Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Google Livres

CONTENTA.

EVCLIDIS Megarensis Geometricorum elemẽtorum libri XV.
CAMPANI Galli trãsalpini in eosdem cõmentario rum libri XV.
THEONIS Alexandrini Bartholamæo Zamberto Veneto interprete, in tredecim priores, commentariorum libri XIII.
HYPSICLIS Alexãdrini in duos posteriores, eodẽ Bartholamæo Zamberto Veneto interprete, commẽtariorum libri II.

VTCVNQVE NOSTER VALVIT LABOR conciliata sunt hæc omnia, ad studiosorum non paruam (quam optamus) vtilitatem: id Magnifico D. FRANCISCO Briconneto postulãte. Si hæc beneuole suscipiãtur, & fructum adferãt quẽ cupimus: alia eiusdẽ authoris opera prodibũt in lucẽ, successum præstãte deo, & adiutoribus (vbivbi gẽtiũ sint) ad bonarũ literarũ institutionẽ probe affectis,

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

Gallis, Italis, Germanis, Hispanis, Anglis. quibus omnibus prospera imprecamur: & puram pro dignitate veramq; cognitionis lucem.

PARISIIS in officina Henrici Stephani e regione scholæ Decretorum.

Ph. 2.

FRANCISCO BRICONNETO CLARISSIMO VIRO, D. SVO PRAESTANTISSIMO, IACOBVS FABER S. D.

DVm gubernacula regni adhuc moderaretur inclytiſſimꝰ Rex LVDOVICVS XII, tu vero cameræ ærarij regij magiſtratū gereres: efflagitaſti Generoſe Franciſce commentarios in Geometriam Euclidis Megarēſis, viri ſane omnium in hoc exercitij genere cōſummatiſſimi, tuo fauore recognoſci. Quam petitionem tuam, eo libētius amplectebar: quo mihi multis eras carior. vt qui admodū iuuenis (ita inſtituēte Nobiliſſimo Patre tuo D. meo, mihi q̄dē & oībus q̄ eū nouerūt piētiſſimę mēoriæ, Petro Bricōneto Equite aurato, & fideliſſimo regni generali Exqueſtore) mecū in philoſophicis te exercueras, poſt noſtri Pauli Aemilij ferulā, ſub quo tūc apprime, tū in lingua latina, tum in hiſtoria profeceras. Excitabat me id inſuper: q̄ olim decem primorum librorum ipſius Euclidis demonſtrationes ex Campano, recognouerā. quę res mihi tūduciā pariebat: reſidui mínuēdi laboris. Cæterum vtilitas quam bonarū literarū ſtudioſis acceſſuram ſubaugurabar: omnem leuabat laborē. nā veræ doctrinæ perceptio: vanitatum & errorum detectio eſt, eiectioq̄ inſulſorū dogmatū. Nouit enim Geometria Dędalias fabrefacere labyrinthos: quibus ineluctabiliter cū vlulante Minotauro, perpetuo relegatos (ſi vſq̄ erunt) occludat ſophiſtas, adaperta veræ Philoſophiæ ianua. Hæc ſiquidem: mea mēs fuerat. Verū lōge ſecus euenit: atq̄ mihi propoſuerā. Nam eo tēpore (certa impellente cauſa) Reuerendus in Chriſto P. Dominus meus Epiſcopus Lodouenſis Patruelis tuus, Narbonam proficiſcitur, viſurus Reuerendiſſimum Dominū Cardinalem Narbonēſem, Patruum tuum: qui paulopoſt (ſic enim eunt res humanæ: etiam illuſtriores) lachrymas & deſiderium ſui multis relinquens, ex hac incerti momēti luce (ſed mea ſentētia, feliciter) migrauit ad Dominum. Nam adeo ſancte & religioſe (ipſe teſtis aderam) vt non tam lugendus, q̄ reuera beatus ex ipſo trāſitu prædicandus videatur. Igitur R. Dominum meū, cui ſuper omnes viros debebam ac debeo, ſecutus: totum negocium cōmiſi noſtro Michaeli Pontano, qui tunc mecum cōmunes habebat ædes, in recognoſcēdis & emittendis libris quos prodeſſe poſſe arbitrabamur, adiutor. eius enī ingeniū noueram: & in intelligentia magnitudinum ac numerorum, perſpicacitatem. Ille vero prouinciam ſuſcepit admodum lubens: quia te iam agnoſcebat benefactorem, cui præ cęteris mortalibus cupiebat, in aliquo morē gerendo, gratificarí poſſe. Q uos quidem commentarios, non Campani modo, ſed & Theonis Alexādrini, Bartholameo Zāberto Veneto interprete, vbi recognouit: ſe totū obligauit officinæ, duriſſimam profecto verſans glebā, vt labores ſuos tibi offerat, et per te cęteris literatis. Igitur illū in fu

tarũ agnoſces, agnoſces quidẽ tuum: & propenſiſſimũ eius in te, obſequen
di animũ. Et vtinã ſtudioſi cognoſcerẽt: quãtũ fructus decerpere poſſunt
ex authorũ fideliter traditis opib⁹. Vna q̃dẽ in oĩb⁹ relucet veritas q̃ lucẽ
habitat inacceſſam: ad quã per ea tãq̃ per certos gradus ſcãditur, & maxi-
me ſi analogiarũ & aſſurrectionũ nõ ignoretur modus. Verũ id: mun⁹ dei
eſt. Sed q̃ (obſecro) prõptiores, abſtractiores, puriores ad diuina ſurgẽdi
p̃bere poſſint analogias, q̃ nullius fœdi, nulliuſq̃ rei carnalis pr̃ſe ferãt ve
ſtigiũ: q̃ literæ Mathematicæ? Id haud ĩpẽdio difficile ĩtelligẽt: q̃ Analyti
ca nũerorũ Odonis, & eiuſdẽ de Triade libellũ, libroſq̃ Cardinalis Cu-
ſ̃ legerit, quales ſũt ij quos de Docta ignorãtia, de Cõiecturis, de Beryllo
ĩtitulat, & ſimiles. Et hic philoſophãdi modus: vetuſtiſſimus fuit, ante etiã
Pythagorã, Platonem, & Ariſtotelẽ. vt vel ex antiquitate: cognoſcatur au-
guſtior. Et hanc philoſophiæ partem, Geometriã dico (quantũ memoriæ
proditũ eſt) primi omniũ Phœnices & Aegyptij reperere. Deinde Tha-
les Mileſius, Ameriſtus, Pythagoras, Anaxagoras Clazomeni⁹, Oenopi
des & Hippocrates Chij, Theodorus, Plato, Cleodamas, Architas, The
ætetus, his poſteriores Eratoſthenes, Archimedes, Neocles, Leon, Eudo-
xus, Amyclas, Hermotimus, Theon, Pappus, Hypſicles: hi omnes & ple
riq̃ alij, magnifice hanc laudibus & ſcriptis honeſtauere. Sed & ipſa ma-
net laudibus ſuperior: maxime ſcientibus ea ipſa ad diuinorum inueſti-
gationem vti. Arithmetice enim ex vnius noti luce: omnia patefacere po
teſt. Vnum vero ignotum: haud paruipendendum in Geometria pondus
habet. deus vnus, notus pariter & ignotus: a quo oĩs lux cognitionis pen-
det, & per quẽ noſcũtur õnia. Per vnũ notũ, rationaliter: per vnũ ignotũ, ſu
pra rationẽ philoſophamur. Inuẽtio quadraturæ circuli (modo ad omnẽ
circulũ, ſurdum nõ ſit omne quadratum) ſupra rationem eſt, & vnũ expo-
ſcit ignotum. Neq̃ adhuc aliter inter quæuis duo deſignata extrema, poſſe
duo media proportionalia conſtituere repertum eſt: q̃ per vnum ignotum.
Quo fit vt p̃exercitari in ea parte Arithmetices quæ de vno ignoto, nume
ro, plano, latere cũ tetragonico tum cubico, tetragono, cubo, tetragono te-
tragoni, cuboq̃ cubi tractat, & horũ iuicẽ adiectione, ſubſtractione, ductio
ne, ſubductione, nunc ſimpliciter, nũc per plus atq̃ minus, nõ paruũ Geo
metræ adferat adminiculũ. Cũ enĩ exploratũ tibi ſit, per 47 primi huius
operis, diametrũ quadrati, duplũ poſſẽ ad latus eiuſdem: quo pacto agno-
ſces, diametrũ, actu adijcere lateri (niſi excidit memoria) latus tetragonicũ
ſenarij, minus latere tetragonico 32, id eſt duorum ſupra triginta, ſi ignora
ueris latus tetragonicũ binarij a binario ſiue a latere tetragonico quaterna
rij quod idẽ eſt, per minus ſubſtrahere? Sed plura ſuper his differere: breui
tas nõ ſinit epiſtolaris. Vale igitur & me, tuũq̃ Michaelẽ ſolita proſeque
re beniuolẽtia ac humanitate. Pariſijs. Anno M. D. X V I. poſtridie Epi-
phaniæ Domini: qui & ſæculi noſtri & poſteritatis, proſpere ſtudijs in-
fulgeat.

Iterum feliciter Vale.

Odo.
Cuſa.

Thales.
Ameriſtus.
Pythagoras.
Anaxagoras.
Oenopides.
Hippocrates
Theodorus.
Plato.
Cleodamas.
Architas.
Theætetus.
Eratoſthenes
Archimedes.
Neocles.
Leon.
Eudoxus.
Amyclas.
Hermotimus
Theon.
Pappus.
Hypſicles.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

¶EX Campano: triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

1 Vnctus: eſt cuius pars non eſt.

2 ¶Linea: eſt longitudo ſine latitudine.

3 ¶Cuius quidem extremitates: ſunt duo puncta.

4 ¶Linea recta: eſt ab vno puncto ad alium breuiſſima extenſio/ in extremitates ſuas eas recipiens.

5 ¶Superficies: eſt quæ longitudinē et latitudinem tantum/ habet.

6 ¶Cuius quidem termini: ſunt lineæ.

7 ¶Superficies plana: eſt ab vna linea ad aliam breuiſſima extenſio/ in extremitates ſuas eas recipiens.

8 ¶Angulus planus: eſt duarum linearum alternus cōtactus/ quarum expanſio eſt ſuper ſuperficiem / applicatioq; non directa.

9 ¶Quando autem angulum cōtinent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur.

10 ¶Quando recta linea ſuper rectam ſteterit/ duoque anguli vtrobiq; fuerint æqules: eorum vterq; rectus erit. lineaq; linea ſuperſtans: ei cui ſuperſtat/ perpendicularis vocatur.

11 ¶Angulus vero qui recto maior eſt: obtuſus dicitur.

12 ¶Angulus vero minor recto: acutus appellatur.

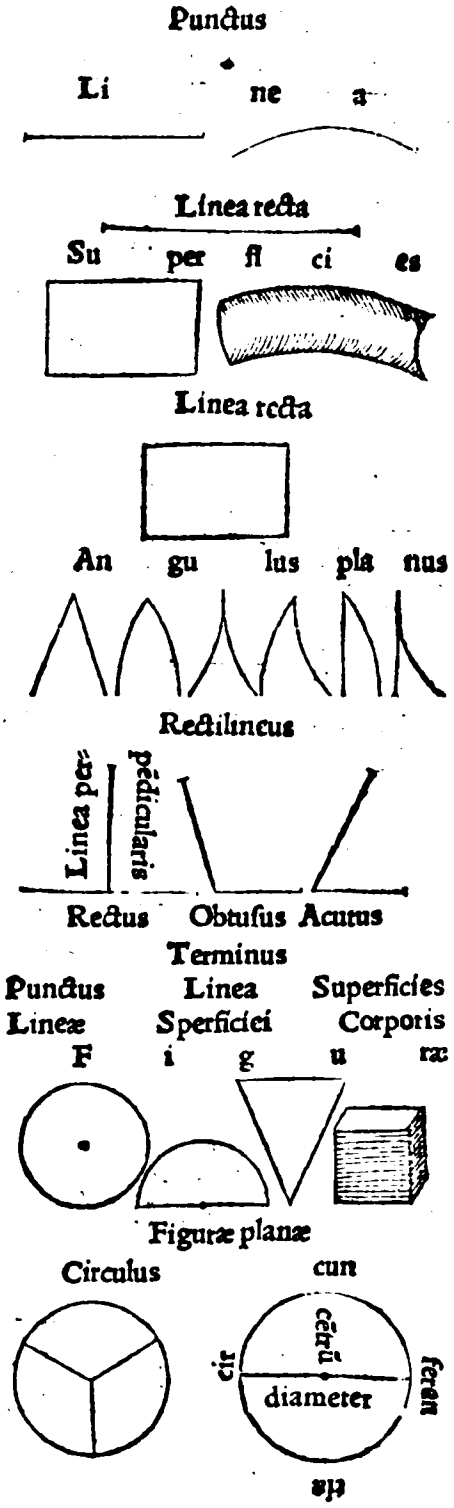
13 ¶Terminus: eſt quod vniuſcuiuſq; finis eſt.

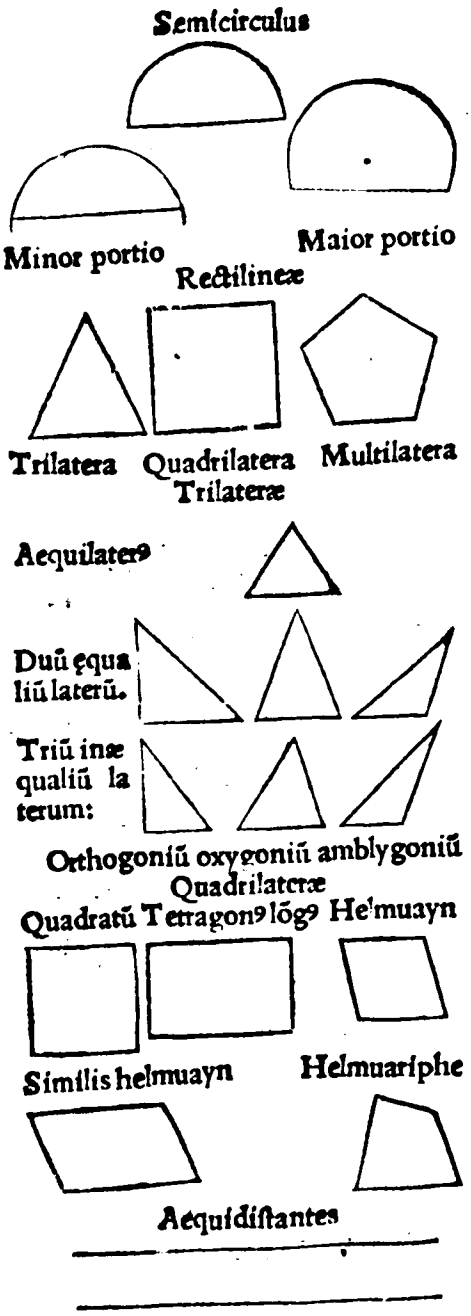
14 ¶Figura: eſt quæ termino vel terminis continetur.

15 ¶Circulus: eſt figura plana vna quidem linea contenta quæ circunferētia nominatur / in cuius medio punctus eſt/ a quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiā exeuntes/ ſibi inuicē ſunt æquales.

16 ¶Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.

17 ¶Diameter circuli: eſt linea recta quæ ſuper eius centrū trāſiens/ extremitateſq; ſuas circunferentię applicans/ circulum in duo media diuidit.





GEO. ELE. EV.

¶Semicirculus: ẽ ſigura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 18

¶Portio circuli: eſt figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta/ſemicirculo quidem aut maior aut minor. 19

¶Rectilineæ figuræ: ſunt quæ rectis lineis continentur. 20

¶Quarum quædã trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 21

¶Quædã quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 22

¶Quædã multilateræ: quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur. 23

¶Figurarum trilaterarum: alia / eſt triangulus habens tria latera ęqualia. 24

¶Alia: triangulus duo habens ęqualia latera. 25

¶Alia: triangulus trium inæqualium laterum. 26

¶Harum iterum alia eſt orthogonium: vnũ ſcilicet rectum angulum habens. 27

¶Alia eſt amblygonium: aliquem obtuſum ãgulũ habens. 28

¶Alia eſt oxygonium: in qua tres anguli ſunt acuti. 29

¶Figurarum autem quadrilaterarum: alia eſt quadratum/ quod eſt æquilaterum atq; rectangulum. 30

¶Alia eſt tetragonus longus: quę eſt figura rectangula/ ſed ęquilatera non eſt. 31

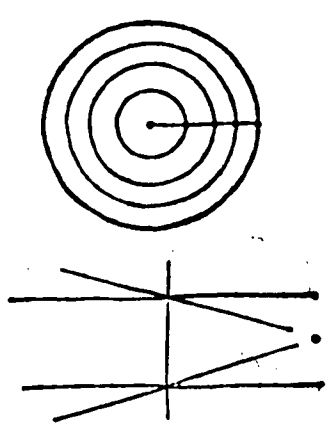
¶Alia eſt helmuayn: quæ eſt ęquilatera/ſed rectangula non eſt. 32

¶Alia eſt ſimilis helmuayn: quæ oppoſita latera habet æqualia atq; oppoſitos angulos æquales/idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus cõtinetur. 33

¶Præter has autẽ omnes/quadrilaterę figuræ: helmuariphe nominantur. 34

¶Aequidiſtantes lineæ: ſunt quæ in eadem ſuperficie collocatæ: atq; in alterutram partẽ protractę non conueniunt/etiam ſi in infinitum protrahantur. 35

Secundum Petitiones.



¶A quolibet puncto in quemlibet punctum: rectam lineam ducere. atq; lineam definitam: in continuum rectumq; quantumlibet protrahere. 1

¶Super centrum quodlibet/quantumlibet occupãdo ſpacium: circulum deſignare. 2

¶Omnes rectos angulos: ſibiinuicem eſſe æquales. 3

¶Si linea recta ſuper duas lineas rectas eciderit/ duoq; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint: iſtas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniunctum iri. 4

¶Duas lineas rectas: ſuperficiem nullam concludere. 5

¶Tertium. Communes animi conceptiones.

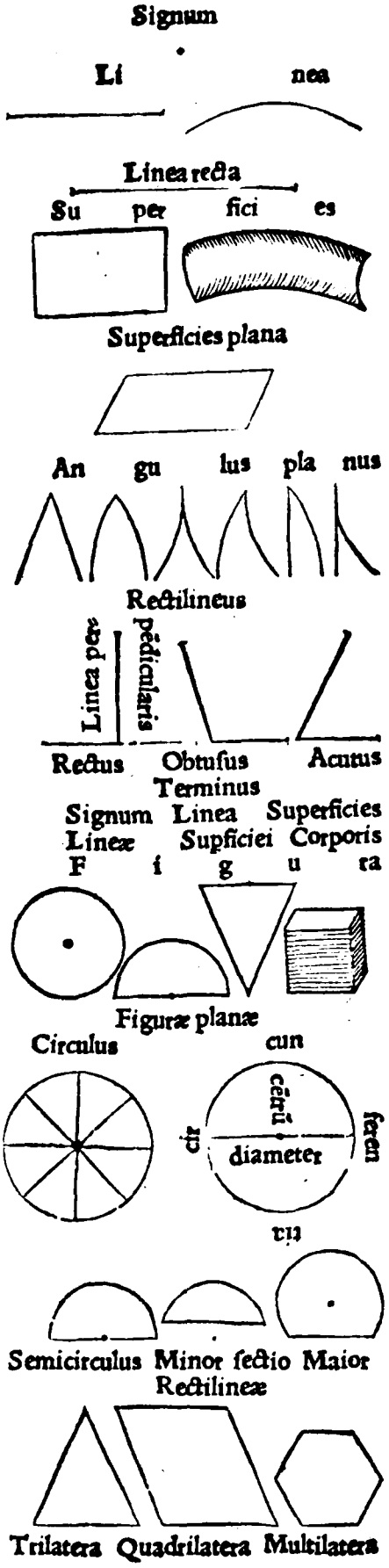
1 ¶Quæ vni & eidē ſunt æqualia: & ſibi inuicē ſunt æqualia.
2 ¶Et ſi æqualibus æqualia addātur: tota quoq; fient æqualia.
3 ¶Et ſi ab ęqualibus ęqualia auferantur: quæ relinquuntur erunt æqualia.
4 ¶Et ſi ab inæqualibus æqualia demas: quæ relinquūtur erūt inæqualia.
5 ¶Et ſi inæqualibus æqualia addas: ipſa quoq; fiēt iæqualia.
6 ¶Sí fuerint duę res vni duplices: ipſæ ſibiinuicem erunt æquales
7 ¶Sí fuerint duæ res quarum vtraq; vnius eiuſdem fuerit dimidium: vtraq; erit æqualis alteri.
8 ¶Si aliqua res alicui ſuperponatur/ appliceturq; ei/ nec excedat altera alteram: illæ ſibiinuicem erunt æquales.
9 ¶Omne totum: eſt maius ſua parte.

¶CAMPANVS. ¶Sciēdum eſt autem: q; pręter has cō munes animi conceptiones/ ſiue cōmunes ſententias/ multas alias quæ numero ſunt incomprahenſibiles/ pręterміſit Euclides. quarum: hæc eſt vna.

¶Si duæ quantitates æquales/ ad quamlibet tertiam eiuſdē generis comparentur: ſimul erunt aut bæ illa tertia aut æque maiores/ aut æque minores/ aut ſimul æquales.

¶Item alia. Quanta eſt aliqua quātitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis: tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiuſdem generis.

¶In quantitatibus continuis hoc vniuerſaliter verum eſt: ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus/ ſiue minores. magnitudo enim: decreſcit in infinitum. in numeris autē: non ſic. Sed ſi fuarit primus ſubmultiplex ſecundi: erit quilibet teriius æque ſubmultiplex alicuius quarti. quoniam numerus creſcit in infinitum: ſicut in infinitum minuitur.



GEO. ELE. EV.

¶Euclidis Megarensis Græci philosophi Bartholameo Zãberto Veneto interprete: triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

Signum: est cuius pars nulla. 1

¶Linea vero: longitudo illatabilis. 2

¶Lineæ autem limites: sunt signa. 3

¶Recta linea: est quę ex ęquali sua interiacet signa. 4

¶Superficies: est quæ longitudinem latitudinemq; tantum habet. 5

¶Superficiei extrema: sunt lineæ. 6

¶Plana superficies: est quę ex ęquali suas interiacet lineas. 7

¶Planus angulus: est duarum linearum in plano sese tãgentiũ & non in directo iacentiũ, ad alterutrã inclinatio. 8

¶Quando autem quæ angulum continent / rectæ lineæ fuerint: rectilineus angulus nuncupatur. 9

¶Cum vero recta linea super rectam consistens lineã vtrobiq; angulos æquales adinuicem fecerit: rectus est vterq; ęqualium angulorũ. & quæ superstat recta linea: perpendicularis vocitatur / super quam steterit. 10

¶Obtusus angulus: maior est recto. 11

¶Acutus vero: minor est recto. 12

¶Terminus: est quod cuiusq; finis est. 13

¶Figura: sub aliquo / vel aliquibus terminis cõpræhenditur. 14

¶Circulus: est figura plana vna linea contenta quæ circunferentia appellatur / ad quam ab vno signo introrsum medio existente omnes prodeuntes lineæ in ipsiusq; circuli circunferentiam incidentes / adinuicem sunt æquales. 15

¶Centrum vero: ipsius circuli signum appellatur. 16

¶Dimetiẽs circuli: est recta quædam linea per centrũ acta / et ex vtraq; parte in circuli circunferentiam terminata / quæ circulum bifariam dispescit. 17

¶Semicirculus: est figura quæ sub dimetiente & ea quæ ex ipsa circuli circunferentia sublata est / continetur. 18

¶Sectio circuli: est figura quæ sub recta linea & circuli circũferentia aut maiore aut minore semicirculo / continetur. 19

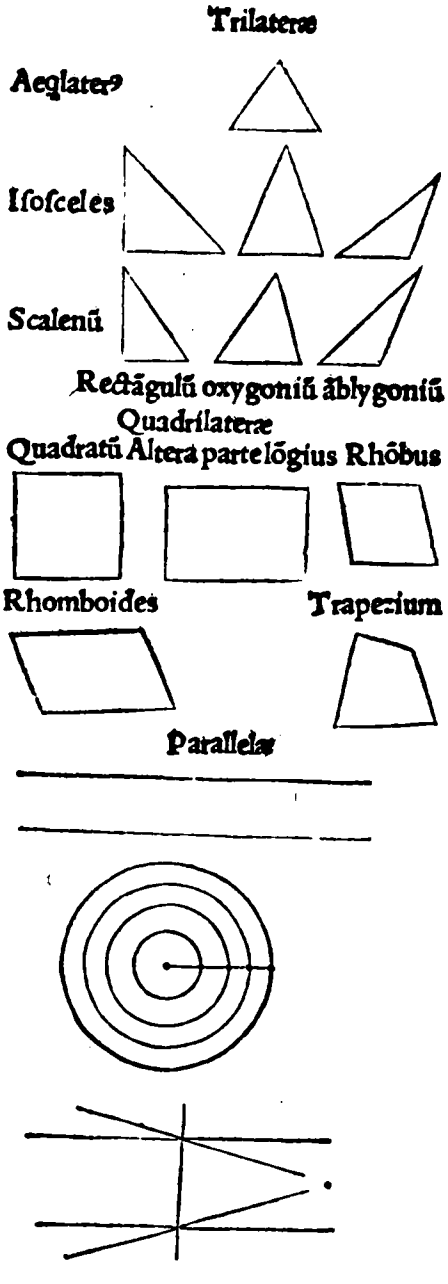
¶Rectilineæ figuræ: sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

¶Trilaterę figuræ: sunt quę sub tribus rectis continentur lineis. 21

¶Quadrilaterę figuræ: sunt quæ sub quatuor compræhenduntur rectis lineis. 22

¶Multilaterę figuræ: sunt quę sub pluribus q̃ quatuor / rectis lineis comprehenduntur. 23

24 ¶Trílaterarum porro figurarum: æquilaterum/eſt triangulum ſub tribus ęqualibus lateríbus contentum.
25 ¶Iſoſceles autē:eſt quod ſub binis tantum æqualibus lateríbus continetur.
26 ¶Scalenumvero: eſt quod ſub tríbus inæqualibus lateríbus continetur.
27 ¶Amplius trílaterarum figurarum:rectangulum triangulū/ eſt quod rectum angulum habet.
28 ¶Amblygonium autem:quod obtuſum angulum habet.
29 ¶Oxygonium vero:quod tres habet acutos angulos.
30 ¶Quadrilaterarum autem figurarum:quadratum quidem/ eſt quod & æquílaterum ac rectangulum eſt.
31 ¶Altera parte longius:eſt quod rectangulū quidē/at æquílaterum non eſt.
32 ¶Rhombus:eſt quæ æquílatera/ſed rectangula non eſt.
33 ¶Rhomboides vero:eſt quæ ex oppoſito latera & angulos habens ęquales/neq; ęquilatera neq; rectangula eſt.
34 ¶Præter hęc autē:reliqua quadrílatera/trapezia appellātur
35 ¶Parallelæ: rectæ líneæ ſunt quæ in eodē exiſtentes plano/ & ex vtraq; parte in infinitum productæ/in nulla parte cōcurrunt. Secundum. Poſtulata.
1 ¶Ab omní ſigno in omne ſignum:rectam líneam ducere.
2 ¶Rectam lineam terminatam;in continuum rectumq; producere.
3 ¶Omni centro & interuallo:circulum deſcribere.
4 ¶Omnes angulos rectos:adinuicem æquales eſſe.
5 ¶Sí in duas rectas lineas recta línea incidens/interiores & ī eadem parte angulos duobus rectís minores fecerit:rectas líneas in infinitum productas concurrere neceſſe eſt ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores exiſtunt.
Tertium. Communes ſententiæ.
1 ¶Quæ eidem æqualia:& ad inuicem ſunt æqualía.
2 ¶Et ſi æqualíbus æqualia adiiciantur:omnia erūt æqualia.
3 ¶Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur: quæ relinquuntur æqualia erunt.
4 ¶Et ſi inæqualibus æqualía adiungantur:omnia erunt inæqualia.
5 ¶Et ſi ab inæqualíbus æqualía auferantur: reliqua inæqualía erunt.
6 ¶Quæ eiuſdem duplicia ſunt:adinuicem ſunt æqualía.
7 ¶Et quæ eiuſdem ſunt dimidium:æqualia ſunt adinuicem.
8 ¶Et quæ ſibimetipſis conueniunt: æqualia ſunt adinuicem
9 ¶Totum:eſt ſua parte maius.
10 ¶Duæ rectæ lineæ:ſuperficiem non concludunt.

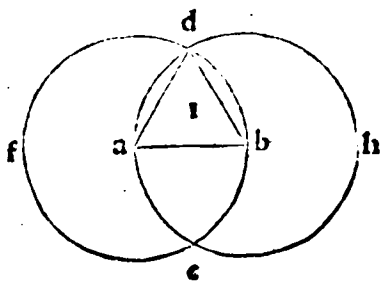


GEO. ELE. EV.

¶ Euclidis Megarensis Geometrica elementa: ex Campano.

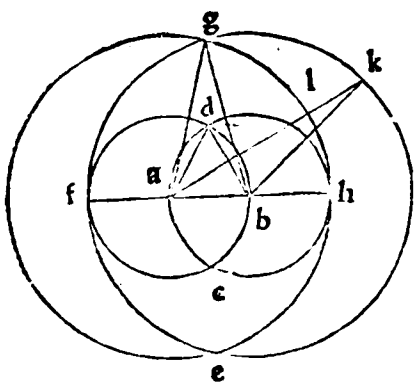
¶ Primi libri propositio prima.

TRiangulum æquilaterum: supra datam lineã rectam collocare. 1



¶ Esto data linea recta: a b. volo: super ipsam/ triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatem scilicet in puncto a, ponã pedem circini immobilem/ & alterum pedem mobilem extendam vsq; ad b: et describam secundum quantitatem ipsius lineæ datę/ per secũdã petitionẽ circulum c b d f. Rursus alterã eius extremitatem scilicet pũctum b faciã centrũ: & per eãdem petitionem & secundũ eiusdẽ quantitatem/ lineabo circulum c a d h. qui circuli intersecabũt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarũ sectionum sicut sectionẽ d/ cõtinuabo cum ambabus extremitatibus datę lineæ: protractis lineis d a, d b, per primam petitionem. Quia ergo a pũcto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b vsq; ad eius circũferentiam: ipsæ erunt ęquales/ per diffinitionem circuli. Similiter quoq;. quia a puncto b quod est centrũ circuli c a d h/ protractæ sunt lineæ b a & a d vsq; ad eius circunferentiam: ipsæ erunt etiam ęquales. Quia ergo vtraq; duarum linearum a d, b d, ęqualis est lineæ a b/ vt probatum est: ipsæ erunt ęquales inter se/ per primam communem animi cõceptionem. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulũ æquilaterũ. quod est propositum.

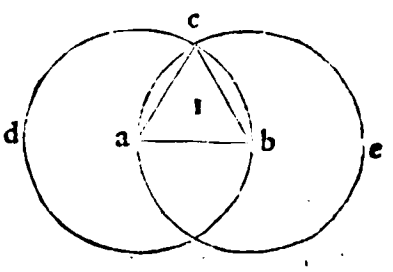
¶ CAMPANI additio. ¶ Si autẽ super eandem lineã libeat collocare reliquas duas triangulorũ species/ scilicet triangulũ duũ æqualiũ laterũ/ & triangulũ triũ inęqualiũ laterũ: protrahatur linea a b, in vtrãq; partẽ/ vsq; quo occurret circũferentijs amborũ circulorũ super duo pũcta f & h. Et posito centro in pũcto a: lineetur circulus e h g/ secundum quantitatẽ lineæ a h. Item posito centro in puncto h: lineetur circulus e f g, secundũ quantitatem lineę b f. Hi autem circuli: intersecabũt se in duobus punctis quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datę lineę cum altera diẽtarum sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineę a b, & a f, exeunt a centro circuli c d f, ad eius circunferentiam: ipsæ erunt ęquales. Similiter quoq; a b & b h quia exeunt a centro circuli c a d h vsq; ad ipsius circunferentiã: ipsæ erunt ęquales. Quia ergo vtraq; duarum linearum a f & b h ęqualis est lineę a b: ipsę erunt inter se ęquales. ergo posita a b cõmuni: erit b f ęqualis a h. sed b f ęqualis ipsi b g: quia ambæ exeunt a centro circuli e f g, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; a h: est ęqualis ipsi a g. & vtraq; earum est maior a b: eo q; vtraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collocauimus triangulum duorum ęqualium laterum. ¶ Triangulum etiam trium inęqualium laterum super eandem lineã collocabimus: si aliquod pũctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorum quod non sit in altera duarum sectionum/ & cui non obuiet f h/ cum in vtrãlibet partem producta fuerit in continuum et directũ/ coniunxerimus per duas lineas rectas cũ ambabus extremitatibus datę lineę. Sit enim pũctus k signatus in circunferentia circuli e f g: et nõ sit in altera sectionum/ nec occurrat ei f h, cũ protraheretur in continuum et directum eius vsq; ad circunferentiam. protraham ergo lineas a k et b k. et secabit linea a k: circunferentiã circuli e h g. secet ergo in pũcto l. critq; b k per. 1. cõmunẽ animi conceptionem æqualis a l: quia b k per diffinitionem circuli est æqualis b g, et a l ęqualis a g. quare a k: est maior b k. Sed & b k: est maior a b. triangulus ergo a b k: est trium inęqualium laterum. Si igitur super datam lineam rectam: omnes triãgulorum species collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propoſitio 1.

1 ¶Super data recta linea terminata: triangulum æquilaterũ conſtituere.

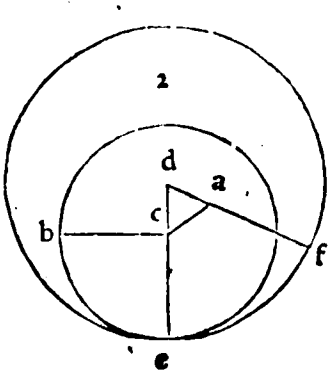
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta terminata linea: a b. Oportet ſuper a b: triangulum æquilaterũ conſtituere. Centro quidem a, ſpacio vero a b, circulus deſcribatur b c d: per 3 poſtulatũ. & rurſus per idẽ/ centro quidẽ b, ſpacio vero b a, alter circulus deſcribatur a c e. Et per 1 poſtulatũ/ a ſigno c, in quo ſe circuli adinuicẽ ſecant: ad a, b, ſigna connectãtur rectæ lineæ c a, c b. Et quoniã a, ſignũ/ centrũ eſt circuli c b d: æqualis eſt per 15 diffinitionẽ, a c ipſi a b. Rurſus quoniam b ſignũ/ cẽtrũ eſt circuli c a e: æqualis eſt b c ipſi b a, per 15 diffinitionẽ. At oſtenſa eſt linea a c: ipſi a b æqualis. vtraq; igitur & c a & c b: ipſi a b eſt æqualis. Quæ autem eidem æqualia: & adinuicẽ ſunt æqualia/ per 1 cõmunẽ ſententiam. & c a igitur: ipſi c b eſt æqualis. Tres igitur lineæ, c a, a b, b c, æquales adinuicẽ ſunt. Aequilaterum igitur eſt triangulum a b c, & conſtitutum ſuper data recta linea terminata a b: quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propoſitæ æquam rectam lineam ducere.

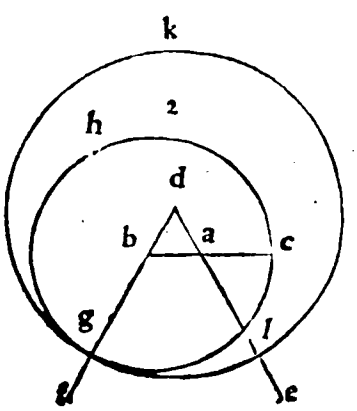
¶CAMPANVS. ¶Sit a, punctus datus: & b c línea recta data. volo a puncto a, ducere lineam vnã æqualẽ lineæ b c: in quãcũq; partẽ contingat. Coniungã ergo punctũ a: cum altera extremitate lineæ b c: cum qua voluero. et coniungam ipſum a, cũ extremitate c, per lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulum æquilaterũ ſecundũ doctrinã præcedentis/ qui ſit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua cõiunxi punctũ datũ/ a ſcilicet: in extremitate c ponã pedem circini immobilẽ. deſcribamq; ſuper ipſum per 3 petitionẽ/ circulum ſecũdum quantitatem ipſius datæ lineæ: qui ſit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato/ ſcilicet latus d c protraham per centrum circuli deſcripti vſq; ad eius circunferentiã: & ſit tota linea ſic protracta d c e. ſecundum cuius quãtitatem/ lineabo circulum/ poſito centro in d: qui ſit circulus e f. Poſtea protraham latus d a vſq; ad circũferentiã huius vltimi circuli: & occurrat circũferẽtiæ ipſius in pũcto f. Dico igitur q; a f: eſt æqualis b c. nã b c & c e ſunt æquales: quia exeunt a centro circuli e b, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; d f & d e ſunt æquales: quia exeũt a centro circuli e f, ad circũferentiam. ſed d a & d c ſunt æquales: quia ſunt latera trianguli æquilateri. ergo ſi d a & d c demantur de d e & d f quæ ſunt æquales: erũt reſidua quæ ſũt a f & c e, æqualia. Quia ergo vtraq; duarũ linearum a f & c b eſt æqualis c e: ipſæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: adinuicẽ ſunt æquales. Quare a puncto a, protraximus lineã a f æqualẽ b c: quod eſt propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. propoſitio 2.

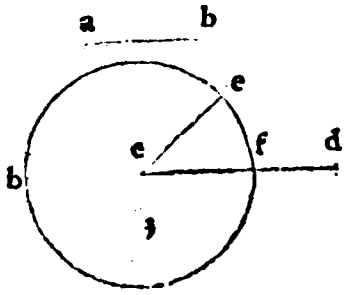
2 ¶Ad datum ſignum: datæ rectæ lineæ æquam rectam lineã ponere.

¶THEON ex Zã. ¶Sit datũ ſignũ, a: data aũt recta linea, b c. oportet ad ipſum a: ipſi b c rectæ lineæ æquã rectã lineã ponere. Ducatur inq; ab a, ſigno in b ſignũ/ recta linea a b: per 1 poſtulatũ. & cõſtituatur per 1 propoſitionẽ/ triangulũ æquilaterũ: ſitq; illud/ d a b. & producãtur per 2 poſtulatũ in rectũ, d a, d b: ſintq; a e, b f. & per 3 poſtulatũ/ cẽtro b/ ſpacio vero b c: circulus deſcribatur c g h. et rurſus per idem/ cẽtro d/ ſpacio vero d g: circulus deſcribatur g k l. Quoniam igitur b ſignũ/ cẽtrũ eſt circuli c g h: æqualis eſt per xv diffinitionem/ b c ipſi b g. et quoniam d ſignũ cẽtrum eſt circuli g k l: æqualis eſt per eãdem/ d l ipſi d g/ quarũ d a ipſi d b/ eſt æqualis per præcedentem. reliqua igitur a l: reliquæ b g per 3 cõmunẽ ſentẽtiam eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem: q; b c ipſi b g eſt æqua



lis. vtraq; igitur & a l & b c: ipſi b g eſt æqualis. Quæ autẽ eidem æqua lia: per primam cõmunem ſententiã & adinuicem ſunt æqualia. & linea a l igitur: ipſi b c eſt æqualis. Ad datum igitur ſignum, a: datæ rectæ lineę b c æqua recta linea collocata eſt a l. quod feciſſe oportuit

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.



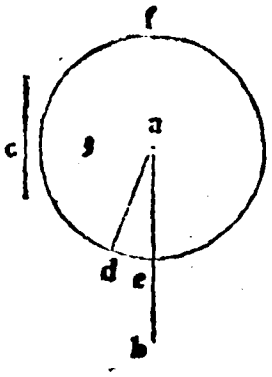
PRopoſitis duabus lineis inęqualibus: de longiori earum, breuiori æqualem abſcindere. 3

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: & ſit a b minor. volo ex c d abſcindere vnam: quæ ſit æqualis a b. Duco primo a pũcto c, vnã lineam æqualẽ a b, ſecundũ quod docuit præcedens: quæ ſit c e. poſito ergo centro in puncto c: deſcribã circulum ſecundum quantitatem c e, qui ſecabit lineam c d. ſit ergo vt ſecet eã in puncto f. eritq; linea c f, æqualis lineæ c e: quia ambæ exeunt a centro eiuſdem circuli ad circũferentiam. & quia vtraq; duarũ linearum a b & c f eſt æqualis c e: ipſæ per 1 cõmunẽ animi conceptionẽ ſunt inter ſe ęquales. quod eſt propoſitum.

Eucli ex Zamb. Problema 3. propoſitio 3.

¶Duabus datis rectis lineis inæqualibus: a maiori, minori æqualem rectam lineam abſcindere. 3

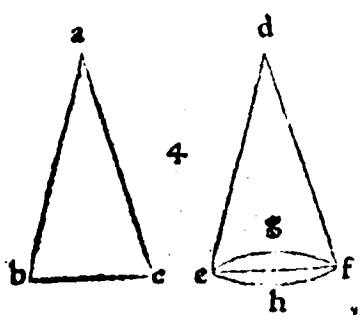
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, a b, c: quarum maior ſit a b. oportet ab ipſa a b maiore: ipſi c minori æqualem rectam lineam abſcindere. Ponatur per ſecundã propoſitionẽ ad ſignum a, lineæ vero rectæ c, æqualis a d. et cẽtro quidem a, interuallo vero a d: per 3 poſtulatum circulus deſcribatur d e f. Et quoniam a ſignum, centrũ eſt circuli d e f: æqualis eſt a e ipſi a d. At linea c ipſi a d eſt æqualis. vtraq; igitur & a e, & c: ipſi a d eſt æqualis. quare & linea a e: ipſi c eſt æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus a b, c: ab ipſa a b maiore, ipſi c minori æqualis abſciſa eſt a e. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

OMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius æqualia fuerit, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri: latera quoq; illorũ reliqua ſeſe reſpicientia æqualia, reliqui vero anguli vnius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis. 4

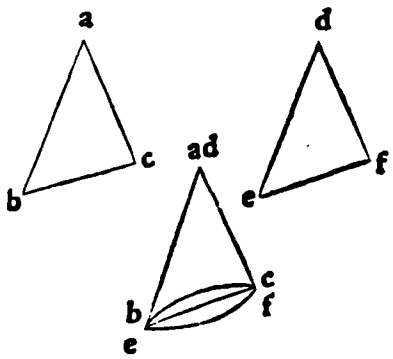
¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, d e f. ſitq; latus a b, æquale lateri d e: & latus a c, æquale lateri d f. & angulus a: æqualis angulo d. Tũc dico: q; baſis b c, eſt æqualis baſi e f. & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c: æqualis angulo f. & totus triangulus a b c: toti triãgulo d e f. quod probatur. Supponã triangulum a b c, triangulo d e f: ita q; angulus a, cadat ſuper angulũ d, & latus a b ſuper latus d e, & latus a c ſuper latus d f. Patet autẽ per penultimam conceptionẽ, q; nec anguli nec latera ſeſe excedent: eo q; angulus a, eſt æqualis angulo d. & latera ſuperpoſita: ijs, quibus ſuperponũtur, per hypotheſin, puncta ergo b c, cadent ſuper puncta e, f. Si ergo linea b c cadit ſuper lineã e f: patet propoſitũ. quia cũ linea b c ſuperpoſita lineę e f, non excedat eã nec excedatur ab ea: eſt ei æqualis per conuerſionem penultimæ conceptionis. Ea dẽ ratione erit angulus b, æqualis angulo e: & angulus c æqualis angulo f. Si autem linea b c non cadit ſuper lineam e f, ſed cadit intra triangulum ſicut linea e g f, aut extra ſicut linea e h f: tunc duæ lineæ rectæ concludunt ſuperficiem. quod eſt contra vltimam petitionem.



Eucli.ex Zamb. Theorema primum. Propoſitio 4.

4 ¶Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/& angulum angulo æqualē ſub æqualibus rectis lineis contentum: & baſin baſi æqualem habebunt.& triangulum triangulo æquum erit.ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri:ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

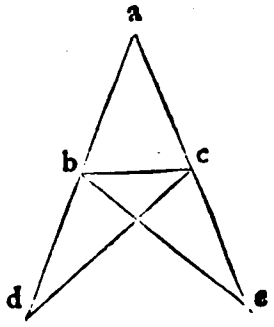
¶THEON ex Zāberto. ¶Sint bina triangula a b c,d e f:duo latera videlicet a b,a c,duobus lateribus hoc eſt d e,d f,æqualia habentia alterū alteri ſcilicet a b ipſi d e & a c ipſi d f,& angulū b a c angulo e d f æqualem.Dico ꝙ & baſis b c:baſi e f eſt æqualis.& triangulum a b c triangulo d e f æquum erit:& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur/ hoc eſt a b c ipſi d e f,& a c b ipſi d f e.Congruente namꝙ triangulo a b c ipſi d e f triangulo,ac poſito ſigno a ſuper d,& a b recta linea ſuper d e:congruit & ſignum b ſuper ſigno e,ex eo quia linea a b ipſi d e eſt æqualis per hypotheſin. Et congruente linea a b ipſi lineæ d e,congruit & linea recta a c ipſi lineæ d f: quoniam angulus b a c, angulo d e f eſt æqualis per hypotheſin . At quoniam linea recta a c,ipſi d f eſt æqualis per hypotheſin: ſignum igitur c,ipſi ſigno f congruit.Rurſus quoniā c ſignū ipſi f ſigno cōgruit/ at b ſignū ipſi e ſigno congruit:baſis igitur b c,baſi e f congruit.Si enī congruente b ipſi e,& c ipſi f,baſis b c baſi e f non congruit: duæ rectæ lineæ ſuperficiem concludunt.quod per 10 communem ſententiā eſt impoſſibile.Congruit ergo baſis b c,baſi e f:& ei eſt æqualis. Quare totum triangulum a b c,toti triangulo d e f congruit per 8 communem ſententiam:& ei eſt æquale.Et reliqui anguli per eandem reliquis angulis cōgruent/& eis erunt æquales:hoc eſt angulus a b c angulo d e f,& angulus a c b angulo d f e.Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/& angulum angulo æquum ſub æqualibus rectis lineis contentum:baſin quoꝙ baſi æqualem habebunt.& triāgulum triangulo æquum erit.& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri:ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.Quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 5

5 OMnis trianguli duum æqualium laterum angulos qui ſuper baſin ſunt:æquales eſſe neceſſe eſt.Qꝛ ſi eius duo latera directe protrahantur: fient quoꝙ ſub baſi duo anguli inuicem æquales.

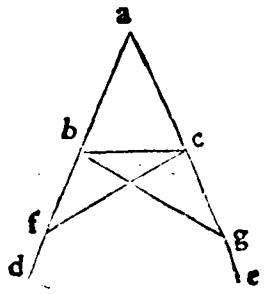
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c:cuius latus a b ſit æquale lateri a c.Dico ꝙ angulus a b c:eſt æqualis angulo a c b. Qꝛ ſi protrahantur a b & a c vſqꝙ ad d & e:fiet angulus d b c æqualis angulo e c b.Quod ſic probatur.Protractis a b & a c,ponam per tertiā propoſitionem/lineam a d æqualem lineæ a e:& protraham lineas e b,d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d: quos probabo eſſe æquales/& adinuicem æquilateros & æquiangulos.Sunt enim duo latera a b & a e,trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d,trianguli a c d:& angulus a,communis vtriꝙ.ergo per præmiſſam/baſis b e eſt æqualis baſi d c:& angulus e æqualis angulo d,& angulus a b e æqualis angulo a c d.Item intelligo duos trianguos d b c & e c b: quos ſimiliter probabo eſſe æquilateros & æqangulos.Nā duo latera b d & d c triāguli b d c,ſunt æqualia duobus lateribus e c & e b triāguli c e b:& āgulus d,angulo e.ergo per præmiſſam baſis baſi:& reliqui anguli reliqs angulis.ergo angulus d b c eſt æqualis angulo e c b(Et eſt ſecundum propoſitum;ſcilicet ꝙ anguli ſub baſi ſunt æquales) et angulus d c b,eſt æqualis angulo e b c,Sed totus angulus a



b e: eſt æqualis toti a c d, vt probatum fuit ſupra. ergo angulus a b c reſiduus eſt per 3 cõmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b reſiduo: quorum vterq; eſt ſupra baſin. Et hoc eſt primum propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 5.

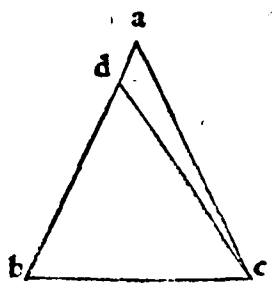
¶Iſoſcelium triangulorum qui ad baſin ſunt anguli: adinuicem ſunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt anguli: adinuicem æquales erunt. 5



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit triangulũ iſoſceles a b c, æquũ habens latus a b lateri a c: & producãtur per 2 poſtulatũ, in rectũ ipſis a b, a c, rectæ lineæ b d, c e. Dico q; angulus a b c, angulo a c b eſt æqualis: & angulus c b d, angulo b c e. Capiatur in linea b d, cõtingens ſignum ſitq; illud f: & auferatur per 3 propoſitionẽ a linea a e maiori, ipſi a f minori æqualis, ſitq; illa a g. & cõnectantur f c & g b. Quoniam a f ipſi a g, & a b ipſi a c, ſunt æquales: duæ igitur f a, a c, duabus g a, a b, ſunt æquales altera alteri. & cõmunem angulũ concludunt: qui ſub f a g continetur. Baſis igitur f c: baſi g b per 4 propoſitionẽ eſt æqualis. & triangulum a f c: triangulo a g b erit æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus latera æqualia explicãtur: hoc eſt angulus a c f angulo a b g, & angulus a f c angulo a g b. Et quoniam tota a f toti a g eſt æqualis, quarum linea a b lineæ a c eſt æqualis: reliqua igitur b f reliquę c g per 3 cõmunem ſententiã eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem: q; f c ipſi b g eſt æqualis. Duæ autẽ b f, f c: duabus c g, g b, æquales ſunt altera alteri. & angulus b f c: angulo c g b per 4 propoſitionẽ eſt æqualis. & b c baſis eorũ: cõmunis eſt. Triangulum igitur b f c, triangulo c g b erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, per eandẽ. Angulus igitur f b c, angulo g c b, & angulus b c f angulo c b g: ſunt æquales. Quoniã igitur totus angulus a b g toti angulo a c f (vt oſtenſum eſt) æqualis eſt, quorũ c b g angulo b c f eſt æqualis: reliquus igitur angulus a b c reliquo angulo a c b per 3 cõmunem ſententiam eſt æqualis, & ad baſin ſunt trianguli a b c. Oſtenſum eſt autem: q; angulus f b c anglo g c b eſt æqualis, & ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorũ qui ad baſin anguli ſunt: æquales ſunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui ſub baſi exiſtunt: æquales erunt adinuicẽ. quod demõſtrãdum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

SI duo ãguli alicui 9 triãguli æquales fuerit: duo quoq; latera eius illos angulos reſpiciẽtia æqualia erũt. 6



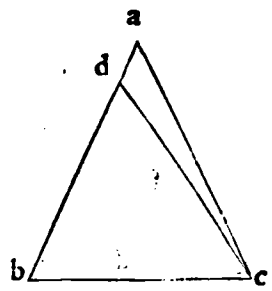
¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt conuerſa præmiſſæ: quantũ ad primã partẽ ipſius. Sit enim triangulus a b c, cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico q; latus a b: eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia: erit alterum maius, ſitq; a b maius, quod reſecetur ad æqualitatem a c per 3 propoſitionẽ: vt ſuperfluum ſit a d ad partẽ a. & receſetur in puncto d: ſitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c: quos probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b: & angulus b æqualis angulo c totali per hypotheſin. ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b: eſt æqualis angulo a b c per hypotheſin. ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b: pars videlicet toti. quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 6

¶Si trianguli duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoq; angulos ſubtendẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt. 6

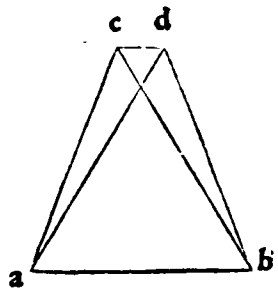
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit triangulum a b c: æquum habẽs angulum a b c, ãgulo a c b. Dico q; & latus a b: æquũ eſt lateri a c. Si enim eſt inæquale latus a b ipſi lateri a c: alterum eorũ erit maius. Sit maius a b.

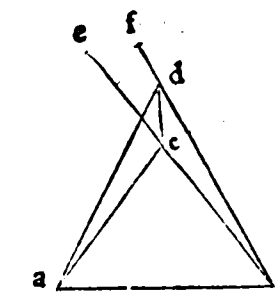
Et auferatur per 3 propoſitionem ab ipſo a b maiori/ ipſi a c minori linea æqualis: ſitq; illa/ d b. protrahatur linea d c: per 3 poſtulatum. Igitur qm̃ latus d b eſt æquale lateri a c, cōmunis vero linea b c: duo igitur d b, b c, latera duobus lateribus a c & c b ſunt æqualia alterum alteri. & angulus d b c i angulo a c b per hypotheſin. Baſis igitur d c, p 4 propoſitionē baſis a b eſt æqualis: & triangulū d b c, per eandē triangulo a c b æquū erit minus ſcilicet maiori. quod eſt impoſſibile. Latus igitur a b: lateri a c nō eſt inæquale. æquale igitur. Si ergo triāguli duo āguli æq̃les adinuicē fuerit: æquales quo q; angulos ſubtendētia latera æqualia adinuicē erūt. quod fuerat oſtēdēdū.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

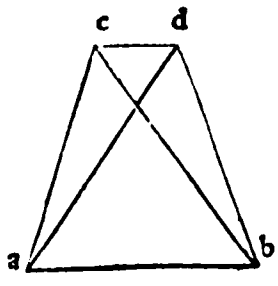
7 SI a duobus p̃ctis aliquā lineā terminātibus/ duę lineę ad p̃ctu vnū cōcurrētes exierint: ab eiſdē p̃ctis alias duas lineas ſingulas ſuis cōterminalibus æquales q ad aliū p̃ctū cōcurrāt/ in eādē partē educi eſt ipoſſibile. ¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a b: a cuius extremitatibus a & b, protrahātur duæ lineæ in partē vnā q̃ concurrāt in eodē p̃cto. vt ſint lineæ a c & b c: q̃ concurrāt in puncto c. Dico q; in eandē partē non protrahētur aliæ duę ab extremitatibus lineę a b, q̃ cōcurrāt ad aliū p̃ctū: ita q; illa quæ egredietur a p̃cto a ſit æqualis a c, & quæ egredietur a p̃cto b ſit ſimul æqualis lineæ b c. quod ſi fuerit poſſibile: protrahātur alię duę lineę in eandē partē/ quæ cōcurrāt in puncto d, & ſit a d æqualis lineę a c, & ſimul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo p̃ctus d cadet intra triāgulū a b c: aut extra. nam in alterum laterum non cadet: quia tunc pars eſſet æqualis ſuo toti. Si ergo cadat extra: aut altera linearū a d & b d ſecabit alteram linearū a c & b c, aut neutra neutram. Et ſecet primo altera alterā: & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d ſunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c per 5 propoſitionē. Similiter quia in triāgulo b c d duo latera b c & b d ſunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandē æquales. Et qa angulus b d c eſt maior angulo a d c: ſequitur āgulū b c d eſſe maiorē angulo a c d, partē ſcilicet toto. qd eſt ipoſſibile. ¶ Si autē d cadat extra triangulū a b c, ita q; lineæ ſe nō ſecent: protrahā lineā d c, & producā b d & b c ſub baſi vſq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d ſunt æquales: erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. ſimiliter quia b c & b d ſunt æquales: erunt anguli ſub baſi qui ſunt c d f & e c d, æquales per 2 partē eiuſdē. Quia ergo angulus e c d minor eſt angulo a c d: ſequitur angulum f d c eſſe minorem angulo a d c. quod eſt impoſſibile. Eodem modo ducetur aduerſarius ad inconueniens: ſi d punctus cadat intra triangulum a b c.



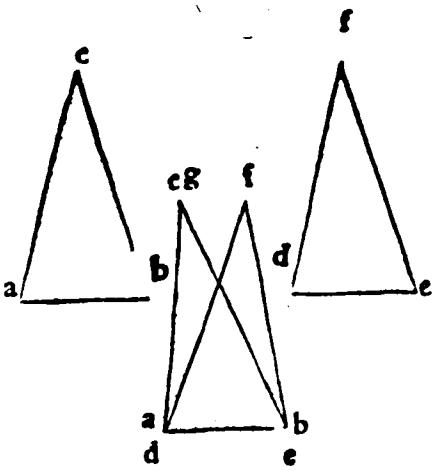


Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 7.

7 ¶ Super eadē recta linea duabus eiſdem rectis lineis alię duæ rectę lineę q̃les altera alteri nō cōſtituētur/ ad aliud atq; aliud ſignū/ ad eaſdē p̃tes: eoſdē fines primis rectis lineis poſſidētes. ¶ THEON ex Zāb. ¶ Si eni eſt poſſibile: ſuper eadē recta linea a b, duabꝰ rectis lineis a c, c b, aliæ duæ rectæ lineæ a d, d b, æquales altera alteri cōſtituātur ad aliud atq; aliud ſignū hoc eſt c & d, ad eaſdē p̃tes ſc3 c d, eoſdē fines hoc eſt a, b, poſſidētes. Qm̃ æqualis eſt c a ipſi d a eūdē finē habēs hoc eſt a, & c b ipſi d b eundē finē habēs hoc eſt b: cōnectatur c d per 1 poſtulatū. Quoniā igitur a c æqualis eſt ipſi a d: æqualis erit quoq; angulus a c d, angulo a d c. Minor igitur eſt āgulus a c d: angulo b d c. multo minor igitur eſt angulus b c d angulo b d c. Rurſus quoniā c b ipſi d b eſt æqualis: æquꝰ eſt igitur & angulus b c d angulo c d b. Oſtenſum eſt autem q; admodū minor. quod eſt impoſſibile. Super igitur eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non conſtituentur ad aliud atq; aliud ſignū/ ad eaſdem partes: eoſdem fines rectis primis lineis poſſidentes. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

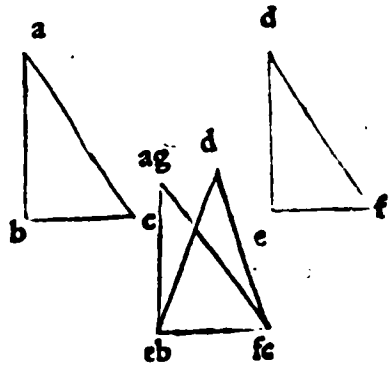


OMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duob9 lateribus alterius fuerint ęqualia/baſiſq; vnius baſi alterius æqualis:duos angulos æquis lateribus contentos/æquales eſſe neceſſe eſt. 8

¶CAMPANVS.¶Sint duo triāguli a b c,d e f:ſitq; a c æqualis d f,& b c æqualis e f,& a b æqualis d e.Dico ergo q; angulus c eſt æqualis angulo f, & angulus a āgulo d,& angulus b āgulo e.Supponā baſin a b,baſi d e:q̄ cū ſint æquales/neutra excedit alterā p cōuerſionē penultimæ cōceptionis.Aut ergo pūctus c cadet ſup pūctū f:aut nō.Si ſic:tūc qa āgulus c ſuppoſitus eſt āgulo f,& neuter excedit alterum eo q; a c ſuper d f & b c ſuper e f cadunt/ ipſi ſunt ęquales per eandē conceptionē.Similiter argue reliquos angulos eſſe æquales.Si autē pūctus c nō cadat ſuper f:cadat ſuper quēlibet aliū qui ſit pūctus g.qa e g eſt æqualis b c īmo eadē/itēq; qa d g eſt ęqlis a c erit d g æqualis d f,& e g æqualis e f.quod eſt impoſſibile per præcedentem.

Eucli.ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 8

¶Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/& baſin quoq; baſi æqualē:āgulū quoq; angulo ſub æqualibus rectis lineis cōtentū æqualem habebūt. 8

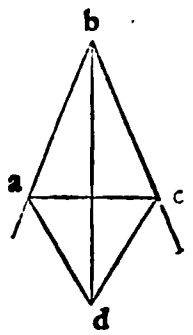


¶THEON ex Zamb.¶Sint bina triāgula a b c,d e f, duo latera a b,a c, duobus laterib9 d e,d f,æqualia habētia alterū alteri/hoc eſt a b ipſi d e & a c ipſi d f:habeantq; baſin b c baſi e f æqualē.Dico q; angulus b a c: angulo e d f eſt æqualis.Cōgruēte enī triāgulo a b c ipſi triāgulo d e f,& poſito quidēb ſigno ſup e ſignū:& recta linea b c ſuper e f:congruit quoq; ſignū c ipſi f ſigno/qm̄ b c æqualis eſt ipſi e f.Congruente vero b c ipſi e f: congruunt quoq; & b a,a c ipſis e d,d f.Si enim baſis b c baſi e f congruit at b a, a c,latera lateribus e d,d f,non congruent/ ſed differēt ſicut e g,g f: conſtituētur ſuper eadem recta linea duabus eiſdē rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri/ad aliud & aliud ſignū ad eaſdē partes / eoſdēq; fines poſſidentes.Nō cōſtituūtur autē per 7 propoſitionē.Nō igitur / congruēte baſi b c baſi e f,nō cōgruūt quoq; & b a,a c,latera ipſis e d,d f,lateribus.congruunt igitur.Quare & angulus b a c,angulo e d f cōgruet: & eidē æqualis erit.Si bina igitur triāgula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/baſinq; baſi æqualem:angulum quoq; angulo ſub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 9.

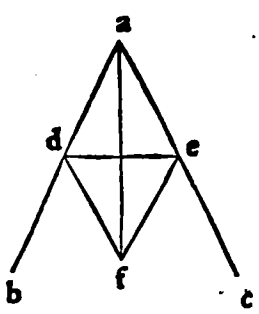
DAtum angulum:per æqualia ſecare. 9

¶CAMPANVS. ¶Sit datus āgulus quē oportet diuidere:āgulus a b c.Lineas ipſū cōtinētes q̄ ſunt a b & b c, ponā æquales p 3 propoſitionē.& producā lineā a c:ſup quā cōſtituā triangulū æglaterū a d c per 1 propoſitionē.& protrahā lineā b d.Dico q; ipſa diuidit datū angulū p æqualia.Intelligo duos triangulos a b d & c b d.duo latera a b & b d triāguli a b d ſūt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d:& baſis a d baſi c d.ergo per præcedentem angulus a b d eſt æqualis angulo c b d.quod oportebat efficere.



Eucli.ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 9. 9

¶Datum angulum rectilineum: bifariam ſecare.

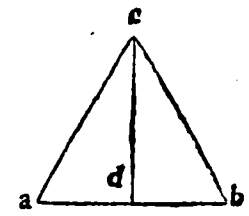


¶THEON ex Zāberto.¶Sit datus rectilineus āgulus b a c.Oportet ipſū bifariā ſecare.Suſcipiatur ſuper linea a b exiſtens ſignū:ſitq; illud/d.& a linea a c,per 3 propoſitionē auferatur a e:ipſi a d æqualis.& p 1 poſtulatū cōnectatur linea d e:cōſtituaturq; per 1 propoſitionē ſup d e, triāgulū æglaterū ſitq; illud d f e.& cōnectatur per 1 poſtulatū:linea d f.Dico q; āgulus b a c:a linea a f bifariā ſecatur.Qm̄ a d eſt æqualis ipſi a e,cōmunis vero a f:binæ igitur d a,a f,duab9 e a,a f ſūt altera alteri æquales.At baſis d f:baſi e f per 1 propoſitionē eſt æqualis,angulus igitur d a f,angulo f a e per 8 propoſitionē eſt æqualis.Datus igitur angulus rectilineus qui ſub b a c: bifariam ſectus eſt a recta linea a f.quod feciſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 10.

10 PRoposita recta linea: eam per æqualia diuidere.

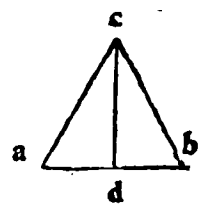
¶CAMPANVS. ¶Sit propoſita linea quã oportet diuidere per æqualia: linea a b. ſuper ipſam conſtituam triangulum æquilaterum a b c. & angulum c diuido per æqualia ſecundum doctrinam præcedentis: per lineam c d. Dico q; linea c d: diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d. & argumentor ſic. duo latera a c & c d trianguli a c d, ſunt æqualia duobus lateribus b c & c d triãguli b c d, & ãgulus c vnius/ angulo c alterius: ergo; 4 baſis a d: baſi d b. quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Problema 5. propoſitio 10.

10 ¶Datam rectam lineam terminatam: bifariam ſecare.

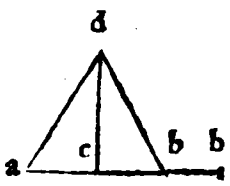
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea terminata a b. oportet lineam a b: bifariam ſecare. Cõſtituatur per 1 propoſitionem/ ſuper ea: triãgulum æquilaterum a b c. Et per 9 propoſitionem ſecetur angulus a c b bifariam: a recta linea c d. Dico q; linea recta a b: bifariã ſecatur in ſigno d. Quoniam enim per 1 propoſitionem/ a c ipſi c b eſt æqualis / cõmunis vero c d: duæ igitur a c, c d, duabus b c, e d ſunt æquales altera alteri. & angulus a c d: angulo b c d æquus eſt. Baſis igitur a d: per 4 propoſitionem baſi d b eſt æqualis. Data igitur recta linea terminata a b: bifariam ſecta eſt in ſigno d. quod faciendum fuerat.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 11.

11 DAta linea recta/a puncto in ea ſignato perpendícularem extrahere: duobus quidem angulis æqualibus ac rectis vtrinq; ſubnixam:

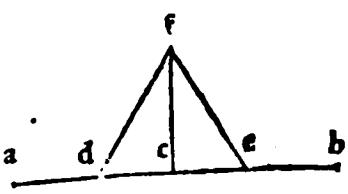
¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b: in qua ſit datus pũctus c, a quo oportet perpẽdicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propoſitionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & ſuper totam a b conſtituo triãgulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico q; ipſa eſt perpendicularis ſuper lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. et quia duo latera a c & c d, trianguli a c d ſunt æqualia duobus lateribus c b & c d, triãguli c b d, & baſis a d baſi b d: erit per 8 propoſitionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare vterq; eorũ erit rectus/ per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis ſuper lineam a b, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis. Quod eſt propoſitum.



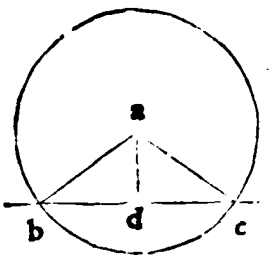
Eucli.ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 11.

11 ¶Data recta linea: a ſigno in ea dato/ rectam lineã ad angulos rectos excitare.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b: datum vero in ea ſignum ſit c. Oportet ab ipſo ſigno c, ipſius rectæ lineæ a b: ad angulos rectos rectam lineam excitare. Suſcipiatur in ipſa a c exiſtens ſignũ/ ſitq; illud d: & ponatur ipſi d c: per 3 propoſitionem æqualis linea c e. & ſuper d e: per 1 propoſitionem conſtruatur triangulum æquilaterum f d e. & connectatur linea f c. Dico q; data recta linea a b: a dato in ipſa ſigno quod eſt c, ad rectos angulos/ f c recta linea excitatur. Quoniam d c æqualis eſt ipſi c e, cõmunis vero linea c f: duæ igitur d c, c f, duabus e c & c f altera alteri ſunt æquales. & baſis d f: per 1 propoſitionem baſi e f eſt æqualis. Angulus igitur d c f: angulo e c f per 8 propoſitionem eſt æqualis/ & ſunt vtrobiq; . Cum autem recta linea ſuper recta linea conſiſtens/ vtrobiq; angulos adinuicem æquales fecerit: vterq; æqualium angulorũ rectus eſt/ per 10 diffinitionẽ . Igitur angulus d c f, & angulus f c e: ſunt recti. Data igitur recta linea a b: a dato in ea ſigno c, ad rectos ãgulos recta linea c f excitatur. quod feciſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 12.

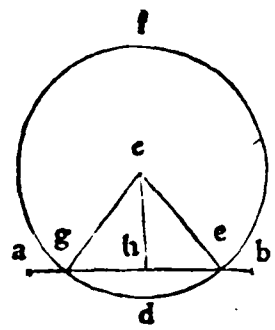


A Puncto extra ſignato: ad datam lineam indefinitæ quantitatis/perpendicularem deducere. 12

¶CAMPANVS. ¶Sit a, pũctus ſignatus extra lineã b c: a quo ad ipſam/oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in vtranq; partem: quantum libuerit. & ſuper punctum a, deſcribam circulum b c: ſic vt ſecet lineam datam in punctis b, c. & protraham lineas a b & a c. & diuidam angulum b a c per æqualia: per lineam a d, per 9 propoſitionẽ. Dico q; a d eſt perpendicularis ſuper lineam b c. Intelligo duos triangulos: a b d & a c d. & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, ſunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d: erit per 4 propoſitionẽ baſis b d æqualis baſi d c, & ãgulus a d b æqualis angulo a d c. quare vterq; eorũ rectus/& linea a d perpẽdicularis ſuper lineã b c: p diffinitionẽ ãguli recti & lineæ perpẽdicularis. quod eſt ꝓpoſitum.

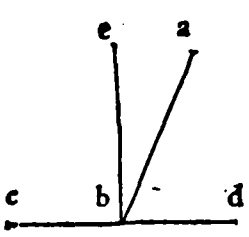
Eucli.ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 12.

¶Super datam rectam lineam infinitam: a dato ſigno quod in ea non eſt/perpendicularem rectam lineam deducere. 12



¶THEON ex Zamb. ¶Sit data recta linea infinita/ſitq; illa a b: datũ vero ſignum quod in ea non eſt/ſit c. Oportet ſuper datam rectam lineã infinitam a b: a dato ſigno c quod in ea non eſt/ perpendicularem rectã lineam ducere. Suſcipiatur enim in altera parte ipſius a b rectæ lineæ exiſtens ſignum: ſitq; illud d. & centro quidem c, interuallo vero c d: per 3 poſtulatum circulus deſcribatur e f g. Seceturq; per 10 propoſitionem e g bifariam: in ſigno h. & connectantur per 1 poſtulatum rectæ lineæ c g, c h, c e. Dico q; ſuper datam rectam lineã infinitã a b: a dato ſigno quod in ea non eſt videlicet c, perpendicularis ducitur recta linea c h. Quoniam g h ipſi h e eſt æqualis/communis vero h c: duæ igitur g h, h c, duabus e h, h c, ſunt altera alteri æquales. & baſis c g: baſi c e per 10 diffinitionem eſt æqualis. Angulus igitur c h g: angulo e h c per 8 propoſitionem eſt æqualis. ſuntq; vtrobiq;. Cum autem recta linea ſuper rectam cõſiſtens lineam/angulos vtrobiq; adinuicem æquales fecerit: vterq; æqualium angulorum rectus erit per decimam diffinitionem/& ſuperſtans recta linea perpendicularis vocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam a b: a dato ſigno c quod in ea non eſt/perpendicularis ducta eſt c h. quod feciſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 13.



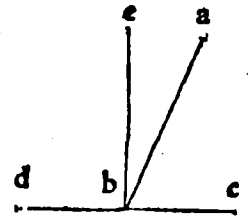
OMnis rectæ lineæ ſuper rectã lineã ſtãtis duo vtrobiq; ãguli: aut ſunt recti/aut duobus rectis æquales. 13

¶CAMPANVS. ¶Sit vt linea a b: ſuperſtet lineæ c d. quę ſi fuerit ſup eam perpẽdicularis: faciet duos angulos rectos per conuerſionẽ diffinitionis lineę perpendicularis. Si autem non fuerit ſuper eam perpẽdicularis: a puncto b ducatur b e perpendicularis ſuper c d per 11. eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per cõuerſionẽ dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adequantur angulo d b e: ipſi cũ angulo c b e, erũt æquales duobus rectis. quare tres anguli qui ſunt d b a, a b e, & c b e: ſunt æquales duobus rectis. ſed angulus c b a: eſt æqualis duobus angulis c b e & e b a. ergo duo ãguli c b a & a b d ſunt æquales duobus rectis, quod eſt propoſitũ. Ex quo patet totũ ſpaciũ quod in qualibet ſuperficie plana pũctũ quodlibet circũſtat: quatuor rectis angulis eſſe æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. propoſitio 13.

¶Cum recta linea ſuper rectã cõſiſtens lineam/ angulos fecerit: aut duos rectos/aut duobus rectis æquales efficiet. 13

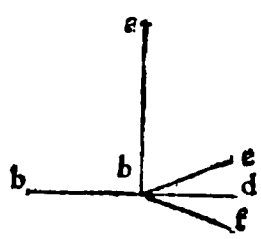
THEON ex Zā. Recta enim linea quędā a b, ſuper rectā lineā c d conſiſtens: angulos efficiat c b a & a b d. Dico q; c b a & a b d anguli: aut duo recti ſunt/aut duobus rectis æquales. At ſi angulus c b a, eſt æqualis angulo a b d: iam duo recti ſunt. At ſi non: excitetur per 11 propoſitionē a dato ſigno b lineæ c d, ad angulos rectos linea b e. anguli igitur c b e, e b d: per 10 diffinitionē ſunt recti. At quoniam angulus c b e, duobus c b a, a b e angulis eſt æqualis: communis ponatur angulus e b d. igitur anguli c b e, e b d: tribus angulis hoc eſt c b a, a b e, e b d, ſūt æquales. Rurſus quoniā āgulus d b a duobus angulis d b e, e b a eſt æqualis: cōmunis ponatur angulus a b c. Igitur anguli d b a, a b c, tribus angulis d b e, e b a, a b c, ſunt æquales. Oſtenſū eſt autē q; anguli c b e, e b d: eiſdem tribus ſunt æquales. quæ autē eidē ſunt æqualia: per primam communē ſententiam & ſibi inuicem ſunt æqualia. Igitur anguli c b e, e b d, ſūt duo recti: & anguli d b a, a b c, duobus rectis ſunt æquales. Cum igitur recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam/angulos fecerit: aut duos rectos aut duobus rectis æquales efficiet. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI duæ lineę a puncto vnius lineæ in diuerſas partes exierint duoſq; circa ſe angulos rectos aut duobus rectis æquales fecerint: illæ duæ lineæ ſibi directe cōiunctæ ſunt/et linea vna.

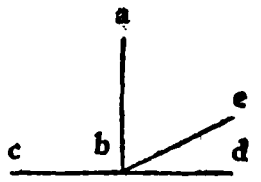
CAMPANVS. Sit vt a pūcto b lineæ a b, exeāt duæ lineę in oppoſitas partes/quæ ſint b c & b d: & faciant duos angulos qui ſint c b a & d b a, æquales duobus rectis. tunc dico q; duę lineæ c b & d b: ſunt ſibi inuicem directe coniunctæ & linea vna. Hęc eſt quaſi cōuerſa prioris. Q; ſi non fuerint linea vna: tunc protrahatur c b in continuum & directū. quę quia non eſt linea vna cum d b: trāſibit ſuper eā vt b e, aut ſub ea vt b f. Quia ergo ſuper lineā rectam quę eſt c b e, cadit linea a b: erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per prędędē. & quia omnes recti ſūt adinuicē æquales per 3 petitionē/āguli quoq; c b a & d b a ſunt æquales duobus angulis rectis per hypotheſin: erunt duo anguli c b a & e b a æles duobus angulis c b a & d b a. ergo dēpto cōmuni angulo c b a: erit āgulus e b a æqualis āgulo d b a, pars toti. quod eſt impoſſibile. Similiter linea c b protracta/probabis angulum d b a eſſe æqualem angulo f b a: ſi forte diceret aduerſarius lineam c b protractam cadere infra b d.



Euclī ex Zamb. Theorema 7. propoſitio 14.

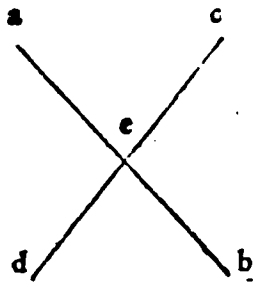
14 SI ad aliquā rectā lineā atq; ad eius ſignū duæ rectæ lineæ non ad eaſdē partes ductæ/vtrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerit: ipſæ in directū rectæ lineæ adinuicem erunt.

THEON ex Zā. Ad aliquā enī rectā lineā a b, ſignūq; eius b, duę rectæ lineæ b c, b d non ad eaſdē partes ductæ: vtrobiq; āgulos a b c, a b d, duobus rectis ęquos efficiant. Dico q; ipſi c b, recta linea b d in directū eſt conſtituta. Si enim ipſi c b recta linea b d nō eſt in directū: ſit ipſi c b recta linea b e in directum conſtituta. Quoniam igitur recta linea a b ſuper rectam lineam c b e ſtetit: anguli igitur a b c, a b e, duobus rectis ſunt æquales per 13 propoſitionem. At anguli a b c & a b d: duobus rectis ſunt æquales. anguli ergo c b a, a b e: angulis c b a, a b d ſunt æquales. Communis auferatur augulus c b a. reliquus igitur angulus a b e: reliquo angulo a b d eſt æqualis/minor maiori. quod eſt impoſſibile. Linea igitur b c: ipſi c b in directum minime eſt. Similiter quoq; oſtēdemus: q; nec aliqua præter lineam b d. In directum igitur eſt ipſi c b: linea b d. Si ad aliquā igitur rectam lineam/ad ſignumq; eius duę rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ/vtrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint: in directum ipſę rectę lineę ſibi inuicem erunt. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 15.

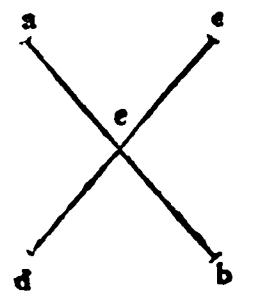
OMni umduarum linearum ſe inuicem ſecantiũ:omnes anguli contra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde manifeſtum eſt/cum duæ lineæ rectæ ſe inuicem ſecãt: quatuor qui fiunt angulos/quatuor rectis eſſe æquales. 15



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d:ſe inuicẽ ſecantes in puncto e. dico q̃ ãgulus d e b eſt æqualis ãgulo a e c:et angulus b e c eſt æqualis angulo a e d. Erunt enim per 13/duo anguli a e c & c e b æquales duobus rectis:itemq̃ duo ãguli c e b & d e b æquales duobus rectis per eandem. quare duo primi ſunt æquales duobus poſtremis:eo q̃ omnes recti ſunt adinuicem æquales per 4. petitionem. dempto ergo cõmuni angulo qui eſt c e b:erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur:angulũ c e b eſſe æqualẽ angulo a e d. quod eſt propoſitũ.

Eucli.ex Zamb. Theorema 8. propoſitio 15.

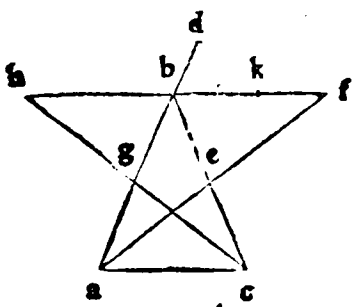
¶Si duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint:angulos qui circa verticem ſunt/æquos adinuicem efficient. 15



¶THE. ex Zãb. ¶Duę rectę lineę a b & c d:ſe adinuicẽ ſecẽt i ſigno e. Dico q̃ ãgulus a e c:æqualis eſt ãgulo d e b. Quoniã enĩ recta linea a e ſuper rectam lineã c d ſtetit/angulos efficiens c e a & a e d:igitur anguli c a e,a e d,duobus rectis ſunt æquales per 13 propoſitionẽ. Rurſus quoniã recta linea d e ſuper rectã lineam a b ſtetit/ angulos efficiens a e d,d e b: igitur anguli a e d,d e b,duobus rectis ſunt æquales per eandẽ 13 propoſitionem. Oſtenſum autem eſt/q̃ anguli c e a, a e d: duobus rectis ſunt æquales. anguli igitur c e a,a e d:angulis a e d,d e b,ſunt æquales. Cõmunis auferatur a e d. reliquus igitur angulus c e a:reliquo angulo d e b,eſt æqualis. Similiterq̃ oſtendetur q̃ & anguli c e b̃,d e a,ſũt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint:angulos qui circa verticem ſunt/adinuicem æquales efficient. quod oportuit demõſtraſſe.

Eucli.ex Camp Propoſitio 16.

SI quodlibet laterum trianguli directe protrahatur: faciet angulum extrinſecum vtroq̃ angulo trianguli ſibi intrinſecus oppoſito maiorem. 16



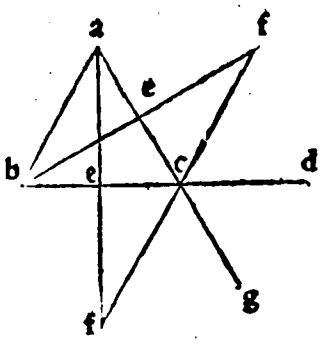
¶CAMP. ¶Sit vt trianguli a b c,latus a b protrahatur vſq̃ ad d. dico q̃ ãgulus d b c,maior ẽ vtroq̃ duorũ ãgulorũ intrinſecorũ ſibi oppoſitorũ:qui ſũt b a c et b c a. Diuidã enĩ p 10 propoſitionẽ/ lineã c b pæqualia in puncto e:& protraham a e vſq̃ ad f, ita vt e f fiat æqualis a e. & protrahã lineã f b. Intelligo duos triãgulos:c e a et b e f. & quia duo latera a e & e c trianguli a e c ſunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e vnius eſt æqualis angulo e alterius per prẽmiſſam/quia ſunt anguli cõtra ſe poſiti:erit per 4 propoſitionem angulus e c a,æqualis ãgulo e b f. & ideo angulus e b d:maior erit ãgulo b c a. Similiter quoq̃ probabitur q̃ eſt maior angulo c a b. Nã diuidam a b per æqualia in puncto g:per 10 propoſitionem. & protraham lineam g h:æqualem lineæ c g per 3 propoſitionem. poſtea protraham h b k. eruntq̃ duorum trianguloruum qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h ſecundi:& angulus g vnius,angulo g alterius per 15. ergo per 4 angulus g c a:eſt æqualis angulo g b h. quare per 15:& angulo k b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo k b d:erit etiam maior angulo b a c. quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 9. propoſitio 16.

¶Omnis trianguli vno latere producto:exterior angulus v- 16

triſq; interioribus & ex oppoſito/maior eſt.

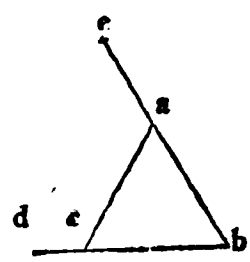
¶THEON ex Zã. ¶Sit triãgulũ a b c:& producatur ipſius latus vnũ/(ſitq; illud b c)vſq; in d. Dico q; exterior angulus a c d: maior eſt vtriſq; interioribus & ex oppoſito conſtitutis/hoc eſt angulis c b a & b a c. Secetur linea a c per 10 propoſitionem/in ſigno e:& protracta linea b e per ſecundum poſtulatum/extendatur in ſignum f. collocetur q; ipſi b e: per ſecundam propoſitionem æqualis lineae f. & connectatur per primum poſtulatũ f c.& extendatur per ſecũdum poſtulatum: linea a c vſq; in g. Quoniam igitur a e æqualis eſt ipſi e c,& b e ipſi e f: duæ igitur a e & e b, duabus c e & e f ſunt æquales altera alteri.& angulus a e b: per 15 propoſitionem angulo f e c eſt æqualis. circa verticem enim. Baſis igitur a b: baſi f c per 4. propoſitionem eſt æqualis. & triangulum a b e: triangulo f e c eſt æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur b a e: angulo e c f eſt æqualis. At angulus e c d: angulo e c f maior eſt. maior igitur eſt angulus a c d: angulo b a c. Similiter quoq; ſi ſecetur bifariam linea b c: oſtẽdetur & angulus b c g hoc eſt a c d, maior ãgulo a b c. Omnis igitur trianguli vno latere producto: exterior ãgulus vtriſq; interioribus et ex oppoſito/maior eſt. quod fuerat oſtendendum.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 17.

17 Omnis trianguli duo quilibet anguli: duobus rectis ſunt minores.

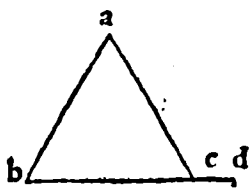
¶CAMPANVS. ¶Sit triãgulus a b c. dico q; duo quilibet eius anguli: duobus rectis ſunt minores. protrahatur enim vnum latus eius/vt b c: vſq; ad d. eritq; per præcedẽtem/angulus c extrinſecus: maior a et maior b. ſed c extrinſecus cum c intrinſeco: eſt æqualis duobus rectis per 13. ergo anguli b & c intrinſeci/ſiue anguli a & c intrinſeci: ſunt minores duobus rectis. Similiter ſi protrahatur latus b a: probabitur q; duo anguli a & b ſunt minores duobus rectis. quod eſt propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 17.

17 ¶Omnis trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores: omnifariam ſumpti.

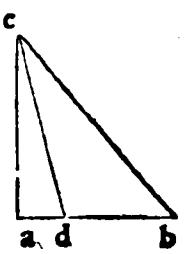
¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulũ a b c. dico q; ipſius a b c triãguli duo anguli: duobus rectis omnifariã ſumpti/ſunt minores. Producatur enim per 2 poſtulatum: b c, vſq; in d. Et quoniã trianguli a b c per præcedentem exterior angulus qui eſt a c d, interiore maior eſt et ex aduerſo/angulo a b c: cõmunis admittatur angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b: angulis a b c, b c a ſunt maiores. ſed anguli a c d, a c b: per 13 propoſitionem duobus rectis ſunt æquales. anguli igitur a b c, b c a: duobus rectis ſunt minores. Similiter quoq; oſtẽdemus q; anguli b a c, a c b: duobus rectis ſunt minores/ et etiam anguli a c b, a b c. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores: quomodocunq; aſſumpti. Quod demonſtraſſe oportuit.



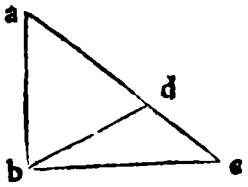
Euclí. ex Camp. Propoſitio 18.

18 Omnis trianguli longius latus: maiori angulo oppoſitum eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in triangulo a b c: angulus a ſit maior angulo c. dico q; latus c b: maius erit latere a b. Si enim ſit æquale: erit per 5 angulus a equalis angulo c. quod eſt contra hypotheſin. Si autem a b ſit maius: reſecetur ad æqualitatem a b, per 3/ſitq; d b equale c b. erit ergo per 5/angulus d c b: æqualis angulo b d c. ſed b d c eſt maior ãgulo b a c per 16. ergo b c d: eſt maior b a c. quare multo fortius maior ãgulo a c b, pars toto. quod eſt impoſſibile.

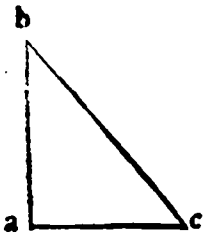


Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propoſitio 18.



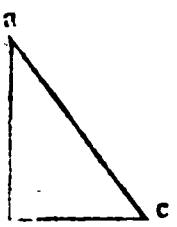
¶Omnis triāguli maius latus: ſub maiori angulo ſubtēditur 18
¶THEON ex Zam. ¶Sit enim triangulū a b c: habens latus a c maius latere a b. Dico q; & angulus a b c: angulo b c a maior eſt. Quoniam a c maius eſt a b: ponatur ipſi a b per 3 propoſitionem æqualis linea a d. et connectatur per 1 poſtulatū: linea b d. At quoniam trianguli b d c āgulus exterior a d b, per 16 propoſitionem maior eſt interiore & oppoſito angulo d c b, æqualis autem eſt per 5 propoſitionem angulus a d b angulo a b d, quoniam latus a b ipſi a d eſt æquale: maior eſt igitur angulus a b d angulo a c b. multo maior eſt igitur angulus a b c: angulo a c b. Omnis igitur trianguli maius latus: ſub maiori ſubtenditur angulo. Quod oportuit demoniſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19



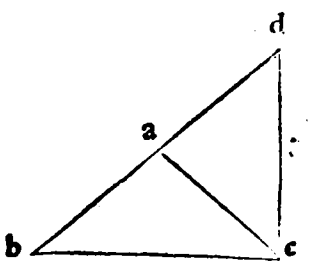
¶Mnis trianguli maior angulus: longiori lateri oppoſitus eſt. 19
¶CAMP. ¶Sit vt in triāgulo a b c: latus b c ſit maius latere a b. dico q; āgulus a: erit maior āgulo c. Hęc eſt cōuerſa pręcedētis. Si enī ſit ęqualis: tūc per 6/ latus a b eſt ęquale lateri b c. quod eſt cōtra hypotheſin. Si autē c ſit maior: tunc per pręcedentē/ latus a b eſt maius latere b c. quod eſt cōtra hypotheſin. Quare aſtruitur propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 19.



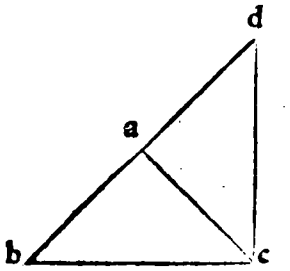
¶Omnis triāguli maior āgulus: ſub maiori latere ſubtēditur 19
¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulū a b c: maiorē habens angulum a b c angulo b c a. Dico q; latus a c: maius eſt latere a b. Si autē non: aut eſt æquale latus a c lateri a b, aut eo minus. æquale quidem minime eſt latus a c: ipſi a b. æqualis nanq; eſſet per 5 propoſitionem angulus a b c: āgulo a c b. non eſt autem. latus igitur a c: lateri a b minime eſt æquale. At latus a c: latere a b minus non eſt. nam angulus a b c: āgulo a c b minor eſſet. at non eſt. latus igitur a c: latere a b minus minime eſt. Maius igitur eſt latus a c: latere a b. Omnis igitur trianguli maior āgulus ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demōſtraſſe oportuit.

Eucli ex. Zamb. Propoſitio 20.



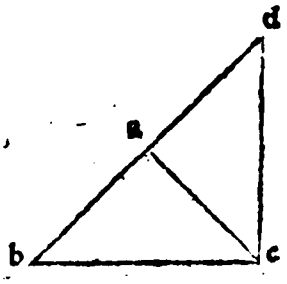
¶Mnis trianguli duo quælibet latera ſimul iuncta: reliquo ſunt longiora. 20
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c. dico q; duo latera a b & a c: ſunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a vſq; ad d: ita vt a d ſit æqualis a c. & protrahatur c d. per 5 propoſitionem erit angulus a c d: ęqualis āgulo d. quare āgulus b c d eſt maior āgulo d. ergo per 18 latus b d: eſt maius latere b c. ſed b d: ē æquale a b & a c. quare b a & a c ſimul iuncta: ſunt maiora b c.

Eucli. ex Camp. Theorema 13. propoſitio. 20.



¶Omnis trianguli duo latera: reliquo ſunt maiora quomodocunq; aſſumpta. 20
¶THEON ex Zamber. ¶Sit triangulum a b c. Aio ipſius a b c trianguli bina latera: reliquo eſſe maiora quomodocunq; ſuſcepta. hoc ē b a, a c: ipſo b c. & a b, b c: ipſo a c. & b c, c a: ipſo a b. Producatur nanq; per 2 poſtulatū b a ad d ſignū. & ponatur per ſecūdā propoſitionē ipſi a c ęqualis a d: cōnectaturq; d c. Quoniā igitur d a ipſi a c ē æquale: āgulus igitur a d c per 5 propoſitionē angulo a c d eſt æqualis. Sed angulus b c d: angulo a c d maior eſt. igitur angulus b c d: angulo a d c maior eſt. Et quoniā triangulū eſt d c b, maiorē habēs angulū b c d angulo a d c, atq; maiorē angulū maius latus explicat per 18 propoſitionem: ergo d b ipſo b c maius eſt. Aequa-

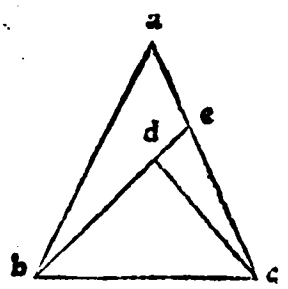
le autem eſt d b ipſis a b, a c. maiora igitur ſunt latera b a & a c: latere b c. æquale autem eſt d a ipſi a c. maiora igitur ſunt: latera b a, a c, ipſo b c. Similiter vero demõſtrabimus q̃ etiã latera a b & b c: ipſo c a ſunt maiora. Sed b c, c a: ipſo a b. Omnis igitur trianguli bina latera: reliquo maiora ſunt/quoquo modo aſſumpta. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes / intra triangulum ipſum ad punctum vnũ conueniant: eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt & maiorem angulum continebunt.

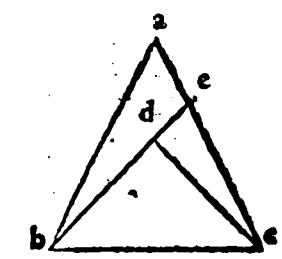
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in triangulo a b c: ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico q̃ ipſæ lineæ b d et c d ſimul iunctæ/ſunt breuiores duabus lineis a b & a c ſimul iunctis: & q̃ angulus d eſt maior angulo a. Protrahã enim b d: vſq; quo ſecet latus a c in puncto e. eruntq; per 20 propoſitionẽ b a & a e ſimul iũctæ; maiores b e. ergo b a et a c: ſunt maiores b e & e c. At vero d e & e c ſimul iunctæ: per eandem ſunt maiores d c. quare b e & e c ſunt maiores b d & d c. & quia b a et a c ſunt maiores b e & e c, vt probatum eſt prius: erũt multo fortius b a & a c maiores b d et d c. quod eſt 1 propoſitum. At quoniam angulus b d c eſt maior augulo d e c per 16 propoſitionẽ/& angulus d e c eſt maior angulo c a b per eãdem: erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c. quod eſt ſecundum propoſitum.



Eucli ex Zamb. Theorema 14. propoſitio 21.

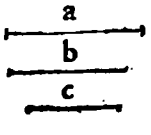
21 ¶Si trianguli a limitibus vnius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur: quæ conſtituuntur/reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt/maioremq; angulum continebunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Triãguli enim a b c ſuper latere b c: a terminis ipſius b c, duæ rectæ lineæ interius conſtituantur b d et c d. Dico q̃ b d & c d, reliquis trianguli lateribus b a & a c ſunt minores: angulũq; maiorem hoc eſt b d c ipſo a b c, comprehendunt. Producatur enim per 2 poſtulatum: linea b d ad e. Et per 20 propoſitionẽ quoniam omnis trianguli bina latera reliquo ſunt maiora: trianguli ergo a b e per 20 propoſitionem duo latera a b & a e, ipſo b e ſunt maiora. Cõmunis ponatur linea e c. lineæ igitur b a & a c: lineis b e & e c ſunt maiores. Rurſus quoniam per eandem trianguli c e d bina latera c e & e d ipſo d c ſunt maiora: cõmunis ponatur d b. lineę igitur c e & e b: lineis c d & d b ſunt maiores. Sed oſtenſum eſt q̃ b a & a c: ſunt maiores ipſis b e & e c. lõge igitur maiores ſunt b a & a c lineæ: ipſis b d et d c. Rurſus quoniam per 16 propoſitionem omnis trianguli exterior angulus interiore et oppoſito maior eſt: trianguli ergo c d e, angulus b d c exterior: maior eſt ãgulo c e d. quare et triãguli a b e, ãgulus c e b exterior: maior eſt ãgulo b a c. Sed oſtẽſũ eſt q̃ ãgulus b d c: eo qui ſub c e b, eſt maior. lõge igitur maior eſt ãgulus b d c: ãgulo b a c. Si triãguli ergo a limitibus vnius lateris binę rectæ lineæ introrſum conſtituãtur: quæ conſtituẽtur/reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt/maioremq; angulum continebũt. quod oſtendere oportuit.



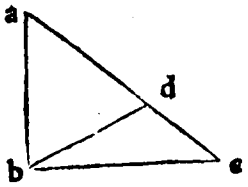
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 PRopoſitis tribus lineis rectis quarum duæ quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint longiores: de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum conſtituere.



¶CAM. ¶Sint tres lineę rectę propoſitę: a, b, c. & ſint q̃libet duę ſimul

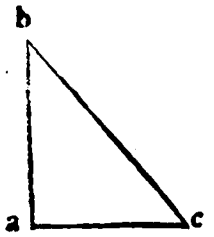
Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propoſitio 18.



¶Omnis triāguli maius latus: ſub maiori angulo ſubtēditur 18

¶THEON ex Zam. ¶Sit enim triangulū a b c: habens latus a c maius latere a b. Dico q; & angulus a b c: angulo b c a maior eſt. Quoniam a c maius eſt a b: ponatur ipſi a b per 3 propoſitionem æqualis linea a d. et connectatur per 1 poſtulatū: linea b d. At quoniam trianguli b d c āgulus exterior a d b, per 16 propoſitionem maior eſt interiore & oppoſito angulo d c b, æqualis autem eſt per 5 propoſitionem angulus a d b angulo a b d, quoniam latus a b ipſi a d eſt æquale: maior eſt igitur angulus a b d angulo a c b. multo maior eſt igitur angulus a b c: angulo a c b. Omnis igitur trianguli maius latus: ſub maiori ſubtenditur angulo. Quod oportuit demonſtraſſe.

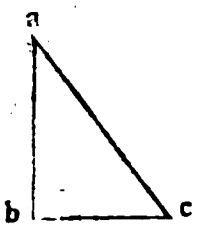
Eucli. ex Camp. Propoſitio 19



OMnis trianguli maior angulus: longiori lateri oppoſitus eſt. 19

¶CAMP. ¶Sit vt in triāgulo a b c: latus b c ſit maius latere a b. dico q; āgulus a: erit maior āgulo c. Hęc eſt cōuerſa pręcedētis. Si enī ſit ęqualis: tūc per 6/ latus a b eſt ęquale lateri b c. quod eſt cōtra hypotheſin. Si autē c ſit maior: tunc per pręcedentē/ latus a b eſt maius latere b c. quod eſt cōtra hypotheſin. Quare aſtruitur propoſitum.

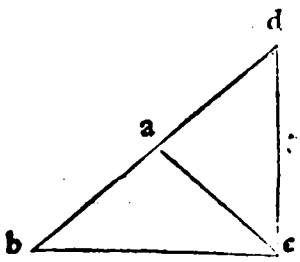
Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 19.



¶Omnis triāguli maior āgulus: ſub maiori latere ſubtēditur 19

¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulū a b c: maiorē habens angulum a b c angulo b c a. Dico q; latus a c: maius eſt latere a b. Si autē non: aut eſt æquale latus a c lateri a b, aut eo minus. æquale quidem minime eſt latus a c: ipſi a b. æqualis nanq; eſſet per 5 propoſitionem angulus a b c: āgulo a c b. non eſt autem. latus igitur a c: lateri a b minime eſt æquale. At latus a c: latere a b minus non eſt. nam angulus a b c: āgulo a c b minor eſſet. at non eſt. latus igitur a c: latere a b minus minime eſt. Maius igitur eſt latus a c: latere a b. Omnis igitur trianguli maior āgulus ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demōſtraſſe oportuit.

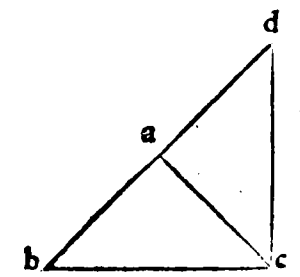
Eucli ex. Zamb. Propoſitio 20.



OMnis trianguli duo quælibet latera ſimul iuncta: reliquo ſunt longiora. 20

¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c. dico q; duo latera a b & a c: ſunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a vſq; ad d: ita vt a d ſit æqualis a c. & protrahatur c d. per 5 propoſitionem erit angulus a c d: ęqualis āgulo d. quare āgulus b c d eſt maior āgulo d. ergo per 18 latus b d: eſt maius latere b c. ſed b d: ē æquale a b & a c. quare b a & a c ſimul iuncta: ſunt maiora b c.

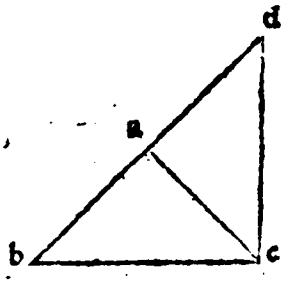
Eucli. ex Camp. Theorema 13. propoſitio. 20.



¶Omnis trianguli duo latera: reliquo ſunt maiora quomodocunq; aſſumpta. 20

¶THEON ex Zamber. ¶Sit triangulum a b c. Aio ipſius a b c trianguli bina latera: reliquo eſſe maiora quomodocunq; ſuſcepta. hoc ē b a, a c: ipſo b c. & a b, b c: ipſo a c. & b c, c a: ipſo a b. Producatur nanq; per 2 poſtulatū b a ad d ſignū. & ponatur per ſecūdā propoſitionē ipſi a c ęqualis a d: cōnectaturq; d c. Quoniā igitur d a ipſi a c ē æquale: āgulus igitur a d c per 5 propoſitionē angulo a c d eſt æqualis. Sed angulus b c d: angulo a c d maior eſt. igitur angulus b c d: angulo a d c maior eſt. Et quoniā triangulū eſt d c b, maiorē habēs angulū b c d angulo a d c, atq; maiorē angulū maius latus explicat per 18 propoſitionem: ergo d b ipſo b c maius eſt. Aequa-

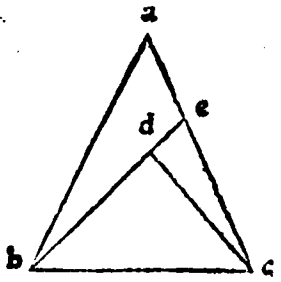
le autem eſt d b ipſis a b, a c. maiora igitur ſunt latera b a & a c: latere b c. æquale autem eſt d a ipſi a c. maiora igitur ſunt: latera b a, a c, ipſo b c. Similiter vero demõſtrabimus q; etiã latera a b & b c: ipſo c a ſunt maiora. Sed b c, c a ipſo a b. Omnis igitur trianguli bina latera: reliquo maiora ſunt/quoquo modo aſſumpta. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes / intra triangulum ipſum ad punctum vnũ conueniant: eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt/& maiorem angulum continebunt.

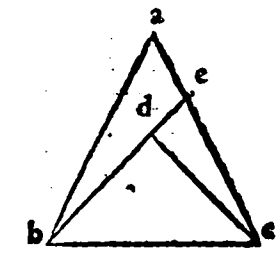
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in triangulo a b c: ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico q; ipſæ lineæ b d et c d ſimul iunctæ/ſunt breuiores duabus lineis a b & a c ſimul iunctis: & q; angulus d eſt maior angulo a. Protrahã enim b d: vſq; quo ſecet latus a c in puncto e. eruntq; per 20 propoſitionẽ b a & a e ſimul iũctæ maiores b e. ergo b a et a c: ſunt maiores b e & e c. At vero d e & e c ſimul iunctæ: per eandem ſunt maiores d c. quare b e & e c ſunt maiores b d & d c. & quia b a et a c ſunt maiores b e & e c, vt probatum eſt prius: erũt multo fortius b a & a c maiores b d et d c. quod eſt 1 propoſitum. At quoniam angulus b d c eſt maior angulo d e c per 16 propoſitionẽ/& angulus d e c eſt maior angulo c a b per eãdem: erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c. quod eſt ſecundum propoſitum.



Eucli ex Zamb. Theorema 14. propoſitio 21.

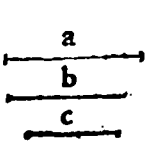
21 ¶Si trianguli a limitibus vnius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur: quæ conſtituuntur/reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt/maioremq; angulum continebunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Triãguli enim a b c ſuper latere b c: a terminis ipſius b c, duæ rectæ lineæ interius conſtituantur b d et c d. Dico q; b d & c d, reliquis trianguli lateribus b a & a c ſunt minores: angulũq; maiorem hoc eſt b d c ipſo a b c, comprehendunt. Producatur enim per 2 poſtulatum: linea b d ad e. Et per 20 propoſitionẽ quoniam omnis trianguli bina latera reliquo ſunt maiora: trianguli ergo a b e per 20 propoſitionem duo latera a b & a e, ipſo b e ſunt maiora. Cõmunis ponatur linea e c. lineæ igitur b a & a c: lineis b e & e c ſunt maiores. Rurſus quoniam per eandem trianguli c e d bina latera c e & e d ipſo d c ſunt maiora: cõmunis ponatur d b. lineę igitur c e & e b: lineis c d & d b ſunt maiores. Sed oſtenſum eſt q; b a & a c: ſunt maiores ipſis b e & e c. lõge igitur maiores ſunt b a & a c lineæ: ipſis b d et d c. Rurſus quoniam per 16 propoſitionem omnis trianguli exterior angulus interiore et oppoſito maior eſt: trianguli ergo c d e, angulus b d c exterior: maior eſt ãgulo c e d. quare et triãguli a b e, ãgulus c e b exterior: maior eſt ãgulo b a c. Sed oſtẽſũ eſt q; ãgulus b d c: eo qui ſub c e b, eſt maior. lõge igitur maior eſt ãgulus b d c: ãgulo b a c. Si triãguli ergo a limitibus vnius lateris binę rectæ lineæ introrſum conſtituãtur: quæ conſtituẽtur/reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt/maioremq; angulum continebũt. quod oſtendere oportuit.

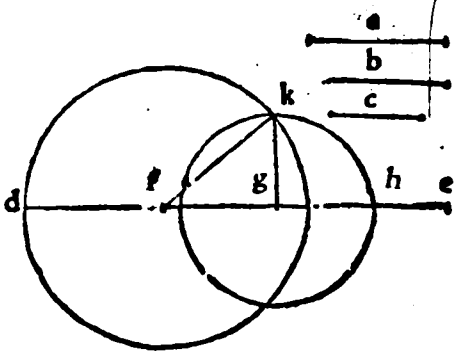


Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 PRopoſitis tribus lineis rectis quarum duæ quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint longiores: de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum conſtituere.



¶CAM. ¶Sint tres lineę rectę propoſitę: a, b, c. & ſint ąlibet duę ſimul

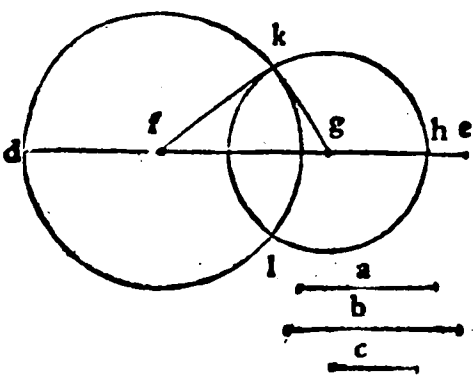


ſūde lōgiores reliqua. aliter enim ex illis/tribus datis æqualib⁹:triangulus non poſſet conſtitui/per 20 propoſitionē. Cū ergo ex illis tribus prędictis volo conſtituere triangulum:ſumo lineam rectam quę ſit d e, cui non pono a parte e determinatum finem. de qua ſumo per 3 propoſitionem:d f æqulem a, & f g æqualem b,& g h æqualem c. facto⁹ puncto f, centro:deſcribo ſecundum quantitatem lineę f d, circulū d k. itemq⁹ facto g, centro:deſcribo ſecundum quantitatem lineę g h, circulum k h. qui circuli interſecabūt ſe in duobus pūctis:quorum vnū ſit k. alioquin ſequeretur:vnam dictarū linearū eſſe æqualē alijs duabus iunctis, aut maiorē eis. quod eſt cōtrarium poſitioni. Duco ergo lineā k f & k g. eritq⁹ triāgulus k f g:cōſtitutus ex tribus lineis ęqualibus datis lineis a, b, c. ſunt enim f d & f k æquales:quoniam ſunt a centro ad circunferentiam. quare f k: eſt æqualis a. Similiterq⁹ g h & g k ſunt ęquales:quia exeunt a centro ad circūferentiam. quare g k:eſt æqualis c. & quia g f ſumpta fuit æqualis b:patet propoſitum manifeſte.

Eucli. ex Zamb. Problema 8. propoſitio 22.

¶ Ex tribus rectis lineis quæ ſunt tribus datis rectis lineis æ 22
quales:triangulum conſtruere. Oportet autem duo latera reliquo eſſe maiora quomodocunq⁹ aſſumpta:quoniam omnis trianguli bina latera quomodocunq⁹ aſſumpta/reliquo ſūt maiora.

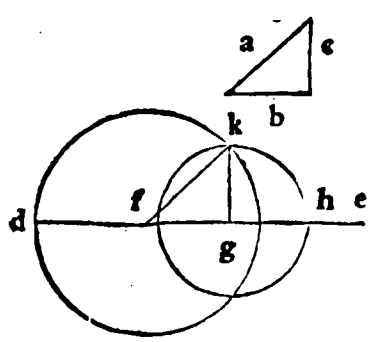
¶ THEON ex Zam. ¶ Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c:quarū duę reliqua ſint maiores quomodocunq⁹ aſſumptæ. hoc eſt a, b:ipſa c. & a, c:ipſa b. et b, c:ipſa a. oportet iā ex tribus lineis rectis/ipſis a, b, c ęqualibus:triāgulū cōſtruere. Proponatur recta linea determinata in ſigno d:infinita vero in ſigno e. ponaturq⁹ per 3 propoſitionē/ipſi a æqualis linea d f, ipſi vero b:linea f g. ipſi vero c:linea g h. Et centro quidē f, ſpacio vero f d:per 3 poſtulatum circulus deſcribatur d k l. rurſus cētro quidem g, ſpacio vero g h:per idem/circulus deſcribatur h k l. & cōnectātur per 1 poſtulatū:k f & k g. Dico q⁹ ex tribus rectis lineis ęqualibus ipſis a, b, c:triangulum k l g cōſtituitur. Quoniam f ſignū/centrū eſt circuli d k l:æqualis eſt per 15 diffinitionē/f k ipſi f d. Sed a ipſi f d eſt æqualis. & k f igitur:per primā cōmunem ſententiam eſt ipſi a æqualis. Rurſus quoniā g ſignum/centrum eſt circuli k h l: æqualis eſt per eādem diffinitionē/g k ipſi g h. ſed c ipſi g h eſt æqualis. et k g igitur per 1 cōmunē ſentētiam ipſi c eſt æqualis. At f g:ipſi b eſt æqualis per hypotheſin. tres igitur rectę lineę k f, f g, g k:ipſis tribus a, b, c, ſunt ęquales. Ex tribus igitur rectis lineis hoc eſt k f, f g, g k, quę tribus datis rectis lineis hoc eſt a, b, c, ſunt æquales:triāgulum k f g conſtructū eſt. quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

DAta recta linea:ſuper terminum eius/cuilibet angulo propoſito æquum angulum deſignare. 23

¶ CAMPANVS. ¶ Sit data linea f e:quę ē in ſupiori figura. & ſint lineæ b, a:continentes angulum datū. cui ſubtēdā baſin e. Super punctum f lineæ c f, iuberem facere ęqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a. & ex f e ſumo f g æqualem b. & ex g e ſumo g h æqualem c. & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos d k & k h ſecundum quantitatem duarum linearum f d & g h: interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedēs. ductiſq⁹ lineis k f & k g:erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b triāguli a b c:& baſis g k æqualis baſi c. ergo p 8 angulus k f g:equalis erit angulo contento ſub a & b. quod eſt propoſitum.

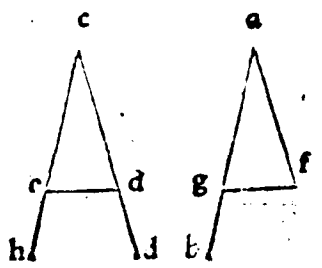


Eucli. ex Zamb. Problema 9. propoſitio 23.

¶ Ad datam rectam lineam/ad datumq⁹ in ea ſignum:dato 23

angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum cõſtituere.

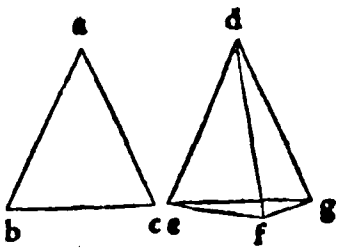
¶THEON ex Zam. ¶Sit data recta linea a b: datũq; in ea ſignũ ſit a. datus autem angulus rectilineus: ſit d c h. Oportet ad datam rectam lineam a b, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo rectilineo d c h, æqualẽ angulum rectilineum collocare. Sint in vtriſq; lineis c d & c h, contingentia ſigna ſintq; illa d e, & connectatur per primã poſtulatum: d, e. Et ex tribus rectis lineis a f, f g, g a, quæ tribus datis rectis lineis hoc eſt c d, d e, e c, ſunt æquales: per præcedentem/ triangulum conſtruatur/ ſitq; illud f a g. Quoniam igitur linea c d æqualis eſt lineæ a f/ & linea c e æqualis eſt ipſi a g, & inſuper quoniã linea d e ipſi f g eſt æqualis/ & quoniam duæ lineæ d c & c e duabus lineis hoc eſt f a & a g ſunt æquales altera alteri/ & baſis d e per hypotheſin baſi f g: angulus igitur d c e, angulo f a g per 8 propoſitionem eſt æqualis. Ad datam igitur rectã lineam a b, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo rectilineo d c e, æqualis angulus rectilineus f a g collocatus eſt. Quod feciſſe oportuit.

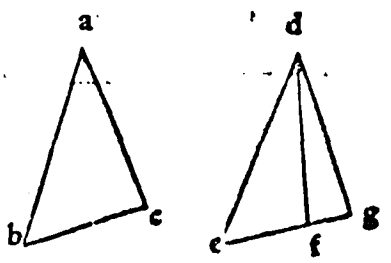


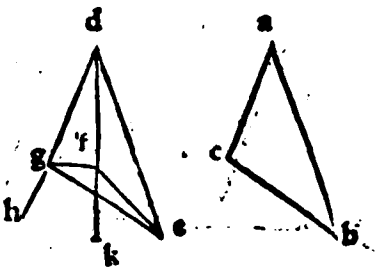
Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24 IMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alteri⁹ fuerint æqualia/ ſi fuerit angulorũ ſub illis æquis lateribus cõtentorum alter altero maior: baſis quoq; eiuſdẽ/ baſi alterius maior erit.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli: a b c, & e d f. ſintq; duo latera a b & a c: æqualia duobus lateribus d e & d f. & vnumquodq; ſuo correlatiuo: dextrum ſcilicet dextro/ ſiniſtrumq; ſiniſtro. ſitq; angulus a: maior angulo d dato. Dico q; baſis b c: maior erit baſi e f. Faciam enim iuxta doctrinã præcedẽtis: ãgulũ e d g æqualẽ angulo a. eritq; angul⁹ e d f: pars anguli e d g. & ponam d g æqualem a c. protraham e g. quæ aut tranſibit ſupra e f: vt ſecet lineam d f. aut ſuper e f: vt ſit ſecũ linea vna. aut infra. ¶Trãſeat ergo primo ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g/ & angulus a angulo d totali: erit per 4 propoſitionem, baſis b c æqualis baſi e g. At vero quia d g & d f ſunt æquales (namvtraq; eſt æqualis a c) erit per 5 propoſitionem angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g: maior erit f g e. ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e. ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f. quare & b c maior eſt e f. quod eſt propoſitũ. ¶Si vero e g tranſeat ſuper e f & ſit ſecũ linea vna: tũc e f erit pars e g. per vltimã ergo conceptionem patet propoſitũ. ¶Si vero e g tranſeat infra e f: protrahantur duæ lineæ d f & d g quæ ſunt æquales vt probatum eſt/ vſq; ad k & ad h. fiẽtq; per ſecũdam partem 5 propoſitionis ſub baſi f g: anguli k f g & f g h æquales. quare angulus e f g maior erit angulo f g e. ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f. quare b c maior eſt e f. quod eſt propoſitum. Iſtud vltimũ mẽbrum poſſet etiam probari per 21 propoſitionem. per ipſam enim erũt in diſpoſitione tertia duę lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & fe. & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc q; ambę ſunt æquales a c: erit e g maior e f. quare et b c maior e f. quod ẽ ꝓpoſitum. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo vt in omni diſpoſitione arguatur per quintam.

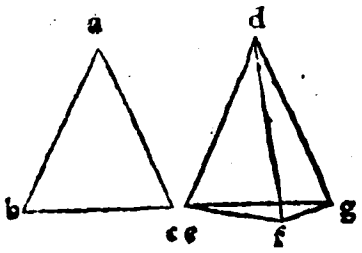






Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 24.

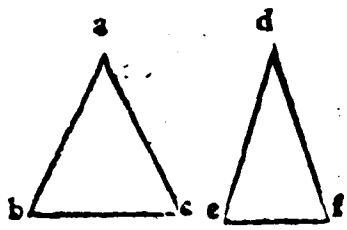
24 ¶Si bina triãgula/ duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ angulum vero angulo maiorem ſub æquis rectis lineis contentum: baſin quoq; baſi maiorem habebunt.



THEON ex Zamberto. Sint bina triangula a b c, d e f: duo latera hoc est a b, a c, duobus lateribus hoc est d e, d f, æqualia habentia/ alterum alteri hoc est latus a b lateri d e, et latus a c lateri d f. angulus vero qui sub b a c: ãgulo e d f esto maior. Dico q; et basis b c: basi e f maior est. Quoniam angulus b a c maior est angulo e d f: collocetur per 23 propositionem ad rectam lineam d e, ad datumq; in ea signum d, dato angulo b a c æquus angulus e d g. Et ponatur vtriq;/ hoc est lineæ a c et d f: æqualis ipsa d g. et cõnectãtur per 1 postulatũ g e et f g. Quoniã a b æqualis est ipsi d e, et a c ipsi d g: binæ lineæ b a et a c duabus lineis e d et d g sunt æquales altera alteri, et ãgulus b a c per 23 propositionẽ ãgulo e d g est æqualis. basis igitur b c: per 4 propositionẽ/ basi e g est æqualis. Rursus quoniam æqualis est d g ipsi d f: angulus igitur d g f, ãgulo d f g est æqualis. Angulus igitur d f g: ãgulo e g f maior est. longe maior igitur est ãgulus e f g: angulo e g f. At quoniã triangulum est e f g habens angulum e f g maiorem angulo e g f, maiorem autem angulũ per 18 propositionẽ latus maius explicat: maius igitur est latus e g latere e f. Aequale autem est latus e g: lateri b c. latus igitur b c, maius est latere e f. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint: & quæ sequuntur reliqua vt in propositione. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

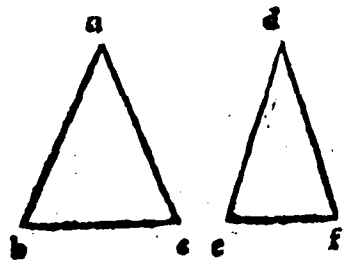
OMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duob9 lateribus alterius fuerint æqualia/ basis vero vnius basi alterius fuerit maior: erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus/ angulo alterius se respiciente maior. 25



CAMPANVS. Sint duo triãguli: a b c, d e f. sintq; duo latera a b et a c primi: æqualia duobus lateribus d c & d f secundi/ vnũquodq; suo correlatiuo. sitq; basis b c: maior basi e f. dico q; angulus a: maior erit angulo d. Hęc est cõuersa pręcedentis. Aequalis quidẽ nõ erit. Sic enim esset per 4 basis: b c æqualis basi e f. quod est contra hypothesin. Sed nec minor. quia sic esset d maior. et ita per prędictẽ basis e f erit maior basi b c. quod ẽ cõtrariũ positioni. quare maior erit. Sicq; propositũ altruitur

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/ basin vero basi maiorẽ: angulũ quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum/ angulo maiorem habebunt 25.



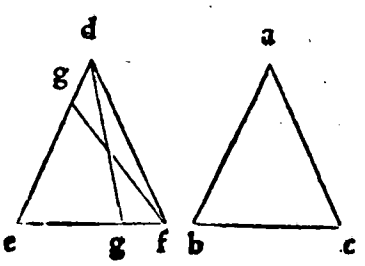
THEON ex Zam. Sint duo triangula b c d, d e f, duo latera hoc ẽ a b, & a c, duobus lateribus hoc est d e & d f æqualia habentia alterum alteri/ a b scilicet ipsi d e, & a c ipsi d f. basis autem b c: basi e f maior esto. dico q; angulus b a c: maior est angulo e d f. Si autem non: aut ei est æqualis/ aut eo minor. Aequalis autem non est angulus b a c: angulo e d f. si enim æqualis esset: basis quoq; b c per 4 propositionẽ basi e f esset æqualis. at nõ est. ãgulus igitur b a c: angulo e d f æqualis minime est. Neq; etiã minor ẽ ãgulus b a c: eo qui sub e d f. nã b basis c: basi e f minor esset. at nõ est. minor igitur nõ ẽ ãgulus b a c: eo qui sub e d f. ostẽsum autẽ est q; neq; æqualis. maior igitur ẽ ãgulus b a c: ãgulo e d f. Si bina igitur triangula/ duo latera duobus lateribus: & quæ sequũtur reliqua/ vt theorematę. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 26.

OMnium duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius & vterq; se respicienti æquales fuerint/ latus quoq; vnius lateri alteri 26

us æquale/ fueritq; latus illud aut inter duos angulos æquales aut vni eorum oppoſitum: erunt quoq; duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius triāguli lateribus/ vnūquodq; ſe reſpicienti æqualia/ anguluſq; reliquus vnius angulo reliquo alterius æqualis.

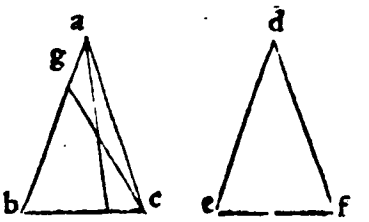
¶CAMPANVS. ¶Sint duo triāguli: a b c, d e f. ſitq; angulus b, æqualis angulo e: et angulus c, æqualis angulo f. ſitq; latus b c æquale lateri e f: aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorū laterum d e & d f. ita q; a b ſit æquale d e: aut a c, d f. Dico q; reliqua duo latera vnius/ erūt æqualia reliquis duobus lateribus alterius: & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, ſcilicet angulus a angulo d. Ponam ergo primo vt latus b c, ſuper quod iacent anguli b, c: ſit æquale lateri e f ſuper quod iacent anguli e, f, qui poſiti ſunt æquales angulis b, c. Tūc dico: q; latus a b eſt æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b nō ſit æquale lateri d e: alterum erit maius. ſit ergo maius d e. quod reſecabo ad æqualitatē a b: ſitq; g e æquale a b. Producā lineā g f. eritq; per 4 propoſitionē angulus g f e: æqualis angulo a c b. quare & āgulo d f e, pars toti: quod eſt impoſſibile. Erit ergo d e: æquale a b. ergo per 4/ d f æquale a c: et angulus d æqualis angulo a. quod eſt primum mēbrū diuiſionis propoſitæ. ¶Sint rurſus vt prius/ duo anguli b & c: æquales duobus angulis e et f. ſitq; latus a b quod opponitur angulo c: æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui poſitus eſt æqualis angulus c. Dico: q; latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & āgulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c: erit alterum maius. ſit ergo e f: maius. ponaturq; e g æquale b c. producā lineā d g. eritq; per 4 propoſitionē angulus d g e: æqualis angulo a c b. quare et āgulo d f e, extrinſecus videlicet intrinſeco: quod eſt impoſſibile per 16 propoſitionem. Erit ergo e f æquale b c. ergo per 4 propoſitionem/ latus d f æquale lateri a c: & angulus d totalis angulo a. quod eſt ſecundum membrum diuiſionis propoſitæ. Quare totum manifeſte patet.

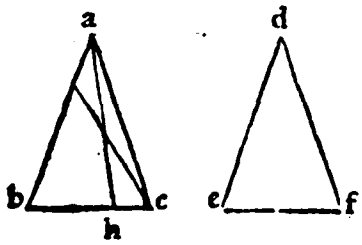


Eucli. ex Zamb. Theorema 17. propoſitio 26.

26 ¶Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterū alteri æquales habuerint / vnumq; latus vni lateri æquale aut quod æquis adiacet angulis aut quod ſub vno æqualium angulorum ſubtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri/ & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

¶Sint bina triangula a b c, d e f: duos angulos hoc eſt a b c & b c a æquales habentia duobus angulis hoc eſt d e f & e f d, alterum alteri hoc eſt angulum a b c angulo d e f, & angulum b c a angulo e f d. vnumq; latus vni lateri æquum: primum enim quod æquis adiacet angulis/ hoc eſt latus b c lateri e f. Aio q; & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri. hoc eſt latus a b: lateri d e. & latus a c: lateri d f. & reliquum angulum reliquo angulo æqualem: hoc eſt b a c ipſi e d f. Si enim a b ipſi d e eſt inæqualis: earum altera maior eſt. eſto maior a b. & collocetur per 3 propoſitionem/ ipſi d e æqualis linea g b: & cōnectatur g c. Quoniam g b æqualis eſt ipſi d e, et b c ipſi e f: duæ igitur lineæ g b & b c, duabus d e et e f altera alteri ſunt æquales. et angulus g b c: angulo d e f æquus eſt. baſis igitur g c: per 4 propoſitionem/ baſi d f eſt æqualis, & triangulum g e b triangulo d e f æquum eſt. & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtendun tur. æqualis igitur eſt angulus g c b: angulo d f e. Sed angulus d f e ipſi b c a ſupponitur æqualis. angulus igitur b c g: per primam cōmunem ſententiam angulo b c a eſt æqualis, minor maiori. Quod eſt impoſſibile.

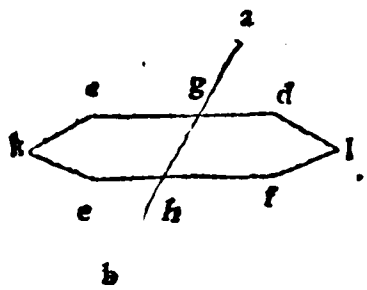




Inæqualis igitur non eſt a b: ipſi d e. æqualis igitur. Eſt autẽ et b c: ipſi e f æqualis. duę iam a b et b c: duabus d e et e f ſunt altera alteri æquales. et angulus qui ſub a b c: angulo qui ſub d e f, eſt æqualis. Baſis igitur a c: per 4. propoſitionem/baſi d f eſt æqualis. et reliquus angulus b a c: reliquo angulo e d f eſt ęqualis. ¶Rurſus ſint ad angulos æquos latera ſubtẽſa/ęqualia: ſintq; a b et d e. Dico rurſus q; reliqua latera reliquis lateribus ęqualia erunt/hoc eſt latus a c lateri d f, et latus b c lateri d f: et inſuper reliquus angulus b a c, reliquo angulo e d f æqualis erit. Si enim b c ipſi e f inæquale eſt: alterum eorum maius erit. ſit igitur (ſi poſſibile eſt) maius latus b c. & ponatur per 3 propoſitionẽ: ipſi e f æqualis linea b h. et connectatur per 1 poſtulatum: a h. Et quoniam æqualis eſt b h ipſi e f, & a b ipſi d e: duę igitur a b & b h, duabus d e & e f ſunt æquales altera alteri/et angulos æquos continent. Baſis igitur a h: per quartam propoſitionem baſi d f eſt æqualis. et triangulum a b h: triangulo d e f eſt æquale. et reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia ſubtẽduntur latera. angulus igitur b h a: angulo e f d eſt æqualis. Sed angulus e f d: angulo b c a eſt æqualis. Angulus igitur b h a. ãgulo b c a eſt æqualis. triãguli igitur a h c angulus exterior b h a: interiori angulo b c a eſt æqualis & oppoſito. quod per 16 propoſitionẽ eſt impoſſibile. Latus igitur e f: ipſi b c inæquale non eſt. æquale igitur. Eſt autẽ a b: ipſi d e æqualis. duæ igitur a b & b c: duabus d e & e f ſunt æquales altera alteri/et angulos æquos continent. Baſis igitur a c: per 4 propoſitionem baſi d f eſt æqualis. & triangulũ a b c: triangulo d e f eſt æquale. & reliquus angulus b a c: reliquo angulo e d f eſt æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis: et quæ ſequuntur reliquavt in theoremate. quod oſtẽdere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit/duoſq; angulos coalternos ſibi inuicem æquales fecerit: illæ duæ lineæ erunt æquidiſtantes. 27

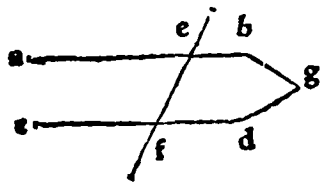


¶CAMPANVS. ¶Sit vt linea a b cadat ſuper duas lineas c d, e f: et ſecet lineã c d in pũcto g, et lineam e f in pũcto h. ſitq; ãgulus d g h ęqualis angulo e h g. dico q; lineę c d et e f: ſunt ęquidiſtantes Si enim non: concurrant aut ad partẽ c, e, ſuper punctũ k, aut ad partem d, f, ſuper pũctũ l. et qualitercũq; fuerit: accidet impoſſibile. per 16 videlicet angulũ extrinſecũ: eſſe ęqualẽ intrinſeco & oppoſito. nam vnus dictorum angulorum coalternorũ qui poſiti ſunt ęquales/ erit extrinſecus: et reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſſibile eſt eas cõcurrere/in alterutram partem protractas: ipſę per vltimã diffinitionẽ erũt æquidiſtantes. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. propoſitio 27.

¶Si in binas rectas lineas recta incidens linea alternatim ãgulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicẽ ipſæ rectæ lineæ erunt. 27.

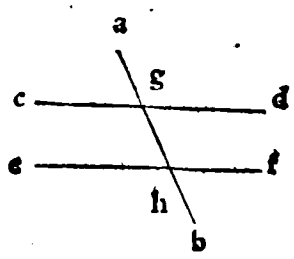
¶THEON ex Zamb. ¶In binas enim rectas lineas a b, c d, recta incidens linea e f: alternatim ãgulos a e f et e f d æquales adinuicẽ efficiat. Dico q; parallelus eſt a b: ipſi c d. Si autem nõ: productæ cõcurrunt aut ad partes b, d, aut ad a, c. producantur igitur: et concurrãt ad partes b, d, in ſigno g, ſi eſt poſſibile. Triãguli ergo g e f, ãgulus a e f exterior: ęqualis eſt ãgulo e f g interiori et oppoſito. quod per 16 propoſitionẽ eſt impoſſibile. Igitur a b et c d producte: ad partes b, d, minime concurrunt. ſimiliter quoq; oſtendetur: q; neq; ad partes a, c. Quę autem in nulla parte concurrunt: parallelę ſunt per vltimã diffinitionem. Parallelus igitur eſt a b: ipſi c d. Si in binas igitur rectas lineas et quę ſequũtur reliqua vt in theoremate. Quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 28.

28 SI linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit/fueritq; angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito æqualis/aut duo anguli intrinſeci ex vna parte duobus angulis rectis æquales: illæ duæ lineæ æquidiſtantes erunt.

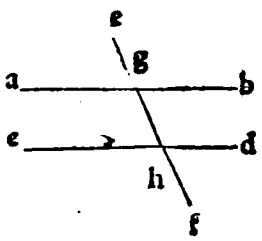
¶¶CAMPA. ¶Sit vt linea a b: ſecet duas lineas c d & e f, in pũctis g & h. ſitq; angulus g extrinſecus/æqualis angulo h intrinſeco ex eadẽ parte ſumpto: aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti/ ſint æquales duobus angulis rectis. Dico q; duę lineæ c d & e f ſunt æquidiſtantes. Sit ergo primo angulus d g a æqualis angulo f h g. erit quoq; per 15 propoſitionem angulus c g h: æqualis eidem angulo f h g. quare per præmiſſam/c d & e f: ſunt æquidiſtantes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g: æquales duobus rectis. & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter æquales duobus rectis: erit angulus c g h æqualis angulo f h g. quare per præmiſſam c d & e f: erunt æquidiſtantes. quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 19. propoſitio. 28.

28 ¶Si in binas rectas lineas recta incidens linea /exteriorem angulum interiori et oppoſito ad eaſdem partes æqualem fecerit, aut interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ.

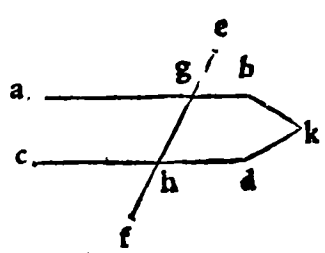
¶THEON ex Zamb. ¶In binas inquã rectas lineas a b & c d, recta linea incidens e f, angulum exteriorẽ e g b, angulo interiori g h d et oppoſito, æqualẽ efficiat: aut interiores & ad eaſdem partes/hoc eſt b g h, g h d, duobus rectis æquales. Dico q; parallelus eſt a b: ipſi c d. Quoniã angulus e g b/per hypotheſin æqualis eſt angulo g h d, & angulus e g b per 15 æqualis eſt ãgulo a g h: ãgulus igitur a g h æqualis ẽ ãgulo g h d. & ſunt alterni. per 27 propoſitionem igitur parallelus eſt a b, ipſi c d. Rurſus quoniã anguli b g h & g h d per hypotheſin duobus rectis ſunt æquales/& ãguli a g h et b g h p 13 propoſitionẽ duobus rectis ſũt æquales: anguli ergo a g h & b g h, angulis b g h & g h d ſunt æquales. Communis auferatur angulus b g h. reliquus igitur a g h: reliquo g h d eſt æqualis. & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt a b: ipſi c d. Si recta igitur linea in duas incidens: & quæ ſequũtur reliqua. quod oſtẽdendũ fuerat.



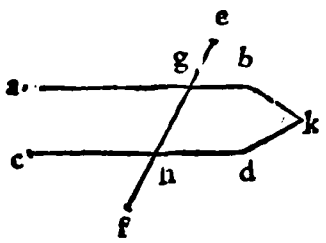
Eucli.ex Camp. Propoſitio 29.

29 SI duabus lineis æquidiſtantibus linea ſuperuenerit: duo anguli coalterni æquales erunt/ anguluſq; extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito æqualis/ itemq; duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti duobus rectis angulis æquales.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineę a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h. dico q; anguli g & h coalterni ſunt æquales, & q; angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo h intriſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & q; anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Et hæc eſt conuerſa duarũ præcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt æqualis angulo c h g: alter eorum erit maior. ſit ergo maior angulus c h g. & quia duo ãguli c h g & g h d ſunt æquales duobus rectis: ergo per 15 propoſitionem erũt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis. ergo per quartã petitionem/ duæ lineę a b & c d ſi protrahantur: concurrẽt in parte b & d, ad punctum aliquem vt ad k. non ergo ſunt æquidiſtantes per vltimam



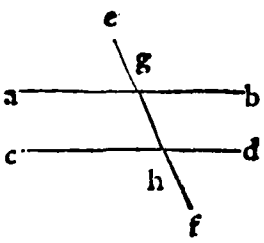
diffinitionē. quod eſt contra hypotheſin. & quia hoc eſt impoſſibile: erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales. quod eſt primum propoſitum. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionem angulus b g h æqualis angulo a g e. ergo angulus a g e: erit æqualis angulo c h g, extrinſecus videlicet intrinſeco. quod eſt ſecundum propoſitū. Ex hoc rurſus patet tertiū. Sunt enim per 13 propoſitionē duo anguli a g e & a g h: æquales duobus rectis. ergo duo anguli a g h & c h g: erunt etiā æquales duobus rectis/qui ſunt duo intrinſeci ex eadē parte ſumpti. quod eſt tertium propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. propoſitio 29.

¶In parallelos rectas lineas recta incidens linea: & alternatum angulos adinuicem æquales/& exteriorē interiori & oppoſito & ad eaſdem partes æqualem/ et interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales efficit. 29

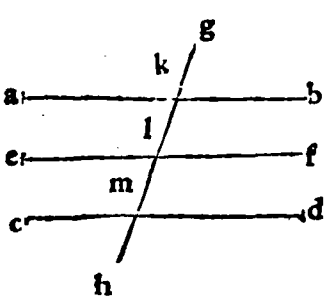
¶THEON ex Zamb. ¶In parallelos enim rectas lineas a b & c d: recta incidat linea e f. Dico q̄ & alternos angulos a g h & g h d æquos efficit/& exteriorem angulū e g b interiori & oppoſito & ad eaſdē partes hoc eſt ipſi g h d æqualem/& interiores & ad eaſdem partes hoc eſt b g h & g h d duobus rectis æquales. Si enim inæqualis eſt a g h ipſi g h d: alter eorum maior eſt. Sit maior a g h. Quoniam igitur a g h, maior eſt ipſo g h d: cōmunis ponatur angulus b g h. anguli ergo a g h & b g h: maiores ſunt ipſis b g h & g h d. Sed anguli a g h & h g b: per 13 propoſitionem/duobus rectis ſunt æquales. anguli igitur b g h & g h d duobus rectis ſunt minores. quæ autē a minoribus duobus rectis producuntur in infinitum: concurrunt/per primum poſtulatū. Rectæ igitur lineæ a b & c d: in infinitum productæ/concurrunt. non cōcurrunt autē: quoniam paralleli/per hypotheſin. Angulus igitur a g h: angulo g h d inæqualis non eſt. æqualis igitur ſed angulus a g h: angulo e g b per 15 propoſitionem eſt æqualis. angulus igitur e g b: per 1 communem ſententiam/angulo g h d eſt æqualis. cōmunis ponatur b g h. anguli e g b & b g h igitur: angulis b g h & g h d ſunt æquales. Sed anguli e g b & b g h: duobus rectis ſunt æquales/per 13 propoſitionem. & anguli b g h & g h d: duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

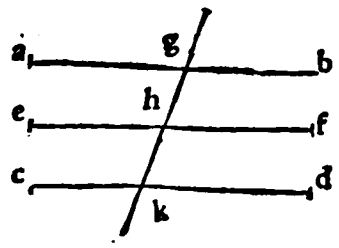
SI fuerint duæ lineæ vni æquidiſtantes: eædem ſibi inuicem æquidiſtantes erunt. 30

¶CAMP. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: quarum vtraq; æquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas videlicet a b & c d: eſſe æquidiſtantes. Hoc autē eſt vniuerſaliter verum: ſiue duę lineę a b & c d ſint in vna ſuperficie cum linea e f, ſiue non. hic tamen non intelligitur: niſi ſecundum q̄ omnes ſunt in ſuperficie vna. ſecūdū enī q̄ ſunt in diuerſis ſuperficiebus: probatur in 9 vndecimi libri/q̄ ſūt æquidiſtantes. Sint ergo omnes in ſuperficie vna. protraham autem lineam g h: ſecantem lineas a b, e f, & c d, in pūctis k, l, m. Et quia a b æquidiſtat e f: erit angulus b k l æqualis angulo e l k per primam partem præcedētis/cū illi ſint coalterni. at quia c d æquidiſtat e f: erit angulus k l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco/per ſecundam partē præcedentis. ergo angulus b k l: eſt æqualis angulo c m l. qui cum ſint coalterni: erunt per 27/lineę a b & c d æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 30.

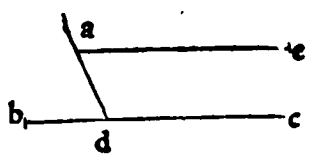
¶Quæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem ſunt paralleli. 30



¶THEON ex Zã. ¶Sint a b & c d: ipſi e f paralleli. dico q; a b: ipſi c d eſt parallelus. Incidat enim in eas: recta linea g h k, & quoniam in parallelos rectas lineas a b & e f, recta linea g h k incidit: æqualis eſt igitur a g h ipſi g h f, per 29 propoſitionem. Rurſus quoniam in parallelos rectas lineas e f & c d recta linea g k incidit: per eandem, æqualis eſt g h f ipſi g k d. patuit autem q; a g h ipſi g h f eſt æqualis, & q; g k d æqualis eſt ipſi g h f. & a g k igitur: ipſi g k d eſt æqualis, & ſunt alterni. parallelus igitur eſt a b: ipſi c d. Quod oſtendendum erat.

Euclí. ex Camp. propoſitio 31.

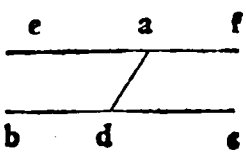
31 A Puncto extra lineam dato: lineæ propoſitę æquidiſtantem ducere.



¶CAMPANVS. ¶Punctus extra lineam datus intelligitur: cum linea vtrinq; protracta, per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a: datus extra lineam b c, ab eodem puncto a, a quo oportet protrahere lineam æquidiſtantem ipſi b c: protraho lineam a d lineæ b c ſuperſtantem qualitercunq; contingat. & ſuper punctum a qui eſt extremitas lineæ a d, conſtituo angulum e a d per doctrinam 23 propoſitionis: æqualem angulo b d a ſibi coalterno. eritq; a e æquidiſtãs b c per 27 propoſitionem. quod eſt propoſitum.

Euclí. ex Zamb. Problema 10. propoſitio 31.

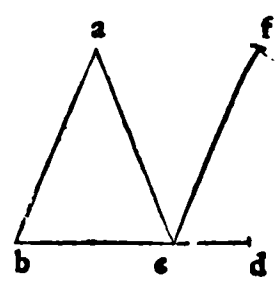
31 ¶Per datum ſignum: datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.



¶THE. ex Zãb. ¶Sit quidem datum ſignum, a: data vero recta linea, ſit b c. Oportet iam per datum ſignũ a: ipſi b c rectæ lineæ, parallelum rectam lineam ducere. Suſcipiatur in ipſa b c, contingens ſignum: ſitq; illud d. & connectãtur per primum poſtulatum: a d. & conſtituatur per 23 propoſitionem ad datam rectam lineam a d, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo a d c, æqualis angulus d a e. & producatur per 14 propoſitionem, in rectum ipſius e a: linea a f. Et quoniam in rectas lineas b c & e f, recta linea incidẽs a d, alternos angulos e a d & a d c æquales adinuicem fecit: parallelus eſt igitur e a f ipſi b c, per 27 propoſitionem. Per datum ergo ſignum a: datæ rectæ lineæ b c parallelus recta linea e a f ducta eſt. quod feciſſe oportuit.

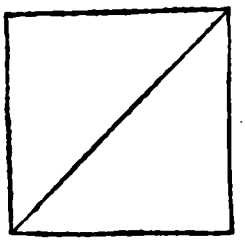
Euclí. ex Camp. propoſitio. 32.

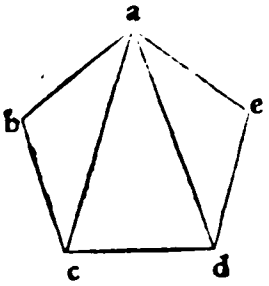
32 O Mnis trianguli angulus extrinſecus: duobus intrinſecis ſibi oppoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius: duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

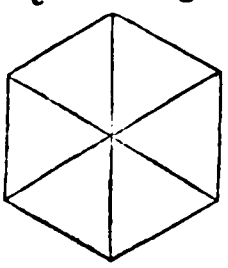


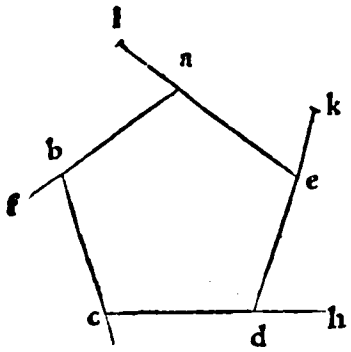
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: cuius latus b c protrahatur vſq; ad d. dico q; ãgulus c extrinſecus: eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis. & q; tres anguli triãguli a b c ſimul iuncti: ſunt æquales duobus rectis. A puncto c protrahã c f æquidiſtantem a b: ſecundum doctrinam præcedentis. eritq; angulus f c a, æqualis angulo a: quia ſunt coalterni per primam partem 29 propoſitionis. & angulus f c d extrinſecus: æqualis angulo b intrinſeco per ſecundam partem eiuſdem. quare totus a c d extrinſecus: eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis. quod eſt primum. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionem: erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis. quod eſt ſecundum propoſitum.

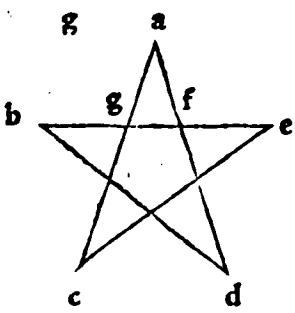
¶CAMPANI additio. ¶Ex hac autem patet q; omnis figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt æquales: quotus eſt numerus quo a prima deſtiterit, duplicatus. Verbi gratia. polygoniarũ figurarum: eſt triangula prima. quia ſi eſſet duarum linearum: cum figura ſit clauſio linearũ, tunc duæ lineæ rectæ includerent ſuperficiem. quod eſt

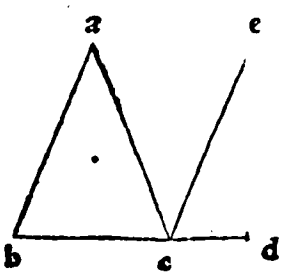












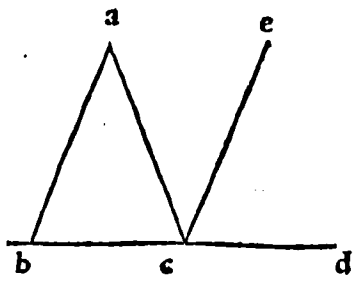
impossibile per vltimam petitionem. Quadrilatera: secunda: pentagona: tertia. Similiter autē quelibet tota erit i ordine: quotus erit numerus laterū aut angulorum eius/ inde dempto binario. Dico ergo q; triangulę (quę est prima) omnes anguli sunt equales duobus rectis. quadrilaterę (quę est secunda) erunt æquales quatuor rectis. & pentagonę (quę est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autem inde manifestum est. quoniam cū quælibet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima/ ductis rectis lineis a quouis angulorum eius ad omnes angulos oppositos/ sintq; omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales: erunt omnis lateratæ figurę omnes anguli bis tot rectis æquales/ quota ipsa fuerit a prima. quod est propositum. Sit enim exempli gratia/ pentagonus a b c d e: a cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipsi oppositos. erit totus pētagonus resolutus in tres triāgulos a b c, a c d, & a d e: quorū cū cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis/ erunt pentagoni anguli æquales sex rectis. quod est duplū eius numeri quo a prima distat: siue duplū numeri āgulorū aut laterū eius/ ide dēpto binario. ¶ Possumus quoq; & sic idem proponere. dicentes q; omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis āgulis æquales: quātus est numerus quem eius anguli duplicant/ inde demptis quatuor. puncto enim quouis intra figuram signato/ & ab eo ad singulos angulos lineis protractis: erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quoti fuerint eius anguli. ideoq; omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti/ tot rectis angulis erunt æquales: quantus est numerus quem duplicant anguli propositæ figuræ. Cum itaq; sint omnes anguli triangulorū in quos ipsa resoluta est/ punctum medium circunstantes/ quatuor rectis æquales per 13 propositionem: manifestū cōstat propositum. ¶ Similiter quoq; patet/ q; omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinseci: quatuor rectis angulis sunt æquales. sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales: quot habuerit angulos/ per 13 propositionem. Intriseci autem sunt bis tot rectis æquales quot habuerit angulos demptis inde quatuor. ergo extrinseci sūt quatuor rectis equales. quod est propositum. Exempli gratia. propositi pentagoni latera protrahantur: vt fiāt anguli extrinseci. a b quidem protrahatur vsq; ad f. b c vsq; ad g. c d vsq; ad h. d e vsq; ad k. e a vsq; ad l. eruntq; per 13 propositionem duo anguli/ a intrinsecus & a extrinsecus: æquales duobus rectis. eadem autem ratione: duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus. sic & cæteri. quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci et extrinseci: decē rectis æquātur. demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis: erūt extrinseci videlicet. b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis. ¶ Pater etiam q; omnis pētagonus cuius vnumquodq; latus duo secat ex reliquis habet 5 āgulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e. & secet latus a c: latus b e in puncto g. & latus a d idem latus b e in puncto f. erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d: cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e: cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g c e. sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis. ergo quatuor anguli b, d & c, e: sunt cum angulo a æquales duobus rectis. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. propositio 32.

¶ Omnis trianguli vno latere producto: exterior angulus binis interioribus & opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli: binis sunt rectis æquales. 32

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c. & producatur vnum illius latus (sitq; b c) vsq; in d. Dico q; exterior angulus a c d: ipsis c a b & a b c duobus interioribus & opposito/ est æqualis. et trianguli tres anguli interiores hoc est a b c b, c a, & c, a b: duobus rectis sunt æquales. Excitetur enim per præcedentem/ per signū c, ipsi a b rectæ lineæ parallelus c e.

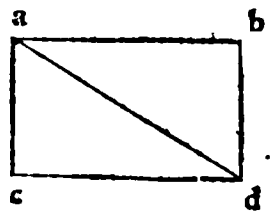
Et quoniam parallelus eſt a b ipſi c e, & in ipſas incidit linea a c: alterni anguli b a c & a c e, æquales ſunt adinuicem. Rurſus quoniam parallelus eſt a b ipſi c e, & in eas incidit recta linea b d: exterior angulus e c d, per viceſimamſeptimam/ viceſimamoctauam/ & viceſimamnonã propoſitiones/æqualis eſt angulo a b c interiori & oppoſito. patuit autẽ q; a c e: ipſi b a c eſt æqualis. Totus igitur exterior angulus a c d: æqualis eſt duobus interioribus & oppoſitis/hoc eſt ipſis b a c & a b c. Communis ponatur: a c b angulus. igitur a c d & a c b: tribus angulis a b c, b c a & b a c, ſunt æquales. Sed a c d & a c b: duobus rectis/per 13 propoſitionẽ ſunt æquales. ãguli a c b & c a b & c b a igitur: duobus rectis ſunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. Quod oportuit oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

33 SI in ſummitatibus duarum linearum æquidiſtantium et æqualis quantitatis/aliæ duæ lineæ coniũgantur: ipſæ quoq; æquales et æquidiſtãtes erunt.

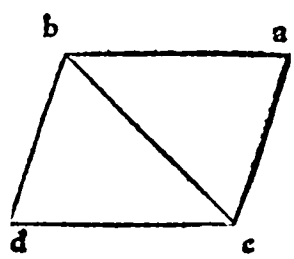
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidiſtantes: quarum extremitates coniungã per lineas a c & b d. Quas dico eſſe æquales & æquidiſtantes. protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d ſunt æquidiſtantes: erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem viceſimænonæ propoſitionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d: æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a. & angulus a primi: æqualis angulo d ſecundi. ergo per quartã propoſitionẽ baſis b d primi/ eſt æqualis baſi a c ſecundi: & anli a d b primi /æqualis angulo d a c ſecundi. At quia ipſi anguli a d b & d a c ſunt coalterni: erunt lineæ b d & a c æquidiſtantes/ per viceſimamſeptimam. Et quia prius probatũ eſt ipſas eſſe æquales: patet propoſitum vtrumq;.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23. propoſitio 33.

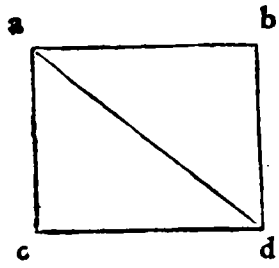
33 ¶Aequas et parallelos ad eaſdem partes/rectæ lineę coniũgentes: & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales rectæ lineæ & paralleli: a b & c d. & ipſas coniungant ad eaſdem partes: rectę lineæ a c & b d. dico q; a c & b d: æquales & paralleli ſunt. Connectatur enim per primum poſtulatum b c. Quoniam parallelus eſt a b ipſi c d, & in eas incidit b c: alterni anguli a b c & b c d adinuicem ſunt æquales/ per viceſimamnonã propoſitionem. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi c d, communis autem b c: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d ſunt æquales. & angulus a b c: angulo b c d eſt æqualis. Baſis igitur b d: per quartam propoſitionem baſi a c eſt æqualis. & triangulum a b c: triangulo ei quod ſub b c d, æquum eſt. & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales alter alteri/ ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur a c b: æqualis eſt ei qui ſub c b d. & angulus b a c: ei qui ſub b d c. Et quoniam in duas rectas lineas a c & b d, recta linea incidit b c, alternos angulos hoc eſt a c b & c b d æquales adinuicem efficiens: parallelus igitur eſt a c ipſi b d, per viceſimamſeptimam propoſitionem. Oſtenſum autem eſt: q; & ei ęqualis eſt. Aequales igitur & parallelos ad eaſdem partes coniungentes lineæ rectę: & ipſæ ęquales & paralleli ſunt. Quod oporuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 34.

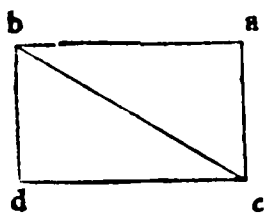
34 OMnis ſuperficies æquidiſtantibus contenta lateribus: lineas atq; angulos ex aduerſo collocatos habet æquales / diametro diuidente eam per medium.



¶CAMPANVS. ¶Sit ſuperficies a b c d æquidiſtantium laterum: ita q; linea a b ęquidiſtet c d, & a c ipſi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d: eſſe æquales. ſimiliter dico angulum a eſſe ęqualem angulo d: & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d: quæ etiam diuidet ſuperficiem illam per medium. Cũ a b & c d ſint ęquidiſtãtes: erunt anguli b a d & c d a, qui ſunt coalterni: ęquales per viceſimam nonam. At quia etiam a c & d b ſunt æquidiſtantes: erunt anguli c a d & b d a, qui ſunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c. & quia duo anguli a & d trianguli a d b, ſunt ęquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d ſuper quod iacent illi anguli in vtroq; triangulo/eſt commune: erit per viceſimam ſextam propoſitionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet eſſe æqualem angulo d totali per ſecundam communem animi conceptionem: totum propoſitum cum correlario liquet.

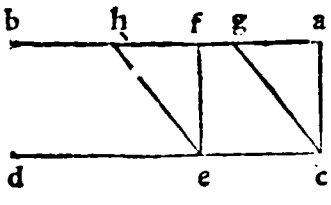
Eucli. ex Zamb. Theorema 24. propoſitio 34.

¶Parallelogrammorum locorum latera quæ ex oppoſito/& anguli: æqualia ſunt adinuicem et dimetiens ea bifariã ſecat. 34.



¶THEON ex Zam. ¶Sit parallelogrãmus locus a c d b: dimetiensq; illius eſto b c. Dico q; parallelogrammi a c d b latera & anguli ex oppoſito/adinuicem ſunt æqualia: & illud/dimetiẽs bifariam ſecat. Quoniã parallelus eſt a b ipſi c d, & in eas incidit recta linea b c: per 29 propoſitionem/alterni anguli a b c & b c d ſunt adinuicem æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt a c ipſi b d, & in eas incidit recta linea b c: ãguli alterni hoc eſt a c b & c b d æquales ſunt adinuicẽ. Bina igitur triangula ſunt a b c & b c d: duos angulos qui ſub a b c & a c b, duobus angulis b c d & c b d æquales habentia alterum alteri & vnum latus vni lateri æquale ad angulos æquos / & commune eorum b c. & reliqua latera igitur per 26 propoſitionẽ / reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri: & reliquus angulus reliquo angulo æqualis. latus igitur a b eſt æquale lateri c d, & c a ipſi b d: & angulus b a c ãgulo b d c eſt æqualis. Et quoniã angulus a b c æqualis eſt angulo b c d, & angulus c b d ei qui ſub a c b: totus igitur angulus a b d toti angulo a c d, per 2 communem ſententiam eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem: q; angulus b a c angulo c d b eſt æqualis. Parallelogrammorum igitur locorum ãguli & latera ex oppoſito: adinuicem ſunt æqualia. Dico etiam: q; dimetiens ea bifariam ſecat. Quoniam enim a b æquum eſt ipſi c d, & b c communis eſt: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d ſunt altera alteri æquales. et angulus a b c angulo b c d eſt æqualis. baſis igitur a c: per 4 propoſitionem baſi b d eſt æqualis/& triangulum a b c triangulo b c d eſt æquale. Dimetiens igitur b c: bifariam ſecat parallelogrammum a b c d. Quod erat oſtendendum.

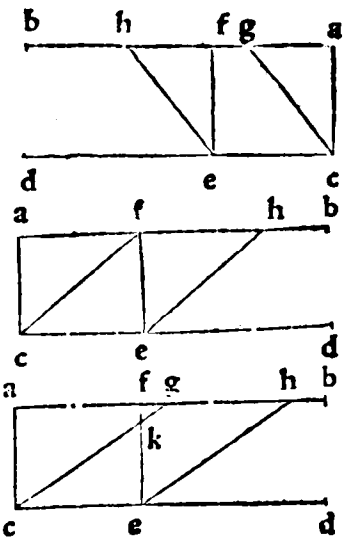
Eucli. ex Camp. Propoſitio. 35.



OMnes ſuperficies æquidiſtantium laterum ſuper vnam baſin atq; in eiſdem alternis lineis conſtitutæ: æquales eſſe probantur. 35

¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineę a b & c d æquidiſtãtes. inter quas fiat a c f e ſuperficies ęquidiſtantiũ laterum ſuper baſin c e. & ſuper eandem baſin/et inter eaſdem lineas fiat alia ſuperficies g c h e: ſimiliter æquiſtantiũ laterum. dico duas prædictas ſuperficies: eſſe æquales. Quod ſic probatur. Aut enim linea c g ſecabit lineam a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. ¶Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f: vt in prima figuratione apparet.

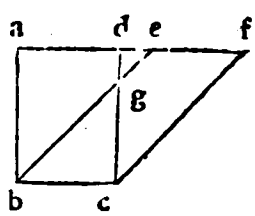
Et quia vtraq; duarum linearum a f & g h eſt æqualis lineæ c e per precedentem: vna earum erit æqualis alteri. dempta ergo linea f g cõmuni: remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum eſt a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per ſecundam partem 29/ videlicet extrinſecus intrinſeco: erit per 4. triangulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ eſt g c f e, addita vtriq; erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e. quod eſt propoſitum. ¶Secet ſecũdo modo linea c g lineã a b in puncto f: vt in ſecunda figuratione apparet. eruntq; ſimili argumẽtatione priori/ duo trianguli a c f & f c h: æquales. quare vtrobiq; addito triangulo f c e: patet propoſitũ. ¶Secet tertio modo linea c g lineã a b inter duo pũcta, f, b: vt in tertia figuratione apparet. ſecabitq; lineam f e. ſit vt in puncto k. & quia ſimili argumentatione priori/ linea a f eſt æqualis lineæ g h: facta communi linea g f, erit a g æqualis f h. & triangulus a g c: æqualis triãgulo f e h. Addito ergo vtriq; triangulo c k e, & detracto ab vtroq; triãgulo f k g: erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e. quod eſt propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 25. propoſitio 35.

35 ¶Parallelogramma in eadẽ baſi et in eiſdem parallelis exiſtentia: adinuicem ſunt æqualia.

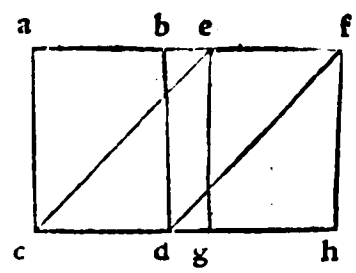
¶THEON ex Zamb. ¶Sint parallelogrãma a b c d & e b c f: in eadẽ baſi exiſtẽtia hoc eſt b c, & in eiſdẽ parallelis hoc eſt a f & b c. Dico q; parallelogrammum a b c d: æquale eſt parallelogrãmo e b c f. Quoniam enĩ parallelogrãmũ eſt a b c d: æqualis eſt a d ipſi b c p 34. propoſitionẽ. & id propterea igitur: & e f ipſi b c. quare & a d: ipſi e f eſt æqualis. & cõmunis d e. tota igitur a e: toti d f eſt æqualis. At a b: ipſi d c eſt æqualis. duæ igitur e a & a b: duabus f d & d c ſunt altera alteri æquales. & angulus f d c: angulo e a b eſt æqualis/ exterior interiori. Baſis igitur e b: per quartam propoſitionem/ baſi f c eſt æqualis. & triangulum e a b: triangulo f d c eſt æquale. Commune auferatur triangulum d g e. reliquũ igitur trapezium a b g d: trapezio e g c f eſt æquale. Commune autem ponatur triangulum g b c. totum igitur parallelogrammum a b c d: toti parallelogrammo e b c f eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua. quod oſtendere oportuit.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 36.

36 Mnia parallelogramma in baſibus æqualibus atq; in eiſdem lineis conſtituta: æqualia eſſe neceſſe eſt.

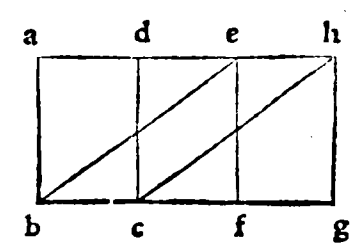
¶CAMPANVS. ¶Parallelogrammũ: dicitur ſuperficies æquidiſtantium laterum. Sint duæ ſuperficies a b c d & e f g h, æquidiſtantium laterum: conſtitutæ inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt a f & c h, & ſuper æquales baſes quę ſunt c d & g h. dico eas eſſe æquales. nam protrahãm duas lineas c e & d f. eritq; per 33/ ſuperficies c d e f, æquidiſtantium laterum: propter hoc q; e f eſt æqualis & æquidiſtans c d. nam vtraq; earum eſt æqualis g h. Quia ergo per præmiſſam vtraq; duarũ ſuperficierũ a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f: ipſæ erunt ſibi inuicem æquales. quod eſt propoſitum.

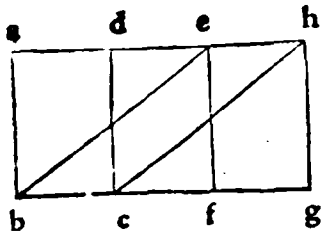


Euclí. ex Camp. Theorema 26. propoſitio 36.

36 ¶Parallelogrãma in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis exiſtentia: adinuicem ſunt æqualia.

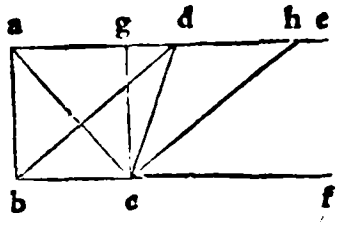
¶THEON ex Zamb. ¶Sint parallelogrãma a b c d & e f g h: in æqualibus baſibus cõſtituta hoc eſt b c & f g, & in eiſdẽ parallelis hoc eſt a h & b g. Dico q; parallelogrãmum a b c d eſt æquale parallelogrãmo e f g h.





Connectatur enim b e & c h. Quoniã æqualis eſt b c ipſi f g, ſed f g æqualis eſt ipſi e h: & b c quoq; ipſi e h eſt æqualis. ſunt autem paralleli/ & coniungunt eas b e & c h. æquales autem et parallelos / coniungentes lineę: æquales & paralleli ſunt per 33 propoſitionẽ. Igitur e b, & h c: æquales & paralleli ſunt. Parallelogrammũ igitur eſt e b c h: & eſt æquale parallelogrammo a b c d. baſin enim eandem habet/hoc eſt b c: & in eiſdem eſt parallelis/hoc eſt b c & e h. ac per hoc/e f g h: ipſi e b c h eſt æquale. Quare parallelogrãmum a b c d parallelogrãmo e f g h eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua vt theoremate. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 37.

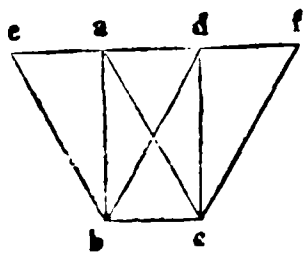


AEquales ſunt ſibi cuncti trianguli: qui ſuper eandem baſin/atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti. 37

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c: inter duas lineas a e & b f, quæ ſint æquidiſtantes. dico eos eſſe æquales. Protraham enim c g æquidiſtantem a b, & c h æquidiſtantem d b per 31. eruntq; duæ ſuperficies a b c g & d b c h: æquales per 35. Et quia dicti triãguli ſunt earum dimidia per correlarium 34. propoſitionis: ipſi erũt æquales per cõmunem ſcientiam quę eſt/quorum tota ſunt æqualia: & dimidia. ſicq; patet propoſitum.

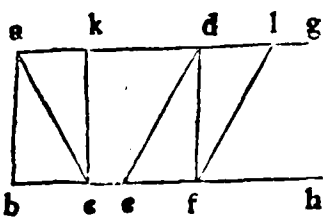
Eucli. ex Zamb. Theorema 27. propoſitio 37.

¶Triangula in eadem baſi et in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia. 37



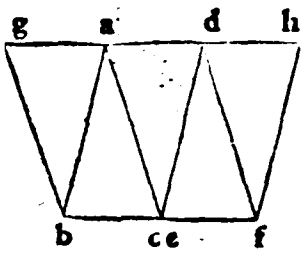
¶THEON ex Zam. ¶Sint triãgula a b c & d b c: in eadẽ baſi b c, & in eiſdem parallelis a d & b c conſtituta. Dico q; triangulum a b c: eſt æquale triãgulo d b c. Producatur per ſecundum poſtulatum/a d ex vtraq; parte: in e & f. & per b: ipſi c a per 31 propoſitionem excitetur parallelus b e. & per c: ipſi b d per eãdem parallelus excitetur c f. Parallelogramma igitur ſunt: e b c a & d b c f. & parallelogrãmũ e b c a: per 35 propoſitionẽ æquale eſt ipſi d b c f parallelogrammo. in eadem enim ſunt baſi b c: & in eiſdem parallelis b c & e f. At parallelogrammi e b c a, triangulum a b c: dimidium eſt per 34 propoſitionem. nam a b dimetiens: illud bifariam ſecat. parallelogrammi vero d b c f: per eandẽ/triangulum d b c dimidium eſt. nam b c dimetiens illud bifariã ſecat. at quæ æqualium ſunt dimidiũ: adinuicẽ ſunt æqualia per 7 communem ſententiam. triangulũ igitur a b c: triãgulo d b c eſt æquale. Triãgula igitur & quę ſequũtur reliqua vt in theoremate. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 38.



DI duo trianguli ſuper baſes ęquales atq; inter duas lineas æquidiſtãtes ceciderint: ęquales eos eſſe neceſſe eſt. 38

¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli a b c & d e f: cõſtituti ſuper baſes b c & e f ęquales/et inter lineas a g & b h æquidiſtantes. dico eos eſſe æquales. Protrahã enim c k ęquidiſtantem a b: & f l æquidiſtantem e d. erũtq; duæ ſuperficies a b c k & d e f æquales per 36. & quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per correlarium 34 propoſitionis: ipſi erunt æquales per antedictam communem ſcientiam.

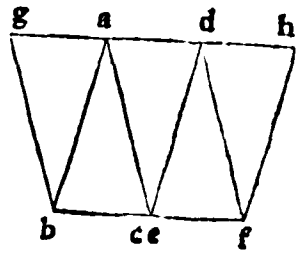


Eucli. ex Zamb. Theorema 28. propoſitio 38.

¶Triangula in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis cõſtituta: adinuicem ſunt æqualia. 38

¶THEON ex Zamb. ¶Sint triangula a b c & d e f: in æqualibus baſibus conſtituta hoc eſt b c & e f, & in eiſdem parallelis hoc eſt b f & a d.

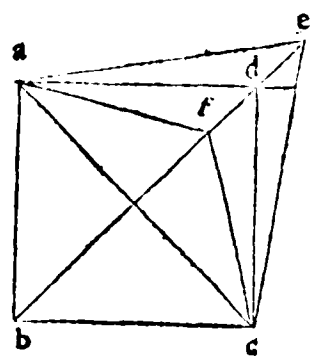
Dico q̃ triangulum a b c: æquũ eſt triangulo d e f. Producatur enim per ſecundum poſtulatum / a d: ex vtraq; parte in g, h. & per b: ipſi c a per 31 propoſitionem parallelus excitetur b g. et per f: ipſi d e parallelus excitetur f h, per eandem. Parallelogrãmum igitur eſt: & g b c a & d e f h. At parallelogrammum g b c a: per 36 æquum eſt ipſi d e f h parallelogrammo. in æqualibus enim ſunt baſibus hoc eſt b c et e f: & in eiſdem parallelis hoc eſt b f et g h. At parallelogrammi g b c a: per 34 propoſitionem triangulum a b c, medietas eſt. a b enim dimetiens: illud bifariam ſecat. et triangulum d e f: parallelogrammi d e f h, medietas eſt per eandem. nã dimetiẽs f d: illud ſecat bifariam. Aequalium vero ea quæ ſunt dimidiũ: ſibi inuicem ſunt æqualia / per 7 communem ſententiam. Triangulũ igitur a b c: triangulo d e f eſt æquale. Triangula igitur in æqualibus baſibus et in eiſdem parallelis conſtituta: ſibi inuicem ſunt æqualia. Quod oportuit demonſtraſſe.



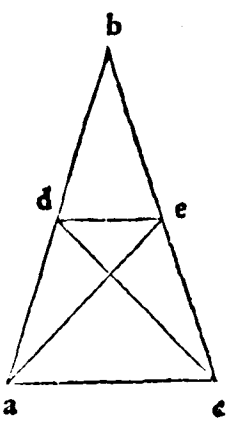
Eucli. ex Camp. Propoſitio 39

39 OMnes duo trianguli æquales / ſi in eãdem baſin et ex eadem parte ceciderint: inter duas lineas æquidiſtantes erunt.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c ex vna eadẽq; parte: ſintq; æquales. dico eos eſſe inter lineas æquidiſtantes. Et hæc eſt conuerſa 37. A puncto a, protraham lineam æquidiſtantem lineæ b c. quæ ſi pertranſierit per punctum d: liquet propoſitũ. Sin autẽ: pertrãſibit ſupra aut infra. Tranſeat primo ſupra: et ſit a e. producam b d: vſquequo ſecet lineã a e in puncto e. & protraham lineam e c. Et quia triãgulus e b c eſt æqualis triãgulo a b c per 37 / & triangulus d b c poſitus eſt æqualis triangulo a b c: erit triangulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti. quod eſt impoſſibile. Non igitur pertranſibit linea quæ a puncto a ducitur æquediſtanter b c: ſupra d. Tranſeat ergo infra. et ſit a f: ſecans lineam d b in puncto f. Protrahã ergo lineã f c. & quia per 37 / triangulus f b c eſt æqualis triangulo a b c: ipſe etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti. quod eſt impoſſibile. Quia ergo a puncto a, æquidiſtans b c non tranſit niſi per punctum d: patet propoſitum.



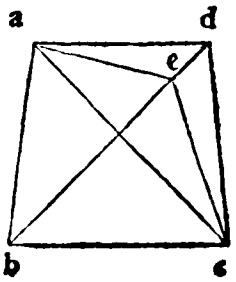
¶ CAMPANI additio. ¶ Ex hac autẽ & præmiſſa / nota q̃ ſi aliqua linea recta duo alicuius triãguli latera per æqua ſecet vel ſecuerit: ipſa erit tertio æquidiſtãs. quod ſic probatur. Sit triangulus a b c: cuius duo latera quæ ſunt a b & b c, ſecet linea d e per æqualia. a b quidem in puncto d: et b c in puncto e. dico q̃ linea d e eſt æquidiſtans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 a pũcto e ipſi a b æquidiſtante: erit per 38 triãgulus a e d æqualis triãgulo d e b, propter id q̃ linea a d baſis triãguli a e d poſita eſt æqualis lineæ d b baſi trianguli d e b. Rurſus quia ducta a puncto d per 31 ipſi b c æquidiſtante / per eandem triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id q̃ linea c e poſita eſt æqualis lineę e b: triãgulus a e d eſt æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipſi ſunt conſtituti ſuper eandem baſin videlicet lineam e d, et ex eadem parte: ipſi erunt per hanc 39 inter lineas æquedi ſtantes. ergo linea d e: eſt æquidiſtãs lineæ a c. Quod quidem propoſitũ: ad quintam quarti tibi valebit.

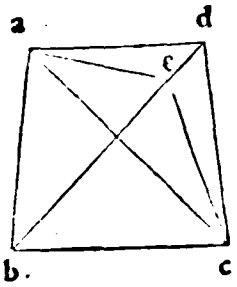


Eucli. ex Zamb. Theorema 29. propoſitio 39.

39 ¶ Triangula æqualia in eadem baſi conſtituta / & ad eaſdẽ partes: & in eiſdem ſunt parallelis.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triangula a b c & d c b: conſtituta in eadem baſi b c, & ad eaſdẽ partes. dico q̃ & in eiſdẽ ſunt parallelis. Cõnectatur a d. Dico q̃ a d: ipſi b c eſt parallelus. Si autẽ nõ: excitetur p 31 propoſitionẽ / per a ſignũ: ipſi b c rectæ lineæ parallelus a e, & cõnectatur e c. Triangulum igitur e b c: per 37 propoſitionem æquale eſt tri-

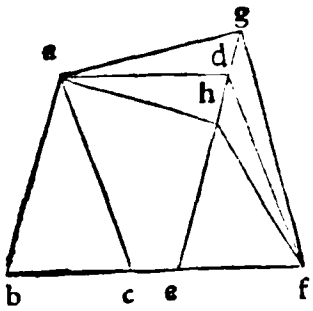




angulo a b c.in eadem enim ſunt baſi b c:in eiſdemq; parallelis a e & b c. At triangulum d b c:ipſi triangulo a b c eſt æquale/ per hypotheſin. Triangulum igitur d b c:triangulo e b c eſt æquale/ maius videlicet minori.quod eſt ipoſſibile.parallelus igitur minime eſt a e:ipſi b c. Similiterq; oſtendemus:nullam aliam præter a d.parallelus igitur eſt a d ipſi b c. Triangula igitur æqualia:& quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtẽdendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 40.

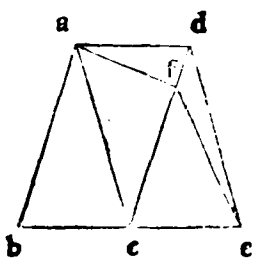
I duo trianguli æquales ſuper æquales baſes vnius eiuſdemq; lineæ ex eadem parte fuerint conſtituti : eos inter duas lineas æquediſtantes neceſſe eſt contineri. 40



¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c,d e f æquales:cõſtituti ſuper duas baſes quæ ſunt b c & e f,& ex eadem parte. dico eos eſſe inter duas lineas æquidiſtãtes.& hæc eſt conuerſa 38. Et probatur per ipſam: ſicut præcedẽs per 37 . A puncto a,ducatur linea æquidiſtans lineæ b f. quæ ſi tranſierit per punctum d:patet propoſitum.ſin autem:pertranſeat ſupra vt a g.& producatur e d vſq; ad ipſũ g , vt ſit e g:& ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c:æqualis triangulo g e f.quare & triangulus d e f:erit æqualis triangulo g e f,pars toti.quod eſt impoſſibile.non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra:ſecetq; lineam d e in puncto h. & ducatur linea f h.erit per 38 triangulus h e f:æqualis triangulo a b c. quare & triangulo d e f,pars toti.quod eſt impoſſibile. Quia ergo non tranſibit niſi per punctum d:patet propoſitum.

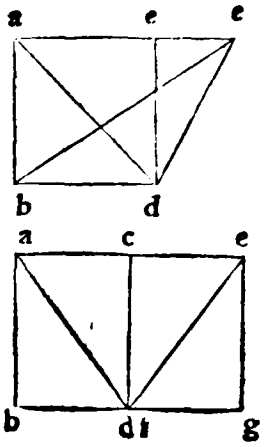
Eucli. ex Zamb. Theorema 30. propoſitio 40.

¶Triangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia & ad eaſdem partes:& in eiſdem ſunt parallelis. 40



¶THEON ex Zamb. ¶Sint triangula æqualia a b c & c d e:in æqualibus baſibus conſtituta hoc eſt b c & c e,& ad eaſdem partes a. Dico q; & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur per 1 poſtulatum a d. Dico q; a d:ipſi b e eſt parallelus. Si autem non: excitetur per 31 propoſitionẽ per a,ipſi b e parallelus a f.& connectatur f e. Triangulum igitur a b c:triangulo c f e eſt æquale per 38. in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta b c & c e:& in eiſdem parallelis b e,& a f.ſed triangulum a b c:triangulo d c e eſt æquale. Triangulum igitur d c e:æquum eſt triangulo f c e, maius minori.quod eſt impoſſibile. parallelus igitur minime eſt a f ipſi b e. Similiterq; oſtendemus q; nulla præter a d. Parallelus igitur eſt a d ipſi b e. Quod oſtendere oportebat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 41.



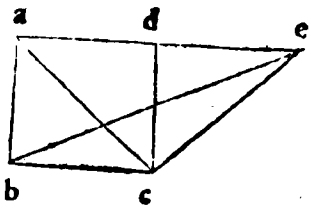
I parallelogrammum triangulusq; in eadẽ baſi atq; in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta:parallelogrammum triangulo duplum eſſe conueniet. 41

¶CAMPANVS. ¶Sit parallelogrammum a b c d, & triangulus e b d ſuper baſim b d,& inter lineas a e & b d quæ ſint æquidiſtantes. Dico parallelogrãmum:duplum eſſe triangulo. Protraham in parallelogrãmo diametrum a d.erit triangulus a b d:dimidium parallelogrãmi per corelariũ 34.& quia triangulus e b d eſt æqualis triãgulo a b d per 37:patet triãgulum e b d, eſſe dimidiũ parallelogrãmi a b c d. quod eſt propoſitũ. ¶Similiter quoq; poteſt probari/ q; ſi parallelogrãmũ triangulusq; in æqualibus baſibus atq; inter lineas æquediſtantes fuerint conſtituta: parallelogrãmum duplum erit triangulo. Quod ideo non poſuit Euclides:quia leuiter patet ex hac precedente correlarium & 38/diuiſo parallelogrãmo per diametrum in duos triangulos/ vel ſuper baſin parallelogrãmi inter eaſdem lineas æquediſtantes triangulo conſtituto,ad quem

duplum erit parallelogrãmum per hanc præcedentem / & ipſe æqualis alteri dato triangulo per 38.

Eucli ex Zamb. Theorema. 31. Propoſitio 41.

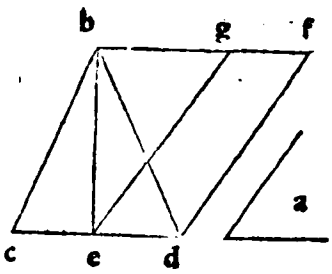
41 ¶Si parallelogrammum & triangulum eandẽ baſin habuerint/in eiſdemq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum erit.



¶THEON ex Zamb. ¶Parallelogrãmũ enim a b c d, & triangulum e b c: eandem habeant baſin b c, in eiſdemq; ſint parallelis b c & a e. Dico q; parallelogrãmum a b c d: trianguli b e c duplum eſt. Connectatur enim per 1 poſtulatum: a c. Triangulum igitur a b c: per 37 æquale eſt triangulo e b c. in eadem enim ſunt baſi b c: & in eiſdẽ parallelis b c & a e. Sed parallelogrãmum a b c d: duplum eſt ipſius trianguli a b c, per 34 propoſitionem. & enim dimetiens a c: illud bifariã ſecat. Quare parallelogrãmum a b c d: ipſius trianguli e b c duplum eſt. Si parallelogrãmum & triangulum igitur: & quod ſequitur reliquum. Quod erat oſtendendum.

Euclí ex Camp. Propoſitio 42.

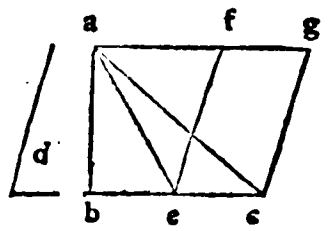
42 Equidiſtantiũ laterũ ſuperficiẽ deſignare: cuius angulus ſit ãgulo aſſignato æqualis/ipſa vero ſuficies triangulo aſſignato æqualis.



¶CAMPANVS. ¶Sit aſſignatus angulus a: & aſſignatus triangulus b c d. volo deſcribere ſuperficiem æquidiſtantium laterum æqualem triangulo b c d: cuius vterq; duorum angulorũ ex aduerſo poſitorum ſit æqualis a. Diuido baſin c d per dimidium in puncto e: & protraho lineam b e. & a puncto b duco b f æquidiſtantem c d. eritq; per 38 triangulus b e d: æqualis triangulo b e c. quare triangulus b e d: eſt dimidium totalis trianguli b c d. Igitur ſuper punctum e lineæ d e, conſtituo per 23 angulum d e g: æqualem angulo a. & perficio parallelogrammum g e d f. quod etiam quia per præcedentem eſt duplum ad triangulum b e d: erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc cõmunem ſcientiam. quorum dimidia ſunt æqualia: ipſa quoq; ſunt æqualia. eſt enim triangulus b e d: vtriuſq; dimidium. Quare deſcripſimus parallelogrammũ g e d f æquale triangulo b c d: cuius vterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerſo poſitorum eſt æqualis angulo a. quod fuit propoſitum.

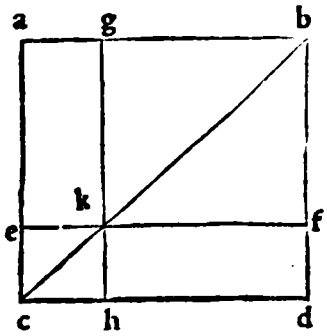
Eucli. ex Zamb. Problema 11. propoſitio 42.

42 ¶Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere: in dato angulo rectilineo.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit datum triangulum a b c: datus vero angulus rectilineus ſit d. oportet iam ipſi triangulo a b c æquale parallelogrãmum conſtruere in angulo rectilineo æquali ipſi d. Secetur per 10 propoſitionem/linea b c bifariam: in ſigno e. & connectatur per 1 poſtulatum/a e. Conſtituaturq; per 23 propoſitionem/ad datam rectam lineam e c, ad datumq; in ea ſignum e, ipſi angulo d, æqualis angulus c e f. Et per 31 propoſitionem: per a, ipſi e c excitetur parallelus a g. & per eandẽ/per c ipſi e f/ parallelus excitetur c g. parallelogrammum igitur: eſt f e c g. Et quoniam æqualis eſt b e ipſi e c: triangulum a b e per 38/triangulo a e c eſt æquale. in æqualibus enim ſunt baſibus b e & e c: & in eiſdem parallelis b c & a g. Duplum igitur eſt triangulum a b c: triãguli a e c. Parallelogrammum autem f e c g: per 40 duplum eſt trianguli a e c. baſin enim eandem habet: in eiſdemq; parallelis eſt. parallelogrammum igitur f e c g æquum eſt ipſi triangulo a b c: & habet angulum c e f æqualem dato angulo d. Dato igitur triangnlo a b c, æquale conſtitutum eſt parallelogrammum f e c g: in angulo c e f qui æqualis eſt ipſi d. quod feciſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. propoſitio.43.

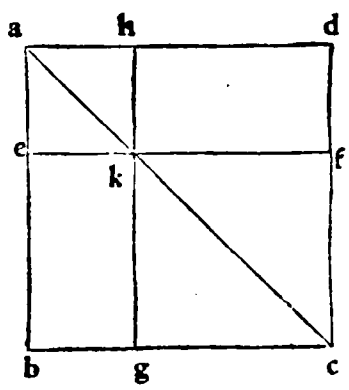


OMnis parallelogrāmi ſpacii/eorum quæ circa diame 43
trum ſunt parallelogrāmorum ſupplementa:æqua
ſibi inuicem eſſe neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sit parallelogrāmū a b c d:in quo protraham diame trum b c.& protraham e f æquidiſtantem vtriq; duorum laterū a b & c d: quæ ſecet diametrū in puncto k. a quo ducam k g æquidiſtantem vtriq; duorum laterum a c & b d:& producam eam quouſq; ſecet vtrumq; latus a b & c d,ſitq; tota g k h. Erit totum parallelogrāmum a b c d diuiſum in quatuor parallelogrāma.quorum duo ſcilicet e c k h & g k b f dicuntur cō ſiſtere circa c b:eo q; diameter tranſit per mediū eorum/et ideo ſunt circa diametrū.reliqua duo ſcilicet a e g k & k h f d: dicūtur ſupplemēta. Hæc duo ſupplementa:dicūtur eſſe æqualia.ſunt enim duo triāguli a b c & c d b:æquales per correl. 34 propoſitionis .ſimiliter quoq; duo trianguli g k b & f k b:ſunt æquales per idē correlariū.at duo trianguli c e k & k h c: ſimiliter ſunt æquales per idem correlariū.Demptis igitur duobus trian gulis b g k & k c e de totali triangulo a b c, ac duobus triāgulis reliquis b f k & k c h de totali triangulo reliquo c d b:erunt per 3 communem ani mi conceptionem reſidua quæ ſunt,duo dicta ſupleměta/æqualia.quod eſt propoſitum.

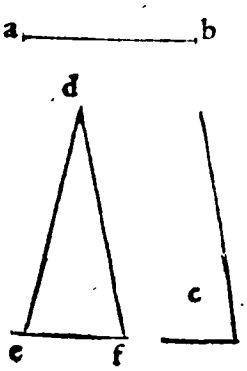
Eucli. ex Zamb. Theorema 32.propoſitio 43.

¶Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem 43
ſunt parallelogrāmorum ſupplementa:ſibi inuicem ſunt æ qualia.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit parallelogrāmum a b c d:dimetiens vero il lius ſit a c.circa vero a c,ſint parallelogrāma e h & g f.ſupplemēta vero: ſint b k & k d. Dico q; ſupplementum b k:æquale eſt ſupplemento k d. Quoniam parallelogrammum eſt a b c d,dimetiens vero illius eſt a c:tri angulum a b c per 34 propoſitionem/æquum eſt triangulo a d c.Rurſus quoniā parallelogrammum eſt a e k h,dimetiens vero illius eſt a k:trian gulum igitur a e k per eandem æquū eſt triangulo a h k.ac per hoc/trian gulum k f c: æquum eſt triangulo k g c.At quoniam triangulum a e k tri angulo a h k eſt æquale,& triangulum k f c triangulo k g c eſt æquale: triangula igitur a e k & k g c/triangulis a h k & k f c ſunt æqualia.eſt au tem totum triangulum a b c:toti triangulo a d c æquale.reliquum igitur ſupplementum b k:per 3 communem ſententiam reliquo ſupplemento k d eſt æquale.Omnis parallelogrāmi ergo:& quod ſequitur reliquū. quod oportuit demonſtraſſe.

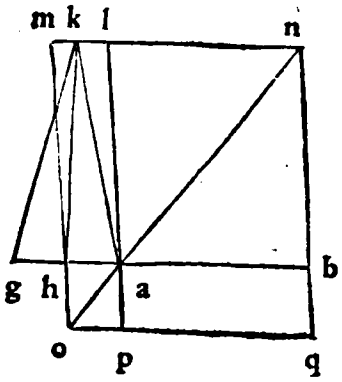
Eucli.ex Camp. Propoſitio 44.



PRopoſita linea recta:ſuper eam/ſuperficiem æqui 44
diſtantium laterum cuius angulus ſit angulo aſſi gnato æqualis/ipſa vero ſuperficies triāgulo aſſi gnato æqualis deſignare.

¶CAMPANVS. ¶Deſignare ſuperficiem æquidiſtantium laterū ſuper lineam aliquam:eſt lineam ipſam facere latus vnū ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b,& datus āgulus c,& datus triangulus d e f. Super line am a b volo deſignare ſuperficiē vnā æquidiſtantium laterum/ita q; linea a b ſit vnum ex lateribus eius: cuius vterq; duorum āgulorum ex aduerſo poſitorum ſit æqualis angulo c,& ipſa totalis ſuperficies ſit æqualis tri angulo d e f. Differt autem hęc a 42:quia hic datur latus vnius ſuperfici ei deſcribendæ ſcilicet linea a b,ibi autem nullū.Cū ergo hoc voluero fa cere:adiungo lineam a g lineæ a b ſecundum rectitudinē/quam pono æ qualem lineæ e f baſi trianguli dati.ſuper quam conſtituo triangulū vnū

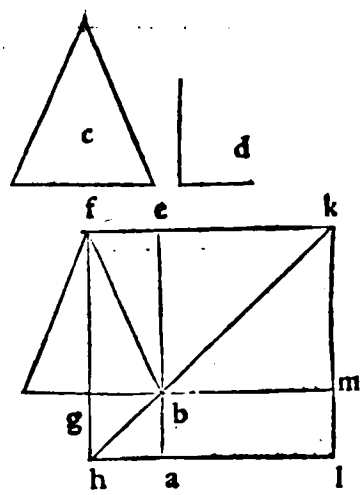
dato triangulo æqualē:& eidē æquilaterum.quod hoc modo facio.Conſti tuo angulum a g k æqualem angulo e: & angulum g a k æqualem angu lo f,per 23.& quia g a poſita fuerat æqualis e f:erit per 26 triāgulus g a k æqualis& ęquilaterus triangulo c f d.Diuidā ergo g a per æqualia in pū cto h:& ꝓtraham k h.& producam a puncto k: lineam m k n æquidiſtan tem lineæ g b.eritq; per 38 triangulus a h k:æqualis triāgulo g h k. Tunc ſuper punctum a lineę g a faciā angulum g a l per 23 ęqualem angulo c dato.& complebo ſuper baſin a h,& inter lineas g b & m n æquidiſtan tes/ſuperficiem æquidiſtantium laterum m l h a: quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a.æqualis igitur totali triangulo k g a. quare & trian gulo d e f propoſito.Protraham ergo b n æquidiſtantem a l. & producā diametrū n a:quam protraham quouſq; concurrat cum m h producta in puncto o.& cōplebo ſuperficiem æquidiſtātiū laterū m o n q.et protrahā l a vſq; ad p punctum lineæ o q. eritq; per prędcedentem/ſupplementum a b p q:æquale ſupplemēto m l h a.quare & triāgulo d e f. & quia per 15 angulus l a h eſt ęqualis āgulo b a p,et ideo;angulus b a p eſt æqualis ā gulo c:patet ſuper datam lineam a b deſcriptā eſſe ſuperficiē æquidiſtātiū laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f,cuius vterq; duorum angu lorum ex aduerſo poſitorum qui ſunt a & q,eſt æqualis dato angulo c. quod fuit propoſitum.



Euclí.ex Zamb. Problema 12.Propoſitio 44.

44 ¶Ad datam rectam lineā:dato triangulo æquale parallelo grammum conſtruere in dato angulo rectilineo.

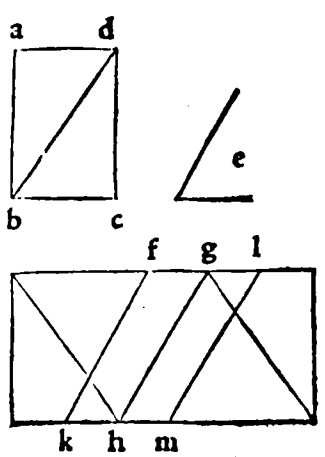
¶THEON ex Zam. ¶Sit quidem data recta linea a b.datum vero trian gulū:ſit c.datus autem angulus rectilineus ſit d.oportet iam ad datam re ctam lineam a b:dato triangulo c æquale parallelogrammum prætende re in angulo d. Conſtituatur per 42 ipſi c triangulo æquale parallelogrā mū b e f g:in angulo e b g qui ipſi d eſt æqualis. Et per 2 poſtulatum po natur vt b e ſit in rectum ipſi a b.et extendatur f g in h.& per a per 31 pro poſitionē vtriſq; & b g & e f parallelus excitetur a h.& cōnectatur per pri mum poſtulatum h b. Et quoniam in parallelos a h & e f recta linea inci dit h f:anguli ergo a h f,h f e,per 29 propoſitionem duobus rectis ſunt æquales.anguli ergo b h g & g e:duobus rectis ſunt minores.quæ autem a minoribus duobus rectis in infinitum producuntur:per 5 poſtulatum concurrūt. Lineę igitur h b & f e:in infinitum productæ concurrunt.pro ducantur igitur:& concurrant in k.Et per 31 propoſitionem/per k ſignū vtriſq; e a & f h parallelus excitetur k l.& producantur per 2 poſtulatum li neæ h a & g b ad l,m,ſigna.Parallelogrammum igitur eſt h l k f: illiuſq; dimetiens eſt h k. circa vero ipſum dimetientē h k parallelogrāma ſunt a g & m e.ſupplemēta vero:l b & b f. Igitur per 43 l b ipſi b f eſt æquale. ſed b f:per 42 ipſi triangulo c eſt æquale.igitur & l b:ipſi c eſt æquale.Et quoniam angulus g b e per 15 angulo a b m eſt æqualis/ſed angulus g b e ipſi d eſt æqualis:angulus igitur a b m ipſi d eſt æqualis.Ad datam igi tur rectā lineā a b: dato triangulo c æquale parallelogrāmū pręteditur l b,in angulo a b m qui ipſi d eſt æqualis.quod feciſſe oportuit.

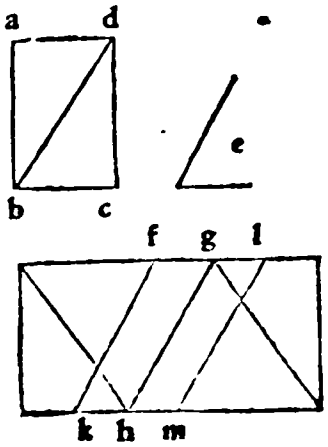


Euclí ex Zamb. Problema 13 propoſitio 45.

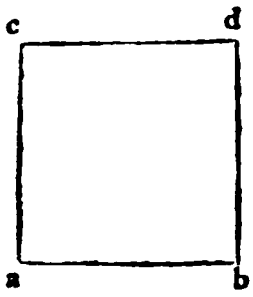
45 DAto rectilineo:æquale parallelogrammum conſtitu ere in dato angulo rectilineo.

¶THEON ex Zā. ¶Sit datū rectilineum a b c d:datus ve ro angulus rectilineus ſit e.oportet iam ipſi a b c d rectilineo æquale conſtruere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Conne ctatur per primum poſtulatum d b.& conſtituatur per 42 triangulo a d b ęquale parallelogrāmum f h,in angulo h k f,qui ipſi e eſt æqualis.& præ tendatur per 44 ad rectam lineam g h:triangulo d b c æquale parallelo-





grãmũ g m, in angulo g h m qui ipſi e eſt æqualis. Et quoniã angulo e, ãgulus h k f, et ãgulus g h m eſt æqualis: ãgulus igitur h k f, angulo g h m æqualis. Communis ponatur angulus k h g. anguli ergo f k h & k h g: anguli s k h g & g h m ſunt æquales. Sed anguli f k h & k h g: per 29 propoſitionem duobus rectis ſunt æquales. ãguli igitur k h g & g h m: duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquam rectam lineam g h per 14 propoſitionem ad aliquodq; in ea ſignum h, binæ rectæ lineæ k h & h m non in eiſdem partibus exiſtẽtes: vtrobiq; angulos binis rectis æquales efficiũt. In rectum igitur eſt k h: ipſi h m. At quoniã in parallelos k m & f g recta linea incidit h g: alterni anguli m h g & h g f per 29 propoſitionem ſibi inuicem ſunt æquales. Communis ponatur angulus h g l. Anguli ergo m h g & h g l: angulis h g f & h g l ſunt æquales. Sed anguli m h g & h g l: per eandem duobus rectis ſunt æquales. In rectum eſt igitur linea f g: lineæ g l. At quoniã f k ipſi h g per 34 æqualis eſt & parallelus, et ipſi h g ipſa l m: igitur per 1 cõmunem ſententiã f k ipſi l m æqualis eſt/& parallelus per 30 ptopoſitionẽ. Sed eas coniungunt rectæ lineæ k m & f l: quæ per 33 propoſitionẽ æquales & paralleli ſunt. parallelogrãmum igitur eſt k f l m. Et quoniam per 42/triangulum a b d parallelogrãmo f h eſt æquale/& triangulum d b c parallelogrãmo g m: totum igitur a b c d rectilineum/toti k f l m parallelogrãmo eſt æquale. Dato igitur rectilineo a b c d: æquum parallelogrãmum conſtituitur k f l m, in ãgulo f k m ipſi e dato æquali. quod feciſſe oportuit.

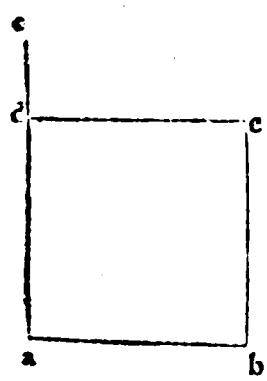


Euclí. ex Camp. Propoſitio 45

45

EX data linea: quadratum deſcribere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit data linea a b: ex qua volo quadratum deſcribere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpendiculares ad lineã a b: quæ erunt æquidiſtantes per vltimã partem 28. & pono vtramq; earum: eidem a b per 3 æqualem. & protraho lineam c d: eritq; ipſa æqualis & æquidiſtans lineæ a b per 33. Et quia vterq; duorum ãgulorum a & b eſt rectus: erit vterq; duorum c & d rectus per vltimã partẽ 29. ergo per diffinitionem quadrati: a b c d eſt quadratũ. quod eſt propoſitum. ¶ Idem aliter oſtendere. ¶ Sit a c perpendicularis ſuper lineã a b per 11: & ſit ei æqualis vt prius. & a puncto c per 31 ducatur c d æquidiſtans a b: & ponatur æqualis ei. & ducatur linea d b: quæ per 33 erit æqualis & æquidiſtans a c. & omnes anguli: recti/per vltimam partẽ 29. quare per diffinitionem quadrati habemus propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Problema 14 propoſitio 46.

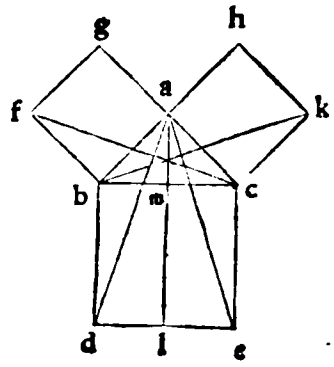
46

¶ Ex data recta linea: quadratum deſcribere.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit data recta linea a b. oportet ex a b recta linea: quadratum deſcribere. Excitetur per 11 propoſitionẽ ipſi: rectæ lineę a b, a dato ſigno a ad angulos rectos/a c. & ponatur per 3 propoſitionẽ: ipſi a b æqualis a d. Et per 31 propoſitionẽ/per ſignum d: ipſi a b parallelus excitetur d e. & per eandem/per ſignum b: ipſi a d excitetur parallelus b e. æqualis igitur eſt a b ipſi d e: & a d ipſi b e. Sed a b: ipſi a d eſt æqualis. quatuor igitur b a, a d, d e, & e b: ſibi inuicem ſunt æquales. æquilaterum igitur eſt a d e b parallelogrammum. Dico etiam q & rectãgulum eſt. Quoniam in parallelos a b & d e, recta linea incidit a d: anguli igitur b a d & a d e, per 29 propoſitionẽ duobus rectis ſunt æquales. angulus autem b a d eſt rectus. angulus igitur a d e: eſt etiam rectus. parallelogrãmorum locorum autem latera & anguli ex oppoſito: ſibi inuicẽ ſunt æqualia per 34 propoſitionem. Ex oppoſito igitur ambo & a b e & b e d anguli: ſunt recti. Rectangulum igitur eſt a b e d. oſtenſum autem eſt q & æquilaterum. Quadratum igitur eſt: atq; ex data recta linea a b deſcriptum. quod facere oportebat

Eucli.ex Camp. Propoſitio 46.

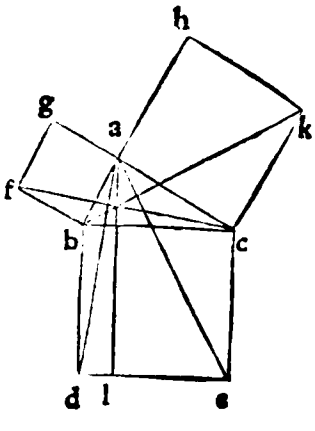
46 IN omni triangulo rectangulo/quadratum quod a latere recto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribitur: æquum eſt duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conſcribuntur.



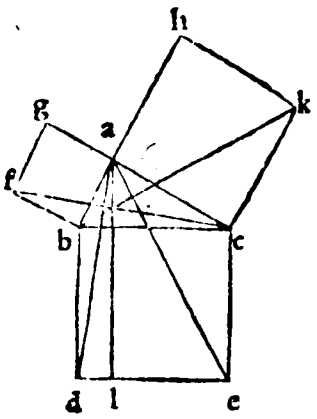
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: cuius angulus a ſit rectus. Dico ꝙ quadratum lateris b c:æquum eſt quadrato lateris a b & quadrato lateris a c ſimul ſumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera: ſecundum doctrinam præcedentis. ſitq; quadratum b c: ſuperficies b c d e. & quadratum b a: ſuperficies b f g a. & quadratum a c: ſuperficies a c h k. Ab angulo a, recto: ducã ad baſin d e baſin maximi quadrati/tres lineas. ſcilicet a l æqui diſtantem vtriq; lateri b d & c e: quę ſecet b c in puncto m. & hypothenuſas a d & a e. Itẽq; a duobus reliquis ãgulis triãguli/qui ſunt b & c: ducã ad duos ãgulos duorum quadratorum minorũ/duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum/quæ ſunt b k & c f. Et quia vterq; duorũ angulorũ b a c & b a g, eſt rectus: per 14 erit g c linea vna. eadẽ ratione erit b h, linea vna: quia vterq; duorũ angulorum c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſin b f, & iter duas lineas æquidiſtãtes quæ ſunt c g & b f, cõſtituta ſunt parallelogrãmũ b f g a & triãgulus b f c: erit per 41 parallelogrãmũ b f g a duplũ triãgulo b f c. ſed triangulus b f c eſt æqualis triãgulo b a d per 4: quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi/& ãgulus b primi eſt æqualis ãgulo b poſtremi/eo ꝙ vterq; conſtat ex angulo recto & angulo a b c cõmuni. ergo parallelogrammum b f g a: eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrãmũ b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41: quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſin ſcilicet b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l. ergo per communem ſcientiam quadratum a b f g & parallelogrammum b d l m ſunt æqualia: quia eorum dimidia videlicet prędicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdẽ propoſitiones mediantibus triangulis k b c et a e c probabimus quadratum a c h k eſſe æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 33, propoſitio 47.

