media ratione in h ſecatur: & ipſius maius ſegmentum c h ipſius quinquanguli lateri eſt æquale. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio. 9.

9 ¶Si ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum cõponantur: tota recta linea extrema & media ratione ſecatur / & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus. Camp. 9.

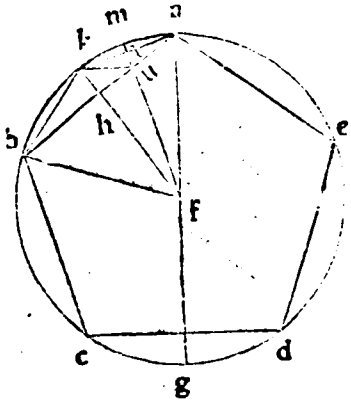
¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c. & in ipſo circulo a b c, deſcriptarũ figurarum decagoni quidẽ latus eſto b c, & ſexanguli c d: & ſint in rectas lineas. Dico q; tota b d, extrema & media ratione ſecatur in c: & maius ipſius ſegmẽtum eſt c d. Aſſumatur enim per 1 tertij / centrũ circuli: ſignũ e. & cõnectantur e b, e c, e d. & extendatur b e in a. Et quoniã decagoni æquilateri latus eſt b c: quincupla igitur eſt a c b circũferentia ipſius c b circũferentiæ. Quadrupla igitur eſt a c circũferentia: ipſius b c. Sicut autẽ a c circunferẽtia ad c b: ſic angulus qui ſub a e c ad angulũ qui ſub c e b. quadruplus igitur eſt qui ſub a e c: eius qui ſub c e b. Et quoniã qui ſub c b e angulus ei qui ſub e c b angulo eſt æqualis: qui igitur ſub a b c angulus / duplus eſt eius qui ſub e c b. Et quoniã e c recta linea æqualis eſt ipſi c d, vtraq; enim ipſarum æqualis eſt ipſius ſexanguli lateri in a b c circulo deſcripti & angulus qui ſub c d e eſt æqualis: igitur angulus qui ſub e c b, duplus eſt eius qui ſub e d c. Sed eius qui ſub e c b: duplum eſſe demõſtratum eſt eum qui ſub a e c. Igitur qui ſub a e c: quadruplus eſt eius qui ſub e d c. Oſtenſum eſt autem: q; & eius qui ſub b e c, quadruplus eſt qui ſub a e c. æqualis igitur eſt qui ſub e d c: ei qui ſub b e c. Cõmunis autem ipſorum binorum triangulorũ hoc eſt b e c & b e d: eſt angulus qui ſub e b d. & reliquus igitur qui ſub b e: d ei qui ſub e c b eſt æqualis. Aequi



angulum igitur est triangulum e b d: ipsi e b c triangulo. proportionale igitur est sicut b d ad b e: sic e b ad b c. Aequalis autē est e b: ipsi c d. Est igitur sicut b d ad d c: sic d c ad c b. Maior autē est b d: ipsa c d. maior igitur est & d c: ipsa c b. Igitur ipsa b d, recta linea extrema & media ratione secatur in c signo: & maius segmentum est d c. Quod ostēdere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 10 Propositio 10.

Camp. 10.

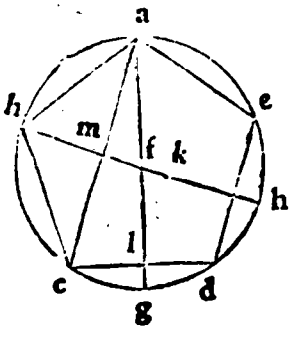


¶Si in circulo quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit: ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum. 10

¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c d e: & in ipso a b c d e per 11 quarti quinquāgulū describatur a b c d e. Dico q̄ ipsius a b c d e quinquāguli latus 1 potest & sexāguli & decagoni latus in ipso a b c d e circulo descriptorū. Assumatur per 1 terti/cētrum circuli: & sit f. & cōnexa a f, extendatur in g signū: & cōnectatur f b. & ab ipso f in a b perpēdicularis excitetur per 12 primi f h: & extendatur in k, & cōnectantur a k, k b. & rursus ab ipso f, in a k excitetur per 12 primi perpendicularis f l: & extendatur in m, & cōnectatur k n. Et quoniā circūferentia a b c g ipsi a e d g circumferentiæ est æqualis/quarū a b c ipsi a e d est æqualis: reliqua igitur c g circūferentia reliquæ g d circūferētię est ęqualis. Quinquāguli autem/c d: & decagoni/c g. Et quoniā f a ipsi f b per 15 diffinitionē primi est ęqualis/& perpēdicularis est f h: igitur angulus qui sub a f k, ei qui sub k f b est æqualis. quare & circūferentia a k: ipsi k b est æqualis. Dupla igitur est a b circūferentia: ipsius b k circumferentiæ. decagoni latus igitur: est recta linea a k. & id propterea & a k: ipsius k m est dupla. Et quoniā dupla est circūferentia a b ipsius circunferentiæ k b, æqualis autem est c d circūferentia ipsi a b circūferentiæ: dupla igitur est c d circūferentia ipsius b k circūferentiæ. Est autem c d circūferentia: ipsius c g dupla. igitur circūferentia c g: ipsi b k circunferentiæ est æqualis. Sed b k ipsius k m dupla est: quoniā & k a. & c g igitur: ipsius k m est dupla. Sed & c b circūferentia: ipsius b k circunferentiæ dupla est. æqualis enim est c b circūferentia: ipsi b a. et tota igitur g b circūferentia: totius b m est dupla. Quare & angulus qui sub g f b: anguli qui sub b f m duplus est. Est autem qui sub g f b: eius qui sub f a b duplus. Aequalis enī est qui sub f a b: ei qui sub a b f. Qui sub b f n igitur: ei est æquus qui sub f a b. Binorū autem triangulorum a b f & b f n: cōmunis angulus est qui sub a b f. Reliquus igitur qui sub a f b: reliquo qui sub b n f est æqualis. Triangulū igitur a b f: ipsi b f n triāgulo æquiāgulum est. proportionale igitur est sicut a b recta linea ad b f: sic f b ad b n. quod igitur sub a b, b n: ei quod ex b f est æquale. Rursus quoniam æqualis est a l ipsi l k, cōmunis autem & ad angulos rectos l n: basis igitur k n per 4. primi basi a n est æqualis. & angulus igitur qui sub l k n: ei qui sub l a n est æqualis. Sed qui sub l a n: ei qui sub k b n est æqualis. & qui sub l k n igitur: ei qui sub k b n est æqualis. & ipsorum triangulorum binorum a k b & a k n: commune est quod sub n a k. Reliquū igitur quod sub a k b: reliquo quod sub k n a est æquale. Aequiangulū igitur est triangulum k b a: ipsi k n a triangulo. proportionale igitur est sicut b a recta linea ad a k: sic k a ad a n. Quod igitur sub b a, a n: æquū est ei quod ex a k. Ostensum est autem: q̄ quod sub a b, b n, æquum est ei quod ex b f. Quod igitur sub a b, b n, vna cū eo quod sub b a, a n, quod est id quod ex b a: ei est ęquū quod ex b f vna cū eo quod ex a k. & b a quidem est latus ipsius quinquāguli: & b f sexanguli/& a k decagoni. Quinquāguli ergo latus: potest & sexanguli et decagoni latus in eodē circulo descriptorum. Quod ostendere oportuit.

Eucli ex Zamb. Theorema. 11 Propositio. 11.

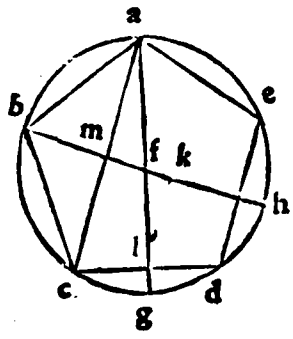
Camp. 12.



¶Si in circulo rationalem habēte diametrum/ quinquāgulū ęquilaterum inscribatur: quinquanguli latus irrationale est/ appellaturque minor. 11

THEON ex Zamb. ¶In circulo enim a b c d e, rationalem habente diametrum: quinquangulū inscribatur a b c d e. Dico q̄ ipsius a b c d e quinquāguli latus irrationale est: appellaturq̄ minor. Assumatur inq̄ & 1 terti circuli cētrū: f signum. & connectantur a f, f b. & extendantur in g, h signa: & cōnectatur a c. ponaturq̄ ipsius a f: quarta pars f k. Rationalis autē a f, rationalis igitur & f k. Est autē & b f

rationalis. Tota igitur b k: rationalis eſt. Et quoniam circũferentia a c g ipſi a d g circunferentiæ eſt æqualis/quarum a b c æqualis eſt ipſi a e d: reliqua igitur c g reliquæ g d eſt æqualis. Et ſi cõnectamus a d: ducuntur recti qui ad l anguli, & dupla eſt c d ipſius c l. & id propterea & qui ad m, recti ſunt: & dupla eſt a c ipſius c m. Quoniã igitur angulus qui ſub a l c ei eſt æquus qui ſub a m f, cõmunis autem ipſorũ triangulorũ binorũ a l c, a m f, eſt qui ſub l a c: reliquus igitur qui ſub a c l ei eſt æqualis qui ſub m f a. æquiangulum igitur eſt triãgulum a c l: ipſi a m f triãgulo. proportionale igitur eſt ſicut l c ad c a: ſic m f ad f a. & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipſius l c ad c a: ſic ipſius m f dupla ad f a. Sed ſicut ipſius m f dupla ad f a: ſic m f ad ipſius f a dimidiam. & ſequẽtiũ dimidia. Sicut igitur ipſius l c dupla ad ipſius c a dimidiam: ſic m f ad quartam partem ipſius f a. & ipſius l c, dupla eſt d c: ipſius vero c a, dimidia eſt c m. ipſius autem f a: quarta pars eſt f k. Eſt igitur ſicut d c ad c m: ſic m f ad f k. Componendo per 18 quinti & ſicut vtraq; d c m, ad c m: ſic m k ad f k. & ſicut igitur per 11 quinti quod ex vtraq; ipſarum d c m, ad id quod ex c m: ſic quod ex m k ad id quod ex k f. Et quoniam per 8 decimitertij ea quæ ſub duobus lateribus pentagoni ſubtenſa vt a c, extrema & media ratione ſecta, maius ſegmentũ eſt æquale ipſius pentagoni lateri hoc eſt ipſi d c, maior autem ſectio totius admitẽs dimidiũ quincuplũ poteſt eo quod ex totius dimidia per 1 decimitertij/& totius a c dimidia eſt c m: quod igitur ex d c m tanq; ex vna/ quincuplũ eſt eius quod ex c m. Sicut autem quod ex d c m ſicut vna/ad id quod ex c m: ſic oſtẽſum eſt eſſe id quod ex m k ad id quod ex k f. quincuplum igitur eſt quod ex m k: eius quod ex k f. rationale autẽ quod ex k f. rationalis enim eſt diameter. Rationale igitur eſt & quod ex m k. Rationalis igitur eſt m k. rationem enim habet quam numerus ad numerũ quod ex m k: ad id quod ex k f. Et quoniam quadrupla eſt b f ipſius f k: quincupla igitur eſt b k ipſius k f. Vigintiquincuplex igitur eſt quod ex b k: eius quod ex k f. Quincuplum autem eſt id quod ex m k: eius quod ex k f. quincuplum igitur eſt quod ex b k: eius quod ex k m. Quod igitur ex b k: ad id quod ex m k rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi b k: ipſi k m in longitudine. & ipſarum vtraq;: rationalis eſt. Ipſę igitur b k, k m: rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Si autẽ a rationali rationalis auferatur potentia tantũ cõmẽſurabilis ſubſiſtẽs toti: reliqua irrationalis eſt/ vocatur autẽ apotome per 63 decimi. igitur m b: apotome eſt. Congruẽs autẽ ei: eſt m k. Dico q; & quarta. Quo enim maius eſt id quod ex b k eo quod ex k m: ei æquũ eſto quod ex n. Igitur ipſa b k: ipſa k m maius poteſt ipſo n. Et quoniã per 16 decimi cõmenſurabilis eſt k f ipſi f b, & componendo per 18 quinti commenſurabilis eſt k b ipſi b f, ſed b f ipſi b h longitudine eſt cõmenſurabilis: & b k igitur ipſi b h commenſurabilis eſt. Et quoniam quod ex b k eius quod k m quincuplũ eſt: quod igitur ex b k, ad id quod ex k m rationem habet quam quinq; ad vnum. Conuertẽdo igitur per correlarium 18 quinti quod ex b k ad id quod ex n: rationem habet quã quinq; ad quatuor, non quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt b k: ipſi n. Igitur b k: ipſa k m maius poteſt eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. & tota b k: ipſi b h rationali expoſitæ commenſurabilis eſt. Quod autem ſub rationali & apotomæ quarta compręhenſum rectangulũ: irrationale eſt/ & ipſum potẽs irrationalis eſt/minorq; appellatur per 94. decimi. Poteſt autem quod ſub h b, b m, ipſa a b: quoniam propter connexionem ipſius a h, triangulum a b h æquiangulum fit ipſi a b m. Et quoniam eſt ſicut b h ad b a ſic eſt a b ad b m: ipſa igitur a b quinquanguli latus/ irrationalis eſt minor appellata. Quod erat oſtendendum.

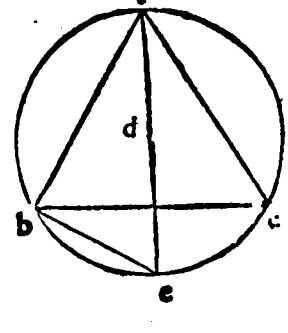


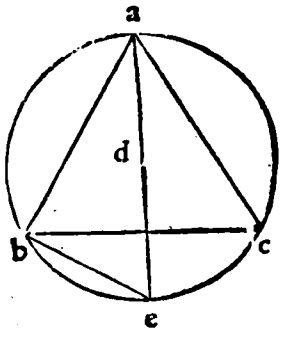


Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12.

12 ¶Si in circulo triangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: ipſius trianguli latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli.

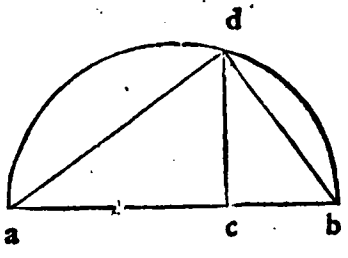
C ¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c: & in eo triangulum æquilaterum
ã deſcribatur a b c. Dico q; ipſius a b c triãguli latus potentia triplum eſt eius quæ
p ex centro ipſius circuli a b c. Aſſumatur inq; per 1 tertij: centrũ ipſius circuli/ d. &
s. connexa a d extendatur in e: & cõnectatur b e. Et quoniam triangulum a b c æquilaterum eſt: igitur b e c circũferentia tertia pars eſt ipſius circuli a b c circũferen-

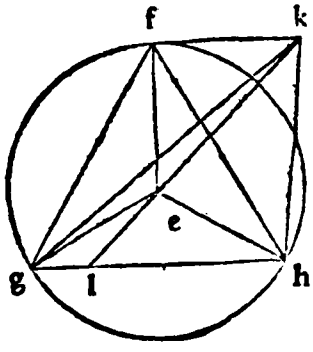




tiæ. igitur b e circũferentia: ſexta pars eſt circũferentię ipſius circuli. hexagona igitur eſt ipſa b e recta linea. ęqualis igitur eſt ei qui ex cẽtro: hoc eſt ipſi d e. Et quoniam a e ipſius d e dupla eſt: quadruplum eſt quod ex a e eius quod ex e d, hoc eſt eius quod ex b e. Aequũ autem eſt id quod ex a e: eis quæ ex a b, b e. quæ igitur ex a b, b e: quadrupla ſunt eius quæ ex b e. Manifeſtum igitur ꝙ quod ex a b: triplum eſt eius quod ex b e. Aequalis autem eſt b e: ipſi d e. quod ex a b igitur: triplum eſt eius quod ex d e. Trianguli ergo latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.



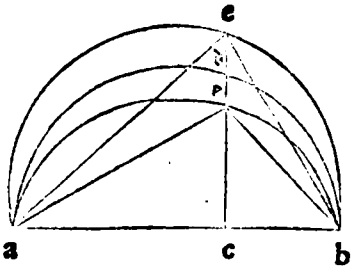


PYramidem quatuor baſium triangularium & ęquilaterarũ ab aſſignata ſphęra circũſcriptibilẽ: fabricare. Huius ergo ſphæræ diametros: ad latus ipſius pyramidis ſeſquialterã proportionem potentialiter habere probatur. 13

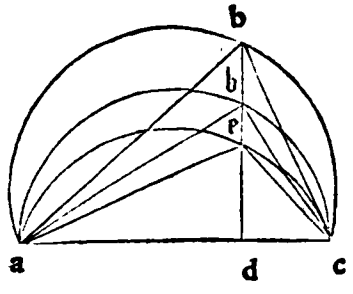
CAMP. Sit linea a b diameter aſſignatæ ſphæræ / quæ diuidatur in puncto c: ita ꝙ a c ſit dupla ad b c. & lineetur ſuper eam ſemicirculus a d b. & producatur linea c d orthogonaliter ſuper lineam a b: & producantur lineę b d & d a. Poſtea fiat circulus f g h ſuper centrum e, cuius ſemidiameter ſit æqualis lineæ c d: cui ex 2 quarti libri inſcribatur triangulus ęquilaterus qui ſit f g h, ad cuius angulos protrahantur a centro / lineæ e f, e g, e h. deinde ſuper centrum e, erigatur (ſecundum ꝙ docet 12 vndecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpẽdicularis ad ſuperficiem circuli f g h: & demittantur a puncto k hypothenuſæ k f, k g, k h. eritq; cõpleta pyramis quatuor baſium triangularium & æquilaterarum: quã dico eſſe ab aſſignata ſphæra circũſcriptibilem. & dico quadratũ diametri propoſitæ ſphæræ: ſeſquialterum eſſe ad quadratum lateris fabricatæ pyramidis. Conſtat enim ex prima parte correlarij 8 ſexti: ꝙ linea c d eſt medio loco proportionalis inter a c & c b. quare ex correlario 16 eiuſdem / quadratũ lineæ a c ad quadratum lineę c d: eſt ſicut linea a c ad c b. ergo coniunctim quadratum a c & quadratum c d, ad quadratum c d: ſicut linea a b ad b c. ideoq; ex penultima primi quadratũ a d ad quadratum d c: ſicut a b ad b c. Cum ergo linea a b ſit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam: erit quoq; quadratũ a d triplũ ad quadratũ d c. Eſt autẽ ex 8 huius / quadratũ f g: triplum ad quadratum e f. quare cum ex hypotheſi d c ſit æqualis e f: erit ex cõmuni ſcientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem / linea e k continet cum ſingulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos / quarum quælibet eſt æqualis lineæ c d, & quia ipſa eadem eſt æqualis lineæ a c, & angulus c eſt rectus: erit per 4 primi vnaquęq; trium linearum k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifeſtũ eſt igitur: fabricatam pyramidem eſſe quatuor baſium triangularium æquilaterarũ. Ipſam autẽ eſſe circũſcriptibilem ab aſſignata ſphæra: ſic habeto. Lineæ e k intelligatur adijci ſecundum rectitudinem linea e l ęqualis lineæ c b: vt tota k l ſit æqualis a b quæ eſt diameter aſſignatæ ſphęræ. Hanc autem lineam inꝫ e l imagineris eſſe ſub circulo f g h, perpendicularem quoq; ad ipſius ſuperficiem ex parte inferiori: ſicut eſt e k ex parte ſuperiori. eritq; vnaquæq; triũ linearum e f, e g, e h, & ſimpliciter quælibet ſemidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter k e & e l: quẽadmodum eſt d c inter a c & c b. nam hæ ſunt æquales illis: vnaquaq; ſuæ relatiuæ. Si igitur ſuper lineã l k deſcribatur ſemicirculus / circũducaturq; quouſq; ad locum vnde moueri cœperat redeat: erit ex diffinitione ſphærarum æqualium / ſphæra deſcripta motu huius ſemicirculi / æqualis ſphæræ aſſignatæ. ſunt enim ſphæræ æquales / quarum ſunt æquales diametri: quẽadmodũ de circulis in principio tertij dictũ eſt. Hunc vero ſemicirculum neceſſe eſt tranſire per tria puncta f, g, h: quæ ſunt anguli ſolidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico ꝙ ſemicirculus hic quoniam ſuper lineam k l fuerit deſcriptus / ſi circũducatur quouſq; ad locum redeat vnde moueri cœperat: continget circulum f g h ſuper omnia pũcta circũferẽtiæ ipſius. Quod ex hac vetuſta veritate probatur. Si linea recta ſuper lineam rectam perpendiculariter ſteterit quæ inter partes eius cui ſuperſtat vel circũſtat medio loco proportionalis po

natur/ fueritq; ſuper eam lineam cui perpendicularis ſupereſtat/ ſemicirculus deſcriptus: circunferentia ipſius per extremitatem lineæ medio loco proportionalis poſitæ perpẽdiculariter neceſſario tranſibit. Cum igitur cunctæ ſemidiametri circuli f g h ſint perpendiculares ad lineam k l, & medio loco proportionales inter partes ipſius quæ ſunt k e. & e l: ſequitur vt ſemicirculus deſcriptus ſuper k l, ſi circũducatur tranſeat per omnia puncta circunferẽtiæ f g h, & per omnes ſolidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; a diffinitione eius quod eſt figuram inſcribi figuræ/ pyramis fabricata eſt inſcriptibilis illi ſphæræ quam ſemicirculus per lineam k l lineatus motu ſuo deſcribit. Et quia hæc ſphæra deſcripta/ eſt aſſignatæ ſphæræ æqualis per diffinitionem æqualium ſphærarum: ſequitur ex communi ſcientia vt hæc pyramis fabricata/ ſit ab aſſignata ſphæra circũſcriptibilis. Quod eſt propoſitum.

¶ COROLARIVM autem patet ſic. ¶ Cum enim a b ſit tripla ad b c: per euerſã proportionalitatẽ erit a b ſeſquialtera ad a c. ideoq; ex ſecũda pte corolarij 8 ſexti & corolario 17 eiuſdẽ: quadratũ lineæ a b erit etiã ſeſquialterũ ad quadratum lineæ a d. Et quia linea a d eſt æqualis lateri fabricatæ pyramidis/ at vero a b eſt diameter ſphæræ: cõſtat verum eſſe quod per corolariũ dicitur.

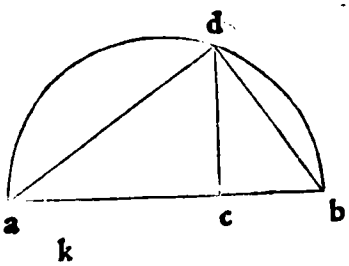


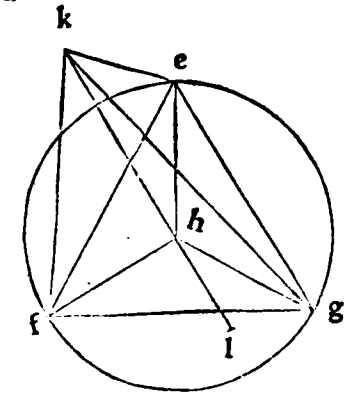
¶ Ne autem quicq̃ de vetuſta veritate propoſita hæſitare contingat: eam volumus hoc modo demonſtratione firmare. Sit igitur ſuper lineam a b, linea c d perpendicularis: quæ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b, quæ ſint a c & c b, ita ꝙ ſit proportio a c ad c d, ſicut c d ad c b. Et ſuper lineã a b: deſcribatur ſemicirculus a e b. Dico ꝙ huius ſemicirculi circũferentia trãſibit per punctum d: qui eſt extremitas perpendicularis. Si nautem: aut ſecabit lineam c d, aut ſupertranſibit eam totam ipſam tranſiens & includens & non cõtingens. Secet ergo primo eã in pũcto e: & ducantur lineæ e b & e a. eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b: rectus. itaq; ex prima parte corolarij 8 ſexti proportio eſt a c ad c e: ſicut c e ad c b. at vero ex ſecũda parte 8. quinti proportio a c ad c e, eſt maior q̃ a c ad c d: eo ꝙ c e eſt minor q̃ c d. Cum igitur ſit c e ad c b ſicut a c ad c e, & c d ad c b ſicut a c ad c d: erit per duodecimam quinti e c ad c b maior q̃ c d ad c b. ideoq; per primã partem 10 quinti e c eſt maior q̃ d c: pars videlicet q̃ ſuum totum. quod eſt impoſſibile. Non ergo ſecabit circunferentia ſemicirculi: lineam c d. Supertranſeat igitur. & producatur c d vſq; ad circunferentiam: ſitq; tota c e. & ꝓtrahantur lineæ e b & e a. ſequeturq; vt prius/ lineam c d eſſe maiorem q̃ ſit linea c e. quod eſt etiam impoſſibile. Cõſtat ergo propoſitũ. ¶ Similiter autem dicim9/ ꝙ ſi fuerit aliquis angulus rectus cui baſis ſubtendatur ſuper quam ſemicirculus lineætur: ipſius circunferentiam per angulum rectum tranſire neceſſe eſt. Conuerſam huiꝰ proponit prima pars 30 tertij. Quod autem dicimus: ſic conſtat. Sit enim angulus a b c, rectus: cui ſubtendatur baſis a c, & ſuper eam lineetur ſemicirculus. dico ꝙ ipſius circunferentia tranſibit per punctum b: in quo coeunt lineæ continẽtes angulum rectum. Cuius demonſtratio eſt: ꝙ neq; tranſibit ſupra neq; infra. Sin autẽ: trãſeat primo infra/ ſitq; a e c. & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad baſin a c, quæ ſecet circunferentiam ſemicirculi in pũcto e: & protrahantur lineæ e a & e c. eritq; angulus a e c: rectus ex prima parte 30 tertij. at ipſe eſt maior angulo a b c per 21 primi. hoc autem eſt impoſſibile ex tertia petitione: cum vterq; ſit rectus/ hic quidẽ ex hypotheſi/ ille vero ex prima parte 30 tertij. Non ergo tranſibit circunferentia ſemicirculi: infra angulum b. Tranſeat itaq; ſupra: & ſit a f c. producatur autem perpendicularis d b: quouſq; obuiet circunferentiæ ſemicirculi a f e in puncto f. & producãtur lineæ f a, f c. eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c: rectus. Cũq; etiam eſſet ex hypotheſi angulus a b c rectus: ſequitur impoſſibile per 21 primi ſicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem: neceſſarium eſt ad cognitionem eorum quæ ſequuntur.



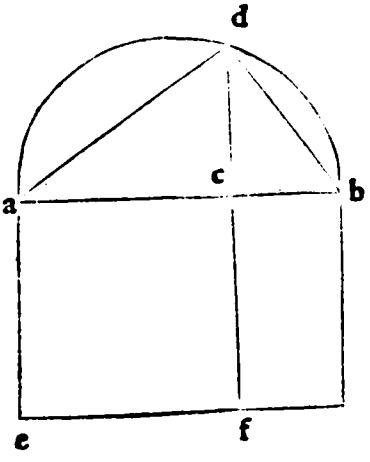
Euclí ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 13.

13 ¶ Pyramidem conſtituere/ & data ſphæra comprẽhendere: & demonſtrare ꝙ ipſius ſphæræ dimetiens potentia ſeſqualter eſt lateris ipſius pyramidis.





¶THEON. ex Zamb. ¶Exponatur datæ ſphæræ dimetiens a b: ſeceturq; in c ſigno/vt a c ipſius c b dupla ſit. Deſcribaturq; ſuper a b: ſemicirculus a d b. exciteturq; pe 11 primi ab ipſo c ſigno ad angulos rectos/c d: & cõnectatur d a. exponaturq; circulus e f g, æquam habens eam quæ ex centro ipſi d c: deſcribaturq; in ipſo e f g circulo triãgulum æquilaterum e f g. & accipiatur per primã tertij centrum circuli/ſitq; h ſignum: & connectatur e h, h f, & h g. Et cõſtituatur per 11 vndecimi ab ipſo h ſigno ipſius e f g circuli plano ad angulos rectos recta h k: & ponatur ipſa h k ipſi a c rectæ lineę æqualis. & connectantur k e, k f, k g. Et quoniam k h recta eſt ad ipſius e f g circuli planum: & ad omẽs igitur ipſam tangentes rectas lineas/& in eodem ipſius e f g circuli plano rectos efficit angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Tangit autem ipſam: vnaquęq; ipſarum h e, h f, h g. Igitur h k: ad vnãquãq; ipſarum h e, h f, h g, recta eſt. Et quoniam æqualis eſt a c ipſi h k, & c d ipſi h e, & rectos cõpræhendunt angulo: baſis igitur d a per 4 primi baſi k e eſt æqualis. & id ꝓpterea & vtraq; ipſarum k f, k g: ipſi d a eſt æqualis. Tres igitur k e, k f, k g: inuicẽ ſunt æquales. Et quoniam dupla eſt a c ipſi9 c b: tripla igitur eſt a b ipſius b c. Sicut autẽ a b ad b c: ſic quod ex a d ad id quod ex d c. ſicut oſtendetur. Qñ enim eſt ſicut b a ad a c, ſic quod ex d a ad id quod ex a c: conuertendo per correlarium 19 quinti ſicut a b ad b c, ſic quod ex a d ad id quod ex a c. Sicut demonſtrabitur. Triplũ igitur eſt q; ex a d: eius quod ex d c. Eſt autem & quod ex f e: eius quod ex e h triplũ. & æqualis eſt d c: ipſi e h. æqualis igitur eſt d a: ipi e f. Sed d a: vnicuiq; ipſarũ k e, k f, k g, oſtenſa eſt æqualis. æquilatera igitur ſunt ipſa quatuor triangula: hoc eſt e f g, k e f, k f g, k g h. Pyramis igitur cõſtruitur ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris: cuius baſis eſt e f g triangulum/faſtigium vero eſt ſignũ k. ¶Oportet iam ipſam data ſphæra compræhendere: oſtendereq; q; ipſius ſphæræ diameter potẽtia lateris ipſius pyramidis ſeſqualtera eſt. Extendatur enim i rectas lineas ipſius k h, recta linea k l: & ipſi c b æqualis ponatur h l. Et quoniam eſt ſicut a c ad c d ſic c d ad c b, æqualis autem eſt ipſa quidẽ a c ipſi k h, & c d ipſi h e, & c b ipſi h l: eſt igitur ſicut k h ad h e, ſic e h ad h l. quod igitur ſub ipſis k h, h l: æquũ eſt ei quod ex e h. Et rectus eſt vterq; ipſorũ k h e, e h l, angulorum. Igitur ſemicirculus deſcript9 ſuper k l: veniet & per e. quoniam ſi connectamus e l, rectus fit qui ſub l e k ãgulus: eo quia triangulum e l k vtriq; ipſorum e l h, e h k, triangulorum æquiangulum fit. Si iam manẽte l k circunducatur ſemicirculus/& in idem vnde duci icœpit rurſus ſteterit: veniet & per ſigna f, g, cõnexis ipſis f l, l g, & rectis ſimiliter factis iis q ad f, g, angulis: pyramis data ſphæra cõpræhenſa erit. Igitur k l ipſius ſphæræ dimetiens/æqualis eſt datæ ſphæræ diametro: qñ ipſi quidem a c æqualis ponitur k h, ipſi autẽ c b ipſa h l. ¶Dico iam q; ipſius ſphæræ dimetiẽs: lateris ipſius pyramidis potentia ſeſqualter eſt. Quoniã eteni dupla eſt a c ipſius c b: tripla igitur eſt a b ipſius b c. Conuertendo igitur per correlarium 18 quinti ſeſqualter eſt a b: ipſius a c. Sicut autẽ b a ad a c, ſic quod ex b a ad id quod ex a d: qm̃ cõnexa ipſa b d, eſt ſicut b d ad a d ſic d a ad a c, ꝓpter ipſorum d a b, d a c, triangulorũ ſimilitudinẽ, & eo quia eſt ſicut prima ad tertiam ſic quod ex prima ad id quod ex ſecunda. Seſqualterũ igitur eſt quod ex b a: eius quod ex a d. Et b a quidẽ eſt ipſius datæ ſphæræ diameter: & a d æqualis eſt lateri ipſius pyramidis. ipſius igit̃ ſphæræ diameter: ipſius pyramidis lateris ſeſqualtera eſt. Quod erat oſtendendum. ¶Oſtendendum iam: q; eſt ſicut a b ad b c: ſic quod ex a d ad id quod ex d c. Exponatur ipſius ſemicirculi deſcriptio. & ab ipſa a c deſcribatur per 46 primi quadratum: & compleatur f b parallelogrãmum. Quoniã igitur triangulum d a b ipſi d a c triangulo æquiangulũ eſt: eſt ſicut b a ad a d, ſic eſt d a ad a c. Igitur quod ſub b a, a c: æquũ eſt ei quod ex a d. Et qm̃ eſt ſicut a b ad b c ſic eſt e b ad b f, & eſt quidem ipſum e b id quod ſub b a, a c, (æqualis enim eſt e a ipſi a c: & b f ei quod ſub a c, c b) ſicut igitur a b ad b c, ſic quod ſub ipſis b a, a c, ad id quod ſub ipſis a c, c b. Et quod ſub b a, a c: æquum eſt ei quod ex a d. quod autem ſub a c, c b: æquũ eſt ei quod ex d c. ipſa enim d c perpendicularis/baſis ſegmentorum a c, c b, media eſt proportionalis: qm̃ qui ſub a d b rect9 eſt. Sicut igitur a b ad b c: ſic quod ex a d ad id quod ex d c. Quod oſtendere oportuit.

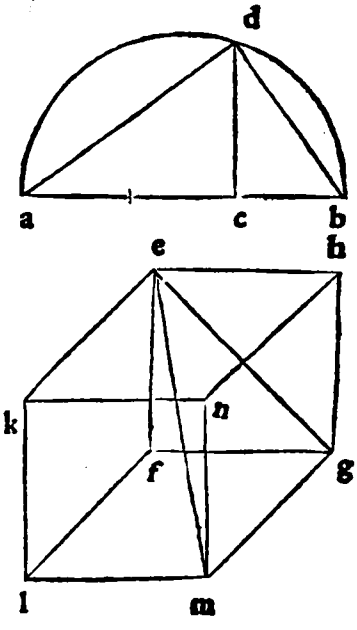


Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 Z ã b . 15

AB aſſignata ſphæra circunſcriptibilem cubum conſtituere. Eiuſdem autem ſphæræ diametrum lateri ipſius cubi potentialiter triplicem eſſe: manifeſtũ erit.