47 ¶In rectangulis triangulis quadratum quod a latere rectũ angulum ſubtendente fit: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulum rectangulũ a b c: rectum habẽs qui ſub b a c, angulum. Dico ꝙ quadratum quod fit ex b c: æquum eſt quadratis quæ fiũt ex b a & a c. Deſcribatur igitur per 46 ex b c: quadratum b d c e. & per eandem ex b a & a c: quadrata a b f g & a c k h. Et per a: ipſis b d & c e, per 31 propoſitionem parallelus excitetur a l. et connectantur per 1 poſtulatum: a d & c f. Et quoniam anguli b a c & b a g ſunt recti: ad aliquam rectam lineam b a ad datumq; in ea ſignum a, duæ rectæ lineæ a c & a g nõ in eaſdẽ partes proiectæ/angulos vtrobiq; duobus rectis æquos efficiunt per 14 propoſitionem. in rectum igitur eſt a c: ipſi a g. Ac per hoc: & b a ipſi a h eſt in rectum. Et quoniã angulus d b c æqualis eſt angulo f b a, rectus enim vterq; eſt: communis ponatur angulus a b c. totus igitur d b a: toti f b c eſt æqualis. Et quoniã duæ a b & b d duabus f b & b c ſunt altera alteri æquales/& angulus d b a angulo f b c eſt æqualis: baſis igitur a d baſi f c per 4 propoſitionẽ eſt æqualis/& triangulum a b d triangulo f b e eſt æquale. Trianguli vero a b d: per 41/parallelogrammum b l duplũ eſt. baſin enim habet eãdem hoc eſt b d: in eiſdemq; eſt parallelis hoc eſt b d & a l. Et trianguli quoq; f b c: per eandem/quadratum g b duplum eſt. baſin namq; eandem habet hoc eſt b f: & in eiſdem eſt parallelis hoc eſt f b & g c. Quæ autem æqualium dupla ſunt: per 6 communem ſententiam adinuicem

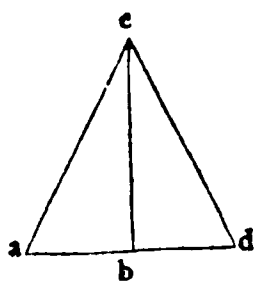


ſunt æqualia. parallelogrammum igitur b l: æquum eſt quadrato g b. Similiterq; ſi connectantur per 1 poſtulatum a e & b k: oſtendetur parallelogrammum c l, æquale eſſe quadrato h c. Totum igitur quadratum b d e c: duobus g b & h c quadratis æquum eſt. Et quadratum b d e c: eſt deſcriptum ex b c. at quadrata g b & h c: ſunt deſcripta ex b a & a c. Quadratum igitur quod ex b c latere: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus b a & a c. In rectangulis igitur triangulis. quadratum quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit: & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 47.

SI quod ab vno triãguli latere in ſeipſum ducto producitur / æquum fuerit duobus quadratis quæ a duobus reliquis lateribus deſcribuntur: rectus eſt angulus cui latus illud opponitur. 47

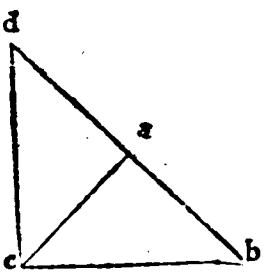
¶ CAMPANVS. ¶ Lineam in ſeipſam ducere: eſt eius quadratum deſcribere. ¶ Sit triangulus a b c: ſitq; quadratum lateris a c: æquale quadratis duorum laterum a b & b c ſimul iunctis. dico angulum b cui latus a c opponitur: eſſe rectum. Et hæc eſt cõuerſa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c: quam pono æqualem a b. & produco lineam d c. erit per præcedentem / quadratum d c: æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c. & quia b d poſita eſt æqualis b a: erunt per communem ſcientiã quæ eſt linearũ æqualium æqualia eſſe quadrata / quadrata duarum linearum a b & b d æqualia. quapropter erit quadratũ d c: æquale quadrato a c. ergo per aliam cõmunem ſcientiam quæ eſt conuerſa prioris / ſcilicet lineas quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales / erit d c æqualis a c. quare per 8 angulus b trianguli a b c: eſt rectus. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 48.

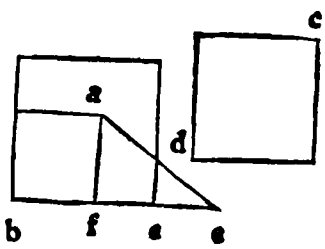
¶ Si triãguli quod ab vno laterum quadratum / æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus / quadratis: angulus cõprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus / rectus erit. 48

¶ THEON ex Zã. ¶ Trianguli nãq; a b c, quod ex vno latere b c quadratum: æquum ſit eis quæ ex b a, a c lateribus / quadratis. Dico q; angulus b a c: rectus eſt. Excitetur enim per 11 propoſitionem ab a, ſigno: ipſi a c rectæ lineæ ad angulos rectos a d. Et per 3 propoſitionem: ponatur ipſi a b, æqualis a d. & per 1 poſtulatum: cõnectatur d c. Et quoniam æqualis eſt d a ipſi a b: quadratum q; ex d a, æquum eſt quadrato quod ex a b. Commune apponatur quadratum quod ex a c. quadrata igitur quæ ex d a & a c: æqualia ſunt eis quæ ex b a & a c quadratis. At per præcedentem quadratis quæ ex d a & a c: æquum eſt quadratũ quod ex d c. Rectus enim eſt angulus d a c. Quadratis autem ex b a & a c, per hypotheſin æquum eſt quadratum quod ex b c. nam id receptum eſt. Quadratum igitur quod ex c d: æquum eſt quadrato quod ex b c. Quare latus d c: lateri b c eſt æquale. & quoniam d a, ipſi a b eſt æquale / communis autem a c: duæ igitur d a & a c, duabus b a et a c ſunt æquales. & baſis d c: baſi b c æqualis. Angulus igitur d a c angulo b a c per 8 propoſitionem eſt æqualis. At angulus d a c: rectus eſt. rectus igitur eſt et angulus b a c. Si trianguli ergo / quod ab vno laterum quadratum / æquum fuerit eis quæ a reliquis trianguli duobus lateribus / quadratis: angulus compræhenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus / rectus erit. Quod erat oſtendendum.



CAMPANI additio.

¶ Propoſitis quibuſcunq; quadratis: alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.



¶Proponantur ergo duo quadrata ſcilicet a b & c d.et ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratū a b:æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; vnum latus quadrati a b ad æqualitatem vnius lateris quadrati c d in continuum et directum/ et ſit f e:ita q; f e ſit æquale vni laterum quadrati c d.& ex e ducam lineam rectam ad a. fit ergo triangulus orthogonius:quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumētum: ſecūdum penultimā primi.quadratum e a eſt tantum:quantū quadratum e f et quadratum f a.ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d: et quadratum f a eſt æquale quadrato a b.ergo quadratum a e:eſt æquale quadratis a b et c d.Item e f a:eſt triangulus.ergo e f & f a latera:ſūt longiora a e latere/ſecundū 20 primi.ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ.ergo e f & f b ſunt lōgiora a e.ergo illa totalis linea ſcilicet e b: eſt maior a e.reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e,ad punctum c:ita q; b c ſit æquale a e.ergo quadratum b c eſt æquale quadrato a e.ſed quadratum a e:vt prius probatum fuit/eſt æquale quadratis a b & c d.ergo quadratum b c eſt æquale eiſdem.Sed quadratum b c addit ſupra quadratum a b,gnomonem illum quem vides.ergo gnomo ille:eſt quadrato c d æqualis.quod erat probandum.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum primi libri FINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano,deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber ſecundus.

¶Euclides ex Campano.

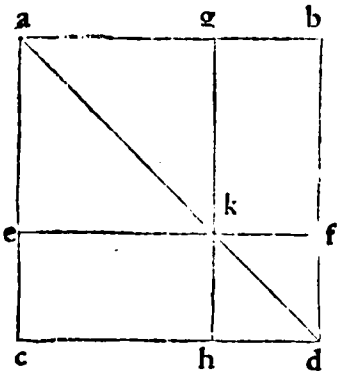
OMne parallelogrammū rectāgulū: ſub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

¶CAMPANVS ¶Parallelogrammum:eſt ſuperficies æquidiſtantiū laterum.

¶Parallelogrāmū rectāgulū:eſt ſuperficies equidiſtantium laterū habens omnes āgulos rectos.et producitur ex vno duorum laterum eius ambientium vnum ex ſuis angulis/ ducto in reliquum. et ideo ſub illis dicitur contineri.

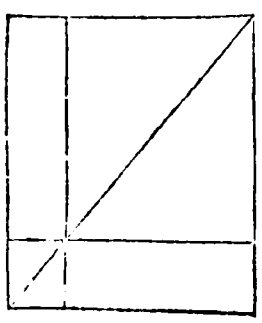
¶Omnis parallelogrāmi ſpacij ea quidē quę diameter ſecat per medium parallelogrāma: circa eandem diametrū conſiſtere dicuntur. Eorum vero parallelogrammorum quę circa eandem diametrum conſiſtunt: quodlibet vna cum ſupplementis duobus /gnomo nominatur.

¶CAMPANVS. Quę parallelogrāma dicuntur conſiſtere circa diametrū/et quę ſunt ſupplementa:expoſitum eſt ſupra in demonſtratione 43



primi. ¶Sit enim parallelogrammum a b c d: cuius diametrū a d diuidāt duæ e f, g h, ductę lineæ æquidiſtāter lateribus oppoſitis dicti parallelogrāmi ſecantes ſe, ſuper diametrum a d, in puncto k. erit ipſum parallelogrammum diuiſum in 4. parallelogrāma. Et vnumquodq; duorū parallelogrammorum quæ ſunt a g e k & k f h d, quæ diameter ſecat per medium: dicitur conſiſtere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non ſecat: dicuntur ſupplementa. quæ duo ſupplementa cum vtroq; dictorum parallelogrammorum conſiſtentium circa diametrum conponūt figuram quandā qui gnomo appellatur. cui deeſt ad cōplementū paral lelogrāmi: parallelogrāmū vnū reliquū circa diametrū conſiſtens. quod ſi addatur: ſupra diametrum totalis cōpoſiti conſiſtet/ eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat: minime tamen alteratur/ quemadmodum dixit Ariſtoteles in prædicamentis.

Eucli. ex Zamb. Parallelogrammum rectangulum.



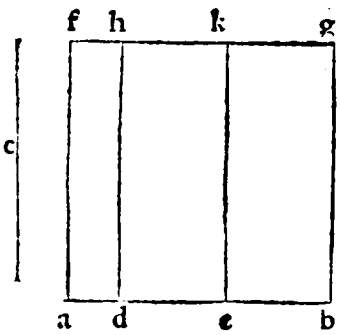
Mne parallelogrammum rectangulum: ſub duabus rectum angulum compręhendētibus rectis lineis dicitur contineri.

¶Quid gnomon.

¶Omnis parallelogrāmi loci eorum quæ circa dimetientem illius ſunt parallelogrāmorū vnumquodq; cum binis ſupplementis: gnomon vocetur.

Eucli. Camp. Propoſitio 1.

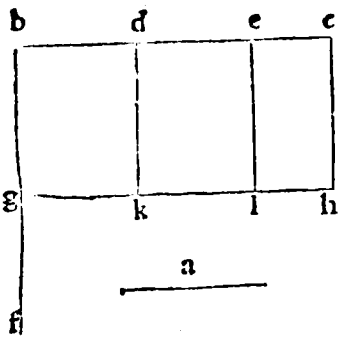
I fuerint duæ lineæ quarū vna in quotlibet partes diuidatur: illud quod ex ductu alterius in alteram fiet/ æquū erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuiſæ in vnāquamq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur. 1



¶CAMPANVS. ¶Lineā in aliā lineam ducere: eſt ſupra terminos vnius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere/ et ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulā complere/ quę ſub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶Sint duæ lineæ a b et c: quarū vna ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b. dico q; illud quod fit ex ductu c in totum a b: æquū eſt illis parallelogrāmis rectāgulis ſimul iūctis quę fiūt ex c in a d & in d e et in e b. Super pūcta a, b, erigā lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b: quarum vtraq; ſit æqualis lineæ c. & complebo rectangulam ſuperficiem a f b g, ducta linea f g: quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e: lineas d h & e k æquidiſtantes lateribus a f & b g. eritq; vtraq; earum æqualis c per 34. primi: quoniam vtraq; earum eſt æqualis a f. per diffinitionem igitur/ rectangulum a d f h producitur ex c in a d: & ſub illis dicitur contineri. & rectangulum d h e k: ex c in d e. & rectangulum e k b g: ex c in e b. Et quia hæc rectangula ſimul iuncta ſunt æqualia totali rectangulo a f b g: patet verum eſſe propoſitum.

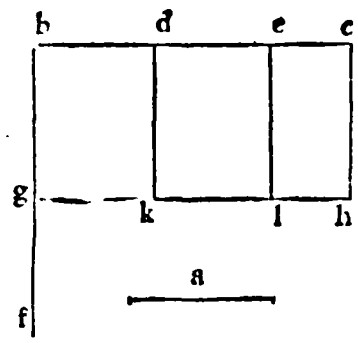
Eucli. ex Zamb. Theorema 1. propoſitio 1.

¶Si fuerint binæ rectæ lineæ/ ſeceturq; ipſarū altera in quotcunq; ſegmenta: rectangulum compræhenſum ſub duabus rectis lineis / æquum eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis compræhenduntur. 1



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ a & b c: ſeceturq; earum altera b c vtcunq;/ in d ſcilicet & e ſigna. Dico q; rectangulum cō prehenſum ſub a & b c: æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub a & b

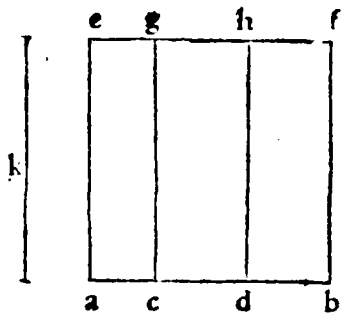
d, & ei quod ſub a & d e, & etiã ei quod ſub a & e c. Excíteturq; per 11 propoſitionẽ primi ex b: ipſi b c ad angulos rectos b f. ponatur quoq; per 3 primi: ipſi a æqualis b g. & per g: ipſi b c per 31 primi parallelus excitetur g h. & per eandem: per d, e, c, ipſi b g excitẽtur paralleli d k, e l, c h. Aequum eſt iam b h ipſis b k, d l, & e h: & b h ei quod ſub a & b c. compræhenditur enim ſub g b & b c. æqualis autẽ eſt b g ipſi a. At b k: ei quod ex a & b d. compræhenditur nãq; ſub g b & b d. æqualis autem eſt b g ipſi a. At d l ei quod ſub a & d e. æqualis namq; eſt d k hoc eſt b g: ipſi a. Et inſuper ſimiliter e h: ei quod ſub a & e c. Quod igitur ſub a & b c compræhenditur: æquum eſt ei quod ſub a & b d, & ei quod ſub a & d e, & ei inſuper quod ſub a & e c. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ/ ſecetur q; earum altera: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. ¶Propoſitio 2.

2 SI fuerit linea in partes diuiſa: illud quod ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit/ æquum erit ijs quę ex ductu eiuſdem in omnes ſuas partes.

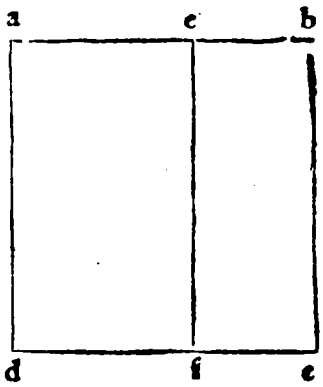
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b. dico q; illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f: æquum eſt ijs quæ fiũt ex ipſa tota in vnamquamq; dictarum partium. quod palam patebit: ductis e g & d h æquidiſtãter a c & b f. ¶Aliter. Sumatur k æqualis a b. eritq; per præmiſſam quod fit ex ductu k in totam a b: æquum ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantum fit quantum ex a b in ſe/ & ex k in omnes partes a b quantum ex a b in omnes partes eiuſdem/ propter id q; k & a b ſunt æquales: patet verum eſſe propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. propoſitio 2.

2 ¶Si recta linea ſecetur vtcũq;: quæ ſub tota & quolibet ſegmentorum rectangula compræhenduntur/ æqualia ſunt ei quod ex tota eſt quadrato.

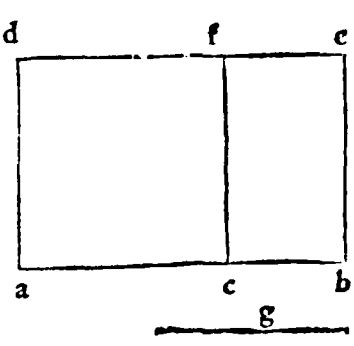
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b, ſecetur vtcumq; in ſigno c. Dico q; rectangulum compræhenſum ſub a b & b c, cum rectangulo cõpræhenſo ſub b a & a c: æquum eſt quadrato quod ex a b. Deſcribatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d e b. excitenturq; per 31 primi per c: vtriq; & a d & b e parallelus c f. æquum eſt igitur a e ipſis a f & c e. eſt autem a e: ex a b quadratum. Et a f: ex b a & a c rectangulum contentum. compræhenditur enim ex d a & a c. æqualis autem eſt a d ipſi a b. Et c e ei quod ſub a b, b c. æqualis enim eſt b e ipſi a b. Quod igitur ſub b a & a c cum eo quod ſub a b & b c: æquum eſt quadrato quod ex a b. Si recta igitur linea/ & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 3.

3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa: illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem / æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdẽ partis in ſeipſam et alterius in alteram.

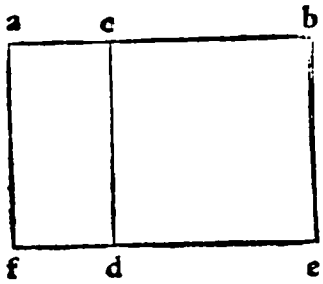
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa in a c & b c. dico q; illud quod fit ex tota a b in eius partem a c: æquum eſt quadrato eiuſdem a c partis & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratum lineæ a c quod ſit a c d f. & perficiatur ſuperficies a b d e. patebitq; propoſitum. ¶Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantum eſt quantum a c in a b & econuerſo, & a c in a b, itẽ & in c b & in ſeipſam quantum g in eaſdem/ at g in totam a b quãtum in a c & in c b per primam huius: patet propoſitum ſcilicet q; tantũ erit a c in a b quantum in ſe & in c b. Quare



ecõuerſo a b in a c quantũ a c in ſe & in c b. Quod volumus demõſtrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. propoſitio 3.

¶Si recta linea ſecetur vtcunq; : rectangulum ſub tota & vno 3
ſegmentorum compræhenſum / æquum eſt ei quod ſub ſegmentis compræhenditur rectangulo / & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.

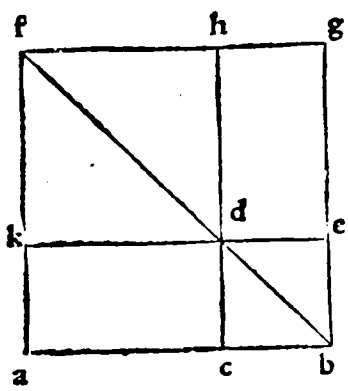


¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim linea a b : ſecetur vtcunq; in ſigno c. Dico q; rectangulum compræhenſum ſub a b & b c : æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub a c & c b, cum quadrato quod ex b c. Deſcribatur enim per 46 primi ex b c, quadraum c d e b : & extendatur e d in f, per ſecundum poſtulatum. Et per a, vtriq; c d & b e per 31 primi parallelus excitetur a f. Aequum iam eſt a e, ipſis a d & c e. eſtq; a e rectangulum compræhenſum ſub a b & b c. compræhenditur etenim ſub a b & b e. & æqualis eſt b e, ipſi b c. Et a d eſt quod ſub a c & c b. æqualis enim eſt d c : ipſi c b. at d b quadratum eſt quod fit ex c b. Rectangulũ igitur contentum ſub a b & b c, æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub a c & c b cum quadrato quod ex b c. Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

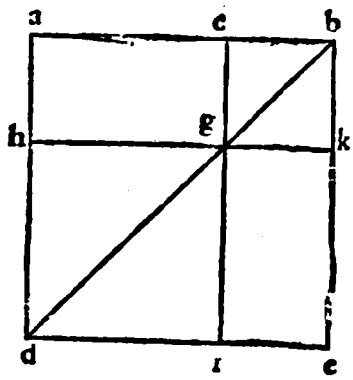
SI fuerit linea in duas partes diuiſa : illud quod ex ductu totius in ſeipſam fit / æquum eſt ijs quæ ex ductu vtriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alteram bis. 4.
Ex hoc manifeſtum eſt q; in omni quadrato duæ ſuperficies quas diameter ſecat per medium : ſunt ambæ quadratæ.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b : diuiſa in a c & b c. dico q; quadratum totius a b : æquum eſt duobus quadratis duarum linearum a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu vnius earum in alteram. Deſcribam quadratum alterius partium : ſitq; c d b e, quadratum lineæ c b. cui adiungam gnomonem ſecundum ductum directiuum lineæ alterius ſcilicet a c : quem faciam hoc modo. In quadrato deſcripto protraham diametrum b d. & a puncto a educam perpendicularem ſuper lineam a b : quæ ſit a k. quam a k & diametrum b d : producam vſq; quo per penultimam petitionem concurrant in puncto f. & a puncto f : procucam f h æquidiſtantem lineæ a b. quam f h & b e : producam vſq; quo concurrant in puncto g. & producam c d vſq; ad h : & e d vſq; ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b ſunt æqualia : erunt per 5 primi / duo anguli e d b & e b d æquales. & quia ãgulus e eſt rectus : eritper 32 primi vterq; eorum medietas recti. eadem ratione vterq; duorum ãgulorum c d b & c b d : erit medietas recti. Quare per ſecundam partem 29 primi & 15 eiuſdẽ / erit vnuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſunt h f d & h d f & k f d & k d f : medietas recti. ergo per 6 primi : f g & g b ſunt æquales. ſimiliter quoq; f a & a b. pari ratione f h & h d. itemq; f k & k d. quare vtraq; duarum ſuperficierum a b g f & k d h f : eſt quadrata. Et quia totale quadratum a b f g quod eſt quadratum lineæ a b, conſtat ex duobus quadratis quæ conſiſtunt circa diametrum quæ ſunt quadrata duarum linearum a c & c b, & ex duobus ſupplementis quorum vnumquodq; producitur ex a c in b c : patet propoſitum noſtrum. ¶Aliter. Sit linea a b : vt prius diuiſa in a c & c b. eritq; per 2 huius quod fit ex tota a b in ſe : æquum ei quod fit ex ipſa in a c & c b. ſed ex ipſa in a c tantum fit quantum ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itemq; ex ipſa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in ſe & ex c b in a c per eandẽ. ergo quod fit ex tota a b in ſe : æquum eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c. quod eſt propoſitum. Sed hac via non patet correlarium : ſicut via præcedenti patet, vnde prima eſt auctori magis conſona.



Eucl. ex Zamb. Theorema 4. propoſitio 4.

4. ¶Si recta linea ſecetur vtcunq; quadratum quod fit ex tota æquum eſt quadratis quæ fiunt ex ſegmentis & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo.



¶THEON ex Zā. ¶Recta enim linea a b: ſecetur vtcūq; in ſigno c. Dico q; quadratū a b: æquū eſt quadratis quæ fiūt ex a c & c b, & bis ſub a c & c b cōtēto rectāgulo. Deſcribatur enim per 46 primi/ ex a b, quadratū a d e b: & cōnectatur b d. & per 31 primi/ per c: vtriſq; a d & b e parallelus excitetur c f, diſpeſcēs diametrū b d in g ſigno. & p eādē/ per g: vtriſq; a b & d e parallelus excitetur h k. Et quoniā parallelus eſt c f ipſi a d, & in eas incidit b d: per 28 & 29 primi/ āgulus exterior c g b æqualis eſt interiori & oppoſito a d b. Sed angulus a d b, ei qui ſub a b d, per 5 primi eſt æqualis: quoniam latus b a, lateri a d eſt æquale. Igitur angulus c g b: āgulo g b c eſt æqualis. quare per 6 primi & latus b c: lateri c g eſt æquale. Sed c b ipſi g k eſt æquale: & c g ipſi k b. igitur g k: ipſi k b eſt æquale. Ae quilaterū igitur eſt: c g k b. Dico etiā q; rectangulum. Quoniam parallelus eſt c g ipſi b k, & in eas incidit linea c b: anguli igitur k b c & g c b: per 29 primi duobus rectis ſunt æquales. angulus autem k b c rectus eſt. rectus igitur eſt & angulus b c g. Quare per 34 primi/ & ex oppoſito ānguli c g k & g k b: ſunt recti. Rectangulum igitur eſt c g k b. Oſtenſum autem eſt q; & æquilaterum. quadratum igitur eſt: eſtq; ex b c. ac per hoc/ h f quadratū eſt: & eſt ex h g, hoc eſt a c. Quadrata igitur h f & c k: ſunt ex a c & c b. Et quoniam a g æquum eſt ipſi g e, eſtq; a g id quod ſub a c & c b, æqualis namq; eſt g c ipſi c b: igitur g e per 43 primi/ æquum eſt ei quod ſub a c & c b. Igitur & a g & g e: æqualia ſunt ei quod bis eſt ſub a c & c b. Quadrata autem h f & c k: ſunt ex a c & c b. Quatuor igitur h f, c k, a g, & g e: ſunt eis æqualia quæ fiunt ex a c & c b quadratis/ & ei quod fit bis ſub a c & c b rectangulo. Sed h f, c k, a g, & g e: ſunt totum a d e b, quod eſt quadratum quod ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b: æquū eſt eis quæ fiunt ex a c, & c b quadratis/ & ei quod bis ſub a c & c b comprehenditur rectangulo. Si recta igitur linea ſecetur vtcunq;: quadratum quod fit ex tota æquum eſt eis quæ ex ſectionibus fiunt quadratis / & ei quod bis comprehenditur ſub ſectionibus rectangulo, quod demonſtraſſe oportuit

¶ALITER idem oſtendere. ¶Dico q; quadratum a b: æquum eſt eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis/ & ei quod bis ſub a c & c b comprehēditur rectangulo. In eadem enim deſcriptione/ quoniam æquale eſt a b ipſi a d: æqualis eſt angulus a b d ei qui ſub a d b, per 5 primi. Et quoniā omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales per 32 primi: trianguli a b d tres anguli a d b/ d b a/ & b a d/ duobus rectis ſunt æquales/ per eandem. Rectus autem eſt angulus b a d. reliqui ergo anguli a b d, & a d b: vni recto ſunt æquales. et ſunt æquales alter alteri. vterq; igitur a b d & a d b: dimidium eſt recti. Angulus autem b c g, rectus eſt: æquus enī eſt ei qui ex oppoſito ad a per 29 primi. Reliquus igitur angulus c g b: dimidium eſt recti. Angulus igitur c g b: angulo c b g eſt æqualis. quare & latus b c: æquale eſt ipſi c g. ſed b c: ipſi g k eſt æquale. & c g igitur: ipſi b k eſt æquale. Aequilaterū igitur eſt c k. habet autem & āgulum c b k: rectū. quadratū eſt igitur c k, & eſt ex b c. & ob id/ h f quadratum eſt: & æquum eſt ei quod ex ac. igitur c k & h f: ſunt quadrata / & æqualia ſunt eis quæ ex a & c b fiunt quadratis. Et quoniam æquum eſt a g ipſi e g, eſtq; a g id quod ſub a c & c b, æqualis enī eſt c g ipſi c b: & e g igitur æquum eſt ei quod fit ſub a c & c b. igitur a g & e g: ſunt æqualia ei quod bis fit ex a c et c b. Sunt autem c k & h f: æqualia eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis. Igitur c k, h f, a g, & g e: ſunt æqualia eis quæ ex a c & c b, & ei quod bis fit ſub a cæ c b. ſed c k, h f, a g, & g e: totum ſunt a

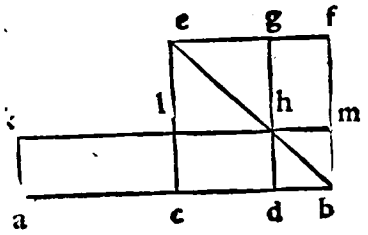
d. i.

e quadratum quod fit ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b: æquũ eſt quadratis quæ fiunt ex a c & c b, & ei rectangulo quod bis cõpræhendi tur ſub a c & b c. quod oſtendere oportuit.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc manifeſtum eſt/ q̃ in qnadratis areis parallelogramma quæ circa dimetientem: quadrata ſunt.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

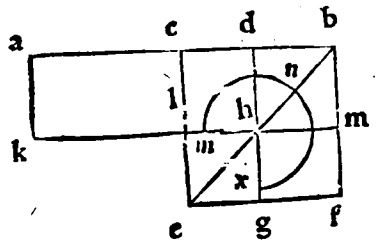
SI linea recta per duo æqualia duoq; inæqualia ſece- 5
tur: quod ſub inæqualibus totius ſectionis rectan-
gulum continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ
inter vtraſq; eſt ſectiones deſcribitur/ æquum eſt ei quadra-
to quod a dimidio totius lineæ in ſe ducto deſcribitur.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa per æqualia in puncto c: & per inæqualia in puncto d. dico quadratum c b: eſſe æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Deſcribam quadratum c b, quod ſit c b f e: in quo protraham diametrum e b. & ducam d g æquidiſtantem b f: quæ ſecet di ametrum e b in puncto h. & a puncto h educam æquidiſtantem lineæ a b: quæ ſit h k, ſecans lineam b f in puncto m, & lineam c e in puncto l. & protraham a k: æquidiſtantem c e. Eritq; per correlarium præmiſſæ/ v- traq; duarum ſuperficierum l g & d m: quadrata. & per 43 primi/ duo ſup plementa c h & h f: æqualia. Ergo addito quadrato d m, vtriq;: erit paral ſelogrammum c m æquale parallelogrammo d f. & quia a l eſt æquale c m per 36 primi: erit a h æquale gnomoni qui circunſtat quadrato l g. ergo addito vtriq; / quadrato l g: erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

¶Si recta linea ſecetur in æqualia et non æqualia: rectangu- 5
lum cõpræhenſum ab inæqualibus ſectionibus totius vna
cum quadrato quod a medio ſectionũ/ æquum eſt ei quod a
dimidia fit quadrato.



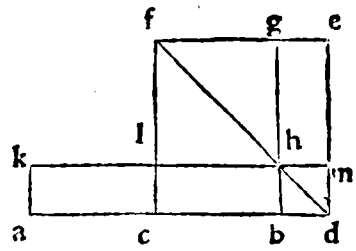
¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim linea quædam a b ſecetur qui- dem in æqualia in c: & in non æqualia in d. Dico q̃ rectangulum cõpræ henſum ſub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d: æquum eſt ei quod fit ex c b quadrato. Deſcribatur enim per 46 primi/ ex c b: quadratum c e f b. & per primum poſtulatũ connectatur b e. & per 31 primi/ per d: vtriſq; & c e & b f parallelus excitetur d g, ſecans b e in puncto h. & per eandẽ/ per h: vtriſq; a b & e f parallelus excitetur k m æqualis ipſi a b. & rurſus per eandem per a: vtriſq; c l & b m parallelus excitetur a k. Et quoniam per 43 primi/ ſupplementum c h æquum eſt ſupplemento h f: cõmune ponatur d m. totum igitur c m: toti d f eſt æquale. Sed c m ipſi a l eſt æ- quale: quoniam a c ipſi c b eſt æqualis. & a l igitur ipſi d f eſt æquale. Cõ mune ponatur c h. totum igitur a h: ipſis d l & d f eſt æquale. Sed a h: æ- quum eſt ei quod ſub a d & d b, æqualis enim eſt d h ipſi d b. & f d l eſt m n x gnomon. Gnomon igitur m n x: æqualis eſt ei quod ſub a d & d b. Commune ponatur l g: quod æquum eſt ei quod fit ſub c d. gnomon igi tur m n x & l g: ſunt æqualia rectangulo cõpræhenſo ſub a d & d b, & ei quod fit ex c d quadrato per 36 primi. Sed gnomon m n x & l g: totum ſunt quadratum c e f b quod eſt ex b c. Rectangulum igitur cõpræhen- ſum ſub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d fit: æquum eſt quadra- to quod fit ex c b. Si recta igitur linea: & quæ ſequuntur reliqua vt in the oremate. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

SI recta linea in duo æqualia diuidatur/ alia vero ei 6
linea in longum addatur: quod ex ductu totius iam
compoſitę in eam quæ iam adiecta eſt/ cũ eo quod

ex ductu dimidię in ſeipſam/æquum eſt ei quadrato quod ab ea quæ conſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur.

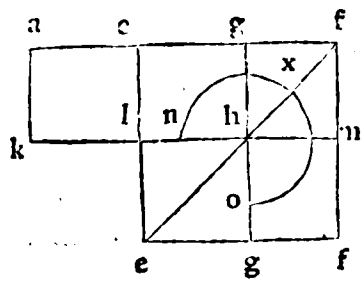
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa per æqualia in pũcto c: eiq; addatur linea b d. dico q; quadratum c d, quod ſit c d e f: æquale eſt ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrum d e. & ducam lineam b g æquidiſtantem d f: quæ ſecet diametrum d e in puncto h. a quo h, producam æquidiſtantem lineæ a b: quæ ſit h k, ſecans d f in puncto m, & c e in puncto l. & producam a k: æquidiſtantem e l. eritq; per 36 primi/a l: æquale c h. At c h: erit æquale h f, per 43 primi. quare a l: eſt æquale h f. Ergo addito c m vtrobiq;: erit a m æquale toti gnomoni circunſtanti l g. quare l g addito vtrobiq;: erit a m cum l g, æquale toti quadrato c f. Et quia vtraq; duarum ſuperficierũ l g & b m eſt quadrata per correlarium 4 huius: patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6. propoſitio 6

6 ¶Si recta linea biſariam ſecetur/adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum comprehenſum ſub tota cum appoſita & appoſita/vna cum quadrato quod fit a dimidia/ æquum eſt ei quod fit ex conjecta ex dimidia & appoſita tãquam ex vna deſcripto quadrato.

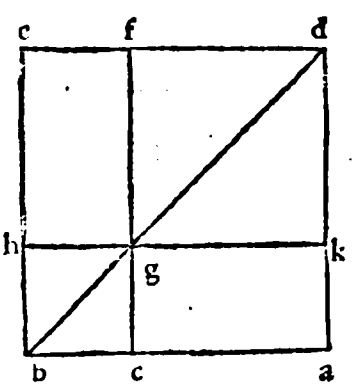
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b ſecetur biſariam in ſigno c: apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum/b d. Dico q; rectãgulum comprehenſum ſub a d & d b, vna cum quadrato quod fit ex b c: æquum eſt ei quod fit ex d c, quadrato. Deſcribatur per 46 primi / ex c d quadratum c e f d. & per 1 poſtulatum connectatur d e. & per 31 primi per b ſignum/vtriq; earum e c & d f: parallelus excitetur b g, ſecãs b e in puncto h. & per eandem per h ſignum/ vtriq; earum a d & e f: parallelus excitetur k m. & inſuper per eandem per a, vtriq; earum c l & d m: parallelus excitetur a k. Quoniam igitur per 36 primi/æqualis eſt a c ipſi c b: æquum eſt a l ipſi c h. Sed per 43 primi/c h æquum eſt ipſi h f. Igitur & a l: ipſi h f per eandem eſt æquale. commune apponatur c m. totum igitur a m: gnomoni n x o eſt æquale. Sed a m: eſt id quod fit ſub a d & d b. æqualis enim eſt d m ipſi d b. & gnomon igitur n x o: æqualis eſt rectangulo comprehẽſo ſub a d & d b. Commune apponatur l g: quod æquum eſt quadrato quod fit ex b c. Rectangulum igitur comprehenſum ſub a d & d b, vna cum eo quod ex c b quadrato: æquũ eſt ipſi n x o gnomoni/& ipſi l g. ſed gnomon n x o, & l g: totum ſunt c e f d quadratum/ quod fit ex c d. Rectangulum igitur comprehenſum ſub a d & d b, vna cum quadrato quod ex b c: æquum eſt quadrato quod ex c d. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

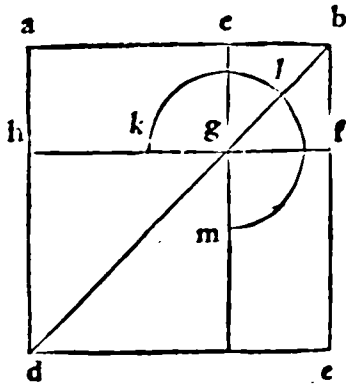
7 SI linea in duas partes diuidatur: quod fit ex ductu totius in ſeipſam cum eo quod eſt ex ductu alterius partis in ſeipſam/æquum eſt eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in ſeipſam.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa in duas partes in puncto c. dico q; quadratum totius a b cum quadrato b c: æquum eſt ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Deſcribatur quadratum totius: quod ſit a b d e. & ducatur diameter b d: & c f æquidiſtans. b e, ſecans diametrum in puncto g. & ducatur k g h æquidiſtans a b. Et quia quadratũ a e cũ quadrato c h tantum ſunt quantum quadratum k f cum duabus ſuperficiebus a h & c e: patet propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 7.propoſitio 7.

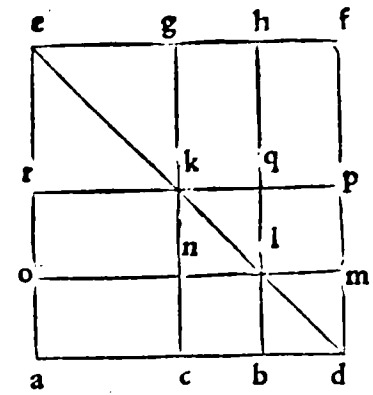
¶Si recta linea ſecetur vtcunq; : quod a tota & ab vno ſegmentorum vtraq; fiunt quadrata/æqualia ſunt rectangulo compræhenſo bis ſub tota et dicto ſegmento /& ei quod a reliquo ſegmento fit quadrato. 7



¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b: ſecetur vtcunq; in ſigno c.dico q; quadrata ex a b & b c:æqua ſunt rectãgulo cõtento bis ſub a b & b c,& ei quod fit ex a c,quadrato. Deſcribatur enim per 46 primi/ex a b:quadratum a d e b.deſcribaturq; figura. Quoniam per 43 primi/æquũ eſt a g ipſi g e:commune apponatur c f.totum igitur a f:toti c e eſt æquale.Igitur a f & c e:duplum eſt ipſius a f.Sed a f & c e:ſunt k l m gnomon/ & c f quadratũ.& k l m igitur gnomon & c f:duplum eſt ipſius a f.Eſt autem ipſius a f duplum:& bis illud quod ex a b & b c fit. æqualis enim eſt b f:ipſi b c.ergo k l m gnomon & quadratum c f: æquum eſt rectangulo contento bis ſub a b & b c.commune apponatur d g: quod eſt quadratũ ex a c. gnomon igitur k l m,& b g & g d quadrata:æqualia ſunt & ei qđ bis ſub a b & b c rectangulo continetur/& ei quod ex a c fit quadrato.Sed k l m gnomon/& quadrata b g & d g:totum ſunt b a d e & c f,quæ ſunt ex a b & b c quadrata.quadrata igitur ex a b,b c:æqualia ſunt rectangulo bis ſub a b & b c compræhenſo/ cum eo quod fit ex a c quadrato.Si recta igitur linea:& quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod demõſtraſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio.8.

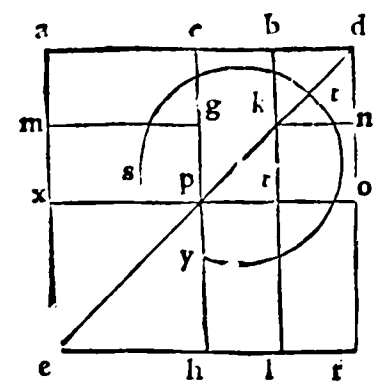
Si linea in duas partes diuidatur/eiq; in lõgum æqualis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam cõpoſitæ in ſeipſam fiet / æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectã quater/ & ei quod ex ductu alterius diuidentis in ſeipſam. 8



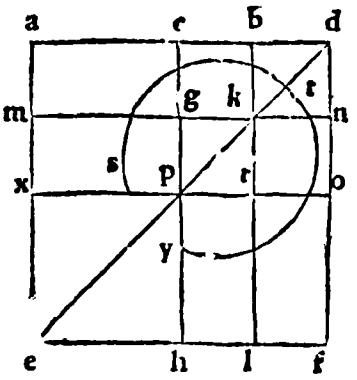
¶CAMPANVS. ¶Sit a b diuiſa in puncto c,qualitercunq; contingat: cui addatur b d æqualis c b. dico q; quadratum totius a d quod ſit a d e f:eſt æquale ei quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c.Hoc autẽ patebit:ducta diametro d e,& lineis c g & b h æquidiſtãtibus lineæ d f, & ſecantibus diametrum in punctis k,l, per quæ puncta ducantur p q k r,& m l n o,æquidiſtantes a d. Erit enim per correlarium 4 huius/ vnaquæq; ſuperficierum r g,n q,& b m:quadrata.Et quia c b poſita eſt æqualis b d: erit vtraq; ſupficierũ c l & l p,quadrata. Erũtq; quatuor quadrata diuidentia quadratũ c p:æqualia.& quia totus gnomo circunſtans quadrato r g, eſt per 36 & 43 quadruplus ei quod exa b in b d, quia quadruplus ad ſuperficiem a l:patet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8.propoſitio 8.

¶Si recta linea ſecetur vtcunq;: rectangulum compræhenſum quater ſub tota & vno ſegmentorum cum eo quod ex reliquo ſegmento eſt quadrato/æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanq; ab vna deſcripto quadrato. 8



¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea quædam a b ſecetur vtcunq; in ſigno c. dico q; quater ſub a b & b c compræhenſum rectangulum/vna cum eo quod ex a c quadrato : æquum eſt ei quod fit ex a b & b c tanq; ab vna deſcripto quadrato. Producatur enim per 6 ſecundi/ in rectam lineã ipſi a b recta linea b d:& ponatur ipſi b c æqualis b d,per 3 primi. Et per 46 primi/ex a d deſcribatur quadratum a e f d: & deſcribatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis eſt c b ipſi b d,ſed c b ipſi g k eſt æqualis/ & b d per triceſimam quartam primi ipſi k n eſt æqualis:& g k igitur ip-

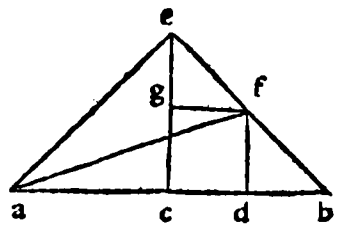


ſi k n eſt æqualis. & perinde p r: ipſi r o eſt æqualis. Et quoniam æqualis eſt b c ipſi b d, & g k ipſi k n: æquũ eſt igitur c k ipſi k d, & g r ipſi r n, per triceſimamſextam primi. Sed per 43 primi / c k: ipſi r n eſt æquale. ſupplementa enim ſunt parallelogrãmi c o. & k d igitur: ipſi n r eſt æquale. Igitur d k, c k, g r, & r n: ſibiinuicẽ ſũt æqualia. ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius c k. Rurſus quoniã æqualis eſt c b ipſi b d, ſed b d quidem ipſi b k, hoc eſt ipſi c g eſt æqualis: & c b igitur hoc eſt g k, ipſi g p eſt æqualis. & c g igitur ipſi g p eſt æqualis. Et quoniam æqualis eſt c g ipſi g p, & p r ipſi r o: æquum eſt a g ipſi m p, & p l ipſi r f. ſed m p: ipſi p l per 43 primi eſt æquale. ſuppleméta enim ſunt parallelogrã mi m l. & a g igitur ipſi r f per 43 eiuſdem eſt æquale. Quatuor igitur a g, m p, p l, & r f: ſibi inuicem ſunt æqualia. quatuor igitur: quadruplicata ſunt ipſius a g. oſtenſum autem eſt quatuor c k, k d, g r, & r n: ipſius c k quadruplicata. octo igitur quæ gnomoncm s t y complectuntur: quadruplicata ſunt ipſius a k. Et quoniam a k eſt ſub a b & b d, æqualis enim eſt b k ipſi b d: quod igitur quater eſt ſub a b & b d, quadruplicatũ eſt ipſius a k. oſtenſum eſt autem q; ipſius a k, quadruplicatum: eſt gnomon s t y. Igitur id quod quater eſt ſub a b & b d: gnomoni s t y æquum eſt. Commune apponatur x h: quod æquum eſt quadrato quod ex a c. Rectãgulum igitur quater ſub a b & b d compræhenſum / cum quadrato quod ex a c: æquũ eſt gnomoni s t y & ei quod eſt x h. Sed s t y gnomon & x h: totum ſunt a e f d quadratum quod eſt ſub a d. at id quod quater ſub a b & b d, vna cum eo quod fit ex a c: æquum eſt ei quod fit ſub a d quadrato. æqualis autem eſt b d ipſi b c. Rectangulum igitur compræhenſum quater ſub a b & b c / vna cum eo quod fit ex a c quadrato: æquũ eſt ei quod fit ex a d, hoc eſt ei quod fit ex a b & b c tanquam ab vna deſcripto quadrato. Si recta igitur linea: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 9.

9 SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur: quæ fiunt ex ductu vtriuſq; inæqualiũ ſectionum in ſeipſam pariter accepta: duplum ſunt vtriuſq; pariter acceptis / quæ quidem ex dimidia eaq; quæ vtriq; ſectioni interiacet quadratis deſcribuntur.

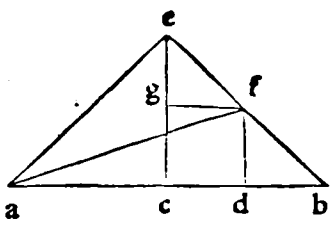
¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a b diuiſa per æqualia in c: & per inæqualia in d. Dico q; quadratum a d & quadratũ d b ſimul iuncta: dupla ſunt quadrato a c & quadrato c d ſimul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e: perpendicularem & æqualem vtriq; earum linearum a c & c b. & produco e a & e b. eritq; per 32 primi / vterq; angulorũ a & b, & vterq; angulorum partialium qui ſunt ad e: medietas recti / totuſq; e, rectus. Et produco d f: æquidiſtantem c e, & perpendicularem ſuper lineam a b. eritq; vterq; angulorũ d, rectus: & angulus d f b, medietas recti per 32 primi ſiue per ſecundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A puncto f duco f g: æquidiſtantẽ a b. eritq; per ſecundam partem 29 primi & per 32 eiuſdem / vterq; angulorum g, rectus / & angulus e f g per 32 medietas recti. quare per 6 eiuſdem: latera e g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimam eiuſdem / quadratum e f eſt æquale quadrato e g & quadrato g f: ipſum erit duplum ad quadratum g f. quare ad quadratum c d. Item quia per eandẽ quadratũ e a eſt æquale quadrato a c & quadrato c e: ipſum erit duplum ad quadratum a c. & quia quadratũ a f eſt æquale quadrato e f & a e per eandem: ipſum erit duplum ad quadratum a c & ad quadratũ c d. Sed quadratum a f: eſt iterum æquale per eãdem quadrato a d & quadrato d f. ergo quadratum a d & quadratum d f: dupla ſunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadra-



tum d f eſt æquale quadrato d b: erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dulpa quadratis duarum linearum quæ ſunt a c & c d. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 9. propoſitio. 9.

¶ Si recta linea ſecetur in æqualia et nõ æqualia: quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt quadrata / dupla ſunt eius quod a dimidia et eius quod a medio ſectionũ fit / quadratorum. 9



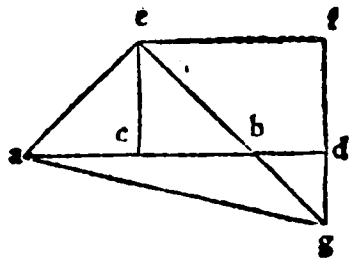
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim linea quædam a b: ſecetur in æqualia in ſigno c, & in non æqualia in d. Dico q̃ quadrata ex a d & d b: dupla ſunt eorum quæ ex a c & c d ſunt quadratorũ. Excitetur enim per 11 primi/ex c ſigno ipſius a b, ad angulos rectos c e: & ponatur per 3 primi/æqualis vtriq; ipſarum a c & c b. et per 1 poſtulatum connectantur a e & e b. Et per 31 primi/per d: ipſi e c, parallelus excitetur d f. & per eandem/per f: ipſi a b, parallelus excitetur f g. & per 1 poſtulatum connectatur a f. Et quoniam æqualis eſt a c ipſi c e: æqualis eſt per 5 primi/angulus e a c angulo c e a. Et quoniam rectus eſt angulus qui ad c: reliqui igitur anguli e a c & a e c, vni recto ſunt æquales. vterq; igitur eorũ qui ſub a e c & e a c: recti dimidius eſt. Ob id quoq; & vterq; ipſorum e b c & c e b: recti dimidius eſt. Totus igitur a e b: rectus eſt. Et quoniã qui ſub g e f recti dimidius eſt/rectus autem qui ſub e g f, æqualis enim interiori eſt oppoſito per 29 primi/hoc eſt ipſi e c b: reliquus igitur qui ſub e f g, recti dimidius eſt. Aequus igitur eſt per 6 communem ſententiã qui ſub g e f: ei qui ſub e f g. quare per 6 primi/& latus g e: lateri g f eſt æquale. Rurſus quoniã ãgulus qui ad b, recti dimidius eſt/ rectus autẽ eſt q ſub f d b, æqualis enim rurſus eſt interiori & oppoſito ipſi e c b per 29 primi: reliquus igitur qui ſub b f d, recti dimidius eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ad b: ipſi d f b. Quare per 6 primi/ & latus d f: lateri d b eſt æquale. Et quoniam a c æqualis eſt ipſi c e: & æquum eſt quod ex a c ei quod ex c e. quadrata igitur quæ ſunt ex a c & c e: eius ſunt dupla qđ eſt ex a c. At per 47 primi/eis quæ ſunt ex a c & c e: æquum eſt quod ex e a fit quadratum. angulus enim qui ſub a c e: rectus eſt. Igitur quod ex a e fit: eius quod eſt ex a c, duplũ eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt e g ipſi g f: æquũ eſt id quod ex e g/ei quod ex g f. quadrata igitur quę ſunt ex g e & e f: dupla ſunt quadrati quod ex g f. Quadratis autẽ quæ fiũt ex e g & g f: æquũ eſt id quod ex e f/per 47 primi. quadratum igitur quod ex e f: duplum eſt eius quod ex g f. Aequalis autem eſt g f: ipſi c d. igitur quod ex e f: duplum eſt eius quod ex c d. Eſt autem & id quod ex a e: duplum eius quod fit ex a c. Quadrata igitur quæ ex a e & e f: quadratorũ quæ fiunt ex a c & c d dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex a e & e f: æquum eſt id quod ex a f fit quadratum/per 47 primi. Quadratum igitur ex a f: eorum quæ ex a c & c d fiunt/duplum eſt. Ei autem quod fit ex a f: æqualia ſunt ea quæ fiunt ex a d & d f/per 47 primi. rectus enim eſt angulus qui ad d. Ea igitur quæ ex a d & d f: dupla ſunt eorum quæ ex a c & c d fiunt/quadratorũ. Aequalis autẽ eſt d f: ipſi d b. quadrata igitur quæ ex a d & d b fiunt: dupla ſunt eorum quæ ex a c & c d fiũt/ quadratorum. Si recta igitur linea ſecetur in partes æquales & inæquales: quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt quadrata/dupla ſunt eius quod ex dimidia & ex medio ſegmentornm fit/ quadratorum. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

SI linea in duo æqualia diuidatur/ eiq; in longum alia addatur: quadratum quod deſcribitur a tota cũ addita/et quadratũ quod ab ea quæ addita eſt vtraq; quadrata pariter accepta/ei quadrato quod 10

a dimidia eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiecta q; cõsistit vtrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

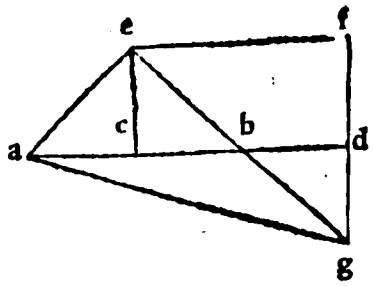
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa per æqualia in c: & addita sibi linea b d. dico q; duo quadrata duarum linearum a d & b d, pariter accepta: dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b: & æqualem vtriq; linearũ a c & c b. & perficio triangulũ a e b: ductis lineis a e & e b. eritq; vt in præmissa vterq; angulorum a & b, & vterq; eorũ qui sunt ad e: medietas recti per 32 primi/totusq; e est rectus. A pũcto e, produco e f: æqualem & æquidistantẽ c d. & produco f d & e b: quousq; concurrãt in pũcto g. & produco lineam a g. Eritq; per vltimam partem 29 primi/angulus c e f: rectus. sed angulus c e b: est medietas recti. ergo angulus b e f: est similiter medietas recti. & quia per 33 primi/ f d est æquidistans c e: erit per 34 eiusdem/angulus f rectus. ergo per 32 eiusdem: erit angulus e g f medietas recti. item per eandem/angulus d b g similiter medietas recti: propter id q; angulus b d g est rectus. ergo per 6 eiusdem/ duo latera e f & f g sunt æqualia: item duo latera d b & d g sunt æqualia. Ergo per penultimam eiusdem/quadratum e g: duplum est ad quadratum e f. quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem/quadratum a e: duplum est ad quadratum a c. Et quia quadratum a g est per eandem æquale quadratis a e & e g, similiter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g est æquale quadrato b d; erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta/ dupla duobus quadratis duarũ linearum a c & c d pariter acceptis. quod est propositum. Hæc autem/& omnes præmissæ: veritatẽ habent in numeris sicut in lineis.

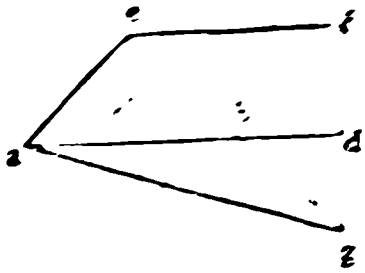


Eucli. ex Zamb. Theorema 10. propositio 10.

10 ¶Si recta linea secetur bifariam/ apponatur autẽ ei quæpiã recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita et quod ex apposita vtraq; quadrata/ dupla sũt eius quod ex dimidia et eius quod ex adiacente dimidia et adiũcta tanq; ex vna/ descriptorum quadratorum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim quædam linea a b, secetur bifariam in c: apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectũ, b d. Dico q; quadrata quæ ex a d & d b: dupla sunt quadratorum quæ fiunt ex a c & c d. Excitetur per vndecimam primi/ ab ipso c signo: ipsi a b ad angulos rectos c e. & ponatur per 3 primi/æqualis vtriq; ipsarum a c & c b: & per primum postulatum connectantur e a & e b. Et per 31 primi/per e: ipsi a d parallelus excitetur e f. & per eandem/per d: ipsi c e parallelus excitetur d f. Et quoniã in parallelos rectas lineas c e & d f, recta quædam linea incidit e f: ãguli igitur c e f & e f d, per 29 primi duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur f e b & e f d: duobus rectis sunt minores/ per eãdem. Quæ autem a minoribus duobus rectis producuntur: per 5 postulatũ coincidũt. igitur e b & f d productæ ad partes b, d: coincidũt. producantur: & coincidant in g. & per 1 postulatũ cõnectatur a g. Et quoniã æqualis est a c ipsi c e: ãgulus quoq; a e c ãgulo e a c est æqualis per 5 primi. & rectus est qui ad c. dimidius ergo recti: est vterq; qui sub e a c & a e c. Et propterea vterq; etiã qui sub c e b & e b c: recti dimidius est. rectus igitur est q; sub a e b. Et quoniã ãgulus e b c recti dimidius est: & per 15 primi ãgulus igitur d b g recti dimidius est. Angulus aũt b d g: rectus est. æqualis enĩ est ei qui sub d c e, alterni enĩ. reliquus igitur ãgulus b g d: recti dimidius est. Igitur per 6 cõmunẽ sententiã primi/ãgulus d g b: ei qui sub d b g est æqualis. Quare per 6 primi/& latus b d: lateri g d æquum est.

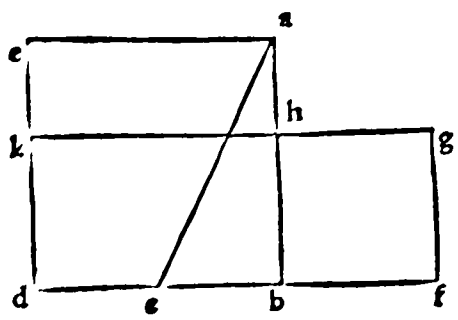




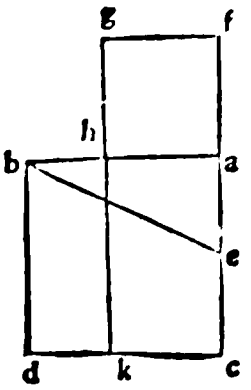
Per 31 quarti trigoni e g f, rectus est angulus qui ad f: quare per 47 primi æqualis est quadratum quod fit ex e g, quadratis quæ fiunt ex e f & f g. Quare per 6 primi: ut linea e f ad f g ita est æqualis ei quæ est e f: ipsa quadratum quod fit ex e f ad quadratum quod fit ex f g, ut quadratum quod fit ex e f ad quadratum quod fit ex f g, æquale est quadratum quod fit ex e f, quadrato quadrati quod fit ex f g. Quare ut linea e f ad f g ita est quadratum quod fit ex e f ad quadratum quod fit ex f g. Et ut linea e f ad f g ita est quadratum quod fit ex e f ad rectangulum quod fit ex e f & f g. Quare ut quadratum quod fit ex e f ad quadratum quod fit ex f g ita est quadratum quod fit ex e f ad rectangulum quod fit ex e f & f g. Quare per 11 quinti: ut quadratum quod fit ex e f ad rectangulum quod fit ex e f & f g ita est quadratum quod fit ex f g ad rectangulum quod fit ex e f & f g. Et ut quadratum quod fit ex e f ad rectangulum quod fit ex e f & f g ita est quadratum quod fit ex f g ad rectangulum quod fit ex e f & f g. Quare per 9 quinti: quadratum quod fit ex e f æquale est quadrato quod fit ex f g. Quare linea e f æqualis est f g. Et per 47 primi æquale est quadratum quod fit ex e g ei quod fit ex e f & f g. Quare quadratum quod fit ex e g duplum est eius quod fit ex e f. Æquale autem est e f ipsi f d: quare quod fit ex e g duplum est eius quod fit ex f d. Æquale autem quod fit ex f d ei quod fit ex e d: quare quod fit ex e g duplum est eius quod fit ex e d. Quadratum igitur quæ fiunt ex a e & e g, æqualia sunt quadrato quod fit ex e d. Quadrato autem quæ fiunt ex a e & e g æquale est quod fit ex a g quadratum per 47 primi. Quadratum igitur quod fit ex a g, eorum quæ fiunt ex a c & c d, duplum est. Et autem quod fit ex a g æqualia sunt quadrata quæ fiunt ex a d & d g. Quadrata igitur quæ fiunt ex a d & d g dupla sunt eorum quæ ex a c & c d fiunt, quadratorum. æqualis autem est d g ipsi d b. Quadrata igitur quæ fiunt ex a d & d b: dupla sunt eorum quæ fiunt ex a c & c d quadratorum. Si recta igitur linea secetur bifariam: & quæ sequitur reliqua vt in theoremate. quod oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio II.

DAtam lineam sic secare: vt quod sub tota & vna portione rectangulum continetur æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum. II



CAMPANVS. Sit linea data a b. quã volumus sic diuidere: vt quod ex tota & vna eius portione producitur æquũ sit quadrato alterius. Describo quadratũ ipsius a b: quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e: & produco a e. & e b produco vsq; ad f: ita q; e f sit æqualis a e. Et ex b f portione extrinseca describo quadratũ quod ex latere a b resecat portionẽ æqualẽ b f, quæ sit b h: & quadratũ descriptũ sit b f h g. Dico q; a b sic est diuisa in puncto h: q; illud quod fit ex tota a b in eius portionẽ h a, est æquale quadrato h b. Produco g h vsq; ad k: quæ erit æquidistãs a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f. quare & quadrato e a. quare per penultimam primi: quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab vtrisq; quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab vtriusq; parallelogrammo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ est æqualis a b, in a h: patet factũ esse propositum. Ad hoc autem faciendum in numeris/non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi/vt hic vndecima proponit. sicut scies: sexti 26 te docente.

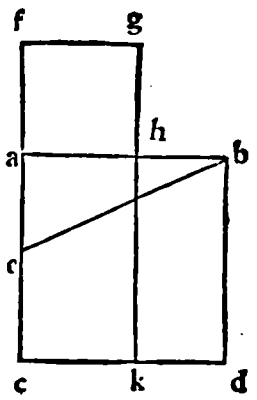


Eucli. ex Zamb. Problema I. propositio II.

Datam rectam lineam secare: vt quod ex tota & altero segmento comprehensum rectangulum/ æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento/ quadrato. II

THEON ex Zamberto. Sit data recta linea a b. oportet autem ipsam a b secare: vt quod ex tota & altero segmento comprehensum rectangulum/æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento/ quadrato. Describatur per 46 primi/ex a b: quadratum a b c d. & secetur per 10 primi/a c bi-

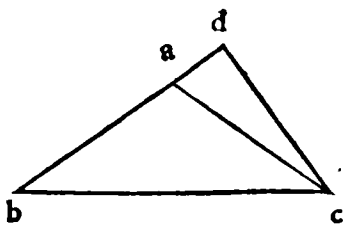
fariam: in e ſigno. & connectatur b e. Et extendatur per 2 poſtulatum: c a in f. & ponatur per 3 primi / ipſi b e: æqualis e f. Et per 46 primi / ex a f deſcribatur quadratum f g a h: & extendatur per 2 poſtulatum / g h in k. Dico ꝙ a b ſecatur in h: vt quod ex a b & b h compræhenſum rectangulum / æquum ſit ei quod fit ex a h quadrato. Quoniam recta linea a c ſecta eſt bifariam in e, adiacet autem ei a f: igitur per 6 ſecundi / rectangulum compræhenſum ſub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato / æquũ eſt ei quod fit ex e f quadrato. æqualis autem eſt e f: ipſi e b. rectãgulũ igitur compræhenſum ſub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato: æquũ eſt ei quod fit ex e b quadrato. Sed ei quod fit ex e b: æqualia ſunt per 47 primi / ea quæ fiunt ex b a & a e quadrata. rectus enim eſt angulus qui ad a. Quod autem fit ſub c f & f a, cum eo quod fit ex a e: æquum eſt eis quæ fiunt ex b a & a e. Commune auferatur id quod ex a e. reliquum igitur rectangulum compræhenſum ſub c f & f a: æquum eſt ei quod fit ex a b quadrato. Et id quod fit ſub c f & f a: eſt id quod f k. æqualis enim eſt f a: ipſi f g. Id autem quod fit ex a b: id eſt quod a d. Igitur f k: æquum eſt ipſi a d. Commune auferatur a k. reliquum igitur f h: ipſi h d eſt æquale. Eſt autem h d: id quod ſub a b & b h. æqualis enim eſt b a: ipſi b d. At f h: id eſt quod ex a h. Rectangulum igitur compræhenſum ſub a b & b h: æquum eſt ei quod fit ex a h quadrato. Data igitur recta linea a b, in h diſecta eſt: vt rectangulum ſub a b & b h cõpræhenſum / æquum ſit ei quod ex a h fit quadrato. quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 IN his triangulis qui obtuſum habent angulum / tãto ea quæ obtuſum ſubtendit angulum / ambobus reliquis lateribus quæ obtuſum continent angulũ amplius poteſt: quantum eſt quod continetur bis ſub vno eorũ atq; ea quæ ei directe iuncta ad obtuſum angulum / a perpendiculari extra depræhenditur.

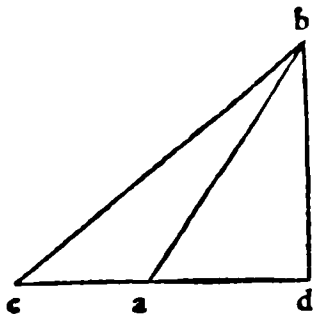
¶ CAMPANVS. ¶ Sit triangulus a b c: habens ãgulum a, obtuſum. A puncto c: ducatur linea perpendicularis ad lineam b a. quæ neceſſario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtuſus eſſet rectus aut minor recto per 16 primi. ſit ergo c d perpendicularis ſuper lineam a b productam vſq; ad d. Dico ꝙ quadratum lateris b c quod ſubtenditur angulo obtuſo / tanto maius eſt duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipſum angulum obtuſum: quantum eſt illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ: reſpectu quadrati ſui eſt. vnde tantum dicitur poſſe linea quælibet: quantum in ſe ducta producit.) Erit enim per 4. huius / quadratum b d: æquale duobus quadratis duarũ linearũ b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratũ b c per penultimã primi eſt æquale quadrato b d & quadrato d c: ipſum erit æquale quadratis trium linearum b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eãdẽ / quadratum a c: eſt æquale quadratis a d & d c. ergo quadratũ b c: eſt æquale quadratis duarũ linearum b a & c a, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Quare b c tãto ãplius poteſt duabus lineis b a, a c: quantum eſt duplũ eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus ꝙ tantũ dicitur poſſe linea quelibet: quantum in ſe ducta / producit. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propoſitio 12.

12 ¶ In obtuſiangulis triangulis quod ab obtuſum angulũ ſubtendente latere fit quadratum / maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum cõprehendentibus lateribus / quadratis: compræhenſo bis ſub vno eorum qui ſunt circa obtuſum angulũ in quod protractum cadit perpendicularis / & aſſumpto ex-

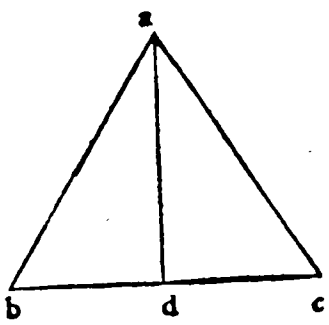
trinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit obtuſi anguli triangulũ a b c: obtuſum habens angulum b a c.& ducatur ex b ſigno/in c a productam: per 12 primi/perpendicularis b d.Dico q; quadratum quod ex b c, maius eſt eis quæ fiunt ex b a & a c quadratis: bis ſub c a & a d compræhenſo rectangulo. Quoniam enim ſecta linea c d, ſecta eſt vtcũq; in a, ſigno: igitur per 4 ſecundi/quod fit ex c d æquum eſt eis quæ fiunt ex c a & a d, quadratis/& bis ſub c a & a d compræhenſo rectangulo. Commune ponatur id quod ex d b. Ea igitur quæ ſunt ex c d & d b: æqua ſunt eis quæ fiunt ex c a & a d & d b quadratis/& bis ſub c a & a d compræhenſo rectãgulo. Sed eis quæ ſunt ex c d & d b: æquum eſt id quod ex c b, per 47 primi. rectus enim eſt: angulus qui ad d. Eis autẽ quæ fiunt ex a d & d b: per eandẽ æquum eſt id quod fit ex a b. Quadratũ igitur quod fit ex c b: æquũ eſt eis quæ fiunt ex c a & a b quadratis per eandẽ/& bis ſub c a & a d compræhẽſo rectangulo. Quare quadratũ quod fit ex c b, eis quæ fiunt ex c a & a b maius eſt: bis ſub c a & a d compræhenſo rectangulo. In amblygoniis igitur triangulis quod ab obtuſum angulũ ſubtendente latere fit quadratum: maius eſt & quæ ſequuntur reliqua. quod oſtendere oportuit.

Euclí. ex Camp. Propoſitio. 13.

OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum reſpicit an 13
gulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus poteſt: quãtum eſt quod bis cõtinetur ſub vno eorum cui perpendicularis intra ſuperſtat/eaq; ſui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet.



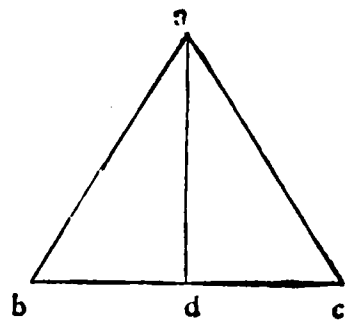
¶CAMPANVS. ¶Quod hic proponitur de latere ſubtenſo alicui angulo acuto in triangulo oxygonio: veritatẽ habet de latere ſubtenſo cuilibet angulo acuto in omni triangulo/ſiue fiat orthogonius ſiue ãblygonius ſiue oxygonius. ¶Sit ergo in triangulo a b c, quicũq; triangulus fuerit: ãgulus c acutus. qui ſi fuerit oxygonius: ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a vel b, ad quamuis baſin b c vel a c. quia cum ſic fuerit: ſemper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem ſit amblygonius aut orthogonius: ab angulo obtuſo vel recto ducatur perpendicularis ad latus oppoſitũ/quam manifeſtũ eſt cadere intra triangulũ. Et vt ſimpliciter dicam/ cũ in omni triangulo ſint duo acuti anguli: neceſſario erit alter reliquorum angulorũ qui ſunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem: ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli a b c: angulus b etiam ſit acutus. ducam ergo ad b c: perpendicularẽ quæ ſit a d, quæ (vt dictum eſt) cadet intra triangulũ. Dico itaq; q; quadratum lateris a b quod ſubtenditur angulo acuto c, tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearũ a c & c b: quantum duplũ eius quod fit ex b c in d c. Vel dico q; quadratum a c quod etiam ſubtenditur angulo b quem poſuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius/quadratum b c cum quadrato d c: æquale ei quod fit ex b c in d c bis/& quadrato alterius partis ſcilicet b d. quare addito vtriq;/quadrato a d: erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi/quadratum a c eſt æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarũ linearum a d & b d & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi/quadratum a b: æquum eſt quadratis duarum linearum a d & b d. ergo quadratum b c cum quadrato a c: æquum eſt quadrato a b, & duplo eius quod fit ex b c in c d. quare tãto minus poteſt a b

duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d. quod eſt propoſitum. Simili modo probabis/latus a c quod ſubtenditur angulo b acuto/poſſe tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶Notandum autem per hãc & præcedentem & penultimam primi/q̃ cognitis lateribus omnis triãguli: cognoſcitur area ipſius. et auxiliantibus tabulis de chorda & arcu: cognoſcitur omnis eius angulus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. propoſitio 13.

13 ¶In oxygonijs triangulis/quod ex acutum angulum ſubtẽdente fit quadratum/ minus eſt eis quæ ex acutum angulum compræhendentibus lateribus fiunt quadratis: compræhenſo bis ſub vno eorum quæ ſunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit/& ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.

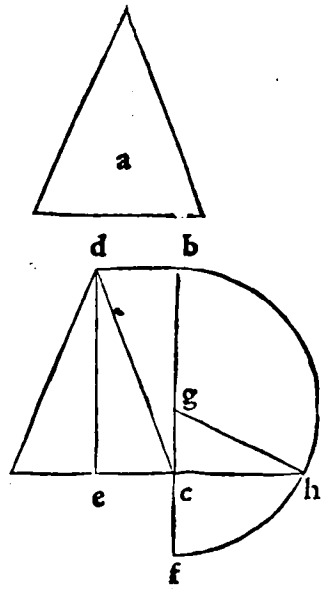
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit oxygonium triangulum a b c: acutũ habens angulum qui ad b. & per 12 primi ducatur ab a, ſigno: in b c, perpẽdicularis a d. Dico q̃ quadratum ex a c, minus eſt quadratis quæ fiunt ex c b & b a: cõpræhenſo bis rectangulo ſub c b & b d. Quoniam enim recta linea b c diſecta eſt vtcunq; in d: igitur per 7 ſecundi quadrata/quæ ex c b & b d, æqualia ſunt bis ſub c b & b d cõpræhenſo rectãgulo/& ei quod fit ex c d quadrato. Commune apponatur quadratum quod ex d a. Igitur quadrata quæ ex c b, & b d, & d a: per 7 ſecundi æqualia ſũt rectangulo compræhenſo bis ſub c b & b d, & eis quæ fiunt ex a d & d c quadratis. Sed eis quæ fiunt ex b d & d a: æquũ eſt id quod fit ex a b. angulus enim qui ad d: rectus eſt. Eis autem quæ fiunt ex a d & d c: æquum eſt id quod ex a c per 47 primi. ea igitur quæ fiũt ex c b & b a: æqualia ſũt ei quod fit ex a c & ei quod bis fit ſub c b & b d. Quare ſolum quod fit ex a c, minus eſt eis quæ fiunt ex c b & b a quadratis: eo quod eſt bis ſub c b & b d compræhenſo rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis: & quæ ſequuntur reliqua. quod oſtendere oportebat.

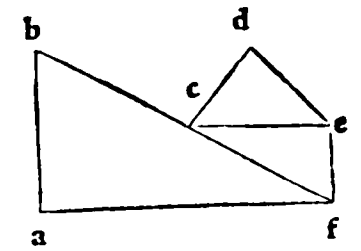


Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 DAto trigono: æquum quadratum deſcribere.

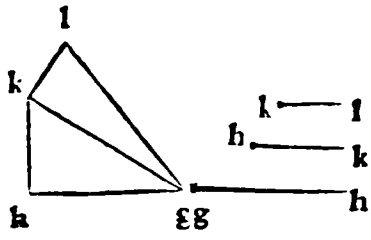
¶CAMPANVS. ¶Sit datus trigonus a: cui nos volumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiem æquidiſtantium laterum & rectorum angulorum æqualẽ trigono dato/ſecundum quod docet 42 primi: ſitq; ſuperficies illa b c d e. cuius ſi latera fuerint æqualia: habemus quod quærimus. ipſa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera ſint inæqualia: tũc adiungam minus ipſorum laterum maiori/ſecundum rectitudinem. ſitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum quod eſt c e: adiuncta maiori quod eſt b c, ſecundum rectitudinem. Totã b f diuidam per æqualia: in puncto g. & facto g centro/ſuper lineam b f ſecundum quantitatem lineę g b: deſcribam ſemicirculum b h. & latus e c producam: vſquequo ſecet circunferentiam in puncto h. Dico q̃ quadratum lineæ c h: eſt æquale trigono dato. Producam lineã g h. Et quia linea b f diuiſa eſt per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, quod fit ex ductu b c in c f cũ quadrato c g, æquale quadrato g f. quare & quadrato g h. quare per penultimã primi: & duobus quadratis duarum linearũ g c & c h. Ergo dẽpto vtrinq; quadrato c g: erit quod fit ex b c in c f, quod eſt æquale ſuperficiei b e eo q̃ c f eſt æquale c e, æquale quadrato lineæ c h. quare





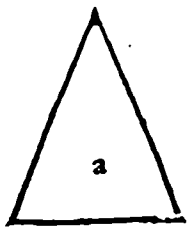
quadratum lineæ c h: eſt æquale trigono a. quod eſt propoſitum.

¶CAMPANI additio. ¶Et nota ꝙ per hoc iuuenitur latus tetragonicū cuiuſlibet altera parte longioris/& ſimpliciter omnis figuræ rectis lineis contentæ: quæcunq; fuerit. quoniam omnem figuram talem in triangulos reſoluemus: & cuiuſlibet illorum triangulorum inueniemus tetragonicum latus ſecundum doctrinam iſtius. & inueniemus per penultimam primi/lineā vnam: quæ poſſit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia volo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f. Reſoluo eā in tres triāgulos qui ſunt a b f, c d e, & c f e. Inuenio quoq; ſecundum doctrinam iſtius: tria latera tetragonica iſtorū trium triangulorum/quæ ſunt g h, h k, & k l. & erigo h k: pendiculariter ſuper g h. & produco g k. eritq; per penultimam primi/quadratum g k: æquale quadratis duarum linearum g h, & h k. & tertiū latus k l erigo pendiculariter ſuper lineam g k. & produco lineam g l. eritq; per penultimam primi/g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propoſitæ.

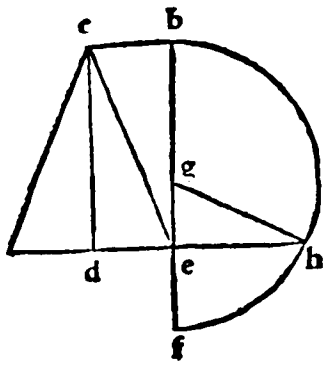


Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 14.

¶Dato rectilineo: æquum quadratum conſtituere. 14.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum rectilineum a. oportet ei rectilineo: æquum quadratum conſtituere. conſtituatur per 45 primi ipſi a rectilineo: æquum parallelogrammum rectāgulum b c d e. Si æqualis eſt b e ipſi e d: factum iam eſt problema. conſtituitur enim ipſi rectilineo: æquum quadratum b d. Si autem non: eorum alterū b e & e d, maius eſt. Sit maius b e: & producatur in f. & ponatur ipſi e d: æqualis e f, per 3 primi. & per 10 primi ſecetur b f bifariam in g. Et centro quidem g, ſpacio vero aut g b aut g f: ſemicirculus deſcribatur b h f. & per 2 poſtulatum producatur d e in h: & per 1 poſtulatum connectatur g h. Quoniam igitur recta linea b f ſecta eſt in æqualia in g, & in inæqualia in e: igitur per 5 ſecundi/rectangulum cōpræhenſum ſub b e & e f cum quadrato quod fit ex e g æquum eſt ei quod ex g f quadrato. Aequalis autem eſt g f: ipſi g h. rectangulum igitur compræhenſum ſub b e & e f, per 5 ſecundi cū eo quod ex g e fit quadrato: æquum eſt ei quod fit ex g h. ei autem quod fit ex g h: æqualia ſunt ea quæ ex h e & g e fiunt quadratis per 47 primi. Quod igitur fit ſub b e & e f cum eo quod fit ex e g: æquum eſt eis quæ fiunt ex h e & e g. commune auferatur quadratum quod ex e g. reliquum igitur rectangulum compræhenſum ſub b e & e f: æquum eſt ei quod fit ex e h quadrato. Sed id quod eſt ex b e & e f: id eſt quod b d. æqualis enim eſt e f ipſi e d. parallelogrammum igitur b d: æquum eſt ei quod fit ex h e quadrato. Sed b d: æquum eſt ipſi a rectilineo. & a igitur rectilineū æquum eſt quadrato deſcripto ex e h. Dato igitur rectilineo a: æquū quadratum conſtitutum eſt/ſub e h deſcriptum. quod feciſſe oportuit.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum ſecundi libri FINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber tertius.

EX Campano. Diffinitiones.

1 OVorum diametri ſunt æquales: ipſos circulos æquales eſſe. Maiores autem: quorũ maiores. Et minores: quorum minores.

2 ¶Circulum linea cõtingere dicitur: quæ cũ circulũ tangat, in vtramq; partem ẹiecta circulum non ſecat.

3 ¶Circuli ſeſe contingere dicuntur: qui ſe tangentes, ſeinuicem non ſecant.

4 ¶Rectæ lineæ in circulo æqualiter diſtare dicuntur a centro: cũ a cẽtro ad ipſas ductæ perpẽdiculares, fuerint æquales.

5 ¶Plus verò diſtare a centro dicitur: in quam perpendicularis longior cadit.

6 ¶Recta linea portionẽ circuli cõtinens: chorda nominatur.

7 ¶Portio vero circunferentiæ: arcus nuncupatur.

8 ¶Angulus autem portionis: dicitur qui a chorda & arcu cõtinetur.

9 ¶Supra arcum angulus conſiſtere dicitur: qui a quolibet pũcto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

10 ¶Sector circuli: eſt figura quæ ſub duabus a centro ductis lineis & ſub arcu qui ab eis compræhenditur continetur.

11 ¶Angulus autem qui ab eis lineis ambitur: ſupra centrum conſiſtere dicitur.

12 ¶Similes circulorum portiones dicuntur: in quibus qui ſupra arcum conſiſtunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales.

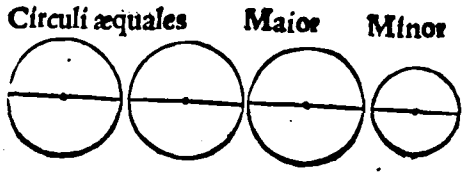
13 ¶Arcus quoq; ſimiles ſunt qui æquos ãgulos prædicto modo ſuſcipiunt.

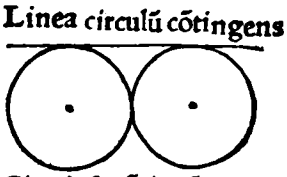
EX Zamberto. Diffinitiones.

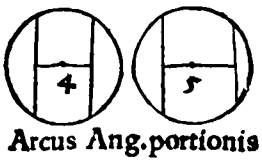
1 AEquales circuli: ſunt quorum dimetientes ſunt æquales, vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.

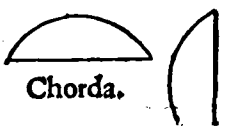
2 ¶Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat.

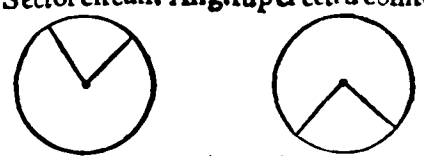
3 ¶Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur: qui ſeſe inuicem tangentes ſe non inuicem ſecant

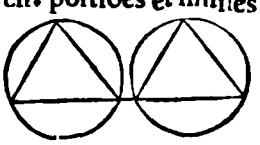


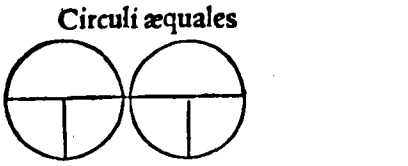


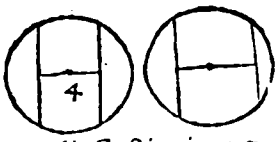




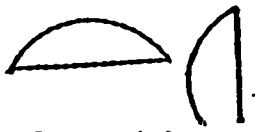






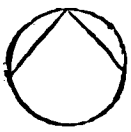


Sectiocirculi. Sectionis ang.



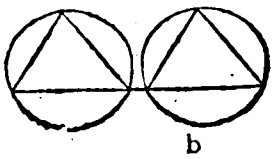
Angulus insectione

Angulus in circunferentia

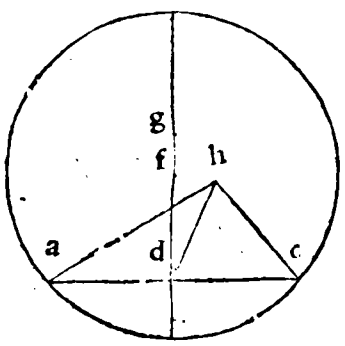


Sector circuli

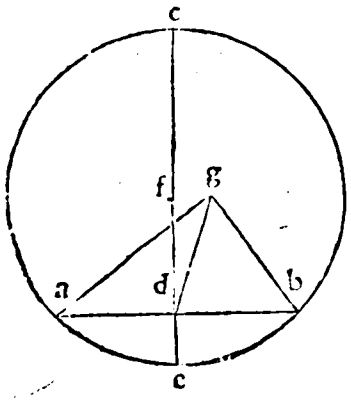
Similes circuli sectiones



b



e



c

¶In circulo æqualiter distare a centro rectæ lineæ dicuntur: cum a centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autem distare dicitur: in quã maior perpẽdicularis cadit. 4

¶Sectio circuli: est figura comprehensa sub recta linea & circuli circunfererentia. 5

¶Sectionis angulus: est qui sub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur. 6

¶In sectione autem ãgulus est: cum in circunferentia sectionis contingit aliquod signum & ab eo in rectæ lineæ fines quæ basis est sectionis rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autem angulus: sub coniunctis rectis lineis est. 7

¶Cum vero comprehendentes angulum rectę lineæ aliquã suscipiunt circunferentiam: in illa angulus esse dicitur. 8

¶Sector autem circuli: est cum ad centrum circuli steterit angulus comprehensa figura sub ãgulum comprehendẽtibus rectis lineis & assumpta sub eis circunferentia. 9

¶Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipiunt: vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales. 10

Eucli ex Camp. Propositio 1.

¶Circuli propositi: centrum inuenire. 1

Vnde manifestum est q̃ duabus rectis lineis in eodẽ circulo apud circunferentiam terminatis: neutra illarũ alteram per æqualia ortho gonaliter secat: nisi ipsa super centrũ trãsierit.

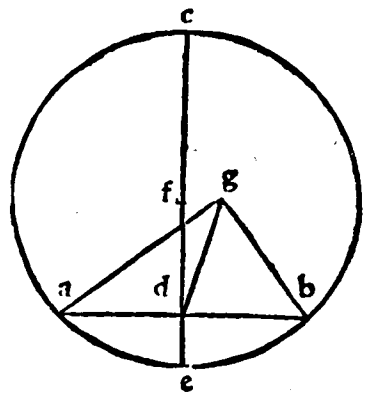
¶CAMPANVS. ¶Sit circulus propositus a b c: cuius volumus centrũ inuenire. Duco in ipso circulo lineam a c qualitercunq; cõtingat: quam diuido per æqualia in puncto d. a quo duco perpendicularem ad lineam a c, quam applico circunferentiæ ex vtraq; parte: sitq; e d b, quam rursus diuido per æqualia in puncto f: quem dico esse centrum circuli. Si enim non est: erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b: nõ. Si enim fuerit in ea vt in puncto g: erit linea e f maior linea e g, pars videlicet toto. quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b. vt in puncto h: ducantur lineæ h a, h d, h c. Et quia latera h d & d a trianguli h d a sunt æqualia lateribus h d & d c trianguli h d c, & basis h a basi h c: erit per 8 primi, angulus a d h æqualis angulo c d h. quare vterq; rectus. & quia angulus a d b fuit etiam rectus: erit a d h æqualis a d b per 3 petitionem primi, pars videlicet toti. quod est impossibile. Non est ergo cẽtrum dati circuli alicubi q̃ in puncto f. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. propositio 1.

¶Dati circuli: centrum inuenire.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c. oportet ipsius circuli a b c, cẽtrum inuenire. Excitetur in eo linea quædam recta vtcunq;: sitq; a b. Et per 10 primi: secetur bifariam in d: & per 11 eiusdem ab ipso d, ipsi a b excitetur d c ad angulos rectos. & per postulatum secundum extendatur in e: secetur q; per 10 primi c e: bifariam in f. Dico q; f: centrũ est circuli a b c. Nõ enim. sed si possibile est, sit g: & per primum postulatum connectãtur g a, g d, & g b. Et quoniam æqualis est a d ipsi d b, 1

communis autem d g. duæ igitur a d & d g: duabus g d & d b sunt æquales altera alteri. & per 15 diffinitionem primi/ basis g a: basi g b est æqualis, ex centro enim. Igitur per 8 primi/ angulus a d g: angulo b d g est æqualis. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam/ vtrobiq; angulos æquos adinuicem fecerit: eorum angulorum vterq; per decimã primi diffinitionem/ rectus erit. Angulus igitur b d g: rectus est. at angulus f d b: rectus est. Angulus igitur f d b: angulo b d g per 4 postulatum est æqualis/ maior minori. quod est impossibile. Igitur g: non est centrũ circuli a b c. Similiter ostendemus: q; nullum aliud præter f. Igitur f: centrum est circuli a b c. quod fecisse oportuit.

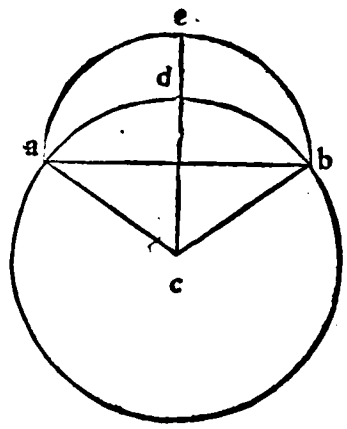


¶ CORRELARIVM. ¶ Hinc est manifestum/ q; si in circulo recta linea aliqua aliquam rectam lineam bifariam & ad angulos rectos dispescit: in dispescente est centrum circuli.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 SVper circuli circunferẽtiam duobus punctis signatis: lineam rectam ductam ab altero ad alterum/ circulum secare necesse est.

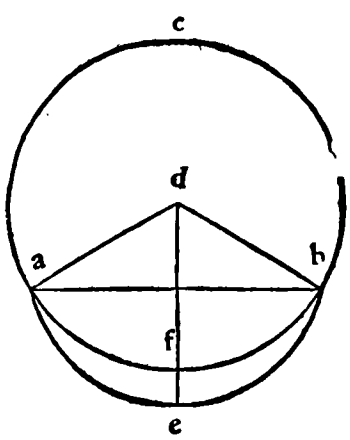
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in circunferentia circuli a b, cuius centrum sit c: signata sint duo puncta/ quæ sunt a & b. Dico q; linea recta coniungẽs vnum cum altero: secabit circulum. Alioqui: cadet extra circulum. sitq; a e b linea recta: si possibile est. Producam lineas c a & c b. eruntq; per 5 primi/ angulus c a b & c b a: æquales. protraham item lineam c e: quæ secet circunferentiam in puncto d. eritq; per 16 primi/ angulus a e c: maior ãgulo c b e. quare maior angulo c a e. quare per 18 eiusdem/ latus a c: maius latere c e. & quia c d est æqualis c a: erit c d maior c e, pars toto. quod est impossibile. Quia ergo linea coniungens duo puncta a, b, non trãsibit extra circulum: secabit ipsum. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1. propositio 2.

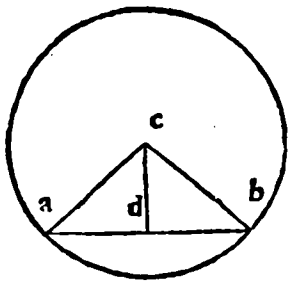
2 ¶ Si in circuli circunferentia duo fuerint signa v t cunq; contingentia: ad ea signa applicata recta linea intra ipsum circuum cadit

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: & in eius circunferentia sint vtcunq; bina signa a, b. Dico q; recta linea applicata ex a in b: intra ipsum circulum a b c cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat extra/ a e b. Et contingat siue accipiatur centrum circuli: sitq; illud per præcedentem/ d. & per 1 postulatum connectantur d a, d b: & extẽdatur d f e. Quoniam igitur æqualis est per 15 diffinitionem primi/ d a ipsi d b: æqualis est angulus d a e, angulo d b e. Et quoniam trianguli d a e, vnum latus producitur a e b: igitur per 16 primi/ angulus d e b, ãgulo d a e maior est. Aequalis autem est angulus d a e: ei qui sub d b e. Maior igitur est angulus d e b: ãgulo d b e. sub maiori autem angulo: maius latus subtẽditur/ per 18 primi. maior igitur est d b: ipsa d e. Aequalis autem est per 15 diffinitionem primi/ d b: ipsi d f. maior igitur est d f: ipsa d e, minor maiore. quod est impossibile. Recta igitur linea extensa ex a in b: extra ipsum circulum non cadit. Similiter etiam demonstrabimus q; neq; in ipsa circunferentia. intra igitur. Si in circuli circunferentia igitur: & quæ sequũtur reliqua vt in theoremate. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

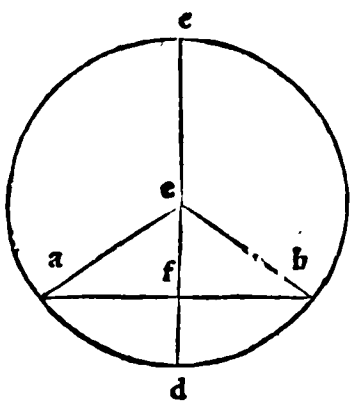
3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatã alia a centro veniens per æqua secet: orthogonaliter super eam insistere. & si in eam orthogonaliter steterit: eam per æqualia diuidere necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrum sit c: linea c d veniens a centro, diuidat per æqualia. Dico q̄ diuidit eam orthogonaliter. & econuerso. videlicet si diuidit eam orthogonaliter: diuidit eā per æquaila. Producam lineas c a & c b. & ponam primo q̄ diuidat eam per æqualia. erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d & d b, trianguli c d b, & basis c a basi c b. ergo per 8 primi/angulus d vnius; est æqualis angulo d alterius. vterq̄ igitur est rectus. Quare c d est perpēdicularis super a b. quod est propositum. ¶Ponam iterum q̄ c d sit perpendicularis super a b: & ostendā q̄ ipsa diuidit a b per æqualia. erit enim propter hanc positionem: vterq̄ angulorum qui sunt ad d, rectus. quare vnus æqualis alteri. At quia per 5 primi āgulus c a d est æqualis āgulo c b d, et latus c a æquale lateri c b: per 26 primi erit linea a d æqualis lineæ d b. quod est propositum.

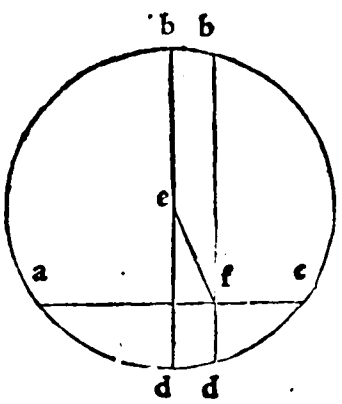
Eucli. ex Zamb. Theorema 2. propositio 3.

¶Si in circulo recta linea quædam per centrū extensa/ quādam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescet: bifariam quoq̄ ipsam secabit. 3



¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c: & in eo recta quædam linea per centrum extensa c d, rectam lineam quandam non extensam per centrum a b bifariam secet in signo f. Dico q̄ & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur cētrum circuli a b c, per 1 tertii: sitq̄ illud e. & per primum postulatum cōnectantur a e & e b. Et quoniam æqualis est a f ipsi f b, communis autem f e: duæ igitur e f & f a duabus e f & f b sunt æquales. Et basis e a basi e b per 15 diffinitionē primi est æqualis. Igitur per 8 primi/angulus a f e: angulo b f e est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens / vtrobiq̄ angulos sibi inuicem æquos fecerit: per 10 diffinitionē primi/ vterq̄ ipsorum angulorum rectus erit. vterq̄ igitur eorum qui sunt sub a f e & b f e: rectus est. Igitur c d per cētrum directa/ ipsam a b non per centrum extensam bifariā dispescens: & ad angulos rectos secat. ¶Sed secet c d ipsam a b: ad angulos rectos. Aio q̄ & bifariā ipsam dispescit: hoc est q̄ æqualis est a f ipsi f b. Eisdē namq̄ dispositis & constructis / quoniam æqualis est e a ipsi e b per 15 diffinitionem primi: æqualis est angulus e a f angulo e b f. Et angulus a f e rectus: æqualis est per quartum postulatum/ angulo recto qui est sub b f e. Duo igitur triangula sunt e a f & e b f: duos angulos duobus angulis æquales habentia & vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/ commune autem eorum e f explicatum sub vno æqualium angulorum/ & reliqua latera reliquis lateribus æqualia. æqualis igitur est a f ipsi f b. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.



SI intra circulum duæ lineæ se inuicem secent/ & super centrum non transeant: nō per æqualia eas secari necesse est. 4

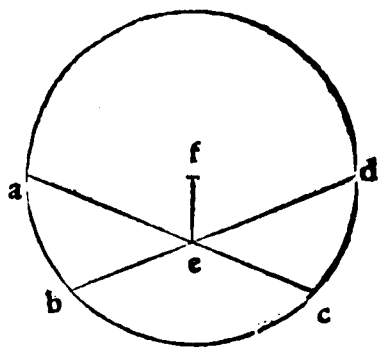
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c & b d secent se in pūcto f: & vtraq̄ earum vel altera nō transeat per centrum. Dico q̄ ipsæ non diuidunt sese per æqualia: ita q̄ vtraq̄ per æqualia diuidatur ab vtraq̄. Q̄z si fuerit hoc possibile: ponatur. & sit primo: vt neutra transeat per cētrum. A centro e producam lineam e f. eritq̄ per primam partem præmissæ/ vnusquisq̄ quatuor angulorum qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d: rectus. quod est impossibile. sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur vt altera earum transeat per centrum: & altera non. sitq̄ b d trāsiens per centrum. adhuc dico q̄ non diuidunt

ſeſe per æqualia. Quod ſi ſic: tunc per primam partem præmiſſæ/cum b d ducta a centro diuidat a c per æqualia/diuidet eã orthogonaliter. quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipſam b d per æqualia vt ponit aduerſarius: ipſa tranſibit per centrum/per correlarium primæ huius. Quare ambæ tranſeunt pee centrum. quod eſt contra hypotheſin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. propoſitio 4.

4 ¶Si in circulo binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ ſecuerint non per centrum extenſæ: ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt.

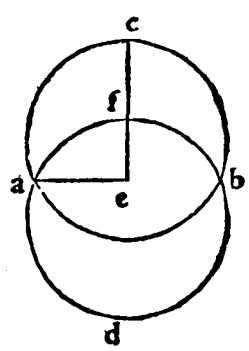
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d: & in eo binæ rectæ lineæ a c & b d: ſeſe inuicẽ ſecent in e, non per centrũ extenſæ. Dico ꝙ ſe bifariam non ſecant in e. Si enim eſt poſſibile: ſeſe inuicem ſecent bifariam. Quoniam a e æqualis eſt ipſi e c, & b e ipſi e d: ſit centrum circuli a b c d, ſitq; illud per primam tertij f, & per primũ poſtulatum connectatur f e. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extenſa f e, rectã aliquam lineã non per centrũ extenſã a c bifariã ſecat: & ad angulos rectos ipſã per 3 tertij diſpeſcit. Igitur angulus f e a: rectus eſt. Rurſus quoniam recta linea quædam f e, rectam quandam lineam non per centrum extenſam c d, bifariã ſecat: & per 3 tertij ad angulos rectos eam ſecat. Angulus igitur f e b: rectus eſt. patuit autem ꝙ angulus f e a: rectus eſt. Angulus igitur f e a: per quartum poſtulatum ãgulo f e b eſt æqualis, minor maiori. quod eſt impoſſibile. Rectæ igitur lineæ a c & b d: ſe ſe inuicem bifariam minime ſecant. Si in circulo igitur. & quæ ſequuntur reliqua. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

5 CIrculorum ſe inuicem ſecantium: centra diuerſa eſſe.

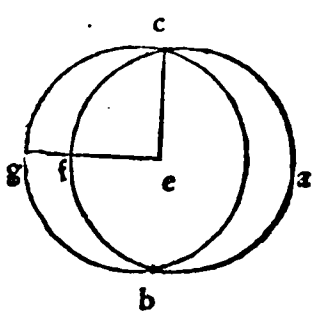
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a c b, a d b: ſecãtes ſe ſuper duo pũcta a & b. Dico ꝙ eorũ ſunt diuerſa centra. Si enim haberent idem centrum: ipſum eſſet per diffinitionem/in portione vtriq; circulo communi, ſitq; illud e. & ducantur lineæ e a & e f. c. erũtq; per diffinitionem circuli/ duæ lineæ e a & e f: æquales. Itemq; per eandem diffinitionem/duæ lineæ e a & e c: æquales. quare e f eſt æqualis e c, cũ vtraq; earum ſit æqualis e a: pars videlicet toti. quod eſt impoſſibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. propoſitio 5.

5 ¶Si bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint: non erit eorum idem centrum.

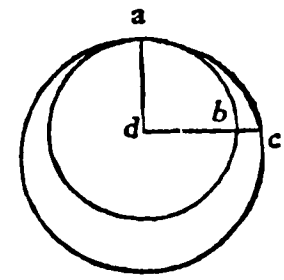
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo inquam circuli a b c & c b g: ſeſe inuicẽ ſecent in ſignis c & b. Dico ꝙ eorum non eſt idem centrum. Si enim poſſibile: eſto e. & per primum poſtulatum connectatur e c. & extendatur e f g vtcunq;. Et quoniam e ſignum/centrum eſt circuli a b c: æqualis eſt e c ipſi e f, per 15 diffinitionem primi. Rurſus quoniam e ſignum/centrum eſt circuli c b g: æqualis eſt per eandem diffinitionem/ e c ipſi e g. oſtenſum eſt autem: ꝙ e c ipſi e f eſt æqualis. & e f igitur: ipſi e g eſt æqualis/minor maiori. quod eſt impoſſibile. Igitur e ſignum: centrum non eſt circulorum a b c & c b g. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ ſequuntur. quod demonſtrare oportebat.

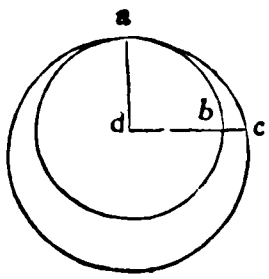


Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

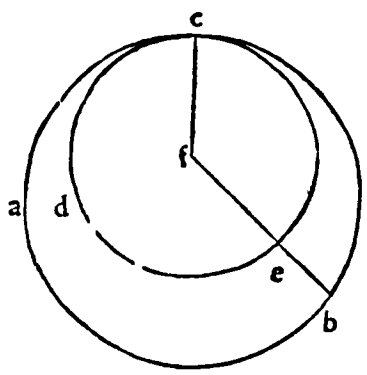
6 CIrculoum ſeſe contingentium: non idem centrum eſſe neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b & a c: contingentes





ſe in pũcto a. Dico q̃ eorum ſunt diuerſa centra. Si enim habuerint idē centrum: erit per diffinitionem/inter minorem eorum cum minor poſitus fuerit intra maiorem. ſitq̃ ipſum: d. & ducãtur lineæ d a & d b c. eritq̃ per diffinitionẽ circuli/vtraq̃ duarũ linearũ d b & d c: æqualis a d. quod eſt impoſſibile. ¶ De circulis autem ſe contingentibus extra / quorum ſciliet vnus eſt extra alterum: manifeſtum eſt per diffinitionem centri/ q̃ ipſi non habent idem centrum.



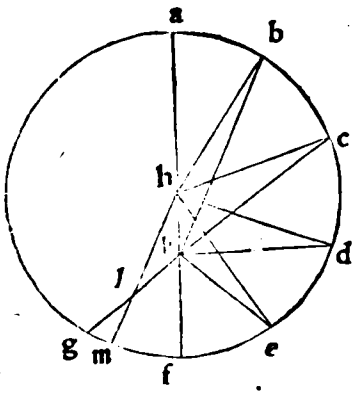
Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 6.

¶ Si duo circuli ſe adinuicem tetigerint: eorum non eſt idem centrum. 6

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duo inquam circuli a b c et c d e: ſeſe inuicem tãgant in c ſigno. Dico q̃ eorum non eſt idem centrum. Si enim poſſibile: ſit f. & per primum poſtulatum/connectatur f c: & extendatur vtcũq̃ f e b. Quoniam igitur f ſignum/ centrum eſt circuli a b c: æqualis eſt per 15 primi diffinitionem/f c ipſi f b. Rurſus quoniam f ſignum/centrum eſt circuli c d e: æqualis eſt f c ipſi f e, per eandẽ diffinitionẽ. Patuit autem q̃ f c: ipſi f b eſt æqualis. igitur f e: ipſi f b eſt æqualis/minor maiori. quod eſt impoſſibile. Igitur f ſignum/non eſt centrum orbium a b c & c d e. Si bini igitur orbes ſe adinuicem tetigerint: & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

SI in diametro circuli punctus præter centrum ſignetur/& ab eo ad circunferentiã lineæ plurimæ ducantur: quæ ſuper centrum tranſierit/ omnium erit longiſſima. Quæ vero diametrũ perficiet: omnium erit breuiſſima. Quæ autem centro proximæ: cæteris longiores. Quanto vero a centro remotiores: tãto breuiores eſſe cõueniet. Duas quoq̃ æquidiſtantes lineæ breuiſſimæ collaterales: æquales eſſe neceſſe eſt. 7

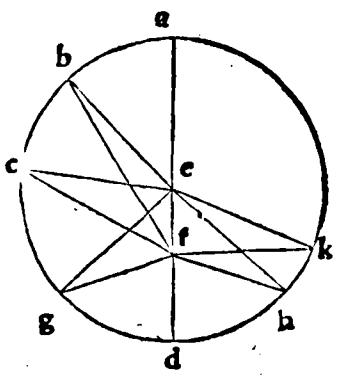


¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in diametro a f, circuli a b c cuius centrum ſit h: ſit ſignatus punctus k præter centrum. a quo ducantur plurimæ lineæ quæ ſunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g: ad circunferentiam. & tranſeat a k per centrum h: & k f ſit complementum diametri. ſitq̃ vt k e & k g æquidiſtent k f: hoc eſt dicere, vt angulus e k f, ſit æqualis angulo f k g. Dico q̃ k a: eſt omniũ longiſſima. & k f: omnium breuiſſima. Aliæ vero tanto longiores: quanto centro propinquiores. vt k b: eſt longior k c. & k c: eſt longior k d. & k d: longior k e. Et k e & k g: ſunt æquales. ¶ Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi ſunt maiora latere b k, & ipſa ſunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k. & eadẽ ratione: maior omnibus aliis. & hoc eſt primum. ¶ Item quia in triãgulo e h k, duo latera h k & k e per eandem ſunt maiora latere h e quod eſt æquale lineæ h f: ipſa erũt maiora linea h f. ergo dempta communi linea quæ eſt h k: remanebit k e maior k f. eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipſa. & hoc eſt ſecundum. ¶ Itemq̃ quia duo latera b h & h k, trianguli b h k ſunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k eſt maior angulo c h k: erit per viceſimam quartam primi/baſis b k maior baſi k c. eadem ratione: k c, maior erit k d. & k d: maior k e. & hoc eſt tertiũ. ¶ Q̃ ſi duæ lineæ k g & k e non ſunt æquales: erit altera maior/ſitq̃ k g, de qua ſumam k l: æqualem k e. & producam h l: quouſq̃ ſecet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypotheſin angulus g k f eſt æqualis angulo f k e: erit per decimamtertiam primi: angulus l k h æqualis angulo e k h. & duo latera l k & k h, trianguli l k g, ſunt æqua-

lia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h. ergo per 4. primi/baſis h l: eſt æqualis baſi h e. & quia l h m eſt æqualis h e: erit l h m æqualis h l. quod eſt impoſſibile. Sunt ergo duæ lineæ k g & k e: æquales. quod eſt noſtrum propoſitum quartum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 7.

7 ¶Si in diametro circuli aliquod contingat ſignum quod minime circuli centrum ſit/ ab eoq; ſigno in circulum quædã rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum. minima vero: reliqua. aliarum vero ſemper propinquior ei quæ per centrum extenditur: remotiore maior eſt. Duæ autem ſolum rectæ lineæ æquales: ab eodem ſigno in circulum cadunt ad vtraſq; partes minimæ.

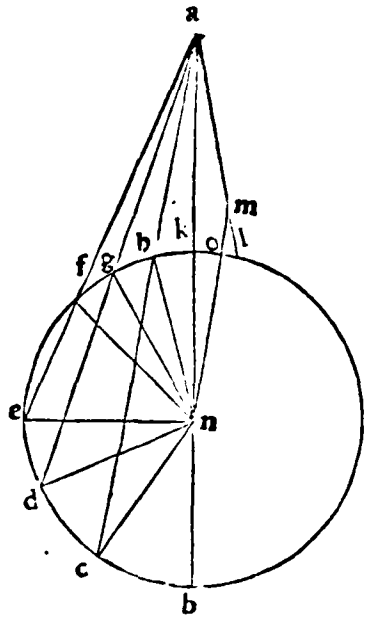


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d: eiuſq; dimetiens ſit a d. & in ipſo a d, ſuſcipiatur ſignum aliquod/ ſitq; illud/ f: quod ipſius circuli centrum non ſit. Centrum autẽ circuli: ſit per primam tertij/ e. Et ab ipſo f: in ipſum a b c d circulum procidant quædam rectæ lineæ f b, f c, f g. Dico q; f a: maxima eſt. minima vero: f d. Aliarũ autẽ: f b, ipſa f c maior eſt. & f c: ipſa f g. Connectantur per primum poſtulatum: b e, c e, & e g. Et quoniam per 20 primi/ omnis trianguli duo letera reliquo ſunt maiora: igitur e b & e f, reliquo f b ſunt maiora. Aequalis autem eſt a e: ipſi b e, per 15 diffinitionem primi. Igitur b e & e f: ipſi a f ſunt æquales. maior igitur eſt a f: ipſa b f. Rurſus quoniam æqualis eſt b e ipſi c e per 15 diffinitionem primi/ cõmunis autem f e: duæ igitur b e & e f, duabus c e & e f ſunt æquales. Sed angulus b e f: angulo c e f maior eſt. baſis igitur b f: per 24 primi/ baſi c f maior eſt. & ob id, c f: ipſa f g maior eſt. Rurſus quoniã g f & f e, ipſa e g per 20 primi ſunt maiores / æqualis autẽ eſt per 15 diffinitionẽ primi e g ipſi e d: igitur g f & f e, ipſa e d ſunt maiores. cõmunis auferatur e f. reliqua igitur g f: reliqua f d maior eſt. Maxima igitur: eſt f a. minima vero: f d. maior eſt autem f b, ipſa f c: & f c, ipſa f g. ¶Dico etiã q; ab eodẽ ſigno f: duæ tãtũ rectæ lineæ æquales/ in ipſũ circulum a b c d cadunt ad vtraſq; partes ipſius f d minimæ. Conſtituatur inquã per 23 primi/ ad datam rectã lineã e f, ad datumq; in ea ſignum e: ei qui ſub g e f angulo æqualis angulus f e h. & per primum poſtulatum cõnectatur f h. Quoniã igitur æqualis eſt per 15 diffinitionẽ primi/ g e ipſi e h, cõmunis autẽ e f: duæ igitur g e & e f, duabus h e & e f ſũt æquales. & per 8 primi/ ãgulus g e f: ãgulo h e f eſt æqualis. Igitur per 4. primi/ baſis f g: baſi f h eſt æqualis. ¶Dico inſuper: q; ipſi f g, alia nulla cadit in ipſum circulũ ab eodem ſigno f, æqualis. Si enim poſſibile: cadat f k. Et quoniam f k ipſi f g eſt æqualis/ ſed f h ipſi f g eſt æqualis: igitur f k ipſi f h eſt æqualis. Quæ igitur propinquior eſt ei quæ per cẽtrum extẽditur: remotiori eſt æqualis. quod per prius oſtenſum eſt impoſſibile. ¶Vel etiã ſic. Per primũ poſtulatũ: connectatur e k. & quoniam per 15 diffinitionẽ primi/ æqualis eſt g e ipſi e k, cõmunis autẽ f e, & baſis g f baſi f k eſt æqualis: igitur per 8 primi/ angulus g e f angulo k e f eſt æqualis. Sed angulus g e f: ei qui ſub h e f eſt æqualis. Igitur per primam cõem ſententiam/ ãgulus h e f: ei qui ſub k e f eſt æqualis/ minor maiori. quod eſt impoſſibile. Igitur ab ipſo f ſigno: nulla alia cadit in ipſum circulum ipſi g f æqualis, vna igitur ſola. Si in dimetiente igitur circuli; & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI extra circulum puncto ſignato/ ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum ſecando: quæ ſuper centrum tranſierit/ omnium erit longiſſima. Cẽtro autem propinquiores: cęteris remo

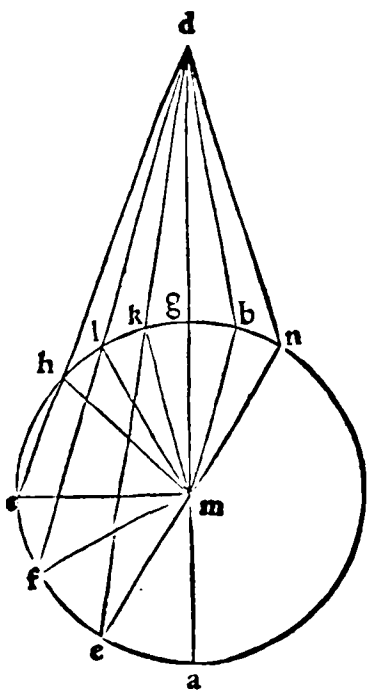
tioribus longiores. Linearū vero partialiū ad circunferentiam extrinſecus applicatarū/ea quidē quæ diametro in directū adiacet: omnium eſt minima. Eiq; propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ vero quæ lineæ breuiſſimæ vtrinq; æque propinquant: æquales ſunt.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt a puncto a, aſſignato extra circulum b c d, cuius centrum ſit n: ducātur plurimæ lineæ ad circunferentiam/ſecando circulum/quæ ſint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico q; a b tranſiens per centrum: omnium erit longiſſima. Et q; a c: eſt maior a d. & a d: maior a e. Et q; a k: eſt omniū breuiſſima extrinſecarum. Et q; a h: eſt minor a g. & a g: minor a f. Et dico q; ſi ducatur a l, ita q; ipſa & a h æqualiter diſtent ab a k, hoc eſt q; angulus k a h ſit æqualis angulo l a k: ipſæ erunt æquales. ¶Producam enim a cētro n: lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h. eruntq; per 20 primi: duo latera a n & n c, trianguli a n c: maiora a c. & quia ipſa ſunt æqualia lineæ a b: erit a b maior a c. eadem ratione erit maior omnibus alijs. quod eſt primum. ¶Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c ſunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & ãgulus a n c eſt maior angulo a n d: erit per 24 primi/baſis a c maior baſi a d. & eadē rōne erit a d: maior a e. quod eſt ſecūdū. ¶Itēq; quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h ſūt maiora a n per 20 primi/& h n eſt æqualis n k: erit per cōmunē ſciētiã/a h maior a k. eadēratione quælibet extrinſecus applicatarū: maior erit a k. qđ eſt tertiū ¶Itē quia per 21 primi/duæ lineæ a h & h n ſunt minores duabus lineis a g & g n, & h n eſt æqualis g n: erit per communē ſcientiã/a g maior a h. eadem ratione erit a f: maior a g. quod eſt quartum. ¶Qz ſi a l non ſit æqualis a h: cum ipſæ ſint æqualiter diſtantes ab a k, erit altera maior. ſitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h: & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n ſunt æqualia duobus lateribus h a & a n, trianguli h a n, & angulus m a n eſt æqualis angulo h a n: erit per 4 primi/baſis m n æqualis baſi n h. & quia n o eſt æqualis n h: erit n o æqualis n m, pars videlicet toti. quod eſt impoſſibile. & hoc eſt quintum.

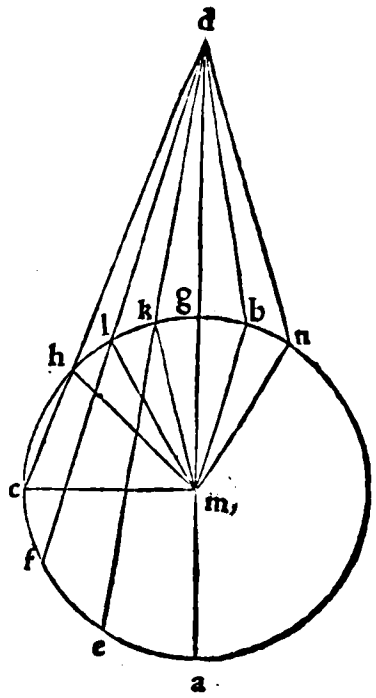
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. propoſitio 8.

¶Si extra circulum ſuſcipiatur aliquod ſignum / ab eoq; ſigno ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ / quarum quidem vna per centrum extendatur reliquæ vero vtcunq;: in conuexam circunferentiam cadentium rectarum linearū maxima eſt quæ per centrum ducta eſt. aliarum autem ſemper ei quæ per centrum tranſit propinquior: remotiore maior eſt. In curuam vero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima eſt: quæ inter ſignum & dimetientem iacet. minimæ vero propinquior: ſemper remotiore minor eſt. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo ſigno cadunt æquales in ipſum circulum/ad vtraſq; partes minimæ. 8



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. & extra ipſum a b c, ſuſcipiatur ſignum d: & ab eodem ducātur rectæ lineæ aliquæ in ipſum circulum/ſintq; d a, d e, d f, d c. ſit autem d a: per centrū extenſa. Dico q; in a e f c conuexā circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima eſt: quæ per centrū trāſit/ hoc eſt d a. minima vero: quæ inter d ſignū/& diametrū a g iacet. maior vero eſt d e ipſa d f: & d f ipſa d c. Cadētiū vero rectarū linearū in h l k g curuā circūferentiā ſēper ipſi d g minimæ propinquior: remotiore minor eſt. hoc eſt d k ipſa d l: & d l ipſa d h. Suſcipiatur per primā tertij/ centrū circuli a b c: ſitq; illud m. & per 1 poſtulatū

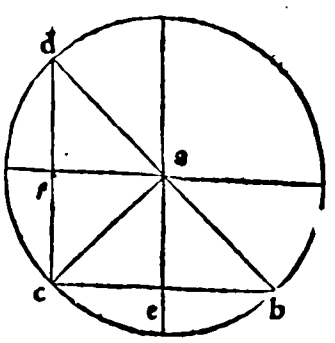
cõnectantur m e, m f, m c, m h, m l, & m k. Et quoniã per 15 diffinitionẽ primi/æqualis eſt a m ipſi e m: cõis apponatur m d. Igitur a d: ipſis e m & m d eſt æqualis. ſed e m & m d: ipſa e d per 20 primi/ſunt maiores. & a d igitur: ipſa e d maior eſt. Rurſus quoniam per 15 diffinitionem primi/æqualis eſt m e ipſi m f: communis apponatur m d. Igitur e m & m d: ipſis f m & m d ſunt æquales. & angulus qui ſub e m d: angulo qui ſub f m d maior eſt. Igitur per 24 primi/ baſis e d: baſi f d maior eſt. Similiter quoq; oſtendemus: q; f d, ipſa c d maior eſt. Maxima quidem d a. maior autẽ eſt d e: ipſa d f. & d f: ipſa d c. Et quoniam per 20 primi/ m k & k d ipſam d ſunt maiores, æqualis autẽ eſt per 15 diffinitionem primi m g ipſi m k: reliqua igitur k d, reliqua g d maior eſt. quare g d: ipſa k d minor eſt. Et quoniã triãguli m l d in vno latere m d, duæ rectæ lineæ introrſum conſtiterunt m k & k d: igitur per 21 primi m k & k d ipſis m l & l d ſunt minores/ quarum m k æqualis eſt ipſi m l. reliqua igitur d k: reliqua d l minor eſt. Similiter iam oſtẽdemus: q; & d l, ipſa d h minor eſt. minima autem: d g. ipſa vero d k, ipſa d l: & d l, ipſa d h minor eſt. ¶Dico etiam q; duæ tantum æquales/ a ſigno d in ipſum circulum cadunt: ad vtraſque partes minimæ ipſius d g. Conſtituatur per 23 primi/ ad rectam lineam m d & ad ſignum in ea m, angulo k m d æqualis angulus d m b. & per primum poſtulatum: connectatur d b. Et quoniã per 15 diffinitionem primi/ æqualis eſt m b ipſi m k, cõmunis autem m d: duæ igitur m k & m d, duabus b m & m d ſunt æquales altera alteri. & angulus k m d: per 23 primi angulo b m d eſt æqualis. Igitur per 4 primi/ baſis d k: baſi d b eſt æqualis. Dico iam q; rectæ lineæ d b, alia æqualis non cadit in ipſum circulum: a ſigno d. Si enim poſſibile: cadat/ & ſit d n. Quoniam igitur ipſi d k, d n eſt æqualis/ ſed ipſi d k, d b eſt æqualis: et d b igitur per primam cõmunem ſententiam ipſi d n eſt æqualis. propinquior igitur ipſi d g minimæ: remotiori eſt æqualis. quod iam oſtenſum eſt impoſſibile. ¶Vel etiam aliter. Cõnectatur per primũ poſtulatum m n. Quoniam per 15 diffinitionem primi/ æqualis eſt k m ipſi m n, cõmunis autem m d, & baſis d k baſi d n eſt æqualis per hypotheſin: igitur per octauã primi/ angulus k m d, angulo d m n eſt æqualis. Sed angulus qui ſub k m d: ei qui ſub b m d eſt æqualis. & qui ſub b m d igitur: ei qui ſub n m d eſt æqualis/ minor ſcilicet maiori. quod eſt impoſſibile. Igitur plures duabus rectis lineis/ æquales: in circulum a b c ab ipſo d ſigno ad vtraſq; partes ipſius d g minimæ non cadunt. Si extra circulũ igitur ſuſcipiatur ſignũ: & quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod oſtendere oportuit.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI intra circulum puncto ſignato/ ab eo plures q̃ duæ lineæ ductæ ad circunferentiam / fuerint æquales: punctum illud/ centrum circuli eſſe neceſſe eſt.

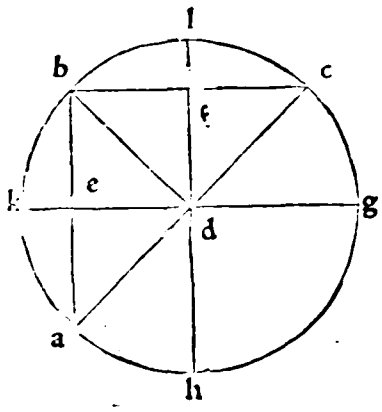
¶CAMPANVS. ¶Sit vt a puncto a, ſignato intra circulum b c d, ductæ ſint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam: quas pono eſſe æquales. Dico punctũ a: eſſe centrũ circuli. Producã enim duas linas c b & d c: & diuidam vtramq; earum per æqualia. c b quidem in puncto e: & d c in puncto f. Et producant e a & f a: quas applico circũferentię ex vtraq; parte. eritq; per 8 primi/ vterq; angulorum qui ſunt ad e: æqualis alteri. igitur per diffinitionem anguli recti: vterq; erit rectus. Similiter quoq; per eandem vterq; angulorum qui ſunt ad f: rectus. ergo per correlatium primæ huius/ quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipſa tranſit per centrum. ſimiliter quoq; a f trãſit per centrum: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter. quare a: eſt centrum. quod eſt propoſitum.



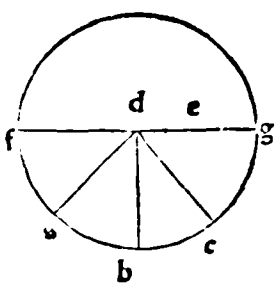
Euclí. ex Zamb. Theorema 8. propoſitio 9.

9 ¶Si in circulo ſuſcipiatur ſignũ aliquod/ & ab eo ſigno ad cir

culum cadant plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales: ſuceptum ſignun centrum ipſius eſt circuli.



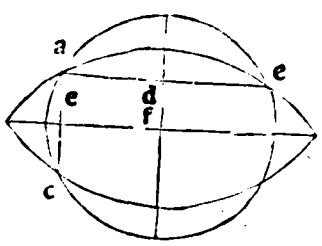
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. intra ipſum: ſignum ſit d. & ab ipſo d: in ipſum a b c circulum cadant plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales/hoc d a, d b, d c. Aio q̃ d ſignũ: centrũ eſt circuli a b c. Coniungantur enim per primum poſtulatum a b & b c. ſecenturq; per 10 primi/ bifariam in ſignis e & f: videlicet a b per e, & b c per f. & coiunctæ e d & f d: per ſecundum poſtulatum extendantur vtrobiq; in g, k, & h, l, ſigna. Quoniam igitur æqualis eſt a e ipſi e b, communis vero e d: duo igitur latera a e & e d, duobus lateribus b e & e d ſunt æqualia. & per hypotheſin baſis d a: baſi d b eſt æqualis. Angulus igitur a e d: angulo b e d eſt æqualis per 8 primi. vterq; igitur ãgulorum a e d & b e d: rectus eſt. Igitur g k: ipſam a b bifariam ſecat & ad angulos rectos per 3 tertij. Et quoniam ſi in circulo recta linea quædam/ rectam lineam quandam bifariam & ad angulos rectos ſecabit/ per correlariam primæ tertij in ſecãte eſt centrũ circuli: igitur in g k per idem correlarium/ eſt centrum ipſius circuli a b c. Ac per hoc in h l eſt centrum circuli a b c. & nullum aliud habent commune g k & h l rectæ lineæ præter d, ſignum. Igitur d ſignum: centrum eſt circuli a b c. Si intra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod/ a ſigno autẽ ad circulũ incidant plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales: aſſumptum ſignum/ centrum eſt circuli. quod oſtendere oportebat.



¶ALITER idem oſtendere. ¶Intra circulum enim a b c: ſuſcipiatur ſignum d. & ab ipſo d, in circulum cadant plures q̃ benæ rectæ lineæ/ æquales: d a, d b, & d c. Dico q̃ aſſumptum ſignum d: cẽtrum eſt circuli a b c. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt: ſit e. & connexa d e: extẽdatur in f, g, ſigna. Igitur f g: dimetiens eſt ipſius a b c circuli. Quoniam igitur circuli a b c in dimetiẽte f g, aſſumptum eſt ſignum d quod ipſius circuli centrũ non eſt: maxima quidem eſt d g per 7 tertij. maior autem eſt d c ipſa d b, & d b ipſa d a. Sed & æqualis per hypotheſin. quod eſt impoſſibile. Igitur e: non eſt centrum circuli a b c. Similiter oſtendemus q̃ aliud nullum præter d. Igitur d ſignum: centrum eſt circuli a b c.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

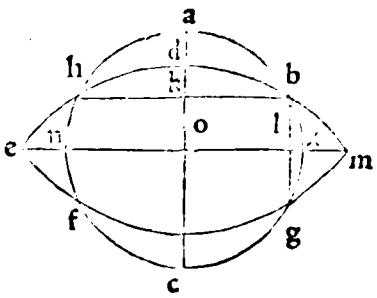
SI circulus circulum ſecet: in duobus tãtum locis ſecare neceſſe eſt. 10



¶CAMPANVS. ¶Sint ſi poſſibile eſt/ duo circuli: ſecãtes ſe in pluribus q̃ in duobus locis/ ſupertria pũcta a, b, c, producã lineas a b & a c: quas diuidã per æqualia in punctis d & e. & producam a puncto e, lineam e f: perpendicularem ſuper lineam a c. & a puncto d, lineæ d f: perpendiularem ſuper lineam a b. & ſecent ſe duæ lineæ e f d f in puncto f. eritq; per correlarium primæ huius/ punctum f: centrum circuli vtriuſq;. quod eſt impoſſibile per 5 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. propoſitio 10.

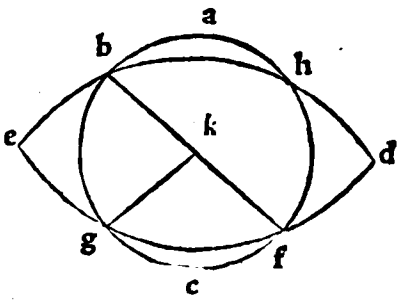
¶Circulus: circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat. 10



¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim poſſibile: circulus a b c circulum d e f in pluribus ſignis duobus ſecet/ hoc eſt in b, g, & h, f. & cõiũctæ b g, b h: bifariam per 10 primi ſecentur in k, l, ſignis. Et per 11 primi/ ab ipſis k, l, ipſis b h & b g ad ãgulos rectos excitatæ k c & l n m: extẽdantur in a & x, e, ſigna. Quoniã igituri circulo a b c, recta linea quædã a c, rectã lineã quandã b h, bifariã & ad angulos rectos ſecat per 3 tertij: in ipſa igitur a c centrũ eſt circuli a b c. Rurſus quoniã in eodẽ circulo a b c recta linea n x hoc eſt m e, rectã lineã quãdã b g, bifatiã & ad ãgulos rectos per 3 tertij ſecat: igitur in ipſa n x cẽtrũ eſt circuli a b c per eãdẽ. oſtẽſũ autẽ eſt q̃ & in a c. Et circa nullũ aliud cõcurrũt rectæ lineæ a c & n x iuicẽ: niſi circa o. Igit̃ o cẽtrũ eſt circuli a b c. Similiter quoq; oſtẽdemus q̃ et cir-

culi d e f: centrum eſt ipſum o. Duorum igitur circulorum ſeſe adinuicem ſecantium a b c & d e f: idem eſt centrum, quod per 5 tertij eſt impoſſibile. Circulus igitur: circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat. quod erat oſtendendum.

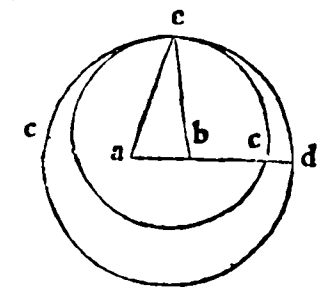
¶ALITER idem oſtendere. ¶Circulus enim rurſus a b c: circulum d e f ſecet i pluribus q̄ in duobus ſignis/ hoc eſt in b, g, & f, h. & per primā tertij/ ſuſcipiatur centrum circuli a b c: ſitq; illud/ k. Et connectantur k b, k g, & k f. Quoniam igitur intra circulum d e f ſuſcipitur ſignū quoddā k, in ipſumq; d e f circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineę k b, g k, & k f: igitur per 9 tertij/ k ſignum/ centrum eſt circuli d e f. At circuli a b c: centrum eſt ipſum k. Duorum igitur circulorum ſeſe inuicem ſecantium idem eſt centrum k, quod per 5 tertij eſt impoſſibile. Circulus igitur: circulum in pluribus q̄ duobus ſignis non ſecat. quod fuerat oſtendendum.

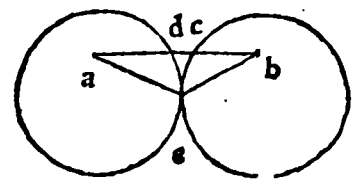


Euclí. ex Camp. Propoſitio 11.

11 SI circulus circulum contingat/ linea q̄ per centra eorum tranſeat: ad punctum contactus eorum applicari neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Si enim linea tranſiens per centra duorum circulorū c e & d e ſeſe contingentium intra vel extra/ non vadit ad locum cōtactus: ſecet circūferentiam vtriuſq; ſitq; a, per primam huius/ cētrum circuli e d: & b, centrum circuli e c. & ducatur linea recta a b c d: ſecans circunferentiam vtriuſq;. & ducantur lineæ a puncto e qui ſit locus contactus/ ad cētra: quæ ſint e a, e b. eruntq; in contactu interiori/ per 20 primi duæ lineæ e b & b a: longiores e a. quare longiores a d. eſt enim a: centrū circuli e d. et quoniam b c eſt æqualis e b, quoniam b eſt centrum circuli e c: erit c a longior a d. quod eſt impoſſibile. ¶In contactu vero exteriori erūt duæ lineæ a e & e b: longiores a b. quare a d & c b: maius erunt q̄ tota a b. quod eſt falſum.



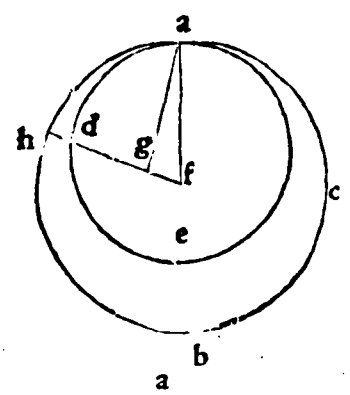


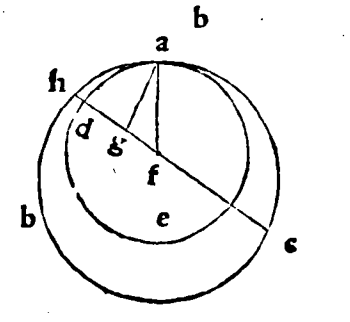
Euclí. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 11.

11 ¶Si bini orbes ſe introrſum adinuicem tetigerint/ ſuſcipianturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & ejecta/ in contactum circulorum cadit.

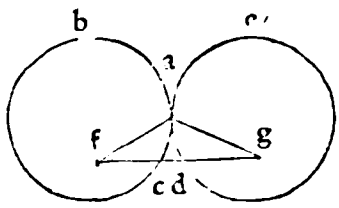
¶THEON ex ¶Zamberto. ¶Bini inquā circuli a b c & a d e: ſeſe adinuicem tangāt introrſum in ſigno a, ſuſcipiaturq; per primā tertij/ centrum circuli a b c: ſitq; illud f. circuli autem a d e: ſit g. Dico q; recta linea applicata ex f in g, & ejecta: in ipſum a ſignum cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt: cadat ſicut f g d h. & cōnectantur a f & a g. Quoniam igitur a g & g f, ipſa f a hoc eſt ipſa f h, p 20 primi ſunt maiores: cōmunis auferatur g f. reliqua igitur a g: reliqua g h maior eſt. Aequalis autē eſt d g, ipſi g a, per 15 diffinitionē primi. et g d ipſa g h igitur maior eſt/ minor maiore. quod eſt impoſſibile. Recta igitur linea applicata ex f in g ſignū: extra ipſum a ſignum contactus non cadit. in ipſum contactum igitur. Si bini circuli igitur ſeſe inuicem introrſum tetigerint ſumanturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & ejecta/ in eorum circulorum cadit contactum. quod demonſtraſſe oportuit.

¶ALITER idem oſtendere. ¶Sed iam cadat ſicut g f c. & extendatur in rectas lineas/ c f g in h ſignum: & coniungantur a g & a f. Quoniam igitur a g & g f maiores ſunt ipſa a f per 20 primi/ ſed a f æqualis eſt ipſi c f hoc eſt ipſi f h: cōmunis auferatur f g. reliqua igitur a g: reliqua g h maior eſt/ hoc eſt g d ipſa g h, maiore minor. quod eſt impoſſibile. Similiter & ſi extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli: oſtendemus impoſſibile.





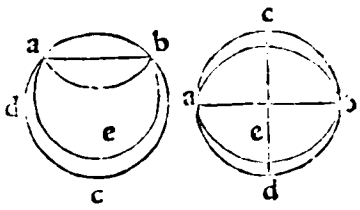
Eucli.ex Zamb. Theorema 11.propoſitio 12.



¶Si duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint:ad centra eorum applicata recta linea/per contactum tranſiet. 12

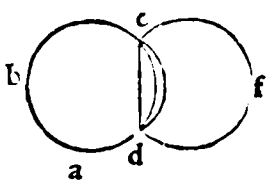
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo enim circuli a b c & a d e: ſeſe adinuicem exterius tangant in ſigno a. Sumaturq; per primã tertij/ centrum circuli a b c:ſitq; illud f.& circuli a d e:ſit g.Dico q; ex f in g applicata recta linea:per ipſum a cõtactum trãſit.Non enim.ſed ſi poſſibile eſt:trãſeat ſicut f c & d g. Et coniungantur a f a g. Quoniam igitur f ſignum/ centrum eſt circuli a b c:æqualis eſt f a ipſi f c.Rurſus quoniam g ſignũ/ centrum eſt circuli a d e:æqualis eſt a g ipſi d g.Oſtenſum autem eſt q; f a:ipſi f c eſt æqualis.Igitur f a & a g:ipſis f c & g d ſunt æquales.quare tota f g:ipſis f a & a g maior eſt.ſed & minor per 20 primi.quod eſt impoſſibile.Igitur quæ ab f in g applicatur recta linea:per ipſum a contactum trãſit.Si duo circuli igitur ſeſe adinuicem exterius tetigerint:ad eorum centra applicata recta linea per contactum veniet.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 12.

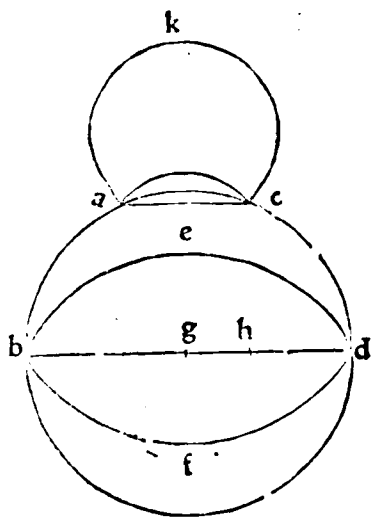


¶I circulus circulnm contingat; ſiue intrinſecus ſiue extrinſecus:in vno tantum loco contingere neceſſe eſt. 12

¶CAMPANVS. ¶Si enim fuerit poſſibile/vt circulus circulum cõtingat in duobus locis intra vel extra:contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a,b. vel exterius/ circulus c d f:in duobus punctis c,d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab a ad b, ſi ipſa cadat extra circulum a b e interiorem:accidet contrarium ſecũdæ huius. Q; ſi ipſa cadat intra ipſum: cum diuiſerimus ipſam per æqualia/& eduxerimus a puncto diuiſionis perpendicularem ad ipſam/ fueritq; applicata circũferentiæ ex vtraq; parte: ipſa tranſibit per centrum ãborum circulorum.quare accidet contrarium præmiſſæ. ¶In circulo vero cõtingente exterius in punctis c,d, ſi ducamus lineam rectam a puncto c ad puncti d: neceſſe eſt accidere contrarium ſecundæ huius. Quare vtrunq; impoſſibile.



Eucli.ex Zamb. Theorema 12.propoſitio 13.



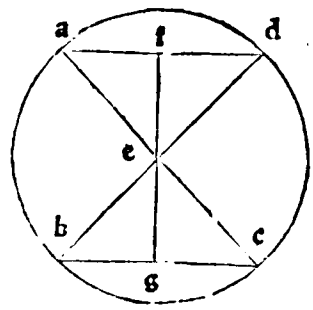
¶Circulus circulum nõ tangit in pluribus ſignis vno:etſi extra/etſi intus tangat. 13

¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim poſſibile:circulus a b c d,circulum e b f d tangat primum introrſum in pluribus ſignis vno/ hoc eſt in d,b. & ſumatur quidem centrum ipſius circuli a b c d: ſitq; illud g, per primã tertij.circuli autem e b f d:ſit h. Igitur per 11 eiuſdem/ recta linea applicata ex g in h:cadit in ſigna b,d.cadat ſicut b g h d.Et quoniam g ſignũ centrum eſt circuli a b c d:æqualis per diffinitionem 15 primi/ eſt b g ipſi d g.Maior igitur eſt b g:ipſa h d.multo maior igitur b h:ipſa h d.Rurſus quoniam h ſignum/centrum eſt circuli e b f d:æqualis eſt per eandẽ/ b h ipſi h d.patuit autem q; ea multo maior.quod eſt impoſſibile.Igitur circulus circulum introrſum non tangit:in pluribus ſignis vno. ¶Dico etiã q; nec exterius.Si enim eſt poſſibile: circulus a c k circulum a b c d tãgat exterius in pluribus ſignus vno/videlicet in a,c.& coniungatur per primum poſtulatum/ a c.Quoniam igitur in circunferentia vtrorumq; circulorũ a b c d & a c k,ſuſcepta ſũt duo cõtingentia ſigna a & c:adiuncta ad ea ſigna recta linea/ per 2 tertii intra vtrunq; cadit.Sed cadit intra ipſum circulum a b c d & extra circulum a c k. quod abſurdum eſt. Circulus igitur circulum exterius nõ tanget: in pluribus ſignis vno.oſtẽſum autem eſt q; neq; introrſum. Circulus igitur circulum non tãget in pluribus ſignis vno:etſi exterius/etſi interius tangat.quod demonſtraſſe oporruit.

Euclí ex Camp. Propoſitio 13.

13 RECtæ lineę in circulo ſi fuerint æquales: eas a centro æquidiſtare. & ſi a centro æquidiſtiterint: æquales eſſe neceſſe eſt.

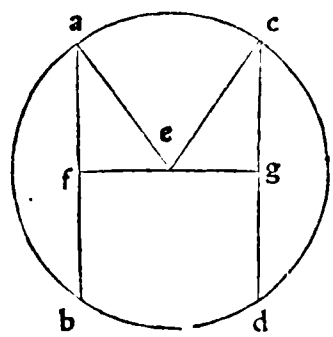
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c d cuius centrũ ſit e: duæ lineæ a d et b c ſint æquales. dico q; ipſæ æquidiſtant a centro. & econuerſo. Producantur enim a centro e, lineę e f & e g: perpendiculares ad a d & b c. eritq; per 2 partem tertiæ huius/ a d diuiſa per æqualia in f: & b c in g. Quia ergo duo latera e d & d a trianguli e d a ſunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & baſis e a baſi e b: erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f triãguli e d f, ſunt æqualia duobus lateribus e c & c g trianguli e c g, nã d f eſt æqualis c g eo q; tota a d poſita eſt æqualis b c, & ãgulus d eſt æqualis angulo c: erit per 4 primi/ baſis e f æqualis baſi e g. Et quia illæ ſunt perpendiculares veniẽtes ad eas a centro: patet per 4 diffinitionẽ ſiue 4 propoſitionem huius/ ipſas æqualiter diſtare a cẽtro. ¶Aliter idẽ. Quadratum enim e d: per penultimam primi/ valet quadrata duarum linearum e f & f d. & quadratum e c: quadrata duarum linearum quæ ſunt e g & c g. & quia quadratum d e eſt æquale quadrato e c, & quadratum d f quadrato g c: erit quadratum e f æquale quadrato e g. quare e f: eſt æquale e g. ſicq; patet idẽ. ¶Sit ergo e f æqualis e g: quod eſt eas/ a d ſcilicet & b c æqualiter diſtare a centro. Dico tunc q; a d eſt æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearũ e d et e c æqualibus/ demptiſq; quadratis duarum linearum e f & e g, æqualibus: remanẽt per penultimã primi/ quadrata duarum linearum f d & g c, quæ per tertiam communem ſentẽtiam neceſſe eſt eſſe æqualia. quare f d: eſt æqualis g c. ergo duplum f d quod eſt a d: eſt æquale duplo g c quod eſt b c. Et hæc eſt ſecunda pars propoſiti.

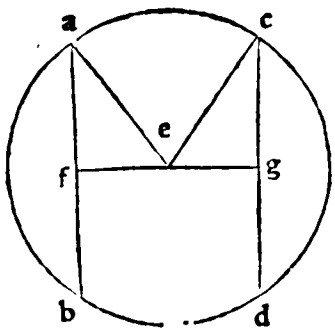


Eucli. ex Zamb. Theorema 13. propoſitio 14.

14 ¶In circulo rectæ lineæ ſunt æquales: quæ æqualiter diſtant a centro. Et ſi æqualiter diſtant a centro: æquales adinuicem ſunt.

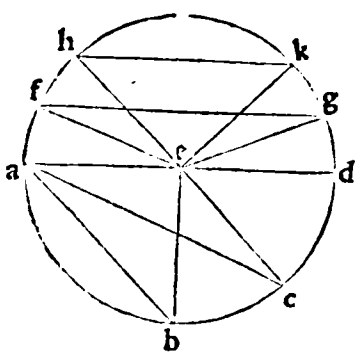
¶THEON ex Zã. ¶Sit circulus a b c d: & in ea ſint æquales rectę lineę a b & c d. Dico q; æqualiter diſtãt a cẽtro. Suſcipiatur enim per 1 tertii/ centrum circuli a b c d: ſitq; illud e. Et ab ipſo e: in ipſas a b & c d per 12 primi/ perpendiculares excitentur e f & e g. & coniungantur per primum poſtulatũ: a e & e c. Quoniã igitur per 3 tertij recta linea quædã per centrum extenſa e f, rectam lineam quandam non extenſam per centrum a b, ad angulos rectos & bifariam diſpeſcit: æqualis eſt igitur a f: ipſi f b. Dupla igitur eſt a b: ipſius a f. et ob id/ & c d: ipſius c g dupla eſt. Et eſt æqualis a b: ipſi c d. æqualis igitur eſt a f: ipſi c g. Et quoniam æqualis eſt a e ipſi e c, ex centro enim in circunferentiam: æquum eſt quadratum quod fit ex e c, ei quod fit ex a e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: per 47 primi/ æqua ſunt ea quæ fiunt ex a f & f e quadrata. rectus enim eſt angulus qui ad f. Ei autem quod fit ex e c: per eandem / æqua ſunt ea quæ fiunt ex e g & g c. rectus enim eſt angulus qui ad g. Ea igitua quæ fiunt ex a f & f e quadrata: æqualia ſunt eis quæ fiunt ex c g & g e quadratis. quorum id quod fit ex a f: æquum eſt ei quod fit ex c g. æqualis enim eſt a f ipſi c g. Reliquum igitur quod fit ex f e: reliquo quod fit ex e g per 3 communem ſententiam eſt æquale. Aequalis igitur eſt e f ipſi e g. In circulo autẽ æqualiter rectæ lineæ diſtare dicũtur a centro: quãdo a cẽtris in ipſas/ perpendiculares ductæ ſunt æquales/ per diffinitionem 4 tertij. Igitur a b & c d: æqualiter diſtant a centro. ¶Sed iam a b & c d rectæ lineæ æqualiter diſtent a centro: hoc eſt æqualis ſit e f ipſi e g. Dico q; æqualis eſt a b ipſi c d. Eiſdem enim conſtructis/ ſimiliter oſtendemus q; a b dupla eſt ipſius a f: & c d ipſius c g. Et quoniam æqua





lis eſt a e ipſi c e, ex centro enim in circunferentiam: æquum eſt quadratũ quod fit ex a e ei quod ſit ex c e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: æqualia ſunt per 43 primi/quæ fiunt ex e f & f a quadrata. Ei autem quod fit ex c e: æqualia ſunt per eandem/ea quæ fiunt ex e g & g c. Ea igitur quæ fiunt ex e f & f a quadrata: æqualia ſunt eis quæ fiunt ex e g & g c quadratis. Quorum quod fit ex e g: ei quod fit ex e f eſt æquale. æqualis enim eſt e f ipſi e g. Reliquum igitur quod fit ex a f: per 3 communem ſententiam/ æquum eſt ei quod fit ex c g. æqualis igitur eſt a f ipſi c g. At ipſius a f: dupla eſt ipſa a b. ipſius vero c g: dupla eſt ipſa c d. Aequalis igitur eſt a b ipſi c d. In circulo igitur rectæ lineæ ſunt æquales: quæ æqualiter diſtant a centro. & quæ æqualiter diſtant a centro: ſibi inuicem ſunt æquales. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.



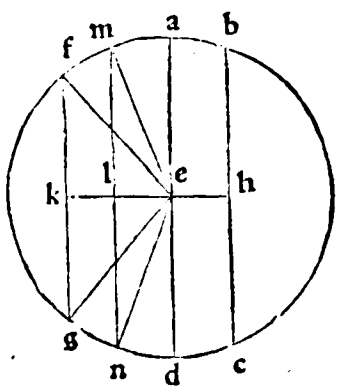
SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint: diametrum eius omnium lõgiſſimam/eiq; propinquiores remotioribus longiores eſſe neceſſe eſt. 14.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c cuius centrum e: cadant plurimæ lineę quæ ſint a b, a c, a d, f g, h k. ſitq; a e d diameter. Dico ipſam eſſe longiſſimam: et alias tãto maiores quãto ſunt ipſi propinquiores. Ducantur enim a centro e, lineæ ad extremitates omnium: quæ ſint e b, e c, e f, e g, e h, & e k. eruntq; per 20 primi/duo latera e f & e g trianguli e f g: longiora f g. & quia ipſa ſunt æqualia a d: erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit q̃ a c: quia a e & e c ſunt maiora a c, & æqualia a d. ergo ad maior eſt a c. Sic quoq; eſt maior h k: et maior etiam q̃ a b. Quæ autem f g ſit maior h k, & a c q̃ a b: patet. quia cum duo latera f e & e g triãguli f e g, ſint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g maior angulo h e k: erit per 24 primi baſis f g maior baſi h k. Similiter quoq; quia a e & e c ſunt æqualia a e & e b, & angulus a e c maior ãgulo a e b: erit baſis a c per eandẽ maior baſi a b. & ſic eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. propoſitio 15.

¶In circulo: maximus quidem eſt dimetiens. aliarum autẽ ſemper propinquior centro: remotiore maior. 15

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. d dimetiens vero illius: ſit a d. centrũ autem: ſit e. Et propinquior ipſi a d dimetienti: ſit b c. remotior autem ſit f g. Dico q̃ a d: maxima eſt. maior autem b c: ipſa f g. Excitetur per 12 primi/ab e centro in ipſas b c & f g: perpendiculares e h & e k. Et quoniam propinquior quidem centro eſt b c, remotior autem f g: maior eſt per 4. diffinitionẽ igitur e k, ipſa e h. Ponatur autẽ per 3 primi: æqualis e l ipſi e h. & per vndecimam primi/ per l ipſi e k ad rectos angulos excitata l m: extẽdatur in n. Et per primum poſtulatum cõiungantur e m, e n, e f, & e g. Et quoniam æqualis eſt e h ipſi e l: æqualis eſt per quartam tertij & diffinitionem quartam eiuſdem/b c ipſi m n. Rurſus quoniam æqualis eſt a e ipſi e m, & e d ipſi e n: igitur a d ipſis m e & e n eſt æqualis. Sed m e & e n: per 20 primi/ipſa m n maiores ſunt. Igitur a d: ipſa m n maior eſt. Et quoniã duæ m e & e n, duabus f e & e g ſunt æquales per 15 diffinitionem primi/ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui ſub m e n ãgulo qui ſub f e g maior eſt: baſis igitur m n per 24 primi baſi f g maior eſt. Sed m n: ipſi b c oſtenſa eſt æqualis. & b c igitur: ipſa f g maior eſt. Maxima igitur eſt a d dimetiens. maior autem b c: ipſa f g. In circulo igitur: dimetiens maximus eſt. aliarum autẽ ſemper propinquior centro: remotiore maior eſt. quod demonſtraſſe oportuit.

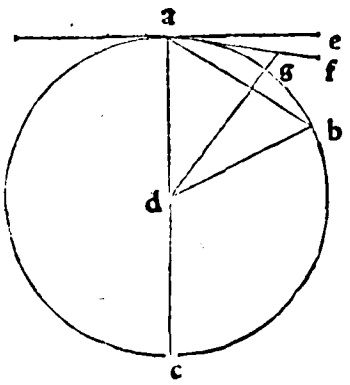


Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

SI ab altero terminorũ diametri cuiuſlibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulũ e- 15

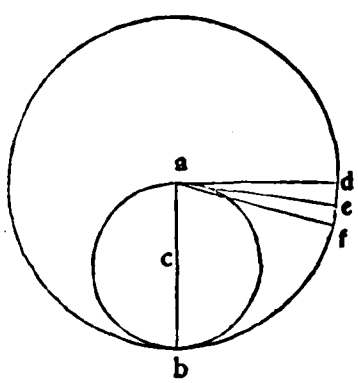
am cadere neceſſe eſt. Atq; inter illam & circulum: aliam lineam rectam capi impoſſibile eſt. Angulum autem ab illa et circunferẽtia contentum: omnium acutorum angulorum eſſe ãguſtiſſimum. Angulum vero intrinſecum a diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum eſſe ampliſſimum neceſſe eſt.

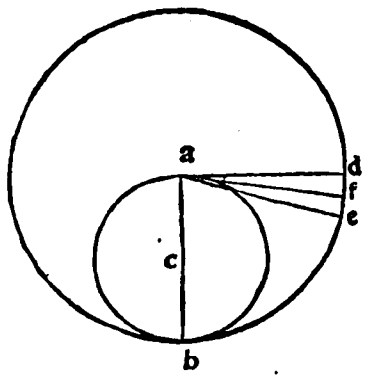
¶Vnde etiam manifeſtum eſt: omnem lineam rectam a termino diametri cuiuſlibet circuli orthogonaliter ductã/ circulum ipſum contingere.



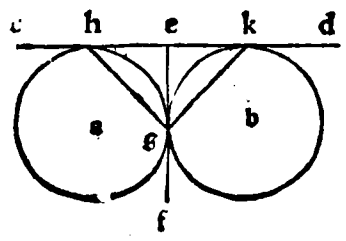
¶CAMPANVS. ¶Sit vt a termino a, diametri a c, circuli a b c cuius cẽtrum d: ducatur linea orthogonaliter. dico q; ipſa cadit extra circulum. & q; inter lineam illam & circunferentiam: nulla alia recta linea intercipitur. & q; ãgulus quẽ ipſa & circunferentia continet: eſt minor omni ãgulo rectilineo/ qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. & q; angulus contentus a diametro & circunferentia: eſt maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a orthogonaliter ſuper a c lineam/ poteſt cadere infra circulũ: ſit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritq; per 5 primi/ angulus d a b: æqualis ãgulo d b a. & quia angulus d a b eſt rectus per hypotheſin: habebit triãgulus a b d duos angulos rectos. quod eſt impoſſibile per 32 primi. Cadet ergo extra: ſitq; a e. q; ſi inter ipſam & circũferentiam poteſt linea recta intercipi: ſit illa a f. ad quã ducatur perpendicularis d g. & quia angulus d g a eſt rectus; erit per 18 primi/ linea a d longior linea d g. quod eſt impoſſibile. quare inter ipſam/ & circunferentiam: nulla linea recta intercipietur. ¶Propter quod patet q; angulus contentus ab a e et circunferẽtia/ qui dicitur angulus contingentiæ: eſt minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo contingentiæ æqualis/ aut eo minor: cũ omnis talis poſſit per æqualia diuidi ſecundum doctrinam 9 primi/ inter lineam a e & circunferentiam poſſet linea recta intercipi. quod monſtrauimus eſſe non poſſe. Per quod patet angulum contentum a diametro & circunferentia: omnium acutorum rectilineorum eſſe maiorem. quia nõ differt a recto: niſi in angulo contingentię quem monſtrauimus eſſe minorem omni rectilineo. ¶Correlariũ patet per primam partem. Cum enĩ linea a e in vtramq; partem eiecta non ſecet circulum/ et tangat ipſum in puncto a: ipſa eſt contingens per diffinitionem.

¶CAMPANI additio. ¶Ex hoc notandum/ q; non valet iſta argumẽtatio. hoc tranſit a minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec iſta. Contingit reperire maius hoc/ & minus eodem: ergo cõtingit reperire æquale. hoc autem ſic patet. Sit circulus a b ſuper centrũ c, cuius diameter a c b. & ducatur ab eius termino a: linea a d orthogonaliter. eritq; contingens circulum per correlarium huius. Deſcribatur iterũ ſuper punctum a ſecundum quantitatem diametri a b: circulus b e d. & imaginetur linea a b moueri ſuper punctum a, per circunferentiam arcus b e d: ita q; punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quouſq; perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipſam. Et quia angulus b a d eſt rectus: erit vt non ſit ſumere aliquem angulum acutum cui æqualẽ non fecerit linea a b cum diametro a c b minoris circuli. quia tranſiuit ad angulum rectum: dinumerans ſitum omnium angulorum acutorum. quorum manifeſtum eſt quoſdam eſſe minores angulo ſemicirculi: contento a ſemicircunferentia a b, & diametro a c b. & angulum rectum manifeſtum eſt eſſe maiorem eodem. Dico q; nullus in tranſitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis: ſit vt illum fecerit linea a b, cum punctus b fuit in puncto e arcus b e d. Quia ergo angulus e a b eſt æqualis angulo ſemicirculi prædicto/ angulus autem ſemicirculi eſt ampliſſimus omnium acutorum per penultimã





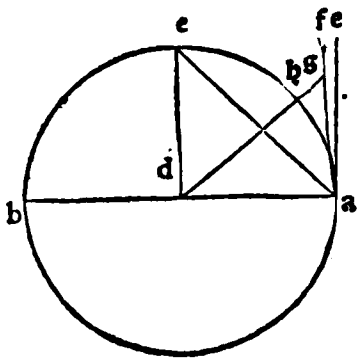
partem huius: erit angulus e a b ampliſſimus omniũ acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d ſicut propoſuit 9 primi/per æqualia: ducta linea a f. eritq; per 9 conceptionem/angulus f a b: amplior angulo e a b. quare erit aliquid: amplius ampliſſimo. quod eſt impoſſibile. ¶Vel ſic. Cum angulus e a b ſit æqualis angulo ſemicirculi ſicut ponitur/at angulus ſemicirculi cum angulo contingentię eſt æqualis vni recto/ſimiliter quoq; angulus e a b cũm angulo e a d eſt æqualis vni recto: erit angulus e a d æqualis angulo contingentię. & quia angulus contingentiæ eſt anguſtiſſimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit ſimiliter angulus e a d ei æqualis/anguſtiſſimus omnium acutorum. ſed angulus e a f: eſt eo anguſtior/per conceptionẽ. erit ergo aliquid: anguſtius anguſtiſſimo. quod eſt impoſſibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo ſemicirculi. Et quia tranſitur a minori ad maius & non per æquale/ item quia eſt reperire minorẽ eo & maiorẽ: patet inſtantia contra vtranq; argumẽtationẽ prædictã. Vnde per interẽptionẽ ad illud eſt reſpõdendũ. ¶Poſſet probari q; angulus contingẽtiæ eſt diuiſibilis ſecũdũ lineam rectam vt conſtat per figurationem hic a latere poſitam. Certũ eſt q; angulus qui cauſatur ex contactu duorũ circulorũ vel ſpheratũ: eſt angulus contingẽtiæ. & talis diuidatur per lineã e g: quia hic habetur triangulus h g k, cuius baſis h k diuidatur per æqualia in pũcto e. & protrahatur verſus g cõtactũ. & arguitur per 4 primi/deinde per 26 huius. & patet propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15. propoſitio 16.

¶Quæ a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: extra ipſum circulum cadit. & in locũ inter ipſam rectã lineam & circunferentiam: altera recta linea non cadet. & ſemicirculi angulus: omni angulo acuto rectilineo maior eſt. reliquus: autem minor. 16

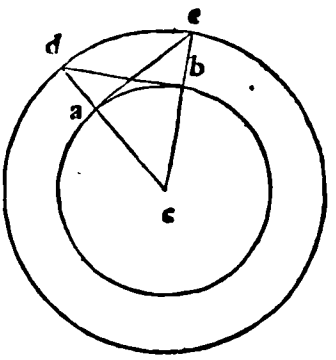
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c: circa centrũ d & dimetiẽtẽ a b. Dico q; quæ ex a ipſi a b ad ãgulos rectos ducitur: extra ipſum circulũ cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt: cadat interius ſicut c a. & coniũgatur d c. Et quoniã æqualis eſt d a ipſi d c per 15 diffinitionẽ primi/ ex cẽtro enim in circũferentiã: æqualis eſt & ãgulus d a c angulo a c d. Angulus autẽ d a c: rectus eſt. rectus igitur eſt: & q ſub a c d. Anguli igitur qui ſub d a c & a c d: duobus rectis ſunt æquales. quod per 17 primi/eſt ipoſſibile. Igitur ab a ſigno: ipſi a b ad ãgulos rectos ducta: intra ipſũ circulũ nõ cadit. Similiter quoq; oſtẽdemus: q; neq; i ipſã circũferẽtiã. extra igitur cadit ſicut a e. ¶Dico q; in locũ iter a e rectã lineã/& c h a circũferẽtiã: alia recta linea non cadit. Si eni poſſibile eſt: cadat ſicut f a. & excitetur p 12 primi/ab d ſigno: in ipſã f a perpẽdicularis d g. Et quoniã rectus eſt angulus a g d, minor recto autẽ qui ſub d a g: maior igitur eſt a d ipſa d g. Aequalis autẽ eſt d a: ipſi d h. ex centro enim in circunferentiam. maior per 19 primi/igitur eſt d h: ipſa d g, minor maiore. quod eſt impoſſibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam: altera recta linea nõ cadet. ¶Dico q; & ſemicirculi ãgulus cõtẽtus ſub a b recta linea & c h a circunferentia: omni angulo acuto rectilineo maior eſt. Reliquus autem contentus ſub c h a circunferentia & a e recta linea: omni acuto angulo rectilineo minor eſt. Si enim aliquis eſt angulus rectilineus maior eo qui ſub b a recta linea & c h a circũferẽtia cõtinetur/ minor vero eo qui ſub c h a circũferẽtia & a e recta linea cõtinetur: in locũ inter c h a circũferẽtiã & a e rectã lineã recta linea cadet/ quæ efficiet maiorẽ quidẽ angulum contentum ſub rectis lineis eo qui ſub b a recta linea & c h a circunferentia cõtinetur/ minorẽ autẽ eo qui ſub c h a circũferentia & a e recta linea continetur. non cadit autem. Igitur per præoſtenſam impoſſibilitatẽ/angulo contento ſub b a recta linea & c h a circferentia: angulus acutus ſub rectis lineis contentus maior non eſt. neq; etiam minor contento ſub c h a circunferentia & a e recta linea.



¶CORRELARIVM. ¶Hinc manifeſtum eſt/q̃ a diametri circuli extremitate ad ãgulos rectos ducta:ipſum circulum tangit.& q̃ recta linea circulum in vno ſigno tantũ tangit: quoniam oſtenſum eſt per 2 tertij/ q̃ in duo ſigna miſſa ei/ intra ipſum cadit. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 16

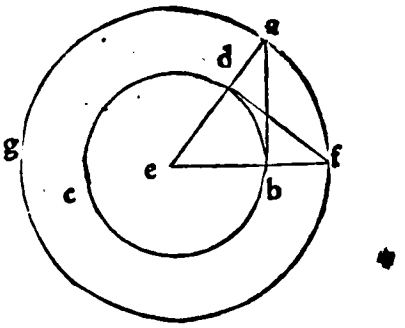
16 A Dato puncto:ad datum circulum lineam contingentem ducere.



¶CAMPANVS. ¶Sit circulus datus a b cuius centrum c:punctuſq̃ datus d. volo ergo a puncto d:ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c ſecantem circunferentiam circuli a b in puncto a:ſuper quam deſcribo circulum d e ſecundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b.& a puncto a, produco lineam a e perpẽdicularem ad lineã d c:quæ ſecet circunferẽtiam circuli d e in puncto e. & produco lineam e c: ſecãtem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b:quæ erit contingens circulũ a b. Quia enim duo latera a c & c e trianguli a c e ſunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d,& angulus c eſt cõmunis vtriq̃:erit per 4 primi/ angulus e a c æqualis angulo d b c. angulus autẽ e a c: eſt rectus. quare angulus d b c: eſt rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b: contingens circulum a b. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 17.

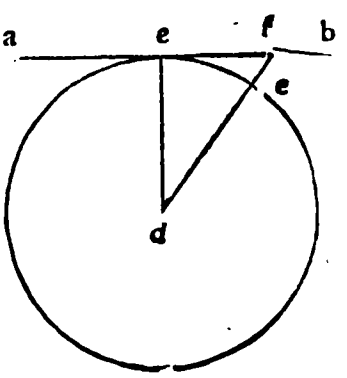
17 ¶A dato ſigno:dato circulo contingentem rectam lineam ducere.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit quidem datũ ſignũ a: datus autem circulus ſit b c d. oportet iam a dato ſigno a: dato circulo b c d contingentẽ rectam lineam ducere. Suſcipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli:ſitq̃ illud/ e.& cõiungatur per primũ poſtulatũ a d e. Et centro quidem e ſpacio vero e a: per tertiũ poſtulatũ circulus deſcribatur a f g.& ab ipſo d: ipſi e a ad angulos rectos excitetur d f/ per 11 primi. et coniungantur per primum poſtulatũ e b f & a b. Dico q̃ ab a ſigno: circulo b c d cõtingens ducitur a b. Quoniam enim e ſignum/ centrum eſt circulorum b c d & a f g:æqualis eſt e a ipſi e f, & e d ipſi e b. ex cẽtro enim in circũferentiam. Duæ igitur a e & e b:duabus e f & e d ſunt æquales. & angulũ communem habent qui ad e. baſis igitur d f: per 4 primi/ baſi a b eſt æqualis.& triangulum d e f: triãgulo e b a eſt æquale.& reliqui anguli: reliquis angulis.æqualis igitur eſt angulus e d f:angulo e b a. rectus eſt autem qui ſub e d f. rectus igitur eſt & qui ſub e b a. et eſt e b ex centro. Quę autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: ipſum tangit circulum. per correlarium 16 tertij. Igitur a b: ipſum circulum b c d tangit. A dato igitur ſigno a, dato circulo b c d, cõtingens recta linea ducitur a b. quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 17.

17 SI circulum linea recta contingat/ a contactu vero ad centrum linea recta ducatur: neceſſe eſt eam ſuper lineam contingentem eſſe perpendicularem.

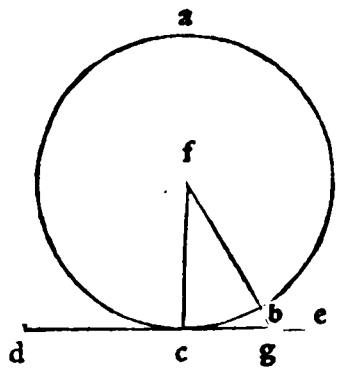


¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b, contingens circulum c e cuius centrũ ſit d, in puncto c qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc eſſe perpendicularem ſuper lineam contingentem. Si enim non eſt perpẽdicularis ad ipſam: ſit ergo d f perpendicularis ad eandem/ quæ ſecet circunferentiam circuli in puncto e. eritq̃ vterq̃ ãgulorum qui ſunt ad f: rectus. igitur per 18 primi/ linea c d: eſt maior linea d f. quod eſt impoſſibile. Conſtat itaq̃ d c eſſe perpendicularẽ ſuper a b. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 16 Propoſtio. 18

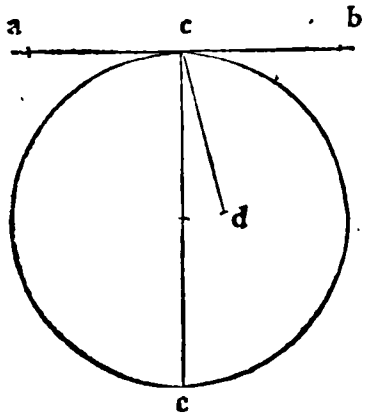
18 ¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a centro autem in

contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: cõiuncta/perpendicularis erit in contingente.



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c: tangat recta linea quædam d e, in c signo. & sumatur per 1 tertij/centrum circuli a b c: sitq; illud/f. Et ab f in c: coniungatur per primum postulatum f c. Dico q; f c: perpendicularis est in d e. Si enim nõ: excitetur per 12 primi ab f, in ipsã d e, perpendicularis f g. Quoniam igitur angulus f g c rectus est: angulus igitur qui sub g c f, est acutus. maior igitur est angulus f g c: angulo f c g. sub maiori autem angulo: per 19 primi/ maius latus subtenditur. maior igitur est f c: ipsa f g. Aequalis autem est f c: ipsi f b. ex centro enim in circunferentiam. maior igitur est f b: ipsa f g, minor maiore. quod est impossibile. Igitur f g: in ipsa d e, non est perpendicularis. Similiter quoq; ostendemus: q; nulla alia præter f c. Igitur f c: perpendicularis est in ipsa d e. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 18.

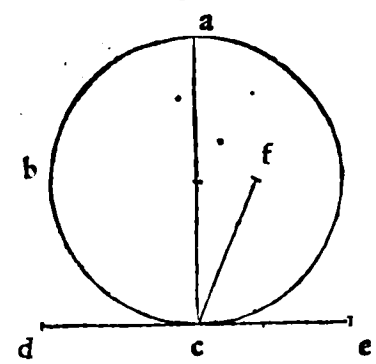


SI circulum linea recta cõtingat/ et a contactu in circulum linea qnædã orthogonaliter ducatur: in eadẽ centrum esse necesse est. 18

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius linea a b cõtingens circulũ c e in puncto c: et a contactu ducatur linea intra ciculum/ c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico q; centrum circuli est in linea c e. Hæc est conuersa prioris. Si enim non fuerit cẽtrum in linea c e: sit alibi vbicunq; contingat/ sitq; d. & producatur d c. eritq; d c per præmissã perpendicularis ad lineam a b. quod est impossibile: cum e c posita sit perpendicularis ad ipsã.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. propositio 19.

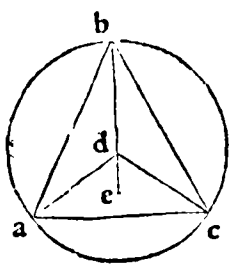
¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli. 19



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c: tãgat recta linea quædam d e, in signo c. & ab ipso c: ipsi d e per 11 primi excitetur ad angulos rectos c a. Dico q; in ipsa c a: est centrum circuli. Non enim. sed si possibile est: sit f. & per primum postulatum coniungatur c f. Quoniam igitur circulum a b c, recta linea quædam d e tangit/ a centro autem in contactum cõiungitur f c: igitur f c, per 18 perpẽdicularis est ipsi d e. Rectus igitur est angulus f c e. at angulus a c e: rectus est. æqualis igitur est angulus f c e: ei qui sub a c e, minor maiori. quod est impossibile. Igitur f: centrum circuli a b c non est. Similiter quoq; ostendemus: q; nec alibi præter q̃ in a c. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur: in excitata erit centrum circuli. quod demonstrasse oportuit.

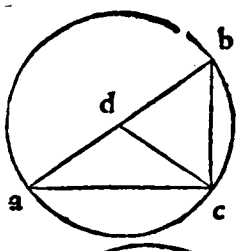
Eucli. ex Camp. Propositio 19.

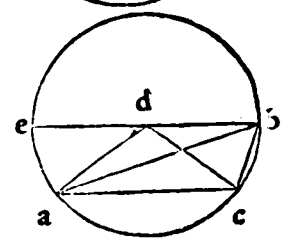
SI intra circulum angulus supra centrum consistat/ alius vero angulus supra circunferentiam consistens eandẽ basin habeat: interior superiori duplus erit. 19



¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c supra centrum, et angulus a b c super circunferentiam: sitq; vtriusq; anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c: duplum esse ad angulum a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b et c b includunt duas lineas a d et d c, aut altera earum fit linea vna cum altera reliquarum/ aut etiã altera primarũ secat alteram postremarũ. ¶Sit ergo primo vt includant eas vt in prima figuratione apparet: et producatur linea b d e. eritq; per 32 primi/ angulus a d e extrinsecus: æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d anguli. Et quia ipsi sunt æquales per

quintam eiuſdem: erit angulus a d e duplus ad angulum a b d. Simili quoq; modo erit angulus e d c duplus ad angulum d b c. quare totus angulus a d c: duplus erit ad totum angulũ a b c. quod eſt propoſitum. ¶Quꝛ ſi altera duarum linearum a b & b c fuerit linea vna cum altera duarũ quę ſunt a d & b d, vt in ſecũda figuratione apparet: per eaſdem per quas prius & ſimili modo liquet propoſitum. ¶Quꝛ ſi altera duarum linearum primarum ſecet alteram duarum poſtremarum/ vt in tertia figuratione appa ret vbi linea a b ſecat lineam d c: producatur linea b d e. Erit per eaſdem quas a principio aſſumpſimus & ſimili modo/ e d a duplus ad ãgulũ d b a: & totus angulus e d c duplus ad totum angulum d b c. quare angulus a d c: duplus eſt ad angulum a b c. Quod eſt propoſitum.

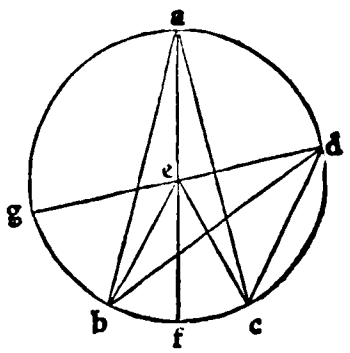




Eucli. ex Zamb. Theorema 18. propoſitio 20.

20 ¶In circulo angulus qui ad centrum/ duplus eſt eius qui ad circunferentiam: quando anguli eandem circunferentiam ha buerint.

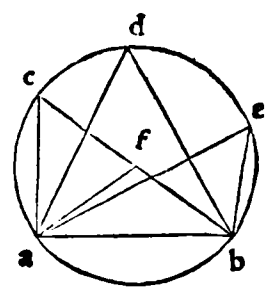
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. & ad eius centrum: ſit an gulus b e c. ad circunferentiam vero: angulus b a c. habeant autem eandem baſin: circunferentiam b c. Dico q; duplus eſt angulus b e c: anguli b a c. Coniuncta enim a e: per 2 poſtulatũ extendatur in f. Quoniã enim æqualis eſt a e ipſi e b, ex centro enim in circunferentiam: æqualis eſt ãgulus e a b ei qui ſub e b a. Anguli igitur e a b & e b a: per 5 primi eius qui eſt ſub e a b dupli ſunt. æqualis autem eſt qui ſub b e f: per 32 eiuſdẽ eis qui ſub e a b & e b a. Angulus igitur b e f: ipſius e a b duplus eſt. Et perinde angulus f e c: eius qui ſub e a c per eandem duplus eſt. Totus igitur b e c: totius qui ſub b a c eſt anguli/ duplus eſt. Rurſus conſtituatur. & ſit alter angulus b d c, & coniungatur per 1 poſtulatum d e. extenda turq; per 2 poſtulatum in g. Similiter quoq; oſtendemus q; duplus eſt g e c angulus: eiùs qui ſub e d c eſt anguli. Quorum qui ſub g e b: duplus eſt eius qui ſub e d b. Reliquus igitur qui ſub b e c: eius qui eſt ſub b d c duplus eſt. In circulo igitur angulus qui ad centrum/ duplus eſt eius qui ad circunferentiam: quando eandem circunferentiam baſin habuerint ip ſi anguli. quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI in vna circuli portione/ anguli ſuper arcum conſiſtant: angulos quoſlibet æquales eſſe neceſſe eſt.

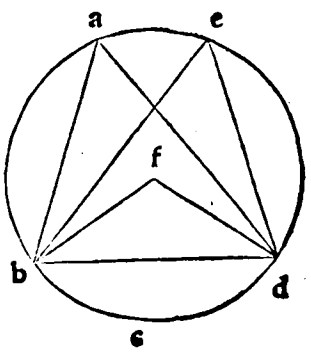
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in portione a d b, circuli a b c cuius centrum ſit f: conſiſtant quotlibet anguli ſuper arcum a d b, qui ſunt e, d, c. Dico eos eſſe æquales. Protrahatur enim chorda a b: & ab eius extremitatibus ducãtur in centrũ/ lineæ a f & b f. eritq; per præmiſſam angulus f conſiſtens ſupra centrum: ad vnũquẽq; eorum duplus. Quare ipſi ſunt æquales. quod eſt propoſitum.



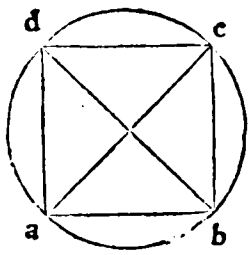
Eucli. ex Zamb. Theorema 19. propoſitio 21.

21 ¶In circulo/ qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicẽ ſunt æquales.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint in ſegmento b a e d, circuli a b c d: anguli qui ſub b a d & b e d. Dico q; anguli b a d & b e d: ſibi inuicem ſunt æquales. Suſcipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli a b c d: ſitq; illud/ f. Et coniungantur per primum poſtulatum b f, f d. Et quoniã angulus b f d eſt ad centrũ/ ãgulus autem qui ſub b a d ad circunferentiã/ & eãdẽ habent baſin circũferẽtiã b c d: ãgulus igitur b f d, per præcedentem duplus eſt eius qui ſub b a d. & per hoc: angulus b f d duplus eſt eius qui ſub b e d. Aequalis igitur eſt per communem ſententiam di centem quæ eiuſdem ſunt dimidium adinuicem ſunt æqualia: angulus b a d angulo b e d. In circulo igitur/ qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicem ſunt æquales. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

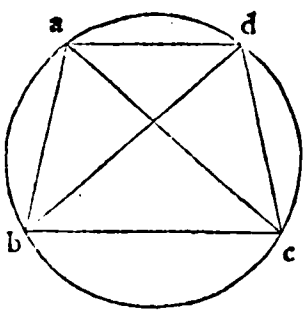


SI intra circulum quadrilaterũ deſcribatur: quoſlibet eius duos angulos ex aduerſo collocatos/duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt. 21

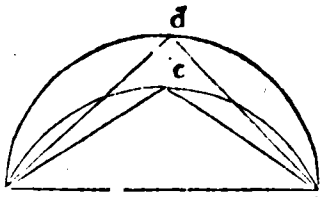
¶CAMPANVS. ¶Sit quadrilaterum a b c d: inſcriptum circulo a b c d. Dico quoſq; eius duos angulos oppoſitos: eſſe æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero: diametri a c, b d. eritq; per præmiſſam/angulus c b d æqualis angulo c a d: & angulus a b d æqualis angulo a c d. quare totus a b c: æqualis erit duobus angulis qui ſunt a c d & c a d. Et quia ipſi cum angulo a d c ſunt æquales duobus rectis per 32 primi: erũt & anguli b totalis & d totalis/ æquales duobus rectis. quod eſt propoſitũ. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales: eſſe æquales duobus rectis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 22.

¶In circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales. 22

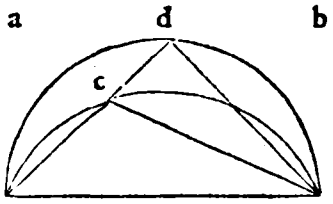


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d. & in eo quadrilaterum ſit a b c d. Dico q; anguli qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales. Coniungantur per primũ poſtulatum: a c & b d. Quoniam igitur per 32 primi/omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales: trianguli igitur a b c, tres ãguli c a b, a b c, & b c a, duobus rectis ſunt æquales. Angulus autẽ c a b: angulo b d c eſt æqualis per 21 tertij. in eodẽ enim ſunt ſegmẽto b a d c. Angulus vero a c b: per eandem angulo a d b. in eodem enim ſunt ſegmẽto a d c b. Totus igitur qui ſub a d c: eis qui ſub b a c & a c b eſt æqualis. Communis apponatur angulus a b c. Anguli igitur qui ſub a b c, b a c & a c b: eis qui ſunt ſub a b c & a d c ſunt æquales. Sed qui ſub a b c, b a c, & a c b: duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur a b c & a d c: duobus rectis ſunt æquales. Similiter iam oſtendemus: q; & anguli b a d & d c b duobus rectis ſunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum exiſtentium anguli ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales. quod demonſtrare oportebat.

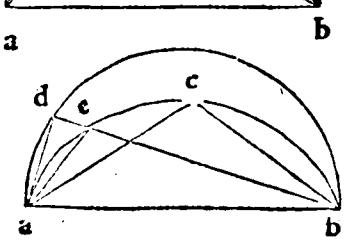


Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

DVas ſimiles circuli portiones inæquales: ſupra vnã rectam lineam aſſignatam ex eadem parte cadere impoſſibile eſt. 22



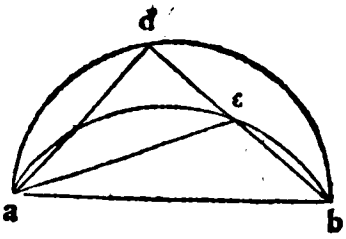
¶CAMPANVS. ¶Sit recta linea a b: ſuper quam fiat portio circuli/ a c b. Dico q; ſuper eãdem lineam ex eadem parte nõ fiet alia portio quæ ſit ſimilis huic: et ea maior aut minor. Quod ſi fuerit poſſibile: fiat ergo portio a d b: maior ea. quæ cum ſit ſimilis ei: ſtat ergo angulus a c b in portione minori/ et ãgulus a d b in maiori. Erit ergo vt lineæ a d & d b includãt lineas a c & c b: vt in figurationæ prima apparet. Aut altera primarũ/ vna fiat cũ altera poſtremarũ: vt in ſecunda. Aut vt altera ſecet alterã: vt in tertia. Q; ſi fuerit primo modo: erit p 21 primi ãgulus c maior angulo d. nõ ergo portiones ſimiles per diffinionẽ. Q; ſi ſecũdo modo: erit adhuc angulus c maior angulo d per decimãſextam primi. nõ igitur erũt portiones ſimiles. Si autẽ tertio modo: ſit vt linea b d ſecet lineam a c. et ſecet circunferentiam portionis minoris in puncto e: et ducatur linea e a. Eritq; per eandem decimãſextã primi/ angulus a e b conſiſteus in portione a c b: maior angulo d. quare nullomodo ſunt portiones ſimiles. ¶Simili quoq; modo probabis/ q; ſup eandẽ lineã nõ fiet portio ſimilis portioni a c b minor ea: poſito c in loco d et d in loco c in figura cum omnibus prædictis. erit enim per premiſſas et per 21 primi & per 16 eiuſdem et præmiſſo modo/ angulus d omniũ figurationum: maior angulo c. quare portiones non erunt ſimiles. ¶Et nota/ q; licet pro-



ponatur ſuper lineam vnam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte: verum eſt tamẽ q̃ neq; ex diuerſis partibus. Quod libet probare: minore quæ eſt ex vna parte ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam/ipſam a maiori excedi. non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.

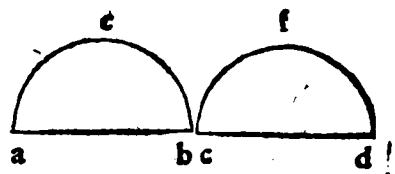
Eucli. ex Zamb. Theorema 21. propoſitio 23.

23 ¶Super eadem recta linea: duæ ſectiones circulorum ſimiles & inæquales non conſtituentur ad eaſdem partes.



¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim poſſibile: ſuper eadem recta linea a b, duæ circulorum ſectiones ſimiles & inæquales cõſtituentur ad eaſdẽ partes a c b & a d b. & extẽdatur per primũ poſtulatũ a c d. & cõiungãtur per 2 poſtulatum c b & d b. Quoniam igitur ſegmentum a c b ſimile eſt ſegmento a d b, ſimileſq; circulorũ ſectiones ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiunt/per diffinitionẽ 10 tertij: angulus igitur a c b angulo a d b eſt æqualis/exterior interiori. quod per 16 primi eſt impoſſibile. Super eadẽ igitur recta linea: duæ circuli ſectiones ſimiles & inæquales non conſtituentur ad eaſdem partes. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

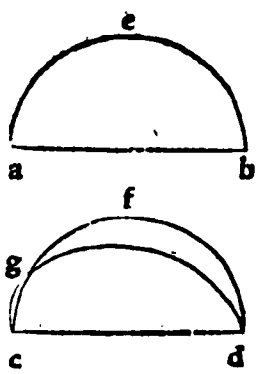


23 SI circulorum ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint: ipſas portiones æquas eſſe oportet.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d æquales: ſuper quas ſunt duæ portiones circulorum a c b, c f d quæ ſunt ſimiles. Dico q̃ ipſæ ſunt æquales. Si enim nõ ſunt æquales: altera earum ſuperpoſita alteri/excedet maior minorem. Sed linea a b non excedet lineam c b nec excedetur ab ea: cum ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ. quod eſt impoſſibile. Erit enim a b & c d linea vna.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. propoſitio 24.

24 ¶Super æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ ſibi inuicem ſunt æquales.

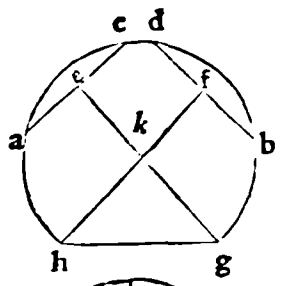


¶THEON ex Zamberto. ¶Super æqualibus inquam rectis lineis a b & c d: ſimiles circulorum ſectiones a e b & c f d conſtituantur. Dico q̃ æquum eſt ſegmentum a e b: ſegmẽto c f d. Congruente namq; ſegmẽto a e b ipſi c f d ſegmẽto/& poſito ſigno a ſuper ſigno c, recta verolinea a b ipſi rectæ lineæ c d congruẽte: & b ſignum congruet ipſi d ſigno/ quoniam æqualis eſt a b ipſi c d. Congruente autem a b recta linea ipſi c d, congruit a e b ſegmentum ipſi c f d. Si enim a b recta linea ipſi c d congruit/ ſegmentũ autẽ a e b ipſi c f d non congruit ſed differt ſicut c g d, circulus autem circulum per viceſimam tertij nõ ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed c g d ipſum c f d in pluribus duobus ſignis hoc eſt c g d ſecat. quod per eandem eſt impoſſibile. Non igitur/congruente a b recta linea ipſi c d non congruit quoq; & ſegmentum a e b ſegmẽto c f d. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ: ſibi inuicem ſunt æquales. quod erat demonſtrandum.

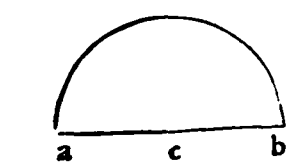
Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

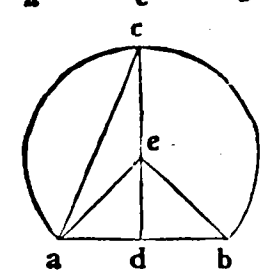
24 DAti ſemicirculi/ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis: circulum perficere.

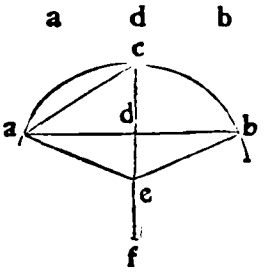
¶CAMPANVS. ¶Intentio per hanc cõcluſionem/eſt ex omni arcu dato ſiue ex omni circuli portione data: ciculum



perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo volo perficere circulum. Protrahã in eo duas lineas qualitercũq; contingat quæ ſint a c, & b d: quas diuidam per æqualia. a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpẽdicularem ad b d: quę ſecent ſe in puncto k. Eritq; per corellarium primæ huius, centrũ circuli in vtraq; linearum e g & f h. Quare centrum eſt punctum k. Si autẽ e g non ſecet f h, ſed ſint linea vna / quẽadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circũferentiæ dati arcus ex vtraq; parte. ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem corellarium. Aequidiſtantes autem non erunt e g & f h. quia cum in vtraq; ſit centrum circuli per dictũ corellarium eſſent eiuſdem circuli duo cẽtra. Sic poteſt de omni arcu ſiue de omni portione communiter demonſtrari: qualiter inde circulus perficiatur. ¶ Quia tamen auctor videtur hanc concluſionẽ variare ſecundum diuerſas ſpecies arcuum / omnium portionum enumerãdo ſpecies: demõſtrabimus diuiſim per ſpecies qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ a b portio data: ſemicirculus. eritq; per diffinitionem ſemicirculi / linea a b diameter. ea igitur diuiſa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. ¶ Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior / cuius chorda ſit a b. quã diuido per æqualia in pũcto d, a quo duco d c perpẽdicularẽ ad ipſam: quæ tranſibit per centrũ / per corellariũ primę huius. & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro cum ſit a c b portio maior ſemicirculo: erit a d minor ſemidiametro. ſed d c eſt maior ſemidiametro. ergo d c eſt maior q̃ a d. ergo per 19 primi ãgulus e a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi: angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e. eritq; per ſextã primi / linea a e æqualis lineæ e c. producatur igitur linea e b. eritq; per 4 primi / linea e b æqualis lineæ a e. quare tres lineæ e a, e b, e c, ſunt æquales. ergo per 6 huius e eſt centrum circuli. ¶ Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c quã diuido per æqualia in pũcto d. a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ ſecet circunferentiam in puncto c. hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per corellarium primę huius. Produco iterũ lineã a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis: erit portio a c b ſemicirculus. & ſi minor: erit maior ſemicirculo. poſitũ eſt autẽ q̃ ſit minor. Produco igitur lineã a e quæ cum linea a c faciat angulum æqualẽ angulo c & ſecet lineã c f in puncto e. & manifeſtũ eſt q̃ punctũ e, cadat extra datam portionẽ. & produco lineã e b & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi / linea e a æqualis lineæ e c. & quia per 4 primi / linea e b eſt æqualis lineæ e a: erit per 9 huius pũctũ e, cẽtrũ circuli. quare patet propoſitum: ſecundũ omnes ſpecies portionum circuli.



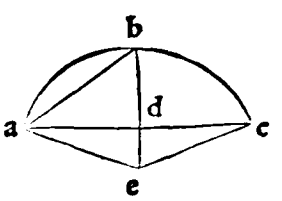




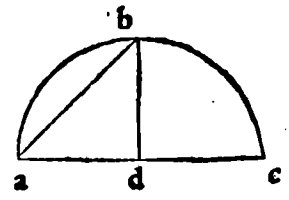
Eucli. ex Zamb. Problema 3. propoſitio 25.

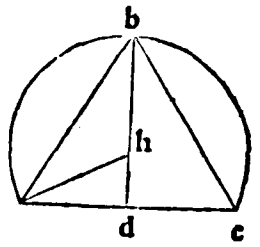
¶ Círculi ſectione data: deſcríbere circulum cuius eſt ſectio. 25

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit data ſectio circuli: a b c. Oportet iam ſectionis a b c: circulum cuius eſt ſectio deſcribere. Secetur enim per 10 primi a c bifariam in d. Exciteturq; per 11 eiuſdem / a ſigno d: ipſi a c ad ãgulos rectos b d. & coniungatur per primum poſtulatum a b. Angulus igitur a b d, angulo b a d comparatus: aut eo eſt maior / aut ei æqualis / aut eo minor. Sit prius maior. & conſtituatur per 23 eiuſdem / ad ipſam b a rectam lineam ad ſignũq; in ea a: ipſi angulo a b d æqualis angulus b a e. Et extendatur per 2 poſtulatũ / b d in e. Et coniũgatur per 1 poſtulatũ e c. quoniã igitur ãgulus a b e æqualis eſt ãgulo b a e: æqualis igitur eſt per 6 primi / recta linea e b ipſi a e. Et quoniã æqualis eſt a d ipſi d c, cõmunis autem d e: duæ igitur a d & d e / duabus c d, & d e ſunt æquales altera alteri. Et angulus a d e: per quartum poſtulatum / angulo c d e eſt æqualis. rectus enim vterq;. Et baſis igitur a e: per quartam primi / baſi c e eſt æqualis. Sed a e: ipſi b e oſtenſa æqualis eſt. igitur b e: ipſi c e eſt æqualis. Tres igitur a e, e b, & e c: ſibi inuicem ſunt æquales.



Centro igitur e, ſpacio autem per 3 poſtulatum aut a e aut e b aut e c: eſt culus deſcriptus per reliqua ſigna veniet/& deſcriptus erit. Circuli igitur ſectione data: circulus deſcribitur. & manifeſtum eſt/q; ſectio a b c minor eſt ſemicirculo: quoniã e centrum extra ipſam cadit. ¶ Similiter quoq; oſtendemus: & ſi angulus a b d æqualis fuerit angulo b a d. Si a d æqualis eſt vtriq; ipſarum b d & d c: tres d a, d b & d c ſibi inuicem ſunt æquales. Et ſit centrũ d completi circuli. & erit quoq; ſemicirculus a b c. ¶ Si autẽ a b d minor fuerit b a d: cõſtituamus per 23 primi/ad b a rectã lineam & ad ſignum in ea a, angulo a b d æqualem introrſum ipſum a b c. Segmẽti centrum cadet ſuper d b vt h. & erit videlicet ſegmẽtum a b c: maius ſemicirculo. Dato igitur ſegmẽnto: deſcribitur circulus cuius eſt ſectio. Quod feciſſe oportuit.

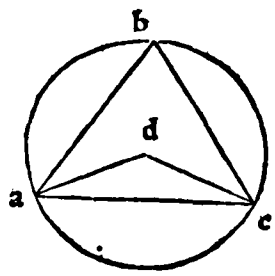


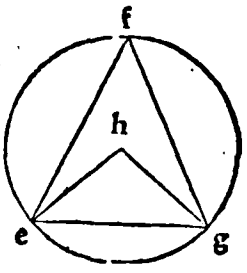


Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

25 SI in æquis circulis ſeu ſuper centra ſeu ſuper circunferentias/æquales anguli conſiſtant: ſuper æquos arcus eos cadere neceſſe eſt.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli æquales: a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrum h. & fiant ſupra centra eorum/duo ãguli a d c & e h g: qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c & e f g: eſſe æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circũferentiis ipſorum/conſiſtentes ſupra prædictos arcus: qui ſint angulus a b c & ãgulus e f g. Quia ergo circuli ſunt æquales: erũt per diffinitionẽ æqualiũ circulorũ ſemidiametri æquales. & quia duo ãguli d & h ſunt æquales: erit p 4 primi/linea a c æqualis lineæ e g. & per 19 huius/erit ãgulus b, æqualis angulo f: cum d ãgulus ſit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem ſimilium portionũ duæ portiones a b c & e f g: ſunt ſimiles. & quia ipſæ ſunt ſuper lineas a c & e g æquales: ipſæ erunt æquales per 23 huius. quare arcus a b c & e f g ſunt æquales. Q; ſi anguli b & f qui ſunt in circunferẽtia/ponantur æquales: erunt per diffinitionem/portiones ſimiles/& anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli ſunt æquales per poſitionem: erunt per 4 primi/duæ lineæ a c & e g æquales. quare vt prius/portiones æquales per 23 huius: cum ſint ſimiles & ſuper æquales lineas. igitur & arcus æquales. Quod eſt propoſitum.

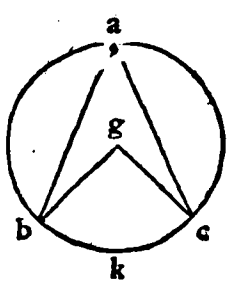


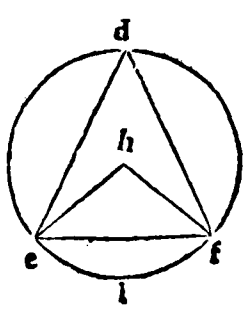


Eucli. ex Zamb. Theorema 23. propoſitio 26.

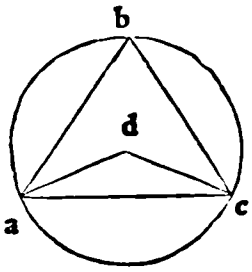
26 ¶ In æqualibus circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs ſubtenduntur: & ſi ad centra; & ſi ad circunferentias deducti fuerint.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquales circuli: a b c & d e f. & in eis ſint anguli æquales ad centra quidem: qui ſub b g c & e h f. ad circũferẽtias autem: qui ſub b a c & e d f. Dico q; circunferentia b k c: æqualis eſt circunferentiæ e l f. Contungantur per primum poſtulatum b c & e f. Et quoniam circuli a b c & d e f ſunt æquales: & quæ ex centris/ſunt æquales per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b g & g c: duabus e h & h f ſunt æquales. Et ãgulus qui ad g: ãgulo qui ad h eſt æqualis. Baſis igitur b c per 4 primi/baſi e f eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ad a æqualis eſt ãgulo qui ad d: ſegmẽtum igitur b a c per 24 tertij/ſimile eſt ſegmẽto e d f. & ſunt in æqualibus rectis lineis b c & e f. Super æqualibus autem rectis lineis per 24 eandem ſimiles circulorum ſectiones exiſtẽtes: inuicẽ ſunt æquales. Sectio igitur b a c: æqualis eſt ipſi e d f ſectioni. Eſt autem totus circulus a b c: æqualis toti circulo d e f. Reliqua igitur b k c circunferentia per 3 communẽ ſentẽtiam reliquæ e l f: circunferentiæ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales ãguli in æqualibus circunferentijs ſubtenduntur: & ſi ad circunferentias/& ſi ad centra fuerint deducti. quod demonſtraſſe oportuit.



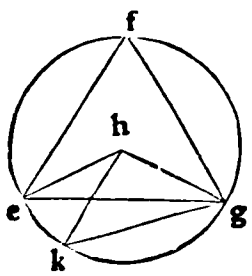


Eucli. ex Camp. Propoſitio 26



SI in æquis circulis æqui ſumantur arcus: infra illos/ ſformatos angulos qui ſupra centra eorum ſeu ſupra circunferentias conſtituantur/ æquos eſſe neceſſe eſt. 26

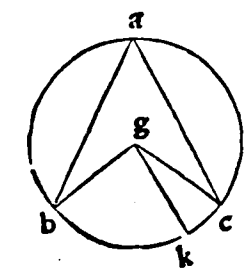
¶CAMPANVS. ¶Sint vt prius duo circuli æquales: a b c cuius centrū d, & e f g cuius centrum h. ſintq; duo arcus a b c & e f g æquales. fiantq; ſuper ipſos arcus/ duo anguli in cētro qui ſint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq; ſuper eoſdem arcus fiant duo alii āguli in circunferentia/ qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, adinuicem eſſe æquales: itemq; duos b & f: adinuicem eſſe æquales. Et eſt hęc conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli adinuicem æquales: ſit ergo h maior. a quo abſcindatur angulus k h g: qui ſit æqualis angulo d. eritq; per præmiſſam/ arcus k e f g: æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g: poſiti ſunt æquales. accidet ergo partē eſſe æqualē toti. Quod eſt impoſſibile. Quare anguli d & h totales: ſunt æquales. ¶Simili quoq; modo probabis āgulos b & f: eſſe æquales. vel ſi mauis/ probato q; āguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius. & econuerſo.

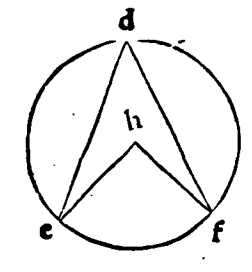


Eucli. ex Zamb. Theo. 24 Propo. 27. Cōuerſa præcedētis.

¶In æqualibus circulis anguli qui ſuper æquales circunferentias deducuntur/ ſibi inuicem ſunt æquales: & ſi ad centra et ſi ad circunferentias fuerint deducti. 27

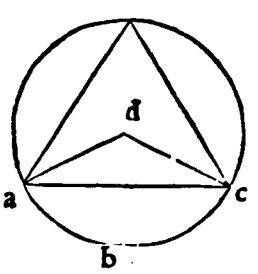
¶THEON ex Zamberto. ¶In æqualibus enim circulis a b c & d e f, ſuper æqualibus circunferentijs b c & e f, ad centra quidem g h: āguli deducantur b g c & e h f. ad circunferentias autem: b a c & e d f. Dico q; āgulus b g c æqualis eſt angulo e h f: & angulus b a c æquus eſt angulo e d f. Si quidem angulus b g c æquus eſt angulo e h f: manifeſtum eſt q; angulus b a c æquus eſt angulo e d f per 20 tertii. Si vero non: alter eorū maior eſt. ſit maior angulus b g c. & conſtituatur per 23 primi ad rectam lineam b g ad datumq; in ea ſignum g: angulo e h f æqualis angulus b g k. Anguli autem æquales ſuper æqualibus circunferentiis deducuntur per 26 tertii/ quando ad centra fuerint. æqualis igitur eſt circunferentia b k: circunferentiæ e f. Sed e f: ipſi b c eſt æqualis. & b k igitur: ipſi b c eſt æqualis/ minor maiori. quod eſt impoſſibile. Angulus igitur b g c: angulo e h f inæqualis non eſt. æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli b g c: dimidius āgulus qui ad a, per 20 tertii. Ipſius autem e h f: dimidius āgulus qui ad d/ per eādē. Aequalis igitur eſt āgulus a: āgulo d. In æqualibus igitur circulis āguli ſuper æqualibus circūferentijs deducti/ ſibi inuicē ſunt æquales: & ſi ad centra/ & ſi ad circūferētias fuerint deducti. quod demōſtraſſe oportuit.



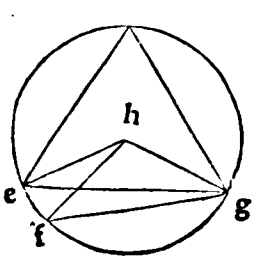


Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent: arcus quoq; æquos eſſe. ſi autē lineæ inæquales fuerint: arcus quoq; inæquales/ & a maiore linea maiorē arcū/ a minore vero minorem abſcindi neceſſarium eſt. 27



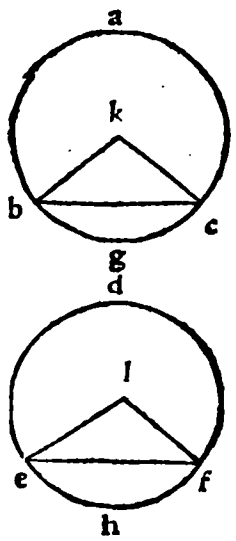
¶CAMP. ¶Sint duo circuli æquales: a b c cuius cētrū d, & e f g cuius cētrū h. ſitq; chorda a c: æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g quos prædictæ chordę ex prędictis circulis reſecāt: eſſe æquales. Q; ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcū e f g eſſe maiorem arcu a b c. ¶Primū quidē ſic probatur. Ducātur a cētris/ lineæ ad extremitates chordarū: quæ ſint d a, d c, h e, h g. & qa circuli poſiti ſunt fore æquales: erunt hæ ſemidiametri æquales. & quia linea a c poſita eſt æqualis lineæ e g: erit per 8 primi/ āgulus d æqualis āgulo h totali. quare per 25 huius/ erit arcui a b c: æqualis arcui e f g. ſicq; patet primū. ¶Secūdū ſic. Sit e g maior a c. eritq; per 25 primi/ āgulus h: maior āgulo d. Fiat ergo āgulus f h g æqualis āgulo d. eritq; per 25 huius/ arcus f g: æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g: eſt maior arcu a b c. Quod eſt ſecundum propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 25. propoſitio 28.

28 ¶In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ/æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori/minorē autem minori.

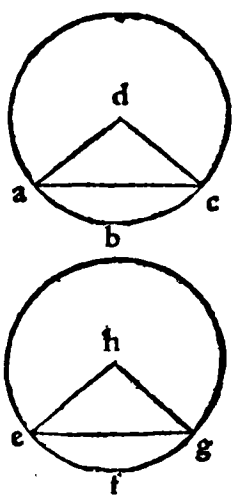
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales circuli a b c & d e f. & in eis ſint æquales rectæ lineæ b c & e f: circūferentias b a c & e d f maiores auferentes, circunferentias autem b g c & e h f minores. Dico ꝙ circunferētia b a c maior: æqualis eſt circunferentiæ e d f maiori. circunferentia vero b g c minor: æqualis eſt circunferentiæ e h f minori. Suſcipiātur enim circulorum centra per primam tertij: ſintq; k, l. & coniungantur k b, k c, l e & l f. Et quoniam circuli ſunt æquales: æquales quoq; ſunt quæ ex cētris/per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b k & k c: duabus e l & l f ſunt æquales. Et baſis b c per hypotheſin baſi e f eſt æqualis. Angulus igitur b k c: per 8 primi/āgulo e l f eſt æqualis. æquales autē āguli per 26 tertii/ in æqualibus circunferentiis deducuntur: etiam quando ad centra fuerint deducti. Circunferentia igitur b g c: æqualis eſt circunferentiæ e h f. eſt autē totus circulus a b c: toti circulo d e f æqualis. Reliqua igitur circunferentia b a c: per 3 communem ſententiam/reliquæ circunferentiæ e d f eſt æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ/ æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori/minorem autem minori. quod demonſtraſſe oportuit.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 28.

28 Irculorum æqualium æquos arcus: æquas chordas habere neceſſe eſt.

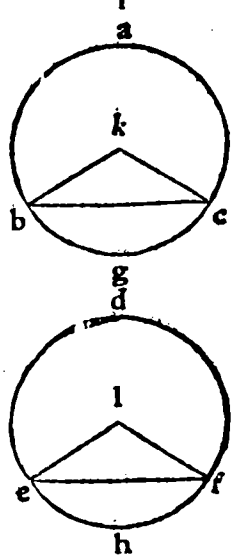
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli æquales: a b c cuius cētrum d, & e f g cuius centrum h. ſitq; arcus a b c: æqualis arcui e f g. Dico ꝙ chorda a c: eſt æqualis chordæ e g. Et eſt hæc conuerſa primæ partis præmiſſæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g. eruntq; per 26 huius/anguli d & h: æquales. Quare per quartā primi/ erit a c: æqualis e g. quod eſt propoſitū. Quæcūq; autē probatæ ſunt paſſiones de diuerſis circulis æqualibus: intellige multo fortius veras eſſe de eodē.



Euclí. ex Zam. Theo 26. prop 29. Cōuerſa præcedentis.

29 ¶In æqualibus circulis: ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur.

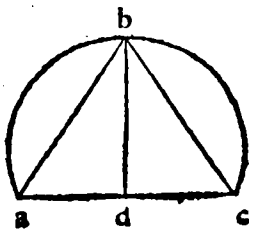
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales circuli a b c & d e f. & in eis æquales ſumātur circūferentiæ b g c & e h f: coniungātur q; b c & e f rectę lineę. Dico ꝙ ęqualis eſt recta linea b c ipſi e f rectę lineę. Sumātur enim per 1 tertii/ circulorū centra: ſintq; k & l. & coniungātur k b & k c, l e & l f. Quoniā circūferentia b g c æqualis eſt ipſi e h f circunferentiæ: æqualis eſt angulus b k c angulo e l f per 10 diffinitionē tertii. Et quoniā circuli a b c & d e f ſunt æquales: & quæ ex centris quoq; ſunt æquales per 1 eiuſdē diffinitionē. Duæ igitur b k & k c/ duabus e l & l f ſunt æquales: & angulos cōprædendūt æquales. Baſis igitur b c: per 4 primi/ baſi e f eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis: ſub ęqualibus circūferētiis æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. quod demonſtraſſe oportuit.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 29.

29 Atum arcum: per æqualia diuidere.

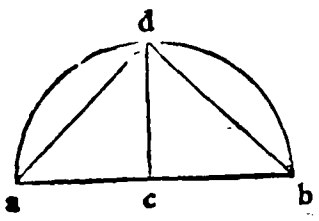
¶CAMPANVS. ¶Sit datus arcus a b c cui ſubtēdatur chorda a c: quæ diuidatur per æqualia in puncto d. a quo ducatur perpendicularis ad ipſam/quæ ſit d b: ſecans circunferentiam dati arcus in puncto b. quā dico diuidere datū arcum per æqualia. Ducātur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primā partem 27 huius/arcus a b: erit æqualis arcui b c. Quod eſt propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Problema 4. propoſitio 30.

30 ¶Datam circunferentiam: biſariam diſcindere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data circūferentia a d b. oportet iam ip

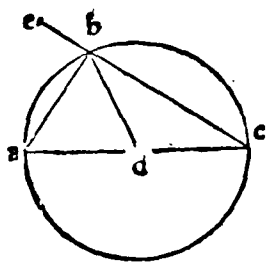


ſam circũferentiam a d b: bifariam diſcindere. Coniũgatur a b: ſecetur̃ per 10 primi/ bifariam in c ſigno. & ab ipſo c: ipſi a b rectæ lineæ per 11 primi ad angulos rectos excitetur c d. & coniungãtur a d & d b. Et quoniam æqualis eſt a c ipſi c b, communis autem c d: duæ igitur a c & c d, duabus b c & c d ſunt æquales. & angulus a c d: per 4 poſtulatum angulo b c d eſt æqualis. rectus enim vter̃ eſt. Baſis igitur a d: per 4 primi/ baſi d b eſt æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferũt/ maiorem maiori/ minorem autẽ minori/ per 28 tertij. Et vtra̅ ipſarum circunferentiarum a d & d b: ſemicirculo minor eſt. æqualis igitur eſt circunferentia a d: ipſi d b circunferentiæ. Data igitur circunferentia: bifariam diſcinditur. quod feciſſe oportuit.

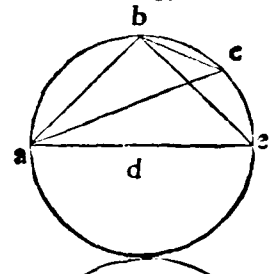
Euclı. ex Camp. Propoſitio 30.

SI rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtat: rectus eſt. Si vero in portione ſemicirculo minore: recto maior. Si autem in portione ſemicirculo maiore: recto minor. ¶ Item̃ omnis portionis angulus ſemicirculo maioris/ recto maior: minoris vero/ recto minor de neceſſitate erit. 30

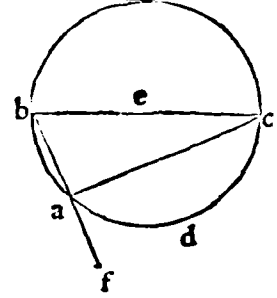
¶ CAMPANVS. ¶ Sit in circulo a b c cuius centrum d & diameter a d c, ſemicircu'us a b c: in cuius ſemicirculi circunferentia fiat ãgulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum eſſe rectum. Protrahatur ab ipſo angulo in centrũ: linea b d. erit̃ per 5 primi/ angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b eſt æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipſe erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b: duplus erit ad angulum d b c. ergo duo anguli c d b & a d b: dupli ſunt ad totalem angulum a b c. ſed ipſi: ſunt æquales duobus rectis per 13 primi. erit igitur angulus a b c totalis: medietas duorũ rectorũ. quare rectus. Quod eſt primum propoſitũ.



¶ IDEM aliter. Protrahatur c b vſq; ad e. erit̃ per 32 primi/ angulus a b e: æqualis duobus angulis a & c. & quia angulus a eſt æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c. ergo vter̃ eorum eſt rectus per diffinitionem. ¶ Secundum ſic patet. Sit in circulo a b c cuius cẽtrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum eſſe minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b. erit̃ per primam partem huius/ b totalis: rectus. quare angulus a b c: erit minor recto per 9 cõmunem ſcientiã/ cum ſit pars eius. ſic̃ patet ſecundum. ¶ Tertium ſic. Sit rurſus in circulo a b e cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c: quæ ſit ſemicirculo minor. & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c: ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum eſſe maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e. erit̃ per primam partem huius / angulus a b e: rectus. quare ãgulus a b c: erit maior recto. quod eſt tertium propoſitum.

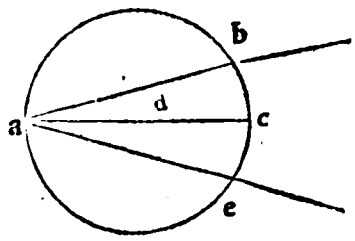


¶ Quartũ & quintũ ſic. Sint in circulo a b c d cuius cẽtrũ e, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo; & portio a d c cuius eadẽ chorda a c, minor ſemicirculo. Dico ãgulũ cõtentũ ab arcu c b a & chorda a c, eſſe maiorẽ recto: & ãgulum cõtentũ ab arcu c d a & chorda a c, eſſe minorẽ recto. Producat̃ diameter c e b: & linea b a, vſq; ad f. erit̃ per primã partẽ huius/ angulus b a c: rectus. quare per 13 primi/ ãgulus f a c: eſt ſimiliter rectus. Quia igitur angulus rectus eſt pars primi/ & ſecundus pars recti: euidenter patet vtrunq;. quare tota liquet hæc pentamembris concluſio.



¶ CAMPANI additio. ¶ Ex iſtis duabus vltimis partibus/ nota iſtãtiã cõtra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus inſtãtiam in 15 huius. Tranſitur enim ab angulo portionis ſemicirculo minoris qui eſt minor recto per vltimam partem huius/ ad angulum portionis ſemicirculo maioris qui eſt maior recto per penultimam partem huius: non tamen per

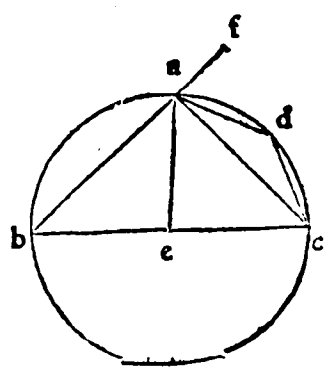
æquale. Cũ enim omnis portio circuli ſit aut ſemicirculus aut maior ſemi circulo aut minor/ ſit autem tam angulus ſemicirculi per ſecundam partem 15 q̃ angulus portionis minoris per vltimam partem huius minor recto / portionis vero maioris ſit maior recto : non tamen erit alicuius portionis angulus/nec ſimpliciter aliquis contentus a circunferentia & linea recta/aut rectus aut æqualis recto. Quod vt clarius pateat: ſit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non ſit determinatus finis ex parte b, ſecans ex ipſo b portionem ſemicirculo minorem. eritq; per vltimam partem huius: minor recto. Huius circuli ſit diameter a d c. & imaginetur linea a b: moueri ad partem c ſuper punctum a. quæ quandiu fuerit citra c, vel in ipſo c cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulũ minorem recto. In omni autem puncto vltra c, velut in e: faciet per penultimam partem huius/angulum maiorem recto. Tranſitur ergo a minori ad maius: non per æquale. Et ſicut in rectilineis angulis eſt reperire maiorem angulo ſemicirculi & minorem/ non tamen æqualem vt demõſtratum eſt in 15 huius: ſic in angulis portionis eſt reperire maiorem recto & minorem/non tamen æqualem. vt patet ex iſta demonſtratione.

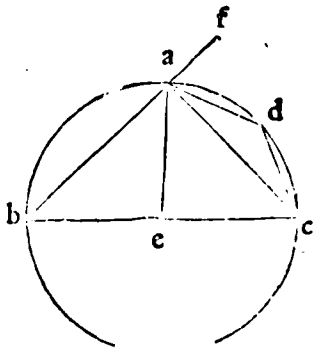


Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 31.

31 ¶ In circulo angulus qui in ſemicirculo eſt: rectus eſt qui autẽ in minori ſegmẽto: minor recto. qui vero in minori ſegmẽto: maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmẽti: recto quidem maior eſt. minoris autem ſegmenti angulus: minor eſt recto.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c d. dimetiens autem eius ſit b c. centrum vero e. Sumaturq; in ſemicirculo ſignum vtcunq; ſitq; illud d & coniungantur b a, a c, a d & d c. Dico q; angulus in b a c ſemicirculo: rectus eſt. Angulus autem in a b c ſegmento maiore ſemicirculo/qui eſt ſub a b c: recto minor eſt. Angulus vero in a d c minore ſemicirculo ſegmẽto/qui eſt ſub a d c: recto maior eſt. ¶ Cõiungatur a e: & extendatur b a in f. Et quoniam æqualis eſt b e ipſi e a, ex centro enim circũferentiã: æqualis eſt angulus e a b angulo e b a, per 5 primi. Rurſus quoniam æqualis eſt a e ipſi e c: æqualis eſt per eandem/angulus qui ſub a c e ei qui ſub c a e. Totus igitur angulus b a c: duobus ãgulis a b c & a c b eſt æqualis. Angulus autem qui ſub f a c extra ipſum triãgulum a b c: duobus angulis a b c & a c b eſt æqualis/per 32 primi. Aequalis igitur eſt ãgulus b a c: angulo f a c. rectus igitur vterq; eſt. In ſemicirculo igitur b a c: angulus qui ſub b a c, rectus eſt. ¶ Et quoniã trianguli a b c, duo anguli a b c & b a c per 17 primi duobus rectis ſunt minores/angulus autẽ b a c rectus eſt: angulus igitur qui ſub a b c, recto minor eſt. & eſt in ſegmẽto a b c maiore ſemicirculo. ¶ Et quoniã in circulo ineſt quadrilaterũ a b c d, in circulis autem quadrilaterorum conſiſtentium/per 22 tertij ãguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur a b c & a d c, per eandẽ duobus rectis ſunt æquales. At ãgulus a b c: recto minor eſt. Reliquus igitur ãgulus a d c: maior eſt recto/& in ſegmẽto minore ſemicirculo eſt. ¶ Dico iã etiã q; ãgulus ſegmenti maioris/ cõpræhenſus ſub a b c circũferentia & a c recta linea: recto maior eſt. ãgulus autẽ minoris ſegmẽti cõpræhenſus ſub a d c circũferẽtia & a c recta linea: recto eſt minor. manifeſtoq; illinc eſt. Quoniã enim ãgulus cõpræhenſus ſub b a & a c rectis lineis/rectus eſt : ãgulus igitur cõpræhẽſus ſub a b c circũferẽtia & a c recta linea/maior eſt recto. quoniã totũ : ſua parte maius eſt per 9 cõmunẽ ſentẽtiã. Rurſus quoniã ãgulus cõpræhenſus ſub a c & a f rectis lineis/rectus eſt: ãgulus igitur ſub c a recta linea & a d c circũferentia cõpræhẽſus/recto minor eſt. In circulo igitur/ãgulus in ſemicirculo exiſtẽs: rectus eſt. qui vero in maiori ſegmento: recto eſt minor. in minori autẽ: recto eſt maior. Et inſuper ãgulus maioris ſegmenti: maior eſt recto. minoris autẽ ſegmẽti: recto minor. quod demonſtraſſe oportuit.

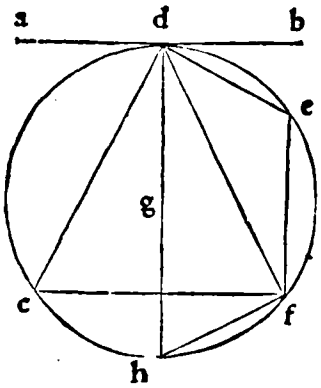




¶ALIA oſtenſio: ꝙ angulus qui ſub b a c, rectus eſt. Quoniam angulus a e c eius qui ſub b a e duplus eſt per 32 primi / æqualis nãq; eſt duobus interioribus & oppoſito/interiores autem per 5 ſunt æquales/ãgulus autem a e b eius qui ſub c a e duplus eſt: anguli igitur a e b & a e c, ipſius b a c dupli ſunt. Sed ãguli a e b & a e c: duobus rectis ſunt æquales. Angulus igitur qui ſub b a c: rectus eſt. quod erat demonſtrandum.

¶CORRELARIVM. ¶Hinc manifeſtum eſt/ ꝙ ſi trianguli angulus vnus reliquis duobus æqualis fuerit: rectus eſt. & quoniam ille vtrobiq; eiſdem eſt æqualis: quando vtrobiq; æquales fuerint/ recti erunt.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31.

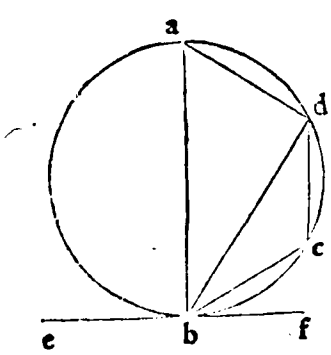


SI circulum linea recta contingat/ & a cõtactu in cir- 31
culum quædam circulum ſecãs recta linea præter centrum ducatur: quoſcunq; duos angulos cum contingente facit/ duobus angulis qui in alternatis circuli ſuper arcus conſiſtunt portionibus/ æquales ſunt.

¶CAMPANVS. ¶Si recta linea a b: contingens circulum c d e f cuius centrum g, in puncto d. a quo d ducatur in circulum præter centrum/ linea d f: ſecans ipſum. fiantq; angulus d c f conſiſtens ſuper arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f conſiſtens ſuper arcũ portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, eſſe æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim: diameter d g h & linea f h. eritq; per 17 huius/ d h, perpendicularis ſuper a b: & per primã partem præmiſſæ/ angulus d f h, rectus. Quare duo ãguli a d h & d f h: ſunt æquales. Poſito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui ſunt d f h & h d f. ſed hi duo cum angulo h: ſunt æquales duobus rectis per 32 primi. ergo angulus a d f cum angulo h: æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi. ergo angulus b d f: eſt æqualis angulo h. ergo & ãgulo c: per 20 huius. & hoc eſt primũ. ¶Et quia duo ãguli c & e ſunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f. Quod eſt ſecundum. Vel illud ſecũdum ſic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis: vt præmonſtratum eſt. ſed angulus e cum angulo h: æquiualet duobus rectis per 21 huius. ergo angulus e eſt æqualis angulo a d f. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. propoſitio 32.

¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea / a contactu autem 32
extendatur quædam recta linea circulum diſpeſcens: anguli quos efficit ad tangentem/ æquales ſunt eis qui alterni in circuli ſegmentis conſiſtunt/ angulis.

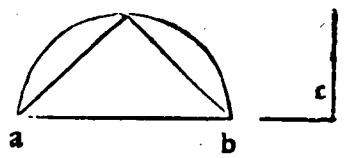


¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c d: tangat recta linea quædam e f in b ſigno. & a ſigno b, extẽdatur recta linea quædam in circulum a b c d, eum ſecans: ſitq; b d. Aio ꝙ anguli quos b d ſimul cum e f tangente conficit: angulis alternis qui ſunt in ſegmentis circuli ſunt æquales. hoc eſt ꝙ angulus f b d: æqualis eſt ãgulo exiſtẽti in b a d ſegmẽto. & angulus e b d: æqualis eſt angulo exiſtenti in b c d ſegmento. Excitetur enim per 11 primi/ ab ipſo b: ipſi e f ad rectos angulos b a. Sumaturq; in b d circunferentia/ ſignum vtcunq;: ſitq; illud/ c. & connectãtur a d, d c & c, b. Et quoniam circulum a b c d, quędam recta linea tãgit e f in b, & ex b contactu excitatur ipſi contingenti ad angulos rectos b a: in ipſa b a igitur centrum eſt orbis a b c d, per 19 tertij. Angulus igitur a d b in ſemicirculo exiſtens: per 31 eiuſdem rectus eſt. Reliqui igitur anguli b a d & a b d: vni recto ſunt æquales. Angulus autẽ a b f: rectus eſt. Angulus igitur q ſub a b f: eſt æqualis eis qui ſunt ſub b a d & a b d ãgulis. Cõmunis auferatur angulus a b d. Reliquus igitur angulus d b f: æqualis eſt angulo b a d exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Et quoniam in circulo

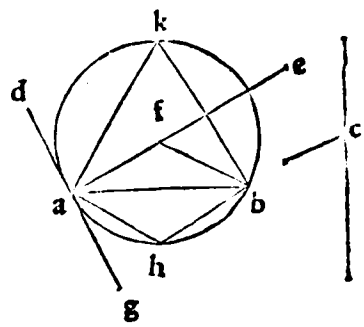
quadrilaterum eſt a b c d,& anguli ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales per 22 tertij:anguli igitur d b f & d b e,eis qui ſunt ſub b a d & b c d angulis ſunt æquales. Quorum angulus b a d:oſtẽſum eſt ꝙ æqualis eſt ipſi d b f angulo. Reliquus igitur angulus qui ſub d b e, angulo d c b alteri in ſegmento d c b exiſtenti eſt æqualis. Si circulũ igitur tetigerit aliqua recta linea/a cõtactu autẽ in circulum extendatur aliqua recta linea circulum diſcidens: anguli quos efficit ad tangentem/alternis in circuli ſegmẽtis angulis conſiſtentibus ſunt æquales. quod erat demonſtrandũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio .32

32 SVper datam lineam / circuli portionem deſcribere: capientem ãgulum dato ãgulo æqualem/ ſeu rectũ/ ſeu maiorem/ſeu minorem recto.



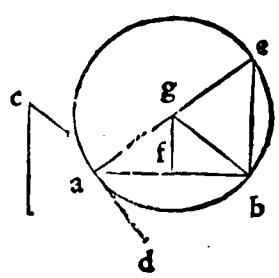
¶CAMPANVS. ¶Sit a b linea data:& c datus angulus. Super lineam a b volo deſcribere vnam circuli portionem;recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. ¶Si igitur fuerit ãgulus c, rectus:diuiſa a b per medium/deſcribã ſuper eam ſemicirculum/ factũq; erit propoſitum/per primam partẽ 30 huius. ¶Si autem ſit obtuſus: ducam lineam d a cum linea b a,continentem æqualem angulum ãgulo c. & a puncto a ducam lineam a e:perpendicularem ſuper lineã a d. Et ſuper punctum b faciam angulum per 23 primi/ æqualem angulo e a b in quo obtuſus excedit rectum: ducta linea b f vſq; ad perpendicularem a e. eruntq; per 6 primi/lineæ f a & f b:æquales. Facto itaq; pũcto f centro circuli:deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a,circulum a h b. eritq; per correlarium 15 huius/linea a d:contingens circulum. quare per præmiſſam/angulus qui fit in portione a h b:eſt æqualis d a b. quare & angulo c. Quod eſt propoſitum. ¶Si autem angulus c ſit acutus:producam lineam a g,continentem cum linea a b, angulum æqualem angulo c. & a puncto a ducam a e:perpendicularem ad lineam a g .& ſuper punctũ b faciam angulum æqualem angulo e a b,in quo rectus excedit acutum: ducta linea b f vſq; ad perpendicularem a e. eruntq; per 6 primi / lineæ f a & f b:æquales. Facto itaq; puncto f,centro circuli:deſcribam ſecũdũ quantitatem lineæ f a,circulum a k b. eritq; per correlarium 15 huius/linea a g:contingens circulũ. quare per præmiſſam/ angulus qui fit in portione a k b: eſt æqualis angulo g a b. quare & angulo c. quod eſt propoſitum.

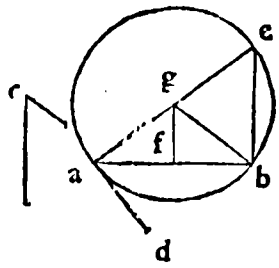


Eucli. ex Zamb. Problema 5. propoſitio 33.

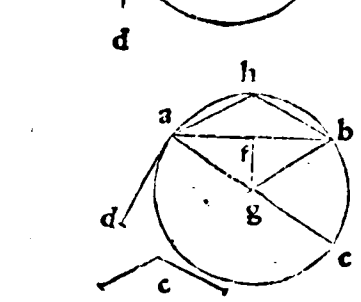
33 ¶Super data recta linea: deſcribere ſectionem circuli capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.

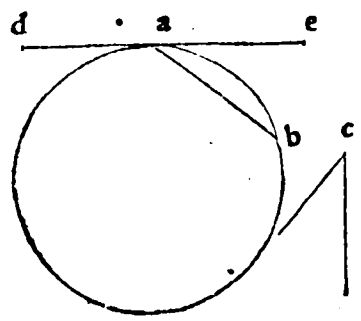
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b:datus vero angulus rectilineus ſit c. oportet iam ſuper data recta linea a b:deſcribere ſectionẽ circuli ſuſcipientem ãgulum æqualem ipſi angulo qui ad c. Angulus igitur qui ad c:aut eſt acutus,aut rectus/aut obtuſus. Sit primum acutus:ſicut in prima deſcriptione. & conſtituatur per 23 primi/ad a b rectam lineã & ad a in ea ſignũ:ipſi angulo c æqualis angulus d a b. Angulus igitur d a b:acutus eſt. Excitetur per 11 eiuſdem igitur:ipſi a d ad ãgulos rectos a e. ſeceturq; per 10 eiuſdem/bifariam a b:in ſigno f. Et a ſigno f:ipſi a b ad angulos rectos excitetur f g, per 11 eiuſdem. & connectatur g b. Et quoniam æquális eſt a f ipſi f b,communis autem f g: duæ igitur a f & f g,duabus f b & f g ſunt æquales. & angulus qui ſub a f g:per 4 poſtulatum æqualis eſt ei qui ſub g f. Baſis igitur a g:per 4 eiuſdem/ baſi g b eſt æqualis. Centro igitur g,ſpacio vero g a,per 3 poſtulatũ circulus deſcriptus: veniet etiam per b. deſcribatur:& ſit a b e. & cõnectatur e b. Quoniam igitur ab extremitate ipſius a e diametri/ab a ſigno ipſi a e ad angulos rectos eſt a d:igitur a d tangit orbẽ a b e,per correlarium 16 tertii. Et quoniam orbem a b e tãgit quædam recta linea a d, & ab a contactu in ipſum orbem a b e extenditur recta linea quædam a b:angulus igitur





d a b, per 32 eiuſdem angulo a e b exiſtenti in alterno circuli ſegmento/ eſt æqualis. Sed angulus d a b: ei qui eſt ad c angulo eſt æqualis. Angulus igitur qui ad c: æqualis eſt ei qui ſub a e b eſt angulo. Super data igitur recta linea a b: ſectio orbis deſcribitur ſuſcipiens angulum a e b æqualem dato angulo qui ad c. ¶ Sed iam rectus ſit angulus qui ad c. & oportunum ſit: rurſus ſuper a b deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angulum æqualem ei qui eſt ad c recto. Conſtituatur enim rurſus ad ipſam a b rectam lineam/ ad ſignumq; in ea a: dato angulo rectilineo c æqualis angulus qui ſub b a d per 23 primi ſicut in ſecunda habetur deſcriptione. Seceturq; per 10 eiuſdem/ a b: bifariam in f. & cētro f, ſpacio vero f a aut f b: orbis deſcribatur a e b, per 3 poſtulatū. Tangit igitur recta linea a d, circulum a e b: quoniam angulus qui ad a, rectus eſt. Et āgulus b a d æqualis eſt angulo qui eſt in ſegmento a e b. rectus etenim & ipſe eſt qui in ſemicirculo exiſtit per 31 tertij. Sed angulus b a d: ei qui ad c eſt angulo æqualis eſt. Deſcribitur igitur iterum ſuper a b: ſegmentum circuli a e b, capiens angulum æqualem ei qui ad c eſt angulo. ¶ Sed iam eſto ā-gulus qui ad c: obtuſus. & conſtituatur ei iterum ad a b rectam lineam & ad ſignum: æqualis angulus b a d, per 23 primi/ ſicut habet tertia deſcriptio. & ipſi a d: ad angulos rectos per 11 eiuſdē excitetur a e. ſeceturq; rurſus a b bifariam in ſigno f, per 10 eiuſdem. & ipſi a b ad angulos rectos excitetur f g per 11 eiuſdem. & connectatur g b. Et rurſus quoniam æqualis eſt a f ipſi f b, & communis f g: duæ igitur a f & f g, duabus b f & f g ſunt æquales. & angulus a f g: per 4 poſtulatū angulo b f g eſt æ-lis, baſis igitur a g: per 4 eiuſdem/ baſi b g eſt æqualis. Centro igitur g, ſpacio autem g a per 3 poſtulatum circulus deſcriptus: tranſiet per b. trā-ſeat ſicut a b e. Et quoniā ab extremitate a e dimetientis / ad angulos rectos excitata eſt a d: igitur per correlarium 16 tertij/ a d tāgit ipſum circulum a e b & a contactu a extenditur a b. Angulus igitur b a d: per 32 eiuſdem/ æqualis eſt angulo a h b exiſtenti in alterno ſegmēto circuli. Sed angulus b a d: ei qui eſt ad c, eſt æqualis. Igitur angulus qui eſt in a h b ſegmento: æqualis eſt ei qui eſt ad c angulo. Super data igitur recta linea a b: deſcribitur ſegmentum circuli a h b capiens angulū æqualem ei qui ad c eſt angulo. quod feciſſe oportuit.





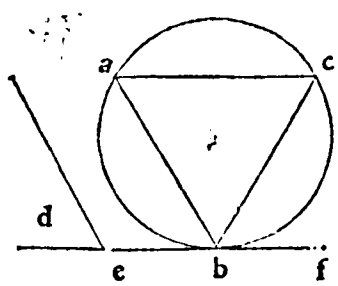
Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

33 Dato circulo: dato angulo æquum angulum capientem portionem abſcindere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit a b datus circulus: & c datus āgulus. volo ergo a circulo a b: abſcindere portionem vnā capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e: contingentem datum circulum in puncto a. a quo duco in circulum/ lineam a b: continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c. eritq; per 31 huius/ portio a b exiſtens a parte lineæ a d: recipiens angulum æqualem angulo c. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 6. propoſitio 34.

34 ¶ A dato circulo: ſegmentum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.



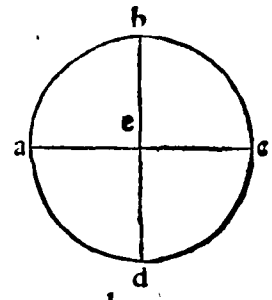
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Eſto datus circulus a b c. datus vero angulus rectilineus qui ad d. oportet iam ab a b c circulo: ſegmentum abſcindere capiens angulū æqualem ei qui ad d eſt angulo. Excitetur enim per 17 tertii/ linea tangens circulum: ſitq; illa e f. & tangat per b ſignum. Et conſtituatur per 23 primi/ ipſi e f rectæ lineæ & in ea ſigno b: angulo qui ad d, æqualis angulus f b c. Quoniam igitur circulum a b c tangit quedā recta linea e f & in b, & a contactu b extenditur b c: angulus igitur f b c per 32 tertii æqualis eſt angulo b a c conſiſtenti in alterno ſegmento. Sed angulus f b c: ei qui eſt ad d eſt æqualis. Igitur angulus exiſtens in b a c ſegmento: æqualis eſt ei qui eſt ad d angulo. A dato igitur circulo a b c,

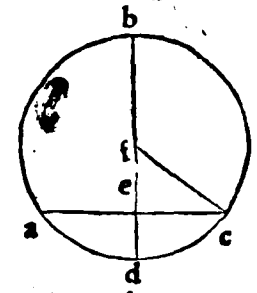
segmentum abscinditur b a c capiens angulum æqualem dato ãgulo rectilineo, quod fecisse oportuit.

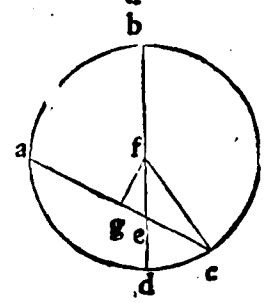
Eucli. ex Camp. Propositio 34.

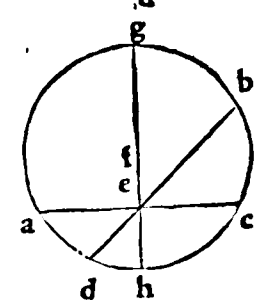
34 SI intra circulum duæ rectæ lineæ seſe inuicem secẽt: quod sub duabus partibus vnius earum procedit/ æquum est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

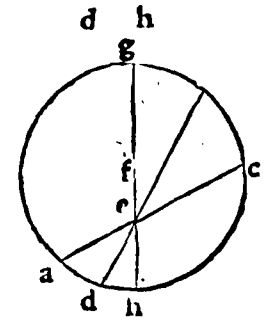
¶¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a c & b d, secantes se in circulo a b c d. super punctum e. Dico ꝙ illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d trãsibunt per centrum circuli: aut altera tantum/ aut neutra. ¶Q; si ambæ trãseant per centrum: erit e centrum circuli/ omnesq; quatuor lineæ æquales. quare liquet propositum. ¶Q; si altera earum tantum transit per centrum: sit illa b d, centrũq; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia: aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia. eritq; per primam partem tertij huius/ secans eam orthogonaliter. Ducatur itaq; linea f c. eritq; per 5 secundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: æquale quadrato lineæ f d. quare & quadrato lineæ f c. ergo per penultimam primi/ & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo vtrinq; quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c. & quia e c est æqualis a e: per 46 primi patet propositũ. ¶Q; si b d transiens per centrum/ secat a c per inæqualia: a centro f ducatur f g perpẽdicularis ad a c. eritq; per secundam partem tertij huius/ a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq; per 5 secundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearũ f g & g e propter id ꝙ angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c. propter quod: per penultimam primi & quadratis duarũ linearũ f g & g c. Dempto ergo vtrinq; quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cũ quadrato lineæ g e: æquale quadrato lineæ g c. sed per 5 secundi/ quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: est æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur vtrinq; quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d: æquale ei quod fit ex a e in e c. quod est propositum. ¶Q; si neutra earũ transit per centrũ/ siue altera diuidat alterã per æqualia siue per inæqualia: producam lineã g f e h diametrum circuli/ transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia vt b d ipsam a c: tunc g h diuidit etiam ac per æqualia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modum huius conclusionis/ quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c. & per tertium modũ huius/ quod fit ex g e in e h: æquũ est ei quod fit ex b e in e d. ergo quod fit ex a e in e c: æquum est ei quod fit ex b e in e d. quod est propositum. ¶At si neutra diuidat alteram per æqualia: erit per tertium modum huius conclusionis/ quod fit ex g e in e h, æquale vtriq; eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare vnum eorũ erit æquale alteri. quod est propositum.







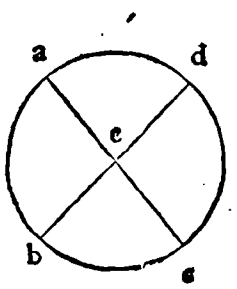


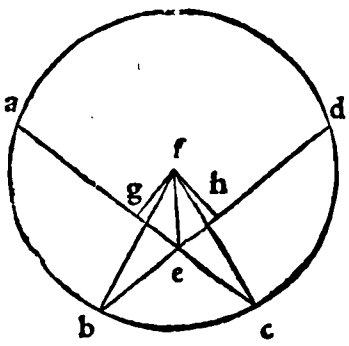


Eucli. ex Zamb. Theorema 29. propositio 35.

35 ¶Si in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint: rectangulum compræhensum sub sectionibus vnius/ æquum est ei quod sub segmentis alterius compræhenditur rectangulo.

¶THEON ex Zamberto. ¶In circulo enim a b c d: duæ rectæ lineæ a c & b d seſe inuicẽ secent in signo e. Dico ꝙ rectangulum compræhensum sub a e & e c: æquum est rectangulo compræhenso sub d e & e b. Si enim a c & b d per centrum sunt/ vt e centrum sit circuli a b c d: manifestum est ꝙ si a e, e c, d e & e b sunt æquales/ rectangulum compræhensum sub a e & e c æquum est ei quod compræhenditur sub d e & e b rectangulo.

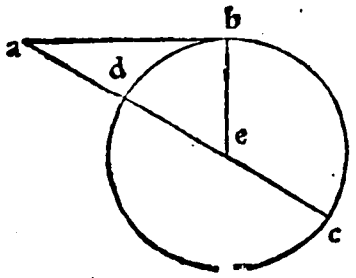




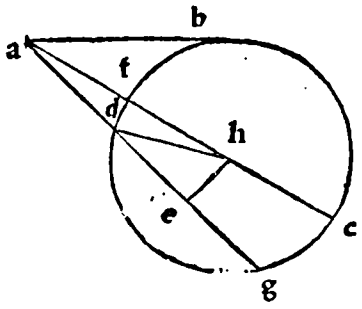
Sint iã a c & d b: nõ extenſæ per centrũ. & ſit centrũ circuli a b c d: ſitq; illud f, per primã tertii. & ab f in a c & d b rectas lineas: excitentur per 12 primi perpẽdiculares f g & f h: & cõnectãtur f b, f c, & f e. Et quoniã per 3 tertii/recta linea quædã per centrum extenſa f g, quandam rectam lineam nõ per centrum tranſeuntem a c ad angulos rectos ſecat: & bifariam eam diſcindit. æqualis igitur eſt a g ipſi g c. Et quoniam recta linea a c diſcinditur in æqualia in g, in inæqualia autẽ in e: rectangulũ igitur cõprehenſũ ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex e g per 5 ſecundi quadrato/ æquum eſt ei quod fit ex g c. Cõmune apponatur id quod fit ex g f. Quod fit igitur ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex e g & g f: æquum eſt eis quæ fiunt ex c g & g f. Sed eis quæ fiunt ex e g & g f: æquum eſt id quod fit ex f e per 47 primi. eis autem quæ fiunt ex c g & g f: æquum eſt id quod fit ex f c per eandẽ. Quod igitur fit ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ex f c. Aequalis autem eſt f c ipſi f b. Ex centro enim in circunferentiam. Quod fit igitur ſub a e & e c vna cum eo quod fit ex e f: æquũ eſt ei quod fit ex f b. Et per hoc quod fit ſub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ex f b. Oſtenſum autem q; id quod fit ſub a e & e c vna cum eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ex f b. Quod fit igitur ſub a e & e c, vna cũ eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ſub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e. Commune auferatur id quod fit ex f e. Reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub a e & e c: æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub d e & e b. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: rectangulum comprehẽſum ſub ſectionibus vnius / æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub ſectionibus alterius. quod demonſtraſſe oportuit.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 35.

SI extra circulum punctus ſignetur/ab eo autem ad circulum alia linea ſecãs/alia contingẽs duæ rectæ lineæ ducantur: quod ſub tota ſecãte atq; parte ſui extrinſeca continetur/æquũ eſt ei quadrato quod ex contingente linea deſcribitur. 35

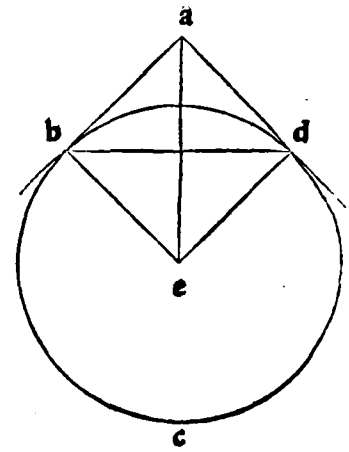


¶CAMPANVS. ¶Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius centrum e. a quo ducantur ad circulum: duæ lineæ a b contingens & a d c ſecans. Dico q; illud quod fit ex a c in d a: æquum eſt quadrato lineæ a b. Aut enim a d c tranſit per centrum: aut non. Tranſeat ergo primo per centrum/quod eſt e: & ducatur linea e b, quæ per 17 huius/perpẽdicularis erit ſuper lineam a b. Et quia linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto e, & eſt ei addita linea d a: erit per ſextã ſecũdi/quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi/æquale quadratis duarum linearum e b & b a, propter id q; angulus b eſt rectus. Dempto ergo vtrinq; quadrato e b: erit quod fit ex c a in a d, æquale quadrato lineæ a b. quod eſt propoſitum. ¶Q; ſi linea a d c non tranſit per centrum: ſumatur a f e g tranſiens per centrũ. & ducantur lineæ e d & e h. & ſit e h: perpendicularis ad a d c. eritq; per 3 huius/d h: æqualis h c. Quia ergo linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto h, & addita ſibi linea a d: erit per 6 ſecundi/quod fit ex c a in a d cum quadrato d h, æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito vtrinq; quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d cũ quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e propter id quod angulus h eſt rectus/ & ideo cum quadrato e f propter id quod e d & e f ſunt æquales: æquale quadratis duarum linearum a h & h e, & ideo per penultimã primi quadrato lineæ a e. Sed per ſextam ſecundi / quod fit ex g a in a f cum quadrato f e, æquale eſt quadrato lineæ a e. Quia ergo vtrunq; eorũ quæ fiunt ex c a in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e eſt æquale quadrato lineæ a e: ipſa erũt inter ſe æqualia. Dempto ergo vtrinq; quadrato lineæ e f: erit quod fit ex



c a in a d, æquale ei quod fit ex g a in a f. Sed id quod fit ex g a in a f: eſt æquale quadrato lineæ a b, per præmiſſum modum huius. Ergo quod fit ex c a in a d: eſt æquale quadrato lineæ a b. Quod eſt propoſitum.

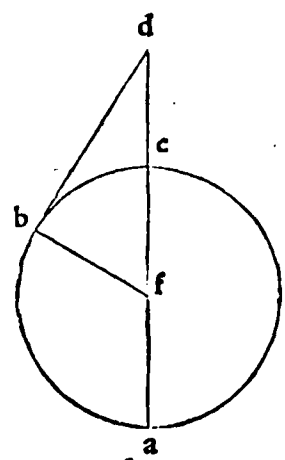
¶ CAMPANI additio. ¶ Et ex hac nota/ꝙ pũcto extra circulum ſignato / ſi ab ipſo ad circulum quotlibet ſecantes lineæ ducantur/rectangula quæ continentur ſub totis & earum portionibus extrinſecis/ adinuicem ſunt æqualia: quoniam omnia ſunt æqualia quadrato lineæ contingentis. ¶ Nota etiam ꝙ ſi a quolibet puncto extra circulum ſignato duæ lineæ contingentes ad circulum ipſum ducantur: ipſæ erũt adinuicem æquales. Erit enim quadratum vtriuſq; earum: æquale ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto ducta in circulum in partem eius extrinſecã. Hoc autem euidẽtius patet per penultimã primi. ¶ Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius centrum e. & ab ipſo a ducantur duæ lineæ a b & a d: contingentes circulum in punctis b, d. Dico ipſas eſſe æquales. Producam enim lineas e a, e b & e d. eritq; per 17 huius/ vterq; angulorum b & d: rectus. Quare per penultimam primi/ quadratũ a e: erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b & b e, ſimiliter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e: ſunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarũ quæ ſunt b e & e d ſunt æqualia: erunt quadrata duarum quæ ſunt a b & a d, æqualia. ergo eſt a b: æqualis a d. quod eſt propoſitum. ¶ Aliter etiam. Ducatur linea b d. eritq; per 5 primi/ ãgulus e b d, æqualis angulo e d b: propter id quod linea e b eſt æqualis lineæ e d. Et quia vterq; duorum angulorum b & d eſt rectus: erit per communem ſcientiam angulus a b d reſiduus/ æqualis angulo a d b reſiduo, per ſextam ergo primi/ eſt linea a b: æqualis lineæ a d.

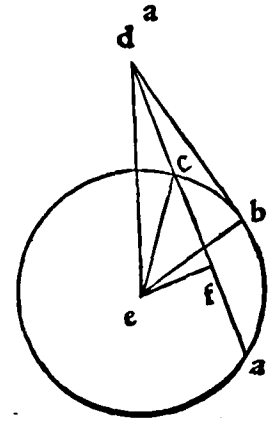


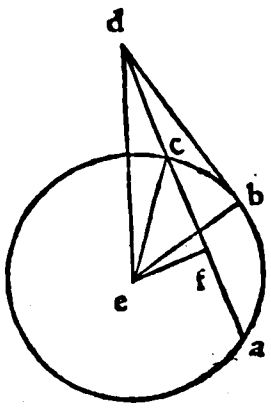
Euclí. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 36.

36 ¶ Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod/ ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ/ & earum altera circulum diſpeſcat altera vero tangat: quod ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam compræhenditur rectangulum/ æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Extra circulum igitur a b c: ſumatur ſignũ aliquod/ ſitq; illud d. & ab ipſo d: in circulum a b c cadant duæ rectæ lineæ d c a & d b. ſecet autem circulum a b c, recta linea d c a: & b d tãgat. Dico ꝙ rectangulum compræhẽſum ſub a d & d c: æquum eſt ei quod fit ex b d quadrato. Recta linea d c a: aut eſt per centrum extenſa / aut non. Sit primum extenſa per centrum. ſitq; per primam tertij/ f: centrum circuli a b c. & coniungatur f b. Angulus igitur f b d: rectus eſt. Et quoniam recta linea a c bifariam diſcinditur in f, adiacetq; ei recta linea c d: quod fit igitur per 6 ſecundi/ ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f c, æquum eſt ei quod fit ex f d. Aequalis autẽ eſt f c: ipſi f b. ex centro enim in circunferentiam. Quod fit igitur ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b; æquum eſt ei quod fit ex f d. Aequum autẽ eſt id quod fit ex f d: eis quæ fiunt ex f b & b d per 47 primi. rectus enim eſt angulus qui eſt ſub f b d. Quod igitur fit ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum eſt eis quæ fiũt ex f b & b d. Commune auferatur id quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit ſub a d & d c: æquũ eſt ei quod fit ex d b tangente. ¶ Sed recta linea d c a: non ſit extenſa per centrum circuli a b c. Sitq; per primã tertij/ e: centrum circuli a b c. & ab e in a c: per 12 primi perpendicularis excitetur e f. & cõnectantur e b, e c, & e d. rectus igitur eſt angulus e f d. Et quoniam recta linea quædam per centrum extenſa e f, per 3 tertii rectã lineam quandam non extenſam per cẽtrum a c ad angulos rectos ſecat: & bifariam eam ſecat. Igitur a f: ipſi f c eſt æqualis. Et quoniam recta linea a c bifariam diuiditur in f ſigno adiacet autem ei c d: quod igitur fit



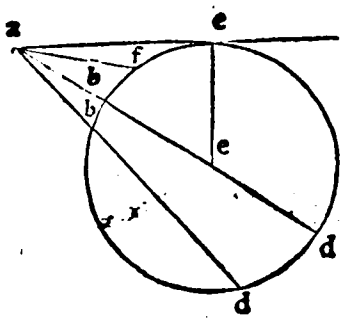




ſub a d & d c vna cum eo quod fit ſub f c, æquũ eſt ei quod fit ex f d per 6 ſecundi. Commune apponatur quod fit ex f e. Quod igitur fit ſub d a & d c vna cum eis quæ fiunt ex c f & f e: æqualia ſunt eis quæ fiunt ex f d & f e. Eis autem quæ fiunt ex f d & f e: æquum eſt id quod fit ex e d per 47 primi. angulus namq; qui eſt ſub e f d: rectus eſt. Eis vero quæ fiunt ex c f & f e: per eandem æquum eſt id quod fit ex c e. Quod igitur fit ſub a d & d e vna cum eo quod fit exe c: æquum eſt eſt ei quod fit ex e d. Aequalis autem eſt e c ipſi e b. ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur fit ſub a d & d c vna cũ eo quod fit ex e b: æquum eſt ei quod fit ex e d. Et autem quod fit ex e d: per 47 primi æqualia ſunt quæ fiunt ex e b & b d. angulus enim qui ſub e b d: rectus eſt. Quod igitur fit ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex e b: æquum eſt eis quæ fiunt ex e b & b d. Cõmune auferatur quod fit ex e b. reliquum igitur quod fit ſub a d & d c: æquum eſt ei quod fit ex d b. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod: & quæ ſequuntur reliqua. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 36.

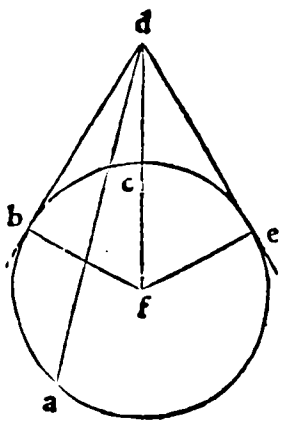
SI fuerit pũctus extra circulum ſignatus a quo duę lineæ ad circunferentiam ducãtur altera ſecans altera circunferentiæ applicata/ fueritq; quod ex ductu totius ſecantis in partẽ ſui extrinſecam æquum ei quod ex ductu applicatę in ſeipſam fit: erit lineæ applicata ex neceſſitate circulum contingens. 36



¶CAMPANVS. ¶Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius centrum e, a quo ducantur ad circulum linea a b d ſecans ipſum/& linea a c applicata circunferentiæ; & eſto vt quod ſit ex d a in a b, ſit æquale quadrato a c. Dico lineam a c: eſſe contingentem. Et eſt hæc: conuerſa prioris. Si enim non eſt contingens: ſit ergo contingens linea a f. eritq; per præmiſſum quod fit ex d a in a b: æquale quadrato lineæ a f. quare quadratũ lineæ a f: eſt ęquale quadrato lineæ a c, ergo a c: eſt æqualis a f. quod eſt impoſſibile per 8 huius. Erit ergo a c: cõtingẽs. quod eſt propoſitũ. ¶Idẽ oſtẽſiue probabitur. Maneat prior diſpoſitio & hypotheſis. Et ſi linea a b d trãſit per cẽtrũ: ducatur linea c e. eritq; per 6 ſecũdi/ quod fit ex d a in a b cũ quadrato e b, & ideo cum quadrato e c: ęquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b: poſitum eſt æquale quadrato a c. ergo quadratum a c cum quadrato c e: eſt æquale quadrato a e. ergo per vltimam primi/ ãgulus c eſt rectus. Ergo per correlarium 15 huius/ linea a c: eſt cõtingens circulum. quod eſt propoſitum. ¶Si autem a b d non tranſit per centrum: ducatur a puncto a, linea tranſiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partẽ extrinſecam/ eſt æquale ei quod fit ex d a in a b per præmiſſum: ipſum erit æquale quadraro lineæ a c. quare vt prius a c: erit contingens circulum.

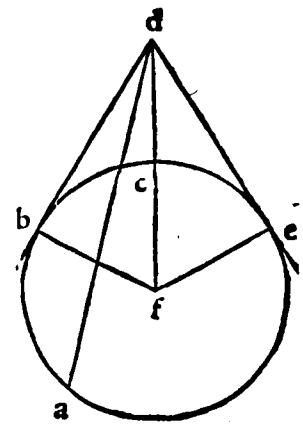
Eucli. ex Zamb. Theo. 31. prop. 37. Cõuerſa præcedentis.

¶Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod/ & ab eo ſigno in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint/ & earum altera circulum ſecet altera vero cadat/ ſit autem quod fit ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget. 37



¶THEON ex Zamberto. ¶Extra circulũ igitur a b c: ſumatur ſignum ſitq; illud d. & ab ipſo d: in circulum a b c incidant duæ rectæ lineæ d c a & d b. & d c a quidem circulum ſecet: & d b incidat. Sit autem quod fit ſub a d & d c: æquum ei quod fit ex d b. Dico q; d b: ipſum tangit circulum a b c. Excitetur enim per 17 tertij recta linea contingens circulum a b c: ſitq; illa d e. Sitq; per primam eiuſdem/ f: centrum circuli a b c. et

connectantur f e, f b, & f d. Angulus igitur f e d rectus eſt. Et quoniã recta linea d e ipſum circulum a b c tangit/ & recta linea d c a ſecat: quod ſit igitur ſub a d & d c, æquum eſt ei quod fit ex d e per præcedentẽ. Recipitur autẽ q; id quod fit ſub a d & d c æquũ ſit ei quod fit ex d b. Quod igitur fit ex d e: æquum eſt ei quod fit ex d b. Aequalis igitur eſt d e: ipſi d b. Eſt autem & f e: æqualis ipſi f b. ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam d e & e f: duabus d b & b f ſutnæquales. & baſis earum communis eſt f d. Angulus igitur d e f: per 8 primi/ãgulo d b f eſt æqualis. Rectus autẽ eſt angulus d e f. rectus igitur eſt/& qui ſub d b f. Et f b eiecta: dimetiens eſt. quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit per 16 tertij. Recta linea igitur d b: circulũ a b c tangit. Similiterq; oſtendetur: ſi centrum ſuper a c contingat. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod: & reliqua quæ ſequuntur. quod demonſtraſſe oportuit.



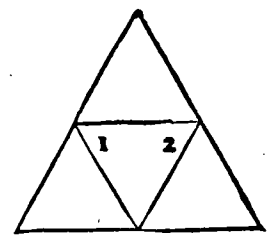
¶EVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum tertij libri FINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber quartus.

EX Campano. Diffinitiones.

1 Figura intra figuram dicitur inſcribi quãdo ea quæ inſcribitur eius in qua inſcribitur latera vno quoq; ſuorum angulorũ ab interiore parte contingit.

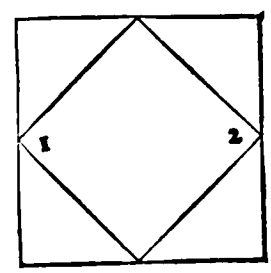
2 ¶Circunſcribi vero figura figuræ perhibetur: quoties ea quidem figura/ eius cui circunſcribitus omnibus omnes angulos contingit.

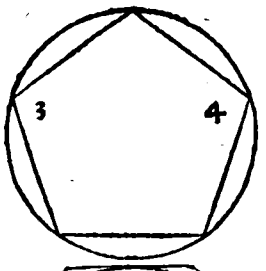


EX Zamberto. Diffinitiones.

1 Figura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitur: quãdo vnuſquiſq; inſcriptæ figuræ ãgulus/ vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur tangit.

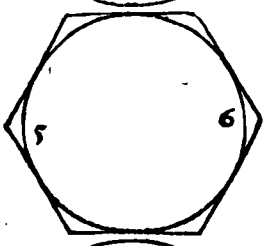
2 ¶Figura autem ſimiliter circa figurã deſcribi dicitur: quando vnumquodq; latus circunſcriptæ/ vnũquenq; angulum eius circum quem deſcribitur tangit.





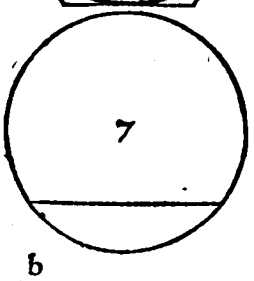
¶Figura rectilínea in circulo deſcribí dicitur: quando vnuſquiſq; angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 3

¶Circulus vero circa figuram rectilíneam deſcribi dicitur: quando circuli circunferentia vnumquẽq; eius circum quã deſcribitur angulum tangit. 4



¶Circulus autem in figura rectilínea deſcribí dicitur: quando circuli circunferentia vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur tangit. 5

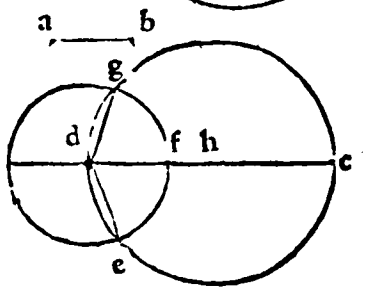
¶Figura vero rectilínea circa circulum deſcribí dicitur: quãdo vnumquodq; latus circunſcriptæ circuli circunferentiã tangit. 6



¶Recta línea in circulo congruere dícitur: quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt. 7

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

INtra datum círculum: datæ lineæ rectæ quæ diametro minime maior exiſtat æquam rectã lineam coaptare. 1

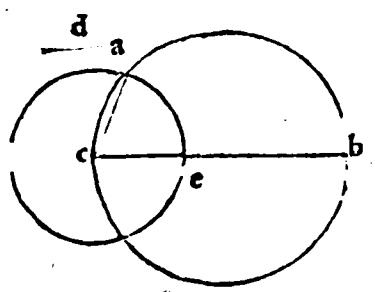


¶CAMPANVS. ¶Sít linea data a b, círculuſq; datus c d e cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b. volo intra datum circulum: coaptare lineam æqualem a b. quæ ſi fuerit æqualis diametro: conſtat propoſitum. Si autem minor: ex diametro ſumatur d f: et æqualis. & ſuper punctum d ſecundum quantitatem lineæ d f: deſcribatur circulus f e g, ſecans datum circulum in punctis g & e. ad alterum quorum: ducatur linea a puncto d, vt d e vel d g. eritq; vtralibet earum æqualis lineæ a b, eo q; vtraq; earum eſt æqualis lineæ d f per diffinitionem circuli. quare habemus propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. propoſitio 1.

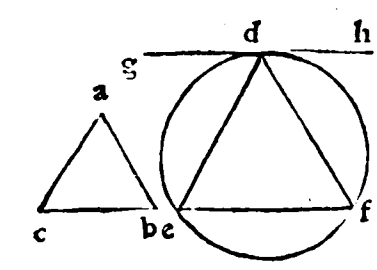
¶In dato círculo / datæ rectæ lineæ minime maiori círculí diametro exiſtentí: æqualem rectam lineam coaptare. 1

¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto datus circulus a b c. data vero recta línea non maior circuli diametro: eſto d. oportet iam in dato circulo a b c: ipſi d rectæ lineæ æqualem rectam líneam coaptare. Excitetur circuli a b c, dimetiẽs: ſitq; b c. Si b c æqualis eſt ipſi d: iam factum eſt id quod proponitur. in dato enim círculo a b c, coaptatur recta linea b c: æqualis ipſi d. Si autem maior eſt b c, ipſa d: ponatur per 2 primi / ipſi d æqualis c e. Et cẽtro quidem c, ſpacio vero c e: per 3 poſtulatum / circulus deſcribatur e a f. & connectatur c a. Quoniam igitur centrum circuli e a f, eſt ſignum c: per 15 diffinitionẽ primi / æqualis eſt c a ipſi c e. Sed ipſi d: æqualis eſt ipſa c e. Igitur per primã cõmunem ſententiam & d: æqualis eſt ipſi a c. In dato circulo igitur a b c, datæ rectæ lineæ d: æqualis aptatur c a. quod oportebat facere.



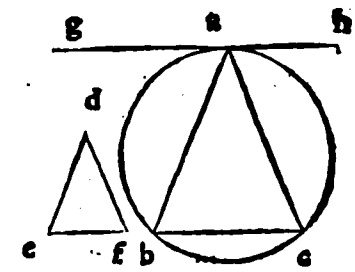
Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

INtra aſſignatũ círculum: triangulum triangulo aſſignato æquiangulum collocare. 2



¶CAMPANVS. ¶Sit aſſignatus triãgulus a b c: aſſignatuſq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum: collocare vnũ triangulum æquiangulũ triangulo a b c. æquilaterum enim non eſt neceſſariume ſſe: ſed eſt poſſibile. Produco g d h: cõtingẽtem circulum in puncto d. ſuper quem facio angulũ h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c: & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & produco linea e f, eritq; per 31 tertij / ãgulus e, æqualis ãgulo c; quia vterq;

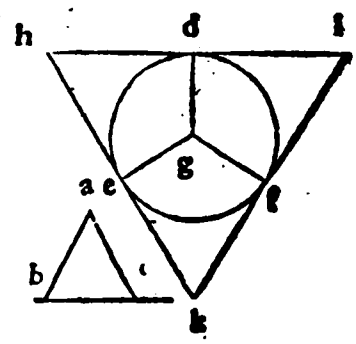
eſt æqualis angulo h d f.c quidem:per poſitionem.e vero:per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f:æqualis angulo b.quare per 32 primi/d tertius:erit æqualis a,tertio.quare habemus propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Problema 2.propoſitio 2.

2 ¶In dato circulo : dato triangulo æquiangulum triangulum deſcribere.

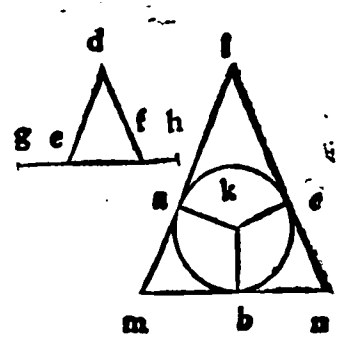
¶THEON ex Zamb. ¶ Sit datus orbis a b c : datũ autem triangulũ d e f.oportet iam in dato circulo a b c:ipſi d e f triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Excitetur inquã per 17 tertij/recta linea tangens ipſum orbẽ a b c,ſitq; g a h:& tangat in a.& cõſtituatur per 23 primi/ad rectam lineã a h & ad ſignum in ea a:ei angulo qui eſt ſub d e f æqualis angulus h a c.ad rectã vero lineã a g & ad ſignũ in ea a:ei qui eſt ſub d f e angulo:æqualis angulus g a b, per eandem.& conũgantur b c. Quoniã circulum a b c tangit quædam recta linea g a h,& ab a contactu in circulum ducitur recta linea a c:angulus igitur qui eſt ſub h a c, per 32 tertij/æqualis eſt ei qui ſub alterno eſt circuli ſegmento/a b c angulo. Sed ãgulus h a c:ei qui eſt ſub d e f, eſt æqualis.ãgulus igitur a b c:ei q ſub d e f eſt ãgulo eſt æqualis.Et per hoc/angulus a c b:ei q eſt ſub d f e angulo/eſt æqualis.Et reliquus igitur angulus b a c:reliquo e d f eſt æqualis.Aequiãgulum igitur eſt triangulũ a b c, ipſi d e f triangulo:& deſcribitur in dato circulo a b c.In dato igitur circulo:dato triangulo æquiangulum triangulum deſcribitur.quod facere oportebat,



Eucli.ex Camp. Propoſitio 3.

3 CIrca aſſignatum circulum:aſſignato triangulo triangulum æquiangulum deſcribere.

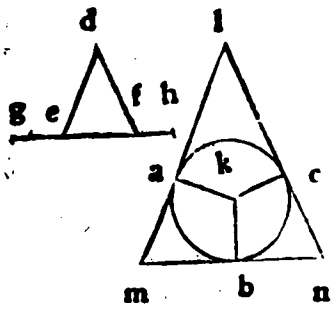
¶CAMP. ¶Sint vt prius/aſſignatus triãgulus a b c:aſſignatuſq; circulus d e f,cuius cẽtrũ g.circa hũc circulũ: volo deſcribere vnũ triangulũ æqangulũ triangulo a b c. æqlaterũ eni nõ eſt neceſſariũ:ſed ẽ poſſibile. Producã baſin b c in vtrãq; partẽ: vt fiãt duo ãguli extriſeci.& a cẽtro g: ꝓducã lineã g d ad circũferẽtiã.& cõſtituã ãgulũ d g e,ducta linea g e:æqualẽ ãgulo b extriſeco.& d g f, ducta linea g f:æqualẽ c extrinſeco.& a pũctis d,e,f, producã in vtrãq; partẽ lineas orthogonaliter:q̃ p correlariũ 15 tertij/erũt cõtigẽtes circulũ.quas protrahã quouſq; cõcurrant in punctis h,k,l. Neceſſe eſt enim ipſas cõcurrere.cũ eni vterq; ãgulorũ q ſũt ad d,& vterq; eorũ q ſũt ad e,ſit rect9: ſi itelligatur protrahi linea d e, erũt duo ãguli q ſunt ad partẽ h minores duobus rectis.quare p penultimã petitionẽ/in partẽ illã protractę:cõcurrent lineæ l d h,k e h. Eadẽ rõne cõcurrẽt duæ lineę h d l,k f l:cũ vterq; angulorũ q ſũt ad f,ſit etiã rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g, duo anguli d & e ſũt recti:erũt duo anguli g & h æquales duob9 rectis.cuiuſlibet eni quadrilateri quatuor anguli:ſũt æquales quatuor rectis:vt mõſtratũ ẽ ſupra 32 primi. Et qa duo anguli b intriſec9 & extriſec9 ſũt ſimiliter æquales duob9 rectis p 13 primi/at vero b extriſec9 poſitus ẽ ęq̃lis d g e: erit itrinſec9 h, ęqualis h. Simili quoq; rõne erit c itrinſec9:æqualis l. Et qa duo anguli b & c intriſeci ſũt minores duob9 rectis p 17 primi:erũt ſimiliter duo anguli h & l minores duob9 rectis.quare p penultimã petitionẽ/duę lineę h e & l f. protractę:cõcurrẽt i pũcto k.fierq; triãgul9 h k l. & quia angul9 h ẽ æqualis angulo b intriſeco/& angul9 l angulo c intriſeco:erit p 32 primi/angul9 k æqualis angulo a.quare habem9 propoſitũ.



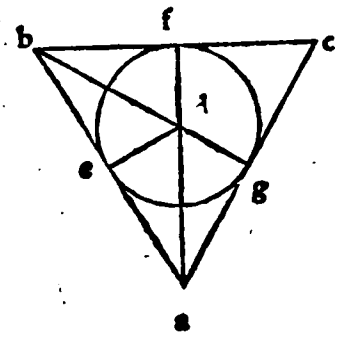
Eucli.ex Zamb. Problema 3.propoſitio 3.

3 ¶Circa datum circulum:dato triangulo ęquiangulum triãgulum deſcribere.

¶THEON ex Zamberto, ¶Sit datus circulus a b c: datum autem triangulum ſit d e f.oportet circa a b c circulum: ipſi d e f triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Extendatur ę fex vtraq; parte: in g,h,ſigna. Et ſumatur per primam tertij/centrum circuli a b c:ſitq;



illud k. Et ducatur vtcumq; recta linea k b. Et conſtituatur per 23 primi/ ad k b rectã lineam, ad ſignumq; in ea k: angulo qui eſt ſub d e g, ęqualis angulus b k a. angulo autem d f h: æqualis angulus b k c. Et per ſigna a, b, c, per 17 tertij/excitentur rectę lineæ tangentes circulum a b c: ſintq; l a m, m b n, n c l. Et quoniam rectæ lineæ l m, m n, & n l tangunt circulum a b c in ſignis a, b, c, & a centro k in a, b, c, ſigna coniunctę ſunt k a, k b, & k c: anguli igitur qui ſunt ad ſigna a, b, c, recti ſunt. Et quoniam quadrilateri a m b k, quatuor anguli quatuor rectis ſunt æquales/ & quoniam quadrilaterum a m b k in duo triangula diuiditur quorum anguli k a m & k b m duo recti ſunt: reliqui igitur ãguli a k b & a m b duobus rectis ſunt æquales. Anguli autem d e g & d e f: per 13 primi/ duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur a k b & a m b, anguli d e g & d e f ſunt æquales. quorum angulus a k b: angulo d e g eſt æqualis. reliquus igitur angulus a m b: reliquo angulo d e f eſt æqualis. Similiter quoq; oſtendetur: q & angulus l n m angulo d f e eſt æqualis. & reliquus igitur angulus m l n: reliquo ãgulo e d f eſt æqualis. æqãgulũ igitur eſt triãgulũ l m n ipſi d e f triãgulo: & deſcribitur circa circulũ a b c. Circa circulũ igitur datum: dato triangulo æquiangulũ deſcriptũ eſt. quod facere oportebat.

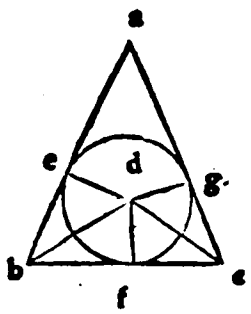


Euclı. ex Camp. Propoſitio 4.

INtra datum triangulum: circulum deſcribere. 4

¶ CAMPANVS. ¶ Sit aſſignatus triangulus a b c. Volo intra ipſum: circulum deſcribere. Hæc eſt quaſi conuerſa ſecundę. Diuido enim duos eius angulos a & b: per æqualia. a quidem: ducta linea a d. b vero: ducta linea b d. quæ concurrent in puncto d: a quo ducã perpendiculares ad tria latera ipſius trianguli. d e quidem: ad a b. d f: ad b c. & d g: ad a c. Et quia duorum triãgulorum e a d & g a d, angulus a vnius/ eſt æqualis angulo a alterius/ & vterq; angulorum e & g rectus/ & latus a d cõmune: erit per 26 primi/ linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cum duorum triangulorum e b d & f b d angulus b vnius/ ſit æqualis angulo b alterius/ & vterq; angulorum e & f rectus/ latus quoq; d b commune: erit per eandem/ linea e d æqualis lineæ d f. quare tres lineæ d e, d f, d g: ſunt æquales. Poſito ergo cẽtro in d, deſcriptus circulus ſecũdũ quãtitatẽ vnius earũ: trãſibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et qa p correlariũ 15 tertij/ vnaq; linearũ a b, b c, c a, erit cõtingẽs circulũ: patet pfectũ eſſe propoſitũ.

Euclı. ex Zamb. Problema 4. propoſitio 4.



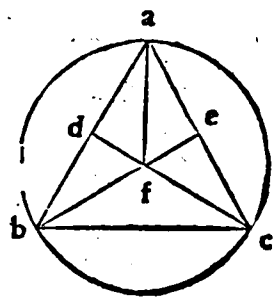
¶ In dato triangulo: circulum deſcribere. 4

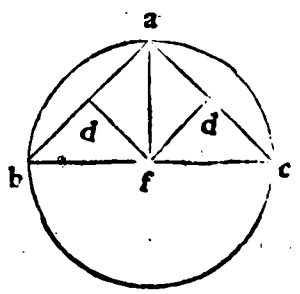
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datum triãgulum a b c. oportet iam in triãgulo a b c: circulũ deſcribere. Secẽtur p 9 primi/ ãguli a b c & a c b bifariã: ſub rectis lineis b d & c d q̃ cõcurrãt adnuicẽ ſigno d. Excitenq; p 12 primi/ ab ipſo d, in ipſas a b, b c, & c a rectas lineas: perpẽdiculares d e, d f & d g. Et qm̃ ęqualis ẽ ãgulus a b d ãgulo c b d, & ãgulus b e d rectus ęqualis eſt ãgulo b f d recto: duo iã triãgula ſũt e b d, ſ b d, duos ãgulos duobus ãgulis habẽtia ęquales/ & vnũ latus vni lateri ęquale expliterũ ſub vno ęqliũ ãgulorũ eorũ/ cõe autẽ b d. & reliqua igit latera per 26 primi/ reliqs lateribꝰ ęqlia habebũt. ęqualis igit ẽ d e: ipſi d f. & p hoc iã & d g: ipſi d f ẽ ęqualis. quare & d e ipſi d g ẽ ęqualis. tres igit d e, d f & d g: ſibi inuicẽ ſũt ęquales per primã cõmunẽ ſententiã. Cẽtro igit d, ſpatio vero aut d e aut d f aut d g, circulus deſcriptus: per reliqua ſigna trãſiet. & tãget rectas lineas a b, b c & c a: qm̃ ãgulii e, f, g, ſignis exiſtẽtes/ recti ſũt. Si enĩ eas ſecat: erit ab extremitate diametri circuli ad ãgulos rectos excitata/ i circulũ cadẽs. qd eſſe ipoſſibile: patuit p 16 tertij. Circulus igitur deſcriptus cẽtro d, ſpatio vero aut d e aut d f aut d g: rectas lineas a b, b c & c a non ſecat. tanget igitur eas per correlarium eiuſdem. & erit circulus deſcriptus in triangulo a b c. In dato triangulo igitur a b c: circulus deſcriptus eſt e f g. Quod facere oportebat.

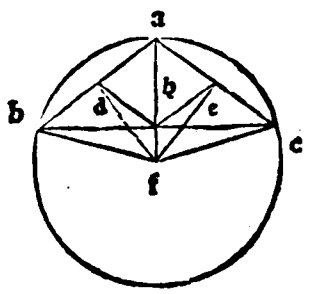
Eucli.ex Camp. Propoſitio 5

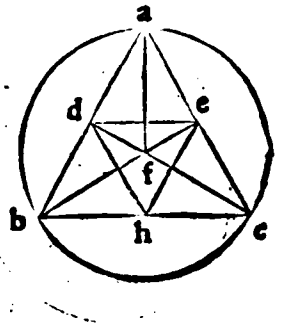
5 CIrca trigonum aſſignatum/ ſiue illud ſit orthogonium/ſiue amblygonium/ſiue oxygonium:circulum deſcribere.

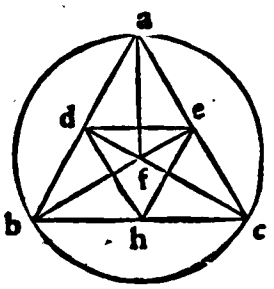
CAMPANVS. Sit trigonus aſſignatus a b c. Volo circa ipſũ:deſcribere circulũ. Hęc eſt quaſi conuerſa tertię. Diuido duo eius latera a b & a c:per æqualia.a b qdẽ:in pũcto d.& a c:i pũcto e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c:quas protraho quouſq; concurrant in puncto f.ſintq; d f & e f. Concurrent enim.quoniam cum vterq; angulorũ d & e ſit rectus/ſi intelligatur protrahi linea d e:fient duo anguli ad partem in quam prohahunt/minores duobus rectis. quare concurrent per penultimam petitionem. igitur a puncto f qui eſt punctus concurſus/quem dico eſſe centrum circuli quæſiti/ protraho lineas ad ſingulos angulos:quæ ſunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f ſunt æqualia duobus lateribus b d & d f triangu li b d f, & angulus d vnius angulo d alterius/quia vterq; rectus:erit per 4 primi f a æqlis f b. Eadẽ ratione erit f a æqlis f c:cõparatis lateribus angulis duorum triangulorum a c f & c e f. ergo per 9 tertij/punctum f: erit centrum circuli:quæſiti. Hæc eſt vniuerſalis demonſtratio ad omnes ſpecies trigoni. Quia tamen auctor videtur velle medium variare diſtinguendo inter orthogonium/amblygonium & oxygonium:de quolibet eorum ſigillatim eſt demonſtrandum. Sit ergo trigonus propoſitus orthogonius:ſitq; angulus a, rectus. Latus b c a reſpiciens hunc angulum rectum/diuido per æqualia in f:a quo puncto quem dico eſſe centrum circuli/ad medium punctum vtriuſq; duorum reliquorum laterum qui ſit d, duco lineã f d. Et quia linea f d diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia:ipſa erit æquidiſtans tertio/videlicet lineæ a c. hoc enim demonſtratum eſt: ſupra 39 primi. Et quia angulus a poſitus eſt rectus:erit per ſecundam partem & per tertiam 29 primi/ vterq; angulorum qui ſunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a. eritq; per 4. primi/linea a f æqualis lineæ b f:comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, b d f. Et quia linea b f eſt æqualis lineæ c f:erunt tres lineæ b f, a f, c f adinuicem æquales. quare per 9 tertij/ erit f:centrum circuli quæſiti. Sit rurſus trigonus a b c, amblygonius: ſitq; angulus a, obtuſus. Latus b c reſpiciens hunc angulum obtuſum/ diuido per æqualia in puncto h:a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum/quæ ſunt d & e: duco lineas h d & h e. eritq; d h æquidiſtans a c, & e h æquidiſtans a b: propter id quod demonſtratum eſt/ſupra 39 primi. videlicet q̃ linea ſecans duo latera alicuius trianguli per æqualia:tertio eſt æquidiſtans. quare per ſecundam partem 29 primi/eritvterq; duorũ angulorũ b d h & c e h:æqualis angulo a. & ideo vterq; obtuſus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, et e f ad lineam a c, quouſq; concurrant in puncto f quem dico eſſe centrum circuli(manifeſtum eſt enim eas concurrere:propter cauſam prius dictam) ſecabit vtraq; earum/ lineam b c quæ reſpicit obtuſum/& concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui eſt punctus cõcurſus earum/produco lineas f a, f b, f c:quæ per 4 primi bis aſſumptam erunt æquales/comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f. quare per 9 tertij/f eſt centrum circuli quæſiti. Eſto iterum vt trigonus a b c: ſit oxygonius. Diuiſis omnibus eius lateribus per æqualia/ videlicet latere a b in puncto d, et latere a c in puncto e, & b c in puncto h:protraho lineas d e, d h & e h. eritq; d h æquidiſtans a c, & e b ipſi a b: propter id quod demonſtratum eſt/ ſuper trigeſimãnonã primi. quare per ſecundam partem 29 primi/





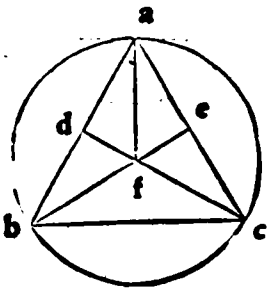






vterq; angulorum b d h, c e h erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineã a b, & e f ad lineam a c: manifestum est eas concurrere intra triangulũ a b c. sitq; punctus concursus/ f: quem dico esse centrum circuli. produco enim lineas f a, f b, f c: quę per 4 primi bis assumptam vt prius/ erunt æquales. quare per 9 tertij/ erit f: centrum circuli quæsiti.

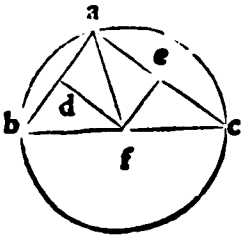
¶ CORRELARIVM. ¶ Per prædicta patet/ q; si triãgulus fuerit orthogonius: centrum circuli circunscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius: centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius: cadet intra triangulum.

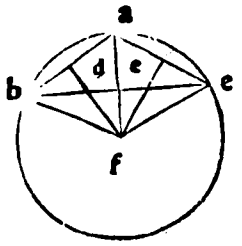


Eucli. ex Zamb. Problema 5. propositio 5.

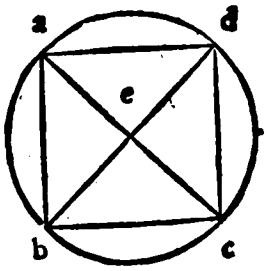
¶ Circa datum triangulum: circulum describere. 5

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit datum triangulum a b c. oportet iam circa datum triangulum a b c: circulum describere. Secẽtur enim per 10 primi/ a b & a c rectę lineæ bifariam: in d & e signis. & ab ipsis d, e, signis: ipsis a b & a c per 11 primi ad angulos rectos excitentur d f & e f. Concurrunt autem: aut intra ipsum triãgulũ a b c, aut in ipsa recta linea b c, aut extra rectam lineam b c. Concurrant igitur primũ intra ipsum triangulum: in f signo. connectanturq; per primum postulatum: f b, f c & f a. Et quoniam æqualis est a d ipsi d b, cõmunis autem d f & ad angulos rectos: basis igitur a f per 4 primi/ basi f b est æqualis. Similiter iam ostendemus: q; & c f ipsi a f est æqualis. quare f b: ipsi f c est æqualis. Tres igitur f a, f b & f c: sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f, spatio vero aut f a aut f b aut f c, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit circulus descriptus circa triangulum a b c. describatur iam sicut a b c. ¶ Sed rectæ lineę d f & e f: concurrant super b c recta linea in signo f, sicut secũda habet descriptio. & connectatur a f. similiter quoq; ostendemus q; f signum: centrũ est circuli descripti circa a b c triangulum. ¶ Sed iam d f & e f rectæ lineæ: concurrant extra ipsum triangulum a b c in signo f. Rursus sicut habet tertia descriptio: coniũgãtur a f, f b & f c rectæ lineæ. & quoniam rursus æqualis est a d ipsi d b, cõmunis autem d f: basis igitur a f per 4 primi/ basi b f est æqualis. Similiter quoq; ostẽdemus: q; & c f ipsi a f est æqualis. Centro rursus igitur f, spatio vero aut f a, aut f b aut f c, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit descriptus circa a b c triãgulum. describatur sicut a b c. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est. quod facere oportebat.





¶ CORRELARIVM. ¶ Et manifestum est q; quando introrsum trianguli/ cadit centrum circuli: angulus b a c existens in maiori circuli segmẽto/ recto minor est. Quando autem in b c rectam lineam: in semicirculo existens angulus/ rectus est. Quãdo vero extra ipsam b c rectam lineam/ centrum cadit: angulus b a c existens in minore circuli segmento / recto maior est. Quare & quando minor recto contingit datus angulus: introrsum ipsius trianguli concurrunt d f & e f rectæ lineæ. Quando autem rectus: super b c. Quando vero maior recto: extra ipsam b c. quod facisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 6.

INtra datum circulum: quadratum describere. 6

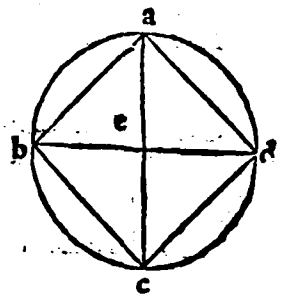
¶ CAMPANVS ¶ Sit datus circulus a b c d: cuius centrũ e. volo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d: secantes se orthogonaliter supra centrum e. quarum extremitates cõiungo: protractis lineis

a b,b c,c d,& d a,quas dico continere quadratum quæſitum. ipſe enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter aſſumptam: propter id quod quatuor lineæ e a,e b,e c,& e d ſunt æquales/& quatuor anguli qui ſunt ad e,recti. ſed vnuſquiſq; quatuor angulorũ a,b,c,& d eſt rectus/per primam partem 30 tertij: propter id quod quilibet eorum eſt in ſemicirculo. erit igitur a b c d: quadratum per diffinitionem. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 6. propoſitio 6.

6 ¶In dato circulo: quadratum deſcribere.

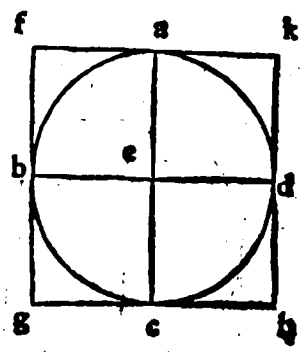
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d. oportet iam in circulo a b c d: quadratum deſcribere. Excitentur enim ipſius circuli a b c d, diametri ad angulos rectos adinuicem: ſintq; a c & b d. et coniungãtur a b, b c, c d, & d a. Et quoniam æqualis eſt b e ipſi e d per diffinitionẽ 15 primi/centrum vero eſt e, cõmunis autẽ et ad angulos rectos e a: baſis igitur a b, per 4 primi baſi a d eſt æqualis. et per hoc/iam vtraq; ipſarum b c & c d: vtriq; ipſarum a b & a d eſt æqualis. æquilaterum igitur: eſt quadrilaterum a b c d. Dico etiam q; & rectangulum. quoniam enim recta linea b d, dimetiens eſt circuli a b c d: ſemicirculus igitur eſt b a d. rectus igitur eſt ãgulus b a d: per 31 tertij/& per hoc iam & vnuſquiſq; angulorum contentorum ſub a b c, b c d, & c d a: rectus eſt. Rectangulum igitur: eſt quadrilaterum a b c d. oſtenſum autem eſt q; & æquilaterũ. quadratum igitur eſt: per 27 diffinitionem primi. et deſcribitur in circulo a b c d. quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

7 CIrca propoſitũ circulum: quadratum deſcribere.

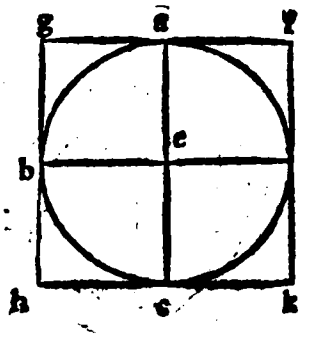
¶CAMP. ¶Sit propoſitus circulus a b c d: cuius centrum e. volo circa ipſum: deſcribere quadratũ. Protraho in ipſo duas diametros a c et b d: ſecantes ſe orthogonaliter ſuper centrum e. a quarum extremitatibus duco in vtramq; partẽ lineas orthogonaliter: quouſq; quælibet earũ concurrat cũ duabus lateralibus. ſintq; puncta cõcurſus earum: f, g, h, k. eritq; per correlarium 15 tertij/vterq; angulorum qui ſunt ad vnumquemq; quatuor punctorum, a, b, c, d: rectus. quia ergo in quadrilatero a f b e tres ãguli a, b & e ſunt recti: erit quartus angulus qui eſt f, rectus. habet enim quodlibet quadrilaterum/quatuor angulos æquales quatuor rectis: vt demonſtratum eſt/ſupra 32 primi. Eadem ratione quilibet angulorum g, h, & k: erit rectus. ergo per ſecundam partem 28 primi/duæ lineæ f g & k h, itemq; duæ f k et g h: ſunt æqdiſtãtes. ergo per 34 primi/f k eſt æqualis g h: et f g ipſi k h. Et quia per eãdẽ/f k eſt æqualis b d, et f g ipſi a c, at vero b d eſt æqualis a c: erũt quatuor lineæ f k, g h, f g, et k h, æquales. Sed & quatuor anguli f, g, k, h ſunt recti: vt probatum eſt prius. ergo f g k h eſt quadratũ per diffinitionem. Quod eſt propoſitum.

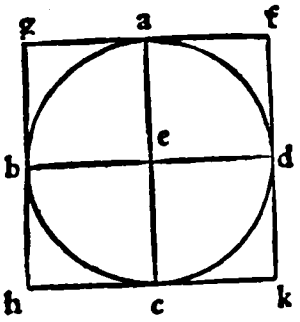


Eucli. ex Zamb. Problema 7. propoſitio 7.

7 ¶Circa datum circulum: quadratum deſcribere.

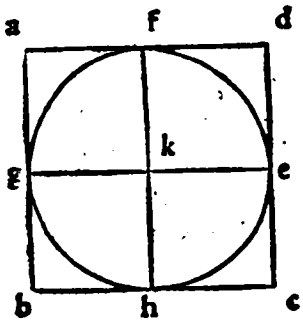
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d. Oportet iam circa ipſum a b c d circulum: quadratum deſcribere. Excitentur ipſius circuli a b c d, duæ diametri ad angulos rectos adinuicem/ſintq; a c et b d: et per ſigna a, b, c, d, excitentur per 17 tertij/rectæ lineæ tangentes circulum a b c d, ſintq; f g, g h, h k, et k f. Quoniam igitur recta linea f g, ipſũ circulum a b c d tangit in ſigno a, & ab e centro in ipſum a contactũ coniungitur recta linea e a: anguli igitur qui ſunt ad a, ſunt recti per 18 eiuſdem. & ob id iam et anguli qui ad b, c, d, ſigna: ſunt recti. Et quoniam angulus a e b rectus eſt/& angulus qui ſub e b g quoq; rectus eſt: parallelus igitur ẽ g h ipſi a c per 28 primi. & ob id quoq;, a c ipſi f k parallelus eſt. Similiter quoq; iam oſtendemus: q; & vtraq; ipſarum g f & h k, ipſi b e d parallelus eſt. parallelogrãma igitur ſunt g d, g c, a k, f b, & b k. æqualis igitur eſt g f ipſi h k: & g h ipſi f k per 34 primi. Et qm





æqualis eſt a c ipſi b d, ſed a c vtriq; ipſarum g h & f k eſt æqualis/& b d vtriſq; ipſarum g f & h k eſt æqualis: vtraq; igitur ipſarum g h & f k, vtriq; ipſarum g f & h k eſt æqualis. æquilaterum igitur eſt: f g h k quadrilaterum. Dico q; & rectangulum. Quoniam parallelogrammum eſt g b e a, & angulus a e b rectus eſt: rectus igitur eſt & qui ſub a g b eſt ãgulus/ per 34. primi. ſimiliter quoq; oſtendemus q; & qui ad h, k, f, anguli conſiſtunt: recti ſunt. Rectangulũ igitur eſt. & circa a b c d circuculum: deſcriptum eſt. Circa datum igitur circulum: quadratũ deſcribitur. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.



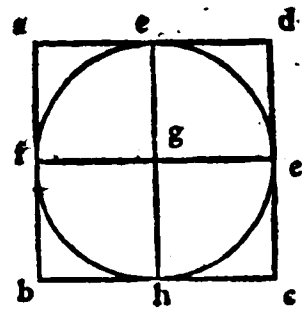
INtra quadratũ aſſignatum: circulum deſcribere. 8

¶ CAMPANVS. ¶ Sit quadratum aſſignatum a b c d. Volo intra ipſum: deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi cõuerſa 6. Diuido vnumquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in pũcto f, b a in puncto g, c b in pũcto h, & d c in pũcto e. & produco lineas e g & f h, ſecantes ſe in puncto k: quem dico eſſe centrum circuli. erit enim f h æquidiſtans & æqualis a b, per 33 primi: propter id quod a f & b h ſunt æquales & æquidiſtantes. Similiter per eandem & d c ipſi a b. & quia omnes medietates quatuor laterum ipſius quadrati ſunt adinuicem æquales: erũt per 34. primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h, æquales. ergo per 9 tertij/ k: eſt centrum circuli quæſiti.

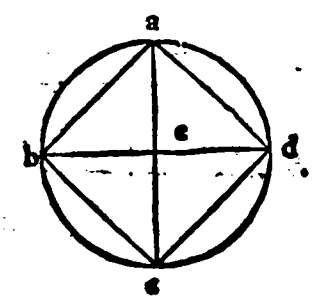
Eucli. ex Zamb. Problema 8. propoſitio 8.

¶ In dato quadrato: circulum deſcribere. 8

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Eſto datum quadratum a b c d. Oportet iã in a b c d quadrato: circulum deſcribere. ſecetur per 10 primi/ vtraq; ipſarum a b & a d: bifariam in e, f, ſignis. & per e: vtriq; ipſarum a b, & d c, per 31 primi/ parallelus excitetur e h. & per f: vtriq; ipſarum a d & b c, per 31 primi/ parallelus excitetur f k. Parallelogrammum igitur eſt vnumquodq; ipſorũ: a k, k b, a h, h d, a g, g c, b g, & g d. & eorum latera/ videlicet quæ ex oppoſito/ ſunt æqualia: per 34. primi. & quoniam æqualis eſt a d ipſi a b, & ipſius a d dimidium ẽ a e, & ipſius a b dimidium eſt a f: æqualis igitur eſt a e: ipſi a f. quare & quæ ex oppoſito: per eandem ſunt æquales. æqualis igitur eſt f g: ipſi e g. Similiter quoq; oſtendemus q; & vtraq; ipſarum g h, & g k: vtriq; ipſarum f g, et g e eſt æqualis. Quatuor igitur g e, g f, g h, & g k: ſibi inuicem ſunt æquales/ per primam communem ſcientiam. Centro igitur g, ſpacio vero aut g e, aut g f, aut g h, aut g k, circulus deſcriptus: tranſiet etiam per reliqua ſigna. & tanget a b, b c, c d, & d a rectas lineas: quoniam anguli qui ſunt ad ſigna e, f, h, k, recti ſunt. Si enim circulus/ rectas lineas a b, b c, c d, & d a ſecat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos/ introrſum ipſius circuli cadit. quod eſt impoſſibile: per 16 tertij. Cẽtro igitur g, ſpatio autem aut g e, aut g f, aut g h, aut g k circulus deſcriptus: ipſas rectas lineas a b, b c, c d, & a d non ſecat. tangit igitur eas per correlarium eiuſdem: & deſcriptus eſt. In dato quadrato igitur: & reliqua quæ ſequũtur. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.



CIrca aſſignatum quadratum: circulum deſcribere. 9

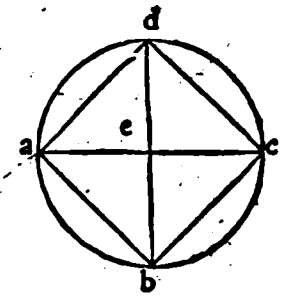
¶ CAMPANVS. ¶ Sit quadratum a b c d. Volo circa ipſũ: circulum deſcribere. Hęc ẽ quaſi cõuerſa 7. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe in puncto e: quẽ dico eſſe centrũ circuli. Cũ enĩ lineæ a d, & a b ſint æquales: erũt per 5 primi/ anguli a d b & a b d æquales. & quia ãgulus a totalis eſt rectus: erit per 32 primi vterq; eorum medietas recti. ſimili quoq; modo probabitur quemlibet partialium angulorum a prædictis diametris & lateribus quadrati propoſiti contentorum: eſſe medietatem recti. Quia igitur angulus e a d eſt æqualis angulo e d a: erit per 6 primi/ linea e a

æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b: & e c æqualis e d. quare/quia quatuor lineæ e a, e b, e c, c d, ſunt æquales: erit per 9 tertij/e centrum circuli quæſiti. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 9. propoſitio 9.

9 ¶ Circa datum quadratum: circulum deſcribere.

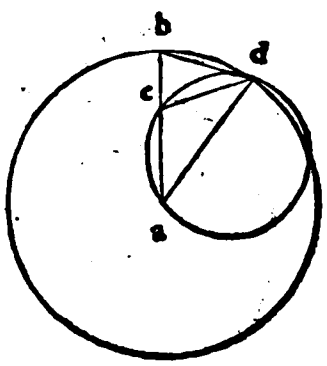
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datũ quadratum a b c d. oportet iam circa a b c d quadratum: circulum deſcribere. Coniunctæ rectæ lineæ a c & d b: ſeſe inuicem ſecent in e. Et quoniam æqualis eſt d a ipſi a b, communis autem a c: duę igitur d a & a c, duabus b a & a c ſunt æquales/altera alteri. & baſis d c: per 4 primi/baſi b c eſt æqualis. angulus igitur d a c: per 8 primi/ei qui ſub b a c eſt angulo æqualis eſt. Angulus igitur d a b: bifariam diuiditur ſub a c. Similiter iam oſtendemus q; & vnuſquiſq; angulorum qui ſunt ſub a b c, b c d, & c d a: bifariam diuiditur ſub a c & d b rectis lineis. Et quoniam angulus d a b æqualis eſt angulo a b c, & anguli d a b angulus e a b dimidiũ eſt/& anguli a b c dimidium eſt angulus e b a: angulus igitur e a b angulo e b a eſt æqualis. quare per 6 primi: & latus e a: lateri e b eſt æquale. Similiter iã oſtẽdemus q; & vtraq; ipſarum e a & e b rectarum linearum: vtriq; ipſarum e c & e d eſt æqualis. Igitur e a, e b, e c, & e d: ſibi inuicem ſunt æquales. Cẽtro igitur e, ſpacio vero aut e a, aut e b, aut e c, aut e d, circulus deſcriptus: tranſiet per reliqua ſigna/ & erit deſcriptus circa a b c d quadratum. deſcribatur ſicut a b c d. Circa datum igitur quadratum: circulus deſcribitur: quod feciſſe oportuit.



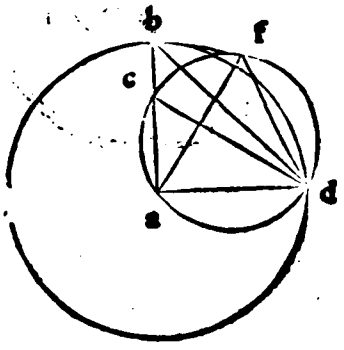
Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

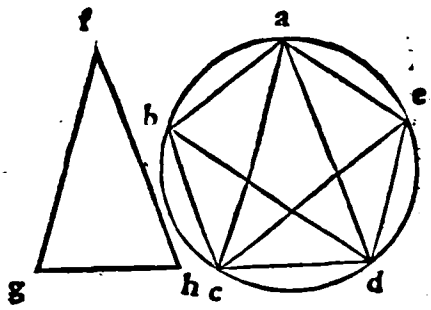
10 DVum æqualium laterum triangulum deſignare: cuius vterq; duorum angulorum quos baſis obtinet/reliquo duplus exiſtat.

¶ CAMPANVS. ¶ Intentio eſt deſcribere vnum triangulũ duũ æqualiũ laterũ & tertij inęqualis: cuius vterq; angulorũ qui ſuper latus quod eſt reliquis inæquale/exiſtunt/ad tertium duplus exiſtat. Ad hoc autem faciendum: ſumatur linea quęlibet qua ſit a b. quæ diuidatur ſecundum quod docet 11 ſecũdi/in puncto c: ita q; illud quod fit ex a b in b c ſit æquale quadrato a c. Factoq; puncto a centro: ſecundum ipſius quãtitatem deſcribatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur linea b d æqualis lineæ a c. & producãtur duæ lineæ: d a, d c. Dico triangulum a b d: eſſe qualis proponitur. Circunſcribatur circulus qui ſit d c a, per h huius: triangulo d c a. Quia ergo linea d b eſt æqualis lineæ a c: erit quod fit ex a b in b c æquale quadrato lineæ b d. quare per vltimam tertij/b d linea: eſt contingẽs circulum d c a. & per 32 eiuſdem/ãgulus c d b: eſt æqualis angulo c a d. Poſito ergo communi angulo c d a: erit totus angulus b d a æqualis duobus angulis c a d, c d a. ſed per 32 primi/ angulus b c d eſt æqualis eiſdem: quia extriſecus ad ipſos. ergo b d a: eſt æqualis angulo b c d. & quia angulus a d b eſt æqualis angulo a b d per 5 primi/eo q; latera a b & a d ſunt æqualia: erit angulus b c d æqualis angulo c b d. ergo per 6 primi/linea c d: eſt æqualis lineæ b d. quare & lineæ c a. ergo per 5 primi/angulus c a d: eſt æqualis angulo c d a. Quia ergo vterq; angulorum c d b & c d a eſt æqualis angulo c a d: erit totus angulus b d a duplus ad angulũ d a b. & ideo angulus a b d ſibi æqualis: duplus eſt etiam ad angulum b a d. quod eſt propoſitum.



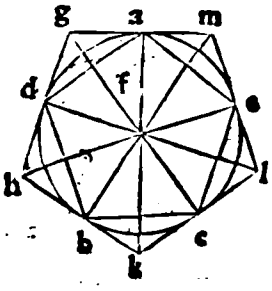
¶ CAMPANI additio. ¶ Forſan dicet aduerſarius circulum d c a circunſcriptum trigono partiali: ſecare circulum b d e in aliquo puncto arcus b d. ita q; ſimul ſecabit lineam b d. vnde ipſa non erit circulo applicata ſicut in demonſtratione ſupponitur: ſed ipſum ſecans. Sit ergo ſi poſſibile eſt: vt ponit aduerſarius. & a puncto b ducatur ad ipſum circulum minorẽ/contingens b f: & ducãtur lineæ f a, f d. eritq;





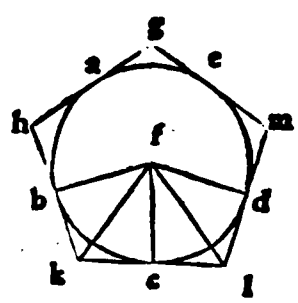
tię e d c b eſt æqualis. & deducitur quidem ſuper a b c d circunferẽtia/ angulus a e d: & ſuper e d c b circunferẽtia/ deducitur angulus b a e. & angulus igitur qui ſub b a e: et qui ſub a e d eſt angulo/ æqualis eſt. & ob id vnuſquiſq; eorum qui ſunt ſub a b c & b c d & c d e angulorum: vnicuiq; eorum qui ſunt ſub b a e & a e d angulorum eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt: pentagonum a b c d e. oſtenſum autem eſt q; & æquilaterum. In dato circulo igitur: pentagonum æquilaterum & æquianglum deſcriptum eſt. quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.



CIrca propoſitum circulum: pentagonum equilaterum atq; equiangulum deſignare. 12

¶ CAMPANVS. ¶ Sit propoſitus circulus a b c: cuius centrũ f. Volo circa ipſũ deſignare pẽtagonũ: æqlaterũ atq; æquiangulũ. Supra circũferẽtiã ipſius circuli (quaſi ſecũdũ doctrinã prẽmiſſę ſibi inſcripſiſſẽ pentagonũ) quinq; pũcta angularia notabo: q̃ ſint a, d, b, c, e: ad quæ a centro ducã lineas f a, f d, f b, f c, f e. & ab eiſdẽ punctis educam perpendiculares ad iſtas lineas in vtranq; partem: quouſq; concurrant in punctis g, h, k, l, m. eruntq; hę lineę: contingẽtes circulum/ per correlarium 15 tertij. Et ad iſta puncta cõcurſus: ducam a cẽtro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monſtratũ eſt ſuper penultimam tertij/ q; ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato duæ lineæ contingẽtes ad ipſum circulũ ducãtur/ q; ipſę erunt æqnales: erit linea g a æqualis lineę g d, & h d ipſi h b. & ſic de cæteris. At quoniã quiq; arcus in quos quinq; puncta a, d, b, c, e, diuidunt circulum/ ſunt adinuicem æquales: erunt p 26 tertij/ quinq; anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, conſiſtentes ſuper hos arcus in centro f, ſibi inuicẽ æquales. Sunt autem duo latera a g & f a, triãguli f g a: equalia duobus lateribus d g & f d, trianguli f g d. & latus g f: cõmune. ergo per 8 primi/ duo anguli eorũ qui ſunt ad f, itẽq; duo anguli qui ſunt ad g: ſunt adinuicem æquales. eadem ratione duo anguli qui ſunt ad f in triãgulis d f h & h f b, itemq; duo qui ſunt ad h: ſunt adinuicem equales. Similiter quoq; ſinguli triũ reliquorum angulorum qui ſunt b f c, c f e, e f a, & ſinguli trium qui ſunt k, l, m: diuidantur per æqualia. primi quidem: per lineam f k. ſecundi: per lineã f l. tertij vero: per lineam f m. Et quia hi tres anguli qui ſunt b f c, c f e, e f a, ſunt ſibi iuicem æquales/ & alijs duobus qui ſunt a f d & d f b æquales: erunt eorũ dimidia quæ ſunt decẽ anguli facti in centro f, adinuicẽ æqualia. Quia igitur duo ãguli a & f triãguli g a f ſũt equales duob9 ãgulis a & f triãguli m a f, & latus a f cõmune: erit p 26 primi ãgul9 g vnius equalis ãgulo m alterius/ & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit ãgulus g m triangulo g f d æqualis angulo h in triangulo d f h: & latus g d æquale lateri d h. Quare/ quia g a eſt dimidiũ g m, & g d dimidium g h, & g a & g d ſunt æqualia: erunt per communem ſcientiam g m & g h eorum dupla/ æqualia. Similiter quoq; probabimus g m eſſe æquale m l: & m l ipſi l k, & l k ipſi k h. quare pentagonus g h k l m eſt æquilaterus. Sed & equiangulus. Cũ enim duo anguli qui ſunt ad g/ ſint adinuicem æquales/ & duo qui ſunt ad m ſimiliter adinuicem æquales/ & g partialis ſit æqualis m partiali (vtrumq; enĩ probatum eſt prius) erit per eandem cõmunem ſcientiã/ g totalis equalis m totali. & eadem ratione probabis æqualitatẽ in cæteris angulis. quare eſt æquiangulus. Sicq; conſtat propoſitum.

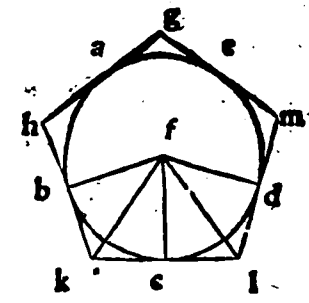


Eucli. ex Zamb. Problema 12. propoſitio. 12

¶ Circa datum circulum: pentagonum equilaterum & equiangulum deſcribere. 12

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datus circulus a b c d e. oportet iam circa a b c d e circulum: pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Intelligantur deſcripti per præcedentem pentagoni angulorum ſi-

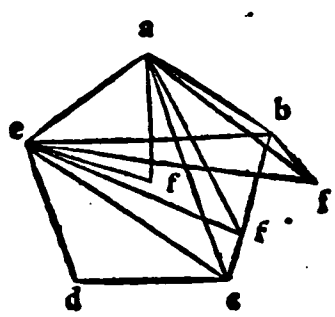
gna, a, b, c, d, e: eo quia per præcedentem a b, b c, c d, d e, & e a circumferentiæ ſunt æquales. & per a, b, c, d, e, excitatæ ſint per 17 tertij/ipſum circulum tangentes rectæ lineæ: g h, h k, k l, l m, & m g. Sumatur centrum circuli a b c d e: ſitq; per primã tertij/illud f. & connectantur rectę lineæ f b, f k, f c, f l, & f d. Et quoniam k l recta linea circulum ipſum a b c d e tangit in ſigno c, & a centro f in ipſum c contactum annectitur f c: igitur per 18 tertij/f c ſuper k l perpendicularis eſt. rectus igitur eſt vterq; eorum qui ad c ſunt angulorum. Et per hoc anguli qui ſũt ad d, b, ſigna: recti ſunt. Et quoniam angulus qui ſub f c k rectus eſt: quod fit igitur ex f k, æquum eſt eis quæ fiunt ex f c & c k, per 47 primi. & per hoc/eis etiã quæ fiunt ex f b & b k: æquum eſt id quod fit ex f k per eãdem. Quæ fiunt igitur ex f c & c k: eis quæ fiunt ex f b & b k ſunt æqualia. quorum quod fit ex f c: æquum eſt ei quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit ex c k: reliquo quod fit ex b k, eſt ęquale. ęqualis igitur eſt b k: ipſi c k. Et quoniam æqualis eſt f b ipſi f c, & communis f k: duę igitur b k & f k, duabus c f & f k ſunt æquales. Et baſis b k: baſi c k eſt æqualis. Angulus igitur b f k: per 8 primi/ angulo k f c eſt æqualis. & angulus b k f: per 4 primi/angulo f k c. Duplus igitur eſt angulus b f c, eius qui ſub k f c eſt anguli: & angulus b k c, eius qui eſt ſub f k c. Et ob id iam & angulus c f d, eius qui eſt ſub c f l duplus eſt: & angulus d l c, eius q ſub f l c. Et quoniam circunferentia b c æqualis eſt circũferentiæ c d: æqualis eſt per 27 tertij/ãgulus b f c angulo c f d. & angulus quidem b f c, eius qui eſt ſub k f c duplus eſt; & qui ſub d f c, eius qui ſub l f c. angulus igitur k f c: angulo l f c, eſt æqualis. Duo igitur iã triangula ſunt f k c & f l c: duos angulos duobus angulis æquales habentia/& vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/& eorum cõmune f c. & reliqua igitur latera/reliquis lateribus æqualia habebunt: & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur eſt k c recta linea ipſi c l: & angulus f k c, angulo f l c. Et quoniam æqualis eſt k c ipſi c l: dupla igitur eſt k l ipſius k c. & per hoc igitur oſtendetur: ꝙ h k: ipſius b k, dupla eſt. Et quoniam oſtenſum eſt ꝙ b k ipſi k c eſt æqualis/& k l ipſius k c dupla eſt/& h k ipſius b k: igitur h k ipſi k l eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur: ꝙ vnaquæq; ipſarum g h, g m, & m l, vnicuiq; ipſarum h k & k l eſt æqualis. æquilaterũ igitur: eſt pentagonum g h k l m. Aio etiam ꝙ & æquiangulum. quoniam æqualis eſt angulus f k c angulo f l c, & oſtenſum eſt ipſius quidem anguli f k c duplum eum eſſe qui eſt ſub h k l, eius autem qui eſt ſub f l c duplũ eum eſſe qui eſt ſub k l m: angulus igitur qui eſt ſub h k l, angulo qui eſt ſub k l m eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur etiam: ꝙ vnuſquiſq; eorũ qui ſunt ſub k h g, & h g m, & g m l, vnicuiq; eorũ qui ſũt ſub h k l, & k l m eſt æqualis. Quinq; igitur anguli qui ſunt ſub g h k, h k l, k l m, l m g, & m g h: ſibi inuicem ſunt æquales. Aequiangulum igitur: eſt pẽtagonũ g h k l m. oſtenſum autem eſt ꝙ & æquilaterum. et deſcribitur circa circulum a b c d e. quod feciſſe oportuit.

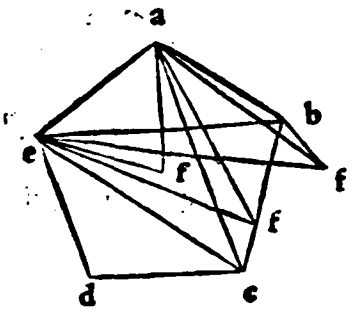


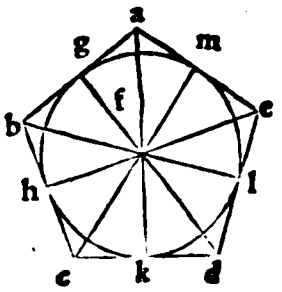
Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

13 IN tra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum aſſignatum: circulum deſcribere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit aſſignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium hoc eſſe poſſibile) a b c d e. Volo ei iſcribere circulũ. Hęc eſt quaſi cõuerſa 11. Duos eius propiquos ãgulos qui ſũt a & e diuido per ęqualia: ductis lineis a f, & e f, donec concurrant in pũcto f intra ipſum pẽtagonum, quem dico eſſe centrũ circuli. Concurrent enim: propter id ꝙ dimidium totalis anguli a & ſimiliter totalis ãguli c, minus eſt angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent: aut extra ipſum pentagonum/aut in latere pentagoni/aut in eius angulo qui vtriq; angulorũ diuerſorũ opponitur. Concurrant ergo primo extra in pũcto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f ſunt ęqualia duobus



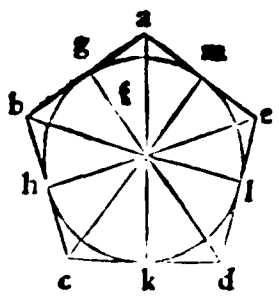




lateribus b a & a f triāguli b a f, & angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4 primi/baſis e f æqualis baſi f b. & quia angulus a partialis eſt æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi/f a æqualis f e. quare f a: eſt æqualis f b. ergo per 5 primi/duo anguli b totalis & a partialis: ſunt æquales. Quare a partialis eſt æqualis vel maior a totali. quod eſt impoſſibile. Concurrāt ergo in puncto f ſuper latus b c. eritq; arguendo per præmiſſas & præmiſſo modo/angulus a partialis: æqualis angulo a totali. quod eſt impoſſibile. Q; ſi forſan concurrant in angulo c: erit per eaſdem & eodem modo c b æqualis c a. & ideo adhuc vt prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. ¶ Quod quia eſſe non poteſt: ſit ergo punctus concurſus qui eſt f, infra pentagonum. a quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ ſint f g, f h, f k, f l, f m. & ad duos eius angulos propinquos altrinſecus āgulis per æqualia diuiſis/qui ſunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, triāguli a f m ſunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, et latus a f cōmune: erit per 26 primi/f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualem f m: ſumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, et angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4 primi/angulus b partialis/æqualis angulo e partiali. et quia b totalis æqualis eſt e totali: et e totalis diuiſus eſt per æqualia: erit etiam b totalis diuiſus per æqualia. Eodem modo probabis d totalē diuiſum per æqualia/propter æqualitatem d partialis et a partialis: ſumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g et b trianguli g f b ſunt æquales duobus angulis h et b trianguli h f b, et latus f b cōmune: erit per 26 primi/f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: ſumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, et f m ſunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum deſcribemus ſecūdū quantitatē vnius earum. & tanget omnia latera pentagoni: propter æqualitatem linearum. et nullum eorum ſecabit; per primam partem 15 tertij. ſicq; conſtat propoſitum.

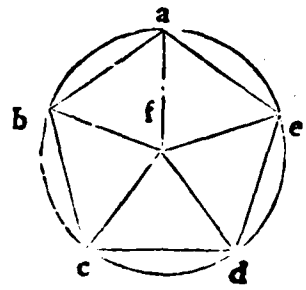
Eucli. ex Zamb. Problema 13. propoſitio 13.

¶ In dato pentagono æquilatero & æquiangulo: circulum deſcribere. 13



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e. oportet iam in pentagono a b c d e: circulum deſcribere. Secetur per 9 primi/vterq; eorum qui ſunt ſub b c d & c d e angulorum bifariam: ſub rectis lineis c f & f d. et ab f ſigno in quo concurrunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ c f & d f: coniungantur rectæ lineæ f b, f a, & f e. Et qm̄ æqualis eſt b c ipſi c d, cōmunis autem c f: duæ iam b c & c f, duabus d c & c f ſunt æquales. et angulus b c f: angulo d c f eſt æqualis. baſis igitur b f: per 4 primi/baſi d f eſt æqualis. & triangulum b c f: triangulo d c f æquale. & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus c b f: angulo c d f. Et quoniam angulus c d e, eius qui ſub c d f eſt anguli duplus eſt/æqualis autē eſt angulus c d e ei qui ſub a b c eſt angulo/et angulus c d f angulo c b f: angulus igitur c b a, anguli c b f duplus eſt. æqualis igitur eſt angulus a b f: angulo f b c. Angulus igitur a b c: bifariam diſcinditur ſub b f recta linea. Similiter quoq; oſtendetur q; et vterq; eorum qui ſunt ſub b a e et a e d angulorum: bifariam diſcinditur ſub vtraq; rectarū linearum f a et f e. Excitentur per 12 primi/ab f ſigno in a b, b c, c d, d e, & e a rectas lineas: perpendiculares f g, f h, f k, f l, & f m. Et quoniam æqualis eſt angulus h c f angulo k c f, eſt autem angulus f h c rectus angulo f k c recto æqualis/duo autem ſunt triangula f h c & f k c duos āgulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri/& vnum latus vni lateri æquum/cōmune enim eorum f c ſubtenſum ſub vno æqualium angulorum: et reliqua igitur latera reliquis lateribus per 26 primi/æqualia

habebunt. æqualis igitur eſt perpendicularis f h: ipſi f k perpendiculari. Similiter quoq; oſtendetur: q & vnaquæq; ipſarũ f l, f m & f g, vnicuiq; ipſarum f h & f k eſt æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ f g, f h, f k, f l, & f m: ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur f, ſpatio vero aut f g aut f h aut f k aut f l aut f m, circulus deſcriptus: per reliqua quoq; veniet ſigna. Et tanget rectas lineas a b, b c, c d, d e, & e a per correlarium 16 tertij: quoniã anguli qui ſunt in g, h, k, l, m, ſignis/recti ſunt. Si enim nõ tanget eas/ſed ſecabit: continget q; a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta/intra ipſum circulũ cadet. quod eſſe impoſſibile: oſtẽſum eſt per 16 tertij. Igitur cẽtro f, ſpatio vero vno ipſorum g, h, k, l, m, ſignorum deſcriptus circulus: rectas lineas a b, b c, c d, d e, & e a, minime ſecabit. tanget igitur eas per correlarium 16 tertij. deſcribatur ſicut g h k l m. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus deſcriptus eſt. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

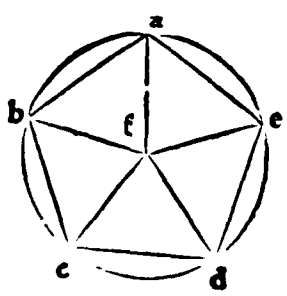
14 CIrca datum pentagonum quod ſit æquilaterum atq; æquiangulum: circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit vt prius datus pentagonus: æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium hoc eſſe poſſibile) a b c d e. volo circa ipſum: deſcribere circulum. Hęc eſt quaſi conuerſa 12. Duos eius propinquos angulos qui ſũt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & f e quouſq; concurrant intra ipſum pentagonum in puncto f. concurrent enim & intra pentagonũ: vt probatum eſt in præmiſſa. Et a puncto concurſus: duco ad reliquos angulos, lineas quæ ſint f b, f c, f d. & quia duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4. primi/fa æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis eſt æqualis a totali / & e totalis diuiſus eſt per æqualia: erit ſimiliter b totalis diuiſus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis vtrumq; angulorum c & d, diuiſum eſſe per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, eſſe æquales. quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicq; patet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 14. propoſitio 14.

14 CCirca datum pentagonum ęquilaterum & ęquiangulum: circulum deſcribere

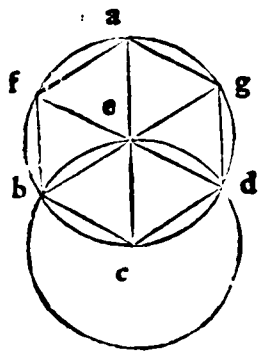
THEON ex Zamberto. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum: a b c d e. oportet iam circa pentagonum a b c d e: circulũ deſcribere. Secetur iam per 9 primi/vterq; eorum qui ſunt ſub b c d & c d e ãgulorum bifariam: ſub vtraq; ipſarum c f & d f. Et ab f ſigno in quo concurrunt ipſæ rectæ lineæ: ad ſigna b, a, e, coniungantur rectæ lineæ f b, f a & f e. Similiter ex præcedente oſtendetur: q & vnuſquiſq; eorũ qui ſunt ſub c b a, b a e & a e d angulorum / bifariam ſecatur ſub vnaquaq; ipſarum f b, f a, & f e rectis lineis. Et quoniam æqualis eſt angulus b c d angulo c d e, & anguli b c d dimidium eſt angulus f c d, anguli autem c d e dimidiũ eſt angulus c d f: & angulus f c d igitur ãgulo f d c eſt ęqualis. Quare & latus f c: lateri f d eſt æquale. Similiter iam oſtendetur: q & vnaquæq; ipſarum f b, f a, & f e, vtriq; ipſarũ f c & f d eſt æqualis. Quiq; igitur rectæ lineæ f a, f b, f c, f d & f e: ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur f, & ſpatio aut f a aut f b aut f c aut f d aut f e, circulus deſcriptus: veniet per reliqua ſigna/& deſcriptus erit. Deſcribatur & ſit a b c d e. Circa datũ igitur pentagonũ quod eſt æquiangulum & æquilaterum: circulus deſcriptus eſt. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

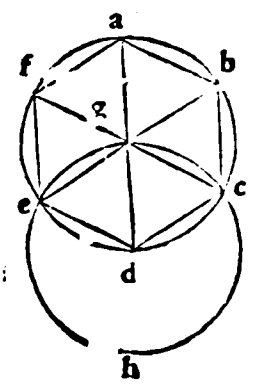
15 INtra propoſitum circulum: hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum deſcribere.

¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt q; latus hexagoni: æquũ eſt dimidio diam. tri circuli cui inſcribitur.



¶CAMPANVS. ¶Sit propoſitus circulus a b c d: cuius centrum e. volo ſibi inſcribere hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum. Produco diametrum a e c. & ſecundum quantitatem ſemidiametri e c: facto centro puncto c, deſcribo circulum e b d, ſecantem priorem in duobus punctis b, d. a quibus produco duas diametros in circulo primo: quæ ſint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo ſex lineis quæ ſunt a f, f b, b c, c d, d g & g a: quas dico continere hexagonum quę ſitum. Erit enim vt demonſtrat prima primi/ vterq; triangulorum b e c, c e d: æquilaterus. quare et æquiangulus per 5 eiuſdem. ergo per 32 primi/ duo ãguli b e c & c e d cum vno æquali vni eorũ/ ſunt æquales duobus rectis: propter id q; quiſq; eorũ eſt tertia duorum rectorum. ſed ip ſi per 13 eiuſdem/ cum angulo d e g: ſunt æquales duobus rectis. ergo angulus d e g: eſt æqualis vtriq; eorum. quare per 15 eiuſdem/ ſex anguli q ſunt ad e: ſunt adinuicẽ æquales. ergo per 25 tertij/ arcus in quos cadũt: ſunt æquales. quare & eorum chordæ per 28 eiuſdem: quæ ſunt latera ipſius hexagoni. Aequilaterus igitur eſt. Sed & æquiangulus per 26 tertij: propter id quod ſex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidũt circulũ: bini & bini ſumpti ſunt adinuicem ęquales. vt arcus a f b: arcui f b c. & ideo angulus f qui cõſiſtit in primo: eſt equalis angulo b qui cõſiſtit in ſecundo. idem in ceteris. quare conſtat propoſitum. ¶Correlarium ex hoc patet: q; dimidium diametri & latus hexagoni/ ſunt latera eiuſdem tranguli æquilati. vt e c & c b & c d.

¶CAMPANI additio. ¶Et nota q; non proponitur circa propoſitum circulum/ hexagonum æquilaterum atq; æquiãgulum deſignare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum deſcribere quẽadmodum fecit de triangulo/ quadrato/ & pantagono. non quia non ſit neceſſarium hoc eſſe poſſibile: ſed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo/ & in omni figura æquilatera atq; æquiangula quæcunq; fuerit. Vnde quamcũq; figuram æquilateram & æquiangulam ſcimus circulo inſcribere: eandem circulo/ extra et circulum ſi bi intra & extra/ eiſdem medijs/ per quæ hoc in pentagęno fecimus. deſcribemus. ¶Nota etiã q; omnis figura æquilatera circulo inſcripta aut circũſcripta eſt etiam neceſſario æquiangula. de inſcripta patet per 27 & 26 tertij ſumptis arcubus circuli/ quibus latera inſcriptæ figuræ chordæ ſunt/ binis & binis. In hos enim arcus/ ipſius figuræ anguli cadunt. De circũſcripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. & ad loca contactus/ facile probabis: ſi plene intellectæ demonſtrationi 13 huius diligens intellectus acceſſerit. erit enim: vt omnes ipſius figuræ angulos/ lineæ a centro venientes per æqualia diuidant. ſumptis itaq; quibuſlibet duobus eius ꝓximis lateribus cum linea ad angulũ ab eis contentum/ & cum duobus ad eorum extremitates a centro venientibus: duos triangulos ab eis contentos/ æquiangulos adinuicem per 4. primi eſſe probabis. Sicq; faciendo de omnibus: patebit eos eſſe æquiangulos per hanc communem ſcientiam/ quorum dimidia ſunt æqualia tota quoq; eſſe æqualia.

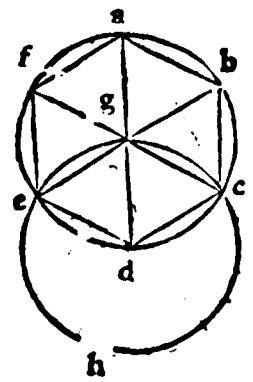


Euclid. ex Zamb. Problema. 15 Propoſitio 15.

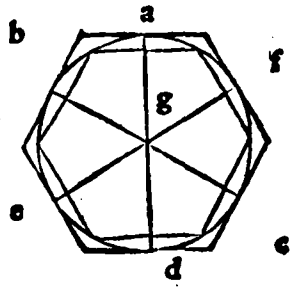
¶In dato circulo: hexagenum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e f. oportet iã in dato circulo a b c d e f: hexagonum æquilaterũ æquiangulumq; deſcribere. Excitẽ ipſius a b c d e f circuli dimetiens: ſitq; illud a d. Sumaturq; per 1 tertij/ centrum circuli: ſitq; illud d. & centro g, ſpacio vero d g: p tertium poſtulatum circulus deſcribatur c g e h. & coniunctæ rectæ e g & c g extẽdãtur in b, f, ſigna: & cõnectãtur a b, b c, c d, d e, e f, & f a. Dico q; a b c d e f: hexagonum æquilaterum eſt & æquiangulum. Quoniam

g ſignum/centrum eſt circuli a b c d e f:æqualis eſt per diffinitionē 15 primi g e ipſi g d. Rurſus quoniā d ſignum/centrum eſt circuli c g e h: æqualis eſt per eandē/d e ipſi d g. Sed g e ipſi g d oſtēſum eſt q̄ eſt æqualis. Igitur g e:ipſi e d eſt æqualis/per primam communem ſententiam. Aequilaterum igitur:eſt e g d triāgulum. & tres igitur eius anguli/e g d ſcilicet/g d e et d e g:ſibi inuicem ſunt æquales. Quoniā p 5 primi/iſoſcelium triangulorum anguli quiad baſin ſibi inuicem ſunt æquales/& trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales per 32 primi:angulus igitur e g d, duorum rectorum tertium eſt. Similiter quoq; oſtēdemus:q̄ & angulus d g c, duorum rectorum tertiū eſt. Et quoniā recta linea c g ſup e b ſtās/p 13 primi vtrobiq; āgulos e g c & c g b duobus rectis æquos efficit:& reliquus igitur angulus c g b, tertium eſt duorum rectorum. anguli igitur e g d, d g c & c g b:ſibi inuicem ſunt æquales. Quare anguli qui aduerticem/hoc eſt b g a, a g f & f g e:eiſdē e g d, d g c & c g b ſunt æquales per 15 primi. Sex igitur āguli e g d, d g c, c g b, b g a, a g f, & f g e:ſibi inuicem ſunt æquales. Aequales autem anguli: ſuper æqualibus circunferentiis ſubtenduntur/per 26 tertij. Sex igitur circunferētiæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a:ſibi inuicē ſūt æquales. At ſub æqualibus circūferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur per 29 eiuſdem. Sex igitur rectæ lineæ a b. b c, c d, d e, e f, & f a:ſibi inuicem ſunt æquales. equilaterum igitur eſt a b c d e f hexagonum. Aio quoq; q̄ & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia a f æqualis eſt circunferentiæ e d:cōmunis apponatur circunferētia a b c d. Tota igitur f a b c d:toti e d c b a eſt æqualis. Et ſuper circunferentia f a b c d:ſubtenditur angulus f e d. ſuper autem e d c b a circunferētia:ſubtenditur angulus a f e. Aequalis igitur eſt angulus a f e:angulo d e f. Similiter quoq; oſtendetur q̄ & reliqui anguli ipſius a b c d e f hexagoni/hoc eſt vnuſquiſq; eorum qui ſūt ſub f a b, a b c, b c d, & c d e, vnicuiq; eorum qui ſunt ſub a e f & f e d angulorum: ſunt æquales. Aequiangulum igitur eſt hexagonum a b c d e f. Oſtenſum autē eſt q̄ & æquilaterū:& deſcriptū eſt in circulo a b c d e f. In dato circulo igitur a b c d e f: hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.



¶ CORRELARIVM. ¶ Hic manifeſtū eſt q̄ hexagoni latus ei q̄ eſt ex cētro circuli eſt æquale. et ſi per ſigna a, b, c, d, e, f, circulū tāgentes ducamus rectas lineas: deſcribetur circa circulum/hexagonum æquilaterum & æquiangulum conſequenter ex p̄dictis in pētagono. Et inſuper p ea quæ ſimiliter in pentagono dicta ſunt: in dato hexagono circulū deſcribemus & circunſcribemus. quod facere oportebat.

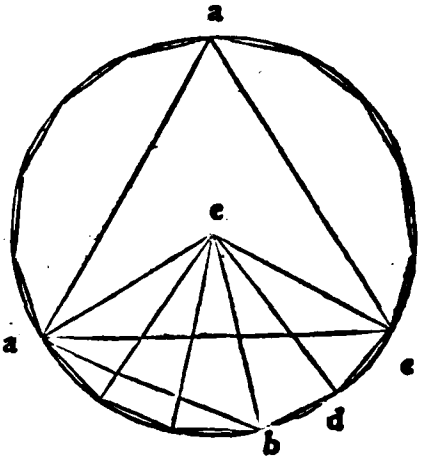


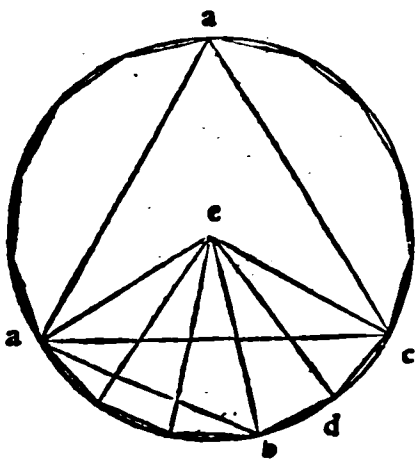
Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 INtra datum circulum: quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum deſignare.

¶ Deinde circa quēlibet circulum aſſignatum/qui decagonum æquilaterum atq; æquiangulum: atq; intra datum quindecagonum/circulum deſcribere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit datus circulus a b c, volo ſibi inſcribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum: deinde etiam circūſcribere. atq; intra talem quindecagonum propoſitum: circulum deſcribere. Non proponit autem/circa talem quindecagonum/circulum deſcribere: quia hoc ſatis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam ſecundæ huius/protraho latus trianguli æquilateri: quod ſit a c. & iuxta doctrinam 11 huius latus pētagoni æquilateriatq; æquiāguli: quod ſit a b. Et quia arcus a c, eſt totius circūferentiæ tertia/cuius arcus a b eſt quinta: erit ſuperfluum inter eos quod eſt arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, vel duę quitę arcus a c, ſiue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintā in duabus tertijs ipſius quintæ/vel in duabus quintis ipſius tertiæ/ſiue in duabus quin-





tisdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia quę est 5: excedit eius quintã quæ est 3 in duabus vnitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta/ vel duę quintę ipsius quinarij qui est tertia / siue duæ quintædecimæ ipsius 15 q est totũ. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d: patet vtrumq; duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, vel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis/ chordis c d, & d b, coaptatisq; continue intra datũ circulum sibi æqualibus per primam huius: complebitur figura proposita. Cętera vero duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere/ videlicet quindecagonum circulo circunscribere / ac circulum quindecagono inscribere / ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

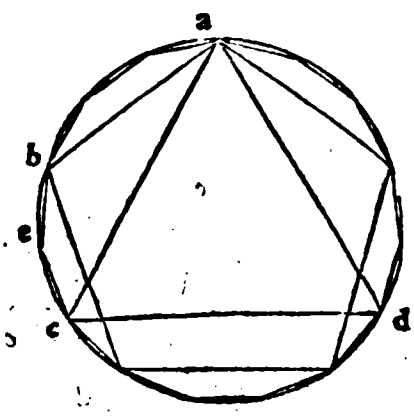
¶CAMPANI additio. ¶Et nota q; quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere/ & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quę scitur inscribi subtendũtur/ per æqualia/ & a punctis mediis ad extremitates laterum ipsius figurę ductis lineis: fiet intra circulum figura duplo plurium laterum quæ erit æquilatera per 28 tertij / ergo & æquiangula. Hoc enim demonstratum est/ supra 15 huius: q; omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiãgula. Et quia hãc circulo scimus inscribere: sciemus cętera tria per 12, 13 & 14 huius.

¶Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum/ & per hexagonum/ dodecagonum / ac per dodecagonum figuram 24 laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p triãgulum possit vt diximus inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimũ perutile. Et similiter quia scimus & iscribere quadratum sciemus per hoc inscribere oẽm figurã cuius laterũ numer9 ẽ piter par: p pẽtagonũ quoq; sciem9 decagonũ & figurã 20 laterũ. sicq; cõtinue duplãdo. Idẽ quoq; intellige de qndecagono. p ipm enĩ scient figurę 30 & 60 & oim cõtinue duplatorũ laterũ.

¶Cęterarũ aũt figuratũ de qb9 ista nõ docet/ vel q̃ p has nõ hñtur: difficilis ẽ scia & parũ vtilis. vt sũt heptagona/ ennagona/ hẽdecagona. Qđ si sciem9 triãgulũ duũ æq̃liũ laterũ designare cui9 vterq; angulorũ ad basin tripl9 eẽt ad reliquũ: scirem9 heptagonũ vt supra pẽtagonũ circulo iscribere. q; si vterq; quadrupl9 eẽt ad reliquũ: scirem9 nonagonũ. & si quintuplus. hendecagonũ. Idẽq; in cęteris figuris imparium laterum: posito vtroq; angulorũ ad basin multiplici ad reliquũ/ per eũ numerũ qui ẽ medietas maximi paris sub ipari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Eucli. ex Zamb. Problema 16. propositio 16.

¶In dato circulo: quintidecagonũ æquilaterum & æquiangulum describere. 16.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit dat9 circul9 a b c d. oportet iã in a b c d, circulo: qntidecagonũ æquilaterũ & æquangulũ describere. Describat i circulo a b c d, triãguli æqlateri lat9 a c, pẽtagoni vero æqlateri lat9 a b i arcu a c. Qualiũ igit ẽ circul9 a b c d, æqualiũ segmẽtorũ quideci: taliũ quidẽ circũferẽtia a b c, tertiũ existẽs ipsi9 circuli/ erit quiq;. Circũferentia aut ẽ a b, existẽs quitũ circuli: erit triũ: reliq̃ igit b c: duorũ eq̃liũ. Secet p 30 tertij b c: bifariã i e. vtraq; igit ipsarũ b e, & e c, circũferẽtiarũ: qntũdecimũ erit ipsius a b c d, circuli. Si igit cõtiũgãtes rectas lineas b e & e c, ipsis æq̃les i cõtinuũ rectas lineas p 1q̃rti coaptem9 i circulo a b c d: erit i eo descriptũ qntidecagonũ æqlaterũ & æqangulũ: qđ facere oportebat.

Similiter aũt vt i pẽtagono si p circuli diuisiões/ tãgẽtes circulũ ducem9: describet circa circulũ/ qntidecagonũ æqlateꝛ & æquiãgulũ. & p ostensionẽ similiter in pẽtagonis/ & in dato qntidecagono æquilatero & æquiangulo: circulum describemus & circunscribemus.

QVARTI LIBRI EINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primū ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zāberto Veneto, Geometricorum elementorum Liber Quintus.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 PArs: eſt quantitas quantitatis minor maioris / cum minor maiorem numerat.

¶CAMPANVS. ¶Pars: quādoq; ſumitur proprie. & hæc eſt quæ aliquoties ſumpta / ſuum totum præciſe conſtituit: ſine diminutione vel augmento. & dicitur ſuum totum numerare per illum numerū: ſecundū quem ſumitur ad ipſius totius conſtitutionē. talē autem partem quā multiplicatiuā dicimus: hic diffinit. Quandoq; ſumitur cōmuniter. & hæc eſt quælibet quantitas minor: quæ quotieſcunq; ſumpta / ſuo toto minus aut maius conſtituit. quā aggregatiuam dicimus: eo q; cum alia quantitate diuerſa totum ſuum cōſtituat / per ſe autem quotieſcunq; ſumpta fuerit / non producat.

2 ¶Multiplex: eſt maior minoris quādo eam minor metitur.

¶CAMPANVS. ¶Pars: relatiue dicitur ad totū. & in iſtis duobus extremis: conſiſtit eorum adinuicem relatio. & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius. vocat autē ipſum / multiplex: propter hoc q; minus aliquoties ſumptum / ipſum conſtituat. erunt igitur relatiue dicta ad ſinuicem: pars & multiplex. Nam omnis pars / ſubmultiplex: vt patet per eius diffinitionem.

3 ¶Proportio: eſt duarum quantæcunq; ſint eiuſdem generis quantitatum / certa alterius ad alteram habitudo.

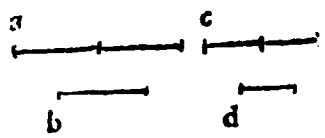
¶CAMPANVS. ¶Proportio: eſt habitudo duarum rerum eiuſdem generis adinuicem / in eo q; earum altera maior aut minor eſt reliqua vel ſibi æqualis. Non enim ſolum in quantitatibus reperitur proportio: ſed in ponderibus / potentijs & ſonis. In ponderibus quidem & potentijs / vult Plato in Timæo eſſe proportionem: vbi elementorū numerū oſtēdit. In ſonis autem eſſe proportionem: liquet ex muſica. Nam (vt vult Boetius in quarto) ſi quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipſarum partium ſuorūq; ſonorum / eadem cōuerſo modo proportio. Sed in quibuſcunq; proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemq; quantitatis. non enim reperitur in aliquibus rebus duabus: niſi in eo q; earum vna eſt reliqua maior / aut minor / aut ei æqualis. ¶Quantitatis autē proprium: eſt ſecundum ipſam æquale vel inęquale dici / vt vult Ariſtoteles in prędicamētis. vnde liquet ꝓportionē primo i quantitate reperiri / & per ipſam in omnibus alijs: nec eſſe in aliquibus rebus proportionem / cui ſimilis non ſit in aliquibus quantitatibus. propter quod bene dixit Euclides / proportionē ſimpliciter eſſe in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiuſdē generis adinuicē. ¶Cuius diffinitionis intellectus eſt / q; proportio eſt habitudo duarum quātitatum adinuicem: quæ attēditur in eo q; vna earū eſt maior aut minor alia / vel ei æqualis. per qđ patet: q; oportet eas eſſe eiuſdem generis / vt duos numeros / aut duas lineas / aut duas ſuperficies / aut duo corpora / aut duo loca / aut duo tempora. Nō enī poteſt dici linea: maior aut minor ſuperficie / aut corpore. nec tēpus: loco. ſed linea:

Plato. Timæus

Boetius.

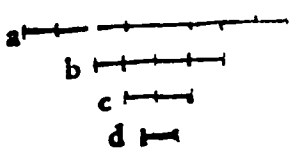
Ariſtoteles.

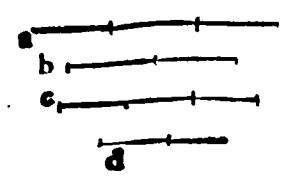
linea.& ſuperficies:ſuperficie. Sola enim vniuoca : compatabilia ſunt.
¶Quod autem dicit certa habitudo/non ſic intelligas quaſi nota vel ſcita:ſed quaſi determinata/vt ſit ſenſus.Proportio: eſt determinata habitudo duarum quantitatum.ita inquã determinata:q̃ hæc & non alia. Non enim eſt neceſſarium:vt omnis habitudo duarum quantitatum ſit ſcita a nobis/nec etiam a natura. Nam proportio quædã eſt diſcretorum vt numerorum:quædam autem continuorum.In numeris autem/ minor:eſt pars aut partes maioris/vt demonſtratur in ſeptimo.quare & in eis omnibus eſt habitudo certa & nota. At vero in cõtinuis:eſt proportio magis larga.eſt enim in eis/vbi minor quãtitas eſt pars aut partes maioris.& talſum omniũ:mediantibus numeris eſt proportio nota/ quæ & rationalis dicitur. Dicũturq̃ omnes tales quantitates/cõmunicãtes:quia eas vna & eadem neceſſario metitur. vnde & omnes numeri: ſunt communicantes.omnes enim ipſos metitur vnitas. Eſt etiam: vbi minor non eſt pars aut partes maioris.& in talibus:nõ eſt nota proportiõ nec nobis nec naturæ.Diciturq̃ hæc proportio/ irrationalis: & hæ quantitates/incommunicantes. vnde fit vt quæcunq̃ proportio reperitur in numeris/reperiatur in omni genere continuorum / vt in lineis/ ſuperficiebus/corporibus/& temporibus:non autem econuerſo.infinitæ enim ſunt proportiones in continuis repertæ:quas numerorum natura non ſuſtinet.Sed quęcunq̃ proportio reperitur in vno genere continuorum:eadem reperitur in omnibus aliis.Nam qualitercunq̃ ſe habet aliqua linea ad quamlibet aliam:ſic ſe habet quælibet ſuperficies ad aliquã aliam/& quodlibet corpus ad aliquod aliud/ſimiliter & tempus. ſed nõ ſic:quilibet numerus ad aliquem alium.vnde magis eſt larga proportio in continuis:q̃ in diſcretis.Ex quo manifeſtum eſt proportionẽ geometricam eſſe maioris abſtractionis:q̃ proportionem arithmeticam.omnis enim proportio circa quam arithmetica verſatur: rationalis eſt.geometria vero:rationales & irrationales æqualiter conſyderat.



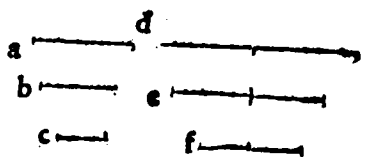
¶Proportionalitas:eſt ſimilitudo proportionum. 4
¶CAMPANVS. ¶Vt ſi dicamus q̃ quę eſt proportio a ad b,ea eſt etiã c ad d:proportio quæ eſt inter a & b,ſimilis eſt illi quæ eſt inter c & d. Hæc autem ſimilitudo quæ ex iſtis proportionibus reſultat:dicitur proportionalitas.

¶Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem:ſunt quarum æque multiplicia aut æqua ſunt/aut æque ſibi ſine interruptione addunt aut minuunt. 5
¶CAMPANVS ¶Suppoſita diuiſione proportionalitatis per cõtinuã & diſcontinuam:diffinit membra diuidentia/& primo continuam. Immo (vt verius dicã)ſuppoſita diuiſione proportionaliũ per cõtinue proportionalia & incontinue:diffinit nõ cõtinuã ꝓportionalitatẽ nec cõtinuã/ſed cõtinue ꝓportionalia& icõtinue.diffinitio autẽ cõtinuę proportionalitatis & incõtinuæ:ſatis patet per diffinitionẽ cõtinue ꝓportionalium & incontinue. ¶Continua autẽ proportionalitas:eſt cum quotlibet quantitatum eiuſdem generis in qua proportione prima antecedit ſecundam/in eadem quælibet aliarum antecedit proximo conſequentem. vt cum dicimus/ſicut ſe habet a ad b:ita b ad c,& c ad d. eritq̃ quælibet earum /antecedens & conſequens:excepta prima quæ eſt ſolum antecedens/& vltima quę eſt tantum conſequens.Et in hac quidẽ proportionalitate neceſſe eſt omnes quãtitates eſſe eiuſdem generis propter continuationem proportionum : eo q̃ non ſit proportio inter quantitates quę ſũt generum diuerſorum.& hæc erit ad minus in tribus terminis conſtituta. ¶Incontinua autẽ proportionalitas:eſt cũ quatuor quãtitatum ſiue omnes fuerint eiuſdem generis/ſiue duæ primæ vnius & duæ poſtremæ alterius/in qua proportione prima antecedit ſecundam in eadem tertia antecedit quartam.vt cum dicimus/ſicut ſe habet a ad b:ita c ad d.eritq̃ earum quælibet:aut tantũ antecedẽs aut tantum



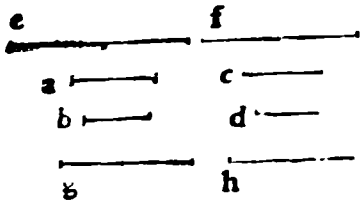


cõſequẽs. nec eſt neceſſe vt ſint ones quatuor eiuſdẽ generis ſicut erat in proportionalitate continua: eo q; conſequens primæ proportionis non continuatur antecedenti ſecundæ. ſed poſſibile eſt vt ſint eiuſdem generis: & poſſibile eſt/ vt ſint diuerſorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam/ aut triplam: ita ſuperficiem ad ſuperficiem/ & corpus ad corpus/ & tempus ad tempus/ & numerum ad numerum. ¶ Viſo quid ſit continua proportionalitas/ & quid incõtinua: explanemus diffinitionem continue proportionalium præmiſſam. Quantitates (inquit) proportionales continue: ſunt quarũ æque multiplicia aut ſibi ſunt æqualia/ aut æque ſibi ſine interruptione addunt/ aut minuunt. verbi gratia. Sint tres quantitates eiuſdem generis a, b, c: ad quas ſumantur d, e, f, æque multiplicia. vt ſicut d eſt multiplex ad a: ita e ſit multiplex ad b, & f ad c. eruntq; omnes in eodẽ genere. multiplicia enim & ſubmultiplicia: in eodẽ ſũt genere. ſitq; vt d, e, f aut ſint æqualia adinuicem: aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. ita q; ſicut d addit ſuper e aut minuit ab ipſo: ita e addat ſuper f aut minuat ab ipſo. Cum hæc inquã multiplicia ſic ſe habuerint: erunt tres quantitates a, b, c, continue proportionales. Multiplicia autẽ non intelligas ſimiliter ſic ſe habere in addendo aut minuendo/ quantum ad quantitatem exceſſus: ſed quantum ad proportionem. aliter enim diffinitio eſſet falſa. Nam quarumlibet quantitatum eiuſdem generis æquis ſe differentijs excedentium: æque multiplicia accepta æquis etiam differentijs ſe excedunt. Vnde ſimiliter ſe habẽt in addendo & minuendo quantum ad quantitatem exceſſus: nec tamen priores quantitates ſunt continue proportionales. imo minorum eſt ſemper maior proportio. Hoc autem ideo euenit/ quoniam earum multiplicia non ſimiliter ſe excedunt quantum ad proportionem: ſed ſolum quãtum ad quantitatem exceſſus. eſt enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. verbi gratia. ſumantur tres numeri æquis differentijs ſe excedẽtes: in medietate videlicet arithmetica/ vt 2, 3, 4. horum trium omnes æque multiplices æqualiter ſe excedunt. dupli quidẽ binario: tripli ternario. & ſic de cæteris. non tamen ſunt 2, 3, 4. continue proportionalia: imo minorum eſt maior propoſitio. eſt enim ipſorum proportio ſeſquialtera: & maiorum ſeſquitertia. quia ergo inter eos non eſt ſimilitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas. & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo ſimilitudinem illam additionis aut diminutionis/ nõ intelligi quantum ad quantitatem exceſſus: ſed quantum ad proportionem. erit itaq; ſenſus diffinitionis præmiſſæ. Continue proportionalia: ſunt quorum omnia multiplicia æqualia/ ſunt cõtinue proportionalia. Sed noluit ipſam diffinitionem proponere ſub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem. apertæ tamen rei eſt iſtud cum ſua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet eſſe eiuſdem generis: ad hoc vt earum multiplicia ſibi inuicem æqualia ſint/ aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si enim a, & b eſſent diuerſorum generum: eſſent etiam d & e ipſarũ a & b multiplicia/ eorũdẽ diuerſorũ generum/ propter hoc q; multiplicia & ſubmultiplicia eiuſdẽ ſunt generis. quare d non eſſet æqualis e: nec ea maior aut minor. nã quãtitates diuerſorum generum: non ſunt adinuicem comparabiles.



6 ¶ Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem vnam/ prima ad ſecundam & tertia ad quartam: ſunt quarũ primæ & tertiæ multiplices æquales/ multiplicibus ſecundæ & quartæ æqualibus fuerint ſimiles vel additione vel diminutione vel æqualitate eodem ordine ſumptæ.

¶ CAMPANVS. ¶ Poſita ſuperius diffinitione quantitatum continue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium. & eſt q; quarũlibet 4. quantitatũ quarũ primę & tertiæ æque multiplicia ſumpta fuerint/ itemq; ſecundę & quartæ æque multiplicia/ fuerintq; multiplex primæ ſic ſe habens ad multiplex ſecundæ quantum ad additio-



nem aut diminutionem aut æqualitatem ſicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad ſecundam: ſicut tertiæ ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates a,b,c,d. ſumanturq; ad primam & ad tertiam quæ ſunt a & c: æque multiplicia vtpote dupla quæ ſint e & f. Itemq; ad ſecundam & quartam quę ſunt b & d: ſumãtur alia æque multiplicia vtpote tripla/quæ ſint g & h. ſitq; vt hæc 4 multiplicia ſic ſumpta comparata adinuicem ſecundum ordinem primarum quatuor quantitatum/ita videlicet q̃ e comparetur ad g & f ad h/nõ autem e ad f aut g ad h: ſint ſimilia in additione/diminutione & æqualitate. videlicet q̃ ſi e addit ſupra g & ſimiliter f addat ſupra h, aut ſi e minuit a g & f ſimiliter minuat ab h, aut ſi e eſt æqualis g & ſimiliter f ſit æqualis h: tunc proportio a ad b eſt ſicut c ad d. ſimilitudo autem in addẽdo aut diminuendo: intelligatur hic ſicut in diffinitione continue proportionalium/videlicet non quantum ad quantitatem exceſſus/ſed quãtum ad proportionem. Qđ autem dicit eodem ordine ſumptæ: intelligatur ſicut expoſitum eſt. videlicet vt multiplicia non referãtur adinuicẽ ſecundũ ordinem earum quantitatũ: quibus æque multiplicia aſſumuntur. vt multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ/ aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: ſed referatur ſecundã primum ordinem ipſarum 4 quantitatum/videlicet multiplex primæ ad multiplex ſecundæ/& multiplex tertię ad multiplex quartę. Erit itaq; ſenſus iſtius diffinitionis. Incontinue proportionales: ſunt quatuor quantitates. & proportio primę ad ſecũdam eſt ſicut tertiæ ad quartam; cum ſumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam/itemq; æque multiplicibus ad ſecũdã & quartam/erit proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ. ſicut multiplicis tertię ad multiplex quartę. Sed nõ diffiniuit ſub hac forma: propter cauſam prędictam. licet a parte rei idem ſit. Non eſt autẽ neceſſarium vt quatuor quantitates a,b,c,d ſint eiuſdem generis / eo q̃ b non continuatur in proportione cum c; ſed poſſunt eſſe duæ primæ vnius generis/& duæ ſequentes alterius. Per quod patet q̃ neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ/& multiplex tertiæ ad multiplex quartæ, non autem multiplex primę ad multiplex tertiæ/aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ/nec multiplex ſecũdæ & quartæ. fuit autem neceſſe ſumere ęque multiplices ad primam & tertiam/itemq; æque multiplices ad ſecundam & quartam/& non æque multiplices ad primam & ſecundam/& itẽ non æque ad tertiam & quartam: quia niſi per multiplicium ſumptionẽ continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ/non erit per quid ſit proportio a ad b ſicut c ad d.

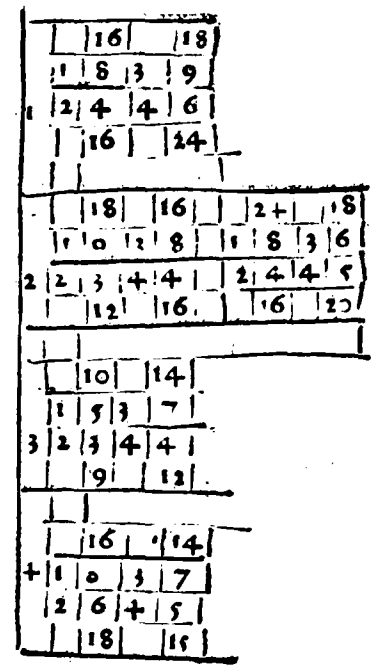
¶ Quantitates quarum proportio eſt vna: proportionales nominantur. 7

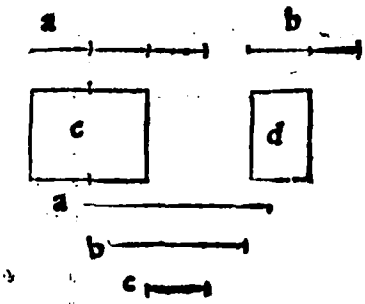
¶ CAMPANVS. ¶ Poſtq̃ diffiniuit quantitates continue proportionales & incontinue: diffinit quantitates proportionales ſimpliciter: & patet diffinitio.

¶ Cũ fuerint primæ & tertiæ æque multiplices/ itemq; ſecũdę & quartæ æque multiplices/addetq; multiplex primæ ſuper multiplicẽ ſecundæ/ non addet autẽ multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ: dicetur prima maioris proportionis ad ſecundam/q̃ tertia ad quartam. 8

¶ CAMPANVS. ¶ Diffinitis quantitatibus proportionalibus: diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales: inter quas non eſt ſimilitudo proportionum. quod contingit dupliciter. aut quia maior ẽ proportio primæ ad ſecundã q̃ tertiæ ad quartam: aut quia minor. & ideo eius ſunt duæ ſpecies. Prima: quando maior eſt proportio primi ad ſecundum/q̃ tertij ad quartũ. & dicitur hoc: maior improportionalitas

Secunda vero: quando minor eſt proportio primi ad ſecundum/q̃ tertij ad quartum. & dicitur minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam: quæ eſt maior improportionalitas. diffinitionem autem earum inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartã/non ponit: quia ipſa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam ſumpta ſint æque multiplicia/& ad ſecundam & quartam æque multiplicia/& multiplicia primæ & ſecundæ relata adinuicẽ nõ ſe habebũt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicẽ in additione/diminutione & ęqualitate: illę 4 quãtitates erũt iproportionales. Qđ ſi ita fuerit ꝙ multiplex ꝑmę ſit ęquale multiplici ſecũdę/multiplex vero tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut ꝙ multiplex primæ ſit maius multiplici ſecundę/multiplex autem tertię ſit ęquale aut minus multiplici quartæ: aut ꝙ multiplex primæ ſit maius multiplici ſecundæ & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici quartæ/ veruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem exceſſus multiplex primæ multiplex ſecundæ q̃ multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut ꝙ multiplex primæ ſit minus multiplici ſecundæ & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici quartę/ veruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem exceſſus/ multiplex primæ multiplici ſecundæ: q̃ multiplex tertiæ a multiplici quartæ: erit quolibet iſtorum 4 modorum maior proportio primæ ad ſecundã/q̃ tertiæ ad quartam. Quartuor autem modis iſtis oppoſitis erit minor proportio primæ ad ſecundam: q̃ tertiæ ad quartam. Exempla autem iſtorum omnium euidenter ſumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundæ/non autem multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartæ/de qua loquitur author in diffinitione: latitudinem habet ad iſtos 4. modos prędictos/& ipſos compræhendit. Vnde ſenſus iſtius diffinitionis eſt. cum ſumptis ſic multiplicibus vt proponit / fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ q̃ multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam. non diffiniuit autem ſub hac forma: propter communem cauſam prius dictam. Vel poſſumus dicere: ꝙ additio multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundę & non multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartæ/de qua loquitur in prędmiſſa diffinitione maioris improportionalitatis/proprie accipitur prout verba diffinitionis ſonant. & non ſe extendit niſi ad ſecundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorũ quatuor modorũ ſit maior proportio primæ ad ſecundã q̃ tertię ad quartã. vnde ſenſus illius diffinitionis ẽ. cũ ſumptis ſic multiplicibus vt proponit/ſi multiplici primæ exiſtente maiori multiplici ſecũdæ/nõ ſit neceſſariũ ꝙ multiplex tertiæ ſit maius multiplici quartæ: tũc erit maior proportio primæ ad ſecũdã q̃ tertiæ ad quartã. propter hoc autẽ non poſuit reliquos tres additionis modos in prędicta diffinitione: quia iſte eſt illis omnibus magis planus/& ad dictã diffinitionẽ ſufficiẽs. Nuſq; enĩ eſt maior proportio primæ 4 quãtitatũ ad ſecũdã q̃ tertię ad quartã: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã reperiri. quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia ſecũdæ & quartæ: inueniatur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecũdæ/non autẽ multiplex tertię ſuper multiplex quartæ. Nec vſq; cõtingit hoc reperire: quin ſit maior proportio primæ ad ſecũdã q̃ tertiæ ad quartã. vt demõſtrabimus infra ſupra decimã huius. Poſſunt autẽ eſſe hæ quãtitates iproportionales diuerſorũ generũ/ſicut & quãtitates incõtinue proportionales: ſi iter eas fuerit incontinua improportionalitas. vt ſi dicatur maior eſt proportio a ad b, q̃ c ad d. Si autem fuerit continua iproportionalitas: erunt omnes eiuſdem generis neceſſario ſicut ſunt in continua proportionalitate, vt ſi dicatur maior eſt proportio a ad b, q̃ b ad c.





9 ¶ Eſt autem proportionalitas: ad minus inter tres termanos conſtituta.

¶CAMPANVS. ¶Postq̃ author diffiniuit proportionem / proportionalitatẽ/& quãtitates proportionales & iproportionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorũ inter quos proportionalitas potest cõsistẽre. maximũ autẽ non ponit: quia illũ non cõtingit sumere. potesteni proportio quælibet cõtinuari in terminis infinitis/siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatẽ autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes: eo q; proportionalitas sit similitudo proportionum. Quelibet autẽ proportio: habet antecedẽs & consequens. ergo quelibet proportionalitas: habet ad minus duo antecedentia & duo cõsequẽtia. hoc est impossibile fieri in paucioribus q̃ tribus terminis: in quibus medius eorũ/antecedens est & consequens. & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis adminus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus q̃ in 4: eo q; in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequẽs. idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua: erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua: ad minus inter quatuor.

¶Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam/proportio primæ ad secundam duplicata. 10

¶CAMPANVS. ¶Diffinit proportionẽ quæ est inter extremos terminos cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ. & dicit q; si fuerit proportio primi ad secũdũ sicut secundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata/ hoc est ex duabus talibus cõposita. siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata/ hoc est in se multiplicata. verbi gratia in numeris. Sint tres numeri continue proportionales: sintq; continue dupli/vt 1, 4, 8. proportio autem primi ad tertium: erit sicut proportio primi ad secundũ in se multiplicata. proportio autẽ primi ad secũdum; est dupla. dupla vero in se multiplicata: producit quadruplã. vnde proportio extremorum: est quadrupla/ videlicet duplum dupli. vel secundũ priorem expositionem/ proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

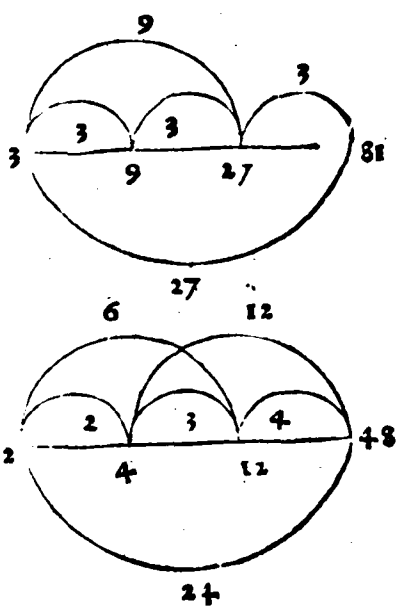
8
4
2

¶Cum fuerint quatuor quantitates continue proporrionales: proportio primæ ad quartam/ dicetur proportio primæ ad secundam triplicata. 11

¶CAMPANVS. ¶Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ. & dicit si fuerint quatuor quantitates continue proportionales: erit proportio primæ ad quartam/ sicut proportio primæ ad secundam triplicata. hoc est ex tribus talibus composita: quoniam tres tales inueniũtur in ea. siue/ qđ idẽ est) erit proportio primæ ad quartã sicut primæ ad secundã triplicata/ hoc est i se/ postea in productũ multiplicata. Verbi gratia i numeris. Sint quatuor numeri cõtinue proportionales: sintq; cõtinue tripli. vt sint 1, 3, 9, 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secũdũ in se/ postea in productũ multiplicata. proportio autẽ primi ad secũdũ: ẽ tripla. tripla vero in se multiplicata: producit nõcuplã. & triplai nõcuplã: producit vigincup'ãseptuplã. erit itaq; proportio extremorũ vigincuplaseptupla. qđ est triplũ tripli. Vel secũdũ priorẽ expositionẽ/ proportio extremorũ est sicut proportio primi ad secundũ triplicata: quia vigincuplaseptupla cõstat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures q̃ quatuor terminos constitutæ: propter id q; dimẽsiones i rebus naturalibus repertæ: non excedũt ternariũ. Denominatio autem proportionis duarũ quãtitatũ quibus nullum interponitur mediũ: habet natura lineæ. Earum vero quibus interponitur vnum medium in continua proportionalitate: ha-

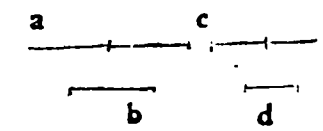
27
9
3
1

bet naturam ſuperficiei/eoquod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in ſe. Omne autem qđ ex multiplicatione lineæ in lineam producitur: naturam habet ſuperficiei. ſi in ſe quidem/quadrati: ſi vero in alteram/parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur: naturam habet ſolidi. quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in ſe/ex qua multiplicatione producitur ſuperficies: deinde in productum/ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus. omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in ſuperficiem producitur: creſcit in ſolidum. ¶ Eſt ergo acſi diceret/proportio duarum quantitatum: eſt ſimplex interuallum/ & habens naturam ſimplicis dimenſionis vt lineæ, proportionalitas autem trium: eſt duplex interuallum/& habens naturam duplicis dimenſionis vt ſuperficiei. proportionalitas autem quatuor: eſt triplex interuallum/ & habens naturam trinæ dimenſionis vt ſolidi. Et quia dimenſiones vlterius non procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis/ aut pluribus conſtitutæ, vel non diffiniuit proportionem in his: quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata/& in quatuor terminis conſtat ex eadem triplicata: in quinq; terminis conſtat ex eadem quadruplicata/& in ſex ex eadem quincuplicata. vnde quemadmodū in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionem primorū bis/& in 4. terminis ter: ſic in quinq; terminis continebit quater/& in ſex quinquies/& ita deinceps. vt ſemper proportio extremorum in terminis continue proportionalibus toties contineat proportionem primorum: quot ſunt omnes termini minus vno. Similiter quoq; ſi proportio extremorū continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ/eſt ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ſemel multiplicata/& in quatuor in ſe bis multiplicata: in quinq; terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ter multiplicata/& in ſex terminis quater/& ſic ſemper vt termini fuerint duobus plures multiplicationibus/ſiue vt multiplicationes ſint æquales mediis extremis interpoſitis. Et nota q; etiam in proportionalitate continua extremorū: proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs: vt ex prędictis apparet. & q; proportio extremorum cōtinuę proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ denominatur a quadrato/in quatuor vero terminis conſtitutæ denominatur a cubo: quorum quidē quadrati & cubi latus eſt denominatio proportionis primi ad ſecundum. verbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui ſint continue tripli: 3, 9, 27, 81. proportio primi ad ſecūdum: denominatur a ternario. eſt enim tripla. primi vero ad tertium: a nouenario qui eſt quadratus ternarij. nam ipſa eſt nōcupla. At vero proportio primi ad quartum: denominatur a 27 qui eſt cubus denominationis proportionis primi ad ſecūdū videlicet ternarij. ipſa enī ē vigincuplaſeptupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis conſtitutæ: denominatur a ſuperficiali non quadrato/cuius latera ſunt denominationes ipſarum proportionum. in quatuor vero terminis conſtitutæ: denominatur a ſolido non cubo/cuius tria latera ſunt denominationes triū proportionum. qđ etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continue iproportionales/ qui ſint 2, 4, 12, 48: i quibus proportio primi ad ſecundum eſt dupla/ſecundi ad tertium tripla/& ideo primi ad tertium ſexcupla. tertij vero ad quartū q̄drupla: & ideo primi ad quartū vigincupla q̄drupla. Senarius ergo q eſt denominatio proportionis primi ad tertium: eſt ſuperficialis/cuius latera ſunt 2 & 3 quæ ſunt denominationes duarum primarum proportionū. 24 vero qui eſt denominatio proportionis primi ad quartū: eſt ſolidus cuius latera ſūt 2, 3, & 4, quę ſunt denominationes triū proportionū inter illos quatuor terminos exiſtentiū.



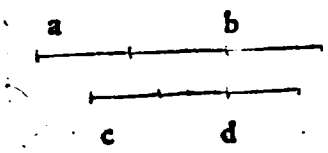
¶Quãtitates quæ ſunt in proportione vna/antecedens ad conſequentem et antecedens ad conſequentem: dicetur ecõtrario ſicut conſequens ad antecedentem/ ſic conſequens ad antecedentem. Itemq; permutatim ſicut antecedens ad antecedentem: ſic etiam conſequens ad conſequentem. 12

¶CAMPANVS. ¶Diffinit ſpecies proportionalitatis: quæ ſunt ſex. videlicet conuerſa/permutata/diſiuncta/euerſa/& æqua. Sunt autem hæ ſpecies: quaſi quidam modi arguẽdi. Diffinit ergo primo conuerſam proportionalitatem & permutatam: in quibus manent antecedentia & conſequentia eadem ſecundũ ſubſtantiam (quod nõ eſt in diſiuncta/cõiuncta aut euerſa) & in quibus nihil extra ſumitur vt in æqua. Vocat autẽ antecedens: primum extremum proportionis. conſequens vero: vocat ſecũdum. Vult itaq; per hanc diffinitionem/ q; ſi fuerit proportio a ad b ſicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a ſicut d ad c, videlicet vt faciam de antecedentibus conſequentia & de conſequentibus antecedentia: q; iſte modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario ſiue cõuerſa. Si autem ſic arguam a ad b ſicut c ad d/ ergo a ad c ſicut b ad d, videlicet vt ambo extrema primę proportionis fiant antecedẽtia/ambo extrema ſecũdæ/conſequentia: vult q; iſte modus arguẽdi vocetur proportionalitas permutata. & in iſto modo arguendi fit antecedens ſecundæ proportionis/conſequens primæ: & cõſequens primæ/antecedens ſecundæ.



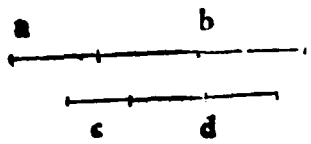
¶Cõiuncta vero proportionalitas: dicitur quoties ſicut antecedens cum conſequente ad conſequens/ ſic etiam antecedens cum conſequente ad conſequens. 13

¶CAMPANVS. ¶Diffinit coniunctam/diſiunctam/& euerſam; in quibus etiam nihil extra ſumitur/ ſed termini nõ manent in ipſis iſdem ſecundum ſubſtantiam. & vult q; ſi ita fuerit vt ſit a ad b ſicut c ad d/ & ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b ſicut totius c d ad d: q; iſte modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



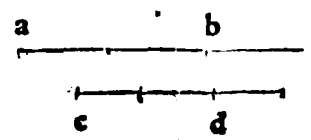
¶Diſiuncta vero proportionalitas: dicitur augmentorũ antecedentium ſupra conſequentia æqua comparatio. 14

¶CAMPANVS. ¶Vult q; ſi fuerit proportio totius a b ad b ſicut totius c d ad d, & ex hoc ego concludam ergo a ad b ſicut c ad d: q; iſte modus arguendi vocetur diſiuncta proportionalitas.



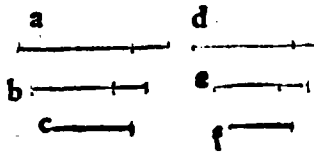
¶Euerſa proportionalitas: dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta ſui ſupra conſequentia ſua ſimilitudo proportionum. 15

¶CAMPANVS. ¶Vult q; ſi fuerit a b ad b ſicut c d ad d/ & ex hoc ego concludam ergo a b ad a ſicut c d ad c: q; iſte modus arguendi dicatur euerſa proportionalitas.

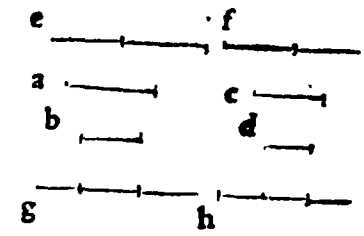


¶Aequa proportionalitas: dicitur quantitatibus plurimis propoſitis/ aliiſq; ſecũdũ eundẽ numerum in vna proportione applicatis mediorum æquali numero remoto/ vtrorumq; ſummorum ſimilitudo proportionum. 16

¶CAMPANVS. ¶Diffinit æquam proportionalitatem: quę ad probãdum propoſitum ad extra ſumitur. & vult q; ſi ſumantur quotlibet quãtitatites vt a, b, c, itẽq; totidẽ aliæ ſiue ſint etuſdem generis cum primis ſiue alterius vt d, e, f, fuerintq; ſecundæ in proportione primarũ ſiue eodẽ ordine vt ſi dicat a ad b ſicut d ad e & b ad c ſicut e ad f, ſiue ordine cõuerſo vt ſi dicatur a ad b ſicut e ad f & b ad c ſicut d ad e, & ex hoc cõcludat ergo a ad c ſicut d ad f: q; iſte modꝰ arguẽdi vocet eq; pportiona-



litas. ¶ Horũ autem ſex modorũ arguẽdi qui dicuntur ſpecies proportionalitatis: quatuor probat author in littera infra in iſto quito. Permutatam quidem proportionalitatem: probat in 16 huius. diſiunctam vero: in 17. coniunctam: in 18. æquam vero proportionalitatem: demonſtrat in 22 & 23. ſed in 22: cum quantitates duorum ordinum eodem ordine ſũt proportionales. in 23 vero: cũ et ſũt ꝓportionales ordie cõuerſo. Cõuerſã vero ꝓportionalitatẽ aut euerſã non demonſtrat: eo ꝙ conuerſa pãtet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euerſa autẽ patet ex permutata adiuuante 19 vt ſuper eadẽ 19 ſumus dicturi. ¶ Qualiter autem conuerſa proportionalitas ex diuiſione quantitatum incontinue proportionalium manifeſta ſit: demonſtremus nunc. Sit ergo proportio a ad b: ſicut c ad d. volo ergo demonſtrare ꝙ erit b ad a: ſicut d ad c. Sumant̃ e ad a, & f ad c, æque multiplicia: ſimiliter quoq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia. eritq; per conuerſionem diffinitionis quantitatum incontinue proportionalium: vt e & g itemq; f & b ſimiliter ſe habeant in additione/diminutione & æqualitate. intelligo tunc b primum/a ſecundum/d tertium/c quartum. ſumptaq; ſunt ad primũ & tertium: g & h æque multiplicia. Itemq; ad ſecundum & quartum: e & f æq̃ multiplicia. Et quia multiplicia primi & ſecundi quæ ſunt g & e ſimiliter ſe habent multiplicibus tertij & quarti quæ ſunt h & f adinuicem in additione/diminutione & æqualitate: erit per dictam diffinitionẽ/proportio b primi ad a ſecundum ſicut c tertij ad d quartum. quod eſt ꝓpoſitum. Cõſtat itaq; modus arguendi qui dicitur conuerſa proportionalitas. ¶ Huiꝰ autẽ quinti libri principia plurimis difficillima eſſe videntur: & quibuſdam concluſionibus quas ex ipſis demonſtrat/magis abintellectu diſtantia. Nihil enim videtur intellectui imediatius adhęrere: q̃ ꝙ duarum quarũlibet quantitatum æqualiũ ſit ad tertiam quãlibet vna proportio: qđ tamen huius quinti ſeptima demonſtrat/ex diffinitiõe incontinuæ proportionalitatis/quæ ab intellectu primo videtur q̃plurimũ eſſe remota. quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquã tertiam/eandem eſſe proportionem concedat: q̃ q̃tuor quãtitatũ ſi multiplicia primæ & tertiæ æqualiter ſumpta multiplicibus ſecũdæ & quartę æqualiter ſumptis ſimiliter ſe habuerint in additione diminutione & æqualitate/eſſe proportionem primæ ad ſecundam ſicut tertię ad quartam? Verum ſi ſubtiliter intuemur/liquido conſtabit non poſſe vni intellectui ꝙ proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam ſit vna: niſi per quid eſt eſſe proportionem vnã. ſi enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionem vnam eandem proportionem alteri: quomodo cognoſcet duarum quantitatum æqualium eſſe eandem proportionem ad tertiam? Indiget igitur proculdubio intellectus anteq̃ illam quæ videbatur cõceptibilis propoſitio/appræhendat: huius rei quæ ꝑ ipius diffinitionem habebitur cognitione. poſtmodum vtrum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cõueniat: pertractatione. quod ſi diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire: cõcludetur propoſitum. ſin autem: oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio: quã ſuperficialis appræhenſio immediata iudicauit. ¶ Similiter quoq; immediatius iudicat prima appręhenſio adhęrere intellectui ꝙ duarum quantitatum inæqualium maior eſt proportio maioris earũ ad aliam q̃ minoris ad eandem/quam demonſtrat 8 huius: q̃ ꝙ + quãtitatum ſit maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartã. cũ multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter ſumptis/itemq; alijs ad ſecundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit ſuper multiplex ſecundæ/ & multiplex tertiæ non addit ſuper multiplex quartæ. ex quo quæ prædicta eſt ꝓpoſitio demonſtratur. ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi: niſi per quid eſt eſſe proportionem maiorem. ¶ Igitur oportuit Euclidẽ: quæ quantitates dicũtur proportionales/& quę improportionales diffinire. Proportionales autem: ſunt quarum proportio vna eſt. & improportionales: quarum proportiones diuerſæ. Itaq; diffinuit quam

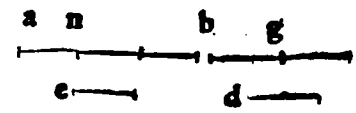


titates quarum proportio vna eſt. & eas in quibus connectuntur extrema non diſſociatis mediis/quas vocauit continue proportionales. & dixit hanc ꝓportionalitatem/in tribus terminis ad minus exiſtere/propter hoc q; vnum ſaltem bis ſumendum eſt medium. et eas in quibus accidit interruptio mediorum/& hec ſunt incontinue proportionales. & hæ proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos/propter alterius medij ſumptionem. Et diffiniuit etiam quantitates quæ ſunt impro portionales: quarum eſt maior vna proportio q̃ ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis: tunc facile eſſet intellectui cognoſcere q̃ proportiones eſſent vna & quę diuerſæ. Quę enim haberent vnam denominationem: eſſent vna. quæ autem diuerſas: diuerſæ. hæc autem facilitas manifeſta eſt ex arithmetica: quoniã omnium numerorũ proportio ſcita & rationalis eſt. Vnde Iordanus in ſecũdo arithmeticæ ſuæ diffiniens quæ proportiones ſunt eędem & quæ diuerſæ: dicit eaſdẽ eſſe quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem vero/quæ maiorem: & minorem/quæ minorem. Sed infinitæ ſunt proportiones irrationales: quarum denominatio ſcibilis non eſt. quare cum Euclides cõſideret in hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales vel irrationales quoniam conſiderat proportionem repertam in continuis quæ communis eſt ad iſtas: non potuit diffinire identitatẽ proportionum p identitatem denominationũ ſicut arithmeticus eo ꝙ multarum proportionum (vt dictum eſt) ſunt denominationes ſimpliciter ignotæ/diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis. vnde malicia proportionum irrationalium: coegit Euclidem tales diffinitiones ponere.

Quia ergo non potuit (vt patet ex p̃miſſis) diffinire proportionalitatem ſiue identitatem proportionum p identitatem habitudinum/ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum: coactus eſt refugere ad terminorum multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum & æqualitatem conſideratis ęquis numeroſitatibus ſumptorũ/p quod ad naturam irrationalitatis reducuntur: propoſitam diffinitionẽ venetur. nihil enim in quocũq; inæqualitatis genere/terminis magis idẽ: q̃ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus: q̃ multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio eſt duarum quantitatum eiuſdẽ generis certa habitudo cõſiderata in eo ꝙ ſũt æquales aut altera maior: ideo identitas proportionum exiſtẽtium iter primam 4 quãtitatum ad ſecundam & tertiam ad quartam / eſt ſimilis æqualitas primæ ad ſecundam / & tertiæ ad quartam / aut ſimilis maioritas / aut ſimilis minoritas. hęc autem ſimilis æqualitas / aut ſimilis maioritas/aut ſimilis minoritas tũc eſt iter quatuor quaſlibet quantitates: cum eſt inter oẽs earum æqualiter multiplices. ¶ Quod ergo dicit in quinta diffinitione/quantitates quę dicunt cõtinuam proportionalitatem habere ſũt quarũ æque multiplicia aut ęqua ſunt aut æque ſibi ſine interruptione addũt aut minuunt: eſt ac ſi diceret /omnes illas quantitates voco continue proportionales (qđ eſt eas ſimiliter eſſe æquales cõtinue/& ſimiliter cõtinue eſſe maiores/& ſimiliter cõtinue eſſe minores) quarum omnes æque multiplices/aut ſibi inuicem ſũt/ſimiliter cõtinue æquales/vel ſimiliter continue maiores/vel ſimiliter continue minores/quod eſt etiam ipſas multiplices eſſe continue proportionales. quod ſi hoc alicubi in multiplicibus diſſonat: eas dico non eſſe continue proportionales. ¶ Quod autẽ dicit in ſexta diffinitione. Quantitates quæ dicũtur eſſe ſecũdum proportionem vnam prima ad ſecundam & tertia ad quartam &c. eſt ac ſi diceret omnes 4 quãtitates voco incontinue proportionales/& ſe habere primam ad ſecũdam ſicut tertia ſe habet ad quartã/quod eſt primam ad ſecũdam/& tertiam ad quartam ſimiliter ſe habere in æquando aut addẽdo aut minuẽdo) quarũ omnes æque multiplices primę & tertiæ ad oẽs æque multiplices ſecũdæ & quartæ ſimiliter ſe habẽt aut ĩ æquãdo aut addẽdo aut minuẽdo. quod eſt etiam multiplices primę in

eadem proportione ſe habere ad multiplices ſecũdæ: in qua multiplices tertiæ ſe habent ad multiplices quartæ. quod ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicibus: dico non eſſe proportionem primæ ad ſecundã ſicut tertiæ ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione: eſt acſi diceret/ maiorem proportionem voco 4 quantitatum primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam (quod eſt primam magis excedere ſecũdam q̃ tertia excedat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primæ addit ſup aliquam ex multiplicibus ſecundæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ ſumpta ſecundum numerationem multiplicis primæ/ non addente ſuper aliquem ex multiplicibus quartæ ſumpta ſecundum numerationem multiplicis ſecũdæ. quod eſt eſſe maiorem proportionem multiplicis primæ ad multiplicem ſecundæ: q̃ multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

¶ Diffinitiones autem illas nihil ſũt aliqui demonſtrare: quorũ Ametus filius Ioſeph tẽtauit eas demõſtrare in epiſtola ſua quã de proportiõe & proportionalitate compoſuit. & accepit tria per modum poſitionis tanq̃ principia: quæ dicit eſſe per ſe nota & probatiõe nõ indigere. Quorũ primum eſt q̃ ſi fuerint 4 quãtitates/ quarum ſit proportio primæ ad ſecũdam ſicut tertiæ ad quartam: erit e conuerſo proportio ſecũdæ ad primã ſicut quartæ ad tertiam. & hic eſt modus arguendi: quem vocauit ſuperius Euclides cõuerſam proportionalitatem. Et errauit/ quoniã dixit poſitionem eſſe p ſe notam: cuius tamen antecedẽs & cõſequẽs ſũt ignota. Ignotum eſt enim quid ſit eſſe proportionem primæ quãtitatis ad ſecũdã ſicut tertiæ ad quartã. quare hoc ignoto poſito impoſſibile eſt intelligere quid ex ipſo ſequatur. Similiter quoq; quia cõſequẽs eſt ignotũ: impoſſibile eſt itelligere quid ad ipſam antecedat. Secundũ principiũ eius fuit/ q̃ ſi fuerint 4 quãtitates quarũ ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam: ſi prima ſit maior ſecunda/ erit tertia maior quarta. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. Tertium fuit q̃ ſi fuerint 4 quantitates quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartã: erit primæ ad quodlibet multiplex ſecundæ/ ſicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit ſibi in iſtis duobus principijs idem peccatum: quod accidebat in primo. accepit enim in omnibus ignota ſimiliter/ tanq̃ nota. quare non demonſtrauit. peccauit etiam in ſecunda demonſtratione & in tertia & in quinta. in quarum qualibet arguit ex 8 vel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis. Arguit enim ſic. ſi proportio a b ad e eſt maior q̃ g ad d: ſit ergo vt n b partis a b ad e ſicut g ad d. per quod apparet ipſũ ſupponere q̃ duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarũ ad e maior maiorem & minor minorem ad ipſam optinet proportionem. vel q̃ quantitas quæ ad e habebit minorem proportionẽ q̃ habeat a b: erit minor a b. quorum primum demonſtrat 8 huius. & ſecundum: 10. Nam cũ vult is ſumere quãtitatem quę ſe habeat ad e in proportione g ad d: dabo tibi maiorẽ aut minorem aut æqualem a b indifferenter ſicut voluero. quare aut nõ demõſtrat/ aut accidit ſibi circulus/ & principia eſſe ignota conclusionibus. Supponenda ſunt igitur cã Euclide principia tanq̃ nota. & non ipſa ex concluſionibus: ſed concluſiones ex ipſis demonſtrandæ ſunt.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS EX TRADI tione Theonis Græci commentatoris, Bartholomęo Zamberto Veneto interprete geometricorum elementorum liber quintus.

Eudides ex Zamberto. Diffinitiones.

PArs: eſt magnitudo magnitudinis minor maioris/ quando minor metitur maiorem. 1

¶Multiplex autem: maior minore/ quando eam metitur minor. 2

¶Ratio: eſt duarum magnitudinū eiuſdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 3

¶Proportio vero: eſt rationū identitas. 4

¶Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur: quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere. 5

¶In eadem ratione magnitudines dicuntur eſſe/ prima ad ſecundam & tertia ad quartam: quādo primæ æque multiplicia/ ſecūdæ & quarte æque multiplicia iuxta quāuis multiplicationem vtraq; vtrāq; vel vna excedunt vel vna æquales vel vna deficiunt ſumptæ adinuicem. 6

¶Eandem autem habentes rationem magnitudines: proportionales vocentur. 7

¶Quando vero æque multiplicium multiplex primi exceſſerit multiplex ſecūdi/ multiplex autem tertij non exceſſerit multiplex quarti: tūc primum ad ſecundum maiorē rationem habere dicetur/ q̄ tertium ad quartum. 8

¶Proportio autem in tribus terminis: minima eſt. 9

¶Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplicem rationem habere dicetur q̄ ad ſecundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint & ſemper ordinatim vna plus: prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur q̄ ad ſecundam/ ex quo fuerit proportio extenſa. 10

¶Similis rationis magnitudines dicuntur: antecedentia antecedentibus & conſequentia conſequentibus. 11

¶Conuerſa ratio: eſt acceptio antecedentis ad antecedens: et conſequentis ad conſequens. 12

¶Permutata ratio: eſt acceptio conſequentis tanq̄ antecedētis ad antecedens tanquam ad conſequens. 13

¶Compoſita ratio: eſt acceptio antecedentis cū conſequen 14

te ſicut vnius:ad ipſum conſequens.

15 ¶Diuiſa ratio:eſt acceptio exceſſus quo excedit antecedēs ipſum conſequens:ad ipſum conſequens.

16 ¶Conuerſio rationis:eſt acceptio antecedētis ad exceſſum quo excedit antecedens ipſum conſequens.

17 ¶Aequa ratio:eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine cum duabus ſumptis & in eadem ratione/quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum/ſic in ſecundis magnitudinibus primum ad vltimum. Vel aliter. Acceptio extremorum per ſubtractionem mediorum.

18 ¶Ordinata proportio:eſt cum fuerit antecedens ad conſequens ſicut antecedens ad conſequens/& conſequens ad rem aliam:ſicut conſequens ad rem aliam.

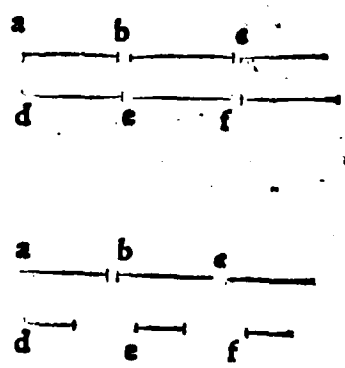
19 ¶Inordinata proportio:eſt cum fuerit antecedens ad conſequens ſicut antecedens ad conſequens/& conſequens ad rem aliam ſicut res alia ad antecedens.

20 ¶Extenſa proportio:eſt quando fuerit ſicut antecedens ad conſequens ſic antecedens ad conſequens/fuerit autem & ſicut conſequens ad rem aliā ſic conſequens ad rem aliā.

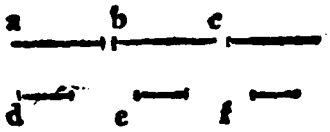
21 ¶Perturbata autem proportio:eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine/fit ſicut quidem in primis magnitudinibus antecedēs ad conſequens ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad cōſequens: ſicut autē in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam:ſic in ſecundis res alia ad antecedēs

Euclid. ex Camp. Propoſitio. 1

SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æque multiplices/ aut ſingulæ ſingulis æquales:neceſſe eſt quemadmodum vna illarum ad ſui comparem/totū quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.



¶CAMPANVS. ¶Sint quotlibet quātitates quæ ſint a,b,c:aliarū totidem quæ ſint d,e,f,æque multiplices/vnaquęq; ad ſui cōparem/aut ſingulę ſint ſingulis æquales. ita videlicet q; ſicut a eſt multiplex d:ita b eſt multiplex e,& c multiplex f. vel ſi a eſt æqualis d:q; ſimiliter b ſit æqualis e,& c æqlis f,dico q; ſicut ſe habet a ad d:ita ſe habet aggregatū ex omnibus quæ ſunt a,b,c,ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt,d, e,f. ¶Q; ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales:patet propoſitum per hanc communem ſcientiam ſi æqualibus æqualia addantur/tota quoq; erunt æqualia. Si autem ſint omnes ſuis cōparibus æque multiplices:diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium/ erit aggregatum ex prima parte a & prima b,& prima c,æquale aggregato ex d,e,f,per prędictam communem ſcientiam adiuuante hac/quę eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia. Similiter quoq; aggregatum ex ſecūdis partibus quā

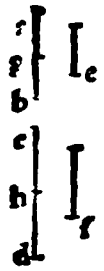


titatum a,b,c:erit æquale aggregato ex d,e,f.sicq; de cęteris.& quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a:erit vt æquale aggregatum ex d,e,f totiēs contineatur in aggregato ex a,b,c quotiēs d,continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a,totiens aggregatum ex d, e,f,numerat aggregatum ex a,b,c:patet q; sicut a est multiplex ad d,ita aggregatum ex a,b,c,aggregati ex d,e,f.quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema.1. Propositio.1

¶Si fuerint qualibet magnitudines quarūlibet magnitudinum æqualium numero singulę singularum æque multiplices:quotuplex est vnius vna magnitudo,totuplices erunt & omnes omnium. 1

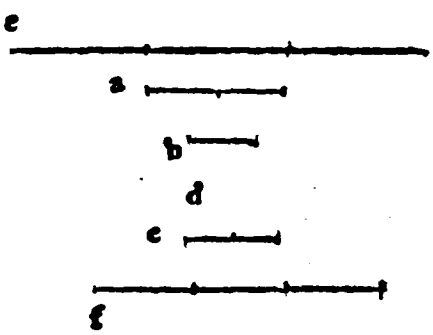
¶THEON ex Zamb. ¶Sint quælibet magnitudines a b,c d:quarūcūq; magnitudinum e,f,æqualium numero æque multiplices,singulæ singularū. Dico q; quotuplex est a b ipsius e:totuplices erunt a b & c d, ipsarum e,f. Quoniam enim æque multiplex est a b ipsius e, & c d ipsius f:quotcunq; igitur magnitudines sunt in a b æquales ipsi e,totidē & in c d sūt æquales ipsi f. Dirimatur quidē a b,in magnitudines æquales ipsi e,hoc est a g & g b:& c d in ipsi f æquales magnitudines, hoc est c h,& h d,Erit nimirum multitudo ipsarum c h & h d: multitudini ipsarū a g & g b æqualis. Et quoniā æqualis est a g ipsi e,& c h ipsi f:& a g & c h,ipsis e,f sūt equales. & per hoc quoniā æq̄lis est g b ipsi e, et h d,ipsi f:& g b & h d ipsis e f. Quotcunq; igitur sūt in a b æquales ipsi e:tot & in ipsis a b & c d,sunt æqualia ipsis e,f.quotuplex igitur est a b,ipsius e:totuplices sunt a b & c d,ipsarū e, f. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarūcunq; magnitudinum æqualium numero singulę singularū æque multiplices:quotuplex est vna magnitudo vnius, totuplices erunt & omnes omnium. q; demonstrasse oportuit.



Eucli.ex Camp. Propositio.2

SI fuerint sex quantitates quarum prima ad secūdam atq; tertia ad quartam æque multiplices / quinta vero ad secundam atq; sexta ad quartam æque multiplices: totum primę & quintæ ad secundam / totumq; tertiæ & sextæ ad quartam eque multiplicia esse conueniet. 2

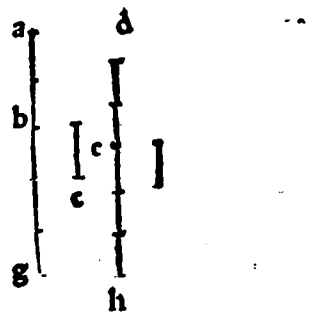
¶CAMPANVS. ¶Sint sex quantitates:a prima/b secunda/c tertia/d quarta e quinta/f sexta. Sintq; a & c:æque multiplices ad b/& d. Itemq; e,& f:sint æque multiplices ad easdem. Dico q; sicut totum aggregatū ex a & e,est multiplex ad quantitatem b:ita totum aggregatum ex c & f,est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a,est æqualis numero secundum quem d continetur in c,similiter quoq; numerus secundum quem b continetur in e,est æqualis numero secundum quem d continetur in f:erit per communem scientiam quę est si æqualibus æqualia addantur & totaquoq; erūt equalia/numerus secundum quē b continetur in aggregato ex a & e,equalis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f. quare sicut aggregatum ex a & e:est multiplex ad b:ita aggregatum ex c & f. est multiplex ad d. quod est propositum.



Eucli.ex Zamb. Theorema.2. Propositio.2

¶Si prima secundæ æque fuerit multiplex & tertia quartę fuerit autē & quinta secundæ æque multiplex & sexta quartæ:& composita prima & quinta,secundæ æque multiplex erit/& tertia & sexta quartæ. 3

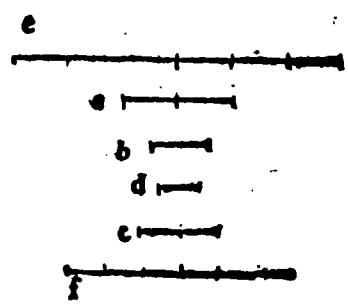
¶THEON ex Zamberto. ¶Prima inq̃ a b, ſecundæ c æque multiplex eſto: & tertia d e, ipſius f quartæ. ſit autem & quinta b g, ſecundæ c æque multiplex: & ſexta e h, ipſius f quartæ. Dico q̃ compoſita prima & quinta a g, ipſius c ſecundæ æque multiplex erit: & tertia & ſexta d h, ipſius f quartæ. Quoniam enim æque multiplex eſt a b ipſius c, & d e ipſiꝰ ſt quot magnitudines igitur ſunt in a b, æquales ipſi c, totidem magnitudines ſunt & in d e, æquales ipſi f. ac per hoc/ & quot ſunt in b g, æquales ipſi c: tot etiam ſunt in e h, æquales ipſi f. Quot igitur ſunt i tota a g, æquales ipſi c: tot ſunt in tota d h, æquales ipſi f. Quotuplex igitur ẽ a g, ipſius c: p̃ p̃cedens/ totuplex eſt d h, ipſius f. Et cõpoſita igitur prima & quinta a g, ipſius c ſecundæ æque erit multiplex: & tertia & ſexta d h, ipſius f quartæ. Si prima igitur ſecundæ æq̃ fuerit multiplex & tertia quartæ/ fuerit autem & quinta ſecundæ æque multiplex & ſexta quartæ: & cõpoſita prima & quinta/ ſecundæ æque multiplex erit/ & tertia & ſexta quartæ. quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

3 SI fuerint primum ſecundi & tertium quarti æque multiplicia/ ad primum vero & tertium multiplices ſumantur æquales: erunt multiplex primi ad ſecundum/ atq̃ multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

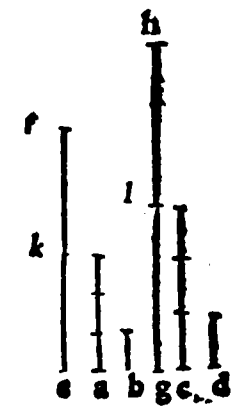
¶CAMPANVS. ¶Sint ſex quantitates: a prima/ b ſecunda/ c tertia/ d quarta/ e quinta/ f ſexta. ſintq̃ a ad b & c ad d, itemq̃ e ad a & f ad c: æq̃ multiplices. Dico q̃ ſicut e eſt multiplex ad b: ita f ad d. Diuidatur enim e ſecundum quantitatem a ſui ſubmultiplicis: & f ſecundum quantitatẽ c. eritq̃ propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, vt quælibet partium e ſit ita multiplex ad b: ſicut quælibet partium f ad d. Quia ergo ſicut prima pars c eſt multiplex ad b ita prima pars f eſt multiplex ad d, itemq̃ ſicut ſecunda pars e eſt multiplex ad b ita ſecunda f ad d: ergo erit per præmiſſã vt aggregatũ ex duabus primis ptibus e ſit ita multiplex ad b, ſicut aggregatum ex duabus primis partibus f ad d. Et quia rurſus tertia pars e (ſi ſit aliqua tertia pars) eſt ita multiplex ad b ſicut tertia f ad d: erit per eãdem vt totum aggregatum ex tribus primis partibus c ſit ita multiplex ad b, ſicut totum aggregatũ ex tribus primis partibus f ad d. Sicq̃ (ſi plures fuerint partes e & f) componendo ſemper ſequentem cum aggregato ex prioribus: concludes q̃ ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d per p̃miſſam totiens ſumptam quot fuerint partes in e aut in f, minus vna. ſicq̃ patet propoſitum.

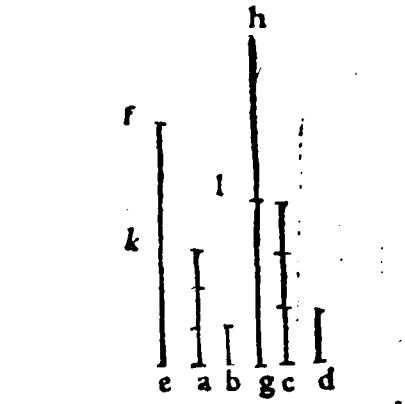


Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

3 ¶Si primum ſecundi æque fuerit multiplex & tertium quarti/ ſumantur autem æque multiplicia primi & tertij: & æque ſumptorum vtrumq̃ vtriuſq̃ æque erit multiplex / alterum quidem ſecundi/ alterũ autem quarti.

¶THEON ex Zamberto. ¶Primũ inq̃ a, ſecundi b, æque ſit multiplex: & tertium c, ipſius d, quarti. ſumanturq̃ ipſorum a, c: æque multiplicia e f, & g h. Dico q̃ æque multiplex eſt e f, ipſiꝰ b: & g h, ipſius d. Quoniã enim æque multiplex eſt e f ipſius a, & g h ipſius c: quot igitur ſũt magnitudines æquales in e f, ipſi a, tot etiã ſunt magnitudines in g h, ęquales ipſi c. Dirimatur quidem e f, in magnitudines æquales ipſi a: hoc eſt e k, & k f. & g h, i æquales ipſi c: hoc eſt g l, & l h. erit vtiq̃ æqualis multitudo ipſorum e k, & k f: multitudini ipſorum g l, & l h. Et quoniam ęq̃ multiplex eſt a ipſius b, & c ipſius d, æqualis autem eſt e k ipſi a, & g l ipſi c: æque igitur eſt multiplex e k ipſius b, & g l ipſius d. Ac p̃ hoc iam æque multiplex eſt k f, ipſius b: & l h, ipſius d. Quoniam igitur primum e k ipſius b ſecundi æque eſt multiplex & tertiũ g l ipſius d quar-



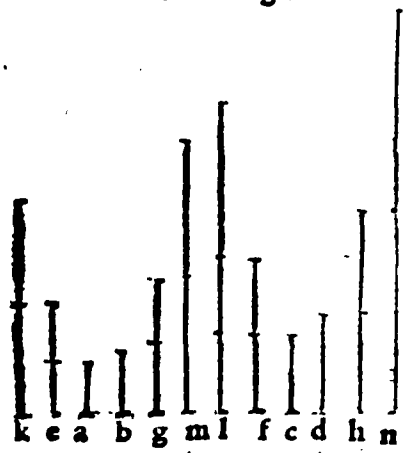


ti/eſt autem & quintum k f ipſius b ſecundi æque multiplex & ſextũ l h ipſius d quarti:& compoſitum igitur per 2 quinti primum & quintũ e f ipſius b ſecundi æque eſt multiplex/& tertium & ſextum g h ipſius d quarti.Si primum igitur ſecundi æque fuerit multiplex & tertiũ quarti/ ſumanturq; primi & tertij æque multiplicia: & æque ſumptorum vtrũq; vtriuſq; æque erit multiplex/alterum ſecundi/ alterũ autem quarti.quod oportebat demonſtrare.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

SI fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartum/ad primum autem et tertium æque multiplicia aſſignẽtur/itemq; ad ſecundum & quartum multiplices æquales:erunt aſſignatę multiplices eodem ordine proportionales. 4

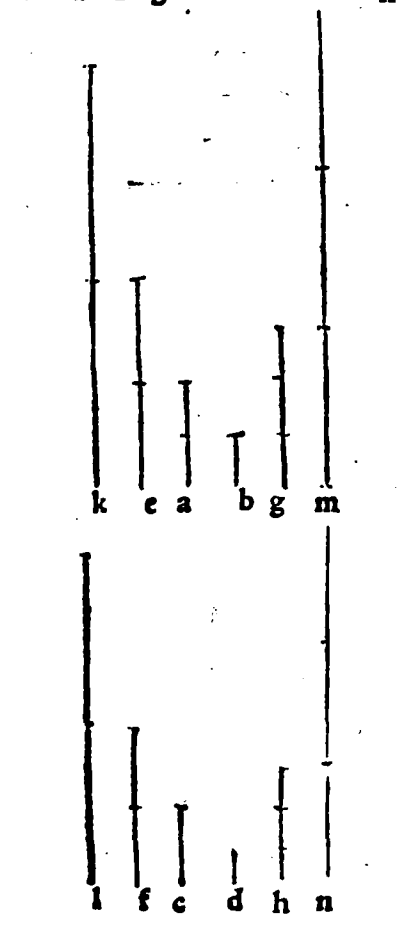
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a primi ad b ſecũdũ:ſicut c tertij ad d quartũ. ſumanturq; e ad a,& f ad c,æque multiplicia: itẽq; g ad b, & h ad d,æque multiplicia.Dico q̃ proportio e ad g:eſt ſicut f ad h. Sumam k ad e,& l ad f.æq̃ multiplicia: itẽq; m ad g,& n ad h,æq̃ multiplicia.Et quia e et f ſunt æque multiplicia ad a et c,itemq; k et l æque multiplicia ad e et f:erunt per præmiſſam k et l,æque multiplicia ad a et c.per eandem quoq; erunt m et n:æque multiplicia ad b et d.Quare per conuerſionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis/k ad m ,et l ad n:ſimiliter ſe habebunt in addendo/diminuendo et æquando. Quia ergo k et l ſunt æque multiplicia ad e et f,itemq; m et n æque multiplicia ad g et h:erit per diffinitionem incontinuę proportionalitatis/ proportio e ad g ſicut f ad h.quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

¶Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationem/& tertium ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia ſecundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/eandem habebunt rationem ſumpta adinuicem. 4

¶THEON ex Zamb. ¶Primũ enĩ a ad ſcdm b eãdẽ habeat rõnẽ: quã tertiũ c ad quartũ d.Et ſumantur qdẽ ipſorũ a,c:æque multiplicia,e,f:et ipſorũ b,d,alia vtcũq; multiplicia,g,h. Dico q̃ ſicut ſe habet e ad ipſũ g:ſic ſe habebit f ad ipſũ h.Sumãt enĩ ipſorũ e,f,æq̃ multiplicia k et l:et ipſorũ g,h,alia quæ vtcũq; ſint æq̃ multiplicia/hoc eſt m et n.Et quoniã æque multiplex eſt e ipſius a,et f ipſius c,ſuſcipiunturq; ipſorũ e,f,æque multiplicia k et l:igitur k per 3 quinti æque multiplex eſt ipſius a,et l ipſius c. et propterea/æque multiplex eſt quoq; m ipſius b:et n ipſius d. Et quoniam eſt vt a ad b ſic c ad d,et ſumũtur ipſorum a,c,æque multiplicia k,l,ipſorum autem b,d,alia quæ vtcũq; ſunt æque multiplicia/hoc ẽ m,n:(ſi enĩ excedit k ipſũ m:excedit & l ipſũ n.& ſi æquale: æquale.& ſi minus:minus) p 6 diffinitionem in eadẽ ratione magnitudines eſſe dicũtur.Sunt autem k ,l,ipſorum e,f,æque multiplicia: & m,n,ipſorum g,h,alia quæ vtcunq; æque multiplicia ſunt.Eſt igitur vt e ad g:ſic f ad h.Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertiũ ad quartum:& æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia ſecundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/eandem rationem habebunt ſumpta adinuicem/per 6 diffinitionem quiti. Quod oportebat demonſtrare.



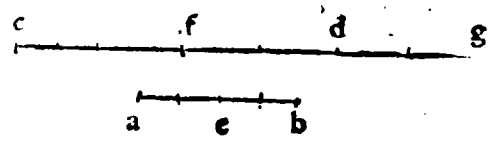
¶LEMMA ſiue aſſumptio. ¶Quoniam igitur demonſtratum eſt q̃ ſi excedit k ipſum m excedit quoq; & l ipſum n,& ſi æquale æquale/ & ſi minus minus/manifeſtũ autẽ eſt q̃ ſi m ipſũ k excedit & n excedit ipſum l,& ſi æquale æquale/& ſi minus minus/ ac per hoc erit vt g ad e ſic h ad f: (CORRELARIVM) hinc manifeſtum eſt q̃ ſi quattuor magnitudines proportionales fuerint:& econtra quoq; proportionales erunt.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 5.

5 SI fuerint duæ quantitates quarum vna ſit pars alterius/minuaturq; ab vtraq; ipſarũ ipſa pars: erit reliquum reliquo atq; totum toti æque multiplex.

¶Vel ſic. minuaturq; ab vtraq; ipſarum/ipſa pars aliquot a: erit reliquum reliqui tota pars quota totum totius.

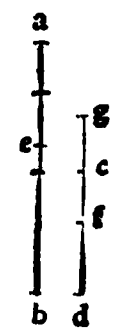
¶CAMPANVS. ¶Sit quãtitas a b tota pars quantitatis c d, quota eſt e b ipſius a b: minuaturq; a b ex quãtitate c d, & ſit reſiduũ f c, eritq; f d æqlis a b. ſimiliter quoq; minuatur e b ex quãtitate a b: ſitq; reſiduũ e a. Dico q̃ quota pars eſt quantitas a b quantitatis c d: tota eſt quantitas a e quantitatis c f. Cum enim f d ſit æqualis a b: erit f d ita multiplex e b, ſicut c d eſt multiplex a b. ponam itaq; d g ita multiplicem a e: ſicut f d eſt multiplex e b. eritq; ex prima huius/quãtitas f g ita multiplex a b: ſicut f d eſt multiplex e b. & quia ſic fuit c d multiplex a b, ſicut f d fuit multiplex e b: erit vtraq; duarũ quantitatum c d, f g, æque multiplex quantitatis a b. quare per communem ſcientiam: c d & f g ſunt æquales adinuicem. dempta igitur ab vtraq; earum/quantitate f d: erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e ſicut f d, e b, & ideo ſicut a b, e b, quare & ſicut c d, a b: erit c f ita multiplex a e, ſicut tota c d totius a b. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

5 ¶Si magnitudo magnitudinis q̃que fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex quotuplex tota totius eſt multiplex.

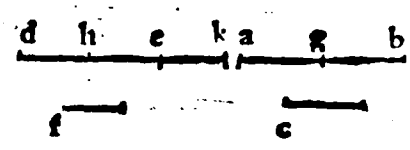
¶THEON ex Zamb. ¶Magnitudo inq̃ a b, magnitudinis c d æque multiplex eſto: atq; & ablata a e, ablatæ c f. Dico q̃ & reliqua e b, reliq̃ d f æq̃ erit multiplex: quotuplex tota a b totius c d eſt multiplex. Quotuplex eſt ae ipſius c f: totuplex fiat e b ipſius c g. Et quoniam per primam huius/æque multiplex eſt a e ipſius c f, & a b ipſius c d, ponitur autem æque multiplex a e ipſius c f & a b ipſius g f: æque igitur eſt multiplex a b, vtriuſq; ipſorum g f & c d. æqualis igitur eſt g f: ipſi c d. Communis auferatur c f. reliqua igitur g c: reliquæ d f eſt æqualis. Et quoniam æque multiplex eſt a e ipſius c f, & e b ipſius g c, æqualis autem eſt g c ipſi d f: æque igitur eſt multiplex a e ipſius c f, & e b ipſius f d. Aeque autem ponitur multiplex: a e ipſius c f & a b ipſius c d. æquæ igitur eſt multiplex e b ipſius f d: & a b ipſius c d. Et reliqua igitur e b, reliquæ f d æque multiplex erit: quotuplex eſt tota a b totius c d. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit/quotuplex eſt tota totius. Quod demonſtraſſe oportuit.

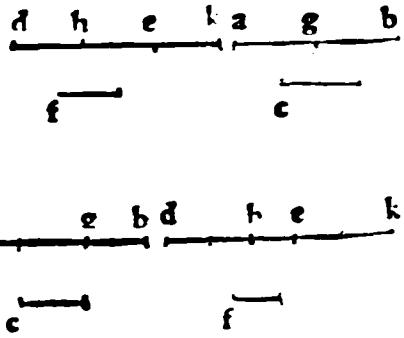


Eucli.ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI fuerint duæ quãtitates ad alias duas æque multiplices/duæq; minores a duabus maioribus vtraq; ſua multiplice ſubtrahantur: erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia/aut eis æqualia.

¶CAMPANVS. ¶Sint quãtitates a b ad c, & d e ad f: æque multiplices. ſubtrahãturq; c ex a b: & f ex d e. & ſint reſidua ex a b qdẽ a g: ex d e, d h. eritq; g b eq̃lis c: & h e æq̃lis f. dico q̃ duo reſidua a g & d h erũt æq̃lia duabus quãtitatibus c & f: aut eis æq̃ multiplicia. Sit ergo primo a g:

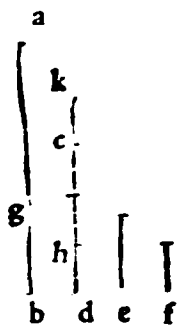




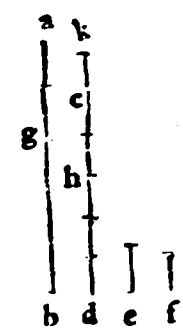
æqualis c.dico q̄ d h eſt æqualis f. Sumã enī quãtitatẽ e k æqualem f. eritq; per præmiſſas hypotheſes/vt toties f ſit in h k : quoties c in a b. quare ſicut a b eſt multiplex c : ita h k eſt multiplex f. ſed ſic etiam d e:erat multiplex eiuſdem f. erit igitur per communem ſcientiam:h k æqualis d e.dẽpta igitur cõmuni earum quãtitate h e:erit d h æqualis f.quod eſt propoſitum. ¶Si autem a g ſit multiplex c: ponam vt e k ſit æque multiplex f. eritq; vt prius/vt toties f ſit in h k : quoties c in a b.ſed toties erat etiam in d e.erit igitur vt prius /d e æqualis h k:& d h,e k.quare ſicut a g eſt multiplex c:ita d h eſt multiplex f. quod eſt propoſitum. ¶Aliter idem.Cum ſecundũ eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c ſecundũ quem quantitas d e quantitatem f,demptaq; ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus ſecundum quẽ a g continet c,& ſecundum quẽ d h continet f: patet quantitates a g & d h, eſſe æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.