¶CAMPANVS. ¶Aſſignatæ ſphęrę diameter ſit a b: ſuper quam linectur ſemicirculus a d b. diuidaturq; diameter in puncto c, prorſus ſecundum conditionem pręmiſſæ: videlicet vt linea a c ſit dupla ad lineam c b. & producatur c d perpendicularis ad a b; & protrahantur d b & d a. Poſtea fiat vnũ quadratum cuius omnia latera ſint ęqualia lineæ b d: ſitq; e f g h. ſuper cuius quatuor angulos erigantur vt docet 12 vndecimi/quatuor lineæ perpẽdiculares ad ſuperficiẽ ipſius quadrati: quarum quęlibet ponatur etiam æqualis lineæ b d, ſintq; e k, f l, g m, h n. eruntq; hæ quatuor perpendiculares/ſingulæ ſingulis æquidiſtantes ex 6 vndecimi: & anguli quos continent cum lateribus quadrati/recti ex diffinitiõe lineæ perpendicularis ad ſuperficiem. Deinde coniungantur extremitates iſtarum perpendicularium/protractis lineis k l, l m, m n, n k: eritq; completus cubus/ſex ſuperficiebus quadratis contentus. conſtat enim ex 34 primi: q; quatuor ſuperficies ipſum ambientes (& ipſæ ſunt quarũ oppoſita latera ſunt quatuor perpendiculares) ſunt omnes quadratæ. de baſi autem: hoc poſitum eſt. at vero de ſuprema eius ſuperficie quæ eſt k l m n, q; ipſa quoq; ſit quadrata: cõſtat ex 34 primi & 10 vndecimi. ideoq; ex quarta vndecimi manifeſtum eſt: ſingula latera eiuſdem cubi duabus ipſius oppoſitis ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere. ¶Vt autem cubũ hunc ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilẽ eſſe demonſtremus: in vna ſuarum ſuperficierum protrahatur diagonalis/verbigratia in baſi eius/ſitq; e g. & ab huius diagonalis altera extremitate: protrahatur diameter cubi e m. eritq; ex penultima primi quadratũ e g: duplum ad quadratum f g. ideoq; & ad quadratum g m: eo q; g m eſt æqualis f g. ſunt enim omnia latera cubi: adinuicẽ æqualia. Et quia rurſus ex penultima primi/quadratum e m eſt æquale quadratis duarum linearũ e g & g m, propter hoc q; angulus c g m eſt rectus ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem: erit quadratum e m triplum ad quadratum m g. conſtat enĩ ex duplo & ſimplo. Cumq; ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem quadratũ quoq; a b ſit triplum ad quadratum b d, eo q; linea a b tripla eſt ad lineam b c, ſit autẽ b d æqualis f g: ſequitur ex cõmuni ſcientia vt c m quæ eſt diameter cubi ſit æqualis a b quæ eſt diameter ſphæræ. Itaq; ſi ſuper e m lineę ſemicirculus circunducatur; quouſq; ad locum vnde fuit initium motus/redeat: ſphæra deſcripta/erit ex diffinitione ſphærarũ æqualiũ æqualis ſphęrę aſſignatæ. At vero quia hic ſemicirculus tranſitum faciet per pũctum g eo q; angulus e g m eſt rectus/eadẽq; ratione per cęteros ſingulos rectos angulos cubi/quod ex antecedente ante hanc 14 imediate præmiſſo manifeſtum eſt: conſtat conſtitutũ cubum ab aſſignata ſphæra (eo q; a ſua æquali) circũſcriptibilẽ eſſe. Quod demõſtrare oportebat. Correlarij vero demõſtratio: in iſtius demõſtrationis ꝓceſſu ꝑpatuit.

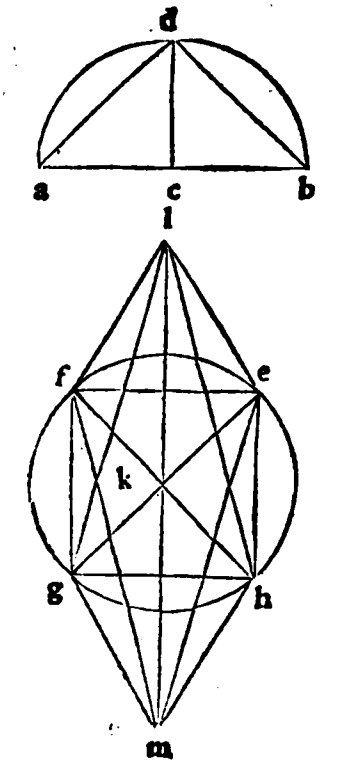


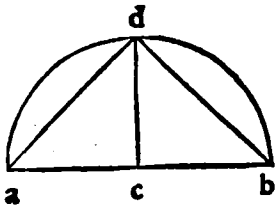
Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 Z ã b . 14

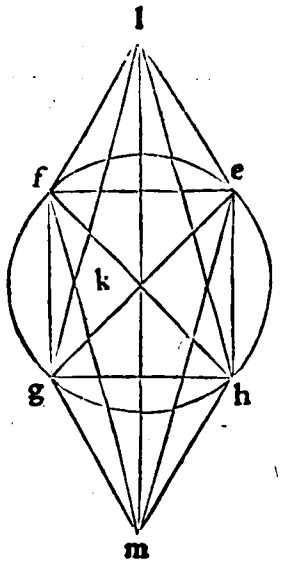
CORpus octo baſium triangularium & æquilaterarum a ſphęra propoſita circũſcriptibile: componere. Eritq; palã eiuſdẽ ſphæræ diametrum lateri ipſius corporis duplicẽ eſſe potentialiter.

¶CAMPANVS. ¶Diameter ſphæræ ꝓpoſitę ſit a b: q̃ diuidatur per æqualia in pũcto c. & ſup eã lineę ſemicirculꝰ a d b: & ꝓducãt c d ꝓpẽdicularis ad a b, & iũgatur pũctꝰ d cũ a & cũ b. deſcribaturq; vnũ quadratũ cuiꝰ ſingula latera ſint ęqualia lineę b d. ſitq; quadratũ hoc e f g h: in quo ꝓtrahãtur diametri duę e g & f h, ſe cãtes ſeiuuicẽ in pũcto k. Cõſtat igitur ex 4 primi/q; vtraq; iſtarũ diametrorũ ſit ęqualis lineę a b q̃ eſt diameter ſphęrę: cũ ãgulus d ſit rectꝰ ex prima pte 30 tertij & ſinguli quoq; ãguli e, f, g, h, recti ex diffinitiõe q̃drati. Cõſtat rurſus: q; eędem diametri e g & f h diuidũt ſeinuicẽ per æqualia in pũcto k. Hoc aũt ex 5 primi & 32 & 6 eiuſdẽ facile ẽ elicere. Erigatur itaq; ſup pũctũ k, linea k l ꝓpẽdicularis ad ſupficiẽ q̃drati: q̃ ponat ęq̃lis medietati diametri e g vel f h. & demittãt hypothenuſæ l e, l f, l g, l h. erũtq; ex his q̃ poſita ſunt/& penul. primi quotiẽs oportuerit re





petita) ſinguլę harũ hypothenuſarũ ęquales ſibi inuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habẽs ergo pyramidẽ quatuor æquilaterarũ triãgulariũq; baſiũ: ſuper quadratũ cõſtitutã. Huic itaq; ſub ipſo quadrato ſimilẽ pyramidẽ: hoc modo appone. Lineã l k producas/ perforãdo quadratũ/ vſq; ad m: ita ꝙ k m exiſtẽs ſub quadrato/ ſit æqualis l k exiſtẽti ſupra. & iũge pũctũ m cũ ſingulis ãgulis quadrati: producendo 4 alias hypothenuſas quæ ſunt m e, m f, m g, m h. de quibus quoq; manifeſtũ eſt ex penultima primi/ quẽadmodũ de alijs quę ſunt in ſuperiori parte: ꝙ ipſæ ſint æquales adinuicẽ & lateribus quadrati. Cõpleuimus igitur corpus 8 baſium triangulariũ & æquilaterarũ. ¶ Hoc autẽ ab aſſignata ſphæra circũſcriptibile eſſe: ſic habeto. Conſtat enim: ꝙ linea l m eſt ęqualis diametro aſſignatę ſphæræ. nã vtraq; earũ eſt æqualis diametro quadrati. Igitur ſi ſuper l m lineeĩ ſemicirculus q circũuoluatur quouſq; ad locũ ſuũ redeat: ſphæra quã motu ſuo deſcribet/ erit ęq̃lis aſſignatæ ſphæræ/ vt ex diffinitione ęqualiũ ſphærarũ colligĩ. Hic vero ſemicirculꝰ trãſibit per quatuor ãgulos q̃drati/ & ſimpliciter p oia pũcta circũferẽtię circuli circũſcribẽtis quadratũ: eo ꝙ ſemidiameter quadrati vt linea f k, & portiões lineæ l m quæ ſunt l k & k m, ſunt adinuicem æquales. quare ex diffinitione eius quod eſt figuram vnã alij figuræ inſcribi: fabricatum corpus inſcriptibile eſt ſphæræ motu huius ſemicirculi deſcriptæ, Itaq; & ſphæræ aſſignatæ ex cõceptiõe: cũ ipſæ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitione. Correlariũ vero manifeſte conſtat. ſunt enim duæ lineæ d b & d a: æquales ex 4 primi. ideoq; quadratũ lineæ a b: duplum eſt ad quadratum lineæ b d ex penultima primi. latus aũt fabricati corporis: eſt æquale lineę b d. Verum eſt ergo correlarium.

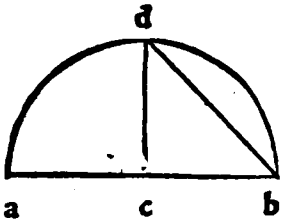


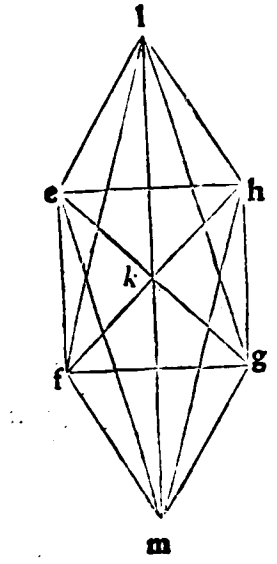
Euclí ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 14.

¶ Octahedrum conſtruere/ & data ſphęra compręhẽdere ea qua pyramidem: oſtendereq; ꝙ ipſius ſphęrę dimetiens potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt. 14.

¶ THEON. ex Zamb. ¶ Exponat datæ ſphæræ diameter a b, ſeceturq; p 10 primi diuidueĩ c, & deſcribatur ſup a b ſemicirculus a d b. Exciteturq; per 10 primi ab ipſo c ipſi a b ad rectos angulos c d: & connectatur d b. Exponaturq; quadratũ e f g h, æquum habens vnumquodq; latus ipſi b d: & connectantur f h, e g. Exciteturq; per 12 vndecimi ab ipſo k ſigno ad ipſius e f g h quadrati planum ad angulos rectos recta linea k l: & extendatur in alteram partem per l m, vt ſit k m. auferaturq; ab vtraq; ipſarum k l, k m, vni ipſarum k e, k f, k g, k h, æqualis vtraq; ipſarum k l, k m: & connectantur l e, l t, l g, l h, m e, m f, m g, m h. Et quoniam k e ipſi k h eſt æqualis / & angulus qui ſub e k h rectus eſt: igitur quod ex h e duplum eſt eius quod ex e k. Rurſus quoniam l k ipſi k e eſt æqualis/ & angulus qui ſub l k e rectus eſt: quod igitur ex e l, duplum eſt eius quod ex e k. Oſtenſum autẽ eſt ꝙ & quod ex h e, duplum eſt eius quod ex e k. Igitur quod ex l e: ei quod ex e h eſt æquale. Ipſa igitur l e: ipſi e h eſt æqualis. Idq; propterea iam & l h: ipſi h e eſt æqualis. Triangulum igitur l e h: ęquilaterum eſt. Similiter iam demõſtrabimus ꝙ vnumquodq; reliquorum triãgulorum quorum baſes quidem ſunt ipſa e f g h quadrati latera/ faſtigia vero l, m, ſigna: æquilaterum eſt. Octahedrum igitur conſtitutum eſt: ſub octo triangulis æqualia habentibus latera compræhenſum.

¶ Oportet iam & illud ſphæra data compræhendere: oſtendereq; ꝙ ipſius ſphæræ dimetiens potentia duplus eſt lateris ipſius octahedri. Quoniã enim ipſæ tres l k, k m, k e, inuicẽ ſunt æquales: ſuper l m igitur deſcriptus ſemicirculus veniet & per e. & id propterea ſi manente l m, circunducatur ſemicirculus / & in idem vnde circunduci cœpit ſteterit: veniet & per f, g, h, ſigna / & octahedrum ſphæra erit compræhenſum. ¶ Dico ꝙ & data. Quoniam nãq; æqualis eſt l k ipſi k m, communis autem k e, & angulos rectos compræhẽdunt: baſis igitur l e per 4 primi baſi e m eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ſub l e m rectus eſt/ in ſemicirculo enim: quod igitur ex l m, duplum eſt eius quod ex l e. Rurſus quoniam ac ipſi c b eſt equalis: dupla eſt a b ipſius b c. Sicut autem a b ad b c: ſic quod ex a b ad id quod ex b d. Duplum igitur eſt quod ex a b: eius quod ex b d. Oſtenſum eſt autem/ ꝙ & quod ex l m duplum eſt eius quod ex l e: & quod ex b d, ei eſt ęquũ quod ex l e. æqualis enim ponitur e h: ipſi d b. Quod igitur ex a b: ei quod ex l m eſt æquale. ipſa igitur e b: ipſi l m eſt æqualis. eſtq; a b: datæ ſphæræ dimetiens.



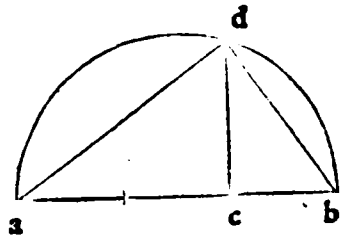


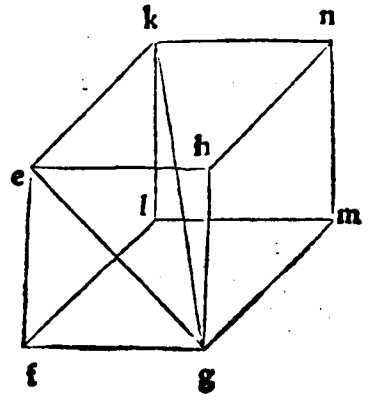
ipſa igitur l m: æqualis eſt datæ ſphæræ diametro. Cõpræhenditur igitur octahedrum data ſphæra: & ſimul oſtenſum eſt ꝙ ipſius ſphæræ diameter potentia dupla eſt ipſius octahedri lateris. Quod facere & oſtendere oportebat.

Euclí. ex Zamb. Problema 3 Propoſitio 15.

15 ¶ Cubum conſtruere & data ſphæra compræhendere vel ea qua prius: oſtendereq; ꝙ ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplus eſt lateris ipſius cubi.

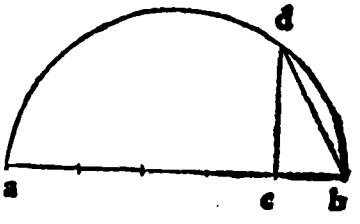
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponatur datę ſphæræ diameter a b. ſeceturq; in c: vt a c dupla ſit ipſius c b. Deſcribatq; ſuper a b, ſemicirculus a d b: & ab ipſo c ipſi a b per 11 primi ad angulos rectos excitetur c d, & connectatur d b. Exponaturq; quadratũ e f g h, æquum habens latus ipſi d b: & ab ipſis e, f, g, h, ipſius e f g h quadrati ſignis ad planũ ad ãgulos rectos excitentur per 12 vndecimi e k, f l, g m, h n. & auferaẽ ab vtraq; ipſarum e k, f l, g m, h n, vni ipſarũ e f, f g, g h, h e, æqualis vnaq̃q; ipſarũ e k, f l, g m, h n: cõnectãturq; ipſę k l, l m, m n, n k. cubus igitur f n: cõſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus cõprehẽſus. ¶ Oportet iã ſphæra data cõpræhendere: & oſtendere ꝙ ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt ipſius cubi lateris. Connectãtur enī ipſæ k g, e g. Et quoniã angulus qui ſub k e g rectus eſt / eo quia k e recta eſt ad planũ e g videlicet & ad rectam lineã e g: igitur ſuper k g deſcriptus ſemicirculus veniet & per e ſignũ. Rurſus quoniam g f recta eſt ad vtranq; ipſarum f l, f e: & ad f k igitur planum recta eſt ipſa g f. Quare & ſi connectamus ipſam f k: ipſa g f recta erit ad ipſam f k. ac per hoc rurſus ſuper g k deſcriptus ſemicirculus: tranſiet & per f. ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi veniet. Si enim manente ipſa k g, circũductus ſemicirculus in idẽ ſteterit vnde circunduci cępit: cubus ſphæra comprahẽſus erit. ¶ Dico iam ꝙ & data. Quoniã enim æqualis eſt g f ipſi f e, & angulus qui ad f rectꝰ eſt: quo igitur ex e g, duplum eſt eius quod ex e f. Æqualis autem eſt e f ipſi e k. quod igitur ex e g: duplum eſt eius quod ex e k. Quare quod ex g e, e k: triplum eſt eius quod ex e k. Et quoniam a b ipſius b c triplex eſt / ſicut autem a b ad b c ſic quod ex a b ad id quod ex b d: triplum igitur eſt quod ex a b, eius quod ex b d. patuit autem ꝙ & quod ex k g, triplum eſt eius quod ex k e. & æqualis poſita eſt k e: ipſi b d. æqualis igitur eſt & k g: ipſi a b. Et a b: eſt datæ ſphæræ dimetiẽs. & k igitur: æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra comprehenditur cubus: & vna oſtenditur ꝙ ſphæræ diameter potentia tripla eſt ipſius cubi lateris. Quod facere & oſtendere oportebat.



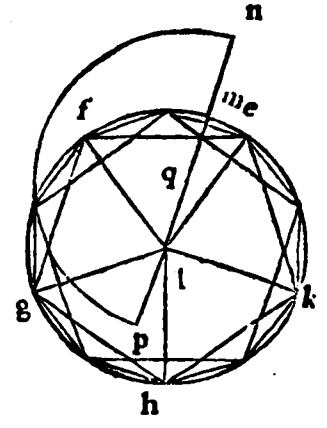


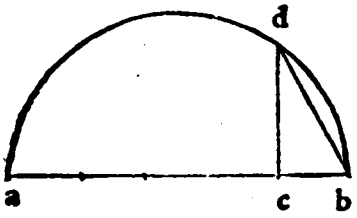
Euclí. ex Camp. Propoſitio 16.

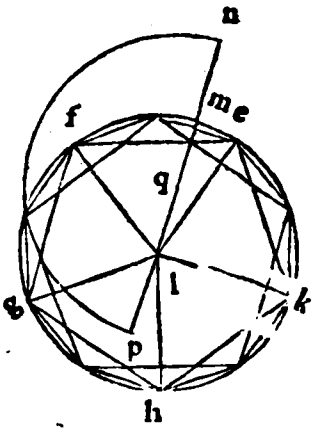
16 Corpus viginti baſium triangularium atq; æquilateratum a data ſphæra diametrum rationalem habente circunſcriptibile: fabricare. Eritq; palã: latus eiuſdem corporis eſſe lineam irrationalem / eam ſcilicet quæ dicitur minor.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit hic quoq; diameter aſſignatę ſphæræ a b: quę ponat eſſe rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. & diuidatur in puncto e, ita ꝙ a c ſit quadrupla ad c b. & lineetur ſuper eam ſemicirculus a d b: & producatur c d perpendicularis ad a b, & protrahatur linea d b. deinde ſecundũ quãtitatem lineæ d b lineatur circulus e f g h k ſupra centrũ l: cui inſcribatur pẽtagonus æquilaterus eiſdẽ literis annotatus / ad cuius angulos a centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rurſus in eodem circulo inſcribatur decagonus ęquilaterus. diuidãt enī cũcti arcus quorũ chordæ ſunt latera pentagoni pæqualia: & a pũctis mediis ad extremitates cũctorũ laterũ inſcripti pẽtagoni lineæ rectæ dirigãtur. Itẽq; ſup ſingulos angulos pẽtagoni erigatur cathetus ſcdm ꝙ docet 12 vndecimi quorum quilibet ſit etiã æqualis lineæ b d: & cõtinuẽtur extremitates horũ quinq; catheторũ / quinq; corauſtis. erũtq; ex 6 vndecimi qnq; catheti erecti: adinuicẽ æquidiſtãtes: cũq; ipſi ſint æquales erũt quoq; ex 33 ptimi quinq; corauſti eorũ extremitates iũgẽtes æquales lateribꝰ pẽtagoni. Demitte igitur a ſũmitatibus ſingulis ſingulorũ cathetorũ: binas & binas hypothenuſas ad duos circũſtãtes ãgulos iſcripti





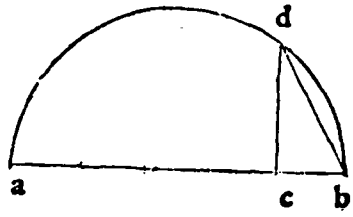


decagoni.& harũ decẽ hypothenuſarũ a quinq extremitatib⁹ cathetorũ ad 5 pũcta quæ ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni/ deſcendentiũ extremitates cõtinua: aliũ pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribẽdo/ qui quoq erit æquilaterus ex 23 tertij. Cũ hoc itaq feceris: videbis te perfeciſſe decẽ triãgulos/ quorũ latera ſũt decẽ hypothenuſę & 5 corauſti & 5 latera huiꝰ ſecũdi pẽtagoni iſcripti. Hos ergo decẽ triangulos: æquilateros eſſe ſic collige. Cũ enitã ſemidiameter deſcripti circuli q̃ qlibet erectorũ cathetorũ ſit æqualis lineę b d ex hypotheſi: erit ex correlario 15 quarti/ quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt æqualis lineæ b d, inſcripti. Quia vero ex penultima primi vna q̃q decẽ hypothenuſarũ tanto eſt potẽtior catheto q̃tũ põt latus decagoni/ at vero ex 10 huiꝰ/ latꝰ quoq pentagoni eſt tanto potentius eodẽ q̃tũ põt idẽ latus decagoni: erit ex cõi ſciẽtia vnaq̃q harũ hypothenuſarũ æqualis lateri pentagoni. De corauſtis aũt/ iam patuit: q⁹ ipſi ſint æquales lateribꝰ pentagoni. Itaq cuncta latera horũ decẽ triangulorũ: aut ſunt latera pẽtagoni æquilateri ſcda vice circulo iſcripti/ aut illis æqualia. ſunt igiꝫ æquilateri trianguli. Amplius aũt ſup centrũ circuli qd eſt pũctũ l, erige aliũ cathetũ æqualẽ prioribꝰ q ſit l m: eiuſq ſuperiorẽ extremitatẽ q̃ eſt m, iũge cũ ſingulis extremitatibꝰ priorũ/ per quinq corauſtos. eritq ex 6 vndecimi/ hic centralis cathetus: ſingulis cathetorum angulariũ æqdiſtans. iõq ex 33 primi hi quiq corauſti erũt ſemidiametro circuli æquales: & ex correlario 5 quarti q̃libet eorũ tanq̃ latus hexagoni. Centrali ergo catheto extra q⁹ parte adijciaꝫ linea vna æqualis lateri decagoni. ſupra quidẽ adijciatur ei: m n deorſum aũt ſub circulo adijciatur ſibi a centro circuli: p. poſtea demittaꝫ a pũcto n, 5 hypothenuſæ ad 5 ſuperiores angulos decẽ triãgulorũ qui ſunt i circuitu: & a puncto p, alię 5 ad alios 5 inferiores. Erũt hæ decẽ hypothenuſæ æquales adi uicẽ lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius: quẽadmodũ de aliis decẽ priꝰ demõſtratũ eſt. Habes ergo corpꝰ 20 baſiũ triangulariũ atq eq laterarũ: cuius cũcta latera ſunt æqualia lateribus pẽtagoni/ eiꝰ vero diameter eſt linea n p. horũ autẽ 20 triangulorũ: decẽ cõſiſtũt in circuitu ſupra circulũ/ quinq autẽ cõſurgunt ſurſum ad punctũ n cõcurrẽtes/ atq quinq reliqui deorſum emerguntſup pũctũ p coeuntes. ¶ Hoc aũt icoſedron corpus a data ſphæra circũſcriptibile eſſe: ſic erit manifeſtũ. Cũ linea l m ſit æqualis lateri hexagoni/ & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circunſcribit: tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecundum ꝓportionem habẽtẽ mediũ & duo extrema in pũcto m, & maior portio eiꝰ erit linea l m. Diuidatur itaq l m p æqualia in q. eritq ex cõi ſciẽtia p q, æqualis q n: nã p l poſita eſt æqualis lateri decagoni/ quẽadmodũ m n. quare q n eſt medietas n p: quẽadmodũ eſt q m medietas m l. Cũ ergo quadratũ n q ſit ex 3 huius quintuplũ ad quadratũ q m: erit quoq ex 15 quinti quadratum p n quintuplũ ad quadratũ l m. eſt eni ex 4. ſecundi quadratũ p m, quadruplum ad quadratũ q n: quadratũ quoq l m, q̃druplũ ad quadratũ q m ex eadẽ. quadruplũ aũt ad quadruplũ: eſt vt ſimplũ ad ſimplũ/ teſte 15 quinti. at ver o quadratum a b: quintuplũ eſt ad quadratũ b d ex ſecũda pte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdẽ. eſt etiã a b, quintupla ad b c: eo q⁹ a c fuit ad eandẽ quadrupla. Quia ergo l m eſt ex hypotheſi æqualis b d: erit ex cõi ſciẽtia a b æqualis n p. Itaq ſi ſu per lineã n p ſemicirculus deſcribaꝫ qui tandiu q⁹ locũ primũ repetat circũuolutur: ſphæra ipſius motu deſcripta/ erit a diffinitiõe ſphærarũ æqualium/ æqualis ſphęrę ꝓpoſitæ. Et qm̃ linea l m eſt medio loco ꝓportionalis inter l n & n m/ ideo q⁹ inter l n & p l: erit quoq q̃libet ſemidiameter circuli/ medio loco ꝓportionalis iter l n & l p. Et cũ l m ſit æqualis ſemidiametro circuli: itaq ſemicirculꝰ ſup p n deſcriptus tranſibit p oia pũcta circũferẽtiæ circuli e f g, ideoq & p ſingulos ãgulos ſolidi fabricati/ in illa circũferẽtia cõſiſtentes. Et qa eadẽ ratione ſinguli corauſti cõtinuãtes extremitates angulariũ cathetorũ cũ extremitate centralis/ ſunt medio loco ꝓportionales inter p m & m n, eo q⁹ quilibet eorũ eſt æqualis l m: ſequitur vt idem ſemicirculus trãſeat etiã per reliquos angulos figurę icoſedræ ſtatutę. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphæræ cuius diameter p n: ideoq & ſphæræ cuius diameter a b. ¶ Latus autẽ huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineã minorẽ. Cõſtat eni q⁹ linea b d eſt rationalis in potẽtia: cũ eius quadratũ ſit ſubquincuplũ ad quadratũ lineæ a b quæ poſita eſt rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantũ. Itaq ſemidiameter atq diameter circuli e f g eſt eriã rationalis in potẽtia:

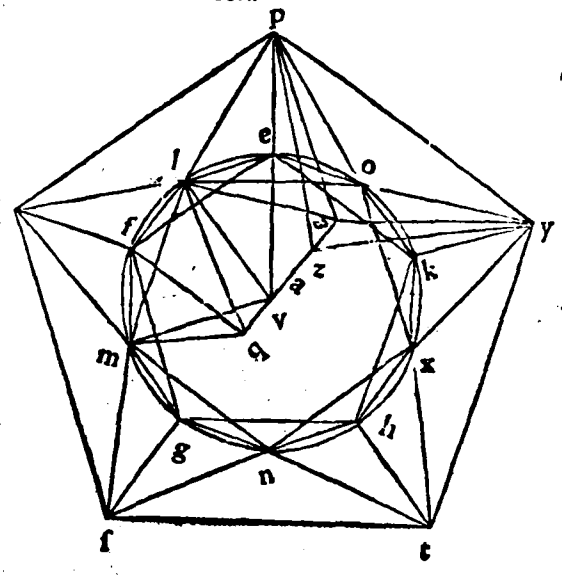
nã eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 12 huius lat⁹ pẽtagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor. at vero (ſicut in huius demonſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantũ latus pentagoni. ergo latus hui⁹ figurę 20 alchaidarũ id eſt baſiũ eſt linea minor: quẽadmodum proponitur.

Euclí. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 16.

16 ¶Icoſahedrum conſtruere/ & data ſphæra compræhẽdere/ qua & dictas figuras: oſtendereq; q̃ ipſius icoſahedri latus irrationale eſt/ appellaturq; minor.

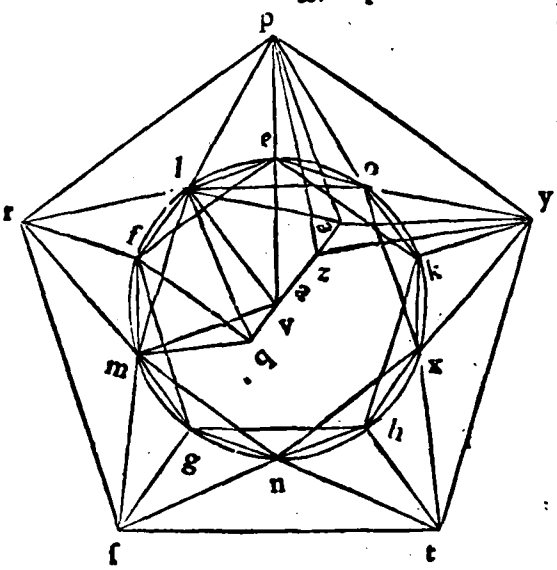


¶THEON ex Zamb. ¶Exponat̃ datæ ſphæræ diameter a b. ſeceſq; in c, vt a c quadrupla ſit ipſius c b: & deſcribatur ſuper a b ſemicirculus a d b. & excitetur per 11 primi ab ipſo c, ipſi a b ad angulos rectos recta linea c d: cõnectaturq; d b. ponaturq; circulus e f g h k: cuius quæ ex centro/ æqualis eſto ipſi d b. & in ipſo e f g h k circulo deſcribatur per 11 quarti quinquangulũ æquilaterũ & æquiangulũ e f g h k. Et ſecent̃ ef, f g, g h, h k, k e, circunferentiæ bifariam in ſignis l, m, n, x, o: cõnectanturq; e l, l f, f m, m g, g n, n h, h x, x k, k o, o e, ſimíliter e f, f g, g h, h k, k o. æquilaterum igitur eſt quinquangulũ l m n x o: & decagoni latus eſt e o recta linea. Cõſtituãtur per 12 vndecimi ab ipſis e, f, g, h, k, ſignis ad ipſius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ e p, f r, g ſ, h t, k y, æquales exiſtentes ei q̃ ex centro ipſius e f g h k circulum: & cõnectantur ipſæ p r, r ſ, ſ t, t y, y p, p l, l r, r m, m ſ, ſ n, n t, t x, x y, y o, o p. Er quoniã vtraq; ipſarũ e p, k y, eidẽ plano ad ãgulos eſt rectos: parallelus igitur eſt per 6 vndecimi e p ipſi k y. eſt autem & ei æqualis. æquales aũt & parallelos cõnectentes ad eaſdẽ partes rectę lineę: æquales & paralleli per 33 primi ſũt. Igitur p y: ipſi e k æqualis & parallelus eſt. pentagoni aũt æquilateri latus eſt ipſa e k. pentagoni ergo æquilateri eſt & p y: in e f g h k circulo deſcripti. & iã id ꝓpterea: & vnaquęq; ipſarũ p r, r ſ, ſ t, t y, pẽtagoni eſt æquilateri in circulo e f g h k deſcripti. pentagonũ igitur p r ſ t y: æquilaterũ eſt. Et quoniã p e hexagoni eſt/ decagoni autem e o, & angulus qui ſub p e o rectus eſt: pẽtagoni igitur eſt p o. pẽtagoni enĩ latus: poteſt & hexagoni & decagoni in eodẽ circulo deſcriptorũ latus p 10 decimitertij. Iam id ꝓpterea & o y: pẽtagoni latus eſt. eſt etiã p y: pẽtagoni latus. Aequilaterũ igitur: eſt p o y triangulum. Iam id ꝓpterea: & vnũqdq; ipſorum p l r, r m ſ, ſ n t, t x y, æquilaterũ eſt. Et qm̃ oſtenſũ eſt vtrãq; & p l & p o pentagoni eſſe, eſt aũt & l o pentagoni: æquilaterũ igitur eſt p l triangulũ. Iam id ꝓpterea & vnũquodq; ipſorũ l r m, m ſ n, n t x, x y o, triãgulorũ: æquilaterũ eſt. Aſſumatur per 1 tertij centrũ circuli e f g h k: & ſit v ſignũ. & ab ipſo v ad ipſi⁹ circuli planũ ad rectos angulos per 12 vndecimi excitetur v ω. extendaturq; ex vtraq; parte vt v q. & auferatur ipſius quidẽ hexagoni v z, decagoni aũt vtrũq; ipſorũ v q, z ω: & connectãtur p ω, p z, y ω, y z, e v, l v, l q, q m. Et qm̃ vtraq; ipſarũ v z, p e, ad circuli planũ ad rectos angulos eſt: parallelus igitur eſt v z ipſi p e. Sunt autem æquales. & ipſę igitur e n, p z: æquales & parallelæ ſunt. Hexagoni autẽ: eſt e v. hexagoni ergo & p z. Et qm̃ hexagoni quidem eſt p z, decagoni vero z ω, & rectus eſt quí ſub p z ω angulus: pẽtagoni igitur eſt p ω. iã id ꝓpterea & y ω: pentagoni eſt. Qm̃ ſi cõnectamus ipſas v k, z y: æquales & ex oppoſito erunt. Eſt autem ipſa v z ex centro exiſtens: hexagoni. hexagoni igitur eſt & ipſa z y. Decagoni autẽ & z ω: & qui ſub y z ω rectus eſt. pẽtagoni igitur eſt ipſa y ω. Eſt autem & p y: pentagoni. Igitur triangulum p y ω: æquilaterum eſt. Iam id propterea & vnũquodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt p r, r ſ, ſ t, t y, rectæ lineę/ faſtigium vero ω ſignum: æquilaterũ eſt. Rurſus quoniam hexagoni quidem eſt ipſa v l, decagoni autem ipſa v q, & rectus eſt qui ſub l v q angulus: pentagoni igitur eſt l q. Iam id propterea ſi cõne-

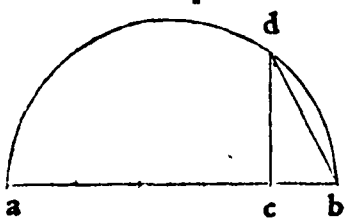


ctamus ipſam m v hexagoni/ducetur{q} ipſa m q pentagoni/ eſt autem & l m pentagoni:triangulum igitur l m q æquilaterum eſt. Similiter iam oſtẽdetur/ {q} vnumquodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt m n,n x,x ω, ω l,faſtigium autem q ſignum : æquilaterum eſt. Conſtructum igitur eſt icoſahedrum : ſub viginti triangulis æqualia latera habentibus compræhenſum.

¶Oportet iam illud quoq; data ſphæra compræhendere:ac demonſtrare {q} latus icoſahedri eſt irrationale/appellaturq; minor. Quoniã enim hexagoni eſt ipſa v z,decagoni autem ipſa z ω:ipſa igitur v ω extrema & media ratiõe ſecatur in z,& ipſius maius ſegmentum eſt v z. Eſt igitur ſicut ω v ad v z:ſic v z ad z ω.æqualis autem eſt v z ipſi v l:& z ω ipſi v q. eſt igitur ſicut ω v ad v l: ſic l v ad v q.& recti ſunt anguli:qui ſub ω v l,l v q. Sic cõnectamus igitur ipſam l ω rectam lineam: rectus erit ãgulus qui ſub q l ω,propter ipſorũ q l ω, v l ω,triangulorũ ſimilitudinẽ. Semicirculus igitur ſuper q ω deſcriptus: veniet & per l.iam id ꝓpterea quoniã eſt ſicut ω v ad v z:ſic v z ad z ω.æqualis autẽ ipſa quidẽ ω v ipſi q z : & v z ipſi z p. eſt igitur ſicut q z ad z p,ſic p z ad z ω. Ac per hoc rurſus ſi connectamus ipſam p q:rectus erit qui ad p angulus.



Igit̃ ſuper q ω deſcriptus ſemicirculus:veniet & per p.& ſi manente q ω,circunductus ſemicirculus in illud idem vnde circũduci cœpit ſteterit: veniet & per p,& per reliqua ipſius icoſahedri ſigna,& ſphęra cõ præhẽſum erit ipſum icoſahedrũ. ¶Dico {q} & data. Secetur per 10 primi v z diuidue ĩ a. Et quoniã recta linea v ω extrema & media ratione ſecatur in z, & minus ſegmentũ illius eſt ω z:ipſa igitur ω z admittens dimidium maioris ſegmenti z a,quincuplũ poteſt eius quod fit ex dimidia maioris ſegmenti per 3 hui9. Quincuplũ igitur eſt quod ex ω a : eius quod ex a z. Ipſius autem ω a:dupla eſt ω q.ipſius autem a z:dupla eſt v z. Quod igitur ex ω q : quincuplũ eſt eius quod ex z v. Et quoniã ac ipſius c b eſt quadrupla:quincupla igitur eſt a b ipſius c b. Sicut autẽ a b ad b c:ſic quod ex a b ad id quod ex b d.quincuplum igitur eſt quod ex a b: eius quod ex b d. Patuit autẽ {q} quod ex ω q:quincuplum eſt eius quod ex v z. Et d b æqualis eſt ipſi v z, vtraq; enim ipſarum:ęqualis eſt ei quæ ex centro ipſius e f g h k circuli. æqualis igitur eſt & ab ipſi q ω. Et a b:eſt ipſius datæ ſphæræ diameter.& q ω igitur: datæ ſphæræ diametro eſt æqualis. Data igitur ſphęra: icoſahedrum compræhenſum eſt. ¶Dico iam {q} ipſius icoſahedri latus irrationale eſt: appellaturq; minor. Quoniam enim rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter/& potẽtia quincuplum eſt eius quę ex centro circuli e f g h:irrationalis igitur eſt & ea quę ex cẽtro circuli e f g h. Quare & diameter illius:irrationalis eſt. Si vero in circulo rationalem habente diametrũ/quinquangulum æquilaterum deſcriptũ fuerit: latus pẽtagoni irrationale eſt: & appellatur minor per 11 hui9. Latus aũt ipſius e f g h k pentagoni:eſt quod & icoſahedri. Icoſahedri ergo latus:irrationale eſt/minor appellatũ. Quod facere & oſtendere oportebat.

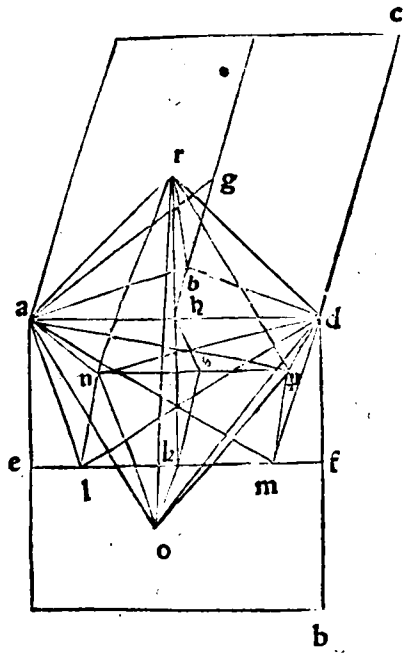


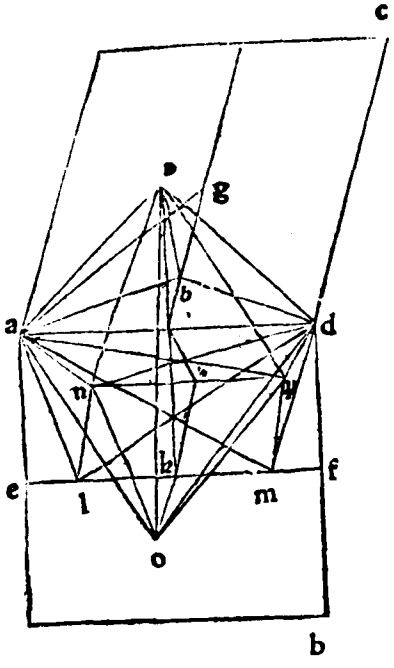
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc igitur eſt manifeſtũ: {q} ſphæræ diameter potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli a quo icoſahedrum deſcribitur.& {q} ſphęrę diameter componitur et ex ſexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo deſcriptorum lateribus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 ¶Corpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab aſſignata ſphæra circunſcriptibile:conſtituere. Eritq; palam:latus eiuſdem corporis irrationale eſſe/id quod reſiduum dicitur.

¶CAMPANVS. ¶Fiat cubus ſecundum q̄ docet 14. huius: circũſcripti bilis ab aſſignata ſphæra. ſintq; huius cubi duæ ſuperficies a b & a c. imaginemur aũt nunc/q̄ a b ſit ſuprema ſuperficies cubi: & a c ſit vna ex lateralibus. ſit q̄ linea a d: cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus. Diuidantur itaq; in ſuperficie a b duo oppoſita latera per æqualia: videlicet d b & latus ei oppoſitum. & puncta diuiſionis cõtinuentur per lineam e f. latus quoq; a d, & illud quod ſibi opponitur in ſuperficie a c, diuidantur per æqualia: & puncta diuiſionis cõtinuentur linea recta cuius medietas ſit g h. ſitq; punctus h: medius punctus lineę a d. ſimiliter linea e f diuidatur pe æqualia in k: & protrahatur h k. Quãlibet igitur triũ linearum e k, k f, & g h, diuide ſecũdum proportionẽ habentẽ medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q: ſintq; maiores portiones earum/ l k, k m, & g q. quas manifeſtũ eſt eſſe æquales: cum totæ lineæ diuiſę ſint æquales/ videlicet quælibet earum medietati lateris cubi. Deinde a duobus punctis l & m, erige perpendiculares vt docet 12 vndecimi/ ad ſuperficiem a b, quarũ vtrãq; ponas æqualẽ lineæ k l: ſintq; l n & m p. ſimiliter a puncto q, erige perpendiculariter q r ad ſuperficiem a c: quam ponas æqualem g q. protrahe itaq; lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifeſtum eſt igitur ex quinta huius: q̄ duæ lineæ k e & e l potentialiter ſunt triplum ad lineam k k. ideoq; etiam ad lineam l n: cum k l & l n ſint æquales. At vero k e: eſt æqualis e a. igitur duæ lineæ a e & e l: ſunt potẽtia triplũ ad lineã l n. Quare ex penultima primi a l: eſt potẽtia tripla ad l n. ideoq; per eandem/ a n eſt potẽtia quadrupla ad l n. Cũq; omnis linea ſit potentia quadrupla ad medietatem ſui: ſequitur ex cõmuni ſcientia q̄ a n ſit dupla in longitudine ad l n. Et quia l m dupla eſt ad l k, at k l & l n ſunt æquales: erit a n æqualis l m. ſunt enim earum dimidia: æqualia. Et quia ex 33 primi/ l m eſt equalis n p: erit a n æqualis n p. Eo dẽ mõ probabis: tres lineas p d, d r, & r a, eſſe æquales ſibi inuicẽ & duabus p̃dictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis: pẽtagonũ æquilaterũ q eſt a n p d r. ¶Sed fortaſſe dices ipſum non eſſe pentagonum/ quia nec forſan eſt totus in ſuperficie vna: quod eſſet neceſſarium ad hoc vt eſſet pentagonus. Qz ergo ſit totus in ſuperficie vna: ſic habeto. Prodeat equidem a puncto k, linea k f, perpendicularis ad ſuperficiem a b: quæ ſit æqualis l k. eritq; ob hoc: æqualis vtriq; duarum l n & m p. Cumq; ipſa ſit æquidiſtãs vtriq; earum ex ſexta vndecimi ideoq; cũ ambabus in eadem ſuperficie ex diffinitione linearum æquidiſtantium: neceſſe eſt vt punctus f ſit in linea n p, & q̄ diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h f. ſunt itaq; duo triãguli k f h & q r h: ſuper vnum angulum videlicet k h q conſtituti, & eſt proportio k h, ad q r: ſicut k f ad q h. nam vt g h ad q r: ſic k h ad q r ex 7 quinti. & vt r q ad q h: ſic k f ad q h ex eadẽ. ſed g h ad q r, vt q r ad q h: eo q̄ q r eſt æqualis g q. ergo per 30 ſexti linea r h f: eſt linea vna. Quare ex ſecunda vndecimi/ totus pẽtagonus de quo diſputamus: eſt in ſuperficie vna. ¶Ipſum quoq; dico eſſe æquiangulum. Cum enim e k ſit diuiſa ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema/ & k m ſit æqualis maiori portioni eius: erit quoq; ex 4. punctis tota e m diuiſa ſecundum proportionem habentẽ medium duoq; extrema/ maior quoq; portio eius linea e k. ideoq; per 5 duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p: nã m p eſt æqualis m k) ſunt potentia triplum ad lineam a e. nam a e eſt æqualis e k. Itaq; tres lineæ a e, e m, & m p: ſunt potẽtia quadruplum ad lineam a e. Conſtat autem per penultimã primi bis aſſumptam: q̄ linea a p eſt potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p. itaq; a p: eſt potentia quadrupla ad lineã a e. Latus vero cubi cum ſit duplum ad lineã a e: eſt potentia quoq; quadruplũ ad ipſam ex 4. ſecundi. igitur ex cõmuni ſcientia a p: eſt latus cubi æqualis. Cũq; a d ſit vnum ex lateribus cubi: erit a p æqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angulus a r d: eſt æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n eſſe æqualem angulo d r a: quia probabis lineam d n eſſe potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his/ pentagonus ſit æquilaterus & habeat tres angulos æquales: ipſe erit æquiangulus ex ſeptima præſentis libri. Si itaq; hac via ratioq; conſimili & ſuper vnumquodq; reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus: perficietur ſolidũ 12 ſuperficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contẽtum. cubus enim





habet 12 latera. ¶Reliquũ autem eſt demonſtrare: ſolidũ hoc eſſe a data ſphæra circũſcriptibile. Protrahantur igitur a linea f k, duæ ſuperficies ſecãtes cubũ: quarum vna ſecet ipſum ſuper lineam h k, & aliam ſuper lineã e f. eritq; ex 40 vndecimi: vt cõmunis ſectio harum duarum ſuperficierum ſecet diametrum cubi/& ſecetur viceuerſa ab ipſa diametro per æqualia. Sit ergo cõmunis ſectio earum vſq; ad diametrum cubi linea k o: ita q; o ſit centrum cubi. & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Conſtat autem: q; vtraq; duarum linearum o a & o d eſt ſemidiameter cubi, ideoq; æquales. de linea aũt o k: conſtat ex 40 vndecimi q; ipſa eſt æqualis e k, videlicet medietati lateris cubi. Et quia k ſ eſt æqualis k m: erit o ſ diuiſa in puncto k, ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/& maior portio eius erit linea o k quę eſt æqualis e k. Itaq; per 5 huiꝰ erunt duæ lineæ o ſ & ſ k (ideoq; o ſ & ſ p, eo q; ſ p (ad quos hæc demonſtratio non extenditur) eſt æqualis k ſ) triplum in potentia ad lineã o k: & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi: linea o p: eſt potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario antem 14 huius conſtat: q; ſemidiameter ſphæræ tripla eſt in potentia ad medietatem lateris cubi quem circũſcribit eadem ſphæra. Itaq; o p: eſt quanta ſemidiameter ſphæræ circũſcribentis cubum propoſitum. Eadem ratione: cunctæ lineæ ductæ a puncto o, ad angulos ſingulos pentagonorum omnium ſuper latera cubi deſcriptorum ad ſingulos angulos inq̃/qui propriꝰ ſunt pentagonis: non autem cõmunes eis & ſuperficiebus cubi/quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n, p, r. de illis autem lineis quæ veniunt a puncto o ad angulos ſingulos pentagonorum quæ ſunt cõmunes pentagonis & ſuperficiebus cubi/quales ſunt in pentagono præſenti duo anguli a & d: conſtat q; ipſæ ſunt æquales ſemidiametro ſphæræ circũſcribentis cubum. ipſę enim ſunt ſemidiametri cubi ex 40 vndecimi. at vero ſemidiameter cubi: eſt tanq̃ ſemidiameter ſphæræ ipſum circũſcribentis/quẽadmodũ ex ratiocinatione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ a puncto o ad ſingulos angulos dodecedri: ſunt ęquales ad inuicẽ & ſemidiametro ſphæræ. Semicirculus itaq; ſuper totã diametrũ ſphæræ vel cubi lineatus/ſic circũducatur: tranſibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipſum eſt abaſſignata ſphæra circũſcriptibile. ¶Dico iterũ q; latus huius figuræ eſt linea irrationalis/iſta videlicet quæ reſiduũ dicitur: ſi diameter ſphæræ ipſum circunſcribentis fuerit rationalis in longitudine vel in potẽtia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi: erit latus cubi rationale in potentia/ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine vel in potentia. Conſtat autem ex 11/q; linea r p diuidit lineam a d quę eſt latus cubi/ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema: & q; portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni. Et quia maior eius portio eſt reſiduũ/ex ſexta huius: manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium/eſſe reſiduum. Quod demõſtrare voluimus.

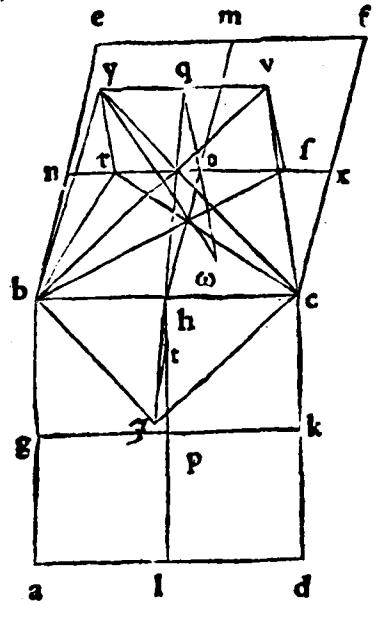
¶CAMPANVS. ¶Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequẽtes/quinq; corpora æquilatera atq; æquiangula: quorum vnũquodq; eſt circunſcriptibile ab aſſignata ſphæra. Sũt aũt hæc ſolida. primũ quidem quatuor baſiũ triangulariũ: & dicitur tetrachedron. Secundũ eſt ſex baſium quadratarum: & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertiũ octo baſiũ triangularium: & dicitur octoedron. Quartũ autem eſt ſolidum icoſedron: & eſt viginti baſiũ triangularium. Quintum vero ex 12 baſibus pentagonis conſiſtit: diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; ſolida/regularia dicuntur: quoniam ipſa æquiangula ſunt atq; æquilatera/& a ſphæra atq; abinuicem circunſcriptibilia. Plura vero his quinq;/æquilatera quæ ſunt & æquiangula: eſſe eſt impoſſibile. Ad conſtitutionem cuiuſlibet anguli ſolidi: neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus: nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuſlibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt ęquales quatuor angulis rectis/at vero heptagoni & cuiuſlibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex 32 primi euidenter dicitur/omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt teſte 21 vndecimi: ipoſſibile eſt tres angulos hexagoni atq; heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tam en

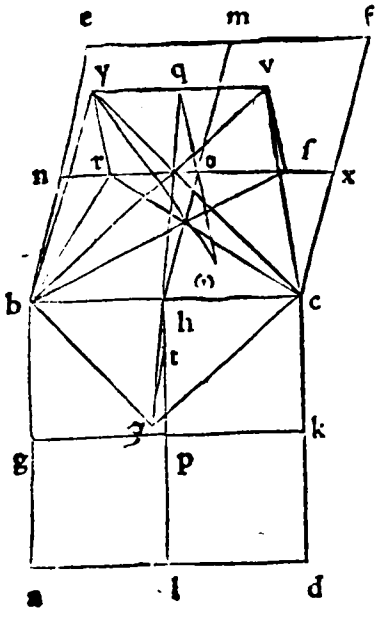
atq; æquiangulæ: ſolidum angulum conſtituere. Ideo nulla ſolida figura æquilatera atq; æquiangula: poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium laterũ cõſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quêq; ſolidum angulum excedunt quatuor: & plures multo fortius eundem excedũt. Tres autem angulos pentagoni æquilateri atq; æquianguli minores eſſe quatuor rectis angulis manifeſtum eſt: & quatuor eſſe maiores. quare ex tribus angulis pentagoni æquilateri atq; æquianguli poſſibile eſt ſolidum angulum cõſtitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile. Ideoq; vnum duntaxat ſolidum ex pentagonis æquilateris atq; æquiangulis conſtitutum eſt: illud videlicet quod dodecedron dicitur/ in quo anguli pentagonorum trini & trini ſolidos angulos perficiũt. Eadem quoq; eſt ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis: quæ in pentagonis. omnis enim quadrilatera figura ſi æquilatera æquiangulaq; fuerit: ipſa erit quadrata a diffinitione. nam omnes eius anguli: erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ: poſſibile eſt ſolidum angulum conſtitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile eſt: propterea q; ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cũ quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atq; æquiangulæ) vnicũ ſolidum quod cubũ dicimꝰ/ fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorum ſex anguli: ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi. pauciores ergo, minores: & plures/ maiores. igitur ex ſex angulis talium trigonorũ aut ex pluribus impoſſibile eſt angulum ſolidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus poſſibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum ſolidum: perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarũ. Cum vero quatuor cõſurgunt: corpus octo baſium/ quod octoedron diximus. At vero ſi quinq; triangulorũ æquilaterorum anguli/ ſolidum angulum contineant: fiet corpus icoſedron viginti baſium triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia/ & quare plura his non ſint: dictum eſt.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 17

17 ¶Dodecahedrum cõſtruere & data ſphæra cõprẽhendere qua & prędictas figuras: oſtendereq; q dodecahedri latus irrationale eſt/ & appellatur apotome.

¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur prædicti cubi bina plana inuicẽ ad angulos rectos/ a b c d, c b e f: ſeceturq; per 11 primi vnũquodq; ipſorum laterum a b, b c, c d, d b, e f, e b, f c, diuidue in g, h, k, l, m, n, x. & conuectãtur ipſę g k, h l, ſeſe ſecantes in ſigno o: & m h, n x, ſe inuicem ſecantes in ſigno p. ſeceturq; vnaquęq; ipſarum n o, o x, h p, extrema & media ratiõe in r, t, ſ, ſignis: ſint q; ipſarum maiora ſegmenta r o, o ſ, t p. & conſtituantur per 12 vndecimi ab ipſis r, ſ, t, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ r y, ſ v, t z, exponanturq; æquales ipſis r o, o ſ, t p: connectanturq; ipſę y b, b z, z c, v y. Dico q y b z c v pentagonum: æquilaterũ eſt/ & in vno plano/ & ſuper æquiangulum. Cõnectãtur inq; r b, ſ b, v b. Et quoniã recta linea no extrema & media ratione ſecatur in r, & maius ſegmentũ eſt r o: quæ igitur ex n o, n r: tripla ſunt eius quod ex r o. Aequalis autem eſt o n ipſi n b: & o r ipſi r y. Quæ igitur ex b n, r n: tripla ſunt eius quod ex r y. Eis autẽ quæ ex b n, n r: æquum eſt id quod ex b r. quod igitur ex b r: triplũ eſt eius qđ ex r y. quare quæ ex b r, r y: quadruplum ſunt eius quod ex r y. Eis vero quæ ex b r, r y: æquũ eſt id quod ex b y. quod igitur ex b y: quadruplum eſt eius quod ex y r. Dupla igitur eſt b y: ipſius r y. Eſt autẽ & v y dupla ipſius y r: quoniã & ſ r ipſius o r hoc eſt ipſius r y dupla eſt. Aequalis igitur eſt b y: ipſi y v. Similiter iam oſtẽdetur: q & vnaquęq; ipſarum b z, z c, c v, vtriq; ipſarum b y, y v, eſt æqualis. quinquangulũ igitur b y v c z: æquilaterum eſt. ¶Dico q & in vno eſt plano. Excitetur enim per 31 primi ab ipſo o, vtriq; ipſarum r y, ſ v, parallelus ad exteriores partes cubi/ o q: & connectantur q h, h z. Dico q ipſa q h z recta linea eſt. Quoniã enim h p, extrema & media ratione ſecatur in t, & maius ſegmentum eſt p t: eſt igitur ſicut h p ad p t, ſic p t ad t h. æqualis autem eſt h p ipſi h o: & p t vtriq; ipſarum t z, o q. eſt igitur ſicut h o ad q o: ſic z t ad t h. & eſt parallelus quidem h o ipſi t z: vtraq; enim ipſi b d plano ad angulos re-





ctos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad vnũ angulum (vt ſunt ipſa q o h & o t z) bina latera binis lateribus ꝓportionalia habentia: quoniam ipſorum latera eiuſdem ſunt rationis & parallela/reliq̃ rectæ lineæ in rectas lineas erunt per 32 ſexti. Igitur q h: ipſi h z in rectam lineam eſt. Omnis aũt recta linea: in vno eſt plano. In vno igiſ plano: eſt ip̃m y b r c v quinquangulũ. ¶ Dico iã q ꝙ & æquiangulũ eſt. Qñ enī recta linea n o extrema et media ratione ſecatur in r, & maius ſegmentum eſt o r: eſt igitur ſicut vtraq; n o, o r, ſimul ad o n, ſic o n ad o r. Aequalis autẽ eſt o r: ipſi o ſ. Eſt igitur ſicut ſ n ad n o: ſic n o ad o ſ. Ipſa igitur ſ n, extrema & media ratiõe ſecatur in o: & maiꝰ ſegmentum eſt n o. quæ igitur ex n ſ, ſ o: tripla ſunt eius quod ex n o. Aequalis autem eſt n o ipſi n b: & ſo ipſi ſ v. q̃ igitur ex n ſ, ſ v, quadrata: tripla ſunt eius quod ex n b. quare quæ ex v ſ, ſ n, n b: quadrupla ſunt eius quod ex n b. Eis autem quæ ex ſ n, n b: æquale eſt per 47 primi id quod ex ſ b. quæ igitur ex b ſ, ſ v, hoc eſt quod ex b v (rectus enim eſt qui ſub v ſ b angulus) quadruplum eſt eiusquod ex n b. dupla igitur eſt b v: ipſiꝰ b n. Eſt autem & b c: ipſius b n dupla. æqualis igitur eſt b v: ipſi b c. Et quoniam binæ b y, y v, duabus b z, z c, ſunt æquales/& baſis b v baſi b c eſt æqualis: angulus igitur qui ſub b y v, angulo qui ſub b z c per 8 primi eſt æqualis. Similiter iam demonſtrabimus: ꝙ & angulus qui ſub y v c, æqualis eſt ei qui ſub b z c. Tres igitur anguli qui ſub b z c, b y v, y v c: inuicem ſunt æquales. Si autem quinquãguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint: æquiangulũ erit per 7 decimitertij quinquangulum. Quinquangulũ igitur b y v z c: æquiangulũ eſt. Patuit aũt: ꝙ & æquilaterũ. Igitur pentagonum b y v c z æquilaterum & æquiangulum eſt: eſtq; ſuper b c vno cubi latere. Si igitur ab vnoquoq; ipſius cubi duodecim laterum eadem cõſtruamus: conſtituetur figura quædam ſolida cõprehenſa ſub duodecim quinquangulis æqualia habẽtibus latera & angulos æquos. ¶ Oportet iam ipſum ſphæra data cõprehendere: & demõſtrare ꝙ dodecahedri latus irrationale eſt/& appellatur apotome. Extẽ datur q o: & ſit q ω. coincidit igitur q ω, ipſi cubi diametro: & bifariam ſe inuicem diſpeſcunt. hoc enim patuit in penultimo vndecimi theoremate ſecẽtur in ω. Igitur ω centrũ eſt ſphæræ cubum cõprehendentis: & dimidia eſt o ω lateris cubi. Connectatur autem y ω. Et quoniam recta linea n ſ extrema & media ratione ſecatur in o, & maius illius ſegmentum eſt n o: quæ igitur ex n ſ, ſ o, tripla ſunt eius quod ex n o. Aequalis autem eſt n ſ, ipſi q ω: quoniam & ipſa n o ipſi o ω eſt æqualis, & q o ipſi o ſ. ſed o ſ ipſi q y: quoniã & r o. quæ igitur ex ω q, q y: tripla ſunt eius quod ex n o. Eis autem quę ex ω q, q y: æquum eſt per 47 primi quod ex y ω. Quod igitur ex y ω: triplum eſt eius qđ ex n o. Eſt aũt & quæ ex centro ſphæræ ipſius cubum ipſum comprehendentis: potentia triplex dimidij ipſius cubi lateris. antea enim oſtenſum eſt cubum conſtruere/ac ſphæra cõprehendere: ac demõſtrare ꝙ ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt lateris cubi per 15 decimitertij. Si autem tota totius: & dimidia dimidiæ. Et n o: dimidia eſt lateris cubi. Ipſa igitur y ω æqualis eſt ei q̃ ex centro ſphæræ cubum cõprehendentis. Sphæræ autem cubum comprehendentis centrum: eſt ω. Igitur y ſignũ: ad ſuperficiem eſt ipſius ſphærę. Similiter iam oſtendemus: ꝙ & vnuſ quiſq; reliquorum ipſius dodecahedri angulorum/eſt ad ipſius ſphæræ ſuperficiem. Igitur dodecahedrum: data ſphæra comprahenſum eſt. ¶ Dico iam ꝙ ipſius dodecahedri latus irrationale eſt: appellaturq; apotome. Quoniam enī ipſa n o extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentũ ē r o, ipſa autẽ o x extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt o ſ: tota igitur n x extrema & media ratione diuiſa/maius ſegmentũ eſt r ſ. Et quoniam eſt ſicut o n ad o r, & o r ad n r, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandem habent rationem) ſicut igitur n x ad r ſ, ſic r ſ ad vtranq; ipſarum n r, ſ x, ſimul. Maior aũtem eſt n x: ipſa r ſ. maior igitur eſt & r ſ, vtraq; ipſarum n r, ſ x, ſimul. Igiſ n x, extrema & media ratione diuiditur: & maius ſegmẽtũ eſt r ſ. Aequalis aũt eſt r ſ: ipſi y v. Ipſa igitur n x, extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmentum eſt y v. Et quoniã rationalis eſt ipſius ſphęræ diameter/potentiaq; triplex eſt ipſius cubi lateris: rationalis igitur eſt n x, latus cubi exiſtens. Si autem rationalis linea extrema & media ratione ſecta fuerit: vtrũq; ſegmentorũ irratio-

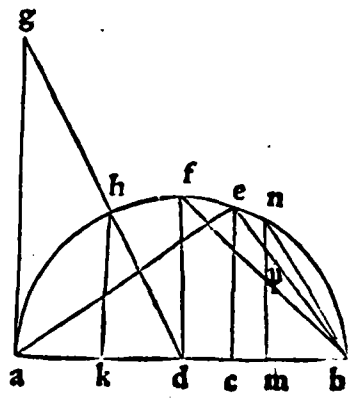
nale eſt/appellaturq; apotome per 6 decimitertij. Igitur y v latus exiſtens do decahedri/irrationalis eſt:& apotome appellatur. Quod oſtẽdere oportuit: & fieri poſtulabatur.

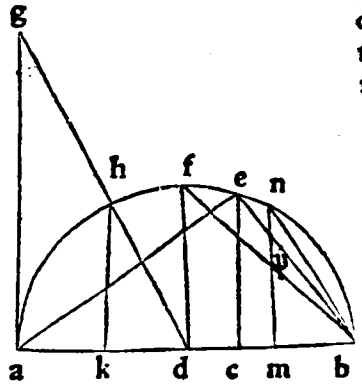
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc inq̃ eſt manifeſtũ:q; cubi latere extrema & media ratione diuiſa/maius ſegmẽtum eſt dodecahedri latus. quod erat oſtẽdendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18

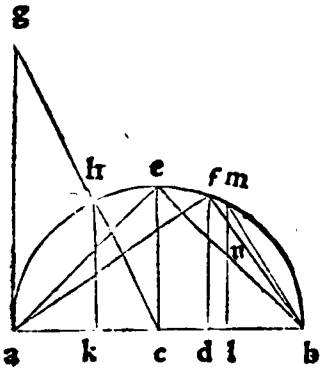
18 LAtera quinq; corporum prẽmiſſorũ ab eadem ſphę ra circũſcriptibilium/cuius ſphęrę ſola diametros nobis propoſita fuerit:per ipſam propoſitam diametrũ inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Sit a b diameter alicuius ſphærę/nobis ꝓpoſita: ex qua iubemur latera quinq; præmiſſorum corporum elicere. Diuidam⁹ igitur hãc diametrum in c,ita q; a c ſit dupla ad c b:& per æqualia in d.& lineemus ſu per eam ſemicirculum a f b:ad cuius circunferentiam protrahãtur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b,quæ ſint c e & d f.& iungamus e cum a & cũ b:& f cum b. Manifeſtum ergo eſt ex demonſtratione 13:q; a e eſt latus figuræ quatuor baſium triangularũ & æquilaterarum.& ex demonſtratione 14:q; e b eſt latus cubi.& ex demõſtratione 15: q; f b eſt latus figuræ octo baſium tri angularium & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a,linea a g perpẽdicularis ad a b,& æqualis eidem a b:& iungatur g cum d, ſitq; h punctus in quo g d ſecat circunferentiam ſemicirculi,& ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a eſt dupla ad a d:erit ex quarta ſexti h k dupla ad k d. ſunt enim duo trianguli g a d & h k d,æquianguli ex 32 primi:eo q; angulus a,maioris/eſt æqualis angulo k,minoris. nã vterq; rectus:& angulus d,eſt cõis vtriq;. igitur ex 4 ſecundi / b k:eſt potentia quadrupla ad k d. ergo ex penultima primi h d:eſt potẽtia quincupla ad k d. Cumq; d b ſit æqualis h d,eſt enim d cẽtrum ſemicirculi:erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. Atvero cum tota a b ſit dupla ad totam b d,quẽadmodum a c detracta ex prima a b eſt dupla ad c b detractam ex ſecunda b d:erit ex 19 quinti b c reſidua primæ / dupla ad c d reſiduam ſecundæ. ideoq; tota b d:eſt tripla ad d c. Igitur quadratum b d:eſt non cuplum ad quadratum d c. Et quia ipſum erat quincuplum tantum ad quadratum k d:erit ex ſecunda partæ decimæ quinti/ quadratum d c minus quadrato k d. ideoq; d c:minor k d. Sit g d m æqualis k d.& ꝓdeat m n vſq; ad circũferentiam/quæ ſit perpendicularis ad a b:& iungatur n cũ b. Cum igitur d k & d m ſunt æquales: erũt (ex diffinitione eius quod eſt aliquas lineas a centro æquidiſtare) duæ lineæ h k & m n æqualiter diſtantes a centro/ideoq; æquales adinuicem ex ſecunda parte 13 tertij & ex ſecũda parte tertiæ eiuſdem. Itaq; m n eſt æqualis m k:nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla eſt ad b d,& k m dupla eſt ad d k,& quadratum b d quincuplum ad quadratum d k:erit ex 15 quinti quadratum a b ſimiliter quincuplum ad quadratum k m. eſt enĩ quadratum dupli ad quadratum dupli:ſicut quadratũ ſimpli ad quadratum ſimpli. Ex demõſtratione aũt 16 manifeſtum eſt:q; diameter ſphæræ eſt potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 baſium. ergo k m eſt æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 baſiũ. nã diameter ſphæræ quæ eſt a b:eſt potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ/q̃ ad k m. Rurſus quoq; ex demõſtratione eiuſdem manifeſtum eſt:q; diameter ſphæræ conſtat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 baſium. Cum ergo k m ſit tanq̃ latus hexagoni/atveto a k ſit æqualis m b,nam ipſa ſunt reſidua æqualium dẽptis æqualibus: erit m b tanq̃ latus decagoni. Quia igitur m n eſt tanq̃ latus hexagoni/nam ipſa eſt æqualis k m:erit ex penultima primi & 10 huius/n b tanq̃ latus pentagoni figuræ circuli 20 baſium. Et quia ex demõſtratione 16 apparet q; latus pẽtagoni circuli figuræ 20 baſium eſt latus eiuſdem figuræ 20 baſium:conſtat li





neã n b eſſe latus iſtius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ eſt latꝰ cubi/ ab aſſigna ta ſphæra circunſcriptibilis/ ſecundum. proportionẽ habentem medium duo q; extrema i pũcto p: ſitq; maior portio eius p b. Conſtat igitur ex demonſtra tione premiſſę: q; p b eſt latus figurę 12 baſium. Inuẽta ergo ſunt latera 5 præ miſſorũ corporũ ex diametro ſphęræ nobis propoſita. eſt enim: a e latus pyra midis 4 baſiũ. e b: latus cubi. f b: latus octoedri. at vero n b: latus icoſedri. li nea autẽ p b: latus dodecedri. ¶ Quę autẽ horũ laterũ ſint maiora alijs: ſic ha betur. Conſtat enim: q; a e eſt maior f b. nam arcus a e: eſt maior arcu f b. Itẽ f b, eſt maior e b: & e b, maior q̃ n b. at vero n b: dico etiam eſſe maiorem q̃ p b. Cum enim ſit a c dupla a d c b: erit ex 4 ſecundi quadratum a c quadru plum ad quadratum c b. Conſtat autem ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem: q; quadratum a b triplum eſt ad quadratũ b c. Sed per 21 ſexti quadratum a b ad quadratũ b c, eſt ſicut quadratũ b e ad quadra tum c b: ex eo q; proportio a b ad b e, eſt ſicut b e ad b c ex ſecũda parte corre larij 8 ſexti. Itaq; per 11 quinti quadratũ b e: triplum eſt ad quadratum c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ eſt ad idem quadratũ / vt oſtenſũ eſt: erit ex prima parte 10 quinti quadratũ a c minus quadrato b e. ideoq; linea a c: ma ior eſt linea b e. ideoq; a m: multo maior b e. Manifeſtum vero ex 9 huius/ q; ſi linea a m diuiſa fuerit ſecundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema: erit maior portio eius linea k m quæ eſt æqualis m n. At vero cũ b e diuiditur ſecundum eãdem proportionẽ videlicet habentẽ medium duoq; ex trema: maior eius portio eſt linea p b. Cũ itaq; a m tota ſit maior tota b e: erit m n quæ eſt ęqualis maiori portioni a m, maior q̃ p b q̃ eſt maior portio b e. Hoc autem manifeſtũ eſt ex 2 decimiquarti quæ ſine auxilio alicuius earum quę ſequũtur firma demõſtratione ſolidatur. ergo per 19 primi a fortiori n b: maior eſt q̃ p b. Quare patet: latera horum 5 corporum premiſſorum fere eo ordine quo corpora ſeinuicem ſequũtur/ ſeinuicẽ excedere. In cubo enim dũ taxat & octoedro habet hic inſtantias. nã latus octoedri excedit latus cubi: q̃ uis cubus antecedat octoedron. Cubum autem premittunt idcirco octoedrꝰ quia eadẽ diuiſione diametri aſſignatæ ſphęrę/ latus pyramidis 4 baſes tri angulas habentis/ & latus cubi inuenitur. Eſt igitur a e latus pyramidis: ma ius laterib⁹ cęterorum corporum. poſt ipſum autẽ: eſt f b latus octoedri ma ius ſequentium corporum laterib⁹. Tertio ordine ſequitur in magnitudine e b: latus cubi. Quarto vero loco eſt n b: latus icoſedri. Minimũ autem eſt om nium p b: latus dodecedri.