Euclí. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

¶Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices/& ablatæ aliquæ earum æque fuerint multiplices:& reliquæ eiſdem vel æquales ſunt vel æque ipſarum multiplices. 6

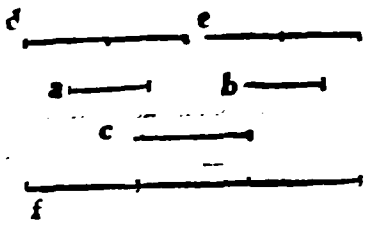


¶THEON ex Zamberto. ¶Duæ inq̃ magnitudines a b,c d: duarum magnitudinum e & f,æque ſint multiplices.& ablatæ aliquæ a g,& c h: earundem e & f æque ſint etiam multiplices.Dico q̄ & reliquæ g b & h d:eiſdem e & f,aut ſunt æquales/aut earum æque multiplices.Sit enim primum:g b ipſi e æquale.Dico q̄ & h d:ipſi f eſt æquale.Ponatur inq̃ ipſi f: æqualis c k. Quoniam æque multiplex eſt a g ipſius e,& c h ipſius f,æqualis autem eſt g b ipſi e, & k c ipſi f:æque igitur eſt multiplex a b ipſius e,& k h ipſius f.Aeque autem ponitur multiplex a b ipſius e:& c d ipſius f.Aeque igitur eſt multiplex k h ipſius f:& c d ipſius f.Quoniam igitur vtraq; ipſarum k h & c d, ipſius f æque eſt multiplex:æqualis igitur per primam cõmunem ſententiam eſt k h ipſi c d. Communis auferatur c h.reliqua igitur k c:reliquę h d & eſt æqualis. Sed f:ipſi k c eſt æqualis.& ipſi h d igitur:f eſt æqualis.ſicut igitur g b æqualis eſt ipſi e:& d h ipſi f erit æquale.Similiter quoq; oſtendemus q̄ & ſi multiplex fuerit g b ipſius e:tam multiplex erit & h d ipſius f. Si duæ igitur magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices/& ablatæ aliquæ earũdẽ æque fuerint multiplices:& reliquę eiſdẽ aut æquales / aut earum æque multiplices erunt. Quod demonſtrare oportebat.

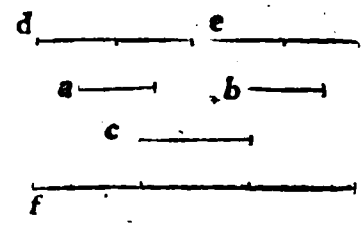


Euclí.ex Camp. Propoſitio 7.

SI duæ quantitates inæquales ad quamlibet comparẽtur:earum ad illam erit vna proportio. itemq; ad illas proportio illius:vna eſt. 7



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quantitates a,b,æquales: quæ comparentur ad quamlibet tertiam vt ad c.dico q̄ eadẽ eſt proportio a ad c, & b ad c:itemq; eadem c ad a,& c ad b. Primum ſic probatur. Cum enim c ſit conſequens ad a primam/& ad b tertiam:ipſa erit in ratione ſecundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam/& e ad b tertiam: æque multiplices.& ſumam f:quamlibet ex multiplicibus c, quæ eſt ſecunda & quarta.Et quia a & b quarũ ſunt æque multiplices d & e,poſitæ ſunt æquales:erit vt ſi d diuidatur ſcdm quantitatẽ a,& e ſecũdũ q̃titatẽ b,q̄ partes vtrobiq; ſũt numero & quãtitate æq̃les. numero qdẽ:per hypotheſin propter æq̃litatẽ multiplicatiõis vtrobiq;. quãtitate autẽ:per hãc cõmunẽ ſciẽtiã quoties oportuit repetitã/q̃ eidẽ ſunt æq̃lia ſibiiuicẽ

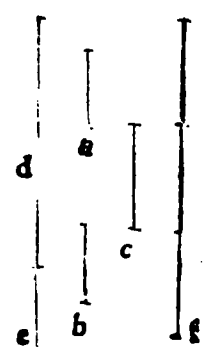


ſunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d eſt æqualis primæ ex partibus e, & ſecunda ſecundæ / & cæteræ cæteris / ſuntq; tot partes in d quot ſunt in e: erit per primam huius / d æqualis e. Quare per cõmunem ſcientiam / ſi duæ quantitates æquales comparẽtur ad aliam tertiam: aut ambæ quantitates d & e ſunt ſimiliter maiores f, aut ſimiliter minores / aut ſibi æquales. igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis / quæ eſt proportio a primæ ad c ſecũdam: eadem eſt b tertiæ ad c quartam. quod eſt propoſitum. ¶ Secundum eodem modo probabis ordine conuerſo. vt c ponatur prima & tertia: a vero ſecunda / b quarta. Cum vero quantitas f, quæ eſt æque multiplex primæ & tertiæ / ſit aut ſimiliter maior quãtitatibus d & e quæ ſunt æque multiplices ſecundæ & quartæ / aut ſimiliter minor / aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem / proportio c primæ ad a ſecundam ſicut c tertiæ ad b quartam. Quod eſt propoſitum ſecundum.

Euclí. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

7 ¶ Aequales: ad eandem / eandem / habent rationem. & eadem: ad æquales.

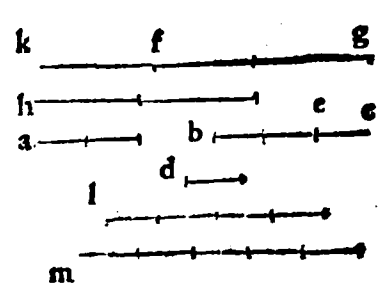
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint æquales magnitudines a, b: alia autẽ vtcũq; magnitudo c. Dico q; vtraq; ipſarũ a, b: ad ipſã c, eãdẽ habet rationem. & c: ad vtranq; ipſarum a, b. Sumãtur per 3 quinti / ipſarũ a, b, æq̃ multiplices: ſintq; d, e. ipſius autem c, alia vtcunq; multiplex: ſitq; f. Quoniam igitur æque multiplex eſt d ipſius a, & e ipſius b, æqualis autem eſt a ipſi b: æqualis igitur eſt per primam cõmunem ſententiam, & d ipſi e. Alia autem vtcunq; f. ſi excedit autem d ipſum f: excedit & e ipſum f. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Sunt quidem d, e, ipſarum a, b æque multiplices: & f ipſius c alia vtcunq; multiplex. Eſt igitur vt a ad c: ſic b ad c. ¶ Dico iã q; & c: ad vtrãq; ipſarũ a, b, eãdẽ habet rationẽ. Eiſdem nãq; diſpoſitis: ſimiliter oſtẽdemus q; æqualis eſt d ipſi e. aliud autẽ quod eſt f. Si igitur excedit f, ipſum d: & excedit ipſũ e. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. At f ipſius c multiplex eſt. & d, e, ipſarum a, b, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices. Eſt igitur ſicut c ad a: ſic eſt c ad b. Aequales igitur ad eandem: eandem habent rationem. & eadem: ad æquales. quod fuerat demonſtrandum.

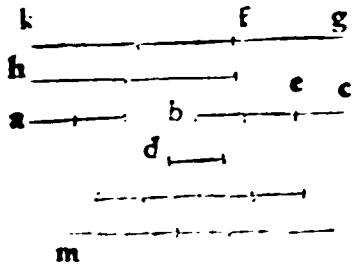


Euclí. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI duæ quantitates inæquales ad vnam quantitatẽ proportionentur: maior quidem maiorem / minor vero minorem obtinebit proportionem. Illius autẽ ad illas / ad minorem quidem proportio maior: ad maiorem vero minor erit.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates inęquales a & b c: ſitq; maior b c. & proportionẽtur ad eandẽ quantitatẽ quæ ſit d. dico q; maior eſt proportio b c ad d: q̃ a ad d. & q; econtrario maior eſt d ad a: q̃ d ad b c. Primum ſic probatur. Ponam c b æqualem a. & multiplicabo totiens e c: q; proueniat quantitas maior d. ſitq; f g. & ſumam k f ſta multiplicem b e, & ſimiliter h ita multiplicem a: ſicut f g eſt multiplex e c. eritq; per primam huius / h ita multiplex a: ſicut k g eſt multiplex b c. erit etiam h æqualis k f: propter hoc q; earum ſubmultiplices q̃ ſũt a & b e, poſitę ſũt æq̃les. Ponã quoq; q; h nõ ſit minor d: ſed æq̃lis / aut maior. toties enim multiplicabo vnãquãq; triũ quãtitatũ e c, b e, & a, æq̃liter: q; f g multiplex e c, proueniat maior d, & q; h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ. deide toties multiplicabo d: q; proueniat g̃titas maior h. ſitq; m prima g̃titas multipliciũ d q̃ ſit maior h. ſub q̃ ſumã maxi-

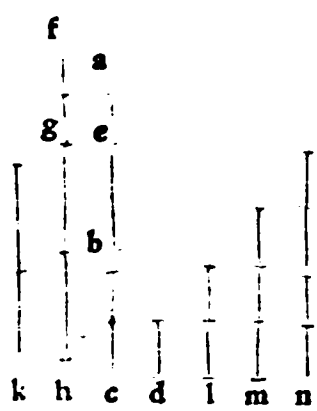




mam multiplicem d:aut ſibi æqualem ſi m eſt prima in ordine multiplicium d,quæ ſit l.eritq; vt l non ſit maior h.& conſtabit m ex d & l: propter id q; omne multiplex conſtat ex proximo præcedenti multiplici & ſimplo/vt triplum ex duplo & ſimplo/excepto primo multiplici quod cõſtat ex bis ſimplo.Quia ergo h eſt æqualis k f:non erit k f minor l.itaq; k f & d:non efficient minus q̃ l & d.quare non efficient minus q̃ m.& quia f g eſt maior d: erit k g maior q̃ m.Intelligo igitur quantitatem b c primam/d ſecundam/a tertiam /d quartam.& quia ad primã & tertiam ſumpta ſunt æque multiplicia videlicet k g & h,ſimiliter quoq; ad ſecundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorum quod eſt m,& addit k g multiplex primæ ſuper m multiplex ſecũdæ/nõ addit autem b multiplex tertię ſuper m multiplex quartæ:erit per diffinitionem maioris improportionalitatis/maior proportio b c primæ ad d ſecundam q̃ a tertię ad d quartam.quod eſt primum. ¶Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerſo ordine. vt d ſit prima & tertia:a ſecunda/b c quarta.addit enim m multiplex primæ/ſuper b multiplicem ſecundæ:non addit autem m multiplex tertiæ ſuper k g multiplicem quartæ.quare maior eſt proportio d ad a:q̃ d ad b c.quod eſt ſecũdũ. ¶Ex huius autem demonſtrationis modo, patet ſufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis:quam poſuit author in principio huius quinti.Nuſq; enim eſt maior proportio primæ quatuor quintitatũ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam:quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri.quæ cum relata fuerit ad aliqua æque multiplicia ſecundæ & quartæ;inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ/non autẽ multiplex tertiæ ſuper multiplex quartę.Hæc autem multiplicia ſic reperiemus :ſicut demonſtrabimus infra ſupra 12 huius.

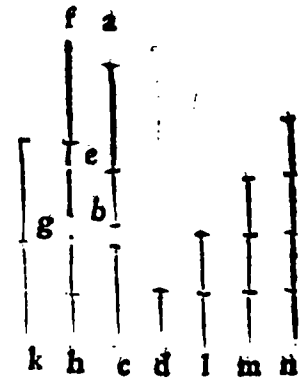
Eucl. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

¶In æqualium magnitudinum maior.ad eandem / maiorẽ 8 rationem habet:q̃ minor.& eadem ad minorem/maiorẽ rationem habet:q̃ ad maiorem.



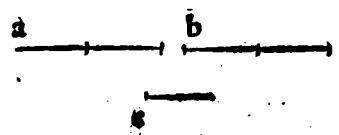
¶THEON ex Zambetto. ¶Sint inæquales magnitudines/a,b,& c: & ſit maior a b,ipſa c.Alia autem vtcunq;:ſit vt d.Dico q; a b ad d,maiorem rationem habet:q̃ c ad d. & d ad c,maiorem rationem habet:q̃ ad a b.Quoniã eni maior eſt a b,ipſa c:ponatur c æqlis ipſi b e. minor iã ipſarũ a e & e b multiplicata:maior fiat ipſa d. Sit primum a e minor ipſa e b. Et multiplicet a e:quoad qd fiet/maius ſit ipſo d.& ſit illius multiplex f g:quod maius eſt q̃ d. Et q̃ multiplex eſt f g ipſius a e:tam multiplex eſto g h ipſius e b,& k ipſius c.& ſumatur ipſius d duplum:ſitq; illud l.triplum poſtmodum:ſitq; illud m.& deinceps vno plus:quoad ſũptum multiplicans fiat ipſius d primo maius q̃ k.ſumaturq;:& ſit n quadruplum ipſius d primo maius q̃ k.Quoniam igitur k ipſo n,primo eſt minor:k igitur ipſo m nõ eſt minor. Et quoniam æque multiplex eſt f g ipſius a b,atque æque multiplex eſt f g ipſius a e: & k ipſius c:æque igitur eſt multiplex/per 1 quinti/ f h ipſius a b,& k ipſius c.Igitur f h & k, ipſarum a b & c,æque ſunt multiplices/per eãdem.Rurſus quoniã æque eſt multiplex g h,ipſius e b,& k ipſius c,æqualis autẽ eſt e b ipſi c:æqualis igitur eſt & g h ipſi k. At k:ipſa m non eſt minor.neq; igitur,g h:ipſa m eſt minor.Maior autem eſt f g:ipſa d.tota igitur f h:ſimul ambabus d & m maior eſt.Sed ambæ d & m,ipſi n ſunt æquales: quandoquidem m,ipſius d triplum eſt/ambæ autem m & d/ipſius d quadruplices ſunt. eſt autem n:ipſius d quadruplum.ambæ igitur m & d:ipſi n ſunt æquales.Sed f h: ipſis m & d maior eſt. igitur f h:ipſũ n excedit.Sed k:ipſum n non excedit.& f h & k:æque multiplices ſunt ipſarum a b & c. & n: ipſius d aliud eſt vtcunq; multiplex. Igitur a b,ad d, maiorem

k excedit:& n ipſum f h non excedit.& eſt quidē n: ipſius d multiplex. Sunt autem f h & k:ipſarum a b & c,aliæ vtcunq; æque multiplices.Igitur d ad c,maiorem rationē habet:q̄ d ad a b. ¶Sed iam a e:maior eſto ipſa e b.iam minor e b multiplicata: maior fiat ipſo d.Multiplicetur. & eſto g h multiplex quidē ipſius e b:maior autem ipſo d. Et q̄ multiplex eſt g h ipſius e b:tam multiplex fiat & f g ipſius a e,& k ipſius c. ſimiliter oſtendemus q; f h & k:ipſarum a b & c æque ſunt multiplices. Sumaturq; ſimiliter n multiplex quidem ipſius d:primo maior ipſa f g.quare rurſus f g,ipſa m nō eſt minor:maior autem eſt g h, ipſa d. Tota igitur f h:ipſas d,m ,hoc eſt ipſam n excedit. & k ipſum n nō excedit. Quoniā & f g maior exiſtens ipſa g h,hoc eſt ipſum k ipſum n non excedit:pariterq; ſuperiora cōſequuti demōſtrationem cōficiemus.Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem/maiorem rationem habet:q̄ minor.& eadem ad minorem / maiorem rationem habet:q̄ ad maiorem. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 9.

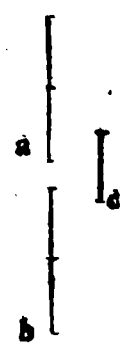
9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad vnam quantitatem proportio vna:ipſas eſſe æquales.ſi vero vnius ad eas proportio vna:ipſas æquales eſſe neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Sit duarum quantitatum a & b:proportio vna ad c. dico eas eſſe æquales.& ſi econuerſo fuerit eadem proportio c ad vtrāq; earū:adhuc dico eas eſſe æquales.hæc eſt conuerſa ſeptimæ huius. Primum ſic patet.Si enim non ſunt æquales/ſed altera earum maior/vtpote a:erit per primam partē prēmiſſæ/maior proportio a ad c,q̄ b ad c,qđ eſt contra hypotheſin.Secundum quoq; patet.quia ſi a eſt maior b: erit per ſecundam partem præmiſſæ/maior proportio c ad b q̄ ad a.quod eſt etiam contra hypotheſin.

Eucli.ex Zamb. Theorema 9.Propoſitio 9.

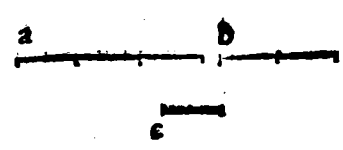
9 ¶Quæ ad eandem/eandem habent rationem: æquales ad inuicem ſunt.& ad quas eadem/eandem habet rationē:ipſæ ſunt æquales.



¶THEON ex Zamb. ¶Habeat inq̄ vtraq; ipſarum a,b:ad c,eandem rationem.Dico q; æqualis eſt a ipſi b.Si autem nō:vtraq; ipſarum a,b, ad ipſam c,eandē non habet rationem/per 8 quinti.habet autē.æqualis igitur eſt a:ipſi b.Habeat rurſus c:ad vtranq; ipſarum a,b, eandē rationem.Dico q; æqualis eſt a ipſi b.ſi autem non: ipſa c ad vtrāq; ipſarum a,b,nō habet cādem rationem.habet autem.æqualis igitur eſt a ipſi b. Quæ ad eandem igitur/eandem habent rationem:adinuicē ſunt æquales.& ad quas eadem/eandem habet rationem:ipſæ ſunt æquales. Quod demonſtrandum fuerat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio.10.

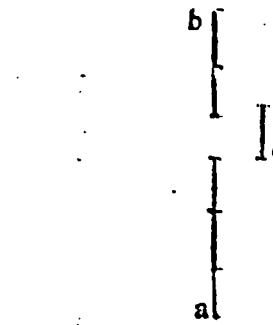
10 SI fuerit vnius quantitatis ad quantitatem vnā proportio maior:quantitatem maiorem eſſe. Si vero vnius ad eandem proportio maior : minorem eſſe neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Q; ſi fuerit maior proportio a ad c q̄ b ad c:dico a eſſe maiorem b.& ſi fuerit maior c ad b q̄ c ad a:adhuc dico a eſſe maiorem b. Hęc eſt conuerſa 8. Primum:patet per primā partem 7 & per primam 8.nam per primam partem ſeptimæ:non erit a æqualis b.nec etiā minor:per primā octauę. Secūdū vero:patet ex ſecūdis partibus earūdē.

Eucli.ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

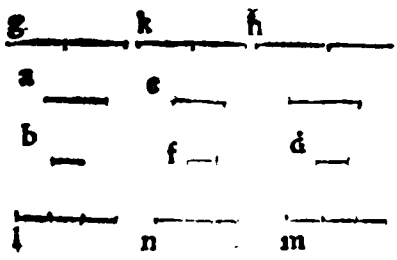
10 ¶Ad eādē rōnē habētiū/maiorē rationē habēs: illa maior eſt.ad quā autē eadē maiorē rationē habet:& illa minor eſt.



THEON ex Zamberto. Habeat enim a ad c, maiorem rationem: q̃ b ad c. Dico q̃ a: maior est ipsa b. Si autē non: aut est a ipsi b æqualis/ aut ea minor. æqualis autem minime est: a ipsi b. vtraq; etenim ipsarū a, b: ad c, eādem rationem haberet/ per 9 quinti. non habet autem. igitur a: ipsi b minime æqualis est. Neq; etiam minor est a: ipsa b. nam a ad ipsum c minorem rationem haberet: q̃ b ad c, per 8 quinti. nō habet autem. igitur a: ipsa b minime minor est. Ostensum autem est: q̃ neq; æqualis est. maior igitur est a: ipsa b. Habeat rursus c ad b maiorem rationem: q̃ c ad a. Dico q̃ minor est b ipsa a. Si autem non: aut est ei æqualis/ aut ea minor. æqualis quidem nō est: b ipsi a. Nā c ad vtrāq; ipsarum a, b, eandem haberet rationem/ per 6 quinti. non habet autem. Igitur a: ipsi b minime est æqualis. Neq; etiam maior est b ipsa a. nam c ad b minorem rationem haberet: q̃ ad a, per 8 quinti. non habet autem. Igitur maior non est b ipsa a. patuit autem q̃ neq; æqualis est. minor igitur est b ipsa a. Ad eandem igitur rationem habentium/ maiorem rationem habens: maior est. & ad quam eadem maiorem rationē habet: ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni æquales: ipsas quoq; proportioones sibi inuicem æquales esse necesse est. 11



CAMPANVS. Propositionem hanc quā Euclides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones / quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia/ prout de quātitatibus intelligitur: hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo vtraq; duarum proportionum quæ sūt a ad b, & c ad d: æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d: sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad f est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d: erit per conuersionē diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptā si k addit super n q̃ g addat super l, & h super m. & si k minuit ab n: q̃ g minuat ab l, & h ab m. & si k est æqualis n: q̃ g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo/ diminuendo & æquando/ mediantibus k & n: erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ a ad b sicut c ad d. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

Quæ eidem sunt eædem rationes: & adinuicem sunt eædem. 11

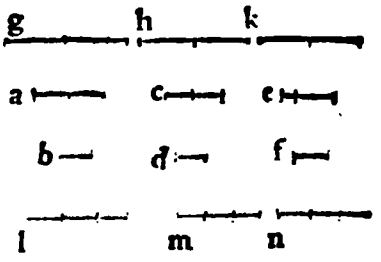
THEON ex Zamberto. Sint enim sicut a ad b, sic c ad d: sicq; c ad d, sicut e ad f. Dico q̃ est sicut a ad b sic e ad f. Sumantur inq̃ ipsarū a, c, e, æque multiplices: sintq; g, h, k, ipsarū vero b, d, f, aliæ vtcunq; æque multiplices: sintq; l, m, n. Et quoniā est sicut a ad b sic c ad d, & sumūtur ipsarū a, c, æque multiplices g, h, ipsarū autē b, d, aliæ vtcūq; æque multiplices l, m: si igitur excedit g ipsū l, excedit & h ipsum m. & si æquale: æquale. & si deficit: deficit/ per cōuersionē 6 diffinitionis quinti. Rursus quoniā sicut est e ad f sic est c ad d, & sumuntur ipsarū c, e, æque multiplices h, k, & ipsarum d, f, aliæ vtcūq; æque multiplices m & n: si igitur excedit h ipsum m, excedit quoq; k ipsū n. & si æquale: æquale. & si minus: minus/ per eandē. Sed si excedit h ipsum m: excedit quoq; & g ipsū l. & si æquale: æquale. & si minus: minus/ per eādem conuersionem. Quare si excedit g ipsum l: excedit & k ipsum n. & si æquale: æquale. & si minus: minus per eandem. Sunt autem g, k, ipsarum a, e, æque multiplices: & l, n, ipsarū b, f, aliæ quæ vtcūq; sūt æque multiplices. Est igitur sicut a ad b: sic est e ad f. Quæ igitur eidem eędem sūt rationes: &

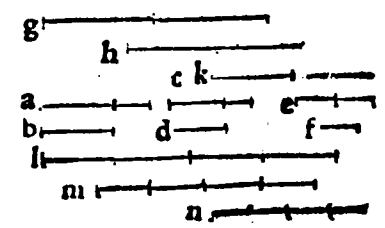
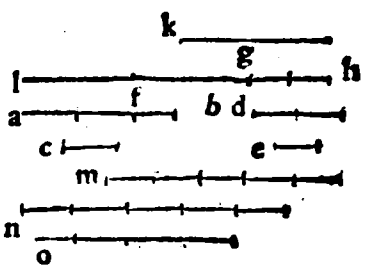
adinuicem ſunt eædem per 6 diffinitionem. quod demõſtraſſe oportuit.

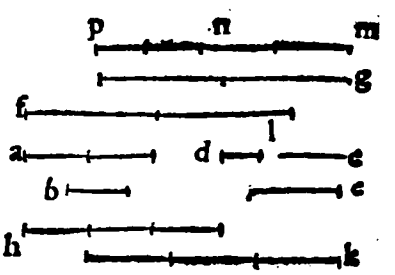
Euclí. ex Camp. Propoſitio 12.

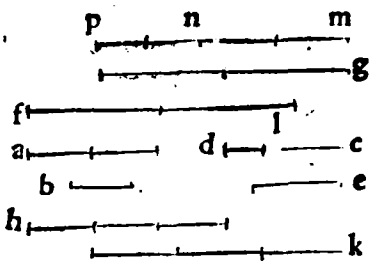
12 SI fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartum/tertij vero ad quartum maior q̃ quinti ad ſextum: erit proportio primi ad ſecundum maior q̃ quinti ad ſextum.

¶CAMPANVS. ¶Sicut in præcedenti/quod hic demonſtrat in proportionibus: cõceptibile eſt in quãtitatibus. videlicet q; ſi duę quantitates fuerint ſibi inuicem æquales: quæcunq; fuerit vna earum maior/eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonſtratur. vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, c vero ad d ſit maior q̃ e ad f: erit quoq; a ad b, maior q̃ e ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e: æque multiplices. Itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f: æque multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad d eſt ſicut a ad b, & maior q̃ e ad f: erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis ſi h addit ſuper m, vt g addat ſuper l. & per conuerſionem diffinitionis maioris improportionalitatis: q; non ſit neceſſe k addere ſuper n. Quia igitur mediantibus h & m ſi g addit ſuper l, non eſt neceſſe k addere ſuper n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis/ maior proportio a ad b q̃ e ad f. quod eſt propoſitum.



¶CAMPANI additio. ¶Simili quoq; modo probabis/q; ſi ſit a ad b ſicut c ad d, & c ad d minor q̃ e ad f: erit a ad b minor q̃ e ad f. Cum enim ſit c ad d minor q̃ e ad f: erit e ad f maior q̃ c ad d. per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis/ ſi k addit ſuper n: non eſt neceſſe q; h addat ſuper m. ſed ſi h non addit ſuper m: g non addit ſuper l. ergo ſi k addit ſuper n: non eſt neceſſe vt g addat ſuper l. per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis/ maior erit proportio e ad f: q̃ a ad b. ergo econuerſo minor erit a ad b q̃ e ad f. quod eſt propoſitum. ¶Ex modo autem demonſtrationis octauæ huius / & hac fiet manifeſtum/q; ſi fuerit primæ quatuor quantitatum ad ſecundam maior proportio q̃ tertiæ ad quartam: continget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ/quæ cum comparabuntur ad aliqua æque multiplicia ſecundæ & quartæ/inuenietur multiplex primę addere ſuper multiplex ſecundæ/non autem multiplex tertiæ ſuper multiplex quartæ. Quod ſic patet. Sit eni maior proportio a b ad c: q̃ d ad e. Ponam ergo vt ſit proportio a f ad c: ſicut d ad e. eritq; per hanc 12 & per 10: a f minor a b. & ſit minor in quãtitate f b. quam multiplicabo toties/q; proueniat quantitas maior c, quæ ſit g h: hac conditione vt d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quæ ſit k. tunc ponam vt l g ſit ita multiplex a f: ſicut g h eſt multiplex f b, aut k, d. eritq; per primam huius/ l h ita multiplex a b: ſicut k, d. Deinde ponam q; m ſit prima quãtitas multiplex e: quæ ſit maior k. & ponam n ita multiplicem ct ſicut m eſt multiplex e. eritq; per premiſſas hypotheſes & conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis / quantitas n prima multiplicium c, quę erit maior l g: nec erit l g minor c. Sumã ergo ſub n, maximam multiplicium c, aut ſibi æqualem ſi forſan n ſit prima multiplicium eius: quæ ſit o. conſtabitq; n: ex o & c. quia ergo l g non eſt minor o, & g h eſt maior c: erit l h maior n. quare cum k ſit minor m; patet propoſitum. ¶Conuerſam quoq; huius demonſtrare poſſumus. videlicet q; ſi contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ/ quarum multiplex primæ addat ſuper aliquod multiplex ſecundæ / & multiplex tertiæ non addat ſuper multiplex quartæ: maior erit proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam. quod ſic probatur. Sint quatuor quantitates: a prima/b ſecunda/ c d tertia/ e quarta. ſintq; f ad a, & g ad c d, æque multiplicia/ ſimiliter h ad b, & k ad e æque multiplicia: & addat f ſuper h, non addat autem g ſuper k, dico q; maior eſt



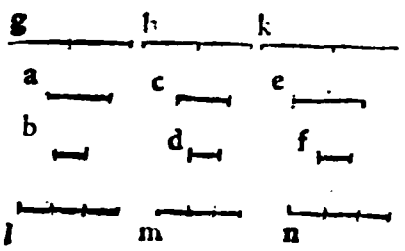




proportio a ad b q̄ c d ad e. Si enī ęqualis: per conuerſionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis/addet g ſuper k. quod eſt cōtra hypotheſin. Si autē minor: ſit c l ad e ſicut a ad b. eritq; per huius 10: c l minor c d. & ſit minor in quantitate l d. Ponam igitur vt m n ſit ita multiplex c l, & n p multiplex l d: ſicut f eſt multiplex a. eritq; per primam huius, m p ita multiplex c d: ſicut f eſt multiplex a. vtraq; igitur duarum quantitatum m p & g: eſt æque multiplex quantitatis c d. ergo ipſæ ſunt ęquales. nam hæc illatio: demonſtrata eſt in 7 huius. Et quia g nō eſt maior k: non erit m p maior eadem. Sed per conuerſionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis m n eſt maior k: eo q; f eſt maior h. ergo m n: eſt maior m p. quod eſt impoſſibile. Quare relinquitur propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 13.

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio vna: erit quoq; quę proportio vnius ad vnam / eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

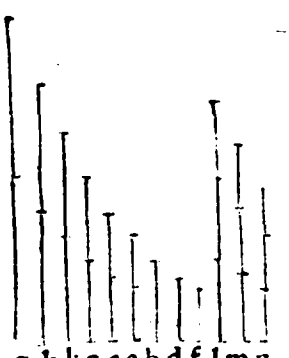


¶CAMPANVS. ¶Qđ prima propoſuit de multiplicibus: hæc proponit de omnibus proportionibus. vnde hęc eſt cōmunior illa: eo q; omnis multiplicitas eſt proportio/non autem econuerſo. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f: vna proportio. dico q; quæ eſt proportio a ad b: eadem eſt compoſiti ex a, c, e, ad compoſitum ex b, d, f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia. eritq; per primam huius/compoſitū ex g, h, k, ita multiplex cōpoſiti ex a, c, e: ſicut g eſt multiplex a. ſimiliter per eandem / compoſitū ex l, m, n, erit ita multiplex compoſiti ex b, d, f: ſicut l eſt multiplex b. & per conuerſionē diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis bis ſumptā ſi g addit ſuper l: & h addit ſuper m, & k ſuper n. & ſi minuit: minuit. & ſi ęquat: æquat. ergo per communem ſcientiam/ſi g addit ſuper l: compoſitum ex g, h, k, addit ſuper compoſitum ex l, m, n. & ſi minuit: minuit. & ſi æquat: æquat. ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/proportio a ad b: eſt ſicut cōpoſiti ex a, c, e, ad compoſitum ex b, d, f. quod eſt propoſitum.

¶Hæ ſequētes duę ꝓpoſitiones/12 ſc3 & 13 ex Zāberto: duabus prędecētibus ex Cāpano/prępoſtero ordine reſpōdēt. 12 vnius: 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12.

12 ¶Si fuerint quęlibet magnitudines proportionem habētes: erit ſicut vna antecedentium ad vnam conſequētiū / ſic ōnes antecedentes ad omnes conſequentes.



¶THEON ex Zāber. ¶Sint q̄libet magnitudines ꝓportionē habētes a, b, c, d, e, f: ſicut a ad b, ſic c ad d, & e ad f. Dico q; eſt ſicut a ad b: ſic eſt a, c, e, ad b, d, f. Sumātur ī q̄ ęq̄ multiplices ipſarū a, c, e, ſintq; g, h, k: & ipſarū b, d, f, aliæ q̄ vtcūq; ſint æq̄ multiplices/ſintq; l, m, n. Et quoniā ē ſicut a ad b ſic c ad d & e ad f, & ſumuntur ipſarū a, c, e, æque multiplices g, h, k, & ipſarū b, d, f, aliæ quæ vtcunq; æque multiplices ſunt/ hoc eſt l, m, n: ſi igitur excedit g ipſū l, excedit & h ipſū m, & k ipſum n. & ſi æquale: æquale. & ſi minus: minus/per cōuerſionē 6 diffinitionis quīti. Quare & ſi excedit g ipſū l: excedūt & g, h, k, ipſas l, m, n. & ſi æq̄les: æq̄les. & ſi miores: miores p eādē. Et ē g q̄dē, & g, h, k: ipſius a, & ipſarū a, c, e, æq̄ multiplices. Quare per primā quīti/ſi fuerit q̄libet magnitudines quarūlibet magnitudinū ęqualiū numero/ſingulæ ſingularū ęque multiplices: q̄ multiplex eſt vna vnius magnitudinū: tā multiplices erunt & ōnes omniū. Ac per hoc/tā & l, & l m n: ipſius b, & b d f, æque ſūt multiplices. eſt igitur ſicut a ad b: ſic a c e ad b d f per 6 diffinitionē quinti.

Si fuerint igitur quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ſi cut vna antecedentium ad vnam conſequentium/ ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. quod demonſtrandum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

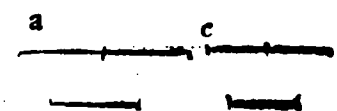
13 ¶Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ tertia autem ad quartam maiorem rationē habeat q̄ quinta ad ſextam: prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit q̄ quinta ad ſextam.

¶THEON ex Zamberto. ¶Prima enim a ad ſecundam b, eandem habeat rationem: & tertia c ad quartam d. tertia vero c ad quartam d maiorem habeat rationem: q̄ quinta e ad ſextam f. Dico q; & prima a ad ſecundam b, maiorem rationem habebit: q̄ quinta e ad ſextam f. Quoniā c ad d maiorem rationem habet q̄ e ad f, ſunt autem ipſarum c, e, quedam æque multiplices/ & ipſarum d, f, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multi-ices/ ac multiplex ipſius c excedit multiplicem ipſius d, multiplex autem ipſius e non excedit multiplicem ipſius f: ſumantur igitur. & ſint ipſarū c, e: æque multiplices g, h. ipſarum autē d, f: aliæ quæ ſunt vtcunq; æque multiplices k, l. Quoniam g excedit ipſum k, & h ipſum l non excedit: & q̄ multiplex quidem eſt g ipſius c, tam multiplex eſto & m ipſius a. q̄ multiplex autem eſt k ipſius d: tam multiplex eſto & n ipſius b. & quoniā eſt ſicut a ad b ſic c ad d, & ſumuntur ipſarū a, c, æque multiplices m, g, ipſarum autem b, d, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices n, k: ſi excedit igitur m ipſam n, excedit & g ipſam k. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor/ per conuerſionem ſextæ diffinitionis quinti. Excedit autem per conſtructionem/ g: ipſam k. excedit igitur & m: ipſam n. at h: ipſam l non excedit. ſunt autem m, h, æque multiplices ipſarum a, e: & n, l, ipſarum b, f, aliæ ſunt vtcūq; æque multiplices. Igitur a ad b, maiorem habet rationem: q̄ e ad f. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat q̄ quinta ad ſextam: prima ad ſecundā quoq; maiorem rationem habebit/ q̄ quinta ad ſextam. quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales/ fuerit q; prima maior tertia: neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Q; ſi minor: & minorem. ſi vero æqualis: & æqualem eſſe.

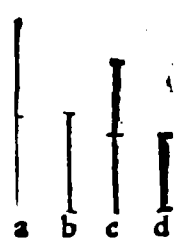
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b: ſicut c ad d. Dico q; ſi a eſt maior c: b erit maior d. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. Si enī a ſit maior c: erit per primam partem 8 huius/ maior proportio a ad d q̄ c ad d. Quare maior erit a ad d: q̄ ad b. ergo per ſecundam partem 10 huius: b erit maior d. quod eſt propoſitum. Q; ſi a ſit minor c: erit per primam partem 8/ minor proportio a ad d, q̄ c ad d. Quare maior erit a ad b: q̄ ad d. per ſecundam ergo partem 10: b erit minor d. Si autem a ſit æqualis c: erit per primam partem 7/ a ad d, ſicut c ad d. Quare a ad d: ſicut ad b. itaq; per ſecundam partem 9: b erit æqualis d. ſicq; patet propoſitum.

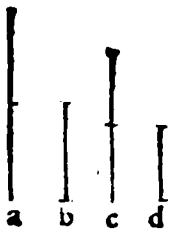


Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

14 ¶Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ prima vero tertia maior fuerit: & ſecunda/ quarta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor.

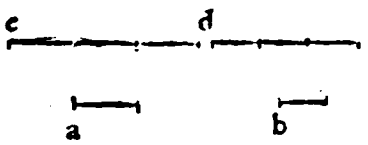
¶THEON ex Zamberto. ¶Primum inquam a ad ſecundum b eandē habeat rationem: & tertium c ad d quartum. maius autem eſto a ipſo c. Dico q; & b: ipſo d maius eſt. Quoniam enim a ipſa c eſt maior: eſt aūt





quæ vt vnq; magnitudo b: igitur per 8 quinti/a ad b maiorem rationẽ habet q̃ c ad b. Sicutq; a ad b: sic c ad d. & c igitur ad d, maiorem rationem habet: q̃ c ad b. Ad quod autem idem maiorem rationem habet: illud minus est/ per 10 quinti. minus igitur est d: ipso b. quare maior est b: ipso d. Similiter quoq; ostendemus/ q; & si æquale fuerit a ipsi c: æquale erit quoq; & b ipsi d. & si minus fuerit a ipso c: min9 erit quoq; & b ipso d. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ prima autem tertia maior fuerit: & secũda quarta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 15.



SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ: erit ipsarum multiplicium atq; submultiplicium vna proportio. 15

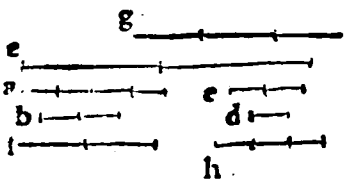
¶CAMPANVS. ¶Sint c ad a, & d ad b: æq̃ multiplices. Dico q; quæ est proportio a ad b: eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a: & d secundum quantitatem b. suntq; tot partes e: quot d. & quia quælibet pars c ad q̃libet partem d se habet sicut a ad b: erit per 13 huius/ c ad d sicut a ad b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.

¶Partes eodem modo multiplicium: eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit igitur æque multiplex a b ipsius c: & d e ipsius f. Dico q; est sicut c ad f: sic est a b ad d e. Quoniam enim æque est multiplex a b ipsius c, & d e ipsius f: quot igitur magnitudines sunt in a b ipsi c æquales/ tot sunt in d e, æquales ipsi f. Diuidatur inquam a b in æquales ipsi c, hoc est a g, g h, h b: ipsum autem d e, in magnitudines æquales ipsi f, hoc est d k, k l & l e. erit iam multitudo ipsorum a g, g h, & h b: æqualis multitudini ipsorum d k, k l, & l e. Et quoniam a g, g h, & h b, sibi inuicem sunt æquales/ & d k, k l, & l e, quoq; sibi inuicem sunt æquales: est igitur sicut a g ad d k, sic est g h ad k l, & h b ad l e. erit igitur per 12 quinti/ & sicut vnum antecedentium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut a g ad d k: sic est a b ad d e. æqualis autem est a g, ipsi c: ipsum autem d k, ipsi f. est igitur sicut c ad f: sic est a b ad d e. Partes igitur eodem modo multiplicium: eandem habent rationem sumptæ adinuicem: quod demonstrasse oportuit

Eucli. ex Camp. Propositio 16.



SI fuerint quatuor quantitates proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt. 16

¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b: sicut c ad d. Dico q; erit a ad c: sicut b ad d. Et iste est modus arguendi: qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Sumam e ad a, & f ad b, æque multiplices: itemq; g ad c, & h ad d, æque multiplices. eritq; p p̃missã e ad f: sicut g ad h. quare per 14 si e addit super g: & f addit sup h. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. p diffinitionẽ igit incontinuæ ꝓportionalitatis erit a ad c: sicut b ad d. Qd est propositum. Necesse est autem: vt in permutata ꝓportionalitate sint omnes quatuor quantitates/ eiusdem generis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.

¶Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: & vicissim proportionales erunt. 16

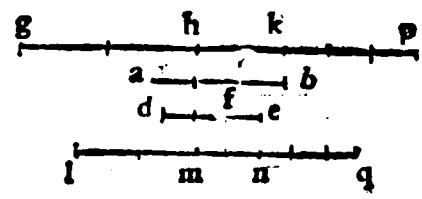
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d: sicut a ad b, sic c ad d. Dico q; & vicissim proportionales erunt: sicut a ad c, sic b ad d. Sumantur quidem ipsarum a, b, æq mul

tiplices e,f:& ipſarum c,d,aliæ quæ vtcunq; ſint æque multiplices g, h.& quoniam æque multiplex eſt e ipſius a,& f ipſius b, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem ſumptæ adinuicē per precedentem:eſt igitur ſicut a ad b,ſic e ad f.Sicut autem a ad b:ſic & c ad d.& ſicut igitur c ad d:ſic e ad f,per 11 quinti.Rurſus quoniam g,h,ipſarum c,d,æque ſunt multiplices/partes autem eodē modo multiplicium eandem habent rationem ſumptæ adinuicem per 15 quinti:eſt igitur ſicut c ad d,ſic eſt g ad h.Sicut autem c ad d: ſic e ad f.& ſicut igitur e ad f:ſic g ad h per 11 quinti.Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint/prima vero tertia maior ſit:& ſecūda quarta maior erit.& ſi æqualis:æqualis.& ſi minor:minor/per 14 quinti.Si igitur excedit e ipſum g:excedit & f ipſum h & ſi æquale: æquale.& ſi minus:minus per 6 diffinitionem quinti.Sunt autem e,f,ipſarum a,b, æque multiplices:& g,h,ipſarum c,d,aliæ ſunt vtcunq; æque multiplices.Eſt igitur ſicut a ad c:ſic eſt b ad d.Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint:& viciſſim proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI fuerint quantitates coniunctim proportionales: eaſdem diliunctim quoq; proportionales eſſe.

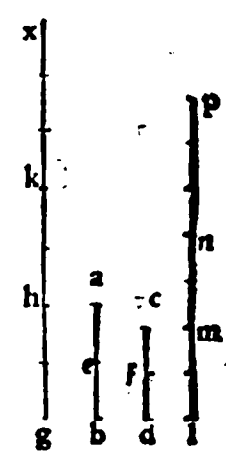
¶CAMPANVS. ¶Demōſtrato modo arguēdi q dicitur ꝓportionalitas ꝓmutata:demōſtrat illū q dicit ꝓportionalitas diſiuncta.Sit itaq; ꝓportio a b ad b c:ſicut d e ad e f.Dico q; erit a c ad c b:ſicut d f ad f e.Sumam enim g h ad a c,& h k ad c b,itemq; l m ad d f,& m n ad f e:æque multiplices.Eritq; per primam huius/g k ita multiplex a b:ſicut g h eſt multiplex a c.& l n ita multiplex d e:ſicut l m eſt multiplex d f.& ideo per prēmiſſas hypotheſes/g k eſt ita multiplex a b:ſicut eſt l n,d e.Ponam iterum k p ad c b:& n q ad f e,æque multiplices.eruntq; per ſecundam/h p ad c b,& m q ad f e: æque multiplices. per conuerſionem igitur diffinitionis incōtinuę proportionalitatis/ſi g k addit ſuper h p:l n addit ſuper m q.& ſi minuit:minuit.& ſi æquat:æquat.demptis itaq; communibus h k & m n: erit per communem ſcientiam/vt ſi g h addit ſuper k p,q; l m addit ſuper n q.& ſi minuit:minuit.& ſi æquat:æquat.ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ proportio a c ad c b:eſt ſicut d f ad f e.quod eſt propoſitum.

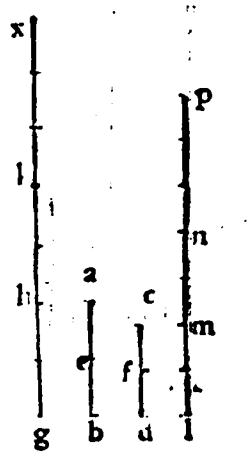


Eucli.ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 17.

17 ¶Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint:diuiſæ quoq; proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint compoſitę magnitudines proportionales a b,b e:c d,d f.ſicut a b ad b e:ſic c d ad d f.Dico q; & diuiſæ/proportionales erunt:ſicut a e ad b e,ſic e f ad d f. Sumantur inquam ipſarum a e,e b,c f,f d,æque multiplices g h,h k,l m & m n:ipſarum autem e b & f d,aliæ vtcunq; æque multiplices hoc eſt k x & n p.Et quoniam æque multiplex eſt g h ipſius a e,& h k ipſius e b:æque igitur eſt multiplex g h ipſius a e,& g k ipſius a b p primam quinti.Aeque autem eſt multiplex g h ipſius a e:& l m ipſius c f.æque igitur eſt multiplex g k ipſius a b:& l m ipſius c f, per 11 eiuſdem.Rurſus quoniam æque eſt multiplex l m ipſius e f,et m n ipſius d f:æque igitur eſt multiplex l m ipſius c f,et l n ipſius c d, per primam eiuſdem.æque autem erat multiplex l m ipſius c f:et g k ipſius a b.Aeque igitur eſt multiplex g k ipſius a b:et l n ipſius c d. igitur g k et l n:ipſarum a b et c d æque ſunt multiplices. Rurſus quoniam æque multiplex eſt h k ipſius e b,et m n ipſius f d,eſt autem et k x ipſius e b æque multiplex,et n p ipſius f d:et compoſi



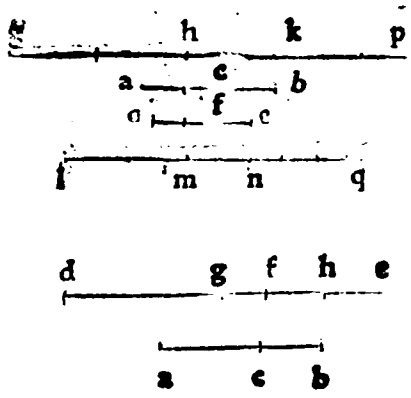


ſitum igitur per 11 eiuſdē h x ipſius e b æque multiplex eſt/& m p ipſius f d. Et quoniā eſt ſicut a b ad b e ſic eſt c d ad d f, & ſumūtur ipſarum quidē a b & c d æque multiplices g k & l n, ipſarū autē e b & f d aliæ quæ vtcūq; ſunt æque multiplices/hoc eſt h x & m p: ſi igitur excedit g k ipſam h x, excedit & l n ipſam m p. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor/ per conuerſionē 6 diffinitionis quinti. Excedat nēpe g k: ipſam h x. & igitur cōmuni ablata h k: excedit g h ipſam k x. Sed ſi excedit g k ipſam h x: excedit & l n ipſam m p. excedat igitur l n: ipſam m p. & cōmuni ablata m n: excedit & l m ipſam n p. Quare ſi excedit g h ipſam k x: excedit & l m ipſam n p. Similiter iā oſtēdemus q; et ſi æqualis fuerit g h ipſi k x: æqualis erit & l m ipſi n p. et ſi minor: minor. ſunt autē g h & l m: ipſarum a e & c f æque multiplices. & k x & n p: ipſarū e b & f d aliæ quæ vtcunq; æque multiplices ſunt. eſt igitur ſicut a e ad e b: ſic eſt c f ad f d, per 6 diffinitionem quinti. Si compoſitæ magnitudines igitur proportionales fuerint: diuiſæ quoq; proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

SI fuerint quantitates diſiunctim proportionales: cōiunctim quoq; proportionales erunt. 18

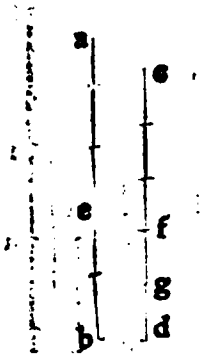
¶CAMPANVS. ¶ Demōſtrat modū arguēdi q dicitur, proportionalitas cōiuncta: & eſt modus cōuerſus prioris. Ad cuius demōſtrationē: reſumat diſpoſitio præmiſſæ. & maneant oēs eius hypotheſes: excepto q; ponat eſſe proportio a c ad c b ſicut d f ad f e. dico q; erit proportio a b ad b c: ſicut d e ad f e. ſequitur enī ex hac hypotheſi & alijs hypotheſibus præmiſſæ de multiplicibus æqualiter ſumptis/ per conuerſionē diffinitionis incontinuæ proportionalitatis/ ſi g h addit ſuper k p: q; l m addat ſuper n q, et ſi minuit: minuat. & ſi æquat: æquet. ergo poſitis communibus h k & m n: ſequitur per communē ſcientiam/ ſi g k addit ſuper h p, q; l n addat ſuper m q. & ſi minuit: minuat. & ſi æquat: æquet. quare per diffinitionem incōtinuæ proportionalitatis/ erit proportio a b ad b c: ſicut d e ad e f. quod eſt propoſitū. ¶ Aliter idem indirecte ſic. Cum ſit proportio a c ad c b ſicut d f ad f e, non eſt autem a b ad b c ſicut d e ad e f: ſit ergo proportio d e ad aliquā aliam quantitatē/ ſicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f: aut minor. ſi enim eſſet ei æqualis: conſtaret propoſitum. Sit itaq; primo maior: & ſit e g. eritq; per præmiſſam a c ad c b: ſicut d g ad e g. quare d g ad e g: eſt ſicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14/ q; cū d g prima ſit minor d f tertia: erit g e ſecūda/ minor e f quarta. ſed erat poſitū: q; eſſet maior. Sit ergo proportio d e ad minorē e f, quæ ſit e h: ſicut a b ad b c. eritq; per præmiſſam/ a c ad c b ſicut d h ad h e. quare per 11/ d h ad h e: ſicut d f ad f e. & quia d h prima/ eſt maior d f tertia: erit per 14/ e h ſecunda/ maior e f quarta. qđ quia eſt impoſſibile: ſequitur propoſitum.



Eucli. ex Zāb. Theo 18. Propō 18. Cōuerſa præcedētis 18

¶Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint: compoſitæ quoq; proportionales erunt.

¶THEON ex Zā. ¶ Sit diſiūctæ magnitudines proportionales a e, e b, c f, & f d: ſicut a e ad e b, ſic c f ad f d. Dico q; & cōpoſitæ proportionales erūt: ſicut a b ad b e, ſic c d ad d f. Si autē nō eſt ſicut a b ad b e, ſic c d ad f d: erit ſicut a b ad b e, ſic c d ad minorē ipſa f d, aut ad maiorē. Sit prius ad minorem d g. Et quoniā eſt ſicut a b ad b e, ſic c d ad d g: compoſitæ magnitudines proportionales erunt per 17 quinti. Eſt igitur ſicut a e ad e b: ſic c g ad g d. ſupponitur autem ſicut a e ad e b: ſic c f ad f d. Et ſicut igitur per 11 quinti/ c g ad g d: ſic c f ad f d. maior autem eſt prima c g: tertia c f. maior igitur eſt per 14 quinti ſecunda g d: ipſa f d quarta. Sed & minor. quod eſt impoſſibile. Igitur non eſt ſicut a b ad b e; ſic c d ad minorem ipſa f d. Similiter quoq; oſtendemus q;

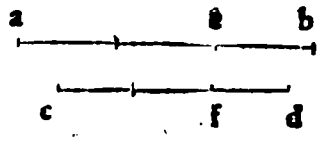


neq; ad maiorem. ad eandem igitur. Si diſiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint: & compoſitæ quoq; proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli ex Camp. Propoſitio 19.

19 SI a duobus totis duę portiones abſcindantur/ fueritq; totum ad totum quantum abſciſum ad abſciſum: erit reliquũ ad reliquũ quãtũ totũ ad totũ.

¶CAMPANVS. ¶Quod quinta ꝓponit de multiplicib9: hæc ꝓponit vniuerſaliter de omnibus proportionibus. vnde eſt illa tãto cõmunior: quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b & c d: a quibus abſcindantur duæ quæ ſint b e & d f. ſitq; proportio totius a b ad totam c d: ſicut b e abſciſæ ad d f abſciſam. dico q; eadem erit a e reſidui ad c f reſiduum: quæ eſt totius a b ad totam c d. Cum enim ſit a b ad c d ſicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e ſicut c d ad d f. & diſiũctim a e ad e b: ſicut c f ad f d. & iterũ permutatim a e ad c f: ſicut e b ad f d. & quia ſic erat a b ad c d: patet propoſitũ.



¶CAMPANI ADDITIO. ¶Ex hac autem decimanona/ & permutata proportionalitate demonſtratur modus arguendi: qui dicitur proportionalitas euerſa. vt ſi ſit a b ad b e ſicut c d ad d f: dico q; erit b a ad a e ſicut d c ad c f. quia cũ ſit a b ad b e ſicut c d ad d f: erit permutatim a b ad c d ſicut b e ad d f. quare per hanc 19/ b a ad d c: ſicut a e ad c f. igitur permutatim b a ad a e: ſicut c d ad c f. quod eſt propoſitũ. ¶Conuerſa quoq; proportionalitas/ quã ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonſtrauimus in exponẽdis principijs huius quinti: poteſt hic quoq; demonſtrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius. vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d: dico q; erit b ad a ſicut d ad c. ſin autẽ: ſit d ad e, ſicut b ad a. & quia a ad b eſt ſicut c ad d: erit permutatim a ad c ſicut b ad d. & quia iterũ b ad a ſicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d ſicut a ad e. quare erit a ad e: ſicut d ad c. ſi igitur e non ſit æquale c: accidet impoſſibile & contrarium ſecundę partis 9. ſi autem æqualis: erit b ad a ſicut d ad c. quod eſt propoſitum.

Eucli ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 19.

19 ¶Si fuerit ſicut totum ad totum ſic ablatum ad ablatum: et reliquũ ad reliquũ erit ſicut totum ad totum.

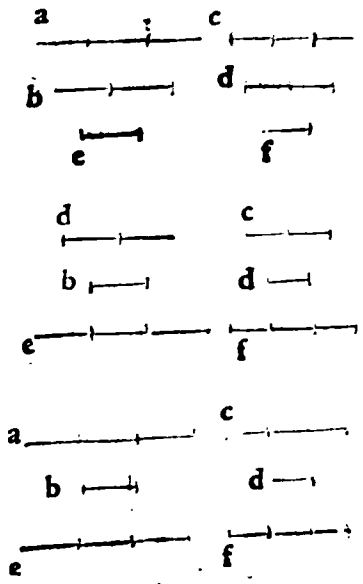
¶THEON ex Zãb. ¶Eſto ſicut totum a b ad totum c d: ſic ablatum a e ad ablatum c f. Dico q; & reliquum e b ad reliquum f d: erit ſicut totum a b ad totum c d. Quoniam enim eſt ſicut totum a b ad totum c d ſic a e ad c f, & viciſſim quoq; per 16 quinti ſicut a b ad a e ſic & d c ad c f. Et quoniã cõpoſitæ magnitudines proportionales ſunt per 17 & 18 quinti & diſiunctæ proportionales ſunt: ſicut igitur b e ad e a, ſic d f ad c f. et viciſſim igitur per 16 quinti/ eſt ſicut b e ad d f: ſic ea a d f c. Sicut aũt a e ad c f: ſic ſupponit totũ a b ad totũ c d. & reliquũ igit̃ e b ad reliquũ f d: erit ſicut totũ a b ad totũ c d. Si fuerit igit̃ ſicut totũ ad totũ ſic ablatũ ad ablatũ: & reliquũ ad reliquum erit ſicut totum ad totum. quod demonſtrandum erat. Et quoniam oſtenſum eſt q; ſicut eſt a b ad c d ſic eſt e b ad f d, & viciſſim ſicut a b ad b e ſic c d ad d f: cõpoſitæ igitur magnitudines proportionales ſunt per 18 propoſitionem quinti. oſtẽſum eſt autem q; ſicut b a ad a e, ſic d c ad c f: etiam & conuertendo.

Eucli ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecũdũ earũ numerum quarum quæq; duæ priorum ſecundũ proportionem duarum poſtremarum: neceſſe eſt in proportionalitate quidẽ æqualitatis vt ſi fuerit prima priorum vltima maior/ & poſteriorum primam vltima eſſe ma-

iorem. Qz ſi minor: et minorē. Si vero ęqualis: et ęqualem.

¶ CAMPANVS. ¶ Demonſtraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas/ſiue quātitates duorū ordinū directe ſiue peruerſim proportionentur: præmittit duo antecedentia ad demonſtrandū ꝓpoſitū neceſſaria. per quorū primū demōſtratur æqua ꝓportionalitas: cū q̄titates duorū ordinū directe ꝓportionātur. ſcd̄m aūt: cū ꝓportionanť peruerſim: proponit aūt hæc duo antecedētia de q̄titatibus duorū ordinū numero ęqualibus: quæcunq; fuerint. Vniuerſaliter enim ſumptis vtrobiq; quantitatibus ſecundū quēcunq; numerū: veritatē habēt. non eſt autē neceſſe vt demonſtremus ea: niſi ſolū in tribus. hoc enī omnino ſufficiens eſt ad propoſitū. de pluribus autē quibuſq;: patebit per æquam proportionalitatem cum ipſa demonſtrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quātitates a,b,e: ſūmāturq; tres alię quæ ſint c,d f. & ſit proportio a ad b: ſicut c ad d. & b ad e: ſicut d ad f. dico ꝙ ſi a eſt maior e: c erit maior f. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. Si enim eſt maior: erit per primā partē 8/maior proportio a ad b: q̄ e ad b. quare per 12/maior erit c ad d: q̄ e ad b. & quia per conuerſam proportionalitatē/e ad b eſt ſicut f ad d: erit c ad d maior q̄ f ad d. itaq; per primā partē 10: c eſt maior f. quod eſt propoſitū. Qz ſi a ſit minor e: per eaſdē & eodē modo probabitur c eſſe minorē f. erit enī minor proportio a ad b: q̄ e ad b, per primam partem 8. & ideo per 12 & per conuerſam proportionalitatē/minor erit c ad d: q̄ f ad d. & ideo per primā partē 10: erit c minor f. quod eſt propoſitū. Si autē a ſit æqualis e: erit per primā partē 7/proportio a ad b ſicut e ad b. & ideo per ſecundā partē 11 & conuerſam proportionalitatē/erit c ad d: ſicut f ad d. quare per primā partē 9: c eſt æqualis f. quod eſt propoſitū.

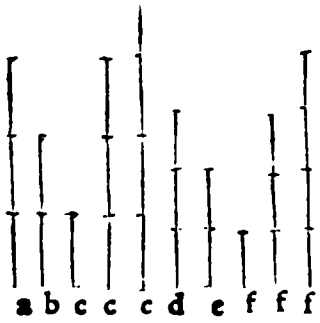


¶ CAMP. additio. ¶ Quidā autē hāc cōcluſionem demonſtrauerūt per proportionalitatē: permutatim/hoc modo. proportio a ad b: eſt ſicut c ad d. ergo permutatim a ad c: ſicut b ad d. & quia rurſus b ad e ſicut d ad f: erit permutatim b ad d ſicut e ad f. ſed erat b ad d: ſicut a ad c. ergo per 11/erit a ad c: ſicut e ad f. itaq; per 14/ſi a prima eſt maior e tertia: erit c ſecūda maior f quarta. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. quod eſt propoſitum. ¶ Iſti autē errauerunt in ſua demōſtratione. quia ſi eſſet intentio Euclidis ſic demonſtrare: non oporteret ipſum præmittere hāc cō cluſionem pro antecedente ad æquam proportionalitatē. ſi enim rurſus fiat vna permutatio proportionalitatis ad quam deuentum eſt/quæ eſt eſſe a ad c ſicut e ad f: ſequitur ꝙ ſit a ad e ſicut c ad f. & hoc eſt æqua ꝓportionalitas. Præterea eorum concluſio non ſequitur: niſi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis vnius. Si enim a,b,e, ſint lineæ/& c,d,f, ſuperficies/aut corpora/aut tempora: non erit tunc permutare proportiones. peccant igitur: vniuerſaliter dictum/particulariter demonſtrantes.

Eucli. ex Zāb. Theorema 20. Propoſitio 20.

¶ Si fuerint tres magnitudines et alię eiſdem ęquales numero cum duabus ſumptis & in eadem ratione/ex ęquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit. & ſi ęqualis: ęqualis. & ſi minor: minor. 20

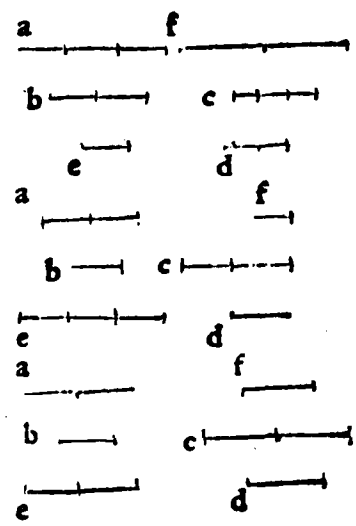
¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint tres magnitudines a,b,c, & aliæ eiſdē æquales numero d,e,f, cum duabus ſumptis & in eadem ratione: ſicut quidem a ad b ſic d ad e, ſicutq; b ad c, ſic e ad f. Ex æquali autem ſit maior a ipſa c. Dico ꝙ & d ipſa f maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Quoniam enim maior eſt a ipſo c, alia autem quædā b, maior autem ad eandem per 8 quinti maiorē rationem habet q̄ minor: igitur a ad b maiorē rationē habet q̄ c ad b. Sed ſicut eſt quidem a ad b: ſic eſt d ad e. ſicutq; c ad b: rurſus ſic f ad e. Et d igit̄ ad e maiorē rationem habet: q̄ f ad e, per correlarium 4. quinti. Ad eandē autē rationē ha



bentiũ/maiorẽ rationẽ habens: illud maius eſt/per 10 quinti. maior igitur eſt d: ipſa f. Similiter quoq; oſtendemus/q; et ſi æqualis eſt a ipſi c: æqualis erit & d ipſi f. & ſi minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines/& aliæ eiſdẽ æquales numero cum duabus ſumptis & in eadẽ ratione/ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. quod oportebat demõſtrare.

Eucli ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundũ earum numerum/quarum quæq; duæ ex prioribus quibuſq; duabus ex poſterioribus peruerſim cõpàratæ ſecundũ proportionem earum fuerint: neceſſe quoq; eſt vt ſi fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima vltima maior/ & poſterorum prima vltima eſſe maiorem. ſi autem minor: & minorem. Si vero æqualis: & æqualem.

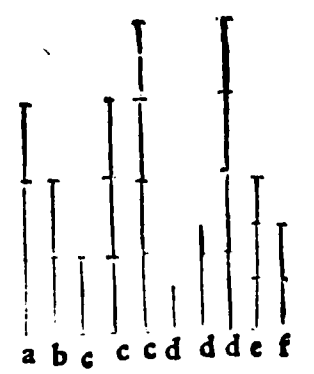


¶CAMPANVS. ¶Scdm antecedẽs. ſint tres q̃titates/a, b, e: ſumanq; aliæ tres quæ ſũt f, c, d. & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d: & b ad e, ſicut f ad c. dico q; ſi a eſt maior e: erit maior d. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. hoc autẽ ꝓbatur per eaſdẽ & eodẽ modo: quo præcedens. ſi enĩ a ſit maior e: erit maior proportio a ad b q̃ e ad b. quare maior c ad d: q̃ e ad b. & ideo maior q̃ c ad f. maior igitur f q̃ d: per ſecundam partem 10. quod eſt propoſitum. Q; ſi a ſit minor e: erit tandem minor c ad d, q̃ ad f. quare per eandem partem eiuſdem: f erit minor d. Si autem a ſit æqualis e: ſequitur vt ſit proportio c ad d, ſicut c ad f. igitur per ſecũdam partem 9/erit f æqualis d. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 10.

21 ¶Si fuerunt tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis & in eadem ratione/ fuerit autem perturbata earum proportio ex æquali vero prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor.

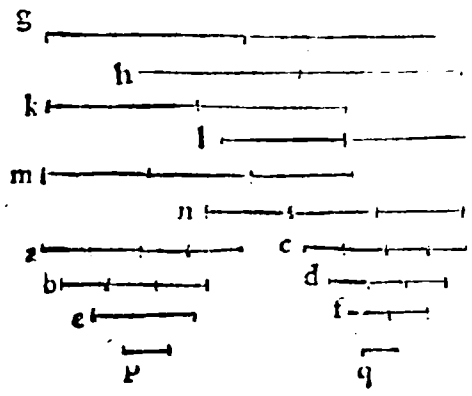
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres magnitudines a, b, c: & aliæ eiſdem numero æquales d, e, f, cum duabus ſumptis/ & in eadem ratione. ſit autem earum proportio perturbata. ſicut quidem a ad b, ſic e ad f: ſicutq; b ad c, ſic d ad e. ex æquali autẽ: a ipſa c ſit maior. dico q; & d ipſa f maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Quoniam enim maior eſt a ipſa c, aliaq; b: igitur per 8 quinti/a ad b maiorẽ habet rationem q̃ c ad b. Sed ſicut quidem a ad b: ſic e ad f. ſicutq; c ad b: rurſus ſic e ad d. & e igitur ad f maiorẽ rationem habet: q̃ e ad d, per correlarium quartę quinti. Ad quã autẽ eadẽ/ maiorẽ rationem habet: illa minor eſt per 10 quinti. minor igitur eſt f ipſa d. maior igitur eſt d: ipſa f. Similiter quoq; oſtendemus/q; & ſi æqualis fuerit a ipſi c: æqualis erit & d ipſi f. & ſi minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eiſdẽ æquales numero cum duabus ſumptis/ & in eadẽ ratione/ fueritq; perturbata earum proportio/ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. quod demonſtrare oportebat.



Eucli ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundũ earum numerum/quarum quæq; duæ ſecũdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate: proportionales erunt.

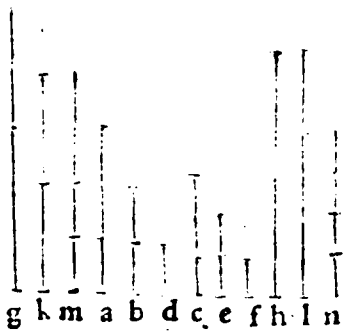
¶CAMPANVS. ¶Demonſtratis antecedentibus ad æquam proporti-



onalitatē:hic demonſtrat eā.& primo: cum quantitates duorum ordinū ſunt directe proportiona'es.Non eſt autem neceſſe vt demonſtraretur:niſi cum in vtroq; duorum ordinum ſunt tantum tres quātitates. Per hoc enim euidenter ſequitur:cum in vtroq; ordine fuerint quatuor quantitates/& deinceps.& ideo etiam non oportuit eius antecedens demonſtrari:niſi ſolum cum in vtroq; ordine ſunt etiā tres quantitates. ¶Sint igitur tres quantitates/a,b,e:ſumanturq; tres aliæ quæ ſunt c,d,f.& ſit proportio a ad b,ſicut c ad d:& b ad e,ſicut d ad f.dico q; erit a ad e:ſicut c ad f.Sumam enim g ad a,& h ad c,æque multiplicia. Itemq; k ad b,& l ad d:æque.& rurſus m ad e,& n ad f:æque.eritq; p 4/g ad k,ſicut h ad l:& k ad m,ſicut l ad n.quare per 20/ſi g eſt maior m:erit h maior n.& ſi minor:minor.& ſi æqualis: æqualis. igitur per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/proportio a ad e:eſt ſicut c ad f. qđ eſt ꝓpoſitum. ¶Poteſt quoq; hoc demonſtrari per 15 huius/ſumptis g,k,m, ad a,b,e:& h,l,n,ad c,d,f,æque multiplicibus.erit enim per 15/ g ad k,ſicut h ad l:& k ad m,ſicut l ad n.Cætera pertracta vt prius. ¶Q2 ſi fuerint quantitates plures tribus in vtroq; ordine vtpote quatuor:additis p & q,ita q; ſit e ad p ſicut f ad q, erit iterum a ad p,ſicut c ad q. erit enim a ad e:ſicut c ad f.hoc enim demonſtratum eſt.ſublatis igitur b et d:erunt tres quantitates a,e,p,& aliæ tres c,f,q,vt proponitur. quare a ad p:ſicut c ad q.Sicutq; demonſtratur de quatuor per tres/ ſublato vno medio: eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor: ſublatis duobus mediis/& de ſex per quinq;/ſublatis tribus.& ſic de cæteris.

Eucli.ex Zāb. Theorema 22. Propoſitio 22.

¶Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione:& ex æquali in eadem ratione erunt. 22



¶THEON ex Zāberto. ¶Sint quælibet magnitudines a, b,c: & aliæ eiſdem æquales numero d,e,f,cum duabus ſumptis in eadē ratione.ſicut quidē a ad b,ſic d ad e:ſicutq; b ad c,ſic e ad f. Dico q; & ex æquali in eadem ratione erunt:ſicut a ad c,ſic d ad f.Sumantur quidem ipſarū a,d:æque multiplices g,h.ipſarum autem b,e:aliæ quæ vtcunq; ſint æque multiplices/k,l. & inſuper ipſarum c,f: aliæ quæ vtcunq; ſint æque multiplices/m,n.Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic d ad e,& ſumuntur quidem ipſarum a,d,æque multiplices g,h,ipſarum autem b,e,aliæ quę vtcunq; ſunt æque multiplices k, l:eſt igitur per 4 quinti/ ſicut g ad k, ſic h ad l.& per hoc/ſicut k ad ipſum m: ſic l ad ipſum n. Quoniam igitur tres magnitudines ſunt g,k,m,& aliæ eiſdem æquales numero h,l, n,cū duabus ſumptis & in eadem ratione:ex æquali igitur per 20 quinti/ſi excedit n ipſum m,excedit & h ipſum g.& ſi æqualis:æqualis.& ſi minor:minor. Sūt autem g,h,ipſarum a,d,æque multiplices:& m,n, ipſarum c,f,aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices.eſt igitur per 6 diffinitionē quinti/ſicut a ad c:ſic d ad f.Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione:& ex æquali in eadē erunt ratione. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 23.

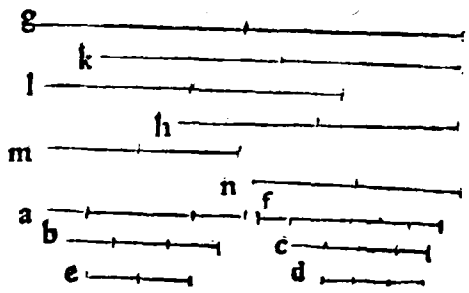
SI fuerint quotlibet quantitates alię q; ſecundū earū numerum/quarum quę q; duę ſecundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionatę:in ęqua proportionalitate proportionales erunt. 23

¶CAMPANVS. ¶Demonſtrat æquam proportionalitatem in q̄titatibus duorum ordinum indirecte ſiue peruerſim proportionatis.Nec eſt neceſſe q; demonſtretur:niſi cum in vtroq; duorum ordinum ſunt tantum tres quantitates.per hoc enim euidenter ſequitur quæcunq; ponātur in vtroq; ordine:ſicut in præmiſſa de directe proportionatis demon

ſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a,b,e: ſumantur q; aliæ tres quæ ſint f,c,d. & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d: & b ad e, ſicut f ad c. dico q; erit a ad e: ſicut f ad d. Sumã enĩ g ad a, & h ad c, & k ad f: æque multiplicia. item q; l ad b, & m ad e, & n ad d. æque erit q; per 4/ g ad l: ſicut h ad n. & per 15/ l ad m: ſicut k ad h. quare per 21/ ſi g addit ſuper m: & k addit ſuper n. & ſi minuit: minuit. & ſi æquat: æquat. ergo per diffinitionẽ incõtinuæ proportionalitatis/ propottio a ad e: eſt ſicut f ad d. quod eſt propoſitum.

¶ Poteſt quoq; & hoc demonſtrati per decimamtertiam huius: ſumptis g,l,m, ad a,b,e, & k,h,n, ad f,c,d. æque multiplicibus. erit enim per decimamquintam/ g ad l: ſicut h ad n. & l ad m: ſicut k ad h. cætera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonſtrantur hæc & præmiſſa: ſecundum primum modum

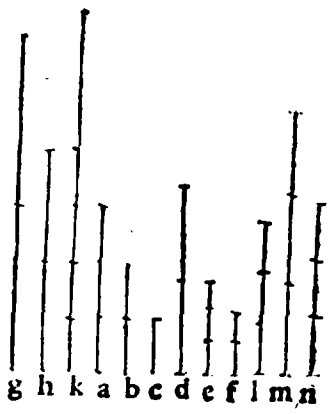
¶ Q; ſi plures tribus fuerit quãtitates in vtroq; ordine / vtpote quatuor: additis p & q, ita q; ſit a ad b ſicut d ad q, & b ad e ſicut c ad d, & e ad p ſicut f ad c, erit iterũ a ad p ſicut f ad q. erit enim per prædemonſtrata/ a ad e: ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d: erunt tres quantitates a,e,p, & aliæ tres f,c,q, vt proponitur. quare a ad p: ſicut f ad q. Sic igitur demõſtratur de quatuor pertres: ſublato vno medio. Eodem modo demõſtrabis de quiq; per quatuor: ſublatis duobus medijs. & de ſex per quinq; ſublatis tribus. & ſic in cæteris.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 23.

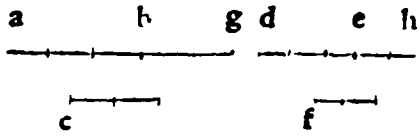
23 ¶ Si fuerint tres magnitudines: aliæq; eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione/ fuerit autem perturbata earum proportio. & ex æquali in eadem ratione erunt.

¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint tres magnitudines a,b,c: & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione d,e, f. ſit autẽ perturbata ipſarum proportio. ſicut quidem a ad b, ſic e ad f: ſicutq; b ad c, ſic d ad e. Dico q; eſt ſicut a ad c: ſic eſt d ad f. Sumantur inq; ipſarum a,b,d, æque multiplices g,h, k: ipſarum autẽ c,e, f, aliæ quæ vtcunq; æque multiplices ſint l,m,n. Et quoniam æque ſunt multiplices g,h, ipſarum a, b, partes autẽ eodem modo multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: eſt igitur ſicut a ad b, ſic g ad h. Ac per hoc/ & ſicut e ad f: ſic m ad n. & eſt ſicut a ad b: ſic e ad f. & ſicut igitur g ad h: ſic m ad n per 11 quinti. Et quoniam eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e, & ſumuntur ipſarum quidem b,d, æque multiplices h,k, ipſarum autẽ c,e, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices l,m: & igitur ſicut h ad l ſic k ad m. & viciſſim per 16 quinti/ ſicut b ad d: ſic c ad e. Et quoniã h, k, ipſarum b, d, æque ſunt multiplices/ partes autẽ æque multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: eſt igitur ſicut b ad d ſic h ad k. Sed ſicut b ad d: ſic c ad e. & ſicut igitur h ad k: ſic c ad e per 11 quiti. Rurſus quoniam l,m, ipſarum c,e, æque ſunt multiplices: eſt igitur ſicut c ad e, ſic l ad m. Sed ſicut c ad e, ſic h ad k: & ſicut h ad k, ſic l ad m. & viciſſim per 16 quiti/ ſicut h ad l: & k ad m. Oſtẽſum autem eſt q; ſicut g ad h: & ſic m ad n. Quoniã igitur tres magnitudines ſũt proportionales g,h,l, & aliæ eiſdem æquales numero k,m,n, cũ duabus ſumptis in eadem ratione/ & eſt earum perturbata proportio: ex æquali igitur per 21 quinti/ ſi excedit g ipſũ l, & excedit k ipſum n. & ſi æquale: æquale. & ſi minus: minus. Sunt autẽ g,k, ipſarũ a,d, æque multiplices: & l,n, ipſarum c,f, æque ſunt multiplices. eſt igitur ſicut a ad c: ſic d ad f, per ſextam diffinitionem quinti./ Si fuerint igitur tres magnitudines: & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione/ fuerit autem perturbata ipſarum proportio: & ex æquali in eadem ratione erũt. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 24.

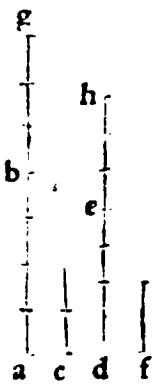
SI fuerit proportio primi ad ſecundum tanq̃ tertij ad quartum proportio vero quinti ad ſecundum tanq̃ ſexti ad quartũ: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum/tanq̃ ſexti & tertij pariter acceptorum ad quartum. 24



¶CAMPANVS. ¶Quod ſecunda propoſuit de multiplicibus: hæc proponit vniuerſaliter de omnibus proportionibus. vnde hæc eſt illa tãto cõmunior: quãto multiplicitate proportio. & ſe habet ad illam: quemadmodum 13 ad primam. Sit igitur proportio a b ad c: ſicut d e ad f. & item b g ad c: ſicut e h ad f. dico q̃ proportio a g ad c: eſt ſicut d h ad f. Erit enim per conuerſam proportionalitatem/ c ad b g: ſicut f ad e h. quare per 22/ erit in æqua proportionalitate a b ad b g: ſicut e d ad e h. ergo coniunctim per 18 a g ad g b: ſicut d h ad h e. itaq̃ per 22 / erit in æqua proportionalitate a g ad c: ſicut d h: ad f. quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Camp. Theorema 24. Propoſitio 24.

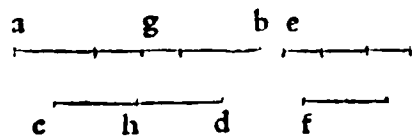
¶Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/ habuerit autem & quintum ad ſecundum eandem rationem & ſextum ad quartum: & compoſita primum & quintum ad ſecundum eandem habebunt rationem/ & tertium & ſextum ad quartum. 24



¶THEON ex Zamberto. ¶Primum inq̃ a b, ad ſecundum c eandem habeat rationem: & tertium d e ad quartum f. habeat autem & quintum b g, ad ſecundũ c: eandẽ rationẽ & ſextũ e h ad quartũ f. Dico q̃ & cõpoſita primũ & quintũ a g ad ſecundũ c eandẽ habebunt rationem: ac tertiũ & ſextũ d h ad ipſum f quartũ. Quoniã eni eſt ſicut b g ad c ſic eſt eſt e h ad f; conuerſim quoq̃ ſicut c ad b g, ſic f ad e h. Quoniam igitur eſt ſicut a b ad c ſic d e ad f, ſicut autem c ad b g ſic f ad e h: ex æq̃li igitur per 22 quiti eſt ſicut a b ad b g ſic d e ad e h. Et quoniam diſiunctæ magnitudines ſi proportionales ſunt, compoſitæ quoq̃ proportionales erunt per decimãoctauã quinti: ſicut igitur a g ad g b, ſic d h ad h e. eſt autem & ſicut b g ad c: ſic e h ad f. ex æquali igitur per viceſimam ſecundam quinti/ eſt ſicut a g ad c: ſic d h ad f. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/ habuerit autem quintum ad ſecundum eandem rationẽ & ſextũ ad quartũ: & cõpoſita primũ & quintũ ad ſecũdũ eandẽ habebunt rationem & tertium & ſextum ad quartum. quod oportebat demõſtrare.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 25

SI fuerint quatuor quantitates proportionales/ fueritq̃ prima earum maxima/ & vltima minima: primam & vltimam pariter acceptas cæteris duabus maius eſſe neceſſario comprobatur. 25



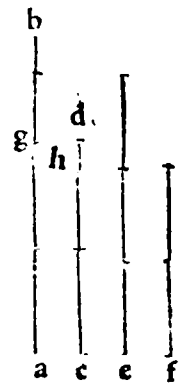
¶CAMP. ¶Qđ hic proponitur/ nõ habet locũ: niſi cũ ões quatuor q̃tates ſũt eiuſdẽ generis. Sit igitur q̃tuor q̃titatũ eiuſdẽ generis proportio a b ad c d: ſicut e ad f. ſitq̃ a b: maxima. Neq̃ oportet ponere q̃ f ſit minima. qa ipſũ ex hoc ſeq̃tur: q̃ a b poſita eſt maxima. vnde nõ poſuit hoc author in cõcluſione tãq̃ poſitionẽ: ſed potius tãq̃ p̃cedẽtis poſitionis cõcluſionẽ. Dicoq̃ cũ ita fuerit: maius erit aggregatũ ex a b & f, q̃ ex c d & e. Cũ eni a b ſit maior e: abſcindã ex a b, g b æqualẽ e. ſimiliter quoq̃ quia c d eſt maior f: abſcidã ex c d, h d ęqualem f. Eritq̃ per hypotheſin a b ad c d: ſicut g b ad h d. quare per 19/a greſiduũ ad c h reſiduũ: ſicut totũ a b ad totũ c d. Cum ergo a g ſe habet ad c h ſicut a b ad c d, ſed a b eſt maior c d, quare a g maior eſt c h: additis igitur vtriq̃ duabus quã-

titatibus g b & h d, erit per communem scientiam/aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b. & quia d h posita est æqualis f, & g, b e: maius erit aggregatum ex a b & f, q̃ aggregatum ex c d & e. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

25 ¶Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: maxima earum & minima/reliquis maiores erunt.

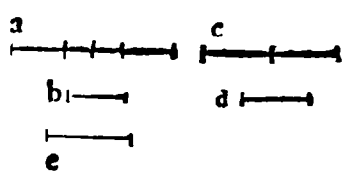
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor magnitudines proportionales a b, c d, e, f: sicut a b ad c d, sic e ad f. Sit autem maxima earum a b: minima vero f. Dico q̃ ipsæ a b & f: ipsis c d & e maiores sunt. Ponatur inq̃ per tertiam primi ipsi e æqualis a g: & ipsi f æqualis c h. Quoniam igitur est sicut a b ad c d, sic e ad f, æqualis autem est e ipsi a g, & ipsi f æqualis c h: est igitur sicut a b ad c d, sic a g ad c h. & quoniam est sicut totum a b ad totum c d, sic ablatum a g ad ablatum c h: & reliquum igitur g b per decimamnonam quinti / ad reliquum h d, erit sicut totum a b ad totum c d. Maior autem est a b: ipsa c d. maior igitur est g b: ipsa h d. Et quoniam æqualis est a g ipsi e, & c h ipsi f: igitur a g & f sunt æquales ipsis c h, e. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur omnia inæqualia fient per quartam communem sententiam: cum igitur g b & h d sint inæquales/& g b maior sit/ipsi autem g b addantur c h & e, producentur a b & f maiores ipsis c d & e. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: maxima & minima earum/reliquis maiores erunt. Quod demonstrare oportebat.

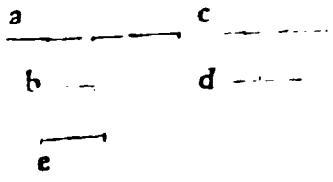


¶Nouem sequentes propositiones quas ad 25 adiecit Campanus: nihil in Zamberto eis respondens habent. nec plures 25 in vetustioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur. quare ex additione Cãpani esse videntur.

26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secundam maior q̃ tertiæ ad quartam: erit conuersim e contrario secundæ ad primam minor q̃ quartæ ad tertiam.

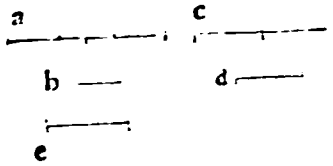
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b, maior q̃ c ad d. dico q̃ erit econuerso/modo contrario minor proportio b ad a: q̃ d ad c. Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c: erit econuerso a ad b vt c ad d. sed non est: immo maior. At vero si est b ad a maior q̃ d ad c: sit e ad a, vt d ad c. eritq; ex duodecima/e ad a minor q̃ b ad a. quare ex prima parte decimę e est minor b. Ideoq; ex secunda parte 8/maior erit proportio a ad e: q̃ a ad b. & quia per conuersam proportionalitatem/a ad e sicut c ad d: erit ex duodecima/proportio c ad d maior q̃ a ad b. sed erit minor. relinquitur ergo propositum. ¶Possumus quoq; (silibet) astruere propositum ostensiue. manefestum enim est ex prima parte decimæ/q̃ illa quãtitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo q̃ ponitur maior proportio a ad b q̃ c ad d. illa ergo quantitas sit e. cum sit igitur





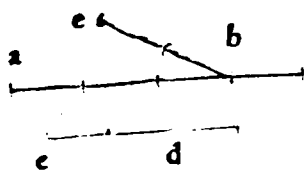
proportio e ad b vt c ad d:erit econuerſo b ad e, vt d ad c. Conſtat autem ex ſecunda parte octauæ: q̃ proportio b ad a:minor eſt q̃ proportio b ad e. Itaq; per duodecimam/ proportio b ad a:eſt minor q̃ d ad c. Quod volumus.

¶Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam: erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam q̃ ſecundæ ad quartam. 27



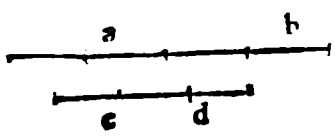
¶CAMPANVS. ¶Sit hic quoq; proportio a ad b maior: q̃ c ad d. dico q̃ erit permutatim maior proportio a ad c: q̃ b ad d. Eadem enim non erit. quia tunc quoq; eſſet permutatim a ad b:ſicut c ad d. Neq; minor. nam ſi hoc ponatur: ſit itaq; e ad c, vt b ad d. eritq; ex duodecima/maior proportio e ad c: q̃ a ad c. quare ex prima parte decimæ/e eſt maior a. Itaq; per primam partem octauæ/proportio e ad b:eſt maior q̃ a ad b. Et quia poſitum eſt vt ſit e ad c, ſicut b ad d:erit permutatim e ad b, ſicut c ad d. ex duodecima igitur / maior erit proportio c ad d: q̃ a ad b. ſed poſitum erat oppoſitum. verum eſt ergo propoſitum. ¶Oſtenſiue quoq; idem: quemadmodum in præmiſſa. Sumpta enim e ad b, vt c ad d: erit ex prima parte decimæ / e minor a. quia ex prima parte octauæ / maior erit a ad c: q̃ e ad c. Sed ex permutata proportionalitate/ eſt e ad c: vt b ad d. igitur ex duodecima/a ad c:eſt maior q̃ b ad d. Quod eſt propoſitum.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad ſecundam ſit maior proportio q̃ tertię ad quartam: erit quoq; cõiunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam q̃ tertiæ & quartæ ad quartam. 28



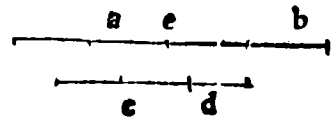
¶CAMPANVS. ¶Sit maior proportio a ad b: q̃ c ad d. dico q̃ maior erit totius a b ad b: q̃ totius c d ad d. quia ipſa neq; erit æqualis: neq; minor. Si enim æqualis: tunc erit diſiunctim/a ad b vt c ad d. Si autem eſt minor: ſit e b ad b/vt c d ad d. eritq; ex duodecima/ maior proportio e b ad b: q̃ a b ad b. itaq; ex prima parte decimæ/ e b: eſt maior q̃ a b. & per conceptionem: e maior q̃ a. quare ex prima parte octauæ/ maior eſt proportio e ad b: q̃ a ad b. ſed e ad b: eſt vt c ad d per diſiunctam proportionalitatem. eo q̃ erat e b ad b: vt c d ad d. ergo per duodecimam/ c ad d: eſt maior q̃ a ad b. hoc autem eſt contra hypotheſin. ¶Idem etiam oſtenſiue. Cum enim propoſitum ſit q̃ maior ſit proportio a ad b, q̃ c ad d: ſit proportio e ad b, vt c ad d. eritq; ex prima parte decimæ: e minor a. Ideoq; ex communi ſcientia: e b erit minor q̃ a b. quare ex prima parte octauæ / maior erit proportio a b ad b: q̃ e b ad b. At vero proportio e b ad b: eſt per coniunctam proportionalitatem/ſicut c d ad d. poſitum enim eſt/ vt ſit e ad b: tanq̃ c ad d. igitur ex duodecima/ maior eſt a b ad b: q̃ c d ad d. quod eſt propoſitum.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio q̃ tertiæ & quartæ ad quartam: erit quoq; diſiunctim proportio primæ ad ſecundam maior q̃ tertiæ ad quartam. 29



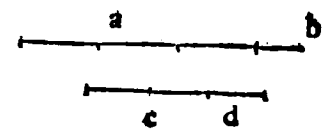
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a b ad b: maior q̃ c d ad d. dico q̃ erit diſiũcti/proportio a ad b: maior q̃ c ad d. alioqui erit æqualis vel minor. Q; ſi æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem/a b ad b, vt c d ad d. Si autem minor: erit maior c ad d, q̃ a ad b. ergo per

præmiſſam/maior erit c d ad d:q̃ a b ad b.quod eſt incõueniẽs: quia poſitum eſt q̃ minor.verum eſt ergo qđ dicitur. ¶Quod etiã oſtenſiue aſtruemus:hoc modo.Ponemus enim vt proportio e b ad b: ſit tanq̃ proportio c d ad d.eritq̃ ex prima parte 10:e b minor q̃ a b.quare ex communi ſcientia/e eſt minor q̃ a.minor igitur eſt ex prima parte 8/proportio e ad b:q̃ ſit a ad b.ſed proportio e ad b:eſt ſicut c ad d, ex diſiuncta proportionalitate.itaq̃ ex 12/proportio a ad b:eſt maior q̃ ſit c ad d.quod eſt propoſitum.



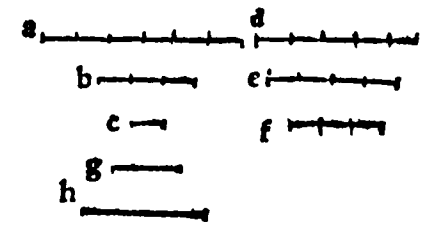
30 ¶Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio q̃ tertiæ & quartæ ad quartam:erit euerſim minor proportio primæ & ſecundæ ad primam q̃ tertiæ & quartæ ad tertiam.

¶CAMPANVS. ¶Sit maior proportio a b ad b:q̃ c d ad d.dico q̃ euerſim minor erit proportio a b ad a:q̃ c d ad d.erit enĩ diſiunctim ex præmiſſa/maior proportio a ad b:q̃ c ad d.Itaq̃ per 26/erit econuerſo minor b ad a:q̃ d ad c.quare per ante præmiſſam/ coniunctim minor erit b a ad a:q̃ c d ad c.quod eſt propoſitum.



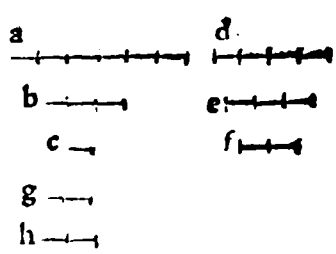
31 ¶Si fuerint tres quantitates in vno ordine/ itemq̃ tres in alio/fueritq̃ primæ priorum ad ſecundam maior proportio q̃ primæ poſteriorum ad ſecundam/itemq̃ ſecundæ priorũ ad tertiam maior q̃ ſecundæ poſteriorum ad terriam : erit quoq̃ primę priorum ad tertiam maior proportio/q̃ primę poſteriorum ad tertiam.

¶CAMPANVS. ¶Sint tres quantitates:a,b,c.itemq̃ aliæ tres:d,e, f.ſitq̃ maior proportio a ad b:q̃ d ad e.itemq̃ maior b ad c:q̃ e ad f.dico q̃ maior erit proportio a ad c:q̃ d ad f.Sit enĩ g ad c:vt e ad f.eritq̃ ex prima parte 10: g minor b. quare ex ſecunda parte 8/proportio a ad g:eſt maior q̃ a ad b.multo maior ergo eſt proportio a ad g:q̃ d ad e. ſit itaq̃ h ad g:vt d ad e.eritq̃ ex prima parte 10:a maior h.quare ex prima parte 8/ proportio a ad c:maior eſt q̃ proportio h ad c. At vero proportio h ad c:eſt per æquam proportionalitatẽ/ſicut d ad f.eſt enim h ad g:vt d ad e.& g ad c:vt e ad f.igitur ex 12/proportio a ad c: eſt maior q̃ d ad f.quare conſtat propoſitum.

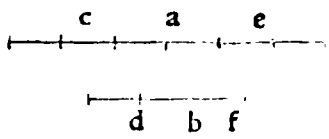


32 ¶Si fuerint tres quãtitates in vno ordine/itẽq̃ tres in alio/ fueritq̃ proportio ſecundæ priorum ad tertiam maior q̃ primæ poſteriorum ad ſecundam / itemq̃ primæ priorum ad ſecundam maior q̃ ſecundæ poſteriorum ad tertiam: erit maior proportio primæ priorum ad tertiam / q̃ primæ poſteriorum ad tertiam.

¶CAMPANVS. ¶Sint enim tres quantitates in vno ordine: a,b,c. Itemq̃ tres in alio:d,e,f,quemadmodum in præmiſſa.ſitq̃ maior proportio b ad c:q̃ d ad e.& maior a ad b:q̃ e ad f.dico q̃ maior erit a ad c:q̃ d ad f.Sit enim g ad c:vt d ad e.eritq̃ g minor b:per primam partem 10.quare maior erit proportio a ad g:q̃ ad b, per ſecundam partem 8.igitur multo maior eſt a ad g:q̃ e ad f.Sit itaq̃ h ad g:vt e ad f.eritq̃ a maior h:ex prima parte 10.quare proportio a ad c:maior eſt q̃ h ad c,ex prima parte 8. At vero ex 23/ proportio h ad c, eſt tanq̃ d ad f:eo q̃ eſt g ad c, vt d ad e.& h ad g: vt e ad f.igitur ex 12/maior eſt proportio a ad c:q̃ d ad f.quod eſt propoſitum.

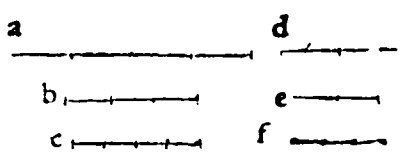


¶Si fuerit proportio totius ad totum/maior q̃ abſciſi ad abſciſum: erit reſidui ad reſiduum / maior proportio q̃ totius adtotum. 33



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quantitates a, & b: a quibus abſcindantur c & d. & reſidua ſunt e & f. ſitq; maior proportio a ad b: q̃ c ad d. dico q; maior erit proportio e ad f: q̃ a ad b. erit enim ex 27 / permutatim maior proportio a ad c: q̃ b ad d. quare ex 30/ erit euerſim minor proportio a ad e: q̃ b ad f. igitur rurſus ex 27/ permutatim minor erit a ad b: q̃ e ad f. quod eſt propoſitum.

¶Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur/ fueritq; cuiuſlibet præcedentis ad ſuam relatiuã maior proportio q̃ alicuius ſubſequentis ad ſuam: erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius ſubſequentium ad ſuam comparem/ aut etiam q̃ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas/ minor autem q̃ primæ ad primam. 34



¶CAMPANVS. ¶Sint tres quãtitates a, b, c, relatæ ad totidem alias quæ ſint d, e, f: ſitq; maior proportio a ad d, q̃ b ad e, & b ad e ſit maior q̃ c ad f. dico q; proportio a, b, c, pariter acceptarum/ad d, e, f, pariter acceptas: eſt maior q̃ b ad e, vel maior q̃ c ad f, & etiam maior q̃ b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas. & ipſa eſt minor: q̃ a ad d. Cum ſit enim a ad d maior q̃ b ad e: erit permutatim a ad b maior q̃ d ad e. & coniunctim a b ad b: maior q̃ d e ad c. & iterum permutatim a b ad d e: maior q̃ b ad e. quare per præmiſſam/ a ad d: eſt maior q̃ a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem eſſe b ad e: q̃ b c ad e f. itaq; maior proportio eſt a ad d: q̃ b c ad e f. quare permutatim maior eſt a ad b c: q̃ d ad e f. & coniunctim maior a b c ad b c: q̃ d e f ad e f. & iterum permutatim maior a b c ad d e f: q̃ c b ad e f. quare per præmiſſam/ maior eſt a ad d: q̃ a b c ad d e f. Quod eſt propoſitum.

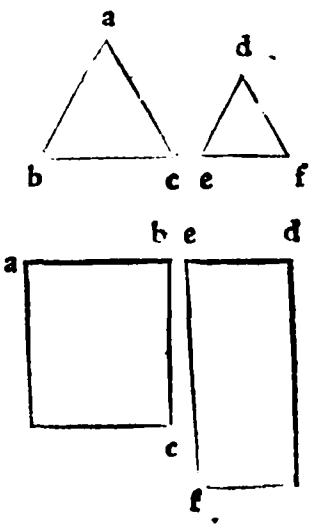
¶EVCLIDIS NEGARENSIS Geometricorum elementorum Sexti Libri.

F I N I S.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philsophi Mathematicorumq; facile principis, primū ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zāberto Veneto: Geometricorum elementorum Liber Sextus.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 SVperficies ſimiles dicuntur: quarū anguli vnius angulis alterius æquales lateraq; æquos angulos continentia proportionalia.



¶CAMPANVS. ¶Vt ſi trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e ſicut a c ad d f, & b c ad e f: ipſi erunt ſimiles.

2 ¶Superficies mutuorum laterum: ſunt inter quarum latera incontinua proportionalitas retranſitiue habetur.

¶CAMPANVS. ¶Vt ſi duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus ſecundi fuerit ſicut proportio e f lateris ſecundi ad b c latus primi: illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum ſiue mutekeſia.

3 ¶Linea dicitur diuidi ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema: quando eadem eſt proportio totius ad maiorem ſui ſectionem quæ eſt maioris ad minorē.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.

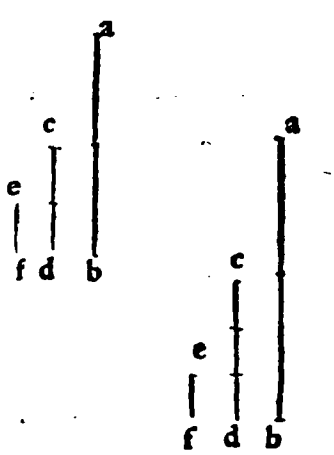
1 SImiles figuræ rectilineæ: ſunt quæ & angulos æquales habent ad vnum, & quæ circa angulos æquales ſunt, latera proportionalia.

2 ¶Reciprocæ autem figuræ: ſunt quando in vtraq; figura, antecedentes & conſequentes termini rationales fuerint.

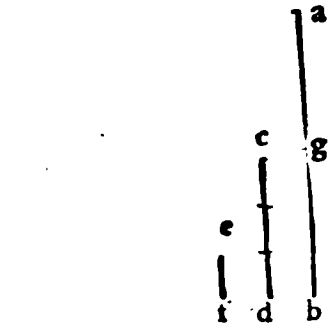
3 ¶Per extremam & mediam rationem, recta linea diuidi dicitur: quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus.

4 ¶Altitudo vniuſcuiuſq; figuræ: eſt a vertice ad baſin perpendicularis deducta.

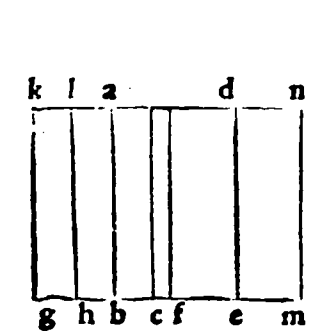
5 ¶Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus conſtare dicitur: quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit enī a b ad c d rationem habēs datam: veluti duplam aut triplam aut quālibet aliam. & c d ad e f eandē quoq; datam. Dico q; ipſius a b & e f ratio: conſtat ex a b ad c d & ex c d ad e f. Vel q; ipſius a b ad c d rationis quantitas multiplicata in ipſius c d ad e f rationis quantitatem: efficit ipſius a b ad e f rationem. Sit enim primum a b ipſa c d maior: & c d ipſa e f. & ſit quidem a b, ipſius c d dupla: & c d ipſius e f tripla. quoniam igitur c d ipſius e f tripla eſt, ipſius autem c d. dupla eſt a b: igitur a b ipſius e f ſexicupla eſt. quoniam ſi triplum alicuius duplicamus: fit ſexicuplum. hoc inq; eſt proprie com-



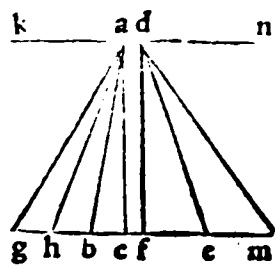
positio. ¶Vel ſic. Quoniam a b dupla eſt ipſius c d: diuidatur a b in ipſi c d æqualia/hoc eſt a g,& g b. Et quoniã c d ipſius e f tripla eſt/æqualis autem eſt a g ipſi c d: & a g igitur ipſius e f tripla eſt. Id propterea: & g b ipſius e f tripla eſt. Tota igitur a b: ipſius a f ſexcupla eſt. Ipſius igitur a b ad e f ratio connectitur per c d medium limitem: compoſita ex ipſius a b ad c d & c d ad e f ratione. ¶Similiter autem & ſi minor fuerit c d, vtraq; ipſarum a b & e f: idipſum colligitur. ¶Sit enim rurſus a b ipſius c d tripla: at c d ipſius e f ſit dimidia. & quoniam c d ipſius e f dimidia eſt/ipſius autem c d tripla eſt a b: igitur a b ſeſqualtera eſt ipſius e f. ſi enim alicuius dimidium triplicamus: habebit ipſum ſemel & dimidiũ. At quoniam a b ipſius c d tripla eſt,& c d ipſius e f dimidia eſt: qualium eſt a b æqualiũ ipſi c d trium/talium eſt e f duorum. Quare ſeſqualterum eſt a b ipſius e f. Igitur ratio ipſius a b aſi e f, connectitur per c d medium limitem: cõpoſita ex ipſius a b ad c d & c d ad e f ratione. ¶Sed iam rurſus ſit c d vtraq; ipſarum a b & e f maior. & ſit quidẽ a b ipſius c d dimidium: & c d ipſius e f ſeſquitertium. Quoniam igitur qualium eſt a b duorum/talium eſt c d quatuor qualium autem c d quatuor/talium e f trium: & qualium igitur a b duorum/talium e f trium. cõnectitur igitur rurſus ratio ipſius a b ad e f, per c d medium limitem: quæ duorum eſt ad tria. ſimiliter quoq; & in pluribus/& in reliquis caſibus. Et manifeſtum eſt q; ſi a compoſita ratione/vnaquæq; compoſitarum auferatur: vno extremorũ ejecto/reliqua compoſitarum aſſumetur.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

SI duarum rectilinearum ſuperficierum æquidiſtantium laterum/ſiue triangulorum/ fuerit altitudo vna: tãta erit alterutra earum ad alteram/quanta ſua baſis ad baſin alterius. 1

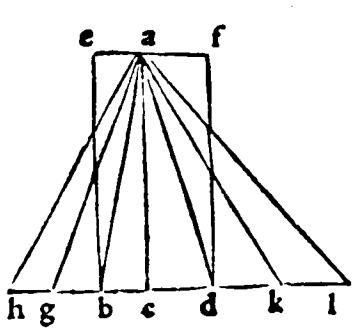
¶CAMPANVS. ¶Sint duo parallelogrãma a b c, d e f: æqualis altitudinis. dico eſſe proportionẽ eorũ ſicut b c ad e f. ponam illa duo parallelogrãma ſuper lineam vnam: quæ ſit g m. eruntq; propter hoc q; ſunt æqualis altitudinis: inter lineas æquidiſtantes/quarum ſit altera k n. deinde ex linea g m: ſumam g c multiplicem ſecundum quẽcunq; numerum voluero/ad b c. & diuidã eam in partes æquales b c: in punctis h & b. a quibus & pũcto g: ducam æquidiſtãtes lineæ a b, quæ ſunt g k & h l. & complebo ſuperficies æquidiſtantiũ laterum: k h & l b. eritq; vnaquæq; earũ per 36 primi: æqualis a c. quare ſicut linea g c eſt multiplex lineæ b c: ita ſuperficies c k, ſuperficiei a c. Similiter quoq; ad lineam e f: ſumam ex linea g m, lineam f m multiplicem ſecundũ quencumq; numerum voluero/ad e f. & complebo ſuperficiem æquidiſtantium laterum/ducta linea m n æquidiſtanter lineæ d e. eritq; ſuperficies n f ita multiplex ſuperficiei d f: ſicut linea m f lineæ e f. Et qa per 36 primi/ſi linea g c eſt maior linea f m, ſuperficies k c eſt maior ſuperficie n f, et ſi minor/minor/et ſi æqualis/æqualis: erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/eadem proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ d f. qd eſt propoſitũ. ¶De triangulis vnius altitudinis idẽ ꝓbabis & eodẽ modo per 38 primi: ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad baſes fumes multiplices/ad vertices triangulorum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

¶Triangula & parallelogrãma/quæ ſub eodem ſunt vertice: ad ſe inuicem ſunt vt baſes. 1

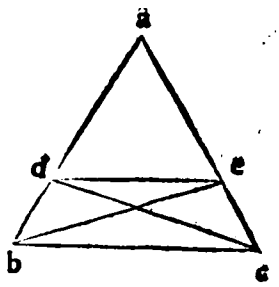
¶THEON ex Zamb. ¶Sint triãgula quidẽ a b c & a c d, parallelogrãma vero e c & c f: ſub eodẽ vertice exiſtentia. habentia q; ab a in b d: perpẽdicularẽ deductã a c. Dico q; eſt ſicut b c baſis ad c d baſin: ſic eſt a b c triãgulũ ad a c d triãgulũ/& e c parallelogrãmũ ad c f parallelogrãmũ.



Producatur inq̃ per 2 poſtulatum/d b:ex vtraq; in h,l,ſigna.& ponantur per 1 primi ipſi quidem b c baſi/æquales cuiuſmodicũq; b g & g h:ipſi autem c d baſi/ æquales cuiuſmodicunq; d k & k l. Connectanturq; a g,a h,a k,& a l.Et quoniam c b,b g,& g h ſibiinuicem ſunt æquales:& trl angula quoq; a h g, a g b & a b c ſibiinuicem ſunt æqualia per 38 primi.Qꝝ multiplex igitur eſt h c baſis/ipſius b c baſis:tam multiplex eſt et trianguluin a h c,trianguli a b c.Id propterea/q̃ multiplex eſt l c baſis/ ipſius d c baſis:tam multiplex eſt & a l c triangulum/ ipſius a d c trianguli.& ſi æqualis eſt h c baſis/ipſi c l baſi:æquum eſt per 38 primi/triãgulum a h c triangulo a c l. & ſi baſis h c excedit baſim c l:excedit & triangulum a h c triangulum a c l.& ſi minor:minus/ per 6 diffinitionem quinti. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus/duabus quidem baſibus hoc eſt b c & c d, duobus autẽ triangulis hoc eſt a b c & a c d: ſumuntur æque multiplices.ipſius quidem b c baſis,& ipſius a b c triãguli:baſis videlicet h c,& triangulum a h c. ipſorum autem c d baſis & a d c trianguli: alia quæ vtcunq; ſunt æque multiplicia/ hoc eſt baſis c l, & triangulum a l c.& demõſtratum eſt q; ſi excedit baſis h c baſin c l: excedit quoq; & triangulũ a h c,triangulũ a l c.& ſi æqualis:æquale.& ſi minor: minus. Eſt igitur ſicut baſis b c ad baſin c d:ſic triangulum a b c ad triangulum a c d,per ſextã diffinitionẽ quinti. Et quoniã per 41 primi ipſius quidem trianguli a b c duplum eſt parallelogrãmũ e c,ipſius autẽ a c d trianguli duplũ eſt per eandẽ parallelogrãmũ f c, partes autẽ eodẽ modo multipliciũ p 15 quiti eãdẽ habent rationẽ: eſt igit ſicut triangulũ a b c ad triangulũ a c d, ſic parallelogrammũ e c ad parallelogrãmũ c f. Quoniã igitur patuit ſicut quidẽ baſis b c ad baſin c d ſic triangulũ a b c ad triangulum a c d,ſicutq; triangulũ a b c ad triangulũ a c d ſic parallelogrãmũ e c ad parallelogrãmum f c:& ſicut igitur per 11 quinti/ baſis b c ad baſin c d,ſic parallelogrãmum e c ad parallelogrammum f c. Triangula igitur & parallelogramma ſub eodem vertice exiſtẽtia:ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes.quod demonſtrare oportebat.

Eucli ex Camp. Propoſitio 2.

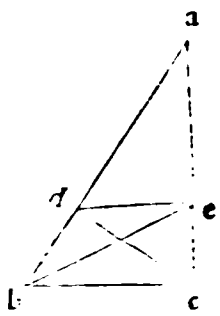
2 SI linea recta duo trianguli latera ſecans/reliquo fuerit ęquidiſtans:eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si vero proportionaliter ſecet; eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c:cuius duo latera a b & a c ſecet linea d e æquidiſtanter tertio lateri quod eſt b c. dico q; erit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c. & econuerſo ſi fuerit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c:linea d e erit æque diſtans lineæ b c.protrahiam eni duas lineas e b & d c.eritq; per 37 primi/triangulus e d b, æqualis triangulo d e c:propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e,inter lineas æquidiſtantes.itaq; per ſecundã partẽ 7 quinti/proportio triãguli a d e ad vtrũq; illorũ:erit vna.ſed proportio eius/per præmiſſã ad triangulũ e d b: eſt ſicut lineæ a d ad lineã d b.& ad triangulũ d e c:ſicut lineæ a e ad lineã e c.Nam ipſe cum vtroq; illorũ eſt æqualis altitudinis.quare erit proportio a d ad d b:ſicut a e ad e c.quod eſt primũ.¶Et ſi hoc fuerit: erit per præmiſſam/ipſius a d e ad vtrumq; illorũ proportio vna.quare per ſecundam partem 9 quinti:ipſi ſunt adinuicẽ æquales.& quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin videlicet lineam d e,& ex eadem parte: erit per 39 primi/linea d e æquidiſtans lineæ b c.quod eſt ſecundum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

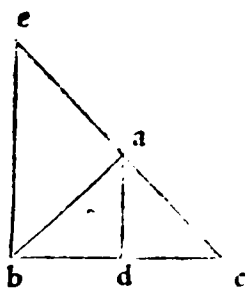
2 ¶Si triãguli ad vnũ laterũ acta fuerit aliqua recta linea parallelus:pportionaliter ſecat ipſius triãguli latera. & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint:ad ſegmẽta connexa recta linea/parallelus ad reliquũ erit ipſius triãguli latus.



¶THEON ex Zamberto. ¶Trianguli eni a b c parallelus ad latus b c agatur d e. Dico q; eſt ſicut b d ad d a: ſic eſt c e ad e a. Cõnectantur inquam b e & c d. æquale igitur eſt per 37 primi/triangulum b d e: triangulo c d e. in eadem enim ſunt baſi d e: & in eiſdem parallelis d e & b c. Aliud autem quoddam triangulum a d e. æqualia autem per 7 quinti/ad idem eandem habent rationem. Eſt igitur ſicut triangulum b d e ad triangulum a d e: ſic triangulum c d e ad triãgulum a d e. Sicut quidem triangulum b d e ad triangulum a d e: ſic eſt b d ad d a. ſub eodem namq; vertice/ab c in a b, perpendicularem actam habent. & proinde ad ſeinuicẽ ſunt ſicut baſes: per 1 ſexti. Ac propterea ſicut triangulum c d e ad triangulum a d e: ſic c e ad e a. & ſicut igitur per 11 quinti/b d ad d a: ſic c e ad e a. ¶Sed iã ipſius a b c trianguli/latera a b & a c in proportione ſecentur: ſicut b d ad d a, ſic c e ad e a. & connectatur d e. Dico q; parallelus eſt d e ipſi b c. Eiſdem namq; diſpoſitis/ quoniã eſt ſicut b d ad d a ſic c e ad e a, ſed ſicut quidem b d ad d a ſic triangulum b d e ad triangulum a d e per 1 ſexti/ſicut autem c e ad e a ſic triangulũ c d e ad triangulum a d e per eandem: & ſicut igitur per 11 quinti triangulum b d e ad triãgulum a d e, ſic triangulum c d e ad triãgulum a d e. Vtrũq; igitur ipſorum b d e & c d e triangulorum: ad a d e eandem habet rationem per 9 quinti. Aequale igitur per eandem eſt triangulum b d e triangulo c d e & in eadem ſunt baſi d e. æqualia autem triangula & in eadem baſi exiſtentia: & in eiſdem ſunt parallelis per 39 primi. parallelus igitur eſt d e ipſi b c. Si trianguli ad vnum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea. proportionaliter ſecat trianguli latera. & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint: ad ſegmenta coniuncta recta linea/parallelus erit ad reliquũ triãguli latus. Quod demõſtraſſe oportuit.

Eucli ex Camp. Propoſitio 3.

SI ab aliquo angulorũ trianguli linea recta ad baſin ducta/angulũ illũ per æqualia ſecet: duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdẽ trianguli lateribus proportionales eſſe. Si vero duę partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit/reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint: lineam illã angulum per æqualia diuidere neceſſario comprobatur. 3



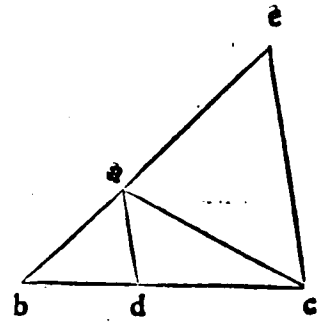
¶CAMPANVS. ¶Sit trigonus a b c: cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia. dico q; proportio b d ad d c: eſt ſicut b a ad a c, & ecõuerſo. protraham enim b e: æquidiſtantem a d. & producam c a: quouſq; cõcurrat cum b e in puncto e. eritq; per primam partem 29 primi/angulus e b a: æqualis angulo b a d. & per ſecundam partem eiuſdem/angulus c: angulo d a c. quare angulus e: eſt æqualis angulo e b a. ergo per 6 primi/e a: eſt æqualis a b. & ideo per primam partem 7 quinti/proportio e a ad a c: eſt ſicut b a ad a c. ſed per præmiſſam/e a ad a c: eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c: ſicut b d ad d c. quod eſt primum. ¶Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis: probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione/ſi fuerit proportio b a ad a c ſicut b d ad d c, quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c: erit eadem proportio e a ad a c, quæ eſt b a ad a c. ergo per primam partem 9 quinti: e a & a b ſunt æquales. quare per 5 primi/duo anguli e & e b a: ſunt æquales. igitur per primã & ſecundam partem 29 primi/angulus b a d: eſt æqualis angulo d a c. quod eſt ſecundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

¶Si trianguli angulus biſariam ſecetur/diſpeſcens autẽ angulum recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis ipſius trianguli lateribus. & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius 3

trianguli lateribus: a vertice ad baſin coniuncta recta linea bifariam diſpeſcit ipſius trianguli angulum.

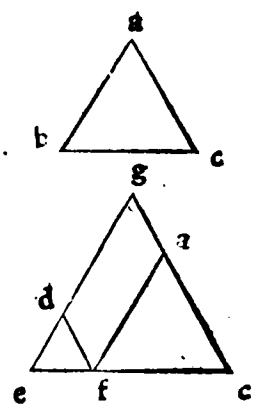
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit triangulũ a b c: ſecetur̃ per 9 primi/ angulus b a c bifariam ſub recta linea a d. Dico q̃ eſt ſicut b d ad d c: ſic eſt b a ad a c. Excitetur enī per 31 primi per c: ipſi d a parallelus c e. & acta b a ei concurrat in e. & quoniam in parallelos a d & e c, recta linea a c cecidit: angulus igitur a c e per 29 primi/ æqualis eſt angulo c a d. Sed angulo c a d: is qui eſt ſub b a d ſupponitur æqualis. & angulus igitur b a d: ei qui ſub a c e eſt angulo/ eſt æqualis. Rurſus quoniã in parallelos a d & e c, recta linea cecidit b a e: per 28 primi angulus exterior b a d æqualis eſt angulo interiori a e c. oſtenſum autem eſt q̃ angulus a c e angulo b a d eſt æqualis. & angulus a c e igitur: angulo a e c eſt æqualis. quare & latus a e: lateri a c per 6 primi/ eſt æquale. Et quoniam triãguli b c e ad vnum latus e c parallelus acta eſt a d: proportionalis igitur per 2 ſexti/ & per 11 quinti/ (& animaduerte quomodo) ſicut b d ad d c, ſic b a ad a e. Aequalis autem eſt a e ipſi a c. eſt igitur ſicut b d ad d c: ſic b a ad a c. ¶Sed eſto ſicut b d ad d c: ſic b a ad a c. & connectatur a d. Dico q̃ bifariam ſecatur angulus b a c: ſub recta linea a d. Eiſdē nãq̃ diſpoſitis/ qm̃ eſt ſicut b d ad d c ſic eſt b a ad a c, ſed ſicut e d b ad d c ſic b a ad a e per 2 ſexti/ trianguli enim b c e ad vnũ latus e c, acta eſt parallelus a d: & ſicut igitur b a ad a c ſic b a ad a e per 9 quinti. æqualis autem eſt a c ipſi a e. quare & angulus qui ſub a e c: per 5 primi/ ei qui eſt ſub a c e eſt æqualis. Sed qui eſt ſub a e c per 29 primi/ exteriori qui eſt ſub b a d eſt æqualis, angulus autem a c e: ei qui viciſſim eſt ſub c a d angulo eſt æqualis. Angulus igitur b a c bifariã diſcinditur ſub a d recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam ſecetur/ eum autem diſpeſcens recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus. & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus: a vertice ad baſin coniuncta recta linea bifariam ſecat ipſius triãguli angulum. quod erat demonſtrandum.



Eucli ex Camp. Propoſitio 4.

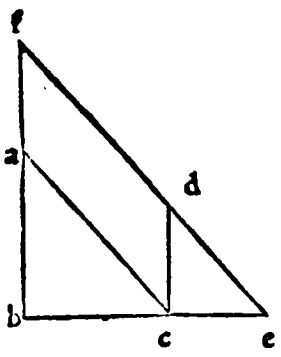
4 OMnium duorum triãgulorum quorum anguli vni⸗us angulis alterius ſunt æquales: latera æquos angulos continentia ſunt proportionalia.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, d e f: æquianguli. ſitq̃ angulus a: æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. & angulus c angulo f. dico q̃ proportio d e ad a b, & d f ad a c: eſt ſicut e f ad b c. ponam enī ambos triangulos ſuper lineam vnam quæ ſit e c: ita q̃ duo anguli vni⁹ qui erunt ſuper hanc lineam: ſint æquales duobus alterius qui erunt ſuper eandem, non quidem medius medio aut extremus extremo: ſed medius vnius/ extremo alterius. & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. ſitq̃ a f c: ipſe idem triãgulus qui erat a b c. & quia angulus a f c eſt æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypotheſin: erit per primam partem 28 primi/ linea a f æquidiſtans d e, & d f æquidiſtans a c. complebo igitur ſuperficiem æquidiſtantium laterum: quæ ſit g f. eritq̃ per 34 primi/ g a: æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per ſecundam huius g a ad a c ſicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c ſicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c & per eandem e d ad f a ſicut e f ad f c. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 4.

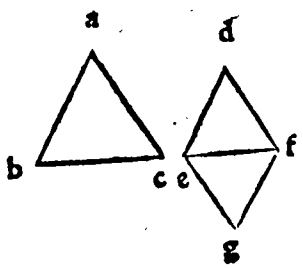
4 ¶Aequiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera: quæ circum æquales angulos/ & ſimilis ſunt rationis quę æqualibus angulis latera ſubtenduntur.



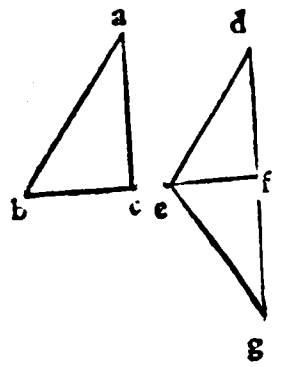
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint triangula æquiangula a b c & d c e: æquum habentia angulum qui ſub a b c ei qui ſub d c e eſt angulo/ & angulum qui ſub b a c ei qui ſub c d e, & inſuper angulum qui ſub a c b ei qui ſub d e c. Dico ꝙ triangulorum a b c & d c e latera ſunt proportionalia: quæ circum æquales ſunt angulos. eiuſdemq; rationis: quę æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam/b c: ipſi c e. Et quoniam anguli a b c & a c b duobus rectis ſũt minores per decimamſeptimam primi/ æqualis autẽ eſt angulus a c b ei qui eſt ſub d e c angulo: anguli igitur a b c & d e c, duobus rectis ſunt minores. Igitur b a & e d productæ: in congreſſum veniunt. Congrediantur conueniantq; in f. & quoniam per hypotheſin angulus d c e angulo a b c eſt æqualis: parallelus eſt per 28 primi/b f ipſi c d. Rurſus quoniam per hypotheſin/angulus a c b æqualis eſt angulo d e c: parallelus eſt per 28 primi/a c ipſi f e. Parallelogrammũ igitur eſt: f a d c. Aequalis igitur eſt fa, ipſi d c: & a c ipſi f d. Et qm̃ per 2 ſexti/triãguli b f e ad latus vnũ f e parallelus acta eſt a c: eſt igitur ſicut b a ad a f, ſic b c ad c e. Aequalis autem eſt a f ipſi c d. Sicut igitur per 11 quinti/b a ad c d/ſic b c ad c e. & viciſſim per 16 quinti ſicut a b ad b c ſic d c ad c e. Rurſus quoniã parallelus eſt c d ipſi b f: eſt igitur per 2 ſexti ſicut b c ad c e ſic f d ad d e. Aequalis autem eſt f d ipſi a c. Sicut igitur b c ad c e: ſic a c ad d e. viciſſim igitur per 16 quinti/ſicut b c ad c a: ſic c e ad e d. Quoniã igitur demonſtratũ eſt ꝙ ſicut a b ad b c ſic d c ad c e, ſicut autem b c ad c a ſic c e ad e d: ex æquali igitur per 22 quinti/ ſicut b a ad a c ſic c d ad d e. Proinde æquiangulorũ triangulorũ proportionalia ſunt: quæ circum æquales angulos ſunt latera. eiuſdemq; rationis: quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. quod fuit demonſtrandum.

Eucli ex Camp. Propoſitio 5.

OMnium duorum triangulorum quorum cũcto- 5
rum laterum ſeſe reſpicientium eſt proportio vna: anguli lateribus proportionalibus contenti/ęqui ſibi inuicem eſſe probantur.



¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt cõuerſa prioris. Nec fecit ex ea & præmiſſa vnã concluſionẽ/ſicut fecit in ſecunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eiſdẽ medijs demonſtratur quibus præcedẽs. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f, ſitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f: ſicut b c ad e f. dico ꝙ angulus a: eſt æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. et angulus c: angulo f. Cõſtituam ſuper lineã e f in oppoſita parte trianguli d e f, angulum f e g: æqualem angulo b. & angulum e f g: æqualem angulo c. eritq; per 32 primi/angulus g: æqualis angulo a. ergo per p̃miſſã/ proportio a b ad d e g, & a c ad f g: ſicut b c ad e f. quare a b ad d e: ſicut ad e g. & a c ad d f: ſicut ad f g. igitur per ſecundã partẽ 9 quinti/d e: eſt æqualis e g. & per eãdem d f: æqualis f g. quare per 8 primi/ duo trianguli d e f, & g e f: ſunt æquianguli. quia ergo triangulus g e f, eſt etiã æquiangulus triangulo a b c: conſtat propoſitum.

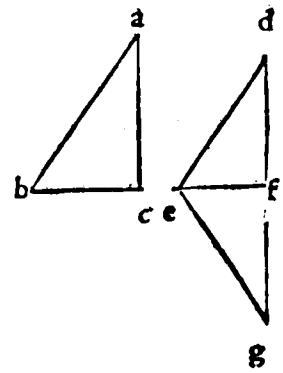


Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

¶Si duo triangula, latera proportionalia habuerint: æquiã- 5
gula erunt triangula/& æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d e f: latera proportionalia habentia. ſicut a b ad b c: ſic d e ad e f. ſicutq; b c ad c a: ſic e f ad d f. Dico ꝙ æquiangulum eſt a b c triangulum: triangulo d e f. æqualeſq; habebunt angulos: ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. hoc eſt angulum a b c angulo d e f: & angulum b c a angulo e f d. & inſuper angulum b a c: angulo e d f. Conſtituatur per 23 primi inꝫ/ ad rectam lineam e f, ad ſignaq; in ea e, f: angulo a b c æqualis angulus

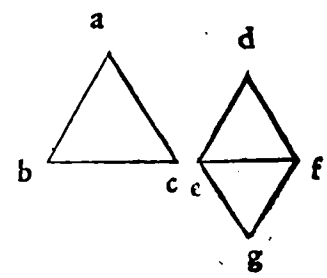
f e g, angulo autem a c b æqualis qui eſt ſub e f g. Reliquus igitur angulus qui ſub b a c: reliquo qui ſub e g f eſt æqualis. æquiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo f e g. Triangulorum autem a b c & f e g proportionalia ſunt latera/ quæ circũ æquales ſunt angulos per 4. ſexti: eiuſdemq; rationis/quæ ſub æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Eſt igitur ſicut a b ad b c: ſic g e ad e f. Sed ſicut a b ad b c: ſic ſupponitur d e ad e f. Igitur ſicut d e ad e f: ſic g e ad e f. vtrumq; igitur ipſorum d e & g e: ad e f eandẽ habet rationẽ. Aequalis igitur per 9 quinti eſt d e: ipſi e g. Id propterea/ & d f: ipſi f g eſt æqualis. Quũ igitur æqualis eſt d e ipſi e g, cõmunis autẽ e f: duæ igitur d e & e f duabꝰ g e & e f ſũt æquales/ & baſis d f baſi f g eſt æqualis. Angulus igitur d e f: per 8 primi/ angulo g e f eſt æqualis/ et triangulum d e f per 4 primi triangulo g e f eſt æquale/ et reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus d f e angulo g f e: & angulus e d f angulo e g f. Et quoniam angulus f e d angulo f e g eſt æqualis/ ſed angulus f e g angulo a b c: & angulus a b c igitur ei qui ſub d e f eſt angulo eſt æqualis. Id propterea/ & angulus a c b: angulo d f e eſt æqualis. & inſuper angulus qui ad a: ei qui ad d. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina triangula igitur/ latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula. & æquales habebunt angulos: ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. quod erat demõſtrandum.



Euclí ex Camp. Propoſitio 6.

6 ¶Mnes duo triãguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis lateraq; illos duos ęquos angulos cõtinentia proportionalia: ſunt inter ſeinuicem æquianguli.

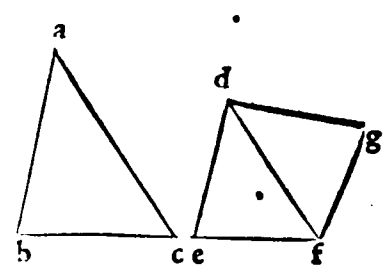
¶CAMPANVS. ¶Maneat prior diſpoſitio. & ſit ſolum angulus b: æqualis ãgulo d e f. & proportio a b ad d e: ſicut b c ad e f. dico adhuc duos triangulos a b c, d e f: eſſe æquiãgulos. Cũ enim ſit per 4 huius propter hypotheſes præmiſſæ concluſionis/ a b ad e g ſicut b c ad e f: erit a b ad d e ſicut a b ad e g. quare per ſecundam partem nonæ quinti d e: eſt æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f, ſunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e vnius angulo e alterius/ quia vterq; eſt æqualis angulo b: ipſi erunt per quartam primi/ æquianguli. & quia e g f eſt etiam æquiangulus a b c: patet propoſitum.

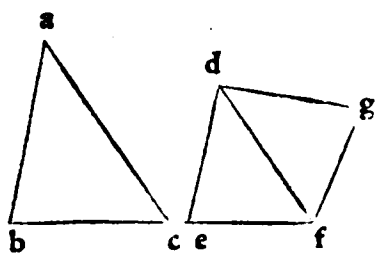


Euclí. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 ¶Si bina triangula vnum angulum vni angulo æqualẽ habuerint/ & circũ æquales angulos latera proportionalia: æquiãgula erunt triãgula/ & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d e f: vnũ angulum qui ſub b a c, vni angulo qui ſub e d f æqualem habentia. & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: ſicut b a ad a c, ſic e d ad d f. Dico q; triangulum a b c: æquiangulum eſt ipſi triangulo d e f. & ęqualem habebit angulum a b c angulo d e f: & angulum a c b angulo d f e. Conſtituatur inquam per 23 primi/ ad rectã lineam d f, ad ſignaq; in ea d, f: vtriq; ipſorum b a c & e d f æqualis angulus f d g, angulo autem a c b: æqualis angulus d f g. reliquus igitur ãgulus qui ad b: reliquo angulo qui ad g eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo d g f. Proportionale igitur eſt/ ſicut b a ad a c: ſic g d ad d f, per 4. ſexti. Receptum autem eſt/ q; ſicut b a ad a c: ſic e d ad d f. & ſicut igitur per 11 quinti e d ad d f: ſic g d ad d f. Aequalis igitur eſt per 9 quinti e d: ipſi d g. Et communis d f. Duæ iam e d & d f: duabus g d & d f ſunt æquales. & angulus e d f: per hypotheſin angulo g d f eſt æqualis. Baſis

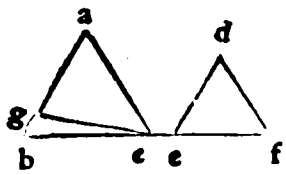




igitur e f:per 4. primi/baſi g f eſt æqualis. & triangulum d e f per eandem triangnlo g d f eſt æquale:& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri/ ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus d f g angulo d f e:& qui ad g,ei qui ad e.Sed angulus qui ſub d f g ei qui ſub a c b eſt æqualis.& âgulus a c b igitur ei quí ſub d f e eſt æqualis.Receptum autē eſt / q̄ angulus b a c:ei qui ſub e d f eſt angulo æqualis eſt.& reliquus igitur quí ad b:reliquo qui ad e eſt ęqualis.æquiangulum igitur eſt triangulum a b c:triangulo d e f.Si bina trí angula igitur vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/ circum vero æquales angulos latera proportionalía:æquiangula erunt ipſa triangula/& æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 7.

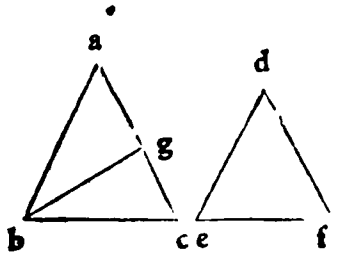
SI fuerint duo triánguli quorū vnus angulus vní- 7.
us vní angulo alterius æqualis/duoq; ſuorum reliquorum angulorū lateribus proportionalibus cōtenti/duorum vero demum reliquorum vterq; aut neuter recto angulo minor:neceſſe eſt illos duos triāgulos omnibus ſuis angulis ínter ſeinuicem æquiangulos eſſe.



¶CAMPANVS.¶Sint duo triāguli a b c,d e f.ſitq; angulus a:æqualis angulo d.& proportio a c ad d f:ſicut c b ad f e.& vterq; duorum angulorum b & e,aut neuter:ſit minor recto.dico eos eſſe æquiangulos.Si enim angulus c vnius eſt æqualis angulo f alterius: patet propoſitū per præmiſſam. Sin autem: ſit c maior.fiatq; angulus a c g: æqualis eidem. eritq; per 32 primi/triangulus a g c:æquiangulus triangulo d e f. quare per quartam huius/proportio a c ad d f:ſicut g c ad e f.ſed ſic fuit b c ad e f.ergo per 9 quinti/g c & b c:ſunt æquales. ergo per quintam primi/ angulus b:eſt æqualis angulo b g c.Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto:accidet duos āgulos vnius trianguli nō eſſe minores duobus rectis.quod eſſe non poteſt/per 17 primi. Q̄z ſi vterq; fuerit minor recto:erit angulus a g c maior recto per 13 primi. quare & angulus e ſibí æqualis: eſt etiam recto maior. quod eſt contra hypotheſin. quare deſtructo oppoſito:remanet propoſitū. ¶Oportet autem vtrumq; angulorum reliquorum/ aut neutrum:eſſe minorem recto. poſſibile enī eſt in eodem triangulo vt in triangulo a b c:lineam g c eſſe æqualem b c.& ídeo erit a c ad vtramq; earum:vna proportio per 7 quinti.Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c,æquianguli:q̄uis vnus angulus vnius ſit ęqualis vní angulo alterius/immo idem vt angulus a.& proportio lineæ a c prout eſt latus magni ad a c prout eſt latus parui:ſicut b c latus magní ad g c latus parui. vtraq; enim æqualis.& hoc eſt/propter hoc q̄ angulus g minoris: eſt maior recto. & angulus b maioris:minor. Nam ín omní triangulo duum æqualium laterum/ vterq; angulorum qui ſūt ad baſín:eſt minor recto.

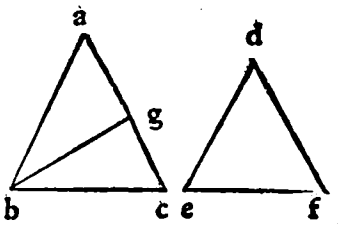
Eucli.ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

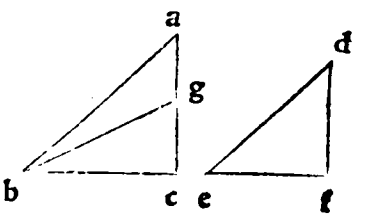
¶Sí bina triangula vnum angulum vní angulo æqualem 7.
habuerint/circum autem alios angulos latera proportionalia/reliquorum vero vtrūq; ſimul aut minorem aut non minorem recto:æquiangula erunt triangula/& æquales habebunt angulos circum quos proportionalía ſunt latera.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d e f: vnū angulum vní angulo æqualem habentia/ eum ſcilicet qui ſub b a c ei qui eſt ſub e d f.Circum autem alios angulos a b c & d e f,latera proportionalia ſicut a b ad b c:ſic d e ad e f.Reliquorum vero qui ad c, f,primo alterum ſimul maiorem recto. Dico q̄ æquiangulum eſt a b c triangulum:

ipſi d e f triangulo.& æqualis erit angulus a b c:angulo d e f. & reliquus qui ad c:reliquo qui ad f. Si enim inæqualis eſt angulus a b c ei qui ſub d e f eſt angulo:alter eorum maior eſt.ſit maior angulus a b c.& conſtituatur per 23 primi/ad a b rectã lineam ad ſignũq; in ea b: ipſi d e f angulo æqualis angulus a b g. Et quoniam æqualis eſt angulus qui ad a ei qui eſt ad d,& angulus a b g ei qui ſub d e f: reliquus igitur angulus a g b reliquo angulo d f e eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulũ a b g:triangulo d e f. Eſt igitur per 4 ſexti/ſicut a b ad b g: ſic d e ad e f. Sicutq; d e ad e f:recipitur ſic a b ad b c. Et ſicut igitur per 11 quiti/a b ad b c:ſic a b ad b g. Igitur per 9 quinti/a b:ad vtrumq; ipſorum b c & b g, eandem habet rationem. æqualis igitur eſt b c ipſi b g. Quare per quintam primi/& angulus qui ad c:angulo qui ſub b g c eſt æqualis. ſed minor recto ſubijcitur angulus qui ad c. minor igitur recto eſt angulus qui ſub b g c. Quare per 13 primi & altrinſecus ipſe ãgulus a g b: maior eſt recto.& oſtenſum eſt q; æqualis eſt ei qui ad f. & qui ad f igitur: maior eſt recto. Subijcitur autem minor recto. quod eſt abſurdum. Igitur inæqualis minime eſt angulus a b c: angulo d e f. Aequalis autem eſt & qui ad a ſignum ei qui ad d.& reliquus qui ad c igitur:reliquo qui ad f eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulũ a b c, triangulo d e f. ¶ Sed rurſus ſupponatur vterq; eorum qui ad c f: non minor recto. Dico rurſus q; & ſic eſſet æquiangulum triangulum a b c: triangulo d e f. Eiſdem nempe diſpoſitis/ſimiliter demonſtrabimus q; æqualis eſt b c: ipſi b g. quare & angulus qui ad c:ei qui ſub b g c eſt æqualis. At non minor recto eſt angulus qui ad c. neq; igitur minor recto eſt ãgulus qui eſt ſub b g c. Trianguli iã b g c per 17 primi duo anguli duobus rectis ſũt minores. quod eſt impoſſibile. Non igitur rurſus inæqualis eſt angulus a b c:angulo d e f. æqualis igitur. eſt autem angulus qui ad a:e i qui ad d æqualis. Reliquus igitur qui ad c:reliquo qui ad f eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c:triangulo d e f. Si bina igitur triãgula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/circum autem alios angulos latera proportionalia/reliquorum vero vtrumq; ſimul vel minorem vel non minorem recto:æquiangula erunt triangula/& æquales habebunt angulos circum quos proportionalia ſunt latera. quod oportuit demonſtraſſe.



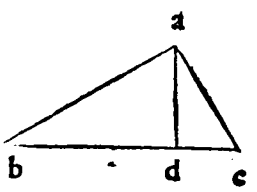


Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

SI ab orthogonij angulo recto/ad baſin linea perpendicularis ducatur:fient duo triangulí partiales/toti triangulo & ſibiinuicem ſimiles.

CORRELARIVM.

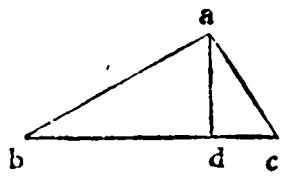
¶ Vnde etiã manifeſtũ eſt:quia in omni triangulo rectangulo/ſi ab eius angulo recto ad baſin perpendicularis ducatur:erit ipſa perpendicularis inter duas ſectiones ipſius baſis proportionalis. Itemq; vtrumq; latus inter totam baſin atq; ſibi conterminalem baſis portionem.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit trigonus a b c, orthogonus:eiuſq; angulus a, rectus: a quo ducatur a d perpendicularis ad baſin. dico q; vterq; duorum triangulorum partialium qui ſunt a b d, a d c: ſimilis eſt totali triangulo a b c.& vnus eorum alteri. eſt enĩ vterq; ipſorum æquiãgulus totali per 32 primi:eo q; vterq; eſt orthogonius & in vno angulo communicat cũ totali. quare & ſibiinuicem ſunt æquianguli. ita q; angulus b eſt æqualis angulo d a c.& angulus b a d:angulo c. & duo anguli qui ſunt ad d: ſibiinuicẽ & angulo a totali æquales. quare per 4 huius latera æquos eorum angulos reſpicientia: ſunt proportionalia. ergo per diffinitionẽ ſunt ſimiles. quod eſt propoſitum. Vtrumq; correlarium ex his euidenter apparet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

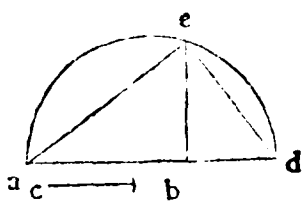
¶Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur: quæ ad perpendicularem triangula/ ſimilia ſunt toti & adinuicem. 8



¶THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum rectãgulum a b c: rectum habens eum qui ſub b a c angulum. & excitetur per 12 primi/ ab a in b c perpendicularis a d. Dico q̃ ſimile eſt vtrumq; ipſorum a b d & a d c triangulorum: toti a b c, & inſuper adinuicem. Quoniam inquam per 4. poſtulatũ æqualis eſt angulus b a c angulo a d b, rectus enim vterq; eſt/ communis autẽ eſt ipſorum duorum triangulorum a b c & a b d angulus qui ad b: reliquus igitur ãgulus a c b, reliquo b a d eſt æqualis per 32 primi. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo a b d. Eſt igitur per 4 ſexti ſicut c b ſubtendens angulum rectum/ a b c trianguli ad b a ſubtendentem rectum angulum ipſius a b d triãguli: ſic ipſa a b ſubtendens angulum qui ad c trianguli a b c, ad b d ſubtendentem æqualem angulum b a d ipſius a b d trianguli/ & inſuper a c ad a d ſubtendẽtem angulum qui ad b communem duorum triangulorum. Triangulum igitur a b c: triãgulo a b d æquiangulũ eſt per 7 ſexti/ & quæ circũ æquales angulos ſunt/ latera ꝓportionlia habet. Simile igit̃ eſt triangulũ a b c: triangulo a b d, per 1 diffinitionẽ ſexti. Similiter iam oſtẽdemus q̃ & triangulo a d c: ſimile eſt triangulum a b c. vtrumq; igitur ipſorum a b d & a d c triangulorum ſimile eſt toti a b c. Dico etiam q̃ & adinuicem ſunt ſimilia: triangula a b d & a d c. Quoniam enim rectus angulus b d a recto angulo a d c eſt æqualis per 4 poſtulatum/ ſed & angulus b a d ei qui ad c oſtenſum eſt q̃ eſt æqualis: reliquus igitur qui ad b reliquo qui ſub d a c eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b d: triangulo a d c. eſt igitur ſicut b d ipſius a b d trianguli ſubtendens angulum qui ſub b a d, ad d a ipſius a d c trianguli ſubtendentem angulum qui ad c æqualem ei qui ſub b a d: ſic ipſa a d ipſius trianguli a b d ſubtendens angulum qui ad b, ad d c ſubtendentem angulum qui ſub d a c ipſius trianguli a d c æqualem ei qui ad b. & inſuper b a ad a c ſubtendens rectos angulos. Simile igitur eſt triangulum a b d: triangulo a d c. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur; triangula quæ circum perpendicularem/ ſimilia ſunt toti & adinuicem. quod demonſtrare oportuit.

¶CORRELARIVM¶ Ex hoc inquam manifeſtum eſt/ q̃ ſi in rectãgulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur: acta/ ipſius baſis ſegmentis media proportionalis eſt. Et inſuper ipſius baſis & vniuſcuiuſq; ſegmentorum/ latus quod ad ſegmẽtum: mediũ proportionale eſt. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.



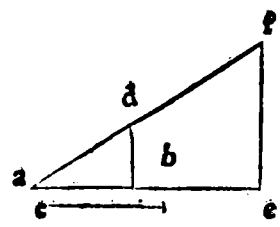
DVabus lineis propoſitis tertiam iter eas ſub proportionalitate continua collocare. 9

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c. inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earum alteri. ſitq; tota ex eis compoſita: a d. ita q̃ b d: ſit æqualis c. & ſuper totam deſcribo ſemicirculum a e d. & produco b e vſq; ad circumferentiam: perpendicularem ad lineam a d. dico lineam b e: eſſe quam quærimus. produco enim lineas e a & e d. eritq; per 30 tertij/ angulus e totalis: rectus. quare per primam partem correlarij præmiſſæ/ proportio a b ad b e: ſicut b e ad b d. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

¶Duabus lineis datis: tertiam eis in cõtinua proportionalitate ſubiungere. 10

¶CAMPANVS. ¶Sit duæ lineæ propoſitæ a b & c: quibus volo tertiã in continua proportionalitate ſubiungere. Cõiungo lineam c angulariter vt contingit: cum linea a b. ſitq; a d: ei æqualis. & produco lineam a b vſq; ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam ſibi æquidiſtantem. quam & lineam a d: produco quouſq; concurrant in puncto f. dico igitur lineam d f: eſſe quam quærimus. eſt enim per ſecũdam huius/ proportio a b ad b e: ſicut a d ad d f. ſed a b ad b e: eſt ſicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: ſicut a d ad d f. quod eſt propoſitum.

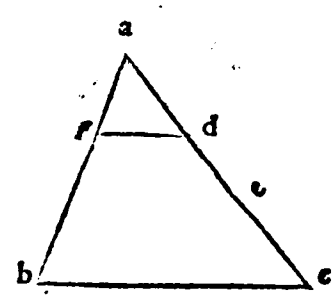


¶CAMPANI additio. ¶Q; ſi propoſitis tribus lineis velimus inuenire quartam/ ad quam ſit proportio tertiæ ſicut primæ ad ſecundã: ex prima & ſecunda fiat linea vna/ & toti compoſitæ tertia angulariter adiungatur. & a communi termino primæ & ſecundæ: ducatur linea ad extremitatem tertię. & ab altero termino ſecundæ ducatur huic lineæ æquidiſtans: quouſq; concurrat cum tertia in cõtinuum rectũq; protracta. eritq; per ſecundam huius/ linea quam hæc æquidiſtans abſcindet: quæ quæritur. quẽadmodũ ſi in hac figura fuerit prima a b, ſecunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

11 AB aſſignata linea: quotamcumq; iubearis/ partem abſcindere.

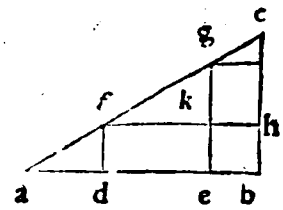
¶CAMPANVS. ¶Sit a b linea aſſignata. ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abſcindere. coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ ſit a c. a qua reſeco tres æquas portiones: quæ ſunt a d, d e, & e c. & produco lineas c b & d f: ſibi æquidiſtantes. dico a f eſſe tertiam a b. eſt enim per ſecundã huius/ proportio c d ad d a: ſicut b f ad f a. quare cõiunctim/ c a ad d a: ſicut b a ad f a. Cum igitur c a ſit tripla ad d a: patet a f eſſe tertiã a b. qđ eſt propoſitum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 DVuabus lineis propoſitis/ altera indiuiſa/ altera per partes diuiſa: indiuiſam quidem ad modum diuiſę diuidere.

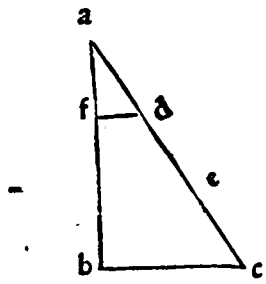
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ quas angulariter vt continget coniungam: a b & a c. ſitq; a b diuiſa in tres vel qualeſcũq; portiones: ſignatis in ea punctis d & e. volo ſecundum eaſdem portiones diuidere lineã a c. cum igitur ipſas angulariter cõiunxero: protraham lineam b c & æquidiſtantes ei d f & e g. dico iſtas æquidiſtantes diuidere lineam a c: i partes proportionales partibus a b. protraham enim f h æquidiſtantem a b: quæ ſecet e g in puncto k. eritq; per ſecundam huius/ proportio g f ad f a: ſicut e d ad d a. & c g ad g f: ſicut h k ad k f. quare & ſicut b e ad e d per 34 primi/ & ſecundam partem 7 quinti. quod eſt propoſitum. Oportet autem ſecundam huius totties repetere: quot erunt partes lineę a b, minus vna. At vero 34 primi & 7 quinti/ minus duabus.



¶Quinq; ſequentes ex Zamberto Euclidis propoſitiones: præpoſtero ordine quatuor ex Campano præcedentibus reſpondent. nona vndecimæ/ decima duodecimæ/ vndecima & duodecima decimæ cũ additione decimatertia nonæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 9.

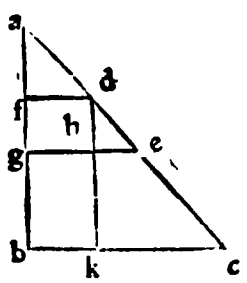
¶Data recta linea: ordinatam partem abſcindere. 9



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b. oportet iã ex ipſa a b: ordinatam partẽ abſcindere. Ordinetur inquã tertiũ. & ducatur ab a recta linea a c: continens angulum compræhenſum cũ a b. & ſumatur contingens ſignum ſuper a c: ſitq; illud d. & ponantur ipſi a d: per 2 primi/ æqualis d e & e c. & connectatur b c. & per d: ipſi b c, per 31 primi/ parallelus excitet d f. Qm̃ igit triãguli a b c ad vnũ latus b c acta eſt d f parallelus: proportionalis igitur eſt per 2 ſexti/ ſicut c d ad d a: ſic b f ad f a. dupla autem eſt c d ipſius d a. dupla eſt igitur & b f ipſius f a. Tripla igitur eſt b a ipſius a f. Data igitur recta linea a b: ordinata tertia pars aufertur a f. quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 10.

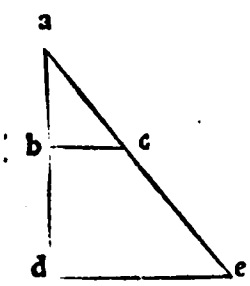
¶Datam rectam lineam non ſectam: datæ rectæ lineæ ſectæ ſimiliter ſecare. 10



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit quidem data recta linea non ſecta a b. ſecta vero ſit a c: in ſignis quidem d, e. & ponantur: tanq̃ angulũ cotingentem compræhendant. & connectatur b c. & per d, e: ipſi b c paralleli excitẽtur d f & e g per 31 primi. & per d: ipſi a b parallelus excitetur d h k per eandẽ. parallelogrammũ igitur eſt vtrũq; ipſorũ f h & h b. æqualis igitur eſt quidẽ d h ipſi f g: & h k ipſi g b. & quoniã triãguli d k c, ad vnũ laterũ k c recta linea acta eſt h e: proportionẽ igitur habet per 2 ſexti ſicut c e ad e d ſic k h ad h d. æqualis autẽ eſt k h ipſi b g: & h d ipſi g f. Eſt igitur per 2 quīti/ ſicut c e ad e d: ſic b g ad g f. Rurſus quoniã triãguli a g e ad vnũ latus g e acta eſt f d: proportionẽ habet per 2 ſexti ſicut e d ad d a ſic g f ad f a. patuit autẽ q; ſicut c e ad e d: ſic b g ad g f. Eſt igitur ſicut quidẽ c e ad e d: ſic b g ad g f. ſicut autem e d ad d a ſic g f ad f a. Data igitur recta linea non ſecta a b: datæ rectæ lineæ ſectæ a c ſimiliter ſecatur. quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio. 11.

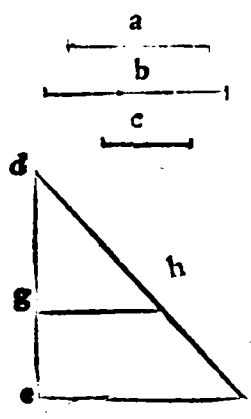
¶Duabus datis rectis lineis: tertiã proportionalẽ inuenire. 11



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint duæ datæ rectæ lineę: a b & a c. & ponãtur angulũ cõpræhẽdentes contingentẽ. oportet ipſis b a & a c: tertiã proportionalẽ inuenire. Producãtur enim a b & a c: ad ſigna d, e. & ponat per 2 primi/ ipſi a c: æqualis b d. & cõnectatur b c. & per d: p 31 primi ipſi b c parallelus excitetur d e. Qm̃ igitur triãguli a d e, ad vnũ latus d e acta eſt parallelus b c: proportionalis eſt per 2 ſexti ſicut a b ad b d ſic a c ad c e. æqualis autem eſt b d: ipſi a c. eſt igitur ſicut a b ad a c: ſic a c ad c e. Duabus igitur datis rectis lineis a b & a c: tertia proportionalis eis inuenitur c e. quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 12.

¶Tribus datis rectis lineis: quartã proportionalẽ inuenire. 12



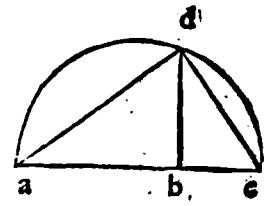
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c. oportet ipſis a, b, c: quartã proportionalẽ inuenire. Ponant duę rectæ lineæ d e & d f: angulũ cõtingẽtẽ cõpræhẽdentes eũ qui eſt ſub e d f. & ponatur p 2 primi/ ipſi quidẽ a: æqualis d g. ipſi autẽ b: æqualis g e. & inſuper ipſi c: æqualis d h. & coniuncta g h, parallelus ei excitetur per 31 primi/ per e: ſitq; e f. Qm̃ igit triãguli d e f, ad vnũ latus e f acta eſt parallelus g h: igit per 2 ſexti eſt ſicut d g ad g e ſic d h ad h f. æqualis autẽ eſt d g ipſi a, & g e ipſi b & d, h ipſi c. eſt igitur ſicut a ad b: ſic c ad h f. Tribus igitur datis rectis lineis a, b, c: quarta proportionalis inuenta eſt h f. quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 13.

¶Duabus datis rectis lineis: mediã proportionalẽ inuenire. 13

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint duæ rectæ lineæ a b & b c. oportet iam

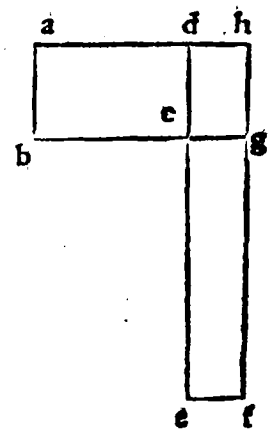
ipſarum a b & b c: mediam proportionalem inuenire. Diſponantur per 14 primi/in rectas lineas. deſcribaturq; ſuper a c: ſemicirculus a d c. & excitetur per 11 primi/a ſignob, ipſi a c: ad angulos rectos b d. & connectantur a d & d c. Quoniam per 31 tertij/in ſemicirculo angulus qui eſt ſub a d c rectus eſt/& in rectangulo triangulo a d c a recto angulo in baſin perpendicularis deducta eſt d b: igitur per correlarium octauæ ſexti/ d b: ipſius baſis ſegmentis a b & b c media proportionalis eſt. Duabus igitur datis rectis lineis a b & b c: media proportionalis inuenta eſt d b. Quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

13 SI duæ ſuperficies æquidiſtãtium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ æquales fuerint: latera duos æquos angulos contínentia mutekeſia eſſe. Si vero latera duos æquos angulos cõtinentia/ mutekeſia fuerint: duas ſuperficies æquales eſſe neceſſe eſt.

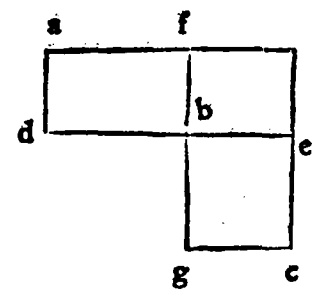
CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies a b c d & c e f g, æquiſtantium laterum & æquales: ſitq; angulus c vnius/æqualis angulo c alterius. dico proportionem b c ad c g: eſſe ſicut e c ad c d. & ſi proportio b c ad c g fuerit ſicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dico illas duas ſuperficies æquidiſtantium laterum/eſſe æquales. Cõiungã enim eas angulariter/videlicet angulum c vnius cum angulo c alterius: ita q; duo latera earum quæ ſũt b c & c g ſiant linea vna erũtq; ſimiliter duo reliqua latera d c & c e linea vna. alioqui ſequeretur per præſentẽ hypotheſin/quæ eſt angulum c vnius eſſe æqualem angulo c alterius/& per 15 primi: partem eſſe æqualem toti. complebo itaq; ſuperficiem æquidiſtantium laterum: productis lineis a d & f g, quouſq; concurrant in h. eritq; per primã partem 7 quinti/vtriuſq; ſuperficiei a c & c f: ad ſuperficiem c h proportio vna. & quia per primã huius/ proportio ſuperficiei a c ad ſuperficiem c h ſicut lineæ b c ad lineam c g, & ſuperficiei c f ad eandem ſuperficiẽ c h: ſicut e c ad c d: manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secũda pars ſic patet. per primã enim huius/ eſt proportio b c ad c g: ſicut a c ad c h. & e c ad c d: ſicut c f ad eandem c h. & quia poſitum eſt q; proportio b c eſt ad c g ſicut e c ad c d: erit vtriuſq; duarum ſuperficierum a c & e g ad ſuperficiem c h vna proportio. ergo per primã partẽ 9 quinti/a c: eſt æqualis c f. ſicq; patet ſecũda pars.

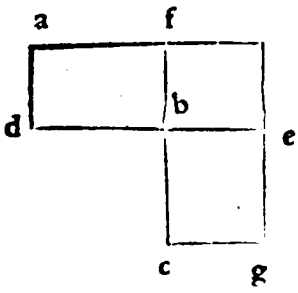


Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 13.

14 AEqualium/& vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circũ æquales angulos. & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia.

THEON ex Zamber. Sint æqualia parallelogramma a b & b c æquales habentia angulos qui ad b. & conſtituantur per decimãquartam primi in rectas lineas: d b & b e. in rectas lineas igitur ſunt f b & b g. Dico q; ipſorum a b & b c reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc eſt q; ſicut eſt b d ad b e: ſic eſt g b ad b f. Compleatur namq; parallelogrammum f e. Quoniam igitur per hypotheſin æquum eſt a b parallelogrãmum ipſi b c paralellogrammo / aliud autem quoddam f e: eſt igitur per 7 quinti/ſicut a b ad f e ſic b c ad f e. Sed ſicut quidem a b ad f e: ſic d b ad b e. ſicutq; b c ad f e. ſic g b ad b f. & ſicut igitur per 11 quiti/d b ad b e: ſic g b ad b f. Ipſorũ igit̃ a b & b c parallelogrãmorũ reciproca ſũt latera: q̃ circũ æq̃les ãgulos. Verũ ſint latera reciproca: q̃circũ æq̃les ſũt ãgulos. eſtoq; ſicut d b ad b e: ſic g b ad b f. Dico q; æq̃le ẽ palle



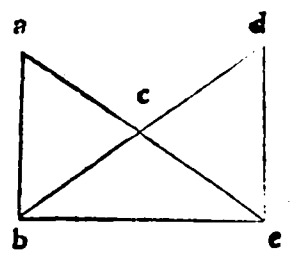


logrammũ a b: ipſi b c parallelogrãmo. Quoniam enim eſt ſicut d b ad b e ſic g b ad b f, ſed ſicut quidem d b ad b e ſic per 1 ſexti a b parallelogrammum ad f e parallelogramum/ſicut autem g b ad b f ſic b c parallelogrammum ad f e: & vt igitur per 11 quiti/a b ad f e, ſic b c ad f e. æquũ igitur eſt a b parallelogrammũ: ipſi b c parallelogrãmo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorũ reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. & quorum æquiangulorum parallelogrammorũ reciproca ſunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

SI duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ æquales fuerint: latera duos angulos æquos continentia erunt mutekeſia. Si vero latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekeſia: duo trianguli æquales eſſe comprobantur. 14

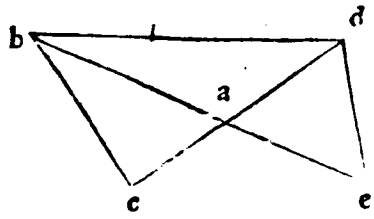
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c, c d e: æquales. ſitq; angulus c vnius: æqualis angulo c alterius. dico proportionem a c ad c e: eſſe ſicut d c ad c b. & ſi fuerit proportio a c ad c e ſicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dico illos duos triãgulos eſſe æquales. Cõiungam enim eos angulariter ita q; latera a c & c e: fiant linea vna. eruntq; ſimiliter b c & c d: linea vna. aliter ſequeretur partem eſſe æqualem toti per 15 primi. & protraham lineam b e. eritq; per primam partẽ 7 quinti/ vtriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum c b e: proportio vna. & quia per primam huius/ primi eorũ ad ipſum eſt ſicut a c ad c e, & ſecundi eorum ad eundẽ ſicut d c ad c b: manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. ¶ Secunda pars econuerſo probatur. quia a c ad c e eſt ſicut primi trianguli ad triangulum b c e, & d c ad c b ſicut ſecundi ad eundem per primam huius/ & quia poſitum eſt vt ſit a c ad c e ſicut d c ad c b: erit vtriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum b c e vna proportio. quare per primã partem 9 quinti/ ipſi ſunt æquales. ſicq; patet ſecunda pars.



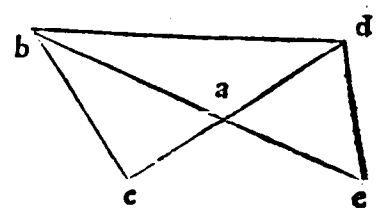
Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 15.

¶ Aequalium & vnum vni ęqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera: quę circum æquales angulos. & quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca ſunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt ęqualia. 15

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æqualia triangula a b c & a d e: vnũ vni æqualẽ habẽtia angulũ/eũ ſcilicet qui ſub b a c et qui ſub d a e. Dico q; ipſorũ a b c & a d e triãgulorũ reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc eſt ſicut c a ad a d: ſic e a ad a b. Conſtituantur enim per 14 primi in rectas lineas: c a ipſi a d. In directũ igitur eſt & e a ipſi a b. & connectatur b d. Quoniam igitur per hypotheſin æquum eſt triangulum a b c triangulo a d e, aliud autem quoddam b a d: eſt igitur per 7 quinti/ ſicut triangulum b a c ad ipſum b a d triangulũ ſic triãgulum e a d ad triangulũ b a d. Sed ſicut quidẽ c a b ad b a d: ſic c a ad a d. ſicut autem per primã ſexti/ e a d ad b a d: ſic e a ad a b. & ſicut igitur per 11 quinti/ c a ad a d: ſic e a ad a b. Triangulorum igitur a b c & a d e, reciproca ſũt latera: quæ circũ æquales angulos. ¶ Verũ reciproca ſint latera ipſorũ a b c & a d e triãgulorũ. eſtoq; ſicut c a ad a d: ſic e a ad a b. Dico q; æquũ eſt triãgulũ a b c: triãgulo a d e. Cõnexa enim rurſus b d/ quoniam eſt ſicut c a ad a d ſic e a ad a b, ſed ſicut quidem c a ad a d, ſic triangulum a b c ad triangulum b a d, ſicut autem e a ad a b ſic tri-

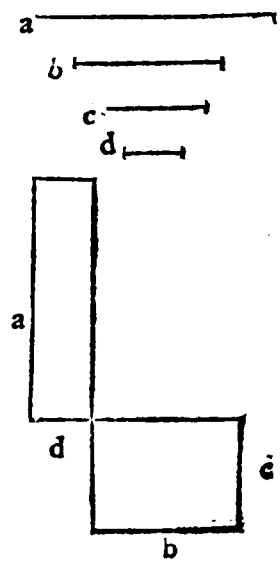


angulum e a d ad triangulum b a d: ſicut igitur triangulum a b c ad angulum b a d: ſic triangulum e a d ad triangulum b a d. Vtrumq; igitur ipſorum a b c & e a d ad b a d: eandem habet rationem. Aequum igitur eſt per nonam quinti/triangulum a b c: triangulo e a d. Aequalium igitur & vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera/quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia. quod demonſtrare oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

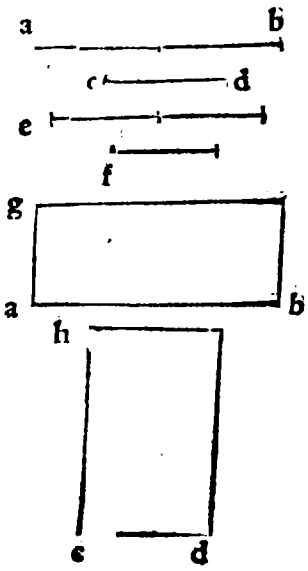
15 Si fuerint quatuor lineæ proportionales: quod ſub prima & vltima rectangulum cõtinetur/ æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si vero qđ ſub prima & vltima continetur/ æquũ fuerit ei quod ſub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.



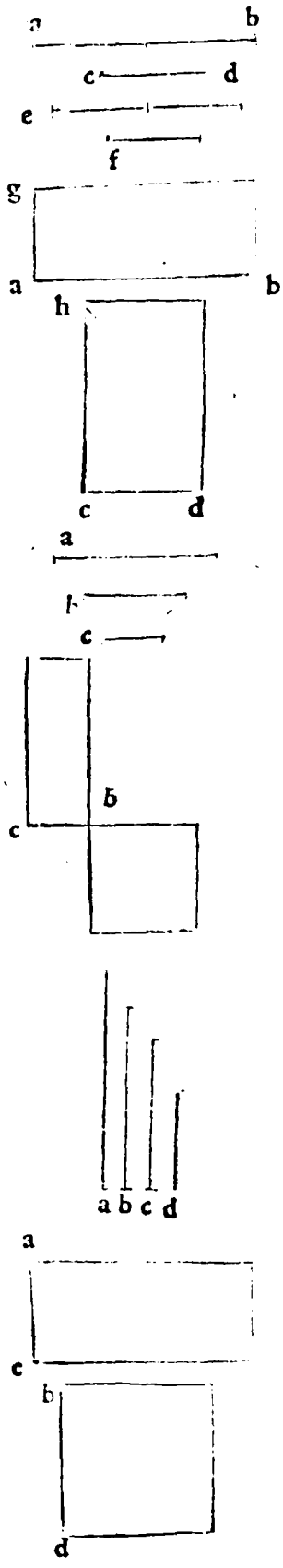
¶¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor lineæ a,b,c,d: proportionales. ſitq; proportio a ad b: ſicut c ad d. dico q; ſuperficies contenta ſub a & d: æqualis eſt ſuperficiei contentæ ſub b & c. Et ſi ſuperficies contenta ſub a & d eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c: dico q; proportio a ad b eſt ſicut c ad d. Fiant enim ſuperficies cõtenta ſub a & d: & ſuperficies cõtenta, ſub b & c. Si ergo eſt proportio a ad b ſicut c ad d: latera illarum ſuperficierum erunt mutekeſia. ſed & anguli ab eis contenti æquales: quia vtraq; eſt rectorum angulorum. quare per ſecundam partem 13 huius: ipſi ſunt æquales. quod eſt primum. ¶Secundum patet per primam partem eiuſdem. ſi enim ipſæ ſunt æquales/quia omnes anguli earum ſũt recti: latera earum erunt mutekeſia. quare proportio a ad b: ſicut c ad d. quod eſt ſecundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 16.

16 ¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis compræhẽſum rectangulum/æquum eſt ei quod ſub mediis continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis compræhenſum rectãgulum æquum fuerit ei quod ſub mediis continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, e, f: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Dico q; ſub ipſis a b & f comprahẽſum rectangulum: æquum eſt ei quod ſub c d & e continetur rectãgulo. Excitetur enĩ per 11 primi/ab a, c, ſignis: ipſis a b & c d rectis lineis/ ad angulos rectos a g & c h. & ponatur per ſecundam primi/ipſi f: æqualis a g. ipſi autem e: æqualis c h. compleanturq; g b & h d parallelogrãma. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic eſt e ad f, æqualis autẽ eſt e ipſi c h, & f ipſi a g: eſt igitur ſicut a b ad c d, ſic c h ad a g. Igitur per 14 ſexti b g & d h parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia. Aequum igitur eſt parallelogrammũ b g ipſi d h parallelogrãmo. & eſt b g id quod ſub a b & f. æqualis enim eſt a g ipſi f. At d h: id eſt quod ſub c d & e. æqualis enim eſt c h ipſi e. Igitur quod ſub a b & f cõtinetur rectangulum: æquum eſt ei quod ſub c d & e continetur rectangulo. ¶Sed iam quod ſub a b & f compræhenditur rectangulum: æquum eſto ei quod ſub c d & e continetur rectangulo. Dico q; quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Eiſ-



dem namq; conſtructis/ quoniam quod ſub a b & f æquum eſt ei quod ſub c d & e, & eſt quidē qđ ſub a b & f id quod b g, æqualis enim eſt a g ipſi f, quod autem ſub c d & e id eſt quod d h, æqualis enim eſt c h ipſi e: igitur b g æquum eſt ipſi d h. & æquiangula ſunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum/ per 14. ſexti reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Eſt igitur per 10 quinti/ ſicut a b ad c d: ſic c h ad a g, æqualis autem eſt c h ipſi e: & a g ipſi f. eſt igitur ſicut a b ad c d: ſic e ad f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerit: quod ſub extremis comprehenſum rectangulū/ æquum eſt ei quod ſub mediis comprehenditur rectangulo. & ſi quod ſub extremis comprehēditur rectangulum æquum fuerit ei quod ſub mediis continetur rectangulo: ipſæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

SI fuerint tres lineæ proportionales: quod ſub prima & tertia rectangulum continetur/ æquū erit ei qđ a ſecunda quadrato deſcribitur. Si vero qđ ſub prima & tertia cōtinetur æquum ei quadrato quod a ſecunda producitur: ipſæ tres lineæ proportionales erunt. 16

¶ CAMPANVS. ¶ Sit proportio lineæ a ad lineam b: ſicut lineæ b ad lineam c. dico q; ſuperficies contenta ſub a & c: æqualis eſt quadrato b. et ſi ſuperficies contenta ſub a & c eſt æqualis quadrato b: dico q; proportio a ad b eſt ſicut b ad c. hoc autem eſt euidens per præcedentem: poſita alia linea quæ ſit æqualis b/ ita q; b ſit in ratione ſecundæ & tertiæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 17.

¶ Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis comprehenſum rectangulum/ æquum eſt ei quod a media quadrato. Et ſi quod ſub extremis continetur rectangulum/ æquū fuerit ei quod a media quadrato: ipſæ tres rectæ lineæ proportionales erunt. 17

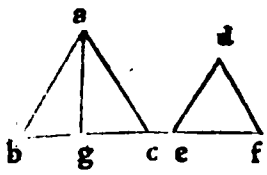
¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c: ſicut a ad b, ſic b ad c. Dico q; ſub a, c, comprehenſum rectāgulum: æquum eſt ei quod ex b quadrato. Ponatur per 2 primi/ ipſi b: æqualis d. Et quoniam eſt per hypotheſin ſicut a ad b ſic b ad c, æqualis autem eſt b ipſi d: eſt igitur per 7 quinti/ ſicut a ad b ſic d ad c. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis cōprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub mediis continetur rectangulo per 16 ſexti. Igitur quod ſub a, c: æquum eſt ei quod ſub b, d. Sed quod ſub b, d: id eſt quod fit ex b. æqualis enim eſt b ipſi d. Igitur quod ſub a, c, cōprehenditur rectangulum: æquum eſt ei quod ex b quadrato. ¶ Sed iā quod ſub a, c: eſto æquale ei quod ex b. Dico q; eſt ſicut a ad b: ſic b ad c. Eiſdē namq; conſtructis/ quoniam quod ſub a, c, æquum eſt ei quod ex b, ſed quod ex b id eſt quod ſub b, d, æqualis enim eſt b ipſi d: igitur quod ſub a, c, æquum eſt ei quod ſub b, d. Si autem quod ſub extremis æquum fuerit ei quod ſub mediis: quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt per 16 ſexti. Eſt igitur ſicut a ad b: ſic d ad c. Aequalis autem eſt b ipſi d. ſicut igitur a ad b: ſic b ad c. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis comprehenditur rectangulum/ æquum eſt ei quod a media quadrato. Et ſi quod ſub extremis comprehenditur rectāgulum/ æquum fuerit ei quod a media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erunt. quod oportebat demonſtrare.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI fuerint duo triãguli ſimiles: proportio alterius ad alterum eſt tanq̃ proportio cuiuſlibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius duplicata.

¶CORRELARIVM.

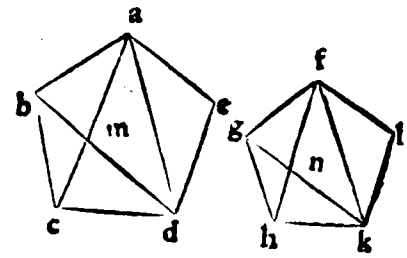
¶Manifeſtũ etiam ex hoc/ quia oĩm trium linearũ cõtinue proportionalium quanta eſt prima ad tertiam: tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper primam ad ſuperficiẽ cõſtitutã ſuper ſecundam/ cũ fuerit ei ſimilis in lineatione & creatione.



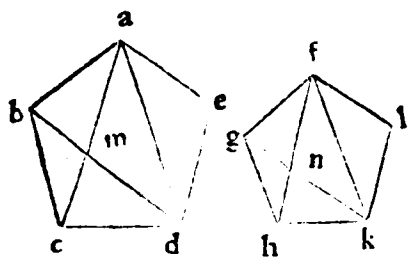
¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c & d e f ſimiles. eruntq; per primam diffinitionem/ æquianguli: & laterum proportionalium. Sit ergo angulus a: æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. & angulus c: angulo f. eritq; ꝓportio a b ad d e, & a c ad d f: ſicut b c ad c f. dico ꝙ proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: eſt ſicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim ſecundum doctrinam 10 huius/ duabus lineis b c & e f: tertia in continua proportionalitate/ quæ ſit c g, protracta aut refecata c b, ſi c g fuerit ea maior aut minor. & producatur linea g a. eritq; per ſecundam partem 14 huius/ triangulus a g c, æqualis triangulo d e f: propter id quod proportio a c ad d f eſt ſicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f. quare per ſecundam partem 7 quinti/ trianguli a b c ad vtrumq; illorum: erit vna proportio. ſed per primã huius/ proportio trianguli a b c ad triangulum a g c: eſt ſicut b c ad g c. At vero protio b c ad c g: ſicut b c ad æ f duplicata/ per 10 deſcriptionem quinti. ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: eſt ſicut proportio b c ad d f duplicata. quod eſt propoſitum. ¶ Si autem c g ſit æqualis b c: erit per ſecundam partem 14 huius/ triangulus a b c æqualis triangulo d e f. æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata vel triplicata vel quotienſcunq; ſumpta. ¶Iſtam eãdem paſſionem poſſemus eodem modo & per eadem media demonſtrare de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſimilibus: ſumpta ſolum 13 præſentis/ loco 14. Nõ demonſtrat autem eam: quia per ſequentem demonſtratur vniuerſaliter de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. Quare per correlariũ quod vniuerſaliter proponitur de omnibus ſuperficiebus ſimilibus: nõdum patet niſi de triangulis. ſed demonſtrata ſequente: patens erit de omnibus. Poſuit autem ipſum hic & non in ſequente: quia eſt correlarium huius. nõ autem ſequentis. ex modo enim demonſtrationis huius/ ſua veritas manifeſtata eſt: non ex modo illius.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 18.

18 OMnes duæ ſuperficies ſimiles multiãgulæ: ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles atq; numero æquales. eſtq; proportio alterius earum ad alteram: ſicut cuiuſlibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius/ proportio duplicata.



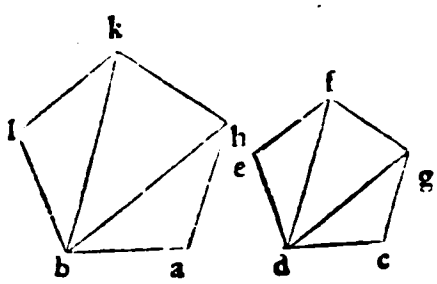
¶CAMPANVS. ¶Sint gratia exẽpli/ duo pẽtagoni a b c d e, f g h k l ſimiles. dico ꝙ ipſi ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles/ numero æquales. & ꝙ proportio alterius eorũ ad alterũ: eſt ſicut a b ad f g proportio duplicata. ducantur enim lineæ duæ a c & a d: itemq; f h & f k. eritq; per præſentem hypotheſin & per 6 huius/ triangulus a b c: æquiangulus triangulo f g h. & triangulus a e d: triangulo f l k. Similiter quoq; per hãc communẽ ſcientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua ſunt/ erit triangulus a c d: æquiangulus triangulo f h k. Nam ipſi pentagoni: poſiti ſunt æquianguli/ & laterum proportionalium. & quia trianguli in quos diuiduntur ſunt adinuicem æquianguli/ vt probatum eſt: erunt etiam & ſimiles per 4 huius/ & diffinitionem ſimilium ſuper-



ficierum.quare cum ipſi ſint numero æquales:patet primum. ¶Secundū ſic.ꝓtrahant b d q̄ ſecet a c in pūcto m:& g k q̄ ſecet f h in pūcto n. eritq; triāgulus b c d:æquiāgul⁹ triāgulo g h k p 6 huius & p̄ſentē hypotheſin.quare & triāgul⁹ a b m triāgulo f g n:& a m d,f n k.ergo p 4 huius/ꝓportio b m ad g n,eſt ſicut a m ad f n:& a m ad f n,ſicut m d ad n k.quare per 11 quīti/b m ad g n:ſicut m d ad n k.ergo pmutatim b m ad m d,ſicut g n ad n k.Sed per 1 huius/ a b m ad a m d, & b c m ad c m d:ſicut b m ad m d.& per eandē f g n ad f n k,& g n h ad h n k:ſicut g n ad n k.ergo per 13 quīti/a b c ad a c d:ſicut f g h ad f h k.quare pmutatim a b c ad f g h:ſicut a c d ad f h k.Eadē rōne probabis q; & ſicut a c d ad f l k.ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum:ſicut a b c ad f g h.ꝑ prēmiſſā igit̄ eſt ꝓportio pentagoni a c d ad pentagonū f h k:ſicut ꝓportio a b ad ad f g duplicata.qđ ē ꝓpoſitū.Ex quo rurſ⁹ patet correlariū p̄cedētis. ¶Alit̄ pōt demōſtrari ſcđ3. cū enī triāguli i quos pentagoni diuidunt̄ ſint adinuicē ſimiles: erit per p̄cedentē ꝓportio a b c ad f g h ſicut b c ad g h duplicata.& a c d ad f h k:ſicut c d ad h k duplicata.& a e d ad f l k:ſicut d e ad k l duplicata.quia igit̄ oēs hæ ꝓportiones duplicatæ ſunt æquales propter hoc q; poſitum eſt ſimplas eſſe æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum ſicut lateris vnius ad ſuum relatiuū latus alterius proportio duplicata.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

¶Supra datā lineā: datę ſuꝑficici ſimilē ſuꝑficiē deſcribere. 19

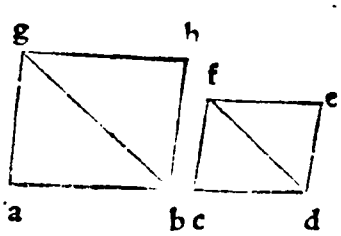


¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b:ſupra quā volo cōſtituere ſuperficiē ſimilē datæ ſuꝑficiei quæ ſit pentagona.& ſit c d e f g. diuido hūc pētagonū in triāgulos: ductis lineis d f & d g.& ſuꝑ pūctū a cōſtituo angulū æqualē angulo c,ducta linea a h. & ſuper pūctū b:cōſtituo aliū āgulū:qui ſit a b h/ęqualē angulo c d g, ꝓtracta linea b h quouſq; cōcurrat cū a h in pūcto h.eritq; ꝑ 32 primi āgulus a h b: æqualis āgulo c g d.& ideo ꝑ 4 huius latera duorū triāgulorū g c d & h a b: ꝓportionalia.Facio quoq; āgulū h b k,ducta linea b k:ęqualē āgulo g d f.& angulū k b l, ducta linea b l:æqualē āgulo f d e.& angulū b h k,ducta linea h k:ęqualē angulo d g f.& āgulū b k l ducta linea k l,ęqualē angulo d f e.eritq; ꝑfectus pentagonus qui cōſtituendus erat ſuper lineā a b.eſt enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatē angulorū triangulorū:in quos eſt vterq; diuiſus.ſed & laterum proportionaliū:propter proportionalitatē laterū ipſorum triangulorū/ quæ ex 4 huius euidenter appāret.quare per diffinitionem ſimilium ſuperficierum/ pentagonus conſtitutus ſuper lineā a b:eſt ſimilis pentagono dato.quod eſt poſitū.

¶Tres ex Zāberto ſequētes propoſitiones:tribus præcedētibus ex Cāpano/conuerſo ordine reſpondent.prima vltimæ: media primæ & vltima mediæ.

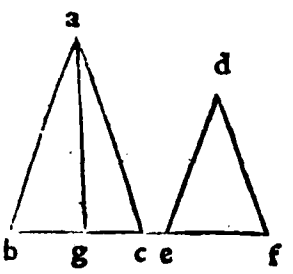
Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 18.

¶A data recta linea:dato rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere. 18



¶THEON ex Zāberto. ¶Sit data quidē recta linea a b:datū vero rectilineū c e.oportet iā a data a b recta linea:ipſi c e rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere.Cōnectatur d f. & cōſtituatur per 23 primi ad a b rectā lineā/ad ſignaq; in ea a,b:ei qui ad c eſt āgulo æqualis āgulus g a b.ei autē q; eſt ſub c d f:æqualis āgulus a b g.reliquus igit̄ qui ſub c d f:ei qui ſub a g b eſt æqualis.ęquiāgulū igitur eſt f c d triāgulū:ipſi g a b triāgulo ꝑ 4 ſexti.proportionale igitur eſt ſicut f d ad g b:ſic f c ad g a,& c d ad a b.Rurſus cōſtituat̄ per 23 primi/ad b g rectā lineā/ad ſignaq; in ea b,g:ei qui ſub d f e eſt āgulo/ęqualis angulus b g h.ipſi autē f d e:qui eſt ſub g b h.Reliquus igit̄ qui ad e:reliquo q ad h ē ęqualis.ęquiāgulū igitur eſt triāgulū f d e:triāgulo g b h.proportionale igit̄ eſt ꝑ 4 ſexti/ſicut f d ad g b:ſic f e ad g h,& e d ad h b.oſtēſū autē eſt q; ſicut f d ad g b:ſic f c ad g a,& c d ad a b.& ſicut igitur ꝑ 11 qn

tl/c f ad a g:ſic c d ad a b,& f e ad g h,& inſuper e d ad h b. Et quoniam æqualis eſt ãgulus c f d ãgulo a g b,& ãgulus d f e angulo b g h, totus igitur qui ſub c f e toti qui ſub a g h eſt æq̃lis. Id propterea/& qui ſub c d e:ei qui ſub a b h eſt æqualis. Eſt autẽ & qui ad c:ei qui ad a æqualis. & qui ad e:ei qui ad h. æquiangulum igitur eſt a h ipſi c e:& ea quæ circum æquales ãgulos ſũt latera/ei proportionalia habet. Simile igitur eſt per primã diffinitionẽ ſexti/a h rectilineũ: ipſi c e rectilineo. A data igitur recta linea a b:dato rectilineo c e ſimile/ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcriptum eſt a b. quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 19

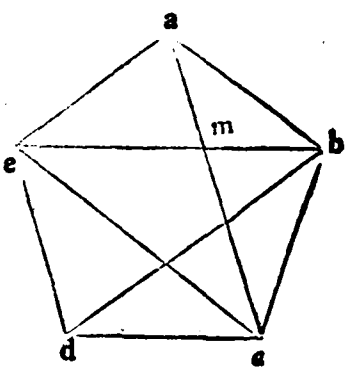
19 ¶Similia triangula:adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſimilia trinngula a b c & d e f:æqualem habentia eum qui ad b angulum ei qui ad e. ſicutq; a b ad b c ſic d e ad e f. Dico q̃ triangulum a b c ad triangulum d e f duplicem habet rationem:q̃ b c ad e f. Sumatur nãq; per 10 ſexti/ipſorum b c & e f: laterũ proportionale b g. quoniã igitur eſt ſicut b c ad e f ſic e f ad b g:cõnectatur a g. Quoniã igitẽ eſt ſicut a b ad b c ſic d e ad e f: vicißim igitur per 16 quinti/ſicut a b ad d e ſic b c ad e f. Sed ſicut b c ad e f: ſic eſt e f ad b g. & ſicut igitur per 11 quinti/a b ad d e:ſic e f ad b g. Igitur per 15 ſexti/a b g & d e f triãgulorũ reciproca ſũt latera:quæ circũ æquales angulos. Quorũ autẽ vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ triangulorũ reciproca ſunt latera quæ circũ æquales angulos/ea quoq; ſunt æqualia per eãdem. Aequale igitur eſt triãgulũ a b g:triangulo d e f. & quoniã eſt ſicut b c ad e f ſic e f ad b g, ſi autẽ tres rectæ lineæ proportionales fuerint/prima ad tertiã duplicẽ habebit rationẽ/q̃ ad ſecundã:igitur b c ad b g duplicẽ rationẽ habet:q̃ ad e f per 10 diffinitionẽ quinti. Sicut autẽ c b ad b g:ſic per 1 ſexti/a b c triangulũ ad a b g triangulũ. Triãgulũ igitur a b c ad a b g:per eãdẽ diffinitionẽ/duplicẽ rationẽ habet/q̃ b c ad e f. Aequale autem eſt triangulũ a b g:triangulo d e f. Igitur & triangulũ a b c:ad triãgulũ d e f duplicẽ rationẽ habet/q̃ b c ad e f. Similia igitur triãgula:adiuicẽ in duplici ratione ſũt ſimilis laterũ. quod oportebat demõſtrare.

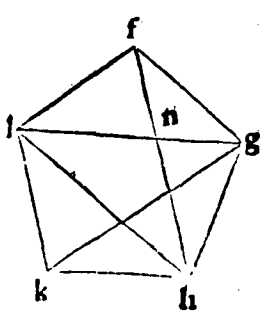
¶COROLLARIVM. ¶Ex hoc vtiq; manifeſtum eſt/q̃ ſi tres rectæ lineæ proportionales fuernt:ſicut prima ad tertiã/ſic quod a prima rectãgulũ ad id quod eſt a ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum. quoniã oſtenſum eſt q̃ ſicut c b ad b g:ſic triangulum a b c ad triãgulum d e f. quod oportebat demonſtrare.

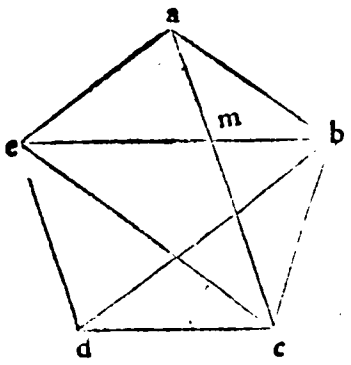
Eucli. ex Zamberto. Theorema 14. Propoſitio 20.

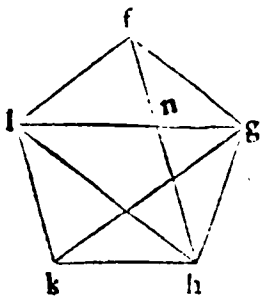
20 ¶Similia polygona:in ſimilia triangula diuiduntur / & in æqualia numero/& æqua ratione totis. & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet:q̃ ſimilis rationis latus/ad ſimilis rationis latus.

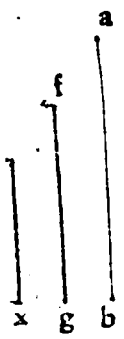


¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſimilia polygona:a b c d e & f g h k l. ſimilis autẽ rationis:eſto a b ipſi f g. Dico q̃ a b c d e & f g h k l polygona: in ſimilia triangula diuiduntur & in æqualia numero/& æqua ratione totis. & polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l, duplãtationem habet:q̃ a b ad f g. Connectantur b e, e c:g l,& l h. & quoniam polygonum a b c d e per hypotheſin ſimile eſt polygono f g h k l:æqualis eſt angulus b a e ei qui ſub g f l eſt angulo. & eſt ſicut b a ad a e:ſic g f ad f l. Quoniam igitur duo triangula ſunt a b e & f g l vnum angulum vni angulo æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia:æquiangulum igitur eſt per ſextam ſexti/triangulum a b e triangulo f g l. quare & ſimile. Aequalis autem eſt angulus a b e:angulo f g l. eſt autem & totus a b c, toti f g h æqualis: propter ſimilitudinem polygonorum. Reliquus angulus e b c:reliquo angulo l g h eſt æqualis. & quoniã ob ſimilitudinem ipſorum a b e & f g







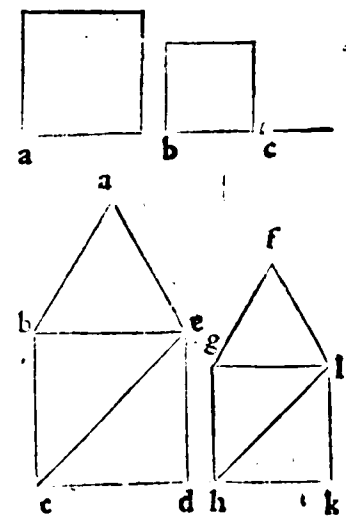


l triangulorũ eſt ſicut e b ad b a ſic l g ad f g, ſed & propter ſimilitudinẽ polygonorũ eſt ſicut a b ad b c ſic f g ad g h: ex æquali igitur per 22 quinti/eſt ſicut e b ad b c ſic l g ad g h.& circum æquales angulos e b c & l g h:latera proportionalia ſunt.æquiangulum igitur eſt per 6 ſexti/ triangulum e b c:triangulo l g h.Quare & triangulum e b c:ipſi triangulo l g h eſt ſimile.Id propterea/& per 1 ſexti diffinitionem/ triangulũ e c d:ſimile eſt triangulo l h k.Polygona igitur a b c d e & f g h k l:in ſimilia triangula diuiduntur/& æqualia numero. ¶Dico inſuper ꝙ ſimilis rationis ſunt totis.hoc eſt ꝙ ſunt proportionalia & quidẽ antecedentia a b e,e b c & e c d: ſequentia autem illorum f g l,l g h & l h k.& ꝙ polygonum a b c d e,ad polygonum f g h k l, duplã rationem habet: quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus hoc eſt a b ad f g. Cõnectantur enim a c & f h. & quoniam propter ſimilitudinem polygonorum/æqualis eſt angulus a b c angulo f g h,& eſt ſicut a b ad b c ſic f g ad g h:æquiangulum eſt igitur per 6 ſexti/triangulum a b c triangulo f g h.æqualis igitur eſt angulus b a c:angulo g f h.& qui ſub b c a: ei qui ſub g h f.& quoniam æqualis eſt angulus b a m angulo g f n,patuit autem ꝙ angulus a b m angulo f g n eſt æqualis:& reliquus igitur angulus a m b,reliquo f n g eſt æqualis.Aequiangulum igitur eſt per 6 ſexti/triangulum a b m:triangulo f g n.Simliter quoq; oſtendemus ꝙ & triangulum b m c: æquiangulum eſt triangulo g n h. proportionale igitur eſt per 3 ſexti/ſicut quidem a m ad m b:ſic f n ad n g.Sicut autem b m ad m c:ſic g n ad n h.Quare & æque per 22 quinti / ſicut a m ad m c:ſic f n ad n h.Sed ſicut a m ad m c:ſic triangulum a b m ad triãgulum m b c/& a m e ad e m c.ad ſe inuicem enim ſunt:ſicut baſes/per 1 ſexti.Et ſicut vnum antecedentium ad vnum ſequentium/per 12 quinti:ſi omnia antecedentia ad omnia ſequentia.Sicut igitur per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti/triangulum a m b ad triangulum b m c: ſic a b e ad c b e.Sed ſicut a m b ad b m c:ſic a m ad m c.& ſicut igitur per 11 quinti/a m ad m c: ſic triangulum a b e ad triangulum e b c.Id propterea/& ſicut f n ad n h:ſic triangulum f g l ad triangulum g l h. Eſtq; ſicut a m ad m c:ſic f n ad n h.& ſicut igitur per 11 quinti/triangulum a b e ad triangulum b e c:ſit triangulum f g l ad triangulum g l h, & viciſſim per 16 quinti/ſicut triangulum a b e ad triangulum f g l:ſic triangulum b e c ad triangulũ g l h.Similiter quoq; oſtendemus/cõnexis b d & g k,ꝙ & ſicut triangulum e b c ad triangulum l g h:ſic triangulum e c d ad triangulum l h k.Et quoniam eſt ſicut triangulum a b e ad triãgutũm f g l ſic triangulum e b c ad triangulum l g h,& etiam triangulum e c d ad triangulum l h k:& ſicut igitur per 12 quinti/vnũ antecedẽtium ad vnum ſequentium/ſic omnia antecedentia ad omnia ſequẽtia. Eſt igitur ſicut triangulum a b e ad triangulum f g l:ſic polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l.Sed triangulum a b e ad triangulum f g l,duplam rationẽ habet:quã a b ſimilis rationis latus ad f g ſimilis rationis latus.Similia enim triangula in duplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum per 19 ſexti.& polygonum igitur a b c d e ad polygonum f g h k l,duplam habet rationẽ:quã a b ſimilis rationis latus ad f g ſimilis rationis latus.Similia igitur polygona:in ſimilia triangula diuiduntur/& in æqualia numero/& æqua ratione totis.& polygonum ad polygonũ duplam rationem habet: quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.quod demonſtrare oportebat.

¶PRIMVM CORRELARIVM. ¶Proinde in vniuerſum manifeſtũ eſt/ꝙ ſimiles rectilineæ figuræ adinuicem in dupla ſunt ratione: ſimilis rationis laterum.& ſi ipſorum a b & f g proportionalem accipiamus x: ipſa a b ad x duplam habet rationem q̃ a b ad f g.habet autem & polygonũ ad polygonũ ſiue quadratum ad quadratum duplam rationẽ:quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.hoc eſt a b ad f g. patuit autem hoc etiam in triangulis.

¶SECVNDVM CORRELARIVM. ¶Proinde etiam in vniuerſum eſt manifeſtũ / ꝙ ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint: erit ſicut prima ad tertiam / ſic quæ a prima ſpecies ad eam quæ a ſecunda ſimilis & ſimiliter deſcripta eſt.

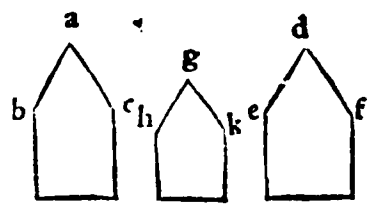
¶ALITER. ¶Demonſtrabimus aliter & expeditius inq̃: ſimilis rationis triangula. Inſtituantur enim rurſus a b c d e & f g h k l polygona. & connectantur b e, e c: g l & l h. Dico ꝙ eſt ſicut triangulum a b e ad f g l: ſic e b c ad l g h, & c d e ad h k l. Quoniam enim ſimile eſt triangulum a b e triangulo f g l: igitur per 19 ſexti / triangulum a b e ad f g l duplam habet rationem q̃ b e ad g l. Id propterea / & triangulum b e c, ad triãgulum g l h duplam habet rationem: q̃ b e ad g l. Eſt igitur ſicut triangulum a b e ad triangulum f g l: ſic triangulum b e c ad g l h. Rurſus quoniã triãgulũ e b c, ſimile eſt triãgulo l g h: igitur e b c ad l g h duplã habet rationem q̃ c e recta linea ad h l. Id propterea / & triangulum e c d duplam rationem habet ad triangulum l h k: q̃ c e ad h l. Eſt igitur ſicut triangulum b e c ad l g h: ſic c d e ad l h k. Patuit autem & ſicut e b c ad l g h: ſic a b e ad f g l. & ſicut igitur per 11 quinti / a b e ad f g l: ſic b e c ad g l h, & e c d ad l h k. & ſicut igitur per 12 quinti / vnum antecedentium ad vnum conſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia. & reliqua vt in priore demonſtratione. quod oportebat demonſtrare. Similiter autem & in ſimilibus quadratis oſtendetur: ꝙ in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterum. patuit autem & in triangulis.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint vni ſuperficiei ſimiles: quaſlibet ſuperficies ſibi inuicem ſimiles eſſe eſt.

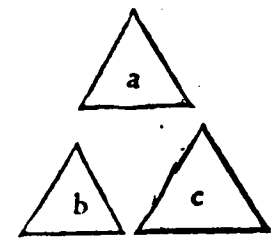
¶CAMPANVS. ¶Sit vterq; pentagonorũ a b c, d e f: ſimilis pentagono g h k. dico eos eſſe ſimiles ſibi inuicẽ. Eſt enim vterq; eorũ æquiãgulus pẽtagono g h k: per cõuerſionẽ diffinitionis ſimiliũ ſuperficierũ. quare ſunt æquianguli adinuicẽ. Similiter quoq; per cõuerſionẽ eiuſdẽ diffinitionis / proportio a b ad g h: ſicut a c ad g k. & g h ad d e: ſicut g k ad d f. ergo per æquam proportionalitatẽ / a b ad d e: ſicut a c ad d f. Eodẽ modo probabis reliqua latera pẽtagonorũ a b c & d e f, cõtinẽtia æquos angulos: eſſe proportionalia. Per diffinitionẽ itaq; ſimiliũ ſuperficierũ: ipſi ſunt ſimiles adinuicem. quod eſt propoſitum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 21.

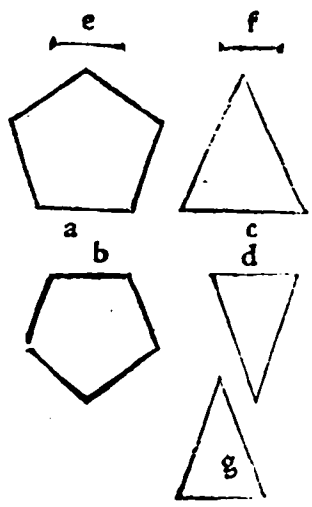
21 ¶QUæ eidem rectilíneo ſunt ſimília: & adinuicem ſunt ſimilia.

¶THEON ex Zamber. ¶Sit vtrũq; ipſorũ a, b, rectilíneorũ: ſimil ipſi c. Dico ꝙ & a ipſi b eſt ſimile. Quoniã eni ſimile eſt a ipſi c: æquiangulũ eſt & ei per conuerſionẽ primæ diffinitionis ſexti / & quæ circũ æquales angulos ſunt latera / proportionalia habet. Rurſus quoniã b ſimile eſt ipſi c: æquiangulum igitur eſt & ei per eandẽ / & quæ circũ æquales ſunt angulos latera proportionalia habet. vtrũq; igitur ipſorũ a, b: ipſi c æquangulũ eſt per 6 ſexti: & quæ circa æquales ſũt ãgulos latera habet proportionalia. quare per eandem & a ipſi b: æquiãgulum eſt / & quæ circũ æquales ſunt ãgulos latera habet proportionalia. Simile igitur eſt b ipſi a. quod oportebat demonſtrare.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 21.

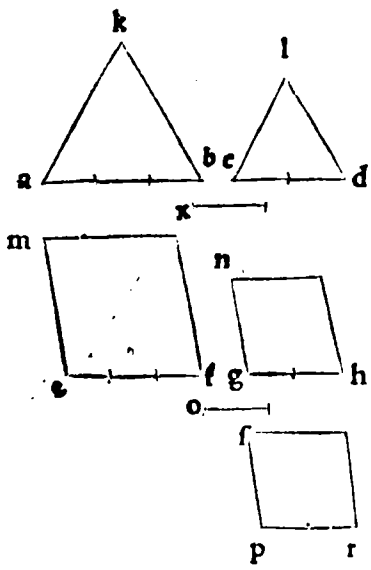
21 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales / atq; ſuper binas & binas ſimiles ſuperficies deſignentur: ipſę quoq; ſuperficies erunt proportionales. Si vero ſuper binas & binas ſimiles ſuperficies conſtitutę fuerint proportionales: ipſas quoq; lineas ꝓportionales eſſe neceſſe eſt.



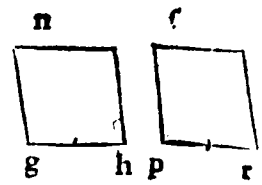
¶CAMPANVS. ¶Sit quatuor lineæ proportionales: a, b, c, d. ſitq; proportio a ad b: ſicut c ad d. dico q; ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper a & b vtpote duo pentagoni ſimiles/ & aliæ ſimiles conſtituantur ſuper c & d vtpote duo anguli ſimiles: erit proportio pentagonorũ ſicut triangulorum. Q; ſi fuerint pentagoni ſimiles & ſimiliter triãguli ſimiles/ fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ ſicut trianguli ad triangulũ: dico q; erit proportio a ad b ſicut c ad d. ¶ Subiungantur enĩ lineis a & b: e, & lineis c & d: f, in contínua proportionalitate: ſicut docet 10 huius. eritq; per 22 quinti/ & per æquã proportionalitatẽ/ a ad e: ſicut c ad f. quia ergo per correlariũ 17 huius/ proportio pẽtagonorũ: eſt ſicut a ad e & triangulorum ſicut c ad f: erit proportio pentagonorũ ſicut triãgulorũ. & hoc eſt primũ. ¶ Secundũ ſic patet. Sit duo pẽtagoni ſimiles & duo triãguli ſimiles, ſitq; proportio pẽtagonorũ: ſũt triãgulorũ. dico q; proportio a ad b: eſt ſicut c ad d. Sit enĩ c ad g: ſicut a ad b. hoc enĩ qualiter fiat: dictum eſt ſupra 10 huius. & ſuper g fiat ſicut docet 19 huius: ſuperficies ſimilis illi quę eſt conſtituta ſuper lineam c. eritq; per præmiſſam/ ſimilis ei quæ conſtituta eſt ſuper lineam d, eritq; etiam per primam partẽ huius 21/ quæ proportio pentagoni a ad pentagonũ b: eadẽ trianguli c ad triangum g. ſed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d, ergo per ſecundã partẽ 9 quinti triangulus d: eſt æqualis triãgulo g. Et quia ſunt ſimiles: erit linea g æqualis lineæ d, per primã partem 17 huius. cum ſuper lineas c d & g ſint trianguli. vel ſecundam partẽ/ 18. cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotieſlibet ſumpta: niſi ex æquali. erit itaq; c ad d ſicut a ad b. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 22.

¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta/ proportionalia erũt. Et ſi ab ipſis rectilinea/ proportionalia fuerint: ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt. 22



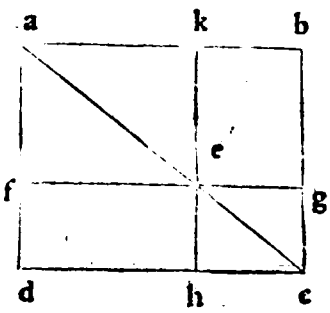
¶THEON ex Zãberto. ¶Sint quatuor rectæ lineæ a b, c e, e f, & g h: ſicut a b ad c d, ſic e f ad g h. Deſcribanturq; per 18 ſexti/ a b ipſis a b & c d: ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea k a b & l c d. Ab ipſis autem e f & g h: per eandem ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea m f & n h. Dico q; eſt ſicut k a b ad l c d: ſic eſt m f ad n h. Sumatur inq; per 11 ſexti/ ipſorũ a b & c d: tertia proportionalis x. ipſarum autem e f & g h: tertia proportionalis o. & quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad g h, ſicut autem c d ad x ſic g h ad o: ex æquali igitur per 22 quinti/ ſicut a b ad x ſic e f ad o. Sed ſicut quidem a b ad x: ſic & k a b ad l c d per correlarium ſecũdum 20 ſexti. Sicut autem e f ad o: ſic m f ad n h. ¶Sed iam eſto/ ſicut k a b ad l c d: ſic m f ad n h. Dico q; eſt ſicut a b ad c d: ſic e f ad g h. Fiat inq; per 22 ſexti/ ſicut a b ad c d: ſic e f ad p r. & deſcribatur per 8 ſexti ex p r: vtriq; ipſorũ m f & n h ſimile/ ſimiliterq; poſitũ ſ r. Quoniã igitur eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad p r, & deſcribũtur ab ipſis quidẽ a b & c d ſimilia ſimiliterq; poſita k a b & l c d, ab ipſis autẽ e f & p r ſimilia ſimiliterq; poſita m f & ſ r: eſt igitur ſicut k a b ad l c d ſic m f ad ſ r. poſitũ autẽ eſt q; ſicut k a b ad l c d: ſic m f ad n h. & ſicut igitur per 11 quinti m f ad ſ r: ſic m f ad n h. Igitur per 9 quinti/ m f: ad vtrũq; ipſorũ n h & ſ r/ eãdẽ habet rationẽ. æquale igitur eſt n h: ipſi ſ r. Eſt autẽ ei & ſimile ſimiliter poſitũ. æqualis igitur eſt g h ipſi p r. Et quoniã eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad p r, æqualis autem eſt p r ipſi g h: eſt igitur ſicut a b ad c d ſic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerit: & quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta/ proportionalia erunt. & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta/ proportionalia fuerint: & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.