Latus pyramidis

Latus cubi

Latus octahedri

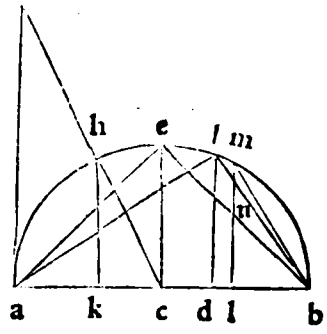
Euclí. ex Zamb. Problema 6 Propoſitio 18.

¶ Latera quinq; figurarum exponere: & adinuicem comparare. 18

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponatur datæ ſphæræ diameter a b. ſeceturq; in c, vt a c ipſi c b ſit ęqualis: & in d, vt a d ipſi d b dupla ſit. & ſuper a b deſcri batur ſemicirculus a e b. & ab ipſis c, d, ipſi a b per 11 primi ad angulos re ctos excitentur c e, d f. & cõnectãtur a f, b e. ¶ Et quoniã dupla eſt a d ipſius d b: tripla igitur eſt a b ipſius d b. conuertendo igitur per correlarium 28 quin ti: ſeſqualtera eſt b a ipſius a d. Sicut autem b a ad a d: ſic quod ex b a ad id quod ex a f. æquiangulum enim eſt a f b triangulum: ipſi a f d triangulo. ſeſ qualterum igitur eſt quod ex b a: eius quod ex a f. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter: potentia ſeſqualtera lateris pyramidis. & a b: ipſius ſphæræ diame ter eſt. Igitur a f: ęqualis eſt lateri ipſius pyramidis. ¶ Rurſus quoniã dupla eſt ad ipſius d b: tripla igitur eſt a b ipſius b d. Sicut autẽ a b ad b d: ſic quod ex a b ad id quod ex f b. triplũ igitur eſt quod ex a b: eius quod ex f b. Eſt au tem & ipſius ſphęrę diameter: potentia triplas lateris ipſius cubi per 15 deci mitertij. & ſphęrę diameter: eſt a b. igitur b f: cubi eſt latus. ¶ Et quoniã ęqua lis eſt a c ipſi c b: dupla igitur eſt a b ipſius c b. Sicut autem a b ad c b: ſic quod ex a b ad id quod ex b c. Duplum igitur eſt quod ex a b: eius quod ex b e. Eſt autem & ipſius ſphęrę diameter: potẽtia dupla lateris ipſius octahedri. &

a b datę ſphæræ diameter eſt. ¶Igitur b e octahedri eſt latus. Excitetur iã per 11 primi ab ipſo a ſigno ipſi a b rectę lineæ ad angulos rectos: a g. Ponaturq; ipſa a g æqualis ipſi a b. & connectatur g c. ſecetq; g c circũferentiam ſemicirculi in ſigno h: & ab ipſo h, in ipſã a b per 12 primi perpendicularis excitetur h k. Et quoniã dupla eſt g a ipſius a c (æqualis eni eſt g a ipſi a b) ſicut autem g a ad a c ſic h k ad k c: dupla igitur eſt & h k ipſius k c. Quadruplum igitur ex quod ex h k: eius quod ex k c. Quæ igitur ex h k, k c, q̃ idem ſũt ei quod ex h c: quincuplum eſt eius quod ex k c. Aequalis autem eſt h c: ipſi c b. quincuplũ igitur eſt quod ex b c: eius quod ex c k. Et quoniã dupla eſt a b ipſi9 b c, quarũ a d ipſius d b dupla eſt: reliqua igitur b d, reliquę d c eſt dupla. Tripla igitur eſt b c: ipſius c d. nonicuplũ igitur eſt quod ex b c: ei9 quod ex c d. quincuplũ aũt eſt quod ex b c: ei9 quad ex c k. mai9 igitur eſt quod ex c k: eo quod ex c d. maior igitur eſt c k: ipſa c d. ponatur per 2 primi ipſi c k æqualis c l: & ab ipſo l ipſi a b ad angulos rectos excitetur l m. & cõnectatur m b. Et quoniã quod ex c b eius quod ex c k quincuplũ eſt, & ipſi9 b c dupla eſt a b: ipſius autem c k dupla eſt k l: quincuplum igitur eſt quod ex a b ei9 quod ex k l. Eſt autem ſphæræ diameter potentia quincupla: eius quæ ex centro ipſius circuli quo icoſahedrum deſcribitur. eſtq; a b: ipſius ſphæræ diameter. ipſa igitur k l: ex centro eſt circuli a quo icoſahedrum deſcribitur. Ipſa igitur k l: hexagoni eſt latus dicti circuli. Et quoniam ſphæræ diameter componitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo deſcriptorum lateribus per correlariũ 16 decimiterti, eſtq; ipſa quidem a b ipſius ſphæræ diameter, & k l hexagoni latus, & æqualis eſt a k ipſi l b: vtraq; igitur ipſarum a k, l b, decagoni lat9 eſt deſcripti in circulo a quo icoſahedrum circũſcribitur. Et quoniã decagoni quidem l b, hexagoni autẽ m l (æqualis enim eſt ipſi k l: quoniã & ipſi k h, æqualiter enim diſtant a centro) et vtraq; ipſarum h k, k l, dupla eſt ipſius k c: quinquanguli igitur eſt m b. Quod autem pentagoni eſt: & icoſahedri. Icoſahedri ergo eſt m b. ¶Et quoniam f b eſt latus cubi: ſecetur extrema & media ratione in n, ſitq; maius ſegmentum n b. Igitur n b: dodecahedri eſt latus.

Latus icoſaedri



Latus dodecahedri

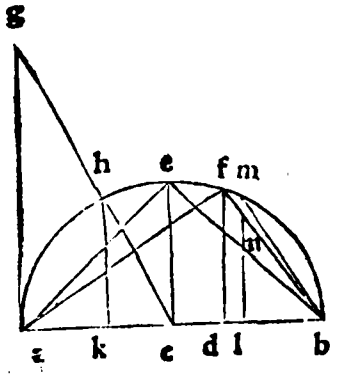
¶Et qm̃ oſtẽſũ eſt q; ipſius ſphæræ diameter potentia eſt ſeſqualtera ipſius a f lateris pyramidis/ipſius autem b e lateris octahedri potentia dupla/ipſius autem f b cubi potentia tripla: ipſius igitur ſphæræ diameter ſex/ipſius autem pyramidis latus quatuor/Octahedri vero latus trium/cubi vero duorum. Latus igitur ipſius pyramidis: lateris octahedri potentia eſt epitritũ. Cubi autem lateris: potentia eſt duplum. Octahedri autem latus: lateris cubi potentia eſt hemiolium. Ipſa quidem igitur prædicta trium figurarum latera: hoc eſt pyramidis & octahedri & cubi adinuicem: in rationibus rationalibus ſubſiſtunt. Reliqua vero duo & icoſahedri & dodecahedri: neq; ad inuicem neq; ad prædicta in rationibus rationalibus exiſtunt. irrationalia ſunt etenim: hoc eſt minor & apotome.

Comparatio. 5. laterum

¶Quæ autem maius eſt icoſahedri latus m b, dodecahedri latere n b: ſic oſtendemus. Quoniam triangulum f d b ipſi triangulo f a b æquiangulum eſt: ꝓportionale eſt ſicut b d ad c a, ſic b f ad b a. Et qm̃ tres rectę lineæ ꝓportionales ſunt: eſt igit ſicut prima ad tertiã/ſic qd ex prima ad id qd ex ſecunda. Eſt igitur ſicut d b ad b a: ſic quod ex d b ad id quod ex b f. Cõuerſim igit ſicut a b ad b d: ſic quod ex f b ad id quod ex b d. Tripla autẽ eſt a b: ipſi9 b d. triplum igitur quod ex f b: eius quod ex b d. Eſt autem & quod ex a d: eius qd ex d b quadruplũ. dupla enim eſt a d: ipſius d b. Maius igitur eſt quod ex a d: eo quod ex f b. & maior igitur eſt a d: ipſa f b. multo igitur maior eſt a l: ipa f l. Et ipſa quidem a l, extrema & media ratione diuiſa/ maius ſegmentũ eſt k b: quoniam ipſa quidem l k hexagoni eſt, & k a decagoni. ipſa autẽ f b extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmentũ eſt n b. Maior igitur eſt k l: ipſa n b. Aqualis autem eſt k l: ipſi l m. maior igitur eſt l m: ipſa n b. Ipſa autem l m: maior eſt m b. multo igitur maior eſt m b latus exiſtens icoſahedri: ipa n b latere exiſtente ipſius dodecahedri. Quod facere & oſtendere oportuit.

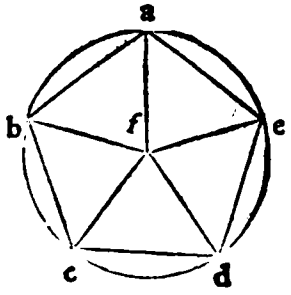
¶Aliter: q̃ maior eſt m b ipſa n b.

¶Quoniam enim dupla eſt a d ipſius d b: tripla igitur eſt a b ipſius d b. Sicut autẽ a b ad b d, ſic quod ex a b ad id quod ex b f: quoniam triãgulum f a b ipſi



f d b triangulo æquiangulum eſt. quod igitur ex a b : eius quod ex b f triplum eſt. Quinq; igitur quæ ex k l: tribus quæ ex f b ſũt æquales. Sed tria q̃ ex f b: ſex quę ex n b ſunt maiora. & quinq; igitur q̃ ex k l : ſex quæ ex n b ſunt maiora. Quare & vnum quod ex k l: vno quod ex n b maius eſt. maior igitur eſt k l: ipſa n b. æqualis autem eſt k l: ipſi l m. maior igitur eſt & l m: ipa n b. multo igit maior m b: ipſa n b. quod oſtendere oportuit. ¶ Quæ autem tria quæ ex f b, ſex quæ ex n b ſũt maiora: ſic oſtendemus. Quoniam enim maior eſt b n ipſa n f: quod igitur ſub f b, b n, maius eſt eo quod ex b f, f n: quæ igitur ſub f b, b n, vna cum eo quod ſub b f, f n, maius eſt q̃ duplũ eius quod ſub b f, f n. Sed qđ ſub b f, f n: æquũ eſt ei quod ex n b. extrema nãq; & media ratione ſecat ipſa b f in n: & quod ſub extremis æquum eſt ei quod a media per 17 ſexti. Quod igitur ex f b: eo quod ex b n maius eſt q̃ duplum. vnũ igitur qđ ex f b: duob⁹ quæ ex b n maius eſt. quare & tria quæ ex f b: vno eorum quæ ex b n, ſũt maiora. Quod oſtendere oportuit.

¶ Dico iam ꝙ præter prædictas quinq; figuras: nõ conſtruetur alia figura cõprehenſa ſub æquilateris & æquiangulis inuicem æqualibus. Sub binis namq; triangulis/ neq; ſub duobus alijs planis: ſolidus angulus non conſtruitur. Sub tribus triangulis: q̃ pyramis. ſub quatuor: q̃ octahedri. ſub quiq;: q̃ icoſahedri. Sub ſex triangulis æquilateris & æquiangulis ad vnum ſignum cõſtitutis: non erit ſolidus angulus. exiſtente namq; æquilateri trianguli angulo duarum partiũ recti: erunt ſex quatuor rectis æquales. Quod eſt impoſſibile. Omnis nãq; ſolidus angulus: ſub paucioribus q̃ quatuor rectis cõprehẽditur per 21 vndecimi. Iam id ꝓpterea: neq; ſub pluribus q̃ ſex planis angulis ſolidus conſtruitur angulus. Sub quadratis tribus: cubi angulus comprehẽditur. Sub quatuor: eſt impoſſibile. erunt enim rurſus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis tribus: dodecahedri. At ſub quatuor: impoſſibile. exiſtente nãq; quinquanguli æquilateri angulo recto & quinto: erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores. quod eſt impoſſibile. Neq; ſub polygonis alijs figuris comprahẽdetur ſolidus angulus: qũ abſurdum eſſet. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura ſolida non conſtruetur: ſub æquilateris & æquiangulis comprahenſa. quod erat oſtẽdendum. ¶ Quæ autem æquilateri & ęquianguli quinquãguli angulus rectus eſt & quintum: ſic oſtendendum. Sit inq̃ quinquangulum æquilaterum & æquiangulũ a b c d e. & circũſcribatur per 14 quartidecimi ei circulus a b c d e. & accipiatur per 1 tertij illius centrum/ ſitq; f: cõnectanturq; f a, f b, f c, f d, f e. Bifariam igitur ſecãt ipſius pẽtagoni angulos: ad ipſa a, b, c, d, e, ſigna. Et quoniam quinq; anguli qui ad f, quatuor rectis ſunt æquales/ & ſunt æquales: igit vnus ipſorũ (ſicut qui ſub a f b) vni⁹ recti eſt quaſi quitũ. reliqui igitur qui ſub f a b, a b f: vnius ſunt recti & quintum. Aequalis autẽ eſt qui ſub f a b ei qui ſub f b c. totus igitur q; ſub a b c pentagoni angulus: vni⁹ recti eſt & quintum. Quod oſtendere oportuit.



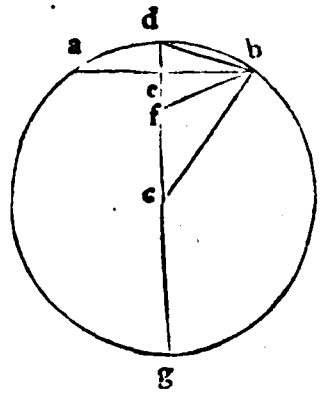
EVCLIDIS MEGARENSIS DECIMI tertij líbri, necnon Theonis in eundẽ & 12 pręcedẽtes commentariorum, Finis.

¶ EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO philoſopho Mathematicorumq; facile principi deputatus liber de regularium corporum proportione Cāpano commentatore: qui in ordine eſt quartuſdecimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

1

OMnis perpendicularis a cētro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipſum deſcripti dimidio: lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni intra circulum eundem deſcriptorum ambobus dimidijs in longum directumq; coniunctis æqualis eſſe probatur. Patet igitur q; perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni: eſt æqualis perpēdiculari ductæ a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum deſcripti directe coniunctis.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inſcripti circulo cuius centrum c: & ducatur a centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ q ſecundā partem tertiæ tertij diuidet ipſam per æqualia/ & arcū eius etiā per æqualia ex 4 primi & 27 tertij. ſitq; hæc perpendicularis linea c d: ſecans a b i puncto e, & arcū eius in puncto d. Eſt igitur vt diximus linea a e æqualis lineæ e b: & arcus a d, arcui d b. protrahaturq; linea d b: de qua cōſtat q; ipſa eſt latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti/ cum ipſa ſubtēdatur medietati quinti totius circunferentiæ. Dico itaq; q; linea e c: eſt æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longū directūq; cōiunctis. Compleatur quidem diameter d c: ſitq; d c g. & ſit e fæqualis e d: & protrahatur b f, eritq; ex 4 primi b f æqualis b d. ideoq; per 5 primi angulus b d f: erit æqualis angulo b f d. Conſtat autem ex vltima ſexti/ q; angulus g c b quadruplus eſt ad angulū b c d: eo q; arcus g b quadruplus eſt ad arcū b d. at vero angulus g c b per 32 primi duplus eſt ad angulū b d c: nā ipſe eſt extrinſecus duobus qui ſūt b d c & d b c. at ipſi ſunt æquales ex 5 primi. igitur angulus b d c: duplus eſt ad angulū b c d. quare angulus quoq; b f d: duplus eſt ad angulū b c f. Sed angulus b f d: eſt æqualis duobus intrinſecis qui ſunt b c f & c b f per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f: ſunt æquales. ideoq; per 6 primi c f: eſt æqualis b f. ideoq; etiā c f: eſt æqualis b d. nā b d & b f: ſunt æquales adinuicē. Quare dimidiū c d cū dimidio b d: eſt quantū dimidiū c d cū dimidio c f. at vero dimidiū c d cū dimidio c f: eſt quantū dimidiū c f bis cū dimidio f d. dimidiū autē c f bis/ eſt q̄tū c f: & dimidiū f d, eſt q̄tū e f. Itaq; e c: eſt q̄tū dimidiū c d cū dimidio c b & d b. qđ eſt propoſitū. ¶ Correlariū autē ſic cōſtat. Manifeſtū eſt enī ex 8 tredecimi libri: q; perpēdicularis ducta a cētro circuli ad latus trianguli ſibi inſcripti eſt æqualis dimidio lineæ ductæ a centro ad circunferētiā. Hoc quidē ibi demōſtratū eſt: & quaſi correlariū cōcluſū. Cū igitur ex hac prima iſtius 14 libri pateat q; perpēdicularis ducta a cētro circuli ad latus pēntagoni ſit æqualis dimidio lineæ ductæ a cētro ad circunferentiā & dimidio lateris decagoni: ſequitur q; perpēdicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni ſit æqualis perpendiculari ductæ a centro ad latus triāguli dimidioq; lateris decagoni intra eundē circulū deſcripti. Et hoc eſt qđ ex correlario ꝓponit.

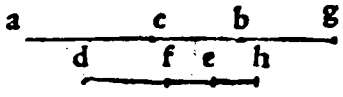
¶ CAMPANI annotatio. Nunc ergo explicandū eſt qđ ait Ariſtæus in libro intitulato Expoſitio ſciētiæ quinq; corporū: necnō & Apollonius i dono ſcdo i proportionalitate figuræ 12 baſiū ad figurā 20 baſiū/ dicēs q; ꝓportio ſupficierū figuræ habētis 12 baſes ad ſuperficies figuræ habētis 20 baſes eſt tanq̄ proportio corporis 12 baſiū ad corpus 20 baſium. linea etenim ducta a centro circuli

pentagoni figuræ 12 baſium dodecedri ad circũferẽtiã eius eſt quaſi linea prodiens a centro circuli trianguli figuræ viginti baſiũ icoſedri ad circunferentiã eius. Hæc ſunt ipſius magni Apollonij verba. Intelligẽda autẽ ſunt de figura 12 & figura 20 baſiũ ab vna eadẽq; ſphæra circũſcriptibiliũ. Eſt enĩ proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron/ cũ ambo vna eadẽq; ſphæra circũſcribit: ſicut proportio omniũ ſuperficierũ dodecedri pariter acceptarũ/ ad ōes ſuperficies icoſedri pariter acceptas. quẽadmodũ Apollonius præmiſſorũ verborũ prima parte cõmemorat: quod & 10 huius decimiquarti libri ſolida demõſtratione ſtabilitur. Et eſt circulus circũſcribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũſcribenti trigonũ icoſedri/ cũ dodecedron & icoſedron eadẽ ſphæra circunſcribit: quẽadmodũ ipſe Apollonius ſecunda parte præmiſſorũ verborũ cõmemorat/ qđ etiã in 5 huius libri demõſtratione firmat. Præmittenda ſunt igitur antecedẽtia: ad tantorũ virorũ eloquia/ incõcuſſa veritate corroboranda.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

QVicquid accidit vni lineæ diuiſæ ſecũdum proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema: omni lineæ ſimiliter diuiſæ probatur accidere. 2

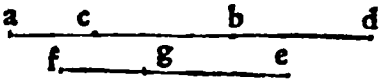
CAMPANVS. Sit vtraq; duarum linearũ a b & d e diuiſa ſecũdũ proportionem habẽtẽ mediũ duoq; extrema: hæc quidẽ in c, illa vero in f. ſintq; maiores portiones/ huius quidẽ/ a c: illius autẽ/ d f. Dico itaq; q̃ ambarum ad ſui maiores portiones eſt vna proportio: itẽq; ambarũ ad ſui minores portiones eſt proportio vna. at quoq; maiorũ portionũ ad minores vna. & econtrario & permutatim & coniunctim & diſiunctim & euerſim. nichil enim aliud eſt: quicquid vni earũ accidit/ idẽ quoq; alij accidere. conſtat enim ex diffinitione lineæ ſecundũ proportionẽ habentem medium duoq; extrema diuiſæ & ex prima parte 16 ſexti/ q̃ illud quod fit ex a b in b c: eſt æquale quadrato a c. eodẽq; modo quod fit ex d e in e f: eſt æquale quadrato d f. Ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratũ a c: eſt ſicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f. vtraq; enim eſt proportio æqualitatis. Igitur quadruplũ eiꝰ qđ fit ex a b in b c ad quadratũ a c: ſicut quadruplũ eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f, qđ ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifeſtũ eſt. Quare coniunctim quadruplũ eius quod fit ex a b in b c cũ quadrato a c, ad quadratũ a c: ſicut quadruplũ eius qđ fit ex d e i e f cũ quadrato d f, ad quadratũ d f. Adiungatur autẽ ſecundũ rectitudinẽ ad lineã a b, vna linea quæ ſit æqualis b c: quæ dicatur b g. & ad d e adiũgatur æqualis e f: quæ dicatur e h. Manifeſtũ eſt igitur ex octaua ſecũdi: q̃ quadruplũ eius qđ fit ex a b in b g cũ quadrato a e, eſt æquale quadrato lineæ a g. At vero ſimiliter quadruplũ eius quod fit ex d e in c h cum quadrato d f: eſt æquale quadrato d h. At vero ex cõmuni ſcientia quadruplũ eius quod fit ex a b in b c, æquũ eſt quadruplo eius quod fit ex a b in b g: eo q̃ b c & b g ſunt æquales. ſimiliter quoq; quadruplũ eius qđ fit ex d e in e f, æquũ eſt quadruplo eiꝰ qđ fit ex d e in e h: eo q̃ e f & e h ſunt etiã æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti/ quadratũ a g ad quadratũ a c: ſicut quadratum d h ad quadratũ d f. Quare ex ſecunda parte 21 ſexti/ proportio lineæ a g ad lineam a c: eſt ſicut lineæ d h ad lineã d f. & coniunctim a g & a c ad a c: ſicut d h & d f ad d f. At vero a g cũ a c, ſunt tanq̃ duplum a b: & d h cũ d f, tãquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c: ſicut duplũ d e ad d f. & permutatim duplum a b ad duplum d e: ſicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e: ſicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e: ſicut a c: add f. Itaq; permutatim & euerſim & conuerſim & diſiũctim & coniunctim. Quod oportebat oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

DIuiſo latere hexagoni ſcđm proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema: maior eius portio erit latus decagoni circunſcripti a circulo ipſum hexagonum circũſcribẽte. 3

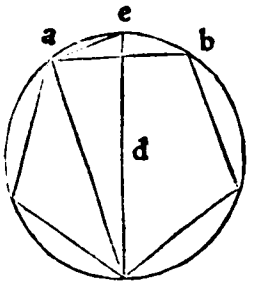
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli/ diuiſa ſecũ dun proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema in puncto c: ſitq; maior portio eius b c. Dico ꝙ cuiuſcunq; circuli a b eſt latus hexagoni: eiuſdẽ/b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a b, linea d b: quæ ſit latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni. eritq; ex 9 tredecimi/linea a d diuiſa ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema: & maior portio eius erit linea a b. Cum igitur vtraq; duarum linearum a b & a d ſit diuiſa ſecundũ proportionem habentem mediũ duoq; extrema: igitur erit per præmiſſam amborum ipſarum ad ſui maiores portiones vna proportio. Itaq; d a ad a b quæ eſt eius maior portio: ſicut a b ad b c quæ eſt etiam eius maior portio. ſed d a ad a b: ſicut a b ad b d ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecundũ proportionem habentem mediũ duoq; extrema. & maior portio eius igitur ex vndecima quinti a b ad b d: ſicut a b ad b c. Quare per ſecundã partem 9 quinti b d & b c: ſũt æquales. Cum ergo d b ſit latus decagoni: erit quoq; ex communi ſcientia b c latus decagoni. ¶Vel aliter. ¶Ad lineã a b adiungat b d æqualis b c. eritq; ex 4 tredecimi tota a d diuiſa ſecundũ proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema: & maior portio eius linea a b. Itaq; per conuerſam 9 tredecimi quã cõtinue poſt ipſam demonſtrauimus / cuius circuli linea a b eſt latus hexagoni: eiuſdem linea b d (ideoq; linea b c ſibi æqualis) eſt latus decagoni. ¶Poſſumus iterũ idem alia via (ſi libet) demõſtrare. Sit enim e f æqualis a b: quæ etiã diuidatur in g ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ & ſit maior portio eius linea f g. Cõſtat igitur ex præmiſſa ꝙ quẽadmodũ a b eſt æqualis e f: ſic a c eſt æqualis e g, & c b æqualis g f. Cũq; fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni: erit (ſicut prius dictũ eſt) ex 9 tredecimi tota a d diuiſa ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ & maior eius portio erit linea a b. Itaq; per præmiſſam a b ad b d ſicut f g ad g e. quare per primam partem 15 ſexti quod fit ex a b in g e: æquum eſt ei quod fit ex b d in f g. Cũq; a b ſit æqualis e f: & erit quod fit ex e f in g e æquũ ei qđ fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e: æquũ eſt quadrato f g ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema/ & ex prima parte 16 ſexti. igitur quod fit ex b d in f g: eſt æquale quadrato f g. ideoq; ex prima ſexti linea b d: eſt æqualis f g. Et quia f g eſt æqualis c b: erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

4 QVadratũ lateris pẽtagoni intra circulũ deſcripti/ quadratũq; lineæ quæ illius pẽtagoni angulo ſubtẽditur/ ambo hæc quadrata pariter accepta: quadrati medietatis diametri eiuſdem circuli quincuplum eſſe pronuncio.

¶CAMPANVS. ¶Sit in circulo a b c cuius centrũ d: inſcriptus vnus pentagonus æquilaterus cuius vnũ latus ſit a b. & protrahatur diameter c d e: diuidẽs lineã a b & eius arcũ per æqualia. Eſt igitur arcus a e: medietas quintæ partis circũferentiæ illius circuli. quare arcus a c: eſt duæ quintæ totius circũferẽtiæ. Protrahantur itaq; duæ lineæ a e & a c. eritq; a e latus decagoni æquilateri: eo ꝙ eius arcus eſt medietas qntæ partis circũferentiæ. linea vero a c, erit q̃ ſubtẽditur vni ex angulis pẽtagoni prædicti: eo ꝙ arc9 a c eſt duę qntæ partes circũferẽtiæ circuli. Dico itaq; ꝙ quadrata duarũ linearũ a b & a c pariter accepta: quincuplũ ſunt ad quadratũ lineæ d e. Eſt enim ex 4 ſecundi quadratum lineæ c e: quadruplum ad quadratum lineæ d e. Cũ autẽ angulus c a e ſit rectus ex prima parte 30 tertij: eruntq; ex penultima primi quadrata duarũ linearum c a & a e quadruplũ ad quadratũ d e. igitur quadrata triũ linearũ c a & a e & d e: quincuplũ ſũt ad quadratũ lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b eſt æquale quadratis duarum linearum a e & d e: ſequit vt quadrata duarũ linearũ a b & c a ſint quincuplũ ad quadratũd e. qđ eſt propoſitum.



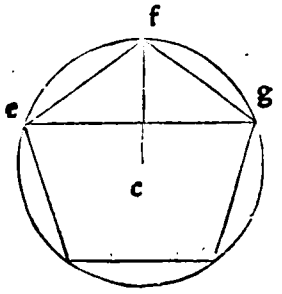
¶CORRELARIVM. ¶Manifeſtũ eſt ergo/ ꝙ quadratũ lateris cubi atq; quadratũ lateris figuræ duodecim baſiũ/ cũ cubũ & figurã duodeci baſiũ eadẽ ſphę

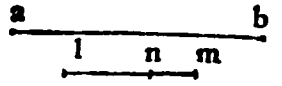
ra circũſcribit: ambo q̃drata pariter accepta q̃nquplũ ſũt q̃drati medietatis diametri circuli qui circunſcribit pẽtagonũ eiuſdem figuræ duodecim baſium. ¶ Iſtud correlariũ vere manifeſtũ eſt. conſtat enim ex demonſtratione 17 tredecimi: q̃ latus cubi ſubtenditur angulo pẽtagoni dodecedri/cũ cubũ & dodecedron vna eadẽq; ſphęra circũſcribit. itaq; p̃ hãc 4. ſine obice cõſtat correlariũ.

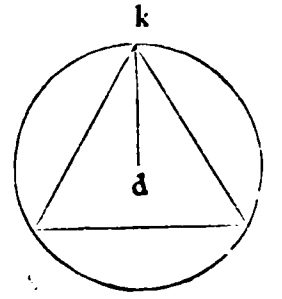
Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

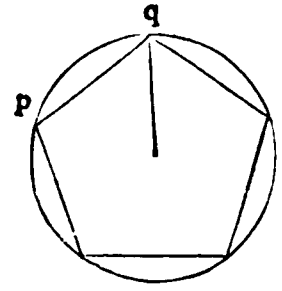
PEntagonus figuræ duodecim baſium/ triangulusq; figuræ viginti baſium/quos eadem ſphæra circunſcribit: vno eodemq; circulo circunſcribuntur. 5

¶ CAMPANVS. ¶ Sit ſphæra cuius diameter a b, circũſcribẽs duas ſolidas figuras: videlicet dodecedron cuius vnus ex duodecim pẽtagonis ſit c, & icoſedron cuius vnus ex 20 triãgulis ſit d. pentagono autẽ c, & trigono d, ſuper duo centra d & c, circũſcribantur duo circuli: huic quidem f c ex 14. quarti/illi vero f d ex 5 eiuſdẽ. Dico itaq; q̃ hi duo circuli ſphæræ propoſitæ/ quorũ alter circunſcribit pentagonũ c, alter vero trigonũ d: ſunt æquales. Signẽtur enim duo latera pentagoni c, vnũ ex ſuis angulis continentia/ literis e f & f g: & protrahantur/ linea e g quæ ſubtendat angulum f, & ſemidiameter circuli quæ ſit c f. Vnum quoq; ex lateribus trigoni d, ſignetur litteris k h: & protrahatur ſemidiameter ſui circuli quæ ſit d k. Dehinc ſumatur linea l m, ad quã ſit linea a b quæ eſt diameter ſphæræ aſſignatæ/ quincupla in potentia: quæ quidẽ l m diuidatur in n ſecũdũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ ſitq; maior portio eius linea l n. & ſecundũ quantitatem totius l m: lineetur circulus p q. Itaq; ſemidiameter circuli p q: erit ęqualis lineę l m. eritq; ex correlario 15 quarti/ linea l m: tanq̃ latus hexagoni æquilateri circulo p q inſcripti. ideoq; per tertiam huius/ linea l n: erit tanq̃ latus decagoni æquilateri eidẽ circulo inſcripti. Igitur ex 11 quarti inſcribatur pentagonus æquilaterus circulo p q: cuius vnũ latus ſit p q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratũ lineę p q: æquale quadratis duarũ linearũ l m & l n pariter acceptis. Conſtat autem ex demonſtratione 16 tredecimi: q̃ h k eſt æqualis p q. ergo quadratũ h k: eſt æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. At vero ex demonſtratione 17 tredecimi/ manifeſtũ eſt q̃ e g eſt latus cubi ab eadẽ ſphæra circũſcriptibilis. quare per correlarium 14 tredecimi a b quæ eſt diameter ſphæræ: potentialiter eſt tripla ad e g quæ eſt latus cubi. Si autẽ e g diuidatur ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema: patet ex demõſtratione tredecimi q̃ e f eſt tãq̃ maior portio eius. igitur ex ſecunda huius/ e g ad l m: ſicut e f ad l n. nã vt tota ad totã: ſic maior portio ad maiorem. Itaq; per 21 ſexti quadratum e g ad quadratũ l m: ſicut quadratũ e f ad quadratũ l n. quare per 13 quinti/ quadrata duarum linearũ e g & e f pariter accepta/ ad quadrata duarum linearum l m & l n pariter accepta: ſicut quadratũ e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti & permutatã proportionalitatẽ/ & æquam/ triplum duorũ quadratorũ duarũ linearũ e g & e f pariter acceptorũ ad quadrata duarum linearũ l m & l n pariter accepta: ſicut triplũ quadrati e g ad quadratũ l m. Triplum autẽ quadrati e g: eſt tanq̃ quadratum a b ex correlario 14 tredecimi. at quadratum a b: eſt per hypotheſin quincuplum ad quadratum l m. ergo triplum quadrati e g: quincuplũ quoq; eſt quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum: eſt quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n pariter accepta. Et quia probatum eſt q̃ quadratum h k eſt æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis: ſequitur ex cõmuniſcientia vt triplum quadratorum e g & e f ſit quincuplum ad quadratum h k. Conſtat autem ex 8 tredecimi: q̃ quincuplum quadrati h k eſt quindecuplum ad quadratum d k. nam ſimplum eſt triplum. Et ex quarta huius conſtat: q̃ triplum quadratorum e g & e f, eſt quindecuplum quadrati e f. nam ſimplum eſt quincuplum. Itaq; quindecuplum quadrati c f: eſt ęquale quindecuplo quadrati d k. ideoq; per 15 quinti quadratum c f: eſt æquale quadrato d k. quare etiã linea c f: eſt æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium/ circulus circunſcribens pentagonum c: eſt æqualis circulo circunſcribenti trigo-







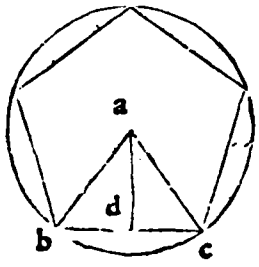


num. nam ſemidiametri horum circulorum ſunt æquales: videlicet c f & d k quod erat ex principio demonſtrandum.

6 Eucli ex Camp. Propoſitio 6.

QVadratum quoq; quod eſt triangulum alias trigincuplum tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli circunſcribentis pentagonum figuræ duodecim baſium ad latus pentagoni/ atq; ſub latere ipſius pentagoni continetur: omnibus ſuperficiebus corporis duodecim baſium pariter acceptis eſſe æquale ex neceſſitate conuincitur.

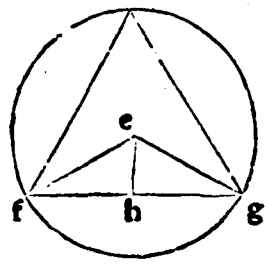
¶CAMP. ¶Sit pentagonus a, vna ex 12 baſibus figuræ dodecedri: & vnum ex eius lateribus ſit b c. ſibiq; ex 14 quarti circũſcribatur circulus ſupra centrũ a: & protrahantur lineæ a b & a c, & a d perpendicularis ad b c. Dico ergo q; trigincuplũ eius quod fit ex a d in b c: eſt æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Cõſtat enim: pentagonum d eſſe diuiſibilem in quinq; triangulos æquales triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes ſint æquales & ſimiles pentagono a) diuiſibiles ſunt in 60 triangulos: quorum quiſq; per 8 primi eſt æqualis triangulo a b c. Quod autẽ fit ex a d in b c: eſt duplum per 41 primi/ ad triangulum a b c. Ergo trigincuplum eius quod fit ex a d in b c: eſt ſexagincuplum ad triangulum a b c. nam vt ſimplum ad ſimplum: ſic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes dodecedri ſuperficies pariter acceptæ ſint etiam ſexagincuplũ ad triangulum a b c: ſequitur vt trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, ſit æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod eſt propoſitum.



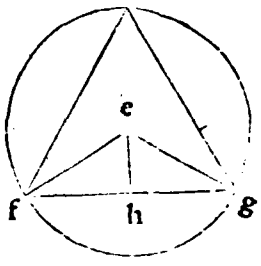
Eucli ex Camp. Propoſitio 7.

7 QVadratum quoq; quod eſt triangulũ alias trigincuplũ tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus ſibi inſcripti trianguli figuræ viginti baſium/ atq; ſub ipſo latere trianguli continetur: æquale eſt omnibus ſuperficiebus figuræ viginti baſium pariter acceptis.

¶CAMP. ¶Eſto enim hic trigonus e, vna ex 20 baſibus figuræ icoſedri: & vnum ex eius lateribus ſit f g. ſibiq; ex 5 quarti circũſcribatur circulus ſuper cẽtrum e: & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur q; trigincuplum eius quod fit ex e h in f g: eſt æquale omnibus ſupficiebus icoſedri pariter acceptis. Cõſtat enim: trigonum eſſe diuiſibilem in tres trigonos quorũ quilibet per octauã primi/ eſt æqualis trigono e f g. Itaq; omnes 20 trigoni icoſedri pariter accepti (cũ cũcti ſint æquales et ſimiles trigono e) ſunt tã q; ſexagincuplũ trigoni e f g. Et quia per 41 primi quod fit ex e h in f g eſt duplũ trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius eſt æquale ſexagincuplo illius: ſequitur vt trigincuplum e h in e f ſit æquale omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis. Quod erat demonſtrandum.



¶COROLARIVM. ¶Manifeſtũ igitur eſt q; proportio ſuperficierũ figuræ duodecim baſiũ in aliqua ſphæra cõtentæ ad ſuperficies figuræ viginti baſium in eadẽ ſphæra concluſæ: eſt tanq; proportio tetragoni cõtenti ſub latere pẽtagoni ipſius figuræ duodecim baſiũ & ſub perpendiculari ducta a centro ſui circuli ad ipſum latus pentagoni/ ad tetragonũ contẽtũ ſub latere trianguli ipſius figuræ viginti baſium & perpendiculari ducta a centro ſui circuli ad ipſum latus triãguli corporis viginti alchaidarũ. ¶Quod per illud correlariũ cõcluditur verũ eſſe: ſiue figura 12 baſiũ & figura 20 baſiũ ſint ab eadẽ ſphæra circũſcriptibiles vt proponitur/ ſiue etiam fuerint circũſcriptibiles a diuerſis ſphæris. proponitur autem prout hę figuræ ſunt circũſcriptibiles ab eadẽ ſphæra: qm̃ hoc modo valet & ſufficit ad ꝓpoſitũ. Eius ergo cõmunis veritas ſic patet. Cõſtat eni ex 6 huius: q; trigincuplũ a d in b c, æquũ eſt oĩbus ſupficiebus dodecedri pariter acceptis cuius pẽtagonus a eſt vna ex 12 ſupficiebus. Et ex hac 7 cõſtat ſimiliter: q; trigincuplũ e h in f g, æquũ eſt oĩbus ſupficiebus icoſe

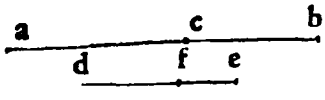


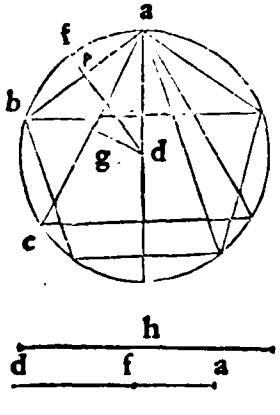
dri pariter acceptis/ cuius trigonus e eſt vna ex 20 baſibus: ſiue illud dodecedron & iſtud icoſedron eadē ſphæra circūſcribat/ ſiue diuerſæ. itaq; proportio trigincupli a d i b c ad omnes ſuperficies illius dodecedri pariter acceptas: eſt ſicut trigincupli e h i fg ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas. vtrobiq; enim eſt proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplū a d in b c ad trigincuplū e h in f g: ſicut omnes ſupficies illius dodecedri ad omnes ſuperficies huius icoſedri. & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum: eſt ſicut ſimpli ad ſimplum. Conſtat igitur per 11 quinti q; proportio omniū ſuperficierū illius dodecedri ad omnes ſuperficies huius icoſedri: eſt eius quod fit ex a d in b c ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc eſt quod ex correlario proponitur.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 8.

PRoportio cunctarū ſuperficierum corporis duodecim baſium pariter acceptarum ad cunctas ſuperficies corporis viginti baſiū pariter acceptas/ quæ ab vna ſphęra ambo circūſcribuntur: eſt tanquam proportio lateris cubi quem circunſcribit eadē ſphæra/ ad latus trianguli ipſius corporis viginti baſium. 8

¶CAMPANVS. ¶ Vt ab huius 8 demōſtrationis 14 libri proceſſu ambiguitas omnis abſcedat: iſtud præſcire oportet. Q2 ſi aliqua linea ſecundū proportionē habentē medium duoq; extrema fuerit diuiſa / & ex medietate eius tanq̄ dimidiū ſuæ maioris portionis detrahatur: ipſa quoq; medietas ſecūdū proportionē habentē mediū duoq; extrema diuiſa erit/ & eius maior portio eſt tanq̄ dimidiū maioris ſuæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuiſa ſecundū proportionē habentē mediū duoq; extrema / in c: & maior eius portio ſit a c. & ſit d e tanquam dimidiū a b: & d f tanq̄ dimidiū a c. Dico ergo q; d e diuiſa eſt in f ſecundū proportionē habentē mediū duoq; extrema: & maior portio eius eſt d f. conſtat enim ex 15 quinti q; ꝓportio a b ad a c: eſt ſicut d e add f, videlicet duplū ad duplū tanq̄ ſimplum ad ſimplū. Quare permutatim a b ad d e: ſicut a c ad d f. igitur per 19 quinti c b ad f e: ſicut a b ad d e. Eſtq; c b: dupla ad f e. ſic enim eſt a b ad d e. Cum igitur tota a b ſit dupla ad totā d e, & ſingulæ partes a b ad ſingulas partes d e: erit ex 15 quinti & prima eiuſdem & diffinitione lineæ diuiſæ ſecundū proportionē habentem mediū duoq; extrema/ linea de diuiſa in f, quēadmodum proponitur. ¶Nunc igitur demōſtrationi eius qđ propoſitū eſt inſiſtamus. Ad cuius exēplū ſit a b c circulus cuius centrū d: circūſcribens pentagonū dodecedri & trigonū icoſedri/ quæ ambo pariter eadē ſphæra circūſcribit & concludit. nā ex 5 huius manifeſtū eſt: q; idē circulus huius pentagonū & illius trigonū circūſcribit. Sit autē linea a b, latus pētagoni: & linea a c, trigoni. ſitq; linea h: tanq̄ latus cubi ab eadē ſphæra circūſcripti. Dico itaq; q; ꝓportio oim ſupficierū dodecedri pariter acceptarū ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas: eſt ſicut linea h ad lineā a c. ꝓducatur quidē a cētro d, perpēdicularis ad a b: quæ trāſeat vſq; ad circūferentiā/ ſecās a b in puncto e, & arcū eius in pūcto f. hāc autē perpēdicularē cōſtat diuidere per æqualia tā lineā a b q̄ eius arcū: chordā quidē a b per ſecundā partem 3 tertij/ arcum vero eius per 4 primi & 27 tertij. Eſt igitur arcus f a decima pars circunferētiæ. Subtēdatur itaq; ſibi chorda a f: quæ erit latus decagoni ęquilateri eiuſdē circuli. erit igitur ex 9 tedecimi linea cōſtās ex d f, f a, diuiſa ſecundū proportionē habētē mediū duoq; extrema: & maior portio eius erit linea d f. At vero ex prima huius/ d e: eſt æqualis dimidio d f dimidioq; f a in lōgū directūq; cōiunctis. Sit igitur d g: perpendicularis ad a c. eritq; ex correlario 8 tredecimi/ g d: tanq̄ dimidiū d f. Itaq; ſi a linea d e quæ eſt tāquā dimidiū d f a, cū d f & f a ſit linea vna / detrahatur æqualis d g quæ eſt tāquā dimidiū d f: erit per illud quod ante hoc probatū eſt/ linea d e diuiſa ſecundū proportionē habentē mediū duoq; extrema/ & maior portio erit tanq̄ g d. Ex demonſtratione autē 17 tredecimi cōſtat/ q; ſi linea h quæ eſt latus cubi diuidatur ſecundum proportionē habētē mediū duoq; extrema: maior portio eius erit tanq̄ a b quæ eſt latus pentagoni figuræ 12 baſiū. Itaq; per ſecundā huius/





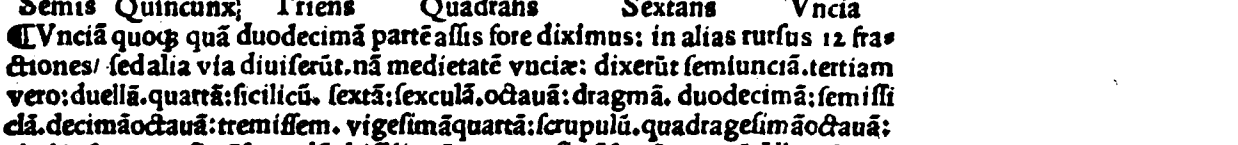
proportio h ad a b: eſt ſicut d e ad g d. quare per primã partẽ 15 ſexti/ quod prouenit ex h in g d: æquũ eſt ei quod fit ex a b in d e. ¶ Ex correlario autẽ præmiſſæ manifeſtum eſt/ q; proportio omniũ ſuperficierũ dodecedri cuius latus a b pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies icoſedri cuius latus a c pariter acceptas: eſt ſicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiuſdẽ/ proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d: eſt ſicut omnium ſuperficierũ illius dodecedri ad omnes huius icoſedri. At vero eiꝰ quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d: eſt per primã ſexti ſicut h ad a c. Itaq; per 11 quinti proportio oĩm ſuperficierũ illius dodecedri ad oẽs huius icoſedri: eſt ſicut h ad a c. quod eſt propoſitũ. ¶ Hoc ipſũ aliter probare poterimus: ſi ad ipſum huius antecedens neceſſarium præmiſerimus/ quod eſt.

¶ Sí circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inſcribatur: rectãgulum quod ſub dodrante diametri ipſius circuli & ſub dextante ipſius lineæ angulum ipſius pentagoni ſubtendentis cõtinetur/ eidem pentagono æquum eſſe ex neceſſitate oportet.

¶ Maiores noſtri vnũqdq; integrũ in 12 partes æquales intellectu & ratione diuiſerunt: oẽſq; eas ſimul hoc eſt ipſum totum/ aſſem vocauerũt. vndecim vero earũ: dixerũt deuncẽ. decem autẽ: dextantẽ. nouẽ: dodrantẽ. octo vero: biſſe. at ſeptẽ: ſeptãtẽ vel ſeptuncẽ. ſex autẽ ſemis. quinq; quicuncem. quatuor: triẽtem. tres autẽ: quadrantẽ. duas vero: ſextantẽ. vnã autẽ: appellauerũt vnciã. eaſq; p ordinẽ talibꝰ deſignauere figuris: q̃ ſępiſſime iueniunt̃ i antiqs libris.

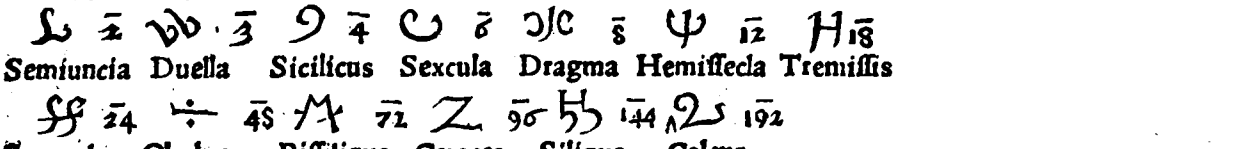


As Deunx Dextans Dodrans Biſſe Septunx

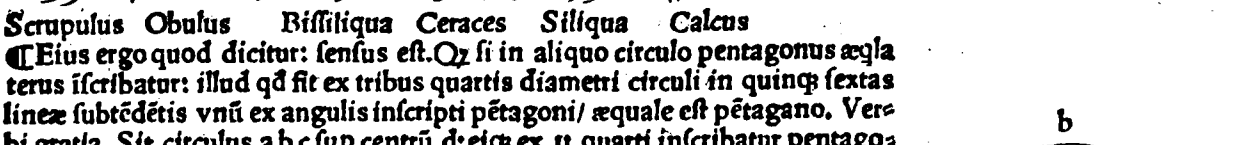


Semis Quincunx; Triens Quadrans Sextans Vncia

¶ Vnciã quoq; quã duodecimã partẽ aſſis fore diximus: in alias rurſus 12 fractiones/ ſed alia via diuiſerũt. nã medietatẽ vnciæ: dixerũt ſemiunciã. tertiam vero: duellã. quartã: ſicilicũ. ſextã: ſexculã. octauã: dragmã. duodecimã: ſemiſſiclã. decimãoctauã: tremiſſem. vigeſimãquartã: ſcrupulũ. quadrageſimãoctauã: obulũ. ſeptuageſimãſecundã: biſſiliquã. nonageſimãſextã: ceracẽ. Vltimã vero quæ eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius vnciæ: ſiliquã nominauerũt. His autẽ 12 fractionibus vnciæ poſteriores adiunxere calcũ. eſt autem calcus centeſima nonageſimaſecunda pars vnciæ. Cuius additionis cauſa fuit: vt vſq; ad minimũ extremũ diateſſeron & diapẽte ſymphoniarũ tonorũ ſemitonorũq; interuallis diſtinctarũ/ harũ fractionũ denominatio cõſcẽderet vel contenderet. & ipſas omnes ſecundũ ordinẽ talibus annotauere figuris.

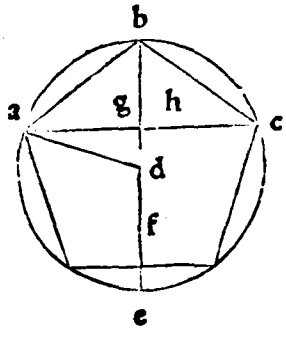


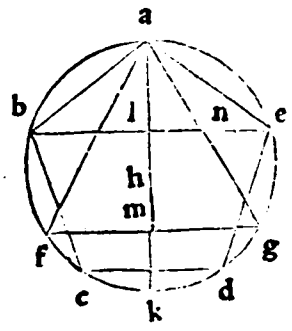
Semiuncia Duella Sicilicus Sexcula Dragma Hemiſſecla Tremiſſis



Scrupulus Obulus Biſſiliqua Ceraces Siliqua Calcus

¶ Eius ergo quod dicitur: ſenſus eſt. Q; ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur: illud qđ fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; ſextas lineæ ſubtẽdẽtis vnũ ex angulis inſcripti pẽtagoni/ æquale eſt pẽtagano. Verbi gratia. Sit circulus a b c ſup centrũ d: eiq; ex 11 quarti inſcribatur pentagonus æqlaterus/ cuius duo latera vnũ ex ſuis angulis cõtinẽtia ſint a b & b c. & angulo b ſubtẽdatur linea a c: & protrahatur diameter b d e ſecãs lineã a c p ęqualia in pũcto g. ſitq; d f medietas d e. & g h dupla ad h c. eritq; b f dodrãs diametri: eſt enĩ tres quartæ ipſius. & a h erit dextãs vel ſextãs a c: eſt enĩ 5 ſextæ eius. protrahatur autẽ linea a d. dico q; illud qđ prouenit ex b f ĩ a h: eſt ęquale pẽtagono inſcripto circulo. Cũ enĩ a g ſit perpẽdicularis ad b d: erit ex 4.1 primi & illud qđ ꝓuenit ex b d in a g, duplũ ad triãgulũ a b d. ideoq; quod ꝓuenit ex b f in a g: triplũ erit ad eũdẽ triãgulũ. & qđ ꝓuenit ex b f in h g: duplũ. & ex b f in totã a h: quincuplũ. Cũ itaq; totus pẽtagonus quintuplus ſit ad eũdẽ triãgulũ: cõſtat q; iſtud qđ fit ex b f ĩ a h, eſt æquale pẽtagono. Et illud



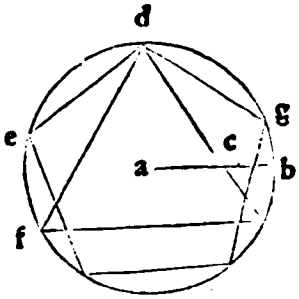


erat demõſtrandum. ¶Quod igitur ex principio propoſitum eſt: nunc alia via (ſicut promiſimus) demõſtremus. Sint itaq; circulo cuius centrum h, inſcripti / pentagonus figuræ 12 baſium & trigonus figuræ 20 baſium: quas eadem ſphæra circũſcribit. Conſtat enim ex 5 huius: q; huius dodecedri pentagonus / & illius icoſedri trigonus: ab eodẽ circulo circũducentur. ſitq; pentagonus a b c d e: & trigonus a f g. & angulo a pẽtagoni ſubtendatur linea b e: quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra cõcludit. protrahatur itaq; diameter a h k: ſecans orthogonaliter & per æqualia vtrãq; duarũ linearũ b e & f g. hanc quidem in puncto l: illam vero in puncto m. Dico ergo q; proportio omniũ ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri / quorum pẽtagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti: eſt ſicut linea b e, quæ eſt latus cubi ab eadem ſphæra concluſi / ad lineam f g quæ eſt latus trigoni icoſedri. Cõſtat enĩ ex correlario 8 tredecimi: q; linea h m eſt dimidium lineæ a h. ideoq; a n erit dodrãs diametri a k: eſt enim eius tres quartæ. Sit ergo l n: dupla ad n e. eritq; b n dextans b e: eſt enĩ quĩq; eius ſextę. Itaq; per præmiſſum antecedẽs / quod prouenit ex a m in b n, erit ęquale pentagono a b c d e: quod autem prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex prima ſexti / proportio pẽtagoni ad trigonũ: eſt ſicut b n ad m f. quare duo decupli illius pẽtagoni ad vigincuplum iſtius trigoni: ſicut duodecupli lineę b n ad vigincuplũ lineę m f. quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n: eſt tanq̃ decuplũ b e. nam 12 dextantes: coęquãt 10 aſſes hoc eſt 10 tota. vigincuplũ vero m f, eſt tanq̃ decuplum f g: nam f g, eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad vigincuplũ iſtius trigoni: eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplum illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri / vigincuplũ autẽ huius trigoni eſt oẽs ſupficies icoſedri / & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam: erit per 11 quinti proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas / ſicut b e ad f g. Et hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

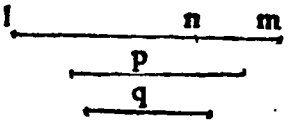
DIuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema: erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam eiuſq; maiorem portionem ad lineã potentem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionẽ / tanq̃ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti baſiũ vna cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti. 9

¶CAMP. ¶Sit linea a b diuiſa ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema: & maior portio ſit linea a c. & ſuper centrũ a ſecundũ quãtitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e: eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius vnum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus ęquilaterus cuius vnum latus ſit d f. & vni ex angulis pentagoni qui ſit d: ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius: q; ſphæra circunſcribens dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron cuius trianguli latus eſt d f. & ex demõſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt: q; eadẽ ſphæra circũſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potens ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c: & ſumatur k potens ſuper totam a b & minorem eius portionem b c. Dico itaq; q; proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus trianguli icoſedri vna cũ ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti: eſt ſicut h ad k. Conſtat quidẽ quod ex correlario 15 quarti: q; a b eſt tanq̃ latus hexagoni ęquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex tertia huius / a c: eſt tãq̃ latus decagoni eiuſdẽ circuli. Itaq; per 10 tredecimi / d e: potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c. quare d e: eſt æqualis h. nam quadratum vtriuſq; earum: tantum eſt quantum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi: q; d f eſt tripla potentialiter ad a b. at vero ex 5 eiuſdem patet: q; k quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecũda parte 21 ſexti proportio d f ad a b: eſt ſicut k ad a c. quare permu-



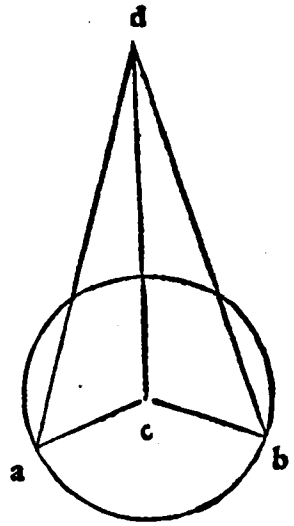
h
k

tatim d f ad k: ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtū eſt q; ſi e g diuidatur ſecūdum proportionē habentem medium duoq; extrema/ maior portio eius erit tanq̄ d e : erit per ſecūda huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c. quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e: ſicut d f ad k. & permutatim e g ad d f: ſicut d e ad k. Et quia per primā partem 7 quinti d e ad k ſicut h ad k, eo q; d e & h ſunt æquales: erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut h ad k. Quod eſt propoſitum. ¶Non ſolum autem eſt proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icoſedri ſicut h ad k: immo ſimpliciter ſicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alteram/ quarum altera poteſt ſuper totam quālibet lineam diuiſam ſecūdū proportionē habentem medium duoq; extrema & ſuper eius maiorem portionē/ altera vero ſuper totam & eius minorem portionem. nam ſingularū linearum taliū eſt proportio vna. Verbi gratia. maneāt prioreshypotheſes circa lineas a b, h , & k. & ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecūdum proportionem habentem medium duoq; extrema in n: & portio maior ſit l n. ſitq; linea p potens ſuper totam l m & eius maiorem portionem l n: & linea q ſit potens ſuper totam l m & eius minorem portionem m n. Dico ergo q; proportio p ad q: eſt ſicut h ad k. Conſtat enim ex ſecūda huius: q; b a ad a c, eſt ſicut l m ad l n. ergo per primā partem 21 ſexti/ quadrati b a ad quadratū a c: eſt ſicut quadrati m l ad quadratum n l. quare coniunctim quadrati h ad quadratum a c: ſicut quadrati p ad quadratum l n. & permutatim quadrati h ad quadratum p: ſicut quadrati a c ad quadratum l n. Eodem argumētationis genere ſequitur q; proportio quadrati k ad quadratum q: eſt ſicut quadrati c b ad quadratū n m. Et quia ex ſecunda huius et prima parte 21 ſexti quadratum a c ad quadratum l n ſicut quadratū c b ad quadratum m n: erit ex 11 quinti quadratū h ad quadratū p, ſicut quadratum k ad quadratum q. quare per ſecundā partem 21 ſexti h ad p : ſicut k ad q. Et permutatim h ad k: ſicut p ad q. Quod erat demonſtrandum. ¶Et ne quiſq̄ dubitationis locus ea quæ demōſtranda reſtant obfuſcet: præmittenda adhuc duximus quædam/ quibus ſequentia firmo demonſtrationis robore inconcuſſa permaneant.



¶Si aliqua plana ſuperficies ſphæram quālibet ſecet: communis ſectio planæ ſuperficiei ſecantis & curuæ ſuperficiei ſphæræ erit circūferentia continens circulum.

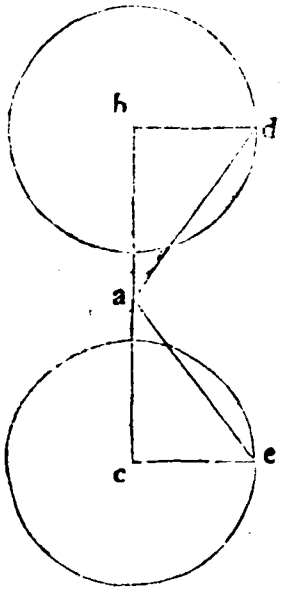
¶Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſphæram: & ſit linea a b cōmunis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphæræ. dico q; linea a b eſt circūferentia circuli. Aut enim centrum ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecāte: aut extra. Quæ ſi fuerit in ea: ponatur vbicūq; contigerit/ & ſit c. Quia ergo tota linea a b eſt in ſuperficie ſphæræ/ & quia omnes lineæ ductæ a centro ſphæræ ad ipſius circūferētiam ſunt æquales quēadmodum conſtat ex diffinitione ſphęræ: ſequitur vt omnes lineæ ductæ a puncto c ad lineā a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam continet linea a b, circulus: & eius centrum eſt c, videlicet idē quod cētrum ſphæræ. Si autem centrum ſpæræ fuerit extra ſuperficiem ſecantem: ponatur ergo vbilibet quod ſit d, a quo ſecundū doctrinam 11 vndecimi ducatur linea d c perpendicularis ad ſuperficiem ſecātem. & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocūq; contingat ad lineam a b, quæ ſint d a & d b: & iungatur c cū a & cum b. eruntq; duę lineæ d a & d b æquales: eo q; ipſæ ſunt a centro ſphæræ ad ſuperficiē eius. Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad ſuperficiem/ manifeſtū eſt: q; anguli d c a & d c b ſunt recti. ideoq; ex penultima primi/ & iſta communi ſciētia (quæ æqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarū linearum c d & c a pariter accepta: æqualia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis. dempto itaq; vtrinq; quadrato d c: erit quadratū c a æquale quadrato c b. quare & linea c a: lineæ c b. Eodē argumentationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas a puncto c ad lineam a b: eſſe æquales. Ergo ex diffinitione circuli/ ſuperficies quam continet linea a b, eſt circulus: & eius cētrum eſt c. quod eſt propoſitum. ¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt/ q; cum ſuperficies ſecat ſphæram ſuper centrum eius: ſector proueniens in ſuperficie ſphæ-



ræ eſt linea continens circulum cuius cẽtrum eſt centrum ſphæræ. Cum autem ſuperficies ſecat ſphæram non ſuper centrum eius: ſector quoq; proueniens in ſuperficie ſphærę/ eſt linea continens circulum cuius centrum eſt punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro ſphæræ ad ſuperficiem ſecant ẽ.

¶Amplius autem dico

¶Si in ſphæra aliqua fuerint circuli æquales: perpẽdiculares ductæ a centro ſphæræ ad ſuperficies illorum circulorum erunt adinuicem æquales.



¶Sint in ſphæra cuius centrum a, ſignati duo circuli b & c æquales: quorum ſuperficies protrahantur a centro ſphæræ videlicet a pũcto a, perpendiculares ſecundum q̃ docet 11 vndecimi. ad hunc quidem/ a b: ad illum autem/ a c. Dico q̃ duæ lineæ a b & a c: ſunt æquales. Protrahantur enim a punctis b & c, ſingulæ lineæ rectę ad circũferentias illorum circulorum prout libuerit. in hoc quidem/ b d: in illo autem/ c e. & iungatur a cum d & cum e. eritq; ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter ſtantis: vterq; duorũ angulorũ a b d, a c e, rectus. Atvero ex ſecũda parte præmiſſi correlarij manifeſtũ eſt/ q̃ duo puncta b & c ſunt centra circulorũ b, c: ideoq; duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorũ. quę circuli cũ ponãtur æquales: ſequit ex diffinitione equaliũ circulorũ has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt æquales/ quia ſunt ductæ a centro ſphæræ ad eius ſuperficiem: erunt ex penultima primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri/ quę ambo vna cadẽq; ſphæra includit: eſt ſicut omnium ſuperficierum eius pariter acceptarum ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas. 10

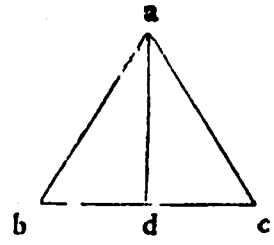
¶CAMP. ¶Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationem 1 huius / auctoritate Ariſtei & Apollonij cõmemorauimus: cuius demõſtratio ex ijs q̃ præmiſſa ſunt/ euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifeſtum eſt/ q̃ circuli quorũ alter circũſcribit pẽtagonũ dodecedri/ reliquus vero trigonũ icoſedri/ q̃ ãbo corpora ſphæra vna coercet: ſunt adinuicẽ æq̃les. Itaq; erũt perpẽdiculares a centro ſphæræ ad ſuperficies omniũ circulorũ circũſcribẽtiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorũ cẽtra cadẽtes: adinuicẽ equales/ ſicut ex præmiſſis manifeſtũ eſt. nã oẽs hi circuli: teſte 5 huius ſicut dictũ eſt/ æq̃les ſunt ſibi adinuicẽ. Pyramides igit̃ quarũ ſunt baſes pẽtagoni dodecedri & coni earũ ſimiliter cẽtrũ ſphęrę/ ac pyramides quarũ baſes ſunt trigoni icoſedri et coni earũ ſimiliter centrũ ſphęrę: ſunt æq̃ altæ. Cũctarũ quidẽ pyramidũ altitudinẽ: mẽſurãt vel determinãt a conis ad baſes perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ eq̃ altas/ ſuis baſibus ꝓportionales eſſe oportet: quẽadmodũ i 6 duodecimi ꝓbatũ eſt. Itaq; proportio pyramidis cuius pẽtagonus dodecedri/ ad pyramidẽ cuius baſis trigonꝰ icoſedri: eſt ſicut iſtius pẽtagoni ad hũc trigonũ. ideoq; p 24 quiti/ ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pẽtagonus dodecedri/ ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri: ſicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ. eę autẽ 12 pyramides quarũ ſunt baſes 12 pẽtagoni dodecedri/ ſunt tãq̃ totum corpus ipſius dodecedri: at 12 pentagoni tanq̃ oẽs ſupficies eius. itaq; ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius baſis eſt trigonus icoſedri: eſt ſicut ꝓportio oĩm ſupficierũ dodecedri ad trigonũ icoſedri. Quare rurſus ex 24 quiti/ ꝓportio corporis dodecedri ad vigicuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri: eſt ſicut oĩm ſupficierũ dodecedri ad vigicuplũ trigoni icoſedri. Cũ igit̃ vigicuplũ huius pyramidis ſit tanq̃ totũ corpus icoſedri/ at vigicuplũ iſtius trigoni tãq̃ oẽs ſupficies ipſius icoſedri: erit proportio corpis dodecedri ad corpus icoſedri q̃ ãbo vna eadẽq; ſphęra cõcludit/ ſicut ꝓportio oĩm ſupficierũ corpis dodecedri piter acceptarũ ad oẽs ſupficies corporis icoſedri piter acceptas. Hoc autẽ eſt prædictorũ philoſophorũ de ꝓportiõe horũ duorũ corporũ ſentẽtia: fixa ſolidaq; demõſtratiõe roborata.

Cui quoq; adijciendum eſt hoc. nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri vna cum ipſo cubo ab eadem ſphæra concluſi / ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra concluſi / ſicut ex 8 huius demonſtratum eſt: erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra vna circũuoluit / tanq̃ proportio lateris cubi eidemq; ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autem / quia diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema / eſt proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorem portionẽ ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circũducti / ſicut ex 9 huius demonſtratum eſt: erit etiam ex 11 quinti vt diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem mediũ duo q; extrema ſit proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorem portionẽ ad lineam potentem ſuper totam & eius minorem portionem / veluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo vna atq; eadem ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtũ eſt / q; proportio lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni icoſedri ab eadem ſphæra circũſcripti / item proportio cunctarum ſuperficierum dodecedri ad cunctas ſuperficies icoſedri quę ambo eadem ſphæra circũſcribit / & rurſus proportio lineæ potentis ſuper quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionem habentem medium duo q; extrema & ſuper eius maiorem portionem ad lineam potentem ſuper eandem & ſuper eius minorem portionem / itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron quæ ambo vna eadẽq; ſphæra coercet: eſt proportio vna. ¶Mirabilis itaq; eſt potentia lineæ ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſæ. Cui cũ plurima philoſophantium admiratione digna cõueniant: hoc principium vel præcipuũ ex ſuperiorum principiorum inuariabili procedit natura / vt tam diuerſa ſolida tum magnitudine tum baſium numero tũ etiã figura / irrationali quadam ſymphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonſtratum eſt / q; proportio dodecedri corporis ad icoſedron corpus quæ ambo ſphæra vna coambit: eſt quaſi proportio lineæ potentis ſuper quãlibet lineã ſecũdũ præfatam proportionem diuiſam & ſuper eius maiorem partem / ad quãlibet lineam potẽtem ſuper eandem & eius minorem partem. ¶Quoniã vero de tribus cęteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus: ſtudeamus dè ipſis aliquid dicere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

11 IN omni triangulo æquilatero ſi ab vno angulorum eius perpendicularis ad baſin ducatur: latus eiuſdem trianguli ad ipſam perpendicularem potentialiter ſeſquitertium eſſe conueniet.

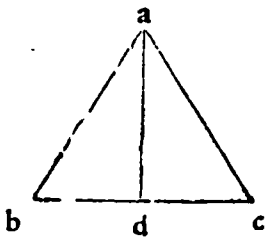
¶CAMP. ¶Sit enim triangulus æquilaterus a b c: ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad baſin. Dico q; a b eſt potentialiter ſeſquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi / duo anguli b & c æquales. Et quia ãguli ad d ſunt recti: erit per 26 primi linea b c diuiſa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4. ſecundi quadratum b c: quadruplum ad quadratum b d. ideoq; etiam quadratum a b: quadruplum eſt ad quadratum b d. eſt enim triangulus æquilaterus. Quare per penultimã primi quadrata duarum linearum a d & b d pariter acceptа: quadruplum ſunt ad quadratum b d. Itaq; quadratum a d: triplum eſt ad quadratum b d. Conſtat ergo propoſitum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 OMnis trigonus æquilaterus cuius eſt latus rationale: ſuperficies medialis eſſe probatur.