¶LEMMA. ¶Quæ autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint/ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt: ſic demonſtrabimus. ſint æqualia & ſimilia rectilinea n h & f r. ſitq; ſicut h g ad g n:ſic r p ad p f. Dico q; æqualis eſt r p:ipſi g h. Si autem inæquales ſunt:earum altera maior eſt. ſit maior r p:ipſa h g. & quoniam eſt ſicut r p ad p f ſic h g ad g n:& viciſſim quoq; per 16 quinti/ſicut r p ad h g. ſic p f ad g n, maior autē eſt r p:ipſa h g. maior igit̄ & p f: ipſa g n. Quare & r f:maius eſt ipſo h n. ſed & æquale per hypotheſin. quod eſt impoſſibile. inæqualis igitur minime eſt p r:ipſi h g. æqualis igitur. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

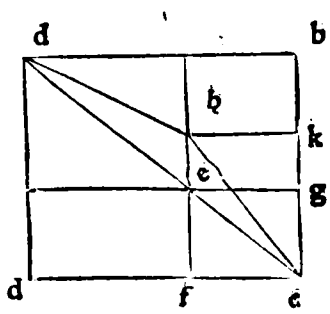
22 ¶CVnctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum/quę circa diametrum conſiſtunt:toti parallelogrāmo atq; ſibi inuicem ſunt ſimiles.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt in paralellogrāmo b d cuius diameter a c:cōſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum/circa diametrum. dico eas eſſe ſimiles toti paralellogrāmo & ſibi inuicem. eſt enim per ſecundā huius/b g ad g c & d h ad h c:ſicut a e ad e c. ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h:ſicut a c ad c e. quare per 11 quinti/b c ad c g:ſicut d c ad c h. ſed etiam ſicut a b ad e g cum a b ſit æqualis d c, & e g, h c:eodem modo erit a d ad e h ſicut a b ad e g, & d c ad h c. quia ergo iſta paralellogrāma ſunt æquiangula:cōſtat per diffinitionē ſimilium ſuperficierū g h eſſe ſimile b d. Simili quoq; modo probatur f k eſſe ſimile eidē:propter hoc q; b a ad a k & d a ad a f eſt ſicut c a ad a e per ſecundam huius & coniunctam proportionalitatem. quare per 10 huius f k eſt etiam ſimile g h. ſicq; patet totum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

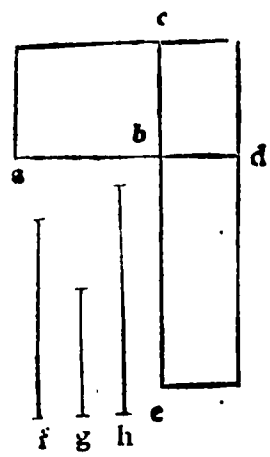
23 ¶Si in ſuo ſpacio paralellogrāmum partiale diſtinctum toti paralellogrāmo ſimile atq; ſecundum ſuum illius eſſe fuerit:circa eiuſdem diametrum conſiſtit.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt in paralellogrāmo b d ſit diſtinctum paralellogrāmum f g. qđ ſit ei ſimile & ſecūdum ſuū eſſe id eſt participans cum eo in angulo c. dico q; paralellogrāmum f g conſiſtit circa diametrum paralellogrāmi b d. & eſt hæc conuerſa præcedentis. producam enī a e c. quæ ſi fuerit diameter paralellogrāmi b d:conſtat propoſitum. Sin autem:ſit a h c diameter eius. & ducatur h k:æquidiſtans f c. eritq; per præmiſſam paralellogrāmum f k:ſimile paralellogrāmo b d. ergo per cōuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum proportio b c ad k c: eſt ſicut d c ad f c. ſed per eandem conuerſionē dictæ diffinitionis/ proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c:propter id q; paralellogrāmum f g poſitum eſt ſimile paralellogrāmo b d. ergo per 11 quinti/proportio b c ad g c:eſt ſicut b c ad k c. vtraq; enim eſt ſicut d c ad f e. quare per ſecundam partem nonæ quinti/g c eſt æqualis k c pars videlicet toti. qđ eſt impoſſibile. Erit igitur a e c diameter paralellogrāmi b d. quod eſt propoſitū.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

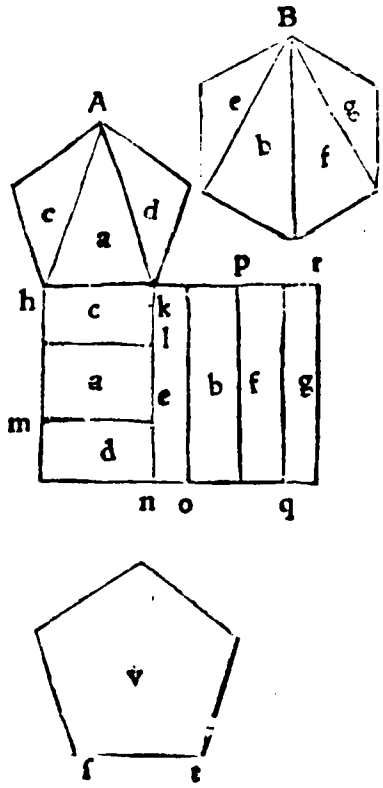
24 ¶COmnium duarum ſuperficierum æquidiſtantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/proportio alterius ad alterā:eſt quæ producitur ex duabus proportionibus ſuorum laterum duos æquos angulos continentium.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ ſuperficies æquidiſtantium laterum: a c & e d. ſitq; ãgulus b vnius: æqualis angulo b alterius. dico q; proportio vnius ad alteram: producta eſt ex proportione a b ad b d, & c b ad b e. diſponam enim has duas ſuperficies penitus ſicut diſpoſui eas in 13 huius: adiuncto ad vtramq; parallelogrammo c d. & ponam vt proportio lineæ f ad lineam g: ſit ſicut a b ad b d, & g ad h ſicut c b ad b e. qualiter enim hoc fiat: dictum eſt ſupra 10 huius. eritq; per primam huius & 11 quinti/a c ad c d: ſicut f ad g, & c d ad d e ſicut g ad h. quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: ſicut f ad h. & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, vt dictum eſt in fine expoſitionis 11 diffinitionis quinti: erit vt a c ad d e producatur ex eiſdem. quare conſtat propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

¶Datæ ſuperficiei ſimilem/ alijq; propoſitæ æqualem deſignare. 25



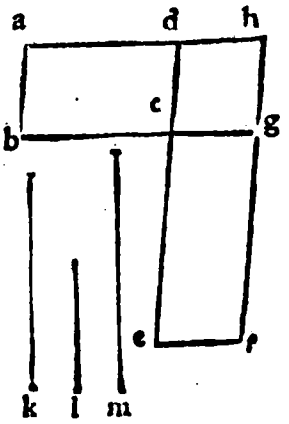
¶CAMPANVS. ¶Sint propoſitæ duæ ſuperficies rectilineæ. A: pentagona. B: hexagona. volo facere vnam ſuperficiẽ ſimilem A: & æqualẽ B. vtramq; propoſitarum ſuperficierum reſoluo in triangulos. A quidem in triãgulos a, c, d. B vero: in triãgulos e, b, f, g. & ſuper baſin trianguli a, quæ ſit h k: conſtituo ſecundum doctrinam 44 primi ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam/æqualem c, quæ ſit h l. & l m æqualem a. & m n æqualem d. vt ſit tota ſuperficies: æquidiſtantium laterum h n, conſtituta ſuper baſin h k: æqualis pentagono A. Eodem modo ſuper lineam k n quæ eſt ſecundum latus huius ſuperficiei h n, conſtituo aliam ſuperficiem rectãgulam æqualem hexagono B. quia facio k o æqualẽ e, & o p æqualẽ b. & p q æqualẽ f. & q r æqualẽ g. vt ſit tota rectãgula ſuperficies n r: æqualis hexagono B. & pono per 9 huius/lineã f t: proportionalẽ inter lineã h k & lineam k r. & ſuper eã ſecundũ doctrinã 19 huius: cõſtituo ſuperficiẽ v ſimilẽ ſupficiei A. dico ipſã eſſe quã q̃rimus: & æqualẽ ſuperficiei B. Cũ enĩ tres lineæ h k, f t, & k r ſint cõtinue ꝓportionales/& ſuper primam & ſecundam ſint conſtitutæ ſuperficies ſimiles videlicet A & v: erit per correlariũ 17 huius/A ad v ſicut h k ad k r. quare per primã huius ſicut h n ad n r. & ideo per primã partem 7 quinti: ſicut A ad n r. & propter hoc per ſecũdã partem eiuſdem: ſicut A ad B. itaq; per ſecũdam partem 9 quinti: v eſt ęqualis B. qđ eſt propoſitum.

¶Hoc etiam poſſumus ex permutata proportionalitate facile probare. quia cũ ſit A ad v ſicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n ſicut v ad n r. & quia A eſt æqualis h n: erit v æqualis n r. quare v eſt etiã æqualis B per hanc cõmunem ſcientiam: quæcunq; vni & eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt ęqualia. Non eſt autem neceſſarium vt ſuperficies h l, l m, & m n æquidiſtantium laterum æquales triangulis c, a, d, aut ſuperficies k o, o p, p q, & q r æquales triangulis e, b, f, h: ſint rectangulæ. ſed lvt angulus extrinſecus ſuperficiei l m: ſit æqualis ãgulo intrinſeco ſuperficiei l h. & extriſecus m n intriſeco m l. Similiter quoq; vt extrinſecus ſuperficiei k o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n: & extrinſecus o p, intrinſeco k o. ſicq; de cæteris. Cum enim ſic fuerit erit vnaquaq; linearum k n & ſibi oppoſita h m, itemq; h r & ſibi oppoſita. n q: linea vna per vltimã partem 29 primi & per 14. eiuſdem quotiẽs oportuerit ęqualiter repetitas. propter id q; õnes ſuperficies h l, l m, & m n, itemq; k o, o p, p q, & q r: ſunt æquidiſtantium laterum: & angulus extrinſecus cuiuſq; ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis: quare duæ ſuperficies h n & n r: erunt æquidiſtantium laterum & inter lineas æquidiſtantes & ęqualis altitudinis. Cætera ergo argue vt prius.

¶Quatuor ex Zãberto ſequẽtes propoſitiones: præcedentibus quatuor ex Cãpano/ordine peruerſo reſpõdẽt. prima tertiæ/ſecunda primæ/tertia quartę/quarta ſecundæ.

Euclí.ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 23.

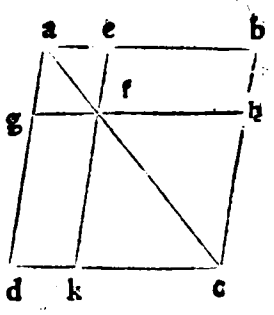
23 ¶ Aequiangula parallelogramma adinuicem habent compoſitam ex lateribus.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquiangula parallelogrãma a c & c f: æqualem habentia angulum b c d angulo e c g. Dico q̃ parallelogrãmum a c ad parallelogrãmum c f: rationem habet compoſitam ex lateribus. hoc eſt quam habet b c ad c g: & quam habet d c ad c e. Ponatur inquam per 14 primi/ vt ſit in rectas lineas b c ipſi c g, in rectas lineas igitur eſt per eandẽ: d c ipſi c e. Compleaturq̃ parallelogrãmum. & ponatur quędam recta linea: k. & fiat per 12 ſexti/ ſicut quidem b c ad c g: ſic k ad l. ſicutq̃ d c ad c e: ſic l ad m. proportiones iam ipſius k ad l & ipſius l ad m: eędem ſunt ipſis rationibus laterum b c ad c g, & ipſius d c ad c e. Sed ipſius k ad m ratio: componitur ex ratione ipſius k ad l, & ipſius l ad m. Quare & k ad m: rationem habet compoſitam ex lateribus. Et quoniam eſt ſicut b c ad c g ſic a c parallelogrãmum ad c h per primã ſexti/ ſed ſicut b c ad c g ſic k ad l: & ſicut igitur per vndecimã quinti / k ad l ſic a c ad c h. Rurſus quoniã eſt ſicut d c ad c e ſic c h parallelogrãmũ ad c f parallelogrãmũ, ſed ſicut d c ad c e ſic l ad m: & ſicut igitur per eãdẽ l ad m ſic c h parallelogrãmum ad c f parallelogrãmũ. Quoniã igitur oſtẽſum eſt q̃ ſicut quidem k ad l ſic a c parallelogrãmum ad c h parallelogrãmum/ ſicut autem l ad m ſic c h parallelogrãmum ad c f parallelogrãmum: & æque igitur per 22 quinti/ ſicut k ad m, ſic a c parallelogrammũ ad c f parallelogrammum. At k ad m: rationem habet compoſitam ex lateribus. & a c parallelogrammum igitur ad c f: rationem habet confectam ex lateribus. Aequiãgula igitur parallelogramma: adinuicẽ rationẽ habent compoſitam ex lateribus. quod demonſtrare oportebat.

Euclí.ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 24.

24 ¶ Omnis parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogramma: ſimilia ſunt toti/ & adinuicem.

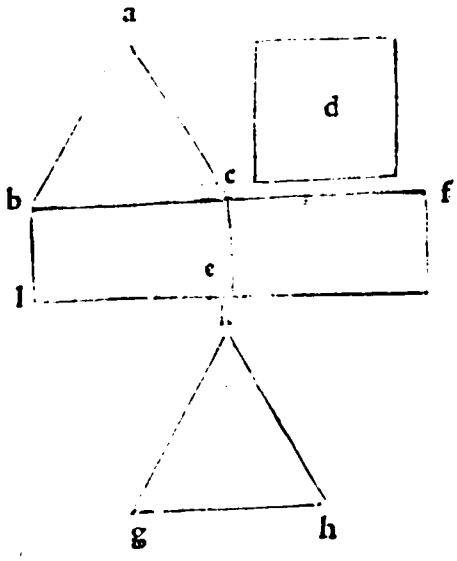


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit parallelogrammum a b c d: dimetiens vero illius a c. circum autem a c: parallelogramma ſint e g & h k. Dico q̃ vtrũq̃ ipſorũ e g & h k parallelogrãmorũ: ſimile eſt toti a b c d, & adinuicẽ. Quoniã enim trianguli a b c ad vnum latus b c acta eſt parallelus e f: proportionale eſt per 2 ſexti/ ſicut b e ad e a, ſic c f ad f a. Rurſus per eandẽ/ quoniã triãguli a d c ad vnũ latus c d acta eſt parallelus f g: proportionale eſt per 2 ſexti/ ſicut c f ad f a, ſic d g ad g a. Sed ſicut c f ad f a: ſic oſtẽſa eſt & b e ad e a. Et ſicut igitur per 11 quinti/ b e ad e a: ſic d g ad g a. & cõpoſitæ igitur per 18 quinti/ ſicut b a ad a e: ſic d a ad a g. & permutati per 16 quinti/ ſicut b a ad a d: ſic e a ad a g. parallelogrammorũ igitur a b c d & e g: proportionalia ſunt latera/ quæ circum cõmunem angulum b a d ſunt. & quoniam parallelus eſt g f ipſi d c: æqualis eſt per 29 primi/ angulus a g f angulo a d c. & qui ſub g f a ei qui ſub d c a. & communis duorum triangulorũ a d c & a f g: angulus qui ſub d a c. Aequiangulum igitur eſt triangulũ d a c: triangulo a g f. Idq̃ propterea/ & triãgulum a b c: æquiangulum eſt triangulo a e f. & totum a b c d parallelogrãmum ipſi e g parallelogrammo æquiangulum eſt. proportionale igitur eſt per 4 ſexti/ ſicut a d ad d c: ſic a g ad g f. ſicutq̃ d c ad c a: ſic g f ad f a. Sicut autẽ a c ad c b: ſic a f ad f e. & inſuper ſicut c b ad b a: ſic f e ad e a. & quoniam oſtenſum eſt ſicut quidem d c ad c a ſic g f ad f a, ſicut vero a c ad c b ſic a f ad f e: æque igitur eſt per 22 quinti/ ſicut d c ad c b ſic g f ad f e. Parallelogrammorum igitur a b c d & e g, proportionalia ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Simile igitur eſt per primam diffinitionem ſexti/ parallelogrammum a b c d: parallelogrammo e g. Id propterea/ & parallelogrammum a b c d: parallelogrammo k h eſt ſimile. vtrunq̃ igitur ipſorũ e g & h k parallelogrammorum: ipſi a b c d parallelogrammo ſimile eſt. Quę autem eidem rectilineo ſimi

lia: & ſibi inuicem ſunt ſimilia per 21 ſexti. igitur & e g parallelogrãmũ ipſi h k parallelogrammo ſimile eſt. Omnis igitur parallelogrãmi quæ circa dimetientem parallogramma: ſimilia ſunt toti & adinuicem. quòd erat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 25.

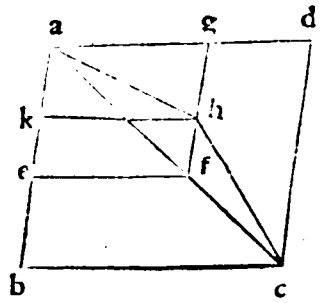
¶ Dato rectilineo ſimile/& alij dato æquale: idem conſtituere. 25



¶ THEON ex Zamber. ¶ Sit quidem datum rectilineum cui oportet ſimile conſtituere: a b c. cui autem oportet æquale: d. oportet iam ipſi a b c ſimile/ipſi autem d æquale: idem conſtituere. prætendatur per 44 primi igitur ad b c, ipſi triangulo a b c: æquale parallelogrammum b e. & ad c e, ipſi d æquale parallelogrammum c m, in angulo qui ſub f c e: qui æqualis eſt ei qui ſub c b l. In rectam lineam igitur eſt per 14 primi/ b c ipſi c f: & l e ipſi e m. Sumaturq; per 13 ſexti/ipſarum b c & c f: media proportionalis g h. deſcribaturq; per 18 ſexti/ex g h: ipſi a b c ſimile/ſimiliterq; poſitum k g h. Et quoniam eſt ſicut b c ad g h ſic g h ad c f, ſi autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales ſicut prima ad tertiam ſic quæ a prima eſt ſpecies ad eã quæ a ſecunda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt: eſt igitur per correlariũ ſecundũ 20 ſexti/ſicut b c ad c f ſic triãgulum a b c ad triangulum k g h. Sed ſicut b c ad c f: ſic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum. Et ſicut igitur per primam ſexti/triangulum a b c ad triangulum k g h: ſic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum. viciſſim quoq; igitur per 16 quinti/ ſicut triangulum a b c ad b e parallelogrammum: ſic triangulum k g h ad parallelogrãmum e f. æquale autem eſt triangulum a b c: parallelogrãmo b e. æquale igitur eſt & triangulum k g h: ipſi e f parallelogrammo: ſed parallelogrammum e f: ipſi d eſt æquale. & k g h igitur: ipſi d eſt æquale. eſt autem k g h ipſi a b c ſimile. Dato igitur rectilineo a b c ſimile/ & alij dato d æquale: idem k g h conſtitutum eſt. quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 26.

¶ Si a parallelogrãmo parallelogrammum auferatur/ ſimile & toti & ſimiliter poſitum/communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem eſt toti. 26

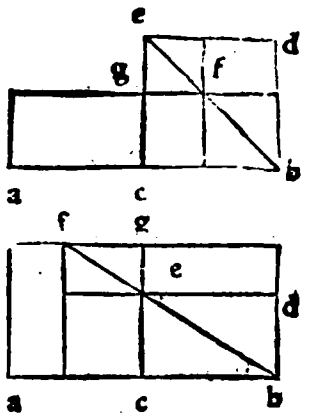


¶ THEON ex Zamb. ¶ A parallelogrãmo inquã a b c d: parallelogrãmum auferatur a f ſimile ipſi a b c d & ſimiliter poſitum/communẽ angulum habens ei qui ſub d a b. Dico ꝙ circum eandem diametrum eſt a b c d: ipſi a f. Non enim: at ſi poſſibile eſt/ſit eorum dimetiens a h c. & excitetur per 31 primi/ab h vtriq; ipſarũ a d & b c: parallelus h k. Quoniam igitur circum eundem dimetientem eſt a b c d ipſi k g: ſimile eſt per 24 ſexti a b c d ipſi k g. eſt igitur ſicut d a ad a b: ſic g a ad a k per cõuerſionẽ 1 diffinitionis ſexti. Eſt autem propter ſimilitudinem ipſorum a b c d & e g, ſicut d a ad a b: ſic g a ad a e. Igitur per 9 quinti/g a ad vtrunq; ipſarum a k & a e: eandem habet rationem. æqualis igitur eſt a k: ipſi a e minor maiori, qđ abſurdum eſt. Igitur a b c d: non eſt circa eũdem dimetientem ipſi k g. Circa eundem igitur dimetientem eſt a b c d parallelogrammum: ipſi a f parallelogrammo. Si a parallelogrãmo igitur parallelogrammum auferatur/ſimile & toti & ſimiliter poſitum communem angulum habens ei: circa eundem dimetientem eſt toti. Quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 26.

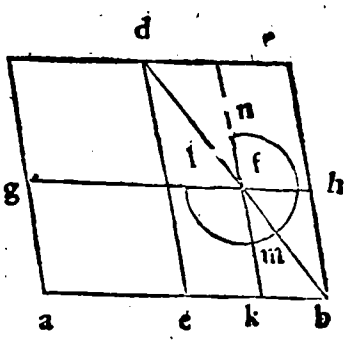
SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammũ deſignatum: maius eſt eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deeſt ad completionem lineæ ſimile & ſuper diametrum conſiſtens ſuper dimidium collocati. 26

¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b: ſup cuiꝰ dimidiũ c b: cõſtituat̃ parallelogrãmũ c d, cuiꝰ diameter b e. & ad lineã a b applicet̃ parallelogrãmũ a f: cuius vnũ latus ſecet e c in pũcto g. ita ꝙ ad cõplementũ totius lineæ a b: deſit ſupficies f b q̃ ſit ſimilis: ſupficiei c d. & cõſiſtẽs circa diametrũ eius. dico tũc ꝙ parallelogrãmũ c d eſt maius parallelogrãmo a f. Eſt eni per primã huius ia g: ęquale g b. & iper 43 primi/ c f æquale f d. ergo p hãc cõmunẽ ſciẽtiã ſi æq̃libus æq̃lia addas tota quoꝙ fient ęqualia: erit gnomo cõſtãs ex tribus parallelogrãmis q̃ ſũt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrãmo a f, quare parallelogrãmũ c d: eſt maius parallelogrãmo a f i; parallelogrãmo e f. qd̃ eſt propoſitũ. ¶Idẽ etiã eſſet ſi ſupficies a f fieret altior ſuperficie c d: vt videre potes in ſecunda figura i qua etiã per primã huius a g eſt æq̃le g b. dẽptis itaq; vtriq; duobus ſupplemẽtis ſupficiei f b: excedet parallelogrãmũ c d parallelogrãmũ a f in parallelogrãmo f e. Eucli. ex Zãb. Theorema 20. Propoſitio 27.

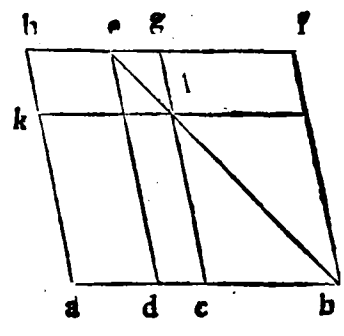


17 ¶Omniũ parallelogrãmorũ circũ eandẽ rectã lineã proiectorũ deficientiũq; ſpecie parallelogrãmis ſimilibus/ ſimiliterq; poſitis ei qd̃ a dimidia deſcriptũ eſt: maximũ eſt qd̃ a dimidia proiectũ parallelogrammũ ſimile exiſtẽs ſumpto.

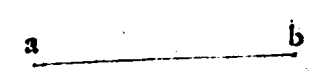
¶THEON ex Zãb. ¶Sit recta linea a b: & ſecetur p 10 primi/ bifariãm̃ c. pręrẽdatur quoq; per 18 ſexti ad a b rectã lineã/ parallelogrãmũ a d deficiẽs ſpecie pallelogrãmo d b ſimili/ ſimiliterq; deſcripto qd̃ a dimidia ipſius a b hoc eſt c b. Dico ꝙ omniũ circa a b cõparatorũ parallelogrãmorũ & deficiẽtiũ ſpecie parallelogrãmis ſimilibus ſimiliterq; poſitis ipſi d b: maximũ eſt a d. Pręrẽdatur inquã ad a b rectã lineã parallelogrãmũ a f deficiẽs ſpecie parallegrãmo f b ſimili ſimiliterq; poſito ipſi d b. Dico ꝙ maius eſt a d ipſo a f. Quoniã eni ſimile eſt d b parallelogrãmũ ipſi f b parallelogrãmo: circũ eundẽ igitur ſunt dimetientẽ per 26 ſexti. excitetur eorũ dimetiẽs d b: & deſcribatur figura. Quoniam igitur per 42 primi/ æquũ eſt f c ipſi f e: cõmune apponatur f b. totũ igitur c h: toti k e eſt æq̃le. Sed c h ipſi c g eſt æquale per 36 primi: quoniã & a c ipſi c b. Igitur g c: ipſi e k eſt æquale. Cõmune apponatur c f. totum igitur a f: toti l m n gnomoni eſt æquale. Quare parallelogrãmum d b hoc eſt a d: ipſo a f parallelogrammo maius eſt. omnium igitur circum eandem lineã conſiſtẽtium parallelogrammorum/ & deficiẽtium ſpecie parallelogrammis ſimilibus ſimiliterq; poſitis ei quod a dimidia deſcribitur: maximum eſt quod a dimidia comparatum eſt. quod oportebat demonſtrare.



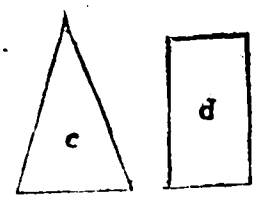
¶ALITER. ¶Sit iñ rurſus a b: diſſecta bifariã in c. & cõparatũ a l deficiẽs ſpecie ipſo l b. Cõpareturq; rurſus ad a b, parallelogrãmũ d h: deficiẽs ab ipſo e b ſimili ſimiliterq; poſito ei quod a dimidia fit l b. Dico ꝙ maius eſt qd̃ a dimidia cõparatũ a l ipſo a e. Quoniã eni ſimile eſt e b ipſi l b: circũ eũdẽ dimetiẽtẽ ſunt per 26 ſexti. Sit eorũ demetiẽs e b: deſcribaturq; figura. & quoniã æquũ eſt l f ipſi l h, quoniã & f g ipſi g h: maius igitur eſt l f ipſo k e. æquũ autẽ eſt l f ipſi d l. maius igitur eſt & d l ipſo k e. cõmune eſto k d. totũ igitur a l: toto a e maiꝰ eſt. quod demõſtrare oportebat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

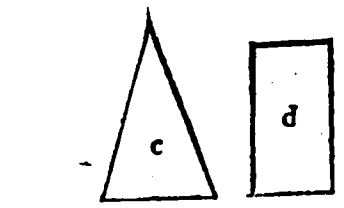


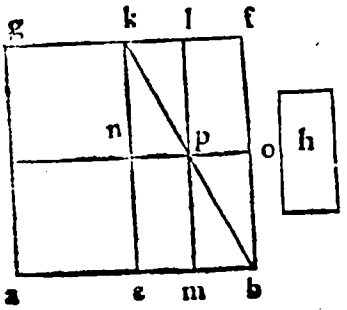
27 TRilatera ſupficie ꝓpoſita ęquũ ei ſup quãlibet aſſignatã lineã parallelogrãmũ deſignare: cui deſit ad cõplẽdã lineã alij ſupficiei ꝓpoſite ſimile parallelogrãmũ qd̃ ſecundũ eiuſdẽ ſuũ eſſe parallelogrãmo ſuper dimidium datæ lineæ collato minime maius exiſtat.



¶CAMPANVS. ¶Sit aſſignata linea a b. & propoſitus triangulus c. propoſitumq; parallelogrãmum d. volo ſuper lineam a b: deſignare parallelogrammum æquale triangulo c. ita ꝙ deſit ad complendam lineam a b parallelogrammum ſimile d. & ſit ita conditionatumq; triangulus c: non ſit maior parallelogrammo ſimili d, collato ſuper dimidium lineæ a b. alioquin ad impoſſibile laboraretur: per pręmiſſam. Diuido igitur li-





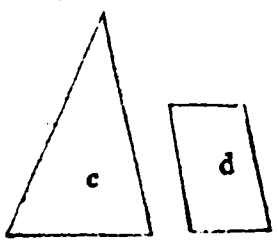


neã a b per æqualia in pũcto e. & ſecundũ doctrinã 19 huius ſuper eius medietatẽ b e cõſtituo parallelogrãmũ c f ſimile d. & cõplebo ſup totã lineã a b: parallelogrãmũ b g. Quia igitur c nõ eſt maior parallelogrãmo e f, ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitũ eſt: ſi fuerit ei æqualis/erit parallelogrãmũ e g quale intẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte 9/ & per diffinitionẽ ſimilitũ ſuperficierũ & 20 huius. Si autẽ minor: ſit minor in ſupficie aliqua/cui æqlis & ſimilis d fiat ſecũdũ doctrinã 25 huius quæ ſit h. eritq; h ſimilis e f per 20 huius. quare per cõuerſionẽ diffinitionis/æquiãgula ſibi & proportionaliũ laterũ. protrahã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k. & reſecabo latera k f, & e k ſupficiei e f, ad mẽſurã laterũ ſuperficiei h: protractis lineis l m & n o æquidiſtãtibus lateribus ſuperficiei e f, ſecãtibus ſe in pũcto p. vt ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſupficiei h. eritq; per 23 huius pũctũ p: in diametro k b. protracta itaq; o n vſq; ad a g: dico parallelogrãmũ a p eſſe quale proponitur. Deeſt enĩ ſibi ad cõplemẽtũ lineæ a b parallelogrãmũ p b: qđ per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrãmo d. Sed ipſũ etiã parallelogrãmũ a p eſt æquale triãgulo c. Eſt enĩ per primã huius: a n æquale n b. ergo per 43 primi/& hãc cõmunẽ ſcientiã ſi æqlibus æqlia addas: tota quoq; fiẽt æqualia/parallelogrãmũ a p: eſt æquale gnomoni n b l. & qa iſte gnomo eſt æqualis triãgulo c ꝓpter id q; parallelogrãmũ e f poſitũ fuit eſſe maius triãgulo c ĩ parallelogrãmo h, qđ eſt æquale parallelogrãmũ k p: patet propoſitũ. Euclĩ. ex Zamb. Problema 8.

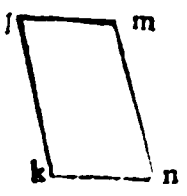
Propoſitio 28.

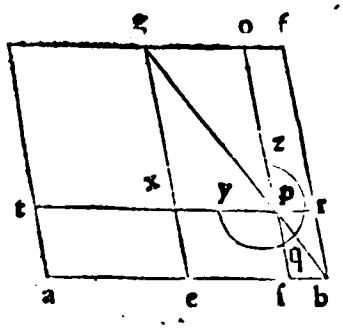
¶ Ad datã rectã lineã dato rectilineo æquale parallelogrãmũ cõparare: deficiẽs ſpecie parallelogrammo ſimili dato. 28

Oportet iã datũ rectilineũ cui expedit æquũ comparare: nõ maiuſeſſe eo quod a dimidia cõparatũ ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis & eius quod a dimidia & cui expedit ſimile deficere.



¶ THEON ex Zãb. ¶ Sit qdẽ data recta linea a b. datũ vero rectilineũ cui oportet æquũ pẽtẽdere circũ a b. ſitq; illud c: nõ maius exiſtẽs eo quod a dimidia cõparatũ eſt ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis. cui autẽ expedit ſimile deficere: d. oportet iã ad datã rectã lineã a b: dato rectilineo c æquale parallelogrãmũ prætẽdere deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi d. Secetur per 10 primi/a b biſariãĩ ſigno e. Deſcribaturq; per 18 ſexti/ab e b: ipſi d ſimile ſimiliterq; poſitũ e b f g. Cõpleaturq; a g parallelogrãmũ. Iam a g aut æquũ eſt ipſi c: aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ eſt a g ipſi c: quod quærimus iã eſt. Cõparatũ ſiquidẽ eſſet ad datam rectã lineã a b, dato rectilineo c æquũ parallelogrammum a g deficiens ſpecie parallelogrammo g b ſimili ipſi d. Si autẽ nõ fuerit maius h e ipſo c. æquale autẽ h e ipſi g b. maius igitur & g b ipſo c. Quo autẽ maius eſt g b ipſo c: tali exceſſui per 25 ſexti æquale/ipſi d ſimile ſimiliterq; poſitũ idẽ cõſtitatur k l m n. Sed ipſi g b: ipſũ d eſt ſimile. & k m igitur: ipſi g b eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis k l ipſi g e: & l m ipſi g f. Et quoniã æquũ eſt g b ipſis c, k m: maiꝰ igitẽ eſt g b ipſo k m. Maior igitẽ eſt g e ipſa k l: & g f ipſa l m. ponaẽ p 11 primi ipſi qdẽ k l æqlis g x: ipſi autẽ l m æqlis g o. & cõpleaẽ parallelogrãmũ x g o p. Aequũ igitur eſt & ſimile g p ipſi k m. Sed k m: ipſi g b eſt ſimile. & g p igitur ipſi g b eſt ſimile. Circũ eũdẽ dimetiẽtẽ p 26 ſexti igitur: eſt g p ipſi g b. Sit eorum dimetiens g p b: & deſcribas figuram. Quoniam igitur æquũ eſt b, g ipſis c, k m, quorum g p ipſi k m eſt æquale: reliquus igitur y q z gnomon reliquo c eſt æqualis. & quoniam æquum eſt o r ipſi x ſ: commune apponatur p b. Totum igitur o b: toti x b eſt æquale. Sed x b ipſi t e eſt æquale: quoniam & latus a e lateri e b eſt æquale. & t e igitur: ipſi ob eſt æquale. Commune applicetur x ſ. totum igitur t ſ toti z q y gnomoni æquum eſt. Sed z q y gnomon ipſi c: oſtenſum eſt q; eſt æqualis. & t ſ igitur: ipſi c æquum eſt. Ad datam rectam lineam igitur a b: dato rectilineo c æquum parallelogrammum comparatum eſt ſ t deſi-



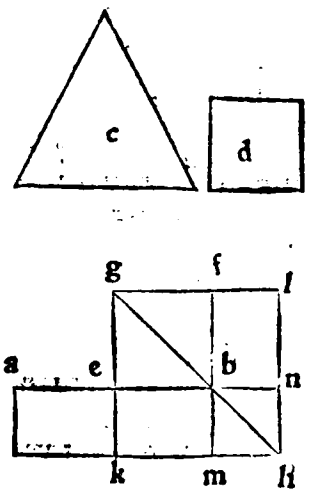


ciens ſpecie parallelogrammo p b ſimili exiſtēti ipſi d/quoniam p b ipſi g p ſimile eſt. Quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 28.

28 SVper datam lineā datæ ſuperficiei trilateræ æquū parallelogrammum conſtituere: quod addat ſuper completionem datæ lineæ ſuperficiem æquidiſtantium laterum datæ ſuperficiei æquidiſtātium laterū ſimilē.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt prius data linea a b: & datus triangulus c, datumq; parallelogrāmum d. volo ſuper lineā a b conſtituere parallelogrammū æquale triāgulo c: quod addat ſuper totā lineā a b, parallelogrāmum ſimile d. Diuido lineā a b per æqualia in pūcto e. & ſuper eius medietatem e b: facio e f ſimilem d, ſecundū quod docet 19 huius. & ſecūdū doctrinā 25 huius/facio k l cuius diameter g h: ſimilē d & æqualē duabus ſuperficiebus e f & c. eritq; per 20 huius k l ſimilis e f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuperficiei e f ita q; ambæ cōmunicēt in angulo g: erit per 23 huius ſuperficies e f conſiſtens circa diametrum ſuperficiei k l. quare punctū b eſt in diametro g h. cōplebo igitur parallelogrāmum a h: quod dico eſſe quale proponitur. qđ cōſtat protractis linea f b vſq; ad m, & linea e b vſq; ad n. Eſt enim per primā partem huius: a k æquale k b. & ideo per 43 primi eſt etiā æquale n f. addito ergo vtriq; e h: erit per cōmunem ſcientiā a h æquale gnomoni e h f. ſed iſte gnomo eſt æqualis triangulo c: quia parallelogrāmum k l poſitum fuit æquale duabus ſuperficiebus c & e f. ergo parallelogrammū a h eſt æquale c. & addit ad cōplementū lineæ a b parallelogrammū m n: quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrāmo d. quare cōſtat perfectū eſſe quod volumus.

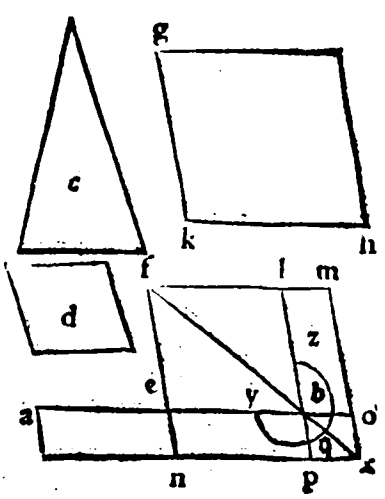


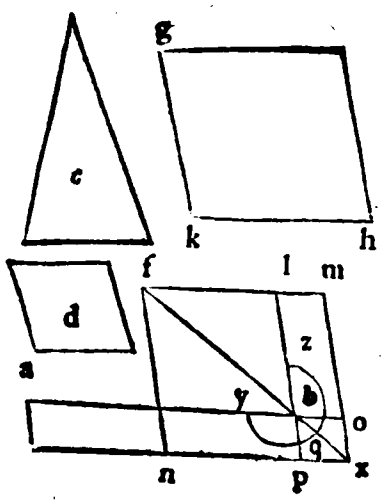
¶ CAMPANI additio. ¶ Poſſumus autem ad lineam datam adiūgere parallelogrammum æquale non ſolum trilateræ ſuperficiei poſitæ/ ſed & cuiuſlibet rectilineæ figuræ propoſitæ quæcunq; ipſa fuerit: cui deſit ad cōplēdā lineā datā ſupficies ſimilis ſuperficiei æqdiſtātiū laterū propoſitæ ſicut docet premiſſa. obſeruata conditione eius ne laboretur ad impoſſibile per ante præmiſſam. vel q; addat ſuper completionem lineæ ſuperficiem æquidiſtantium laterū ſimilē ſuperficiei propoſitæ: ſicut proponit cōcluſio præſens. Propoſitā enī ſuperficiē cui æquale parallelogrāmum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad cōpletionē lineæ parallelogrammū ſimile parallelogrāmo dato: reſoluemus in triangulos. & ipſis mediantibus/deſcribemus ſuperficiem æquidiſtātium laterum: totali ſuperficiei propoſitæ æqualem. hoc autē qualiter fiat & ſi ſcire volueris: require 25 huius. Dehinc ſuper duplū baſis eius æqualis altitudinis triangulū conſtituemus. quē (ſi 44 primi diligenter inſpexeris) parallelogrammo ptius deſignato inuenies eſſe æqualem. quare & ſuperficiei propoſitæ. huic ergo triangulo ſi æquale parallelogrāmū ad lineam datam adiūxeris quod addat ad complementū lineæ aut minuat parallelogrammū ſimile parallelogrammo dato ſecundū quod docet hæc & præmiſſa: quod propoſitum erat te perfeciſſe non dubites.

Eucli. ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 29.

19 ¶ Ad datā rectā lineā: dato rectilineo æquale parallelogrāmum prętēdere/excedēs ſpecie parallelogrāmū ſimile dato.

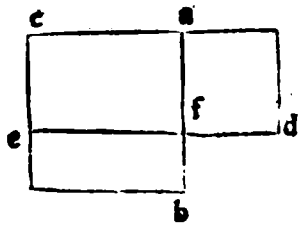
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit quidem data recta linea a b. datum vero rectilineum cui expedit ad a b æquale parallelogrammum prętendere: c. Cui autem oportet ſimile prætēdere: d. oportet iam circum a b rectam lineam ipſi c rectilineo æquum parallelogrammū prætēdere excedēs ſpecie parallelogrammum ſimile ipſi d. Secetur per 10 primi/ ab biſariam in e. & deſcribatur per 16 ſexti/ex e b: ipſi d ſimile ſimiliterq; poſitū pātallelogrammū b f. & ambobus quidem b f, c, æquale/ipſi autem d ſimile ſimiliterq; poſitū: idem conſtituatur g h. Simile igitur eſt g h ipſi b f. Similis autē rationis eſto k h ipſi f l, & k g ipſi f e. Et quoniā maius eſt





g h ipſo f b:maius igitur eſt & quidē k h ipſo f l,& k g ipſo f e. Extē-datur f l & f e.& ipſi quidē k h:æqualis eſto f l m.ipſi autē k g:æqualis eſto f e n. Cōpleaturq; m n.Igitur m n:ipſi g h æquū eſt & ſimile. ſed g h ipſi e l eſt ſimile.Igitur per 26 ſexti/m n ipſi e l eſt ſimile. circū igitur eundē diametrū conſiſtūt e l & m n.Excitetur eorū dimetiēs f x:& deſcribatur figura.quoniā æquū eſt g h ipſis e l,c,ſed g h ipſi m n eſt æqualis & m n igitur ipſis e l,c,eſt æquale.Cōmune auferatur e l.reliquus igitur y q z gnomon:ipſi c eſt æqualis.Et quoniā a e ipſi e b eſt æqualis:æquū eſt per 36 primi & a n ipſi n b hoc eſt per 43 primi/toti l o. cōmune apponatur e x.totū igitur a x:æquū eſt ipſi y q z gnomoni. Sed y q z gnomon æqualis eſt ipſi c.Igitur a x:ipſi c eſt æquale. Ad datā igitur rectā lineam a b dato rectilineo c æquale parallelogrammū comparatum eſt a x:excedens ſpecie parallelogrammū p o ſimile exiſtens ipſi d. Igitur d ſimile eſt ipſi b f:& b f ipſi p o eſt ſimile, circum enim eundem dimetiē tem conſiſtunt.quod feciſſe oportuit.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 29

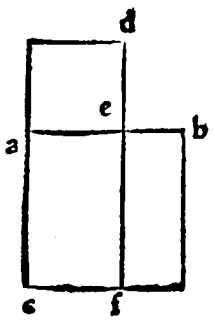


QVamlibet lineam propoſitam:ſecundū proportionem habentem medium duoq; extrema ſecare. 29

¶CAMPANVS. ¶Sit ꝓpoſita linea a b:quā volo diuidere ſecundū proportionē habentē medium & duo extrema. Ex ipſa deſcribo quadratū b c.& ad eius latus a c adiungo ſecundū quod.docet præmiſſa/ parallelogrammū c d æquale quadrato b c: quod addat ad cōplemētum lineæ a c parallelogrāmū a d,quod ſit ſimile b c.ſitq; latus parallelogrāmi c d,quod æquidiſtat a c:d e.& ſecet lineā a b in pūcto f. Dico lineā a b eſſe diuiſam in puncto f:ſicut proponitur.Eſt enī a d quadratū:propter id q; eſt ſimile b c.quare a f eſt æquale f d.ſed & f e eſt æqualis a b:propter id q; eſt ęqualis a c per 34 primi. & quia c d æquale b c:dempto ab vtroq; c f,erit a d æquale e b.& āgulus f vnius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera ſunt mutekeſia.ergo e f ad f d:ſicu a f ad f b.& quia e f eſt æqualis a b:& f d,a f:erit a b ad a f ſicut a f ad f b. ergo per diffinitionē eſt diuiſa vt proponitur. ¶Idē etiā poteſt demōſtrari ex 11 ſecūdi.Diuidatur enī a b in pūcto f:ſecundū quod docet 11 ſecūdi,ſitq; e b qđ cōtinetur ſub tota a b & eius pte f b:ita q; f e ſit æq̄lis a b & a d ſit q̄dratū a f.eſt itaq; per p̄dictā 11 ſecūdi e b:æquale a d. Qđ reſtat arguere vt prius p 13 huius:vel ſic.cū a b ſit diuiſa in pūcto f ſecūdū quod docet 11 ſecūdi:qđ fit ex a b prima in f b tertiā eſt æquale quadrato a f ſecūdæ.ergo per ſecundā partē 16 huius proportio a b primæ ad a f ſecūdā: eſt ſicut a f ſecūdę ad f b tertiā.per diffinitionē itaq; diuiſa eſt a b vt proponitur.

Euclí.ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 30.

¶Datam rectam lineam terminatam:per extremā ac mediam rationem diſpeſcere. 30



¶THEON ex Zāb. ¶Sit data recta línea terminata a b.oportet iā ipſā a b rectā lineā:per extremā & mediā rationē diſpeſcere.Deſcribatur inq̄ per 46 primi ex a b:quadratū b c.Cōpareturq; per 29 ſexti:ad a c ipſi b c æquū parallelogrāmū c d excedēs ſpecie ipſum a d ſimile ipſi b c.Quadratū autē eſt b c.quadratū igitur eſt & a d.& quoniā æquū eſt b c ipſi c d:cōmune auferatur c e.reliquū igitur b f:reliquo ad eſt æquale.eſt autē & æquiangulū.Igitur per diffinitionē ſecundā tertij & per 14. ſexti/ipſorum b f & d a reciproca ſunt latera:quæ circū æquales angulos. Eſt igitur ſicut f e ad e d:ſic a e ad e b.Aequalis autē eſt f e ipſi a c hoc eſt ipſi a b. Ipſa autē e d ipſi a e. Eſt igitur ſicut b a ad a e: ſic a e ad e b.maior autē eſt per 34 primi/a b ipſa a e.maior igitur eſt & a e ipſa e b.Igitur a b recta línea per extremā & mediā rationem ſecatur in e.at maius ſegmentum ipſius eſt a e.quod feciſſe oportuit.

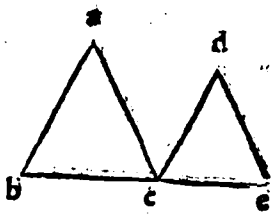
¶ALITER. ¶Sit data recta línea a b.oportet iam ipſam a b: per extremam & mediam rationem ſecare,ſecetur enim a b in c per 11 ſecundi:vt

quod ſub a a b & b c æquũ ſit ei qđ ex c a quadrato. Quoniã igitur quod ſub a b & b c æquũ eſt ei quod ex c a: eſt igitur per 17 huius ſicut b a ad a c ſic a c ad c b. Igitur a b: per mediam & extremam diuiditur rationem in c. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

30 SI fuerint duo anguli ſuper vnum angulum conſtituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidiſtẽt, fuerintq; illa quatuor latera ſecundũ æquidiſtantiam relata, proportionalia: illos duos triangulos ſuper vnam lineam rectam conſtitutos eſſe neceſſe eſt.

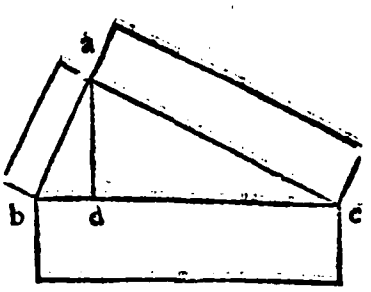
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo anguli a b c, d c e conſtituti ſuper angulum a c d. ſitq; a c æquidiſtans d e. & d c a b. & ſit proportio a c ad d e: ſicut a b ad d c. dico q; duæ baſes eorũ b c & c e: ſunt linea vna. Eſt enĩ angulus a æqualis angulo d: quia vterq; eorum eſt æqualis angulo a c d per primam partẽ 29 primi. igitur per præſentem hypotheſin & 6 huius: ipſi trianguli ſunt æquiãguli. & angulus b, eſt æqualis angulo d c e: & ãgulus a c b ãgulo e. quare per 32 primi tres anguli qui ſũt ad c: ſunt æquales duobus rectis. ipſi enĩ æquãtur tribus ãgulis vtriuſlibet duobus triangulorum. ergo per 14. primi b c eſt linea vna quod eſt propoſitũ.



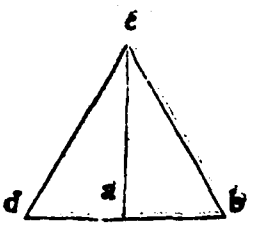
Eucli. ex Camp. Propoſitio. 31

31 IN omni triãgulo rectãgulo ſuperficies lateris quod ſubtenditur angulo recto: æqualis eſt ſuperficiebus duorum laterum angulum rectum continentiũ pariter acceptis, cũ fuerint ſimiles ei in lineatione & creatione.

¶ CAMPANVS. ¶ Quod proponit penultima primi de ſuperficiebus quadratis: proponit hic penultima ſexti de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. vnde hæc eſt illa tanto vniuerſalior: quanto ſuperficies latera ta quadrato. ¶ Sit itaq; triangulus rectangulus a b c: cuius angulus a ſit rectus. Dico q; ſuperficies conſtituta ſuper latus b c: eſt æqualis duabus ſuperficiebus cõſtitutis ſuper a b & a c, cũ omnes tres ſuperficies fuerint ſimiles in figura & ſitu. Ducam perpẽdicularem a d: ad lineam b c. eritq; per ſecundam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a: ſicut c a ad d c. & c b ad b a: ſicut b a ad d b. Si itaq; ſuper quãlibet trium linearum b c, c a & a b fiat ſuperficies ſimilis alijs in figura & ſitu: erit per correlarium 17 huius proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad cõſtitutam ſuper c a ſecundam, ſicut b c primæ ad d c tertiam. & item eiuſdem ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper a b ſecũdam: ſicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuerſam proportionalitatem ſuperficiei a c ad ſuperficiem c b: ſicut c d ad c b. & ſimiliter ſuperficiei a b ad ſuperficiem b c: ſicut b d ad ſuperficiem b c. & ponatur a c prima & c b ſecunda & quarta, & c d ſuperficies tertia, & a b ſuperficies quinta. & b d ſuperficies ſexta. & arguatur per 24 quinti q; proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c ad duas ſuperficies cõſtitutas ſuper c a & a b ſimul: eſt ſicut b c ad c d & d b ſimul. quia igitur b c eſt æqualis duabus lineis c d & d b ſimul ſumptis: erit ſuperficies cõſtituta ſuper b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper c a & a b ſimul ſumptis: quod eſt propoſitum.



¶ CAMPANI additio. ¶ Conuerſam quoq; huius poſſumus facile demonſtrare per modum demonſtrationis vltimæ primi. ſit enĩ triangulus a b c. ſitq; ſuperficies conſtituta b c æqualis duabus ſuperficiebus cõſtitutis ſuper duas lineas a b & a c ſibi ſimilibus. Dico q; ãgulus a eſt rectus. ponã enim angulũ c a d rectum & lineam a d æqualẽ a b. & claudo ſuperficiẽ ducta linea d c. eritq; per hanc 31 ſuperficies cõſtituta ſuper

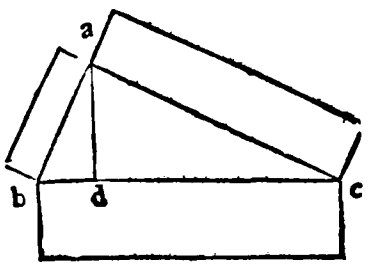


c d æqualis duabus conſtitutis ſuper duas lineas c a & a d ſibi ſimilib⁹. quare etiam conſtitutæ ſuper b c ſibi ſimili. hæc enim poſita eſt æqualis duabus conſtitutis ſuper a b & a c ſibi ſimilibus. erit ergo linea b c æqualis c d. quare per 8 primi angulus a eſt rectus. Quod eſt propoſitum.

¶ Sequẽtes duæ ex Zamberto propoſitiones: duabus præcedẽtibus ex Cãpano ꝓpoſtero ordine reſpõdent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 31.

¶ In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies: æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum compræhendentibus lateribus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. 31

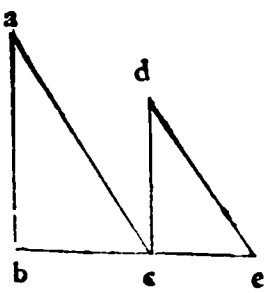


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c: rectum habens angulum qui ſub b a c. Dico ꝙ quæ ex b c ſpecies: æqualis eſt eis quæ ex b a & a c ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. Excitetur per 12 primi: perpendicularis a d. Quoniã igitur in triangulo rectangulo a b c, ab a recto ãgulo in b c baſin perpendicularis acta eſt a d: triangula a b d & a d c quæ ad perpendicularem/ſimilia ſunt tota a b c & ſibi inuicẽ per 8 ſexti. quoniam ſimile eſt a b c ipſi a b d: eſt igitur ſicut c b ad b a ſic a b ad b d. At quoniã tres rectæ lineæ proportionales ſunt: eſt igitur per correlarium ſecundum 20 ſexti ſicut prima ad tertiam ſic quæ a prima ſpecies ad eam quæ a ſecunda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Sicut igitut c b ad b d: ſic ſpecies quæ ex c b ad eam quæ ex b a ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Id propterea & ſicut b c ad c d: ſic ſpecies quæ ex b c ad eam quæ ex c a. Quare ſicut b c ad b d & d c: ſic quæ ſub b c ſpecies ad eas quę ex b a & a c ſimiles ſimiliterq; deſcriptæ ſunt. Aequalis autem eſt b c ipſis b d & d c. æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex b c eisquæ ex b a & a c ſunt ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. In rectãgulis igitut triangulis/quæ ab rectum angulũ ſubtẽdente ſpecies: æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum compræhẽdentibus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcríptis. quod demonſtraſſe oportuit.

¶ ALITER. ¶ Quoniam per correlariũ primũ 20 ſexti/ſimiles figuræ in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterũ: igitur quæ ex b c eſt ſpecies ad eam quæ ex b a duplam rationem habet q̃ c b ad b a. habet autẽ & quod ex b c quadratum ad id quod ex b a quadratum duplam rationẽ q̃ c b ad b a. & ſicut igitur quæ ex c b ſpecies ad eam quæ ex b a ſpeciem: ſic quadratum qđ ex c b ad quadratum quod ex b a. Id propterea & ſicut ſpecies quæ ex b c ad ſpeciem quæ ex c a: ſic quadratum qđ ex b c ad quadratum quod ex c a. Quare & ſicut ſpecies quæ ex b c ad ſpecies quæ ex b a & a c: ſic quadratum quod ex b c, ad quadrata quæ ex b a & a c. Quadratum autem quod ex b c: æquum eſt eis quæ ex b a & a c quadratis per 47 primi. æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex b c: eis quæ ex b a & a c ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

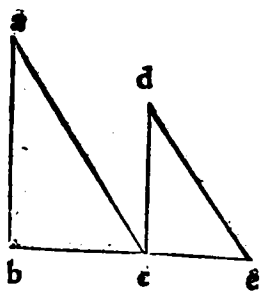
Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 32.

¶ Si duo triangula componantur ad vnum angulũ duo latera duobus lateribus proportionalia habentia/vt ſint eiuſdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. 32



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triangula a b c & d c e: duo latẽ rat b a & a c, duobus latetibus d c & d e proportionalia habentia / ſicut quidem a b ad a c, ſic d c ad d e. patallelum autem a b ipſi d c: & a c ipſi d e. Dico ꝙ in rectam lineam eſt b c ipſi c e. Quoniã enim parallelus eſt a b ipſi d e, & in eas incidit recta linea a c: anguli igitur per 29 primi/ vtrobiq; qui ſub b a c & a c d, ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea & angulus c d e: angulo a c d eſt æqualis. Quare angulus b a c: angulo c d e

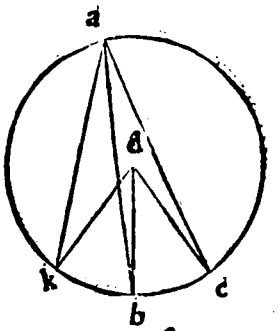
est æqualis.& quoniam duo triangula sunt a b c & d c e, vnum angulũ qui ad a vni angulo qui ad d æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia sicut quidem b a ad a c sic c d ad d e: æquiangulum igitur est per sextam sexti triangulum a b c triangulo d c e. Aequalis igitur est angulus a b c: angulo d c e. patuit autem q̃ angulus a c d: æquus est per 29 primi angulo b a c. Totus igitur angulus a c e duobus a b c & b a c est æqualis. Communis apponatur angulus a c b. Igitur anguli a c e & a c b: eis qui sũt sub c a b, a c b, & c b a sunt aquales. Sed anguli b a c, c b a & a c b per 32 primi duobus rectis sunt æquales. & anguli igitur a c e & a c b: duobus rectis sunt æquales. Ad aliquã autem rectam lineam a c ad signumq; in ea c, duę: rectæ lineæ b c & c e non ad easdem partes ductæ: æquos vtrobiq; sub a c e & a c b duobus rectis æquales efficiunt angulos. per 14 primi in rectam lineam igitur est b c ipsi c e. Si bina igitur triangula componantur ad vnum angulum/ duo latera duobus lateribus proportionalia habentia/ vt eorũ similis rationis & parallela sint latera: reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonstrasse oportuit.

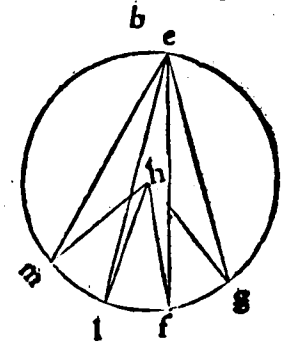


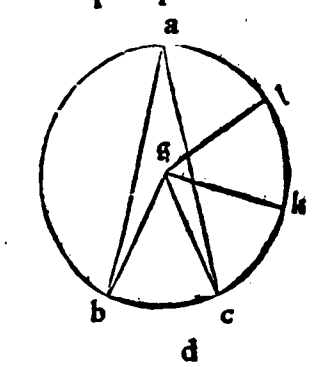
Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 SI in circulis æqualibus supra cẽtrum siue supra circunferentiam anguli consistant: erit angulorũ proportio tanq̃ proportio arcuum illos angulos suscipientium.

CAMPANVS. Sint circuli/ a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: æquales. super quorum centra fiant duo anguli b d c & f h g: & super eorum circunferentias alij duo qui sint b a c & f e g. dico q̃ proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̃ eorum qui super circunferentias: est sicut arcus b c ad arcum f g. Cõtinuabo enĩ illis duobus arcubus alios arcus æquales: siue secundũ eundẽ numerũ siue secundũ diuersos. sitq; arcus k b: æqualis b c. & vterq; duorum arcuum l m & f l: æqualis f g. & producam lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. eruntq; per 26 tertij/ anguli qui sunt ad d: adinuicem æquales. similiter quoq; & qui sunt ad h: adinuicem æquales. Idem: etiam de ijs qui sũt ad a & de ijs qui sunt ad e. sicut igitur arcus k c est multiplex arcus b c: ita angulus k d c anguli b d c, & angulus k a c anguli b a c. similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g: ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g. sed si arcus k c est æqualis arcui m g: angulus k d c est æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g. & si maior: maiores. & si minor: minores per 26 tertij. per diffinitionem itaq; incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcum f g: est sicut anguli b d c ad angulum f h g, & sicut anguli b a c ad angulum f e g. quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo.



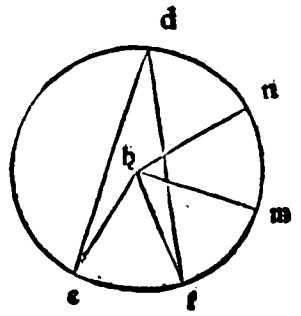


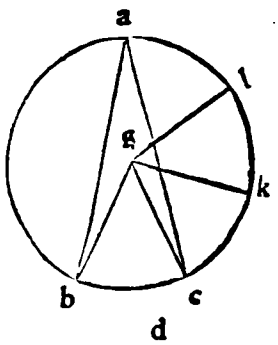


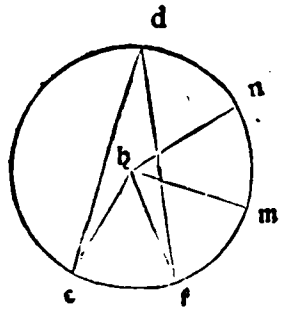
Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 33.

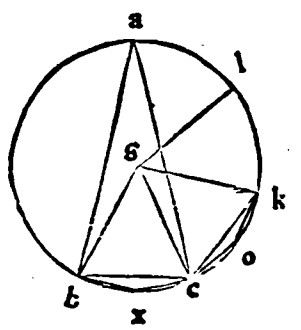
33 IN æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus deducuntur: & si ad centra/ & si ad circunferentias fuerint deducti. tum etiam sectores ad centra constituti.

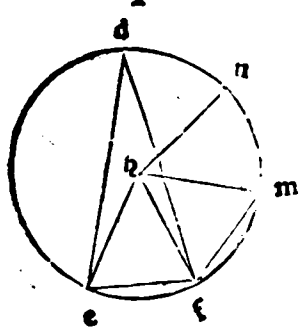
THEON ex Zãb. Sint æquales circuli a b c & d e f. ad eorũq; centra g, h, anguli sint b g c & e h f: ad eorũ circũferẽtias vero/ãguli qui sub b a c & e d f. Dico q̃ est sicut circũferẽtia b c ad circunferẽtiã e f: sic est angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulũ e d f, & insuper g b c sector ad h e f sectorem. Ponatur per 28 tertij/ ipsi quidem b c circunferentię/ æquales quotcunq; ordine hoc est c k & k l: ipsi autem e f, quotcunq; æquales circunferentiæ f m & m n. Connectanturq; g k, g l: h m & h n. Quoniam igitur æquales sunt b c, c k & k l circunferentiæ ad-











inuicē:æquales per 27 tertij/quoꝝ ſunt anguli b g c,c g k & k g l. Quotuplex igitur eſt b l circunferentia ipſius b c circunferentiæ: totuplex eſt & angulus b g l ipſius anguli b g c. Id propterea iã & quotuplex eſt n e circunferentia ipſius e f circunferentiæ: totuplex eſt & angulus n h e ipſius e h f. Si igitur æqualis eſt circunferentia b l ipſi circunferentiæ e n: æqualis eſt & angulus b g l angulo e h n. & ſi maior eſt b l circunferẽtia ipſa n e circunferentia: maior eſt & angulus b g l angulo n h e. & ſi minor: minor. Quatuor iã exiſtentibus magnitudinibus/duabus inquã circunferentijs b c & e f, biniſq; angulis hoc eſt b g c & e h f: ſuſcipiuntur quidem ipſius b c circunferentiæ atq; ipſius anguli b g c æque multiplices hoc eſt b l circunferentia & angulus b g l. ipſius autem e f circunferẽtiæ & anguli e h f: circunferentia e n & angulus e h n. Oſtenſum autẽ eſt q; ſi circunferentia b l excedit circunferentiã e n: angulus quoq; b g l excedit angulũ e h n. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Eſt igitur p 6 diffinitionẽ quinti/ſicut b c circunferentia ad e f circũferẽtiã: ſic angulus b g c ad angulũ e h f. Sed ſicut angulus b g c ad angulũ e h f: ſic angulus b a c ad angulũ e d f. duplus inquã eſt per 20 tertij: alter alterius. Et ſicut igitur b c circunferentia ad e f circũferentiã: ſic angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulũ e d f. In æqualibus igitur circulis anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs: & ſi ad centra & ſi ad circunferentias deducti fuerint. quod demonſtraſſe oportuit.

¶Dico etiã q; & ſicut b c circũferentia ad e f circunferentiã: ſic g b c ſector ad h e f ſectorẽ. Cõnectantur inquã b c & c k. & aſſumptis ſuper b c et c k circũferentijs x, o, ſignis: cõnectantur b x, x c, c o & o k. Et quoniã per 15 diffinitionẽ primi/duæ b g & g c duabus c g & g k ſunt æquales: æqualeſq; angulos cõpræhendunt/& baſis b c ipſi c k eſt æqualis: triãgulum igitur g b c per 4. primi/ triãgulo g c k eſt æquale. Et quoniã æqualis eſt b c circunferentia ipſi c k circũferẽtiæ: & reliqua igitur quæ in toto circulo a b c circũferentia reliquæ quæ in eodẽ toto a b c circulo circũferẽtiæ. Quare & ãgulus b x c: ipſi c o k eſt æqualis. Simile igitur per 10 diffinitionẽ tertij eſt b x c ſegmentum: ipſi c o k eſt ſegmento. & in æqualibus ſũt rectis lineis b c & k c. Quæ autem ſuper æqualibus rectis lineis ſimilia circulorũ ſegmẽta cõſiſtunt: ea adinuicẽ ſunt æqualia per 24. tertij. ſegmẽtũ igitur b x c: ipſi c o k ſegmẽto eſt æquale. eſt autẽ & triãgulũ g b c: triangulo g c k æq̃le. Totus igitur ſector g b c: toti g c k ſectori eſt æqualis. Id propterea & g k l ſector: vtriq; ipſorũ g b c & g c k eſt æqualis. Tres igitur ſectores g b c, g c k & g k l: ſibi inuicẽ ſũt æquales. Id propterea & h e f, h f m & h m n ſectores: ſibi inuicẽ ſũt æq̃les. Quotuplex igitur eſt b l circũferẽtia ipſius b c circũferẽtiæ: totuplex eſt & l g b ſector ipſius g b c ſectoris. Id propterea & quotuplex eſt n e circũferẽtia ipſius e f circũferentiæ: totuplex eſt & h e n ſector ipſius h e f ſectoris. Si igitur æqualis eſt b l circũferẽtia ipſi e n circũferẽtiæ: æqualis eſt & b g l ſector ipſi e h n ſectori. Et ſi excedit b l circũferẽtia ipſã e n circũferẽtiã: excedit quoq; & b g l ſector ipſũ h e n ſectorẽ. & ſi deficit: deficit. Quatuor autẽ exiſtentibus magnitudinibus/duabus inquã b c & e f circũferẽtijs/duobuſq; g b c & e h f ſectoribus: ſuſcipiũtur æque multiplices ipſius quidẽ b c circũferẽtiæ & ipſius g b c ſectoris, hoc eſt b l circũferentia & g b l ſector. ipſius autẽ e f circũferentiæ & ipſius h e f ſectoris: circunferẽtia nẽpe e n & ſector h e n. Et oſtenſum eſt q; ſi circunferentia b l excedit ipſam circunferentiã e n: excedit quoq; et b g l ſector ipſum e h n ſectorem. & ſi æq̃lis: æqualis & ſi deficit deficit. Eſt igitur per cõuerſionẽ primæ diffinitionis ſexti/ſicut circũferẽtia b c ad e f: ſic g b c ſector ad h e f ſectorem.

¶COROLARIVM. ¶Et manifeſtum eſt q; ſicut ſector ad ſectorem: ſic angulus ad angulum.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
ſexti libri Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorũq; facile principis: primum ex Cãpano, deinde ex Theone Græco commẽtatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto, Arithmetica elementa.

Liber ſeptimus.

¶Ex Campano triplex principiorum genus.

Primum. Diffinitiones.

1 Nitas: eſt qua vnaquęq; res vna dicitur.

2 ¶Numerus: eſt multitudo ex vnitatibus compoſita.

3 ¶Naturalis ſeries numerorum: dicitur in qua ſecũdum vnitatis additionẽ fit ipſorum computatio.

4 ¶Differentia numerorum: appellatur numerus quo maior abundat a minore.

5 ¶Numerus primus dicitur: qui ſola vnitate metitur.

6 ¶Numerus cõpoſitus dicitur quẽ alius numerus metitur.

7 ¶Numeri contra ſe primi dicuntur: qui nullo numero excepta ſola vnitate numerantur.

8 ¶Numeri adinuicem compoſiti ſiue communicantes dicũtur: quos alius numerus q̃ vnitas metitur, nulluſq; eorũ eſt ad alium primus.

9 ¶Numerus per aliũ multiplicari dicitur: qui toties ſibi coaceruatur, quoties in multiplicante eſt vnitas.

10 ¶Productus vero dicitur: qui ex eorũ multiplicatiõe creſcit.

11 ¶Numerus alium numerare dicitur: qui ſecũdum aliquem multiplicatus illum producit.

12 ¶Pars: eſt numerus numeri minor maioris, cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur: numerantis multiplex appellatur.

13 ¶Denominans: eſt numerus ſecundum quem pars ſumitur in ſuo toto.

14 ¶Similes dicũtur partes: quæ ab eodẽ numero denoiantur.

15 ¶Prima ſimpla numeri pars: eſt vnitas.

16 ¶Quando duo numeri partem habuerint communem: tot partes maioris dicetur eſſe minor, quoties eadem pars fuerit in minore. totæ vero: quoties ipſa fuerit in maiore.

17 ¶Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidẽ ad maiorem: in eo q̃ eſt maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem: ſecundum q̃ eum continet & eius partẽ vel partes.

18 ¶Cum fuerint quotlibet numeri continue proportionales: dicetur proportio primi ad tertiũ ſicut primi ad ſecũdũ

duplicata.ad quartum vero:triplicata.

¶Cum continuatæ fuerint eædem vel diuerſæ proportiones:dicetur proportio primi ad vltimum/ex omnibus cõpoſita. 19

¶Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem:pars/ vel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorẽ:totum/ vel totum & pars vel partes/prout maior ſuperfluit. 20

¶Similes ſiue vna alij eadẽ dicuntur proportiones:quę eandem denominationem recipiunt. Maior vero:quæ maiorem. Minor autem:quæ minorem. 21

¶Numeri vero quorum proportio vna:proportionales appellantur. 22

¶Termini ſiue radices dicuntur:quibus in eadem proportione minores ſumi impoſſibile eſt. 23

¶Petitiones.

¶Cuilibet numero:quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet/vel multiplices. 1

¶Quolibet numero:aliquem quantũlibet ſumere poſſe maiorem. 2

¶Seriem numerorum:in infinitum poſſe procedere. 3

¶Nullum numerum in infinitum poſſe diminui. 4

¶Communes animi conceptiones.

¶Omnis pars:minor eſt ſuo toto. 1

¶Quicunq; eiuſdem ſiue æqualium fuerint æque multiplices:ipſi quoq; erunt æquales. 2

¶Quibus idem numerus æquæ multiplex fuerit/ſiue quorum æque multiplices fuerint æquales:& ipſi etiam erunt æquales. 3

¶Omnis numeri pars eſt vnitas:ab ipſo denominata. 4

¶Omnis pars eſt minor:quæ maiorem habet denominationem.maior vero:quæ minorem. 5

¶Quilibet numerus totus eſt ab vnitate:quota pars ipſius eſt vnitas. 6

¶Quicunq; numerus in vnitatem ducitur:ſeipſum producit. Vnitas quoq; in quẽcunq; ducta:producit eundem. 7

¶Quicunq; numerus numerat duos:numerat quoq; compoſitum ex illis. 8

¶Quicunq; numerus numerat aliquem: numerat omnem numeratum ab illo. 9

¶Quicunq; numerus numerat totum & detractum:numerat reſiduum. 10

¶EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHIlosophi. Mathematicorumq; facile principis: ex Theone Græco commẽtatore, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Arithmetica elementa. Liber septimus.

¶Euclidis ex Zamb. Diffinitiones.

1 Nitas: est qua vnumquodq; existens vnum dicitur.

2 ¶Numerus autem: ex vnitatibus composita multitudo.

3 ¶Pars: est numerus numeri minor maioris/ quando dimetitur maiorem.

4 ¶Partes autem: quando non metitur.

5 ¶Multiplex vero: maior minore/ quãdo eũ metitur minor.

6 ¶Par numerus: est qui bifariam diuiditur.

7 ¶Impar vero: qui bifariã non diuiditur/ vel qui vnitate differt a pari.

8 ¶Pariter par numerus: est quẽ par numerus metitur per numerum parem.

9 ¶Pariter autem impar: est quem par numerus metitur per imparem numerum.

10 ¶Impariter vero par: est quem impar numerus dimetitur per numerum parem.

11 ¶Impariter vero impar numerus est/ quem impar numerus metitur per imparem numerum.

12 ¶Primus numerus: est quem vnitas sola metitur.

13 ¶Primi adinuicem sũt numeri: quos vnitas sola dimetitur communi mensura.

14 ¶Compositus numerus: est quẽ numerus aliquis metitur.

15 ¶Compositi autem adinuicẽ numeri: sunt quos numerus aliquis communi dimensione metitur.

16 ¶Numerus numerum multiplicare dicitur: quando quotæ sunt in ipso vnitates toties cõponitur multiplicatus/ & gignitur aliquis.

17 ¶Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes/ aliquem fecerint: factus/ planus appellatur. Latera vero illius: multiplicantes sese inuicem numeri.

18 ¶Quando vero tres numeri sese multiplicantes adinuicem fecerint aliquem: factus solidus appellatur. latera vero illius: multiplicantes sese inuicem numeri.

19 ¶Quadratus numerus: est qui æque æqualis/ vel qui sub duobus æqualibus numeris continetur.

20 ¶Cubus vero: qui æque æqualis æque. vel qui sub tribus æqualibus numeris continetur.

21 ¶Numeri proportionales: sunt quando primus secundi/ & tertius quarti æque fuerit multiplex/ vel eadem pars vel

eædem partes.

¶Similes plani et ſolidi numeri: ſunt qui proportionalia habent latera.

¶Perfectus numerus: eſt qui ſuiipſius partibus eſt ęqualis.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

SI a maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo ſuperſit/ ac deinde de minore ipſum reliquum donec minus eo relinquatur/ itemq; a reliquo primo reliquũ ſecundum quouſq; minus eo ſuperſit/ atq; in huiuſcemodi cõtinua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictũ numeret vſq; ad vnitatem: eos duos numeros contra ſe primos eſſe neceſſe eſt. 1

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri/ a b & c d: c d, minor, detrahatq; c d ex a b quoties poteſt: & ſit reſiduum e b. qui erit minor c d: alioqui poſſet ex ipſo adhuc detrahi c d. detrahatur & ipſe e b ex c d, quoties poteſt: ſitq; reſiduũ f d. ſed & f d detrahatur ex e b, quoties poteſt: & ſit reſiduum g b, quod ſit vnitas. dico tũc numeros a b & c d: eſſe contra ſe primos. Si enim ſunt compoſiti: numerabit eos cõmuniter per diffinitionẽ aliquis numerus prẽter vnitatem/ qui ſit h. & quia h numerat c d: numerabit a e per penultimam conceptionem. & quia idem numerat a b: numerabit etiam e b per vltimam cõceptionem. ergo & c f per penultimã. quare & f d per vltimam. ergo & g e per penultimã. ergo & g b per vltimam. & quia g b eſt vnitas: ſequitur numerum eſſe partem vnitatis vel ſibi æqualem. quod eſt impoſſibile. Erũt igitur a b & c d: contra ſe primi. quod eſt propoſitum.

a . . . . . e . . . g . b

c . . . . f . . . d

h . .

¶CAMPANI additio. ¶Q; ſi duo numeri a b & c d ſint cõtra ſe primi: non erit in hac mutua detractione ſtatus anteq; ad vnitatem perueniatur. Et eſt iſtud conuerſum eius qđ author proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit ſtatus anteq; perueniatur ad vnitatẽ: ſit vt g b ſit numerus qui detrahatur ab f d. & nichil ſit reſiduum. igitur g b numerat f d ergo per penultimã conceptionẽ: numerat & e g. & quia etiam numerat ſeipſum: numerabit per antepenultimã conceptionem totum e b. ergo per penultimã numerat c f. Sed oſtẽſum eſt prius q; numerat f d. ergo per antepenultimã numerat totum c d. quare per penultimam numerat a e. & quia oſtenſum eſt prius q; etiam numerat e b: ſequitur per antepenultimam vt etiam numeret a b. quia igitur numerus g b numerat vtrumq; duorum a b & c d: numeri a b & c d ſunt compoſiti, nõ igitur contra ſe primi. quod eſt contra hypotheſin. ¶Per hãc ergo viam/ propoſitis quibuſq; duobus numeris: inueſtigamus vtrum ipſi ſint contra ſe primi. ſi enim tali facta mutua detractione perueniatur ad vnitatẽ: ipſi ſunt contra ſe primi. Si autem ſit ſtatus anteq; perueniatur ad vnitatem: ipſi ſunt compoſiti.

a . . . . . e . . . g . b

c . . . . f . . . d

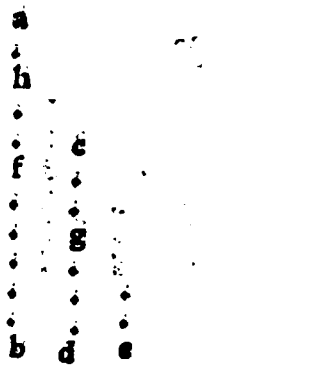
a
.
h
.
.
f
.
.
.
.
.
.
.
b d e

Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

¶Si duobus numeris inæqualibus expoſitis/ ſublato ſemper minore a maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad aſſumpta fuerit vnitas: qui a principio numeri/ primi adinuicem erunt. 1

¶THEON ex Zamberto. ¶Duobus namq; inæqualibus numeris propoſitis a & c d, ſublato ſemper minore a maiore: reliquus minime metiatur præcedẽtem quoad ſumpta fuerit vnitas. Dico q; ipſi a b & c d, primi adinuicem ſunt: hoc eſt q; ipſos a b & c d vnitas ſola dimetitur. Si autẽ a b & c d non ſunt primi adinuicem: eos aliquis numerus metie-

tur: metiatur: estoq; e. & c d ipsum b f metiens: relinquat eo minorem f a. at a f ipsum d g metiens: relinquat eo minorem g c. & g c ipsum f h metiens: relinquat vnitatem h a. Quoniam igitur e ipsum d c metitur/& c d ipsum b f metitur: igitur & e ipsum b f metitur. metitur autem & totum b a. & reliquum igitur a f metietur. At a f ipsum d g metitur. & e igitur ipsum d g metietur. metitur autem & totum d c. & reliquum igitur c g metietur. At c g ipsum f h metitur. & e igitur ipsum f h metietur. metitur autē & totum f a. & reliquam igitur a h metietur vnitatem: numerus existēs. quod est impossibile. Igitur ipsos a b & c d: nullus numerus metietur. Igitur a b & c d: primi adinuicem sunt: quod dēmonstrare oportebat.

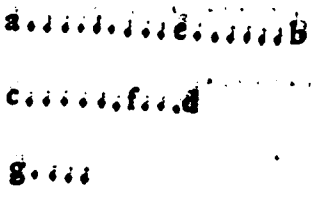


Eucli. ex Camp. Propositio 2.

1 PRopositis duobus numeris adinuicem compositis: maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

¶ COROLARIVM. ¶ Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerās: numerat numerum maximum ambos numerantem.

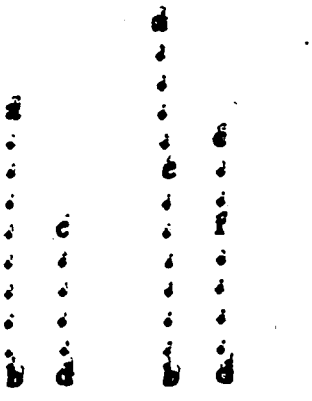
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri compositi a b & c d. minor: c d. quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem: volo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secūdum modum & similitudinem prioris: minuo minorē de maiori/quoad possum. videlicet c d de a b. & sit residuū e b. itēq; e b de c d quoad possum: & sit residuum f d. & quia huius diminutio non potest fieri infinities per vltimam petitionem/nec potest etiam ad vnitatē peruenire in proposito per præcedentem/ quia tunc essent numeri propositi contra se primi/ quod est contra hypothesin: sit vt cū detraxero f d ex e b quoad potero/q; nichil sit residuum. dico tunc f d esse maximū numerū numerantē a b & c d. Q2 enim numeret eos: patet per penultimam & antepenultimā conceptionē/alternatim quoties oportuerit repetitas/ sicut in demonstratione conuersæ præcedentis. Numerat enim f d: e b. quia cū ab ipso detrahitur quoad potest: nichil fit residuū. ergo & c f per penultimā cōceptionē. ergo & c d per ātepenultimā. quare & a e per penultimā. igitur & a b per antepenultimā. Q2 autē nullus maior f d, numeret a b et c d: sic patet. Si eni fieri potest: sit numerus g maior f d, numerans vtrūq; duorū numerorū a b et c d. quia igitur g numerat c d: numerabit per penultimā conceptionem a e. et quia numerat a b: numerabit per vltimā e b. ergo per penultimā numerat c f. et quia etiam numerat c d: numerabit per vltimā f d, maior videlicet minorē. quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlariū.

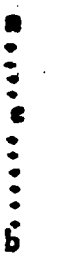


Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio. 2.

1 ¶ Duobus numeris datis non primis adinuicem: maximā eorum communem dimensionem inuenire.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint dati bini numeri non primi adinuicē: a b et c d. oportet iā ipsorum a b et c d: maximā dimēsionē inuenire. Si quidem c d ipsum a b metitur: metitur & seipsum. Igitur c d: ipsorum c d & a b communis dimensio est. & manifestum est q; maxima. nullus autem maior ipso c d: ipsum c d metietur. ¶ Si autē c d non metitur ipsum a b: ipsorum a b & c d sublato per primam septimi semper minore a maiore/sumetur numerus aliquis qui metietur præcedētē/ vnitas quidē non sumetur. Si autē nō: erunt a b & c d primi adinuicē. quod nō supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem. & c d quidem ipsum e b metiens: per primā septimi relinquat eo minorem a e. a e autem ipsum d f metiens: relinquat eo minorem c f. & c f: ipsum a e metiatur. Quoniam igitur c f ipsum a e metitur/& a e ipsum d f



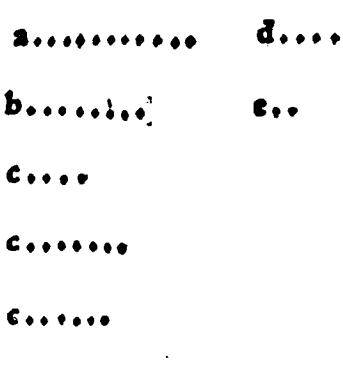


metitur: igitur c f ipſum d f metietur. metitur & ſeipſum. & totum igitur c d metietur. At c d ipſum b e metitur. & c f igitur ipſũ b e metitur. metitur autẽ & e a. igit̃ & totũ b a metiet̃. metitur & c d. igitur c f ipſos a b & c d metitur. Igitur c f ipſorum a b et c d communis dimenſio eſt. ¶Dico ꝙ et maxima. ſi c f ipſorum a b et c d non eſt maxima cõmunis mẽſura: metietur ipſos a b et c d numeros aliquis numerus maior exiſtẽs ipſo c f. metiatur: eſtoq; g. Et quoniam g ipſum c d, et c d ipſum b e metitur: & g igitur ipſum b e metitur. Metitur autẽ et totum a b. et reliquũ igitur a e metietur. at a e ipſum d f metitur. et g igitur ipſum d f metietur. metitur autem et totũ c d. et reliquũ igitur c f metietur/ maior minorem. quod eſt impoſſibile. Igitur ipſos a b et c d numeros numerus non metietur; maior exiſtens ipſo c f. Igitur c f ipſorum a b et c d maxima eſt communis menſura. quod oportebat facere.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc manifeſtũ eſt ꝙ ſi numerus binos numeros metitur: et maximã communem eorum dimenſionem metietur.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

¶Propoſitis tribus numeris adinuicem compoſitis: maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.



¶CAMPANVS. ¶Priuſq; hanc tertiam concluſionem demonſtremus: demonſtrandum arbitramur ipſius antecedens. videlicet propoſitis tribus numeris: qualiter poterimus certificare an ipſi ſint adinuicem compoſiti. ¶Sint itaq; tres numeri a, b, c: de quibus volo videre vtrũ ipſi ſint adinuicẽ cõpoſiti. per primã igitur inquiro an duo primi qui ſunt a & b ſint adinuicẽ primi. ꝙ ſi ſic: nõ erũt a, b, c, adinuicem cõpoſiti per diffinitionem. ¶Si autẽ a & b ſunt adinuicem compoſiti: ſit per præcedentem d maximus numerus eos numerans. qui ſi numerat c: erunt per diffinitionem/ a, b, c adinuicem compoſiti. Si autem non numerat ipſum/ ſed ipſi c & d quidem ſunt contra ſe primi: non erunt a, b, c adinuicem compoſiti. nam quicunq; numeraret eos: numeraret etiã d per correlarium præcedentis/ ſicq; eſſent d & c compoſiti. quod eſt contra hypotheſin. Si autem c & d ſunt compoſiti: erunt etiam a, b, c adinuicem cõpoſiti. Sit enim per præmiſſam/ e: maximus numerans c & d. qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b. quare per diffinitionẽ a, b, c, ſunt adinuicem compoſiti. Simili quoq; modo ſcietur/ propoſitis quotlibet pluribus q̃ tribus: an omnes ſint adinuicem compoſiti. ¶Propoſitis itaq; tribus qui ſunt adinuicem compoſiti/ qui etiam ſint a, b, c: volo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo ſecundum doctrinam præmiſſæ: d maximum numerantẽ a & b. qui ſi numerat c: ipſe eſt quem quærimus. alioqui per correlariũ præcedentis ſequeretur maiorẽ numerare minorẽ. Si autẽ non numerat c: erunt tamen c & d adinuicem compoſiti per hypotheſin & correlariũ præcedentis & diffinitionem. ſit igitur maximus eos numerans: e. dico e eſſe maximũ numerãtem a, b, c. Q̃z enim eos numeret: patet per hanc vltimã hypotheſin quæ eſt ipſum eſſe maximum numerantẽ c & d, et per penultimã cõceptionem. Et ꝙ nullus eo maior numeret eos: ſic patet. ſit enim ſi poteſt fieri/ f maior e: qui numeret a, b, c. qui cũ numeret a & b: numerabit per correlariũ præmiſſæ d. & quia etiã numerat c: numerabit per idẽ correlarium c, maior videlicet minorem. quod eſt impoſſibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e: numerans a, b, c. quod eſt propoſitum.

¶CAMPANI additio. ¶Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus: numerans quotlibet plures tribus adinuicem compoſitos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem eſt modus & ars in tribus & pluribus. ¶Ex vltimo autem huius demonſtrationis proceſſu: poſſumus etiam iſtud correlarium huic tertiæ concluſioni adijcere.

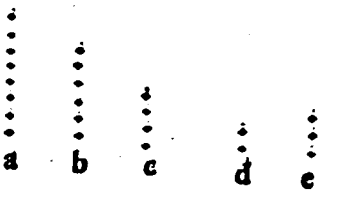
¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifeſtũ eſt ꝙ omnis numerus nume-

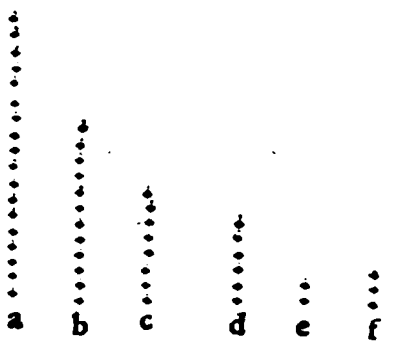
tans quotlibet adinuicem compoſitos: numerat maximum numerantẽ eos omnes. & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 3.

3 ¶ Tribus numeris datis nõ primis adinuicem: maximam eorum communem menſuram inuenire.

¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sit dati tres numeri nõ primi adinuicẽ a, b, c. oportet iam ipſorum a, b, c: maximam communẽ dimenſionem inuenire. Sumatur ipſorum a, b: maxima communis menſura d, per ſecundã ſeptimi. Iã ipſe d: ipſum c aut metitur aut nõ metitur. metiatur primũ. metietur autem & a, b. Igitur d metitur ipſos a, b, c. Igitur d: ipſorum a, b, c communis dimenſio eſt. Dico iam q̃ & maxima. Si autem d ipſorum a, b, c non eſt maxima communis menſura: metietur ipſos a, b, c, numeros aliquis numerus maior ipſo d. Metiatur: & eſto e. Quoniam e metitur ipſos a, b, c: metietur igitur & ipſos a, b. Igitur & ipſorum a, b, maximam communem menſuram metietur/ per correlarium ſecundæ ſeptimi. Ipſorum autem a, b: maxima cõmunis menſura eſt d. Igitur e ipſum d metitur/ maior minorem. quod eſt impoſſibile per conſtructionem. Ipſos igitur a, b, c, numeros: numerus aliquis non metietur maior exiſtẽs ipſo d. Igitur d: ipſorum a, b, c, maxima communis dimẽſio eſt. ¶ Non metiatur iam d ipſum c. Dico q̃ primum d & c: non ſunt primi adinuicem. Quoniam enim a, b, c, per hypotheſin non ſunt primi adinuicem: metietur eos aliquis numerus. At ipſos a, b, c, metiens/ metietur & ipſos a, b: & ipſorum a, b, maximam menſuram d, metietur per correlarium ſecundæ ſeptimi. Metitur autem & c. Ipſos igitur d, c, numeros: numerus aliquis metietur. igitur d & c: non ſunt primi adinuicem. Sumatur per 2 ſeptimi igitur ipſorum ipſorum d, c, maxima cõmunis mẽſura e. & quoniam e ipſum d metitur/ at d ipſos a, b, metitur: & e igitur ipſos a, b, metiẽ. metitur autẽ & c. Igiẽ e ipſos a, b, c, metitur. Igiẽ e ipſorũ a, b, c, cõmunis dimẽſio eſt. ¶ Dico aũt q̃ & maxima. Si aũt e ipſorũ a, b, c, nõ eſt maxima mẽſura: ipſos a, b, c, numeros metietur aliquis numerus maior exiſtens ipſo e. metiatur: & eſto f. Et quoniam f ipſos a, b, c, metitur/ & ipſos a, b, metitur: & ipſorum a, b, igitur communẽ maximam menſuram metietur per correlarium ſecundæ ſeptimi. Ipſorũ autem a, b: maxima cõmunis menſura eſt d. Igitur f ipſum d metitur: metitur autem & c. Igitur f ipſos d, c, metitur. & ipſorum d, c, maximã cõmunem menſuram metietur per idem. At ipſorum d, c, maxima cõmunis menſura eſt e. Igitur f ipſum e metitur: maior minorem. quod eſt impoſſibile. Ipſos igitur a, b, c, numeros numerus aliquis nõ metitur maior exiſtens ipſo e. Igitur e ipſorum a, b, c, maxima cõmunis dimenſio eſt. quod feciſſe oportuit.



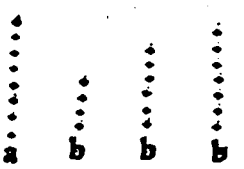


¶ COROLLARIVM. ¶ Proinde manifeſtum eſt/ q̃ ſi numerus aliquis tres numeros metitur: & maximam eorum communem dimenſionẽ metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicẽ: maxima communis dimenſio inuenietur/ & correlarium ſuccedet.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

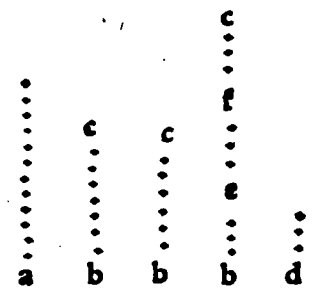
4 OMnium duorum numerorum inæqualium: minor/ maioris aut pars eſt/ aut partes.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri a & b. b: minor. dico q̃ b eſt pars vel partes a. Aut enĩ b numerat a: aut non. ſi numerat: pars eius eſt per diffinitionem. Si nõ numerat ipſum: aut ergo ſũt adinuicem primi/ aut non: ſi non ſunt adinuicem primi: habebunt per diffinitionem partem communem/ quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur eſſe b per diffinitionem. ſi autem ſint adinuicem primi: quia tamen omnis numeri pars eſt vnitas ab ipſo denominata/ patet idem per vnitates.



¶ Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 4.

¶ Omnis numerus: omnis numeri minor maioris aut pars eſt aut partes. 4



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit bini numeri a,b c: & ſit minor b c. Dico q̃ b c ipſius a aut pars eſt aut partes. Ipſi enim a, b c, aut primi adinuicem ſunt: aut non. ſint primum a,b c: primi adinuicem. Diuiſo etenim b c in eas quæ in ipſo ſunt vnitates: erit vnaquæq; vnitas earum quæ in b c, pars aliqua ipſius a. proinde partes ſunt b c ipſius a. ¶ Nõ ſint autem ipſi a,b c: primi adinuicẽ. Iam b c ipſum a aut metitur: aut non metitur. Si quidem igitur b c ipſum a metitur: pars eſt b c ipſius a. Si autem non: ſumatur per ſecundam ſeptimi ipſorum a,b c, maxima communis menſura. ſitq; d. Diuidatur b c in æquales ipſi d: hoc eſt b e, e f & f c. Quoniam d ipſum a metitur: pars eſt d ipſius a. æqualis autẽ eſt d vnicuiq; ipſorum b e, e f & f c. & vnuſquiſq; igitur ipſorum b e, e f & f c: ipſius a eſt pars. Quare partes eſt b c ipſius a. Omnis igitur numerus: omnis numeri minor maioris aut pars eſt aut partes. quod demonſtrare oportebat.

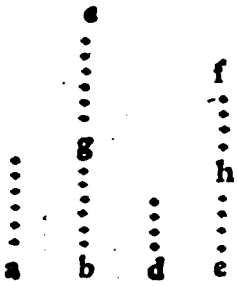
Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

SI fuerint quatuor numeri quorũ primus tota pars ſecundi quota tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tota pars ſecundi & quarti pariter acceptorum quota primus ſecundi. 5

¶ CAMPANVS. ¶ Volẽs Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentium non indigere/ ſed per ſeipſos ſtare: partem eius quod propoſuit per primã quinti de quantitatibus in genere/ proponit per hãc quintã huius ſeptimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a,b,c,d. ſitq; b tota pars a: quota d, c. dico q̃ b & d pariter accepti ſunt tota pars a & c pariter acceptorum: quota b eſt a. diuiſis enim a & c ſecundum quãtitatem b & d: argumentare ſicut in prima quinti. erit enim vt totidem ſint partes a: quot c per poſitionem. & vt aggregatum ex prima parte a & prima c: ſit æquale aggregato ex b & d. ſimiliter quoq; & aggregatũ ex ſecunda parte a & ſecunda c. & quia hæc aggregatio toties poteſt fieri quoties cõtinetur b in a: ſequitur vt numerus æqualis aggregato ex b & d toties contineatur in aggregato ex a & c quoties b cõtinetur in a. quare conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 5.

¶ Si numerus numeri pars fuerit/ & alter alterius eadem pars: & vterq; vtriuſq; eadem pars erit/ quæ vnus vnius. 5

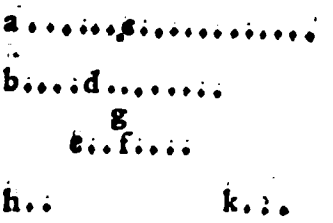


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numerus enim a, numeri b c eſto pars: & alter d alterius e f eadem pars/ quæ eſt a ipſius b c. Dico q̃ vterq; a, d, vtriuſq; b c & e f eadem pars eſt: quæ & a ipſius b c. Quoniam enim a pars eſt ipſius b c, ea demq; pars eſt d ipſius e f: quot igitur ſunt in ipſo b c numero æquales ipſi a, tot ſunt & in ipſo e f numero æquales ipſi d. Diuidatur inquam b c in æquales ipſi a, hoc eſt b g & g c: & e f in æquales ipſi d, hoc eſt e h, h f. erit iam æqualis multitudo ipſorum b g & g c: multitudini ipſorum e h & h f. Et quoniam æqualis eſt b g ipſi a, & e h ipſi d: igit̃ b g ipſi a eſt æqualis/ & b g & e h ipſis a, d. Id propterea iam & g c ipſi a eſt æqualis: & g c & f h ipſis a, d. Quot enim ſunt in ipſo b c numeri æquales ipſi a: tot ſunt & in b c & e f æquales ipſis a, d. Quotuplex igitur eſt b c ipſius a: totuplex eſt & vterq; b c & e f, vtriuſq; a, d. Quæ igitur pars eſt a ipſius b c: eadẽ pars eſt: & vterq; a, d, vtriuſq; b c & e f. quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus totæ partes ſecũdi quotæ tertius quarti: erũt primus & tertius pariter accepti totæ partes ſecũdi & quarti pariter acceptorum/quotæ primus ſecundi.

¶CAMPANVS. ¶Quod propoſuit præmiſſa de parte: proponit iſta de partibus. Sint itaq; vt prius quatuor numeri a,b,c,d: ſitq; vt b ſit tot & totæ partes a, quot & quotæ d eſt c. dico q; b & d pariter accepti erũt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ: quot & quotæ b eſt a. Dico autem tot & totas: quia partiũ pluralitas duobus numeris diffinitur/quorum alter numerator dicitur/alter denominator: vt cũ dicimus tres quatæ: ternarius numerat/quinarius denominat. Quia igitur b eſt partes a: ſit vt ſint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k. eritq; ſimiliter per poſitionem/d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b ſit e: & vna partium d, ſit f. eritq; per hypotheſin/e pars b denominata ab h: & pars a denominata a k. Similiter quoq; & f erit pars d ſecundum h: & pars c ſecundum k. Compoſitus igitur ex e & f ſit g. eritq; per præmiſſam/g pars b & d pariter acceptorum/ſecundum h. itemq; per eãdem erit pars a & c pariter acceptorum/ſecũdum k. quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ ab h & denoiatæ a k: eo q; eorũ cõis pars eſt g minoris ſecundũ h & maioris ſecũdũ k. & quia ſic erat b, a: cõſtat ꝓpoſitũ.

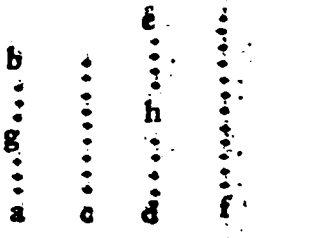


¶CAMPANI annotatio. ¶Potes autem & per hanc & præmiſſam/qđ proponit de quatuor numeris: ad quotlibet numeros ãpliare. q; ſi quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur/fuerintq; ſinguli ſingulorum tota pars aut partes/quota vel quotæ primus ſecundi: erũt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum/quota vel quotæ primus ſecundi. quod facile probatur per hanc & præmiſſam/quoties oportuerit repetitas. Et ſi crederemus eſſe intentionem Euclidis aſſumere ex prius demonſtratis aliqua ad demonſtrationem eorum quæ hic proponit: ex 13 quinti facile demonſtraſſemus hanc ſextam. Nunc autem quia videtur oppoſitum (aliter enim ſuperuacue propoſuiſſet multa de numeris: quæ demonſtrata ſunt in quinto de quantitatibus in genere) neceſſe habuimus proprijs vti demonſtrationibus tanq; ex prioribus nichil ſumentes/ſolis huius ſeptimi contẽti principijs. propter quod & petitiones & communes animi conceptiones/ ꝓpoſito ꝓprias non incõueniẽter huius ſeptimi principio appoſuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6.

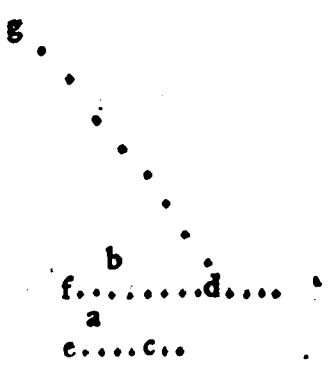
6 ¶Si numerus numeri partes fuerit/ & alter alterius eædẽ partes: & vterq; vtriuſq; eædẽ partes erũt/quæ vnus vnius.

¶THEON ex Zamb. ¶Numerus inq; a b, numeri c eſto partes: & alter d e, alterius f eædem partes, quæ a b ipſius c. Dico q; & vterq; a b et d e, vtriuſq; e, f, eædem partes ſunt: quæ a b ipſius c. Quoniam enim quales partes ſunt a b ipſius c, eædem partes ſunt & d e ipſius f: quotæ igitur partes ſunt in ipſo a b ipſius c, totæ partes & in d e ipſius f. Diuiſa datur quidem a b in partes ipſius c: hoc eſt a g & g b. necnon d e in partes ipſius f: hoc eſt d h, & h e. Erit multitudo ipſorum a g, g b ęqualis multitudini ipſorum d h, h e. & qm̃ qualis pars eſt a g ipſius c, talis pars eſt & d h ipſius f: qualis igit̃ pars eſt a g ipſiꝰ c, talis pars eſt & vterq; a g & d h vtriuſq; c, f. Id propterea et qualis pars g b ipſiꝰ c: talis ps eſt & vterq; g b & h e vtriuſq; c f. Quales igit̃ partes ſunt a b ipſius c: tales partes ſũt et vterq; a b et d e vtriuſq; c, f. qđ demõſtrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars/ detrahaturq; ab ambobus ipſa pars: erit reliquus



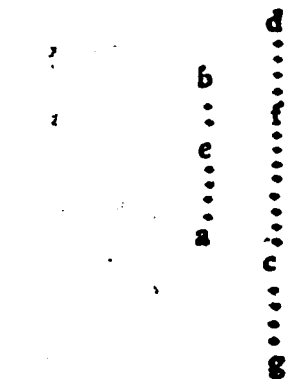
tota pars reliqui/quota totus totius.

¶CAMPANVS. ¶Quod proponit hîc Euclides de numeris: ppoſuit ſuperius in quinta quinti de q̃titatibus in genere. Sit ſta vt quota pars eſt totus a totius b: totus ſit c detractus ab a, d detracti a b. dico q̃ tota erit e reſiduus a f reſidui b: quota eſt totus a totius b. & hæc eſt quaſi cõuerſa quintæ. Sit enī per petitionē/e tota pars g: quota c eſt d. eritq̃ per 5/tota pars a compoſiti ex g & d: quota eſt c, d. quare & quota eſt a, b. igitur per ſecundam conceptionē compoſitus ex g & d eſt æqualis b. dēpto itaq̃ ab vtroq̃ numero/d: erit g æqualis f. quare erit e tota pars f: quota eſt a, b. tota enim erat e, g. quod eſt propoſitum.

Euclí. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 7. 7

¶Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati: & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

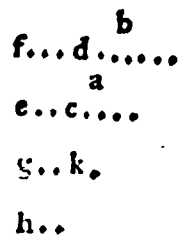
¶THEON ex Zāberto. ¶Numerus enī a b numeri c d pars eſto: qualis ablatus a e ablati c f. Dico q̃ & reliquus e b reliqui f d eadē eſt pars: qualis eſt a b ipſius c d. Qualis enī pars eſt a e ipſius c f: talis pars eſto & e b ipſius c g. Et quoniam qualis pars eſt a e ipſius c f talis pars eſt & e b ipſius c g: qualis igitur pars eſt a e ipſius c f, talis eſt per 5 ſeptimi & a b ipſius f g. Qualis autem pars eſt a e ipſius c f: talis pars ſupponitur a b ipſius c d. Qualis pars igitur eſt a b ipſius f g talis pars eſt a b ipſius c d. igitur a b: vtriuſq̃ ipſorum g f & c d eadem pars eſt. æqualis igitur eſt f g ipſi c d. Communis auferatur c f. Reliquus igitur g c: reliquo f d eſt æqualis. Et quoniam qualis pars eſt a e ipſius c f, talis pars eſt e b ipſius g c, æqualis autem eſt g c ipſi f d: qualis igitur pars eſt a e ipſius c f, talis pars eſt & e b ipſius f d. Sed qualis pars eſt a e ipſius c f: talis pars eſt & a b ipſius c d. qualis igitur pars eſt e b ipſius f d: talis pars eſt & a b ipſius c d. Et reliquus igitur e b, reliqui f d talis eſt pars: qualis totus a b totius c d. quod oportebat demonſtrare.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 8.

SI a duobus numeris (quorum alter alterius partes) propoſitis partes illæ ſubtrahantur: erit reliquus reliqui eædem partes quæ eſt totus totius. 8

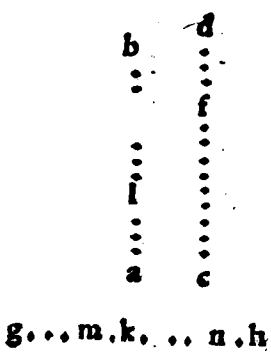
¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt quaſi conuerſa ſextæ. vt ſi ſit quot & quotæ partes eſt totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b ad detracti a b: erit e reſiduus a, tot & totæ partes f reſidui b, quot & quotæ eſt a, b. Sit enī g vna partium a: & h vna partium c. eritq̃ propter hypotheſin/ g tota pars a: quota h, c. & tota b: quota h, d. detrahatur igitur h de g: & remaneat k. eritq̃ k per præmiſſam/tota pars eiquota g, a. & tota f per eandem: quota g, b. quia igitur e & f habent partem communem quæ eſt k: erit per 16 diffinitionem/e partes f tot quidem quota pars eſt k, e. & totæ: quota eſt k, f. & quia tot & totæ erat a, b: patet propoſitum.



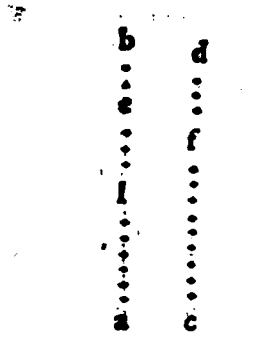
Euclí. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 8.

¶Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati: & reliquus reliqui eædem partes erit quæ totus totius. 8

¶THEON ex Zāberto. ¶Numerus enī a b, numeri c d partes eſto: quę ablatus a e, ablati c f. Dico q̃ reliquus e b, reliqui f d eædem partes eſt: quæ totus a b totius c d. Ponatur inquā ipſi a b æqualis g h. quæ igitur partes eſt g h ipſius c d: eadē partes eſt & a e ipſius c f. Diuidatur quidem g h in ipſius c d partes: hoc eſt g k & k h & a e in ipſius c f partes: hoc eſt a l & l e. erit autem æqualis multitudo ipſorū g k & k h multitudini ipſorum a l & l e. & quoniam qualis pars eſt g k ipſius c d talis pars eſt & a l ipſius c f, maior autē eſt c d ipſo c f: maior igitur eſt & g k ipſo a l. ponatur ipſi a l æqualis m g. Igitur qualis pars eſt g k ipſius



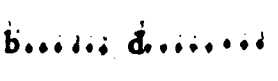
us c d: talis pars est & g m ipsius e f. & reliquus igitur m k per 7 septimi reliqui f d eadem pars est: sicut totus g k totius c d. Rursus quoniam qualis pars est k h ipsius c d talis pars est & e l ipsius c f, maior autē est c d ipso c f: maior igitur est & h k ipso e l: ponatur ipsi e l æqualis k n. Qualis igitur pars est k h ipsius c d: talis pars est & k n ipsius c f. & reliquus igitur n h per 7 septimi reliqui f d eadem pars est: quæ totus k h totius c d. patuit autē q̄ & reliquus m k reliqui f d eadem pars est: qualis totus g k totius d c. & vterq; igitur m k & n h per 5 septimi ipsius d f eædem partes est: quæ totus h g totius c d. Aequalis autem est vterq; ipsorum m k & n h ipsi e b. At h g ipsi b a. & reliquus igitur e b, reliqui f d eædem partes est: quæ totus a b totius c d. quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI fuerint quatuor numeri quorum primus secundi tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

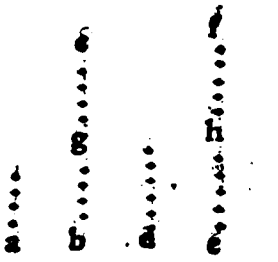
¶ CAMPANVS. ¶ Sit a primus tota pars b secundi: quota e tertius d quarti. sintq; a & b minores c & d. aliter enim: esset econuerso ei qđ proponit. dico q̄ quota pars vel partes est a, c: tota vel totæ est b, d. diuidãtur enim b quidem secundum quantitatem a: d vero secundum c. erũtq; per præsentem hypothesin tot partes b: quot d. & quia vnaquæq; partium b est æqualis a, & vnaquæq; d, c: est autem a, c, pars aut partes per præsentem hypothesin & per quartam huius: erit vnaquæq; partium b suæ comparis ex partibus d vt prima primæ secunda secundæ sicq; de cæteris, tota pars aut partes quota vel quotæ est a, c. per 5 igitur vel 6 sub diuisione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ est a, c. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

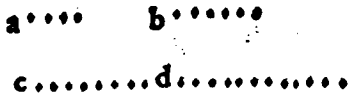
9 ¶ Si numerus numeri pars fuerit, & alter alteri9 eadē pars: & vicissim qualis pars est vel partes prim9 tertij, eadē pars erit vel partes secundus quarti.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numerus inquam a numeri b c esto pars: & alter d alterius e f eadem pars, qualis est a ipsius b c. minor autē esto a ipso d. Dico q̄ & vicissim qualis pars est a ipsius d vel partes: eadē pars est vel partes b c ipsius e f. Quoniam enim qualis pars est a ipsius b c talis pars est & d ipsius e f: quot igitur sunt in b c numeri æquales ipsi a: tot sunt & in e f æquales ipsi d. Dirimatur quidem b c in ipsi a æquales: hoc est b g & g c. & e f in ipsi d æquales: hoc est e h & h f. est iã æqualis multitudo ipsorum b g et g c: multitudini ipsorum e h et h f. Quare et qualis pars est b g ipsius e h vel partes: eadē est pars. et vterq; b c vtriusq; ipsorum e f vel eædem partes. & quoniam æquales sunt b g et g c numeri adinuicem, et e h et h f numeri, sibiinuicem sunt æquales, et æqualis est multitudo ipsorum b g et g c multitudini ipsorum e h et h f: qualis igitur pars est b g ipsius e h vel partes, eadem pars est per 2 quinti et 5 septimi et vterq; b c vtriusq; e f vel eædē partes. æqualis autem est g b ipsi a: et e h ipsi d. Qualis igitur pars est a ipsius d vel partes: eadem pars est et b c ipsius e f vel eædē partes: quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quotę secundus quarti.

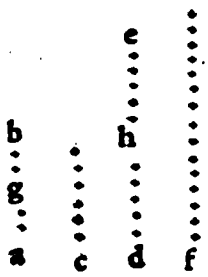


¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor numeri vt prius: quorũ ſimiliter minores ſint a & b. ſitq; a totæ partes b: quotæ c eſt d. dico q; quota pars aut partes eſt a, c: tota vel totæ eſt b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui ſunt a & c. eruntq; per præſentem hypotheſin tot partes a: quot c. & quia vnaquæq; ex partibus a eſt tota pars b, quota quælibet ex partibus c eſt d (hoc enim habemus ex noſtra hypotheſi) erit permutatim per præmiſſam vt quota pars aut partes eſt b, d, tota vel totæ ſit vnaquæq; ex partibus a ſuæ comparis ex partibus c. per quitam igitur vel 6 ſub diſiunctione quoties oportuerit repetitas/ erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ eſt a, c. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio. 10.

¶Si numerus numeri partes fuerit/ & alter alterius eædem partes: & viciſſim quę partes eſt primus tertij vel pars/ eædem partes erit & ſecundus quarti vel eadem pars. 10

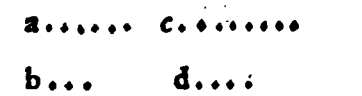
¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enim a b: numeri c partes eſto. & alter d e: alterius f eædem eſto partes. ſit autem a b: ipſo c d minor. Dico q; & viciſſim quales partes eſt a b ipſius d e vel pars: eædem partes eſt & c ipſius f vel eadem pars. Quoniam enim quales partes eſt a b ipſius c, eędē partes eſt & d e ipſius f: quot igitur ſunt in ipſo a b partes ipſius c, tot & in d e ſunt partes ipſius f. Diuidatur quidem a b in ipſius c partes æquales: hoc eſt a g & g b. Itidemq; d e in ipſius f partes æquales: hoc eſt d h & h e. erit iam æqualis multitudo ipſorum a g & g b: multitudini ipſorum d h & h e. Et quoniam qualis pars eſt a g ipſius c eadem pars eſt & d h ipſius f: viciſſim quoq; per præcedentē qualis pars eſt a g ipſius d h vel partes/ eadem pars eſt & c ipſius f vel eædem partes. Quare qualis pars eſt a g ipſius d h vel partes: eadē pars eſt & a b ipſius d e vel eædem partes per diffinitionē. Sed per 6 ſeptimi qualis pars eſt a g ipſius d h vel partes: talis pars oſtenſus eſt & c ipſius f vel eædem partes. & per 11 quinti quales igitur partes eſt & a b ipſius d e vel pars: eædem partes eſt & c ipſius f vel eadē pars. quod oportebat demonſtrare.



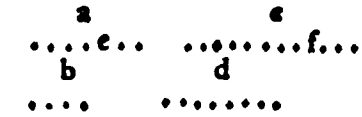
¶Hæc vndecima: in Zamberto nullam habet reſpondentem.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

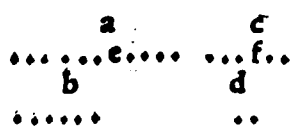
Si fuerint quatuor numeri proportionales quorũ primus ſecundo & tertius quarto ſit maior: erit ſecundus tota pars aut partes primi/ quota vel quotæ quartus tertij. Q; ſi ſecundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quotæ quartus tertii: quatuor numeros proportionales eſſe conueniet. 11



¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b: ſicut c ad d. ſintq; a & c maiores. dico q; quota pars aut partes eſt b, a: tota vel totæ eſt d, c. & ecõuerſo. Erit enī per conuerſionem diffinitiõis ſimilium proportionũ/ vt quoties b in a: toties ſit d in c. & ſi qua pars aut partes b ſuperfluunt in a: tota pars aut partes d ſuperfluant in c. ſi itaq; contineatur b in a ſine ſuperfluitate partis: quia toties ſine ſuperfluitate cõtinetur d in c, erit per diffinitionē ſimiliū partiũ quota pars b a, tota d c. Q; ſi quotieſlibet cõtinet b a cum ſuperfluitate partis toties continetur d in c cũ ſupfluitate ſimilis partis: diſtincto a ſecũdũ b vt ſupfluitate, atq; e ſecũdum d vt ſupfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties cõtinetur b in differentia a ad e, quoties d in differētia c ad f: erit per comunem ſcientiam toties e in a quoties f in c. cum igitur a & b habeant e partem communem/ ſimiliter c & d, f: ſit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c. erit per 16 diffinitionem/ b tot & totæ partes a: quot & quotę



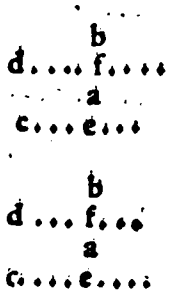
d c. Si autem quotieſlibet b continetur in a cum ſuperfluitate quotlibet partium/ toties continetur d in c cum ſuperfluitate totidem & ſimilium partium: diſtincto a ſecundum b vt ſuperfluat e, ſimiliter c ſecũ dũ d vt ſuperfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sũpta ſtaq; vna ex ipſis: argumentandum vt prius. ſicq; patet primum. ¶Secũdum ſic. Sit b, a, tota pars aut partes: quota vel quotę d, c. dico q; erit proportio a ad b: ſicut c ad d. ſi enim eſt tota pars: conſtat propoſitum. Si autem totæ partes: diuiſis eis ſecundum partes illas/ patebit toties eſſe b in a quoties d in c. & totam partem aut partes b, ſuperfluere in a: quota an quotæ d ſuperfluunt in c. per diffinitionem ſtaq; / eſt proportio a ad b: ſicut c ad d. ſicq; liquet totum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 SI a duobus numeris ſecundum ſuas proportiones duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

¶CAMPANVS. ¶ Quod propoſuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic de numeris. Vt ſi ſit proportio totius a ad totum b ſicut c detracti ab a ad d detractũ a b: erit e reſidui a ad f reſiduum b, ſicut a ad b. Si enim a ſit minor b: erit per præſentẽ hypotheſin & per conuerſionem diffinitionis/ c tota pars aut partes d, quota vel quotæ eſt a, b. per 7 igitur vel 8/ erit e tota pars aut partes f: quota vel quotæ eſt a, b. per diffinitionem igitur erit proportio vna. quod eſt propoſitum. Q; ſi a ſit maior b: erit per primam partẽ præmiſſæ quota pars aut partes b, a, tota vel totæ d, c. quare per 7 vel 8/ tota vel totæ erit f, e. ſtaq; per ſecundam partem præmiſſæ erit e ad f: ſicut a ad b. quare conſtat propoſitum.



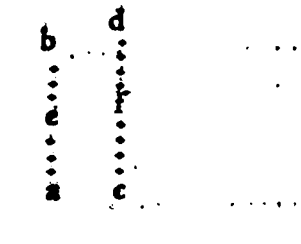
¶CAMPANI annotatio. ¶Cedunt autẽ huic: 7 & 8. hæc enĩ ſola qđ ambæ illæ/ continet. Volunt autem quidam ſecundam partem huius probare per 19 quinti. ſed ſi hoc intenderet Euclides: cũ iſta proponat particulariter quod illa vniuerſaliter/ vane (illa demõſtrata in quinto) propoſuiſſet hanc hic in ſeptimo. & quia iterum non demonſtrant eam ſimpliciter per 19 quinti. At vero nec modum demonſtrationis illius poſſunt affirmare ad demonſtrationẽ huius: cum illa demõſtretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatã quæ infra demonſtratur in numeris. Exiſtimo autẽ/ & rationabiliter conuinci videtur Euclidem (quem vultum demonſtratoris arithmetici/ gratia decimi in quo ſine numerorum aliqua præcognitione tranſire non poterat conſtat aſſumere) idcirco plurima eorum quæ in quinto de quantitatibus in genere demonſtrauit/ hic repetere demonſtranda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum/ quæ magis nota ſunt intellectui q̃ ea per quæ proceſſit in quinto/ ipſa demonſtrare intendit. principia enĩ quĩti propter malitiã q̃tratũ incõmunicãtiũ difficilia ſũt. principia vero numerorum: magis vlro ſe intellectui applicant facliuſq; q̃ illa. Egent enim illa intellectu magis diſpoſito.

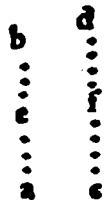
¶Hæc ſequens vndecima Euclidis ex Zamberto propoſitio: duodecimæ præcedenti ex Campano reſpondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſito 11

¶Si fuerit ſicut totus ad totum ſic ablatus ad ablatum: & 11 reliquus ad reliquum erit ſicut totus ad totum.

¶THEON ex Zãberto. ¶Eſto ſicut totus a b ad totũ c d: ſic ablatus a e ad ablatũ c f. Dico q; & reliquus e b ad reliquũ f d: eſt ſicut totus a b ad totum c d. Quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic a e ad c f: qualis igitur pars





eſt a b ipſius c d vel partes/eadem pars eſt & a e ipſius c f vel eadē partes.& reliquus igitur e b per 8 ſeptimi/reliqui f d eadē pars eſt vel partes:quæ a b ipſius c d.eſt igitur per 11 quinti ſicut e b ad f d:ſic a b ad c d.Quod oportebat demonſtrare.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 13.

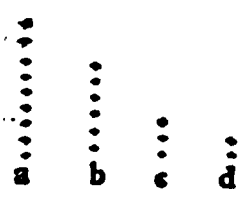
SI fuerint quotlibet numeri proportionales: quantus erit vnus antecedens ad ſuum cōſequentem/ tanti erūt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes conſequentes pariter acceptos. 13

¶CAMPANVS. ¶Qđ proponit Euclides per 13 quinti de q̄titatibus in genere:proponit per hāc de numeris.Vt ſi ſint a,b & c,d & e,f proportionales:dico q̄ quæ eſt ꝓportio a ad b ea eſt quæ a,c,e,pariter acceptorum ad b,d,f pariter acceptos.Si enim a,c,e ſint minores b,d,f: erit per conuerſionem diffinitionis quota pars aut partes a b,tota vel totæ c,d,& e,f.p 5 ergo vel per 6 quoties oportuerit repetitas/erit quota pars vel partes a,b:tota vel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorū.quare per diffinitionē/ ꝓportio vna.Si autem a,c,e, ſunt maiores b,d,f:erit per primam partem 11/quota pars vel partes b,a, tota vel totæ d,c & f,e.p 5 ergo vel 6 quoties oportuerit repetitas/ erit quota pars vel partes b,a:tota vel totæ b,d,f,pariter accepti/a,c,e pariter acceptorum.itaq̄ per ſecūdam partē 11/proportio a ad b ſicut a,c,e pariter acceptorum/ad b,d,f pariter acceptos.quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 12

¶Si fuerint quotcunq̄ numeri proportionales:erit ſicut vnus antecedētium ad vnū ſequentiū/ ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

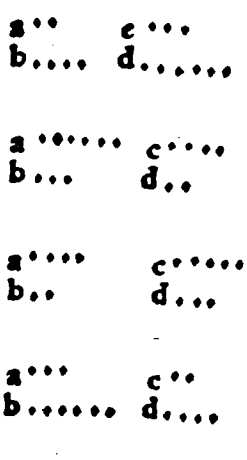
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri proportionales a,b, c,d.Dico q̄ eſt ſicut a ad b:ſic ſūt a & c ad b & d.Quoniam per hypotheſin eſt ſicut a ad b ſic c ad d: qualis igitur pars eſt a ipſius b vel partes/ eadem pars eſt & c ipſius d vel partes.& per 5 ſeptimi vterq̄ igitur a,c,vtriuſq̄ b,d, eadem pars eſt vel eædem partes:quæ a ipſius b. eſt igitur per 11 quinti ſicut a ad b: ſic a c ad b d, quod erat demonſtrandum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 14.

SI fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq̄ proportionales erunt. 14

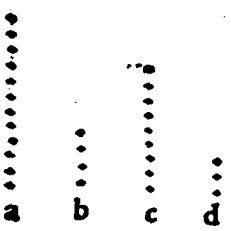
¶CAMPANVS. ¶Modum arguendi qui dicitur ꝓportionalitas permutata quam demōſtrauit Euclides per 16 quinti in genere:proponit hic demonſtrādū in numeris. Vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d:erit permutatim a ad c ſicut b ad d. erit enī a maior b aut minor: ſimiliter quoq̄ & maior c aut minor. ¶Sit itaq̄ primo minor vtroq̄.erit ergo per præſentē hypotheſin & cōuerſionem diffinitionis/ a tota pars aut partes b:quota vel quotæ c,d.per 9 itaq̄ vel 10/ erit permutatim a tota pars aut partes c:quota vel quotæ b,d.quare per diffinitionē proportio vna. ¶Sit ſecūdo a maior vtroq̄. erit per primam partem 11/vt quota pars aut partes eſt b,a:tota vel totæ ſit d,c. quare per 9 vel 10 tota pars aut partes erit b, d:quota vel quotæ c, a.igitur p ſecūdā partem 11 erit a ad c:ſicut b ad d. ¶Sit tertio a maior b:& minor c.eritq̄ per primam partem 11 tota pars aut partes b,a:quota vel quotæ eſt d,c.quare per 9 vel 10 quota vel quotæ eſt a,c: tota vel totæ erit b,d.per diffinitionē itaq̄ proportio vna. ¶Vltimo quoq̄ ſit a minor b maiorq̄ c.eritq̄ vt tota pars aut partes ſit c,d:quota ve quotæ eſt a,b.p 9 itaq̄ vel 10 erit tota vel totæ d,b:quota vel quotæ c,a.quare per ſecūdam partem vndecimæ/b ad d:ſicut a ad c.ſicq̄ cōſtat propoſitū.Huic autem cedunt 9 vel 10:quia hæc ſola quođambæ illę proponit.



Eucli.ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 13

13 ¶Si quatuor numeri proportionales fuerit: & viciſſim proportionales erunt.

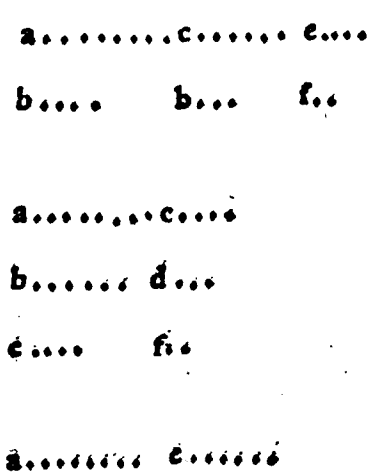
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales: a, b, c, d. ſicut a ad b: ſic c ad d. Dico q̃ & viciſſim proportionales erũt. ſicut a ad c: ſic b ad d. Quoniam enim per hypotheſin eſt ſicut a ad b ſic c ad d: qualis igitur pars eſt a ipſius b vel partes/eadem pars eſt & c ipſius d vel partes/per 6 ſeptimi. Viciſſim igit̃ qualis pars eſt a ipſius c vel partes: eadem pars eſt & b ipſius d vel partes/per 9 ſeptimi & 10 eiuſdem. Sicut igitur a ad c: ſic b ad d per vndecimam quinti. Quod erat demonſtrandum.



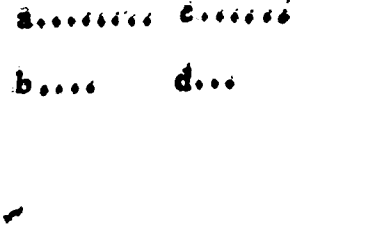
Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

15 Si fuerint quotlibet numeri alijq̃ ſecundum eorum numerum/omnesq̃ duo ex prioribus ſecundũ proportionem omnium duorum ex poſterioribus: in proportione æqualitatis proportionales erunt.

¶CAMPANVS. ¶Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quam demonſtrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic demonſtrandum in numeris directæ proportionalitatis. æquam autem proportionalitatem quam demonſtrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis: non proponit demonſtrandũ in numeris. ſed eam demonſtrabimus infra ſuper 19 huius. nec eſt neceſſarium vt prædemonſtremus in numeris: quod demonſtratum eſt per 11 quinti de quãtitatibus in genere. videlicet ſi quotlibet proportiones in numeris fuerint vni æquales vel eædem: ipſas eſſe ſibi æquales vel eaſdem. hoc enim manifeſtum eſt per diffinitionem. Vt ſi a ad c & e ad f, ſit ſicut b ad d: erit tam a, c q̃ e, f tota pars aut partes/ quota vel quotæ b, d. aut toties continebit a, c, & e, f quoties b, d. & tota pars aut partes ſuperfluẽt e in a, & f in e quota vel quotæ d in b. quia ergo quota pars aut partes eſt a, c, tota vel totæ eſt e, f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c ſuperfluunt in a tota vel totæ f in e: erit per diffinitionẽ a ad c ſicut e ad f. ¶Sint igit̃ vt proponitur numeri a, b, e & alij totidem c, d, f. ſitq; a ad b: ſicut c ad d. & b ad e: ſicut d ad f. dico q̃ erit in æqua proportionalitate a ad e: ſicut c ad f. erit enim per præmiſſam a ad c ſicut b ad d. ſed & b ad d: ſicut e ad f. quare a ad c: ſicut e ad f. igitur per eandẽ a ad e: ſicut c ad f. idem erit ſumptis pluribus. ſicq; conſtat propoſitum.



¶CAMPANI additio. ¶Quoniã autem Euclides cæteras quatuor ſpecies proportionalitatis quæ ſunt conuerſa: coniuncta/ diſiuncta/ euerſa/ proponit demonſtrandas in numeris: conueniens arbitramur eas quas nõ author tanq̃ facile demõſtrabiles prætermiſit/demonſtrare. ¶Primũ itaq; demonſtrabimus conuerſam. vt ſi ſit a ad b ſicut c ad d: dico q̃ erit econuerſo b ad a ſicut d ad c. ſi enim fuerit a minor b: tunc quoq; erit c minor d. & tota pars aut partes a, b: quota vel quotæ c, d. quare per ſecundam partem 11/erit b ad a: ſicut d ad c. ſi autem fuerit a maior b: erit quoq; & c maior d. & per primam partem 11 b tota pars aut partes a: quota vel quotæ d, c. per diffinitionem igitur/b ad a: ſicut d ad c.



¶Diſiunctam proportionalitatem oſtendere.

¶Vt ſi ſit a b ad b ſicut c d ad d: erit a ad b ſicut c ad d. erit enim permutatim a b ad c d ſicut b ad d. & per 12 ſicut a ad c. quia ergo a ad c ſicut b ad d: erit permutatim a ad b ſicut c ad d.

¶Conjunctæ proportionalitati demonſtrationem afferre,

a.....b...

c....d..

¶Vt ſi ſit a ad b ſicut c ad d: erit a b ad b ſicut c d ad d. erit eni permutatim a ad c ſicut b ad d. quare per 13 a b ad c d ſicut b ad d: pmutatim igitur erit a b ad b: ſicut c d ad d.

¶Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire.

a.....b...

c....d..

¶Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d: erit a b ad a, ſicut c d ad c. erit enim permutatim a b ad c d: ſicut b ad d. quare per 12 ſicut a ad c. permutatim igitur erit a b ad a: ſicut c d ad c. patet itaq; totum. ¶Ex his quoq; leue eſt demonſtrare in numeris: quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere. videlicet.

¶Si proportio primi ad ſecundũ fuerit ſicut tertij ad quartum/quinti quoq; ad ſecũdum ſicut ſexti ad quartum: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum ſicut tertij et ſexti pariter acceptorum ad quartum.

a.....e.... c.....f...

b.... d...

¶Vt ſi ſit a ad b ſicut c ad d, itemq; e ad b ſicut f ad d: erunt a & e pariter accepti ad b, ſicut c & f pariter accepti ad d. erit enim per conuerſam proportionalitatem/b ad e: ſicut d ad f. quare per æquam proportionalitatem a ad e: ſicut c ad f. ergo coniunctim a & e ad e: ſicut c & f ad f. itaq; per æquam proportionalitatem a & e ad b: ſicut c & f ad d. quod eſt propoſitum. ¶Eodemq; modo probabis ecõuerſo. ſi ſit b ad a ſicut d ad c, itemq; b ad e ſicut d ad f: erit b ad a & e ſicut d ad c & f. erit enim per conuerſam proportionalitatem a ad b: ſicut c ad d. quare per æquã/ a ad e: ſicut c ad f. & coniunctim a & e ad e: ſicut c & f ad f. igitur ecõuerſo e ad a & e: ſicut f ad c & f. per æquam itaq; proportionalitatẽ erit b ad a & e: ſicut d ad c & f. quod erat propoſitum. ¶Ex hoc quoq; manifeſtum eſt q; ſi fuerit proportio quotlibet numerorum ad primũ ſicut totidẽ aliorũ ad ſecundum: erit aggregati ex oĩbus antecedẽtibus ad primum/ad primũ/ſicut aggregati ex oĩbus antecedentibus ad ſecundum/ ad ſecundum. Itemq; ecõuerſo ſi fuerit proportio primi ad quotlibet numeros ſicut ſecundi ad totidem alios: erit primi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum/ſicut ſecundi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio. 14.

¶Si fuerint quilibet numeri/& alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumptis & in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt. 14

a b c d e f

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri a, b, c & alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumptis in eadẽ ratione d, e, f: ſicut quidem a ad b ſic d ad e, ſicutq; b ad c ſic e ad f. Dico q; & ex æquali eſt ſicut a ad c: ſic d ad f. Quoniam enim per hypotheſin eſt ſicut a ad b ſic d ad e: & viciſſim quoq; igitur per 13 ſeptimi eſt ſicut a ad d ſic b ad e. Rurſus quoniam eſt ſicut b ad c ſic eſt e ad f: viciſſim igitur per eandem eſt ſicut b ad e ſic c ad f. ſicut autem b ad e: ſic a ad d. & ſicut igitur per 11 quinti a ad d: ſic c ad f. Viciſſim igitur per 13 ſeptimi eſt ſicut a ad c ſic d ad f. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

SI numeret vnitas aliquẽ numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq; permutatim vt quoties vnitas numerat tertium/toties ſecundus numeret quartum. 16

vnitas b..

a.... c.....

¶CAMPANVS. ¶Vt ſi ſit vnitas ad a ſicut b ad c: erit permutatim vnitas ad b ſicut a ad c. Non ſuperfluit autem hæc/demonſtrata permutata proportione: non enim ex illa poteſt concludi quod hic proponitur. Nam illa demonſtrata eſt de quatuor numeris proportionalibus: vnitas vero non eſt numerus per diffinitionẽ. Hoc ergo modo pateat ꝓpoſitũ.

Diuidatur a per vnitates: & c, ſecundum quantitatem b. eruntq; per præſentem hypotheſin tot partes a: quot c. & quia vnaquæq; partium a eſt vnitas/& vnaquæq; partium c eſt æqualis b: erit vt quoties vnitas in b, toties vnaquæq; partium a in ſua compari ex partibus c. per modum itaq; demonſtrationis quintæ/ſequetur toties eſſe a in c: quoties vnitas in b. quod eſt propoſitum.

Vnitas
b
a
c

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 15.

15 ¶Si vnitas numerum aliquem metiatur: pariter autem alter numerus alium quempiam numerũ metiatur: & viciſſim pariter vnitas tertiũ numerũ metietur/& ſecũdus quartum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Vnitas inq̃ a numerũ aliquem b c metiatur: pariter autem alius numerus d, alium quẽpiam numerum e f metiatur. Dico q̃ & viciſſim pariter a ipſũ d numerũ metietur: & b c ipſum e f. Quoniã enĩ æque a vnitas ipſum b c numerũ metietur, & d ipſum e f: quot igitur ſunt in b c vnitates: tot ſunt in e f numeri æquales ipſi d. Diuidatur inq̃ b c in eas quæ in eo ſunt vnitates: hoc eſt b g, g h & h c. Ipſe vero e f in ipſi d æquales: hoc eſt e k, k l & l f: eſt iam æqualis multitudo ipſorum b g, g h & h c: multitudini ipſorũ e k, k l & l f. & quoniã b g, g h & h c vnitates ſibi inuicẽ ſunt æquales: & e k, k l & l f numeri ſibi inuicẽ ſunt æquales: & eſt æqualis multitudo ipſarũ b g, g h & h c vnitatum multitudini ipſorũ e k, k l & l f numerorum: eſt igitur ſicut b g vnitas ad e k numerũ/ſic eſt g h vnitas ad k l numerum/& h c vnitas ad l f numerum. erit igitur per 12 ſeptimi/& ſicut vnus antecedentiũ ad vnum conſequentium: ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Eſt igitur ſicut b g vnitas ad e k numerũ: ſic b c ad e f. æqualis autẽ eſt b g vnitas ipſi a vnitati: & e k numerus ipſi d numero. eſt igitur per 11 quinti ſicut a vnitas ad d numerum: ſic b c ad e f. pariter igitur a vnitas ipſum d numerum metitur: & b c ipſum e f. quod oportuit demonſtraſſe.

f
e
l
h
k
g
a b d e

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI duorum numerorum vterq; ducatur in alterum: qui inde producentur erunt æquales.

¶CAMPANVS. ¶Sicut ſi ex a in b prouenĩat c b: & ex b in a prouenĩat d: erũt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c: erit per conuerſionẽ diffinitionis b in c: quoties vnitas in a. ergo per præmiſſam/erit a in c: quoties vnitas in b. Et quia toties eſt a etiam in d, quia ex b in a fit d: ſequitur vt toties ſit a in c quoties in d. per conceptionẽ igitur c & d ſunt æquales.

vnitas
a b
c
d

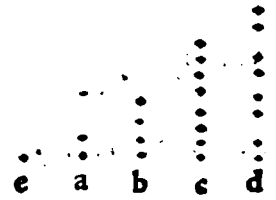
¶CAMPANI ãnotatio. ¶Poſſumus quoq; hãc concluſionẽ alio modo proponere. Si duorum numerorũ vterq; ducatur in alterũ idem numerus vtrobiq; prouenĩet. vt ſi ex a in b prouenĩat c: idem etiã ex b in a prouenĩet. Quia enim ex a in b fit c: erit prius per conuerſionẽ diffinitionis b in c quoties vnitas in a. Et permutatim per præmiſſam a in c: quoties vnitas in b. quia igitur a toties ſibi coaceruatur in c, quoties in b eſt vnitas: ſequitur per diffinitionem q̃ ex b in a fit c.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 16.

16 ¶Si bini numeri multiplicantes ſe/ adinuicem fecerint aliquos: geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri a, b. & a quidem ipſum b multiplicans/efficiat c: & b ipſum a multiplicans/efficiat d. Dico q̃ æqualis eſt c ipſi d. Quoniam enim a ipſum b multiplicans/c fecit: & b igitur ipſum c metitur per eas quæ in a ſunt vnitates. metitur autem & e vnitas ipſum a numerũ per eas quæ in eo ſunt vnitates. pariter igitur per 11 quinti/e vnitas ipſum a numerum metitur & b ipſum c. Viciſſim igitur per 15 ſeptimi pariter e vnitas ipſum b numerum metitur: & a ipſum c. Rurſus quoniam b ipſum a multiplicans/fecit ipſum d: igitur a

e a b c d



ipſum d metitur per eas quæ in ipſo b ſunt vnitates. Metitur autem & e vnitas: ipſũ b per eas quæ in eo ſunt vnitates. pariter igitur per 11 quinti e vnitas ipſum b numerũ metitur: & a ipſum d. pariter autem e vnitas ipſum b numerũ metitur: & a ipſum c. Pariter igitur a: vtrunq; c, d, metitur. æqualis igitur eſt c ipſi d. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

SI vnus numerus in duos ducatur: tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum. 18

¶CAMPANVS. ¶ Multiplicet a vtrunq; duorum numerorũ b & c: & proueniant d & e. Dico q; erit proportio d ad e: ſicut b ad c. ſequitur enĩ per conuerſionem diffinitionis eius qđ eſt multiplicari/ vt b in d, & c in e ſit: quoties vnitas in a. quare per diffinitionem/ proportio d ad b: eſt ſicut e ad c. æqualiter enim eos continent. quia quoties a vnitatem, ergo permutatim d ad e: ſicut b ad c. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 17.

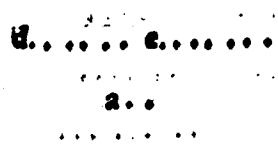
¶S inumerus duos numeros multiplicans/ fecerit aliquos: geniti ex eis eàndem rationem habebunt quã multiplicati. 17

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enim a duos numeros b, c, multiplicans: efficiat d, e. Dico q; eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e. Quoniam enĩ a ipſum b multiplicans/ ipſum d fecit: & b igitur ipſum d metitur per eas quæ in a ſũt vnitates. Metitur autẽ & f vnitas/ ipſum a numerũ: per eas quæ in eo ſunt vnitates. Pariter igitur f vnitas ipſũ a numerũ metitur: & b ipſum d. eſt igitur ſicut f vnitas ad a numerũ: ſic eſt b ad d. Propterea iam et ſicut f vnitas ad a numerũ: ſic c ad e. & ſicut igitur per 11 quinti b ad d: ſic c ad e. Viciſſim igitur per 15 ſeptimi/ eſt ſicut b ad c: ſic eſt d ad e. Si igitur numerus duos: & reliqua quæſequũtur. quod oportebat demonſtrare.

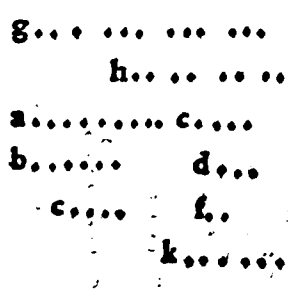
Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

SI duo numeri vnum multiplicent: erit proportio duorum inde productorum tanq; duorum multiplicantium. 19

¶CAMPANVS. ¶Ex conuerſione antecedentis præmiſſæ: concluditur hæc eadẽ paſſio quæ in præmiſſa. vt ſi vterq; duorũ numerorũ b & c multiplicet a, & proueniãt d & e: erit d ad e ſicut b ad c. erit enĩ per antepræmiſſam vt ex a in b & c fiant d & e, quare per præmiſſam d ad e ſicut b ad c. quod eſt propoſitum.



¶CAMPANI annotatio. ¶Potes autẽ quod proponit per hãc & præmiſſam de duobus numeris: ad quotlibet numeros ampliare. q; ſi vnus multiplicet quotlibet: erit productorũ & multiplicatorũ vna proportio. Similiter quoq; ſi quotlibet multiplicent vnũ: erit productorũ & multiplicantium vna proportio. quod per hanc & præmiſſã quoties oportuerit repetitas: facile probabis. ¶Hic autẽ (vt ſupra polliciti ſumus) demõſtrare volumus æquam proportionalitatẽ in quotlibet numeris duorum ordinũ indirectæ proportionalitatis: quam demonſtrat Euclides per 23 quinti/ in quantitatibus in genere. Dicimus igitur



¶Si quotlibet numeri totidẽ alijs fuerint indirecte proportionales: extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

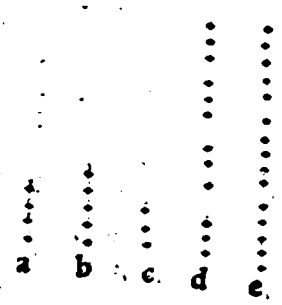
¶Vt ſi ſit a ad b ſicut d ad f, & b ad e ſicut c ad d: erit a ad e ſicut c ad f. ducatur enĩ c in d & f: & proueniant g & h. eritq; per præmiſſam g ad h, ſicut d ad f: quare & ſicut a ad b. ducatur itẽ f in d: & proueniat k. eritq; per hanc 19 g ad k: ſicut c ad f. & quia ex f in d fit k: fiet idem econuerſo per 10 ex d in f. quia igitur ex e & d in f fiunt h & k: erit per hanc 19/ h

ad k ſicut c ad d. quare ſicut b ad c. & quia iam oſtenſum eſt q̄ eſt g ad h ſicut a ad b: erit per 15 a ad e ſicut g ad k. ſed ſic erat etiam c ad f. eſt igitur a ad e: ſicut c ad f. quod eſt propoſitum. Idem probabis ſi fuerint in vtroq; ordine numeri plures tribus. quemadmodum probatur in 23 quinti/de quantitatibus pluribus tribus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

18 ¶Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes/fecerint aliquos: geniti ex eis eandem habebunt rationem quã multiplicantes.

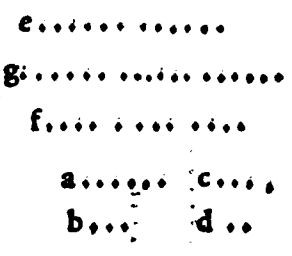
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo inq̃ numeri a, b, numerum aliquem c multiplicantes: efficiãt d, e. Dico q̄ eſt ſicut a ad b: ſic eſt d ad e. Quoniam a multiplicans ipſum c, fecit ipſum d: & c igitur ipſum a multiplicans/facit ipſum d. Id propterea c ipſum b multiplicans: ipſum e facit. Numerus iam c duos numeros a, b, multiplicãs: fecit ipſos d, e. Eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut a ad b: ſic eſt d ad e. quod oportuit demõſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint quatuor numeri proportionales: qd̃ ex ductu primi in vltimum producetur/æquum erit ei qd̃ ex ductu ſecundi in tertium. Si vero quod ex primo in vltimum producetur/æquũ eſt ei quod ex ſecundo in tertium: illi quatuor numeri ſunt proportionales.

¶CAMPANVS. ¶Quod propoſuit Euclides per 15 ſexti/ de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus. verbi gratia. Sit proportio a ad b ſicut c ad d. fiatq; ex a in d: e. & b in c: f. dico q̄ e & f ſunt æquales. & ecõuerſo. Ducatur enim a in b: & fiat g. eritq; per 18 g ad e: ſicut b ad d. & quia per 17 ex bī a fit g, & ex eodē b in c, fit erit per 18 g ad f ſicut a ad c. æq̃les igitur ſũt f & e. qd̃ eſt primũ Nec oportet prædemõſtrare ſi vnius numeri ad duos ſit vna proportio: q̄ ſunt æquales. aut ſi ipſi ſunt æquales: q̄ vnius ad ipſos ſit vna proportio. Si eni eſt vna proportio g ad e & ad f: aut ipſe erit tota pars vel partes e quota vel quotę idem eſt f, & tunc per conceptionem patet e & f eſſe æquales. aut toties g continebit e quoties f: & ſuperfluent in eo tota pars vel partes e quota vel quotę in eodem ſuperfluent f. & tunc etiã per conceptionem patet eos eſſe æquales. Q; ſi ipſi fuerint æquales patet per conceptionē q̄ aut g erit tota pars vel partes e quota vel quotæ f. & tũc per diffinitionem erit ipſius g ad vtrumq; eorũ proportio vna. aut æqualiter continebit vtrũq; cum ſuperfluitate ſimilium & tot numero partiũ: & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumq; proportio vna.



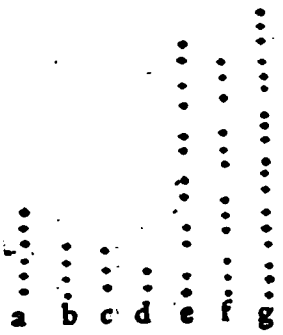
¶Secundũ ſic patet. Sit e productus ex a in d: æqualis f producto ex b in c. dico proportio a ad b eſt ſicut c ad d. & eſt hæc cõuerſa primæ partis. Sit enim vt prius g qui fit ex a in b. & quia e & f ſunt æquales: erit g ad vtrunq; eorum proportio vna. & quia vt prius per 18 g ad f ſicut a ad c, & ad e ſicut b ad e: erit a ad c ſicut b ad d. quare permutatim a ad b: ſicut c ad d.

¶CAMPANI annotatio. ¶Nõ proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus q̄ ille qui ex ductu primi in tertiũ producitur ſit æqualis quadrato medij/& ſi ille qui ex primo in tertium producitur fuerit æqualis quadrato medij q̄ illi tres numeri ſint continue proportionales: ſicut proponit in 16 ſexti/de tribus lineis. hoc enim facile demonſtratur per hanc 20: medio illorum trium numerorum/ æquali aſſumpto. quẽadmodum in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor: aſſumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

19 ¶Si quatuor numeri proportionales fuerint: qui ex primo

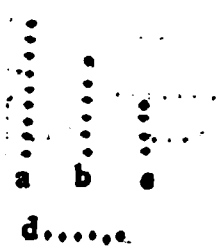
& quarto ſit/æquus eſt ei qui ex ſecundo & tertio. Etſi qui ex primo & quarto ſit numerus æqualis fuerit ei qui ex ſecũdo & tertio:ipſi quatuor numeri proportionales erunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales a,b, c,d:ſicut a ad b,ſic c ad d.& a quidem ipſum d multiplicans:efficiat ipſum e.& b ipſum c multiplicans: efficiat ipſum f. Ipſe autem a ipſum c multiplicans: efficiat ipſum g. Quoniam igitur a ipſum c multiplicans/ipſum g fecit:multiplicans autem ipſum d, ipſum e fecit:numerus autem a duos numeros c,d,multiplicãs/ ipſos g,e,fecit:& igitur per 17 ſeptimi/ſicut c ad d,ſic eſt g ad e.Sicut autem c ad d: ſic a ad b. & ſicut igitur per 11 quinti/a ad b:ſic g ad e.Rurſus quoniã a ipſũ c multiplicãs/ipſum g fecit:ſed b ipſum c multiplicans/ipſũ f fecit: duo numeri a,b,numerum aliquẽ c multiplicantes/ipſos fecerunt g,f.eſt igitur per 18 ſeptimi ſicut a ad b:ſic g ad f.ſed & ſicut a ad b:ſic g ad e. & ſicut igitur per 11 quinti g ad e:ſic g ad f.Igitur g ad vtrunq; ipſorum e,f:eãdem habet rationem.æqualis igitur eſt e ipſi f per 7 quinti. ¶Sit vero rurſus æqualis e ipſi f.Dico q; eſt ſicut a ad b:ſic eſt c ad d.Eiſdem nãq; diſpoſitis/quoniã a ipſos c,d, multiplicãs/ipſos g,e fecit:eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut c ad d ſic g ad e.æqualis autem eſt e ipſi f. eſt igitur ſicut g ad e:ſic g ad f p ſecũdã partẽ ſeptimę quiti.Sed ſicut quidẽ g ad e: ſic c ad d.ſicut autem g ad f:ſic a ad b,per 18 ſeptimi. ſicut igitur per 11 quinti/a ad b: ſic c ad d.Quod oportebat demonſtrare.

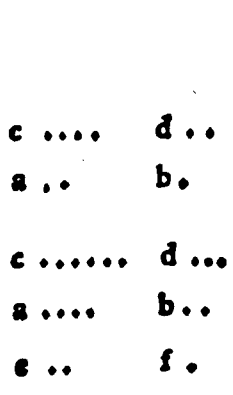
Eucli.ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

¶Si tres numeri proportionales fuerint:qui ſub extremis/ æqualis eſt ei qui a medio. Et ſi qui ſub extremis æqualis fuerit ei qui a medio:ipſi tres numeri proportionales erunt. 20



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres numeri proportionales a,b,c.ſicut a ad b:ſic b ad c.Dico q; qui ex a,c:æquus eſt ei qui ex b.Ponatur enim ipſi b æqualis d. eſt igitur ſicut a ad b:ſic d ad c.Igitur qui ex a,c: æquus eſt ei qui ex b,d.at qui ex b,d:æquus eſt ei qui ex b. æqualis enĩ eſt b ipſi d.Qui igitur ex a,c : æquus eſt ei qui ex b. ¶Sed qui ex a,c: æquus eſto ei qui ex b.Dico q; ſicut a ad b:ſic eſt b ad c.Quoniã enĩ qui ex a,c,æquus eſt ei qui ex b:qui vero ex b,æquus eſt ei qui ex b,d: eſt igitur per vndecimam quinti/ſicut a ad b ſic d ad c. æquus autem eſt b ipſi d.eſt igitur ſicut a ad b:ſic b ad c,quod erat demonſtrandum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 21.

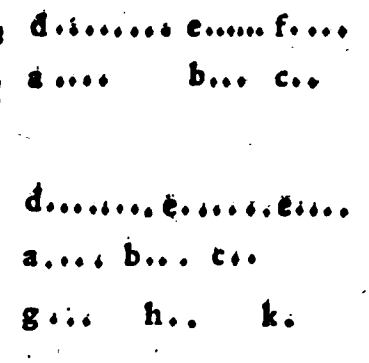


NVmeri ſecundum quamlibet proportionem minimi:numerãt quoſlibet in eadem proportione/ minor minorem & maior maiorem æqualiter. 21

¶CAMPANVS. ¶Sit a & b:minimi numeri in ſua proportione.ſitq; c ad d:ſicut a ad b.dico q; a numerat c,& b,d:æqualiter. Cum ſit enim a ad b ſicut c ad d:erit permutatim a ad c ſicut b ad d.erit igitur a,c tota pars vel partes:quota vel quotæ b,d,ſi itaq; fuerit pars: conſtat propoſitum. At ſi partes:ſit e vna partium a, & f vna partium b. & quia tota pars eſt e,c per hypotheſin quota f,d:erit per diffinitionem proportio e ad c ſicut f ad d.quare permutatim e ad f: ſicut c ad d.quare etiam ſicut a ad b.non ſunt itaq; a & b:minimi ſuę proportionis. quod eſt contrarium poſitis. Similiter quoq;

¶ Quotlibet numeri/ſiue in eadem proportione ſiue in diuerſis minimi:numerant omnes in eadẽ proportione quiſq; ſuum correlatiuum æqualiter.

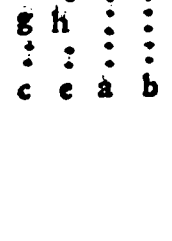
¶Vt ſi ſint a,b,c,minimi in eadem proportione vel in diuerſis / ſintq; in eadem vel eiſdem d,e,f: ita q; ſit d ad e vt a ad b,& e ad f vt b ad c. dico q; a numerat d,& b,e,& c,f:æqualiter. quia enim eſt a ad b,vt d ad e: erit permutatim a ad d,vt b ad e.& quia b ad c. vt e ad f: erit etiã permutatim b ad e: vt c ad f. quare b ad e.& c ad f: ſicut a ad d.& quia a,b, c,ſunt minores d,e,f: erit b,e,& c,f,tota pars aut partes: quota eſt a,d. Si itaq; pars: conſtat propoſitum. At ſi partes. ſit g vna partium a,& h vna partium b,& k vna c. eritq; per præſentem hypotheſin tota pars h, e,& k,f: quota g,d. quare per diffinitionem h ad e,& k ad f ſicut g ad d. permutatim igitur erit g ad h vt d ad e:& h ad k,vt e ad f. quare g ad h vt a ad b:& h ad k vt b ad c. quia ergo g,h,k,ſunt minores a,b,c,& in eadem proportione: ſequitur contrarium poſiti.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

21 ¶Minimi numeri eandem rationem habentium eis: metiũtur eandem rationem habentes æqualiter/ maior maiorem/ minor minorem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint enim minimi numeri eandem ratiõnem habentium ipſis a,b: ipſi c d & e f. Dico q; æqualiter c d ipſum a metitur: & e f ipſum b. Ipſe c d: ipſius a non eſt partes. Si enim poſſibile: eſto c d ipſius a partes.& h f igitur ipſius b eædem partes eſt: quæ & c d ipſius a. Igitur quot ſũt in c d, partes ipſius a: tot ſunt & in e f, partes ipſius b. Diuidatur quidem c d in ipſius a partes: hoc eſt c g & g d. Sicq; e f in ipſius b partes: hoc eſt e h & h f. erit iam æqualis multitudo ipſorum c g & g d: multitudini ipſorum e h & h f.& quoniam æquales ſũt c g& g d numeri adinuicem / ſunt autem & e h,h f numeri inuicem æquales/ eſtq; multitudo ipſorum c g& g d æqualis multitudini ipſorũ e h & h f: eſt igitur p 7 quiti/ ſicut c g ad e h, ſic g d ad h f. Erit igitur per 12 ſeptimi/ & ſicut vnus antecedentiũ ad vnum ſequentium: ſic omnes antecedentes ad omnes ſequentes. Eſt igitur ſicut c g ad e h: ſic c d ad e f. Igitur c g & e h: ipſis c d & e f in eadem ratione ſunt/ minores exiſtentes eis. quod eſt impoſſibile. Supponuntur enim ipſi c d & e f minimi: eandem rationem habẽtium eis. Igitur c d minime partes eſt ipſius a. pars igitur. & e f igitur ipſius b eadem pars eſt quæ & c d ipſius a. pariter igitur c d ipſum a metitur: & e f ipſum b. quod oportebat demonſtrare.

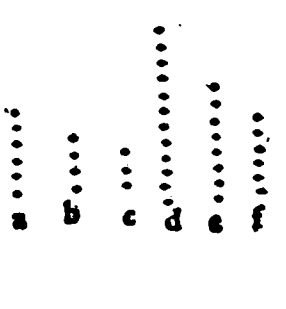


¶Huic ex Zamberto propoſitioni reſpondet id quod ſupra/ ad 19 addidit Campanus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

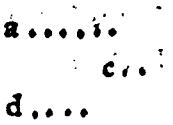
22 ¶Si fuerint tres numeri/ & alij eiuſdem æquales numero/ cum duobus ſumptis & in eadem ratione/ fuerit autem perturbata eorũ proportio: & ex æquali in eadẽ ratione erũt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint numeri a,b,c,& alij eiſdem æquales numero d,e,f: cũ duobus ſumptis/ & in eadem ratione. ſit autem perturbata eorum proportio. ſicut quidẽ a ad b: ſic e ad f.& ſicut b ad c: ſic d ad e. Dico q; & ex æquali eſt ſicut a ad c: ſic eſt d ad f. Quoniam enim eſt ſicut a ad b ſic e ad f: qui igitur ex a,f, per 20 ſeptimi æqualis eſt ei qui ex b,e. Rurſus quoniam eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e: qui igitur ex d,c, æqualis eſt ei qui ex b,e. oſtẽſum autem eſt q; qui ex a,f: æquus eſt ei qui ex b,e.& qui ex a,f igitur: per 20 ſeptimi / æquus eſt ei qui ex d,c. Eſt igitur per 11 quinti/ ſicut a ad c: ſic d ad f. quod oportebat demonſtrare.



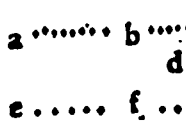
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI fuerint duo numeri ſecundum ſuam proportionẽ minimi: ipſi erunt adinuicem primi.



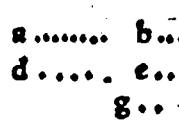
¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: ſecundum ſuam proportionem minimi. dico q̄ ipſi ſunt contra ſe primi. Si enim non: numeret eos c ſecundū d & e. eritq; per 18 d ad e ſicut a ad b. & quia d & e ſunt minores a & b: ſequitur a & b non eſſe ſuæ proportionis minimos: q̄d eſt cōtrarium poſitioni. Similiter quoq;.

¶Si fuerint quotlibet numeri in cōtinuatione ſuarum proportionum (ſiue eadem ſiue diuerſæ fuerint) minimi: nullus numerus numerabit omnes.



¶Vt ſi ſint a, b, c, minini in continuatione ſuarum proportionum. dico q̄ nullus numerabit omnes. Sin autem: numeret eos d. a quidem ſecūdum e. b vero ſecundū f. & c ſecundū g. eritq; per 18 e ad fi ſicut a ad b. & f ad g: ſicut b ad c. quia ergo e, f, g, ſunt minores a, b, c, & ſecundū proportionē eorū: non erūt a, b, c, quales poſiti ſunt. quod eſt inconueniens. ¶Q̄q̄ autem nullus numeret a, b, c, ſi fuerint minimi: poteſt tamen eſſe vt quoſlibet duos ex eis numeret vnus. ducto etenim quolibet numero in aliquem ad ſe primum: ac vtroq; eorum in aliquem tertium ad vtrūq; primū: prouenient tres numeri quorū quiq; duo erūt cōpoſiti. nullus tamē numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorū quiſq; ſit primus ad alios. ducaturq; a in b & c: & prouenīat d & e. itēq; b in c: & prouenīat f. dico quoſq; duos ex d, e, f, eſſe adinuicem compoſitos: tamen nullus numerabit omnes. Duos quoſq; patet eſſe compoſitos. a enim numerat d & e. b vero d & f. & c, e & f. q̄ autem nullus numeret omnes: patebit' prius demonſtrato q̄ a eſt maximus numerans d & e. b quoq; maximus numerās d & f. & c maximus numerans e & f. Hoc autem ſic cōſtat. ſi enī a nō eſt maximus numerās d & e: ſit itaq; g. numeretq; d ſecūdū h, & e ſecūdū k. erit per ſecundā partē 20 a ad g: ſicut h ad b. itēq; per eandē a ad g: ſicut k ad c. Quia ergo a eſt minor g: erit b minor h, & k minor c. & quia h ad k ſicut b ad c, vtraq; enim eſt ſicut d ad c per 18 bis aſſumptam/ſunt autem h & k minores b & c: erit per immediate ſequentem & per hanc hypotheſin q̄ b & c ſunt contra ſe primi/ reperire minimis minores. quod quia eſt impoſſibile: erit a maximus numerans d et e. Eodemq; modo probabitur q̄ b ſit maximus numerans d & f: & c maximus numerans e & f. ſi quis ergo numerat d, e, f: per correlarium ſecūdæ ter aſſumptum ipſe numerabit a, b, c. ſed quiſq; eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impoſſibile. Similiter quoq;

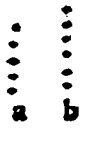
¶Quotlibet numeri quos vnus non numerat: ſecundum cōtinuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.



¶Vt ſi ſint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numetat. dico q̄ ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionum minimi. Alioquin ſint minimi d, e, f. qui per 21 numerabunt a, b, c, quiſq; ſuum relatiuū æqualiter. ſit ergo vt ſecundum g. eritq; per 17 vt viceuerſa g numeret a, b, c, ſecundum d, e, f. quare accidit contrarium poſitioni.

Euclí. ex Zamb. Theorema 21 Propoſitio 23.

¶Primi numeri adinuicem: minimi ſunt eandem rationem habentium eis. 23



¶THEON ex Zamb. ¶Sint primi numeri adinuicē a, b. Dico q̄ ipſi a, b: minimi ſunt eandem rationem habentium eis. ſi autem a & b non ſunt minimi eandē habentium rationem eis: erūt aliqui numeri ipſis a, b, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis a, b. ſint autem c, d. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium eis metiuntur eandem rationem habentes pariter maior maiorem/minor minorē/ per 21 ſeptimi/hoc eſt antecedens ipſum antecedentem & conſequens ipſum conſequentem: æqualiter igitur c ipſum a metitur, & d ipſum b. Quoties enim c ipſum a metitur: totvnitates ſint in e. & d igitur ipſum b metitur: per eas quæ in e ſunt vnitates. & quoniam c ipſum a metitur per eas quæ in ipſo e ſunt vnitates: igitur & e ipſum a metitur per eas

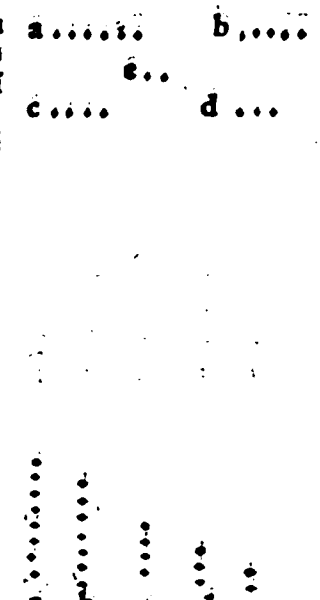
quæ in ipſo c ſunt vnitates. Id propterea & e ipſum b metitur: per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Igitur & e ipſos a,b, metitur primos exiſtentes adinuicem. Quod eſt impoſſibile per 13 diffinitionem ſeptimi. Non erunt igitur aliqui numeri ipſis a,b, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis a,b. Minimi igitur ſunt a & b eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonſtraſſe.

¶ Sequens ex Campano 23: præcedenti 23 ex Zamberto reſpondet. præcedens autem ex Campano 22: ſequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

23 QVilibet numeri contra ſe primi: ſunt ſecundum ſuã proportionem minimi.

¶ CAMPANVS. ¶ Hæc eſt conuerſa premiſſę. vt ſi duo numeri ſint a & b contra ſe primi: ipſi erunt ſecundum ſuã proportionem minimi, ſin autem: ſint minimi in eadem proportione (ſi poſſibile eſt) c & d. conſtat itaq; per 21 q̃ c numerat a, & d, b, æqualiter. ſit igitur vt ſecundum e. erit per 17 vt viceuerſa e numeret a & b. a quidẽ ſecundũ c: & b ſecundum d. non ſunt igitur a & b contra ſe primi. quod eſt contra hypotheſin.



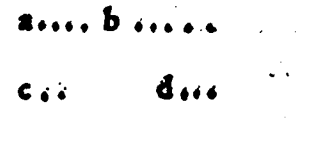
Eucli. ex Zamb. Theo. 22. Propo. 24. Cõuerſa p̃cedẽtis.

24 ¶ Minimi numeri eandem rationem habentium eis: primi adinuicem ſunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis a,b. Dico q̃ a,b, primi adinuicem ſunt. Si autẽ a,b, adinuicem nõ ſunt primi: metietur aliquis numerus ipſos a,b. metiatur: & eſto c. & quoties quidem c ipſũ a metitur: tot vnitates ſint in d. quoties autem c ipſum b metitur: tot vnitates ſint in e. Quoniam c ipſum a metitur per eas quæ in d vnitates exiſtunt: igitur & c ipſum d multiplicãs ipſum a facit. id propterea & c ipſum e multiplicãs: ipſum b facit. numerus igitur c duos numeros d,e, multiplicans: ipſos a b facit. Eſt per 17 ſeptimi, & per 11 quinti igitur ſicut d ad e: ſic eſt a ad b. Qui autem ipſis a,b, in eadem ſunt ratione minores ſunt. quod eſt impoſſibile. Ipſos igitur a,b, numeros: numerus aliquis nõ metietur. Igitur ipſi a,b: primi inuicem ſunt. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI fuerint duo numeri contra ſe primi: ſi quis vnum eorum numeret, ad alterum eſſe primus neceſſario comprobatur.

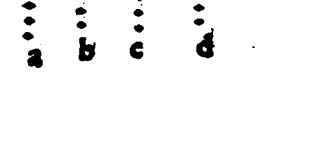


¶ CAMPANVS. ¶ Sint a & b contra ſe primi: c vero numeret a. Dico q̃ c primus eſt ad b. alioquin: numeret eos d. quæ per penultimã conceptionẽ numerabit etiam a. non ſunt ergo a & b, contra ſe primi: d enim numerat ambos.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 25.

25 ¶ Si bini numeri, primi adinuicem fuerint: vnum eorũ metiens ad reliquum primus erit.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bini numeri primi adinuicem a & b. Ipſum autẽ a metiatur aliquis numerus c. Dico q̃ & c,b: primi adinuicem ſunt. Si autem c,b, non ſunt adinuicem primi: metietur ipſos c,b, aliquis numerus. metiatur: & eſto d. Quoniã d ipſum c metitur, & c ipſum a metitur: & d igitur ipſum a metitur. metitur autem & b. Igitur d ipſos a,b, metitur: primos adinuicem exiſtentes. qđ eſt impoſſibile, per 13 diffinitionem ſeptimi. Ipſos igitur b,c, numeros numerus aliquis nõ metietur. Ipſi igitur c,b, primi adinuicem ſunt. quod erat demõſtrandũ.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 25

SI fuerint duo numeri ad aliũ quemlibet primi: qui ex ductu vnius in alterũ producetur: ad eundem erit primus. 25

¶CAMPANVS. ¶Sit vterq; duorum numerorum a & b, primus ad c: & ex a in b ſit d. Dico q; d eſt primus ad c, aliter enim numeret eos e. d, quidem ſecundum f. eritq; per ſecundam partem 20. a ad e: ſicut f ad b. & quia a & c ſunt primi/& e numerat c: ipſe erit per 24. primus ad a. quare per 23 a & e: ſunt ſecundum ſuam proportionem minimi. ſequitur ergo per 21/vt e numeret b. & quia poſitum eſt q; ipſe numeret c: non erunt b & c contra ſe primi. quod eſt contra hypotheſin.

a . . . b . . . .
c . . . . .
d . . . . . .
e . . f . . . . .

Eucli.ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 26

¶Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint: & ex eis genitus ad eundem primus erit. 26

¶THEON ex Zamberto. ¶Bini numeri inq̃ a, b, ad aliquem numerũ c, primi ſint: & a ipſum b multiplicans ipſum d efficiat. Dico q; ipſi c, d: primi ſunt adinuicem. Si autem c, d, non ſunt primi adinuicem: metietur eos aliquis numerus. metiatur: & eſto e. Et quoniam c, a, primi adinuicem ſunt/ipſum autem c metitur aliquis numerus e: igitur e, a, per 25 ſeptimi/primi ſunt adinuicẽ. Quoties iam e metitur ipſum d: tot vnitates ſint in f. & f igitur ipſum d metitur: per eas quæ in e ſunt vnitates. Igitur e ipſum f multiplicans: ipſum d facit. Sed & a ipſum b multiplicans: ipſum d facit. æqualis igitur eſt qui ex e, f: ei qui ex a, b. Si autem qui ſub extremis æquus fuerit ei qui ſub mediis: quatuor numeri proportionales ſunt per 19 ſeptimi. Eſt igitur per 11 quinti/ſicut e ad a: ſic eſt b ad f. Ipſi autem a, e, primi. ipſi autem primi: & minimi. minini autem numeri per 21 ſeptimi eandem rationem habentium eis: metiuntur eãdem rationem habẽtes pariter maior maiorem/minor minorem. hoc eſt antecedens antecedentem: & conſequens conſequentem. Igitur e ipſum b metitur. metitur autem & c. igitur e ipſos c, b, metitur primos exiſtentes adinuicem. quod eſt impoſſibile per 13 diffinitionem ſeptimi. Ipſos igitur c, d, numeros: numerus aliquis nõ metietur. Ipſi igitur c, d: primi adinuicem ſunt. Quod oportebat demonſtrare.

a . . . b . . . .
c . . . . . .
d . . .
e . . . . . .
b . . . . .
a c d e f

Eucli.ex Camp. Propoſitio 26

SI fuerint duo numeri cõtra ſe primi: qui ex vno eorum in ſe ipſum producitur/ad reliquũ eſt primus. 26

¶CAMPANVS. ¶Sint contra ſe primi a & b. & ex a in ſe fiat c. Dico q; c primus eſt ad b. ſit enim d: æqualis a. eritq; d primus ad b. & ex a in d: fiet c. per præmiſſam igitur patet c primum eſſe ad b. quod propoſuimus.

a . . . b . . . .
c . . . . . .
d . . .

Eucli.ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 27.

¶Si duo numeri primi adinuicem fuerint: qui ex vno eorũ fit/ad reliquum primus erit. 27

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri primi adinuicem a, b: et a ſeipſum multiplicans/ipſum c efficiat. Dico q; ipſi b, c: primi adinuicem ſunt. Ponatur enim ipſi a: æqualis d. Quoniam a, b, primi adinuicem ſunt/æqualis autem eſt a ipſi d: & d, b, igitur primi adiuicem ſunt. vterq; igitur ipſorum d, a, ad b primus eſt. & qui ex d, a, igitur fit: ad b primus eſt per 26 ſeptimi. Qui autem ex d, a, fit numerus: eſt c. Igitur c, b: primi adinuicem ſunt. quod erat demonſtrandum.

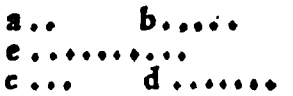
b . . . .
a c d

Eucli.ex Camp. Propoſitio 27.

f I duobus numeris ad alios duos comparatis / vterq; ad vtrumq; fuerit primus: qui ex duobus 27

prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

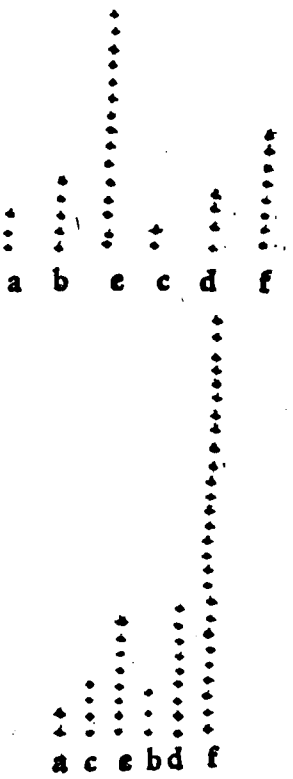
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b, priores: c & d, posteriores. sitq; vterq; duorũ a & b: primus ad vtrũq; duorũ c & d. & ex a in b sit e: & ex c in d, f. dico q; e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter concludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorum vterq; primus est ad c & ad d: erit per ipsam / e primus ad c, & item per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorũ vterq; primus est ad e: erit rursus per ipsam / f primus ad e. quod est propositum.



Euclí. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 28.

28 ¶Si bini numeri ad binos numeros vterq; ad vtrũq; primi fuerint: & qui ex eis fient / primi adinuicem erunt.

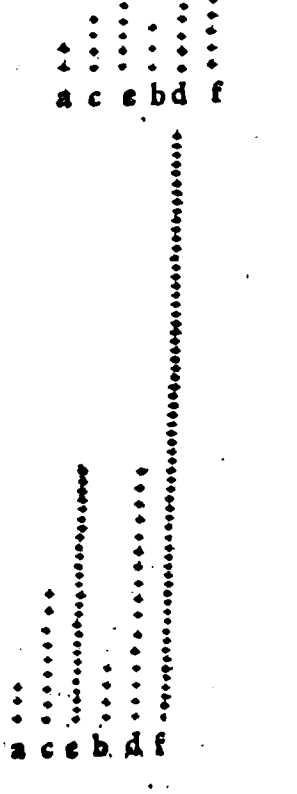
¶THEON ex Zamb. ¶Bini inq̃ numeri a, b: ad binos numeros c, d, vterq; ad vtrunq; primi sint. & a quidẽ ipsum b multiplicans / efficiat ipsũ e: & c ipsũ d multiplicãs / efficiat ipsũ f. Dico q; e, f: primi sũt adinuicẽ. Quoniã enĩ vterq; ipsorũ a, b, ad ipsũ c primus est: & q ex a, b, igitur fit / p 26 septimi / ad c primus est. qui autẽ fit ex a, b: est e. igitur e, c: primi sunt adinuicẽ. Id propterea & ipsi e, d: primi sunt adinuicem. & vterq; igitur ipsorum c, d: ad e primus est. & qui ex c, d, igitur: ad e primus est / per eandem. Qui autem fit ex c, d: est f. Igitur e, f: primi sũt adinuicem. Quod erat demonstrandum.



Euclí. ex Camp. Propositio 28.

28 SI fuerint duo numeri contra se primi / ducaturq; eorum vterq; in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in vtrunq; productorum suum ducatur principium: erunt quoq; producti contra se primi.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b contra se primi. ducaturq; vterq; in se: & proueniant ex a quidem c, ex b vero d. itemq; ducatur a in c, & proueniat e: & b in d, & proueniat f. dico c & d esse contra se primos: itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 / c primus ad b. per eãdem igitur erit d primus ad a & ad c. sicq; constat primum: quod est c & d esse contra se primos. ¶Reliquũ sic. est enim vterq; duorũ numerorum a & c: primus ad vtrunq; duorum b & d. itaq; per 27 / erit e primus ad f. quod est reliquum. Non solum autem erit e primus ad f: sed etiam per 25 / ad b & ad d. itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur vtrũq; productorum in suum principium: essent omnes producti contra se primi. & non solum: sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.



Euclí. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 29.

29 ¶Si bini numeri primi adinuicem fuerint / & multiplicans vterq; seipsum fecerit aliquos: qui ex eis fiunt / primi adinuicem erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos: & illi quoq; primi adinuicem erunt. & semper circa extremos hoc continget.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri primi adinuicem a, b. & a seipsum multiplicans / efficiat c: ipsum vero c multiplicãs / efficiat e. At b seipsum multiplicans / efficiat d: ipsum autem d multiplicans / efficiat f. Dico q; c, d, & e, f: primi sũt adinuicẽ. Quoniã enĩ a, b, primi adinuicẽ sũt / & a seipsũ multiplicãs fecit ipsũ c: igitur c, b, primi sũt adinuicẽ p 27 septimi. Quoniã igitur c, b, primi sũt adiuicẽ / & b seipsũ multiplicans ipsum d fecit: igitur c, d, primi sunt adinuicem per eandẽ. Et b seipsum multiplicans: ipsũ d fecit. Igitur a, d: primi sunt adinuicẽ per eandẽ.

Quoniam igitur bini numeri a,c, ad binos numeros b,d, vterq; ad vtrunq; primi sũt: per 27 septimi/ & qui ex a,c, ad eum qui ex b,d, primus est: qui autem ex a,c, est e: qui ex d,b, vero est f. igitur e,f, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.

Euclí. ex Camp. Propositio 29.

SI fuerint duo numeri contra se primi: qui ex ambobus coaceruatur / ad vtrunq; eorum erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrũq; eorum fuerit primus: duo quoq; numeri adinuicem erunt primi. 2

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b: contra se primi, dico q; ex eis compositus a b: ad vtrunq; eorum erit primus. & econuerso, nam si d numerat totum a b, & alterum eorum: numerabit per cõmunem scientiam & reliquum. quare non erunt contra se primi. sed hoc positum fuerat. patet ergo primum. ¶Secundum sic. Sit a b primus ad vtrunq; suorum componentium qui sunt a & b. dico q; a & b: sunt contra se primi. Posito enim q; d numeret vtrunq; duorum numerorum a & b: sequitur per communem scientiam q; etiam numeret a b ex eis compositum. quare ad neutrum duorum numerorũ a & b: erit a b primus. sed positum erat q; esset ad vtrunq;. accidit igitur impossibile.

a . . . b . . . .
d . .

¶CAMPANI ãnotatio. ¶Eodem quoq; modo si coaceruatus ex duobus/ primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquum. ideoq; & coaceruati inter se. Sit enim compositus ex a, b: primus ad a. dico q; erit etiam primus ad b. alioqui: numeret eos d. qui per cõceptionem numerabit & a: cum numeret totum & detractum. hoc autem inconueniens. erat enim compositus ex a & b: primus ad a.

Euclí. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 30.

¶Si bini numeri: primi adiuicẽ fuerint: & vterq; ad vtrũq; ipsorum primus erit. Et si vterq; ad vnum aliquem eorum primus fuerit: & qui in principio numeri/ primi adinuicem erunt. 30

a . . . . . b . . . . .
d . . . .

¶THEON ex Zamberto. ¶Componãtur enim bini numeri primi adinuicem: a b & b c. Dico q; & vterq; a b c: ad vtrunq; ipsorũ a b, b c, primus est. Si autem c a & a b primi adinuicem non sunt: metietur eos aliquis numerus. metiatur: & esto d. Quoniam igitur d ipsos c a & a b metitur: & reliquum igitur b c metietur. Metitur autem & b a. Igitur d: ipsos a b & b c metitur / primos existentes adinuicem. quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. ipsos igitur c a & a b numeros: numerus aliquis non metietur. Igitur c a & a b: primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi c a & b c: primi sunt adinuicem. Igitur a c: ad vtrunq; ipsorum a b & b c primus est. ¶Sint rursus c a & a b: primi adinuicem. Dico q; ipsi a b & b c primi adinuicem sunt. Si enim ipsi a b, b c, primi non sunt adinuicem: metietur ipsos a b & b c, numerus aliquis. metiatur: & esto d. & quoniã d vtrunq; ipsorum a b & b c metitur: & totũ igitur c a, metietur. metitur autẽ & ipsũ a b. Igitur d: ipsos c a a b primos adinuicem existentes metietur. quod per 13 diffinitionẽ septimi est impossibile. Ipsos igitur a b & b c numeros: numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur a b & b c: primi adinuicem sunt. Quod oportuit demonstrasse.

Euclí. ex Camp. Propositio 30.

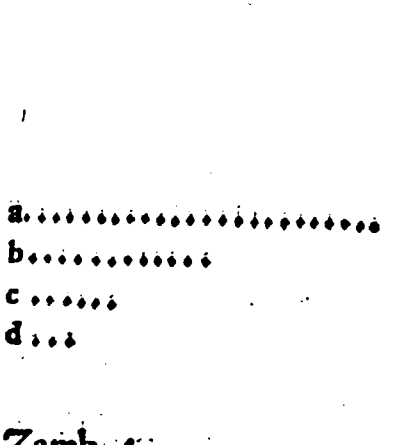
Zamb. 33.

a . . . . . .
b . . . . . .
c . . . . . .
d . . .

OMnis numerus compositus: ab alio primo numeratur.

¶CAMPANVS. ¶Sit a quilibet numerus cõpositus. Dico q; aliquis primus numerat ipsum. quia enim est cõpositus: numerabitur ab aliquo numero qui sit b. qui si fuerit

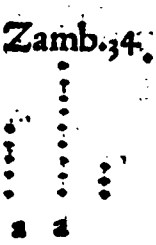
primus: verum erit quod dicitur. si autē compositus: sit c qui numerat eū/ qui etiam per communem scientiam numerabit a. si ergo ipse fuerit primus: cōstat quod dicitur. At si cōpositus: necessario numerabit eum alius/qui sit d. qui etiam per communem scientiam numerabit a. de quo ratiocinare vt prius. Quia ergo quoties occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret: sequitur vt tandem deueniatur ad aliquem primum: alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni: numerum in infinitum decrescere.



Euclí. ex Camp. Propositio 31. Zamb. 34.

31 ¶Omnis numerus: aut est primus: aut a primo numeratur.

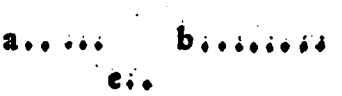
¶CAMPANVS. ¶Sit a quilibet numerus. dico ipsum esse primum/ vel numerari a primo. quia si non est primus: erit cōpositus. quilibet autē talis: ab aliquo primo numeratur per præmissam. a igitur: vel primus est vel a primo numeratur. quod proponitur.



Euclí. ex Camp. Propositio 32. Zamb. 31.

32 ¶Omnis numerus primus: ad omnem quem non numerat est primus.

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus primus non numerans b. dico q̄ a & b: sunt contra se primi. si enim c numerat eos: non est verum q̄ a sit primus.

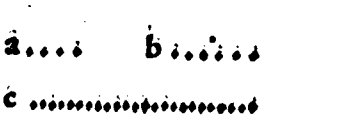


Euclí. ex Camp. Propositio 33. Zamb. 32.

33 ¶Si numerus ex duobus productus/ab aliquo primo numeretur: necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

¶ CAMPANVS. ¶Sit c ptoductus ex a in b: & sit d numerus primus qui ponatur numerare c. dico q̄ d numerat a vel b. numeret enī c: secūdum e. si ergo non numerat a: erit primus ad ipsum per præmissam. & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23. & quia a ad d sicut e ad b, per secundam partem 20: sequitur vt d numeret b per vigesimamprimam. quod est propositum.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifestū est / q̄ si aliquis numerus numerat productum ex duobus/vel si eidem fuerit cōmensurabilis: cōmensurabilis quoq; erit alteri eorum.



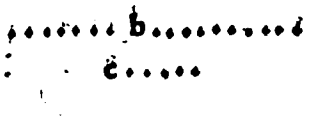
¶Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones: quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

Campanus.
30 31 32 33

Euclí. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 31
33 34 31 32
Zambertus.

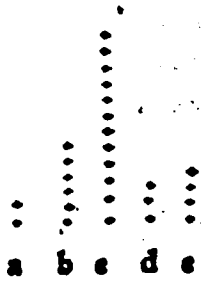
31 ¶Omnis primus numerus: ad omnem numerum quem nō metitur primus est.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit primus numerus a: & ipsū b nō metiat. Dico q̄ ipsi b, a: primi adiuicē sūt. Si autē ipsi a, b, nō sūt adiuicē primi: aliqs numerus eos metietur. metiatur c. ipse c: nō est vnitas. Quoniā igit c ipsū b metitur/& a nō metitur ipsū b: igitur c ipsi a nō est idē. Et quoniā c ipsos a, b, metitur: & a igitur metitur primū existētē/ nō existens ei idē. qđ est impossibile per 13 diffinitionē septimi. Ipsos igitur a, b: numerus aliqs non metietur. Igitur ipsi a, b: primi adinuicem sunt. quod oportuit demonstrasse.



Euclí. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 32.

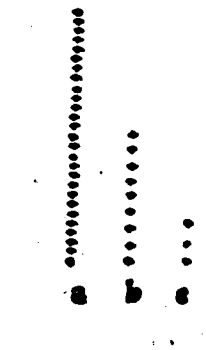
32 ¶Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem/factum autē ex eis metitur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in principio metietur.



¶THEON ex Zāb. ¶Bini inq̄ numeri a,b,multiplicātes se adinuicē: ipſum efficiāt c.ipſum autem c:metiatur aliquis numerus primus d.Dico q̄ d:vnū ipſorum a,b,metitur.Ipſum a nō metiatur:eſtq; primus d. Igitur a,d,primi adinuicem ſunt per præcedentem.Et quoties d ipſum c metitur:tot vnitates ſint in e.Quoniam igitur d ipſum c metitur per eas quæ in e ſunt vnitates:igitur d ipſum e multiplicans/ipſum c efficit.Atq; & a ipſum b multiplicans:ipſum efficit c.æqualis igitur eſt qui ex d,e:ei q ex a,b.Eſt igitur per 19 ſeptimi/ſicut a ad d: ſic b ad e. Ipſi autem d,a,primi ſunt.primi autem & minimi.minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter:maior maiorem/& minor minorem/per 21 ſeptimi.hoc eſt antecedens antecedentem:ſequens ſequentem.Igitur d ipſum b metitur.Similiter quoq; oſtendemus q̄ & ſi d ipſum b non metiatur:metietur & a.Igitur d:vnum ipſorum a,b metitur. Quod erat demonſtrandum.

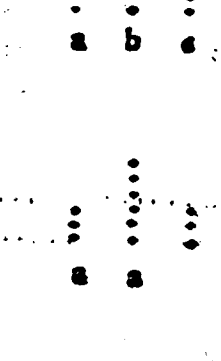
Eucli.ex Zamb. Theorema 31. Proppſitio 33.

¶Omnis compoſitus numerus: ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. 33



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit compoſitus numerus a.Dico q̄ a ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit.Quoniam a compoſitus eſt: metietur eum aliquis numerus per 14. diffinitionem ſeptimi.metiatur: & eſto b.& ſi b primus eſt:manifeſtum iam eſt quod quærimus per eandem.Si autem compoſitus:metietur eum aliquis numerus per eandem. metiatur:& eſto c.Et quoniam c ipſum b metitur/& b ipſum a metitur: & c igitur ipſum a metitur:& ſi c quidem primus eſt:manifeſtum iā eſt id quod quæritur.Si autem compoſitus: eū aliquis numerus metietur. talis vero factus: ſumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentē/qui & ipſum a metietur.Si autem nō ſumetur: metientur ipſum a numerum infiniti numeri/quorum alter altero minor eſt.quod eſt impoſſibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem:qui & ipſum a metietur.Omnem igitur compoſitū numerū:primus aliquis numerus dimetitur.quod oportuit demōſtraſſe.

¶ALITER. ¶Sit compoſitus numerus a.Dico q̄ eum aliquis primus numerus metitur.Quoniā cōpoſitus eſt ipſe a:metietur eū aliqs numerus per 14. diffinitionem ſeptimi.& ſit minimus metientium eum:b.Dico q̄ b primus eſt.Si autem b primus non eſt: metietur igitur eum aliquis numerus.Cadat ſub dimenſionē ipſius c.Igitur c ipſo b minor eſt. & quoniam c ipſum b metitur/& b ipſum a metitur:& c igitur ipſum a metitur minor exiſtens ipſo b ipſum a metientiū minimo.quod abſurdum eſt.Igitur b non eſt compoſitus:ſed primus.



Eucli.ex Zamb. Theorema 32.Propoſitio 34.

¶Omnis numerus:aut primus eſt:aut eum aliquis primus metitur. 34.

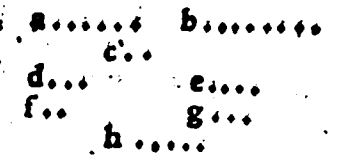
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit numerus a.Dico q̄ a: aut eſt primus/ aut eum aliquis numerus metitur.Si autem primus eſt a:factum iam eſt id quod quęritur.Si autem cōpoſitus:eum aliquis numerus primus metietur per 33 ſeptimi.Omnis igitur numerus:aut primus eſt/aut eum aliquis primus numerus metitur.quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 34.

NVmeros ſecundum proportionem numerorum aſſignatorum minimos:inuenire. 34

¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifeſtum eſt/maximum numerum duos communiter numerātē:ſecundū minimos illius proportionis eos numerare.

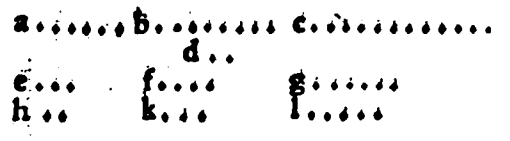
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b numeri propoſiti: ſecundū quorum proportionem volumus inuenire minimos. ſi ergo fuerint contra ſe primi: ſunt quales inquirimus/per 23. ſi autem compoſiti: ſumatur (vt docet ſecunda) maximus eos cōmuniter numerās qui ſit c. numeretq; eos ſecūdū d & e. eruntq; in eadē proportione per 18: quos dico eſſe quales quærimus. Sin autem: ſint f & g. qui per 21/numerabūt a & b æqualiter. ſit igitur vt ſecūdum h. eritq; per ſecundam partem 20/c ad h: ſicut f ad d, vel ſicut g ad e. quare c eſt minor h. itaq; cum h numeret a & b: non fuit c maximus eos numerās. ſed erat poſitum q; ſic. ergo contra hypotheſin.



¶CAMPANI additio. ¶Numeros ſecūdum continuitatē proportionum numerorum aſſignatorum minimos reperire.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde etiam manifeſtū eſt maximum numerum quotlibet cōmuniter numerantem: ſecūdum minimos proportionum eorum eos numerare.

¶Vt ſi ſint a,b,c, ſecundū quorū proportiones volumus minimos inuenire: ſiue fuerit in eadē proportione ſiue in diuerſis. ſi nullus numerus numerat eos omnes: ipſi ſunt quos quærimus/per 23. hoc enī ibi demonſtratū eſt. Si autem vnus numerat omnes: ſumatur vt docet tertia maximus eos cōmunitet numerās qui ſit d. numeretq; eos ſecūdū e,f,g. qui erunt in eadē proportione per 18. dico eos eſſe quos quærimus. alioqui ſint h,k,l: q; per 21/numerabunt a,b,c, æqualiter. ſit vt ſecundū m. eritq; per ſecundā partē 20/d ad m: vt h ad e, vel k ad f, vel l ad g. Minor eſt igitur d q; m. quare cū m numeret a,b,c: non fuit d maximus eos numerans. quare ſequitur impoſſibile. fuit enim d: maximus numerās a,b,c.



Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 35.

35 ¶Numeris datis quibuſcūq; inuenire minimos eaſdem rationes habentium eis.

¶THEON ex Zāb. ¶Sint dati qlibet numeri a,b,c. Oportet iā inuenire minimos eaſdē rationes habētiū eiſdē a,b,c. Ipſi inq; a,b,c: aut primi adinuicē ſūt/aut nō. Si qdē ipſi a,b,c, primi ſunt adinuicē: minimi ſūt eandē rationē habentiū eis per 23 ſeptimi. Si autē non: ſumatur per 3 ſeptimi/ipſorū a,b,c, maxima cōmunis dimēſio d. & quoties d vnūquēq; ipſorū a,b,c, metitur: tot vnitates ſint in vnoquoq; ipſorū e,f,g. & vnuſquiſq; igitur ipſorū e,f,g: vnūquenq; ipſorū a,b,c, metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Igitur ipſi e,f,g: ipſos a,b,c, æque metiūtur. Igitur per 18 ſeptimi/ipſi e,f,g: ipſis a,b,c, in eadē ſunt ratione. Dico iam q; & minimi. Si autē ipſi e,f,g, non ſunt minimi eandē rationē habentiū eiſdē a,b,c: erunt aliqui numeri ipſis e,f,g; minōres in eadē ratione exiſtentes ipſis a,b,c. Sint h,k,l. æque igitur h metitur ipſū a: & vterq; ipſorū k,l, vtrūq; ipſorū b,c. Quoties autē h ipſū a metitur: tot vnitates ſint in ipſo m. & vterq; igitur per 21 ſeptimi/ipſorū k,l: vtrūq; ipſorū b,c, metitur per eas quæ in m ſūt vnitates. & m igitur ipſū a metitur per eas quę in vtroq; ipſorū k,l, ſunt vnitates. Igitur m ipſos a,b,c, metitur. Et quoniā h ipſū a metitur per eas quę in m ſunt vnitates: igitur h ipſū m multiplicās: ipſū a facit. Id propterea & ipſū d multiplicās: ipſū efficit a. Aequalis igitur eſt qui ex e,d: ei qui ex h,m, per 16 ſeptimi. Eſt igitur p 19 ſeptimi/ſicut e ad h, ſic eſt m ad d. maior autē eſt e ipſo h. maior igitur eſt & m ipſo d. & metitur ipſos a,b,c. qd eſt impoſſibile. Supponitur nāq; d: ipſorū a,b,c, maxima cōmunis dimēſio. Igitur non erūt aliq; numeri: minores ipſis e,f,g: in eadē exiſtētes ratione ipſis a,b,c. Igitur e,f,g: minimi ſunt eandē rationē habentiū ipſis a,b,c. qđ feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 35.

35 QVilibet duo numeri minimos numeros ſuę proportionis maior minorē & minor maiorē multiplicātes: minimum ab ipſis numeratum producunt.

Zamb.37.

¶COROLLARIVM. ¶ Vnde manifestū est minimū quē duo numerāt: quēlibet ab eis numeratū numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: minimiq; in eorum proportione c & d. eritq; per primam partem 20/vt ex a in d, & b in c: fiat idē numerus qui sit e. quem dico esse minimum numeratum ab a & b. aliter enim: sit f. quem numerēt a & b secundū g & h. eritq; per secūdam partem 20/h ad g: sicut a ad b, & sicut c ad d. & per 18 erit c ad h: sicut e ad f. cum itaq; per 21 c numeret h: e numerabit f, maior minorē. quia ergo hoc est impossibile: constat verum esse quod dicitur

a.... b.....
c.. d...
e.....
f.....
g... h.....

Euclid. ex Camp. Propositio 36.

Zamb.36.28

QRopositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire. 36

¶COROLLARIVM. ¶ Manifestum etiā ex hoc est/minimum numerum quem quotlibet numerant: quemlibet ab eis numeratum numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimum numeratum ab a & b. q; si a numerat b: non erit alius q̄ b. si autem non numerat eum nec econuerso/si ipsi sunt contra se primi: qui ex vno in alterum prouenit/erit minimus per 23/& præmissam Q2 si sunt cōmunicātes: sumantur minimi in eorū proportione/vt docet 34. & maiore in minorem eorum multiplicato: prouenit a e. qui erit/minimus numeratus ab eis per præmissam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e & c: qui sit f: eritq; f minimus numeratus ab a, b, c. sed & minimus quem numerant f & d: sit g. eritq; g minimus: quem numerant numeri propositi. q; enim omnes ipsum numerent: patet per conceptionem. sed si non est minimus: ponatur ergo h. quem quia numerant a & b: numerabit etiam ipsum/e per correlarium præmissæ. per idem quoq; correlariū: nūerabit ipsū f. sed & g. maior itaq; nūerat minorē: qd ē impossibile.

a b c d e f g h

¶CAMPANI additio. ¶Hæc & præmissa proponūtur in alio loco sub tribus conclusionibus: quarum prima æquiualet præmissæ. secunda componitur ex correlarijs ambobus. tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

Zamb.36.

¶Datis duobus numeris: minimū ab eis numeratū inuenire

a... b....
c.....
d.....
e.. f.....

¶Dati numeri sint a & b. quorū minor si numerat maiorē: est maior quē quærimus. alioq; maior eorū numeraret minorē se. Si autē neuter neutrū numeret/si ipsi sūt cōtra se primi: erit qui ex a in b, puenit (qui sit c) minimus omniū quē numerāt a & b. Nā si minorē eo numerauerit: esto d, quē numerēt scīm e & f. eritq; per secūdā partē 20/a ad b: sicut f ad e. & quia a & b sūt suæ proportionis minimi per 23: numerabit a, f, per 21. & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nā ex b in a & f fiūt c & d: sequitur c numerare d. sed erat d minor c. quare ipossibile. ¶Si autē a & b sint cōmunicantes: negociare propositum vt in 35.

¶Secunda trium conclusionū ex ambobus correlarijs est confecta.

Zamb.37

¶Si plures numeri numerum vnum numerēt: necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

a.. b...
d
e.....f...

¶Vt si sit qlibet nūerus quē numerat a & b, d: minimusq; ab eis dē numerat c: erit vt c nūeret d. cū enī sit d maior c, si c nō numerat ipsū: numerabit tñ aliqd eius. sitq; plurimū q; numerat e, & residuū sit f. eritq; f minus c. qa igitur a & b numerāt c: numerabūt q; cōem scīētiā & e. sed numerabūt d. itaq; per aliā cōmunē scientiā numerabūt f. incōueniēs ergo sequitur q; c nō fuit minim9 quē numerāt a & b. ¶Idē q; cōuinces & eodē mō de quolibet nūerato a quotlibet pluribus: sc3 q; minim9 ab illis quotlibet pluribus numeratus eundē numeret. ¶Vltima triū conclusionū est.

¶Propoſitis tribus numeris: minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire.

ZAMB. 38.

¶Tres numeri propoſiti ſint a,b,c. minimuſq; quem numerant a & b, ſit d: qui ſumetur vt prima trium concluſionum docet. Si igitur c numerat d: ſcito d eſſe quē quærimus. Si enī a,b,c, minorē eo numerant: ſit e. quē per præmiſſam concluſionē numerabit d. quod eſt impoſſibile. ¶Si autem c non numerat d: ſumatur e minimus numeratus ab eis. Quæ autem e numeretur ab a,b,c: patet. quia c numerat ipſum: & d ſimiliter. ergo & a,b: qui numerant d. quare e numerabitur ab a,b,c. Eritq; e minimus quem numerant a,b,c. Sin autem: ſit f. quem per præmiſſam concluſionem numerabit d. ſed c numerat f: quia a,b,c, numerāt eum. quare c,d, numerabūt eum. quare per præmiſſam e numerabit eum: maior minorem. quod eſſe non poteſt. Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propoſitis.

a... b.... c.....
d.....
e.....

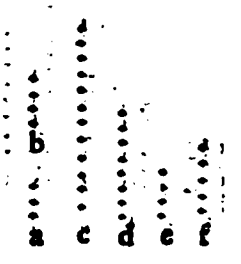
a... b.... c.....
d.....
e.....
f .....

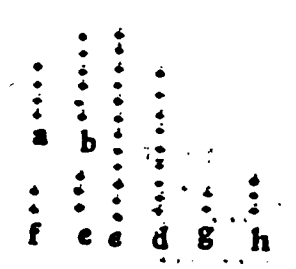
¶Duæ præcedentes ex Campano propoſitiones 35 ſcilicet & 36/tribus ex Zamberto ſequentibus Euclidis propoſitionibus ſic reſpōdēt: vt correlariū 35 ex Campano/37 ex Zamberto reſpondeat. 36 autem ex Campano: ſit ad 36 & 38 ex Zamberto propoſitiones vniuerſalis.

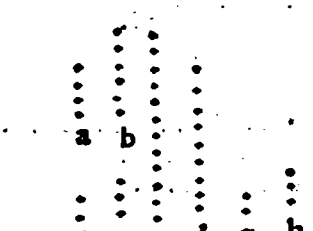
Euclī. ex Zamb. Problemā 4. Propoſitio 36.

36 ¶Duobus numeris datis: inuenire quem minimum metiūtur numerum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint dati bini numeri a,b. oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipſi a,b: certe aut primi ſunt adinuicem/aut non. Sint prius a,b: primi adinuicem. & a ipſum b multiplicans: efficiat ipſum c. & b igitur ipſum a multiplicans: ipſum efficit c per 16 ſeptimi. Igitur ipſi a,b: ipſum c metiuntur. Dico iam q; & minimum. Si autem non: ipſi numeri a,b, metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo c. metiantur: & eſto d. & quoties a ipſum d metitur: tot vnitates ſint in e. quoties autem b ipſum c metitur: tot vnitates ſint in f. Igitur a ipſum e multiplicans: efficit ipſū d. & b multiplicās ipſum f: efficit ipſum d: æqualis igitur eſt qui ex a,e, ei qui ex b,f. eſt igitur p 19 ſeptimi/ſicut a ad b: ſic eſt f ad e. ipſi autem a,b: ſunt primi. primi autē per 23 ſeptimi: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem/& minor minorem. Igitur per 21 ſeptimi/ b metitur ipſum e: ſicut ſequens ſequēs tem. Et quoniam a ipſos b,e, multiplicans ipſos c,d, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut b ad e, ſic eſt c ad d. At b: ipſum e metitur. metitur ergo & c ipſum d: maior minorē. quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi a,b, nō metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo c: quando ipſi a,b, primi adinuicem fuerint. Igitur c minimus exiſtēs: ſub ipſorum a, b, dimenſionē cadit. ¶Non ſint primi ipſi a, b, adinuicē. & ſumantur per 35 ſeptimi/minimi numeri eandem rationem habētium ipſis a,b: ſintq; f,e. æqualis igitur eſt qui ex a,f: ei qui ex b,e, per decimam nonā ſeptimi. & a ipſum e multiplicans: efficiat ipſum c. & b igitur ipſum f multiplicans: efficit ipſum c. Igitur a,b: ipſum c metiuntur. Dico iam q; & minimum. ſi autem non: metientur ipſi numeri a,b, aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo c. metiantur: & eſto d. & quoties quidē a ipſum d metitur: tot vnitates ſint in g. Quoties autem b ipſum d metitur: tot vnitates ſint in h. A igitur g multiplicans: efficit ipſum d. ipſe b vero ipſum h multiplicans: efficit ipſum d. æqualis igitur eſt qui ex a,g: ei qui ex b,h. Eſt igitur per 19 ſeptimi/ſicut a ad b: ſic eſt h ad g. Sicut autē a ad b: ſic f ad e. & per vndecimā quīti: igitur ſicut f ad e: ſic h ad g.







Ipſi autem f,e:minimi.minimi vero eandem rationem habentes æque metiuntur:maior maiorē/& minor minorem/per 21 ſeptimi.Igitur e ipſum g metitur.& quoniam a ipſos e,g,multiplicans/ipſos fecit c,d:eſt igitur per 17 ſeptimi ſicut e ad g ſic eſt c ad d.At e ipſum g metitur.& c igitur ipſum d metitur/maior minorem.quod eſt impoſſibile. Ipſi igitur a,b:non metientur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo c. Igitur c minimus exiſtens:ſub ipſorū a,b,dimenſionē cadit.quod oportuit facere.

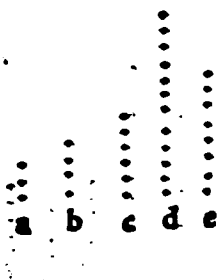
Eucli.ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 37.

¶Si bini numeri numerum aliquem menſi fuerint:& minimus qui ſub eorum dimenſionem cadit/ eundem metietur. 37

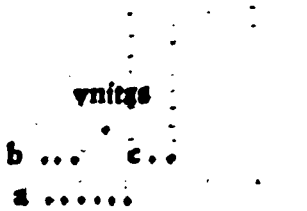
¶THEON ex Zamberto.¶Bini inq̄ numeri a,b:numerum aliquem c d metiantur.minimus vero ſit e.Dico q̄ e quoq; ipſum c d metitur.Si autem e ipſum c d non metitur:ipſum d f metiens ipſe e,relinquat ipſo minorem hoc eſt c f.& quoniam ipſi a,b,ipſum e metiuntur/at e ipſum d f:& ipſi a,b,igitur ipſum d f metiuntur.metiuntur autem & totum c d.& reliquum igitur c f metientur minorem exiſtētē ipſo e.quod eſt impoſſibile.Igitur e ipſum c d metitur.quod erat demonſtrandum.

Eucli.ex Zamb. Problema.5. Propoſitio 38.

¶Tribus numeris datis:inuenire quem minimū numerū metiuntur. 38



¶THEON ex Zamberto.¶Sint dati numeri a,b,c.oportet iam inuenire:quem minimum numerum metiuntur. Suſcipiatur enim per 36 ſeptimi/minimus numerus d:qui ſub ipſorum a,b,dimenſionem cadat. Iam c ipſum d aut metitur:aut non metitur.metiatur prius. metiuntur autem & ipſi a,b:ipſum d.Igitur ipſi a,b,c:ipſum d metiuntur.Dico q̄ & minimum.Si autem non:ipſi a,b,c,numeri metientur numerum minorem ipſo d.metiantur e. Quoniam ipſi a,b,c,ipſum e metiuntur:igitur & a,b,ipſum e metiuntur.& minimus igitur quem ipſi a,b,metiuntur:metietur ipſum e per 37 ſeptimi. At minimus quem ipſi a,b,metiuntur:eſt d. Igitur d ipſum e metietur / maior minorem.quod eſt impoſſibile.Ipſi a,b,c,igitur:non metientur numerum aliquem minorem exiſtentem ipſo d.Igitur ipſi a,b,c:minimum d metiuntur.¶Non metiatur rurſus c ipſum d: & ſuſcipiatur per 36 ſeptimi minimus numerus e quem metiantur ipſi c,d.Quoniam a,b,ipſum d metiuntur / at d ipſum e metitur:& a,b,ipſum e igitur metiuntur.metitur autem & c ipſum e.igitur ipſi a,b,c:ipſum e metiuntur. Dico q̄ & minimum.ſi autē non:ipſi a,b,c,metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo e. metiantur f.Quoniam ipſi a,b,c,ipſum f metiuntur:& ipſi a,b,igitur ipſum f metiūtur.& minimus igitur quē a,b,metiūtur:ipſum f metietur per 37 ſeptimi.minimus autem quē ipſi a,b,metiuntur:eſt d.igitur d ipſum f metitur.metitur autem & c ipſum f.Igitur ipſi d,c,ipſum f metiuntur.quare per eandem & minimus igitur quem ipſi c,d,metiuntur:ipſum f metietur. At minimus quem ipſi c,d,metiūtur: eſt e.Igitur e ipſum f metitur:maior minorem.qđ eſt impoſſibile.Ipſi a,b,c,igitur non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo e. Igitur e minimus eſt:quem ipſi a,b,c,metiuntur.quod oportebat facere.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 37.