¶CAMP. ¶Sit vt prius / triangulus a b c æquilaterus: & ſit latus eius a b rationale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. Dico itaq; q; ipſe triangulus eſt ſuperficies medialis. Ducatur enim perpendicularis ad: a b angũlo a, ad baſin. eritq; ex pręmiſſa & ex 6 decimi & diffinitione ſuperficiei rationalis / quadratum lineæ a d rationale: & linea a d rationa



lis in potentia. Ipſa autem ex vltima parte decimę mediãte præmiſſa erit incommẽſurabilis lineæ a b: ideoq; & linea b d, quæ eſt tanq̃ eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales/potentialiter tantũ cõmunicantes. igitur ex 19 decimi ſuperficies vnius earũ in alterã: eſt medialis. Cũq; ſuperficies vnius earũ in alterã ſit æqualis trigono a b c: conſtat verum eſſe quod diximus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

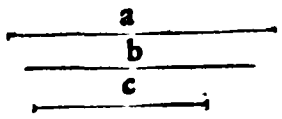
CVnctæ ſuperficies vtriuſlibet duorum ſolidorum quorũ alterum eſt pyramis quatuor baſium triangularium & æquilaterarum/ reliquum vero eſt corpus octo baſiũ triãgularium & æquilaterarum/ pariter acceptæ: ſi diameter ſphæræ ea circunſcribentis rationalis fuerit/ componunt ſuperficiem medialem. 13

¶CAMP. ¶Nam ſi diameter ſphæræ alterum duorum propoſitorum corporum circũſcribẽtis fuerit rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tãtum: erit ex correlario 13 tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia/ & ex correlario eiuſdem 15 latus quoq; corporis octo baſium rationale in potentia. quare per præmiſſam/ trianguli qui ſunt baſes vtriuſlibet corporis: erunt ſuperficies mediales. Et quia trianguli vtriuſlibet eorum ſibi adinuicem ſunt æquales: erunt ex 21 decimi omnes ſuperficies vtriuſlibet eorum pariter acceptæ cõponentes ſuperficiem medialem/ quemadmodum proponitur.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

SI tetrachedron & octoedron vna eademq; ſphæra circũſcribat: erit vna ex baſibus tetrachedri ſeſquitertia ad vnam ex baſibus octoedri. Omnes autẽ baſes octoedri pariter acceptas ad omnes baſes tetrachedri pariter acceptas/ ſeſquialteram proportionem habere: neceſſe eſt. 14

¶CAMP. ¶Sit aliqua ſphæra cuius diameter a, circũſcribens pyramidẽ cuius latus b: & octoedron cuius latus c. Dico itaq; q; triangulus æquilaterus cuius latus b, ſeſquitertius eſt ad triangulum æquilaterum cuius latus c: & q; ſuperficies quam cõponunt octo trianguli æquilateri cuiuſq; quorũ eſt latus c, ſeſquialtera eſt ad ſuperficiẽ quã cõponunt quatuor triãguli æquilateri cuiuſq; quorum eſt latus b. Conſtat enim ex correlario 13 tredecimi: q; quadratũ a ad quadratũ b, eſt ſicut 6 ad 4. igitur eõuerſo quadratum b ad quadratum a: ſicut 4 ad 6. Ex correlario vero 15 eiuſdem manifeſtũ eſt: q; quadratũ a ad quadratum c, ſicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c: ſicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c: eſt ſicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonũ æquilaterum cuius latus c. vtrobi q; enim: eſt ſicut b ad c proportio duplicata ex ſecũda parte 18 ſexti. igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c: ſicut 4 ad 3. Quare conſtat prima pars propoſiti. ¶Ex quo euidenter elicitur ſecunda. Erit enim per conuerſam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b: ſicut tria ad quatuor. ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b: eſt ſicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij. hoc autem: ſicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, eſt omnes baſes octocedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, eſt omnes baſes pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 eſt ſeſquialtera: ſequitur vt ſuperficies quam componunt omnes baſes octoedri cuius latus c, ad ſuperficiem quam cõponunt omnes baſes pyramidis cuius latus b, ſeſquialtera (ſicut diximus) in proportione reſpiciat.

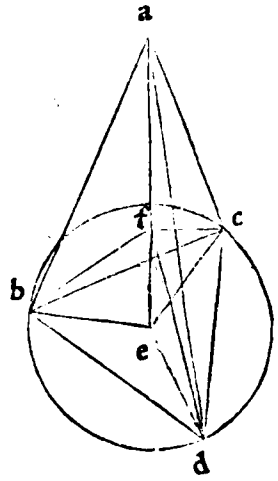


Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

CPyramide quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum intra ſphæram quãlibet collocata/ ſi a quolibet angulorum eius per centrum ſphæræ recta linea ad baſin 15

ducatur: in centrum circuli baſin circũſcribentis eam cadere / atq; eidem baſin perpendiculariter inſiſtere neceſſario comprobatur.

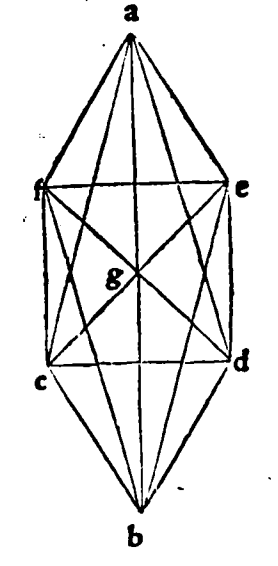
¶CAMPANVS. ¶Sit pyramis a b c d, 4 baſiũ triangularium atq; æquilaterarum: intra ſphæram aliquam cuius centrum ſit f, collocata. & cum quilibet quatuor angulorum iſtius pyramidis poſſit eſſe conus eius/& quilibet quatuor triangulorũ eſſe baſis: imaginemur nũc eius ſolidum angulum a eſſe conum/ & triangulum b c d imaginemur eſſe baſin/atq; huic baſi intelligamus circunſcriptũ eſſe circulũ b c d. dehinc a puncto a quẽ imaginati ſumus conum pyramidis/ducamus ad baſin b c d, lineam rectam tranſeuntem per punctum f qui eſt centrum ſphæræ circũſcribentis pyramidem de qua diſputamus: & occurrat hæc linea ſuperficiei b c d quam imaginati ſumus baſin pyramidis/ſuper punctum e. Dico igitur q̃ punctum e eſt centrum circuli b c d: & q̃ linea a f e eſt perpendicularis ad ſuperficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, ſunt in ſuperficie ſphęrę cuius centrum f, propter hoc q̃ illam ſphæram poſitum eſt circũſcribere hanc pyramidem: erũt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicem ęquales. ſunt enim ductæ a cẽtro ſphæræ ad eius ſuperficiem. Ergo quia duo latera a f & f b trianguli a f b, ſunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & baſis a b baſi a e, nã pyramis poſita eſt æquilatera: erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c. ideoq; per 13 primi angulus quoq; b f e: erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e: eſſe æqualem angulo c f e. neceſſe eſt enim ex 8 primi: vt angulus a f d ſit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq; c f e: erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli b f e, c f e, d f e, adinuicem ęquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d: ſequitur ex 4 primi bis aſſumpta eas eſſe adinuicem æquales. ideoq; per 9 tertij punctus e: eſt centrum circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta a centro ſphęrę ad ſuperficiem cuiuſlibet circuli eã ſecantis/cadit ſuper centrũ eiuſdem circuli ſicut ex iſs quę præmiſſa ſunt videlicet ex iis quæ 10 huius immediate præcedunt didiciſti: conuincitur lineam a f e eſſe perpendicularem ad ſuperficiem circuli a b c. quẽadmodum proponitur. Si autem: erunt eiuſdem circuli duo centra. quod natura tanq̃ impoſſibile exhorruit.



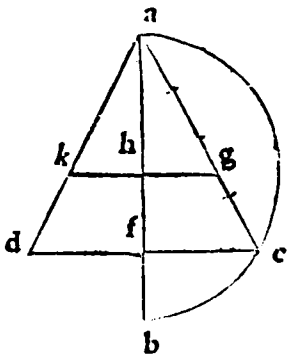
Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

16 SOlidum octo baſium triangularium atq; æquilaterarũ quod ab aliqua ſphæra circũſcribitur: diuiſibile eſt in duas pyramides æque altas quarum altitudo æqualis eſt ſemidiametro ſphæræ/baſis autem vtriuſq; quadratum quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ.

¶CAMP. ¶Eſto corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarũ cuius ſex anguli ſint a, b, c d, e, f: circũſcripta a ſphæra cuius cẽtrum g. Conſtat itaq; q̃ ſex puncta a, b, c, d, e, f, ſunt in ſuperficie ſphæræ cuius centrum g. Si igitur centrum g iungatur cum quolibet horum ſex punctorum: erunt duæ lineæ iũgentes ipſum eis adinuicem æquales/cum ipſæ ſint a centro ſphæræ ad ſuperficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi ſit diameter ſphæræ potentialiter dupla ad latus huius corporis: erit ex 4 ſecundi latus huius corporis potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphæræ. Quadratũ ergo e f: duplum eſt ad quadratum ipſius c e. ideoq; æquale duobus quadratis duarum linearum e g & g f. Itaq; per penultimã primi ãgulus c g f: eſt rectus. eadem ratione quiſq; angulorum f g d, d g e, & e g c: eſt rectus. quare per 14 primi/& c g d, & f g e: eſt linea vna. igitur ex 2 vndecimi quinq; puncta c, f, d, e, g: ſunt in ſuperficie vna. Manifeſtũ eſt autẽ ex 5 primi & 32 eiuſdem: q̃ quilibet quatuor angulorũ c, e, d, e, f, eſt rectus. igitur ex diffinitione quadrati: ſuperficies c e d f eſt quadrata. Et quia latus eius eſt latus propoſiti corporis: conſtat ex correlario 15 tredecimi iſtud quadratum eſſe ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. Conſimili quoq; ratiocinatione conſtat vtrãq; duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearum c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum. ideoq; ex 4 vn-

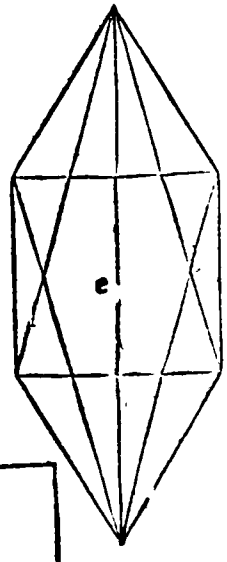


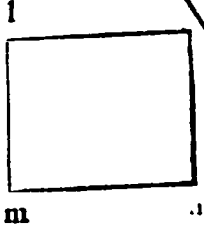
decimi vtrāq; earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem c e d f. & ambas ſcilicet a g & g b per 14. primi cōponere lineam vnā. Diuiſum eſt igitur propoſitum corpus in pyramidem a c f d e cuius baſis quadratum c e d f quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ/ & etiam altitudo linea a g quæ eſt ſemidiameter ſphærę: & in pyramidem b c f d e cuius baſis eſt prædictum quadratum/ & eius altitudo linea g b quæ eſt ſemidiameter ſphæræ. Et hoc eſt quod oportebat oſtendere.

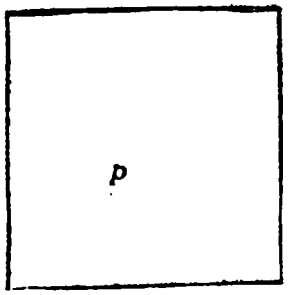


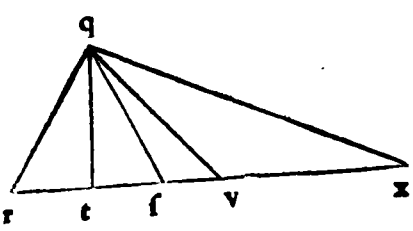
Eucl. ex Camp. Propoſitio 17.

PYramidem quatuor baſiū triangularium atq; æquilaterarum ſphæra aliqua circunſcribente/ erit proportio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrātem lateris ipſius pyramidis & ſub linea ſuperquincupartiente viceſimaſſeptimas eius dodrantis cōtinetur / ad quadratum diametri ſphæræ: ſicut corporis ipſius pyramidis ad corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum/ quæ ambo eadem ſphæra circunducantur. 17.





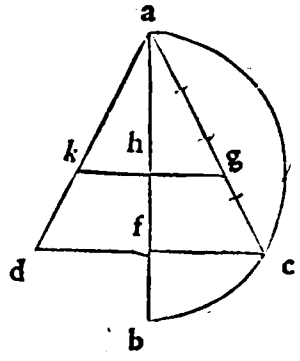




CAMP. Sit ſphęra cuius diameter a b & centrū h: circūſcribens pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum a c d, & corpus octo baſium triangularium atq; æquilateratum quod ſit e, ſitq; linea l m potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrantē lineæ a c quæ eſt latus pyramidis: & linea m n contineat dodrantem prædictū & eius quinq; viceſimaſſeptimas. ſitq; p: quadratum diametri a b. Dico itaq; q proportio pyramidis a c d ad octoedron e: eſt ſicut ſuperficiei l m in m n, ad quadratum p. Imaginemur enim ſolidum angulum a eſſe conum pyramidis: & baſin pyramidis cuius vnū latus eſt dc, ſecare diametrum ſphæræ in puncto f. eritq; (quēadmodum ex ratiocinatione 13 tredecimi manifeſtum eſt) a f dupla ad f b. Cūq; etiā a b ſit dupla ad b h: erit ex 19 quinti b f dupla ad h f. ideoq; a f: quadrupla ad f h. Imaginemur igitur ſuperficiem ſecantem pyramidem a c d, ſuper centrum ſphęræ æquidiſtanter baſi ipſius: ſitq; linea g k cōmunis ſectio huius ſuperficiei & trianguli a c d. eritq; ex 17 vndecimi proportio c a ad a g: ſicut f a ad a h. igitur c a ad a g: ſicut 4. ad 3. ſic enim eſt ex euerſa proportionalitate: f a ad a h. Conſtat etiam ex ſecunda parte 29 primi/ & 16 vndecimi/ & 10 eiuſdem/ & prima parte 2 ſexti/ & diffinitione ſimiliū ſuperficierū & ſimilium corporum: q pyramis a g k eſt ſimilis pyramidi a c d. ideoq; ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k: eſt ſicut c a ad a g triplicata. quare ſicut 4. ad 3 triplicata. Conſtat autem ex 2 octaui: q proportio 4. ad 3 triplicata/ eſt ſicut 64. ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k: eſt ſicut 64. ad 27. Fiat ergo triangulus æquilaterus q r ſ ex linea æquali a g, quam conſtat eſſe dodrantem lineæ a c: & producatur linea q t perpendicularis ad r ſ. erit ex 11 huius linea q t potentialiter ſubſeſquitertia ad lineam q r: ideoq; æqualis l m. Adijciatur quoq; lineæ r ſ linea ſ x: ita q proportio r x ad r ſ ſit ſicut 64. ad 27. diuidaturq; r x per ęq̄lia in v: vt ſit r v 32 de partibus illis de quibus r ſ eſt 27, aut r x 64. eritq; r v ęqualis: m n. Et ducantur lineę q v & q x. eritq; ex 1 ſexti/ proportio triāguli q r x ad triangulū q r ſ: ſicut 64. ad 27. Cum q per eandem triangulus q r x ſit duplus ad triangulum q r v, at ex 41 primi quod fit ex q t in r v duplum quoq; ſit ad triangulum q r v: erit quod fit ex q t in r v (& ipſum eſt æquale ſuperficiei l n) ęquale triangulo q r x. quare proportio ſuperficiei l n ad triangulum q r ſ: eſt ſicut 64. ad 27. ideoq; ſicut pyramidis a c d ad pyramidem a g k. Manifeſtum eſt autē ex 15 huius: q linea a f eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d. ideoq; per 19 vndecimi linea a h: eſt etiam perpendicularis ad baſin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis: eſt ſemidiameter ſphæræ. Diuidatur itaq; octoedron e: quēadmodū proponit præmiſſa. erit itaq; vtraq; duarum pyramidum in quas ipſum e diuiditur: æque alta pyramidi a g k. nam ſingularum altitudo: eſt ſemidiameter ſphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ / ſuis baſibus ſunt

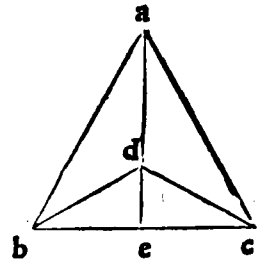
proportionales vt in 6 duodecimi demonſtratum eſt: erit proportio pyramidis a g k ad vtrãq; earũ in quas diuiditur octoedron e, ſicut baſis eius ad baſes earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totũ octoedron e: eſt ſicut ſuę baſis quam conſtat eſſe æqualem triangulo q r ſ, ad baſes ambarum pyramidum in quas diuiditur e pariter acceptas / quas conſtat eſſe æquales quadrato diametri ſphæræ per pręmiſſam / videlicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k eſt ſicut ipſius tetragoni l n ad trigonum q r ſ, videlicet 64 ad 27 / & pyramidis a g k ad octoedron e ſicut trigoni q r ſ ad quadratũ p: erit per æquã proportionalitatem proportio pyramidis a c d ad octoedron e, ſicut tetragoni l n ad quadratum p. Et hoc erat demonſtrandum.

¶ COROLARIVM. ¶ Ex prędmiſſis igitur manifeſtũ eſt / q; perpendicularis veniẽs a centro ſphęrę ad pyramidẽ quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum circũſcribentis ad quãlibet baſin ipſius pyramidis: æqualis eſt ſextę parti diametri ſphæræ.



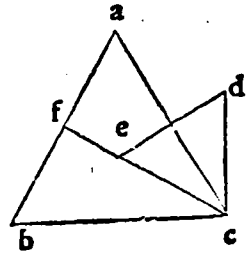
¶ Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes ſint ſimiles & æquales: erunt quoq; circuli ipſos circũſcribentes / æquales. ideoq; perpendiculares a centro ſphæræ ad eoſdem circulos in eorum centra: erunt etiam æquales. perpẽdiculares autem cadentes ad circulos: ſunt perpendiculares ad baſes pyramidis. itaq; perpendiculares ad baſes: ſunt adinuicẽ æquales. Linea autẽ h f: eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d. quam h f quia conſtat ex prædictis eſſe ſextam partem diametri a b, relinquitur ergo eſſe verum quod per correlariũ concluditur. ¶ Idem aliter demonſtrare contingit: ſi prius hoc antecedẽs fuerit ſtabili ratione firmatum.

¶ In omni triangulo æquilatero linea deſcendens ab vno angulorum eius orthogonaliter ſupra baſin: tripla eſt ad perpendicularem quæ a cẽtro circuli trigonum ipſum circũſcribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

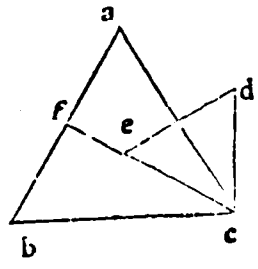


¶ Sit enim triangulus a b c: æquilaterus. ſitq; d centrum circuli ipſum circũſcribentis: a quo ducantur lineæ ad ſingulos angulos. quas manifeſtum eſt eſſe æquales: cum ſint a centro circuli ad circũferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circũferentia circuli ipſum trigonum circũſcribentis. protrahatur autem a d in continuum & directum: quouſq; obuiet lateri b c ſuper punctum e. Conſtat igitur ex 8 primi: q; angulus a d b eſt æqualis angulo a d e. ideoq; ex 13 primi angulus b d e: eſt æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi / b e eſt æqualis e c: & anguli qui ſunt ad e, recti. Itaq; d e perpendicularis eſt ad b c: veniens a cẽtro circuli circũſcribentis trigonũ a b c. & a e perpendicularis eſt etiã ad b c: veniens ab vno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo: q; a e tripla eſt ad e d. Conſtat enim q; tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis eſt trigono b d e: tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis eſt trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus eſt ad trigonum d b c: eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 ſexti ſit proportio tetragoni a e in e b ad trigonum d e in e b, ſicut a e ad e d: erit a e tripla ad e d. Quẽadmodum proponitur.

¶ Neceſſe eſt ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri ſuper latus oppoſitum: tranſeat per centrum circuli trigonum ipſum circũſcribentis.



¶ Nunc itaq; quod promiſimus abſoluamus. Ad hoc autẽ imaginemur pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum cuius vna ex quatuor baſibus eius ſit trigonus a b c: circũſcriptam eſſe a ſphæra cuius centrum d. & protrahatur linea d e perpendiculatis ad ſuperficiem trianguli a b c: quam conſtat cadere in cẽtrum circuli dictum trigonum circũſcribentis. Dico igitur lineam d e: eſſe ſextam partem diametri ſphæræ propoſitam pyramidem cir-



cunſcribentis.producam enim lineam d c:& lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum e/& ex præmiſſo antecedente triplam eſſe ad e f. Conſtat autem ex 4. ſecundi q̄ ſecundum q̄ quadratū diametri ſphæræ cuius centrum d, eſt 36 : et quadratum ſemidiametri d c, 9. ex correlario autem 13 tredecimi eſt quadratū b c: 24. & per 11 huius quadratum c f, 18. & per præmiſſum antecedens/ quadratum c e: 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c eſt æquale quadratis duarum linearum d e & e c, eſt autem quadratum d c 9/& quadratum c e 8 prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36 : relinquitur quadratum d e vnum / prout quadratum diametri ſphęrę eſt 36. itaq; linea e d eſt vnum: prout diameter ſphęrę eſt 6. quod oportebat probare. ¶Eodem demõſtrationis genere demonſtrabitur nobis: q̄ ſemidiameter ſphęræ circũſcribentis corpus 8 baſium triangularium æq̄ æquilaterarum tripla eſt in potentia ad perpendicularem a cẽtro ſphæræ circunſcribentis ipſum/ ad quãlibet ſuarum baſium deſcendentem. Conſtat quidem quemadmodum dictũ eſt prius/ q̄ cum omnes baſes huius corporis ſint æquales & ſimiles: erunt circuli ipſas circũſcribentes/æquales. ideoq̄ perpendiculares a centro ſphęrę in ipſorum circulorum centra cadentes: erunt adinuicem æquales. Cũq̄ perpẽdiculares ad circulos baſium/ſint quoq̄ perpendiculares ad baſes: ſequitur vt perpendiculares a centro ſphæræ ad ſingulas baſes/ adinuicem ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpẽdiculari ad vnã ſuarum baſium probetur: relinquetur verum eſſe quod proponitur. Sit itaq; vt prius triangulus a b c vna ex baſibus octoedri circũſcripti a ſphæra cuius centrum d: & cętera quoq; fiant vt prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi diameter ſphæræ ſit potentialiter dupla ad latus octoedri: ſequitur vt latus octoedri ſit potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphęræ. ideoq̄ cum quadratũ lineæ b c eſt 12: erit quadratum lineæ d c quæ eſt ſemidiameter ſphæræ/ 6. ex autem huius cum quadratũ b c eſt 12: quadratum c f eſt 9. Et ex præmiſſo antecedente: quadratum c e eſt 4. Itaq; cum quadratum d c quæ eſt ſemidiameter ſphęrę/ eſt 6: quadratum c e eſt 4. Et quia ex penultima primi quadratũ d c eſt æquale quadratis duarum linearum c e & e d: ſequitur vt quadratum e d ſit duo/ prout quadratum d e eſt 6. Conſtat ergo quod diximus.

Euclides ex Camp. Propoſitio 18.

DVplum quadrati quod ex diametro ſphærę cubum circunſcribentis deſcribitur: æquum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq; quæ a centro ſphæræ ad quãlibet ex ſuperficiebus cubi producitur: medietati lateris cubi eiuſdẽ æqualis eſſe ex neceſſitate conuincitur. 18

¶CAMPANVS. ¶Manifeſtum eſt enim ex correlario 14. tredecimi: q̄ diameter ſphærę cubum includentis/ tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratum lateris cubi: duplũ quadrati diametri ſphæræ æquum erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sũt autẽ omnes ſuperficies cubi: ſex quadrata quæ ex latere cubi in ſe producuntur. Itaq; duplum quadrati diametri ſphæræ: æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars. Secundam autem partem: ex 18 & 19 & 40 vndecimi libri facile probabis.

¶CORRELARIVM ¶Ex his ergo euenire neceſſe eſt: vt ex medietate lateris cubi in biſſe quadrati producti ex diametro ſphæræ ipſum cubum ambientis: cubi ſoliditas producatur.

EVCLIDI MEGARENSI
deputati libri qui in ordine
eſt decimuſquartus:
Finis.

¶EVCLIDI MEGRENSI CLARISSIMO PHI

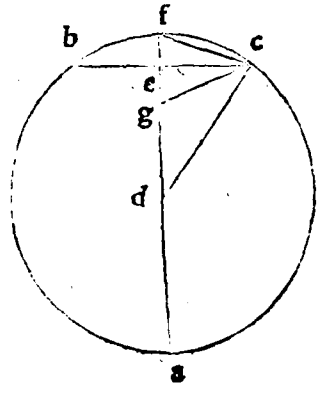
loſopho Mathematicorũq; facile principi deputatus li ber de regulariũ corporũ proportione, traditore Hypſi de Alexãdrino, ac Bartholameo Zãberto Veneto iterprete: q in ordine eſt quartus decimus. Procœmiũ.

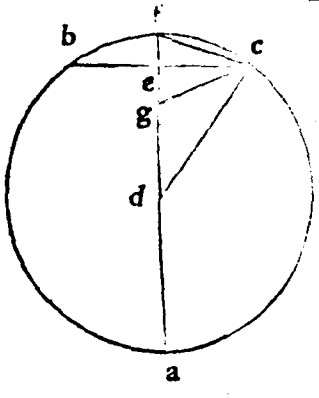
DAſilides Tyrius Protarche cũ Alexandriam petijſſet, patriq; noſtro ob Mathematicas diſciplinas familiaris ſubſtitiſſet: cum eo, ipſo peſtilentiæ tempore diu verſatus eſt. Et quandoq; diſcutiendo id quod ab Apollonio ſcriptum eſt de dodecahedri & icoſahedri in eadem ſphæra deſcriptorum comparatione, & quam inter ſe figuræ huiuſmodi habeant rationem, videbatur namq; Apollonius: hęc recte minime conſcripſiſſe. ipſi vero enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perſcripſerant. Ego vero poſterius aliũ comperi librum ab Apollonio conſcriptum: qui recte complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationem. gauiſi ſunt inq̃ illi valde: in problematis indagatione. Ab Apollonio namq; edictum videtur cõ muniter conſiderare: nam ſic circunfertur. Quod vero a nobis rurſus laborioſe conſcriptum viſum eſt: ea quæ ex commentatione deprehendi, tibi diſcutienda eſſe cenſui propter eã quę in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipue promotionẽ adhibetur, vt prompte ea quæ dicentur poſſis iudicare. tum propter beneuolentiam erga patrem: tum ob amorẽ erga nos. Benigne igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam eſto procœmio ſuperſedere: & conſtructionem exordiri.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 CAMP. 1 ¶Quæ ex centro alicuius circuli in pẽtagoni latus in eodẽ circulo deſcripti perpẽdicularis acta: dimidia eſt ſimul vtriuſq; & eius quæ ex centro: & eius quæ decagoni in eodem circulo deſcripti.

¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Sit circulus a b c: & in ipſo a b c circulo latus pentagoni æquilateri ſit b c, aſſumaturq; per 1 tertij centrum ipſius circuli, ſitq; d. & in ipſam b c per 12 primi perpendicularis excitetur d e. extendaturq; in rectas lineas ipſius d e recta linea d e f. Dico q; ipſa d e dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorum. Connectantur enim d c, e f: & ponatur ipſi e f æqualis g e. & ab ipſo g in c connectatur g c. Quoniam quincupla eſt totius circuli circunferentia ipſius b f c circũferentię, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia eſt circunferentia a c f, ipſius autem b f c dimidia eſt f c: igitur & circũferentia a c f ipſius f c circũferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt a c: ipſius f c. Sicut autem a c ad f c: ſic qui ſub a d c angulus ad eum qui ſub f d c angulum. quadruplus igitur eſt qui ſub a d c: eius qui ſub f d c. Duplus autem qui ſub a d c: eius qui ſub e f c. duplus igitur eſt qui ſub e f c: eius qui ſub g d e. Eſt autem qui ſub e f c: ei æquus qui ſub e g c. duplus eſt igitur is qui ſub e g c: eius qui ſub g d e. æqualis igitur eſt d g: ipſi g c. Sed g c: ipſi f c eſt æqualis. æqualis igitur eſt d g: ipſi f c. Eſt autem g e: ipſi e f æqualis. æqualis igitur eſt & ipſa d e: ſimul vtriq; e f c. Communis auſem apponatur & ipſa d e. Vtraq; igitur ſimul d f c: dupla eſt ipſius d e. Eſt



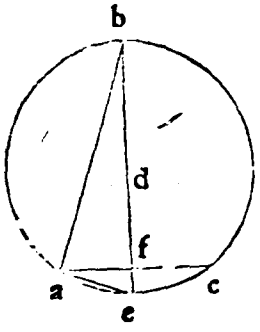


autem d f: æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At f c: æqualis ei quod decagoni. Igitur d e: dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni/ in eodem circulo deſcriptorum. Manifeſtum nempe eſt ex iis quæ in tertiodecimo libro theorematibus/ q̃ ex centro circuli in latus trianguli æquilateri perpendicularis acta: dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.

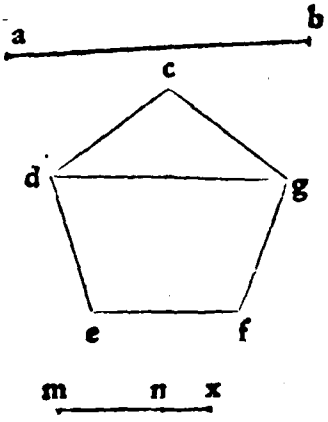
Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

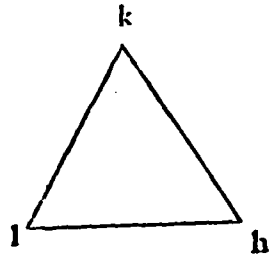
¶Idem circulus: compræhendit & dodecahedri quinquangulum / & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum. 2

¶HYPSICLES ex Zamberto. ¶Hoc inq̃ a b Ariſteo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarum comparatio: ab Apollonio autem in ſecunda traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrum/ q̃ eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrum/ quoniam ex centro ſphærę in dodecahedri pentagonũ & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadem eſt. Deſcribendum quoq; a nobis eſt: q̃ idem circulus compræhendit & dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum. Hoc deſcripto / ſi in circulo quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea/ quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus a b c: & in ipſo a b c circulo ſit latus pentagoni a c. aſſumaturq; per 1 tertij ipſius circuli centrum & ſit d: & in ipſam a c, per 12 primi perpendicularis excitetur d f, & extendatur in b, e. & connectatur a b. Dico q̃ quæ ex b a, a c, quadrata: quincupla ſunt eius quod ex d e quadrati. Cõnectatur a e. igitur a e: decagoni eſt. Et quoniam b e, ipſius d e dupla eſt: quadruplũ igitur eſt quod ex b e: eius quod ex d e. Ei autẽ quod ex b e: ęqua ſunt q̃ ex b a, a e. q̃drupla igitur ſunt q̃ ex b a, a e: eius quod ex d e. quincupla igit̃ ſunt q̃ ex a b, a e, & d e: eius quod ex d e. q̃ autẽ ex d e, e a, æqualia ei quod ex a c. quincupla igitur ſunt quæ ex b a, a c: quod ex d e. C A M P. 4



¶Hoc oſtenſo: demonſtrandum eſt q̃ circulus idem compræhendit & dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum/ in eadem ſphæra deſcriptorum. Exponatur ipſius ſphæræ diameter a b: & in eadem ſphæra deſcribatur dodecahedrum & icoſahedrum, & ſit vnum quidem dodecahedri pentagonum/ c d e f g: icoſahedri vero triangulum/ eſto k l h. Dico q̃ quæ ex centris circulorum qui circum ipſa/ ſunt æquales: hoc eſt q̃ idem circulus compræhendit & quinquangulum c d e f g, & ipſum k l h triangulum. Connectatur d g. Cubi igitur latus eſt d g: per 17 decimitertij & eius correlarium. Exponatur autem quædã recta linea m n: vt quincuplum ſit quod ex a b, eius quod ex m n. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter: potentia quincupla eius quæ ex cẽtro circuli a quo icoſahedrũ deſcribitur. eſt igitur m n: ea quæ ex cẽtro circuli a quo icoſahedrũ deſcribitur. Secetur per 30 ſexti m n extrema & media ratione in x: ſitq; maius ſegmentum m x. decagoni igitur ipſius circuli eſt ipſa m x per 9 decimitertij. Et quoniam quod ex a b eius quod ex m n quincuplum eſt / triplum autem quod ex b a eius quod ex d g per correlarium 16 decimi: tria igitur quæ ex d g æqua ſunt quinq; quæ ex m n. Sicut autem tria quæ ex d g ad quinq; quæ ex m n: ſic tria quæ ex c g ad quinq; quæ ex m x. tria igitur quę ex c g: quinq; quæ ex m x ſunt æqualia. Quinq; autem quæ ex k l: quinq; quæ ex m n & quinq; quæ ex m x ſunt æqualia per 10 decimitertij. Quinq; igitur quę ex k l: æqua ſunt tribus quæ ex d g & tribus quæ ex c g. Sed tria quidem quæ ex d g, & tria quæ ex c g: ſunt ęqualia decẽ & quinq; eis quæ ex ea quę ex centro circuli ipſi c d e f g pentagono circũſcripti. patuit nãq; q̃ quod ex d g vna cum eo quod ex c g, quincuplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circũſcripti ipſi c d e f g pẽtagono. Quinq; autem quæ ex k l: æqualia ſunt decem & quinq; eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipſi k h l triangulo circũſcripti, patuit ę quidẽ per 12 decimitertij: q̃ quod ex k l, triplũ eſt eius quod ex ea q̃ ex cẽtro circuli ipſi k l h triãgulo circũſcripti. Quindeci igitur q̃ ex ea q̃ ex cẽtro: ęqua ſunt eis quidecim q̃ ex ea q̃ ex cẽtro, æquũ eſt igit vni ęorũ quod ex cẽtro, dimetiẽs C A M P. 5.



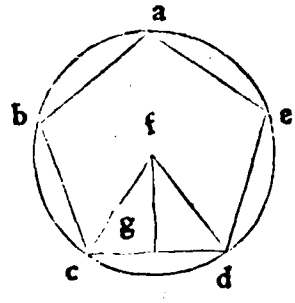


igitur: ipſi diametro eſt æqualis. Idem igitur circulus compræhendit & ipſius dodecahedri: quinquangulum: & ipſius icoſahedri triãgulum in eadem ſphęra deſcriptorum.

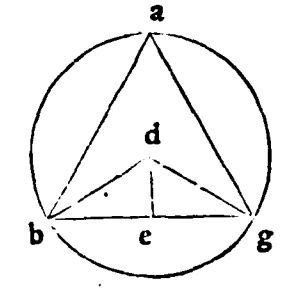
Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

3 CAMP. ¶Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum / & circum ipſum circulus / & ex centro perpendicularis in vnum latus acta fuerit: quod trigeſies ſub vno laterum & perpendiculari / æquum eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei.

6 ¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Eſto pentagonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e: & circum quinquangulum ſit per 14. quarti circulus. & capiatur per 1 tertij centrum / ſitq; f: & ab ipſo f, in c d, perpẽdicularis agatur per 12 primi f g. Dico q; quod ſub c d, g f, trigeſies: æquũ eſt duodecim pentagonis quæ a b c d e. Connectantur c f, f d. Quoniam quod ſub c d, g f, duplum eſt ipſius trianguli c d f: quod igitur quinquies ſub c d, f g, decem triangula ſunt æqualia. Decem vero triangula: bina ſunt quinquangula. & quinq; ſexies. quod igitur trigeſies ſub c d, g f: decem quinquãgulis æquum eſt. Duodecim autem quinquãgula ſunt ipſius dodecahedri ſuperficies. Quod igitur trigeſies ſub c d, f g: æquum eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei.



C A M P. 7 ¶Similiter quoq; demonſtrabimus / q; & ſi fuerit triangulum æquilaterum ſicut a b c, & circũ ipſum circulus / & centrum circuli d, perpendicularis vero d e: quod trigeſies ſub b c, d e, æquum eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quoniã enim rurſus quod ſub d e, b c, duplum eſt ipſius d b c: bina igitur triangula æqua ſunt ei quod ſub d e, b c. & tres. Sex igitur triãgula d b e: æqua ſunt tribus eis quæ ſub d e, b c. Sex autem triangula ſicut d e b: æqua ſunt binis a b c. & quindecies. Quod igitur trigeſies ſub d e, b c: æquũ eſt viginti triãgulis a b c, hoc eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quare erit ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic quod ſub c d, f g, ad id quod ſub b c, d e.

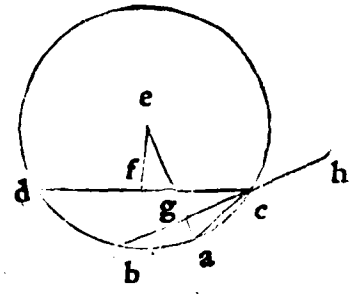


¶COROLARIVM. ¶Ex hoc nempe manifeſtum eſt / q; ſicut ipſius dodecahedri ſuperficies ad ipſius icoſahedri ſuperficiẽ: ſic quod ſub latere pẽtagoni & ſub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli in ipſam perpendiculari acta / ad id quod ſub latere icoſahedri & ſub ea quæ ex centro circa triangulum circuli in ipſam perpendiculari acta: in eadem ſphæra deſcriptorũ icoſahedri & dodecahedri.

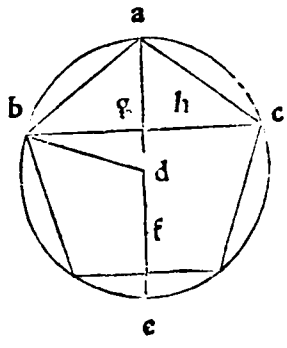
Eucli ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

4 CAMP. 8 ¶Hoc demonſtrato oſtendendum eſt / q; erit vt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic cubi latus ad icoſahedri latus.

¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Exponatur per 2 theorema circulus compræhẽdens & dodecahedri quinquãgulum & icoſahedri triangulum in eadem ſpæra deſcriptorum: ſitq; d b c. & in ipſo d b c, deſcribatur trianguli æquilateri latus c d: quinquanguli vero a c. & aſſumatur per 1 tertij centrum circuli: & ſit e. et ab ipſo e, in ipſas d c, c a, perpendiculares excitentur e f, e g: & extendatur in rectas lineas ipſius e g recta linea g b, & connectatur b c. ponaturq; cubi latus g h. Dico q; eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad eam quę icoſahedri ſuperficiem: ſic eſt h g ad d c. Quoniam enim vtraq; ſimul e b c extrema & media ratione diuiſa / maius ſegmentum eſt b e, & eſt quidem vtriuſq; ſimul e b c dimidia e g, ipſius autem b e dimidia eſt e f: & ipſa igitur e g extrema & media ratione diuiſa / maius ſegmentum eſt e f. Eſt autem & ipſius h c a extrema & media ratione diuiſæ maius ſegmentum c a: ſicut in dodecahedro oſtenſum eſt. ſicut igitur h g ad c a: ſic e g ad e f. æquum igitur eſt quod ſub h g, f e: ei quod ſub c a, e g. Et quoniã eſt ſicut h g ad c d ſic quod ſub h g, e f, ad id quod ſub c d, f e, ei autem quod ſub h e f æquum eſt quod ſub c a, g e: & ſicut igitur per 11 quinti h g ad c d, ſic quod ſub c a, g e, ad id quod ſub c d, f e. hoc eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic h g ad c d.



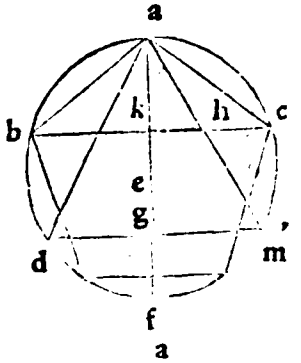
¶Aliter ostendere/ q̄ est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti. CAMP. 8



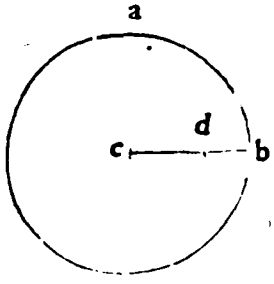
¶Esto circulus a b c. & in ipso circulo a b c describantur quinquāguli æquilateri latera a b, a c: & connectatur b c. assumaturq̄ per 1 tertij centrum ipsius circuli: & sit d. & ab ipso a in d cōnectatur recta linea a d: & extēdatur in rectas lineas ipsius a d recta linea d e. ponaturq̄ ipsius a d rectę lineę dimidia d f: & g c ipsius c h esto tripla. Dico q̄ quod sub a f, b h: æquum est ipsi quinquāgulo. Ab ipso enim b: in d cōnectatur b d. Quoniam dupla est a d ipsius d f: hemiolia igitur est a f ipsius a d. Rursus quoniam tripla est g c ipsius c h: dupla est g h ipsius h c. hemiolia igitur est g c: ipsius h g. Sicut igitur f a ad a d: sic c g ad g h. æquum igitur est quod sub a f, h g: ei quod sub d a, c g. Ipsa autem c g: ipsi b g est æqualis. quod igitur sub a d, b g: æquum est ei quod sub a f, h g. Quod autem sub a d, b g: bina sunt triangula sicut a b d. & quod igitur sub a f, g h: bina sunt a b d. quinq̄ igitur quæ sub a f, g h: decem sunt triangula. Decem vero triangula: bina sunt pentagona. quinq̄ igitur quæ sub a f, g h: binis pentagonis sunt æqualia. Et quoniam dupla est g h ipsius h c: quod sub a f, g h, duplū est eius quod sub a f, h c. Duo igitur quæ sub a f, c h: æqua sunt vni quod sub a f, h g, quinq̄ quæ sub a f, g h, hoc est bina pentagona. quare quinq̄ quæ sub a f, h c: æqua sunt vni quinquangulo. Quinquies autē quæ sub a f, h c, æqua sunt ei quod sub a f, h b: quoniam quincupla est h b ipsius h c. & commune fastigium est a f. quod sub a f, b h, igitur æquum est vni pentagono.

¶Hoc demonstrato: nunc exponatur circulus comprehendes & decagoni pentagonū & icosahedri triangulum/ in eadē sphęra descriptorum.

¶Describatur in ipso circulo a b c, pentagoni æquilateri latera/ b a, a c: & connectatur b c. & assumatur centrum circuli: & sit e. & ab ipso a in e connectatur a e: & extendatur a e in f. Et sit a e, ipsius e g dupla: tripla autem k c, ipsius c h. Et ab ipso g, ipsi a f ad angulos rectos excitetur per 2 primi g m: & extendatur in rectas lineas g d ipsi g m. trianguli ergo æquilateri est d m. Connectantur ipsę a d, a m. æquilaterum igitur est ipsum a d m triangulum. Et quoniā quod sub a g, h b, æquum est ipsi quinquangulo/ quod autem sub a g d, æquum est ipsi a d m triangulo: est igitur sicut quod sub a g, h b, ad id quod sub d g a: sic quinquangulum ad triangulum. Sicut autē quod sub b h, a g, ad id quod sub d g a: sic b h ad d g. Et sicut igitur per 11 quinti duodecim b h, ad viginti d g: sic duodecim quinquangula ad viginti triāgula/ hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et duodecim quidē b h: sunt decem b c. nā ipsa b h, ipsius a c quīcupla est: & b c ipsius c h sexcupla est. Sex igitur b h, sunt æquales quinq̄ b c. & duplicia. viginti vero d g: decē sunt d m. dupla nāq̄ est d m: ipsius d g. Sicut igitur decem b c ad decē d m: sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. & b c quidem cubi est latus: & d m ipsius icosahedri. & sicut igitur per 11 quinti dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic b c ad d m, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.



¶Ostendendum iam/ q̄ (recta linea secta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod a tota & quod a maiori segmento ad potentem quod a tota & minori segmento: talē habet rationem cubi latus ad icosahedri latus. CAMP. 9



e cubi latus
f dodecahedri
g Icosahedri

¶Esto circulus a b compræhendens & dodecahedri pētagonū & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum. capiaturq̄ per 1 tertij centrum circuli & sit c. & extendatur quædam ab ipso c vtcumq̄ recta linea b c: secetur q̄ per 30 sexti extrema & media ratione in d, & maius segmentum sit c d. Decagoni igitur est latus ipsa c d: in eodem circulo descripti. Exponatur icosahedri latus & sit e. dodecahedri vero: & sit f. cubi autem: & sit g.

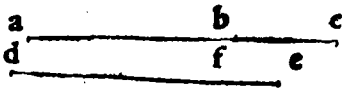
Igitur e, triãguli latus eſt ęquilateri: & f, pentagoni in eodẽ circulo deſcripti. & f: ipſius g extrema & media ratione diuiſę maius eſt ſegmẽtũ. Et quoniã e ęqualis eſt ipſi ęquilateri triãguli lateri/ trianguli autẽ ęquilateri latus per 12 decimi tertij potẽtia ipſius b c triplum eſt: triplũ igitur eſt quod ex e, eius quod ex b c. Sunt autem & quæ ex b c, b d, eius quod ex c d tripla. & viciſſim per 16 quinti ſicut igitur quod ex e ad ea quæ ex c b, b d: ſic quod ex c b ad id quod ex c d. Sicut autem quod ex b c ad id quod ex c d: ſic eſt quod ex g ad id quod ex f. maius nãq; eſt ſegmentum f: ipſius g. Et ſicut igitur per 11 quinti quod ex e ad ea quę ex c b, b d: ſic quod ex g ad id quod ex f, et viciſſim per 16 quinti. Ac cõuerſim ſicut igit quod ex g ad id quod ex e: ſic quod ex f ad ea quæ ex c b, b d. Et autem quod ex f: ęqua ſunt quæ ex b c d. quinquanguli nãq; latus: per 10 decimitertij poteſt & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex g ad id quod ex e: ſic quæ ex b c, c d, ad ea q̃ ex c d b. Sicut autẽ quę ex b c d ad ea q̃ ex c d b: ſic (recta linea extrema & media ratione diuiſa vtcũq;) potẽs quod ex tota & ex maiori ſegmento/ ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmẽto. & ſicut igitur per 11 quinti quod ex g ad id quod ex e: ſic (recta linea vtcũq; extrema & media ratione diuiſa) quod ex tota potens & ex maiori ſegmẽto / ad potentem id quod ex tota & minori ſegmento. Eſt autem g, latus cubi: & e, icoſahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecta fuerit: erit ſicut potẽs totã & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmẽtum/ ſic cubi latus ad icoſaheri latus in eadem ſphæra deſcriptorum.

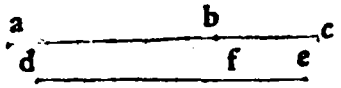
¶ Oſtendendum iam nunc eſt / q̃ ſicut cubi latus ad icoſahedri latus: ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum. Camp. 10

¶ Quoniam enim æquales circuli compræhendunt & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum/ in ſphæris autem æquales circuli æqualiter diſtant a centro (a centro nãq; ſphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales ſunt: & in centra circulorum cadunt) quare a ceutro ſphæræ in centrum circuli comprælhendentis & icoſahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æqnales ſunt/ perpendiculares in q̃: æqualiter igitur faſtigiatæ ſunt pyramides baſes habentes dodecahedri pẽtagona/ & baſes habẽtes icoſahedri triangula. Aequalis autẽ faſtigij pyramides: adinuicem ſunt ſicut baſes per 5 duodecimi. Sicut igitur quinquãgulum ad triãgulum: ſic pyramis cuius baſis quidem eſt dodecahedri pentagonum/ vertex autem centrũ ſphæræ / ad pyramida baſin quidẽ habentem triangulũ/ verticem autem centrum ſphæræ. Et ſicut igitur per 11 quinti duodecim pentagona ad viginti triangula: ſic duodecim pyramides pentagona baſes habẽtes/ ad viginti pyramides triangula baſes habẽtes. Et duodecim pentagona/ ſunt dodecahedri ſuperficies: & viginti triãgula/ icoſahedri ſunt ſuperficies. Eſt igitur ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic duodecim pyramides pentagona baſes habentes/ ad viginti pyramides triangula baſes habẽtes. Suntq; duodecim quidem pyramides pentagona baſes habentes: ſolidũ ipſius dodecahedri. viginti autem pyramides triangula baſes habentes: ſolidum ſunt icoſahedri. Et ſicut igitur per 11 quinti dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri. Sicut autem ſuperficies dodecahedri ad ſuperficiẽ icoſahedri: ſic patuit eſſe cubi latus ad icoſahedri latus. Et ſicut igitur per 11 quinti cubi latus ad icoſahedri latus: ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri & quæ ſequuntur.

¶ Q̃ ſię bin rectæ lineę extrema & media ratione ſectę fuerint/ in proportione ſunt ſubiecta: ſic oſtendemus. Camp. 2

¶ Secetur enĩ per 30 ſexti a b recta linea extrema & media ratione in c: maius autem ſegmentum eius ſit a c. ſimiliter quoq; & d e per 30 ſexti extrema & media ratione ſecetur in f: & maius ſegmentum eius eſto d f. Dico q̃ eſt ſicut tota a b ad maius ſegmentum ipſius a c: ſic tota d e ad maius ſegmentum ipſius d f. Quoniam & enim quod ſub a b c æquum eſt ei quod ex a c, quod autem ſub d e f æquum eſt ei quod ex d f: eſt igitur ſicut quod ſub a b, b c, ad id quod ex a c, ſic quod ſub d e, e f, ad id quod ex d f. Et ſicut quod quater igitur ſub a b c, ad id quod ex a c: ſic quod quater ſub d e f, ad id quod ex d f.





Et componendo per 18 quinti ſicut quod quater ſub a b c vna cum eo quod ex a c, ad id quod ex a c: ſic quod quater ſub d e f vna cum eo quod ex d f, ad id quod ex d f. Quare & ſicut quod ex vtraq; ipſius d e f ſimul ad id quod ex d f, & longitudine ſicut vtraq; ſimul a b c ad a c: ſic vtraq; ſimul d e f ad d f. Cõponẽdo per 18 quinti ſicut vtraq; a b c. vna cum a c ad a c, a b: ſic vtraq; d e f vna cum d f ad ipſam d f, hoc eſt binę d e ad d f. & ãtecedẽtiũ dimidia hoc eſt ſicut a b ad a c: ſic d e ad d f. ¶ In antiquiſſimo codice ſic. Quare & ſicut quod ex vtraq; ſimul a b c ad id quod ex a c: ſic quod ex vtraq; ſimul d e f ad id quod ex d f. & longitudine ſicut vtraq; ſimul a b c vna cum a c hoc eſt binæ a b ad a c: ſic vtraq; ſimul d e f vna cum d f, hoc eſt binæ d e ad d f. & dimidia ſicut a b ad a c: ſic d e ad d f.

¶ Hoc demõſtrato q; (recta linea vtcũq; extrema & media ratione diuiſa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore ſegmento ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus/ hoc etiam demonſtrato q; ſicut cubi latus ad icoſahedri latus ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ in eadẽ ſphæra deſcriptorũ/ & hoc quoq; percepto q; ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ ſic ipſum dodecahedrũ ad icoſahedrum eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipſius dodecahedri pentagonũ & icoſahedri triangulum: manifeſtũ eſt q; ſi in eadem ſphęra dodecahedrum & icoſahedrum fuerint deſcripta rationem habebunt (recta linea vt cũq; extrema & media ratione diuiſa) ſicut potens quod ex tota & quod ex maiori ſegmento ad potẽtem quod ex tota & minori ſegmento. His omnibus nobis notis/ patet q; ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrũ inſcripta fuerint: rationem habebunt ſicut (recta linea diuiſa extrema & media ratione) tota potens totam & maius ſegmentum ad potente totã & minus ſegmentũ. Quoniam enim eſt ſicut dodecahedrum ad icoſahedrũ ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus/ ſicut autẽ cubi latus ad icoſahedri latus ſic (recta linea vtcunq; extrema et media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmẽtum ad potentem totam & minus ſegmentũ: ſicut igitur dodecahedrũ ad icoſahedrũ in eadem ſphæra deſcriptum / ſic (recta linea vtcũq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum.

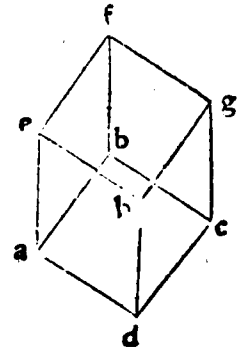
¶ EVCLIDI MEGARENSI
deputati voluminis: & in ordine quartidecimi ex traditione Hypſiclis Alexandrini,
finis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorũq; facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber quintuſdecimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

1 INtra propoſitũ cubũ: corpus habẽs quatuor baſes triãgulas æqualiũ laterũ deſignare.

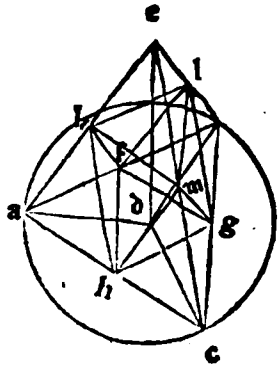
CAMP. Sit cubus cuius baſis eſt quadratũ a b c d: ſuprema vero eius ſuperficies quadratũ e f g h. Ipſum autẽ hac arte fabricare cõueniet. Quadrato baſis ſecũdum quãlibet lineã ex 45 primi deſcripto/ ſuper ſingulos angulos eius ex 12 vndecimi catheti ſecundum mẽſurã lateris ipſius quadrati erigãtur: quos ex 6 vndecimi cõſtat eſſe æquidiſtãtes. Quinq; ergo eorũ bini & bini: corauſto eis impoſito æquidiſtãtes lateribus quadrati cõtinuẽtur. Cõſtat igitur eſſe cõpoſitũ cubũ: nã quatuor eius laterales ſuperficies ſunt quadratæ ex 33 primi & ex 34. eiuſdem & diffinitione quadrati. de ſuprema autẽ ſuperficie manifeſtũ eſt quoq;: q; ipſa eſt quadrata ex 10 imo 24. vndecimi/ & hac cõmuni ſciẽtia q̃ æqualibus ſunt æqualia ſibi quoq; ſunt æqualia/ & ex diffinitione q̃drati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor baſiũ triãgulariũ & æquilaterarũ inſcribere: in baſi & eius ſupficie ſuprema protrahãtur duę diametri quarũ vna cõtinuet duas extremitates infimas duorũ cathetorũ/ et alia cõtinuet ſupremas aliorũ duorũ q̃s aio intelliges eſſe a c & h f. dehinc a duobus pũctis h & f terminãtibus diametrũ ſuperficiei ſupremę/ demitte hypothenuſaliter binas & binas diametros q̃ quatuor laterales ſuperficies diuidant. quas imaginaberis eſſe ab h quidem a h & h c: atvero ab f, f a & f c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempſi: ne multitudo linearũ confunderet intellectũ. Si igitur figuram hanc vt oportet/ actu vel animo cõpleueris: videbis ex ſex diagonalibus lineis ſex ſuperficies ipſius cubi diuidentibus/ pyramidẽ quatuor baſiũ triangulariũ eſſe perfectã/ quam cubo propoſito ex diffinitione conſtat eſſe inſcriptã. huius autem pyramidis baſes æquilateras eſſe cõſtat: eo q; ex 4 primi omnes iſtæ ſex diagonales ſunt adinuicem æquales.

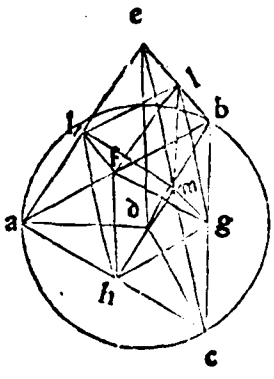


Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 INtra datum corpus habens quatuor baſes triangulas atq; ęquilateras: corpus octo baſiũ triangulariũm ęqualium laterum diſtinguere.

CAMP. Si itra pyramidẽ quatuor baſiũ triãgulariũ & ęquilaterarũ/ octoedron libeat iuſcribere; prius conuenit pyramidẽ ipſam fabricare/ quæ ratione certa hoc modo cõponitur. Statuatur ſecundũ cuiuſlibet lineæ quãtitatẽ trigonus æquilaterus qui ſit a b c: cui circũſcribatur circulus ſupra centrũ d. & exeat d e perpendicularis ad ſuperficiẽ ipſius trigoni ex 12 vndecimi/ quæ ponatur dupla eſſe in potẽtia ad ſemidiametrũ circuli circũſcribẽtis trigonũ a b c: & a puncto cadant tres hypothenuſæ ſup tria puncta a, b, c. Eſt itaq; cõpleta pyramis quatuor baſiũ trilaterarũ & ęquilaterarũ. protrahatur eni d a, d b, d c. Cũ igitur ãguli quos continet linea e d cũ ſingulis lineis d a, d b, d c, ſint recti ex diffinitione perpendicularis ad ſuperficiem/ cũq; quadratum lineæ e d ſit ex hypotheſi duplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c: erit ex penultima primi quadratum vnuſcuiuſq; trium hypothenuſarum linearũ e a, e b, e c, triplum ad quadratũ ſemidiametri circuli a b c. Sed ex 8 tredecimi quadratum quoq; cuiuſq; trium laterum triãguli a b c: triplum eſt ad quadratum ſemidiametri eiuſdem circuli. igitur omnia latera ſtatutæ pyramidis ſunt adinuicẽ æqualia. quare ipſa eſt æquilaterarũ baſiũ. Cũ itaq; libi octoedron includere voluerimus: diuidemus vnũquodq; ſex laterum eius in duo media æqualia / & cõtinuabimus mediũ punctũ cuiuſq; lateris cũ medijs pũctis cũctorũ reliquo-





rum laterum cũ quibus ipſum continet & angulũ ſuperficialẽ. verbi gratia/ diuidã latera baſis in pũctis f,g,h:& hypothenuſas cadẽtes ab e,in punctis k,l, m.& cõtinuabo pũctũ f:cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l.pũctũq; m:cũ eiſdem g,h,k,l.& g.cũ h & cũ l.& k: cum eiſdem h & l. Ecce itaq; perfectũ eſt corpus octo baſiũ triangulariũ:ijs duodecim lineis media puncta laterũ fabricatę pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo baſes ex 4. primi quoties oportet repetita æquilateras eſſe manifeſtum eſt: ipſum quoq; corpus ſtatutæ pyramidi ex diffinitione inſcripum/ quẽadmodum iuſſi eramus efficere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

INtra cubum aſſignatum figuram octo baſium triangularium æqualium laterum conſtituere. 3

¶CAMP. ¶Cubo intendimus inſcribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat: in prima huius ſufficienter dictũ eſt. Igitur fabricato cubo/ pyramis quatuor baſiũ triangulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius deſignetur: ac intra ipſam pyramidẽ ex pręmiſſa octoedron diſtinguatur. quo facto: ſimul etiã factũ erit quod voluimus. Cõſtat ei ex ratiocinatione primę/ latera cũcta ipſius iſcriptæ pyramidis eſſe diagonos baſiũ cubi: & ex ratiocinatione p̃miſſę liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide diſtincti eſſe in lateribus ipſius pyramidis. quare manifeſtũ eſt: omnia ãgularia pũcta huius octoedri eſſe in baſibus aſſignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propoſitum. ¶Aliter idẽ. Cẽtris cunctarũ baſiũ cubi quẽadmodũ in 9 quarti fit/ repertis: a cẽtro ſupremæ ſuperficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ ſuperficierum quatuor hypothenuſas demitte. & a cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ ſuperficierum cẽtra quatuor alias hypothenuſas eleua. cẽtra quoq; quatuor laterali um quatuor rectis lineis cõtinua: ita videlicet q̃ cẽtra earũ tantũ quæ ſe inuicem ſecant continues. Verbi gratia. iunges centrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ centro ſiniſtrę: centrũ quoq; vltimę iũges cũ eiſdẽ/ hoc eſt cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro ſiniſtræ. Habes itaq; corpus octo baſiũ triãgulariũ: ijs 12 lineis quę cẽtra ſuperficierum cubi continuãt/ complexũ. Si igitur has baſes æquilateras eſſe probare volueris: a centris baſiũ cubi ad cuncta ipſius latera perpẽdiculares protrahe. quas neceſſariũ eſt omnia latera ipſius cubi per æq̃lia diuidere ex ſecũda pte 3 tertij. Quod planũ erit: ſi vnicuiq; baſiũ cubi circulũ circũſcripſeris. atq; ideo binas & binas ſup idẽ pũctũ in lateribus baſiũ cubi cõſtat cõcurre: eaſq; ex ſecũda parte 13 tertij patet adinuicẽ eſſe æquales / & æquidiſtantes lateribus cubi ex ſecũda parte 28 primi. ideoq; etiã ſingulas eſſe æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 vndecimi manifeſtũ eſt binas & binas earum ſuper idem latus cubi in medio eius puncto concurrẽtes rectum angulum continere: eo q̃ omnes ſuperficies cubi ſunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ centra ſuperficierũ cubi cõtinuantes quæ & angulis quos hæc lineæ ſuper media puncta laterum cubi concurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt/ ſubtẽduntur: ipſæ erunt ex 4 primi vel etiã ſi maius ex penultima primi adinuicẽ ęquales. Ergo eſt in propoſito cubo deſignatũ corpus octo baſiũ triangularium & æquilaterarum. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

INtra datum corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum cubum figurare: 4

¶CAMP. ¶Non dubites quin corpus octo baſium triãgularium atq; æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modõ. Qualibet recta linea ſuper aliquod planum ſurſum orthogonaliter erecta/ eam per æqualia diuide. & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe: quæ cõponant lineam vnam. eruntq; hæ duæ lineæ ſeinuicem ſecantes videlicet prima quæ ſuper poſitum planum eſt orthogonaliter erecta/ & alia quę ipſam ſuper eius medium punctum orthogonaliter ſecat: in eadem ſuperficie ſitæ ſunt per primam partem 2 vndecimi. Ad ſuperficiem igitur in qua ipſæ ſitæ ſunt ſuper communem punctum ſectionis earum (quẽadmodum 12 docet vndecimi) perpendicularem erige / quam faciãs eandem ſuperficiem in vtrãq; partem penetrare: & pone cunctas ſex portiones harũ trium linearũ a puncto in quo

ſeinuicem ſecant/æquales. ſic enim quælibet quālibet per æqualia & orthogonaliter diuidet. ita q̄ cum ſint tres: quæq̄ duæ earū/ ſalutiferę crucis veneranda ſignum ad angulos rectos continebunt. A ſupremo igitur erectæ lineæ ſuper poſitum planum puncto/quatuor hypothenuſas ad extremitates duarum linearum ipſam ſecantium demitte. deinde ab infimo eiuſdem erectæ puncto/ quatuor alias hypothenuſas ad eaſdem duarum ſecantium linearum extremitates eleua. poſtremo quoq̄ harum hypothenuſarū extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim lineæ videlicet quatuor hypothenuſæ a ſupremo puncto erectæ perpendicularis deſcendentes / quatuorq̄ poſtremæ ab eius infimo puncto ſurſum eleuatæ/& reliquę quatuor lineæ harum hypothenuſarum extremitates continuantes: ex penultima primi ſine nugationis peccato pluries repetita adinuicem ęquales. quare conſtat corpus ab eiſdem terminatum: octo baſibus triangularibus æquilateriſq̄ contineri. Si igitur huic corpori cubū inſcribere delectat: cētra octo triangulorum ipſum ambientium inuenire ex 5 quarti labora. eaq̄ reperta 12 lineis rectis hac lege cōtinua: vt centrum cuiuſq̄ horum triangulorū cum centro cuiuſq̄ trium ad ipſius latera terminatorum/per rectam lineam coputetur. Non eſt autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq̄ reſtat: vt quod dicitur mente concipias/ipſumq̄ ſi placet actu & opere compleas. Videbis enim 12 lineas horum triangulorum centra poſita lege cōtinuantes/cubum continere: quem reſtat vt æquilateris rectanguliſq̄ ſuperficiebus demonſtres eſſe cōcluſum. nō enim erit cubus: niſi omnes eius ſuperficies ſint quadratæ. Ducito ergo a quolibet angulo trigonarū ſuperficierū octoedri: perpendicularem ad latus illi angulo oppoſitum. has autem perpendiculares ex 11 quartidecimi conſtat eſſe adinuicem ęquales: & diuidere latera quibus perpendiculariter inſiſtunt/per æqualia. ideoq̄ binas & binas ſuper idem punctū lateris cui ſuperſtant conuenire. Eaſdemq̄ conſtat ex his quę in 17 quartidecimi demonſtrata ſunt/tranſire per centra triangulorum/ ideoq̄ per extremitates laterum incluſi corporis tranſire: ac eorum portiones quæ intra centra trigonorum & latera ipſorum intercipiuntur/ex ijs etiam quę in eadem demonſtrata ſunt conſtat eſſe æquales. angulos quoq̄ ab ijs perpendicularibus binis & binis cœuntibus contentos: ex 8 primi patet eſſe ęquales. Et quia hæ perpendiculares/ſuęq̄ portiones inter cētra & latera interceptæ/eoſdem angulos ambiunt: erunt quoq̄ anguli quos lineæ a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binæ & binæ continent/adinuicem æquales. Cūq̄ latera illius corporis de quo diſputamus/ hos angulos ſubtendunt: ſequitur ex 4. primi frequenter ſumpta corpus incluſum eſſe æquilaterū. At quoq̄ rectangulū. Protrahantur eni diagoni in ſingulis ſuperficiebus. hos diagonos ex 4 primi omnes adinuicem æquales eſſe cōuinces: mediantibus angulis a duabus perpēdicularibus per ipſarum diagonorum extremitates tranſeuntibus cōtentis: ſi prius hos angulos ex 8 primi æquales ſibi inuicem eſſe probaueris. Cum igitur diameter tetragonarum baſium corporis huius ſint adinuicem æquales/latera quoq̄ earumdem baſium æqualia: neceſſe eſt ex 8 primi multoties repetita ipſas tetragonas baſes eſſe ęquiangulas. At quia ex 32 primi oēs anguli cuiuſq̄ earum ſunt æquales quatuor rectis: ſequitur eas eſſe rectangulas. itaq̄ ex diffinitione quadrati ipſæ ſunt quadratæ. Igitur inſcriptum corpus manifeſtum eſt eſſe cubum: ſicut intendimus.

Euclī. ex Camp. Propoſitio 5.

5 PYramidem quatuor baſium triangularium atq̄ æquilaterarum: aſſignato corpori octo baſium triāgulariū quoq̄ atq̄ æquilaterarum inſcribere.

¶CAMP. ¶Aſſignato corpori octo baſium inſcribe ſecūdū præcepta præmiſſę cubum: cuboq̄ inſcripto inſcribe (vt docet prima huius) pyramidē qualis proponitur. Cū igitur huius pyramidis anguli ſint etiam anguli cubi quēadmodum ex demonſtratione primæ manifeſtum eſt/cuncti autem anguli cubi ſint ex præmiſſa in ſuperficiebus aſſignati octoedri: erunt quoq̄ cuncti anguli pyramidis huius in ſuperficiebus corporis octo baſiū cui eā iubemur inſcribere. quare ex diffinitione manifeſtū eſt nos feciſſe quod quęritur.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

INtra datum corpus viginti baſium & æqualium laterũ: corpus duodecim baſium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter cõponere. 6

¶CAMP. ¶Corpus 20 baſium non docemus hic fabricare: quoniam ex 16 tredecimi qua conuenit arte hoc fieri/ſatis euidens eſt. Eo igitur vt ibi docetur compoſito/ſi ſibi corpus 12 baſium pentogonarũ atq; æquilaterarũ includere delectat: hac via procedendum eſt. Manifeſtum enim eſt 20 triangulos: 60 ſuperficiales angulos habere. & quia ad conſtitutionem vniuſcuiuſq; ſolidi anguli corporis icoſedri quinq; ſuperficiales conueniunt/ſicut ex demõſtratione 16 tredecimi colligitur: conſtat illud corpus duodecim ſolidis angulis compleri. Inuentis igitur vt in antepremiſſa/ cẽtris cunctorũ triãgulorũ totũ icoſedron terminantiũ/ea 30 rectis lineis cõtinua: ita q; cuiuſq; centrũ centris omniũ circuniacentium cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris: videbis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagonos conſtitui 12 angulis ſolidis dati icoſedri oppoſitos. hos itaq; pentagonos quẽadmodũ in antepræmiſſa feciſti de baſibus cubi: equilateros eſſe probabis. Neceſſe eſt enim: vt quorũlibet triangulorum duorum idem latus habẽtium: centra eodem ſpatio diſtent. reſtat ergo vt eos etiam æquiangulos eſſe ſyllogiſes. Manifeſtum eſt autem ex ratiocinatione 16 tredecimi: datũ corpus viginti baſium ab eadem ſphæra cuius diameter eſt tanq; diameter huius corporis videlicet linea quæ duos eius angulos oppoſitos cõtinuat/eſſe circũſcriptibile. Si igitur hæc diameter per medium ſecetur: punctus ſectionis erit cẽtrum ſphæræ ipſum circunſcribentis. Ab eo itaq; ad ſuperficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 vndecimi ducito: & a puncto in quo ſingulis pentagonis obuiauerint/ad ſingulos eorum angulos rectas lineas dirigito. deinde centrum ſphęræ cum ſingulis angulis ipſorum pentagonorum cõtinuato. Age ergo eos proba eſſe æquiangulos hoc modo. Cum enim omnes circuli circũſcribentes trigonos icoſedri ſunt æquales: erunt omnes perpẽdiculares a centro ſphæræ ad ipſos venientes & in eorum centra cadentes/ æquales. omnes ergo lineæ a cẽtro ſphærę ad angulos cuiuſlibet pentagoni venientes: ſunt æquales. nam anguli pentagonorum: ſunt cẽtra circulorum trigonos ipſos icoſedri circũſcribẽtium ex hypotheſi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo ſuperius in 14 ſyllogiſauimus ſectorem prouenientẽ in ſuperficie ſphæræ cum aliqua plana ſuperficies ſphęram ſecat non ſuper centrum eius/eſſe circunferentiam continentẽ circulum: neceſſe eſt quinq; lineas venientes a concurſu perpendicularis ductæ a centro ſphæræ ad ſuperficies omniũ pentagonorum ad quinq; angulos cuiuſq; pentagoni/eſſe adinuicẽ æquales. itaq; omnibus his duodecim pentagonis eſt circulus circũſcriptibilis. Cum igitur ipſi ſint æquilateri: conuincitur eos eſſe etiã equiangulos. quod oportebat oſtẽdere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

INtra datum corpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularum: corpus viginti baſium triangularium atq; equilaterarum fabricare. 7

¶CAMP. ¶Qualiter corpus duodecim baſiũ pẽtagonarũ æquilaterarum atq; æquiangulariũ cõponere oporteat: ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti baſiũ triãgulariũ & equilaterarũ ſibi cõueniat inſcribi: hic addiſce. Suorũ pẽtagonorũ cẽtris (vt in 14 quarti fit) repertis/ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua: vt vniuſcuiuſq; pentagoni centrũ centro cuiuſq; pentagoni ſecũ in latere cõmunicantis iungatur. ita videlicet: q; vnuſcuiuſq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circuniacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris: obuient tibi viginti trianguli ab ijs 30 lineis centra pentagonorum continuantibus contenti. eruntq; ij viginti trianguli viginti ſolidis angulis ipſius dodecedri oppoſiti / amplectentes corpus viginti baſium triangulariũ: quas æquilateras eſſe demonſtrabimus. & erũt 12 ſolidi anguli huius corporis 20 baſium in cẽtris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaq; 20 triangulos æquilateros eſſe ſic proba.