SI numerus aliquis alium numerum numeret: erit in numerato pars a numerante denominata. 37

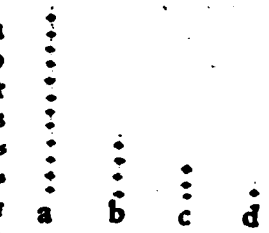
¶CAMPANVS.¶Huius ſenſus eſt/q̄ ois numerus numeratus a ternario:habet tertiam. & numeratus a quinario:habet quintā. ſicq; de cæteris.vt ſi b numeret a:erit i a pars denoiata a b. numeret enī ipſū:quoties vnitas i c.eritq; per 16 vt c quoq; toties numeret a:quoties

vnitas in b.quare tota pars est c,a:quota vnitas,b. & quia vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam:erit c pars a,denominata a b.quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 34. Propositio 39.

39 ¶Si numerum aliquis numerus metiatur: mensus cognominatam partem habebit metienti.

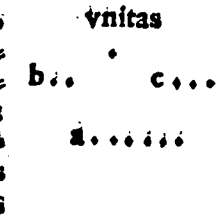
¶THEON ex Zamb. ¶Numerum enim a:numerus aliquis b metiatur.Dico ꝙ a:cognominatam partem habet ipsi b. Quoties enim b ipsum a metitur:tot vnitates sint in c. Quoniam b ipsum a metitur per eas quæ in c sunt vnitates/ metitur autem & d vnitas ipsum c per eas quæ in eo sunt vnitates:æque igitur per 15 septimi/d vnitas ipsũ c numerum metitur/& b ipsum a.Vicissim igitur per eandem/æque d vnitas ipsum b metitur numerum:metitur vero & c ipsum a.Qualis igitur pars est d vnitas ipsius b numeri:talis pars est & c ipsius a.At d vnitas: pars est ipsius b ei cognominata.& c igitur ipsius a pars est cognominata ipsi b. Quare a partem habet c cognominatã ipsi b.quod erat demonstrandum.



Eucli.ex Camp. Propositio 38.

38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat: numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus

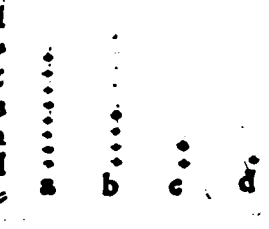
¶CAMPANVS. ¶Hæc est conuersa præmissæ:cuius est intentio/ ꝙ omnis numerus habens tertiam:numeratur a ternario,& habens quintã:a quinario,sicq; de cæteris. vt si b sit pars a denominata a c:sequitur vt c numeret a.quia enim b est pars a denominata a c,sed & vnitas est pars c denominata ab ipso c per cõceptionẽ:sequit vt quoties vnitas numerat c, toties b numeret a. itaq; per 16 quoties vnitas b: toties c numerat a.quare constat propositum. ¶Aliter idem. Cũ sit b pars a, sit tota vnitas/c. eritq; per hanc communem scientiam/vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam: c denominans b in a. & quia est b in a quoties vnitas in c:euidenter sequitur propositũ per 16.



Eucli.ex Zamb. Theorema 35. Propositio 40.

40 ¶Si numerus partem habuerit quamlibet: eum cognominati numeri metietur pars.

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus inquam a,partem habeat quãlibet b:& ipsi b parti cognominatus sit numerus c. Dico ꝙ c ipsũ a metitur.Quoniam enim b ipsius a pars est cognominata ipsi c, est autẽ & d vnitas ipsius c pars cognominata ei: qualis igitur pars est d vnitas ipsius c numeri/talis pars est & b ipsius a.æque igitur d vnitas ipsum c numerum metitur:& b ipsum a. Vicissim igitur per 15 septimi æque d vnitas ipsum b numerum metitur:& c ipsum a.& c igitur ipsum a metitur.quod erat demonstrandum.

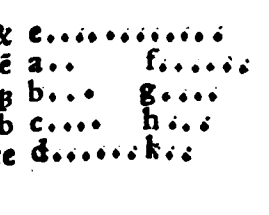


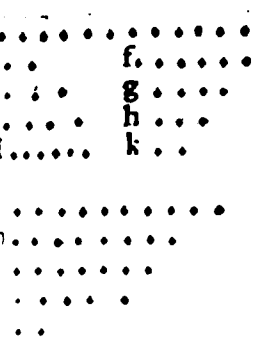
Eucli.ex Camp. Propositio 39.

39 NVmerum minimum/propositarum denominationum habentem partes:inuenire.

¶CORRELARIVM. ¶Ex quo manifestũ est/ ꝙ minimus numerus numeratus a quotlibet: est minimus habens partes denominatas ipsis.

¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c, d denominantes partes propositas: & e minimus numeratus ab eis sumptus secundũ 36.Ipsum e dico esse quẽ quærimus.Sint enim secundum quos numerant ipsum:f,g,h,k. eritq; per 16 & hanc communem scientiam/vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta:vt viceuersa f,g, h, k,numerent e secundum a,b,c,d. quare





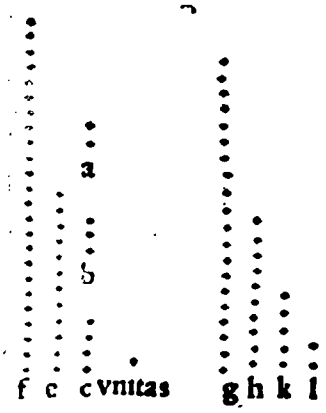
sunt partes eius ab illis dictæ.est igitur e habens partes propositarum denominationum.Minimus etiam. quoniam si alter fuerit vt l:sint partes l dictæ ab eis/m,n,p,q.eruntq; per 16 & prædictam communem scientiam a,b,c,d:viceuersa partes l dictæ ab m,n,p,q. quare non erat e minimus quem numerat a,b,c,d.quod est inconueniens.

¶CAMPANI annotatio. ¶Habito minimo/ si cura est habere secundum/aut quotumcunq; libet/ si secundum quidem:sume duplum minimi.si tertium:triplum.& ad hunc modum in alijs. Cum enim ois multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d,per hanc communẽ scientiã/omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratũ ab illo: necesse est per 37 vt omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,b,c,d.si itaq; duplus e, nõ fuerit secundus habens partes propositarum denominationũ:erit alius.quem sicut sequitur esse maiorem e:sic sequitur esse minorem duplo.& quia illum numerant a,b,c,d,per 38:sequitur per correlariũ 36 q; e numeret eundem. quod est impossibile. cũ enĩ numeret se: numeraret per hanc communẽ scientiam. omnis numerus numerans totum & detractum: numerat residuum/ differentiam illius ad se.quæ cum sit minor eo:maior numerus numeraret minorem. qđ esse nõ potest.Sequitur itaq; duplum e:esse secundum numerum habẽtem propositarum denominationum partes.Similiter quoq; argues triplum e esse tertium:probato duplo esse secundum.alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum.quod vt prius patet:est impossibile.probato autẽ triplo esse tertium:ad huius similitudinem probabis quadruplũ esse quartum.& sic in cæteris.

¶CAMPANI additiones.

¶Minimum numerum habentem partes propositarũ denominationum sumptarum continue:reperire.

¶Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam. quæ etiam tertia habeat quartam: aut qualitercunq; contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari.Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorẽ secundæ. & ex eis productum in denominatorem tertiæ.productũ quoq; in denominatorem quartæ.sicq; de cæteris vsq; ad vltimam/ a prima: vel vsq; ad primam ab vltima. & qui prouenerit:erit qui inquiritur.vt in proposito 60 vel 84. ¶Hoc autem ita esse demõstratiue sic habeto.Sint numeri partes ꝓpositas denominantes a,b,c.volumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a:ita q; illa pars habeat partem denominatã a b,sed & hæc aliam dictam a c.Ducatur itaq; c in b:& proueniat e.& e in a ,& prouenĩat f: quem dico esse quem quærimus. Cum enim f prouenĩat ex a in e:erit e pars f dicta ab a. sed & propter hoc erit c pars e dicta a b.& quia vnitas est pars c dicta ab ipso c: patet f habere partes vt ꝓponitur.Si ergo f non fuerit minimus:sit g. sitq; h pars eius dicta ab a.& k pars h dicta a b.l quoq; pars k dicta a c. eritq; per 18/ f ad g:vt e ad h.& e ad h: vt c ad k.itemq; c ad k:vt vnitas ad l. quare permutatim f ad e: vt g ad h.& e ad c:vt h ad k. & c ad vnitatem: vt k ad l.ergo per 15/erit in proportione æqualitatis f ad vnitatem: vt g ad l.ergo permutatim erit f ad g:vt vnitas ad l. quare cum g sit minor f:erit l minor vnitate.sequitur igitur impossibile: partem numeri/minorem esse vnitate.erit itaq; f minimus:habens partes vt proponitur.Quo inuento si cura fuerit habere secundum aut quotũcũq; libet:per minimi multiplices (vt prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.



¶Propositis partibus quotiscunquelibet:minimum numerum eas continẽtium inuenire.

¶Vt ſi partes propoſitæ ſint a,b,c, ſintq; eas denominãtes d,e,f,& ſumatur minimus quẽ numerant d,e,f, qui ſit g: hũc dico eſſe quẽ quærimus. erũt enim in eo propoſitæ partes per 37. qui ſi nõ fuerit minimus eas continens: ſit ergo h, quem numerabunt d,e,f. per 38 igitur non erit g minimus numeratus ab eis. quod eſt incõueniẽs: quia minimus erat.

a tertia d...
b quinta. e.....
c ſexta. f.....
g.....
h.....

¶CAMPANI annotatio. ¶Intelligo vero partes a,b,c, indeterminate poni: nõ ſub quãtitate certa. aliter enim nõ eſſet neceſſariũ vt minimus numerus quẽ numerãt d,e,f: eſſet minimus cõtinẽs ptes propoſitas. plurimas enim contingit partes reperire: quas numerus numeratus ab eorũ denominatoribus non continet. verbi gratia. Tres numeri qui ſunt 120. 90. & 72: ſunt eiuſdẽ numeri partes. primus quidẽ: tertia. ſecundus vero: quarta. & tertius: quinta. nec tamẽ minimus quẽ numerãt denominatores eorum qui eſt 60: partes iſtas continet. Inſtandũ igitur eſt (ſi partes ſub certa quantitate ponantur) primæ conſequẽtiæ huius demonſtrationis. Non enim ſequitur vt arguit per 37 ſi ternarius hunc numerat ergo hic numerus poſitus eſt eius tertia. ſed ergo habet tertiam. qua propter idem eſt quod propónitur ſecundũ vtrũq; modũ. ſed ſecundum primum: conuenientius videtur quod intẽditur proponi. Attendere autẽ oportet cũ omnis pars habeat quantitatẽ: q; in eo contingit ponere quot libet & quaſlibet partes ſecundum quantitatem. & inquirere quis minimus eas continet: & ſub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem conſtat eſſe minimum numeratum ab eis: ſecundum quos vero numerat, ſunt qui illas in illo denominant. Contingit iterum ponere quotlibet & quaſlibet denominationes: & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & ſecundum quas quantitates. Minimum quoq; conſtat eſſe minimum numeratum ab illis. ſecundum quos vero numerant: ſunt qui quantitates determinant. vtrobiq; autem idcirco inquiritur minimus. quia infiniti ſũt hinc quidem qui has partes continẽt: inde vero in quibus hæ denominationes reperiuntur. Contingit rurſus ponere quotlibet partes & totidẽ denominationes vel quot libet denominationes & totidem partes. non autem quaſlibet cum quibuſlibet: ſed certas cum certis. Si enim ponã partes tres/quatuor/quinq; & denominationes earum 6/7/8/& inquirã quis numerus continet has partes ſub iſtis denominationibus: ſimilis ero inquiſitori vano quæreti impoſſibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non vt contingit: & inquirere quis numerus poſitas partes ſub poſitis denominationibus continet/non autem quos minimus. vnicus enim eſt. nam ſiue propoſita fuerit vna pars & vna denominatio/ſiue plures & plures: non erit ſumere plures numeros quod propoſitum erit continentes. Solus enim eſt cuius ternarius eſt quinta: non plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua/& ſenarius quarta: non plures. Ideoq; proponentem partes & denominationes ipſarum in toto: non eſt quærere quis minimus continet has partes ſub iſtis denomiationibus/ſed quis vnus continet. proponentem autem partes tantum/ contingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur: ſolas quoq; proponentem denominationes/ conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem videtur partes per denominationes inquirere: q̃ denominationes per partes. diuerſitatem quidem denominationum non partium: comitatur proportionum diuerſitas.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 41.

41 ¶Numerum inuenire: qui minimus exiſtens habeat datas partes a,b,c.

¶THEON ex Zamberto. ¶Oportet iam numerum inuenire: qui minimus exiſtens habeat ipſas a,b,c, partes. Sint per 39 ſeptimi/ipſe a, b,c, partes cognominatæ numeris d,e,f. & ſumatur per 38 ſeptimi/g minimus numerus: quem d,e,f, metiantur. Quoniã g ipſi d,e,f, metiũ

a ſecunda. d..
b tertia. e...
c quarta. f....
g.....
h.....

a secunda d..
b tertia. e...
c quarta. f....
g.....
h.....

tur:cognominatam partem habet g,ipsis d,e,f,per 39 septimi.Ipsis autem d,e,f,cognominatæ partes sunt a,b,c.Igitur g habet partes a,b,c. Dico q̃ & minimus existens.Si autem g non existat minimus habens ipsas a,b,c,partes:erit aliquis numerus minor ipso g qui habebit ipsas partes a,b,c.Sit per 40 septimi/h.quoniã h habet ipsas partes a,b,c: igitur h,numeri quibus cognominatæ sunt ipsæ a,b,c,metiẽtur.quibus autem ipsæ a,b,c, partes cognominatæ sunt: sunt numeri d,e,f. Igitur ipsid,e,f:ipsum h metiẽtur/ qui minor est ipso g. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso g: qui habeat ipsas a,b,c, partes.quod oportebat demonstrare.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS Arithmeticorum elementorum septimi libri Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philsophi Mathematicorumq̃ facile principis, primũ ex Campano,deinde ex Theone Græco commentatore,interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Septimus.

Ex Campano. Diffinitiones.

LAtera numerorum dicuntur:quorum multiplicatione numeri producuntur. 1

¶Superficialis appellatur numerus:qui sub duobus lateribus continetur. 2

¶Solidus vero: qui sub tribus/ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 3

¶Quadratus: est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 4

¶Cubus:est solidus æqualibus consistens lateribus. 5

¶Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi:quorum latera sunt proportionalia. 6

Eucli.ex Camp. Propositio 1.

SI numerorum quotlibet continuę proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi:eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est. 1

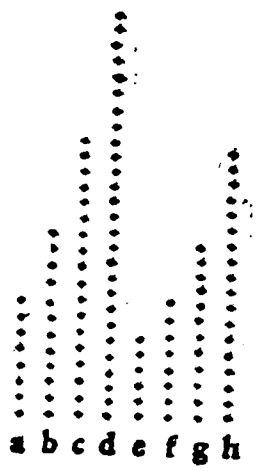
a.... b..... c.....
d... e..... f.....

¶CAMPANVS. ¶Sint continue proportionales a,b,c.duoq̃ extremi qui sunt a,c:sint contra se primi. dico q̃ in eadem proportione non reperientur totidem minores.Si autem contingit:sint d,e,f.erit q̃ per 15 septimi/a ad c sicut d ad f.& quia a & c sunt minimi in sua proportione per 23 eiusdem:sequitur per 21 vt a numeret d, & c,f,maiores scilicet minores.quod esse non potest.

Eucli.ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 SI fuerint quilibet numeri continue proportionales/ extremi vero ipſorum primi adinuicē fuerit: minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri continue proportionales: a,b,c,d. extremi autem ipſorum hoc eſt a,d: primi ſint adinuicē. Dico q̄ ipſi a,b,c,d: minimi ſunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: ſint minores ipſis a,b,c,d, ipſi e,f,g,h. in eadē ratione exiſtētes eis. Et quoniam ipſi a,b,c,d, in eadem ſunt ratione ipſis e,f,g,h. & æqualis eſt multitudo ipſorum e,f,g,h, multitudini ipſorum a,b,c,d: æque igitur eſt ſicut a ad d, ſic e ad h. at a,d: primi ſunt adinuicem. primi vero: & minimi per 14. ſeptimi. minimi autē numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: antecedens antecedentem/ & ſequens ſequentem per 21 ſeptimi. Metitur igitur a ipſum e, maior minorē. quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi e,f,g,h, minores exiſtentes ipſis a,b,c,d: in eadem non ſunt ratione ipſis. Igitur a,b,c,d: minimi ſunt eandem rationem habentium eis. quod oportebat demonſtrare.

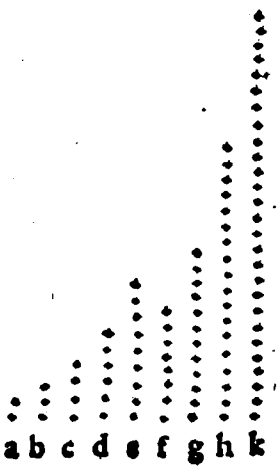


Eucli.ex Camp. Propoſitio 2.

2 VNumeros quotlibet continuæ proportionalitatis/ ſecundū proportionē datam minimos: inuenire.

¶COROLARIVM. ¶Vnde manifeſtum erit/ q̄ ſi fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis ſecundum eam minimi: duo extremi erunt quadrati. q̄ ſi fuerint quatuor: erunt extremi cubi.

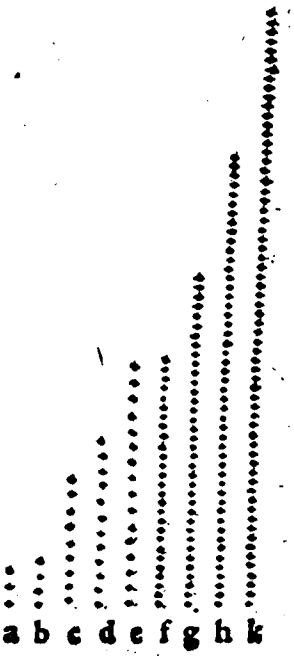
¶CAMPANVS. ¶Sint datæ proportionis minimi: a & b. ducatur q̄ a in ſe: & fiat c. & in b: & fiat d. b quoq; in ſe: & prouenīat e. eruntq; c,d,e: continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 ſeptimi. Et quia c & e ſunt contra ſe primi per 28 eiuſdem: erunt c,d,e, ſecundum datam proportionem minimi per præmiſſam. Ducatur iterum a in ōnes illos: & prouenīant f,g,h. & b in e: & prouenīat k. & erunt etiam f,g,h, k, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 ſeptimi: minimi quoq; per 28 eiuſdem & præmiſſam. Hac via & ratione inueniē tur quiq;/ vel ſex/ vel quotlibet.



Eucli.ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 2.

2 ¶Numeros inuenire continue proportionales minimos: quos ordinauerit aliquis in data ratione.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data ratio in minimis numeris: ipſius a ad b. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos quos aliquis ordinauerit in ipſius a ad b ratione. ordinētur iā quatuor. & a ſeipſum multiplicans: efficiat c. ipſum vero b multiplicans: efficiat ipſum d. & iſuper b ſeipſum multiplicās: ipſum efficiat e. Et inſuper a ipſos c,d,e, multiplicās: ipſos f,g,h, faciat. at b ipſum e multiplicās: efficiat ipſum k. Et quoniam a ſeipſum multiplicās ipſum effecit c/ ipſum autem b multiplicās fecit ipſum d: numerus iam a, binos numeros a,b, multiplicās/ ipſos effecit c,d. Eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut a ad b: ſic eſt c ad d. Rurſus quoniam a ipſum b multiplicans ipſum d fecit/ at b ſeipſum multiplicans ipſum fecit e: vterq; igitur ipſorum a,b, ipſum b multiplicans effecit vtrūq; ipſorum d,e. Eſt igitur per 18 ſeptimi/ ſicut a ad b: ſic eſt d ad e. Sed ſicut a ad b: ſic eſt c ad d. & ſicut igitur per 11 quinti/ c ad d: ſic eſt d ad e. Et quoniam a ipſos c, d, multiplicans ipſos f,g, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut c ad d, ſic eſt f ad g. Sicut autem c ad d: ſic erat a ad b. & ſicut igitur per 11 quiti/ a ad b: ſic eſt f ad g. Rurſus quoniā a ipſos d,e, multiplicans/ ipſos efficit g,h: eſt igitur per ean-



dem 17/ſicut d ad e,ſic eſt g ad h.ſed ſicut d ad e:ſic eſt a ad b.& ſicut igitur per 11 quinti/a ad b:ſic g ad h.& quoniam ipſi a,b,ipſum e multiplicantes/ipſos efficiũt h,k:eſt igitur per 18 ſeptimi/ſicut a ad b,ſic h ad k.patuit autem ℙ & ſicut a ad b:ſic f ad g,& g ad h. & ſicut igitur per 11 quinti/f ad g,& g ad h:ſic eſt h ad k. Igitur ipſi c,d,e,& f,g,h,k:proportionales ſunt in ipſius a ad b ratione.Dico ℙ & minimi.quoniam ipſi a,b,minimi ſunt eandem rationem habentium eis. minimi autem eandem rationem habentium primi ſunt adinuicem per 21 ſeptimi:ipſi a,b,igitur primi ſunt adinuicem.& vterq; ipſorũ a,b,ſe ipſum multiplicans:vtrumq; ipſorum c,e,fecit.vtrunq; autẽ ipſorum c,e,multiplicans:vtrunq; ipſorum f,k,fecit.Igitur per 29 ſeptimi/ipſi c,e,& f,k:primi ſunt adinuicem.Si autem fuerint quilibet numeri continue proportionales/extremi autem ipſorum primi adinuicem fuerint: minimi ſunt eandem rationem habentium eis/per primam octaui.Ipſi c,d,e,igitur & f,g,h,k:minimi ſunt eandem rationem habentium eiſdem a,b.quod oportuit feciſſe.

ℂPORISMA ſiue correlarium. ℂProinde manifeſtum eſt;q; ſi tres numeri continue proportionales minimi fuerit eandẽ rationem habentiũ eis:extremi eorum quadrati ſunt.ſi autem quatuor: cubi.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

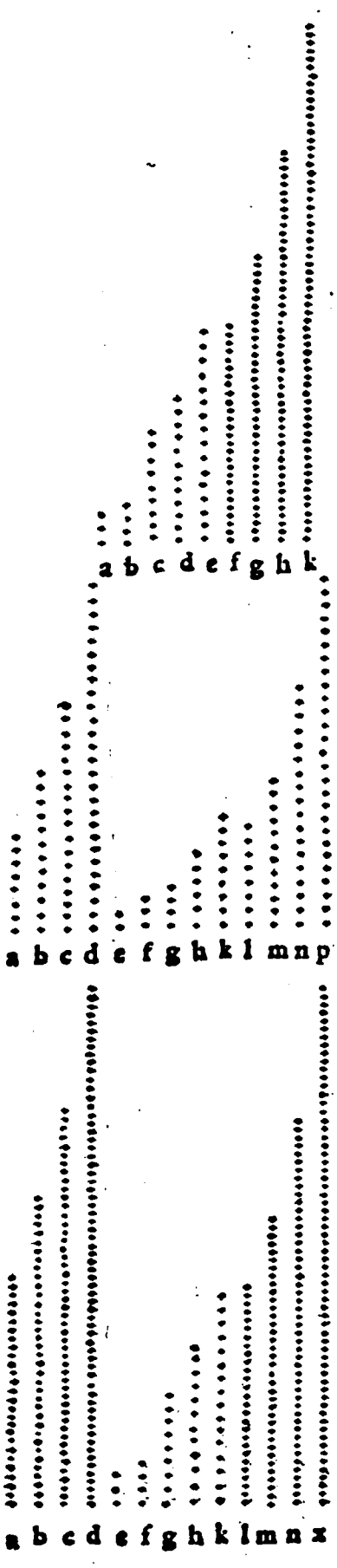
SI numeri quotlibet continue proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint minimi:duos eorum extremos contra ſe primos eſſe neceſſario comprobatur. 3

ℂCAMPANVS. ℂHæc tertia eſt conuerſa primæ.Sint enim a,b,c,d, continue proportionales:& ſecundũ ſuã proportionẽ minimi.dico ℙ a & d extremi:erunt adinuicem primi.minimi enim in proportione a ad b:ſint e & f.eruntq; per 22 ſeptimi contra ſe primi.per hos ergo duos ſecundum doctrinam præmiſſæ inueniantur totidem continue proportionales & minimi:quot ſunt numeri propoſiti.primo quidem tres qui ſũt g,h,k.deinde quatuor: qui ſunt l,m,n,p.& ad hunc modum continue per additionẽ vnius:quouſq; fiant tot quot ſunt numeri propoſiti vt ſũt hic l,m,n,p.ſequitur ergo l,m,n,p,æquales eſſe a,b,c,d:eo ℙ in eadẽ proportione ſunt vtriq; minimi.& quia l & p ſunt contra ſe primi per 28 ſeptimi:erunt quoq; a & d illis æquales/contra ſe primi.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theo.2.Propo.3.Cõuerſa primæ.

ℂSi fuerint quilibet numeri continue proportionales/minimi eandem rationem habentium eis:eorum extremi primi adinuicem erunt. 3

ℂTHEON ex Zamberto. ℂSint quilibet numeri continue proportionales minimi eandem rationem habentium eis:a,b,c,d. Dico ℙ extremi eorum hoc eſt a & d:primi adinuicẽ ſunt.Sumantur enim per 2 octaui vel 35 ſeptimi/bini numeri minimi in ipſorũ a,b,c,d,ratione: hoc eſt e,f.Tres autem g,h,k.& ſemper continuo vno plus:ex quo aſſumpta multitudo æqua ſit multitudini ipſorũ a,b,c,d.Suſcipiantur:ſintq; l,m,n,x.Igitur per 29 ſeptimi/eorum extremi l,x: primi adinuicem ſunt. Quoniã enim e,f,primi ſunt/vterq; autem eorum ſe ipſum multiplicãs vtrũq; ipſorũ g k,fecit/vtrũq; autẽ ipſorũ g,k, multiplicãs vtrũq; ipſorũ l,x,fecit:igitẽ p 29 ſeptimi & l,x,primi ipſi g,h,ſũt.Et quoniã ipſi a,b,c,d,minimi ſũt eãdẽ rationẽ habẽtiũ eis/ſũt autẽ & l,m,n,x,minimi in eadẽ ratione exiſtentes ipſis a,b,c,d,& æqualis multitudo ipſorũ a,b,c,d,multitudini ipſorũ l,m,n,x: vnuſquiſq; igitur ipſorum a,b,c,d, vnicuiq; ipſorum l,m,n,x,eſt æqualis.æqualis igitur eſt a ipſi l:& d ipſi x.& quoniã ipſi l,x,primi adinuicẽ ſunt/æqualis quidẽ eſt l ipſi a,& x



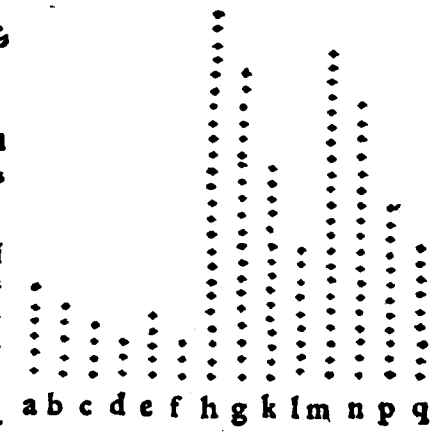
ipſi d:igitur & ipſi a,d,primi ſunt adinuicem.quod demonſtraſſe oportuit.

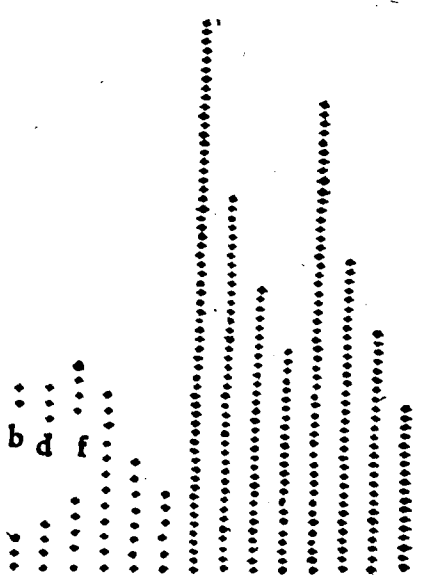
Euclí.ex Camp. Propoſitio 4.

4 SImilitudinem aſſignatarum proportionum in minimis numeris ſecũdum ipſas proportiones cõtinuati proportionalibus inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Aſſignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur vt docet 34 ſeptimi:ſintq; prima inter a & b.ſecunda: inter c & d.tertia:inter e & f.ſic quoq; de pluribus ſi fuerint plures. volo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare.Sumo ergo g,minimum quem numerant b & c. & quoties b numerat ipſum g: toties a numeret h.d quoq; toties numeret k: quoties e, g. Itaq; ſi e numerat k:ſit vt f numeret l.eruntq; h,g,k,l:quos quærimus.conſtat enim per 18 ſeptimi/q; ſit h ad g:ſicut a ad b.& g ad k:ſicut c ad d.at k ad l:ſicut e ad f.Minimi quoq;.nã ſi alij ſint minimi vt m,n,p,q:oportebit per 21 ſeptimi/bis aſſumptam vt vterq; duorum b & c numeret p.quare & g numerabit eundem: per correlarium 35 ſeptimi.quod eſt inconueniens.Sunt igitur h,g,k,l: minimi.

¶ At vero ſi e non numerat k:ſit m minimus numeratus ab eis ſcilicet e & k.quem m quoties numerat k:toties h numeret n.& g:toties p.erũtq; per 18 ſeptimi/n,p,m: in proportione h,g,k. quare n ad p:vt a ad b.& p ad m:vt c ad d.ſed quoties e numerat m:toties f numeret q. & erit per eandem/m ad q:ſicut e ad f. Manifeſtum igitur q; aſſignatæ proportiones:cõtinuatæ ſunt in quatuor numeris/q ſũt n,p,m,q.Qui ſi nõ fuerint minimi:ſint (ſi poſſibile eſt) alij qui ſint r,ſ,t,x.quia itaq; per 21 ſeptimi/bis aſſumptã vterq; duorũ numerorũ b & c numerat ſi ſeqtur per correlariũ 35 ſeptimi/vt g numeret eundẽ.quare etiã k numerabit t. at quia per 21 ſeptimi e numerat eundẽ t: nõ erit m minimus quẽ numerãt k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias ſine omni offendiculo continuate poteris.

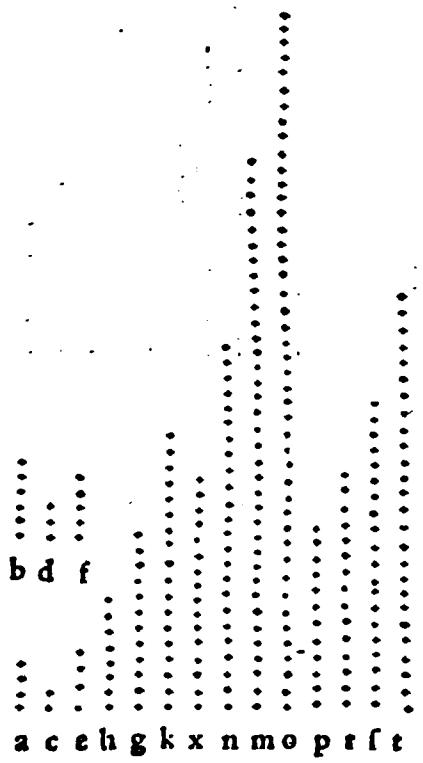


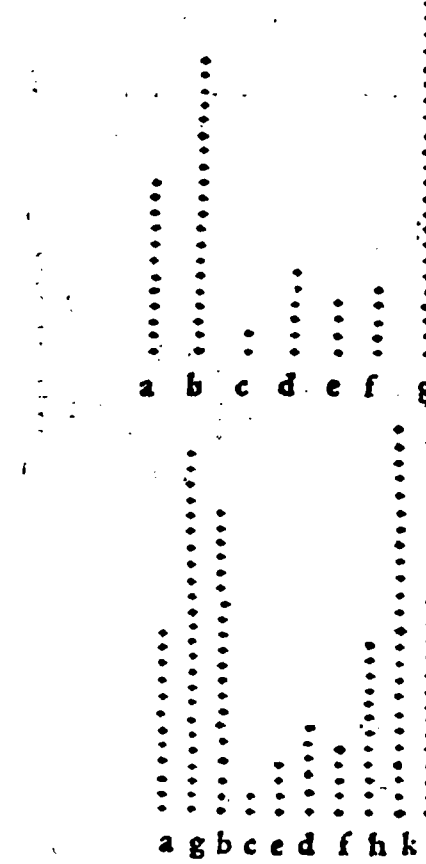


Euclí.ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 4.

4 ¶Rationibus datis quibuſcunq; in minimis numeris numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ rationes in minimis numeris:ipſius a ad b,& ipſius c ad d,& ipſius e ad f. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos:in ipſius a ad b,& c ad d,& e ad f ratione.Sumatur inq; g:minimus numerus quem metiantur b,c.& quoties quidem b ipſum g metitur,toties a ipſum h metiatur.quoties autem c ipſum g metitur: toties d ipſum k metiatur.At e:ipſum k aut metitur/aut non metitur.Metiatur primum. Et quoties e ipſum k metitur:toties & f ipſum l metiatur.& quoniã a ipſum h æque metitur & b ipſum g:eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut a ad b,ſic eſt h ad g.Id propterea &.ſicut c ad d:ſic g ad k.et inſuper ſicut e ad f:ſic k ad l.Igitur ipſi g,h,k,l:continue ſunt proportionales:& in ipſius a ad b,& ipſius c ad d,& inſuper ipſius e ad f ratione.Dico q; & minimi. Si autem ipſi g,h,k,l,non ſunt continue proportionales minimi in ipſius a ad b,& c ad d,& e ad f,rationibus:erũt aliqui numeri minores ipſis g,h,k,l,in ipſius a ad b,& c ad d,& e ad f, rationibus.ſint autem n,x,m,o.Et quoniam eſt ſicut a ad b,ſic n ad x,ipſi autem a,b,minimi/minimi autẽ per 21 ſeptimi metiuntur eandem habentes æque maior maiorem & minor minorem/(hoc eſt antecedens antecedentem & ſequens ſequẽtem:igi-





tur b ipſum x metitur. Id propterea & c ipſũ x metitur. Igitur c, b. ipſum x metiuntur. et minimus igitur quem ipſi b, c, metiuntur: per 36 ſeptimi/ ipſum x metietur. minimus autem quem ipſi b, c, metiuntur: eſt g. Igitur g ipſum x metitur/ maior minorem. quod eſt impoſſibile. Nõ erunt igitur aliqui numeri minores per 35 ſeptimi ipſis g, h, k, l: continue proportionales in ipſius a ad b & c ad d, & e ad f, ratione. ¶ Non metiatur iam e ipſum k. & ſumatur per 36 ſeptimi/ minimus numerus: quem metiantur ipſi e, k: & ſit m. & quoties quidẽ k, ipſum m metitur: toties vterq; ipſorum g, h, vtrunq; ipſorum n, x, metiatur. Quoties autem e ipſum m, metitur: toties & f, ipſum o metiatur. Et quoniã g ipſum n, & h ipſum x, æque metitur: eſt igitur ſicut h ad g, ſic eſt x ad n. Sicut autẽ h ad g: ſic eſt a ad b. & ſicut igitur per 11 quiti a ad b: ſic x ad n. Id propterea iam & ſicut c ad d: ſic eſt n ad m. Rurſus quoniã quoties e ipſum m metitur/ toties & f ipſum o: eſt igitur ſicut e ad f, ſic eſt m ad o. Igitur ipſi x, n, m, o: continue proportionales ſũt in ipſius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Dico q; & minimi. Si autem ipſi x, n, m, o, non ſunt cõtinue proportionales minimi in ipſorũ a, b/c, d/e, f/ rationibus: erunt aliqui numeri ipſis x, n, m, o, minores/ cõtinue proportionales in ipſorum a, b/c, d/e, f/ rationibus. Sint p, r, ſ, t. & quoniã eſt ſicut p ad r ſic eſt a ad b, ipſi autem a, b, minimi/ minimi autem per 21 ſeptimi metiuntur eandem rationẽ habentes eis æqualiter antecedens antecedentem et ſequens ſequentẽ: igitur b ipſum r metitur. Id propterea iam et c ipſum r metitur. Igitur ipſũ b, c: ipſum r metiuntur. & minimus igitur per 36 ſeptimi/ quẽ ipſi b, c, metiuntur: ipſum metietur r. minimus autẽ quẽ ipſi b, c, metiuntur: eſt g. Igitur g ipſum r metitur. eſtq; ſicut g ad t: ſic eſt k ad ſ. & k igitur ipſum ſ metitur. metitur autẽ & e ipſum ſ. Igitur ipſi e, k, ipſum ſ metiuntur. & minimus quẽ ipſi e, k, metiuntur: per eandem metietur ipſum ſ. Minimus autẽ quem ipſi e, k, metiũtur: eſt m. Igitur m ipſum ſ metitur/ maior minorẽ. quod eſt impoſſibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipſis x, n, m, o: continue proportionales ĩ ipſius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Igitur ipſi x, n, m, o, cõtinue proportionales minimi ſunt in ipſorum a, b/c, d/e, f/ rationibus. quod oportuit feciſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnium duorum numerorum compoſitorum proportio vnius ad alterum: eſt ex laterũ ſuorum producta proportionibus. 5

¶ CAMPANVS. ¶ Quod proponit 24 ſexti de ſuperficiebus equidiſtantiũ laterũ: proponit hæc de numeris cõpoſitis. Sint duo nũeri cõpoſiti: a, b. latera a: ſint c & d. latera b: ſint e & f. dico itaq; q; proportio a ad b: cõſtat ex ea q̃ eſt c ad e & d ad f. Sit enĩ vt ex d ĩ e: fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuerſionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 ſeptimi/ a ad g, ſicut c ad e, & per 19 eiuſdẽ g ad b: ſicut d ad f. quare per diffinitionem/ proportio a ad b: compoſita eſt ex ea quæ eſt c ad e, & ea quæ eſt d ad f. quod eſt propoſitum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Nec eſt neceſſarium vt continuemus proportiones laterum (videlicet eam quæ eſt c ad e & eam quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis ſecundũ doctrinam præcedentis: vt docent quidam. hoc enĩ eſt propoſito præter neceſſariũ. Arguunt enĩ poſito q; illi minimi ſint h, k, l, ita q; ſit h ad k ſicut c ad e, & k ad l ſicut d ad f: proportionem h ad l eſſe compoſitam ex propoſitorum laterum proportionibus. Sumptoq; g fieri ex d in e: arguunt a ad g, vt h ad k, quia vt c ad e/ & g ad b

vt k ad l: quia vt d ad f. ideoq; ſecundum æquam proportionalitatem/& a ad b: vt h ad l. concludunt igitur a ad b: componi ex quibus h & l. verũ quidem ſed non neceſſarium aſſumpto.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 3. Propoſitio 5.

5 ¶Plani numeri: adinuicem rationem habent compoſitam ex lateribus.

¶THEON ex Zam. ¶Sint plani numeri a, b. ipſius qdẽ a: latera ſint c, d. ipſius autẽ b: ſint e, f. Dico q; a ad b: rationẽ habet ex lateribus compoſitã. Rationibus datis quas habent c ad e, & d ad f, ſuſcipiãtur per 4 octaui/ numeri cõtinue proportionales minimi in ipſorum c, e, & d, f, rationibus: ſintq; g, h, k. Quoniã eſt ſicut c ad e ſic eſt g ad h, ſicutq; d ad f ſic eſt h ad k, & d ipſũ e multiplicãs: efficiat ipſum l. Quoniã d ipſũ c multiplicans ipſum fecit a, multiplicans autẽ ipſum e ipſum efficit l: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut c ad e ſic eſt a ad l. Sicut autem c ad e: ſic g ad h. & ſicut igitur per 11 quinti/ g ad h: ſic a ad l. Rurſus quoniã e ipſum d multiplicans ipſum fecit l, ſed & ipſum f multiplicans ipſum fecit b: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut d ad f, ſic eſt l ad b. Sed ſicut d ad f: ſic eſt h ad k. & ſicut igitur per 11 quinti/ h ad k: ſic eſt l ad b. patuit autẽ q; ſicut g ad h: ſic eſt a ad l. Aeque igitur eſt per 14. ſeptimi/ ſicut g ad k ſic eſt a ad b. ipſe autẽ g ad k: rationẽ habet cõpoſitã ex lateribus. & a igitur ad b: rationẽ habet compoſitã ex lateribus. quod oportuit demõſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

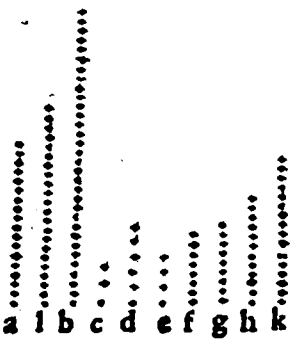
6 Si numerorum quotlibet continue proportionalium primus ſecundum non numeret: nullus eorum numerabit vltimum.

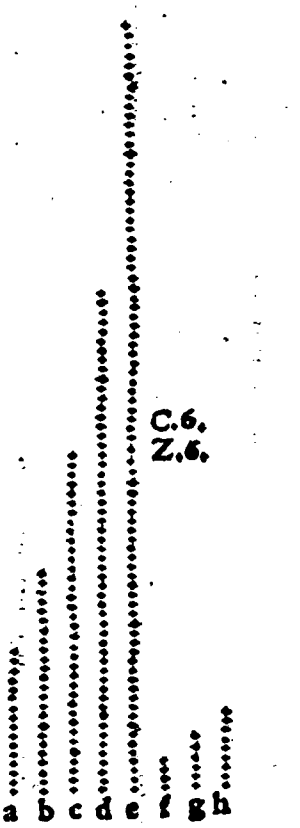
¶CAMPANVS. ¶Sint a, b, c, d, e: continue proportionales. dico q; ſi a non numeret b: nullus eorum numerabit e. Manifeſtum autem eſt q; ſi ipſum numeret: omnes numerabunt c, & ſimpliciter quilibet præcedens quẽlibet ſequentẽ. Si autem non numerat ipſum: patet q; d non numerabit e, nec ſimpliciter aliquis eorum proximo ſequẽtẽ e, quia ſunt poſiti continue proportionales. Sed q; nullus alius vt c numeret ipſum: ſic conſtat. Sumãtur ſecundum doctrinam 2 huius/ totidem minimi continue proportionales in proportione eadẽ: quot ſunt ipſe c & omnes ſequẽtes/ qui ſunt f, g, h. eruntq; per 3 huius/ & f & h: contra ſe primi. & quia per æquam proportionem c ad e vt f ad h: cum f non numeret h, nec c numerabit e. eodẽ modo nec aliquis aliorũ. quare liquet quod ꝓpoſitũ eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6.

6 ¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/ primus autem ſecundum non metiatur: & alius nullus nullum metietur.

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint numeri continue proportionales a, b, c, d, e. Ipſe autẽ a ipſum b nõ metiatur. Dico q; & alius nullus: nullũ metietur. Quoniam quidem ipſi a, b, c, d, e, continue adinuicem ſeſe non metiũtur/ manifeſtum eſt: qa neq; a ipſum b metitur. dico iam q; neq; alius vllus: vllum alium metietur. Dico enim q; neq; a ipſum c metitur. quot enim ſunt in ipſis a, b, c: tot ſumantur per 35 ſeptimi/ minimi numeri eandem rationem habentium ipſis a, b, c. ſintq; f, g, h. Et quoniam ipſi f, g, h, in eadem ratione ſunt ipſis a, b, c, & eſt æqualis multitudo ipſorũ a, b, c, multitudini ipſorum f, g, h: ex æquali igitur per 14. ſeptimi/ eſt ſicut a ad c ſic eſt f ad h. Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic eſt f ad g, non metitur autem a ipſum b: igitur neq; f ipſum g metitur. Igitur f non eſt vnitas. Si enim f eſſet vnitas: omnem numerum metiretur. Et f, h, per 3 octaui: primi ſunt adinuicem. Igitur neq; f ipſum h metitur. & eſt ſicut f ad h: ſic a ad c. neq; igitur a ipſum c metitur. Similiter quoq; oſtẽdemus: q; neq; alius vllus vllum metietur. quod oportuit demonſtraſſe.





Euclí. ex Camp. Propoſitio 7.

SI nnmerorum continue proportionalium primus vltimum numeret: idem ipſe & ſecūdū numerabit. 7

¶CAMPANVS. ¶Sint quí prius: cōtinue proportionales. dico ſi a numerat e: ipſe numerabit b. alioquí: ex præmiſſa non numera ret e. quod eſt contrariū & inpoſſibile. Nom ſolum autem numerabit b: ſed & omnes. & quiſq; eorum: quemlibet ipſum ſequentem.

Euclí. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 7

¶Sí fuerint quílibet numeri continue proportionales: pri- 7
mus autē extremum metiatur: & ſecundū quoq; metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quílibet numeri proportionales a, b, c, d. at a ipſum d metiatur. Dico q; & a ipſū b metietur. Si autē nō me- titur a ipſum b: neq; alius vllus per 6 octaui/aliū illū metietur. quod per hypotheſin eſt impoſſibile. ſupponitur enim a ipſum d metirí. metitur autē a ipſum d. metitur igitur & a ipſum b. quod oportuit demōſtraſſe.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 8.

SI inter duos numeros numeri quotlibet in cōtinua 8
proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadē ꝓportione relatos cadere neceſſe eſt.

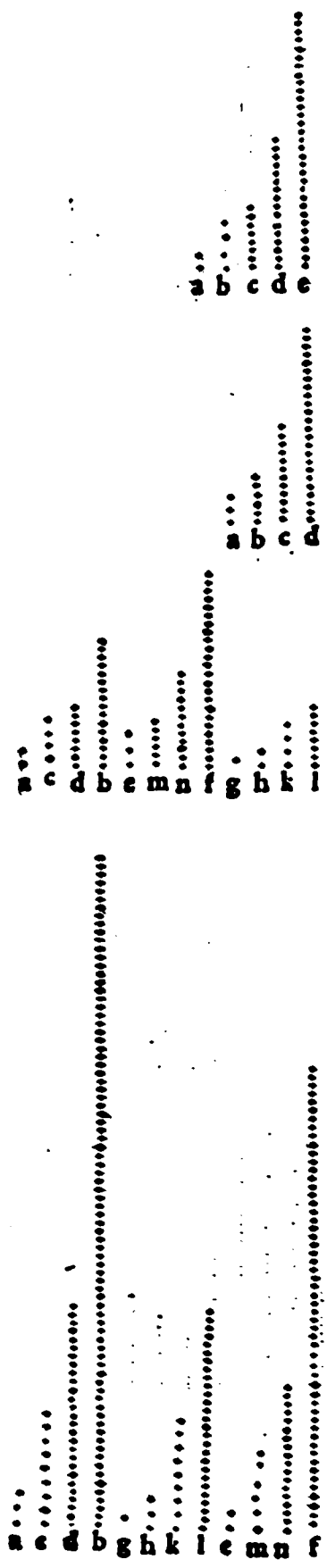
¶CAMP. ¶Sint a & b, inter quos cadūt c & d in cōtinua ꝓportione: habētes ſe in proportione e ad f. dico q; totidē cadūt inter e & f & in ea- dē proportione: quot inter a & b. Sint enī g, h, k, l, totidē minimi: quot ſunt a & b q inter eos cadūt/ſumpti quēadmodū docet 2 huius/cōtinue proportionales in eadē propoſtione. erūtq; p 3/g & l: cōtra ſe primi. & p æquā ꝓportionalitatē erit g ad l: ſicut a ad b. ideoq; & ſicut e ad f. & qa ipſí ſunt in ſua proportione minimi per 23 ſep: ſequtur per 21 eiuſdē vt g numeret e, & l, f æqualiter. toties igitur numeret h: m. et k: n. poſitiſq; m et n inter e & f: cōſtat per 18 ſeptimi/e, m, n, f, eſſe cōtinue ꝓportionales quemadmodum ſunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b. quare pa- tet quod dictum eſt.

¶CAMPANI ānotatio. ¶Ex hac cōſtat nullā ſupparticularē poſſe per æqualia diuidi. ſi enī hoc eſſet: oporteret iter duos numeros ſola vnitate diſtantes numerum cadere mediū. quod eſſe nō poteſt. ideoq; tonus in muſica quē ſeſquioctaua continet proportio: in duo vera ſemitonia di- uidi nō poteſt. ſed neceſſario diuiditur in minus ſemitonium & maius.

Euclí. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 8.

¶Sí inter duos numeros/cōtinue proportionales ceciderint 8
numeri: quot in eos ceciderint numeri/tot & inter eandē ra- tionem habentes eis continue proportionales cadent.

¶THEON ex Zāb. ¶Inter binos inq̄ numeros a, b: cōtinue proportio nales cadāt numeri c, d. Fiatq; ſicut a ad b: ſic e ad f. Dico q; quot iter ip ſos a, b, continue proportionales numeri cadūt: tot quoq; iter ipſos e, f cōtinue proportionales cadēt. Quot enī ſūt multitudine ipſi a, b, c, d: tot ſumātur p 35 ſeptimi/minimi numeri eādē rationē habētiū eiſdē a, b, e, d. ſintq; g, h, k, l. Igitur extremi ipſorū hoc eſt g, l: primi ſūt adiuicē p 3 octaui. Et qm̄ ipſi a, c, et d, b, ipſis g, h, et k, l, i eadē ſūt ratiōe/et ēq̄lis eſt multitudo ioſorū a, c, et d, b, multitudini ipſorū g, h, et k, l: ex ēq̄li igi tur p 14 ſeptimi/eſt ſicut a ad b ſic eſt g ad l. Sicut autē a ad b: ſic e ad f. Ipſi autē g, l, primi ſūt. primi autē: et minimi. minimi vero nūeri: eādē rōnē hñtes eis ēq̄ metiūtur maior maiorē et minor minorē p 21 ſeptimi/ hoc eſt añcedēs añcedētē et ſequēs ſequētē. Aeque igitur g ipſū e metit: et l ipſum f. Quoties autē g ipſū e meitur toties & vterq; ipſorū h, k, vtrūq; ipſorū m, n, metiat. Ipſi igitur g, h, k, l: ipſos e, m, n, f, æq̄ metiū-

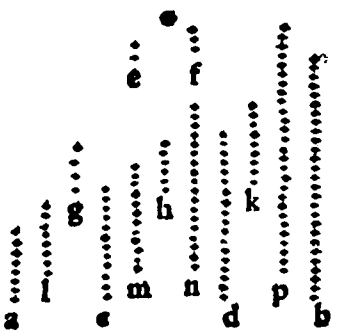


tur. Igitur per 18 ſeptimi/ipſi g,h,k,l: ipſis e,m,n,f,in eadem ſunt ratione. Sed ipſi g,h,k,l: ipſis a,c,d,b,in eadem ſunt ratione. & ipſi a,c,d,b,igitur: ipſis e,m,n,f,in eadē ſunt ratione. Ipſi autem a,c,d,b: continue ſunt proportionales. et ipſi a,c,d,b,igitur: ipſis e,m,n,f,in eadem ſunt ratione. Quot igitur inter ipſos a,b,continue proportionales numeri ceciderint: tot & inter e,f,continue proportionales cadunt. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI inter duos numeros contra ſe primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint: inter vtrunq; eorum & vnitatem totidem continua proportionalitate cadere neceſſe eſt.

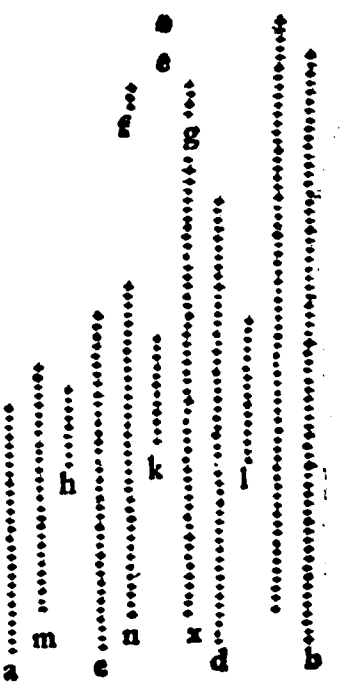
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b contra ſe primi: inter quos cadāt in continua proportionalitate c & d. Dico q; totidem erūt continue proportionales inter a & vnitatem: itemq; totidem inter b & vnitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f,ſumpti vt docet 34. ſeptimi: ex qbus ſumantur tres continue proportionales & minimi in eorū proportione prout docet 2 huius/qui ſint g,h,k. deinde quatuor: qui ſint l,m,n,p. & hoc toties fiat: vſquequo ſic ſumpti fiant totidem quot ſunt numeri propoſiti. vt ſunt hic l,m,n,p. Conſtat itaq; (cū ſint a,c,d,b,in ſua proportione minimi per primam huius/ſintq; l,m,n,p, totidē minimi in eadem/non ſit autem poſſibile eſſe aliquid minus minimo) q; numeri l,m,n,p,æquales erunt numeris a,c,d,b, quiſq; ſuo relatiuo. eſt igitur l,æqualis a: & p,b. Manifeſtum autē eſt ex ſecūda huius/q; ex f in ſe fit k. & ex eodem in k: p. per diffinitionem igitur eius quod eſt multiplicati/erit f in k,k quoq; in p: quoties vnitas eſt in f. itaq; vnitas/ f,k,p: ſunt continue pooportionales. ſimiliter autē & vnitas/ e,g,l. Sumptis ergo a & b loco l & p ſibi æqualium erunt inter a & vnitatem g & e,& inter b & vnitatem k & f continue proportionales totidem: quot ſunt inter a & b. quod eſt propoſitum.



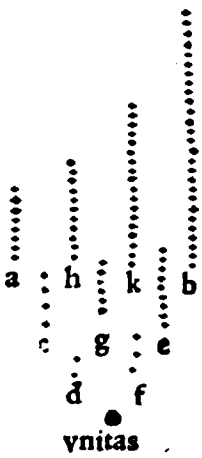
Eucli.ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 ¶Si bini numeri primi adinuicem fuerint/& inter eos continue proportionales ceciderint numeri: quot inter eos continue ꝓportionales ceciderint numeri/tot quoq; inter vtrūq; eorum & vnitatem continue proportionales cadent.

¶THEON ex Zāb. ¶Sint bini numeri primi adinuicē a,b. & iter eos cōtinue proportionales cadāt c,d. & ponat e vnitas. Dico q; quot inter a,b,cōtinue proportionales ceciderit numeri: tot quoq; inter vtrāq; ipſorū a,b,& e vnitatē cōtinue proportionales numeri cadēt. Sumātur p 35 ſeptimi/bini numeri minimi in ipſorū a,c,d,b,ratione exiſtētes: ſintq; f,g. tres autē: ſintq; h,k,l. & ſemper ordinatim vno plus: ex quo æqualis fiat multitudo ipſorū/multitudini ipſorū a,c,d,b. ſumātur: ſintq; m,n,x,o. Manifeſtū iā eſt q; f ſeipſū multiplicās/facit ipſū h: ipſū autē h multiplicās/ipſū efficit m. & g ſeipſū multiplicās/ipſū l efficit: ipſum autē l multiplicās/ipſū o facit. Et quoniā ipſi m,n,x,o,ꝑ hypotheſin minimi ſunt eādē rationē habētiū ipſis g,f,ſunt autem per 1 octaui/ & ipſi a,c,d,b, minimi eādē rationē habētiū ipſis g,f,& æqualis eſt multitudo ipſorū m,n,x,o, multitudini ipſorū a,c,d,b: vnuſq; igit ipſorū m,n,x,o vnicuiq; ipſorū a,c,d,b, eſt æqualis. Aequalis igitur eſt m ipſi a: & o ipſi b. Et quoniā f ſeipſum multiplicās/ipſum efficit h: igitur per 16 ſeptimi/f ipſum h metitur per eas quæ in f ſunt vnitates. metitur autem & e vnitas ipſum f per eas q̄ in ipſo ſunt vnitates. pariter igitur per 15 ſeptimi/e vnitas ipſum f numerū metitur: & f ipſum h. Eſt igitur ſicut e vnitas ad f numerum ſic eſt f ad h. Rurſus quoniam f ipſum h multiplicās/ipſū efficit m: igitur h ipſum m metitur per eas quæ in f ſunt vnitates.



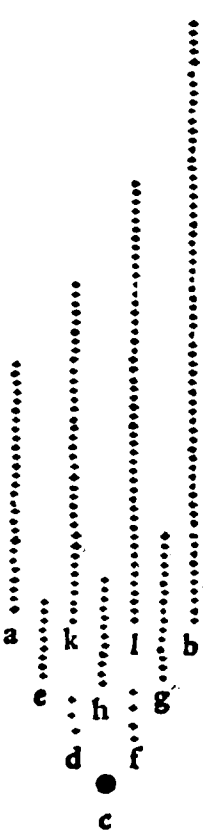
Metitur autem e vnitas ipſum f numerum per eas quæ in ipſo ſunt vnitates. æque igitur per eandem/e vnitas ipſum f metitur numerum: & h ipſum m. Eſt igitur ſicut e vnitas ad f numerum ſic eſt h ad m. Oſtenſũ autem eſt ꝙ & ſicut e vnitas ad f numerũ: ſic eſt f ad h. et ſicut igitur per 11 quinti/e vnitas ad f numerũ: ſic eſt f ad h & h ad m. At m, ipſi a eſt æqualis. eſt igitur ſicut e vnitas ad f, numerum: ſic eſt f ad h & h ad a. Id propterea per 7 & 11 quinti/& ſicut e vnitas ad g numerũ: ſic g ad l, et l ad b. Quot igitur iter ipſos a, b, cõtinue proportionales ceciderit numeri: tot & inter vtrunq; ipſorum a, b, & ipſam e vnitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

SI inter vtrunq; eorum & vnitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint: ambobus numeris totidem continua proportionalitate intereſſe neceſſe eſt. 10

¶CAMP. ¶Sint duo numeri a & b, ſintq; c & d c d inter a & vnitatẽ/e quoq; & f inter b & vnitatẽ: cõtinue proportionales. Dico totidẽ eſſe inter a & b continue proportionales. Hæc eſt conuerſa prioris, excepto ꝙ ad ſubiectũ præmiſſæ/appoſitum erat a & b eſſe contra ſe primos: quod non apponitur hic ad paſſionem. quapropter vniuerſalior eſt paſſio huius: ſubiecto illius. Quia igitur quoties vnitas in d, toties eſt d in c & toties c in a: conſtat ꝙ ex d in ſe: fit c, & ex eodẽ d in c, a. Similiter quoq; ex f in ſe & in e: fient e & b. Ducatur itaq; d in f: & productus ſit g. itemq; idem d ducatur in g & e: & ſint producti h & k. Cõſtat igitur ex 18 ſeptimi/ꝙ c ad g, vt d ad f: & ex 19 ꝙ g ad e, vt d ad f. quare c, g, e, ſunt cõtinue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum ſunt a ad h ſicut c ad g, & h ad k ſicut g ad e: & per 19 k ad b ſicut d ad f. igitur ſunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare conſtat propoſitum.



Eucli. ex Zãb. Theo. 8. Propo. 10. Conuerſa præcedẽtis. 10

¶Si inter binos numeros & vnitatem continue proportionales numeri ceciderint: quot inter vtrunq; ipſorum & vnitatem continue proportionales ceciderint numeri: tot & inter eos continue proportionales cadent.

¶THEON ex Zamberto. ¶Inter binos inquã numeros a, b, & vnitatem c: continue proportionales cadant numeri d, e, & f, g. Dico ꝙ quot inter vtrunq; ipſorum a, b, & ipſam c vnitatem/ continue proportionales ceciderint numeri: tot quoq; inter a, b, continue proportionales cadent. Igitur d ipſum f multiplicãs: ipſum efficiat h. vterq; autẽ ipſorum d, f, ipſum h multiplicans: efficiat ipſos k, l. Et quoniam eſt ſicut c vnitas ad d numerũ ſic eſt d ad e: æque igitur c vnitas ipſum d metitur numerum: & d ipſum e. Ipſa autem c vnitas ipſum d numerum metitur per eas quæ in ipſo ſunt d vnitates. & d igitur numerus e metitur per eas q̃ in d ſunt vnitates. Igitur d ſeipſum multiplicans: ipſum e fecit. Rurſus quoniam eſt ſicut c vnitas ad d numerum ſic eſt e ad a: æque igitur c vnitas ipſum d numerum metitur/& e ipſum a. At c vnitas: ipſum d numerum metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. & e igitur ipſum a metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Igitur d ipſum e multiplicans: ipſum a facit. Id propterea iam & f ſeipſum multiplicans: ipſum g facit. ipſum autem g multiplicans: ipſum b facit. Et quoniã d ſeipſũ multiplicãs ipſũ e fecit/ipſũ autem f multiplicãs ipſum fecit h: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut d ad f ſic eſt e ad h. Id propterea iã & ſicut d ad f, ſic h ad g. Et ſicut igitur p 11 quinti e ad h: ſic h ad g. Rurſus quoniã d vtrũq; ipſorum e, h, multiplicans/vtrunq; ipſorum a, k, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut e ad h ſic a ad k. Sed ſicut e ad h: ſic eſt d ad f. & ſicut igi-

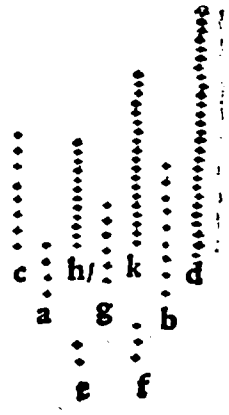
tur per 11 quinti d ad f:ſic a ad k. Rurſus quoniã vterq; ipſorũ d,f, ipſũ h multiplicans: vtrunq; ipſorum k,l, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut d ad f ſic k ad l. Sed ſicut d ad f:ſic a ad k. & ſicut igitur per 11 quinti/a ad k:ſic k ad l. Inſuper quoniã f vtrunq; ipſorũ h,g, multiplicans/vtrũq; ipſorum l,b, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut h ad g:ſic l ad b. Sicut autem h ad g:ſic d ad f. & ſicut igitur per 11 quinti/d ad f: ſic l ad b. patuit autem q; ſicut d ad f:ſic a ad k, & k ad l, & l ad b. igitur ipſi a,k,l,b: continue ſunt proportionales. Quot igitur inter vtrunq; ipſorum a b & c vnitatem/continue proportionales cadunt numeri: tot & inter a,b, cõtinue cadunt. quod demõſtraſſe oportuit.

¶ Hęc vndecima ex Campano: duabus ex Zamberto ſequentibus reſpondet.

Euclí. e Camp. Propoſitio 11

11 Si fuerint ambo quadrati: erit proportio vnius ad alterum tanq̃ ſui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ãbo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanq̃ ſui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

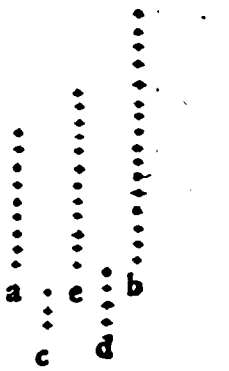
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo quadrati a & b: & duo cubi c & d. latera tam quadratorum q̃ cuborum: ſint e, quidem a & c. f vero: b & d. Dico q; proportio a ad b erit ſicut e ad f duplicata: c vero ad d ſicut eadem triplicata. Manifeſtum enim eſt q; ex e in ſe fit a: & ex ipſo e in a, c. ſic quoq; ex f in ſe fit b: & ex ipſo: in b, d. ducatur igitur e in f: & ꝓueniat g. & in g & b: & prouenient h & k. eritq; per 18 ſeptimi a ad g, ſicut e ad f: & ꝓ 19 g ad b, ſicut e ad f. igitur ex diffinitione/a ad b: ſicut e ad f duplicata. quod eſt primũ. ¶ Secundum eodẽ modo conſtat. Sunt enim per 18 iterũ c ad h ſicut a ad g: & h ad k ſicut g ad b. & per 19 k ad d ſicut e ad f. quarec, h, k, d: ſunt etiam continue proportionales in proportione e ad f. per diffinitionem igitur erit c ad d: ſicut e ad f triplicata. quod eſt ſecundum



Euclí. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 11.

11 ¶ Duorum numerorum quadratorum: vnus medius proportionalis eſt numerus. Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem: q̃ latus ad latus.

¶ THEON ex Zã b. ¶ Sint quadrati numeri a,b. & ipſius qdẽ a: latus ſit c. ipſius vero b: ſit latus d. Dico q; ipſorũ a,b, vnus medius proportionalis eſt numerus: & a ad b duplam habet rationem q̃ c ad d. Ipſe autem c ipſum d multiplicans: ipſum efficiat e. Et quoniam a quadratus eſt/latus autem eius eſt c: igitur c ſeipſum multiplicans ipſum efficit a. id propterea & d ſeipſum multiplicans: ipſum b facit. Quoniam igitur c vtrunq; ipſorum c,d, multiplicans vtrunq; ipſorum a,e, efficit: eſt igitur per 17 ſeptimi ſicut c ad d ſic eſt a ad e. Rurſus quoniam c ipſum d multiplicans ipſum efficit e, at d ſeipſum multiplicans ipſum efficit b: duo iam numeri c,d, vnum & eundem multiplicantes d, ipſos e,b, efficiunt. Eſt igitur per 18 ſeptimi/ſicut c ad d: ſic eſt e ad b. Sed ſicut c ad d: ſic eſt a ad e. & ſicut igitur per 11 qnti/a ad e: ſic eſt e ad b. Ipſorũ igitur a,b: vnus medius proportionalis eſt numerus c. ¶ Dico iã q; & a ad b duplam rationem habet: q̃ c ad d. Quoniam enim tres numeri proportionales ſunt a,e,b: igitur per 10 diffinitionem quinti/a ad b duplã rationem habet q̃ a ad e. Sicut autem a ad e: ſic c ad d. Igitur a ad b duplã rationem habet: q̃ c latus ad d latus. quod oportuit demonſtraſſe.



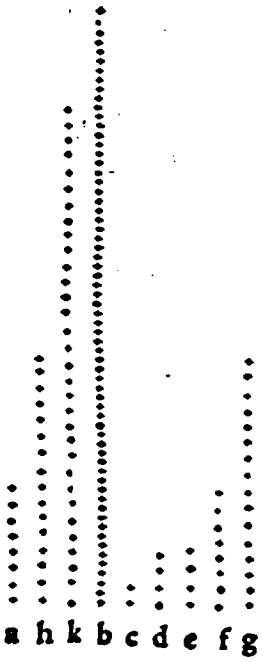
Euclí. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 12.

12 ¶ Duorum cuborum numerorum: bini medij proportionã

d in g,b. fiat itaq; f: ex c in d. eruntq; per 17 & 19 ſeptimi/e,f,g: cõtinue proportionales in proportione c ad d. ſed & h & k: prouenient ex c in f & g. per eaſdẽ igitur erũt a,h,k,b: continue quoq; proportionales in eadem proportione. itaq; ſi a numerat b: idem per 7 huius numerabit h. quare & c: d. eſt enim c ad d: ſicut a ad h. conſtat igitur prima pars. Cõuerſa patet: ſicut conuerſa prioris. Nam ſi c numerat d: a quoq; numerabit h. quem ſi numerat: neceſſe eſt vt numeret b.

Euclí. ex Zamb. Theorema. 13. Propoſitio 15.

¶ Si cubus numerus cubum numerum menſus fuerit: & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit: & cubus cubum metietur. 15

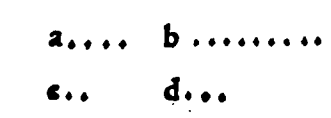


C. 14.
Z. 15.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Cubus enim numerus a: cubũ b metiatur. & ipſius quidem a: latus ſit c. ipſius autem b: ſit d. Dico q; c ipſum d metitur. Igitur c ſeipſum multiplicans: ipſum efficiat e. & inſuper c ipſum d multiplicans ipſum efficiat f. At d ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat g. Vterq; autem ipſorum c,d, ipſum f multiplicans: vtrunq; ipſorum h, k, faciat. Manifeſtum iam eſt per 17 & 18 ſeptimi & 12 octaui/q; ipſi e, f, g, & a, h, k, b: continue ſunt proportionales in ipſius c ad d ratione. Et quoniam ipſi a, h, k, b, continue ſunt proportionales/& metitur a ipſum b: metitur igitur per 7 octaui & a ipſum h. & eſt ſicut a ad h: ſic eſt c ad d. Metitur igitur & c ipſum d. ¶ Sed iam metiatur c ipſum d. Dico q; & a ipſum b metitur. Eiſdẽ nanq; diſpoſitis: ſimiliter oſtendemus q; ipſi a, h, k, b, continue proportionales ſunt in ipſius c ad d ratione. & quoniam c ipſum d metitur/eſtq; ſicut c ad d ſic a ad h: & a igitur ipſum h metitur. Quare & a ipſum b metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua. quod oportuit demonſtraſſe.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 15

SI numerus quadratus quendam alium quadratum nõ numeret: nec latus ſuum/latus illius numerabit. Si vero latus ſuum/latus illius nõ numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſſitate conuincitur. 15



¶ CAMPANVS. ¶ Hæc 15 proponit negationes conuerti: quæ affirmationibus quas 13 huius conuerti propoſuit opponuntur. Vt ſi ſint duo numeri quadrati a & b, quorum latera c & d, ſi a non numerat b: c quoq; non numerabit d. econuerſo etiam ſi c non numerat d: nec a, b. Sit enim primo vt a non numeret b. ſi itaq; c numerat d: per ſecundam partem 13 huius/& a numerabit b. quod eſt contrariũ poſitioni. ſicq; patet primũ. ¶ Secũdũ quoq; ſic. ſit vt c nõ numeret d. itaq; ſi a numeret b: per primam partem 13 neceſſe eſt vt c numeret d. neceſſe eſt igitur vt numeret ipſum: cum non numerat ipſum. quod eſt impoſſibile.

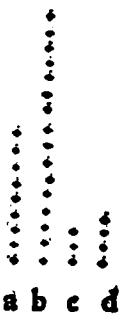
¶ CAMPANI annotatio. ¶ Quemadmodum autem neceſſe eſt conuerti negationes oppoſitas affirmationibus quas 13 demonſtrauit conuerti: ſic quoq; neceſſe eſt eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmiſſa conuerti demõſtrauit/conuertantur. Vnde ſi cubus nõ numerat cubũ: nec latus eius numerabit latus illius. econuerſo quoq; ſi latus vnius non numerat latus alterius: nec ipſe cubus numerabit alterum cubum. demonſtratur autem hoc per præmiſſam a deſtructione conſequentis: ſicut quod propoſitum eſt per 13. ideoq; hoc auctor non propoſuit: ſed per id quod propoſitũ eſt/ipſum dedit intelligi.

Hæ ſequẽtes ex Zamberto duæ propoſitiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiuſdem reſpondent.

Euclí.ex Zãb.Theo. 14.Propoſitio 16. Conuerſa. 14.

16 ¶Si quadratus numerus quadratum numerum mẽſus nõ fuerit:neq; latus latus metietur.Et ſi latus latus menſum nõ fuerit:neq; quadratus quadratum metietur.

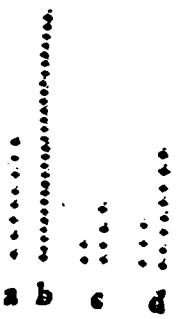
¶THEON ex Zamberto.¶Sint quadrati numeri a,b:eorum autẽ latera ſint c,d.At a:ipſum b non metiatur.Dico q; neq; c:ipſum d metietur.Si autem c ipſum d metitur:metitur per 14 octaui/& a ipſum b. nõ metitur autem per hypotheſin a:ipſum b.neq; igitur c ipſum d metitur. ¶Non metiatur autẽ rurſus c:ipſũ d. Dico q; neq; a ipſum b metietur. Si autẽ a ipſum b metitur:& c per 14 octaui ipſum d.Non metitur autẽ c:ipſum d,per hypotheſin.neq; a igitur:ipſum b metitur.quod erat demonſtrandum.



Eucli.ex Zamb. Theo. 15.Propo.17. Conuerſa.15.

17 ¶Sí cubus numerus cubum numerum non metiatur : neq; latus latus metietur.Et ſi latus latus non metiatur:neq; cubus cubum metietur.

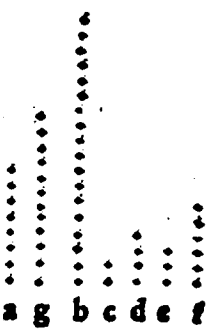
¶THEON ex Zamberto.¶Cubus enĩ numerus a: cubũ numerũ b nõ metiatur.& ipſius quidem a,latus eſto c:ipſius vero b,ſit d.Dico q; & c ipſum d nõ metitur.Sí enĩ c ipſum d metitur:& a ipſum b metitur per 15 octaui.non metitur autẽ a ipſum b per hypotheſin.neq; igitur c ipſum d metitur. ¶Sed iã non metiatur c ipſum d.Dico q; et a ipſum b non metitur.ſi enĩ a ipſum b metitur:et c ipſum d metietur per 15 octaui. non metitur autẽ c ipſum d per hypotheſin.neq; a igitur ipſum b metietur. quod oportuit demõſtraſſe.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 16.

15 SI duo numeri ſuperficiales fuerint ſimiles:neceſſe eſt tertium numerum ſecundum proportionalitatem continuam eis intereſſe.Eritq; proportio vnius numeri ad alterum ſibi ſimilem:velut vnius lateris ſui ad latus alterius ipſum reſpiciens proportio duplicata.

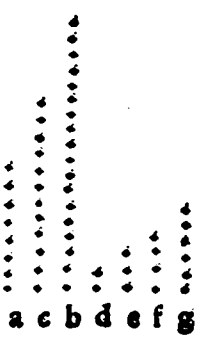
¶CAMP. ¶Sint duo numeri a et b:ſuperficiales & ſimiles. dico q; inter ipſos cadet vnus numerus in cõtinua proportione. latera enĩ a,ſint c et d:b vero latera/ſint e et f.eruntq; ex cõuerſione diffinitionis numerorũ ſimiliũ/c ad e:ſicut d ad f.cõſtat autẽ q; ex c in d fiat a.et ex ei f:b. fiat itaq; g ex e in d.eritq; p 19 ſeptimi/a ad g:ſicut c ad e.et p 18 eiuſdẽ g ad b ſicut d ad f.quare a ad g:ſicut g ad b.eſt itaq; g: cõtinua proportionalitate medius inter a et b.quod eſt propoſitum. ¶Correlarium autem patet:cum ſit a ad b per diffinitionem ſicut a ad g duplicata / quæ eadem eſt illi quæ eſt c ad e.



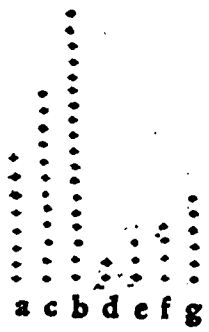
Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI ſecundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris interſit : illi duo numeri ſuperficiales ſunt & ſimiles.

¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt cõuerſa præmiſſæ.Vt ſi inter a et b ſit c ſub continua proportionalitate conſtitutus:a et b erunt ſuperficiales et ſimiles.ſint enĩ d et e minimi in proportione qua continuantur a,c,b : qui per 21 ſeptimi/numerabunt a et c æqualiter.ſitq; vt ſecundũ f.& per eãdem c et b æqualiter:et ſit vt ſecundũ g.erunt igitur per diffinitionẽ a et b ſuperficiales.et erunt etiã per diffinitionem / d et f,latera numeri a:e quoq; et g,latera numeri b.Q; autẽ ipſi ſint ſimiles:ſic habeto.cũ enĩ ex d in g ſit c,et ex e in f ſit idẽ c:erit per ſecundã partem 20 ſeptimi/d ad e ſicut f ad g.per diffinitionẽ igitur a et b ſunt ſimiles,quod eſt ꝓpoſitũ.



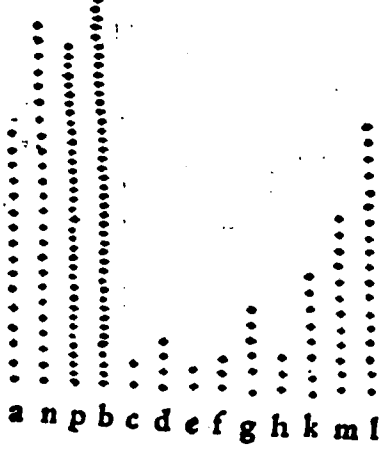
¶Hoc autē vltimū quod eſt a et b eſſe ſimiles: poteſt etiā haberi per 19 et 18 ſeptimi/et p has hypotheſes q̄ a,c,b,ſunt cōtinue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a et c ſecundum f,et c et b ſecundum g.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 18.

SI fuerint duo numeri ſolidi ſimiles: neceſſe eſt eis duos numeros ſecundum continuam proportionalitatem intereſſe. eritq̄ proportio vnius ſolidi ad alterum ſibi ſimilem: velut cuiuſlibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciens ſe proportionaliter/proportio triplicata. 18

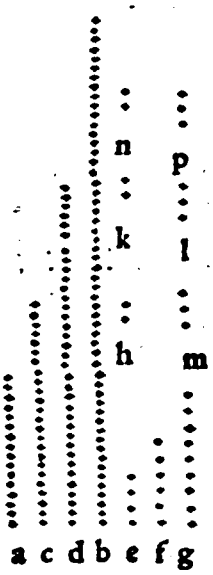
¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: ſolidi ſimiles. dico q̄ inter ipſos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enī latera numeri a: c,d,e. latera vero b: ſint f,g,h. erūtq̄ ex conuerſione diffinitionis numerorum ſimilium/c ad f,& d ad g: ſicut c ad h. Sit igitur ex c in d,k: & ex f in g,l. eruntq̄ ex diffinitione/k & l: ſuperficiales & ſimiles. quare per 16 huius/vnus numerus cadit inter eos medius ſecundū proportionem c ad f. qui ſit m. Manifeſtum autem eſt q̄ ex e in k: fit a,& ex h in l: b. ſi igitur ex e in m & l fiāt n & p: erūt per 18 ſeptimi/a ad n ſicut k ad m,& n ad p ſicut m ad l. quare a,n,p: ſunt continue proportionales in proportione c ad f. & quia per 19 eiuſdem p ad b ſicut e ad h,& ideo ſicut c ad f: ſequitur vt quatuor numeri a,n,p,b,ſint continue proportionales ſecundum proportionem c ad f. ſunt itaq̄ inter a & b duo numeri n & p; medij in continua proportionalitate ſuorum laterum interpoſiti. quod eſt propoſitum. Correlarium autem patet: cum proportio a ad b ſit per diffinitionem ſicut a ad n triplicata / quæ eſt eadem illi quæ eſt c ad f.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 19.

SI eis ſecūdum continuam proportionalitatem duo numeri interiacent: quilibet duo numeri/ſolidi ſunt atq̄ ſimiles. 19

¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt cōuerſa præmiſſæ. vt ſi inter a & b ſint duo numeri c & d medij in continua proportione: erunt a & b ſolidi & ſimiles. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione cōtinue proportionales: qui ſunt e,f,g. eruntq̄ per 17/e & g: ſuperficiales & ſimiles. ſint ergo h & k: latera e. at l & m: latera g. eritq̄ per correlariū 16 huius/e ad f: ſicut h ad l,aut ſicut k ad m. Manifeſtum autem eſt ex tertia q̄ e & g ſunt contra ſe primi. ideoq̄ per 23 ſeptimi/in ſua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem ſunt a ad d & c ad b ſicut e ad g: ſequitur per 21 ſeptimi/vt ipſi numerent a & d æqualiter. quod ſit ſecundum n. & item c & b æqualiter: quod ſit ſecundum p. Quia igitur ex h in k fit e,& ex e in n fit a: ſequitur per diffinitionem vt a ſit ſolidus eiuſq̄ latera h,k,n. ſimiliter quia ex l in m fit g,& ex g in p,b: ſequitur etiam vt b ſit ſolidus & eius latera l,m,p. Ipſos autem eſſe ſimiles ſic conſtabit. Cū ex g in n fiat d,& ex eodem in p,b: erit per 18 ſeptimi/n ad p ſicut d ad b. & quia ſic erant h ad l, & k ad m: per diffinitionem manifeſtum eſt a & b eſſe ſimiles. quod eſt propoſitum.

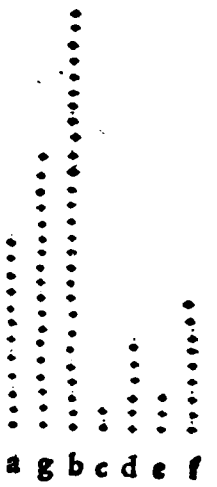


¶Quatuor precedentes ex Campano Euclidis propoſitiones/ ſcilicet 16/17/18/ 19: quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta 18/19/20/21/ hoc ordine reſpondent. prima: primę. ſecunda: tertię. tertia: ſecundæ. quarta. quartæ.

Eucli.ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

18 ¶Duorum ſimilium planorum numerorum: vnus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

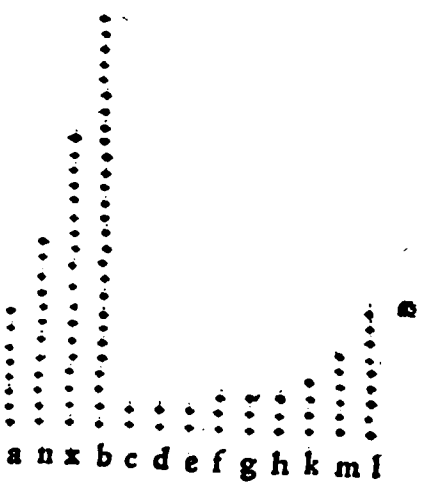
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini plani numeri a,b. et ipſius a, latera ſint c,d: ipſius autem b, ſint e,f. At ſimiles plani ſunt: qui proportionalia habent latera/per 22 diffinitionem ſeptimi. eſt igitur ſicut c ad d: ſic eſt e ad f. Dico igitur q̃ ipſorũ a, b, vnus medius proportionalis eſt numerus: et a ad b duplã rationẽ habet: q̃ c ad e, vel d ad f. hoc eſt q̃ ſimilis rationis latus: ad ſimilis rationis latus. Et quoniam eſt ſicut c ad d ſic eſt e ad f: viciſſim igitur eſt per 13 ſeptimi / ſicut c ad e ſic eſt d ad f. Et quoniam a planus eſt/ipſius autẽ latera ſunt c,d: igitur d ipſum c multiplicãs/ipſũ a facit. Id propterea iã & e ipſũ f multiplicãs: ipſũ efficit b. At d ipſũ e multiplicãs: ipſũ efficiat g. & quoniã d ipſũ quidẽ c multiplicãs ipſũ efficit a, ipſũ autẽ e multiplicãs ipſũ conficit g: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut c ad e ſic eſt a ad g. Sed ſicut c ad e: ſic eſt d ad f. & ſicut igitur per 11 quinti/d ad f: ſic a ad g. Rurſus quoniã e ipſũ quidẽ d multiplicans ipſum efficit g, ipſum autẽ f multiplicãs ipſum b conficit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut d ad f, ſic eſt g ad b. oſtẽſum autẽ eſt q̃ & ſicut d ad f: ſic eſt a ad g. & ſicut igitur per 11 quinti/a ad g: ſic eſt g ad b. Igitur ipſi a, g, b, continue ſunt proportionales. Ipſorum igitur a, b: vnus medius proportionalis eſt numerus. ¶Dico iam inſuper q̃ & a ad b duplã rationem habet: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus/hoc eſt q̃ c ad e, vel q̃ d ad f. Quoniam enim ipſi a, g, b, in principio proportionales ſunt: igitur per 10 diffinitionem quinti/a ad b duplam habet rationem q̃ ad g. & eſt ſicut a ad g: ſic eſt c ad e, & d ad f. & a igitur ad b duplam rationem habet q̃ c ad e vel d ad f. quod erat demonſtrandum.



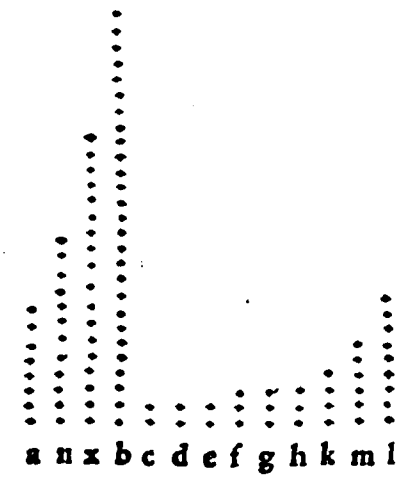
Eucli.ex Zamb. Theorema. 17. Propoſitio 19.

19 ¶Duorum ſimilium ſolidorum numerorum: bini medij proportionales ſunt numeri. Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationem habet: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit bini ſimiles ſolidi numeri: a, b. & ipſius quidem a: latera ſint c,d,e, numeri. ipſius autem b: ſint f,g,h. & quoniam per 22 diffinitionem ſeptimi/ſimiles ſolidi ſunt qui latera habẽt proportionalia: eſt igitur ſicut c ad d ſic eſt f ad g, ſicut autem d ad e ſic g ad h. Dico q̃ ipſorum a, b, bini medij proportionales ſunt numeri. & q̃ a ad b triplam rationem habet: q̃ c ad f, vel d ad g, vel inſuper e ad h. Igitur c ipſum d multiplicãs: ipſum efficiat k. at f ipſum g multiplicãs: ipſum efficiat l. Et quoniam ipſi c,d, ipſis f,g, in eadem ſunt ratione/ex ipſiſq̃ c,d, gignitur k, ex ipſis autẽ f,g, gignitur l: igitur k,l, ſimiles plani ſunt numeri. Ipſorũ igitur k,l: vnus medius proportionalis eſt numerus per 18 octaui. ſit m. Igitur m ex ipſis d,f, gignitur: quemadmodum ex precedenti patuit theotemate. Eſt igitur ſicut k ad m: ſic eſt m ad l. Et quoniam d ipſum quidem c multiplicãs fecit ipſum k, ipſum autẽ f multiplicans fecit ipſum m: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut c ad f, ſic eſt k ad m. ſed ſicut k ad m: ſic m ad l. Ipſi igitur k, m, l, continue ſunt proportionales: in ipſius c ad d ratione. Et quoniam eſt ſicut c ad d ſic eſt f ad g: viciſſim igitur per 13 ſeptimi/eſt ſicut c ad f, ſic eſt d ad g. Rurſus quoniam eſt ſicut d ad e ſic g ad h: viciſſim igitur per 13 ſeptimi / eſt ſicut d ad g ſic eſt e ad h. Ipſi igitur k,l,m: continue ſunt proportionales in ipſius c ad f, & d ad g ratione/& inſup ipſius e ad h. Vterq; iã ipſorũ e,h, ipſum m multiplicans: vtrũq; ipſorum n,x, faciat. & quoniam a ſolidus eſt/latera autem eius ipſi c,d,e: igitur e eum qui ex c,d, multipli-



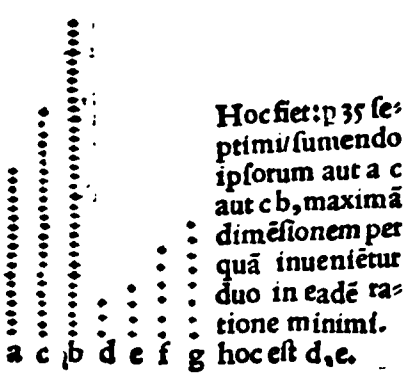
cãs/ipſũ efficit a. at qui gignitur ex c,d: eſt k. Igitur e ipſũ k multiplicãs: ipſũ efficit a. Id ꝓpterea iã & h ipſũ q gignit ex f,g hoc eſt multiplicãs: ipſum efficit b. Et quoniam e ipſum k multiplicans ipſum a efficit/ſed iam & ipſum m multiplicans ipſum n efficit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut k ad m ſic eſt a ad n. Sicut autẽ k ad m: ſic eſt c ad f,& d ad g,& in ſuper e ad h. ſicut igitur c ad f,& d ad g,& e ad h: ſic eſt a ad n. Rurſus quoniã vterq; ipſorum e,h, ipſum multipliãs m, vtrũq; ipſorũ n,x, facit: eſt igitur per 18 ſeptimi/ſicut e ad h ſic eſt n ad x. Sed ſicut e ad h: ſic eſt c ad f,& d ad g. & ſicut igitur per 11 quinti/c ad f,& d ad g,& e ad h: ſic eſt a ad n,& n ad x. Rurſus quoniã h ipſum m multiplicãs ipſum conficit x, ſed & ipſum l multiplicans ipſum efficit b: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut m ad l ſic x ad b. Sed ſicut m ad l: ſic eſt c ad f,& d ad g,& e ad h. & ſicut igitur c ad f,& d ad g,& e ad h: ſic non ſolum x ad b, ſed & a ad n, & n ad x. Igitur ipſi a, n, x, b: continue ſunt proportionales in prædictis laterum rationibus. ¶ Dico inſuper ꝙ & a ad b triplam rationem habet: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus/ hoc eſt q̃ c numerus ad f, vel d ad g, & inſuper q̃ e ad h. *Quoniam certe quatuor numeri continue ſunt proportionales hoc eſt a, n, x, b: igitur per 10 diffinitionem quinti/a ad b triplam rationem habet q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus/ hoc eſt q̃ c numerus ad f numerum/& d ad g,& e ad h. quod erat demonſtrandum.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

¶ Si binorum numerorum vnus medius proportionalis fuerit numerus: ſimiles plani erunt ipſi numeri. 20

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq̃ numerorũ a,b: vnus medius proportionalis eſto c numerus. Dico ꝙ ipſi a,b: ſimiles plani ſũt numeri. *Sumantur per 35 ſeptimi inq̃ minimi numeri eandem rationem habentium ipſis a,c, b, duo: ſintq; d,e. Eſt igitur ſicut d ad e: ſic eſt a ad c. ſed ſicut a ad c: ſic eſt c ad b. & ſicut igitur per 11 quiti/d ad e: ſic c ad b. Aeque igitur d ipſũ a metitur: & e ipſũ c. quoties autẽ d ipſũ a metitur: tot vnitates ſint i f. igitur. f ipſũ d multiplicãs ipſũ efficit a. Ipſũ autẽ e multiplicãs: ipſũ facit c. quare a planus eſt: latera autẽ eius ſũt d,f, ꝑ 22 diffinitionẽ ſeptimi. Rurſus quoniã ipſi d,e, minimi ſunt eãdem rationem habentium ipſis c,b: æque igitur per 21 ſeptimi d ipſum c metitur & e ipſum b. Quoties autẽ e ipſum b metitur: tot vnitates ſint in ipſo g. Igitur e ipſum b metitur per eas quæ in g ſũt vnitates. igitur g ipſum e multiplicãs: ipſum efficit b. Igitur b planus eſt per 22 diffinitionem ſeptimi: latera autem eius ſũt e,g. Igitur ipſi a,b: plani ſunt duo numeri.* ¶ Dico inſuper ꝙ & ſimiles. *Quoniam enim vterq; ipſorũ f,g, ipſum e multiplicans/ vtrunq; ipſorũ c,b, efficit. eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut f ad g ſicut eſt c ad b. Sicut autẽ c ad b: ſic d ad e. & ſicut igitur per 11 quinti/ d ad e: ſic f ad g. Ipſi igitur a,b: ſimiles plani ſunt numeri. eorum enim latera proportionalia ſunt. quod erat oſtendendum.*

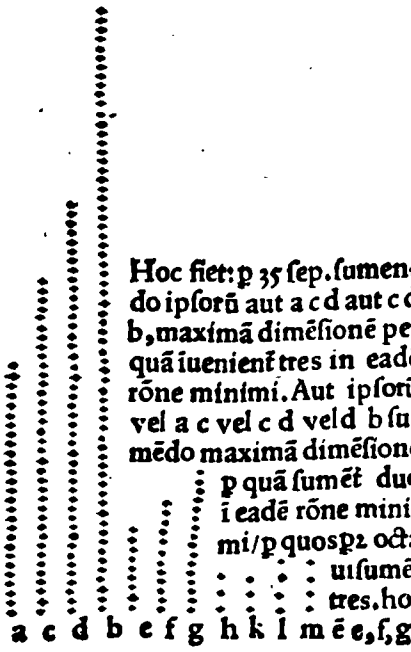


Hoc fiet: ꝑ 35 ſeptimi/ſumendo ipſorum aut a c aut c b, maximã dimẽſionem per quã inueniẽtur duo in eadẽ ratione minimi. hoc eſt d,e.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

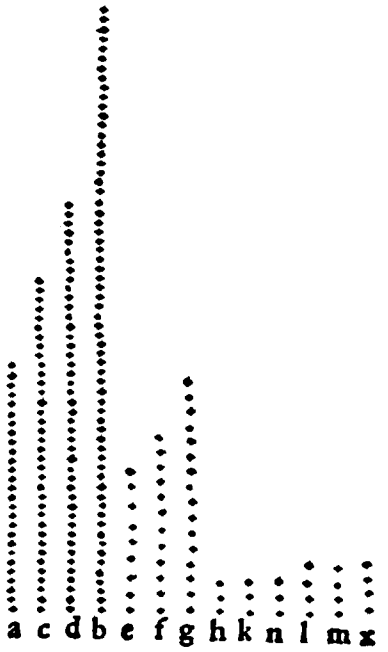
¶ Si duorũ numerorum duo medij proportionales fuerint numeri: ſimiles ſolidi ſunt ipſi numeri. 21

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq̃ numerorum a,b: duo medij proportionales ſint numeri c,d. Dico ꝙ ipſi a,b: ſimiles ſolidi ſunt. *Sumantur inq̃ per 35 ſeptimi/aut 2 octaui/minimi numeri eandem rationem habẽtium eiſdem a,c,d,b, tres: ſintq; e,f,g. Igitur per 3 octaui/ eorum extremi e,g, primi adinuicẽ ſunt. & quoniã ipſorũ e,g, vnus medius proportionalis eſt numerus: ſimiles igitur plani ſunt per 20 octaui. Sint igitur ipſius quidem e: latera h,k. ipſius autem g: ſint l,m. Manifeſtum igitur eſt ex hoc: ꝙ ipſi e,f,g, continue proportionales ſunt in ipſius h ad l ratione, & ipſius k ad m. Et quoniã ipſi e,f,g, minimi ſunt eandẽ rationem habentium eiſdem a,c,d: ex æquali igitur per 14 ſepti-*



Hoc fiet: ꝑ 35 ſep. ſumendo ipſorũ aut a c d aut c d b, maximã dimẽſionẽ per quã iuenientur tres in eadẽ rõne minimi. Aut ipſorũ vel a c vel c d vel d b ſumẽdo maximã dimẽſionẽ ꝑ quã ſumẽt duo in eadẽ rõne minimi/ꝑ quos ꝑ 2 octauiſumẽt tres. hoc ẽ e,f,g.

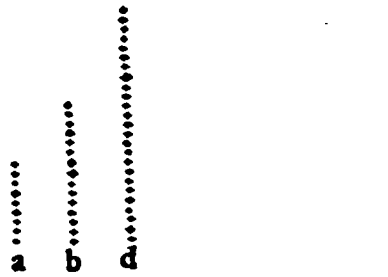
mi/eſt ſicut e ad g ſic eſt a ad d. At e,g: per 3 octaui primi ſunt. primi autem: & minimi. minimi vero per 21 ſeptimi/metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter: maior maiorem & minor minorem/hoc eſt antecedens antecedentem/& ſequens ſequentem. quoties igitur e ipſum a metitur: tot vnitates ſint in ipſo n. Igitur eni ipſum e multiplicans: ipſum efficiat a. At e eſt ex h,k. Igitur eum qui ex h,k, gignitur multiplicans: ipſum efficit a. Solidus igitur eſt a. latera autem eius ſunt h,k,n. Rurſus quoniam ipſi e,f,g, minimi ſunt eandem rationem habentium eiſdem c,d,b: æque igitur e ipſum c metitur/& g ipſum b. Quoties autẽ g ipſum b metitur: tot vnitates ſint in x. Igitur g ipſum b metitur p eas quæ in x ſunt vnitates. Igitur x ipſum g multiplicans: ipſum efficit b. At g eſt. ex l,m. Igitur x eum qui ex l,m, gignitur multiplicans: ipſum conficit b. Solidus igitur eſt b. latera autem eius ſunt l,m,x. Igitur ipſi a,b: ſolidi ſunt. Dico inſuper ꝙ & ſimiles. quoniam n,x, ipſum e multiplicantes/ipſos conficiunt a,c: eſt igitur per 18 ſeptimi/ſicut n ad x ſic eſt a ad c, hoc eſt e ad f. Sed ſicut e ad f: ſic eſt h ad l, & k ad m. & ſicut igitur per 11 quinti/h ad l: ſic k ad m & n ad x. & ſunt quidem ipſi h,k,n, latera ipſius a: ipſi vero x,l,m, latera ſunt ipſius b. Igitur ipſi a,b: numeri ſolidi ſunt ſimiles. quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus: tertiũ quoq; quadratũ eſſe.

¶CAMPANVS. ¶Sint tres numeri continue proportionales a,b,c, ſitq; a quadratus. Dico ꝙ c eſt etiam quadratus. ſunt enim per 17 a & c ſuperficiales & ſimiles. cum igitur a ſit quadratus: per hypotheſin: erit c quadratus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

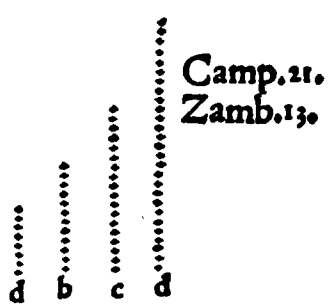
22 ¶Si tres numeri continue proportionales fuerint/primuſq; fuerit quadratus: & tertius quadratus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres numeri cõtinue proportionales a,b,c, primus autem ſit quadratus. Dico ꝙ & tertius quadratus eſt. quoniam enim ipſorum a,c, per 20 octaui / vnus medius proportionalis eſt numerus b: igitur a,c, ſimiles plani ſunt. at quadratus eſt a. quadratus eſt & c. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus: quartum cubum eſſe neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d, ſitq; a cubus. dico ꝙ d eſt etiam cubus. conſtat enim per 19 ꝙ a & d ſunt ſolidi ſimiles. & quia a eſt cubus per hypotheſin: erit etiam d cubus.



Eucli ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 23.

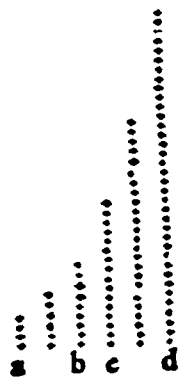
23 ¶Si quatuor numeri continue proportionales fuerint / primus autem cubus fuerit: & quartus cubus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales continue: a,b,c,d. ſit autẽ a cubus. dico ꝙ & d: cubus erit. Quoniam enim ipſorum a,d, ſimiles ſunt ſolidi numeri: at a cubus eſt / cubus igitur eſt & d. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI duorum numerorum quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum / fuerit vnus quadratus: alterum quoq; quadratum eſſe.

C.22.
Z.24



¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: in proportione duorũ quadratorum qui sunt c & d. sitq; a vel b quadratus. dico reliquum esse quadratum. Cum enim c & d sint quadrati: sequitur eos esse superficiales. Ideoq; per 16 cadet vnus medius inter eos in continua proportione. quare per 8 & inter a & b. per 26 igitur constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 24.

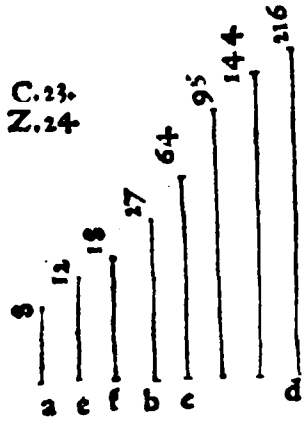
¶Si bini numeri rationem habuerint quã quadratus numerus ad quadratum numerum/primus autem fuerit quadratus: & secundus quadratus erit. 24.

¶THEON ex Zamberto. ¶Bini inq̃ numeri a,b, adinuicem rationem habeant: quam quadratus numerus c ad quadratum numerum d. Dico q; & b quadratus est. Quoniam ipsi c,d, sunt quadrati: ipsi c,d, igitur similes plani sunt. Ipsorum igitur c,d: per 18 octaui vnus medius proportionalis est numerus. Et est sicut c ad d: sic est a ad b. Ipsorum igitur a,b, vnus medius proportionalis est numerus. At a quadratus est. & b igitur quadratus est. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 23.

SI duorum numerorum quorum proportio vnius ad alterum sit sicut cubi ad cubum/alteruter fuerit cubus: & alterum cubum esse. 23

C.23.
Z.24



¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui sunt c & d. sitq; a vel b cubus. dico reliquum esse cubum. Necesse est enim q; c & d sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes & solidi. itaq; per 18 inter ipsos cadent duo medij in continua proportione. totidem igitur per 8 cadent inter a & b. itaq; per 21 manifestum est quod dicitur.

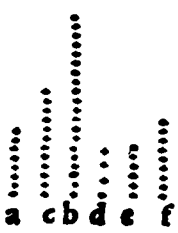
Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 25.

¶Si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam cubus numerus ad cubũ numerum/primus autem cubus fuerit: & secundus cubus erit. 25

¶THEON ex Zamb. ¶Bini inquã numeri a,b, adinuicem rationem habeãt: quam cubus numerus c ad cubũ numerum d. cubus autem esto a. Dico q; & b cubus est. Quoniam enim ipsi c,d, cubi sunt: sũt igitur p 19 octaui/ipsi c,d, similes solidi. ipsorũ igitur c,d, bini medij sũt proportionales per 21 octaui. quot autem inter ipsos c,d, continue proportionales cadunt: totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri per 8 octaui. cadant ipsi e,f. Quoniam igitur quatuor numeri a,e, f,b, continue proportionales sunt/& a cubus est: cubus igitur est per 23 octaui/& b. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

NVmerorum superficialium similium est proportio vnius ad alterum: sicut proportio quadrati ad quadratum. 24



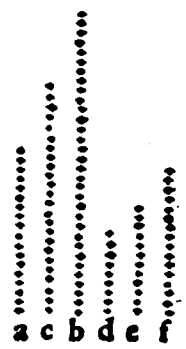
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b superficiales similes. dico q; vnus ad alterum est proportio sicut quadrati ad quadratum. erit enim per 16 inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit c. sumptis itaq; tribus minimis in proportione eorũ qui sunt d,e,f: erũt per correlarium 2/d & f quadrati. & quia per æquam proportionalitatem est a ad b sicut d ad f: constat verum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 26

¶Similes plani numeri adinuicem rationem habent: quam 26

quadratus numerus ad quadratum numerum.

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint ſimiles plani numeri a,b. Dico ꝙ a ad b rationẽ habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quoniam ipſi a,b, ſimiles plani ſunt: ipſorum igitur a,b, vnus medius proportionalis cadit numerus per 18 octaui. Cadat: & ſit c. aſſumanturq; per 35 ſeptimi/minimi numeri eandem ipſis a,b,c, habentium rationem: ſintq; d,e,f. ipſi igitur ipſorum extremi hoc eſt d,f, ſunt quadrati. Et quoniã eſt ſicut d ad f ſic a ad b, & ipſi d,f, ſunt quadrati: igitur a ad b rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonſtrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 25

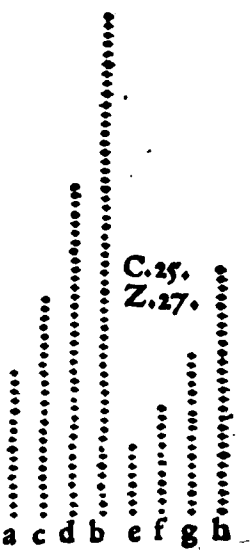
25 Mnium duorum ſolidorum ſimilium eſt proportio vnius ad alterum: ſicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b ſolidi ſimiles. dico ꝙ proportio vnius eorum ad alterũ: eſt ſicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij ſecundum cõtinuam proportionem: qui ſint c & d. in eorum proportione ſint minimi quatuor e,f,g,h: quorũ e & h erunt cubi per correlarium ſecundæ. quia igitur per æquam proportionalitatem eſt a ad b ſicut e ad h: liquet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 27.

27 ¶Similes ſolidi numeri adinuicem rationem habent: quam cubus numerus ad cubum numerum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſimiles ſolidi numeri a,b. Dico ꝙ a ad b rationem habet: quã cubus numerus ad cubum numerũ. Quoniã enim ipſi a,b, ſimiles ſolidi ſunt: ipſorum igitur a,b, per 19 octaui bini ſunt numeri proportionales. cadant: & ſint c,d. Accipianturq; per 35 ſeptimi/minimi numeri eandem habentium rationẽ ipſis a,c,d,b: ſintq; ipſis æquales multitudine e,f,g,h. Ipſi igitur eorum/e,h, extremi cubi ſunt. eſtq; ſicut e ad h: ſic a ad b. Et a igitur ad b rationem habet: quã cubus numerus ad cubum numerum. quod oportuit demonſtraſſe.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
octaui libri
Finis.

ARITH. ELE. EV.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile pricipis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Nonus.

Ex Campano. Diffinitiones.

PAr numerus: eſt qui poteſt in duo æqualia diuidi. 1

¶Impar numerus: eſt qui in duo æqualia diuidi non poteſt / additq; ſupra parem vnitatem. 2

¶Pariter par: eſt quem cuncti pares eum numerãtes/paribus vicibus numerant. 3

¶Pariter impar eſt quem cũcti pares eum numerantes / imparibus vicibus numerant. 4

¶Pariter par & impariter: eſt quem pares eum numerãtes/ quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 5

¶Impariter impar: quem cuncti impares eum numerãtes/ imparibus vicibus numerant. 6

¶Perfectus numerus appellatur: qui omnibus partibus ſuis quibus numeratur/eſt æqualis. 7

¶Abundans dicitur: qui omnibus ſuis partibus minor eſt. 8

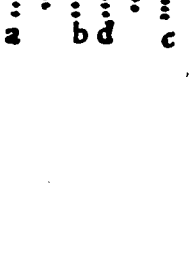
¶Diminutus vero: qui maior. 9

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

SI fuerint duo numeri ſuperficiales ſimiles: qui ex ductu alterius in alterum producetur/numerum quadratum eſſe neceſſe eſt. 1

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b ſuperficiales ſimiles: ex quorum multiplicatione proueniat c. dico c eſſe quadratũ. fiat enim d ex a in ſe. eritq; per 18 ſeptimi/d ad c: ſicut a ad b. & quia inter a & b cadit medius ſecundũ cõtinuã proportionalitatẽ per 16 octaui: ſequitur per 8 eiuſdem vt vnus quoq; cadat inter d & c. itaq; cum d ſit quadratus: erit per 20 eiuſdem c quoq; quadratus. quod eſt propoſitũ.

C. 1.
Z. 1.



Eucli ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

SI bini ſimiles plani numeri ſeſe inuicem multiplicantes/aliquẽ fecerint: factus ex eis quadratus erit. 1

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini ſimiles plani numeri a,b. & a ipſum b multiplicãs: ipſum efficiat c. Dico q; c quadratus eſt. ipſe enim a ſeipſum multiplicans: ipſum d efficiat. ipſe igitur d: quadratus eſt. Quoniam igitur a ſeipſum quidem multiplicans ipſum d fecit/ipſum autem b multiplicans ipſum c fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut a ad b ſic d ad c. Et quoniam ipſi a,b, ſimiles plani ſunt numeri: vnus medius per 18 octaui proportionalis cadit numerus ipſorũ a,b. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales/numeri proportionales ceciderint: quot inter ipſos cadunt totidem quoq; per 8 octaui/& inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipſos c, d,

vnus medius proportionalis numerus cadit. eſt autem ipſe d: quadratus. quadratus igitur eſt c. quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur: duo quilibet numeri ſunt ſuperficiales ſimiles.

¶ COROLLARIVM. ¶ Ex his itaq; patēs eſt, quia ſi tetragonus in tetragonū ducat̄: q ex eis producetur, tetragonū eſſe. Si vero ex ductu tetragoni in numerū aliquē, tetragonus producatur: illū numerū aliquē eſſe tetragonū. Itēq; ſi ex ductu tetragoni in numerū aliquē, non tetragonus producatur: eū numerū aliquem nō tetragonū eſſe. Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur: qui inde producetur, non tetragonum eſſe neceſſe eſt.

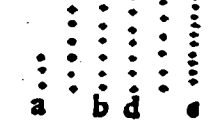
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc eſt cōuerſa prioris. Vt ſi ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus: erūt a & b, ſupficiales ſimiles. Sit enī d ex a in ſe. eritq; per 18 ſep. d ad c: ſicut a ad b. Per 16 autē octaui, cū d & c ſint ſuperficiales ſimiles, eo q; ſunt ambo quadrati: erit inter eos vnus numerus medius ſecundū cōtinuam proportionem. per 8 itaq; eiuſdem erit etiā vnus inter a & b. igitur per 17 eiuſdem, a & b ſunt ſuperficiales ſimiles. quod eſt propoſitum

¶ Prima pars correlarij patet per præmiſſam. ſunt enī ōnes tetragoni: ſupficiales ſimiles. Secūda patet ex hac: cū ſit ſolus tetragonus ſimilis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipſius correlarij parte: a deſtructiōe cōſequētis. Quarta vero patet ex eiuſdē parte ſecūda: a deſtructione etiā cōſequētis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

3 ¶ Si bini numeri inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum fecerint: ſimiles plani ſunt.

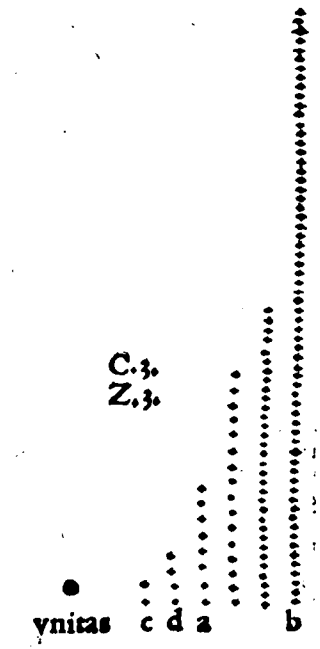
¶ THEON ex Zamb. ¶ Bini enī numeri a, b, inuicē ſeſe multiplicantes: quadratū efficiāt c. Dico q ipſi a, b: ſimiles plani ſunt numeri. Ipſe enī a ſeipſum multiplicans: ipſum d efficiat. d igitur quadratus eſt. Et quoniā a ſe ipſum qdē multiplicās ipſū d fecit, ipſū autē b multiplicās ipſū c fecit: eſt igitur p 17 ſep. ſicut a ad b, ſic d ad c. & qm̄ d quadrat9 eſt, ſed & c: ipſi igit̄ d, c, ſimiles plani ſunt. ipſorū igitur d, c, p 18 octaui, vnus medius proportionalis eſt numerus. Ipſorū igitur d, b: p 8 octaui, vnus medius eſt proportionalis. Si autē binorū numerorū vnus medius proportionalis eſt nūerus: p 18 octa. ſimiles plani ſūt nūeri. ipſi igitur a, b, ſil̄es plani ſūt. qd̄ oportuit demōſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

3 SI numerus cubus in ſeipſum ducatur: qui inde producetur erit cubus.

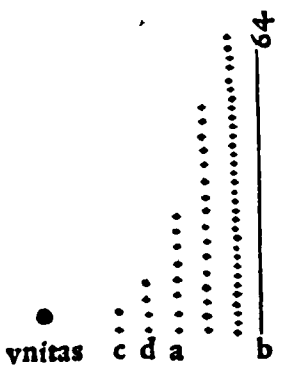
¶ CAMPANVS. ¶ Sit a cubus: ex quo in ſe ducto fiat b. dico b eſſe cubū. ſit enī c latus cubicū a. ex c vero in ſe: fiat d. patet itaq; q ex c in d: fit a. ſunt igitur vnitas, c, d, a: cōtinue proportionales. quod ex 18 ſeptimi & p̄ſentibus hypotheſib9 manifeſtū eſt. & qa eſt a ad b ſicut vnitas ad a, eo q; quoties vnitas eſt in a toties a in b: erūt inter a & b, duo numeri medij ſecundū proportionalitatē cōtinuā p 8 octaui. cū igitur ex hypotheſi ſit a cub9: erit per 21 eiuſdē, b quoq; cub9. qd oportebat demōſtrare.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

3 ¶ Si cub9 nūer9 ſeipſū multiplicās aliquē fecerit: fact9 cub9 erit

¶ THEON ex Zāb. ¶ Cubus enī numerus a, ſeipſum multiplicās: ipſum efficiat b. Dico q b cubus eſt. accipiatur enī ipſius a, latus c: & c ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat d. manifeſtū iam eſt: q c ipſium d multiplicās ipſum efficit a. & quoniā c ſeipſum multiplicans ipſum d fecit: igitur c ipſum d metitur per eas quæ ipſo ſunt vnitates. Sed & vnitas ipſum c metitur per eas quæ in ipſo ſunt vnitates. Eſt igitur ſicut vnitas ad c: ſic c ad d.

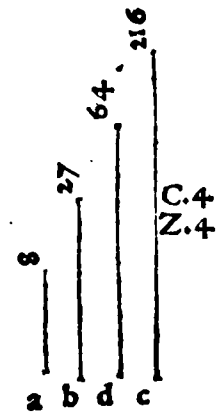


Rurſus quoniã cipſũ d multiplicãs ipſum efficit a: igitur ipſe d ipſũ a metitur p eas quæ in ipſo c ſunt vnitates. At vnitas ipſum c metitur p eas q̃ in ipſo ſũt vnitates. Eſt igitur ſicut vnitas ad c: ſic d ad a. Sed ſicut vnitas ad c: ſic c ad d. & per 11 quinti/igitur ſicut vnitas ad c: ſic c ad d & d ad a. Ipſius igitur vnitatis & a: bini medij ſunt continue proportionales numeri c, d. Rurſus quoniam a ſeipſum multiplicans: ipſum b fecit: igitur a ipſum b metitur per eas quæ in ſeipſo ſunt vnitates. Metitur autẽ & vnitas ipſum a per eas q̃ in ſeipſo ſunt vnitates. Eſt igitur ſicut vnitas ad a: ſic a ad b. Ipſius autẽ a & vnitatis: bini medij ſũt proportionales nũeri. & ipſorũ igit a, b: bini medij ꝓportionales ſũt numeri p 8 octa. Si autẽ binorũ numerorũ bini medij ꝓportionales fuerit nũeri/primus autẽ cub⁹ fuerit: & quart⁹ cubus erit per 21 octaui, eſt autẽ a cub⁹. & b igit cub⁹ eſt. qđ oſtẽdere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

SI cubus ĩ aliũ cubũ ducatur: qui inde ꝓducet erit cub⁹. 4

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b cubi: fiatq; c ex a in b. dico c eſſe cubũ. fiat enĩ d ex a in ſe. eritq; per p̃miſſã d cub⁹. & qa per 18 ſeptimi eſt a ad b ſicut d ad c: conſtat ex 23 octaui c eſſe cubum. quod erit propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

¶Si cubus numerus cubum numerum multiplicans: aliquem fecerit: factus cubus erit. 4

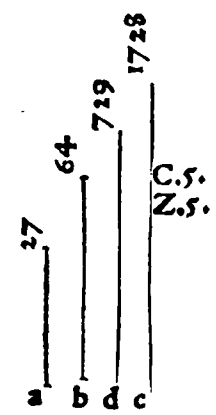
¶THEON ex Zamberto. ¶Cubus enim numerus a, cubũ numerũ b multiplicans: efficiat c. Dico q̃ c cubus eſt. Ipſe nanq; a ſeipſum multiplicans: ipſum efficiat d. Igitur d cubus eſt per præcedentem. Et quoniã a ſeipſum multiplicans ipſum d fecit/ipſum autẽ b multiplicans ipſum c fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut a ad b ſic d ad c. Et quoniã ipſi a, b, cubi ſunt: ſimiles ſolidi ſunt ipſi a, b. Ipſorũ igitur a, b, per 19 octaui/bini medij ſunt proportionales nũeri. Quare & p 8 eiuſdẽ ipſorũ d, c, bini medij proportionales ſunt numeri: eſt autem d cubus. cubus igitur eſt & c. quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

SI numerus cub⁹ in numerũ aliũ ducatur/fueritq; pro- 5
duct⁹ cub⁹: iquẽ duct⁹ eſt/nũerũ cubũ eſſe neceſſe eſt.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde & manifeſtũ eſt/ quia ex ductu cubi in non cubum: producitur non cubus. Ductoq; cubo in numerum aliquem/ſi fuerit qui inde producitur non cubus: in quem ille ductus fuerit/neceſſe eſt eſſe nõ cubum.

¶CAMP. ¶Sit enĩ ex a cubo in b numerũ: productus c cubus. dico b eſſe cubũ. fiat enĩ d ex a in ſe: q̃ per antep̃miſſã erit cub⁹. qa igitur eſt per 18 ſeptimi/a ad b ſicut d ad c, eſtq; a cubus/ſed & d & c cubi: erit per 23 octaui/ b cubus. quod eſt propoſitum. Prima pars correlarij: patet ex hac quinta/a deſtructione cõſequẽtis. ſecũda: p p̃miſſã/ſimiliter a deſtructione cõſequẽtis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

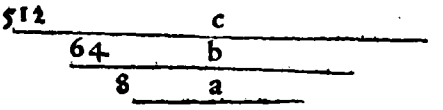
¶Si cubus numerus numerum aliquem multiplicans/ cubum 5
fecerit: & multiplicatus cubus erit.

¶THEO ex Zãb. ¶Cubus enĩ nũerus a numerũ aliquẽ b multiplicãs: cubũ efficiat c. Dico q̃ b cubus eſt. Ipſe enĩ a ſeipſũ multiplicãs: ipſũ d efficiat. Cub⁹ igit eſt p 3 noni & ipſe d. & qm̃ a ſeipſũ multiplicãs ipſũ d fecit/ipſum autẽ b multiplicans ipſum c fecit: eſt igitur per 17 ſep. ſicut a ad b, ſic d ad c. & qm̃ ipſi d, c, cubi ſũt: ſi ſolidi ſunt. Ipſorũ igitur d, c, per 19 octaui bini medij ſunt proportionales numeri. Eſtq; ſicut d ad c: ſic eſt a ad b. & ipſorum igitur a, b, per 8 eiuſdẽ/bini medij ſunt proportionales numeri. eſtq; a cubus. cubus igitur & b. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI ex ductu cuiuſdã numeri in ſeipſũ cubus producatur: eum eſſe cubũ neceſſario comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶ Sit vt ex a in ſe fiat b: ſitq; b cubus. dico ergo a eſſe cubũ. Fiat enĩ c ex a in b: eritq; ex diffinitione/c cubus. & quoniam cõſtat ex 18 ſeptimi q, ſit a ad b ſicut b ad c: cũ ſint b & c cubi/ ſequitur ex 23 octaui/a eſſe cubum. quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

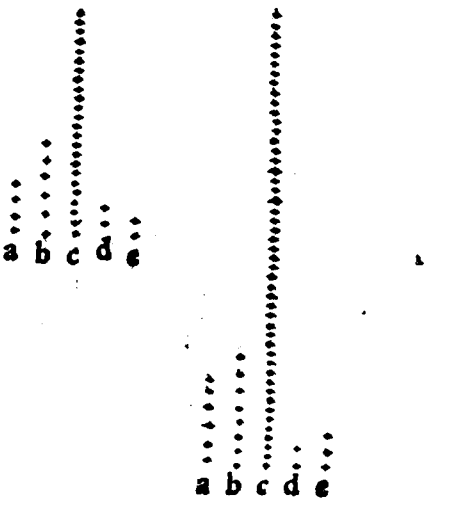
6 ¶Si nũerus ſeipſũ multiplicãs/cubũ fecerit: et ipſe cub⁹ erit.

¶THEON ex Zãb. ¶Numerus enĩ a ſeipſum multiplicãs: cubũ efficiat b. Dico q; a cubus eſt. Ipſe inq; a ipſum b multiplicãs: ipſum efficiat c. Qm̃ igitur a ſeipſum q̃ē multiplicãs ipſũ b fecit/ipſum autẽ b multiplicãs ipſũ c fecit: igitur c per 4 noni cubus eſt. Et qm̃ a ſeipſũ multiplicãs ipſum b facit/ ipſum autẽ b multiplicãs ipſum efficit c: ſicut igitur p 17 ſepti. a ad b, ſic b ad c. Et quoniã ipſi b, c, cubi ſũt: ſimiles ſolidi ſunt. ipſorũ igitur b, c, p 19 octaui bini ſũt medij ꝓportionales numeri: eſtq; ſicut b ad c ſic a ad b. & ipſorũ igitur a b bini medij ſũt proportionales numeri p eãdẽ. eſt autẽ b cubus. cubus igit eſt & a, qđ oſtẽdere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI numerus cõpoſitus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producetur erit ſolidus.

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus cõpoſitus/q ducat in b: & ꝓueniat c. dico c eſſe numerũ ſolidũ. Cũ enĩ a ſit cõpoſit⁹: numeratur ab aliquo numero/q ſit d. nũeretq; eũ ſecũdũ e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c: erit ex diffinitiõe ſolidorũ c ſolid⁹/eiuſq; latera e, d, b. qđ ẽ propoſitũ.



Eucli.ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

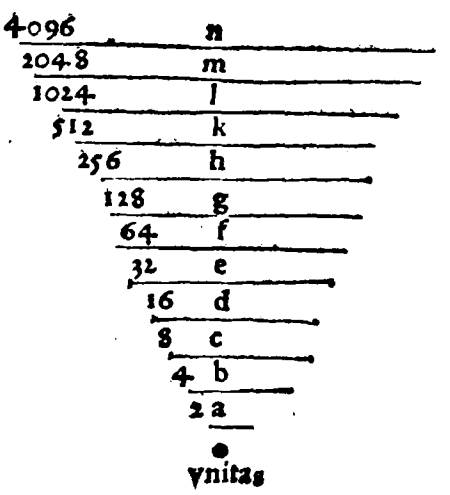
7 ¶Si compoſitus numerus numerum aliquem multiplicãs/ aliquem fecerit: factus ſolidus erit.

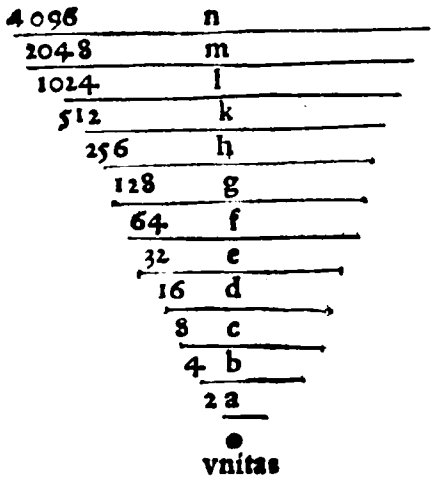
¶THEON ex Zãb. ¶Cõpoſitus inq; numerus a, numerũ aliquẽ b multiplicãs: ipſũ c efficiat. Dico q; ſolid⁹ eſt. Qm̃ enĩ a cõpoſitus eſt: eũ aliqs numerus metietur p diffinitionẽ, metiatur eũ d. & quoties d ipſũ a metitur: tot vnitates ſint in e. Igitur e ipſũ d multiplicãs: ipſũ efficit a. Et qm̃ a ipſũ b multiplicãs ipſũ c fecit/& a ẽ ex d, e: q igit ex d, e, ipſũ b multiplicãs: ipſũ efficit c. & b igitur eũ q ex d, e, multiplicãs: ipſũ c fecit. Igitur c ſolidus eſt: latera autẽ ipſius/ſũt ipſi d, e, b. quod oſtẽdere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI fuerit numeri ab vnitate cõtinue proportionales: tertius ab vnitate erit quadratus/ ac deinceps vno ſemper intermiſſo. Quartus vero ab vnitate/cubus: ac deinceps duobus ſemper intermiſſis. Itemq; ſeptimus ab vnitate/ eſt quadratus cubicus: ac deinceps quinq; ſemper intermiſſis quadratus cubicus continuo ſequitur.

¶CAMPANVS. ¶Sint cõtinue proportionales: vnitas/a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b eſſe quadratũ: & d, omiſſo c, & ſic alios vno ſemp obmiſſo. vnde ſimpliciter ones exiſtentes in locis iparibus: ſunt quadrati. vt ſunt tertij/qntus & ſeptim⁹. Dico itẽ c eſſe cubũ: & f, duob⁹ obmiſſis. & ſic ĩ cęteris. Omniſq; ſimpliciter eſt cub⁹: cui⁹ ab vnitate locus addit ſuper ternariũ vel quẽlibet multiplicẽ ipſius ternarij/ vnitatẽ. vt ſunt quartus/ſeptim⁹/decimus/tertiuſdecim⁹ & ſextuſdecimus. in hoc enĩ cõueniunt ones qui duos trãſmittunt. Itẽq; dico f ab vnitate ſeptimũ: eſſe quadratũ cubicum. & ſimiliter n: quinq; numeris intermiſſis. idẽq; in cęteris. Simpliciter autẽ dico/cuius locus ab vnitate addit ſuper ſenarium vel quẽlibet multiplicẽ ipſius/ vnitatẽ/vt ſunt ſeptimus/tertiuſdecimus/



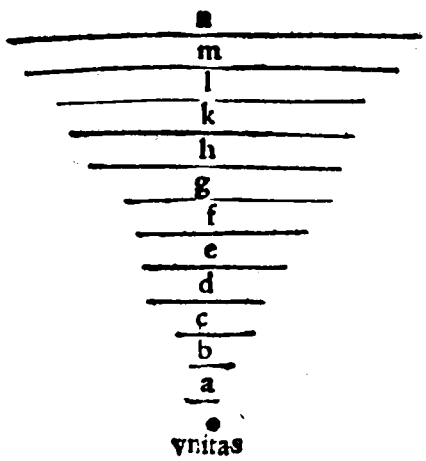


decimuſnonus/& viceſimuſquintus:illũ eſſe quadratũ cubicum.quadratum quidẽ:quoniam eius locus impar.cubum autẽ:quoniã ſuper multiplicẽ ternarij addit vnitatẽ.quippe ſenarij multiplices: cunctos ternarij neceſſe eſt eſſe multiplices. ¶Quæ autẽ propoſita ſunt:ſic cõſtat. Eſt enĩ ex hypotheſi a in b:quoties vnitas in a.itaq; b:ex diffinitione quadratus. Quia igitur b,c,d,ſunt cõtinue ꝓportionales:cũ b ſit quadratus/patet ex 17 vel 20 octaui/d eſſe quadratum. Eadẽ ratione & f: quia d,e,f, ſunt cõtinue proportionales/& d eſt quadratus,Idem in cæteris vno intermiſſo.Cõſtat itaq; primũ. ¶Secundũ ſic. Cũ ſit b in c quoties a in b ex hypotheſi:ſequitur a diffinitione vt ex a in b ſuũ quadratũ fiat c.igitur ex diffinitione cubi:c eſt cubus,At quia c,d,e,f,ſunt cõtinue proportionales/ſed & f,g,h,k,eſt autẽ c cubus:neceſſe eſt per 19 vel 21 octaui vt f quoq; ſit cubus/ideoq; & k.Idemq; in cæteris: duobus tranſmiſſis. Quare liquet ſecũdũ. ¶Quoniã autẽ i f ſeptimo/& in n tertiodecimo/cæteriſq; quinq; medios obmittentibus/ſimpliciter vero & in omnibus quorum locus ſuper quẽlibet multiplicem ſenarij addit vnitatem/terminantur quadratorũ & cuborũ cõputationes/in his quidem vnius/in illis autẽ duorũ obmiſſione:ſequitur ipſos eſſe quadratos ex huius prima parte/& cubicos ex ſecũda.quare quadrati cubici.Cõſtat ergo totũ quod dicitur.

Eucli.ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

¶Si ab vnitate quilibet numeri ordine proportionales fuerint:tertius ab vnitate quadratus eſt/& vnum relinquentes omnes.quartus autẽ cubus:& binos relinquẽtes õnes.ſeptimus vero cubus ſimul & quadratus:& q̃nq; reliquẽtes oẽs. 8

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint ab vnitate quilibet ordinatim proportionales numeri:a,b,c,d,e,f.Dico q̃ tertiꝰ quidẽ ab vnitate ſcilicet b, eſt quadratus:& vnũ relinquẽtes õnes.quartus autẽ c eſt cubus:& binos relinquẽtes õnes.ſeptimus vero f,cubus & ſimul quadratus:& q̃nq; reliquẽtes õnes.Quoniã enĩ eſt ſicut vnitas ad a ſic a ad b:æque igitur vnitas ipſum a numerũ/& a ipſũ b metitur ꝑ eas q̃ in ipſo a ſũt vnitates. & q̃m a ipſum b metitur ꝑ eas q̃ in ipſo a ſunt vnitates: igit a ſeipſum multiplicãs/ipſũ efficit b.quadratus igitur eſt b. Et quoniã ipſi b,c,d, ordinatim ſũt proportionales/& b quadratus eſt:igitur per 22 octaui & d quadratus eſt.& iã id propterea & f quadratus eſt. Similiter iã demõſtrabimus q̃ & vnũ relinquẽtes:quadrati ſunt õnes. Dico iã q̃ & quartꝰ ab vnitate hoc eſt c,cubus eſt:& binos relinquẽtes õnes. Quoniã enĩ eſt ſicut vnitas ad a numerũ ſic b ad c:æque igitur vnitas ipſum a numerũ/& b ipſum c metitur per eas q̃ in ipſo a ſunt vnitates. & a igitur ipſum b multiplicans:ipſum efficit c. Quoniã igitur a ſeipſũ quidẽ multiplicãs ipſum efficit b,ipſum autẽ b multiplicãs ipſum c fecit: cubus igitur eſt ipſe c. Et quoniã ipſi c,d,e,f,ordinati ſunt proportionales/ipſe autẽ c cubus eſt:& f igitur ꝑ 22 octaui cubus eſt. Demõſtratum autẽ eſt: q̃ f ſeptimus ab vnitate exiſtẽs/quadratus eſt. Igitur f cubus eſt & quadratus. Similiter iam oſtendemus q̃ & quinq; relinquẽtes cubi ſunt omnes & quadrati,quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 9.

SI numeris quotlibet ab vnitate cõtinua proportionalitate diſpoſitis/vnitatẽ ſequẽs quadratus fuerit: cæteri quoq; õnes erunt quadrati. Si vero qui vnitatem ſequitur fuerit cubus:cæteri quoq; omnes erunt cubi. 9

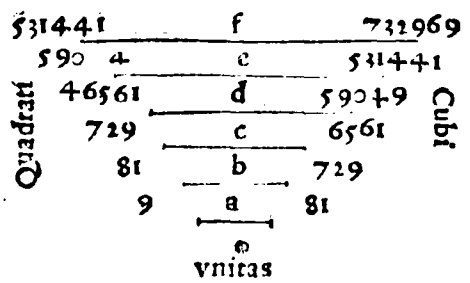
¶CAMPANVS. ¶Sint qui prius cõtinue proportionales ab vnitate: ſitq; a quadratus.dico õnes eſſe quadratos. Aut ſit idẽ cubus, tũc quoq; dico õnes eſſe cubos.b enĩ conſtat eſſe quadratũ per præmiſſam.quia ergo a ad b ſicut b ad c:ex 22 octaui/ſequitur c eſſe quadratũ.idẽ quoq; ex etuſdẽ 17 vel 20 potes arguere. De ſequẽtibus autẽ idẽ eodẽq; modo pro

bebis. q̃re patet primũ. ¶Secundũ autẽ ſic. Cũ b fiat ex a in ſe: ſi fuerit a cubus/erit per 3 ipſe quoq; cubus. c vero conſtat eſſe cubũ per præmiſſã. itaq; per 23 octaui/d õneſq; ſequentes cubicos eſſe probabis: eſt enĩ a ad b, ſicut c ad d. Idẽ quoq; arguere potes ex 19 vel 21 eiuſdẽ. ſũt enĩ a, b, c, d, ſed et b, c, d, e, ſinguliq; quatuor cõtinue ſũpti: cõtinue ꝓportionales.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

9 ¶Si ab vnitate quilibet numeri conſequẽter proportionales fuerint / qui vero poſt vnitatem quadratus fuerit: & reliqui omnes quadrati erunt. Et ſi qui poſt vnitatem cubus fuerit: & reliqui omnes cubi erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate conſequenter proportionales: quilibet nũeri a, b, c, d, e, f. qui vero poſt vnitatẽ: a ſit quadratus. Dico q; & reliqui omnes quadrati erũt. Q; quidẽ tertius ab vnitate/b ſit quadratus & vnũ relinquentes õnes: patet ex præcedẽti. Dico q; & reliqui õnes quadrati ſunt. Nã quoniã ipſi a, b, c, ordinati ſũt proportionales/& a eſt quadratꝰ: igitur p 22 octaui/& c eſt quadratꝰ. Rurſus quoniã ipſi b, c, d, ordine ſunt proportionales/& b eſt quadratus: & d igitur p 22 octaui eſt quadratus. Similiter iam oſtẽdemus q; & reliqui omnes quadrati ſunt. ¶Sed iã eſto a cubus. Dico q; reliqui õnes cubi ſũt. Q; quidẽ quartus ab vnitate hoc eſt c cubus eſt/& binos relinquẽtes õnes: ex præcedenti patet. Dico iã q; & reliqui õnes cubi ſunt. Quoniã enim eſt ſicut vnitas ad a ſic a ad b: æque igitur vnitas ipſum a numerum metitur/& a ipſum b metitur. Vnitas autẽ: ipſum a metitur per eas quæ in ipſo ſũt vnitates. & a igitur ipſum b metitur per eas q̃ in ipſo ſunt vnitates. Igitur a ſeipſum multiplicãs: ipſum b fecit. Eſt autẽ & a cubus. Si autẽ cubꝰ numerus ſeipſum multiplicãs fecerit aliquẽ: factus/cubus eſt per 3 noni. & b igit cubus eſt. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales ſũt ipſi a, b, c, d, & a cubus eſt: & d igitur p 23 octaui cubus eſt. Iã id ꝓptereа & e cubus eſt: & ſimiliter reliqui õnes ſũt. Qđ oportuit demõſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

10 ¶SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate diſpoſitis/vnitatẽ ſequẽs nõ quadratus fuerit: nõ erit aliorũ q; q̃ quadratus / exceptis ab vnitate tertio et ijs qui deinceps vno ſemper intermiſſo reperiuntur tetragoni. Si vero ſecundus ab vnitate non fuerit cubus: nullus cęterorum erit cubus/exceptis ab vnitate quarto & deinceps ijs qui duorum ſemper intermiſſione formantur cubicis.

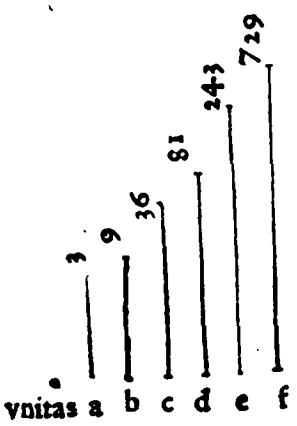
¶CAMPANVS. ¶Hæc ex oppoſito ſubiecti præmiſſæ: infert partẽ oppoſiti paſſionis. Dico autẽ partẽ: quoniã ex 8 cõſtat õnes i locis iparibꝰ cõſtitutos eſſe quadratos. õneſq; quorũ locus ſuper ternariũ vel quẽlibet ipſius multiplicem addit vnitatẽ: eſſe cubos. Sint itaq; qui prius ab vnitate continue proportionales. non ſit autem a quadratus: ſed nec cubus. dico nullum ex omnibus eſſe quadratum aut cubicum: niſi quos octaua proponit. Si enĩ quis alius ponatur quadratus: ſequitur per 22 octaui/a eſſe quadratum. Q; ſi cubus: ſequitur per 23 eiuſdem/a eſſe cubum. quorum vtrumq; contrarium eſt hypotheſi. Conſtat ergo propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

10 ¶Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerit/qui vero poſt vnitatẽ non fuerit quadratus: neq; alius vllus quadratus erit / exceptis tertio ab vnitate & vnum relinquentibus omnibus. & ſi qui poſt vnitatem/cubus nõ fue-

rit:neq; alius vllus cubus erit exceptis quarto ab vnitate & binos relinquentibus omnibus.

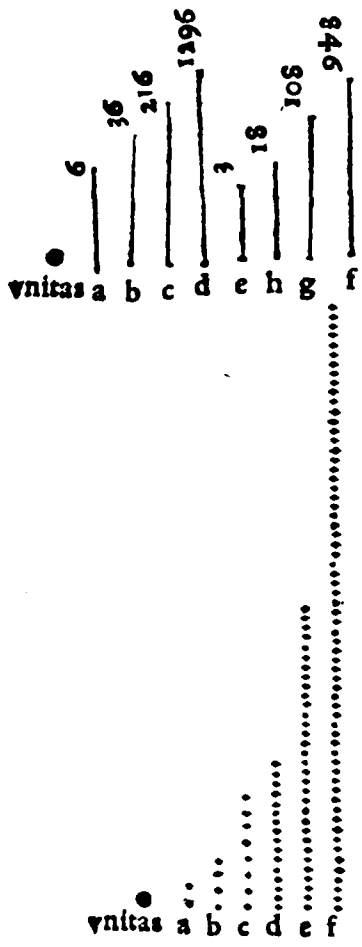
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate ordinatim proportionales quilibet numeri a,b,c,d,e,f: qui vero poſt vnitatem a nō ſit quadratus. Dico q; neq; alius vllus quadratus erit exceptis tertio ab vnitate & vnū relinquētibus omnibus. Si enim poſſibile: eſto c quadratus. eſt autem & b: quadratus. ipſi igitur b,c, adinuicem rationē habēt quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Eſtq; ſicut b ad c: ſic a ad b. ipſi igitur a,b, adinuicem rationem habent: quā quadratus numerus ad quadratum numerum. quare per 26 octaui: ipſi a,b, ſimiles plani ſunt. & quadratus eſt b. igitur a eſt quadratus. qđ nō ſuppoſitū eſt. Igit̄ c nō eſt quadratus. neq; vllus alius eadē ratione: exceptis ab vnitate tertio & vnū relinquētibus omnibus. ¶Sed iā a nō ſit cubus. Dico q; neq; alius vllus cubus: erit exceptos ab vnitate quarto & binos reliquētibus omnibus. Si enī eſt poſſibile: ſit d cubus. Eſt autem & c cubus per 8 noni. quartus enim ab vnite. Eſtq; ſicut c ad d: ſic b ad c. igitur b ad c rationē habet quā cubus numerus ad cubum numerū. quare p 27 octaui ipſi b,c, ſimiles ſolidi ſūt. & cubus eſt c. igit̄ b cubus eſt. Eſtq; ſicut vnitas ad a ſic a ad b. At vnitas metitur ipſū a per eas quæ in ipſo ſūt vnitates. Igitur a ſeipſū multiplicās cubū efficit. Si vero numerus ſeipſū multiplicās cubū fecerit: & ipſe cubus erit per 6 noni. Cubus igitur eſt & a. quod ſuppoſitū nō eſt. Igitur d cubus nō eſt. Similiter iā oſtēdemus q; neq; alius vllus cubus eſt: præter quartū ab vnitate & binos reliquētes omnes. quod oſtēdendū fuerat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate diſpoſitis aliquis numerus primus vltimū numeret: eum quoq; qui vnitaem ſequitur numerare neceſſe eſt. 11

¶CAMPANVS. ¶Sint vſq; ad d cōtinue proportionales ab vnitate. ſitq; e numerus primus: de quo ponatur / ipſum numerare d. dico q; idē numerabit a. Nam ſi nō: erit ad ipſum primus per 32 ſeptimi. & quia ex a in ſe fit b: ſequitur ex 26 eiuſdē vt ipſe quoq; ſit primus ad b. ſed & ad c & ad d ſequitur ipſum eſſe primū per 25 eiuſdem: eo q; ex a in b fit c, & ex eodem in c, d. non ergo numerat d: cum ſit primus ad ipſum. quare accidit cōtrariū hypotheſi. ¶Idē aliter. ¶Cū ſit e prim9: ſi nō numerat a, primus erit ad ipſum per 32 ſep. itaq; per 32 eiuſdē erūt minimi in ſua proportione. quia autē e ex hypotheſi numerat d: ſit vt ſecundū f. conſtat vero q; ex a in c: fiat d. ergo per ſecundā partē 30 ſeptimi / erit a ad e: ſicut f ad c. quare per 21 eiuſdem e numerabit c, & ſit vt ſecūdū g. & quia ex a in b fit c: ſequitur quoq; per eaſdem & eodem modo vt e numeret b. eſto ergo q; ſecundum h. & quoniam rurſus ex a in ſe ſit b: neceſſe eſt iterum per eaſdem vt e numeret a: ſed poſitum erat non numerare. ergo accidit impoſſibile.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

IN numeris ab vnitate continue proportionalibus / minor maiorem numerat: ſecūdum aliquem in illa proportionalitate diſpoſitum. 12

¶CAMPANVS. ¶Sint ab vnitate vſq; ad f continue proportionales. dico nullū ipſorū numerare f: niſi ſecundum aliquem aliorū. Cōſtat enī q; e numerat ipſum f ſecūdū a. eſt enī e ad f: vt vnitas ad a. Sed & d numerat eundē f ſecundū b. eſt nanq; per æquā proportionalitatē d ad f: vt vnitas ad b. De c quoq; patet eodē modo q; ſecūdū ſeipſum numeret eū. Econuerſo quoq; a numerat eū ſecundum e: eo q; ſicut vnitas ad e ita a ad f. b vero ſecundū d: eſt enī vt vnitas ad d, ita b ad f. verū igitur eſt qđ proponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponitur vltimum numerare /

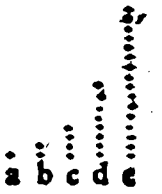
fuerit ſub vltimo ſecũdũ totum ſupra vnitatem: numerare ipſum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

¶ Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propoſitiones: duabus præcedẽtibus ex Campano ordine prępoſtero reſpondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 11.

11 ¶ Si ab vnitate quilibet numeri cõtinue proportionales fuerint: minor maiorem metitur per aliquem pręexiſtentem in proportionalibus numeris.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Sint ab vnitate a: quilibet numeri cõtinue proportionales b, c, d, e. Dico ꝙ ipſorũ b, c, d, e, minor/b: ipſum e maiorẽ metitur per aliquem ipſorum c, d. Quoniam enim eſt ſicut a vnitas ad b ſic d ad e: æque igitur a vnitas ipſum b numerum metitur & d ipſum e. viciſſim igitur per 15 ſep. æque a vnitas ipſum d metitur: & b ipſum e. At a vnitas ipſum d metitur: per eas quę in ipſo ſunt vnitates. & b igitur ipſum e metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Quare minor b ipſum e maiorem metitur per aliquem numerum pręexiſtentem in proportionalibus numeris. quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12

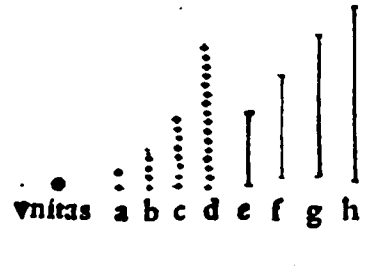
12 ¶ Si ab vnitate quilibet numeri cõtinue proportionales fuerint: quot primorum numerorum vltimum metiẽtur/ tot & eum qui apud vnitatem eſt metientur.

¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint ab vnitate quilibet continue proportionales numeri a, b, c, d. Dico ꝙ quot primorũ numerorũ ipſum d metiũtur: tot quoq; & ipſum a metiẽtur. metiatur enĩ ipſum d numerus aliqs primus e. Dico ꝙ e ipſum a metitur. non enĩ metiatur e ipſum a, eſt autem e primus/ õnis autẽ numerus ad omnẽ numerũ quem non metitur primus eſt per 31 ſeptimi: ipſi igitur a, e, primi ſunt adinuicẽ. Et quoniã e ipſum d metitur: metiatur ipſum per f. Igitur e ipſum f multiplicans: ipſum efficit d. Rurſus quoniam a ipſum d metitur per eas quæ in ipſo c ſũt vnitates: igitur a ipſum c multiplicãs/ ipſum d efficit. Sed & e ipſum f multiplicãs: ipſum d efficit. Igitur qui ex a, c: ei qui ex e, f, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut a ad e: ſic eſt f ad c. At ipſi a, e: primi. primi vero & minimi. minimi autẽ metiũtur eandem rationem habentes æqualiter per 21 ſeptimi/ antecedens antecedentẽ & ſequens ſequentẽ. metitur igitur e ipſum c. metiatur ipſum per g. Igitur e ipſum g multiplicans: ipſum efficit c. Sed per præcedentẽ & a ipſum b multiplicãs: ipſum efficit c. qui igitur ex a, b: ei qui ex e, g, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut a ad e: ſic g ad c. Ipſi autẽ a, e: primi. primi vero & minimi, minimi autẽ numeri: per 21 ſeptimi/ metiuntur eandem rationẽ habentes eis ęqualiter/ antecedẽs antecedẽtẽ/ & ſequens ſequentẽ. metitur igitur e: b. metiatur ipſum per h. igitur e ipſum h multiplicans: ipſum b efficit. Sed & a ſe ipſum multiplicans: ipſum efficit b. qui igitur ex e, h. ei qui ex a eſt æqualis: eſt igitur ſicut e ad a ſic a ad h. At ipſi a, e: primi. primi autẽ & minimi. minimi vero: per 21 ſeptimi/ metiũtur eãdẽ eis rationẽ habẽtes æqualiter/ antecedẽs ãcedẽtẽ & ſequẽs ſequẽtẽ. Igitur e ipſum a metitur. Ipſi igitur a, e: nõ ſũt adinuicem primi. Cõpoſiti igitur. At compoſitos numeros: aliquis primus numerus metitur. Ipſi igitur a, e: ſub alicuius numeri primi dimẽſionẽ cadũt. & quoniã e primus ſupponitur. At primus numerus ſub alterius numeri mẽſurã nõ cadit per diffinitionẽ q̃ ſub ſui ipſius: igitur e ipſos a, e, metitur. quare e ipſum a metitur. Suppoſitũ autẽ eſt etiã ꝙ non metitur. quod abſurdũ eſt. Igitur e ipſũ a metitur. metitur autẽ & d. Igit e ipſos a, d, metitur. ſimiliter iã demõſtrabimus ꝙ quot numeri primi ipſum d metiuntur: tot & ipſum a metientur. quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

QVotlibet numeris ab vnitate continue proportionalibus/ ſi qui vnitatē ſequitur fuerit numerus primus: maximum eorum niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis/ nullus numerabit. 13

¶CAMPANVS. ¶Sint vt prius vſq; ad d, cōtinue proportionales ab vnitate: ſitq; a numerus primus. Dico q̄ nullus numerabit vltimum/ nec ſimpliciter aliquem eorum: niſi aliquis eorum qui antecedit vltimum/ vel eum qui ponitur numerari. Sit enī (ſi poſſibile eſt) e diuerſus ab eis: qui numeret d. qui ſit ſi fuerit primus: per 11 numerabit a. non igitur eſt a primus. quod eſt cōtra hypotheſin. Si autem ipſe fuerit compoſitus: neceſſe eſt per 30 ſeptimi: vt aliquis primus numeret eum/ qui non erit niſi a. Nam ſi eſt alius ab a vt f: cum neceſſe ſit ipſum numerare d, arguetur etiam eundē numerare a per 11. ſic quoq; a non erit primus. Eſt igitur a primus: numerans e. Quoniam autem e numerat d: ſit vt ſecundum g. eritq; per ſecundā partē 20 ſeptimi/ a ad e: ſicut g ad c. ſit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e: & g numerabit c. ſitq; vt ſecundū h. ſequiturq; vt a numeret g: ſicut ſequebatur vt numeraret e. alioqui ſi g quidē eſt primus: cum numeret c, ſequitur per 11 ipſum numerare a. Si autem compoſitus: per eandem ſequitur numerum primum numerantem g, numerare a. quod eſt inconueniēs. Itaq; a numerat eū. Sequitur ergo per 2 partē 20 ſeptimi vt h numeret quoq; b: eo q̄ tā ex a in b q̄ ex g in h conſtat produci c. numeret h itaq; ipſum: ſecūdum k. Conſtat autē (vt prius de g) q̄ a numeret h. Nam ſi non: non erit a primus. itaq; per ſecundam partem 20 ſeptimi/ ſequitur vt k numeret a. fit enim tam ex a in ſe q̄ ex h in k: b. Manifeſtum eſt autem k non eſſe a. nullus enim numerorum g, h, k, eſt aliquis ex a, b, c, d. ſi enim g eſſet aliquis ex eis: cum ipſe numeret d ſecundum e, eſſet per præmiſſam / e quoq; aliquis ex eis. ſed non erat. igitur g. Similiter cum h numeret c ſecundum g: non erit h aliquis ex a, b, c. nam eſſet per præmiſſam & g. oſtenſum eſt autem q̄ non. nec igitur h. Eadem ratione nec k. cum enim ipſe numeret b ſecundum h, ſi ipſe eſſet a: conuinceretur per præmiſſam/ h quoq; eſſe a. At non erat. nec igitur k erit a. Numerat autem ipſum. non eſt itaq; a primus. quod eſt impoſſibile.



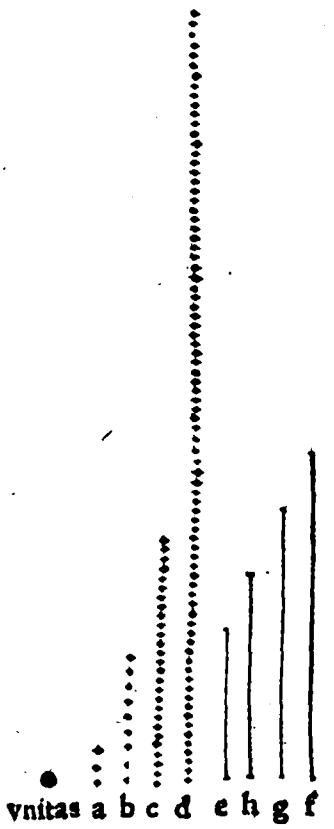
¶ALITER idem. ¶Si e diuerſus ab a, b, c, d, numerat d: ſit vt ſecundum f. & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f: ſequitur ex 33 ſeptimi/ q̄ ipſe numeret e vel f. numeret ergo e. quia igitur tam ex a in c q̄ eſt e in f fit d: erit per ſecundā partem 20 ſeptimi/ a ad e ſicut f ad c. numerat itaq; f: c. ſit vt ſecundum g. eritq; per 33 ſeptimi: vt a quoq; numeret f vel g. ſitq; vt f. Sequiturq; per ſecundam partem 20 eiuſdem vt g numeret b: ſitq; vt ſecundum h. Vt prius igitur/ a numerabit g vel h: & ſit vt numeret g. h ergo per ſecundam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non eſt æqualis a: non erit a primus. Quod eſt contra hypotheſin. Si autem æqualis: erit vnuſquiſq; numerorū g, f, e, aliquis ex a, b, c, d, per præmiſſam quoties oportet aſſumptam. Non eſt igitur e diuerſus ab eis. quod eſt etiam contra hypotheſin. Itaq; conſtat verum eſſe quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

¶Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerint/ qui vero poſt vnitatem/ primus fuerit: maximum nullus alius metietur præter præexiſtentes in proportionalibus numeris. 13

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate quilibet numeri continue proportionales: a, b, c, d. qui vero poſt vnitatē: ſit primus/ hoc eſt a. Dico q̄ maximum eorū d nullus alius metietur: præter ipſos a, b, c. Si enī

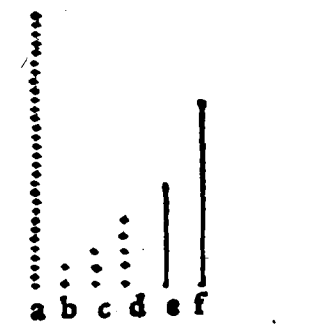
poſſibile: metiatur ipſum e. & e nulli ipſorum a, b, c, d ſit idem. manifeſtum q̃ e primus non eſt. Si enim e primus eſt/& ipſum d metitur: & ipſum a metietur primum exiſtentem/eidem non idem exiſtens. quod eſt impoſſibile. Igitur e primus nõ eſt. Compoſitus igitur. Omnis autem compoſitus numerus: ſub alicuius primi menſuram cadit. Dico q̃ eum nullus alius metietur præter a. Si enim aliquis alius primus ipſum e metitur/ & e ipſum d metitur: & ipſe igitur ipſum d metietur. quare & ipſum a metietur primum exiſtẽtem: cum ei non ſit idem. quod eſt impoſſibile. Igitur a ipſum e metitur. Et quoniam e ipſum d metitur: metiatur ipſum per f. Dico q̃ f nulli ipſorum a, b, c, eſt idem. Sit nanq; ſi poſſibile eſt: alicui ipſorũ idem. Cum f metiatur ipſum d per e, ſed vnus ipſorum a, b, c, ipſum d metitur per aliquem ipſorum a, b, c: igitur e vni ipſorum a, b, c, eſt idem. quod non ſupponitur. Igitur f vni ipſorum a, b, c, non eſt idem. Similiter iam oſtendemus q̃ a ipſum f metitur: oſtendẽtes rurſus q̃ f nõ eſt primus. Si enim eſt primus/& ipſum metitur d: et ipſum a metitur primum exiſtentem non exiſtens ei idem. quod eſt impoſſibile. Igitur f non eſt primus. Cõpoſitus igitur: & perinde eum aliquis primus numerus metietur. Dico q̃ eum nullus alius primus metietur præter a. Si enim aliquis alius primus ipſum f metitur/at f ipſum d metitur: & ille igitur ipſum d metietur. quare & ipſum a metietur primum exiſtentem: cum ei non ſit idem. quod eſt impoſſibile. Igitur a ipſum f metitur. Et quoniam e ipſum d metitur per f: ipſe igitur e ipſum f multiplicãs/ipſum efficit d. Sed & a ipſum c multiplicans: ipſum d fecit. qui igitur ex a, c: ei qui ex e, f, eſt æqualis. proportionalis igitur eſt ſicut a ad e: ſic f ad c. At a ipſum e metitur. & f igitur ipſum c metitur. metiatur ipſum per g. ſimiliter oſtendemus q̃ ipſe g nulli ipſorum a, b, eſt idem: & q̃ eum metitur ipſe a. Et quoniã f ipſum c metitur per g: igitur g ipſum f multiplicans ipſum fecit c. ſed & a ipſum b multiplicans: ipſum fecit c. qui igitur ex a, b: ei qui ex f, g, eſt æqualis. proportionalis igitur eſt ſicut a ad f: ſic g ad b. metitur autẽ a ipſum f. metitur igitur et g ipſum b. metiatur ipſum per h. Similiter iam oſtendemus q̃ h ipſi a non eſt idem. & quoniam g ipſum b metitur per eas quæ in h ſunt vnitates: igitur g ipſum h multiplicans ipſum efficit b. Sed & a ſeipſum multiplicãs: ipſum b fecit. Qui ex h, g, igitur: ei qui ex a quadrato eſt æqualis. Eſt igitur ſicut h ad a: ſic a ad g. metitur autẽ a ipſum g. metitur igitur & h ipſum a primum exiſtentem: non exiſtens ei idem. quod abſurdum eſt. Igitur ipſum d maximum alter numerus non metietur præter ipſos a, b, c. quod oportuit oſtendere.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 14.

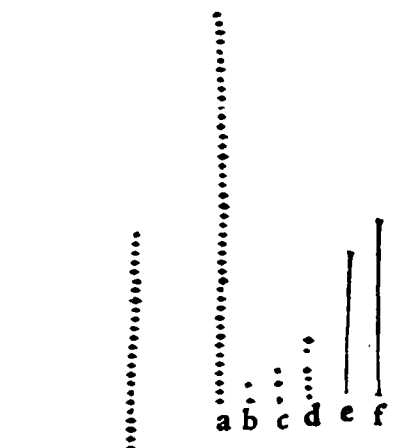
14 SI propoſitus fuerit numerus/minimus quẽ numerant primi aſſignati: nõ numerabit eum aliquis numerus primus præter illos aſſignatos.

¶CAMPANVS. ¶Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui ſunt b, c, d. Dico q̃ alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem: ſit e primus numerans eum ſecundum f. quia ergo quilibet numerorum b, c, d, numerat a productũ ex e in f, eſt autem quilibet eorum primus: ſequitur ex 33 ſeptimi/vt quilibet eorum numeret e vel f. ſed e nullus numerat cum ſit primus. quilibet ergo eorum numerat f. cũ itaq; ſit f minor a, vtpote qui numerat eum ſecũdum e: non erit a minimus numeratus ab illis. quod eſt inconueniens.



Euclí. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

14 ¶Si minimum numerum primi numeri menſi fuerint: nullus alius primus numerus ipſum metietur præter eos qui in principio metiuntur.

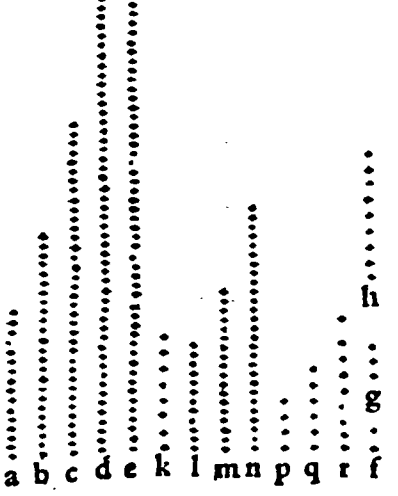


¶THEON ex Zamberto. ¶Minimus inquam quem ipſi b,c,d, primi metiuntur: ſit a. Dico q̄ ipſum a nullus alius primus numerus metietur: præter b,c,d. ſi enim poſſibile: metiatur eum primus numerus e. & e nulli ipſorum b,c, d, eſto idem. Et quoniam e ipſum a metitur: ipſum metiatur per f. ipſe igitur e ipſum f multiplicãs: ipſum efficit a. Et a: primi numeri b,c,d, metiuntur. ſi autem bini numeri ſeſe inuicem multiplicantes fecerint aliquem/ factum vero ex eis metiatur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in pricipio / metietur per 32 ſeptimi. ipſi igitur b,c,d, vnum ipſorũ e,f, metientur: Ipſum autem e non metietur. nam e primus eſt: & nulli ipſorũ b,c,d, eſt idem. ipſum igitur f metiuntur minorẽ exiſtentem ipſo a. quod eſt impoſſibile. Nam a ſupponitur minimus quem ipſi b,c,d, metiuntur. Ipſum igitur a: numerus primus non metietur præter b,c,d. quod oportuit demonſtrare.

¶Hæc decimaquinta ſequens ex Campano propoſitio: nullam in Zamberto reſpondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

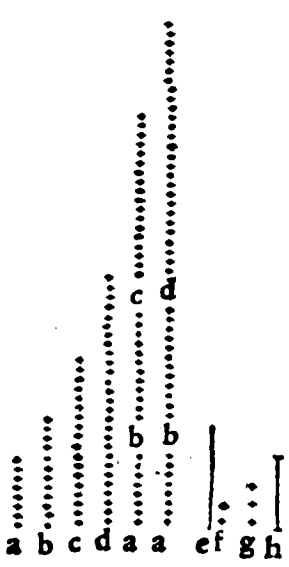
SI quotlibet numeri continue proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint minimi: qui cunq; aliquem illorum numerat/ alteri terminorum illius proportionis erit cõmenſurabilis. 15



¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c,d,e, cõtinue proportionales & minimi ſecundum proportionẽ f ad g qui ſint in ſua proportione minimi: & ponatur h numerare c. Dico q̄ h eſt cõmenſurabilis f vel g. ſumãtur enĩ in eadem proportione quatuor minimi qui ſunt k,l,m,n. cõſtat autem ex 2 octaui/ q̄ ex f in m fit c. alioqui contingeret eſſe minus minimo. quod eſſe non poteſt. Itaq; per correlarium 33 ſeptimi/ erit h cõmenſurabilis f vel m. q̄ ſi f: conſtat propoſitum. ſi autẽ m: ſumantur in eadẽ proportione tres minimi qui ſint p,q,r. eritq; ex 2 octaui/ vt m fiat ex f in r. ne minus minimo aliquid eſſe cogamur cõcedere. quare per prædictũ correlarium h eſt cõmenſurabilis f vel r. ſed nõ erat f. ſic enim conſtabat propoſitum. cõmenſurabilis igitur eſt r. qui cum ex 2 octaui/ fiat ex g in ſe: ſequitur ex dicto correlario vt h ſit cõmẽſurabilis g. quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

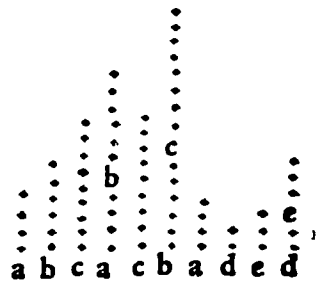
SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in ſua proportione minimi: quilibet eorũ ad cõpoſitũ ex reliquis primus eſſe neceſſario cõprobat. 16

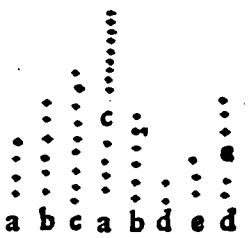


¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c,d, continue proportionales & minimi. dico compoſitum ex a,b,c: primum eſſe ad d. Si enim non: aliquis numerus qui ſit e, compoſitũ ex a,b,c, numerabit & d. per præmiſſam igitur erit e: cõmunicans alteri terminorum illius proportionis qui ſunt f & g. erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f,g: qui ſit h. quia ergo h numerat e: numerabit d, & compoſitũ ex a,b,c. & quia numerat f vel g quorum vterq; numerat vtrunq; mediorum/ & ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint: ex 2 octaui ſequitur vt ipſe numeret b & c. ergo & a: quia numerat totum a,b,c. non ſunt igitur a & d cõtra ſe primi. quod eſt inconueniẽs per 3 octaui. ¶Similiter quoq; conſtabit: cõpoſitum ex a,b,d, primũ eſſe ad c. Si enim vt prius c numerat ambos: ſequitur per præmiſſam vt aliquis numerus qui etiã ſit h, numeret e & alterum duorum f,g. itaq; h numerat c: & totum a,b,d. ſed & b: cũ vtraq; radicum numeret omnes medios. igitur & compoſitum ex a & d. Et quia neceſſario numerat alterum duorum a,d: cum numeret alterum duorum f,g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi. & ita idem vt prius.

¶CAMPANI additiones. ¶Demonſtrant autem idem aliter de tribus

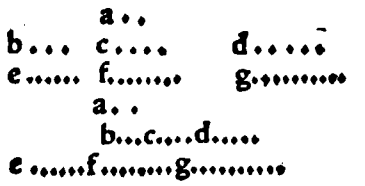
continue proportionalibus & minimis ſine ãminiculo præmiſſæ. probãt enim ex quibuſcũ duobus cõpoſitũ primũ eſſe ad reliquũ. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a,b,c: quorum termini d & e. dico tunc compoſitũ ex a & b: primũ eſſe ad c. & cõpoſitũ ex b & c: ad a. itẽq; ex a & c: ad b. Manifeſtũ enim eſt ex 2 octaui: q̃ ex d in ſe/fit a: & in e, fit b. & ex e in ſe: c. & ex 22 ſeptimi/q̃ d & e ſunt cõtra ſe primi. Itaq; ex prima parte 29 eiuſdem: erit totus d e primus ad vtrũcũ eorũ. quia igitur vtercũ numerorũ d & d e primus eſt ad e: erit per 25 eiuſdem qui ex d in d e producit (et ipſe eſt cõpoſitus ex a & b) primus ad e. ſequitur ergo per 26 eiuſdẽ vt etiã compoſitus ex a & b ſit primus ad c. fit enim c ex e in ſe. ſimili quoq; demonſtratione probabis cõpoſitum ex b & c primũ eſſe ad a. ¶ At vero compoſitũ ex a & c, primũ eſſe ad b: ſic habeto. Cum ſit enim vtercũ duorũ d & e primus ad totum d e: erit per 25 ſeptimi/q̃ ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e. itaq; per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui cõponitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b. ſequitur ergo compoſitũ ex a & c primum eſſe ad b. neceſſe enim eſt vt ex duobus cõpoſitus cũ primus fuerit ad vnũ eorũ ex quibus componitur: ſit primus ad reliquũ. demonſtratum autẽ eſt hoc ſupra 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitũ ex a & b produci ex d in cõpoſitũ ex d & e: ſuppoſito q̃ ex d in ſe fit a & ex eodem in e, b, itẽq; q̃ ex d e in ſe producatur compoſitũ ex a & c & duplo b, ſuppoſito eo quod prius / & q̃ ex e in ſe ſit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonſtranda.





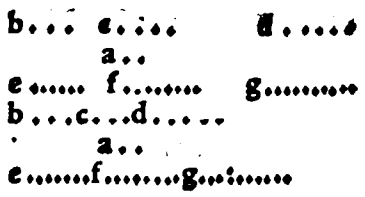
1 ¶ Quod ſit ex ductu vnius numeri in quotlibet: tantum eſt quantum quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

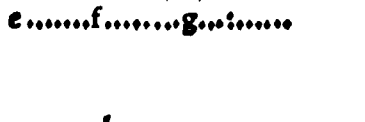
¶ Idem proponit prima ſecundi de lineis. Sit enim vt ex a in b & in c & in d: prouenĩant e & f & g. Dico q̃ ex a in compoſitum ex b & c & d: prouenit compoſitũ ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis eius quod multiplicatur/vt tota pars ſit b, e, tota c, f, ſed & d tota g: quota eſt vnitas a. per 5 itaq; ſeptimi/tota quoq; pars erit compoſitus ex b & c & d, cõpoſiti ex e & f & g: quota eſt vnitas a. ergo per diffinitionem ex a in compoſitum ex b & c & d: fit compoſitus ex e & f & g. quod eſt propoſitum.



2 ¶ Quod ſit ex ductu quotlibet numerorum in vnum: æquũ eſt ei quod fit ex compoſito eorum in eundem.

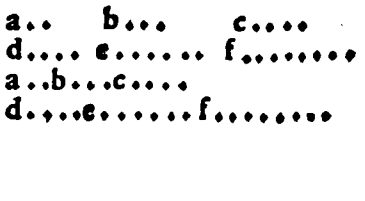
¶ Hoc eſt conuerſum eius quod modo demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g: fiet quoq; compoſitus ex his ex illorũ compoſito in eundem. quod ex 17 ſeptimi/& præmonſtrato facile concluditur.





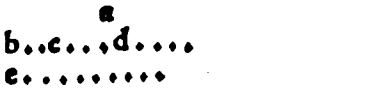
3 ¶ Quod ſit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum.

¶ Vt ſi a, b, c, multiplicẽt d, e, f, quilibet quemlibet/iunganturq; producta: dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c, in compoſitum ex d & e & f. Eſt enĩ per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d: quantum quod ex ſingulis in illum d. ſic & in e & in f. ex compoſito autem horum a, b, c, in quẽlibet illorum d, e, f: per ante præmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum. itaq; conſtat propoſitum.



4 ¶ Numero in quotlibet partes diuiſo / tantum eſt quod fit ex toto eo in ſe: quantum quod ex eo in omnes ſuas partes.

¶ Idem proponit ſecunda ſecundi delineis. Vt ſi a diuidatur in b & c & d: dico q̃ tantum fit ex a in ſe: quantum in omnes illos b, c, d. poſito enim e æquali a: conſtat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a quantum in omnes partes a. ſed per conceptionẽ ex e in a fit quantum ex a in ſe. & ex e in partes a: quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt: verum eſſe quod dicitur.



¶Numero in duo diuiſo/quod fit ex toto in alterum diuidẽ 5
tium: tantum eſt quantũ quod ex eodem in ſe & in alterũ.

a
b.....c...
d...

¶Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c. dico tantum fieri ex a in c: quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c: eſt quantum quod ex c in a/ per 17 ſeptimi. Sũpto itaq; d æquali ei erit a in c, quantum d in a. At per primam harum/ d in a: eſt quãtum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c eſt quantum c in a & in b & in ſe propter æqualitatem c & d: conſtat propoſitum.

¶Numero in duo diuiſo/ quod ex ductu totius in ſe: eſt 6
quantum quod ex ductu vtriuſq; diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum.

a
b.....c...

¶Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c: dico tantum fieri ex a in ſe/ quantum ex b in ſe & c in ſe & ex b bis in c. Eſt enim per 4 harũ/ quod ex a in ſe: quantum quod ex eo in b & in c. ex eo autem in b: per præmiſſam eſt quantum ex b in ſe & in c. at ex a in c: per eandem eſt quãtum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt quantum ex b in c per 17 ſeptimi: liquet verum eſſe quod proponitur.

¶Numero per duo æqualia duoq; inæqualia diuiſo/ quod 7
fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij æquum eſt quadrato medietatis totius

a.....c...d...b

¶Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatur i duos numeros æquales qui ſint a c & c b, itemq; in duos inæquales quorum ſit maior a d & minor d b: dico q; illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim/ quadratũ c b eſt æquale quadrato c d & quadrato d b & ei q; fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantum fit: quantum in c b per primam harum/ & ideo quantum in a c. Itaq; ex b d in ſe & in c d bis: quantum ex ipſo b d in a d. per eandem igitur/ quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d. conſtat ergo propoſitum.

¶Cum fuerit numerus in duo æqualia diuiſus/ eiq; alius nu 8
merus adiunctus: quod fit ex ductu totius cõpoſiti in adiunctum cum quadrato medietatis/ æquum eſt quadrato cõpoſiti ex dimidio & adiuncto.

a....c....b....d

¶Idẽ propronit 6 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus in duos æquales numeros qui ſint a c & c b: addaturq; ei numerus b d. dico illud qđ fit ex toto a d i d b, cũ quadrato b c: eſſe æquale quadrato c d. Eſt eni ex 6 harũ/ quadratũ c d æquale quadrato d b & quadrato b c & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum/ ex b d in ſe & in b c bis: eſt quantum ex b d in d a. ſunt enim a c & c b: æquales. Itaq; quadratũ c d ſuperat id quod fit ex b d in d a: in quadrato c b. quod eſt propoſitum.

¶Cum numerus in duo diuiditur: quod fit ex toto in ſe cũ 9
eo quod ex altero diuidentiũ in ſe/ eſt æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in ſe.

a
b.....d....

¶Idem proponit 7 ſecũdi de lineis. Sit enim numerus a diuiſus in b et d. dico quadratum a cum quadrato d: tantum eſſe quantum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Cõſtat quidem ex 6 harum q; quadratum a tãtum eſt: quãtum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d: tantum eſt quantum quod ex d bis in ſe & bis in b cũ quadrato b. Sed ex d bis in ſe & bis in b: fit quãtum ex d bis in a/ per primam harũ. ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b: eſt quantum quadratum a cum quadrato d. quare patet propoſitum.

10 ¶Cum fuerit numerus in duo diuiſus eiq; additus æqualis vni diuidentium: quadratum totius compoſiti æquum eſt quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶Idem proponit 8 ſecundi de lineis. Sit numerus a b diuiſus in a c & c b: cui addatur b d qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum eſſe: quantum eſt id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Eſt namq; ex 6 harum/quadratum a d: æquũ quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratũ b d eſt æquale quadrato c b: erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmiſſam autem/eſt quadratum a b cum quadrato c b: quãtum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum eſt quantum quod ex a b in b d bis & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tãtũ fit quãtum in b d: conſtat verum eſſe quod propoſitum eſt.

a . . . c . . . . . b . . . . . d

11 ¶Cum fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqualia diuiſus: quadrata amborum inæqualium pariter accepta duplum ſunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

¶Idem proponit 9 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus per duos æquales qui ſint a c & c b: & per duos inæquales qui ſint a d & d b. Dico q; quadrata duorũ numerorum a d & d b pariter accepta: ſunt duplum duobus quadratis duorum numerorũ a c & c d pariter acceptis. Eſt enim per 6 harum/quadratum a d: quãtum quadratũ a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autẽ a c eſt æqualis c b: erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d: ſunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplũ eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autẽ eius quod fit ex b c in c d cũ quadrato b d: eſt æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b ſunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a ſunt æquales: patet propoſitum.

a . . . . . c . . . d . . . b

12 ¶Cum fuerit numerus in duo æqua diuiſus/aliuſq; adiunctus: quadratum totius compoſiti cum quadrato adiuncti duplum ſunt ad quadratum medietatis ipſius cum quadrato compoſiti ex medietate & adiuncto.

¶Idem proponit 10 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a b diuiſus in duos æquales a c & c b: ſitq; ſibi adiunctus numerus b d. dico quadratũ a d cum quadrato b d: duplum eſſe ad quadratum a c cum quadrato c d. Cũ ſit enim numerus c d in duo diuiſus / ſibiq; ſit a c additus æqualis vni diuidentium: erit per 10 harum/quadratum a d quãtum quod fit ex c d in c a quater/cum quadrato b d. Quia vero a c eſt æqualis c b: erit quadratum a d quantum quod fit ex d c in c b quater / cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato d b: erit quantum quod fit ex d c in c b quater cũ duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum/duplũ eſt ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur ſit quadratum c b æquale quadrato a c: conſtat propoſitum.

a . . . . c . . . b . . . d

13 ¶Numerum aliquem ita diuidere/vt quod ſub toto & vna eius portione continetur æquum ſit quadrato alterius: eſt impoſſibile.

¶Quod 11 ſecundi proponit faciendũ in lineis: demonſtrat hoc impoſſibile eſſe in numeris. Sit enim quilibet numerus: a b. Dico ipoſſibile eſſe ipſum ſic diuidi: vt proponitur. ſic enim diuideretur ſecundũ proportio-

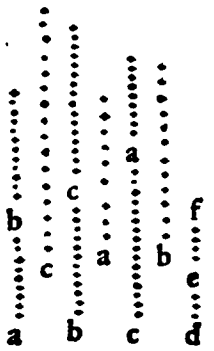
a . . . . . c . . . e . . d . . b

a.....c....e..d..b

tionem habentem medium & duo extrema/vt patet ex diffinitione & 20 ſeptimi. Si autem poteſt: diuidatur in c. ſitq; a b ad b c: ſicut b c ad c a. erit itaq; a c minor c b. detrahatur igitur ab eo æqlis ſibi q ſit c d. qa igitur eſt proportio toti9 a b ad totum b c ſicut b c detracti ab a b ad c d detractũ ab b c: erit eadẽ a c reſidui a b ad b d reſiduũ b c. q̃re b c ad c d ſicut c d ad d b. erit igitur c d: maior d b. Detracto itaq; d e de c d vt ſit d e æqualis d b: erit etiam proportio b c ad c d, ſicut c d ad d e. quare ſic d b reſidui c b: ad c e reſiduum c d. poteſt igitur c e detrahi ab e d. non erit itaq; finis iſtius detractionis. quod eſt impoſſibile. Nunc ad propoſitum reuertamur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

¶ Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi eandem eis habentium rationem: bini quilibet compoſiti ad reliquum primi erunt. 15

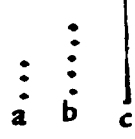


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres numeri continue proportionales minimi eandem eis habẽtium rationem: a, b, c. Dico q̃ ipſorum a, b, c, bini quilibet compoſiti: ad reliquũ primi ſunt. ſcilicet a b ad c, & b c ad a, & a c ad b. Aſſumantur per 35 ſeptimi/bini minimi numeri eandem ipſis a, b, c, habentium rationem: ſintq; d e, e f. manifeſtum iam eſt q̃ d e ſeipſum multiplicans/ipſum efficit a: & ipſum e, f, multiplicãs/ipſum b fecit. & inſuper e f ſeipſum multiplicans: ipſum efficit c. Et quoniam ipſi d e, e f, minimi ſunt: primi adinuicem ſunt per 24 ſeptimi. Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint: & vterq; ad vtrunq; primus eſt/per 30 ſeptimi. I gitur d f: ad vtrunq; ipſorũ d e, e f, primus eſt. Sed & d e ad e f primus eſt. Ipſi igitur d f, d e: ad ipſum e f primi ſunt. & qui ex d f, d e, igitur: ad e f per 26 ſeptimi/primus eſt. Si vero bini numeri primi fuerit adinuicẽ: q ex vno eorũ gignitur ad reliquũ prim9 eſt per 27 ſeptimi. quare qui ex d f, d e: ad eum qui eſt ex e f, primus eſt. Sed qui ex f d, d e: eſt q ex d e vna cũ eo q̃ ex d e, e f, p 3 ſecũdi. Qui igitur ex d e vna cũ eo qui ex d e, e f: ad cũ q̃ ex e f primus eſt. Eſt autẽ qui ex d e: ipſe a. qui vero ſub d e, e f: ipſe b. qui autẽ ex e f: eſt c. Ipſi a, b, igitur compoſiti: ad c primi ſunt. Similiter oſtendemus q̃ ipſi b, c, ad a primi. ¶ Dico iam q̃ ipſi a, c: ad b primi ſunt. nam quoniam d f ad vtrũq; ipſorum d e, e f, primus eſt: & qui ergo ex d f, ad eũ qui ſub d e, e f, primus eſt. Sed et qui ex d f: æquales ſunt qui ex d e, e f, vna cum eo qui bis eſt ſub d e, e f. Et qui ex d e, e f, igitur vna cũ ijs qui bis ſub d e, e f: ad eum qui ſub d e, e f, primi ſunt. Diuidendo quoq;/qui ex d e, e f, vna cum eo qui ſub d e, e f: primi ſunt ad eum qui ſub d e, e f. Inſuper diuidendo/qui ex d e, d f: ad eum qui ſub d e, e f, primi ſunt. Eſt autem qui ex d e: ipſe a. qui ex c f: ipſe c. qui vero ſub d e, e f: ipſe b. Ipſi ergo a, c, compoſiti: ad b primi ſunt. quod oſtendere oportuit.

Si enĩ q̃ ex d e vna cũ eo q̃ ex e f & qui ſub d e & e f nõ eſſent primi: cũ eis dimẽſo metiatur cõpoſitũ nõ erũt q̃ ex d e & e f vna cũ eo q̃ ſub d e & e f et q̃ ſub d e & e f primi. At iterũ cũ eis dimẽſo metiatur & cõpoſitũ: nõ erũt q̃ ex d e & e f vna cũ eo qui ſub d e & e f bis & qui ſub d e & e f adinuicem primi. cuius cõtrarium eſt oſtenſum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

Si fuerint duo numeri contra ſe primi: quantus eſt primus eorum ad ſecundum/tantum eſſe ſecundum ad tertium quenq̃ impoſſibile eſt. 17

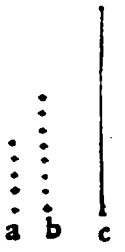


¶ CAMPANVS. ¶ Sint a & b contra ſe primi. dico impoſſibile eſſe: aliquem eis in cõtinua proportionalitate adiungi. Si enim poteſt: ſit c. quia igitur a ad b ſicut b ad c, ſunt autem a & b in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi: ſequitur per 21 eiuſdem/vt a numeret b. qui cum etiam numeret ſe: non erunt a & b contra ſe primi. quod eſt contrarium poſitioni.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 16.

¶ Si bini numeri primi adinuicem fuerint: non erit ſicut primus ad ſecundum ſic ſecundus ad aliquem alium. 16

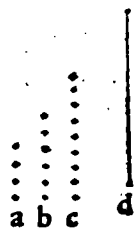
¶THEON ex Zãberto. ¶Bini ing̃ numeri a,b: primi ſint adinuicẽ. Dico q̃ non eſt ſicut a ad b:ſic b ad aliquẽ alium. Si enim poſſibile:ſit ſicut a ad b,ſic b ad c. Ipſi autem a,b: primi ſunt. primi autem:& minimi per 23 ſeptimi. minimi vero:metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter per 21 ſeptimi/antecedens antecedentem & ſequens ſequentem. metitur igitur a ipſum b:antecedẽs antecedentẽ. metitur autem & ſeipſum. igitur a:ipſos a,b,metitur primos adinuicem exiſtentes. quod eſt abſurdum. non eſt igitur ſicut a ad b:ſic b ad c. quod oſtendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 18

18 SI quotlibet numerorum continue proportionaliũ duo extremi fuerint contra ſe primi: quantus eſt primus ad ſecundum / tantum eſſe vltimum ad aliquem alium eſt impoſſibile.

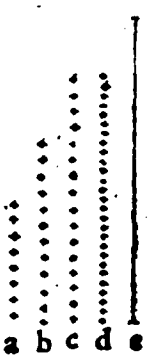
¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c,cõtinue proportionales. ſintq; a & c cõtra ſe primi. dico q̃ in eadem proportione non poteſt eis adiungi alius. Si enĩ poteſt:ſit d. Quia igitur eſt a ad b ſicut c ad d: erit permutatim a ad c,ſicut b ad d. ſũt autẽ a & c:in ſua proportione minimi/per 23 ſeptimi. itaq; per 21 eiuſdẽ a numerat b. quare etiã numerat c. numerorum enĩ continue proportionalium/ſi primus numerat ſecundum: ipſe numerat omnes/& ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem. at quia etiã numerat ſe:non erunt a & c contra ſe primi. quod eſt incõueniẽs.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 17.

17 ¶Si fuerint quilibet numeri cõtinue proportionales / ipſorũ autem extremi primi adinuicẽ fuerint:non erit ſicut primus ad ſecundum/ſic vltimus ad aliquem alium.

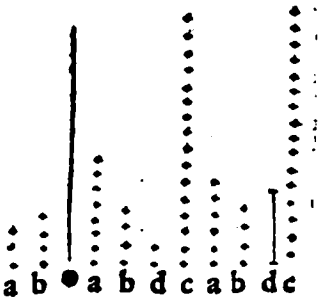
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri cõtinue proportionales:a,b,c,d. ipſorum autẽ extremi/ſint primi adinuicem. Dico q̃ nõ eſt ſicut a ad b,ſic d ad aliquem alium. Si enim poſſibile:eſto ſicut a ad b ſic d ad e,viciſſim igitur per 13 ſeptimi eſt ſicut a ad d,ſic b ad e. Ipſi autem a,d, primi ſunt. primi autẽ:& minimi. minimi vero numeri:metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 ſeptimi/ antecedens antecedentem/& ſequens ſequentẽ. metitur igitur a ipſum b. eſtq; ſicut a ad b:ſic b ad c. & b igitur ipſum c metitur. quare & a ipſũ c metitur. & quoniam eſt ſicut b ad c ſic c ad d,metitur autem b ipſum c: metitur igitur & c ipſum d. Sed a ipſum c metitur. quare & a ipſum d metitur. metitur autẽ & ſeipſum. Igitur a:ipſos a,d,metitur primos inuicem exiſtentes. quod eſt impoſſibile. Nõ eſt igitur ſicut a ad b: ſic d ad aliquem alium. quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 19

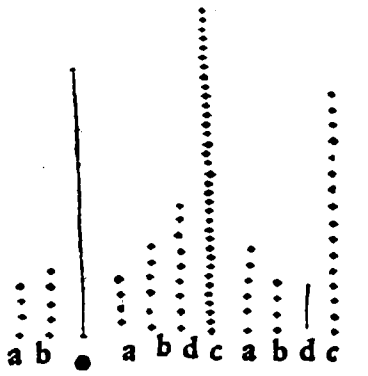
19 PRopoſitis duobus numeris:an ſit eis tertius continue proportionalis / perſcrutari.

¶CAMPANVS. ¶Sit a & b duo nũeri propoſiti. volo inquirere/an eis poſſit tertius ſub cõtinua proportionalitate adiungi. Igitur ſi ipſi ſũt cõtra ſe primi: impoſſibile eſt per 17. ſi vero cõpoſiti: ducatur b in ſe/& prouenĩat c. quẽ ſi a numerat: erit. ſi vero nõ numerat: nõ erit. Numeret enĩ eũ ſecũdũ d:q erit quẽ quærimus per 2 partẽ 20 ſeptimi. Sit ergo vt non numeret eũ: eſt tamẽ vt a ad b ſic b ad d. itaq; ga ex b in ſe fit c:ſequitur per primam partẽ 20 ſep. vt ex a in d ſit idem. igitur a numerat c ſecundum d. ſed erat poſitum q̃ non. quare ſequitur impoſſibile.

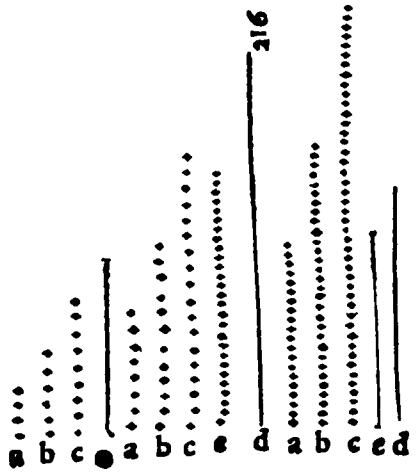


Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 18.

18 ¶Binis numeris datis:cõſiderare ſi poſſibile eſt eis tertium proportionalem inuenire



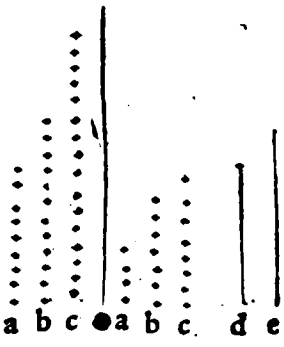
THEON ex Zamberto. Sint bini dati nnmeri a,b.ſitq; oportunũ ſcrutari: ſi eſt poſſibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipſi a, b, aut ſunt primi adinuicem: aut non. Si quidem igitur primi ſunt adinuicem: patet per 16 noni/q; impoſſibile eſt eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non ſint ipſi a,b, primi adinuicem: & b ſeipſum multiplicans ipſum efficiat c. Iam a aut ipſum c metitur: aut nõ metitur. Metitur prius per d. Ipſe igitur a ipſum d multiplicãs: ipſum efficit c. Sed & b ſeipſum multiplicãs: ipſum c efficit. qui ex a,d, igitur: ei qui ex b eſt æqualis. Eſt igitur ſicut a ad b: ſic b ad d per ſecũdam partem 19 ſeptimi. Ipſis igitur a,b: tertius inuenitur d. Sed iam non metiatur a ipſum c. Dico q; ipſis a,b: impoſſibile eſt tertium inuenire proportionalem numerũ. Si enĩ poſſibile: inueniatur d. Igitur qui ex a,d: ei eſt æquus qui ex b. q autẽ ex b: eſt ipſe c. Igitur qui ex a,d: æquus eſt ipſi c. Quare a ipſũ d multiplicãs: ipſum efficit c. Igitur a: ipſum c metitur per d. Sed ſuppo nitur etiam non metiri. quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur poſſibile ipſis a,b, tertium proportionalem inuenire: quando a ipſum c non metitur. quod oportuit oſtendere.



Euclı. ex Camp. Propoſitio 20.

DAtis tribus numeris continue proportionalibus: an ſit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere. 20

THEON ex Zamberto. Sint continue proportionales a,b,c. Volo inquirere an alius eis ſub continua proportionalitate poſſit adiungi. igitur ſi a & c ſunt cõtra ſe primi: impoſſibile eſt per 18. Si autem compoſitus: ſit d qui prouenit ex b in c. quem ſi numerat a: erit. ſi vero non numerat: non erit. Numeret enim eum ſecũdũ e: qui erit quem quærimus per ſecundã partem 20 ſeptimi. Sit ergo vt nõ numeret eum: eſt tamen vt a ad b, ſicut c ad e. itaq; quia ex b in c fit d: ſequitur per primam partem 20 ſeptimi/vt ex a in e ſit idem. ergo a numerat d ſecundum e. ſed poſitum erat q; non. Idẽ potes perſcrutari: quotlibet continue proportionalibus propoſitis. ſi enim duo extremi ſint contra ſe primi: finem habet intẽtio per 18. ſi autẽ cõpoſiti: ducto ſecũdo invltimũ/ſi productũ numeret primus/is ſecundũ quẽ eũ nũerat: eſt quẽ q̃rimus per ſecundã partem 20 ſeptimi. ſi autem primus productũ nõ numerat: nullus erit. quotlibet enim poſito: per primam partem eiuſdem ſecundum ipſum poſitũ numerabit primus productum. quod poſitum erat non numerare.

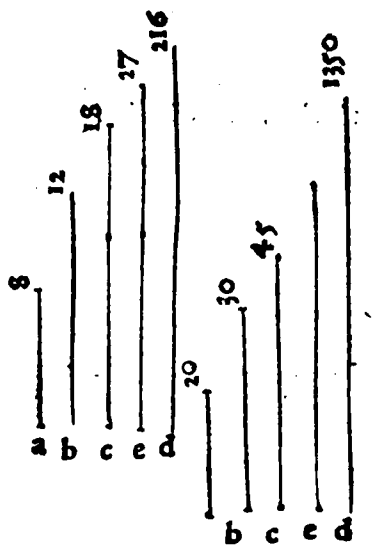


Euclı. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 19.

Tribus numeris datis: conſiderare ſi eſt poſſibile eis quartum inuenire proportionalem. 19

THEON ex Zãb. Sint dati tres numeri a,b,c. ſitq; oportunũ cõiectare: ſi poſſibile eſt eis quartũ proportionalẽ inuenire. Iã ipſi a,b,c, aut cõtinue ſunt proportionales & eorũ extremi a,c, ſunt primi adinuicẽ/aut non ſũt cõtinue proportionales & eorũ extremi primi ſũt adiuicẽ: aut cõtinue ſunt proportionales & eorũ extremi nõ ſũt adiuicẽ primi/vel neq; ſũt cõtinue proportionales neq; eorũ extremi primi ſunt adinuicẽ. Si qdẽ igitur ipſi a,b,c, continue ſunt proportionales/& eorũ extremi a,c, ſunt primi adinuicem: patet per 17 noni q; eſt impoſſibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non ſint iã ipſi a,b, c, continue proportionales: extremis rurſus primis exiſtentibus adinuicem. Dico q; & ſic quartũ proportionalẽ inuenire: eſt impoſſibile. Si enĩ poſſibile: inueniatur d. Vt ſit ſicut a ad b ſic c ad d. fiatq; ſicut b ad c ſic d ad e. Et quoniã eſt ſicut qdẽ a ad b ſic c ad d, ſicut autẽ b ad c ſic d ad e: ex æquali igitur per 14 ſeptimi/eſt ſicut a ad c ſic c ad e. At a,c, primi ſunt. primi autẽ & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationẽ habentes: antecedẽs antecedentẽ/& ſequens ſequentẽ/per 21 ſeptimi. metitur igitur a ipſum c: antecedens antecedẽtem. metitur autem & ſeipſum.

Igit a ipſos a,c,metiẽt primos adiuicẽ exñtes.qđ ẽ ipoſſibile.ipſis igit a,b, c,4 ꝓportionalẽ iuenire eſt ipoſſibile. ¶S3 iã rurſus ſint ipſi a,b,c,cõtinue ꝓportionales:at a,c,nõ ſint primi adiuicẽ.Dico ꝙ eis 4 proportionalẽ inuenire eſt poſſibile.Nã b ipſũ c multiplicãs:ipſũ efficiat d.Igit a ipſũ d aut metiẽt:aut nõ metitur.Metiatur prius ipſũ:p e.Igitur a ipſũ e multiplicãs: ipſã efficit d.ſed & b ipſũ c multiplicãs:ipſũ d efficit.Igitur ꝙ ex a,e : ei eſt æquus ꝙ ex b,c. ꝓportionalis igit eſt ſicut a ad b:ſic c ad e.Sed iam nõ metiat a ipſũ d.dico ꝙ ipſis a,b,c,4 proportionalẽ inuenire eſt ipoſſibile.Si ei poſſibile:inueniatur e.Igitur qui ex a,e,ei qui ex b,c,eſt æqualis.Sed qui ex b, c,eſt ipſe d.& ꝙ ex a,e,igitur ipſi d eſt æqualis. Igitur a ipſum e multiplicans:ipſum efficit d.Igitur a ipſum d metitur.ſed & nõ metitur.quod eſt impoſſibile.Igitur ipſis a,b,c,4 proportionalem inuenire numerũ eſt ipoſſibile:qñ a ipſũ d nõ metiẽt. ¶S3 iã ipſi a,b,c,neq; cõtinue ſint ꝓportionales neq; eorũ extremi adiuicẽ ſint primi:& b ipſũ c multiplicãs ipſũ efficiat d.Similiter oñdetur ꝙ ſi qđ a ipſũ d metitur:poſſibile eſt eis proportionalẽ inuenire.ſi aũt nõ metitur:eſt impoſſibile.quod oſtẽdere oportebat.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 21.

21 DAtis quotlibet numeris primis:aliquem primum ab eis diuerſum eſſe neceſſe eſt.

¶CAMP. ¶Nihil aliud intẽditur:niſi ꝙ nũeri primi ſint ifiniti/demõſtrare.Sint enĩ a,b,c,numeri primi.dico eſſe aliquẽ primũ diuerſum ab eis.ſit qđẽ d f minimus quẽ numerãt:cui addita vnitate fiat d g.q eſt primus aut cõpoſitus.ſi primꝰ:cõſtat propoſitũ. ſi cõpoſitus:numerat eũ aliqs primus/ q ſit h.quẽ nõ eſt poſſibile eſſe aliquẽ ex primis ꝓpoſitis. Si enĩ eſſet aliqs eorũ:cũ qlibet ipſorũ numeret d f,ipſe quoq; numeraret eũdẽ.at quia numerat d g:oporteret ipſũ numerare f g q eſt vnitas.quod eſt ipoſſibile.Idẽ ſequitur poſito d f quotlibet numero quẽ numerãt a,b,c.quare cõſtat propoſitũ.

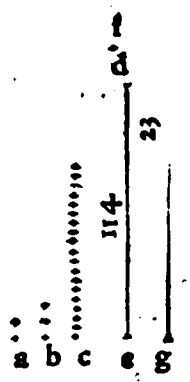
a...b.....c.....

d 105 f.g
h 53

Eucli.ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 20.

20 ¶Primi numeri:plures ſunt omni propoſita multitudine primorum numerorum

¶THEON ex Zãb.Sint propoſititi primi nũeri a,b,c.Dico ꝙ ipſis a,b, c,plures ſunt primi numeri.Accipiatur enĩ per 39 ſep.minimus quẽ ipſi a, b,c,metiãtur:ſitq; d e. addaturq; ipſi d e:vnitas d f.iã e f aut eſt primꝰ aut nõ.ſit prius primus.inuẽti iã ſũt primi nũeri a,b,c,e,f:plures ipſis a,b,c. Sed iã nõ ſit e f primꝰ.igit eũ aliqs nũerꝰ metitur p 34 ſep.metiatur eũ numerus primus g.Dico ꝙ g nulli ipſorũ a,b,c,eſt idẽ.Si enĩ poſſibile:ſit.ipſi aũt a,b,c:ipſũ d e metiũtur.igitur & g:ipſũ d e metietur. metitur aũt & e f.& reliquã d f vnitatẽ metietur g numerus exiſtẽs.qđ eſt abſurdũ.igitur g nõ eſt idẽ vni ipſorũ a,b,c.ipſe aũt ſupponit & primꝰ.Inuẽti igitur ſũt primi nũeri plures ꝓpoſita multitudine ipſorũ a,b,c:ipſi a,b,c,g.qđ oñdere oportuit.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

¶CAMPANVS. ¶Sit quiſq; numerorũ a,b,c:par.Dico ex eis cõpoſitũ: eſſe parẽ.habet enim ex conuerſione diffintionis/quiſq; eorũ:medietatem. ſint ergo eorum medietates d,e,f.quia igitur ſicut a ad d ſic b ad e,& c ad f: erit ex 13 ſeptimi/ſicut a ad d ſic totus a b c ad totũ d e f.itaq; d e f eſt medietas a b c.ergo per diffintionem/a b c: eſt par. quod eſt propoſitum.

a..b....c.....

Eucli.ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 21.

21 ¶Si pares numeri quilibet componantur:totus par eſt.

¶THEON ex Zãb. ¶Cõponãtur enĩ numeri quilibet pares ipſi a b,b c,c d,d e.Dico ꝙ totus a e par eſt.Nã quoniã vnuſquiſq; ipſorũ a b, b c,c d, d e,par eſt:partem habet dimidiam.quare & totus a e habet partem dimidiam.numerus autem par eſt qui bifariam diuiditur per diffinitionem.igitur a e par eſt.quod oſtendere oportuit.

a....b.....c.....d.....e

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

SI numeri impares numero pares coaceruentur: totus quoq; ex eis coaceruatus erit par. 23

a...b..... c ..... d.....

¶CAMPANVS. ¶Sit quilibet numerorum a,b,c,d: impar. dico ex eis cõpoſitum: eſſe parem. dempta eni a quolibet vnitate: cõſtat reſiduos eſſe pares: & quia ille vnitates. demptæ componũt parem/cum ſint numero pares: conſtat propoſitum per præmiſſam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 22.

¶Si impares numeri quilibet componãtur/fuerit autem multitudo par: totus par erit. 22

a.....b.....c.....d...e

¶THEON ex Zãb. ¶Componãtur enim impares numeri qlibet/multitudine pares: a b,b c,c d,d e. Dico q̃ totus a e par eſt. Nã quoniã vnuſquiſq; ipſorũ a b,b c,c d,d e, impar eſt: ablata vnitate ab vnoquoq; / vnuſquiſq; reliquus par erit. Quare & cõpoſitus ex ipſis par erit per 21 noni. Eſt autẽ & vnitatũ multitudo par. Totus igitur a e par eſt. quod oſtẽdere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eſſe. 24.

a...b.....c.....

¶CAMPANVS. ¶Sit quilibet numerorum a,b,c: impar. Dico totũ ex eis compoſitum eſſe imparẽ. Erit eni per præmiſſam cõpoſitus ex a & b: par. & quia c, dempta vnitate/eſt par: erit per antepræmiſſam totus a,b,c, dẽpta vnitate/par. Per diffinitionem itaq; conſtat totum eſſe imparem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 23

¶Si impares numeri quilibet componãtur/multitudo autem ipſorum fuerit impar: & totus impar erit. 23

a..... b..... c ..... e. d

¶THEON ex Zãb. ¶Cõponãtur eni qlibet ipares numeri/quorũ multitudo ſit impar: a b,b c,c d. Dico q̃ totus a d ipar eſt. Auferaẽ ab ipſo c d: vnitas d e. reliquus igitur c e par eſt. eſt aũt & a c par. & totus igitur a e par eſt. eſt autẽ d e vnitas. totus igitur a d impar eſt. quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25

SI a nũero pari nũerus par detrahaẽ: reliquus erit par. 25

a
.....d.....f...
b c
.....e..... .....

¶CAMP. ¶Sit a totus par: a quo detrahatur b q̃ quoq; ſit par/ & reſiduus ſit c. Dico c eſſe parem. ſit enim d medietas a: e quoq; ſit medietas b. detractoq; e de d: ſit reliquus f. erit per 13 ſeptimi c ad f: ſicut a ad d. quare f eſt medietas. itaq; c eſt par. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 24.

¶Si a pari numero par auferatur: reliquus par erit. 24.

a.....c....b

¶THEON ex Zãb. ¶A pari enim a b, auferatur. Dico q̃ reliquus a c par eſt. Nam quoniã a b par eſt habet partem dimidiam. iam id propterea & b c: habet partem dimidiam. quare & reliquus c a habet partem dimidiam. par igitur eſt a c. quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 28

SI de nũero pari imparẽ tollas: qui relinquiẽ ipar eſt. 25

a....d.c...b

¶CAM. ¶Sit a b par: a quo tollatur a c q̃ ſit ipar. Dico c b reſiduũ eſſe iparẽ: ſubtrahatur eni ab a c: vnitas q̃ ſit c d. eritq; a d par. itaq; per 25: d b quoq; erit par. Quia igitur d c eſt vnitas: ſequitur c b eſſe imparem. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

¶Si a pari numero impar auferatur: reliquus impar erit. 25

a.....c. d....b

¶THEON ex Zamberto. ¶A pari namq; numero a b: auferatur impar b c. Dico q̃ reliquus c b impar eſt. Auferatur ab ipſo b c: vnitas c d. igitur d b: par eſt. Eſt autem a b quoq; par, & reliquus igitur a d: par eſt. at c d

est vnitas. igitur a c impar est quod. ostendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 27

27 SI a numero impari detrahatur impar: reliquus erit par.

¶CAMPANVS. ¶ Sit a b numerus impar: a quo detrahat b c qui etiam sit impar. dico reliquum qui est a c: esse parē. Detrahatur enim ab vtroq; duorum numerorū a b & b c: vnitas quæ sit b d. eritq; vterq; duorum residuorum quæ sunt a d & d c: par. per præmissam itaq; constat a c esse parem. quod est propositum.

a . . . . . c . . . d . b

Eucli.ex Zamb. Theorema 26. Propositio 26

26 ¶Si ab impari numero impar auferatur: reliquus par erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Ab impari nāq; a b: impar auferatur b c. Dico q; reliquus c a par est. nā quoniā a b impar est: auferatur vnitas b d. reliquus igitur a d: par est. Iā id propterea & c d par est per diffinitionē. quare & reliquus c a par est. quod ostendere oportuit.

a . . . . c . . . . i . d . b

Eucli.ex Camp. Propositio 28

28 SI a numero impari numerum parem subtrahas: qui relinquitur impar est.

¶CAMPANVS. ¶ Sit a b impar: a quo detrahatur a c qui sit par. Dico b residuum esse imparem. Sit enim b d vnitas: eritq; a d par. Et quia a c est par: erit per 25 c d par. cum itaq; sit d b vnitas: erit c b impar. quod est propositum.

a . . . . . c . . . . d . b

Eucli.ex Camp. Theorema 27. Propositio 27

27 ¶Si a b impari numero par auferatur: reliquus impar erit.

¶THEON ex Zāb. ¶Ab impari namq; a b: par auferatur b c. Dico q; reliquus c a impar est. Auferat vnitas a d. igitur d b par est. est aūt b c par. & reliquus igitur c d: par est. igitur c a impar est. qđ ostēdere oportuit.

a . . . c . . . d . b

Eucli.ex Camp. Propositio 29.

29 SI numerus impar in numerum parem ducatur: qui inde producetur erit par.

¶CAMPANVS. ¶Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Eucli.ex Zamb. Theorema 28 Propositio 28

28 ¶Si impar numerus parem multiplicans / aliquem fecerit: qui gignitur par est.

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar inq̄ a, parem b multiplicans: ipsum efficiat c. Dico q; c par est. Nam quoniā a ipsum b multiplicās / ipsum c fecit: igitur c ex totidē ipsi b æqualibus quotæ sūt in a vnitates cōponit. estq; b par. igitur c ex paribus cōponitur. Si vero numeri pares glibet cō ponātur: totus par est. per 21 noni igitur: c par est. quod oñdere oportuit.

a b c

Eucli.ex Camp. Propositio 30

30 ſ I in imparē ducatur impar: qui producet erit impar.

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; ex 24. manifesta est.

¶Hæ sequentes ex Campano propositiones: nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

Excli.ex Camp. Propositio 31

31 ¶Si nūerus impar nūerū parē nūeret: nūero pari eū nūerabit.

¶CAMPANVS. ¶Si enim numero impari eum numeraret: ex impari in imparem fieret par. quod est inconueniens per præmissam.

Eucli.ex Camp. Propositio 32.