A centris pentagonorum ducito perpẽdiculares ad latera: eruntq; omnes perpẽdiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his ãgulis/ a binis & binis perpendicularibus contentis ſubtenduntur: cum omnes perpẽdiculares ſint æquales/ erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorũ æquales. Quod eſt propoſitum. ¶ Perpendiculares autẽ binas & binas æquales angulos continere/ & omnes eas adinuicẽ eſſe æquales: ſic collige. Ex 5 primi & 26 eiuſdẽ cõſtat ſingulas earũ diuidere latera pentagonorũ ſuper quæ cadunt/ per æqualia: eaſq; eſſe adinuicẽ æquales ductis lineis a centris pentagonorum ad ſingulos angulos eorum. Quare binæ & binę ſuper idem latus cadentes/ in eodẽ ipſius lateris puncto coibunt: eo q; vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune/ per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas vſq; ad angulos quibus commune latus in quo coeunt oppoſitum/ per centra pentagonorum producito: & eiſdem angulis duas lineas ſubtendito. quas ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt eſſe tanquam latus cubi ab eadem ſphæra cum propoſito dodecedro circũſcriptibili. ideoq; patet eas eſſe æquales: eo q; omnia latera cubi ſint æqualia. eaſdemq; liquet ex nona vndecimi eſſe æquidiſtãtes: propter hoc q; ambæ æquidiſtant cõmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At vero ipſas eaſdem conſtat ex his perpendicularibus p æqualia diuidi. Itaq; per 33 primi cunctæ lineæ continuantes pũcta in quibus binæ & binæ perpendiculares ſuper has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus / concurrunt: ſunt adinuicem æquales. nam omnes ſunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi/ anguli cõtenti a binis & binis perpẽdicularibus: ſunt æquales. Quare per 4. eiuſdem/ lineę quoq; continuantes centra pẽtagonorum ſunt ſibiinuicem æquales. Inſcriptũ ergo eſt propoſito dodecedro corpus viginti baſium triangularium & æqualium laterum ſicut iuſſi eramus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SOlido duodecim baſium pentagonarum atq; æquilaterarum propoſito: intra ipſum cubum diſtinguere.

¶ CAMPANVS. ¶ Cũ dodecedron ſuper cubi latera fabricetur vt conſtat ex 17 tredecimi: nimirum eo fabricato ſibi cõuenit cubum inſcribi. nam cum duodecim ſint pentagoni / ſi vnius cuiuſq; eorũ vni angulo (prout cubi figuram videbis exigere) chordã vnã ſubtenderis: ex ijs duodecim chordis ſex æquilateras rectangulaſq; ſuperficies cubi & corpus amplectentes perficies. Aequilateras quidem eas eſſe: cõſtat ex quarta primi. rectangulas autem: eodem argumentationis genere quo in ſexta huius baſes dodecedri dato icoſedro inſcripti demõſtrauimus eſſe æquiangulas. conſtat quidem ex 17 tredecimi: propoſitum dodecedron ſphæræ eſſe inſcriptibile. Ergo a cẽtro illius ſphæræ ad omnes has quadrilateras ſuperficies: perpendiculares vt docet 11 vndecimi protrahe. & a puncto concurſus ad ſingulos angulos illarũ quadrilaterarũ ſuperficierum rectas lineas dirige. ac eoſdem angulos quadrilaterarum ſuperficierũ cũ centro ſphæræ iunge. eruntq; hę lineę centrum ſphęræ cũ angulis quadrilaterarum ſuperficierum cõtinuantes: ſemidiametri ſphęræ. de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis/ remanẽt ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concurſus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum) neceſſe eſt omnibus his quadrilateris ſuperficiebus circulos eſſe circũſcriptibiles: ideoq; neceſſe eſt eas eſſe æquiangulas/ cum ſint ęquilaterę. Et quia ex 32 primi anguli cuiuſq; earum pariter accepti ſunt æquales quatuor rectis angulis: ſequitur eas eſſe rectangulas. Nichil ergo deeſt inſcripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 DAto dodecedro: ſibi demum octoedron includere.

¶ CAMPANVS. ¶ Compoſito dodecedro vt in 17 tertiidecimi: ſex latera ſuarum ſuperficierum ea videlicet quę cathetos ſuper ſex lineas oppoſita latera ſuperficierum cubi per æqualia ſecantes ere-

ctos tanq̃ eorum corauſti iungunt: per æqualia diuide. eaq; bina & bina adin uicem compoſita continua per res lineas: quæ ſeinuicem ſuper medium pũctum diametri cubi ex 4-8 vndecimi per æqualia ſecabunt. eritq; vt quæq; duæ earum trium ſeinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per 12 lineas rectas continuaueris: proueniet tibi corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum ex 4 primi vel ſi mauis ex penultima primi. Quod oportebat oſtendere.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 10.

INtra aſſignatum dodecedron: pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarũ adhuc reſtat diſtinguere. 10

¶CAMPANVS. ¶ Aſſignato dodecedro inſcribe cubum ex 8 huius: cuboq; pyramidem ex prima. Cũ igitur anguli pyramidis ſint in angulis cubi vt patet ex ratiocinatione primæ/& anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ: erunt quoq; anguli pyramidis in angulis dodecedri. Itaq; conſtat quod volumus.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 11.

PRopoſito icoſedro: in eo cubum figurare. 11

¶CAMPANVS. ¶Icoſedro inſcribe dodecedron ex ſexta: ac dodecedro cubum ex octaua. Cõſtat autem ex demonſtratione ſextę/ q; omnes anguli dodecedri cadunt ſuper centrũ baſium icoſedri: & anguli cubi ſunt in angulis dodecedri. itaq; anguli cubi ſunt in centris baſium icoſedri. Habemus ergo propoſitum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 12.

ICoſedron datum: pyramidem quatuor baſium triãgu- 12
larium atq; æquilaterarum ſibi poſtulat inſcribi.

¶CAMPANVS. ¶ Si in dato icoſedro ex præmiſſa cubum inſcripſeris/ cuboq; ex prima pyramidẽ incluſeris: quin poſtulationi icoſedri ſatisfeceris hæſitandum non erit. ¶ Scire autem oportet q; cũ ſint quinq; regularia corpora de quorum mutua abinuicẽ inſcriptione in hoc 15 libro determinetur: ſi vnumquodq; eorum cuilibet cæterorum eſſet inſcriptibile / 20 eorundem inſcriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq; eſſent cæterà quatuor inſcriptibilia: ideoq; quater quinq; inſcriptiones quod eſt 20: ne ceſſario prouenirent. At vero pyramidi ſolum octo edron conueniens eſt inſcribi. non enim ſunt in pyramide baſes aut anguli aut latera: in quibus anguli cubi aut icoſedri aut etiã dodecedri poſſint extrema ipſius pyramidis cõtingere. Cubus quoq; ſolius pyramidis & octo edri/ et octoedron ſolius pyramidis & cubi: receptioni ſũt apta. qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icoſedri/ aut 20 angulos dodecedri/ ita vt ſinguli in eorum ſingulis cadant collocabis? Icoſedron autem cum cætera conuenienti ambitione poſſit complecti: ſolius octoedri nequit eſſe receptaculum. nam octoedri ſex anguli: ſemidiametrali ſeinuicem bini & bini oppoſitione reſpiciunt/ lineæq; eos continuantes ſeſe per æqualia orthogonaliter diuidunt: ita q; illud glorioſum ſignum ad cuius intuitum conſternantur dæmones/ ſub rectis angulis triplicatum reddãt. hos itaq; triangulos: neq; baſes neq; anguli neq; latera icoſedri poſſint ſub ſuo ſitu recipere. neq; enim in eo reperies ſex baſes aut ſex angulos aut ſex latera: hac diametrali orthogonaliq; oppoſitione ſe contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum ſuæ ambitionis denegauit hoſpitiũ: immo cunctorum receptorium exiſtit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis diſcipuli aſcripſere cœlo: quemadmodũ pyramidis formam tribuerunt igni/ eoq; ſurſum ſub pyramidali figura euolet. Ac octoedri: aeri. quippe ſicut aer ignem motus parultate ſequitur: ſic octoedri forma / pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti vero baſium figuram aquæ di-

dauerunt. nam cum ipſa baſium pluralitate plus cæteris circuletur in ſphærã. fluentis rei motui magis q̃ ſcandentis conuenire viſa eſt. Cubum vero figurã: quidam dedere terræ. quid enim in figuris maiori ad motum violentia indiget q̃ theſſera? at in elementis quid fixius conſtantiuſq; reperitur terra? Si igitur ex 20 inſcriptionib9/ tres quas pyramis nõ ſuſtinet/binaſq; a quibus natura cubi & octoedri aliena eſt / rurſuſq; vnam cui repugnat icoſedri figura/reieceris: erunt reliquæ tantum 12 inſcriptiones. pyramidis quidem: ſola. cubi vero octoedriq;: binæ. icoſedri autem: tres. dodecedri autem: quatuor. de quibus omnibus vt arbitror ſufficienter alias diſputatum eſt.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 13

13 SAbricato quouis quinq; regularium corporum: ſibi ſphæram inſcribere.

¶CAMPANVS. ¶ Ex tertiodecimo libro itaq; manifeſtum eſt: vnumquodq; quinq; horũ corporũ eſſe ſphæræ inſcriptibile. Nũc itaq; conſtabit viceuerſa ſphæram vnicuiq; ipſorum eſſe inſcriptibilem. A circũſcribentis enim ſphæræ centro ad baſes vniuerſas cuiuſlibet eorum perpendiculares exeant: quas intra centra circulorũ baſes ipſas circunſcribentium cadere neceſſe eſt. Cũq; omnes circuli eas circũſcribentes ſint æquales: eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; ſi ſecundum quantitatẽ vnius earum circulum ſuper centrũ circunſcribentis ſphæræ deſcripſeris/eiuſq; ſemicirculum quouſq; ad locum vnde moueri cœperit redeat circunduxeris: quia ipſum per extremitates cunctarum perpendicularium neceſſe eſt tranſire/ conuinces ex corrolario 15 tertij ſphæram iſtius ſemicirculi motu deſcriptam vniuerſas baſes aſſignati corporis in concurſibus perpendicularium contingere. Non enim plus poteſt ſphæra de baſibus corporis contingere q̃ circumductus ſemicirculus (dũ mouebatur) contingit. Quare aſſignato corpori conſtat nos ſphæram quemadmodum propoſitum erat inſcripſiſſe.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
ex Campani traditione deci
miquinti & vltimi
libri: finis.

¶ EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis/ex Hypſiclis Alexandrini/ Græci philoſophi traditione: Geometricorum elementorum liber decimuſquintus.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

¶ IN dato cubo pyramida deſcribere. 1



¶ HYPSICLES ex Zamb. ¶ Eſto datus cubus a b c d e f g h: in quo oportet pyramida iſcribere. connectantur a c, c e, a e, a h, e h, h c. Manifeſtum iã: q; ipſa a e c, a h c, a h e, c h e, triãgula æquilatera ſunt. triangulorũ enim: diametri ſunt latera. Pyramis igitur eſt ipſa a e c h: & deſcribitur in dato cubo quod facere oportebat. C A M P. 1

Eucli. ex Zãb. Proble. 2. Propõ 2.

¶ In data pyramide octahedrum deſcribere. 2

¶ HYPSICLES ex Zamb. ¶ Eſto data pyramis a b c d. ſeceturq; bifariam ipſis e, f, g, h, k, l, ſignis: & connectantur ipſæ h k, h l, e f, f g. & reliquę. Et quoniam a b dupla eſt vtriuſq; ipſarum h k, g f: æqualis igitur eſt h k ipſi g f, & parallelus. ſimiliter & h g: ipſi f k eſt æqualis & parallelus. æquilaterũ igitur eſt h k f g. Dico q; & rectangulũ. Si enim ab ipſa k l, perpendiculares agãtur ad plana e f b g, e f g c, e f h g, h k f g: ſimiliter oſtendemus quæ in ipſius h k f g quadrati æquilatera. Quod facere oportebat. C A M P. 2

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 3.

¶ In dato cubo octahedrum deſcribere. 3

¶ HYPSICLES ex Zamb. ¶ Eſto datus cubus a b c d e f g h. Et capiantur centra inſidentium quadratorum: k, l, m, n. Dico q; k l m n: quadratum eſt. Excitentur paralleli per 31 primi: x o, p o. Quoniã igitur dupla eſt p o ipſius o k, & x o ipſius o l: id propterea quod ex o k igitur ei eſt æquũ quod ex l o. et per hoc & o k ipſi o l eſt æqualis. Quod igitur ex k l: duplũ eſt eius quod ex o l. Ac per hoc/ & quod ex m l: duplũ eſt eius quod ex l x. quod igitur ex k l: æquum eſt ei quod ex m l. Aequilaterum igitur eſt k l m n. manifeſtum eſt q; et rectangulum. Aſſumãtur ipſi b d, e g, bina quadrata/ & centra r, ſ: & connectãtur r l, r m, r k, r n, ſ k, ſ l, ſ n, ſ m. manifeſtum eſt q; triangula efficientia octahedrum æquilatera ſunt. eadem nanq; oſtendemus ratione. C A M P. 3

Eucli. ex Camp. Problema 4. Propoſitio 4.

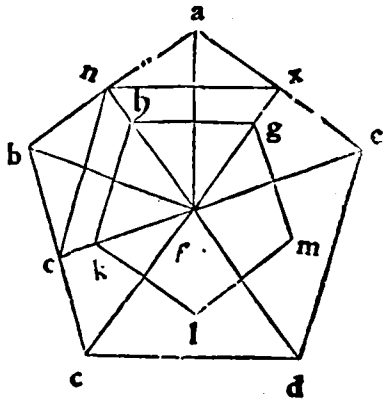
¶ In dato octahedro: cubum deſcribere. 4

¶ HYPSICLES ex Zamb. ¶ Capiãtur per primam tertij/ eorum qui circũ a b c, a c d, a b e, a d e, triangula circulorum centra g, h, k, l: & connectantur g h, g k, k l, l h. Dico q; g h k l eſt quadratum. Excitentur per 31 primi p ipſa g, h, k, l, ipſis b c, b e, c d, d e, paralleli: m n, m o, n x, x o. Quoniã igitur æquilaterum eſt a b c triangulũ: quæ ex a in h centrum/ eius qui circũ a b c triangulum circuli/ bifariam diſpeſcit eũ qui ad a ipſius a b c trianguli. æqualis igitur eſt & n h ipſi h m. Ac per hoc iam & m g ipſi g o: & o k ipſi k p eſt æqualis. Qm̃ autẽ ipſa n m ipſi m o, & m o ipſi o x eſt æqualis: æqualis igit̃ & n h ipſi m g, & h m ipſi g o, & m g ipſi o k. qui autẽ ſub h m g & g o k: recti. ex quo manifeſtum eſt: q; g h æqualis eſt ipſi g k. Et id propterea iam & reliquæ. Quoniam igitur g h k l parallelogrammũ eſt: in vno eſt plano. Et quoniam dimidium eſt vterq; ipſorũ q; ſub m g h, o g k, recti: reliquus igitur qui ſub h g k rectus eſt. Similiter & reliqui. Quadratum igitur eſt g h k l. Poſſibile autem eſt quæ in principio aſſumpta g, h, k, l, centra & parallelos cõficientia m n, n x, x o, o m: connectere ipſas g h, h l, l k, g k, & dicere ipſum g h l k quadratum. Si vero aſſumamus & reliquorum triangulorum centra connectamuſq; eadem: oſtendemus reliqua: quadrata. habebimuſq; in dato octahedro cubum deſcriptum, quod agendum fuerat. C A M P. 4

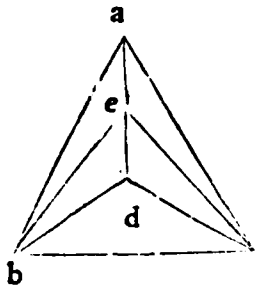
Euclí. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

5 ¶In dato icoſahedro dodecahedrum inſcribere.

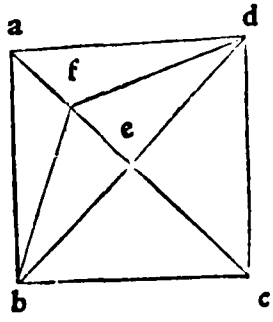
C ¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Exponatur quinquãgulũ ipſi⁹ icoſahedri/a b c
A d e:& cẽtra circulorũ qui circũ a f e, a f b, b f e, f c d, d f e, triãgula/ſintq; g,
M h, k, l, m, cõnectãturq; g h, h k, k l, l m, m g. Et rurſus cõnexæ, f g, f h, f k: extẽ
P. dantur in x, n, o. bifariam nempe ipſæ e a, a b, b c: ſecabuntur in ipſis x, n,
6 o, ſignis. Et ſicut n x ad n o: ſic g h ad h k. æqualis igitur eſt h n ipſi k o. Si-
* militer iam & reliqua ipſius g h k l m pentagoni latera: æqualia demonſtrabũ
tur. Dico q; & æquiangula. Quoniam enim duæ n x, n o, ad binas g h, h k: q;
quos compræhendunt angulos. & reliqua manifeſta ſunt. Intelligatur ab ipſo
f ad ipſius a b c d e pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cen
trum eius qui circum pentagonum circuli. Si vero ab ipſo n in ſignũ in quod
concurrit quæ ex f perpendicularis connectamus/ ac per h, parallelum aga-
mus ad eam: manifeſtum q; concurrit ei quæ ex f perpendiculari/ & quę ab
ipſo e parallelus rectum compræhendit angulum vna cum ea quæ ex f perpẽdi
culari. Rurſus ſi connectamus ab ipſis f, g, in centrum eius qui circum a b c d
e pentagonum circuli: & in ſignum in quod concurrit quæ ex h ei quæ ex g
connexa recta quo cum eadem compræhendet. Ex quo manifeſtum eſt: q; qn-
quangulum g h k l m in vno eſt plano.



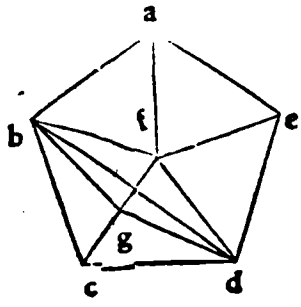
¶Nos vero ſcire oportet: q; ſi quis nos interroget quot latera habet icoſahe-
drum/ ſic dicemus. Manifeſtum q; icoſahedrum/ ſub viginti triangulis com-
præhenditur: & q; vnumquodq; triangulum tribus rectis lineis cõſtat. Opor
tet igitur nos multiplicare viginti triangula in ipſa trianguli latera: fiunt ſexa
ginta. quorum medietas ſunt triginta. Similiterq; & in dodecahedro. Rurſus
quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt/ & vnũquodq;
quinquangulum quinq; continet rectas lineas: efficiemus duodecies quinq;.
& fiunt ſexaginta/ rurſus eorum medietas ſunt triginta. Cur autem dimidium
efficiamus/ quia quodlibet latus etiam ſi fuerit triangulum ſiue quinquangulũ
ſiue quadratum vt in cubo: ex ſecundo capitur. Itidẽ eadem diſciplina in cu-
bo & in pyramide. Et in octahedro eadẽ efficiens: latera comperies. Si vero
velis rurſus vniuſcuiuſq; figurarum angulorũ numerũ inuenire: rurſus eadem
efficiens diuide per plana compræhendentia vnum angulum ſolidi. Et quo-
niam icoſahedri angulum quinq; triangula cõpræhendunt: diuide per q;nq;.
fiunt duodecim icoſahedri anguli. In dodecahedro: tria pentagona angulum
compræhendunt, diuide per tria: & viginti habebis dodecahedri angulos. Si-
militer autem & in reliquis angulos inuenies. Quæſitũ eſt quomodo ab vna
quaq; quinq; ſolidarum figurarum vno plano compræhendentium quomodo-
cunq; dato/ inuenitur & inclinatio: in quam adinuicem inclinantur compræhẽ
dentia plana vnamquamq; figurarũ. Inuentio autem (ſicut Iſidorus noſter ma
gnus magiſter enarrabat) hunc habet modum. Qz quidem in cubo per rectũ
angulum diſpeſcunt ipſum compræhendentia plana adinuicem. Manifeſtum
inquã. in pyramide expoſito vno triangulo/ centris terminis vnius lateris/ ſpa
cio vero a vertice in baſin perpẽdiculari acta/ ambitiones deſcriptæ inuicem
ſe ſecent: & ab ipſa ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ compræhendent
inclinationem planorum pyramidem compræhendẽtium. In octahedro vero
a latere triãguli deſcripto quadrato: cẽtris terminis diagonij/ interuallo autẽ
itidem trianguli perpẽdiculari/ deſcribantur circũferẽtiæ: & rurſus a commu-
ni ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ cõpræhendent deſinẽtẽ in binas re-
ctas quæſitæ inclinationis. In icoſahedro porro, latere trianguli deſcripto pẽ-
tagono/ cõnectatur ſub binis lateribus ſubtenſa recta linea. & centris terminis
eiuſdem/ interuallo autem ipſius trianguli perpẽdiculari deſcriptarum circũ-
ferentiarum/ quæ ex communi ſectione ad centra connexæ: compræhẽdent de-
ſinentem ſimiliter in binas rectas inclinationis icoſahedri planorum. In dode
cahedro vero expoſito vno quinquãgulo/ cõnexa ſimiliter ſub binis lateribus
ſubtenſa recta linea cẽtris terminis eiuſdem interuallo autem acta perpendicu
lari a bifaria ſectione ipſius in parallelum ei latus pẽtagoni deſcribantur circũ
ferẽtiæ. & quæ a ſigno in quod inuicem concurrunt ad centra connexæ: ſimili-



ter comprehendent desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. ¶Sic quidē clarissimus vir dictus reddidit rationem: eorum quæ dicta sunt: clare in quouis patefacta demonstratione. In quo aperta fuit in ipsis demōstratio inspecta: vniuscuiusq; rationē aperte exponam / primūq; in pyramide. ¶Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa a b c d: basi a b c, fastigio vero d. & secto ipso a d latere per 10 primi bifariam in e: cōnectantur b e, e c. Et quoniā a d b, a d c, triangula æquilatera sunt / & a d bifariā secatur: ipsæ igitur b e, c e, perpendiculares sunt in ipsam a d. Dico q; angulus q sub b e c: est acutus. Qm̄ enim dupla est a c ipsius a e: quadruplum est quod ex a c eius quod est a e. Sed quod ex a c: æquum est eis quæ ex a e, e c, per 47 primi. quorum quod ex a c ad id quod ex c e rationem habet quam 4 ad 3. & est equalis c e ipsi e b. quod igitur ex b c: minus est eis quæ ex b e, e c. acutus igitur est qui sub b e c. Quoniam igitur binorum planorum a b d, a d c, cōmunis sectio est a d, & communi sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ i vtro q; ipsorum planorum actæ b e, e c, & acutum angulum comprehendunt: angulus igitur qui sub b e c inclinatio est planorum. & est datus. datum enim b c latus existens trianguli. & vtraq; ipsarum b e, e c, perpendicularis subsistēs equi lateri trianguli / centris nimirum b, c, hoc est terminis vnius lateris / interuallo vero trianguli perpendiculari descripti ambitus: sese inuicem in e signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa b c connexæ rectæ lineæ: comprehendunt planorum inclinationem. id autem erat dictum. Et q; centris quidem b, c, interuallo autem trianguli perpendiculari descripti circuli adinuicem se secent: perspicuum est. vtraq; enim ipsarum b e, e c, maior est dimidia ipsius b c. cētris autem b c, interuallo autem dimidia ipsius b c descripti circuli: sese inuicem tangunt. Si vero minor fuerit: neq; se tangunt neq; dispescunt. si vero maior: omnino secant. & sic in pyramide hæc cōsequens aperte apparet ratio.



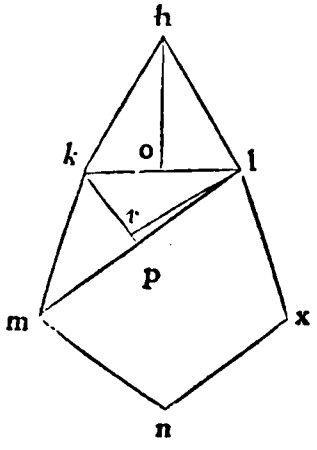
¶Intelligatur rursus in quadrato a b c d, pyramis verticē habens e. & ipsam cōprehendentia bifariam basis triāgula æquilatera. erit autem a b c d e pyramis: dimidium octahedri. secetur per 10 primi vnum latus vnius trianguli a e bifariam in f: & connectantur b f, d f. æquales igitur sunt b f, d f: & perpendiculares in a e. Dico q; angulus qui sub b f d obtusus est. connectatur enim b d. Et quoniam quadratum est a c, dimetiēs autem b d: quod ex b d duplū est eius quod ex d a. Quod autem ex d a: ad id quod ex d f rationem habet (sicut in præcedēti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex d b igitur ad id quod ex d f: rationē habet quam octo ad tria. æqualis autem est d f ipsi f b. Quod igitur ex d b: eis quę ex b f, f d, maius est. Obtusus igitur est qui sub b f d. Et quoniam binis planis se inuicem secātibus hoc est a b e, a d e, communis sectio est a e, & ad rectos angulos ei in vtroq; ipsorum planorum actæ sunt / ipsæ aūt b f, d f, obtusum comprehendunt: qui igitur sub b f d angulus desinit in binas rectas inclinationis ipsorum a b e, a d e, planorum. Si datus fuerit igitur qui sub b f d: datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & vnum latus octahedri est a d / & ab ipsa quadratum describitur a c: datusq; & dimetiens b d, existens ipsius quadrati. Sed & b f, f d: ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub b f e angulus datur. Descriptio igitur quadrato ex latere trianguli sicut a c, & connexa diametro sicut b d, si centris h d, interuallo autē triāguli perpendiculari circulos describamus: se inuicem in f dispescent. Et quæ ex fin centra connexę rectæ lineę: comprehendunt inclinationem eam quæ sub b f d, quæ desinit in binas rectas (sicut dictū est) ipsorum planorum inclinationis. Ethic perspicuum est quidem sicut vtraq; ipsarum b f, f d, est dimidia ipsius b d maior. ac per hoc in organica constructione circulos sese inuicem dispescere necesse est. Et ex demōstratione manifestū sit sicut b d ad a f potētia rationem habet quā octo ad tria / dimidia vero ipsius b d potētia quadrupla est: & perinde maior est vtraq; ipsarū b f, f d, dimidia ipsius b d. & hæc inq̄ de octahedro.



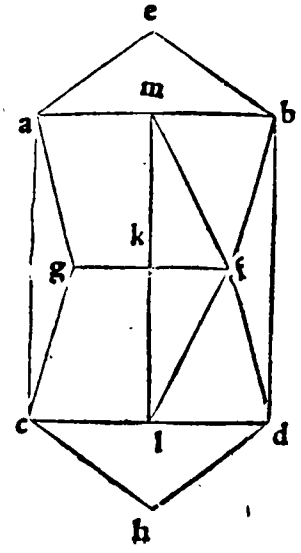
¶In icosahedro aūt intelligatur pentagonum æquilaterum a b c d e: & in eo pyramis verticem habens f. Quia triangula ipsam comprehendentia equilatera sunt: erit iam ipsa a b c d e pyramis pars icosahedrę figuræ. Secetur vnū latus vnius trianguli f c bifariam in g. & connectantur b g, g d, æquales existentes & perpēdiculares factæ in ipsam f c. Dico q; qui sub b g d angulus obtusus

eſt.& ibidem manifeſtum eſt.nã cõnexa recta linea b d:obtuſum quidẽ explicat eum qui ſub b c d ipſius pentagoni angulum.hoc autem: maior qui ſub b g d. ipſę nanq; b g,g d:ipſis b c,c d,ſunt minores.ſimiliter iam & in ijs quæ ante hunc/q; qui ſub b g d angulus deſinit in binas inclinationis ipſorum b fc, c f d,triangulorum : hac data/data erit & inclinatio ipſius icoſahedri planorum. A latere nanq; trianguli icoſahedri deſcripto quinquãgulo connexa ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni ſicut in ipſius b d datædeſcriptione/ſimiliter autẽ & ipſarum b g, g d,perpendicularium triangulorum : datur & qui ſub b g d. Si enim centris limitibus eius q̃ ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni ſicut b d, interuallo autem ipſius trianguli perpendiculari circuli deſcribantur: ſeca bunt ſe inuicem ſicut in g.& quæ ex g ad ipſam b d connexæ rectæ lineæ: compræhendent deſinentem ſub binis rectis ipſorum planorum inclinationis.& hic quidem ex deſcriptione manifeſtum eſt:q; vtraq; ipſarum b g,g d,maior eſt dimidia ipſius b d.

¶Inſtrumentali quoq; fabrica eſt oſtendere.Intellígatur ſeparatim æquilaterum quidem triãgulum h k l ,ab ipſo autem k l, quinquãgulũ deſcribatur k m n x l: & connectatur m l.excitetur q; per 12 primi perpendicularis ipſius h k l trianguli,h o.Dico q; ipſa h o maior eſt dimidia ipſius m l ſubtendentis inclinationem planorum.Acta ab ipſo k in ipſam m l perpendiculari ipſa k p , quoniã qui ſub k l p maior eſt tertio recti hoc eſt eo qui ſub k h o:conſtituatur ei qui ſub k h o æquus qui ſub p l r.ipſa igitur p l: perpendicularis ẽ æquilateri triãguli cuius eſt lat9 r l.quare qd̃ eſt ex r l:ad id qd̃ ex l p,rationem habet quam 4 ad 3.maior autem ẽ k l:ipa l r.Quod igitur ex k l : ad id quod ex l p,maiorem rationẽ habet q̃ 4 ad 3.habet autem & ad id quod ex h o:quã 4 ad 3 .Ipſa igit k l:ad l p maiorem rationem habet q̃ ad h o.maior igitur eſt h o:ipſa l p.



¶In dodecahedro ſic intelligatur vnum cubicum a quo dodecahedrum deſcribitur & ſit a b c d:& bina plana dodecahedri hoc eſt a e b f g, g d h c f. Dico iã & hic datam eſſe/binorum quinquangulorum inclinationem.Secetur per 10 primi f g bifariam in k: & ab ipſo k ipſi f g per 11 primi ad angulos rectos excitẽtur in vtroq; planorum k l,k m,& connectatur m l.Aio primum q; qui ſub m k l angulus obtuſus eſt.Oſtenſum autem eſt in decimotertio elementorum volumine/ſiue ſtatu dodecahedri: q; quæ ex k perpendicularis acta in a b c d quadratum dimidia eſt lateris pentagoni.quare minor eſt dimidia ipſius m l.& id propterea qui ſub m k l angulus obtuſus eſt.Simulq; oſtenſum eſt in eodẽ theoremate q; & quod quidem ex k l,æquum eſt ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pẽtagoni.quare quoniam eadẽ k l & k m ſunt æquales/& maiores ſunt dimidia ipſius m l:dato igitur angulo ſub m l k,deſinens in binas rectas inclinatio erit planorum videlicet data.Quoniam igitur latus a b c d quadrati ſubtendens eſt bina latera pentagoni/datur q; & pẽtagonum:datur ergo & m l.Dat autem & vtraq; ipſarum m k,k l.perpendiculares etenim ſunt a bifaria ſectiõe a b ſub binis ſubtenſa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni vt f g.Datur igitur qui ſub l k m deſinens (ſicut dictum eſt)in binas rectas quæſitę inclinationis.Bene igitur in inſtrumentali fabrica dixit ſicut oportet dato pẽtagono/connectere ſubtenſam ſub binis lateribus quæ æqualis ſit ipſius cubi lateri:ſi centris limitibus ipſius/interuallo vero ab ipſa bifaria ſectione acta perpendiculari in parallelũ eidem pẽtagoni latus/ſicut in deſcriptione k l,k m,deſcriptæ circũferentiæ: & ab ipſo commiſſuræ circunferentiarum ſigno ad centra connectere rectas lineas comprehendentes deſinentem in binas rectas inclinationis ipſorum planorum. q; enim ipſa l k perpẽdicularis maior eſt dimidia ipſius m l:dictum eſt/ſicut ĩ elementis ſimul etiã eſt oſtenſum.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHIloſophi Mathematicorũq; facile principis, primũ ex Cãpani, deinde ex Theonis in priores tredecim,& Hypſiclis Alexandrini ĩ duos poſteriores, Grẽcorũ philoſophorũ traditionibus, Bartholamæo Zãberto Veneto interprete:geometricorum Elementorum librorum quindecim. Finis.

QVAE INTER LEGENDVM ANNOTATA FVERVNT.

Folio	Facie	Linea	
3	1	tates	lege. eos recipiens
3	1		in margine vbi ſecundo habetur Linea recta lege. Superficies plana
3	2	qualia	ege. eadem tamen.
4	1	bet	lege. tertius
4	1	metus	lege. ſicut magnitudo in infinitum minuitur.
4	2	¶Planus	abundat in fine: ſyllaba. gen.
5	2	quod eſt	lege. lineæ b a & b d vſq;
5	2	linea a h	lege. in puncto b
6	2	ſuper	lege. per conuerſionem penultimæ conceptionis.
6	2	tur	lege. per penultimam conceptionem
25	1	ſunt	lege. quæ ex a c & c b
25	1	quod bis	lege. quod bis fit ſub a c & c b
25	1	c b	lege. bis fit ſub a c & c b
46	2		in vltima figura loco h pone e: & loco e pone h. Item loco g pone c: & loco e pone g.
62	2	¶Conuerſa	lege. ¶Permutata
62	2	¶Permutata	lege. ¶Conuerſa
94	2	poſitis	lege a b & c d
151	1		in ſecunda figura loco f pone d. loco d pone e. loco e pone f
192	1	fa	lege. duabus f b, f c,
192	1	& baſis	lege. baſi f c. & in fine ſub f b
192	1	b	lege. c eſt æqualis
220	2		in figuris duc lineas f m & k n.
247	2		in vltima figura duc lineam a f
248	2		in vltima figura duc lineam e g

Hæc ſunt quæ recognitione digna comperimus: quippe quæ Mathematicam intelligentiam offendere aut interturbare poſſent. Si qua ſunt alia quæ omiſerimus: candidi ipſi lectores inter legendū vel facile caſtigabunt.

Codices quaterni.

a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.ſ.t.v.x.y.A.B.C.D.E.F.G.H.

Terni.

z &

Quinternus

I

BIBLIOTHEQUE DE LA VILLE LYON 1917