32 ¶Si impar imparem numeret: impariter eum numerat.

¶CAMPANVS. ¶Si enim pariter eum numeraret: ex numero impari in numerum parem fieret impar. quod est inconueniens per 29.

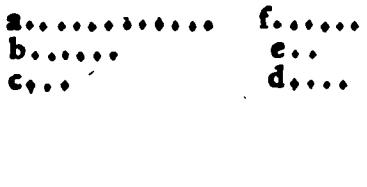
Eucli.ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 29

¶Si impar numerus imparem numerum multiplicans/fecerit aliquem:factus impar erit. 29

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a,imparem numerum b multiplicans:ipſum efficiat c.Dico q̃ c impar eſt.Nam quoniã a ipſum b multiplicans ipſun facit c:igitur c ex totidem ipſi b æqualibus quotæ ſunt in a vnitates/cõponitur. Eſt autẽ vterq; ipſorũ a,b: impar. Igitur c ex imparibus conflatur numeris:quorum multitudo impar eſt. Quare per 23 noni/c impar eſt.quod oſtendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 33

SI numerus impar numerum parem metiatur: eiuſdem quoq; dimidium/ipſum metiri neceſſe eſt. 33



¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus par cuius dimidiũ b:ſitq; c numerus impar qui numeret a. dico q̃ c numerabit b.numeret enim a ſecundum d.eritq; per 31:d numerus par. Eſto igitur eius dimidiũ/e:ducaturq; c in e, & proueniat f.eritq; per 18 ſeptimi a ad f:ſicut d ad e.& quia etiã eſt a ad b ſicut d ad e:ſequitur b & f eſſe æquales.cum itaq; c numeret f:idẽ numerabit b.quod eſt propoſitum.

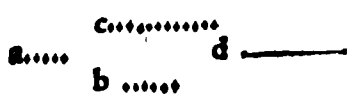
Eucli.ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 30.

¶Si impar numerus parem numerum menſus fuerit:& eius dimidium metietur. 30

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a:parem numerum b metiatur.Dico q̃ & eius dimidium metietur.Nam quoniam a ipſum b metitur:ipſum metiatur per c.Dico q̃ c non eſt impar. Si enim poſſibile:ſit impar.Et quoniã a metitur ipſum b per c:igitur a ipſum c multiplicans/ipſum efficit b. Igitur b componitur ex imparibus numeris: quorum multitudo impar eſt.Igitur b impar eſt.quod eſt abſurdum.ſupponitur enim par.Igitur impar non eſt.par igitur eſt c. Quare a ipſum b metitur pariter.& c igitur ipſum b metitẽ per a.habet aũt vterq; ipſorũ c,b,partem dimidiam.eſt igitur ſicut c ad b ſic dimidium ad dimidium. metitur autem c: ipſum b per a.& dimidium ipſius metietur ipſius b dimidium per a.igitur a,dimidium multiplicans ipſius c:dimidium ipſius b efficit.Igitur a ipſius b dimidium metitur. metiturq; per ipſius c dimidium. Idq; propterea a ipſius dimidium metietur.quod oſtendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 34.

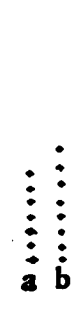
SI numerus impar ad aliquem fuerit primus: idem ad eiuſdem duplum erit primus. 34.



¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus impar primus ad b:cuius duplũ ſit c.Dico q̃ a eſt primus ad c.ſin autem:numeret eos d.Cũq; a ſit impar: ſequitur d eſſe imparẽ.quicũq; enim impar parem numerat:pari numero eũ numerabit per 31.per præmiſſam itaq; a numerabit b.nonſunt igitur a & b contra ſe primi.quod eſt contra hypotheſin.

Eucli.ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 31

¶Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit: & ad ipſius duplum primus erit. 31



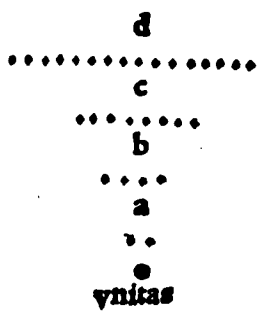
¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a,ad numerum aliquem b,primus eſto:ipſius autem b, duplus eſto c. Dico q̃ a ad c primus eſt.Si autem a,c,non ſunt primi:metitur eos aliquis numerus.metiatur:et eſto d.eſt autem impar numerus:a.impar igitur & d.Et quoniã d impar exiſtens ipſum c metitur/eſt autem & c par:igitur d metietur ipſius c dimidium per præcedentẽ.Dimidiũ autẽ ipſius c:eſt b.igitur d:ipſum b metitur.metitur autem & a.Igitur d:ipſos a,b,metitur primos ad inuicem exiſtentes.quod eſt abſurdum.Igitur a ad c primus eſt.Ipſi igi-

tur a,c,primi ſunt adinuicem. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 35.

35 NVmeri a duobus dupli: ſunt pariter pares tantū.

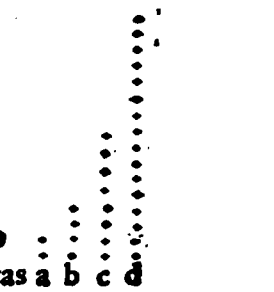
¶CAMPANVS. ¶Sint vnitas/a,b,c,d, continue proportionales: ſitq; a binarius. Dico omnes eos eſſe pariter pares: eiſq; ſecundum hanc proportionē in infinitum auctis/nullum alium eſſe pariter parem. De his quidē conſtat per diffinitionem: cum per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet ſequentē per aliquē eorū quos omnes oportet eſſe pares/ & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo q; a qui eſt binarius vnitatem ſequens eſt primus. Qz autē nullus alius ab his ſit pariter par: cōſtat ſic. Poſito enim ali quo: diuidat in duas medietates/eiuſq; medietas in duas. & hoc toties fiat: quouſq; nūerus aut vnitas diuiſionē impediat/quod neceſſe eſt euenire per vltimā petitionē. Si qdē numerus hanc prohibeat: ipſe erit impar. qui cum numeret pariter parem poſitū: non erat pariter par qui poſitus eſt pariter par. Si autem vnitas: non erit is alius a continue duplis ab vnitate.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 32

32 ¶A binario duplorum vnuſquiſq; : pariter par eſt tantum.

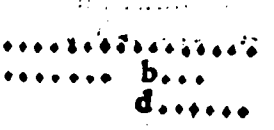
¶THEON ex Zamberto. ¶A binario enī a: duplicētur quilibet numeri b,c,d. Dico q; ipſi b,c,d: pariter pares ſunt tantum. Qz quidem vnuſquiſq; pariter par eſt: manifeſtum eſt/a binario enim eſt duplicatus. Dico q; & tantū. Exponatur vnitas. Quoniā igitur ab vnitate quilibet numeri continue proportionales ſunt/qui autem poſt vnitatē a primus eſt: maximū ipſorū a,b,c, hoc eſt d nullus metitur præter ipſos a,b,c, per 13 noni. Eſt aūt vnuſquiſq; ipſorū a,b,c: pariter par. Igitur d pariter par eſt tantum. Similiter iam oſtendemus q; & vnuſquiſq; ipſorum a,b,c: pariter par eſt tantum. quod oportuit oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 36.

36 NVmerus cuius medietas eſt ipar: eſt pariter ipar.

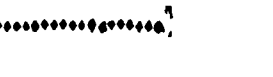
¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus: cuius medietas quę ſit b, ſit impar. Dico a, eſſe pariter imparē. Sit enī c binarius: manifeſtum itaq;: quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par, numerans a: qui numeret eum ſecundum e. eritq; per ſecundam partē 20 ſeptimi/e ad b: ſicut c ad d. Igitur e numerat b: quia c numerat d. Erit itaq; e numerus impar: erat enim & b. per diffinitionem igitur a eſt pariter impar.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 33.

33 ¶Si numerus dimidium impar habuerit: pariter impar eſt tantum.

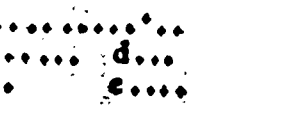
¶THEON ex Zāb. ¶Numer9 enī a: dimidiū habeat ipar. Dico q; a pariter ipar eſt tm̄. Qz qdē pariter ipar: eſt manifeſtum. eius nāq; dimidiū ipar exiſtens: eum pariter metitur per diffinitionē. Dico q; & tm̄. Si enī a pariter par eſt: & eius dimidium par eſt per diffinitionē. metietur igitur eum par numerus: per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur per 39 numerus par: impar exiſtens. quod eſt abſurdum. Igitur d: pariter impar eſt tantum. quod oportuit oſtendere.

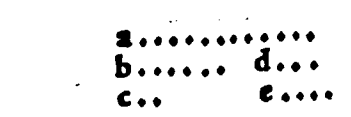


Eucli. ex Camp. Propoſitio 37

37 OMnis numerus a duobus non duplus/cuius medietas eſt par: eſt pariter par & impariter.

¶CAMPANVS. ¶Sit numerus a, nō duplus a duob9: cuius medietas quæ ſit b, ponatur par. dico ipſum eſſe pariter parē & impariter. Sit enī c binarius. de quo manifeſtū eſt q; ipſe numerat a ſecundū b. quia vero a non eſt duplus a duobus: neceſſe eſt ſi eius medietas quæ eſt b in alias



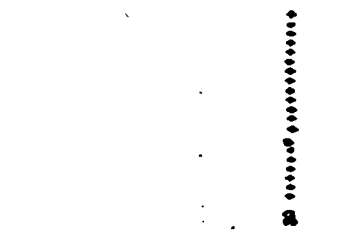


duas medietates diuidatur/medietatisq; medietas in alias duas/vttandem occurrat numerus impediēs diuisionē.qui propter hoc q; diuisionē nō recipit: erit impar.sitq; is in quo sistit diuisio: d.In nūero quippe necesse ē stare.qa si vsq; ad vnitatē pueniret diuisio: esset a de numeris duplis a binario/de quibus nō est.de d vero manifestū est q; ipse numerat a per hāc cōmunē sciētiā. Omnis numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo.Numeret ergo eum secundū e.eritq; e: par.alioquin cū d sit maior ipar:sequeret per 30 a esse imparē.Quia igitur b numer⁹ par numerat a secundū c qui quoq; est par (est eni binarius) at vero c numerus par numerat eundē secundum d qui est impar: constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter.quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 34. Propositio 34.

¶Si numerus neq; a binario fuerit duplus/neq; dimidium impar habuerit:pariter par est & pariter impar. 34

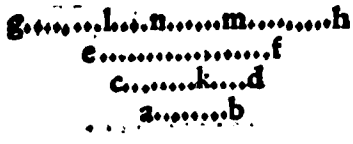
¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus eni a non sit a binario duplus: neq; dimidiū habeat impar. Dico q; a pariter par est & pariter impar.q; quidē a pariter par est: manifestū est.dimidiū namq; non habet impar. Dico iam q; & pariter impar est. Si enim ipsum a bifariam secuerimus/ idq; semper efficientes: in quēdam numerum desinemus imparem qui ipsum metietur a per parē numerū. Si autem non desinemus: ad binariū inquā veniemus.eritq; ipse a: a binario duplicatus.quod non supponitur. Quare a: pariter impar est.patuit autē q; & pariter par.Igitur a: pariter par est & pariter impar. Quod ostendere oportuit.



Eucli.ex Camp. Propositio 38

SI de secūdo atq; vltimo numerorū cōtinue ꝓportionaliū/equale primi dematur: quātū est reliquū secūdi ad primū tātū esse reliquū vltimi ad coaceruatū ex cunctis precedētibus necessario comprobatur. 38

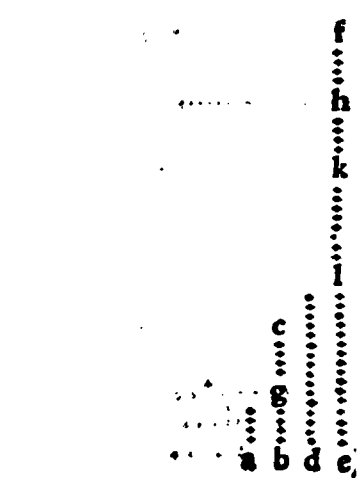
¶CAMPANVS. ¶Sint cōtinue proportionales a b,c d,e f,g h.dematurq; de c d,æqualis a b: qui sit c k.& de g h:qui sit g l. Dico tunc q; proportio k d ad a b: est sicut l h ad cōpositū ex e f,c d & a b. Sumatur ex g h,æqualis e f qui sit g m:& æqualis c d,qui sit g n.eritq; l n:æqualis k d. Manifestū autē est per 12 septimi/q; cū sit g h ad g m sicut g m ad g n:erit h m residuū ad m n residuū,sicut g h ad g m,ideoq; sicut e f ad c d.simili quoq; modo erit m n ad l n:sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f,& m n ad c d:sicut n l ad a b.itaq; cōiuncti per 13 septimi/erit l h cōpositus ex h m,m n & l n,ad cōpositū ex e f,c d & a b:sicut l n ad a b,ideoq; sicut k d ad a b.quod est propositum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 35. Propositio 35.

¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales / auferantur autem a secundo & vltimo equales ipsi primo: erit sicut secundi excessus ad primum/sic vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. 35

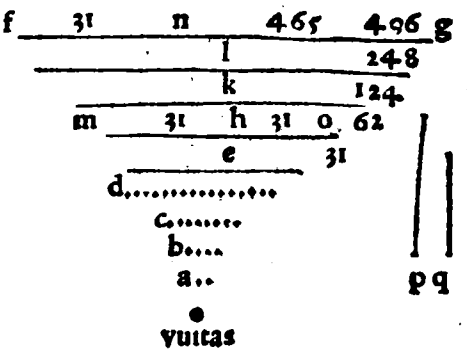
¶THEON ex Zāb. ¶Sint quilibet numeri cōtinue proportionales a, b c,d,e f:incipientes a b a minimo.auferaturq; ab ipsis b c & e f: ipsi a æqualis vterq; ipsorū c g,f h. Dico q; est sicut b g ad a:sic est h e ad a, b c,d. Ponatur enim ipsi quidē b c æqualis f k:ipsi autē d æqualis f l. Et qm̄ f k ipsi c b est æqualis/quorū f h ipsi c g est æqualis: reliquus igit̄ h k reliquo g b est æqualis. Et qm̄ est sicut e f ad d sic est d ad b c,& b c ad a,æquus autē est d ipsi f l, & b c ipsi f k,& a ipsi f h: est igitur sicut e f ad f l,sic l f ad f k & k f ad f h. diuidendo ergo p 17 gnti/& sicut e l ad l f:sic l k ad f k & h k ad f h. Est igitur & sicut vnus añdentiū ad vnū añcedētiū; sic oēs añdētes ad ōnes sequētes. Est igitur sicut k h ad f h:sic e l,l h,k h ad ipsos l f,f k,f h. æqualis autē est k h: ipsi b g,& f h: ipsi a.



Ipſi autem f l, f k, f h: ipſis d,b c,a. eſt igitur ſicut b g ad a: ſic e h ad d,b c,a. Eſt igitur ſicut ſecundi exceſſus ad primũ: ſic eſt vltimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes. Quod oſtendere oportuit.

Euclı. ex Camp. Propoſitio 39.

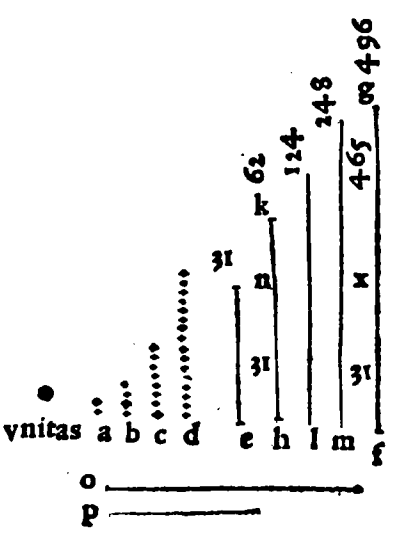
39 CVm coaptati fuerint numeri ab vnitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primũ: extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.



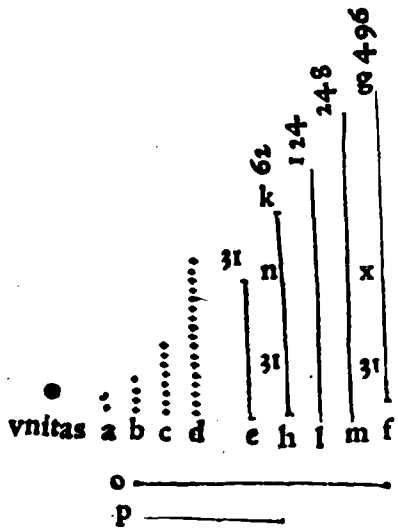
CAMPANVS. CSint ab vnitate continue dupli: a,b,c,d. ex eis aũt & vnitate coaceruatus ſit e: qui ponatur eſſe numerus primus. in quem e multiplicetur d: & proueniat f g. dico f g eſſe numerum perfectum. Sumantur igitur h,k,l, continue dupli ad e: vt tot ſint e,h,k,l, quot ſint cõtinue dupli ad vnitatem ſumpti. eritq; per æquam proportionalitatem l ad e: ſicut d ad a. quare per primam partem 20 ſeptimi/ex a in l prouenit f g. nam ipſe f g: prouenit ex d in e. Et quia a eſt binarius: eſt f g duplus ad l. ſunt igitur e,h,k,l, & f,g: continue proportionales. Dematur igitur ex h, æqualis e qui ſit m h: & reſiduus h o, qui erit etiam æqualis e. itẽq; ex f g dematur eidẽ e æqualis qui ſit f n. eritq; per præmiſſam n g: quãtum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum ſit æqualis e: eſt quantum aggregatum ex a & b & c & d & vnitate. itemq; totus f g eſt quantus aggregatus ex omnibus his ſcilicet a,b,c,d & vnitate & illis e,h,k, l. de quibus omnibus manifeſtum eſt: q; numerant eum ſcilicet f g. e quidem ſecundum h: & h ſecundum k. quod ex prima parte 20 ſeptimi/ conuincitur: adiuuãte æqua proportionalitate ſicubi opus fuerit. Eſt enĩ vt d ad c: ſic k ad h. et vt d ad b: ſic k ad e, per æquam proportionalitatẽ. quare & ex c in h, & ex b in k, neceſſe eſt prouenire f g: quẽ dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g: ipſe erit per diffinitionẽ numerus perfectus. CQz autẽ nullus alius eũ numeret: patet. Si enĩ hoc poſſibile eſt: ſit p qui numeret eum ſecũdum q. eritq; per 33 ſeptimi: vt e numeret alterũ eorum. ponaturq; q; numeret p. Et quia per ſecundam partem 20 ſeptimi/eſt q ad d ſicut e ad p: ſequitur vt q numeret d. quare cum a qui ſequitur vnitatẽ ſit primus (eſt enim binarius) erit q per 13 huius aut a aut b aut c. quicunq; autem horum fuerit: erit p, aut l aut k aut h. ſi enim q fuerit a: conſtat q; p erit l. quod ſi fuerit b: p erit k. ſi autem c: p quoq; erit h. non eſt igitur p diuerſus ab illis vt fuerat poſitum. relinquitur ergo q; f g ſit numerus perfectus. quod erat demonſtrandum.

Euclı. ex Zamb. Theorema 36. Propoſitio 36.

36 CSi ab vnitate quilibet numeri continue expoſiti fuerint in duplici proportione/ex quo totus compoſitus primus fuerit & totus in vltimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur perfectus erit.



CTHEON ex Zamberto. CAb vnitate ſiquidẽ exponãtur quilibet numeri continue in duplici proportione/ex quo totus compoſitus primus ſit: a,b,c,d. & toti æquus eſto e. & e ipſum d multiplicãs: ipſum efficiat f g. Dico q; f g perfectus eſt. Quot enim ſunt multitudine ipſi a,b,c,d: totidem ab e accipiantur in duplici proportione hoc eſt e,h k,l,m. Ex æquali igitur per 13 ſeptimi/eſt ſicut a ad d: ſic eſt e ad m. Igitur qui ex e, d: ei eſt æquus qui ex a,m. eſtq; qui ex e,d: ipſe f g. Igitur qui ex a,m: ipſi f g eſt æqualis. Igitur a ipſum m multiplicans: ipſum efficit f g. igitur m: ipſum f g metitur per eas quæ in a ſũt vnitates. Eſt autem binarius a. duplus ergo eſt f g ipſius m. Sunt autem & m,l,h k,e, continue duplices adinuicem. igitur e,h k,l,m,f g. continue ſunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam a ſecundo k h, & vltimo f g: ipſi e primo æqualis vterq; ipſorum h n & f x. eſt igitur per præceden-



tem: ſicut ſecundi numeri exceſſus ad primum: ſic vltimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes. eſt igitur ſicut n k ad e: ſic eſt x g ad ipſos m, l, k h, e. At eſt n k: ipſi e æquus. & qui eſt x g igitur: ipſis m, l, h k, e, eſt æquus. Eſt autem & x f: ipſi e æqualis. at e: ipſis a, b, c, d, & vnitati. Totus igitur f g: æquus eſt & ipſis e, h k, l, m, & ipſis a, b, c, d, & vnitati: et ſub eorum dimenſionem cadit. Dico q & f g, nullus alius metitur: præter ipſos a, b, c, d, e, g k, l, m, & vnitatē. Si enim poſſibile: metiatur ipſum f g ipſe o, & o nulli ipſorum a, b, c, d, e, h k, l, m, eſto idem. & quoties o ipſum f g metitur: tot vnitates ſint in p. Igitur o ipſum p multiplicans ipſum facit f g. Sed & e ipſum d multiplicans: ipſum efficit f g. eſt igitur per 19 ſeptimi ſicut e ad o ſic p ad d. viciſſim igitur per nonam eiuſdē ſicut e ad p: ſic o ad d. Et quoniā ab vnitate continue proportionales ſunt ipſi a, b, c, d, quivero poſt vnitatē a primus eſt: igitur d nullus alius numerus metietur præter a, b, c, per 13 noni. Supponitur q nulli ipſorum a, b, c, ipſe o idem. igitur ipſum d ipſe o nō metitur. Sed ſicut o ad d ſic e ad p. neq; e igitur ipſum p metitur. eſtq; e primus. omnis autē primus numerus ad omnem quem non metitur primus eſt per 31 ſeptimi. igitur ipſi e, p: primi ſunt adinuicē. primi autem: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 ſeptimi: antecedens antecedentem & ſequens ſequentem. Eſtq; ſicut e ad p: ſic o ad d. æque igitur e ipſum o metitur: & p ipſum d. Sed d nullus alius metietur præter a, b, c. igitur p vni ipſorum a, b, c, eſt idem. Sit p ipſi b idē. & quot ſunt ipſi b, c, d, multitudine: totidem aſſumātur ab ipſo e ipſi e, h k, l. ſintq; ipſi e, h k, l: ipſis b, c, d, in eadem ratione. ex æquali ergo per 25 eſt ſicut b ad d: ſic e, ad l. igitur q ex b, l: ei qui ex d, e, eſt æqualis. Sed qui ex d e: ei qui ex p o eſt æqualis. & qui ex p o igitur: ei qui ex b l eſt æqualis. Eſt igitur ſicut p ad b: ſic l ad o eſtq; p ipſi b idē. & l igitur ipſi o eſt idē. quod eſt impoſſibile. Nam o nulli expoſitorum ſupponitur idem. igitur ipſum f g aliquis numerus non metitur præter a, b, c, d, e, h k, l, m, & vnitatem. & oſtenſum eſt q f g: ipſis a, b, c, d, e, h k, l, m, & vnitati eſt æqualis. perfectus autem numerus eſt per diffinitionem qui ſuis partibꝰ eſt æqualis. perfectus igitur eſt f g. quod oſtendere oportuit.

EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
Noni libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile pricipis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Geometrica elementa. Liber Decimus.

Ex Campano. Diffinitiones.

1 QVantitates quibus fuerit vna quantitas cõmunis eas numerans: dicentur communicantes.

2 ¶Quibus vero non fuerit vna communis quantitas eas numerans, dicentur incommenſurabiles.

3 ¶Lineæ in potentia cõmunicantes dicuntur: quarum ſuperficies quadratas vna communis ſuperficies numerat

4 ¶Lineæ incommenſurabiles in potentia dicuntur: quarum ſuperficies quadratas non numerat vna communis ſuperficies. Quæ cum ita ſint: manifeſtum eſt quia omni lineę poſitæ, multæ aliæ ſunt incommenſurabiles, quędam in longitudine tantum: quædam in longitudine & potentia.

5 ¶Omnis autem linea cum qua ratiocinamur poſita: vocetur rationalis.

6 ¶Lineæq; ei communicantes: dicuntur rationales.

7 ¶Eidem autem incommunicantes: dicuntur irrationales ſiue ſurdæ.

8 ¶Omnis vero quadrata ſuperficies de qua per hypotheſin ratiocinamur: dicitur rationalis.

9 ¶Superficies vero ei communicantes: dicuntur rationales.

10 ¶Eidem autem incommenſurabiles ſuperficies: dicuntur irrationales ſiue ſurdę.

11 ¶Latera vero quæ in illas quadratas poſſunt: dicuntur irrationalia.

Euclí. ex Zamb. Diffinitiones

1 COmmenſurabiles magnitudines dicuntur: quas eadem menſura dimetietur.

2 ¶Incommenſurabiles autem: quæ ſub nullius communis menſuræ dimenſionẽ cadũt.

3 ¶Rectæ lineæ potentia commenſurabiles ſunt: quando quę ab ipſis quadrata, eadem area dimetitur.

4 ¶Incommenſurabiles autem: quando ea quæ ex ipſis quadrata, nulla area communi menſura dimetitur. His expoſitis indicatur, q̃ propoſita recta linea hoc eſt a qua & cubi-

tales/& palmi/& digitales/ac pedales ſumunt menſuræ: ipſi ſunt rectæ lineæ multitudine infinitæ cõmenſurabiles & incommenſurabiles. Cõmenſurabiles quidem: aut potentia tãtum/aut potentia & longitudine ſimul. Incommenſurabiles vero: aut lõgitudine tantũ/aut longitudine & potẽtia ſimul.

¶ Vocatur igitur ipſa q dẽ propoſita recta linea: rationalis. 6

¶ Et quæ huic commenſurabiles & longitudine & potẽtia/ & potentia tantum: rationales. 7

¶ Quæ autem incommenſurabiles per vtrunq; /hoc eſt longitudine & potentia: irrationales appellantur. 8

¶ Et quod quidem a propoſita recta linea quadratum: rationale. 9

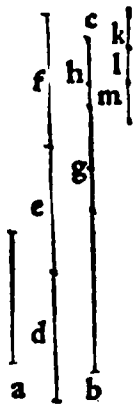
¶ Et quæ huic commenſurabilia: irrationalia. 10

¶ Et quod ab incommenſurabili: irrationale. 11

¶ Et quæ huic commenſurabilia: irrationalia dicuntur. 12

¶ Et ipſorũ (ſi qudrata fuerint) latera/ſinautẽ/aliæ quæpiã 13
rectæ lineæ ipſa potentes æqualiaq; ipſis quadrata deſcribẽtes: irrationales vocentur.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 1



SI duabus quantitatibus inæqualibus propoſitis maius dimidio a maiori detrahatur/itemq; de reliquo maius dimidio dematur/deinceps quoq; eodem modo: neceſſe eſt vt tandem minore poſitarum miuor quantitas relinquatur.

¶ CAMP. ¶ Sint duæ quantitates inæquales a & b c: b c maior. dico q; toties poteſt maius dimidio detrahi ab ipſa b c vel eius reſiduo: q; neceſſe erit reliq quãtitatẽ minorẽ eſſe a. Multiplicet ei a toties quouſq; excedat b c: ſitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatq; itaq; ab ipſa b c, maius dimidio: quod ſit b g. itẽq; ex reſiduo quod eſt g e, maius dimidio: quod ſit g h. hoc quoq; toties fiat: quouſq; b c diuiſa ſit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc q; vltimum reſiduum vt eſt hic h c: eſt minus a. Multiplicetur nãq; h c, quoties eſt multiplicata a in d e f: ſitq; eius multiplex k l m. Quia igitur vnaquęq; quantitatũ k, l, m, eſt æqualis h c: ſequitur vt & k ſit minor b g. ſed & l: minor g h. at quia m eſt æqualis h c: erit per cõceptionem k l m minor b c. quare minor d e f. Cũ ſit ergo d e f ad a ſicut k l m ad h c, ſitq; d e f maior k l m: ſequitur p 14 quinti/q; a ſit maior h e. quod eſt propoſitũ. ¶ Idẽq; ſequitur: ſi a maiori dimidium dematur itemq; de reliquo dimidiũ/fiatq; toties quouſq; maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet ſuo multiplice maiorem poſitarum quantumlibet excedente.

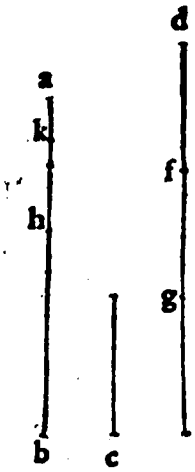
¶ CAMPANI Annotatio. ¶ Attendere autem oportet: q; huic ppoſitioni videtur decima quinta tertij contradicere/proponens angulum cõtingentiæ minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento. Poſito enim angulo quolibet rectilineo/ſi ab ipſo maius dimidio detur/itemq; de reſiduo maius dimidio: neceſſe videtur hoc toties poſſe fieri quouſq; angulus rectilineus minor angulo contingentiæ relinquatur. cuius oppoſitum 15 tertij ſyllogizat. Sed hi non ſunt vniuoce anguli. nõ enim eiuſdem ſunt generis ſimpliciter curuum & rectum. At vero nec angulum contingentiæ toties contingit ſumi: vt qualencunq; rectilineũ excedat. quod neceſſariũ eſt (vt ex præhabita demonſtratione patet) ad hoc

vt conſequens ex antecedente ſequatur. Planum ergo eſt etiam quemlibet angulum rectilineum: infinitis angulis contingentiæ eſſe maiorem.

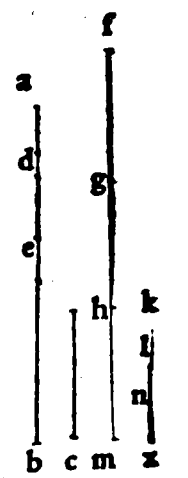
Euclí. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 ¶ Duabus magnitudinibus inęqualibus expoſitis/ſi a maiori auferatur maius q̄ dimidium/& eius quod relictum eſt maius q̄ dimidium/idq; ſemper fiat: relinquetur quædā magnitudo minor minore magnitudine expoſita.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint binę magnitudines inęquales a b,c: quarum maior ſit a b. Dico q; ſi ab ipſa a b auferatur maius q̄ dimidiū/& reliqui maius q̄ dimidium/& hoc ſemper fiat: relinquetur quædā magnitudo minor minore magnitudine expoſita c. Et quoniam minor eſt c: igitur c multiplicata/maior erit ipſa a b, multiplicetur: & eſto d e ipſius quidem c multiplex/maior autem ipſa a b. Diuidaturq; d e in æquales ipſi c: hoc eſt d f, f g, g e. Auferaturq; ab ipſa a b maius q̄ dimidium: b h. & ab ipſa a h maius q̄ dimidiū: hoc eſt h k. & hoc fiat ſemper: ex quo quę in a b ſunt diuiſiones/æquales ſint multitudine eis quæ in ipſo d e ſunt diuiſionibus. ſintq; igitur a k, k h, & h b, diuiſiones: æquales exiſtētes multitudine ipſis d f, f g, & g e. Et quoniam maior eſt d e ipſa a b, auferturq; ab ipſa d e minor q̄ dimidiū hoc eſt e g, ab ipſa autē a b maius q̄ dimidium b h: reliquum igitur g d reliquo h a, maius eſt. Et quoniam maius eſt g d ipſa h a, auferturq; ab ipſa g d dimidium hoc eſt g f, ex ipſa autem a h maius dimidio hoc eſt h k: reliquum igitur d f, reliquo a k maius eſt. Aequale autem eſt d f: ipſi c. & c igitur: ipſo a k maius eſt. minus igitur eſt a k: ipſo c. Reliquitur igitur ex a b magnitudine ipſa a k magnitudo: minor exiſtēs minore expoſita magnitudine c. quod oportuit demōſtraſſe. Similiter quoq; oſtēdetur ſi dimidia ſublata fuerit.



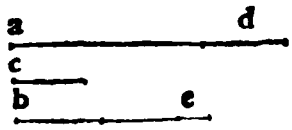
¶ ALITER IDEM oſtendere. ¶ Conſtent binæ magnitudines inæquales a b, c. Et quoniam minor eſt c: igitur c multiplicata/maior erit ipſa a b. multiplicetur: & eſto f m ipſius c multiplex. Diuidaturq; f m in ipſi c æqualia: hoc eſt m h, h g, g f. Et ab ipſa a b, auferatur maius q̄ dimidium/b e: & ex ipſa e a, maius q̄ dimidium/hoc eſt e d. & hoc fiat: ex quo quæ in ipſa f m diuiſiones/æquales fiant ipſis quæ ſunt in a b diuiſionibus. fiant autem ſicut b e, e d & d a. Et ipſi d a: vnaquæq; ipſarum k l, l n, & n x, eſto æqualis. & hoc fiat: ex quo diuiſiones quæ ſunt in k x, fiant æquales eis quæ ſunt in m f. Et quoniam b e maior eſt q̄ dimidium ipſius a b: ipſa b e maior eſt ipſa e a. multo maior igitur eſt. Sed ipſa d a, b e ipſi d a: æqualis eſt k l: igitur b e: maior eſt ipſa k l. Rurſus quoniā d e maior eſt q̄ dimidiū ipſius e a: ipſa igitur d e maior eſt ipſa d a. ſed ipſa d a: æqualis eſt ipſi l n. igitur ipſa e d. maior eſt ipſa l n. Tota igitur d b: maior eſt ipſa k n. Sed ipſa d a: æqualis eſt ipſi n x. Tota igitur b a maior eſt ipſa k x. Sed ipſa m f: maior eſt b a. multo maior igitur eſt m f: ipſa k x. Et quoniam m h, h g, & g f, ſibi inuicem ſunt æquales/& k l, l n, & n x ſibi inuicē ſunt æquales/& æqualis eſt multitudo ipſarū quæ in m f multitudini ipſarū q̄ in k x: eſt igit̄ ſicut m h ad k l, ſicut h g ad l n, & n x ad g f. igitur per 12 quinti ſicut m h ad k l: ſic m f ad k x. Maior autem eſt m f ipſa k x. maior igitur eſt & g f ipſa k l. At f g: æqualis eſt ipſi c. ipſa autem k l: ipſi a d. Igitur c maior eſt ipſa a d. Quod oportuit demonſtrare.



Euclí. ex Camp. Propoſitio 2.

2 SI fuerint duæ quātitates inæquales/ detrahaturq; a maiori æquale minori donec minus eo ſupſit/ac deinde a minori ipſius reliq; æquale demat̄ donec minus eo relinquatur/ denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui ſecūdi donec minus eo ſuperſit auferatur/& in huiuſmo-

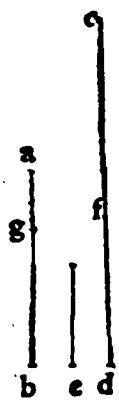
di continua detractione nullum reliquum quod ante relictũ numeret inueniatur: eas duas quantitates incommenſurabiles eſſe neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Simile huic propoſuit prima ſeptimi in numeris. Sint duæ quãtitates inæquales a & b, maior a: quibus (ſi fiat reciproca quoad poteſt detractio) non occurrat (etiam ſi infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens/ſiue ante relictum numerans. dico eas incõmenſurabiles eſſe. Si autem ſint cõmenſurabiles: ſit cõmunis earũ mẽſura c. Detrahat igitur b ex a quoties poteſt: ſitq; reſiduũ d. quod reſiduũ detrahatur ex b quoties poteſt: & ſit reſiduũ e. Fiatq; toties illa detractio: quouſq; ex alterutra duarũ quãtitatũ a & b, remaneat minus c. hoc enĩ: neceſſe eſt eſſe poſſibile per præcedentẽ. ſitq; hic e minus c. Cum igitur c menſuret b detractam ab a, & etiam a: menſurabit per cõceptionem/d reſiduũ. ideoq; cũ mẽſuret d detractũ ab ipſo b, & etiã ipſum b: mẽſurabit e reſiduum. ſed erat e minus c. maior ergo quantitas: menſurat minorem. quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. m Propoſitio 2.

¶Si duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis / ſublata ſemper minore a maiori/reliqua minime metiatur præcedentem: incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines. 2



¶THEON ex Zamberto. ¶Duabus inq̃ magnitudinibus inæqualibus exiſtentibus a b, c d, & exiſtente minore ipſa a b: ſublata ſemper minore ipſa a b, a maiori c d, reliqua nequaquã metiatur præcedẽtẽ. Dico q; incõmenſurabiles ſunt ipſæ a b, c d, magnitudines. Si enim ſunt cõmenſurabiles: metietur per 1 diffinitionẽ decimi/eas aliqua magnitudo. metiatur ſi poſſibile eſt: & eſto e. & a b ipſam d f metiens: relinquat ſeipſa minorẽ c f. At e f ipſam b g metiens: per 1 decimi/relinquat ſeipſa minorem a g. & hoc ſemper fiat: ex quo ſumpta fuerit quædã magnitudo quę ſit minor ipſa e. fiat. & per præcedentem ſumatur a g minor ipſa e. Qm̃ e ipſam a b metitur/ſed a b ipſam d f metitur: igitur e ipſam d f metietur. metitur autẽ & totã c d. igitur & reliquã c f metietur. Sed c f ipſũ b g metitur. & e igitur ipſũ b g metitur. metitur aũt & totũ a b. & reliquũ igitur a g metietur: maius min⁹. quod eſt impoſſibile. Ipſas igitur a b, c d: nulla metietur magnitudo. Incõmẽſurabiles igitur ſunt ipſę a b, c d, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponãtur/ auferaturq; ſemper a maiori minor/& reliquum tamen præcedentem non metiatur: ipſæ magnitudines erũt incõmenſurabiles. quod oportuit demõſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 ROpoſitis duabus quantitatibus inæqualibus cõmunicantibus: maximam quãtitatem cõmuniter eas numerantem inuenire.

¶COROLARIVM. ¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt/quæ duas metitur quantitates: maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.

¶CAMPANVS. ¶Huius demonſtrationem/ſi 2 ſeptimi non ignoras: non potes ignorare. Si enĩ nũeri nomẽ in quantitatis nomẽ conuertas: idem prorſus hic & illic efficies. proceſſus enim vtrobiq; idem erit.

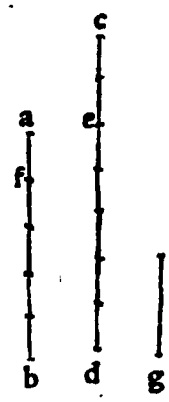
Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 3.

¶Duabus magnitudinibus commenſurabilibus datis: maximam earum communem inuenire menſuram. 3

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datę binæ magnitudines commenſurabiles a b & c d: quarum minor ſit a b. oportet iam ipſarum a b & c d: maximam cõmunem inuenire menſuram. Igitur a b aut metitur ipſam

e d:aut non.Si enim metitur/metitur & ſeipſam:igitur a b ipſarum a b & c d cõmunis eſt dimẽſio. Et manifeſtum eſt ꝙ & maxima.maior nãꝙ ipſa a b magnitudine:ipſam a b non metietur. ¶Non metiatur autem a b:ipſam c d.Sublata igitur ſemper minore a maiori/id quod relinquitur metietur quandoꝙ præcedentẽ:eo quia ipſæ a b,c d, ſunt cõmenſurabiles.& a b ipſam e d metiens/relinquat ipſa minorem e c:at e c ipſam f b metiens/relinquat ipſa minorem hoc eſt f a.at f a: ipſam c e metiatur. Quoniam igitur a f ipſam c e metitur/ſed c e ipſam f b metitur:& a f igitur ipſam f b metietur. Metitur autem & ſeipſam.& totam igitur a b metietur ipſa a f.Sed a b ipſam d e metitur.igitur a f ipſam e d metietur. metitur autẽ & c e.& totam igitur c d metitur.Igitur a f ipſas a b & c d metietur.igitur a f: ipſarũ a b & c d cõmunis eſt dimenſio. ¶Aio quoꝙ ꝙ & maxima.ſi enim non:erit aliqua magnitudo maior ipſa a f,quæ ipſas a b & c d metietur.Sitꝙ inꝗ g.Quoniam igitur g ipſam a b metitur/ſed a b ipſam e d metitur:& g igitur ipſam e d metietur. Metitur autem & totam c d.& reliquam igitur c e metietur ipſa g.Sed c e ipſam f b metitur.igitur & g ipſum f b metietur. metitur autem & totam a b. & reliquã igitur a f metietur/ maior minorem.quod eſt impoſſibile.Igitur maior aliqua magnitudo ipſa a f:ipſas a b & c d magnitudines non metietur. Igitur a f:ipſarum a b & c d maxima cõmunis dimenſio eſt.Duabus igitur magnitudinibus cõmenſurabilibus datis a b & c d:maxima cõmunis dimenſio inuenta eſt. quod feciſſe oportuit.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc inꝗ manifeſtũ eſt/ꝙ ſi magnitudo binas magnitudines menſa fuerit:& maximam earum communem dimẽſionem metietur.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

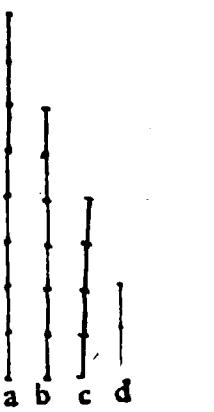
4 ¶PRopoſitis tribus quantitatibus communicantibus:maximam eas communiter numerãtem inuenire.

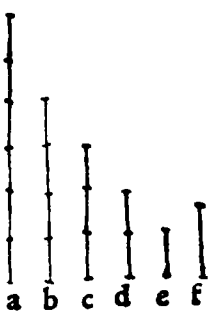
¶CAMPANVS.¶Hæc ex tertia ſeptimi/ſic patet : ſicut prẽmiſſa ex ſecunda.Simulꝙ correlariũ ex hac deduces: vt illic ex ſecunda deductum eſt.

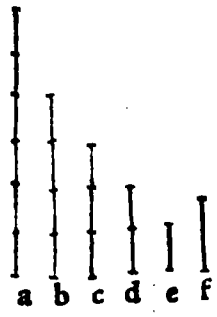
Eucli.ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 4.

4 ¶Tribus magnitudinibus commenſurabilibus datis:maximam earum communem menſuram inuenire.

¶THEON ex Zamberto.¶Sint datæ tres magnitudines commenſurabiles a,b,c.oportet iam ipſarum a,b,c:maximam cõmunem menſurã inuenire.Sumatur enim per 3 decimi/ipſarum duarũ a,b,maxima communis menſura:ſitꝙ illa d.Igitur d ipſam c aut metitur:aut non metitur. metiatur primum.Quoniã igitur d ipſam c metitur/metitur & ipſas a b: igitur d ipſas a,b,c,metitur.Igitur d:ipſarum a,b,c,cõmunis dimenſio eſt.Et manifeſtũ ꝙ maxima.maior nãꝙ ipſa d magnitudo: ipſas a,b,c, non metietur.¶Non metiatur iam d ipſam c.Dico primũ ꝙ cõmenſurabiles ſunt ipſæ c,d.Quoniam enim cõmenſurabiles ſunt ipſæ a,b,c:metietur eas aliqua magnitudo/quæ videlicet & ipſas a,b,metietur . quare & ipſarum a,b,maximã cõmunem menſuram d metietur per correlariũ præcedentis.metitur autem & c,quare dicta aliqua magnitudo metietur ipſas c,d.Cõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ c,d.Sumatur per 3 decimi/earum cõmunis maxima dimenſio:ſitꝙ e.Quoniã igitur e ipſam d metitur/ſed d ipſas a,b,metitur:& e igitur a,b,metitur.metitur autem & c. Igitur e : ipſarũ a,b,c,cõmunis eſt mẽſura.¶Dico ꝙ & maxima.Si enĩ poſſibile:ſit e minor magnitudo ipſa f.metiaturꝙ f:ipſas a,b,c .Et quoniam f ipſas a,b,c,metitur/metitur & ipſas a,b: & ipſarum igitur a,b, per præcedẽs correlarium maximam communẽ menſuram metietur. At ipſarum a,b,maxima communis mẽſura eſt d.Igitur f ipſam d metitur. metitur autem & c.igitur f ipſas c,d,metitur.& ipſarum ergo c,d,maxi-

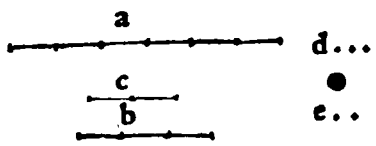






mam cõmunem menſuram: per pręcedens correlarium metietur f. maxima vero communis menſura ipſarum c, d: eſt e. igitur f ipſam e metitur: maior minorem. quod eſt impoſſibile. Ipſa igitur magnitudine e, maior aliqua magnitudo: ipſas a, b, c, non metitur. Igitur e ipſarũ a, b, c, maxima cõmunis eſt dimenſio: ſi non metiatur d ipſam c. Si autem metiatur: ipſa eſt d. Tribus igitur magnitudinibus cõmenſurabilibus datis: maxima cõmunis earum dimenſio inuenta eſt. quod facere oportebat.

¶ CORRELARIVN. ¶ Ex hoc proinde manifeſtum eſt/ q̃ ſi magnitudo tres magnitudines menſa fuerit: & maximam quoq; earum cõmunẽ dimẽſionem metietur. Smiliterq; & in pluribus & cõmunis maxima mẽſura/ & ſub inde correlarium: inuenietur.



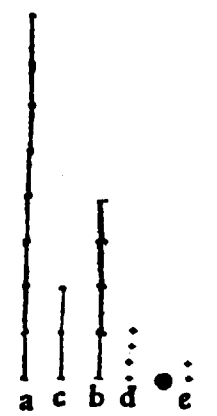
Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnium duarum quantitatum communicantium eſt proportio: tanq̃ numeri ad numerum. 5

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates a & b: cõmunicãtes. Dico q̃ earum proportio eſt ſicut alicuius numeri ad alĩ numerum. Sit enim c maxima quãtitas communiter menſurans a & b, reperta vt docet ſecũda huius: quæ mẽſuret a ſecundũ numerum d, & b ſecundum numerũ e. eritq; a ad c vt d ad vnitatem: eo q̃ ſicut a eſt multiplex c, ita d eſt multiplex vnitatis. ac c ad b, vt vnitas ad e: quoniam ſicut c eſt ſubmultiplex b, ita vnitas eſt ſubmultiplex e. igitur per æquã proportionalitatem a ad b: vt d ad e. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 5.

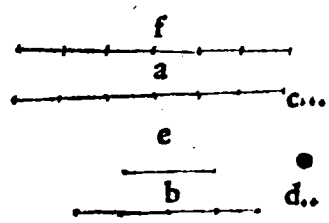
¶ Commenſurabiles magnitudines: adinuicem rationẽ habent quam numerus ad numerum. 5.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint commenſurabiles magnitudines a, b. Dico q̃ a ad b rationem habet: quam numerus ad numerum. Quoniam enim cõmẽſurabiles ſunt a, b: metietur eas aliqua magnitudo. metiatur: & eſto c. Et quoties c ipſam a metitur/ tot vnitates ſint in d: quoties autẽ c ipſum b metitur/ tot vnitates ſint in e. Quoniam igitur c ipſum a metitur per eas quæ in d ſunt vnitates/ & vnitas metitur ipſum d per eas quæ in ipſo ſunt vnitates: æque igitur vnitas ipſum d metitur numerum/ & c magnitudo ipſam a. eſt igitur ſicut c ad a: ſic eſt vnitas ad d. cõtra/ igitur p correl. 4. qnti ſicut a ad c: ſic d ad vnitatem. Rurſus quoniã c ipſam b metitur per eas quæ in e ſunt vnitates/ metitur autem & vnitas ipſum e per eas quæ in eo ſunt vnitates: æque igitur vnitas ipſum e metitur/ & c ipſum b. Eſt igitur per idẽ ſicut c ad b: ſic eſt vnitas ad e. Patuit autem q̃ & ſicut a ad c: ſic d ad vnitatẽ. ex æquali igitur per 22 quinti/ eſt ſicut a ad b: ſic eſt d numerus ad e numerum. Commenſurabiles igitur magnitudines a, b, adinuicem rationem habẽt: quam numerus d ad numerum e. quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

SI fuerint duæ quantitates quarum ſit proportio vnius ad alteram tanq̃ numeri ad numerum: eas duas communicantes eſſe neceſſe eſt. 6



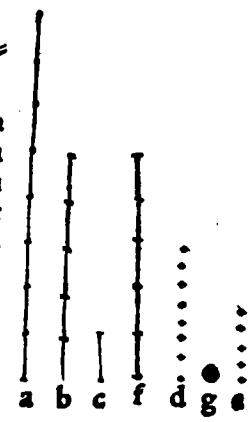
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc eſt conuerſa prioris. Vt ſi ſit a ad b ſicut numerus c ad numerũ d: erunt duæ quãtitates a & b cõmunicantes. Sit enim e toties menſurans b: quoties eſt vnitas in d. & toties menſurans f: quoties vnitas in c. Cum ſit igitur f ad e vt c ad vnitatem/ ac e ad b vt vnitas ad d: erit per æquam proportionalitatem f ad b vt c ad d. quare etiam vt a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti/ f eſt æqualis a cum itaq; e menſuret f: per conceptionem menſurabit a. igitur a & b communicãtes. menſurabat enim & b. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6.

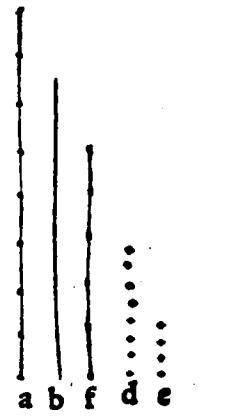
¶ Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quã 6

numerus ad numerum: commenſurabiles erunt ipſę magnitudines.

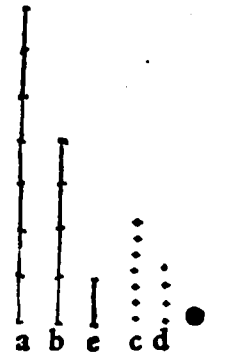
¶THEON ex Zamberto. ¶Binę inquã magnitudines a,b, adinuicem rationem habeant: quam numerus d ad numerum e. Dico q; cõmenſurabiles ſunt ipſæ a,b, magnitudines. Quot enim ſunt in ipſa d vnitates: in tot æquales diuidatur per 9 ſexti ipſa a,& vni earũ æqualis eſto c. Quot autem vnitates ſunt in e: ex totidem magnitudinibus ipſi c æqualibus componatur f. Quoniã igitur quot ſunt vnitates in ipſa d, tot magnitudines ſunt & in ipſa a æquales ipſi c: qualis igitur pars eſt g vnitas ipſius d, talis pars eſt & c ipſius a. eſt igitur ſicut c ad a: ſic g vnitas ad ipſum d. Metitur autem g vnitas ipſum d numerũ. metitur igitur & c ipſum a. Et quoniam eſt ſicut c ad a ſic eſt g vnitas ad numerum d: & contra per correlariũ 4 quinti/ ſicut eſt a ad c, ſic eſt d numerus ad g vnitatẽ. Rurſus quoniam quot vnitates ſunt in e, tot ſunt & in ipſa f æquales magnitudines ipſi c: eſt igitur ſicut c ad f, ſic g vnitas ad e numerũ. Patuit autem & ſicut a ad c: ſic eſt d ad vnitatem g. Ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut a ad f: ſic eſt d ad e. Sed ſicut d ad e ſic eſt a ad b. Igitur per 11 quinti/ & ſicut a ad b: ſic eſt & a ad f. Igitur a: ad vtrãq; ipſarũ b, f, eandẽ habet rationem. æqualis per 9 quinti/ igitur eſt b ipſi f. metitur autem & c ipſum f. metitur igitur & b. ſed & etiam a. Igitur c ipſas a,b, metitur. Cõmenſurabilis igitur eſt a ipſi b. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum: commenſurabiles erũt ipſæ magnitudines. quod erat oſtendendum.



¶COROLLARIVM. ¶Ex hoc proinde manifeſtum eſt/ ſi fuerint bini numeri d,e, & recta linea ſicut a: q; datur & factu eſt poſſibile ſicut numerus ad numerum ſic recta linea ad rectam lineam. Si autem vt ipſarum a, f, media proportionalis ſumpta fuerit/ ſicut b: erit ſicut a ad f, ſic quod ex ipſa a: ad id quod ex ipſa b. hoc eſt ſicut prima a ad tertiam f: ſic quod a prima ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptũ/ per correlariũ 19 ſexti. Sed ſicut a ad f: ſic eſt d numerus ad e numerum: fit igitur ſicut d numerus ad e numerum: ſic quod ex a recta linea ad id quod ex b recta linea.



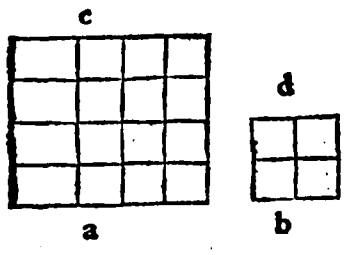
¶ALITER idem oſtendere. ¶Binæ inquã magnitudines a,b, adinuicem rationem habeant: quam numerus c ad numerum d. dico q; ipſę magnitudines ſunt commenſurabiles. Quot enim ſunt in ipſo c vnitates/ in tot æqualia diuidatur a: & vni earum æqualis eſto e. Eſt igitur ſicut vnitas ad c numerum: ſic eſt e ad a. eſt autẽ & ſicut c ad d: ſic a ad b. ex æquali igitur per 22 quinti/ eſt ſicut vnitas ad ipſum d numerum: ſic eſt e ad b. metitur autem vnitas ipſum d. metitur igitur & e ipſum b. metitur aũt & a: quoniam vnitas ipſum c. Igitur e vtramq; ipſarum a,b, metitur. Ipſæ igitur a,b, commenſurabiles ſunt: & e ipſarum communis eſt dimenſio.



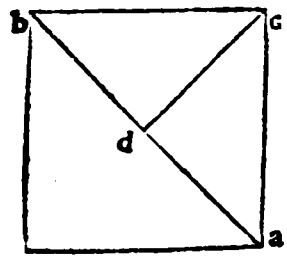
Euclí. ex Camp. Propoſitio 6.

6

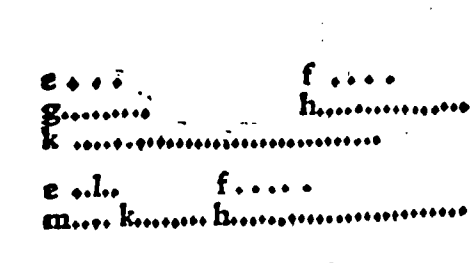
Mnium duarum ſuperficierum quadratarũ quarum latera in longitudine communicant/ eſt proportio vnius ad alteram: tanq; numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Si vero fuerit proportio ſuperficiei quadratę ad ſuperficiẽ quadratã tãq; proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine communicantia. Q; ſi fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiem quadratam/ non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incommenſurabília.



¶CAMPANVS. ¶Sint a & b, duæ lineæ quadratæ: quarum quadrata ſint c & d. Dico q; ſi a & b communicant in longitudine: erit proportio c ad d, ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum. & ecõuerſo. Si autem proportio c ad d non ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: a & b erunt incommenſurabiles in longitudine. & econuerſo. Veruntamẽ iſtud argumentum quartũ non proponit. Primũ patet ſic. Si a & b communicant in longitudine: ipſæ per 5 erũt in proportione duorum numerorum qui ſint e & f, quorum quadrati ſint g & h. Quia ergo eſt c ad d ſicut a ad b proportio duplicata per 18 ſexti: ſequitur vt ſit etiam c ad d ſicut e ad f duplicata. ſed etiam eſt per 11 octaui g ad h vt e ad f. duplicata. ergo c ad d: ſicut g ad h. quod eſt primum. ¶Secundũ ſic. Sit c ad d: ſicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum. dico q; a & b erunt in longitudine communicantes. Cum enim ſit c ad d vt a ad b duplicata per 18 ſexti/ & g ad h per 11 octaui vt e ad f duplicata/ quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f: per 6 igitur ſunt a & b communicãtes. quod eſt ſecundum. Tertium vero patet ex primo: a deſtructione conſequentis. Si militer quartum patet ex ſecundo: a deſtructione conſequentis.



¶CAMPANI annotatio. ¶Ex tertia parte huius: nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtę/ dupla vero proportio non ſit ſicut numerorum quadratorum: ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtę in longitudine. Alioqui cũ quaternarius ſit numerus quadratus: eſſent omnes pariter pares/ quadrati/ et etiã alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens/ ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ: q; impar numerus erit æqualis pari. quod ſic patet. Sit enim diameter a b commenſurabilis lateri a c. erit q; per 5 a b ad a c: ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f: qui ſint minimi in ſua proportione. erit q; ob hoc: alter eorum impar. Si enim vter q; par: non erunt minimi. quadrari quoq; eorum ſint g & h. ſi ergo e eſt impar: erit quoq; ex 30 noni g impar. ſit itaq; k duplus ad h. erit q; k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c vt e ad f: erit per 8 ſexti/ & 11 octaui quadratum a b ad quadratum a c vt g ad h. eſt itaq; g duplus ad h. ſic enim eſt quadratum a b ad quadratum a c per penultimam primi. Et quia etiam k eſt duplus ad h: ſequitur per 9 quinti vt g numerus impar ſit æqualis k numero pari. Quod ſi e ſit par/ & f impar: erit proportio f ad dimidiũ e quod ſit l, ſicut a c ad dimidium a b, quod ſit a d. & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d: ſicut proportio numeri h qui eſt impar per 30 noni ad quadratum numeri l qui ſit m. cui k ponatur eſſe duplus: erit q; k per diffinitionem/ par. At quia quadratum a c eſt duplum ad quadratum a d per penultimam primi: erit h duplus ad m. cum q; k ſit etiam duplus ad m: erit per 9 quinti/ numerus impar b æqualis k numero pari. quod eſt propoſitum.

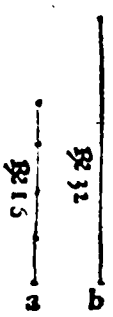


¶Sequentia duo ex Zamberto Theoremata/ in Cãpano nihil reſpondens habent.

Eucli. ex Zamb. Theo. 5. Propo. 7. Conuerſa quintę.

¶Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent: quam numerus ad numerum. 7

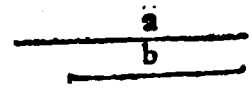
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint incommenſurabiles magnitudines: a, b. Dico q; a ad b, rationem non habet: quam numerus ad numerum. Si enim habet a ad b eam rationem q̃ numerus ad numerum: commenſurabilis erit a ipſi b per 6 decimi. Non eſt autem. igitur a ad b rationem non habet: quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem: quam numerus ad numerum. quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Zamb. Theo. 6. Propo. 8. Conuerſa ſextæ.

¶Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habue- 8

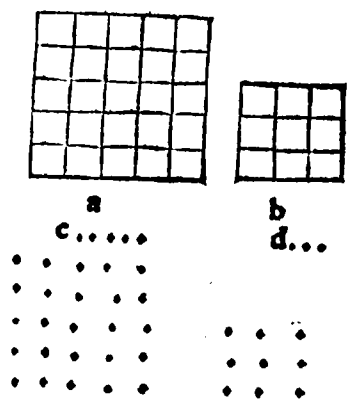
rint quã numerus ad numerum incõmenſurabiles erunt ipſę magnitudines.



¶THEON ex Zamb. ¶Binæ inq̃ magnitudines a,b, adinuicẽ nõ eam habeãt rationem: quam numerus ad numerum. Dico q̃ ipſæ a,b: magnitudines ſunt incommenſurabiles. Si enim cõmenſurabilis eſt a ipſi b: rationem habebit quam numerus ad numerũ per 5 decimi. non habet autẽ. Incõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ a, b, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.

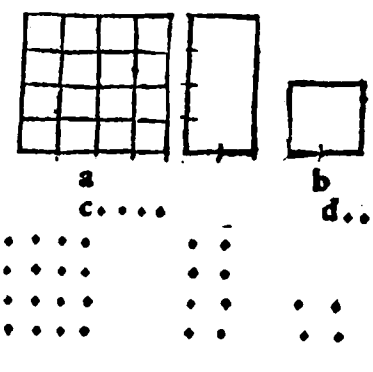
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 ¶A longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Et quadrata adinuicem rationem habẽtia quam quadratus numerus ad quadratum numerũ: latera quoq; habebunt longitudine commenſurabilia. A longitudine vero incommẽſurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem nõ habẽt quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ nõ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ: neq; latera habebunt longitudine commenſurabilia.



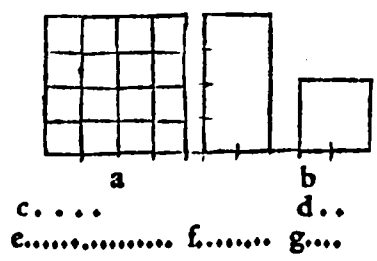
1 ¶THEON ex Zamb. ¶Sint enim a,b: longitudine cõmenſurabiles. Dico q̃ quadratũ quod ex a ad id quod ex b quadratũ rationem habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quoniã enim cõmenſurabilis eſt a ipſi b longitudine: igitur a ad b rationẽ habet quã numerus ad numerũ per 5 decimi. habeat inquã quã c ad d. Quoniã igitur eſt ſicut a ad b ſic eſt c nũerus ad d numerũ: ſed ipſius quidẽ a ad b rationis dupla eſt ipſius a quadrati ad ipſius b quadratũ ratio (ſimiles nãq; figuræ p 19 ſexti & per correlariũ primũ 20 ſexti: in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterũ) ipſius autẽ c numeri ad d numerũ rationis dupla eſt ratio ipſius c quadrati ad ipſius d quadratũ (Binorũ & enim quadratorũ numerorũ per 11 octaui vnus medius proportionalis eſt numerus: & quadratus ad quadratũ duplam rationẽ habet quã latus ad latus): eſt igitur ſicut quadratũ quod ex a ad quadratũ quod ex b, ſic qui ex c numero quadratus numerus ad eum qui ex d numero quadratum numerum.

¶ALITER idem demonſtrare. Quoniam enim cõmenſurabilis eſt a ipſi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. habeat autem quã c ad d. et c ſeipſum multiplicans: efficiat e: ipſum autem d multiplicans: efficiat ipſum f. at d ſeipſum multiplicans: efficiat ipſum g. Quoniam igitur c ſe ipſum multiplicãs ipſum efficit e, at multiplicans ipſũ d fecit ipſum f: eſt igitur per 17 ſeptimi ſicut c ad d hoc eſt ſicut a ad b, ſic eſt e ad f. Sed ſicut a ad b: ſic id quod fit ex a ad id quod fit ſub a,b, per 1 ſexti. Eſt igitur ſicut quod ex a ad id quod fit ſub a,b: ſic e ad f. Rurſus quoniã c ipſum d multiplicãs ipſum efficit f, d autẽ ſeipſum multiplicãs ipſum efficit g: eſt igitur per 17 ſeptimi ſicut c ad d hoc eſt a ad b, ſic eſt f ad g. Sed ſicut a ad b: ſic eſt quod fit ſub a,b, ad id quod fit ex b. eſt igitur ſicut quod fit ſub a,b, ad id quod fit ex b: ſic eſt f ad g. Sed ſicut quod fit ex a ad id quod fit ſub a,b: ſic e ad f. ex æquali igitur per 22 quinti ſicut quod ex a ad id quod ex b. ſic eſt e ad g. eſt autẽ vterq; ipſorum e, g: quadratus. e quidẽ ab ipſo erat g, eſt ab ipſo d. Quod igitur ex a ad id quod ex b: eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. quod oportebat demonſtrare.



2 ¶Sed iã eſto ſicut quadratus qui ex a ad eũ qui ex b: ſic qui ex c quadratus ad eumqui ex d quadratum. Dico q̃ a ipſi b commenſurabilis eſt longitudine. Quoniam enim eſt ſicut quadratus qui ex a ad eũ quadratum qui ex b ſic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum / ſed ipſius quidem quadrati qui ex a ad eum qui ex b dupla ratio eſt q̃ ea q̃ eſt ipſius a ad b, quadrati autẽ qui ex c numero ad eum qui ex d numero quadratum per vndecimam octaui ratio

dupla eſt ea ratione quę eſt ipſius c numeri ad ipſum d numerum: eſt igitur ſicut a ab b, ſic eſt c numerus ad d numerum. Igitur a ad b eam habet rationē quam c numerus ad d numerum. Commenſurabilis eſt igitur per ſextam decimi/a: ipſi b longitudine.



¶ALITER idem demonſtrare. ¶Sed habeat iā quod ex a ad id quod ex b: eam rationem quam quadratus numerus e ad quadratum numerum g. Dico quod commenſurabilis eſt a ipſi b. Sit inquam ipſius e, latus c: ipſius autem g, ſit d. & c ipſum d multiplicans: ipſum efficiat f. Ipſi igitur e, f, g, continue ſunt proportionales: in ea quę eſt ipſius c ad d ratione/ per decimam ſeptimā & decimam octauam ſeptimi. Et quoniam eorū quę ex a, & b, hoc eſt ipſorū e, g, medium proportionale eſt id quod ſub a, b, per decimā ſeptimam ſexti hoc eſt ipſum f: eſt igitur ſicut quod ex a ad id quod ſub a, b, ſic e ad f, ſicut autem quod ſub a, b, ad id quod ex b: ſic f ad g. Sed ſicut quod ex a ad id quod ſub a, b: ſic eſt a ad b. Igitur a & b: commenſurabiles ſunt. rationem etenim habent: quam numerus e ad numerum f. hoc eſt c ad d. Quod oportebat demonſtrare.

¶Sed iam incommenſurabilis eſto a ipſi b longitudine. Dico q̄ quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b eam nō habet rationem: quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratus qui ex a ad eū quadratum qui ex b, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerū quadratum: commenſurabilis erit a ipſi b. non eſt autem. Igitur quadratus qui ex a ad eum quadratum qui ex b, per præcedentem/ eam nō habet rationem: quā quadratus numerus ad quadratum numerum.

a ℞.18. b ℞ 9

¶Rurſus quadratum quod ex a ad id quadratum quod ex b rationem non habeat: quam numerus quadratus ad numerum quadratum. Dico q̄ incommenſurabilis eſt a: ipſi b longitudine. Si autē fuerit commenſurabilis a ipſi b: quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum: non habet autem. Igitur commēſurabilis non eſt a ipſi b longitudine. Incommenſurabilis igitur eſt a: ipſi b longitudine. A longitudine commenſurabilibus igitur quadrata: & quæ ſequūtur reliqua. quod demonſtraſſe oportuit. 4

¶CORRELARIVM. ¶Et manifeſtū eſt ex his/ q̄ longitudine commenſurabiles rectę lineę: omnino ſunt potentia. quæ autem potentia: non omnino longitudine. longitudine vero incommenſurabiles: non omnino potentia. quæ autem potentia: omnino & longitudine. ¶Quoniam enim ex longitudine commenſurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerū/ at quę rationem habent quam numerus ad numerum commenſurabilia ſunt per 6 decimi: longitudine igitur commenſurabiles rectæ lineæ/ non ſolum longitudine ſunt commenſurabiles ſed & potētia. Rurſus quoniā quæcunq; quadrata rationem habent quā numerus ad numerum cō menſurabilia ſunt per 6 decimi/ at quatenus rationem habēt quā quadratus numerus ad numerū quadratum eorum latera lōgitudine cōmēſurabilia ſunt: quæcunq; igitur quadrata rationem habentia non quidem quā quadratus numerus ad quadratū numerū ſed ſimpliciter quā aliquis numerus ad numerū/ commenſurabilia potentia quidē habent latera non autem & lōgitudine. Quare longitudine quidē cōmenſurabiles rectę lineæ: omnino & potentia. q̄ autē potentia: non omnino lōgitudine/ niſi rationem habuerint eorū quadrata quā quadratus numerus ad quadratū numerū. ¶Dico iam q̄ & quę longitudine incōmnſurabiles: non omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commēſurabilia: poſſunt rationē habere nō quidē quā quadratus ad quadratū/ ſed ſimpliciter quā aliqs nūerus ad numerū. & ob id potētia cōmēſurabilia latera habebūt: & lōgitudine incōmenſurabilia. Quare quę lōgitudine incōmēſurabiles rectæ lineæ: nō omnino & potētia. Sed lōgitudie exiſtētes incōmēſurabiles poſſūt & potētia eſſe incōmēſurabiles: ſi eorū quadrata ſūt icōmēſurabilia.

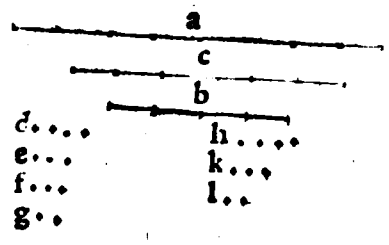
Quæ autem potentia incommenſurabiles: omnino & lõgitudine incõmenſurabiles. Si enim longitudine cõmenſurabiles fuerint: erũt quoq; & potentia cõmẽſurabiles. Supponũtur autẽ & incõmenſurabiles: quod eſt abſurdũ. Quę igitur potentia incommenſurabiles; omnino & longitudine.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 8.

8 SI fuerint duæ quantitates vní quantitati communicantes: ipſas quoq; inuicem commenſurabiles eſſe neceſſe eſt.

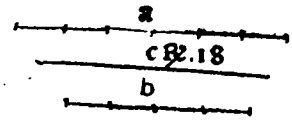
Zamb. 12

¶CAMPANVS. ¶Sit vtraq; duarum quantitatum a & b: comunicãs quantitati c. dico a & b eſſe cõmenſurabiles. Eſt enim per 5/a ad c: ſicut numerus ad numerum. ſimiliter quoq; per eandem/c ad b: ſicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus d ad numerum e, ſicut a ad c: numeruſq; f ad numerum g, ſicut c ad b. At proportiones quæ ſunt d ad e & f ad g: continentur in tribus terminis qui ſunt h, k, l, vt docet 4. octaui. eritq; per æquam proportionalitatẽ/a ad b: ſicut h numerus ad l numerum. per 6 igitur ſunt a & b: communicantes. quod eſt propoſitum.



¶CAMPANI additio. ¶Ex hac quoq; ſequitur/q; ſi fuerint duæ quantitates ſibi inuicem communicãtes: cuicũq; vna earum communicat/& reliqua. & cuicũq; vna non communicat: nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ ſit c, cũ qua communicet a. dico q; b communicabit cum eadem. quod ex hac octaua patet: cum vtrumq; earum communicet cum a, ex hypotheſi. ¶Q; ſi iterum a & b ſint communicantes vt prius: ponatur c quælibet quantitas cum qua nõ communicet a. dico q; b non communicabit cũ eadem. Si enim c communicaret cũ b: quum a. quoq; per hypotheſin cõmunicet cũ eodem b, eſſent per hanc octauam a & c communicantes. ſed poſitum erat/q; non eſſent. Quare conſtat quod diximus.

Zamb. 13

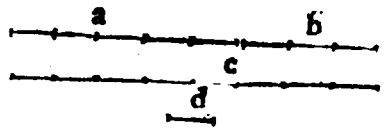


Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI fuerint duæ quantitates communicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earum erit communicans. Si vero fuerit totum vtriq; commenſurabile: erunt ambę cõmenſurabiles.

Zamb. 15

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quãtitates a & b cõmenſurabiles. dico totum ex eis compoſitum quod ſit c: vtriq; earum eſſe commenſurabile. & ecõuerſo. Adhuc quoq; ſi totum ex eis compoſitum vni earum communicet: dico q; cõmunicabit alteri/& ipſæ ſimiliter inter ſe etiã cõmunicabunt. Idem quoq; in contrario. ſi enim a & b ſint incommunicantes: dico q; c vtriq; earum erit incommunicans. & econuerſo/ſi c alteri earum ſit incommunicans: erit qnoq; incõmunicans & alteri/& ipſæ etiam inter ſe. Sint itaq; primum a & b communicantes: ſitq; earum communis menſura d. quę cum vtramq; earũ numeret: per conceptionem ſimilem antepenultimæ ſeptimi/numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit vtriq; earum ſcilicet a & b. Econuerſo quoq; ſi c cõmunicet vtriq; earum: ſit omnium communis menſura d. conſtat itaq; per diffinitionem/a & b communicantes eſſe. Sed communicet c cum altera earũ quæ ſit a. dico q; communicabit cum b: & a etiam & b cõmunicabũt adinuicem. ſit enim d communiter menſurans c & a. Quia igitur d menſurat totum & detractum: per cõceptionem ipſa menſurabit reſiduum videlicet b. per diffinitionem ergo/& c communicat cũ b: & a communicat quoq; cũ b.



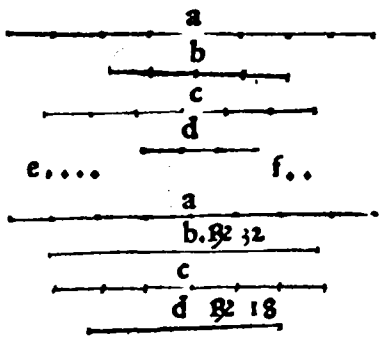
¶CAMPANI additio. ¶Si autem a & b ſint incommunicantes: erit c incommunicans vtriq; earũ. Si enim cũ vtraq; ſeu etiam cum altera earũ communicaret: & ipſæ cõmunicarent adinuicem. quod eſt cõtra hypotheſin. Similiter quoq; econuerſo ſic eſt incommunicans vtriq; earum ſeu etiam alteri earũ: erit quoq; incommunicans reliquæ/& ipſæ inter ſe. quod palam eſt ex prædemonſtratis: a deſtructione conſequentis.

Zamb. 16.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

Zamb.11. OMnium quatuor quãtitatũ proportionalium si fuerit prima cõmunicãs secundę: tertia quoq; erit communicans quartæ. Si vero prima incõmẽsurabilis fuerit secũdæ: tertia quoq; incõmensurabilis erit quartæ. 10

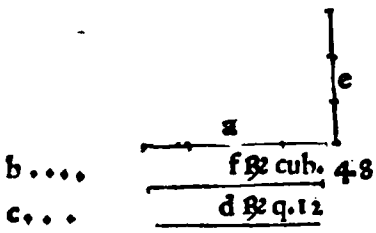
¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor quãtitates proportionales: a, b, c, d. dico q; si a cõmunicat cũ b: c quoq; cõmunicabit cũ d. q; si a est incommẽsurabilis b: c quoq; erit incõmẽsurabilis d. Et si a cõmunicat cũ b in potentia tãtũ: c quoq; cõmunicabit cũ d in potentia tantũ. verũtamen illud non proponit author quia facile patet ex demõstratione priorũ. Si enim a cõmunicat cũ b: erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerũ. sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothesin a ad b sicut c ad d: erit c ad d, sicut numerus e ad numerũ f. per 6 igit̃ est c cõmunicãs cũ d. quod est primũ. ¶Secũdũ patet ex primo: a destructiõe consequẽtis. Si enim a est incõmensurabilis b: oportet c esse incõmensurabilẽ d. nã si esset ei commẽsurabilis: cũ sit vt c ad d sic a ad b per hypothesin / esset per primã partẽ a cõmunicãs cũ b. sed nõ erat. Quare constat totũ quod ꝓponit author. Quod autẽ adiũximus / videlicet q; si a cõmunicat cũ b in potẽtia tantũ / c communicat cũ d in potẽtia tãtũ: sic patet. Cũ enim a nõ cõmunicet cũ b in longitudine: nec c quoq; ex parte secũda huius / cõmunicabit cũ d in longitudine. At vero cũ quadratũ a communicet cũ quadrato b ex hypothesi: erit p 5 / quadratũ lineæ a ad quadratũ lineæ b, sicut numerus ad numerũ qui sint e & f. Et quia quadratũ c ad quadratũ d sicut quadratũ a ad quadratũ b: erit etiã quadratũ c ad quadratũ d, sicut nũerus e ad numerũ f. per 6 igit̃ / c & d: communicant in potẽtia. & quia nõ cõmunicãt in longitudine: constat propositum.



Eucli. ex Camp. Propositio. 11.

Zamb.14. PRoposita qualibet recta linea: duas ei incõmẽsurabiles alteram in longitudine tantũ / alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire. 11

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a proposita. volo duas lineas repire: quarũ vna cõmunicet cũ a in potẽtia tãtũ / altera vero sit incõmẽsurabilis ei in lõgitudine & i potẽtia. Sumo itaq; duos nũeros nequaq̃ se habẽtes in ꝓportiõe aliquotũ nũerorũ quadratorũ: sintq; hi b & c. quos facile est sumere: cũ quilibet quadratꝰ nũerꝰ ad quẽlibet nõ quadratũ eã habeat proportionẽ quã nequaq̃ habẽt aliqui nũeri quadrati / cõfirmãte hęc 22 octaui. Duobꝰ talibus nũeris sũptis / inuenio lineã d: ad cuius quadratũ se habeat quadratũ lineæ a, sicut numerus b ad numerũ c. Hãc autẽ lineã ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot sũt vnitates in nũero b: quod facile facio adiuuãte 11 vel 12 sexti. dehinc sup extremitatẽ lineę a, erigo lineã e ꝓpẽdiculariter: i qua toties cõtineat vna ex partibꝰ a, quoties vnitas est in c. Quia igit̃ ex prima sexti ꝓportio quadrati lineæ a ad supficiem q̃ fit ex a i e est sicut a ad e, & ideo sicut nũeri b ad nũerũ c: ponat̃ d medio loco ꝓportionalis iter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tũc p primã partẽ 6 eiusdẽ quadratũ d erit ęquale supficiei ꝓductæ ex a in e: erit proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineę d sicut nũeri b ad nũerũ c. quare a & d: sũt commẽsurabiles in potẽtia / ex diffinitione. & per vltimã partẽ: ipse sũt icommẽsurabiles in lõgitudine. repta est itaq; d prima linea: quã propositũ erat inquirere. Alterã sic reperio. Interpono vt docet 9 sexti: lineã f medio loco proportionalẽ iter a & d, eritq; p correlariũ 17 sexti quadratũ a ad quadratũ f: sicut a ad d. itaq; p secũdã partẽ 10: quadratũ a est icommẽsurabile quadrato f. igit̃ linea f est incommẽsurabilis lineæ a in potẽtia. quare & in longitudine. est itaq; f secũda linea quam propositũ erat reperire. Et sic patet propositũ.

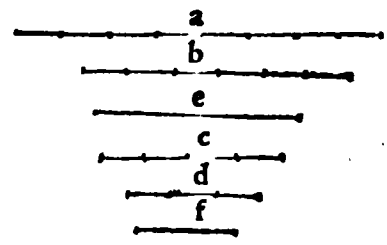


Eucli. ex Camp. Propositio 12.

Zamb.17 OMnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ comunicantis sibi in longitudine: necesse est tertiã quoq; tãto amplius posse quarta / quan-

tum eſt qudratum alicuius lineę comunicantis ſibi in longitudine. Qꝛ ſi fuerit prima potentior ſecunda quadrato alicuius lineę incommenſurabilis ſibi in lōgitudine: erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineę ſibi incommenſurabilis in longitudine.

¶CAMPANVS. ¶Sit quatuor lineę proportiōales a,b,c,d: ſitq; a maior b,& c maior d. ſit quoq; a potentior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f. dico q; ſi a cōmunicet e in longitudine: c quoq; cōmunicabit f in lōgitudine. q; ſi a nō cōmunicat e in lōgitudine: nec c cōmunicabit f in lōgitudine. Qꝛ & ſi a cōmunicat e in potētia tātū: c quoq; cōmunicabit f in potētia tātū. Verūtamē iſtud vltimū nō ꝓponit author: ga facile patet ex priorū demōſtratiōe. Cū ſit em̄ proportio a ad b ſicut c ad d: erit quadratū a ad quadratum b, ſicut quadrati c ad quadratū d. Et quia quadratum a eſt quale quadratis duarum linearum b & e, ſimiliter quadratum c quadratis duarum linearum d & f: erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, ſicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo diſiunctim erit quadratum b ad quadratum e: ſicut quadratum d ad quadratum f. ergo b ad e ſicut d ad f. item per eq̄ proportionalitatem erit a ad e: ſicut c ad f. ergo per primam partem decimę cōſtat prima pars huius: & per ſecundam ſecunda/& per tertiam ibi adiunctam: tertia hic adiuncta.



¶Quinq; præcedentes propoſitiones ex Campano cū ſuis additionibus: ſequētibus ſeptem ex Zamberto cū ſibi præmiſſis lēmatibus hoc ordine reſpondēt. Octaua apud Campanum cum additione: duodecimę & decimętertiæ ex Zamberto propoſitionibus reſpōdet. Nona apud Campanū cum additione: decimæquintæ & decimęſextæ ex Zamberto propoſitionibus. Decima autem & vndecima apud Campanum: decimę & vndecimę ex Zamberto propoſitionibus præpoſtero reſpondēt ordine. Duodecima vero apud Cāpanum: decimæquartæ ex Zamberto propoſitioni reſpondet.

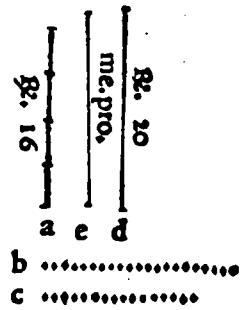
¶THEON. Lemma.

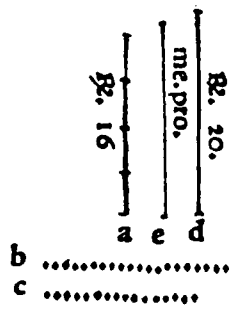
¶Quoniam autem oſtēſum eſt in arithmeticis ex 26 octaui q; ſimiles plani numeri adinuicem rationem habēt quam quadratus numerus ad quadratum numerum/& q; ſi bini numeri adinuicem rationē habuerint quā quadratus numerus ad quadratum numerum ſimiles ſūt ipſi plani numeri per 24. eiuſdem: manifeſtum ex his q; diſſimiles plani numeri hoc eſt latera proportionalia non habentes/adinuicem rationem non habent quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt: ſimiles ipſi plani erunt. quod quidem non ſupponitur. Diſſimiles igitur plani numeri adinuicem rationem non habent: quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 10.

10 ¶Propoſitæ rectæ lineę binas rectas incommenſurabiles inuenire lineas: alteram quidem longitudine tantum: alterā autem & potentia.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit propoſita recta linea a. oportet iā ipſi a, binas rectas inuenire incōmēſurabiles: alterā quidē lōgitudine tātū/alterā autē & potētia. Ponātur bini numeri b,c, adiuicē rationē nō habētes quā quadratus numerus ad quadratū numerū: hoc eſt nō ſimiles plani (ſimilesnā q; plani per 26 octaui adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratū numerum) & fiat ſicut b ad c: ſic quod ex a quadrato ad id qd̄ ex d quadratū. cōmēſurabile igitur eſt qd̄ ex a: ei qd̄ ex d. cōmēſurabilis igitur potētia eſt a ipſi d. & quoniā b ad c rationē nō habet quam

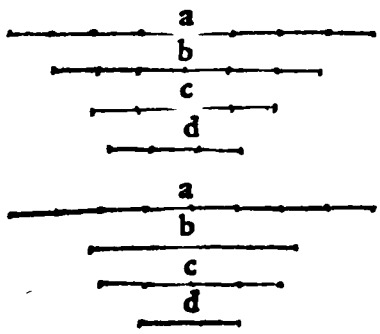




quadratus numerus ad quadratum numerum: neq; igitur quod ex a ad id quod ex d rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommēſurabilis igitur eſt per 9 decimi a ipſi d:lōgitudine. Capiatur per 13 ſexti/ipſarum a,d. media proportionalis e. eſt igitur ſicut a ad d:ſic quod ex a quadratum ad id quod ex e. Incommenſurabilis autem eſt a:ipſi d longitudine. incommēſurabile igitur eſt & id quod ex a quadratum:ei quod ex e quadrato. Incommenſurabilis igitur eſt a ipſi e:potētia. Propoſitæ igitur rectæ lineæ a, inuentæ ſunt binæ rectæ lineæ incommenſurabiles:longitudine inquam tantum ipſa d,at e potentia & longitudine. Propoſitæ igitur rectæ lineæ rationali/a qua diximus menſuras capi/ſicut eſt ipſi a:inuēta eſt tantū potentia cōmēſurabilis d, hoc eſt rationalis/potentia tantum commenſurabilis. irrationalis autem e. irrationales enim in vniuerſum appellat:longitudine & potentia ipſi rationali incommenſurabiles.

Eucli.ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 11.

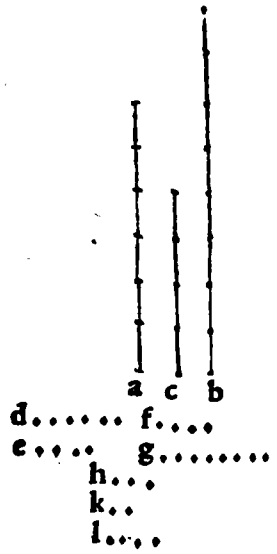
¶Si quatuor magnitudines proportionales fuerint/ prima autē ſecundæ fuerit commēſurabilis:& tertia quartæ commenſurabilis erit.& ſi prima ſecundæ incommēſurabilis fuerit:& tertia quartæ incommenſurabilis erit. 11



¶THEON ex Zāberto. ¶Sint quatuor magnitudines proportionales a,b,c,d, ſicut a ad b,ſic c ad d:ſit autem a ipſi b commenſurabilis. Dico q; & c ipſi d eſt commenſurabilis. Quoniam enim commenſurabilis eſt a ipſi b:rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. Eſtq; ſicut a ad b:ſic c ad d. Igitur & c ad d eam habet rationem:quā numerus ad numerum. Commenſurabilis igitur eſt c ipſi d. ¶Sed iam a ipſi b incōmēſurabilis eſto. Dico q; & c ipſi d eſt incōmēſurabilis. Quoniā enī incōmenſurabilis eſt a ipſi b:igitur per 7 quinti/a ad b eam nō habet rationē quā numerus ad numerū. & eſt ſicut a ad b: ſic c ad d. Igitur per 8 decimi/c ad d eam nō habet rationem quam numerus ad numerum. Incommenſurabilis eſt igitur c ipſi d. Si quatuor igitur magnitudines: & quæ ſequuntur reliqua. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli.ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 12.

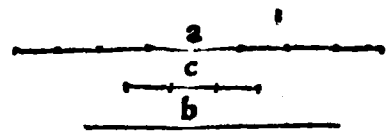
¶Quæ eidem magnitudini commenſurabiles: & adinuicem ſunt commenſurabiles. 12



¶THEON ex Zamberto. ¶Vtraq; enim ipſarū a,b:ipſi c ſit commenſurabilis. Dico q; & a ipſi b eſt commenſurabilis. Quoniam enim commenſurabilis eſt a ipſi c:igitur per 5 decimi/a ad c eam habet rationem quam numerus ad numerum. habeat quam d ad e. Rurſus quoniam commenſurabilis eſt c ipſi b:igitur per eādem c ad b eam habet rationem quam numerus ad numerū. habeat autem quam f ad g. Et rationibus datis quibuſcunq;/ea ſcilicet quam habet d ad e,& f ad g, capiantur per 4 octaui numeri continue proportionales in datis rationibus: ſintq; h,k,l,ſicut a ad e ſic h ad k, ſicutq; f ad g ſic k ad l. Quoniam igitur eſt ſicut a ad c ſic d ad e, ſed ſicut d ad e ſic h ad k:eſt igitur per 11 quinti ſicut a ad c ſic eſt h ad k. Rurſus quoniam eſt ſicut c ad b ſic f ad g, ſed ſicut f ad g ſic k ad l:& ſicut igitur c ad b ſic k ad l. eſt autem & ſicut a ad c ſic eſt h ad k. ex æquali igitur per 22 quinti/eſt ſicut a ad b:ſic eſt h ad l. Igitur a ad b rationē habet:quā numerus h ad numerum l. Commēſurabilis eſt igitur p 6 decimi a ipſi b. Quæ eidem igitur magnitudini cō mēſurabiles:& adinuicē ſūt cōmēſurabiles. Quod oportuit demōſtraſſe.

¶THEON. ¶Lemma.

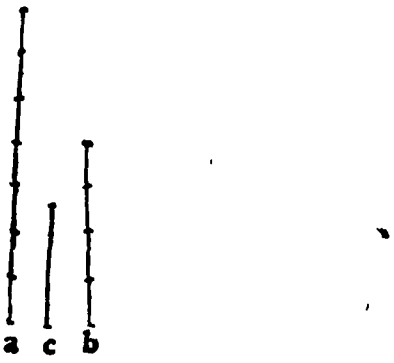
¶Si fuerint binæ magnitudines/& altera quidem commenſurabilis fuerit eidem/altera vero incommenſurabilis:incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.



¶Sint enim binę magnitudines a,b,& alia quidem c:& a ipſi quidem c eſto commẽſurabilis/at b ipſi c eſto incommenſurabilis. Dico ꝙ & a: ipſi b eſt incommenſurabilis. Si enim commenſurabilis eſt a ipſi b, eſt quoq; & c ipſi a:& c igitur per 12 decimi/ipſi b eſt cõmenſurabilis. quod non ſupponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 13.

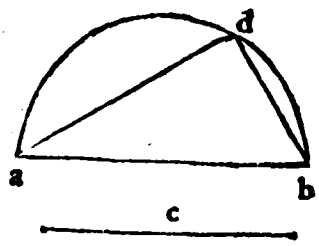
13 ¶Si binæ magnitudines commenſurabiles fuerint/alteraq; earum magnitudini alicui incommenſurabilis fuerit:& reliqua eidem incommenſurabilis erit.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ magnitudines commẽſurabiles a,b: earumq; altera videlicet a, alicui hoc eſt c ſit incommẽſurabilis. Dico q; & reliqua b: ipſi c incõmenſurabilis eſt. Si enim cõmẽſurabilis eſt b ipſa c, iã a ipſi b cõmenſurabilis eſt: et a igit̃ p 12 decimi ipſi c cõmẽſurabilis eſt. quod eſt impoſſibile. Igitur b & c ſũt incõmẽſurabiles. Si binæ igitur magnitudines commenſurabiles fuerint:& quæ ſequũtur reliqua. quod erat oſtendendum.

¶THEON. ¶Lemma.

¶Duabus datis rectis lineis inæqualibus: inuenire cui maius poteſt maior minore.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ datæ inęquales rectę lineæ a b, c: quarum maior ſit a b. oportet iam inuenire cui maius/a b poſſit ipſa c. Deſcribatur ſuper a b, ſemicirculus a d b:& in ipſo per 1 quarti coaptetur ipſi c æqualis a d. connectaturq; d b. manifeſtum eſt iam q; angulus a d b rectus eſt:& q; a b ipſa a d hoc eſt ipſa c maius poteſt ipſi d b. ¶Similiter autem & duabus datis rectis lineis: potens ipſas ſic inueniſe tur. Sint datæ binæ rectæ lineæ a d, d b: oporteatq; inuenire potentem ipſas. Ponatur enim/vt a d, d b, compræhendant rectum angulum: connectaturq; a b. Manifeſtum rurſus eſt per 47 primi: q; eſt ipſa a b.

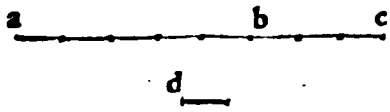
Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 14.

14 ¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint/potueritq; prima ſecunda maius eo quod fit ab eidem longitudine cõmenſurabili:& tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commenſurabili. Et ſi prima ſecunda maius potuerit eo quod fit ab incommenſurabili eidem longitudine:& tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommenſurabili.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor rectæ lineę proportionales a, b, c, d: ſicut a ad b ſic c ad d.& a quidem ipſa b maius poſſit eo quod fit ex e. c vero ipſa d: eo qđ fit ex f. Dico q; ſi a ipſi e eſt cõmenſurabilis: cõmenſurabilis eſt quoq; c ipſi f. ſed ſi a ipſi e incõmenſurabilis eſt: incommenſurabilis eſt quoq; c ipſi f. Quoniam enim eſt ſicut a ad b, ſic eſt c ad d: eſt igitur ſicut id quod ex a ad id quod ex b, ſic eſt id quod ex c ad id quod ex d: Sed eigdẽ quod fit ex a: æqua ſunt ea quæ fiũt ex e, b. ei autem quod fit ex c: æqua ſunt ea quæ fiunt ex d, f: Igitur per 9 quinti ſicut quę ex e, b, ad id quod ex b: ſic quæ ex d, f, ad id quod ex d. Manifeſtũ igitur eſt per 17 quinti/q; ſicut quod ex e ad id quod ex b: ſic eſt id quod ex f ad id quod fit ex d. Eſt igitur & ſicut e ad b: ſic eſt f ad d. Cõuerſim igitur eſt per 22 ſexti:& correlariũ 4 quinti/ſicut b ad e: ſic eſt d ad f. eſt autem & ſicut a ad b: ſic eſt c ad d. ex æquali igitur per 22 quinti/eſt ſicut a ad e ſic eſt c ad f. Si igitur cõmenſurabilis eſt a ipſi e, cõmenſurabilis eſt quoq; per 11 decimi c ipſi f: ſi vero incõmenſurabilis eſt a ipſi e, incommenſurabilis eſt c ipſi f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales:& quæ ſequuntur reliqua. quod erat demonſtrandum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 15.

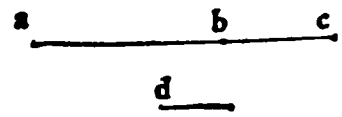
¶Si binæ magnitudines commenſurabiles/ compoſitæ fue- 15
rint: & tota vtriq; ipſarum commenſurabilis erit. Et ſi tota vni earum commenſurabilis fuerit: & quæ in principio magnitudines/commenſurabiles erunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Componãtur binæ magnitudines cõmenſurabiles a b, b c. Dico q; tota a c vtriq; ipſarum a b, b c, commenſurabilis eſt. Quoniam enim cõmenſurabiles ſunt ipſæ a b, b c: ipſas aliqua magnitudo metietur per primam diffinitionem decimi. metiatur: & ſit d. Quoniam igitur d ipſas a b, b c, metitur: & totum a c metietur. metitur autem & ipſas a b, b c. igitur d: ipſas a b, b c, & a c metietur. Cõmenſurabilis igitur eſt per 12 decimi/a c: vtriq; ipſarum a b, b c. ¶Sed iã a c vni ipſarum a b, b c, ſit commenſurabilis: ſitq; ipſi a b. Dico q; a b, b c, commenſurabiles ſunt. Quoniam enim cõmenſurabiles ſunt a b & a c: metietur eas per primam diffinitionem decimi/aliqua magnitudo. metiatur: & eſto d. Quoniam igitur d ipſas a c & a b metitur: & reliquã igitur metietur b c. metitur autem & a b. igitur d: ipſas a b, b c, metietur. Cõmenſurabiles igitur ſunt: a b & b c. Si binæ igitur magnitudines: & reliqua quæ ſequuntur. quod oportebat demonſtrare.

Eucli.ex Zamb. Theo. 13. Propo. 16. præcedẽtis cõuerſa.

¶Si binæ magnitudines incommenſurabiles compoſitæ fue- 16
rint: & tota vtriq; ipſarum incommenſurabilis erit. Et ſi tota vni ipſarum incommenſurabilis fuerit: & quæ in principio magnitudines/incommenſurabiles erunt



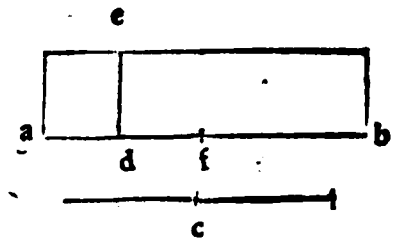
¶THEON ex Zamberto. ¶Componantur enĩ binæ magnitudines incõmenſurabiles: a b, b c. Dico q; tota a c: vtriq; ipſarum a b, b c, incõmenſurabilis eſt. Si enim c a & a b incõmenſurabiles non ſunt: ipſas aliqua metietur magnitudo per 1 diffinitionẽ decimi. metiatur ſi eſt poſſibile: ſitq; d. Quoniam igitur d ipſas c a & a b metitur: & reliquã b c metietur. metitur autem & a b. igitur d: ipſas a b & b c metietur. Commenſurabiles igitur per 1 diffinitionẽ decimi/ſunt ipſæ a b, b c. Supponũtur autem q; & incõmẽſurabiles. qd eſt ipoſſibile. Ipſas igitur a b & a c: aliqua magnitudo nõ metietur. Incõmenſurabiles ſũt ipſæ c a et a b. Similiter iã demõſtrabimus: q; & ipſæ a c et c b incõmẽſurabiles ſũt. ¶Sed iam ipſa a c, vni ipſarum a b & b c incommenſurabilis eſto: & primum ipſi a b. Dico q; & ipſæ a b, b c, incommenſurabiles ſunt. Si enim ſunt cõmenſurabiles: metietur eas aliqua magnitudo per eãdem. metiatur: ſitq; d. Quoniã igitur d ipſas a b & b c metitur: & totam igitur a c metietur. metitur autẽ & a b. Igitur d: ipſas c a & a b metitur. Commenſurabiles igitur ſunt ipſæ c a & a b. Suppoſitæ vero ſunt q; & incõmenſurabiles. quod eſt impoſſibile. Ipſas igitur a b & b c: aliqua magnitudo non metietur. Incommẽſurabiles igitur ſunt ipſæ a b & b c. Similiter iam demonſtrabitur q; ipſa a c reliquæ b c incommenſurabilis eſt. Si binæ igitur magnitudines: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.

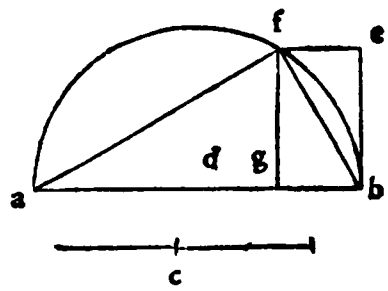
Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorẽ 13
in duo communicantia diuidat ſuperficies ſibi adiuncta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ/cui adiunctę ſuperficiei deſit ad complẽdam totam lineam ſuperficies quadrata: neceſſe eſt ipſam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius poſſe/quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si vero longior fuerit potentior breuiori/augmẽ

to quadrati lineæ communicantis ſibi in lõgitudine/eiq; adiungatur ſuperficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ/cui deſit quadrata ſuperficies:ſuperficiem ſibi adiũctam/eandem lineam longiorem in duas portiones commẽſurabiles diuidere neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ inæquales a b & c: maior a b.& adiungatur ad lineam a b,quarta pars quadrati lineæ c:ita q; deſit ad complendam lineam a b,ſuperficies quadrata. hoc enim eſt poſſibile per 27 ſexti.Qđ facile fiet hoc modo.Diuidatur a b in duas lineas a d & d b. ita q; inter eas cadat medietas lineæ c,continue proportionalis. Hoc autem qualiter fiat:in fine demonſtrationis huius docebitur.Eritq; ex 16 ſexti/ſuperficies b d in d a quæ ſit b e:æqualis quadrato medietatis lineæ c.quare ex 4. ſecũdi erit eadẽ ſubquadrupla quadrati lineæ c.deeſt quoq; ad complendam lineam a b,ſuperficies quadrata:cum & a d ſit æqualis d e.Dico itaq; q; ſi ſuperficies b e diuidat lineam a b in duo cõmunicãtia:erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ ſecum communicantis in longitudine.& econuerſo.Cum enim ſit linea a b maior linea c:non erit a d æqualis d b.ſic enim:eſſet ſuperficies d e,quadrata.& quia ipſa eſt æqualis quadrato medietatis lineæ c: eſſet a d æqualis medietati c,& tota a b toti c.quod eſt contra hypotheſin.Non eſt igitur a d æqualis d b.Itaq; de maiori earum quæ ſit d b,abſcindatur d f æqualis a d.eritq; per 8 ſecundi quadratum totius a b:æquale ijs quæ ſunt ex d b in d a quater & quadrato f b.quare linea a b,erit potentior linea c in quadrato lineæ f b.quã neceſſe eſt cõmunicari toti a b:ſi linea a d eſt cõmunicans lineæ d b.ſi enim hoc fuerit:erit d b cõmunicans d f eius æquali. quare per 9/b f cõmunicat cum t d.& ideo toti a d.& propter hoc cum tota a f.igitur & cum tota a b.Sicq; patet primum.¶Conuerſum huius ſic patet.Sit a b potentior c in linea f b quæ cõmunicet cum eo in longitudine. Dico tũc q; quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b,ita q; deſit ſuperficies quadrata;diuidet lineam a b in duo cõmunicantia.Diuidatur enim f a per æqualia in d.& fiat ſuperficies b e ex d b in d a & deerit ad complendam lineam a b:ſuperficies quadrata.eritq; per 8 ſecundi:quadratum a b æquale quadruplo ſuperficiei b e cum quadrato f b.igitur quadruplum ſuperficiei b e eſt æquale quadrato c:cum ſuperficies d e ſit æqualis quartæ parti quadrati c.Dico igitur q; d b eſt cõmunicans cũ a d:cum ſit f b cõmunicans cũ a b.Si enim hoc fuerit vt q; a d ſit cõmunicans cum a b:erit etiam cõmunicans cum a f.per 9.quare & cum a d. ſed & cum d f.itaq; & d b eſt cõmunicans cum a d.quod eſt ſecundum. ¶NVNC autẽ monſtrandũ eſt qualiter linea a b(cum ipſa poſita fuerit maior linea c) poſſit ſic diuidi vt inter partes eius cadat medietas lineæ c,continue proportionalis.Cum enĩ ſic fuerit diuiſa:ſuperficies quæ fiet ex vna in alterã/erit æqualis quadrato medietatis lineæ c.& ipſa erit ſuperficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c,adiũcta ad lineam a b:ita q; deſit ſuperficies quadrata.hoc enim ſic fiet.Diuiſa a b per æqualia in d:lineetur ſuper eam ſemicirculus a f b.& ſumatur b e perpendicularis ad a b:quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidiſtãs ad a b:vſq; quo ſecet circunferẽtiam ſemicirculi in puncto f.(neceſſe eſt enĩ vt ſecet eam:cum linea a b ſit maior linea c.)& ducatur f g perpendicularis ad a b.quæ cum per 34. primi ſit æqualis lineæ e b:erit quoq; æqualis medietati lineæ c.Ducãtur itaq; lineæ f a, f b. eritq; per primam partem 30 tertij/angulus a f b:rectus.& ideo per primam partem correlarij 8 ſexti/erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b. quare medietas lineæ c quæ eſt ſibi æqualis:erit etiam proportionalis inter eaſdem.quod eſt noſtrum propoſitum.

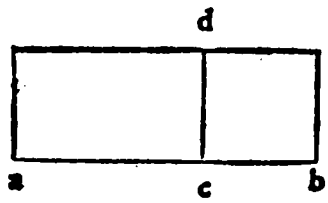




¶THEON. ¶Lemma.

¶Si ad aliquam rectam lineam comparetur parallelogrã-

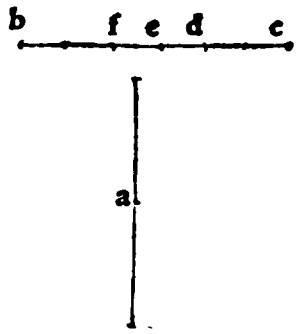
mum ſpecie deficiens a quadrato: comparatum æquum eſt ei quod fit ſub comparatione factorum ſegmentorum ipſius rectæ lineæ.



¶THEON ex Zãb. ¶Ad aliquã rectã lineã a b: cõparet parallelogrãmũ a d deficiẽs ſpecie a quadrato d b. Dico q̃ a d ęquũ eſt ei qđ fit ſub a c, c b. & ex ſeipſo manifeſtum eſt. Quoniam enim quadratum eſt d b: æqualis eſt d c ipſi c b. & a d eſt quod fit ſub a c, c d: hoc eſt quod fit ſub a c & c b. Si ad aliquam igitur rectam lineam: & quæ ſequuntur reliqua, quod fuerat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 17.

¶Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minori æquum maiori comparatum fuerit deficiens ſpecie a quadrato, & in commẽſurabilia ipſam diuiſerit longitudine: maior minori maius poterit eo quod fit ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Et ſi maior minore poterit eo quod fit a ſibi commenſurabili longitudine, quartę vero parti eius quod a minori æquale maiori comparatum deficiens ſpecie a quadrato: & in commẽſurabilia longitudine ipſam diſtribuet. 17

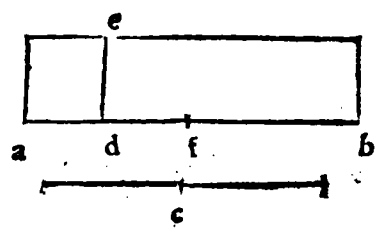


¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c; quarum maior ſit b c, quartæ vero parti eius quod fit ex minore ipſa a, hoc eſt ex dimidio ipſius a æquum ad ipſum b c comparetur per 28 ſexti, deficiens ſpecie a quadrato: ſitq; quod fit ſub b d & d c. commenſurabilis autẽ eſto per hypotheſin: b d ipſi d c longitudine. Dico q̃ b c: ipſa a maius poteſt, eo quod fit a ſibi longitudine commenſurabili. Secetur enim per 10 primi, b c bifariã in ſigno e: ponaturq; per 3 primi, ipſi d e ęqualis e f. reliqua igitur d c: æqualis eſt ipſi b f. Et qm̃ recta linea b c ſecatur in ęqlia in ſigno e, & in inæqualia in d: igitur per 5 ſecundi quod ſub b d & d c compræhenditur rectangulum vna cum eo quod fit ex e d, quadrato, ęquum eſt ei quod fit ex e c quadrato. Et ipſa quadruplicẽtur. quater igitur quod ſub b d & d c vna cum eo quod fit ex e d ſumpto: æquũ eſt ei quod fit ex quater ſumpto e c quadrato. Sed ei quidem quod fit quater ſub b d & d c: æquum eſt id quod fit ex a ſumptum quadratũ. ei autẽ quod ex d e quater ſumpto: æquum eſt id quod fit ex d f. dupla enim eſt d f ipſius d e. Ei autem quod fit ex e c quater ſumpto: æquum eſt id quod fit ex b c quadrato. dupla enim rurſus eſt b c ad ipſam c e. Quæ igitur ex a & d f quadrata: æqualia ſũt ei quod fit ex b c quadrato. Quare id quod ex b c fit: eo qđ fit ex a maius eſt, eo quod fit ex d f. Igitur b c: ipſa a maius poteſt, ipſa d f. oſtendendum q̃ & commenſurabilis eſt b c ipſi d f. Quoniam enim commenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine: cõmenſurabilis igiſ eſt per 15 decimi et b c ipſi d c. ſed c d: ipſis c d et b f cõmẽſurabilis eſt lõgitudine. æqualis eni eſt c d ipſi b f. & b c igitur: ipſis b f & e d lõgitudine cõmenſurabilis eſt per 12 decimi. Igiſ p̃ 15 & b c ipſi f d cõmẽſurabilis eſt longitudine. Igitur b c ipſa a maius poteſt: eo qđ fit a ſibi lõgitudine cõmenſurabili. ¶Quartæq; eius qđ fit ex a, ad ipſum b c cõparetur deficiẽs ſpecie a quadrato: ſitq; quod fit ſub b d & d c. Demõſtrabile eſt q̃ commenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine. Eiſdem nãq; diſpoſitis ſimiliter: oſtendemus q̃ b c ipſa a maius poteſt, eo quod fit ex f d. poteſt autem b c ipſa a maius eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili. Commẽſurabilis igitur eſt b c ipſi f d longitudine. Quare & reliquæ vtriq; ipſarũ b f & c d: cõmenſurabilis longitudine eſt b c. æqualis autem eſt b f ipſi d c. & b c igitur commenſurabilis eſt ipſi c d. Manifeſte igitur b d ipſi d c eſt commẽſurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua, quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI fuerint duæ lineæ inęquales quarum longiorem diuidat in duas partes incommenſurabiles ſuperficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris ſibi adiuncta/ita ꝙ deſit ad eius completionem ſuperficies quadrata: erit longior/potentior breuiori/augmento quadrati lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine. Si vero longior/potẽtior fuerit breuiori/quadrato lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine/adiũgaturq; ei ſuperficies ęqualis parti quartæ quadrati breuioris/defueritq; longiori ſuperficies quadrata: neceſſe eſt vt ipſa ſuperficies ſibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommenſurabiles diuidat.

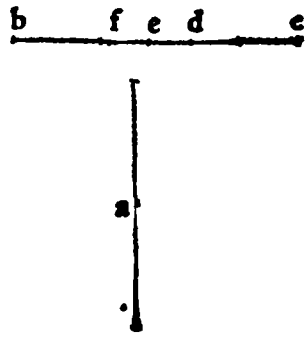
¶CAMPANVS. ¶Hęc 14. ex cõtrario antecedẽtis præmiſſæ infert cõtrarium conſequentis præmiſſæ. & non differt eius diſpoſitio a diſpoſitione illius. ſed & modus argumẽtandi vtrobiq; idem. Si enim a d non cõmunicet cum d b: nec d f ſibi adæqualis cõmunicabit cum eadem d b. itaq; per 9 d f non communicabit cum f b. quare neq; a f. ſunt enim a f & d f communicantes tanq̃ numerans & numeratum. ideo neq; a b cõmunicabit cum linea f b. Qz ſi hoc fuerit videlicet ſi a b non communicet cum f b: non communicabit cum a f. quare neq; cum a d aut d f. neq; igitur a b cum d a. ¶Poteſt quoq; hæc 14. demonſtrari per præmiſſam. prima pars huius ex ſecunda illius/& ſecunda ex prima: a deſtructione conſequẽtis. Si enim a d & d b non communicẽt: nec etiam a b & f b communicabunt. nam ſi a b & b f communicarẽt: oporteret per ſecundam partẽ præmiſſæ vt a d communicaret cum d b. ſed poſitum eſt ꝙ non. Eodem modo de ſecunda parte. ſi enim b a & b f non communicant: nec a d & d b communicabunt. nam ſi ſic: ſequitur per primam partem præmiſſæ/ vt a b & b f communicent quæ non communicant. quare patet propoſitũ.

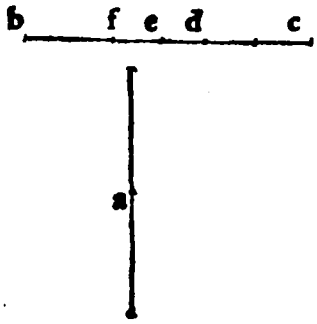


Eucli. ex Zamb. Theo. 15. Propo. 18. præcedẽtis conuerſa.

18 ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales/quartæ autem parti eius quod fit ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiẽs ſpecie a quadrato/ & per incommenſurabilia ipſam diuiſerit longitudine: maior minore maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili longitudine. Et ſi maior minore maius potuerit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili/ quartæ autem ipſius quod fit ex minore æquum/ad maiorem comparatum fuerit deficiens ſpecie a quadrato: in incommenſurabilia ſibi longitudine ipſam diſpeſcit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c: quarum maior ſit b c. quartæ autem parti eius quod fit ex a, ad ipſam b c æquale comparetur deficiens ſpecie a quadrato: ſitq; quod fit ſub b d & d c. Incommẽſurabilis autem eſto b d: ipſi d c. Dico ꝙ b c, ipſa a maius poteſt: eo quod fit a ſibi incõmẽſurabili. Ipſis nãq; diſpoſitis vt in p̃miſſa: ſimiliter demõſtrabimus/ ꝙ b c ipſa a maius poteſt eo quod fit ex f d. Demõſtrandũ igitur ꝙ incõmenſurabilis eſt b c ipſi d f. Quoniam enim incommenſurabilis eſt b d ipſi d c: incommenſurabilis igitur eſt per 16 decimi/ b c ipſi c d longitudine. Sed ipſa d c commenſurabilis eſt vtriq; & b f & d c: quia b f ipſi d c eſt æqualis. & b c igitur per 13 ipſis b f & d c incommenſurabilis eſt. & perinde per 16 decimi/ & reliquæ f d incõmenſurabilis eſt b c lõgitudine. Et b c: ipſa a maius poteſt/ eo quod fit ex f d.

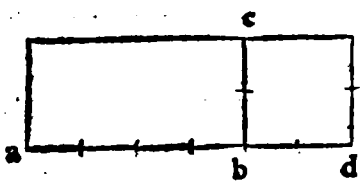




Igit̃ b c maius poteſt eo qđ fit a ſibi cõmenſurabili lõgitudine. ¶Poſſit iam rurſus b c maius q̃ a: eo quod fit a ſibi incõmenſurabili. quartæ autẽ parti eius quod fit ex a, æquale ad ipſam b c cõparetur deficiens ſpecie a quadrato: & eſto id quod fit ſub b d & d c. Demonſtrandum q̃ incommenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine. Eiſdem namq; diſpoſitis ſimiliter demonſtrabimus: q̃ b c ipſa a maius poteſt eo quod fit ex f d. Sed iam per hypotheſin b c ipſa a maius poteſt eo quod a ſibi fit incommenſurabili. Incommenſurabilis eſt igitur b c ipſi f d lõgitudine. Quare per 16 decimi & reliquæ b f & d c vtriq; incommẽſurabilis eſt b c. Sed vtraq; b f & d c: ipſi d c commenſurabilis eſt longitudine. Igitur per 13 decimi b c ipſi d c incommenſurabilis eſt longitudine. quare & b d ipſi d c incommenſurabilis eſt longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ: & reliqua quæ ſequuntur. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

OMnis ſuperficies rectangula quam continent duæ lineæ in longitudine rationales: rationalis eſſe probatur. 15



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & b c continẽtes ſuperficiem rectangulam a c: rationales in longitudine. dico ſuperficiem a c eſſe rationalem. deſcripto enim quadrato cuiuſuis earum / vt c d lineæ b c: erit per primam ſexti c d ad a c, ſicut b d ad a b. Quia igitur b d cõmunica in longitudine cũ a b ex hypotheſi, eo q̃ b c ſua æqualis: erit per primã partẽ decimæ / c d cõmunicans a c. Cum ſit itaq; c d rationalis per diffinitionem: erit & a c rationalis. quod eſt propoſitum

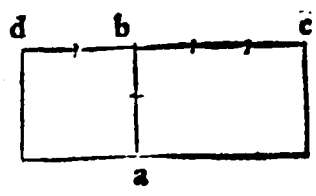
¶THEON Lemma.

¶Quoniam oſtenſum eſt q̃ quæ longitudine cõmenſurabiles omnino etiam potentia ſunt commenſurabiles, quę autem potentia non omnino etiam longitudine verumtamen poſſunt & longitudine cõmenſurabiles eſſe & incommenſurabiles: manifeſtum q̃ ſi poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commenſurabilis non ſolum longitudine verum & potentia. quæ enim longitudine commenſurabiles: omnino etiam & potentia. Si autẽ poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit potentia ea quidem & lõgitudine: dicitur etiam rationalis & ei commenſurabilis longitudine & potentia. Quæ vero expoſitæ rurſus rationali commenſurabilis exiſtens potentia, longitudine fuerit ei incommenſurabilis: dicitur ſic rationalis, potentia tantum commenſurabilis. Rationales enim appellat expoſitę rationali: longitudine & potentia commenſurabiles, aut & potẽtia tantũ. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incommenſurabiles ſunt expoſitæ rationali, potentia vero tantum cõmenſurabiles: & id propterea rurſus appellantur rationales, commenſurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commenſurabiles adinuicem vel non ſolum potẽtia verumtamen & longitudine / vel potentia tantum: & ſi longitudine quidem, & ipſæ rationales longitudine commenſurabiles, audito q̃ & potẽtia. Si vero potentia tantum adinuicem ſunt commenſurabiles: appellantur & ipſæ rationales potentia tantum commenſurabiles. Qz autem rationales commenſurabiles ſunt: hinc certum eſt. Quoniam enim rationales ſunt quę expoſitæ rationali ſunt commenſurabiles, quæ vero eidem commenſurabiles & adinuicem ſunt commenſurabiles per. 12. decimi: quæ rationales igitur / ſunt commenſurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 19.

¶Sub rationalibus longitudine commenſurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorum comprehenſum rectangulum rationale eſt. 19

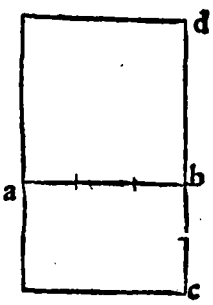
¶THEON ex Zâberto. ¶Sub rationalibus enim longitudine commen ſurabilibus rectis lineis a b & b c: rectangulum compræhendatur a c. Dico q̃ a c: rationale eſt. Deſcribatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. rationale igitur eſt ad. Et quoniam commẽſurabilis eſt a b ipſi b c lõgitudine: æqualis autẽ eſt a b ipſi b d: commenſurabilis eſt igitur b d ipſi b c longitudine. eſtq; ſicut b d ad b c: ſic eſt d a ad a c. rationale autem: d a. rationale igitur per 11 decimi eſt & a c. Quod ſub rationalibus commenſurabilibus igitur longitudine: & reliqua. quod oportuit oſtendiſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

16 CVm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies rationalis rectangula: latus eius ſecundum erit in longitudine rationale/lateriq; primo in longitudine commenſurabile.

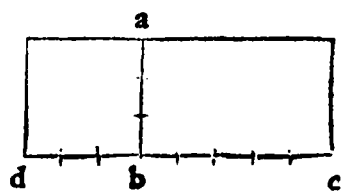
¶CAMPANVS. ¶Hæc eſt quaſi cõuerſa prioris. Vt ſi ſuperficies a c ad iuncta ad lineam a b rationalem in longitudine/ fuerit rationalis: dico q̃ latus eius ſecundum quod eſt b c erit etiam rationale in longitudine/ & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b. eritq; rationale ex diffinitione: & propter hoc erit communicans cum ſuperficie a c rationali. Quia igitur per primam ſexti ſicut a d ad a c ita eſt etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c: erit per primam partem decimę b d communicans cum b c. ergo cum b a ſua æquali. Sed b a: rationalis eſt. quare per diffinitionem & b c. Conſtat itaq; propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 20.

20 ¶Si rationale ad rationalem comparatum fuerit: latitudinẽ efficit rationalem/ commenſurabilẽq; ei ad quam comparatur longitudine.

¶THEON ex Zamberto. ¶Rationale enim a c, ad rationalem iuxta aliquem prædictorum modorum a b comparetur: latitudinem efficiens b c. Dico q̃ rationalis eſt b c: & commenſurabilis ipſi b a longitudine. Deſcribatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d. Rationale igitur per 9 diffinitionem decimi eſt a d. rationale autem & a c. commenſurabile igitur per conuerſionem 10 diffinitionis eſt d a ipſi a c. Eſtq; ſicut d a ad a c: ſic eſt d b ad b c. commẽſurabilis igitur eſt per 11 decimi d b: ipſi b c. Aequalis autem eſt d b: ipſi b a. commenſurabilis igitur eſt a b: ipſi b c. Rationalis autem eſt a b. rationalis igitur eſt per conuerſionem 7 diffinitionis & b c: & commẽſurabilis ipſi b a longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatũ fuerit: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.



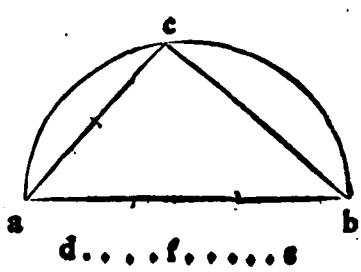
¶Subſequentes ex Campano propoſitiones/ 17 ſcilicet & 18: reſpondent 29 & 30 ex Zamberto infra ſuo loco & ordine diſpoſitis.

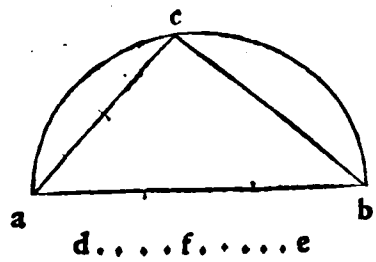
Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 DVas lineas inuenire potentia tantum rationales cõmenſurabiles: quarum longior plus poſſit breuiori/ quadrato lineæ ſibi cõmenſurabilis in longitudine.

Zamb. 29.

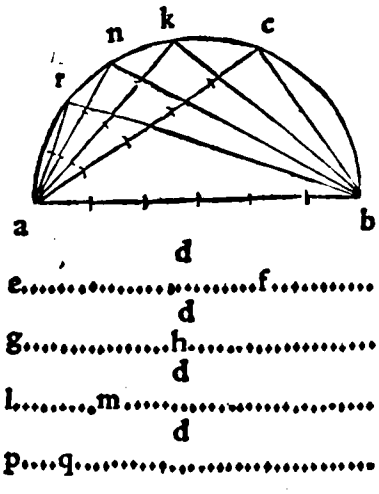
¶CAMPANVS. ¶Propoſitũ eſt inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes: quarum longior ſit potẽtior breuiori/ quadrato lineæ ſibi communicãtis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineã rationalem quæ ſit a b: ſuper quam deſcribo ſemicirculum a c b. & ſumpto aliquo numero vt d e, diuido ipſum in duos nuuneros d f & f e: ita q̃ ſit proportio d e ad d f ſicut numeri quadrati ad nmerum quadratum/ non ſit autem proportio d e ad f e vt numeri quadrati ad nu





merum quadratum.talis autẽ numerus eſt quilibet quadratus diuiſibilis in quadratum & non quadratum/vt 9 qui diuiditur in 4 & 5:& omnes horum æque multiplices. Et inuenio lineam:ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineæ a b, ſicut numerus d e ad numerum d f. qualiter autem ipſa reperiatur:in demonſtratione 5 dictum eſt. Hanc lineam inuentam quę neceſſario eſt minor a b,coapto per primam quarti intra ſemicirculum a c b:ſitq; a c.& ſubtraham lineam c b. Dico duas lineas a b & c b:eſſe quas quærimus. Erit enim per primam partem 30 tertij/ angulus c rectus:& ideo per penultimam primi/quadratũ a b æquale eſt quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c eſt ſicut d e ad d f per hypotheſin:erit per euerſam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, ſicut d e ad f e. ergo quadratũ c b:communicat cum quadrato a b per 6 huius. erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem:cum cõmunicet rationali ſuperficiei. Et quia c b & a b ſunt incommenſurabiles per vltimam partem 7:conſtat duas lineas a b & c b eſſe rationales/ potentia tantum communicantes. At quia linea a b eſt potentior linea c b in quadrato lineæ a c quę per ſecundam partem ſeptimæ communicat ſecũ in longitudine:conſtat habitum eſſe propoſitum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Si autem libeat plures duabus potentia tãtum rationales communicantes quarum vna potentior longior ſit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine/reperire:ſit vt prius linea a b rationalis in longitudine, ſuper quã deſcribatur ſemicirculus a c b. ſumaturq; nũerus d quadratus/qui ſit diuiſibilis in multos quadratos & non quadratos:quorum nõ quadratorũ minime ſit proportio ſicut aliquorum numerorum quadratorum. tales autẽ numeri vltro ſe offerũt. vt 36:qui eſt diuiſibilis in 25 & 11, itẽq; in 16 & 20, turſuſq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 32. iſtorum vero non quadratorum qui ſunt 11, 20, 27, 32, adinuicem non eſt proportio ſicut alicuius numeri quadrati ad alium numerũ quadratum. Eſto igitur vt numerus d quadratus: diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c: ſicut numerus d ad numerum e.& ducatur linea c b.& conſtat propoſitum vt prius demonſtratum eſt: a b & b c eſſe duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidã d in g quadratum & h nõ quadratum: ſitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k: ſicut d ad g.& ducatur linea k b. eruntq; vt prius duæ lineæ a b & k b: quales inquirimus. Eodem modo ſi rurſus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum/& ponatur proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a n ſicut d ad l,& producatur n b: erũt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Qz ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q non quadratum/& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a r ſicut d ad p,& protracta fuerit linea r b: erũt etiam duæ lineæ a b & b r, quales inquirimus. Sũt itaq; lineæ a b, b c, b k, b n, b r, potentia tantum rationales & in ea cõmunicãtes: quarum vna videlicet a b eſt potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat alij in longitudine: conſtat propoſitũ. Iſtud autẽ ſic probatur. patet enim ex præmiſſis: q; quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerum d,& quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k eſt ſicut numerus f ad numerum d,& quadratum lineæ a b ad quadratũ lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerum h. ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b k: eſt ſicut numerus f ad numerum h. ſed nullus quatuor numerorũ f, h, m, q: ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum. quare per 3 partem ſeptimæ/duæ lineę b c, b k: ſunt incõmenſurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine. Liquet ergo quod volumus.

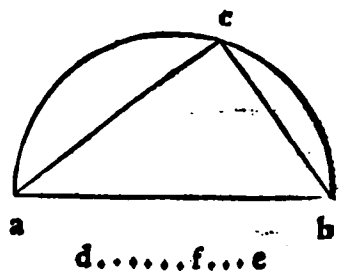


Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

18 DVas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus poſſit breuiori quãtum eſt quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine: inuenire.

Zamb. 30

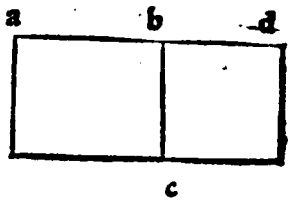
¶CAMPANVS. ¶In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædemq; hypotheſes quæ in præmiſſa: hoc ſolum mutato q; proportio numeri d e ad neutrũ duorũ numerorũ d f & f e, ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. hoc autẽ facile fiet: poſito d e quolibet nũero quadrato diuiſo in duos nũeros nõ quadratos. vt ſi d e ſit 9: & d f 6, & f e 3. argumẽtãdo vt prius: hoc dũtaxat excepto q; a b & a c ſint incõmẽſurabiles in lõgitudine per vltimã partem 7. ¶CAMPANI additio. ¶ Et ſciendũ q; duæ lineæ quales hęc & præmiſſa docent inuenire: componũt binomiũ. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt dicitur reſiduũ. ¶Nota etiam q; lineæ tantum potẽtia rationales communicãtes: poſſunt eſſe vna rationalis & alia irrationalis. ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum vna ſit 25 pedum & alia 24: ſunt rationalia potentia tantũ communicantia. latus enim primæ ſuperficiei eſt. 5: latus vero ſecũdæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ irrationales: vt latera tetragonica duarũ ſuperficierum quarũ vna ſit 24 pedũ, & alia 23. neutrius enim numeratur latus, ſuntq; in longitudine incommẽſurabilia ex vltima parte ſeptimæ. ¶Q; ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potẽtia tantum rationales communicantes, quarum vna ſit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine: ſumatur talis numerus qui poſſit pluries ſic diuidi q; ipſius ad nullã ſuarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum ſit proportio vt numeri quadrati ad numerũ quadratum. vt 25: poteſt diuidi in 2 & 23, item in 5 & 20, & rurſus in 7 & 18. Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

19 OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potẽtialiter tantum rationales communicantes: eſt irrationalis, diciturq; ſuperficies medialis. eiuſq; latus tetragonicum ſcilicet quod in eam poteſt: eſt irratio nale/diciturq; linea medialis

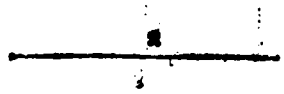
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b, b c, continẽtes ſuperficiem a c: rationales potentia tãtum communicantes. quæ qualiter reperiantur: ex præmiſſa & antepræmiſſa manifeſtum eſt. dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d c quadratum b c. eritq; rationale per hypotheſin: eo q; linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d ſicut a b ad b d, nõ communicat autem a b cum b d quia ex hypotheſi non communicat cũ ſua æquali quę eſt b c: ſequitur per ſecundam partem 10 vt etiam a c non cõmunicet cum c d. quare per diffinitionem/ſuperficies a c eſt irrationalis: ideoq; & ſuum latus tetragonicum eſt etiam irrationale. Dicitur autem hæc ſuperficies medialis: quoniã ipſa eſt medio loco proportionalis inter duas ſuperficies rationales videlicet inter quadrata duarum linearum ipſam continentiũ. Et lineam potens in ipſam dicitur medialis: quoniam ipſa quoq; eſt medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes. & hæ duæ lineæ: ſunt latera dictæ ſuperficiei. Et hoc eſt quod volumus.



¶THEON. Lemma.

¶Potens irrationalem aream: irrationalis eſt.

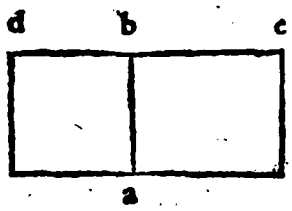
¶ Poſſit enim a, irrationalem aream: hoc eſt id quod fit ex a quadratum æquale irrationali areę. Dico q; a irrationalis eſt. ſi enim eſt rationa-



le a: erit rationale quoq; id quod ex a quadratum. sic enim in diffinitionibus non est autē. Irrationalis igitur est a. Potēs irrationalē igitur: & reliqua. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 81 Propositio 21

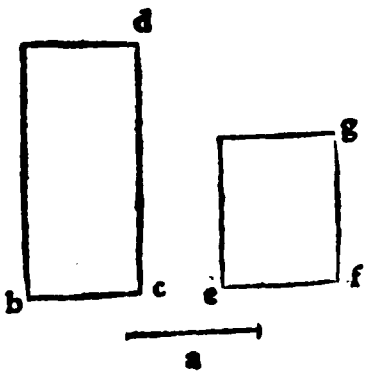
¶Sub rationalibus potētia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum irrationale est: illud q; potens irrationalis est/voceturq; media. 21



¶THEON ex Zamb. ¶Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis a b & b c: comprehendatur rectangulum a c. Dico q; a c irrationale est: potēsq; illud irrationalis est/& media appellatur. Describatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. Et quoniam incommensurabilis est a b ipsi b c longitudine (potentia namq; tantū supponūtur cōmēsurabiles) æqualis autē est a b ipsi b d: incōmēsurabilis igit̄ est & b d ipsi b c lōgitudine. Estq; sicut d b ad b c: sic est a d ad a c. incōmēsurabilis igitur est p 11 decimi d a ipsi a: . Rationale autē est d a. irrationale igit̄ est a c. quare & ipsum potēs a c, hoc est potēs equale ei quadratū: irrationalis est. vocetq; media: eo qa ex ipsa quadratū equale est ei quod fit ab b c, & eo quia ipsa media per secundam partem 17 sexti proportionalis est ipsis a b & b c. Sub rationalibus igitur potentia tantum: & reliqua. quod oportuit demonstrasse.

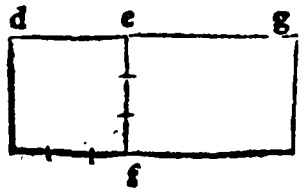
Eucli. ex Camp. Propositio. 20

CVm adiuncta fuerit lineę in lōgitudine rationali superficies equalis quadrato lineę medialis: latus eius secundum potentialiter tantū erit rationale/lateriq; primo in longitudine incommensurabile. 20



¶CAMPANVS. ¶Hæc est quasi cōuersa præmissæ. Sit a linea medialis. sitq; linea b c rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate vt docet 10 sexti: eritq; superficies ex b c in d æqualis quadrato lineę a, per 16 eiusdem. dico latus eius secundum/quod est d c: esse rationale in potentia tantum/& incommensurabile in lōgitudine lateri b c. Eritq; ex præmissa per diffinitionem lineæ medialis: vt linea a possit in aliquam superficiē contentam a duabus lineis potentia tantū rationalibus communicantibus/quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Eruntq; duę superficies b d & e g per primam partem 13 sexti laterum mutuorum: propter hoc q; ipsę sunt æquales & rectangulæ. proportio ergo b c ad e f: est sicut f g ad c d. Quarę per 10 cum b c communicet in potentia cum e f, eo q; quadrata vtriusq; earum sunt rationalia ex hypothesi: f g communicabit in potentia cum c d. Cū igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin: erit quoq; quadratum c d rationale per diffinitionem. At quia superficies b d est irrationalis sicut sua æqualis e g, per præmissam: sequitur vt quadratum lineæ c d nō communicet cum superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiem b d est per primam sexti sicut c d ad c b: erit per secundā partem 10 vt c d non commuuicet cum b c. Quare cū b c sit rationalis in lōgitudine ex hypothesi: erit c d irrationalis in longitudine / & potentia tantū rationalis. Patet ergo proposita conclusio.

¶THEON. Lemma.



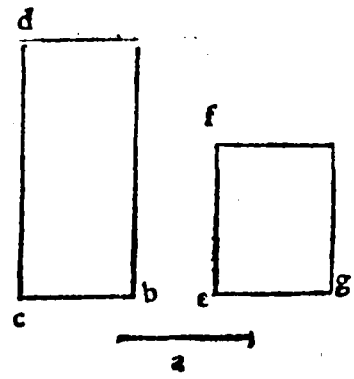
¶S fuerint binę rectæ lineæ: est sicut prima ad secundam sic quod fit a prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

¶Sint binæ rectæ lineæ: f e, e g. Dico q; est sicut f e ad e g: sic est quod ex f e, ad id quod sub f e & e g. Describatur enim per 46 primi ex f e, quadratum d f: compleaturq; f g. Quoniam igitur est sicut d e ad e g sic est f d ad f g, & est quidem f d id quod fit ex f e, at f g iam id est quod sub

ſub d e & e g hoc eſt quod ſub f e & e g: eſt igitur ſicut f e ad e g, ſic quod ex f e ad id quod ſub f e & e g. ſimiliter quoq; & ſicut quod ſub g e & e f: ad id quod ex e f. hoc eſt ſicut g d ad d f: ſic e g ad e f.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 22.

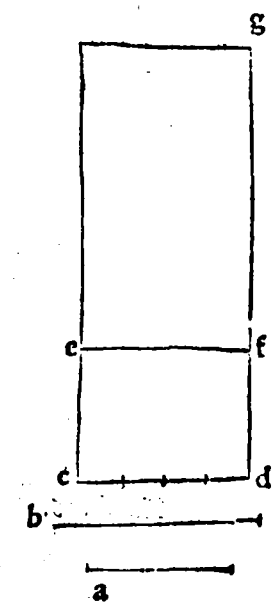
22 ¶Media ad rationalem comparata: latitudinem efficit rationalem / & ei incommenſurabilem ad quam comparatur longitudine.



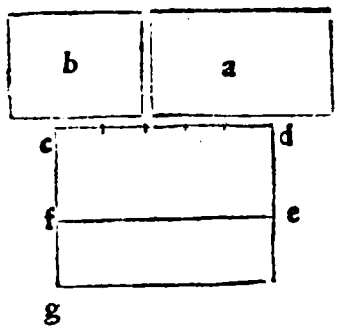
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit per 21 decimi media quidem a: rationalis autem c b. & ei quidem quæ fit ex a æqua ad b c comparetur per 45 primi area rectangula b d: latitudinem efficiens c d. Dico q̃ rationalis eſt c d: & incommenſurabilis ipſi c b longitudine. Quoniã per 21 decimi a media eſt: aream poteſt compræhẽſam ſub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus. poſſit autem g f. poteſt autem & b d. æqualis igitur eſt b d: ipſi g f. eſt autem & ei æquiangula. Aequaliũ autem & æquiangulorum parallelogrammorum per 14. ſexti / reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. proportionalis igitur eſt ſicut b c ad e g: ſic e f ad c d. eſt igitur per 22 ſexti: & ſicut id quod ex b c ad id quod ex e g: ſic eſt id quod ex e f ad id quod ex c d. Commenſurabilis autem eſt per hypotheſin / quæ ex b c: ei quæ ex e g. Rationalis enim eſt vtraq; ipſarum. Commenſurabilis igitur eſt per 11 decimi & quæ ex e f: ei quæ ex c d. Rationalis autem eſt quæ ex e f. rationalis igitur & quæ ex c d. rationalis igitur eſt c d. Et quoniam incommenſurabilis eſt e f ipſi e g longitudine (potentia enim tantum ſunt commenſurabiles ex conſtructione) ſicut autem e f ad e g ſic per lemma præcedens quod ex e f ad id quod ſub e f & e g: incommenſurabilis igitur eſt per 11 decimi quæ fit ex e f ei quæ ſub f e & e g. Sed ei quidem quæ fit ex e f: commenſurabilis eſt ea quæ fit ex c d. rationales enim ſunt potentia. Quæ autem ſub f e & e g fit incommenſurabilibus / & quæ ſub d c & c b: æquales ſunt ei quæ ex a. Incõmenſurabilis igitur eſt per 13 decimi (& quomodo aduerte) quæ ex c d ei quæ ſub d c & c b. Sicut autẽ quæ ex c d ad eã quæ ſub d c & c b: ſic per lemma præcedens eſt d c ad c b. Incommẽſurabilis igitur eſt d c: ipſi c b longitudine. Rationalis igitur eſt c d: & ipſi c b longitudine commenſurabilis. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

21 OMnis linea communicans mediali: eſt medialis.



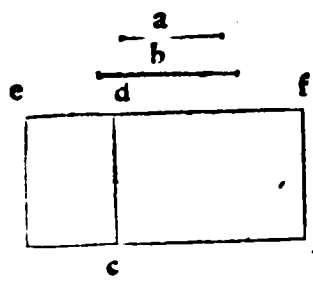
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a medialis: cui ponatur linea b eſſe communicans ſiue in longitudine ſiue in potẽtia tantum. Dico q̃ etiam linea b eſt medialis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine: cui adiungatur ſuperficies c f æqualis quadrato lineę a, & item ſuperficies e g æqualis quadrato lineæ b. hoc autẽ quãliter fiat: in præmiſſæ demonſtratione dictũ eſt. Eritq; per præmiſſam linea d f rationalis in potentia tantum: & incommenſurabilis lineæ c d. Et quia per primam ſexti e g ad c f ſicut f g ad d f, cõmunicat autem e g cum c f eo q̃ quadratum b cõmunicat cum quadrato a per hypotheſin / quibus quadratis dictæ ſuperficies poſitę ſunt æquales: ſequitur per primam partem decimæ vt linea f g communicet cum linea d f. quare f g eſt rationalis in potentia tantum ſicut eſt d f, & incommenſurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f ſibi communicans ſit incommenſurabilis eidem e f eo q̃ ſuæ æquali. Hoc enim probatum eſt in 8 / q̃ ſi fuerint duæ quãtitates communicãtes: cuicunq; vna earum non communicat / nec reliqua. itaq; per 19 erit ſuperficies e g medialis; & eius latus tetragonicũ quod eſt b, mediale. Quod eſt propoſitum.



¶¶CAMPANI additio. ¶Similiter quoq; omnis ſuperficies communicãs ſuperficiei mediali: medialis eſſe conuincitur. Sit enim ſuperficies a medialis: cui ponatur ſuperficies b eſſe cõmunicans. dico ſuperficiem b eſſe medialem. quod ſic cõſtabit. Sit linea c d rationalis in lõgitudine: adiungaturq; ei ſuperficies c e, quę ſit æqualis ſuperficiei a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quam ſic ſe habeat vnum ex lateribus ſuperficiei a: ſicut linea c d ſe habet ad reliquũ. hæc autẽ linea qualiter reperiatur: in 10 ſexti dictum eſt. eritq; ex 15 eiuſdem ſuperficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiũgatur ſuperficies e g: quę ſit æqualis b. erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis: erit quoq; lineę c d in longitudine incõmenſurabilis. Et quia a & b erant cõmunicantes ex hypotheſi: erunt quoq; c e & e g eis æquales cõmunicantes. itaq; per primam ſexti & per primam partem decimæ huius / erunt duæ lineæ c f & f g: communicantes in longitudine. Eſt igitur linea f g rationalis in potentia tantum: & lineæ e f incõmenſurabilis in longitudine. quare per 19 ſuperficies e g erit medialis: cum linea e f ſit rationalis in longitudine ſicut c d ſibi æqualis. Cum ſit ergo b æqualis e g: erit quoq; b medialis. quod eſt propoſitum. ¶Et nota q̃ omnes ſuperficies mediales cõmunicantes: componunt ſuperficiem medialem. Vnde tota d g eſt medialis. quia cum duæ lineæ c f & f g ſint rationales in potentia tantũ / & non cõmunicantes in longitudine: ſequitur vt tota c g ſit rationalis in potentia tantum / & non communicans c d in longitudine. itaq; per 19 d g eſt medialis. Eodemq; modo ſi ſint plures.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 23.

¶Q uæ mediæ commenſurabilis: media eſt. 23



¶THEON ex Zamb. ¶Sit media a: & ipſi a cõmenſurabilis eſto b. Dico q̃ & b media eſt. Exponatur eni rationalis c d. & ei quæ ex a fit æqualis / ad c d comparetur area rectãgula c e per 44 primi: latitudinẽ efficiẽs e d. Rationalis igitur eſt per præcedentem e d: incommenſurabilisq; ipſi c d longitudine. ei autem quæ ex b æqualis / ad c d comparetur per 44 primi area rectangula c f: latitudinem efficiens d f. Quoniam igitur commenſurabilis eſt a ipſi b: commenſurabile eſt quoq; id quod ex a ad id quod ex b. Sed ei quidem quod ex a: æquum eſt e c. ei autem quod fit ex b: æquum eſt c f. Commenſurabile igitur eſt e c ipſi c f. eſtq; ſicut e c ad c f: ſic eſt e d ad d f. Commẽſurabilis igitur eſt per 11 decimi e d ipſi d f longitudine. Rationalis autem eſt e d: & ipſi d c incommenſuralis lõgitudine. Rationalis igitur eſt & d f & ipſi d c longitudine incommenſurabilis. Igitur c d & d f per 13 decimi rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Quod autem ſub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis compræhenditur rectangulum: irrationale eſt per 21 decimi. & illud potens / irrationalis eſt: appellaturq; media. potẽs igitur id quod ſub c d & d f: media eſt. poteſtq; b quod ſub c d & d f fit. media igitur eſt b. quod erat oſtendendum.

¶CORRELARIVM. ¶Hinc igitur eſt manifeſtum: q̃ mediæ areæ rationali commenſurabilis media eſt. poſſunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia ſunt commenſurabiles: quarum altera media. quare & reliqua media eſt. Similiter autem ex eis quæ de rationalibus & mediis dicta ſunt: ſequitur vt mediæ longitudine commenſurabilis / media appelletur eiq; commenſurabilis non tantum longitudine ſed & potentia. quoniam in vniuerſali longitudine commenſurabiles omnino & potentia. Si vero mediæ commenſurabiles potentia tantum: dicuntur mediæ potentia tantum commenſurabiles.

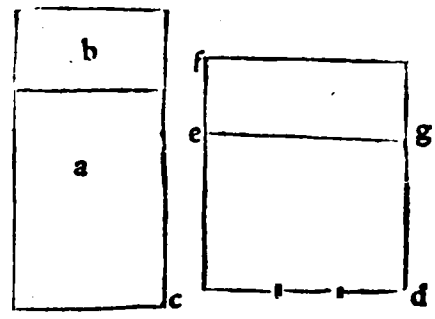
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

Zamb. 26.

OMnis differentia qua abundat mediale a mediali: irrationalis eſſe probatur. 22

¶CAMPANVS, ¶Sit vtraq; duarum ſuperficierum a b & a: medialis.

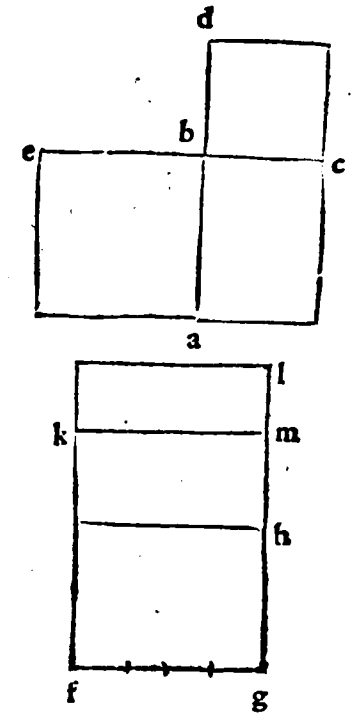
dico q̄ ſuperficies b, quæ eſt earum differentia: eſt irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine cui adiũgatur ſuperficies d e ęq̃lis ſuperficiei a: & ſuperficies d f æqualis totali ſuperficiei a b. hoc autem qualiter fiat: in præmiſſa docuimus. Quia ergo d f eſt æqualis a b, & d e æqualis a: erit per cõceptionẽ g f æqualis b. Si itaq; ſuperficies b nõ eſt irrationalis ſed rõnalis: erit & f g ſua æq̃lis rõnalis. At cũ linea e g ſit rationalis in longitudine ſicut ſua æqualis c d: erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicãs lineæ e g, p 20 autẽ eſt vtraq; duarũ linearũ c e & e f potentialiter tantum rationalis: & lineæ c d incommenſurabilis in longitudine. itaq; e f linea eſt incommenſurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam ſexti quadratum lineæ e f ad ſuperficiem quæ fit ex e f in c e eſt ſicut e f ad c e: ſequitur per ſecundam partem decimæ vt quadratum lineæ e f ſit incommenſurabile ſuperficiei factæ ex e f in c e. quare & ipſum quadratum erit incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. quadratum vero c e cum ſit rationale: eſt cõmunicans quadrato e f. totum igitur ex ambobus compoſitum erit per 9 cõmunicãs quadrato e f. Et ideo incommẽſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. Et quia per 4. ſecundi quadratum lineæ c f eſt æquale duobus quadratis duarum linearũ c e & e f & duplo ſuperficiei ex c e in e f, & duplum ſuperficiei c e in e f eſt incõmẽſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f: ſequitur per ea quæ addita ſunt in 9. vt quadratum c f ſit incommẽſurabile aggregato ex duobus quadratus duarum linearum c e & e f. At cum aggregatũ ex his quadratis ſit rationale: ſequitur quadratum lineæ c f non eſſe rationale. & ideo linea c f non eſt rationalis in potẽtia. & idcirco non erit ſuperficies d f medialis: neq; a b ſibi æqualis. quod eſt inconueniẽs: cũ ſit cõtrarium poſitis. Relinquitur igitur q̄ ſuperficies b: eſt irrationalis. quod eſt propoſitum.



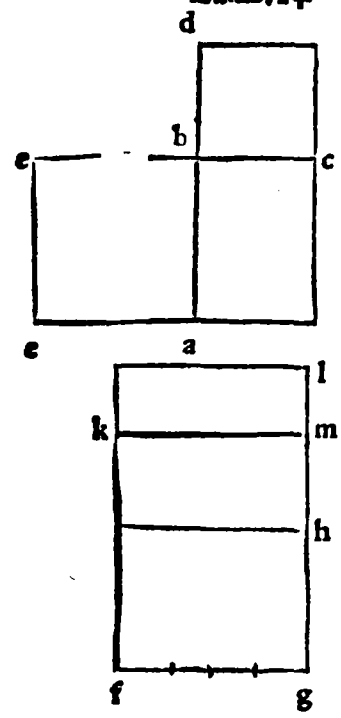
Euclid. ex Camp. Propoſitio 23. Zamb. 25.

23 ONnis ſuperficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicãtes: aut rationalis eſt aut medialis.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineę a b & b c mediales potentia tantum cõmunicantes: dico q̄ ſuperficies a c ab eis cõtenta aut eſt rationalis, aut medialis. Sint enim: c d quadratum lineæ b c, & a e quadratũ lineæ a b. eruntq; ex hypotheſi hęc duo quadrata cõmunicantia, & erit per primam ſexti ſuperficies a c medialis me. 10 loco proportionalis inter ipſa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ ſit rationalis in longitudine: cui adiũgatur ſuperficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis ſuperficiei a c, & k l ęqualis quadrato d c. erũtq; hæ tres ſupficies f h, h k & k l cõtinue proportionales: ſicut ſuæ æquales a e, a c, & d c. quare per primã ſexti erũt etiã tres lineæ g h, h m, & m l, quæ ſunt baſes earum: continue proportionales. Et cum ſupficies f h & k l ſint cõmunicãtes ſicut duo quadrata a e & c d eis æqualia: ſequitur per primam ſexti & decimã huius vt linea g h ſit cõmunicans cum m l. vtraq; autem earum eſt rationalis: in potentia per 20 huius. igitur ſuperficies vnius earũ in alteram eſt rationalis. omnis enim ſuperficies quam continẽt duæ lineæ rationales in potẽtia, cõmunicantes in longitudine: neceſſario eſt rationalis, vt patet ex prima ſexti. & prima parte decimæ huius & ex diffinitione ſupficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ ſextæ quadratum lineæ l m eſt æquale ſuperficiei ex g h in m l: erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m eſt rationalis in longitudine ſiue cõmunicans lineę k m quæ eſt æqualis lineæ f g: erit per 15 ſupficies h k rationalis, ideoq; & ſua æqualis a c. Si autẽ h m ſit irrationalis in longitudine ſiue incommenſurabilis lineæ k m quæ eſt æqualis lineæ f g: cum ipſa ſit rationalis ſaltem in potẽtia eo q̄ ſuum quadratum eſt rationale, erit ex 19 ſuperficies h k medialis. quare & ſua æqualis a c. Conſtat ergo propoſitum.

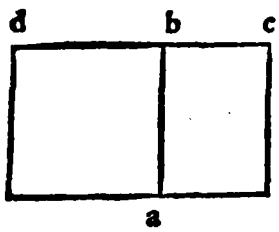


Zamb. 24.



¶CAMPANI annotatio. ¶Et nota q; ſi duæ lineæ a b & b c eſſent mediales in longitudine communicantes: eſſet ſuperficies a c medialis tantum. eſſet enim ſuperficies a c communicans vtriq; duorũ quadratorũ a e & c d per primam ſexti & per præſentem hypotheſin: & per 10 huius. & ideo ſuperficies h k æqualis a c: eſſet communicans vtriq; ſuperficiei f h & k l. igitur per primam ſexti/& 10 huius linea h m eſſet communicans vtriq; duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ eſſent rationales in potẽtia tantum/non cõmunicantes in lõgitudine lineæ f g: eſſet quoq; h m rationalis in potentia tantum/non communicans in longitudine lineæ f g. quare per 19 eſſet ſuperficies h k medialis tantum. & ideo etiam a c ſibi æqualis. ¶Si autem duæ lineæ a b & b c eſſent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cõmunicantes: ſuperficies a c neq; eſſet rationalis neq; medialis. ſi enim ſic eſſet/ſcilicet q; duę lineæ a b et b c eſſent mediales neq; i lõgitudine neq; in potẽtia cõmunicãtes: eſſent duo quadrata a e & c d incõmunicantia. itaq; & duæ ſuperficies f h & k l eis æquales quoq; eſſent incommunicãtes. quare & duæ lineæ g h & m l eſſent incommẽſurabiles per primam ſexti: & per ſecundã partẽ decimi Et quia vtraq; earũ eſt rationalis tantum in potentia: per 20 eſſet ſuperficies vnius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineæ h m ſit æquale dictæ ſuperficiei quæ fit ex g h in m l, per primã partem 16 ſexti: eſſet per 19 linea h m linea medialis. per 15 ergo non eſſet ſuperficies h k rationalis, nec etiã per 20 medialis, quare nec ſua æqualis a c.

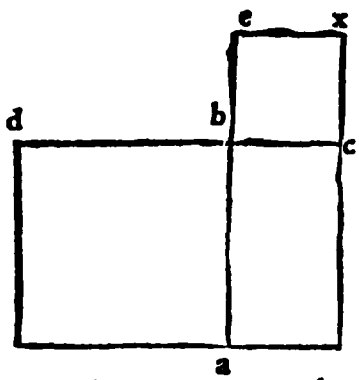
¶Præcedentes duę ex Campano propoſitiones ſcilicet 22 & 23: tribus ex Zamberto ſequẽtibus videlicet 24, 25, & 26, inuerſo ordine reſpondent. 22 namq; ex Camp. 26 ex Zamb. 26 autem ex Camp. cum additione: 24 & 25 ex Zamberto reſpondent.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 24.

¶Sub medijs longitudine commenſurabilibus rectis lineis compræhenſum rectangulum: medium eſt. 24

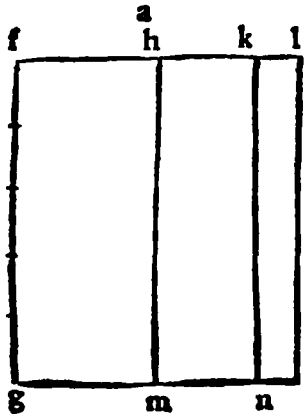
¶THEON ex Zãb. ¶Sub medijs inquã lõgitudine cõmenſurabilibus rectis lineis a b, b c: cõprælhendatur rectangulũ a c. dico q; a c mediũ eſt. Deſcribatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. medium igitur eſt a d. Et quoniam cõmenſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine/æqualis autẽ eſt a b ipſi b d: commenſurabilis igitur eſt d b ipſi b c lõgitudine. Quare & d a ipſi a c per correlariũ 23 decimi cõmẽſurabilis eſt. medium autem eſt d a. medium igitur eſt & a c. quod oportebat oſtendere.



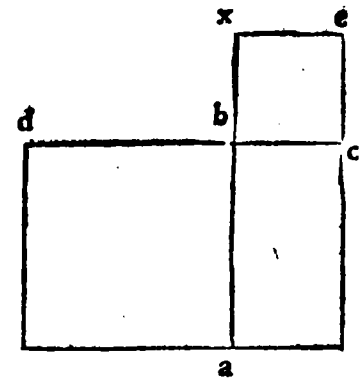
Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 25.

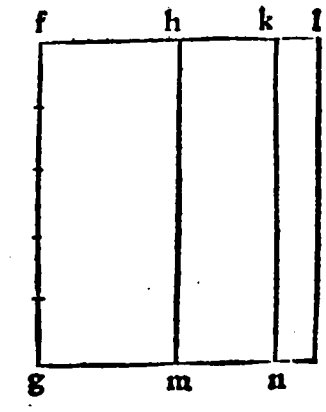
¶Sub medijs potentia tantum-cõmenſurabilibus rectis lineis compręhenſum rectangulũ: aut rationale aut mediũ eſt. 25

¶THEON ex Zamberto. ¶Sub medijs potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis a b, b c: compræhendatur rectangulum a c. Dico q; a c: aut rationale/aut medium eſt. Deſcribãtur inquam per 46 primi ex a b & b c: quadrata a d & b e. medium eſt igitur vtrunq; ipſorum a d & b e. Exponaturq; rationalis f g. ipſiq; a d æquum ad f g comparetur per 44 primi rectangulum parallelogrammum g h, latitudinem efficiens f h. Ipſi autẽ a c ad h m æquũ comparetur per eandem rectangulum parallelogrammum m k: latitudinem efficiens h k. Et inſuper per eandẽ ipſi b e æquum ſimiliter ad k n cõparetur n l: latitudinẽ efficiẽs k l. Quoniã in rectas lineas igitur ſunt f h, h k, & k l, & quoniam vtrũq; ipſorũ a d & b e medium eſt/eſtq; æquale a d ipſi g h, & b e ipſi n l: mediũ igitur eſt & vtrũq; ipſorũ g h, n l, & ad rationalẽ f g cõparanť. Rationalis igitur eſt p 22 decimi vtraq; ipſarũ f h & k l: & incõmenſurabilis ipſi f g lõgitudine.



Quoniam igitur commẽſurabile eſt a d ipſi b e: commenſurabile igitur eſt per 11 decimi & g h ipſi n l. eſtq; ſicut g h ad l n: ſic per primam ſexti eſt f h ad k l. Commenſurabilis igitur eſt per eandẽ 11/f h ipſi k l longitudine. Ipſæ igitur f h, k l: rationales ſunt longitudine commenſurabiles. Rationale eſt igitur per 19 decimi quod ſub f h, k l. Et quoniam æqualis eſt quidem d b ipſi b a, & x b ipſi b c: eſt igitur ſicut d b ad b c, ſic eſt a b ad b x. Sed ſicut quidem d b ad b c: ſic eſt per primam ſexti / & per 11 quinti d a ad a c. ſicut autem a b ad b x: ſic eſt a c ad c x. eſt igitur ſicut d a ad a c: ſic eſt a c ad c x. æquũ autem eſt ad ipſi g h, & a c ipſi m k, & c x ipſi n l. eſt igitur per 17 ſexti/ſicut g h ad m k: ſic eſt m k ad n l. eſt igitur ſicut & f h ad ipſum h k: ſic eſt h k ad ipſum k l. Igitur quod ſub f h, k l: æquũ eſt ei quod fit ſub h k. Rationale autem eſt quod ſub f h, f l. rationale igitur eſt & quod fit ex h k. Rationalis eſt igitur per 19 decimi ipſa h k. & ſi quidem commenſurabilis eſt ipſi f g longitudine: rationale eſt per 22 decimi h n. Si autem incommenſurabilis eſt ipſi f g longitudine: ipſæ h k & h m rationales per 21 decimi ſunt potentia ſolum cõmenſurabiles. medium igitur eſt h n. Igitur h n aut rationale eſt aut medium. æquum autem eſt h n ipſi a c. igitur a c vel rationale vel medium eſt. Sub mediis igitur potentia tantum cõmenſurabilibus: & quæ ſequũtur reliqua. Quod erat oſtendendum.

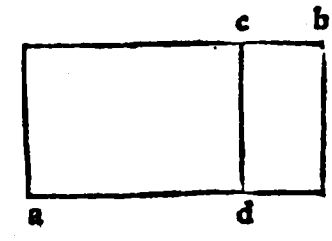


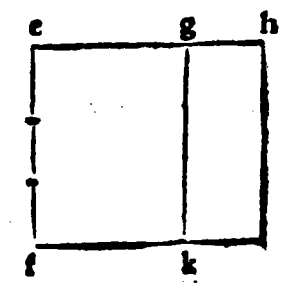


Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 26.

26 ¶ Medium: non excedit medium rationali.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Si enim poſſibile: medium a b, mediũ a c excedat rationali d b. ponaturq; rationalis e f. ipſiq; a b æquum ad e f comparetur per 44 primi parallelogrammum rectangulũ f h: latitudinẽ efficiens e h. ipſi autem a c æquum auferatur f g. reliquum igitur b d: per tertiam communem ſententiam reliquo k h eſt æquale. Rationale autem eſt d b: rationale igitur eſt & k h. Quoniam igitur medium eſt vtrunq; ipſorum a b, a c, eſtq; a b ipſi f h æquale per correllarium 23 decimi/at a c ipſi f g: medium igitur eſt vtrunq; ipſorum f h, f g. & ad rationalem e f cõcomparatur. Igitur rationalis eſt vtraq; ipſarum h e & e g: & incommenſurabilis ipſi e f lõgitudine per 22 decimi. Et quoniam rationale eſt d b, eſtq; ipſi k h æquale: rationale igitur eſt & k h. ad rationalẽq; e f comparatur. rationalis igitur eſt per 20 decimi g h: & ipſi e f longitudine commenſurabilis. Sed e g rationalis eſt: & ipſi e f longitudine incommenſurabilis. incommenſurabilis igitur eſt per 13 decimi e g ipſi g h longitudine. eſtq; ſicut e g ad g h: ſic quod fit ex e g ad id quod ſub e g & g h. Incommenſurabile igitur eſt per 11 decimi & lemma 21 decimi quod fit ex e g ei quod ſub e g & g h. Sed ipſi quidem quod fit ex e g: commenſurabilia ſunt quæ fiunt ex e g & g h quadrata rationalia etenim vtraq;. ei autem quod ſub e g & g h commenſurabile eſt per 13 decimi id quod bis ſub e g & g h. duplum nanq; eſt illius. Incommẽſurabilia igitur ſunt per 16 decimi quæ fiunt ex e g & g h: ei quod bis ſub e g & g h. & vtraq; igitur quæ ex e g & g h & quod bis ſub e g & g h quod eſt quod fit ex e h: per 4 ſecundi incommenſurabile eſt eis quæ fiunt ex e g & g h. Rationalia autem ſunt quæ fiũt ex e g & g h per diffinitionem. Irrationale igitur eſt quod fit ex e h. irrationalis igitur eſt e h. ſed & rationalis. quod eſt impoſſibile. medium igitur medium non excedit rationali. quod erat oſtendendum.



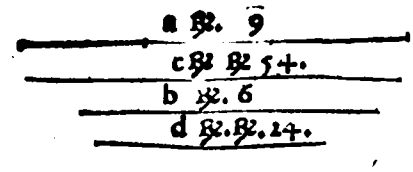


Sequẽtes duę ex Zãb. neutiq; in Cãpano reſpõdẽtes hñt.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 27.

27 ¶ Medias inuenire potentia tantum commenſurabiles: rationale compræhendentes.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponantur binæ rationales potentia tantum commenſurabiles a, b. ſumanturq; per 13 ſexti ipſarũ a, b, media proportionalis c. Fiatq; per 12 ſexti ſicut a ad b, ſic c ad d. Et quoniam ipſę a, b,



rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles: igitur quod ſub a,b, hoc eſt quod ex c fit/per 21 decimi medium eſt. media igitur eſt c. Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic c ad d, ipſæ autem a,b, potentia tantum ſunt commẽ-

a ℞. 9
c ℞ ℞ 54.
b ℞. 6
d ℞.℞.24.

ſurabiles: & c,d, igitur per 11 decimi/potentia tantum ſunt commenſurabiles: eſtq; c media. media igitur eſt per 23 decimi/& d. Ipſę igitur c,d,p conſtructionem: mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Dico q; & rationale compræhendunt. Quoniam enim eſt ſicut a ad b ſic eſt c ad d: viciſſim igitur per 16 quinti eſt ſicut a ad c ſic eſt b ad d. Sed ſicut a ad c: & c ad b. & ſicut igitur per 11 quinti/c ad b ſic b ad d. igitur quod ſub c,d: æquum eſt ei quod fit ex b. Rationale autem eſt quod ſit ex b. Rationale igitur eſt quod ſub c,d. Inuentæ igitur ſunt mediæ potẽtia tantũ commenſurabiles: rationale compræhendentes. quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 28.

¶ Medias comperire potentia tantum commẽſurabiles: medium compræhendentes. 28

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponantur enim tres rationales potentia tantum commẽſurabiles: a,b,c. ſuſcipiaturq; per 13 ſexti ipſarum a,b: media proportionalis d. Fiatq; per 12 ſexti ſicut b ad c: ſic d ad e. Quoniã enim a,b, rationales ſunt/potentia tantum commenſurabiles: igitur per 21 decimi/quod ſub a b hoc eſt id quod fit ex d, medium eſt. media igitur eſt d. Et quoniam b,c, potentia ſolum ſunt commenſurabiles/eſtq; ſicut b ad c ſic eſt d ad e: ipſæ igitur d,e, per 11 decimi potentia tantum ſunt commenſurabiles. media vero eſt d. & igitur e. Igitur ipſæ d,e: mediæ ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Dico q; & medium compræhẽdunt. Quoniam enim eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e: viciſſim igitur per 16 quinti/ſicut b ad d ſic eſt c ad e. Sicut autem b ad d: ſic d ad a. Et ſicut igitur per 11 quinti d ad a: ſic c ad e. Quod igitur ſub a,c: per 16 ſexti/æquum eſt ei quod ſub d,e. medium autem quod ſub a,c. medium igitur per correllarium 23 decimi quod ſub d e. Inuentæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles: medium compræhendentes. quod feciſſe oportuit.

a ℞. 16
d ℞.℞.128.
b ℞. 8.
c ℞.6
e ℞.℞.72.

¶ THEON. Lemma.

¶ Comperire duos quadratos numeros: vt ex eis compoſitus ſit quadratus.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Exponanť bini nũeri a b & b c. ſintq; aut pares/aut ipares. Et quoniã ſi a pari par auferatur & ſi ab ipari impar/per 26 noni reliquus erit par; ſi igitur ab a b pari par b c, aut ab impari a b, impar b c auferatur/reliquus a c par eſt. Secetur a c biſariam in d. ſint autẽ ipſi a b, b c: aut ſimiles plani/aut quadrati qui & ſimiles plani ſunt. Igitur qui ſub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus eſt per 6 ſecundi ei qui fit ex b d quadrato. eſtq; quadratus qui ſub a b, b c: quoniam patuit per primã noni q; ſi bini ſimiles plani multiplicantes ſe adinuicẽ aliquẽ fecerint/factus quadratus eſt. Inuenti igitur ſunt bini quadrati numeri qui ſub a b, b c, & qui ex c d: qui compoſiti/b d quadratũ cõficiũt.

a .....d.....c.....b

¶ CORRELARIVM. ¶ Ac manifeſtum q; inuenti ſunt rurſus bini quadrati & qui ex b d & qui ex c d: & perinde eorum exceſſus qui ſub a b, b c, eſt quadratus/quando ipſi a b, bc, ſimiles fuerint plani. Quando autem non fuerint ſimiles plani: inuenti ſunt bini quadrati & qui ex b d & qui ex d c, quorum exceſſus qui ſub a b & b c non eſt quadratus.

¶ Lemma præcedentis oppoſitum.

¶ Inuenire binos quadratos numeros: vt ex eis compoſitus non ſit quadratus.

a..g..h.d.e.f...c.....b

¶ Sint enim a b, b c, ſimiles plani vt qui ſub a b, b c, per 1 noni ſit quadratus: ſitq; par c a. ſecetur q; c a biſariam in d. Manifeſtum iam eſt q; qui ſub a b, b c, quadratus vna cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus eſt ei

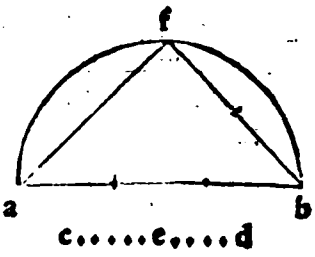
qui ex b d quadrato. Auferatur autem vnitas d e. Igitur qui sub a b & b c vna cum eo qui ex c e: minor est eo qui fit ex b d quadrato. Dico igitur ꝙ qui sub a b, b c, quadratus vna cũ eo qui ex c e: nõ est quadratus. Si enim est quadratus: vel est æqualis ei qui ex b e, vel eo minor. Maior autẽ nõ erit: cum qui sub a b, b c, quadratus vna cum eo qui ex c d quadrato hoc est qui ex b d, primus sit maiorũ quadrato qui ex b e, vnitas enim nõ secatur. maior autẽ est eo qui sub a b. b c, vna cũ eo qui ex c e. c d enim ipso c e vnitate maior. Sit autem (si possibile est) prius qui sub a b, b c, vna cũ eo qui fit ex c e: æqualis ei qui ex b e. sitq; ipsius d e vnitatis: duplus g a. Quoniam igitur totus a c totius c d duplus est / & a g ipsius d e est duplus: & reliquus igitur per 7 septimi g c reliqui e c duplus est. bifariam igitur ipsum g c: ipse e dispescit. Igitur qui sub g b & b c vna cũ eo qui fit ex c e: æquus est ei qui fit ex b e quadrato. Sed qui sub a b, b c, vna cũ eo qui ex c e: æquus supponitur ei qui ex b e quadrato. Qui sub g b, b c, igitur vna cũ e c qui fit ex c e: æquus ei est qui fit sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e. Cõmuni igitur sublato qui ex c e: ducitur a b æqualis ipsi g b. quod est impossibile. Qui sub a b, b c, igitur vna cũ eo qui ex c e: æquus nõ est ei qui fit ex b e. Dico iam ꝙ neq; minor eo qui ex b e. Si enim possibile: sit ei qui ex b f æqualis, & ipsius d f duplus h a. Cõducaturq; duplus rursus h c ipsius c f: & vt f ipsum h c bifariam secet. ac per hoc eo qui sub h b, b c, vna cũ eo qui ex f c: æquus erit et qui ex b f. Supponitur autem ꝙ qui sub a b, b c, vna cũ eo q ex c e: est æqualis ei q ex b f. Cõducatur igit̃ æqualis q sub a b, b c, vna cũ eo qui ex c e: ei qui ex h b & b c vna cũ eo qui fit ex c f. quod absurdum est. Igitur qui qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e: æquus non est minori eo qui fit ex b e. patuit autẽ ꝙ neq; ei qui ex b e. neq; eo maiori. Igitur qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e: quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere: sufficiant nobis tamen prædicta / ne materia lõgior existens lõgius protrahatur.

a. g. h. d. e. f. . c. . . . . b

Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 29.

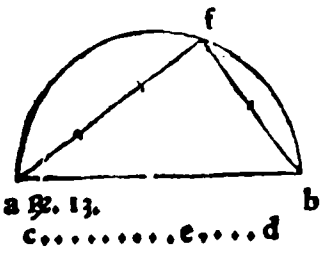
29 ¶ Comperire binas rationales potentia tantum commensurabiles: vt maior minore maius possit eo quod fit ex commẽsurabili sibi longitudine. Camp. 17

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponatur enim quædã rationalis a b. & bini quadrati c d, d e, vt ipsorũ residuus c e nõ sit quadratus per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi. & super a b describatur semicirculus a f b. Fiatq; sicut per correlarium 6 decimi d c ad c e: sic ꝙ ex b a quadratum ad id quod ex a f quadratũ. cõnectaturq; f b. Quoniã igitur est sicut quod ex b a ad id quod est a f, sic ex d c ad c e: igit̃ quod ex b a ad id quod ex a f, eã habet rationẽ quã numerus c d ad numerũ c e. Cõmensurabile igitur est quod ex b a: ei quod ex a f. Rationale autẽ quod fit ex a b. rationale igitur & id quod fit ex a f. Rationalis igitur est & a f. Et quoniã d c ad c e rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; quod ex a b igitur ad id quod ex a f rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ nũerũ. Igitur a b: p 9 decimi ipsi a f lõgitudine incõmẽsurabilis est. Ipsæ igitur a f, a b: rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Et quoniã est sicut d c ad c e, sic est quod ex a b ad id quod ex a f: cõuertendo igitur p correlariũ 19 quinti sicut c d ad d e, sic quod ex a b ad id quod ex b f. At c d ad d e eã habet rationẽ quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex a b ad id quod ex b f: eã habet rationẽ quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Cõmẽsurabilis igitur est p 9 decimi a b ad b f lõgitudie. Et quod ex a b per 47 primi æquũ est eis quæ fiũt ex a f & f b. Igitur a b ipsa a f maius potest ipsa b f sibi cõmensurabili. Inuẽtæ igitur sunt binę rationales potẽtia tãtũ commẽsurabiles b a & a f: vt b maior ipsa a f maius possit eo quod ex f b sibi longitudine commensurabili. Quod facere oportebat.



Eucli.ex Zamb. Problema.7 Propoſitio 30.

Camp.18 ¶Comperire binas rationales potentia tãtum commẽſura biles: vt maior minore maius poſſit eo quod fit a ſibi longitudine incommenſurabili. 30



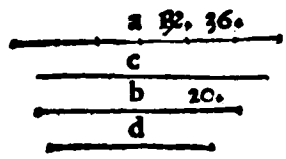
a 32. 13.

¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a b: binique numeri quadrati c e & e d, vt ex eis compoſitus non ſit quadratus per lẽma 2 viceſi mæoctauæ decimi. Deſcribaturq; ſuper a b, ſemicirculus a f b: fiatq; per correlariũ 6 decimi ſicut d c ad c e, ſic quod fit ex a b ad id quod ex a f. connectaturq; f b. Similiter iam oſtẽdemus ſicut in præcedenti: q; ipſæ b a & a f rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et quoniã eſt ſicut d c ad c e ſic eſt quod ex b a ad id quod ex a f: conuertendo igitur per correlarium 19 quinti ſicut c d ad d e, ſic quod ex a b ad id quod ex f b. At c d ad d e rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex a b: ad id quod ex b f rationem habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt a b ipſi b f longitudine: poteſtq; a b ipſa a f maius eo quod fit ex b f ſibi incommenſurabili. Ipſæ igitur a b, b f, rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles & a b ipſa a f maius poteſt eo quod fit ex f b ſibi longitudine incommẽſurabili, quod feciſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 24.

DVas lineas mediales potentia tantum communicãtes ſuperficiemq; rationalem continentes/quarum longior ſit potentior breuiore/augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine: inuenire. 24

¶CAMPANVS. ¶Cũ omnes duę lineę mediales potẽtia tantũ cõmunicantes cõtineãt ſuperficiẽ rationalem aut medialem/vt ex præmiſſa patet: docet inuenire eas duas quæ continent ſuperficiem rationalem & eas quæ medialem. Vnde propoſitum eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes/quarũ longior poſſit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ ſibi cõmunicantis in longitudine: quæ contineant ſuperficiem rationalem. Ad hoc ſecundum doctrinam 17 ſumo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes: quarum longior quæ ſit a, poſſit amplius breuiori quæ ſit b, in quadrato alicuius lineæ ſecum communicantis in longitudine. & ponam lineam c ſecundum doctrinam 9 ſexti: medio loco proportionalem inter a & b. & ponam vt ſit proportio a ad b: ſicut c ad d. quod qualiter fiat: in 10 ſexti dictum eſt. Dico tũc duas lineas c & d: eſſe quas quærimus. Patet enim ex 19: q; ſuperficies quã cõtinent duæ lineæ a & b, eſt medialis. Et quia per primam partẽ 16 ſexti/quadratũ lineæ c eſt dictæ ſuperficiei æquale: erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem ſit a ad b ſicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypotheſi quia tam a q̃ b rationalis eſt in potentia: ſequitur per 10 q; c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 cum c ſit linea medialis: erit etiam d medialis. & per primam partem 12 erit linea c potentior linea d: in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant ſuperficiem rationalem: ipſę ſunt quales inquirimus. Eas autem cõtinere ſuperficiem rationalem: ſic habeto. Cum ſit a ad b ſicut c ad d: erit permutatim a ad c ſicut b ad d. ſed erat a ad c: ſicut c ad b. igitur eſt c ad b: ſicut b ad d. itaq; per primam partem 16 ſexti ſuperficies quam continẽt duæ lineæ c & d: eſt æqualis quadrato b. eſt autem quadratum b, rationale per hypotheſin: cum ipſa ſit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d: eſt rationalis. Quare conſtat propoſitum.



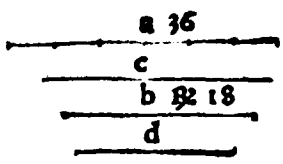
a 32. 36.

20.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 25.

25 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continentes / quarum longior ſit potentior breuiori/ quadrato lineę eidem longiori in longitudine incommenſurabilis: inuenire.

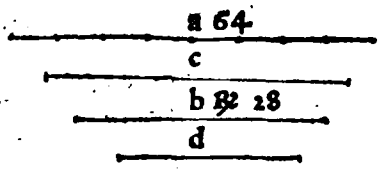
¶CAMPANVS. ¶Poſitis duabus lineis a & b rationalibus potẽtia tãtum communicantibus quarum longior poſſit amplius breuiori in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine quæ quidem reperiuntur ſecundum doctrinam 18, cæteriſq; poſitionibus manentibus ſicut in præmiſſa: argumentando modo conſimili patebit duas lineas c & d eſſe quales quærimus. ¶Et nota q; duę lineæ quas hęc & prę miſſa docent inuenire: componunt bimediale primum. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt/ dicitur reſiduum mediale primum.



Eucli.ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 31.

31 ¶Comperire binas medias potentia tantum commenſurabiles rationale compræhẽdentes: vt maior minore maius poſſit eo quod fit a ſibi longitudine commenſurabili. Camp.24.

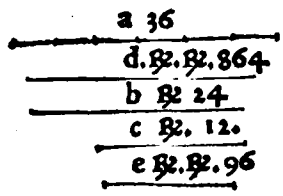
¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur per 29 decimi binæ rationales potentia tantum cõmenſurabiles/a,b: vt a maior exiſtens/ ipſa b minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili/& ei quod ſub a,b, cõprehẽditur ęquũ eſto id quod ex c. Medium autẽ eſt quod ſub a,b. medium igitur eſt per correlarium 23 decimi quod ſub c. media igitur eſt c per 21 decimi. Ei vero quod fit ex b: æquũ eſto quod fit ſub c,d. Rationale autẽ eſt quod fit ex b. rationale igitur & quod ſub c,d. Et quoniã per 1 ſexti eſt ſicut a ad b ſic eſt quod ſub a, b, ad id quod ex b, ſed ei quidẽ quod ſub a, b, æquum eſt id quod fit ex c, ei autem quod fit ex b æquum eſt quod ſub c,d: ſicut igitur a ad b, ſic quod ex c ad id quod ſub c,d. Sicut autem quod fit ex c ad id quod ſub c,d: ſic eſt c ad d. & ſicut igitur a ad b, ſic c ad d. Commẽſurabilis autẽ eſt per hypotheſin a; ipſi b potẽtia tantũ. cõmenſurabilis igitur p 11 decimi & c ipſi d potẽtia tãtũ. At c: media eſt. media igitur eſt per 23 decimi & d. Et quoniam eſt ſicut a ad b & c ad d, at a ipſa b maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili: & c igitur ipſa d maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Inuentæ ſunt igitur binæ mediæ potentia tantum commẽ ſurabiles c,d, rationale cõprahẽdentes: & c ipſa d maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili. ¶Similiter iã oſtendetur q; & eo quod ex incommenſurabili: quãdo a ipſa b maius potuerit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. Quod facere oportuit. Camp.25.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 26.

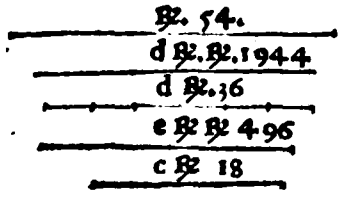
26 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; medialem continentes/ quarum longior breuiore tanto amplius poſſit quantum eſt quadratum alicuius lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine: inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potẽtia tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continentes/ quarum longior plus poſſit breuiori in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine/& ſecum incommenſurabilis in longitudine: nũc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; medialem continentes quarum longior ſit potentior breuiori in quadrato lineæ non ſecũ cõmenſurabilis/ſed ſolũ ſibi incommenſu



rabilis in longitudine. illud enim facile habetur ex iſto. Sint itaq; tres lineæ ſumptæ ſecundum doctrinam 18/a, b, c, potentia tantum rationales & in ea ſolum communicantes: ſitq; a potentior b & c, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b vt docet 9 ſexti: & ſit d ad e ſicut a ad c. dico duas lineas d & e eſſe quales inquirimus. Cum ſit enim quadratū lineæ d æquale ſuperficiei quæ continetur ſub a & b per primā partē 16 ſexti/ ſitq; ſuperficies contēta ſub a & b medialis ex 19 cum a & b ſint potentia tantum rationales communicantes: erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c ſicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantum ex hypotheſi: ſequitur ex 10 vt e quoq; cōmunicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a eſt potentior c, quadrato lineæ ſibi incōmenſurabilis in longitudine: erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant ſuperficiem medialem: cō ſtat eas eſſe quales inquirimus. Eas autē cōtinere ſuperficiē mediale: ſic habetur. Cum ſit ex hypotheſi a ad c ſicut d ad e: erit permutatim a ad d ſicut c ad e. Sed a ad d eſt ſicut d ad b per hypotheſin. itaq; d ad b ſicut c ad e. igitur per primam partem 12 ſexti ſuperficies quā continent d & e: eſt æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent ſuperficiem medialem per 19: cum ipſæ ſint rationales in potentia tantum communicantes ex hypotheſi. itaq; d & e continent ſuperficiem mediale. Quod eſt propoſitum. ¶ CAMPANVS. ¶ Si autem cura eſſet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; medialem continentes/ quarum longior eſſet potentior breuiori, quadrato lineæ ſecum communicātis in longitudine: ſumeremus tres lineas ſecūdum doctrinam 17 a, b, c, potentia tantum rationales & in ea ſolum cō municantes/ & poneremus lineam a eſſe potentiorem linea c, quadrato alicuius lineæ ſibi communicantis in longitudine/ cæteraverō manerēt vt prius. & argumentatione conſimili concluderemus: duas lineas d & e eſſe quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire: componunt bimediale ſecūdum. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt/ dicitur reſiduum mediale ſecundum.

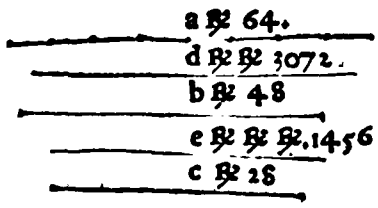
Zamb. 32.



Eucli. ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 32.

¶ Inuenire duas medias potentia tantum commenſurabiles medium cōprahendentes: vt maior minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. 32

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponantur tres rationales potentia tantum commenſurabiles a, b, c: vt a per 29 decimi ipſa c maius poſſit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. & ei quidem quod ſub a, b: æquum ſit per 13 & 17 ſexti quod fit ex d. medium autem eſt quod ſub a, b. medium igitur eſt per eandem quod ex d. & d igitur media eſt. Ei autem quod ſub b, c: æquum eſto quod ſub d, e. Et quoniam per primam ſexti & lemma 21 decimi ſicut quod ſub a, b, ad id quod ſub b, c, ſic eſt a ad c, ſed ei quidē quod ſub a, b, æquum eſt id quod fit ex d, ei autem quod ſub b, c, æquū eſt id quod ſub d, e: eſt igitur per 9 quinti ſicut a ad c ſic quod fit ex d ad id quod ſub d, e. Sicut autē quod fit ex d ad id qđ ſub d, e, ſic eſt d ad e. & ſicut igitur per 11 quinti a ad c: ſic d ad e. Commenſurabilis autem eſt a ipſi c potentia tantum. cōmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi & d ipſi e potentia tantum. Media autem eſt d: media igitur per 22 decimi eſt & e. Et quoniam eſt ſicut a ad c ſic eſt d ad e, & a q̄ c maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili: & d igitur q̄ e maius poterit eo quod fit ex ſibi commenſurabili per 14 decimi. Dico inſuper q; compræhenſum ſub d, e, mediū eſt. Quoniam enim æquū eſt quod ſub b, c, ei quod ſub d, e, mediū autē quod ſub b, c: mediū igitur per correlarium 22 & quod ſub d, e. Inuentæ ſunt igitur duæ mediæ potentia tantum commen-

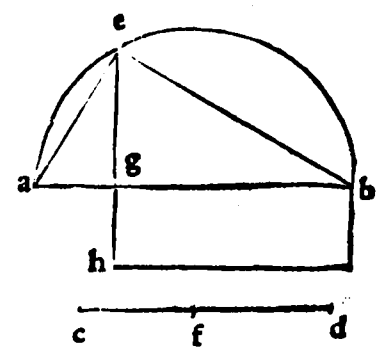


ſurabiles d,e,medium comprehendentes: vt maior minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. ¶Similiter iã rurſus oſtendetur q̃ & ei quod ex incommenſurabili:quando a ipſa c maius poterit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili.quod facere oportuit. Cãp.26.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

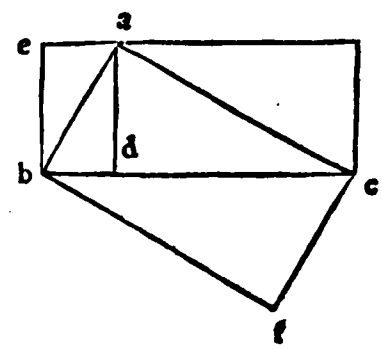
27 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq̃ medialem continentes/quarum quadrata ambo pariter accepta ſint rationale:inuenire.

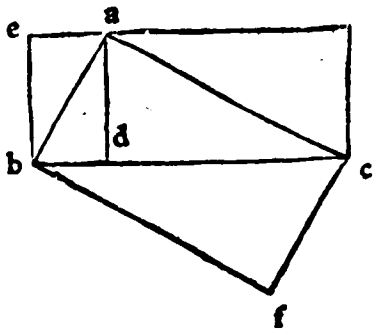
¶CAMPANVS. ¶Propoſitum eſt inuenire duas lineas inconmenſurabiles tam in potentia q̃ in longitudine:quę contineant ſuperficiem medialem/& quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem rationalem. Ad hæc autem ſumo per 18/duas lineas a b & c d potentia tantum rationales cõmunicantes:quarum longior quæ ſit a b,ſit potentior c d,quadrato alicuius lineæ ſecum incommenſurabilis in longitudine.Et ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculum a e b.Et diuido lineã c d p̃ęqualia ad punctum f.Et diuido lineam a b ad puctum g:ita q̃ linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b.& qualiter hoc fiat:in 13 dictum eſt.Et pono q̃ ſuperficies b h fiat ex a g in g b. eritq̃ ex prima parte 16 ſexti/quadratum c f:ęquale ſuperficiei b h.Et quia quadratum c f eſt æquale quartæ parti quadrati c d exquarta ſecundi/& quia ſuperficiei b h deeſt ad complendam lineam a b,ſuperficies quadrata cum a g ſit æqualis g h,& quia linea a b potentior eſt linea c d,quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine ex hypotheſi:erit ex ſecunda parte 14 linea a g incommenſurabilis lineæ g b. Educo igitur a puncto g perpendicularem ſuper lineã a b vſq̃ ad circunferentiam ſemicirculi:quę ſit g e.& protraho lineas a e & e b.Quas dico eſſe quales quærimus.erit enim e g ęqualis c f:eo q̃ vtraq̃ cadit medio loco proportionalis inter a g & g b.prima quidem/per primam partem correlarij 8 ſexti: ſecũda vero/per hypotheſin.propter quod:quadratum vtriuſq̃ earũ per primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b,quæ eſt b h.ipſę igitur ſunt æquales.At quia per quartã ſexti proportio a e ad e b eſt ſicut a g ad g e,ſunt autem a g & g e & g b continue proportionales:erit a e ad e b duplicata/ſicut a g ad g b.quare per 18 ſexti erit quadratũ lineæ a e ad quadratũ lineæ e b : ſicut a g ad g b.Cũ ſit igitur a g incõmunicans g b:erit per ſecundã partem 10 quadratum a e incõmunicans quadrato e b.quare duæ lineæ a e & e b ſunt incommẽſurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum a b eſt æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis/quadratum autem a b eſt rationale cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin:erunt quoq̃ quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta/rationale.Si vero hæ duæ lineæ continẽt ſuperficiem medialem:habitum eſt propoſitum.Erat autẽ c d rationalis in potentia & in ea tantum communicans lineæ a b: quare & c f.& ideo etiam g e ſibi æqualis erit potẽtia rationalis: & tantum in eadem communicans cum a b.itaq̃ per 19 ſuperficies a b in g e eſt medialis.Quia igitur per 4 ſexti & per primam partem 15 eiuſdem ſuperficies a e in e b eſt ſuperficiei a b in g e æqualis: conſtat duas lineas a e & e b,eſſe quales volumus. ¶Et nota q̃ duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire:componunt lineam maiorem.& minori earum abſciſa de maiori:quæ reliqua eſt/dicitur linea minor.



¶THEON Lemma.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto triangulũ rectangulum b a c:rectũ habens q̃ ſub b a c:exciteturq̃ per 11 primi/perpẽdicularis a d.Dico q̃ quod ſub c b & b d:ęquũ eſt ei quod fit ex b a.quod vero ſub b c,c d:ei quod ſub c a. quod autem ſub d b & d c:æquum eſt ei quod fit ex a d.& inſuper id qđ ſub b c,a d:æquũ eſt ei quod fit ſub b a & a c.In primiſq̃:q̃ id quod ſub c b & b d ęquum eſt ei quod ex a b.Quoniã enĩ in rectangulo triangulo b a c,ab angulo recto in baſin excitata eſt a d:igitur per 8 ſexti/triangula

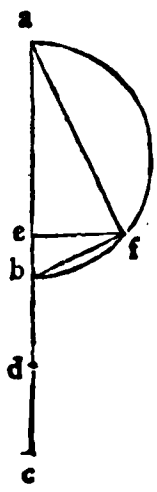




a b d & a d cſimilia ſunt & toti a b c,& ſibi inuicem. Et quoniam triangulum a b cſimile eſt triangulo a d b:eſt igitur ſicut c b ad b a,ſic eſt a b ad b d. Igitur quod ſub c b & b d:æquũ eſt ei quod fit ex a b. Id propterea iam quod ſub b c & c d: æquum eſt ei quod fit ex a c. Et quoniam ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis excitetur/excitata baſis ſegmentorum media proportionalis eſt per correllariũ 8 ſexti:eſt igitur ſicut b d ad d a,ſic eſt a d ad d c. Igit per 17 ſexti quod ſub b d,d c:æquum eſt ei quod ex d a. Dico autem q; & id quod ſub b c & a d,æquum eſt ei quod ſub b a& a c. Quoniã enim vt diximus a b c ſimile eſt ipſi a c d:eſt igitur ſicut b c ad a c,ſic b a ad a d. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales: quod ſub extremis per 16 ſexti æquũ eſt ei quod ſub mediis. quod igitur ſub b c,a d:æquũ eſt ei quod ſub b a,a c. Vel etiam quando circunſcribemus e c rectangulum parallelogrammũ complebimuſq; a f:æquum erit per 41 primi e c ipſi a f. vtrunq; enim eorũ:ipſius a b c trianguli duplum eſt. eſtq; quod ex b a,a c:id quod ſub b c,a d. quod autem eſt a f:id quod ſub b a & a c. Quod igitur ſub b c,a d: æquum eſt ei quod ſub b a & a c.

Euclí. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 33.

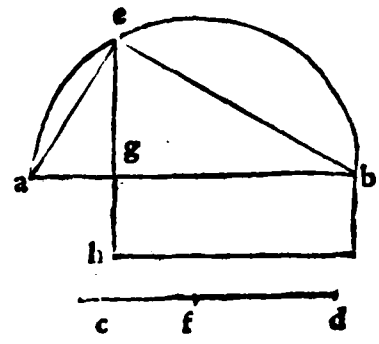
¶ Inuenire binas rectas lineas potentia incommẽſurabiles: conficientes conflatum ex quadratis quæ ab ipſis rationale/ quod vero ſub ipſis medium. 33



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponantur per 30 decimi binæ rationales potentia tantum commenſurabiles a b,b c: vt maior a b minore b c maius poſſit eo quod fit ex ſibi incommẽſurabili. Seceturq; per 10 primi b c bifariam in d.& ei quod fit ex altera ipſarum b d,d c,per 26 ſexti æquum ad ipſam a b comparetur parallelogrammum deficiens ſpecie a quadrato: ſitq; quod ſub a c b. Deſcribaturq; ſuper a b ſemicirculus a f b:excitetur q; per 11 primi ipſi a b ad angulos rectos e f. cõnectãturq; a f & f b. Et quoniam binæ rectæ lineæ ſunt a b,b c,& a b ipſa b c maius poteſt eo qđ fit a ſibi incommenſurabili/quartæ autem parti illius quod fit ab ipſa b c minore hoc eſt ab eius dimidio æquum ad ipſam ab parallelogrammũ comparatũ eſt deficiens ſpecie a quadrato/efficitq; id quod ſub a e,e b: incommenſurabilis igitur eſt per ſecundam partem 18 decimi a e ipſi e b. Eſtq; ſicut a e ad e b:ſic quod ſub b a,a e,ad id quod ſub a b & b e. Et autem quod ſub b a & a e:æquum eſt id quod fit ex a f. Quod autem ſub a b & b e:per lemma præcedentis ei quod ex b f eſt æquale. Incommẽſurabile igitur eſt quod fit ex a f:ei quod fit ex b f. Ipſę igitur a f,f b:potentia ſunt incõmenſurabiles. Et quoniam a b rationalis eſt:rationale igitur eſt per 7 diffinitionẽ decimi quod fit ex a b. quare & compoſitum ex eis quæ ex a f,f b,rationale eſt. Et quoniã rurſus quod ſub a e,e b,æquũ eſt per lemma præcedentis ei quod fit ex e f,ſupponitur autem id quod ſub a e,e b,ipſi quod ex b d æquale:æqualis igitur eſt f e ipſi b d. Dupla igitur eſt b c: ipſius f e. Quare & qđ ſub a b,b c:duplũ eſt eius quod fit ſub a b,e f. medium autem eſt qđ ſub a b, b c. medium igitur & id quod ſub a b,e f. æquum autem eſt quod ſub a b,e f:ei quod ſub a f,f b. medium igitur & quod ſub a f, f b. patuit vero q; & rationale compoſitum ex eis quæ ab ipſis quadrata. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles a f,f b:efficientes compoſitũ inquã ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis rationale/& quod ſub ipſis medium. quod erat agẽdum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 28.

DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq; rationalem continentes / quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale: inuenir. 28

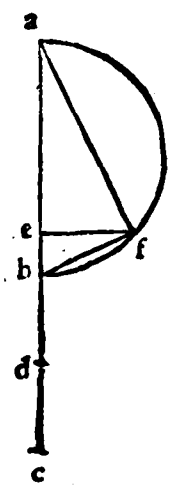


¶CAMPANVS. ¶Sit hic prorſus eadem diſpoſitio quæ prius in præmiſſa. Sint autem duæ lineæ a b & c d: quales proponit 25. eruntq; ſimili argumentatione præmiſſæ duæ lineæ a e & e b: quales hæc 18 proponit. Cum ſit enim a b linea medialis: erit eius quadratum mediale per 19. et ideo quadrata duarum linearum a e & e b: ſunt mediale per penultimã primi. Et quia a b in c d continet ſuperficiem rationalem: ſequitur etiam vt a b in c f, & ideo in g e ſibi æqualem, cõtineat ſuperficiem rationalẽ. itaq; & a e in e b. Patet ergo quod quęritur. ¶Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire: componunt lineam potẽtem in rationale & mediale. & minori earũ abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt, dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucl. ex Zamb. Problema 11. Propoſitio 34.

34 ¶Binas rectas lineas potentia incommenſurabiles efficientes compoſitum ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadrata medium, quod vero ſub ipſis rationale: comperire.

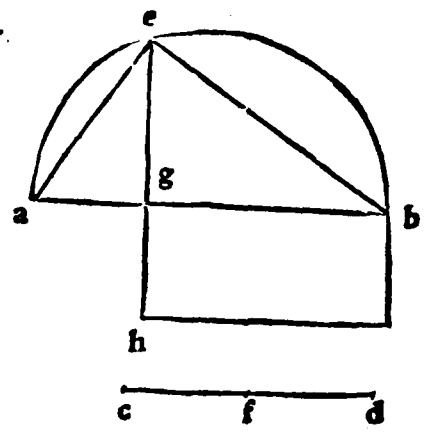
¶THEON ex Zamberto. ¶Exponantur binæ medię potentia tantum commenſurabiles a b, b c, rationale compræhendentes quod ſub ipſis: vt a b, ipſa b c maius poſſit eo quod fit a ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq; ſuper ipſa a b: ſemicirculus a d b, ſeceturq; per 10 primi b c, bifariã in e. compareturq; per 28 ſexti ad ipſam a b, ei quod ex b e æquũ parallelogrammum ſpecie deficiens a quadrato: ſitq; quod ſub a f, f b. Incommẽſurabilis igitur eſt a f ipſi f b longitudine. Exciteturq; per 11 primi ab f: ipſi a b ad angulos rectos f d. connectanturq; ipſæ a d & d b. Quoniã igitur incommenſurabilis eſt a f ipſi f b: incommenſurabile eſt igitur & quod ſub b a & a f, ei quod ſub a b & b f. Aequale autem eſt id quod ſub b a & a f, ei quod ſub a d. quod autẽ ſub a b, b f: ei quod ex d b. incõmẽſurabile igitur eſt & id quod ex a d: ei quod ex d b. Et quoniã mediũ eſt quod fit ex a b: medium igitur eſt & compoſitum ex eis quæ fiunt ex a d, d b. Et quoniam dupla eſt b c ipſius d f: duplum igitur eſt quod ſub a b, b c, eius quod ſub a b, f d. Rationale autẽ eſt quod ſub a b, b c, ſupponitur enim rationale. Igitur & quod ſub a b, f d. Ei autem quod ſub a b, f d: æquum eſt per lemma 32 decimi quod ſub a d, d b. Quare & quod ſub a d, d b: rationale eſt. Inuentæ ſunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incõmenſurabiles a d, d b: efficientes compoſitũ ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, quod vero ſub ipſis rationale. Quod facere oportuit.



Eucl. ex Camp. Propoſitio 29.

29 DVas lineas potentialiter incommenſueabiles ſuperficiemq; medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta ſint mediale, duplo ſuperficiei vnius in alteram incommenſurabile: inuenire.

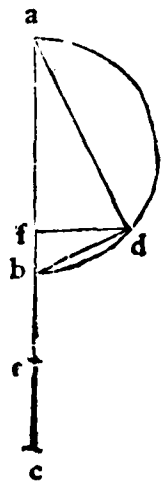
¶CAMPANVS. ¶Huius quoq; diſpoſitio: a duarum præmiſſarum diſpoſitione nõ ſit in quoquã diuerſa. Sint autem lineę duæ a b & c d: quales 26 proponit. eruntq; præmiſſa argumentatione duæ lineæ a e & e b: quas inquirimus. Cum enim a b ſit linea medialis: erunt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale. at cum a b & c d contineãt ſuperficiem medialẽ: ſequitur vt a b in e f, & ideo in e g ſibi æqualem, contineat quoq; ſuperficiem medialem. omnis enim ſuperficies mediali communicans: medialis eſſe conuincitur, quẽadmodum in 21 mõſtratum eſt. ſuperficies igitur a e in e b medialis eſt: cum ipſa ſit æqualis ſuperficiei a b in g e. Quia vero linea a b eſt incommenſurabilis lineæ c d: erit etiam incommenſurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam ſexti & ſecundam partem decimæ huius, ſuperficies a b in e g quæ eſt æqualis ſuperficie ia e in e b: erit incommenſurabilis quadrato lineæ a b. itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis.



Quod cum ita ſit: ſequitur quoq; vt duplum ſuperficiei a e in e b ſit incõ menſurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acce ptis. Et hoc erat monſtrandum. ¶ Duæ lineę quas hęc 29 docet inuenire: componunt lineam potentem in duo medialia. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit to tum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propoſitio 35.

¶ Comperire binas rectas lineas potentia incõmẽſurabiles: efficientes compoſitum ex earum quadratis mediũ, & quod ſub ipſis medium, & inſuper incommenſurabile compoſito ex earum quadratis. 35



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponãtur per 28 decimi binæ mediæ po tentia tantum cõmenſurabiles a b, b c, mediũ comprehẽdentes: vt a b ip ſa b c maius poſſit eo quod fit ex ſibi incõmẽſurabili. Deſcribatur q; ſuper a b, ſemicirculus a d b: & reliqua fiãt quæ in ſuperioribus. Et quoniã per ſecundã partẽ 18 incõmenſurabilis eſt a f ipſi f b longitudine: incõmen ſurabilis eſt p 11 decimi & a d ipſi d b potẽtia. Et quoniã q̃d ex a b me dium eſt: mediũ igitur eſt & cõpoſitum ex iis quæ ex a d, d b. Et quoniã quod ſub a f, f b, æquum eſt ei quod ex vtraq; ipſarũ b e, d f: æqualis igi tur eſt b e ipſi d f. Dupla igitur eſt b c ipſius f d. quare & quod ſub a b, b c: duplum eſt eius quod ſub a b, f d. Mediũ autem quod ſub a b, b c. me dium igitur & quod ſub a b, f d. æquumq; eſt ei quod ſub a d, d b. me dium igitur eſt per correlariũ 23 decimi & per lẽma primũ decimi quod ſub a d, d b. Et quoniam incõmẽſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine, cõ menſurabilis autem eſt b c ipſi b e: incõmenſurabilis igitur eſt per 13 de cimi & b a ipſi b e lõgitudine. Quare & quod ex a b: ei quod ex a b, b e, incõmenſurabile eſt. Sed ei quidẽ quod ex a b æqualia ſunt q̃ ex a d, d b, p 47 primi. ei autẽ quod ex a b, b e, æquũ eſt id q̃d ſub a b, f d. hoc eſt quod ſub a d, d b. incõmenſurabile igitur eſt compoſitũ ex iis quæ ex a d, d b: ei quod ſub a d, d b. Inuẽtæ igitur ſũt binę rectę lineę a d, d b, po tentia incõmenſurabiles: efficientes compoſitũ ex earum quadratis me dium, & quod ſub ipſis medium, & inſuper compoſito ex earum quadra tis incommenſurabile. Quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales com municantes, in longum directumq; coniungantur: tota linea ex his compoſita erit irrationalis, dicetur q; binomium. 30

a 12 b 4 c

a c 256.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq; cõ iunctæ rationales in potentia tantũ cõmunicantes: quas per 17 & 18 re peries: dico totam lineã a c ex eis compoſitã eſſe irrationalem: & ipſa vo catur binomiũ. Eſt enim per quartam ſecundi quadratũ a c æquale quã dratis duarum linearum a b & b c & duplo ſuperficiei vnius earum in al teram. quadrata autem ambarũ faciunt ſuperficiem rationalem ex hypo theſi. duplum vero ſuperficiei vnius earum in alteram facit ſuperficiẽ me dialem ex decimanona. itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum fa ciunt ſuperficiem incommenſurabilem duplo ſuperficiei vnius earum in alteram. erit igitur ex 9 quadratum a c incõmenſurabile duobus qua dratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis. quare irrationale per diffinitionẽ: cum duo illa quadrata faciãt ſuperficiẽ rationalem. ideoq; ſuum latus tetragonicum quod eſt a c: irrationale quoq; per diffinitionẽ. conſtat ergo propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 36.

¶ Si binæ rationales potentia tantum commenſurabiles cõ 36

poſitæ fuerint: tota irrationalis eſt/ voceturq; ex binis nominibus.

¶THEON ex Zamb. ¶Componantur enī binæ rationales potentia tãtum cõmẽſurabiles: a b, b c. Dico q; a c irrationalis eſt. Quoniã enim incõmenſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine: potentia tãtum ſunt cõmenſurabiles. ſicut autẽ a b ad b c: ſic per lemma 21 decimi, quod ſub a b, b c, ad id quod ex b c. Incommenſurabile p 11 decimi igitur eſt quod ſub a b, b c, ei quod ex b c. ſed ei quod ſub a b, b c, commenſurabile quidẽ eſt qđ bis ſub a b, b c. Ei autem quod ex b c: cõmẽſurabilia ſunt quæ ex a b, b c. Quare & quod bis ſub a b, b c, eis quæ ex a b, b c, incõmenſurabile eſt. Componendoq; per 4 ſecundi quod bis ſub a b, b c, vna cum eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod ex a c: incõmmenſurabile eſt compoſito ex iſs quæ ex a b, b c. rationale autẽ eſt compoſitũ ex iis quæ ex a b, b c. irrationale igitur eſt per diffinitionem decimi quod ex a c. Quare & a c irrationalis eſt. vocatur autem ex binis nominibus. Vocauit ſane ipſam ex binis nominibus: eo quia ipſa ex binis rationalibus conſtat, proprium nomen appellans: rationale quatenus rationale. Quod feciſſe oportuit.

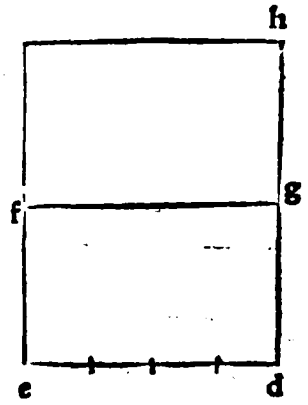
a 20 b 6 c
b c. 32. 32. 640.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31.

31 SI duæ lineæ mediales potentia tantum communicãtes ſuperficiemq; rationalem continentes/ directe cõiungantur: tota linea ex his compoſita erit irrationalis/ diceturq; bimediale primum.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & b c, in continuũ directumq; cõiunctæ quales proponuntur: quas per 24 & 25 reperies. dico totam lineã a c eſſe irrationalem: & ipſa vocatur bimediale primum. Eſt enim duplũ ſuperficiei a b in b c rationale per hypotheſin: duoq; quadrata duarum linearũ a b & b c pariter accepta faciunt mediale/ cũ vtrumq; quadratum ſit mediale per hypotheſin/ & vnum eorum cõmunicans alij. duplũ igitur ſuperficiei vnius earũ in alteram eſt incõmunicans duobus quadratis pariter acceptis, totũ ergo aggregatũ ex duplo ſuperficiei & duobus quadratis (& ipſum eſt quadratum totius a c per 4 ſecundi) eſt incõmenſurabile duplo ſuperficiei vnius earũ in alterã per 9 huius. Cum itaq; duplum ſuperficiei ſit rationale: erit quadratum a c irrationale. idcoq; & linea a c, quod eſt propoſitum. ¶IDEM aliter. ¶Sit linea d e rationalis in longitudine: cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c. eritq; ſuperficies hæc d f medialis: cum vtrunq; quadratum ſit mediale per hypotheſin/ & vnum eorum cõmunicãs alij. quare per 20 linea d g eſt rationalis in potentia tantum/ non cõmunicãs in longitudine lineæ d e. Rurſus ad lineam f g quæ eſt æqualis d e, adiũgatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c. eritq; f h rationalis per hypotheſin. quare per 16 linea g h erit rationalis in longitudine. duæ itaq; lineæ d g & g h ſunt potentialiter rationales: & in ea tantũ communicantes. ergo per 30 tota ex eis compoſita quæ eſt d h: eſt binomiũ & irrationalis. quare per 16 a deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis. At quia per 4 ſecundi latus eius tetragonicum eſt linea a c: ipſa erit irrationalis per diffinitionẽ. quod oportuit demõſtrare.

a 32 32 54. b 32 32 14 c



Eucli, ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 37.

37 ¶Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint rationale compræhendentes: tota irrationalis eſt/ vocatur autem ex binis prima medijs.

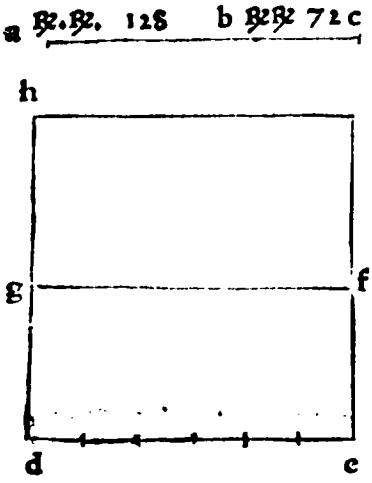
¶THEON ex Zamberto. ¶Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles a b, b c, rationale compræhendentes. Dico q; ac irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine: & quę ex a b, b c, igitur ſunt incommẽſurabilia ei quod

a 32 32. 27 b 32. 32. 12 c

bis ſub a b,b c. Componendo igitur quæ ex a b,b c,vna cũ eo quod bis ſub a b,b c,hoc eſt illud quod ex a c:incõmenſurabile eſt ei quod ſub a b, b c. Supponuntur autem ipſæ a b,b c,rationale compræhẽdentes. irrationale igitur eſt id quõd ex a c. irrationalis igitur eſt a c. vocatur ſane ex binis medijs prima. vocauit autem eam ex binis medijs primam:quoniam rationale compræhendit/& conterit rationale.

Euclí ex Camp. Propoſitio 32.

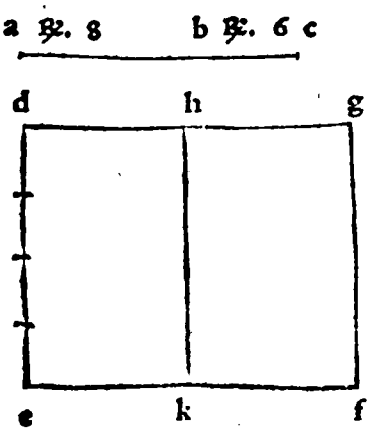
SI duæ lineæ mediales potentialiter tãtum communicantes ſuperficiemq; medialem continentes directe coniungantur:tota linea erit irrationalis dicetur q; bimediale ſecundum. 32



¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineæ a b & b c in continuũ directumq; cõiunctæ vt proponitur:quas per 26 contingit reperiri,dico totam a c ex eis compoſita eſſe irrationalem:& ipſa vocatur bimediale ſecundũ. Eſto enĩ linea d e rationalis in longitudine:cui adiungatur ſuperficies d f ęqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypotheſi duo illa quadrata ſunt communicantia/& vtrũq; mediale:erit ſuperficies d f medialis.quare per 20 linea d g quæ eſt eius latus ſecũdũ: eſt rationalis in potentia tantum/& lineæ d e incõmenſurabilis in longitudine. Rurſus adiungatur ad lineam g f quæ eſt æqualis lineæ d e,ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c.eritq; etiam ſuperficies f h medialis.erat enim per hypotheſin ſuperficies a b in b c medialis.ergo duplum eius cui eſt æqualis f h erit mediale.per 20 igitur eſt linea g h, rationalis in potentia tantum & incommẽſurabilis in longitudine lineę g f. Quia vero a b & b c ſunt potentialiter tãtum cõmunicantes:erit per primam ſexti & per ſecundam partem 10 huius ſuperficies vnius in alteram/incõmenſurabilis quadrato vtriuſq;. At quia quadrata earũ cõmunicãt per hypotheſin:erit dicta ſupficies/quare & duplũ eius/incõmunicãs duobus quadratis earũ pariter acceptis,duæ ergo ſupficies d f & f h ſunt incõmunicantes.per primã itaq; ſexti & ſecundam partem 10 huius erit linea d g incõmenſurabilis lineæ g h.quæ cum ſint rationales in potentia:erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius terragonicum per 4 ſecundi eſt linea a c:ſequitur per diffinitionem q; linea a c ſit irrationalis,quod propoſitum erat oſtendere.

Euclí.ex Zamb. Theorema 26.Propoſitio 38

¶Sí binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint medium compræhendentes: tota irrationalis eſt/vocatur autem ex binis ſecunda medijs. 38



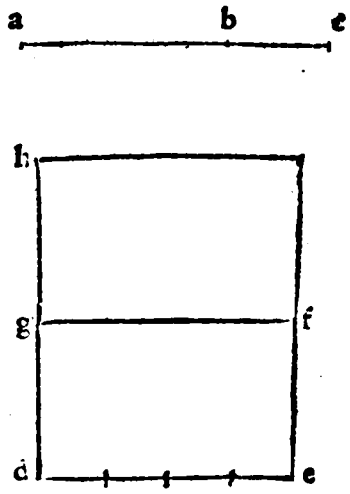
¶THEON ex Zamberto. ¶Componãtur enĩ binæ mediæ potentia tantum cõmenſurabiles a b,bc:mediũ compræhendentes. Dico q; irrationalis eſt a c. Exponatur rationalis d e.ei autẽ quod ex a c per 44 primi ęquum ad ipſam d e comparetur d f:latitudinem efficiens d g. Et quoniã quod ex a c æquum eſt & eis quæ ex a b,b c,& ei quod bis ſub a b,b c, quod autẽ ex a c æquũ eſt ipſi d f:igitur & d fæquũ eſt & eis quæ ex a b, b c,& ei quod bis ſub a b,b c. Comparetur per eandẽ iam eis quæ ex a b, b c,ad ipſam d e æquũ ipſum e h.reliquũ igitur h f æquum eſt ei quod bis ſub a b,b c. Et quoniã media eſt vtraq; ipſarum a b,b c:media igitur ſunt & ea quæ ex a b,b c. mediũ autem ſupponitur quod bis ſub a b,b c. eis autẽ quæ ex a b,b c,æquũ eſt e h.ei vero quod bis ſub a b,b c,æquũ eſt f h.mediũ igitur eſt vtrunq; ipſorũ e h,h f:& ad rationalem d e cõparatur. Rationalis igitur & incõmenſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine. Eſtq; ſicut a b ad b c ſic quod ex a b ad id quod ſub a b,b c. incommenſurabile igitur eſt ei quod ex a b:id quod ſub a b,b c. at ei quidem quod ex a b commenſurabile eſt compoſitũ ex iis quæ ex a b,b c,ſunt quadrata. ei vero quod ſub a b,b c commenſurabile eſt id quod bis a b,bc. Incõ-

mẽſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex a b,b c,ei quod bis ſub a b, b c. Sed eis quidem quæ ex a b,b c,ęquũ eſt e h. ei autẽ quod bis ſub a b,b c, æquum eſt f h. Incommẽſurabile igitur e h: ipſi h f. Quare & d h ipſi h g eſt incommenſurabilis longitudine. Oſtenſum eſt autem q̃ rationalis. Ipſæ igitur d h,h g, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Quare d g irrationalis eſt. rationalis autem d e. Quod autẽ ſub irrationali & rationali compræhẽſum rectangulum: irrationale eſt per 22 decimi. Igitur area d f irrationalis eſt: ipſamq̃ potẽs irrationalis eſt. ipſum autem d f ipſa a c poteſt. irrationalis igitur eſt a c. vocaturq̃ ex binis medijs ſecunda. Vocauit autem eam ex binis medijs ſecundam: quoniam medium compręhendit quod ſub ipſis/& non rationale/in ſecundo vero eſt loco medium rationali. Qz autem ſub rationali & irrationali compræhenſum rectangulum ſit irrationale: patet. ſi enim ſit rationale: compareturq̃ ad rationalẽ. rurſuſq̃ erit aliud latus rationale. ſed & irrationale. quod eſt abſurdum. Quod igitur ſub rationali & irrationali: irrationale eſt. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

33 CVm coniunctę fuerint duæ lineæ potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq̃ medialẽ continentes/quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale: tota linea erit irrationalis/diceturq̃ linea maior.

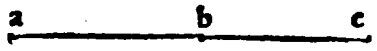
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duę lineę a b & b c ſibi in continuum directumq̃ cõiunctæ ſicut proponitur: quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compoſitam eſſe lineam irrationalem: & ipſa vocatur linea maior. Cũ enim ambo quadrata pariter accepta ſint rationale/ſuperficies vero alterius in alterã (quare & eius duplum) medialis per hypotheſin: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicãs duplo ſuperficiei vnius in alterã. itaq̃ totũ aggregatum ex duobus quadratis & duplo ſuperficiei (& ipſum eſt æquale quadrato a c per 4. ſecũdi) erit per 9 huius incõmẽſurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo eſt q̃dratũ lineæ a c irrationale: & linea a c irrationalis. quod eſt propoſitũ. ¶ Idẽ aliter. Sicut in præmiſſis ad lineã d e quæ ſit rationalis in longitudine/adiungatur ſuperficies d f: quę ſit ęqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis. eritq̃ rationalis per hypotheſin. quare per 16 latus eius ſecũdũ quod eſt d g: erit etiã rationale in lõgitudine & cõicans lineę d e. Rurſus ad lineã f g adiũgatur ſuperficies f h ęqualis duplo ſupficiei a b in b c. eritq̃ medialis per hypotheſin. quare per 20 linea g h quę eſt eius latus ſecũdũ eſt rationalis inpotẽtia tantũ. per 30 igitur eſt linea d h binomiũ & irrationalis. ideoq̃ per 16 a deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis. quare latus eius tetragonicum quod per 4. ſecundi eſt a c: eſt irrationale per diffinitionem. quod volumus oſtendere.

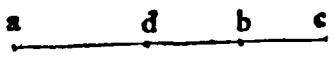


Eucli. ex Zamb. Theorema. 27. Propoſitio 39.

39 ¶ Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint conficientes compoſitum ex quadratis quæ ab ipſis rationale/quod autem ſub ipſis medium: tota recta linea irrationalis eſt/vocatur autem maior.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potentia commenſurabiles a b,b c: efficiẽtes ea q̃ propoſita ſunt. Dico q̃ a c irrationalis eſt. Quoniam enim per hypotheſin quod ſub a b,b c, medium eſt: & quod bis igitur ſub a b,b c, medium eſt. Compoſitum vero ex ijs quæ ex a b,b c: rationale eſt. incõmenſurabile igitur eſt quod bis ſub a b,b c: compoſito ex ijs quæ ex a b,b c. Quare & quę ex a b,b c, vna cum eo quod bis ſub a b,b c, quod eſt id quod ex a c: incommenſurabile eſt compoſito ex ijs quæ ex a b,b c. Rationale autem eſt compoſitum ex ijs quæ ex a b,b c. Irrationale igitur eſt quod ex a c. Quare & a c irrationalis eſt. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipſam/maiorẽ: eo qa q̃ ex a b,b c, rationalia/maiora ſunt eo quod bis ſub a b,b c, medijs. cũq̃ decẽs ſit ab ipſorũ rationalium familiari denominationem ordinare.



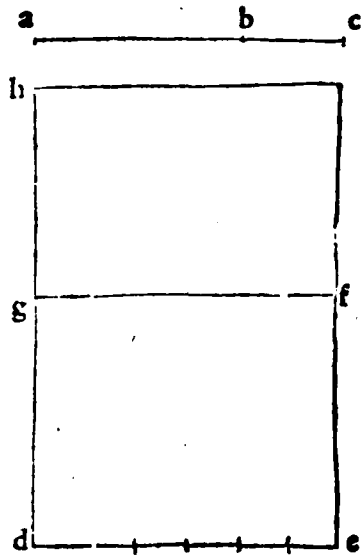


¶Q2 autē quæ ex a b,b c,maiora ſint eo quod bis ſub a b,b c:ſic oſtēdendū eſt.Manifeſtū quidē eſt q̄ inæquales ſunt ipſę a b,b c.Si enī æq̄les eſſēt:equalia quoq; eſſent p̄ 7 ſecūdi/et q̄ ex a b,b c:ei quod bis ſub a b,b c.eſſet quoq; id quod ſub a b,b c,rōnale.Quod nō ſupponit.Inæquales igitur ſunt ipſæ a b,b c.Supponatur maior a b.ponaturq; ipſi b c æq̄lis b d.Quæ igitur ex a b,b d: æqualia ſunt ei quod bis ſub a b,b d,& ei quod ex a d.æqualis autem eſt d b ipſi b c.Quæ igitur ex a b,b c:equa ſunt ei quod bis ſub a b,b c,& ei quod ex a d.Quare quæ ex a b,b c,maiora ſunt eo quod bis ſub a b,b c:eo quod ex d a. quod erat demonſtrandum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 34.

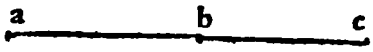
CVm cōiunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmenſurabiles ſuperficiemq; rationalē cōtinētes/quarū ambo quadrata pariter accepta ſint mediale: tota linea erit irrationalis/diceturq; potens in rationale & mediale. 34

¶CAMPANVS. ¶Sint vt in præmiſſis duæ lineæ a b &|b c in cōtinuū directumq; cōiunctæ quales proponitur:& ipſę ſunt ex 28 ſumēdę.Dico q̄ tota linea a c ex eis cōpoſita/erit irrationalis: & illa vocatur linea potens in rationale & mediale.Cū ſit eni ſuperficies a b in b c rationalis per hypotheſin/ideoq; & duplū eius/ac ambo quadrata pariter accepta ſint mediale:ſequitur per 4 ſecūdi & 9 huius quēadmodū in p̄miſſis/q̄ quadratū totius a c ſit incōmunicans duplo ſuperficiei a b in b c.per diffinitionem igitur ipſum eſt irrationale:& linea a c irrationalis.quod eſt propoſitum. ¶Idem aliter.Sit vt in prę-miſſis linea d e rationalis in longitudine:ſuperficieſq; d f ſibi adiuncta ęqualis duobus quadratis pariter acceptis duarū linearum a b & b c.eritq; medialis per hypotheſin.per 20 igitur erit linea d g rationalis in potētia tantum non cōmunicans in longitudine lineę d e.Sitq; ſuperficies f h adiuncta ad lineam g f:æqualis duplo ſuperficiei a b in b c.eritq; rationalis per hypotheſin.& ideo per 16 latus eius ſecundum/quod eſt g h:rationale in lōgitudine.quare per 30 linea d h eſt binomium & irrationalis:& ſuperficies e h per 16 a deſtructione cōſequētis eſt irrationalis.Cū itaq; linea a c ſit eius latus tetragonicū per 4 ſecundi:ſequitur vt a c ſit irrationalis per diffinitionem.conſtat ergo propoſitū.



Eucli.ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 40.

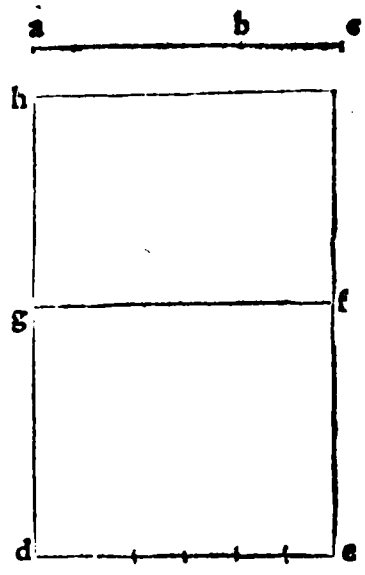
¶Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint efficientes compoſitum quidem ex earum quadratis medium/quod vero ſub ipſis rationale:tota recta linea irrationalis eſt/vocatur autem rationale mediumq; potens. 40



¶THEON ex Zamb. ¶Componantur enim binæ magnitudines ſiue rectæ lineæ potentia incommenſurabiles a b,b c: efficientes præcedentia. Dico q̄ irrationalis eſt a c. Quoniam enim compoſitum ex ijs quæ ex a b,b c,medium eſt,quod vero bis ſub a b,b c,rationale: incōmenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex a b,b c.ei quod bis ſub a b,b c.Quare & componendo per 16 decimi & 4 ſecundi/quod ex a c:incommenſurabile eſt ei quod bis ſub a b,b c.Rationale autem eſt quod ſub a b,b c.Irrationale igitur eſt quod ex a c.Irrationalis igitur eſt a c.Vocatur autem rationale mediumq; potēs.Rationale autem & medium potentē eam appellauit:eo quia binas poteſt areas vnam quidem rationalem/alteram vero mediam.ac propter rationalis prę-ſtantiam:primam rationalem appellauit.quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 35.

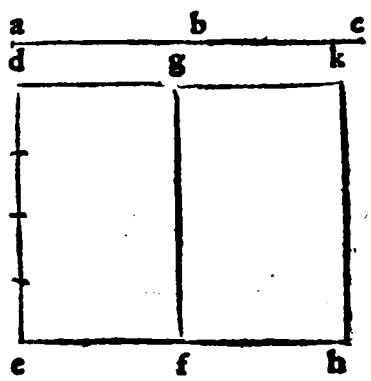
CVm cōiunctę fuerint duæ lineæ potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq; medialem cōtinentes/quarū ambo quadrata pariter accepta ſint mediale duplo ſuperficiei vnius in alteram incommenſurabile:tota linea erit irrationalis/diceturq; potens in duo medialia. 35



¶CAMP. ¶Sint quoq; duæ lineę hic a b & b c in cõtinuũ directũq; cõiũctæ vt proponit: q̃ ex 29 sumẽdę sũt. Dico q̃ linea a c ex eis cõpoſita eſt irrationalis: ac ipſa dicit̃ potẽs in duo medialia. Adiũgatur enī ad lineã d e q̃ ſit rationalis in lõgitudine: ſupficies d f æq̃lis duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis. eritq; medialis p hypotheſin. quare per 20 linea d g erit rõnalis in potẽtia tm̃: & incõmẽſurabilis d e lineę rõnali in lõgitudine. Rurſus adlineã g f q̃ eſt ęqualis d e: adiũgatur ſupficies f h q̃ ſit æqualis duplo ſuperficiei vnius in alterã. erit etiã ex hypotheſi medialis. quare p 20 linea g h: erit rationalis in potẽtia tm̃. At qa p hypotheſin ãbo quadrata pariter accepta sũt incõmẽſurabile duplo ſupficiei vnius in alterã: ſequitur vt d f ſit icõmẽſurabilis f h. quare p primã ſexti & 2 partẽ 10 huius: linea d g eſt incõmẽſurabilis g h. per 30 igitur eſt linea d h: binomiũ & irrõnalis. itaq; ſupficies e h eſt irrationalis: & eius latus tetragonicũ qd̃ eſt a c, vt in p̃miſſis. quare cõſtat ꝓpoſitũ. Si autẽ duplũ ſupficiei a b in b c nõ eſſet incõmẽſurabile ãbobus quadratis pariter acceptis: eſſet linea a c medialis. eſſet enī d f cõicans f h. ideoq; linea d g lineæ g h. tota igitur d h eſſet rationalis in potentia tantum. incommenſurabilis in longitudine lineę d e. per 19 igitur eſſet ſuperficies e h medialis: eiuſq; latus tetragonicum quod eſt a c, linea medialis.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 29. Propoſitio 41.

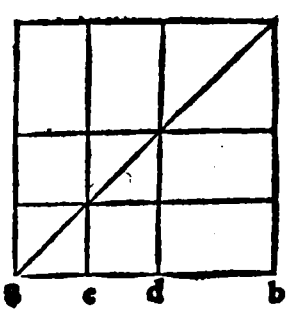
41 ¶Sí binæ rectæ lineę potẽtia incõmẽſurabiles cõpoſitę fuerīt/efficientes cõpoſitũ ex earũ quadratis medium/quod vero ſub ipſis mediũ/& inſuper incõmenſurabile cõpoſito ex earũ quadratis: tota recta linea irrationalis eſt/vocat autẽ bina potẽs media.



¶THEON ex Zãb. ¶Cõponantur enī binę rectę lineæ potẽtia incõmẽſurabiles a b, b c: efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs quæ ex a b, b c, mediũ/quodq; ſub ipſis a b, b c, mediũ / & inſuper incõmẽſurabile cõpoſito ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis. Dico q̃ a c irrationalis eſt. Exponatur rationalis d e, cõpareſq; per 44 primi/adipſam d e, ipſis qdẽ q̃ ex a b, b c, æquũ d f: ei vero qđ bis ſub a b, b c, æquũ g h. totũ igitur d h: æquũ eſt ei quod ex a c quadrato. Et quoniã cõpoſitũ ex ijs quæ ex a b, b c, mediũ eſt/ac eſt æquale ipſi d f: mediũ igitur eſt et d f. & ad ipſam d e rationalẽ cõparatur. rationalis igit̃ eſt d g: & ipſi d e lõgitudine incõmẽſurabilis. Ac per hoc iã & p 34 decimi g k: rationalis eſt & ipſi g f incõmẽſurabilis hoc eſt ipſi d e longitudine. Et quoniã incõmẽſurabilia ſunt q̃ ex a b, b c, ei qđ bis ſub a b, b c: incõmẽſurabile eſt d f ipſi g h. quare & d g ipſi g k, p 1 ſexti & 11 decimi incõmẽſurabilis eſt. ſũtq; rõnales. ipſæ igit̃ d g, g k, rõnales ſunt: potẽtia tm̃ cõmẽſurabiles. Irrationalis igitur eſt d k p 36 decimi: appellata ex binis noibus. Rõnalis autẽ d e. irrationale igit̃ eſt d h: & illud potẽs irrationalis eſt. põt autẽ ipſũ d h: ipſa a c. Irrationalis igit̃ eſt a c: vocaturq; bina potẽs media. Appellat vero ipſam bina potentẽ media: eo quia ipſa poteſt duas medias areas aliam compoſitam ex ijs quæ ex a b, b c, & aliam quæ bis ſub ipſis a b, b c. quod erat oſtendendum.

¶CAMPANVS. ¶Vt autem facilior fiat doctrina ſequentium: præmonſtranda arbitramur hoc loco duo/quorum primum eſt.

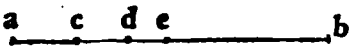
1 ¶Sí aliqua linea per duo inæqualia diuidat̃: quadrata ãbarũ ſectionũ pariter accepta tãto ãplius sũt duplo ſupficiei vnius earũ in alterã/quãtũ eſt q̃dratũ eius lineæ qua maior excedit minorẽ.



¶Sit enī linea a b diuiſa p duo inæqualia in pũcto c. ſitq; maior portio c b: de qua ſumatur c d æqualis a c. Dico q̃ quadrata duarũ linearum a c & c b ſunt amplius duplo ſuperficiei vnius in alterã: in quadrato lineæ d b. nam quod fit ex a c in c b bis/cũ quadratis duarum linearũ a c & c b, eſt æquale ei quod fit ex a c in c b quater/cum quadrato d b: eo q̃ vtraq; hęc æqualia ſunt quadrato lineæ a b. primum quidẽ per quartam ſecundi: ſecundũ vero per 8 eiuſdẽ. Dẽptis itaq; vtrinq; æqualibus/videlicet eo quod fit ex a c in c b bis: erũt reſidua quæ ſũt de primo qdẽ quadrata duarũ linearũ a c & c b, de ſecũdo vero quod ſit ex a c in c b bis cũ quadrato d b, æqualia. quare cõſtat propoſitũ. Ex hoc er

go manifeſtū eſt q; ſi aliqua linea per duo inęqualia diuidatur: quadrata amba rum partium pariter accepta plus ſunt duplo ſuperficiei vnius earum in alte ram. Et hoc eſt: propter quod iſtud præmiſimus.

¶Si aliqua linea per duo inęqualia itēq; alia duo inęqualia diui- 2
datur: quadrata magis inęqualiū pariter accepta tāto ſunt āplius quadratis minus inęqualiū pariter acceptis/quātū eſt duplū quadrati illius lineę quæ in vtraſq; eſt ſectiones/& quadruplum eius quod fit ex eadē linea in eā quæ eſt inter punctū ſectionis minus inæqualium & pūctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

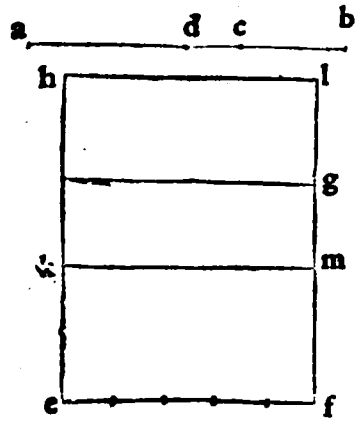


¶Sit linea a b diuiſa per duo inæqualia in pūcto c, itēq; p alia minus inęqua lia in puncto d: rurſus per ęqualia in e. Dico q; quadrata duarū partiū magis inæqualiū quæ ſunt a c & c b, tantū ſunt amplius duobus quadratis duarū li nearū minus inæqualiū quę ſunt a d & d b: quantum eſt duplum quadrati lineę c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 ſecundi qua drata duarum linearū a c & c b pariter accepta dupla quadratis duarū linea rū b e & e c pariter acceptis. At per eandem 9 ſecundi quadrata duarū linearū a d & d b pariter accepta: dupla ſūt quadratis duarū linearū b e & e d pariter acceptis. Itaq; quadrata duarū linearū a c & c b pariter accepta excedunt qua drata duarū linearū a d & d b pariter accepta: in eo quo duplū quadrati lineę c e excedit duplū quadrati lineę d e. hoc autē: per 4 ſecūdi eſt duplū quadrati li neę c d, & quadruplū eius quod fit ex c d in d e. quare cōſtat propoſitū. Ex hoc manifeſtū eſt q; quāto fuerit ſectiones alicuius lineæ magis inæqles: tāto erūt earū quadrata pariter accepta/maiora. & hoc eſt: ꝓpter quod iſtud p̄miſimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 36.

IN alias duas lineas ſub earum termino ex quibus cōiun- 36
ctum & nominatum eſt binomiū: diuidi impoſſibile eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b binomiū. eritq; ex 30/cōpoſita ex duabus li neis in potētia tātū rationalibus cōmunicātibus: q̄ ſint a c & c b. Dico q; ipoſſi bile eſt eā diuidi ī alias duas lineas ſub hac diffinitione videlicet q; ipſī ſint potētia tm̄ rationales cōmunicātes. Si enī pōt: diuidat in a d & d b, q̄ ſint potē tia rationales tantum communicantes. Eſto quoq; linea e f rationalis in lōgi tudine: cui adiūgat ſupficies e g q̄ ſit ęqualis q̄dratis duarū linearum a c & c b pariter acceptis. et ſupficies f h q̄ ſit ęqualis quadrato lineę a b. Eritq; ſupficies e g rōnalis: eo q; vtrūq; quadratorū linearum a c & c b pariter acceptorum eſt rōnale p hypotheſin & ſupficies g h medialis p 19. quoniā ipſa eſt ęq̄lis duplo ſupficiei a c inc b p 4 ſecūdi. Sit igit rurſus ſupficies f k æq̄lis quadratis dua rū linearū a d & d b pariter acceptis q̄ cū ſint diuerſę a duabus lineis a c & c b: erit p ſecūdū p̄demōſtratorū antecedētiū ſuperficies f k diuerſa a ſupficie e g. earū ergo differētia ſit k g. eritq; per 4 ſecundi exceſſus ſupficiei f h, ſuper f k qui ſit k l: ęqualis duplo eius quod fit ex a d in d b. & propter hoc erit etiā ſu pficies f k rōnalis/& ſupficies k l medialis. Itaq; ſupficies k g cū ipſa ſit differē tia duarū ſupficierū rationaliū q̄ ſunt e g & f k: erit rationalis. Nō enī differt rationale a rationali: niſi in rationali. & hoc dico: diffinitione & 9 huius hoc cō firmantibus. Eadem quoq; cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum me dialium quæ ſunt g h & k l: erit irrationalis per 22. quod eſt impoſſibile.



¶Q; autem prædictæ irrationales ſolūmodo diuidūtur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propoſitas ſpecies: oſtēde mus iam huiuſmodi proponentes lemmatium.

¶THEON. Lemma.

¶Exponatur recta linea a b: ſeceturq; tota in inæqualia per vtrunq; ſignorū d, c, ſupponaturq; maior a c ipſa d b. Dico q; quę ex a c, b c: maiora ſunt eis quæ ex a d, d b. Secetur enī per 10 primi a b bifariam in e. & quoniam maior eſt a c ipſa d b: cōmunis auferatur d c. Reliqua igitur a d: reliqua c b maior eſt. ęqua lis autē eſt a e ipſi e b. minor igit eſt d e ipſa e c. igitur c & d ſigna: nō æqualiter diſtāt a bifaria ſectione. Et quoniā per 5 ſecundi quod ſub a c, c b, vna cū

eo quod ex e c ęquũ eſt ei quod ex e b, at quod ſub a d, d b, vna cũ eo quod ex d e, æquũ eſt ei quod ex e b: igitur quod ſub a c, c b, vna cũ eo qđ ex e c, æquũ eſt ei quod ſub a d, d b, vna cũ eo quod ex d e. quorũ quod ex d e: minꝰ poteſt eo quod ex e c. & reliquũ igitur quod ſub a c, c b, minus eſt eo quod ſub a d, d b. Quare & qđ bis ſub a c, c b: minus eſt eo quod bis ſub a d, d b. & reliquũ igitur cõpoſitũ ex ijs quæ ex a c, c b: maius eſt cõpoſito ex ijs quæ fiũt ex a d, d b. ſiquidẽ vtraq; æqualia ſunt ei quod ex a b. quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 42.

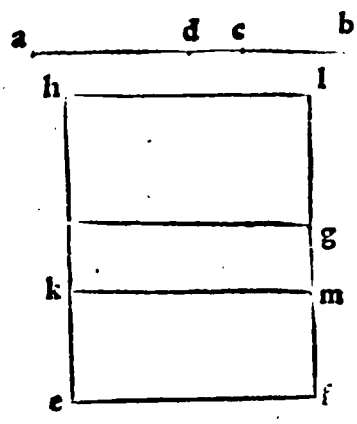
42 ¶ Quæ ex binis nominibus: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Sit ex binis nominibus a b: diuiſa in nomina in c. igitur ipſæ a c, c b, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Dico q; ipſa a b: ad aliud ſignum non diuiditur in binas rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Si enim poſſibile: diuidatur in d: vt ipſæ a d, d b, ſint rationales potẽtia tantum cõmenſurabiles. manifeſtum iam q; a c: ipſi b d non eſt eadẽ. Si enĩ fieri poteſt: eſto. erit iã & a d: ipſi b c eadẽ. eritq; ſicut a c ad c b: ſic b d ad d a. eritq; a b in eadem qua c diuiſione: diuiſa & in d. quod poſitũ non eſt. Ipſa igitur a c: ipſi d b non eſt eadem. Ac per hoc iam & ſigna c, d: non ęquidiſtãt a bifaria ſectione. Quo itaq; differunt quæ ex a c, c b, ab eis quæ ex a d, d b: eo etiã differt & quod bis ſub a d, d b, ab eo quod bis ſub a c, c b. Quare & quæ ex a c, c b, vna cũ eo quod bis ſub a c, c b, & quę ex a d, d b, vna cũ eo quod bis ſub a d, d b: ſunt æqualia ei quod ex a b. Sed quæ ex a c, c b: ab eis quæ ex a d, d b, rationali differunt. vtraq; enim rationalia per 21 decimi. Ac quod bis igitur ſub a d, d b: ab eo quod bis ſub a c, c b, differunt rationali: quæ media exiſtunt. medium autem: medium non excedit rationali/per 26 decimi. Ex binis igitur nominibus: ad aliud & aliud ſignum nõ diuiditur. ad vnum duntaxat igitur. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 37.

37 Si mediali primo ſecundum terminum ſuũ in duas lineas mediales diuiſo: ſub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi eſt impoſſibile.

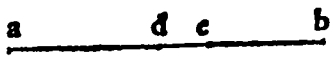
¶ CAMPANVS. ¶ Sit quoq; hic linea a b, bimediale primũ: diuiſa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes ſuperficiem q; rationalem continentes/ex quibus 31 aſſerit eam componi/quæ ſint a c & c b. Dico q; impoſſibile eſt eam diuidi in alias duas lineas ſub earum diffinitione. Qz ſi poſſibile fuerit: diuidam eam in puncto d. aſſumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & ſuperficies f h æqualis quadrato a b, & ſuperficies f k æqualis quadratis duarum linearum a d & d b. eritq; per quartam ſecundi g h æqualis duplo ſuperficiei a c in c b. & per eandem erit k l æqualis duplo ſuperficiei a d in d b. propter hypotheſin quoq; erit vtraq; duarum ſuperficierum e g & k f medialis: & vtraq; duarum linearum g h & k l rationalis. hoc autem impoſſibile. eſſet enim per primum ſuperficies k g: irrationalis ex 22. per ſecundum autem eadem eſſet rationalis ex diffinitione & 9. Quod eſt inconueniens.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 31. Propoſitio 43.

43 ¶ Ex binis medijs prima: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Eſto ex binis prima medijs a b diuiſa in c: vt ipſæ a c, c b, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles rationale comprælhendentes. Dico q; ipſa a b: ad aliud ſignum non diſcinditur. Si enim poſſibile: diuidatur in d, vt a d & d b ſint potentia tantum commenſurabiles rationale comprælhendentes. Quoniam igitur quo differt quod bis ſub a d, d b, ab eo quod bis ſub a c, c b: differunt quæ ex a c, c b, ab eis q̃ ex a d, d b, rationali autẽ differt qđ bis ſub a d, d b, ab eo qđ bis ſub a c, c b: rõna-

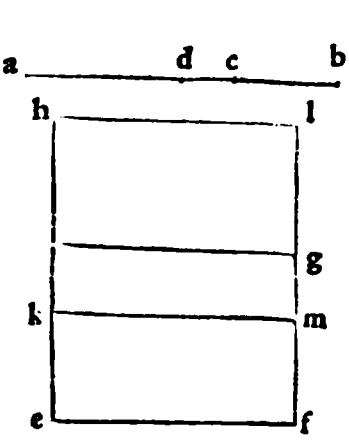


lia enī vtraq;. Rationali igitur differūt & quæ ex a c,c b: ab eisq; ex a b,d b, media exiſtētia. qđ eſt ipoſſibile. Ex binis igit̄ medijs prima: ad aliud & aliud ſignū nō diuiditur in noīa. ad vnū dūtaxat igitur. quod erat demōſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 38.

BImediale ſecundum: niſi in duas lineas tātum ſub termino ſuo diuidi non poteſt. 38

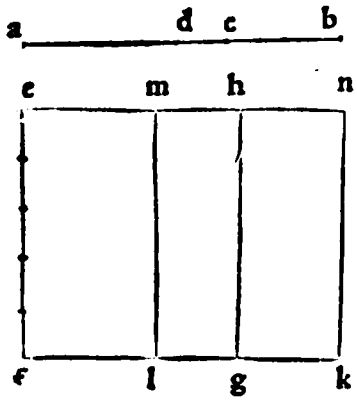
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt prius linea a b bimediale ſecūdū/ diuiſa in duas lineas a c et c b mediales/ potentia tm̄ cōmunicātes ſuperficiēq; mediale continentes: ex quibus 32 proponit eam cōponi. Dico q; impoſſibile eſt eam diuidi ſub earū diffinitione in alias duas. Sin autē: diuidatur in d. ſintq; vt prius ſuperficies e g, f h, & f k: adiūctæ ad lineā rationalē e f. eritq; per præſentes hypotheſes/ vtraq; ſuperficies e g, et g h: medialis. quare per 20 vtraq; duarū linearū f g & g l erit rationalis in potentia tantū: nō cōmunicās in lōgitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erūt incōmenſurabiles in longitudine: ſequitur per primā ſexti & per ſecundā partē 10 huius q; vtrūq; quadratorū linearū a c & c b ſit incōmenſurabile ſuperficiei vnius in alterā. Cūq; dicta quadrata cōmunicent ex hypotheſi: ſequitur vt ambo quadrata pariter accepta ſint incōmēſurabile ſuperficiei vnius in alterā. ideoq; & eius duplo. Quare ſuperficies e g incōmēſurabilis eſt ſuperficiei g h: & linea g f, lineę g l per primā ſexti & ſecundā partē 10 huius. Itaq; per 30 linea f l eſt binomiū: diuiſa ſecūdū ſuū terminū in pūcto g. Eodēq; modo ꝓbabit ipſam binomiū eſſe: mediātibus ſuperficieb9 e m et m h, diuiſam ſecūdū ſuū terminū in pūcto m. qđ eſt ipoſſibile p 36. Nō enī pōt dici: q; linea f l diuiſa ſit ad pūcta g et m ī partes cōſimiles. ſic enī: eſſet linea f m ēqlis g l. ſed ipſa eſt maior linea m l, vt patet ex primo p̄miſſorū añcedētiū huius & prima ſexti: cū e m ſuperficies ſit maior h m ſuperficie. Huius autē demōſtrationis modus poteſt eſſe cōis 37 cæteriſq; eā ſequētibus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 44.

¶ Ex binis ſecunda medijs: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina. 44

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sit ex binis medijs ſecūda a b, diuiſa in c: vt a c, c b, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes. manifeſtum iam eſt q; c non eſt in diuidua ſectione: quandoquidem non ſunt longitudine commenſurabiles. Dico q; ipſa a b: ad aliud ſignum non diuiditur. Si enim poſſibile: diuidatur in d vt a c ipſi d b non ſit eadem / ed per hypotheſin ſit maior a c. nempe etiam & quæ ex a c, c b: maiora ſunt eis quæ ex a d, d b, ſicuti ſupra demonſtrauimus. Et a d, d b, medias eſſe potētia tantum commenſurabiles: medium comprehendētes. Exponaturq; rationalis e f. & ei quidē quod ex a b æquū/ ad ipſum e f cōparetur per 44 primi e k: eis autem quæ ex a c, c b, æquum auferatur e g. reliquum igitur h k æquum eſt ei quod bis ſub a c, c b. Rurſus iā eis quæ ex a d, d b, quæ minora ſunt eis quæ ex a c, c b: æquum auferatur e l. & reliquum igitur m k: æquum eſt ei quod bis ſub a d, d b. Et quoniam media ſunt quæ ex a c, c b: medium igitur eſt & e g. Et ad rationalem e f comparatur. rationalis igitur eſt e h: & incommenſurabilis ipſi e f longitudine. Ac per hoc iam & h n rationalis eſt & ipſi e f longitudine incommenſurabilis. Quoniam ipſæ a c, c b, mediæ ſunt potentia tantū commenſurabiles: incommenſurabilis eſt igitur a c ipſi c b longitudine. ſicut autem a c ad c b: ſic quod ex a c ad id quod ſub a c, c b. Incommenſurabile igitur eſt quod ex a c: ei quod ſub a c, c b. Sed ei quidem quod ex a c commenſurabilia ſunt quæ ex a c, c b: potentia enim ſunt cōmenſurabiles ipſæ a c, c b. ei autem quod ſub a c, c b, commenſurabile eſt quod bis ſub a c, c b. & quæ ex a c, c b, igitur: incōmenſurabilia ſunt ei quod bis a c, c b. Sed eis quidem quę ex a c, c b: æquum eſt e g. ei autem quod bis ſub a c, c b: æquum eſt h k. Incommenſurabile igitur eſt e g: ipſi h k. quare & ipſa e h ipſi h n: eſt longitudine incommenſurabilis. Et ipſæ e h & h n: ſunt rationales. igitur rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Si vero binæ rationales potentia tantum cōmenſurabiles compoſitæ fuerint; tota irrationalis eſt/ vocaturq; ex binis nomi-



nibus per 36 decimi. ipſa igitur e n ex binis nominibus: eſt diuiſa in h. Per eã dem iam oſtendentur & ipſæ e m, m n: rationales potentia tantum commenſurabiles. Igitur ipſa e n ex binis nominibus per aliud ſignum & aliud diuiſa & in h & in m. nec eſt e h ipſi m n eadem: quandoquidem quæ ex a c, c b, maiora ſunt eis quæ ex d b, a d. ſed quæ ex a d, d b: maiora ſunt eo quod bis ſub a d, d b. multo igitur magis quę ex a c, c b, hoc eſt e g: maius eſt eo quod bis ſub a d, d b, hoc eſt m k. Quare & e h: ipſa m n maior eſt. Igit̃ e h: ipſi m n nõ eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur. quod eſt abſurdum. Ex binis ſecunda medijs igitur: in alio & alio ſigno non diuiditur. in vno igitur tantum ſigno diuiditur. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 39.

39 LInea maior: niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat ſub earum termino diuidi non poteſt.

¶CAMPANVS. ¶Sit quoq; hæc linea maior a b diuiſa ad pũctum c, in duas lineas potentialiter incõmenſurabiles ſuperficiẽq; medialẽ cõtinẽtes: quarũ ambo quadrata pariter accepta ſint rationale. ex talibus enĩ cõponitur: vt affirmat 33. Dico q; impoſſibile eſt ad aliũ punctũ in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Q; ſi poteſt: ſit hic ad d. maneãtq; ſub his eadem figura eędemq; hypotheſes quæ prius. & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem. quod eſt impoſſibile.

a d c b

Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 45.

45 ¶Maior: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

¶THEON ex Zãb. ¶Sit maior a b, diuiſa in c: vt per 39 decimi a c, c b, potentia tantum ſint cõmenſurabiles efficientes compoſitum ex ijs quæ ex a c, c b, quadratis rationale/ quodq; ſub ipſis a c, c b, medium. Dico q; ipſa a b: ad aliud ſignum non diuiditur. Si enĩ poſſibile: diuidatur in d, vt ipſæ a d, d b, potentia ſint incommenſurabiles efficientes quidem compoſitum ex quadratis quæ ex a d, d b, rationale/ quodq; ſub ipſis medium per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex a c, c b, eis quę ex a d, d b, hoc differt & quod bis ſub a d, d b, ei quod bis ſub a c, c b, ſed quæ ex a c, c b, ea quæ ex a d, d b, excedunt rationali (rationalia enim vtraq;) & quod bis ſub a b, d b, igitur id quod bis ſub a c, c b, excedit rationali/ media exiſtentia. quod eſt impoſſibile. Maior igitur: ad aliud & aliud ſignum non diuiditur. per idem igitur vnum tantum ſignum. quod demonſtrare oportebat.

a d c b

Eucli. ex Camp. Propoſitio 40.

40 LInea potens in rationale & mediale: niſi in ſuas duas lineas tantum ſub termino ſuo non diuiditur.

¶CAMPANVS. ¶Hęc quoq; 40: manẽtibus prioribus figura & poſitionib9 (excepto q; ipſa linea a b diuidatur in punctũ c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam componi) probabitur: quẽadmodũ 37. Si autẽ aliter fuerit q̃ proponat: erit ſuperficies k g rationalis & irrationalis. quod eſſe non poteſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 46.

46 ¶Rationale mediumq; potens: ad vnum duntaxat ſignum diſcinditur in nomina.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto rationale mediũq; potẽs a b, diuiſa in c: vt ipſę a c, c b, potẽtia ſint icõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs q̃ ex a c, c b, mediũ/ qđ autẽ ſub a c, c b, rationale. dico q; ad aliud ſignũ ipſa a b nõ diuidit. Si enĩ poſſibile eſt: diuidatur & in d, & vt a d, d b, potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex a d, d b, mediũ/ qđ vero ſub ipſis a d, d b, rationale p 40 decimi. Qm̃ enĩ quo differt qđ bis ſub a c, c b, ei qđ bis ſub a d, d b, eo differũt & q̃ ex a d, d b, eis q̃ ex a c, c b, qđ autẽ ſub a c, c b, id qđ bis ſub a d, d b, rõnali excedit: & q̃ ex a d, d b, igitur q̃ ex a c, c b, rationali excedũt/ cũ media exiſtãt. quod impoſſibile eſt. Rationale mediũq; potẽs igitur: ad aliud aliudq; ſignũ nõ diuiditur. ad vnum igitur ſignum diuiditur. quod oportuit demonſtrare.

a d c b

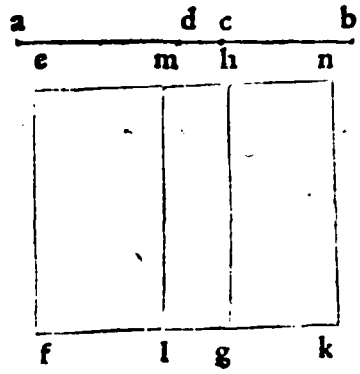
Eucli.ex Camp. Propoſitio 41.

LInea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termino earum ex quibus coniuncta eſt: ſed in ſuas tantum duas ex quibus componitur eſt diuiſibilis. 41

¶CAMPANVS. ¶Hæc enim 41/diuiſa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 aſſerit eam componi/cæteriſq; vt ſupra tam figura q̄ poſitionibus manentibus: probatur ſicut 38. nam dato oppoſito propoſiti: ſequitur oppoſitum 36. quod eſt impoſſibile.

Eucli.ex Zamb. Theorema 35. Propoſitio 47.

¶Bina potens media: ad vnū duntaxat ſignū diuiditur in noīa. 47



¶THEON ex Zamb. ¶Sit bina potens media a b diuiſa in c: vt ipſæ a c, c b, potentia ſint incōmenſurabiles/efficiētes per 35 decimi compoſitū ex eis quæ ex a c, c b, mediū/quod vero ſub a c, c b, mediū/ & inſuper incōmenſurabile cōpoſito ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis. Dico q̄ ipſa a b in alio ſigno non diuiditur: efficiens ea quæ propoſita ſunt. Si enim poſſibile: diuidatur in d, vt videlicet ipſa a c ipſi d b nō ſit eadem/ſed maior per hypotheſin ſit a c. ponaturq; rationalis e f. cōpareturq; per 43 primi ad ipſam e f eis quę ex a c, c b: æquum e g. ei autem quod bis ſub a c, c b, æquū h k. Totum igitur e k: æquū eſt ei quod ex a b quadrato. Rurſus cōparetur ad ipſam e f: eis q̄ ex a d, d b, æquum e l. reliquū igitur quod bis ſub a d d b: reliquo ipſi m k eſt ęquale. At quoniā mediū ſupponitur compoſitum ex ijs quę ex a c, c b: medium igitur eſt & e g. & iuxta rationalem e f comparatur. Rationalis igitur eſt per 26 decimi h e: & ipſi e f longitudine incōmenſurabilis. Id propterea & h n rationalis eſt: & ipſi h g lōgitudine incōmenſurabilis. Et qm̄ cōpoſitū ex ijs quæ ex a c, c b, incōmenſurabile eſt cōpoſito ex eo quod bis ſub a c, c b: igitur & e g ipſi h k eſt incommenſurabile. Quare & e h ipſi h n eſt incōmenſurabilis. ſūtq; rationales. Ipſæ igitur e h, h n, rationales ſunt potentia tātum cōmenſurabiles. ipſa igitur e n ex binis nominibus eſt diuiſa in h. Similiter iam demōſtrabimus q̄ & in m diuiditur: & q̄ e h ipſi m n eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur quod eſt abſurdū. Bina potens media igitur in alio & alio ſigno non diuiditur. in vno igitur tantum ſigno diuiditur. quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Binomiorum diffinitiones.

¶Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cōmunicantis eidem longiori in longitudine/ fueritq; eadem longior lineæ poſitæ rationali cōmunicans: ipſum vocabitur binomium primum. 1

¶Si vero breuior poſitæ rationali communicet: dicetur binomium ſecundum. 2

¶Q̄ ſi neutra portionum eius poſitæ rationali communicet: appellabitur binomium tertium. 3

¶Item ſi longior/breuiore tanto amplius poſſit quātum eſt quadratum alicuius lineæ ipſi longiori incommenſurabilis in longitudine/ fueritq; longior portionum poſitæ lineæ rationali communicans in longitudine: ipſum nuncupabitur binomium quartum. 4

¶Si vero breuior/poſitæ rationali communicet in longitudine: quintum nominabitur. 5

¶Si autem neutra portionum eius poſitæ rationali communicet in longitudine: erit binomium ſextum. 6

Eucli.ex Zamb. Binum nominum diffinitiones.

1 ¶Propoſita rationali/ex biniſq; nominibus diſiuncta in nomina cuius nomen maius minore maius poſſit eo quod ſit ex ſibi longitudine commenſurabili/ſi maius nomen longitudine commenſurabile fuerit expoſitæ rationali: tota vocetur ex binis nominibus prima.

2 ¶Si vero nomen minus longitudine commẽſurabile fuerit expoſitæ rationali: vocatur ex binis nominibus ſecunda.

3 ¶Si autem neutrum ipſorum nominum commenſurabile longitudine fuerit expoſitæ rationali: vocatur ex binis nominibus tertia.

4 ¶Rurſus iam ſi maius nomen/minore maius poſſit eo quod ſit a ſibi longitudine incõmẽſurabili/ſi quidem maius nomen expoſitæ rationali longitudine commenſurabile fuerit: vocatur ex binis nominibus quarta.

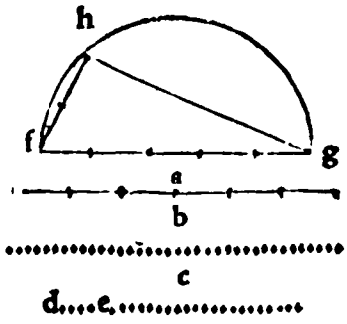
5 ¶Si vero minus: quinta.

6 ¶Si vero neutrum: ſexta.

¶Sex igitur exiſtentibus ſic ſumptis rectis lineis: ordinat ordinatim tres primas/ex quibus maior minore maius poteſt eo quod ſit ex ſibi commenſurabili. ſecundas vero reliquas tres ordinatim ſimiliter/quarũ maior minore maius poſſit eo quod ſit ex ſibi incommenſurabili: eo quia conterit commenſurabile incommenſurabili. Et inſuper primam: ex qua maius nomen expoſitæ rationali commenſurabile eſt. Secundam autem ex qua minus: quoniã rurſus conterit maius minore dum cõtinet maius. Tertiam vero: cuius neutrum nominum expoſitæ rationali eſt commenſurabile. In ijſq; ordinatim tribus ſimiliter primam prædicti ſecundi ordinis quartam appellans: ſecundam vero quintam: ac tertiam ſextam.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 42.

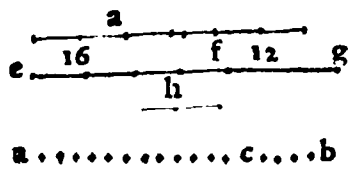
42 Binomium primum inuenire.



¶CAMPANVS. ¶Sit a linea rationalis poſita. ſumanturq; duo numeri quadrati b & c: quorũ c ſit diuibilis in quadratum qui ſit d, & in non quadratum qui ſit e. ponaturq; proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g: ſicut numeri b ad numerum c. eritq; ex ſecunda parte 7 linea f g cõmunicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h ſemicirculus. ſitq; proportio quadrati lineæ f g ad quadratũ lineæ f h: ſicut c ad d. & ducatur linea g h. dico ergo duas lineas f g & g h directe coniũctas: cõponere binomium primũ. Eſt enim linea f g q̃ eſt lõgior/potẽtior linea g h q̃ eſt breuior: i quadrato lineæ f h p 30 tertij & penultimã primi. cõmunicat autẽ linea f h lineæ f g in lõgitudine p 2 partẽ 7: cum pportio quadratorũ ipſarũ f g & f h ſit ſicut nũerorũ q̃dratorũ g ſũt c & d. Linea vero g h: cõuincit eſſe rationalis i potẽtia tãtũ nõ cõmunicãs lineæ f g in longitudine. ideoq; neq; lineæ a rationali poſitæ. cum ſit enim quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ f h ſicut numerus c ad numerũ d: erit p euerſam proportionalitatem quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ g h, ſicut numerus c ad numerũ e. Cũ itaq; c ſit numerus quadratus/e vero non quadratus: ſequitur per vltimã partem 7 vt linea g h ſit incõmenſurabilis lineæ f g longitudine. relinquitur igitur ipſam g h eſſe rationalem in potentia tantũ: & a diuiſione lineas f g & g h componere binomium primum, quod erat inueniendum.

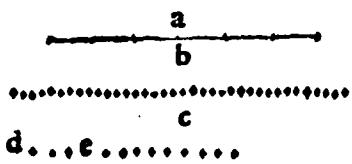
Euclí.ex Zamb. Problema 13. Propoſitio 48

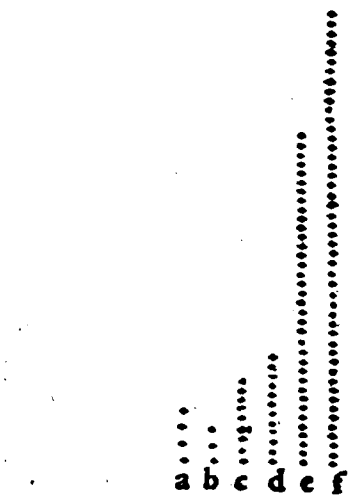
¶Inuenire ex binis nominibus primam. 48

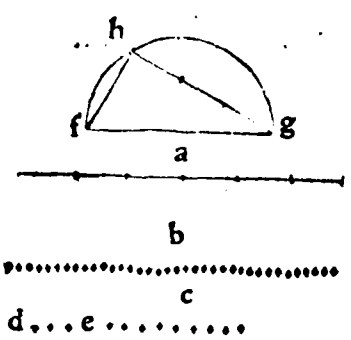


¶THEON ex Zamb: ¶Exponantur bini numeri a c, b c, vt cõpoſitũ ex ipſis a b ad b c rationẽ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ/ ad ipſum autem c a rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. exponaturq; quædam rationalis d. ac ipſi d cõmenſurabilis eſto per correlariũ 6 decimi longitudine e f. rationalis igitur eſt e f. fiatq; per 9 decimi ſicut b a numerus ad c a: ſic quod ex e f ad id quod ex f g. At a b ad a c rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Igitur & quod ex e f ad id quod ex f g rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Quare quod ex e f: ei quod ex f g eſt cõmenſurabile. Eſt autem rationalis e f. rationalis igitur eſt & f g. Et quoniã a b ad a c rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; quod ex e f ad id quod ex f g rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. incõmenſurabilis igitur eſt e f: ipſi f g longitudine. Ipſę igitur e f, f g, rationales ſunt potẽtia tantum cõmenſurabiles. ex binis igitur nominibus eſt ipſa e g. Dico q; & prima. Quoniam enim eſt ſicut b a numerus ad a c ita quod ex e f ad id quod ex f g, maior autem eſt ipſe b a ipſo a c: maius igitur eſt & quod ex e f eo quod ex f g. eſto igitur ei quod ex e f æqualia quæ ex f g, h. Et quonam eſt ſicut b a ad a c, ſic quod ex e f ad id quod ex f g: conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti eſt ſicut a b ad b c, ſic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. & quod ex e f igitur ad id quod ex h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cõmenſurabilis igitur eſt e f ipſi h longitudine. Ipſa igitur e f ipſa f g maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili. Ipſæq; e f, f g, rationales ſunt. Commẽſurabiliſq; eſt e f ipſi d longitudine. ipſa igitur e g ex binis nominibus prima eſt. quod erat oſtendendum.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 43.



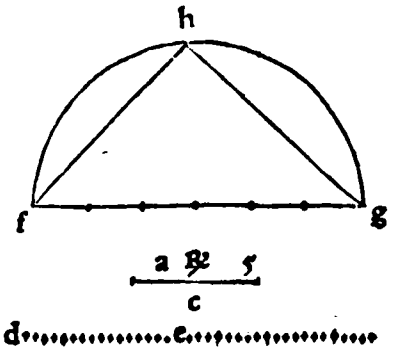




Binomium ſecundum reperire. 43

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius a rationalis linea poſita. b vero numerus quadratus. c vero ſit numerus non quadratus diuiſibilis in d nõ quadratũ et e quadratũ. ita tñ q; proportio totius c q eſt nõ quadratus ad d qui eſt etiã nõ q̃dratus: ſit ſicut numerorũ quadratorũ. talis autẽ numerus eſt 12 & 48. diuiſibilis enĩ eſt 12 in 9 quadratũ numerũ: & 3 nõ quadratũ. eſtq; proportio 12 ad 3: ſicut 16 ad 4, quorũ vterq; quadratus. eodẽ modo 48 diuiſibilis eſt in 36 & 12. ¶Tales autẽ nũeros ſic reperies. Sit a numerus quadratus. b quoq; ſit vnitate minor: cuius quadratũ ſit c. at vero d proueniat ex b in a. eritq; ex prima incidentiũ noni/b: differẽtia d ad c. ducatur idem a in c: & proueniat e. eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni: eo q; vterq; numerorũ a & c eſt q̃dratus per hypotheſin. Fiat rurſus f ex a in d. eritq; f qualẽ quęrimus. Eſt enĩ ex vltima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus: eo q; d numerus ſit nõ quadratus. Si enim d numerus eſſet quadratus: eſſet quoq; b quadratus ex 2 parte eiuſdẽ correlarij 2 noni & ex 22 octaui. & quia a eſt quadratus: eſſet per 16 eiuſdẽ tertius cõtinue proportionalis inter a & b. qd eſt ipoſſibile: cũ ſint ſola vnitate diſtãtes. nõ eſt igitur d quadratus. quare nec f. eſt enim f æqualis d & e. quoniã cũ b ſit differentia d ad c, vt patet ex præmiſſis: erit per primã incidentiũ noni quod fit ex a in d, æquũ ijs quæ fiũt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d, & in c fit e: ſequitur vt d ſit differẽtia f ad e. & quia per 18 ſeptimi eſt f ad e ſicut d ad c: erit permutatim f ad d ſicut e ad c. Cũq; vterq; duorũ numerorũ e & c ſit quadratus: manifeſtũ eſt numerũ f eſſe qualẽ volumus. eſt enĩ non quadratus diuiſibilis in d nõ quadratũ & e quadratũ: cuius proportio ad d eſt ſicut quadrati ad quadratum videlicet e ad c. ¶Cætera oia ſint vt prius. Dico q; lineæ f g & g h cõponunt binomium ſecundũ. Cũ enĩ ſit quadratum a ad quadratum f g ſicut b ad c, turſuſq; quadratũ f g ad quadratum g h ſicut c ad e: erit per æquã proportionalitatem quadratum a ad quadratũ g h, ſicut b ad e. Cũ igitur vterq; duorũ numerorũ b & e ſit quadratus: erit per 2 partẽ 7 linea g h cõmunicans in longitudine lineæ a rationali poſitæ. de linea vero f g conſtat q; ipſa ſit rationalis in

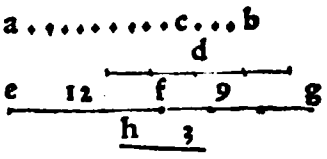
potentia tantū non cōmunicans lineę a rationali positæ in lōgitudine per vltimam partē 7. quæ cū sit potentior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimā primi/cōmunicet autē linea f h lineæ f g in longitudine per secundā partem 7 eo ꝙ eorū quadrata sunt in proportione numerorū c & d quorū est proportio sicut numerorū quadratorū per hypothesin: constat propositū. ¶Aliter quoq; idem. ¶Esto linea g h cōmunicans a rationali positæ in longitudine: quā facile est inuenire. sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratū d, & non quadratū e. sitq; proportio quadrati lineę g h ad quadratū lineæ f g: sicut numerus e ad numerū c. eritq; f g incōmensurabilis lineæ g h in longitudine per vltimā partē 7: & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui cōmunicat in longitudine primo per cōuersam deide per euersam proportionalitatē/ & per secūdam partē 7. ex diffinitione igitur/lineę f g et g h: cōponūt binomiū secūdū.



Eucli. ex Zamb. Problema 44. Propositio 49.

49 ¶Comperire ex binis nominibus secundam.

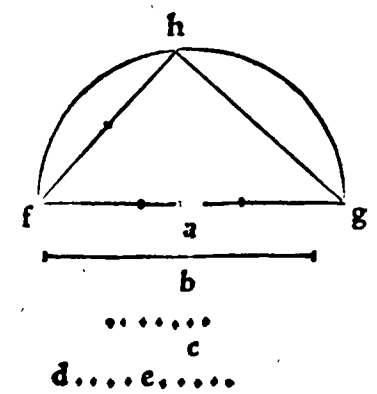
¶THEON ex Zamberto. ¶Explicentur bini numeri a c, c b: vt ex ipsis cōpositum a b, ad b c, rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerum/ad ipsum autem c a rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Exponaturq; rationalis d. ipsiq; d cōmensurabilis esto longitudine f g. ipsa igitur f g rationalis est. Fiat etiā per correlariū 6 decimi & sicut c a numerus ad a b: sic quod ex g f ad id quod ex f e. cōmensurabile igitur est id quod ex g f: ei quod ex f e. rationalis igitur est et f e. Et quoniā c a numerus ab a b rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum: neq; igitur quod ex g f ad id quod ex f e rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmēsurabilis igitur est g f: ipsi f e longitudine. Ipteę igitur e f, f g, rationales sunt potentia tātum cōmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Ostendendū vero ꝙ & secunda. Quoniā rursus est sicut b a numerus ad a c sic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autē est b a ipso a c: maius igitur & quod ex e f eo quod ex f g. esto autem ei quod ex e f: æqualia quæ ex g f, h. Conuertendo igitur per correlarium 19 quinti est sicut a b ad b c sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. & quod ex e f igitur ad id quod ex h: rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est e f: ipsi h longitudine per 9 decimi. Quare e f, ipsa f g maius potest: eo quod fit ex sibi cōmensurabili. & ipsæ e f, f g, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & f g nomen minus commensurabile est lōgitudine ipsi d rationali expositæ. ipsa igitur e g ex binis nominibus est secunda. quod erat faciundum.



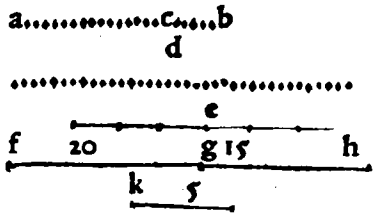
Eucli. ex Camp. Propositio 44.

44 SInomium tertium inuestigare.

¶CAMP. ¶Binomiū quoq; tertium sic reperitur. Posita vt ꝓius linea a rationali in lōgitudine: sit b numerus primus. c vero quadratus: diuisibilis in quadratum d, & non quadratū e. cętera omnia sint vt prius. dico ꝙ duæ lineæ f g & g h cōponunt binomiū tertiū. neutra eni earum est commensurabilis in longitudine lineę a rationali positæ: sed vtraq; incōmensurabilis. f g quidē/per vltimā partē 7: h g vero/per ęquā proportionalitatem & vltimā partē 7. Est eni per ęquā proportionalitatē quadratū lineæ a ad quadratū lineę g h sicut numerus b ad numerum e: mediantibus hinc quidē quadrato lineę f g, inde vero numero c. numeri autē b & e nō sunt in proportione aliquorū quadratorū: cum b sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorū quadratorū: necesse esset per 16 octaui & octauā eiusdē tertium eis in continua proportionalitate intereſſe. esset igitur per 17 eiusdem numerus b superficialis. quod est impossibile: cum sit primus per hypothesin. incōmensurabilis est itaq; linea g h: lineę a rationali positę/ex vltima parte 7. Quia ergo linea f g potētior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi/quæ cōmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7: ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.



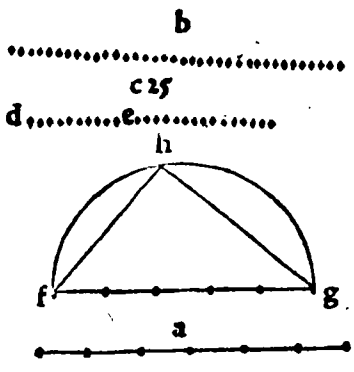
Euclí.ex Zamb. Problema 15. Propoſitio 50.



¶Inuenire ex binis nominibus tertiam. 50

¶THEON ex Zāb. ¶Exponantur bini numeri a c, c b: vt ex ipſis cōpoſitum a b ad b c rationem habeat quā quadratus numerus ad quadratum numerū/ ad ipſum autem a c rationem nō habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Expliceturq; aliquis etiam alius numerus qui ſit d & ad vtrūq; ipſorum b a, a c, rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea quæ ſit e. Fiatq; ſicut d ad a b: ſic quod ex e ad id quod ex f g. Cōmenſurabile igitur eſt quod ex e: ei quod ex f g. Eſt autē e rationalis. rationalis igitur eſt & f g per diffinitionē. Et quoniam d ad a b rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmenſurabilis igitur eſt e: ipſi f g longitudine per 9 decimi. Fiat iam rurſus ſicut a b numerus ad a c: ſic quod ex f g ad id quod ex g h. Cōmenſurabile igitur eſt quod ex f g: ei quod ex g h. Rationalis autē eſt f g: rationalis igitur & g h. Et quoniā b a ad a c, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex f g ad id quod ex h g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt f g: ipſi g h lōgitudine. Ipſæ igitur f g & g h: rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Igitur ipſa f h ex binis nominibus eſt. Aio etiam q; & tertia. Quoniā enim eſt ſicut d ad a b ſic eſt id quod ex e ad id quod ex f g, ſicut autē b a ad a c ſic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut d ad a c, ſic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. neq; quod ex e igitur ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. incōmenſurabilis eſt igitur e ipſi g h longitudine. Et quoniā eſt ſicut b a ad a c, ſic quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur eſt quod ex f g eo quod ex g h. Eſto igitur ei quod ex f g æqualia quæ ex g h, k. Cōuertendo igitur per 19 quinti & eius correlarium/ eſt ſicut a b ad b c: ſic quod ex f g ad id quod ex k. At a b ad b c rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. & quod ex f g igit: ad id quod ex k, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Cōmenſurabilis igitur eſt f g: ipſi k lōgitudine. Ipſa igitur f g: ipſa g h maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine cōmenſurabili. Ipſæq; f g, g h: rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Ac neutra ipſarum commēſurabilis eſt ipſi e longitudine. ipſa igitur f h ex binis nominibus tertia eſt. quod inuenire oportebat.

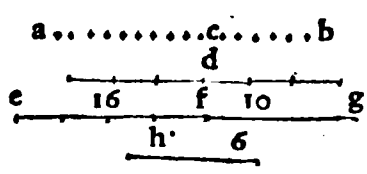
Eucli.ex Camp. Propoſitio 45.



Binomium quartum ſcrutari. 45

¶CAMPANVS. ¶In inuentione binomij quarti eodem modo procedēdum eſt ſicut in inuentione primi: excepto q; quadratus numerus c diuidatur in duos nō quadratos qui ſunt d & e. Cætera omnia negocianda ſunt hic ex diffinitione binomij quarti: ſicut ibi ex diffinitione binomij primi.

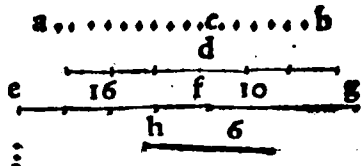
Eucli.ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 51.



¶Inuenire ex binis nominibus quartam. 51

¶THEON ex Zamb. ¶Exponātur bini numeri a c, c b, vt a b ad vtrūq; ipſorum rationē nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. exponaturq; rationalis d. Ipſiq; d cōmenſurabilis eſto longitudine ipſa e f. Rationalis igitur eſt ipſa e f. Fiatq; ſicut b a numerus ad a c: ſic quod ex e f ad id qđ ex f g. Cōmenſurabile igitur eſt per diffinitionem quod ex e f: ei quod ex f g. Rationalis autē eſt per correlariū 6 decimi e f. Rationalis igitur eſt per 6 decimi & f g. Et quoniam b a ad a c rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e f igitur ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmenſurabilis igitur eſt e f ipſi f g longitudine. Ipſæ igitur e f, f g, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Quare ipſa e g: ex binis nominibus eſt. Dico iam q; & quarta. Quoniā

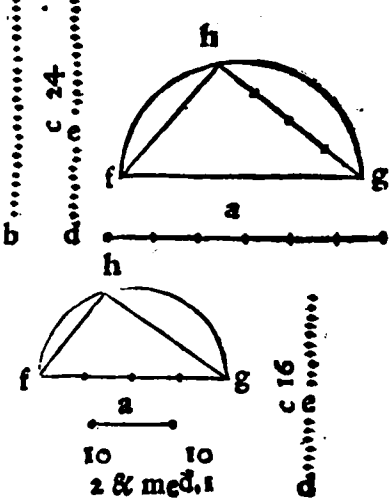
enim eſt ſicut b a ad a c ſic quod ex e f ad id quod f g, maior autem eſt b a ipſa a c: maius igitur & quod ex e f eo quod ex f g. eſto nempe ei quod ex e f: æqualia quæ ex f g, h. Cõuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariũ, ſicut a b numer⁹ ad b c: ſic quod ex e f ad id quod ex h. Ipſa vero a b ad b c rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e f ad id quod ex h rationẽ habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi e f: ipſi h longitudine. Ipſa igitur e f: ipſa g f maius poteſt eo quod ſit ex ſibi incõmenſurabili. & ipſæ e f, f g: rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. & e f: ipſi d cõmenſurabilis eſt longitudine. ipſa igitur e g ex binis nominibus eſt quarta, quod erat inueniendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 46.

46 BInomium quintum quęrere.

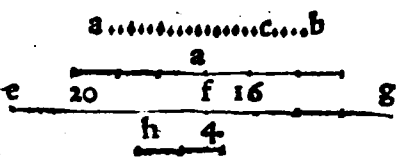
CAMPANVS. CHuius inuentio ſic eſt ſicut binomij ſecũdi: excepto q⁹ numerus c nõ quadratus diuidetur in d non quadratũ & e quadratum, ita tamẽ q⁹ proportio c ad d: non ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Cætera omnia ſunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti: ſicut ibi quæſita ſunt ex diffinitione binomij ſecundi. CVel pone q⁹ linea g h ſit cõmunicãs lineæ a rationali poſitæ in longitudine. & pone numerũ c quadratũ diuiſum in duos nõ quadratos qui ſũt d & e. Pone itaq; proportionẽ quadrati lineæ g h ad quadratũ f g: ſicut numeri e ad numerũ c, deíde aſtrue ꝓpoſitũ ex vltima ꝑte 7. & ꝑſentibus hypotheſibus/ & conuerſa & euerſa proportionibus/ & iterũ ex vltima parte 7 et diffinitione binomij quinti.



Eucli. ex Zamb. Problema 17. Propoſitio 52.

52 CInuenire ex binis nominibus quintam.

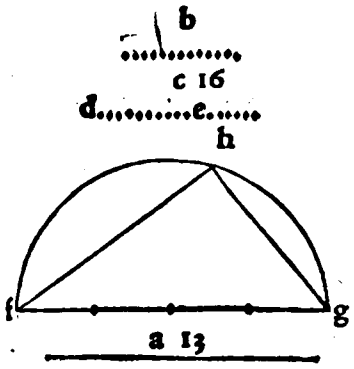
CTHEON ex Zamb. C Explicentur bini numeri a c, c b: vt a b ad vtrũq; ipſorũ rationem nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea d. ac ipſi d cõmenſurabilis eſto per diffinitionẽ: lõgitudine/ f g. Fiatq; ſicut c a ad a b: ſic quod ex g f ad id quod ex f e. Cõmẽſurabile igitur eſt quod fit ex g f: ei qđ ex f e. Rationalis igitur eſt ꝑ 6 decimi & f e. Et qm̃ c a ad a b rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum: neq; quod ex g f igitur ad id quod ex f e rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igitur eſt per 9 decimi g f ipſi f e longitudine. Ipſæ igitur e f, f g, rationales ſunt potentia cõmenſurabiles tantũ. ex binis igitur nominibus eſt ipſa e g per 36 decimi. Dico iam q⁹ & quinta. Quoniã eni eſt ſicut c a ad a b ſic quod ex g f ad id quod ex f e, rurſus ſicut b a ad a c ſic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autẽ eſt b a ipſa a c: maius igitur eſt quod ex e f eo quod ex f g. Eſto nempe ei quod ex e f: æqualia quæ ex g f, h. Conuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariũ eſt ſicut a b numerus ad b c: ſic quod ex e f ad id quod ex h. At a b: ad b c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e f: ad id quod ex h rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi e f ipſi h longitudine. Quare e f ipſa f g maius ꝑt eo quod ſit ſibi ex incõmenſurabili. Suntq; rationales potentia tantum commẽſurabiles. & f g nomen minus commenſurabile eſt expoſitæ rationali d longitudine. Ipſa igitur e g per 48 decimi quinta eſt ex binis nominibus. quod erat inueniendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 47.

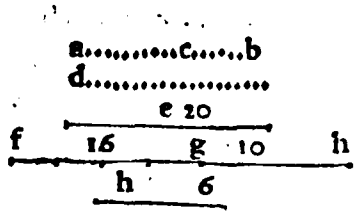
47 IN binomio ſexto demum oportet inſiſtere.

CAMPANVS. CBinomium ſextũ ſicut tertium ſcrutandũ eſt. & tamẽ erit hic numerus quadratus c diuiſus in duos non quadratos d & e. Cætera vt ibi. eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quã cõponunt f g & g h ſibi inuicem directe coniunctæ: binomium ſextum, quod eſt propoſitum inuenire.



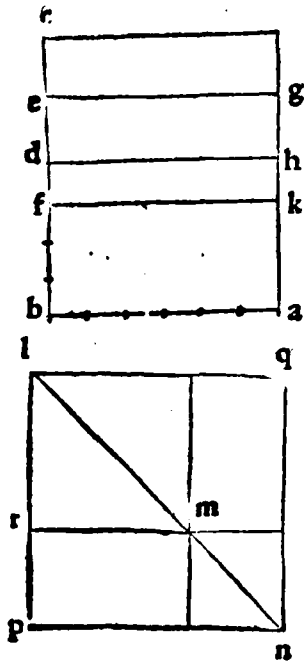
Eucli. ex Zamb. Problema 18. Propoſitio 53.

53 CInuenire ex binis nominibus ſextam.



THEON ex Zāb. Explicētur bini numeri a c, c b, vt a b ad vtrūq; ipſorum rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Sitq; etiā alius numerus d nō exiſtens quadratus: qui ad vtrūq; ipſorū b a, a c, rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. exponaturq; aliqua recta linea rationalis q̄ ſit e. Fiatq; per diffinitionē ſicut d ad a b: ſic quod ex e ad id quod ex f g. Cōmenſurabilis igitur eſt per 6 decimi e ipſi f g potentia. eſtq; rationalis e. rationalis igit̄ eſt & f g. Et q̄m d ad a b rationē nō habet quā quadratus numer⁹ ad quadratū numerū: neq; quod ex e igit̄ ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt e: ipſi f g longitudine. Fiat iā rurſus ſicut b a ad a c: ſic quod ex f g ad id quod ex g h. Commenſurabile igitur eſt per 6 decimi quod ex f g: ei quod ex g h. Rationale autē eſt quod ex f g. rationale igitur & quod ex g h. rationalis igitur g h. Et quoniā b a ad a c rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt f g ipſi g h lōgitudine. Ipſæ igitur f g, g h, rationales ſunt potētia tātū cōmēſurabiles. ex binis igitur nominibus eſt f h, per 36 decimi. Oſtendendū vero q; & ſexta. Quoniā eni eſt ſicut d ad a b ſic quod ex e ad id quod ex f g, eſt autē & ſicut b a ad a c ſic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut d ad a c ſic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex e: ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numer⁹ ad quadratū numerū. Incommenſurabilis igitur eſt e ipſi h g lōgitudine. patuit autem q; & ipſi f g. Incōmenſurabilis eſt igitur vtraq; ipſarū f g & g h: ipſi e longitudine. Et q̄m eſt ſicut b a ad a c ſic eſt quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur eſt quod ex f g eo quod ex g h. Eſto igitur ei quod ex f g æqualia: quę ex g h, k. Cōuertēdo igitur per 19 quinti & correlariū eiuſdē ſicut a b ad b c: ſic quod ex f g ad id quod ex k. At a b ad b c rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Quare neq; quod ex f g ad id quod ex k rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt f g ipſi k longitudine. ipſa igitur f g: ipſa g h maius poteſt eo quod fit ex ſibi incōmēſurabili. Sūtq; ipſæ f g, g h, rationales: potentia tantū commenſurabiles. Ac ipſarum f g, g h, neutra commenſurabilis eſt longitudine ipſi e expoſitæ rationali. ipſa igitur f h: ex binis nominibus eſt ſexta. quod erat inueniendum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 48.

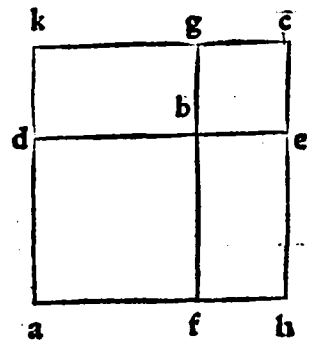


SI fuerit ſuperficies binomio primo lineaq; rationali contenta: latus quod ſuper eā pōt binomiū eſſe neceſſe eſt. 48

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c: cōtēta linea rationali a b, & binomio primo quod ſit b c. Dico q; latus tetragonicū ſuperficiei a c eſt binomiū. Sit eni punctus d cōmunis terminus duarū portionū binomij primi in b c: cuius maior portio ſit b d. eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione: & cōmenſurabilis lineę a b rationali poſitæ. Diuidatur itē minor portio quæ eſt d c per æqualia ad punctū e. lineaq; d b diuidatur ſub ea conditione ad punctū f: q; inter partes eius quæ ſunt b f & f d: cadat d e medio loco proportionalis. quod qualiter fiat in 13 dictū eſt. ducantur autē lineæ e g, d h, f k, æquidiſtātes lineę a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b eſt potētior linea d c in quadrato lineæ ſibi communicātis in longitudine: ſequitur ex ſecūda parte 13 q; duæ lineæ b f & f d ſint cōmunicātes. per 9 igitur eſt vtraq; earum cōmunicans toti lineæ b d. quare per diffinitionē ambæ ſunt rationales in lōgitudine. ideoq; per 15 vtraq; duarū ſuperficierū a f & f h: eſt rationalis. Deſcribatur itaq; quadratum l m cuius latus l r, æquale ſuperficiei a f. cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quātitatem: q; ipſius gnomonis quadratum quod ſit m n, ſit æquale ſuperficiei f h. duoq; eius ſupplementa ſint p m & m q: quæ neceſſe eſt eſſe æqualia duabus ſuperficiebus d g & g c. Quod ſic collige. Cum eni ſit linea d e medio loco proportionalis inter lineas b f & f d: erit ſuperficies d g. ex prima ſexti medio loco proportionalis inter ſuperficies a f & f h. quare & inter quadrata l m & m n. Et quia ſupplemē-

tum p m eſt etiã medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti: ſequitur vt p m ſit ęqualis d g. ideoq; m q: g c. igitur linea l p: eſt latus tetragonicũ ſuperficiei a c. Hanc lineã dico eſſe binomiũ. Cũ ſint enĩ ambo quadrata l m, & m n, rationalia: erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Eſt autem per primam ſexti a f ad d g: ſicut b f ad d e. ſed b f eſt ĩcõmẽſurabilis d e: ſcilicet qa b f eſt rõnalis ſimpliciter/ vt probatũ eſt. d e vero quia cõmunicat ĩ longitudine d c rationali in potẽtia tm̃: erit etiã ipſa rõnalis in potẽtia tm̃ p 18. quod ex p̃miſſis hypotheſib9 manifeſtũ eſt. Itaq; per 2 partẽ 10/ ſupficies a f: eſt incõmenſurabilis ſupficiei d g. igitur & quadratũ l m: ſupplemento p m. quare per primã ſexti & ſecũdam partẽ 10 linea l r: eſt incõmẽſurabilis lineę r p. Ex 30 igit cõſtat lineã l p eſſe binomiũ. qđ erat mõſtrãdũ.

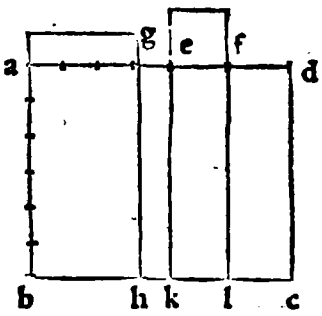
¶THEON. Lemma.



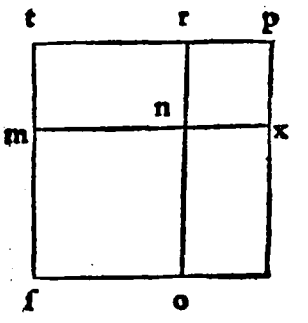
¶Sint bina quadrata a b, b c. exponaturq; per 14 primi: vt d b ipſi b e ſit in rectas lineas. In rectas lineas igitur eſt & f b: ipſi b g. Compleaturq; parallelogrammũ a c. Dico q; a c quadratũ eſt/ & q; d g ipſorũ a b, b c, mediũ eſt proportionale/ & inſuper d c ipſorũ a c, c b, mediũ proportionale eſt. Quoniã enĩ d b ipſi b f eſt ęqualis/ & b e ipſi b g: totũ igitur d e toti f g eſt æquale. Sed d e: vtriq; ipſarum a h, k c, eſt æqualis. Igitur per 33 primi parallelogrãmum a c: æquilaterum eſt. eſt quoq; & rectangulum. quadratum igitur eſt a c per 46 primi. Et quoniam eſt ſicut f b ad b g: ſic d b ad b e, ſed ſicut quidem f b ad b g ſic per primam ſexti a b ad d g, ſicut vero d b ad b e ſic d g ad b c: & ſicut igitur a b ad d g, ſic d g ad b c. Igit d g: ipſorũ a b, b c, mediũ proportionale eſt. Dico iam q; & d c: ipſorũ a c, c b, mediũ proportionale eſt. Quoniã igitur eſt ſicut a d ad d k ſic eſt k g ad k c (æqualis eſt enim altera alteri) & componendo per 16 quinti ſicut a k ad k d ſic k c ad c g, ſed ſicut a k ad k d ſic a c ad c d, ſicut autem k c ad c g ſic per primam ſexti d c ad c b: igitur d c ipſorum a c, c b, medium & proportionale eſt.

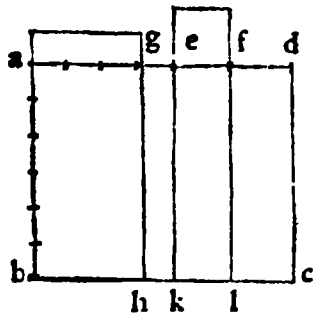
Eucli. ex Zamb. Theorema 36. Propoſitio 54.

54 ¶Si areola compræhendatur ſub rationali ac ex binis nominibus prima: quæ areolam poteſt irrationalis eſt/ ex binis nominibus vocata.

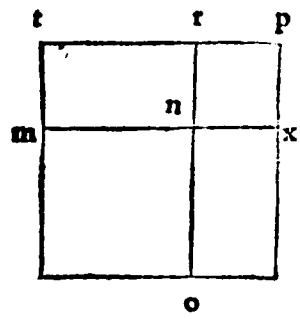


¶THEON ex Zãb. ¶Areola etenim a b c d: cõpræhendatur ſub rationali a b, & ex prima ex duobus nominibus a d. Dico q; ipſam a c areolã potẽs: irrationalis eſt: ex binis vocata nominibus. Quoniã enim ex binis nominibus eſt prima ipſa a d: diuidatur per 42 decimi in nomina in e. ſitq; maius nomen a e. Manifeſtũ iam: q; ipſæ a e, e d, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles/ & a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili/ & a e per 48 decimi cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali a b longitudine. Secetur iam per 10 primi e d: bifariã in ſigno f. Et quoniã a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili: ſi quartæ igitur parti eius quod ex minore hoc eſt ei quod ex e fæquum ad maiorẽ a e comparatũ fuerit deficiẽs ſpecie a quadrato/ in cõmẽſurabilia diſtribuit per 17 decimi. Cõparetur per 28 ſexti igitur ad ipſam a e: ei quod ex e f, æquũ quod ſub a g, g e. cõmenſurabilis igitur eſt a g: ipſi g e lõgitudine. Excitẽturq; per 31 primi per ipſa g, e, f, vtriq; ipſarũ a b, d c, parallęli g h, e k, f l. Et ipſi quidẽ a h parallelogrãmo: æquũ per 14 ſecundi quadratũ conſtituat ſ n: ipſi autẽ g k, n p. Ponaturq; per 14 primi ſicut in rectas lineas m n ipſi n x. in rectas igitur lineas eſt & r n: ipſi n o. Cõpleaturq; ipſũ ſ p parallelogrãmum. quadratũ igitur eſt ſ p. Et quoniã quod ſub a g, g e, æquũ eſt ei quod e f: eſt igitur per cõſtructionẽ ſicut a g ad e f, ſic f e ad e g. & ſicut igitur per primã ſexti a h ad e l: ſic e l ad k g. Ipſorũ igitur a h, g k, mediũ e l proportionale eſt. Sed a h quidẽ/ æquum eſt ipſi ſ n: & g k, æquũ eſt ipſi n p. Ipſorum igitur ſ n, n p, mediũ e l proportionale eſt. Eſt autem ipſorũ ſ n, n p, medium m r proportionale per præoſtenſum lẽma. æquũ eſt igitur m r: ipſi e l. Sed m r quidẽ/ ipſi o x æquũ eſt: & e l ipſi f c. totũ igitur e c: ipſis m r, o x, eſt æquale. Sunt autem & ipſa a h, g k: ipſis ſ n, n p, æqualia/ per 44 primi. totum igitur a c: æquũ eſt toti ſ p, hoc eſt ei quod ex m x fit quadrato. igitur ipſa m x: ipſum





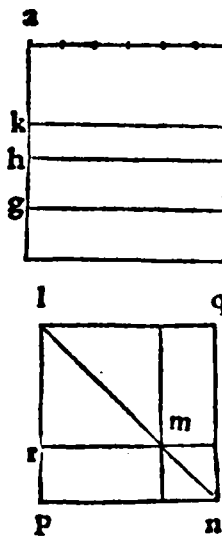
poteſt a c. Dico iam ꝙ ipſa m x: ex binis nominibus eſt. Quoniã enĩ cõmẽſurabilis eſt per 17 decimi a g ipſi e g: cõmenſurabilis igitur eſt per 12 decimi & diffinitionẽ & a e: vtriq; ipſarũ a g, g e. Supponit autẽ per diffinitionẽ primę ex binis noib⁹ a e ipſi a b cõmẽſurabilis. & ipſæ igit a g, g e: ipſi a b ſunt cõmenſurabiles. Rationalis vero eſt a b. rationalis igitur eſt & vtraq; ipſarũ a g, g e. Rationale igitur eſt & vtrũq; ipſorũ a h, g k. Cõmenſurabile autẽ eſt per primã ſexti & 11 decimi a h ipſi g k. Sed a h: ipſi qdẽ ſ n eſt æquale. ipſum vero g k: ipſi n p. & ipſa igitur ſ n, n p, hoc eſt quod ex m n, n x. rationalia ſũt & cõmenſurabilia. Et quoniã incõmenſurabilis eſt a e ipſi e d longitudine/ſed ipſa quidẽ a e ipſi a g eſt cõmenſurabilis/ipſa autẽ d e ipſi e f cõmenſurabilis: per 13 decimi incommenſurabilis igitur eſt & a g ipſi e f. Quare & a h: ipſi e l, incõmẽſurabilis eſt. Sed a h quidẽ: ipſi ſ n eſt æquale, ipſum vero e l: ipſi m r. & ſ n igit̃: ipſi m r incõmẽſurabile eſt. Sed ſicut ſ n ad m r: ſic & o n ad n r, incõmenſurabilis igitur eſt o n ad n r. Aequalis autẽ eſt o n ipſi m n: & n r ipſi n x. incõmenſurabilis igitur eſt m n ipſi n x. Et quod ex m n: cõmenſurabile eſt ei quod ex n x: & vtrunq; rationale. Ipſæ igitur m n, n x: rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. ipſa igitur m x: ex binis nominibus eſt/ipſamq; a c poteſt. quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 49.

SI fuerit ſuperficies linea rationali binomioq; ſecundo contenta: latus eius tetragonicum erit bimediale primum. 49

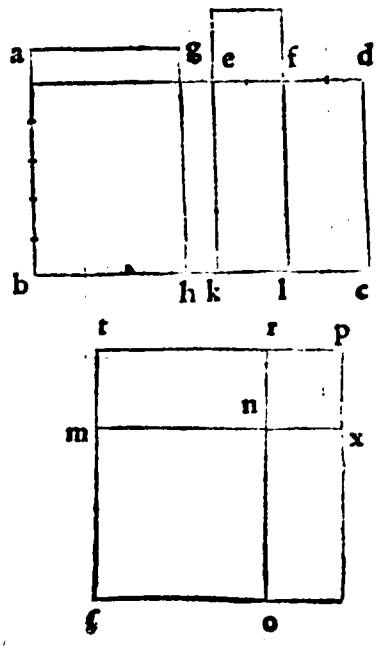
¶CAMPANVS. ¶Sit eadẽ figura eædẽq; hypotheſes q̃ in præmiſſa. eritq; ex diffinitione binomij ſecũdi/linea d c: rationalis in lõgitudine. quare p 15 vtraq; duarũ ſuperficierũ d g & g c (ideoq; & duo ſupplementa p m, m q) erit rationalis. linea vero b d erit rationalis in potẽtia tantũ: & diuiſa in duas lineas cõmunicantes f d & b f, ex diffinitione binomij ſecundi & præmiſſis hypotheſibus/& ſecunda parte 13. per 19 igitur erit vtraq; duarũ ſuperficierũ a f & f h, (ideoq; & vtrũq; quadratorũ l m & m n) medialis. itaq; ambæ lineæ l r & r p: ſunt mediales in potentia quoq; cõmunicãtes. nam cum linea b f cõmunicet lineæ f d: ſequit̃ vt a f cõmunicet f h. quare quadratũ l m: quadrato m n. ideoq; & linea l r: lineę r p in potentia. in longitudine autẽ nõ cõmunicãt: qm̃ p 1 ſexti vna earũ ad alterã eſt ſicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p, eoq; altera medialis videlicet l m, altera vero rationalis videlicet m p: ſequitur vt l r non cõmunicet in longitudine r p. Quia igitur ipſæ continent ſuperficiem rationalem quę eſt m p: conſtat lineam l p ex 31 huius/eſſe bimediale primum.



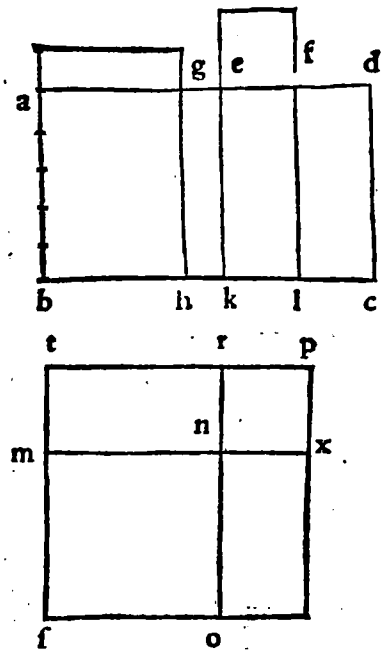
Eucli. ex Zamb. Theorema 37. Propoſitio 51.

¶Si areola compræhenſa fuerit ſub rationali/& ex binis nominibus ſecunda: areolam potens irrationalis eſt/vocaturq; binis ex prima medijs. 51

¶THEON ex Zãb. ¶Compræhẽdatur areola a b c d ſub rationali a b, ac ex binis nominibus ſecunda a d. Dico ꝙ a c areã potens: ex binis medijs eſt prima. Quoniã enĩ ex binis nominibus ſecũda eſt a d, diuiſa in nomina in ſigno e, vt maius nomẽ ſit a e: ipſæ igitur a e, e d, per 49 decimi rationales ſũt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. & a e, ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili: ac nomẽ minus e d cõmẽſurabile eſt ipſi a b lõgitudine. Secet̃ p 10 primi ipſa e d: bifariã in ſigno f. & ei qd ex e f ęquũ ad ipſũ a e cõparet̃ p 28 ſexti/deficiẽs ſpecie a q̃drato quod ſub ag, g e. cõmẽſurabilis igit̃ eſt p 17 decimi a g ipſi g e lõgitudine. Et p ipſa g, e, f, ſigna excitẽtur p 31 primi parallelli ipſis a b, c d: ſintq; g h, e k, f l. Ac ei quidẽ quod eſt a h parallelogrammo cõſtruatur per 14 ſecundi æquũ quadratũ ſ n: ipſi autẽ g k, æquũ quadratũ n p. Ponaturq; per 14 primi ſicut in rectas lineas m n, ipſi n x. in rectas lineas igitur eſt & r n ipſi no. Compleaturq; ſ p quadratũ. Manifeſtũ iam eſt: ex prę oſtenſo lẽmate ꝙ m r mediũ proportionale eſt ipſorũ ſ n, n p, & per præcedens theorema ęquũ ipſi e l, & ꝙ a c aream poteſt m n et n x. Oſtendenũ iam ꝙ m x ex binis medijs eſt prima. Quoniam a e ipſi e d eſt incõmenſurabilis longitudine/cõmenſurabilis autẽ eſt per 49 decimi e d ipſi a b: incommẽſurabilis igi-



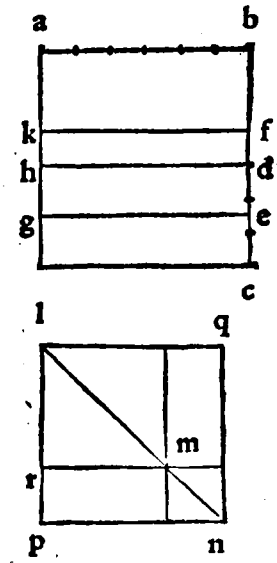
tur per 13 decimi eſt a e ipſi a b lõgitudine. Et qm̃ cõmẽſurabilis eſt a g ipſi e g: cõmenſurabilis eſt & a e vtriq; ipſarum a g, g e. Et a e rationalis eſt. rationalis igitur & vtraq; ipſarũ a g, g e, per cõparationẽ. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt a e ipſi a b, cõmenſurabilis autẽ eſt a e vtriq; ipſarũ a g, g e: & ipſæ a g, g e, igitur cõmenſurabiles ſunt ipſi a b. Ipſæ b a, a g, g e, igitur per 13 decimi rationales ſũt: potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Quare p 21 decimi vtrũq; ipſorũ a h, g k: medium eſt. quare & vtrunq; ipſorũ ſ n, n p: medium eſt. & ipſę m n, n x, igitur mediæ ſunt p 21 decimi. Et quoniã cõmenſurabilis eſt a g ipſi g e lõgitudine: cõmenſurabile eſt & a h ipſi g k, hoc eſt ſ n ipſi n p, hoc eſt quod ex m n ei quod ex n x. quare & ipſæ m n, n x: potentia ſunt cõmenſurabiles. Et quoniã incõmenſurabilis eſt a e ipſi e d lõgitudine/ ſed ipſa quidẽ a e cõmẽſurabilis eſt ipſi a g, & e d ipſi e f: incõmenſurabilis igitur eſt per 13 decimi a g ipſi e f. Quare per 1 ſexti & 11 decimi & a h ipſi e l incõmenſurabile eſt: hoc eſt ſ n ipſi m r, hoc eſt o n ipſi n r, hoc eſt m n ipſi n x, incõmẽſurabilis longitudine eſt. Oſtenſum autẽ eſt q; ipſę m n, n x, medię exiſtẽtes: potẽtia ſunt cõmenſurabiles. Ipſæ igitur m n, n x, medię ſunt: potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Dico iã q; & rationale cõpræhendunt. Quoniã enim d e ſupponitur vtriq; ipſarum a b, e f, cõmenſurabilis: commenſurabilis igitur per 12 decimi eſt & f e ipſi e k. Et vtraq; ipſarũ rationalis. rationale igitur eſt e l: hoc eſt m r. Sed m r: eſt quod ſub m n & n x. Si vero per 37 decimi binæ mediæ potentia tantũ cõmenſurabiles/ compoſitæ fuerint rationale cõpræhẽdentes: tota irrationalis eſt/ vocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipſa m x: ex binis eſt prima medijs. Quod erat oſtẽdendũ.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 50.

50 SI binomio tertio ac linea rationali ſuperficies contineatur: linea in eam potens erit bimediale ſecundum.

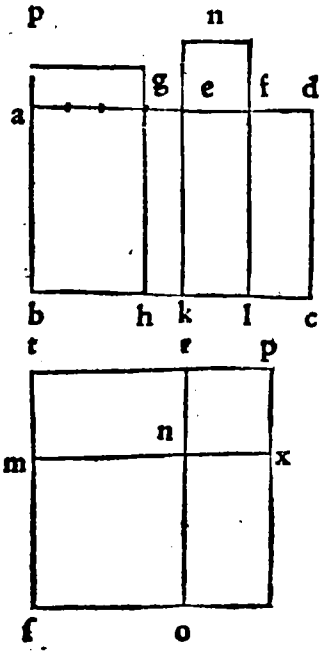
¶ CAMPANVS. ¶ Diſpoſitio & hypotheſes maneant vt ſupra. Eritq; ex his hypotheſibus & diffinitione binomij tertij & 19/ vnaquæq; quatuor ſuperficierum in quas diuiſa eſt ſuperficies a c: medialis. quare vtrunq; duorum quadratorum l m, m n, & vtrunq; ſupplementorum p m & m q: erit etiam mediale. vtraq; igitur duarum linearum l r & r p: erit medialis. Et cum duæ ſuperficies a f & f h ſint cõmunicantes/ eo q; duæ lineæ b f & f d ſint cõmunicantes: per ſecundam partem 13 erunt duæ lineæ l r & r p cõmunicantes in potentia, in longitudine vero non: quia ſuperficies l m non cõmunicat cum ſuperficie m p, eo q; neq; a f communicat cum d g. Nam linea b f non cõmunicat cum d e. Cum igitur ipſę contineant ſuperficiẽ quæ eſt p m: conſtat ex 32 lineam l p eſſe mediale ſecundum. Quod eſt propoſitum.

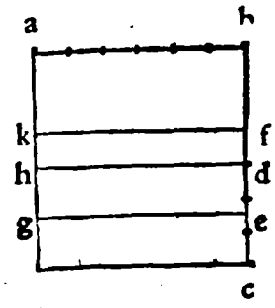


Eucli. ex Zamb. Theorema 38. Propoſitio 56.

56 ¶ Si ſuperficies ſub rationali/ & ex binis nominibus tertia cõpræhenſa fuerit: ſuperficiem potens irrationalis eſt/ appellaturq; ex binis ſecunda medijs.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Areola namq; a b c d: cõpræhendatur ſub rationali a b, ac ex binis nominibus tertia a d diuiſa in nomina in e, quorum maius ſit a e. Dico q; areolam a c potens: irrationalis eſt/ vocaturq; ex binis ſecunda nominibus. Conſtruantur namq; eadem quæ prius. Et quoniam a d ex binis eſt tertia nominibus: ipſæ igitur a e, e d, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles/ & ipſa a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili/ & ipſarum a e, e d, neutra ipſi a b eſt commenſurabilis longitudine. Similiter iam ex ijs quæ prius ſunt oſtenſa/ demonſtrabimus: q; ipſæ m n, n x, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quare m x: ex binis eſt medijs. Oſtendendum etiam q; & ſecunda. Quoniam incommenſurabilis eſt per 50 decimi d e ipſi a longitudine, hoc eſt ipſi e k, atqui d e commenſurabilis eſt ipſi e f: incõmẽſurabilis igitur eſt per 13 decimi e f ipſi e k longitudine. Suntq; rationales ipſæ f e, e k. igitur rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Medium igitur per 21 decimi eſt e l: hoc eſt m r. compræhenditurq; ſub ſub m n, n x, medium igitur eſt quod ſub m n, n x. Ipſa igitur m n x: ex binis eſt ſecunda medijs. Quod fuerat oſtendendum.

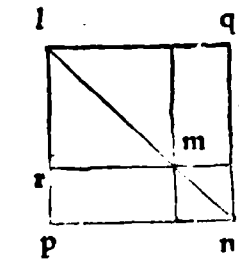




Eucli.ex Camp. Propoſitio 51.

SI linea rationali binomioq; quarto ſuperficies continetur: quæ in eam ſuperficiem poteſt/eſt linea maior. 51

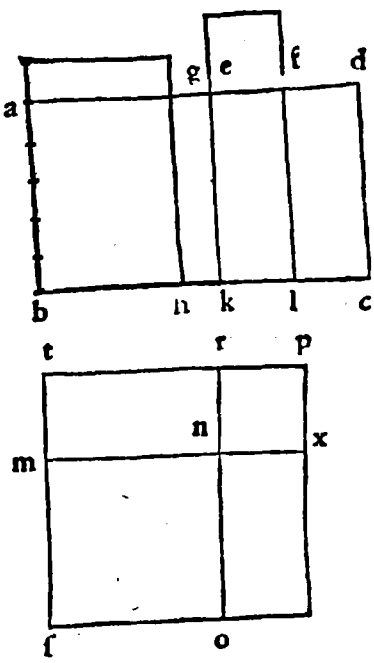
¶CAMP. ¶Cūctis vt in præmiſſis manētibus: erit ex hypotheſi et diffinitione binomij quarti & 19/vtraq; duarū ſuperficierū d g & g c (quare & vtraq; duarū p m & m q) medialis. duoq; quadrata l m & m n pariter accepta/rationale: eo q; ſuperficies a d eſt rationalis per diffinitionē binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in puncto f in duo incoīcantia per ſecūdam partem 14: erit ſuperficies a f incommēſurabilis ſuperficiei f h. ideoq; & quadratū l m: quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p: ſunt incōmenſurabiles in potētia. q̄ cū cōtineāt ſupficiē medialē p m, & earū quadrata ābo pariter accepta ſint rōnale: cōſtat p 33 lineā l p eſſe lineā maiorē. Quod erat demōſtrādū.



Eucli.ex Zamb. Theorema 39. Propoſitio 57.

¶ Si areola ſub rationali ac ex binis quarta nominibus compræhenſa fuerit: ipſam areolā potens irrationalis eſt/vocaturq; maior. 57

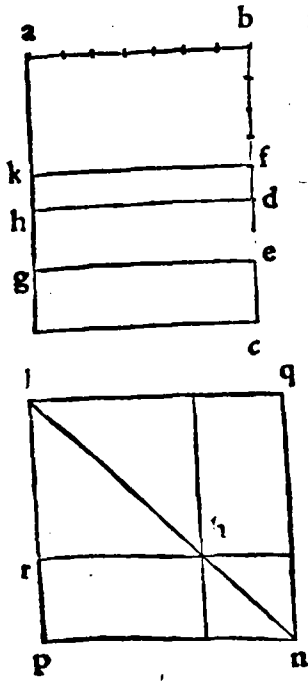
¶THEON ex Zamberto. ¶Areola nāq; a c: cōpræhēdatur ſub rationali a b, & ex binis quarta noibus a d diuiſa in nomina in e, quorū maius eſto a e. Dico q; areolam a c potens: irrationalis eſt/appellata maior. Quoniā enim a d ex binis eſt quarta nominibus: ipſæ igitur a e, e d, rationales ſunt potentia tantū commēſurabiles. & a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi incōmenſurabili. & a e ipſi a b longitudine cōmēſurabilis eſt. Secetur per 10 primi d e bifariā in f. & ei quod ex e f æquum / ad a e cōparetur per 44 primi parallelogrāmū quod ſub a g, g e. Incōmenſurabilis igitur eſt per 18 decimi a g ipſi e g longitudine. excitentur per 31 primi paralleli ipſi a b: ſintq; g h, e k, f l. Fiantq; reliqua eadem ſicut in præcedenti. Manifeſtum iam eſt q; m x, eſt potens ipſam areolam a c. Oſtēdendū vero q; m x irrationalis eſt: appellata maior. Quoniam incōmenſurabilis eſt a g ipſi e g longitudine: incōmenſurabile per 1 ſexti et 11 decimi/eſt & a h ipſi g k: hoc eſt f n ipſi n p. Ipſæ igitur m n, n x: potētia ſunt incōmenſurabiles. Et quoniā cōmenſurabilis eſt a e ipſi a b lōgitudine: rōnale eſt a k. Et æquū eſt eis quæ ex m n, n x. rationale igitur eſt: cōflatū ex ijs quæ ex m n, n x. Et quoniā per 34 decimi incōmēſurabilis eſt d e ipſi a b lōgitudine hoc eſt ipſi e k, ſed per 13 decimi d e cōmenſurabilis eſt ipſi e f: incōmēſurabilis igitur eſt e f ipſi e k lōgitudine. Ipſę igitur e k, e f, rationales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles. Mediū per 21 decimi igitur eſt l e hoc eſt m r. Cōprehēditurq; ſub m n, n x. mediū igitur eſt quod ſub m n, n x. Et cōpoſitū ex ijs q̄ ex m n, n x, rationale. & m n ipſi n x potentia incōmenſurabilis eſt. Si autē per 39 decimi duæ lineę potētia incōmēſurabiles cōpoſitæ fuerint efficiētes cōpoſitū ex ijs quæ ex ipſis ſūt quadratis rationale/quod vero ſub ipſis mediū: tota irrationalis eſt/appellatur autem maior. Ipſa igitur m x irrationalis eſt/vocata maior: ipſamq; a c areolam poteſt. quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 52.

SI fuerit ſuperficies linea rationali atq; binomio quinto contenta: quæcunq; in eam linea poteſt/potens in rationale & mediale eſſe ex neceſſitate conuincitur. 52

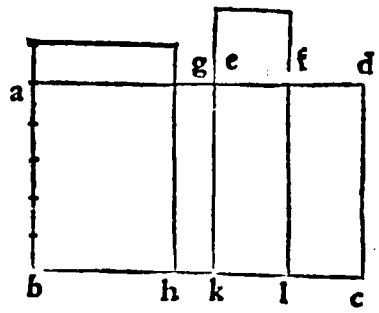
¶CAMPANVS. ¶Nec in hac quoq; eſt aliquid ex priorū diſpoſitione & poſitionibus mutandum. eis enim manentibus: erit ex ijs quę poſita ſunt in diffinitione binomij quinti & 15/vtraq; duarum ſupercierū d g & g e (quare vtraq; duarum p m & m q) rationalis/totaq; a d (quare & duo quadrata l m m n pariter accepta) medialis ex 19. Cumq; ex ſecunda parte 14 ſit linea f b incommenſurabilis lineæ f d, ideoq; ſuperficies a f ſuperficiei f h, & quadratum l m quadrato m n: erit linea l r incommenſurabilis in potentia lineæ r p. At quia ipſæ continent ſuperficiem rationalem p m, & earum quadrata ambo pariter accepta ſunt mediale: conclude ex tregeſima quarta lineam l p eſſe potentem in rationale & mediale. Quod promiſſum eſt.



Euclí. ex Zamb. Theorema 40 Propoſitio 58.

58 ¶Si areola cõpræhendatur ſub rationali/ac ex binis quinta nominibus: areolam potens irrationalis eſt/appellata rationale mediumq; potens.

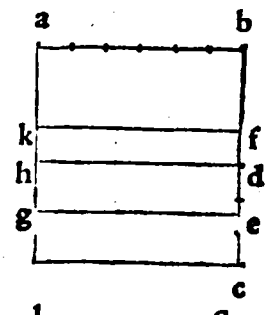
¶THEON ex Zãb. ¶Areola eteni a c: cõpræhẽdatur ſub rationali a b, ac ex binis quinta noibus a d diſiũcta in noia in e, vt maius nomẽ ſit a e. Dico q; ipſam a c areolã potens: irrationalis eſt/appellata rationale mediũq; potẽs. Conſtruantur eni ea quæ ſuperius demõſtrata ſunt. Nõ dubiũ q; a c areolã potens: eſt m x. Oſtendendum tam: q; m x eſt rationale mediũq; potens. Quoniã eni incõmẽſurabilis eſt a g ipſi g e: incõmenſurabile igitur eſt per primã ſexti & 11 decimi & a h ipſi h e, hoc eſt quod ex m n ei quod ex n x. Ipſæ igitur m n, n x: potẽtia ſunt incõmenſurabiles. Et qm̃ a d ex binis eſt quinta noibus, ac eius minus ſegmentũ eſt e d: cõmenſurabilis igitur eſt e d ipſi a b lõgitudine. Sed a e: ipſi e d eſt incõmenſurabilis. & a b igitur per 13 decimi ipſi a e eſt incõmenſurabilis longitudine. Ipſæ igitur a b, a e, rationales ſunt: potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. mediũ igitur eſt per 21 decimi a k: hoc eſt cõflatũ ex ijs quæ ex m n, n x. Et quoniã cõmenſurabilis eſt d e ipſi a b longitudine hoc eſt e k, ſed d e ipſi e f cõmẽſurabilis eſt: & e f igitur per 12 decimi ipſi e k cõmenſurabilis eſt. Rationalis autem e k. rationale igitur per 19 decimi & e l, hoc eſt m r: hoc eſt quod ſub m n, n x. Ipſæ igitur m n, n x, per 40 decimi potẽtia incõmenſurabiles ſũt: efficientes conflatum ex ipſarum quadratis medium/& quod ſub ipſis rationale. ipſa igitur m x: eſt rationale mediumq; potens, ipſamq; poteſt aream a e. Quod fuerat demonſtrandum.

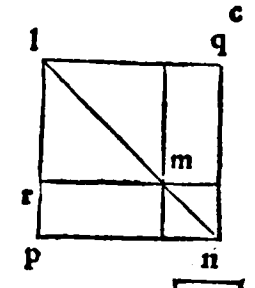


Euclí. ex Camp. Propoſitio 53.

53 SI binomio ſexto lineaq; rõnali ſupficies cõtineatur: linea quę in eam poteſt/in duo medialia potẽs eſſe probatur.

¶CAMPANVS. ¶Hęc 53: adhuc te ſuſtinet ociari a pigẽdis figuris. cõtẽta eni eſt p̃miſſis diſpoſitione & poſitionibus. Quibus ſtantibus: neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitione id eſt diffinitione binomij poſtremi & 19/ quãlibet ex ſuperficiebus a d & d g & g c (propter quod & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe mediale. Cũq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) ſint incõmenſurabiles: erũt duæ lineæ b c & r p incõmenſurabiles in potẽtia. At quia ipſæ cõtinent ſuperficiem mediale in p m, earũq; ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale/quod eſt duplo ſuperficiei vnius in alterã incõmenſurabile/quod ex eo probatur q; ſupficies b h eſt incõmenſurabilis ſuperficiei h c, propter hoc q; linea d b eſt incõmenſurabilis lineæ d c: ſequitur ex 35 lineam l p eſſe/quæ poteſt in duo medialia.

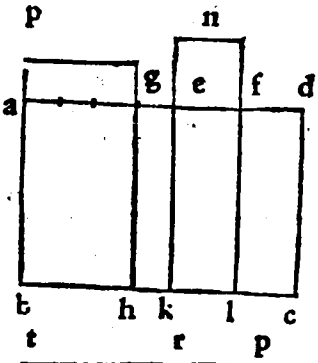


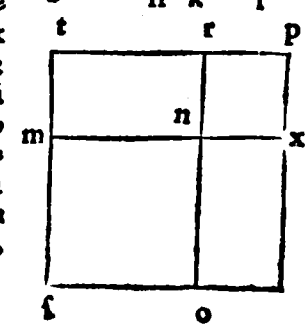


Euclí. ex Zamb. Theorema 41. Propoſitio 59

59 ¶Si areola cõprẹhendatur ſub rationali/& ex binis ſexta noibus: areolam potens irrationalis eſt/appellata bina potens media

¶THEON ex Zamberto. ¶Areola namq; a b c d: compræhendatur ſub rationali a b, & ex binis nominibus a d diuiſa in nomina in e, vt maius nomen ſit a e. Dico q; ipſam a c potens: irrationalis eſt/appellata bina potens media. Conſtruantur enim quæ & in præoſtenſis. Non dubiũ q; m x eſt potens ipſam a c: & q; incõmenſurabilis eſt m n ipſi n x potentia. Et quoniã incõmenſurabilis eſt a e ipſi a b longitudine: ipſæ igitur a e, a b, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabibes. medium igitur eſt per 21 decimi a k: hoc eſt cõpoſitũ ex ijs quę ex m n, n x. Rurſus quoniã incõmẽſurabilis eſt e d ipſi a b lõgitudine: incõmẽſurabilis igitur eſt & e f ipſi e k. Et f e, e k, igit̃ rõnales ſũt: potẽtia tãtũ cõmenſurabiles. mediũ igitur eſt per eandẽ/e l: hoc eſt m r, hoc eſt cõflatũ ſub m n, n x. Et quoniã incõmenſurabilis eſt a e ipſi e f: & a k ipſi e l incõmenſurabile eſt. Sed a k quidẽ eſt cõflatum ex ijs quæ ex m n, n x: & e l eſt quod ſub m n, n x. incommenſurabile igitur eſt per primam ſexti & 11 decimi compoſitum ex ijs quæ ex m n, n x: ei quod ſub m n, n x. & ipſorum vtrunq; medium eſt.

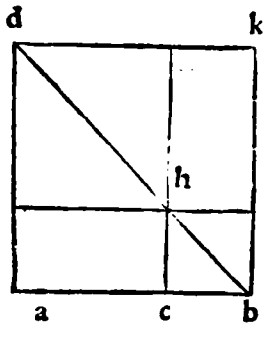




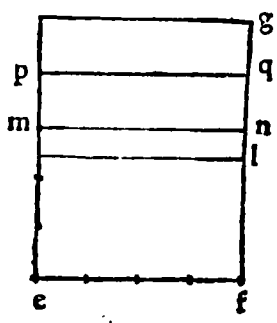
Ipſæ igitur m n, n x: potentia ſunt incõmenſurabiles. Ipſa igitur m x bina potens eſt media per 41 decimi: & ipſam poteſt a c. quod oſtendere oportebat.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 54.

SI lineę rationali æquũ quadrato binomij rectãgulũ adiũgatur: latus eius ſecũdum binomiũ primũ eſſe cõueniet. 54

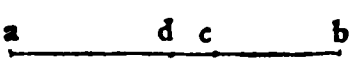


¶ CAMPANVS. ¶ Hæ ſex ſequẽtes: cõuerſę ſunt ſex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ eſt hæc intentio. Sit linea a b binomiũ: diuiſa ad punctũ c in duas lineas a c & c b, ſecundũ ſuã diffinitionẽ aut terminum. eiuſq; a b quadratũ ſit b d. ſitq; linea e rationalis in longitudine: cui adiũgat ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico q; latus ſecundũ huius ſuperficiei/ quod eſt linea f g: eſt binomium primũ. Diuidatur enĩ quadratũ b d in duo quadrata b h & h d, quę ſint quadrata duarũ linearũ portionũ binomij: & in duo ſupplementa a h & h k, quorum vtrũq; cõtinetur ſub duabus portionibus binomij. eritq; ex diffinitione binomij quę habetur per 30/ vtrũq; iſtorũ quadratorum rationale: & per 19 vtrũq; ſupplementũ mediale. Ex ſuperficie igitur e g, abſcindatur ſuperficies e l equalis quadrato d h, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis vni duorũ ſupplemẽtorum a h vel h k. eritq; p g reſidua: æqualis reliquo ſupplemento. quare per primam ſexti linea n q: eſt æqualis lineæ q g. Ex præmiſſis autem manifeſtum eſt q; vtraq; duarũ ſuperficierũ e l & l m (& ideo tota ſuperficies e n) eſt rationalis. Et vtraq; duarũ æqualiũ n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16 vtraq; duarum linearũ f l & l n, & tota linea f n, rationalis in longitudine: & lineæ e f rationali poſitæ cõmenſurabilis. & per 20 vtraq; duarum n q & q g, & tota n g: rationalis in potentia tantum/ incommenſurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f ſibi æquali/ & per conſequens & lineæ f n) in longitudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g vt ex primo duorum antecedentiũ 35 demonſtrationi ſubiunctorũ & prima ſexti apparet/ fuerit potentior linea n g minori in quadrato lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine: tunc ex diffinitione binomij primi manifeſtum eſt lineam f g eſſe binomium primum. Hoc autem ita eſſe ſic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, ſit per primã ſexti ſuperficies a h medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus hypotheſibus ſuperficiem m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio loco proportionalis. quare per primam ſexti linea n q quæ eſt medietas lineæ n g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f l in l n: eſt quantũ quod ex n q in ſe per 16 ſexti. ideoq; per 4. ſecundi quantum quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primam partem 13 cum linea f n diuidatur a ſuperficie ſibi adiuncta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g ita q; ad complendã totam lineam f n deſit ſuperficies quadrata/ in duo cõmunicãtia ad punctũ l: erit f n potentior n g in quadrato lineæ ſibi cõmunicãtis in longitudine. Conſtat ergo propoſitum.



¶ THEON. Lemma.

¶ Si recta linea ſecetur in inęqualia: quę ab inæqualibus quadrata/ maiora ſũt eo qđ bis ſub iæq̃libus cõpręhẽſum eſt rectãgulũ.



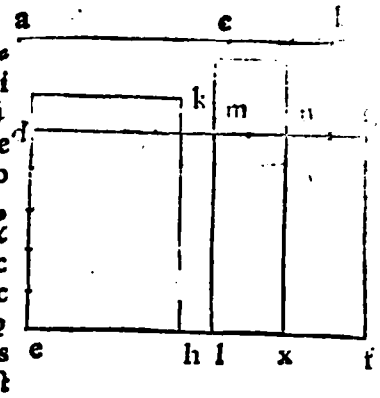
¶ Sit recta linea a b: ſecetur q; in inæqualia in c, ſitq; maior a c. Dico q; quæ ex a c, c b: maiora ſunt eo quod bis ſub a c, c b. ſecetur enim per 10 primi a b bifariam in d. Quoniam igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in d, & in inęqualia in c: igitur per 5 ſecundi quod ſub a c, c b, vna cum eo quod ex c d æquum eſt ei quod ex a d. & perinde quod ſub a c, c b: minus eſt eo quod ex a d. Quod igitur bis ſub a c, c b: eſt minus q̃ duplum eius quod ex ad. Sed quæ ex a c, c b: dupla ſunt eorũ quæ ex a d, d c. ergo quæ ex a c, c b: maiora ſunt eo quod bis ſub a c, c b. quod erat oſtendendum.

Euclí. ex Zamb. Theorema 42. Propoſitio 60.

¶ Quæ ab ex binis nominibus ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus primam. 60

¶ THEON ex Zamb. ¶ Eſto ex binis noĩbus a b: diuiſa in noĩa in c, vt maius nomẽ ſit a c. exponaturq; rõnalis d e. & ei quod ex a b æquũ ad ipſam d e cõ-

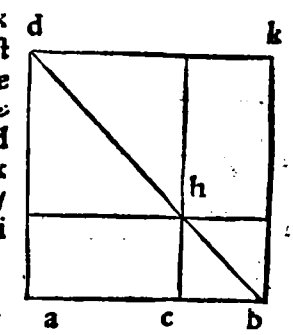
paretur p 44 primi d e f g: latitudinē efficiēs d g. Dico q; d g ex binis eſt prima noibus. Cōparetur enī per 44 primi ad d e, ei qdē quod ex a c ęquū d h: ei autē quod ex b c, æquū k l. Reliquū igit quod bis ſub a c, c d: p 4 ſecūdi ęquū eſt ipſi m f. Secet̄ p 10 primi qdē m g bifariā in n: exciteturq; p 31 primi parallelus n x vtriq; ipſarū m l, g f. Vtrūq; igitur ipſorū m x, n f, æquū eſt ei quod ſub a c, c b. Et quoniā a b ex binis noibus eſt diuiſa ī noia in c: ipſæ igitur a c, c b, rōnales ſūt potētia tantū cōmenſurabiles. Quæ igitur ex a c, c b: rōnalia ſūt/ & ſibi inuicē cōmenſurabilia. Quare per 15 decimi/ & cōflatū ex ijs quę ex a c, c b: cōmēſurabile eſt eis q̄ ex a c, c b. rationale igitur eſt cōpoſitū ex ijs q̄ ex a c, c b. Et ipſi d l eſt ęquale. rōnale igit eſt d l. Et adipſā d e cōparat. rōnalis igitur p 20 decimi d m: & ipſi d e lōgitudine cōmēſurabilis. Rurſus qm̄ a c, c b, rōnales ſunt potētia tantū cōmēſurabiles: mediū igitur eſt quod bis ſub a c, c b, hoc eſt m f, & ad ipſā cōparatur m l rationalē. rationalis igit eſt & m g: ipſi l m incōmēſurabilis (hoc eſt ipſi d e) lōgitudine. eſt autē & m d rationalis: & ipſi d e lōgitudine cōmēſurabilis. Incōmēſurabilis igitur eſt per 13 decimi d m: ipſi m g lōgitudine. Sūtq; ipſæ igitur d m, m g, rōnales: potentia tantū cōmēſurabiles. ex binis noibus igitur eſt per 36 decimi d g. Oſtēdendū q; & prima. Qm̄ enī per lēma p̄cedens 54 decimi eorū q̄ ex a c, c b, mediū proportionale eſt quod ſub a c, c b: & ipſorū igitur d h, k l, mediū proportionale eſt m x. Eſt igitur per conſtructionē ſicut d h ad m x: ſic m x ad k l. hoc eſt ſicut d k ad m n: ſic m n ad m k. quod igitur ſub d k, k m: æquū eſt ei quod ex m n. Et qm̄ cōmenſurabile eſt quod ex a c ipſi quod ex b c: cōmenſurabile eſt & d h ipſi k l. quare per 1 ſexti & 11 decimi & d k ipſi k m cōmēſurabilis eſt. Et quoniā maiora ſunt quæ ex a c, c b, eo quod bis ſub a c, c b: maius igitur eſt & d l ipſo m f. Quare p lēma p̄cedens & per primā ſexti & d m: ipſa m g maior eſt. & eſt æquale quod ſub d k, k m: ei quod ex n g, hoc eſt quartæ parti eius quod ex m g. & cōmēſurabilis eſt d k ipſi k m. Si vero per 17 decimi fuerint binę rectę lineæ inæquales/ quartæ autē parti eius quod ex minore æquū/ ad maiorē cōparet̄ deficiēs ſpecie a quadrato/ & in cōmēſurabilia ipſam diuiſerit: maior minore maius poteſt eo quod ſit ex ſibi cōmenſurabili. Ipſa igitur d m: ipſa m g maius. poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili. Suntq; rōnales ipſæ d m, m g: & d m nomē maius exiſtēs/ cōmenſurabilis eſt longitudine ipſi d e expoſitæ rationali: ipſa igitur d g: ex binis nominibus eſt prima. quod oportuit demonſtrare.

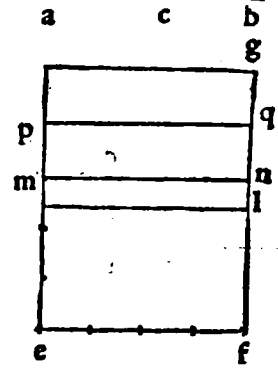


Eucli. ex Camp. Propoſitio 55.

55 SI lineę rōnali ęqua ſupficies quadrato bimedialis primi adiūgat̄: latus eius reliquū binomiū ſcdm eſſe oportebit.

¶CAMP. ¶Sit linea a b bimediale primū: diuiſa ad pūctū c ſcdm ſuū terminū. cętera autē ſint vt prius. Dico lineā f g eſſe binomiū ſecundū. Erit enī ſupficies m g rōnalis: eo q; partes bimedialis primi cōtinēt ſuperficiē rōnalē. & ſupficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cōmunicātes: eo q; portiones bimedialis primi ſunt lineę mediales potētia tantū cōmunicātes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine: cōmēſurabilis lineæ e f rationali poſitę. & per 20 linea f n rōnalis in potentia tantū. quę cū ſit maior linea n g ex primo duorū antecedentiū demōſtrationi 35 adiunctorū & 1 ſexti/ eaq; potētior quadrato lineæ communicātis ſecū in longitudine ex prima parte 13: erit a diffinitione linea f g binomium ſecundū. quod eſt propoſitum.

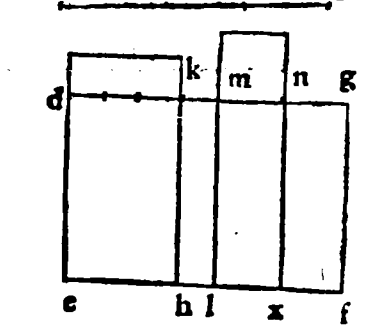


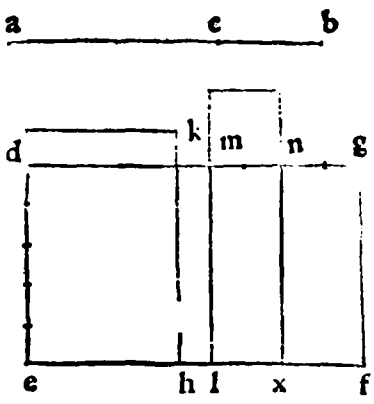


Eucli. ex Zamb. Theorema. 43. Propoſitio 61.

61 ¶QUæ ab ex binis medijs prima ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus ſecundam.

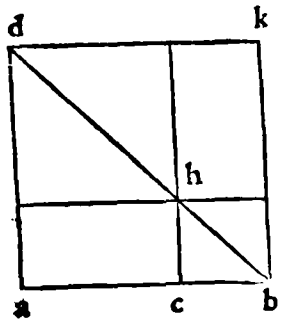
¶THEON ex Zāb. ¶Eſto p 43 decimi ex binis medijs prima a b: diuiſa in medias ī c, quarū a c maior ſit. exponat̄q; rōnalis d e. Cōpareturq; p 44 primi ad ipſam d e, ei quod ex a b æquū parallelogrāmū d f: latitudinē efficiēs d g. Dico q; ipſa d g: ex binis eſt ſecūda noibus. Cōſtruātur enī eadē quę & in p̄cedēti. Et qm̄ a b ex binis medijs eſt prima diuiſa ī c: ipſę a c, c b, igit̄ p 37 decimi mediæ ſunt potentia tantum cōmenſurabiles rationale cōpræhendētes. Quare p 24 decimi/ & q̄ ex a c, c b, media ſunt, mediū igitur per correlariū 23





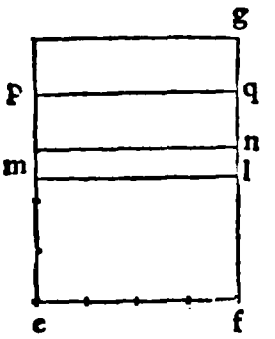
decimi/eſt d l. Et ad ipſã d e cõparatur. rõnalis igitur eſt p 22 decimi m d: & ipſi d e lõgitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã rationale eſt quod bis ſub a c, c b: rationale eſt & m f. ad ipſamq; m l rationalẽ cõparatur. rationalis igitur eſt per 20 decimi m g: & longitudine cõmenſurabilis ipſi m l, hoc eſt ipſi d e. Incommenſurabilis igitur eſt d m: ipſi m g longitudine. Suntq; rationales. ipſæ igitur d m, m g: rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. ex binis igitur noibus eſt per 36 decimi d g. Oſtendendũ iam q; & ſecunda. Quoniã enim q̃ ex a c, c b, maiora ſunt eo quod bis ſub a c, c b: maius eſt igitur & d l ipſo m f. quare per primã ſexti & d m ipſa m g. Et quoniã cõmẽſurabile eſt quod eſt ex a c, ei quod ex c b: cõmẽſurabile eſt & d h ipſi k l. Quare & d k ipſi k m cõmẽſurabilis eſt. & id quod ſub d k, k m: æquũ eſt ei quod ex n g. Ipſa igitur d m: ipſa m g maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili. & m g ipſi d e lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. ipſa igit d g: ex binis noib⁹ eſt ſecũda. qđ erat oñdẽdũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 56.



CVm adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali ſuperfi- 56
cies rectangula æqualis quadrato bimedialis ſecũdi: latus eius ſecundum binomium tertium eſſe neceſſe eſt.

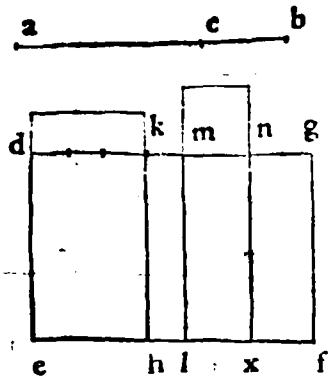
CAMPANVS. CSi fuerit linea a b bimediale ſecundũ diuiſa per terminũ ſuũ ad punctũ c, reliqua vero omnia fuerint vt prius: erit linea f g binomium tertium. Erit enim ex 32 & noſtris poſitionibus vtraq; ſuperficierum e n & m g: medialis. quare per 20 vtraq; duarũ linearũ f m & n g erit rationalis in potentia tantũ: lineæ e f rationali potẽtia cõmenſurabilis. At quia bimedialis ſecũdi partes ſunt cõmunicantes in potentia tantum: erit ſuperficies e l cõmunicans ſuperficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n. potentior ergo eſt per primam partem 13 f n q̃ ſit n g: in quadrato lineę ſibi cõmunicãtis in lõgitudine. Cũq; ſint ſuperficies a h & quadratũ h b incõmenſurabilia eo q; lineæ a c & c b incõmẽſurabiles/ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus ſupplementis pariter acceptis eo q; quadrata ſibi inuicem cõmunicant ex hypotheſi/ſupplemẽta quoq; cũ ſibi inuicẽ ſint ęqualia: ſequitur vt ſuperficies e n ſit incõmenſurabilis ſuperficiei m g. & ideo linea f n: lineę n g. per diffinitionem igitur eſt linea f g: binomium tertium. Quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 44. Propoſitio 62.

CQuæ ab ex binis ſecunda medijs ad rationalem comparata la- 62
titudo: efficit ex binis nominibus tertiam.

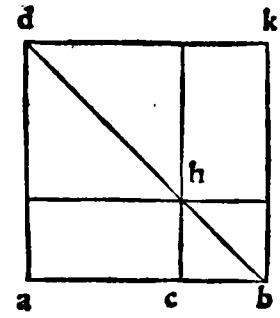
CTHEON ex Zãb. CEſto per 44 decimi ex binis medijs ſecũda a b: diuiſa i medias in c, vt maius ſegmẽtũ ſit a c. rationalis autẽ eſto d e, & ad ipſam d e, ei qđ ex a b æquũ parallelogrãmũ cõparetur per 44 primi d f: latitudinẽ efficiens d g. Dico q; d g eſt ex binis nominibus tertia. Conſtruãtur eadem quę in præcedentibus. Et quoniam a b ex binis eſt ſecunda medijs diuiſa in c: ipſæ igitur a c, c b, per 38 decimi mediæ ſunt potentia tantum commẽſurabiles medium cõpræhendentes. quare & cõflatum ex ijs quę ex a c, c b, medium eſt. & eſt æquale ipſi d l. mediũ igitur eſt et d l. cõparaturq; ad rationalem d e. Rationalis igitur eſt per 22 decimi m d: & ipſi d e longitudine incõmẽſurabilis. Id propterea iam & m g rationalis eſt: & ipſi m l incõmenſurabilis (hoc eſt ipſi d e) lõgitudine. Rationalis igitur eſt vtraq; ipſarũ d m, m g: & ipſi d e longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã a c ipſi c b lõgitudine eſt incõmẽſurabilis/ſicut autẽ p lẽma p̃cedẽs 22 decimi a c ad c b ſic qđ ex a c ad id quod ſub a c, c b: icõmẽſurabile igitur eſt et qđ ex a c ei qđ ſub a c, c b. Quare et cõflatũ ex ijs q̃ ex a c, c b: ei qđ bis ſub a c, c b, incõmẽſurabile eſt. hoc eſt d l ipſi m f. Quare per 1 ſexti et 11 decimi/et d m ipſi m g incõmenſurabilis eſt. Suntq; rationales. Ipſa igitur d g: ex binis nominibus eſt. Oſtendendum iam q; et tertia. Simili ter iam ſicut in præcedentibus ratiocinabimur q; maior eſt d m ipſa m g: et q; d k ipſi k m cõmenſurabilis eſt. Eſtq; quod ſub d k, k m, æquum ei quod ex m g. Ipſa igitur d m: ipſa m g maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili. & neutra ipſarum d m, m g: commenſurabis eſt ipſi d e, longitudine. ipſa igitur d g: ex binis eſt tertia nominibus. quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 57.

57 SI lineę rōnali rectāgulū ęquū quadrato lineę maioris adiūgatur: alterū ſe cōtinentiū laterū erit binomiū quartū.

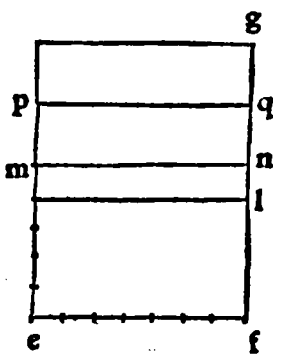
¶CAMPANVS. ¶Si hæc quoq; fuerit linea a b linea maior diuiſa ſecundū terminū ſuū ad punctū c, cūctaq; reliqua nō fuerint aliter q̄ prius: erit linea f g binomiū quartū. Cū enī ſint ambo quadrata portionū lineę maioris pariter accepta rationale: erit ſupficies e n rationalis. ideoq; p 16 linea f n rationalis in longitudine: cōicans lineę e f rationali poſitę. ſuperficies vero m g erit medialis: propter illud q̄ portiones lineæ maioris cōtinent ſuperficiē medialē. itaq; per 20 linea n g eſt in potētia rationalis tantū. et quia etiā portiones prędictę lineę a b ſūt potētialiter incōmēſurabiles: ſupficies e l incōmēſurabilis erit l m. ideoq; linea f l: lineę l n. igitur per primā partē 14. linea f n eſt potentior linea n g: in quadrato lineæ ſibi incommēſurabilis. Ex diffinitione igitur eſt linea f g binomium quartum. quod erat propoſitum.

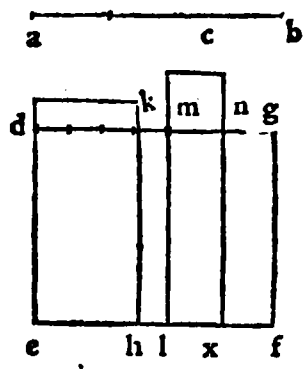


Eucli.ex Zamb. Theorema. 45. Propoſitio 63.

63 ¶Quæ ex maiore ad rationalem comparara latitudo: efficit ex binis quartam nominibus.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit maior a b diuiſa in c: vt maior ſit a c ipſa c b. Rationalis vero eſto d e. & ei quod ex a b æquum ad ipſam d e comparetur per 44 primi d f parallelogrāmum: latitudinem efficiēs d g. Dico q̄ d g ex binis eſt quarta nominibus. Conſtruātur eadē quæ in præoſtenſis. Et quoniā per 39 decimi maior eſt a b diuiſa in c: ipſæ a c, c b, potētia ſunt cōmenſurabiles efficientes conflatū ex ijs quæ ex ipſis fiūt quadrata rationale/ quod vero ſub ipſis mediū. Quoniā igitur rationale eſt conflatum ex ijs quæ ex a c, c b: rationale igitur eſt d l. rationalis igitur eſt & m d: & ipſi d e longitudine cōmenſurabilis. Rurſus q̄m mediū eſt quod bis ſub a c, c b, hoc eſt m f, & ad rationalē comparatur m l: rationalis igitur per 22 decimi eſt & m g, & ipſi d e lōgitudine incōmēſurabilis. Incōmēſurabilis igitur eſt per 13 decimi & d m ipſi m g longitudine. Ipſæ igit̄ d m, m g, rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles. ex binis igitur noibus eſt d g. Oſtendēdū iam q̄ & quarta. Similiter iā ſicut & in prędcētibus ratiocinabimur q̄ maior eſt d m ipſa m g: & q̄ quod ſub d k, k m, æquū eſt ei quod ex n g. Quoniā igitur incōmenſurabile eſt quod ex a c: ei quod ex c b: incōmenſurabile igitur eſt & d h ipſi k l. Quare per primā ſexti & 11 decimi & d k ipſi k m incōmenſurabilis eſt. Si autē fuerint binę rectæ lineę inæquales/ quartæ autem parti eius quod fit ex minore per 17 deciæquum comparatum fuerit parallelogrāmum ad maiorem ſpecie a quadrato deficiēs/ & in incōmenſurabilia ipſam diuiſerit: maior minore maius pōt eo quod fit a ſibi incōmēſurabili lōgitudine. ipſa igitur d m: ipſa m g maius pōt eo quod fit a ſibi incommēſurabili. ſunt & ipſæ d m, m g, rationales potētia tā tum commenſurabiles. & d m commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali d e. ipſa igitur d g: ex binis nominibus eſt quarta. quod erat oſtendendum.

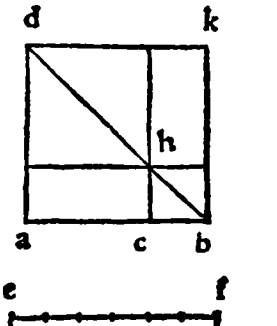


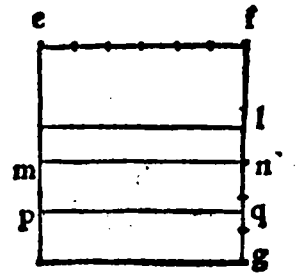


Eucli.ex Camp. Propoſitio 58.

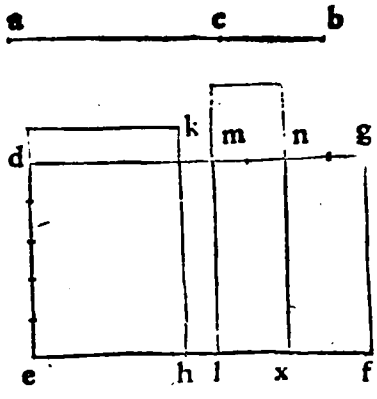
58 SI lineæ rōnali quadrato lineę potētis ſupra rōnale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur: alterum latus eius/ binomium quintum eſſe neceſſe eſt.

¶CAMP. ¶Propoſita linea a b ea q̄ poteſt ſupra mediale & rōnale diuiſa ſecūdū ei⁹ diffinitionē ad pūctū c: nihil īmutet de reliqs. ſeq̄ſq; lineā f g eſſe binomiū quintū. Cū enim partes huius lineę a b cōtineant rationalē ſupficiem: neceſſe eſt vt ſupficies g m (ideoq; p 16 linea n g) ſit rationalis. Cūq; ābo quadrata partiū huius lineæ pariter accepta ſint mediale: erit ſuperficies e n medialis & per 20 linea f n rationalis in potētia tantū lineę f e potētia rōnali cōmunicans. At quia portiones prędictæ lineę ſunt incōmenſurabiles in potētia: erit ſuperficies e l incōmēſurabilis ſuperficiei m l. ideoq; & linea f l: lineę l n. potentior igit eſt per primā partē 14 linea f n linea n g: in quadrato lineę ſibi incōmenſurabilis. Per diffinitionē itaq; binomij quinti: conclude propoſitū.





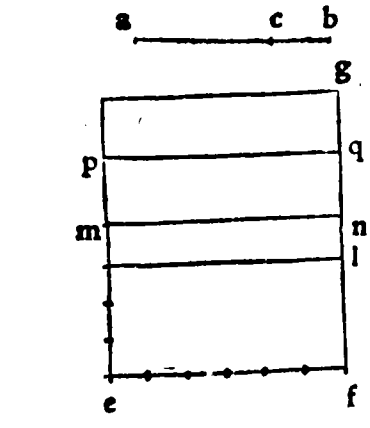
Eucli.ex Zamb. Theorema 46. Propoſitio 64.



¶Quæ ex rationale mediumq; potente ad rationalem compa rata latitudo:efficit ex binis quintam nominibus. 64

¶THEON ex Zāb. ¶Sit rationale mediūq; potēs a b:diuiſa in rectas lineas in c, vt ſit maior a c.exponaturq; rationalis d e.& ei quod ex a b æquū ad d e cōparetur d f per 44 primi: latitudinē efficiens d g. Dico q; d g ex binis eſt quinta nominibus.Cōſtruātur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā a b eſt ra tionale mediūq; potens diuiſa in c:ipſæ igitur a c,c b,potentia ſunt incōmen ſurabiles efficientes conflatū ex earū quadratis mediū/quod vero ſub ipſis ra tionale.Quoniā igitur conflatum ex iis quæ ex a c,c b,medium eſt: medium igitur eſt d l.Quare rationalis eſt d m:& ipſi d e longitudine incommēſurabi lis.Rurſus quoniā rationale eſt quod bis ſub a b,b c,hoc eſt m f:rationalis igi tur eſt m g,& ipſi d e cōmenſurabilis.Incōmenſurabilis igitur eſt d m:ipſi m g.Ipſæ igitur d m,m g,rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles.ex binis igitur nominibus eſt d g.Dico q; & quinta. Similiter nāq; oſtendetur q; quod ſub d k,k m,æquū eſt ei quod ex n g:& q; d k ipſi k m longitudine incōmen ſurabilis eſt.& ipſæ d m,m g,rationales ſunt potentia tātū commēſurabiles.& minor m g:commenſurabilis eſt ipſi d e longitudine.Ipſa igitur d m:ex binis eſt quinta nominibus.Quod erat oſtendendum.

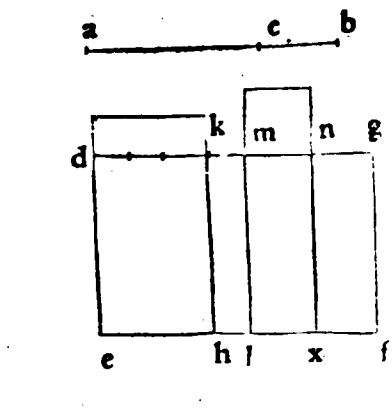
Eucli.ex Camp. Propoſitio 59.



QVotiens adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies rectā gula ęqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia: eiuſdē ſupficiei latus ſecūdū/binomiū ſextū eſſe cōuicit. 59

¶CAMPANVS. ¶In hac 59 ſit linea a b linea potens ſupra duo medialia.q̄ autē præter hęc ſunt:ſicut ſupra/maneāt.& erit tūc linea f g binomiū ſextum. quod ignorare non poteris:ſi præmiſſorum eiuſq; quod 35 proponit/īmemor non fueris. & ſic patet in hac:noſtra intentio.

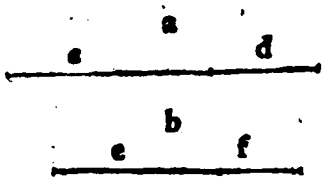
Eucli.ex Zamb. Theorema 47. Propoſitio 65.



¶Quæ ex bina media potente ad rationalem comparata latitu do:efficit ex binis nominibus ſextam. 65

¶THEON ex Zamb. ¶Eſto per 47 decimi bina potens media a b:diuiſa in c.rationalis autem eſto d e.& ad ipſam rationalem d e:ei quod ex a b ęquū cōparetur per 44 primi d f,latitudinē efficiens d g.Dico q; ipſa d g:ex binis nominibus eſt ſexta. Cōſtruantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniā a b bina media potens/eſt diuiſa in c:ipſæ igitur per 41 decimi a c,c b,potentia ſunt incōmenſurabiles efficientes compoſitū ex earū quadratis me dium/& quod ſub ipſis medium & inſuper incōmenſurabile compoſito ex ea rum quadratis.Quare per ea quæ oſtenſa ſunt:mediū eſt vtrūq; ipſorū d l,m f. Et ad rationalem d e cōparatur.rationalis igitur eſt per 22 decimi vtraq; ipſa rum d m,m g,& ipſi d e longitudine incommenſurabilis.Et quoniam confla tū ex iis quæ ex a c,c b,incōmenſurabile eſt ei quod bis ſub a c,c b:incōmen ſurabile igitur eſt per ſecundā partē 11 decimi d l ipſi m f.Incōmēſurabilis igi tur eſtper primā ſexti & 11 decimi & d m ipſi m g.Ipſæ igitur d m,m g,ratio nales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles.ex binis igitur nominibus eſt d g.Di co q; & ſexta.Similiter nāq; rurſus vt prius demōſtrabimꝰ:quia quod ſub d k, k m,ęquū eſt ei quod ex n g,& q; d k ipſi k m lōgitudine incōmēſurabilis eſt. ac id propterea d m ipſa m g maius pōt eo qđ fit ex ſibi lōgitudine incōmēſura bili.& neutra ipſarū d m,m g,cōmēſurabilis eſt expoſitę rōnali d e lōgitudine. Ipſa igit d g p ſcđas diffinitiones ex binis eſt ſexta noibus.qđ erat oſtēdēdū.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 60.



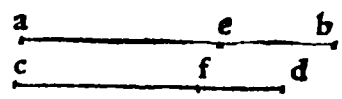
OMnis linea cuilibet binomiorum communicans:ſub ea dem ſpecie binomium eſſe probatur. 60

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a binomium cuiuſuis ſpeciei.ſitq; linea b ei cō municans in longitudine.Dico lineam b eſſe binomiū eiuſdē ſpeciei cuius a.

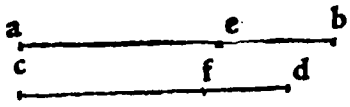
ſint enī binomiales portiones a:c & d.eruntq; ābæ rationales in potentia tātū communicantes per 30. linea vero b diuidatur per 12 ſexti ſecundū proportionē c ad d:in e & f. eritq; per coniunctā & euerſā & permutatā proportionalitatem c ad e,& d ad f:ſicut a ad b.Cum ſint igitur a & b communicantes: erūt etiam per primam partē 10 c & e, itemq; d & f,cōmunicantes.Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantū: erit & e. ſi autē in longitudine:& e.Eodemq; modo ſi d eſt rationalis in potentia tantum vel etiam in longitudine: erit quoq; & f ſimiliter. & ex 12 ſi potētior eſt c, d,i quadrato lineæ ſibi cōmē ſurabilis in longitudine/ vel ſi forte incōmenſurabilis : erit & e potentior f in quadrato lineæ ſibi cōmenſurabilis vel etiam incōmenſurabilis.neceſſe eſt ex diffinitionibus ſex ſpecierum binomiorū : vt eiuſdem ſpeciei binomij ſint a & b. ¶Si autem linea b cōmunicet binomio a in potentia tantum : erit etiā & ſic linea b. Binomiū autē eiuſdē eſſe ſpeciei non eſt neceſſarium : immo impoſſibile eſt vt ambæ ſimul cadant ſub prima ſpecie binomiorū vel ſub ſecunda/ quarta vel quinta. ſed neceſſe eſt vt ambo cadant ſub primis tribus aut ambo ſub tribus poſtremis. vnum enim eorū eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus:& aliud in aliqua ex tribus poſtremis:eſt impoſſibile.Cum enim a communicet cum b in potentia tantum: c quoq; cum e,& d cum f communicabit tantum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum e & d fuerit rationalis in longitudine:non erit ſua compar ex lineis e & f rationalis in longitudine . Non eſt itaq; poſſibile vt a & b cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorū/in quibus altera duarū portionū binomii eſt rationalis in longitudine . hæ autem ſpecies ſunt: prima & ſecunda/ quarta & quinta. At vero quia per 12 duæ lineæ c & e ſimul potentiores ſunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum ſibi in lōgitudine communicantiū aut incommunicantium: neceſſe eſt vt ambo binomia a & b ſimul cadant ſub primis tribus ſpeciebus binomiorum aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum ſpecierum . Lineā autem b quid dubitas eſſe binomiū ? cū ſint enim c & e communicantes in potentia tantum ſimiliter quoq; d & f, ſint autem c & d rationales in potentia: conuincitur e & f eſſe rationales in potentia tantum. quæ quia non communicant in longitudine ſicut nec eis proportionales c & d: ipſæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Eucli.ex Zamb. Theorema 48 Propoſitio 66.

66 ¶Ei quę ex binis nominibus longitudine commenſurabilis:ipſa quoq; ex binis nominibus eſt/ac in ordine eadem.



¶THEON ex Zāberto. ¶Eſto ex binis nominibus a b & ipſi a b longitudine commenſurabilis eſto c d. Dico q; ipſa c d ex binis nominibus eſt : & in ordine ipſi a b eadem. Quoniam enim per 42 decimi ex binis nominibus eſt a b: diuidatur in nomina in e,ſit maius nomē a e. Ipſæ igitur a e, e b, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Fiatq; ſicut a b ad c d ſic a e ad c f. Et reliqua igitur e b:ad reliquam f d per 19 quinti eſt ſicut a b ad c d. Commenſurabilis autem eſt per hypotheſin a b ipſi c d longitudine . Cōmēſurabilis igitur eſt per 11 decimi & ipſa a e ipſi c f:& e b ipſi f d. Suntq; rationales ipſæ a e & e b.rationales igitur ſunt per 11 decimi & ipſæ c f, f d. Et quoniā eſt ſicut a e ad c f ſic eſt e b ad f d : viciſſim igitur per 16 quinti ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d. Ipſæ autem a e, e b, potentia ſunt commēſurabiles. & ipſæ c f, f d, igitur potētia tantum ſunt commēſurabiles. ſuntq; rationales. ex binis igitur nominibus eſt ipſa c d. Dico iam q; in ordine eſt eadem ipſi a b. Ipſa a e:ipſa e b aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili / vel eo q; fit ex ſibi incommenſurabili. Si vero a e ipſa e b maius poteſt eo q; fit ex ſibi commenſurabili: & c f ipſa f d per 14 decimi maius poterit eo qd fit ex ſibi commenſurabili. Et ſi a e expoſitæ rationali commenſurabilis fuerit: & c f eidem commenſurabilis erit per duodecimam decimi . Idq; propterea vtraq; ipſarum a b, c d, ex binis nominibus eſt prima/hoc eſt in ordine eadem. Si vero e b commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali: & f d eidem cōmenſurabilis eſt. Ac per hoc rurſus in ordine eadem eſt ipſi a b. vtraq; enim ipſa-

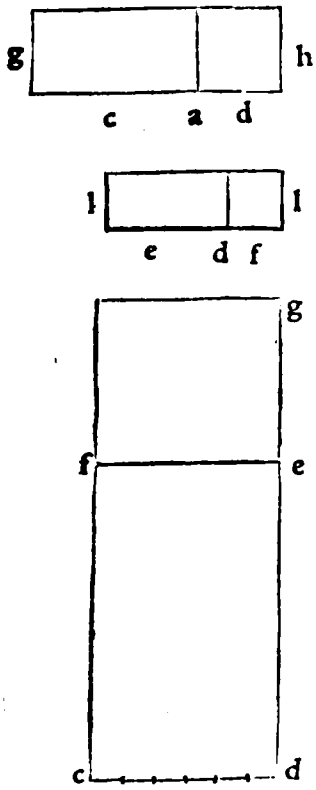


rum eſt ex binis nominibus ſecunda. Si vero neutra ipſarum a e, e b, commẽ ſurabilis eſt expoſitæ rationali: neutra etiam ipſarum c f, f d, eidem erit cõmenſurabilis. & vtraq; tertia eſt. Si autem a e ipſa e b maius poteſt eo quod fit ex ſibi incommenſurabili: & c f, ipſa f d maius poterit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. & ſi a e expoſitæ rationali commenſurabilis eſt: & c f eidẽ commenſurabilis eſt. & vtraq; erit quarta. Si autem e b: & f d. & erit vtraq; quinta. Si vero neutra ipſarum a e, e b: & ipſarum c f, f d neutra commen ſurabilis eſt expoſitæ rationali. eritq; vtraq; ſexta. Quare et quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ex binis nominibus eſt / & in ordine eadem. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Cam. Propoſitio 61.

61 OMnis linea alterutri bimedialium cõmenſurabilis: ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe ex neceſſitate cõuincitur.

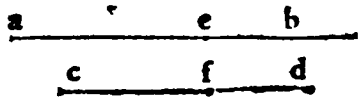
¶ CAMPANVS. ¶ Veritatem habet quod dicitur: ſiue in longitudine ſiue etiã in potẽtia tantũ cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialiũ. Sint enim duæ lineæ communicantes a & b quouis duorum modorum prædictorum. ſitq; a bimediale primũ vel ſecundũ. dico q; etiam b eſt bimediale primũ vel ſecundũ: prout fuerit a. Diuiſo enim a bimediali in ſuas bimediales portiones ex quibus cõponitur per 31 & 32 quæ ſint c & d, b quoq; diuiſa in e & f ſecundũ proportionẽ c ad d vt docet 12 ſexti / poſitaq; g ſuperficie contẽta ſub c & d, & k ſub e & f, et poſito h quadrato d, & l, f: erit per cõiunctã & euerſã & permutatã proportionalitatẽ quẽadmodũ in præmiſſa c ad e & d ad f, ſicut a ad b. ſicut igitur ex poſitione a & b ſunt communicãtes ſiue hoc ſit in longitudine ſiue in potẽtia: ſic c & e, itemq; d & f, ſimiliter erũt cõmunicãtes. At quia c & d ſunt mediales potẽtia tantũ cõmunicãtes: ſequitur ex 12 vt e & f ſint etiã mediales / & ex 10 potentia tantũ cõmunicantes cum ipſæ per hypotheſin ſint proportionales c & d. Cũq; ſit per primã ſexti g ad h ſicut c ad d, & k ad l ſicut e ad f: erit g ad h ſicut k ad l. & permutatim g ad k ſicut h ad l. Quia igitur h eſt cõmunicãs l, eo q; duo eorũ latera quę ſũt d & f cõmunicant in longitudine vel in potentia ſecundũ q; a & b in alterutro eorum cõmunicant: ſequitur ex 10 vt g & k quoq; ſibiinuicẽ cõmunicent. erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione ſuperficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantũ differt bimediale primũ a bimediali ſecundo: q; portiones bimedialis primi in quas ſecundum ſuum terminũ diuiditur / continẽt ſuperficiẽ rationalẽ. bimedialis autem ſecundi: medialẽ. Si igitur a fuerit bimediale primũ: erit ſuperficies g rationalis / quare & k. & ideo b bimediale primũ per 31. Q; ſi a fuerit bimediale ſecundũ: erit ſuperficies g medialis / ob hoc etiam & k. b itaq; per 32 erit bimediale ſecũdum. quare cõſtat propoſitũ. ¶ Idem aliter. Ad lineã rationalẽ c d (poſita a alterutro bimedialiũ / & b ſibi in lõgitudine vel potentia cõmunicante) adiungatur ſuperficies c e æqualis quadrato a, et f g æqualis quadrato b eruntq; ſuperficies c e & f g cõmunicantes: eo q; quadrata eis æqualia quæ ſunt quadrata linearũ a & b ſunt cõmunicãtia ex hypotheſi. ex prima igitur ſexti & decima huius: neceſſe eſt duas lineas d e & e g eſſe cõmunicãtes. Et quia ſi a fuerit bimediale primũ linea d e erit binomium ſecundũ per 55 / ideoq; e g etiã binomiũ ſecundum per præmiſſam / quare latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale primũ per 49 / at vero ſi a fuerit bimediale ſecundũ linea d e erit binomium tertiũ per 56 / ideo e g eſt binomiũ tertium per præmiſſam / quare & latus tetragonicũ ſuperficiei f g (et ipſum eſt b) bimediale ſecũdum per 50: manifeſtũ eſt igitur verum eſſe quod proponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 49. Propoſitio 67.

67 ¶ Ei quæ ex binis medijs longitudine cõmenſurabilis: & ipſa ex binis eſt medijs / & in ordine eadem.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Eſto ex binis medijs a b: & ipſi a b cõmenſurabilis eſto lõgitudine c d. Dico q; c d ex binis eſt mediis & in ordine ipſi a b eadẽ.

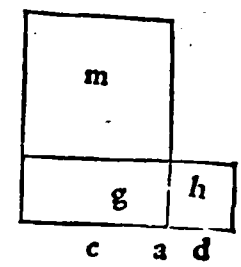


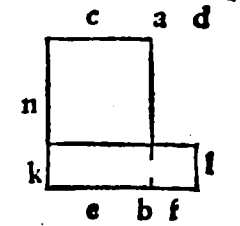
Quoniam enim a b ex binis mediȷs eſt diuiſa in medias in e: ipſæ igitur a e, e b, per 37 & 38 decimi mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Fiatq; per 11 ſexti ſicut a b ad c d: ſic a e ad c f. & reliqua igitur e b ad f d reliquã per 19 quinti eſt ſicut a b ad c d. Cõmenſurabilis autẽ eſt a b ipſi c d longitudine. cõmenſurabilis igitur eſt & a e ipſi c f: & e b ipſi f d. ſũtq; mediæ ipſæ a e, e b. mediȩ igitur ſunt & c f, f d. Et quoniã eſt ſicut a e ad e b & c f ad f d, ipſæ autẽ a e, e b, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles: & ipſæ igitur c f, f d, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Oſtenſum autẽ q; mediæ. Ipſa igitur c d: ex binis eſt mediȷs. Dico q; & in ordine eadem eſt ipſi a b. Quoniam enim eſt ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d: & ſicut igitur quod ex a e ad id quod ſub a e, e b, ſic quod ex c f ad id quod ſub c f, f d. viciſſim igitur p 16 quinti ſicut quod ex a e ad id qđ ex c f: ſic quod ſub a e, e b, ad id quod ſub c f, f d. Commenſurabile autem eſt quod ex a e ei quod ex c f. Commẽſurabile igitur & quod ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Si igitur rationale eſt quod ſub a e, e b: & quod ſub c f, f d, rationale eſt. ac per hoc eſt ex binis mediȷs prima. Si autẽ mediũ fuerit quod ſub a e, e b: mediũ erit & quod c f, f d, & vtraq; eſt ſecunda. ac per hoc & c d erit ipſi a b in ordine eadem. Quod erat oſtendendum.

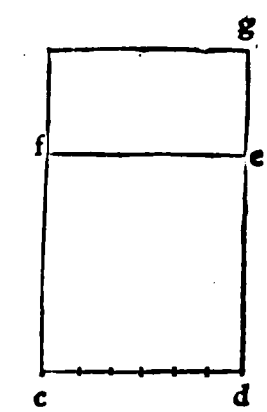
Eucl. ex Camp. Propoſitio 62.

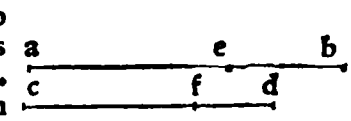
62 OMnis linea cõmunicans lineæ maiori: eſt linea maior.

¶ CAMPANVS. ¶ Et hæc quoq; veritatem habet: ſi vtlibet modo cõmunicãs fuerit aliqua linea lineæ maiori. Eſto enim a linea maior: b vero quouis ſibi cõmunicans modo. erit b linea maior. Diuiſa namq; a in eas portiones ex quibus conſtat per 33 quæ ſunt c & d, & b ſecundũ earum proportionem in e & f, poſitoq; q; g ſit ſuperficies cõtẽta ſub c & e, & k ſub e & f, et m et h ſint quadrata c et d, at n et l, e et f: erit m ad h ſicut n ad l per 2 partem 18 ſexti. & coniũctim m & h ad h: ſicut n & l ad l. et permutatim m et h ad n et l: ſicut h ad l. quia ergo h communicat cum l eo q; d cõmunicat cum f, aut in longitudine aut in potentia prout a cõmunicat cũ b: ſequtur vt ambo quadrata m et h pariter accepta cõmunicent cũ ambobus quadratis n et l pariter acceptis. Cũ itaq; duo prima pariter accepta ſint rationale p 33: erũt quoq; et duo poſtrema rationale per diffinitionem. At quia ſuperficiẽ k neceſſe eſt eſſe medialẽ ſicut g ex 21/ lineaſq; e et f eſſe incõmenſurabiles in potentia ſicut c et d ex 10: cõcluditur per 33 lineam b eſſe lineam quę dicitur maior, quod eſt propoſitũ. ¶ Idem aliter. Cum ſit a linea maior cui b cõmunicat ſiue hoc fuerit in longitudine ſiue in potentia: ſumpta linea rationali quæ ſit c d, adiũgatur ſuperficies et c e, ęqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cũ igitur quadrata duarũ linearũ a et b ſint cõmunicãtia ex hypotheſi: erit ſuperficies c e cõmunicans ſuperficiei f g. ideoq; per primam ſexti & 10 huius linea d e lineæ e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e eſt binomium quartum: erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum. igitur ex 51 linea b potens in ſuperficiem f g: eſt linea maior.





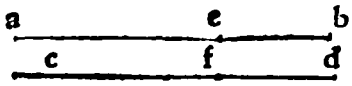




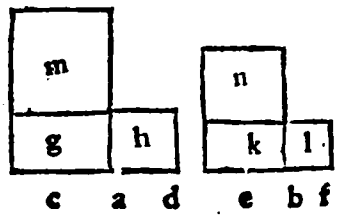
Eucl. ex Zamb. Theorema 50. Propoſitio 68.

68 ¶ Maiori commenſurabilis: eadem quoq; maior.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Eſto maior a b: et ipſi a b commenſurabilis eſto c d. Dico q; & c d maior eſt. Diuidatur a b in e. Ipſæ igitur a e, e b per 39 decimi potentia ſunt incõmenſurabiles: efficiẽtes quidem conflatum ex earum quadratis rationale/ quod vero ſub ipſis medium. Fiantq; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam eſt per 2 ſexti ſicut a b ad c d ſic eſt a e ad c f & e b ad f d, cõmenſurabilis autem eſt a b ipſi c d: cõmenſurabilis igitur eſt & vtraq; ipſarũ a e, e b, vtriq; ipſarũ c f, f d. Et quoniam eſt ſicut a e ad c f ſic e b ad f d: & viciſſim per 16 quinti ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d. Et cõponẽdo igitur per 18 quinti ſicut a b ad e b: ſic c d ad f d. & ſicut igitur p 22 ſexti quod ex a b ad id quod ex b e ſic quod ex c d ad id quod ex f d. Similiter iam demonſtrabimus q; & ſicut quod ex a b ad id quod ex a e, ſic qđ ex c d ad id quod ex c f. Et ſicut igiẽ per 11 quinti quod ex a b ad ea quæ ex a e, e b: ſic quod ex c d, ad ea quæ ex c f, f d. Et viciſſim igitur per 16 quinti ſicut quod ex a b ad id quod ex c d: ſic quæ ex a e, e b, ad ea quæ ex c f, f d. Commẽſurabile autem eſt id quod ex a b:



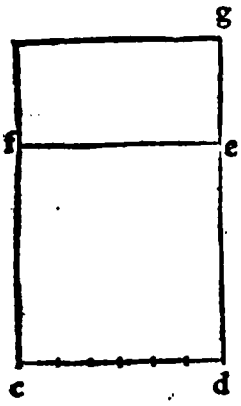
ei quod ex c d. Commẽſurabilia ſunt igitur & quæ ex a e, e b: eis quæ ex c f, f d. Suntq; quę ex a e, e b, ſimul: rationale. & quæ ex c f, f d, ſimul: rationale. Simi liter autem & quod bis ſub a e, e b: cõmenſurabile eſt ei quod bis ſub c f, f d. At quod bis ſub a e, e b: medium eſt. mediũ igitur eſt & quod bis ſub c f, f d. Ipſę igitur c f, f d, potentia ſunt incõmenſurabiles: efficientes conflatum ex earum quadratis ſimul rationale: & quod bis ſub ipſis mediũ. Tota igitur c d: per 57 decimi irrationalis eſt: maior appellata. Maiori igitur cõmenſurabilis: & eadẽ maior eſt. quod oſtendendum fuerat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 63.

SIqua linea lineæ potẽti in rõnale & mediale cõmunicet: ipſa in rationale & mediale potens eſſe comprobatur. 63

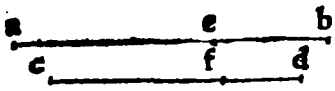
¶CAMPANVS. ¶Verũ quoq; eſt: q; qualitercũq; linea aliqua ſit cõmunicãs potenti in rationale & mediale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum: ipſa etiam eſt potens in rationale & mediale. quod ſicut prius duplici modo probatur. neceſſe eſt autem quantum ad primũ modum: q; ſicut duæ lineæ c & d ſunt in potentia incõmenſurabiles: ita ſint etiam e & f per 10. & q; quẽadmodũ g eſt ſuperficies rationalis (nam talẽ cõtinent portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiam per diffinitionem ſit k rationalis. & quẽadmodum duo quadrata m & h pariter accepta ſũt mediale: ſic etiã p 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale. igitur ex 34 b eſt potens in rõnale et mediale. ¶Quantũ autẽ ad ſecũdũ modum: neceſſe eſt ex 58 vt linea d e ſit binomiũ quintũ. ideoq; & per 60 linea e g eſt binomium quintũ. quare per 52 latus tetragonicum ſuperficiei f g, quod eſt b: erit linea potens in rationale & mediale. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 51. Propoſitio 69.

¶Rationale ac medium potenti commenſurabilis: & eadem rationale ac medium potens eſt. 69

¶HEON ex Zãb. ¶Eſto rationale mediumq; potens a b: & ipſi a b cõmenſurabilis eſto c d. Oſtendendũ: q; & c d rationale ac mediũ potens eſt. Diſtribuatur per 46 decimi a b in rectas lineas in e. Ipſæ igitur a e, e b, per 40 decimi potentia ſunt incõmenſurabiles: efficiẽtes quidem cõpoſitũ ex earũ quadratis mediũ: quod vero ſub ipſis rationale. & eadem conſtruantur quæ in præceden tibus. Similiter iam demonſtrabimus q; c f, f d, ſunt incõmenſurabiles. & commenſurabile eſt conflatum ex ijs quæ ex a e, e b, cõflato ex iſs quæ ex c f, f d: quod autem ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Quare & conflatum ex iſs quæ ex c f, f d, quadratis mediũ eſt: qd vero ſub c f, f d, rationale. Rationale igitur eſt ac medium potens: ipſa c d. Quod erat oſtendendum.



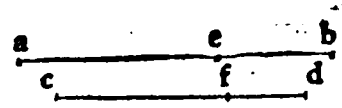
Eucli. ex Camp. Propoſitio 64.

OMnis linea communicans potenti in duo medialia: ipſa quoq; potens eſt in duo medialia. 64

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; manentibus eiſdem diſpoſitione & poſitionibus: eo duplici modo quo præmiſſæ probabitur vera eſſe: ſiue in longitudine ſiue in potentia cõmunicet linea b cũ linea a potente in duo medialia. Quantũ enĩ ad primũ argumentationis modũ erit per 35 ſuperficies g medialis. ideoq; & k per 21: cũ cõmunicet ei. duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 35 mediale: ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 ſunt incommenſurabile duplo ſuperficiei g: ſequitur per 10 & noſtras poſitiones vt duo quoq; l & n pariter accepta ſunt incõmenſurabile duplo ſuperficiei k. cũ itaq; ſint e & f incõmẽſurabiles in potentia quemadmodũ c & d: erit ex 35 linea b potens in duo medialia. ¶Quantum autem ad ſecundum ſolitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomium ſextum. ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomium ſextum. quare per 53 latus tetragonicum ſuperficiei f g quod eſt b: erit potens in duo medialia. Quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 52. Propoſitio 70.

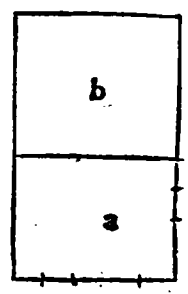
70 ¶Bina potenti media cõmenſurabilis: bina potens eſt media.



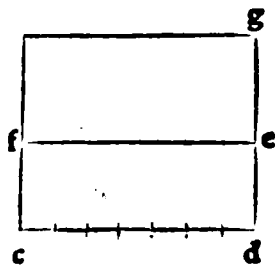
¶THEON ex Zamb. ¶Eſto bina potens media a b: & ipſi a b cõmenſurabilis eſto c d. Oſtẽdendũ q; & c d, bina potens eſt media. Quoniã eni bina potẽs eſt media a b: diſtribuatur per 47 decimi in rectas lineas in e. igitur a e, e b, per 41 decimi potẽtia ſunt incõmenſurabiles: efficientes cõflatum ex ipſarũ quadratis mediũ/& quod ſub ipſis rationale. & incõmenſurabile eſt conflatum ex ipſarũ a e, e b, quadratis: ei quod ſub a e, e b. Cõſtruãtur eadẽ quæ in prẽcedentibus. Similiter iam demõſtrabimus q; & ipſæ c f, f d, potentia ſunt incommenſurabiles. & cõpoſitũ ex ijs quæ ex a e, e b: cõpoſito ex ijs quæ ex c f, f d, cõmenſurabile eſt. quod autẽ ſub a e, e b: ei quod ſub c f, f d. quare & conflatũ ex ipſarũ c f, f d, quadratis mediũ eſt: & inſuper incõmẽſurabile eſt cõflatũ ex ipſarum c f, f d, quadratis / ei quod ſub c f, f d. Ipſa igitur c d: bina potens eſt media. quod oſtendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 65.

65 SI duæ ſuperficies quarum altera rationalis altera vero medialis/coniungantur: linea potens in totam ſuperficiẽ inde compoſitam aliqua erit quatuor irrationaliũ linearum/videlicet aut binomium/aut bimediale primũ/aut linea maior/aut potens in rationale & mediale.

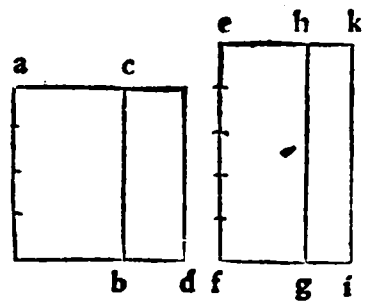


¶CAMPANVS. ¶Vt ſi a ſit rationalis ſupficies/& b medialis: erit linea potẽs in totã a b, aliqua prẽmiſſarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis: cui adiungatur c e æqualis a, & f g æqualis b. eritq; ex 16 linea d e rationalis in lõgitudine: cõmunicãs lineæ c d rationali poſitę. & ex 20 linea e g rationalis ſi potentia tantũ. & ex 30 linea d g binomiũ. cuius cũ altera binomialiũ portionũ quę eſt d e, ſit rationalis in longitudine cõmunicãs lineæ rationali poſitę quæ eſt c d: ipſum erit ex diffinitione ſpecierũ binomij aut binomiũ primũ/aut ſecundũ/aut quartũ/aut quintũ. tertiũ autẽ aut ſextũ non erit ex diffinitione. itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totã c g quæ eſt æqualis duabus ſimul a & b: erit aut binomiũ/aut bimediale primũ/aut linea maior/aut potẽs in rationale & mediale. quod eſt propoſitũ. Bimediale vero ſecundũ/aut potẽs in duo medialia non erit. quoniã ſi eſſet bimediale ſecundum: eſſet ex 56 linea d g binomium tertium. q; ſi eſſet potens in duo medialia: eſſet ex 59 linea d g binomium ſextum. ſed neutrum erat. Vnde patet noſtra intentio.

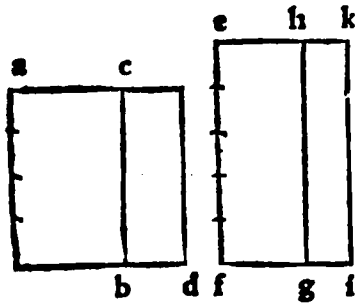


Eucli.ex Zamb. Theorema 53. Propoſitio 71.

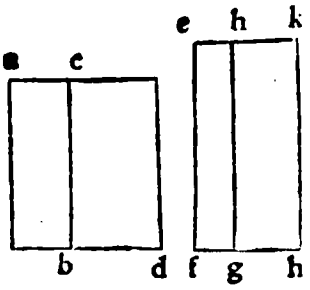
71 ¶Rationali ac medio compoſitis: quatuor fiunt irrationales/quę ex binis nominibus/quæ ex binis prima medijs/maior/ac rationale mediumque potens.



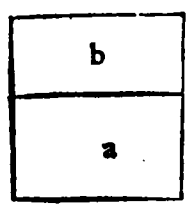
¶THEON ex Zãberto. ¶Sit rationale a b: mediũ autem c d. Dico q; ipſam areolã potẽs: aut ex binis noĩbus eſt/aut ex duobus prima medijs/ aut maior/ aut rationale mediũq; potens. Ipſa etenĩ a b: ipſa c d aut maior aut minor eſt. Eſto prius maior. exponaturq; rationalis e f, cõpareturq; per 44 primi ad ipſam e f ipſi a b æqua areola e g: latitudinem efficiens e h. Ipſi autẽ d c æquum ad e f hoc eſt h g, cõparetur h i: latitudinẽ efficiẽs h k. Et qm̃ rationale eſt a b & æquale eſt ipſi e g: rõnale igitur eſt & e g. Et ad ipſam rationalẽ e f cõparatur: latitudinẽ efficiens e h. rõnalis igit eſt e h: & cõmenſurabilis eſt ipſi e f longitudine. Rurſus quoniã mediũ eſt c d, & æquũ eſt ipſi h i: mediũ igitur eſt & h i. Et ad rationalẽ e f cõparatur hoc eſt ad ipſam h g: latitudinẽ efficiens h k, rationalis igitur eſt h k: & ipſi e f longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam medium eſt c d, rationale autẽ a b: incõmenſurabile igitur eſt a b ipſi c d, & e g incõmenſurabile eſt ipſi h i. Sicut autẽ g e ad h i: ſic per primã ſexti eſt e h ad h k. Incommẽſurabilis igitur eſt p 11 decimi & e h: ipſi h k lõgitudine. Et ambæ ſunt rationales. ipſæ igitur e h, h k, rationales ſunt: potẽtia tantũ cõmenſurabiles. ex binis igitur nominibus eſt e k: diuiſa in h. Et quoniã maius eſt a b

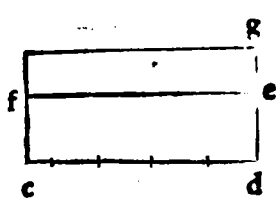


ipſa c d, æquũ autem eſt a b ipſi e g, & c d ipſi h i: maius igitur eſt e g ipſo h i. & e h igitur maior eſt ipſa h k. Igit̃ e h, ipſa h k maius põt: aut eo qđ fit ex ſibi longitudine cõmenſurabili/aut eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili. Poſſit prius: maius eo qđ̃ fit ex ſibi cõmẽſurabili. Eſtoq; maior e h cõmẽſurabilis expoſitæ rõnali e f. Ipſa igit̃ e k: per ſecũdas diffinitiones ex binis noĩbus eſt prima. Rationalis autẽ eſt e f. Si areola vero cõpræhendatur ſub rationali & ex binis nomini⁹ us prima: quæ areolã poteſt/ex binis noĩbus eſt per 54. decimi. Igitur quæ ipſam e i poteſt: ex binis nomínibus eſt. Quare & ipſum a d potẽs: ex binis nominibus eſt. Poſſit vero e h ipſa h k: maius eo quod fit ex ſibi incõmẽſurabili. eſtoq; maior e h: cõmẽſurabilis ipſi e f expoſitæ rationali longitudine. Ipſa igit̃ e k: ex binis nominibus eſt quarta. Rationalis aũt eſt e f. Si vero areola cõpræhẽdatur ſub rõnali ac ex binis quarta noĩbus: q̃ areolã poteſt/irrõnalis eſt appellata maior/per 57 decimi. Igitur q̃ ipſam e i poteſt areolã: maior eſt.



¶Sed iã eſto minus a b ipſo c d. & e g igit̃: ipſo h i minus eſt. quare & e h: minor eſt ipſa h k. At h k, ipſa e h mai⁹ põt: aut eo qđ fit ex ſibi cõmẽſurabili/aut eo quod fit ex ſibi incõmẽſurabili. Poſſit prius: maius eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili lõgitudine. & minor eſto e h, cõmẽſurabilis lõgitudine ipſi e f expoſitæ rationali. ipſa igitur e k: ex binis nominibus eſt ſecunda. Rationalis autem eſt e f. Si vero areola cõprẽhendatur ſub rationali: & ex binis ſecunda nominibus: quæ areolã poteſt/ex binis eſt prima medijs per 55 decimi. quæ igitur ipſam e i poteſt areolã: ex binis eſt prima medijs. Quare & quæ ipſam a d areolã poteſt: ex binis medijs eſt prima. Atqui h k, ipſa e h maius poſſit: eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili. & minor eſto e h: cõmẽſurabilis expoſitæ rationali e f. Ipſa igitur e k: ex binis nominibus eſt quinta. Rationalis autem eſt e f. Si vero areola cõpræhendatur ſub rationali & ex binis nominibus quinta: quæ areolã poteſt/rationale ac mediũ potens eſt per 58 decimi. Quæ igitur ipſam e i areolã poteſt: rationale ac mediũ poteſt. quare & ipſam a d areolã potens: rationale ac mediũ poteſt. Rationali igitur ac medio cõpoſitis/quatuor irrationales fiũt: quæ ex binis nominibus/quæ ex binis prima medijs/maior/& rationale mediumque potens. quod demonſtraſſe oportuit.

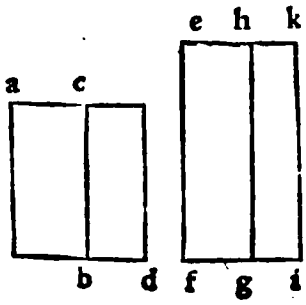




Eucli. ex Camp. Propoſitio 66.

CVm coniunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales incõ 66
menſurabiles: linea potens in totam ſuperficiem alterutra erit duarum irrationaliũ linearũ/videlicet aut bimediale ſecundum/aut potens in duo medialia.

¶CAMPANVS. ¶Vt ſi a & b ſint duæ ſuperficies mediales incommenſurabiles (ſi enim eſſent cõmẽſurabiles: eſſet compoſita ex eis medialis ex 9 & 21. quare & linea potens in eã: medialis ex 19) dico q⁹ linea potens in cõpoſitã ex ambabus: erit aut bimediale ſecundum/aut potens in duo medialia. Sit quidem linea c d, rationalis: ſuperficies vero ſibi adiuncta c e æqualis a, & ſuperficies f g æqualis b. eritq; ex 20 linea d e, ſimiliter quoq; linea e g: rationalis in potẽtia tãtum. Cũq; ſuperficies c e & f g, ſint incõmenſurabiles ſicut a & b eis æquales/ideoq; lineæ d e & e g ex prima ſexti & 10 huius: erit ex 30 linea d g binomiũ. Cuius cum vtraq; binomialiũ portionũ quæ ſunt d e & e g, ſit incõmẽſurabilis lineæ rationali poſitæ quæ eſt c d: ipſum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut ſextũ. Linea ergo potens in totã c g ęqualem cõpoſitę ex a & b: erit ex 50 & 53, aut bimediale ſecundum/aut potens in duo medialia. Quod eſt propoſitum.

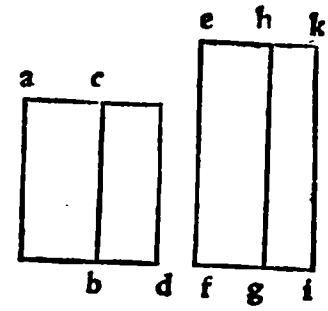


Eucli. ex Zamb. Theorema. 54. Propoſitio 72.

¶Binis medijs adinuicem incommenſurabilibus compoſitis/reliquæ duæ irrationales fiunt: quæ ex binis ſecunda medijs/& quæ bina potens eſt media. 72

¶HEON ex Zamb. ¶Cõponantur etenim bina media adinuicẽ incõmẽſurabilia: a b, c d. Dico q⁹ a d areolã potens: aut ex binis eſt ſecunda medijs/at bina potẽs eſt media. Ipſũ nãq; a b: ipſo c d aut maius eſt aut minus. Sit prius maius a b ipſo c d. exponaturq; rõnalis e f. & ipſi a b ęquũ ad ipſã e f ꝑ 44 primi

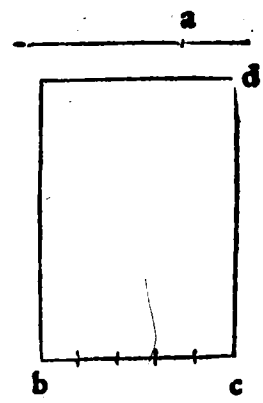
cõparet e g:latitudinẽ efficiẽs e h.ipſi aũt c d,ęquũ h i:latitudinẽ efficiẽs h k. Et qm̃ vtrũq; ipſorũ a b,c d,mediũ eſt:et vtrũq; igit ipſorũ e g,h i,mediũ eſt. Et ad ipſã e h rõnalẽ cõparat:latitudinẽ efficiẽs h k.vtraq; igit ipſarũ e h,h k, rationalis eſt per 22 decimi:& ipſi e f longitudine incõmẽſurabilis. Et quoniã a b ipſi c d incõmenſurabile eſt/& æquũ eſt quidẽ a ipſi e g,& c d ipſi h i:incõ mẽſurabile igitur eſt & e g ipſi h i. Sicut autẽ per primã ſexti e g ad h i:ſic eſt e h ad h k.incõmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi e h ipſi h k longitudine. Ipſæ igitur e h,h k, rationales ſunt:potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Ipſa igitur e k:ex binis nominibus eſt. Ipſa autẽ e h:ipſa h k aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili/at eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili. Poſſit prius:ma ius eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili longitudine.& neutra ipſarũ eh,h k,com menſurabilis eſt longitudine ipſi e f expoſitæ rationali. Ipſa igitur e k per 50 decimi ex binis eſt tertia nominibus. Rationalis autẽ eſt e f. Si vero areola cõ prehendatur ſub rationali & ex binis nominibus tertia:quæ areolã poteſt/ex binis eſt ſecunda medijs per 56 decimi. Quæ areolã igitur e i,hoc eſt a d po teſt:ex binis eſt ſecũda medijs. Sed iam e h,ipſa h k,maius poſſit: eo quod fit ex ſibi longitudine incõmẽſurabili. Et quoniam incõmenſurabilis eſt vtraq; ip ſarũ e h,h k,ipſi e f longitudine:ipſa igitur e k ex binis eſt ſexta nominibus per 53 decimi. Si vero ſub rationali et ex binis ſexta nominibus areola cõpræ hendatur:quę areolam poteſt/bina potens eſt media per 59 decimi. Quare & quæ a d poteſt areolã:bina potens eſt media. Similiter iam oſtẽdemus:q; et ſi minor fuerit a b ipſa c d:quæ ipſam a d areolã poteſt/aut ex binis eſt ſecunda medijs/aut bina potens eſt media. Binis igitur medijs inuicẽ incõmenſurabi libus cõpoſitis reliquæ irrationales fiunt:quæ ex binis ſecunda medijs/& quæ bina potens eſt media. Quod erat oſtendendum.



Euclí.ex Camp. Propoſitio 67.

67 CVm poſita fuerit linea binomialis cęteræq; irrationales ſequentes eam:non erit earũ aliqua ſub termino alterius.

¶CAMPANVS. ¶Vult q; ſi linea aliqua vt a,fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irrationalibus quę ſunt binomium & eius quinq; comites:ipſa non erit aliqua aliarũ. Si enim quadrato eius æqualis ſuperficies adiungatur ad lineã rationalẽ b c quæ ſit b d:ſi quidẽ a fuerit binomiũ/erit ex 54 linea c d binomiũ primum. Quæ ſi fuerit bimediale primũ:erit c d ex 55 bi nomium ſecundũ. Si autẽ bimediale ſecundũ:erit c d ex 56 binomiũ tertium. Et ſi linea maior:erit c d ex 57 binomiũ quartum. At ſi potens in rationale & mediale/aut ſi potens in duo medialia:erit ex 58 c d binomium quintum/aut ex 59 binomiũ ſextũ. Et quia impoſſibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpecieb9 binomiorũ a diffinitione:eſt impoſſibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarũ linearũ irrationaliũ. De linea autẽ mediali cõſtat q; ipſa quoq; nõ ſit aliqua ſex ſequẽtiũ:videlicet neq; binomiũ/neq; aliqua ex ipſius comitibus. Cũ enim ſuperficies ęqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineã ra tionalẽ:latus eius ſecũdum eſt rationale in potentia ex 20. Cũ autẽ ſuperficies æqualis quadrato binomij/aut alicuius ſuarũ comitũ:latus eius ſecundũ eſt bi nomiũ/aut primũ/aut ſecundũ.& ſic de cæteris per 54.& q; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in lõgitudine & in potentia per 30. Cum igitur ſit impoſſibile eandẽ lineam eſſe rationalem in potentia/& irrationalẽ tam in lõgitudine q; in potentia:nimirũ impoſſibile lineam medialem eſſe binomia lem/aut aliquam ex quinq; ſuis comitibus.



¶THEON.

¶Quæ ex binis nominibus/& poſt ipſam irrationales:neq; mediæ/neq; inui cem ſunt eædem.

¶A media namq; ad rationalem comparata latitudo:efficit rationalem/& ei longitudine incommenſurabilem ad quam comparatur per 22 decimi.

¶Ab ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparata latitudo:efficit ex binis nominibus primam per 60 decimi.

¶Ab ea vero quæ ex binis prima medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus ſecundam per 61 decimi.

¶Ab ea autem quæ ex binis ſecunda mediis ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam per 62 decimi.

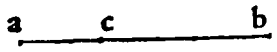
¶Verum quæ a maiori ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus quartam per 63 decimi.

¶Sed quæ ex rationale ac medium potente ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus ſextam per 65 decimi.

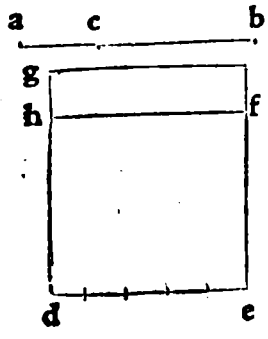
¶Quoniam prædictæ latitudines differunt & a prima & adinuicem/a prima quoniam rationalis eſt/adinuicē vero quia in ordine non ſunt eædem: manifeſtum eſt q; & ipſæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 68.

SI linea de linea abſcindatur/fuerintq; ambæ potētialiter tantum rationales cōmunicantes: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; reſiduum. 68



¶CAMPANVS. ¶Sit linea b c: abſciſa ex a b. ſintq; ambę rationales tantum potentia cōmunicantes: quales docuit inuenire 17 & 18. & hæ ſunt quæ componunt binomium. Dico q; a c reliqua eſt irrationalis & ipſa vocatur reſiduū. Conſtat enim ex 7 ſecūdi: q; quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta quæ cōponunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi & diffinitione rationalis ſuperficiei & 9 huius/tantū ſunt quantū duplum ſuperficiei a b & b c cū quadrato a c. Cūq; ex 19 ſupficies a b in b c ſit medialis/ideoq; & duplū eius mediale per 21/& ideo irrationale per 19: ſequit vt ambo quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta ſint incōmenſurabile duplo ſuperficiei vnius earum in alteram. quare per 9: & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratū lineæ a c eſt irrationale: cū ipſum ſit incōmēſurabile rationali videlicet duobus quadratis duarum linearū a b & b c pariter acceptis. itaq; etiā ex diffinitione linea a c eſt irrationalis. quod eſt propoſitū. ¶Exēplariter in figura. eſto ſuperficies e g æqualis duobus quadratis duarū linearum a b & b c pariter acceptis: eritq; rationalis. itemq; ſit ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei vnius in alteram: eritq; ex 19 medialis. & erit ex 7 ſecundi ſuperficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; ſuperficies e g ſit incommenſurabilis ſuperficiei d f: eadem erit ex 9 incommenſurabilis f g. quare f g irrationalis: & eius tetragonicum latus a c.



¶Incipiunt hexades per apheresin hoc eſt per abſciſionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55. Propoſitio 73.

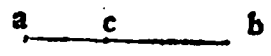
¶SI a rationali rationalis auferatur/potentia tantum commenſurabilis exiſtens toti: reliqua irrationalis eſt/vocatur autem apotome. 73

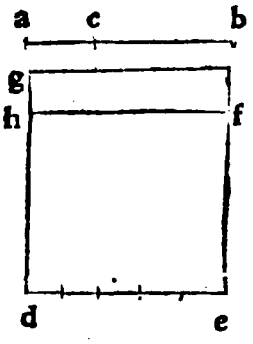
¶THEON ex Zāberto. ¶A rationali nāq; a b, rationalis auferatur b c: potentia tantum toti cōmenſurabilis exiſtens. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: apotome appellata. Quoniam a b ipſi b c longitudine eſt incommenſurabilis/eſtq; per lemma 21 decimi ſicut a b ad b c ſic quod ex a b ad id quod ſub a b, b c: incommenſurabile igitur eſt per 11 decimi quod ex a b: ei quod ſub a b, b c. Sed ei quidem quod ex a b: cōmenſurabilia ſunt quę ex a b, b c, quadrata. ei autem quod ſub a b, b c: cōmenſurabile eſt quod bis ſub a b, b c. Quæ igitur ex a b, b c: incōmenſurabilia ſunt ei quod bis ſub a b, b c. & reliquo igitur quod fit ex a c, incōmenſurabilia ſunt quę ex a b, b c: quoniam per 5 ſecundi & quę ex a b, b c, æqua ſunt ei quod bis ſub a b, b c, vna cum eo quod ex c a. Rationalia autem ſunt ea quæ ex a b, b c, quadrata. irrationalis igitur eſt linea a c. vocatur autem ipſa: apotome.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 69.

SI fuerit linea de linea abſciſa/fuerintq; ambę mediales potentialiter tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continētes: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; reſiduum mediale primum. 69

¶CAMPANVS. ¶Sit linea b c: abſciſa ex linea a b. ſintq; ambæ quales proponitur: quas ex 24. & 25 reperies. & hæ ſunt q̃ coniungũt bimediale primũ. Dico q; reliqua linea a c erit irrationalis: & ipſa dicitur reſiduũ mediale primũ. Erunt enĩ ambo earũ quadrata pariter accepta/mediale: duplũ vero ſuperficiei vnius in alterã/rationale. itaq; ambo quadrata pariter accepta: incõmenſurabile ſunt duplo ſupficiei vnius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cõponunt ex duplo ſupficiei vnius ĩ alterã & q̃drato lineæ a c: ſequtur per 9 vt quadratũ lineæ a c ſit incõmenſurabile duplo ſupficiei vnius in alterã. quare tam ipſum quadratũ q̃ latus eius a c: eſt irrationale per diffinitionẽ. conſtat ergo propoſitũ. Quod (quẽadmodũ in præmiſſo) ſi libet potes declarare exẽplariter in figura. ¶Aliter idẽ ſic. ¶Sit linea d e rationalis in lõgitudine: cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſupficiei vnius in alterã/& ſuperficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis. eritq; per 7 ſecũdi ſuperficies fg: æqualis quadrato lineæ a c. Cũ itaq; per hypotheſin ſit ſupficies e g medialis: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. Cum vero ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin: erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68/linea g h eſt reſiduũ: & irrationalis. ideoq; per 16 a deſtructione cõſequẽtis ſuperficies f g eſt irrationalis: & eius latus tetragonicũ quod eſt a c, eſt irrationale. Et ſic patet propoſitum.





Eucli. ex Zamb. Theorema 56. Propoſitio 74.

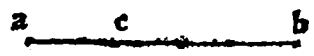
74 ¶Si a media auferatur media potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis/cum tota vero rationale compræhẽdens: reliqua irrationalis eſt/vocetur vero mediæ apotome prima.

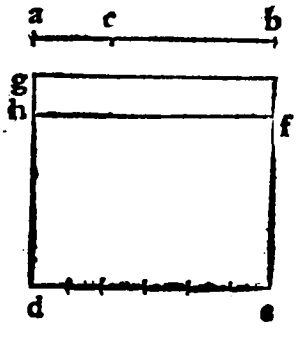
¶THEON ex Zãb. ¶A media nãq; a b: media auferat b c potẽtia tantũ cõmenſurabilis ſubſiſtens toti a b, & cũ ipſa a b rationale compræhendẽs quod ſub a b, b c. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniã enim a b, b c, mediæ ſunt: media quoq; ſunt quę ex a b, b c. Rationale autem: quod bis ſub a b, b c. incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b, b c: ei quod bis ſub a b, b c. & reliquo igitur ei quod ex a c: per 16 decimi incõmẽſurabile eſt quod bis ſub a b, b c, quoniã & ſi tota vni earũ incõmenſurabilis fuerit: & quę in principio magnitudines/incõmenſurabiles erunt per 16 decimi. Rationale autẽ eſt quod bis ſub a b, b c. irrationale igitq; quod ex a c. Irrationalis igitur eſt a c. vocatur ſane mediæ apotome prima. Quod fuerat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 70

70 SI linea de linea ſecetur/fuerintq; ambę mediales potentialiter tantũ cõmunicantes/cõtinentesq; mediale: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; reſiduũ mediale ſecundũ.

¶CAMPANVS. ¶Sit hic quoq; linea b c: abſciſa ex linea a b. vtraq; autem a b & b c: ſint vt ponitur. & ipſę per 26 reperiuntur: & ſunt quæ cõponunt bimediale ſecũdum. Dico q; linea reliqua quæ eſt a c, eſt irrationalis: & ipſa dicitur reſiduum mediale ſecundũ. Sunt enim ex hypotheſi & 21 ambo quadrata duarum linearũ a b & b c pariter accepta/mediale: ſimiliter quoq; duplũ ſupficiei vnius in alterã/eſt mediale. Cum itaq; ex 22 mediale nõ differat a mediali niſi in irrationali: erit quadratum lineæ a c in quo per 7 ſecundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedũt duplũ ſupficiei vnius in alterã/irrationale. quare et linea a c irrationalis. ¶Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud vt prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, ſimiliter & d f duplo ſuperficiei vnius in alteram: erit f g per 7 ſecũdi æqualis quadrato a c. quæ cum ſit differentia ſuperficiei vnius medialis e g ad ſuperficiem medialem d f: ipſa eſt irrationalis per 22/& eius tetragonicum latus a c irrationale.



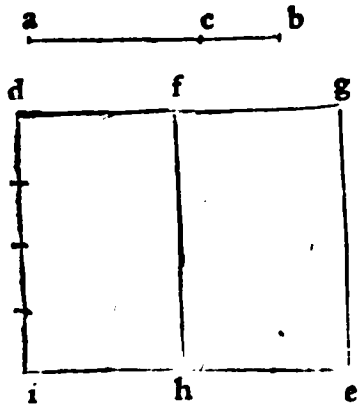


¶IDEM aliter. ¶Sit linea d e rationalis: cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſupficiei vnius in alterã/& e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis. erit per 7 ſecũdi f g: æqualis quadrato a c. Quia vero e g eſt medialis: erit ex 20 linea d g in potẽtia tm̃ rõnalis. Similiter quoq; cũ e h ſit medialis: erit ex eadẽ/linea d h rõnalis ſimiliter in potẽtia tantũ. Et quoniã a b & b c ſũt incõmenſurabiles in lõgitudine/ideoq; quadratũ vtriuſq; earũ ſuperficiei vnius

inaleram/& propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cū ipſa ex hypot heſi cōmunicent) ſunt quoq; incōmenſurabilia duplo ſuperficiei vnius in alterā: ſequitur vt e g ſit incōmēſurabilis h c. quapropter linea d g: lineæ d h. igit ex 68/linea g h eſt reſiduum: & irrationalis. ideoq; per 16 a deſtructione cōſequētis ſuperficies f g irrationalis: & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 57. Propoſitio 75.

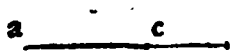
¶Si a media media auferatur potētia tantum toti cōmenſurabi- 75
lis ſubſiſtens/& cum tota medium comprahendens: reliqua irrationalis eſt/vocetur autem mediæ ſecunda apotome.



¶THEON ex Zāb. ¶A media nāq; a b: media auferatur c b potentia tantum toti a b cōmenſurabilis ſubſiſtens/vnaq; cū ipſa tota a b mediū comprahendens quod ſub a b, b c. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: appellatur autem mediæ ſecunda apotome. Exponatur enim rationalis d i. Et ipſis quidem quæ ex a b, b c, æquum ad d i cōparetur per 44 primi d e: latitudinem efficiēs d g. ei vero quod bis ſub a b, b c, æquum ad ipſam d i comparetur per 44 primi d h: latitudinem efficiens d f. Reliquū igitur f e: æquum eſt ei quod ex a c. Et quoniam ea quæ ex a b, b c, media ſunt: mediū igitur eſt & d e. & ad ipſam rationalem d i cōparatur: latitudinem efficiens d g. rationalis igitur eſt per 22 decimi d g: & ipſi d i lōgitudine incōmenſurabilis. Rurſus quoniā quod ſub a b, b c, mediū eſt: & quod bis igitur ſub a b, b c, mediū eſt. & eſt æquale ipſi d h. & d h igitur medium eſt. & ad ipſam d i rationalē comparatū eſt: latitudinē efficiēs d f. rationalis igitur eſt d f: & ipſi d i longitudine incōmenſurabilis. Et quoniā a b, b c, potentia tantum ſunt cōmenſurabiles: incommenſurabilis eſt igitur a b ipſi b c longitudine. Incōmenſurabile igitur per lemma 21 decimi & 11 decimi & quod ex a b quadratū: ei quod ſub a b, b c. Sed ei quidē quod ex a b, cōmēſurabilia ſunt q̄ ex a b, b c: ei autē quod ſub a b, b c, cōmenſurabile eſt qđ bis ſub a b, b c. Incōmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b, b c: ei quod bis ſub a b, b c. Sed eis quidē quæ ex a b, b c, æquum eſt die: ei autem quod bis ſub a b, b c, æquum eſt d h. Incōmenſurabile igitur eſt d e: ipſi d h. Sicut autē d e add h: ſic g d ad d f. Incōmēſurabilis igitur eſt g d: ipſi d f. Et vtræq; rationales. Ipſę igitur g d, d f: per 11 decimi rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Ipſa igitur f g: apotome eſt. Rationalis autem d i. Quod autē ſub rationali & irrationali comprahenſum: irrationale eſt per lēma 20 decimi. & quæ illud poteſt igitur irrationalis eſt. Ipſum autem f e: poteſt ipſa a c. ipſa igitur a c irrationalis eſt: appellatur autem mediæ ſecunda apotome.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 71.

SI linea de linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter 71
incommenſurabiles/continenteſq; mediale/quadrataq; earum ambo pariter accepta rationale: reliqua linea erit irrationalis/vocaturq; minor.



¶CAMPANVS. ¶Si ſint a b & b c quales proponiſ/q̄ per 27 reperiūtur & cō ponunt lineam maiorem: erit linea a c irrationalis/& ipſa eſt quæ dicitur linea minor. Quod qui præmiſſa firmiter tenuerit/poſitioneſq; diligenter attenderit: duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68. Propoſitio 76.

¶Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens in 76
commenſurabilis/cum tota vero efficiens quod ab eis ſimul rationale/quod vero ſub ipſis medium: reliqua irrationalis eſt/appelaturq; minor.

¶THEON ex Zāb. ¶A recta linea namq; a b, auferatur recta linea b c: potentia toti ſubſiſtens incōmenſurabilis/ efficiens cum tota quidem a b compoſitū ex ijs q̄ ex a b, b c, ſimul rationale/quod vero bis ſub ipſis a b, b c, ſimul medium. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: appellata minor. Quoniam namq; cōpoſitum quidem ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis rationale eſt/quod vero ſub ip

ſit a b,b c,medium: incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b,b c,ei quod bis ſub a b,b c. Et conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti/incommenſurabilia ſunt quę ex a b,b c: ei quod ex a c. Rationale autem eſt: cõflatum ex iis quę ex a b,b c. irrationale: igitur quod fit ex a c. ipſa igitur a c irrationalis eſt: appellatur autem minor.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 72.

72 ¶Si linea de linea dematur/fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles / ſuperficiemq; rationalem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis/diceturq; iũcta cum rationali componens totum mediale.

¶CAMPANVS. ¶Et hoc quoq; neſcire non poteſt qui priora nouerit / niſi a memoria exciderint: quin poſitis lineis a b & b c (quales proponitur/quæ & per 28 reperiuntur/& lineam potentem in rationale & mediale componunt) fit a c reliqua/irrationalis. & ipſa dicitur quæ iuncta cũ rationali componit totum mediale.

a c b

Eucli. ex Zamb. Theorema 59. Propoſitio 77.

77 ¶Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtẽs incõmenſurabilis/& cũ tota efficiens conflatum quidem ex ipſarũ quadratis medium/quod vero bis ſub ipſis rationale: reliqua irrationalis eſt/vocatur autẽ cum rationali medium totũ efficiens.

¶THEON ex Zamb. ¶A recta enim linea a b, recta linea auferatur b c: toti a b potentia ſubſiſtens incommenſurabilis/efficiens cõflatum quidem ex ipſarum a b,b c, quadratis medium/quod vero bis ſub ipſis rationale. Dico q; reliqua a c irrationalis eſt: vocatur autem cum rationali mediũ totũ efficiẽs. Quoniam enim conflatum ex ipſarũ a b,b c, quadratis medium eſt/quod vero bis ſub ipſis a b,b c, rationale: incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b,b c, quadrata ei quod bis ſub a b,b c. & reliquum igitur quod ex a c: incommenſurabile eſt ei quod bis ſub a b,b c. Quod vero bis ſub a b,b c, rationale eſt. quod igitur ex a c: irrationale eſt. Irrationalis igitur eſt ipſa a c: vocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quod erat oſtendendum.

a c b

Eucli. ex Camp. Propoſitio 73.

73 ¶Si linea a linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles/ ſuperficiemq; medialem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo ſuperficiei alterius in alteram incommenſurabile: reliqua linea erit irrationalis/ diceturq; iuncta cum mediali faciens totum mediale.

¶CAMPANVS. ¶Sint etiã hic a b & b c quales proponitur/q̃ per 29 reperiũtur: & ipſæ ſũt q̃ cõponũt lineã potentẽ in duo medialia. eritq; a c reliqua irrõnalis dicta: q̃ iũcta cũ medialí cõponit totũ mediale. Quod vt facile/(ſicut p̃miſſa) duplici argumentatione cõcludes: proceſſum 70 moneo diligẽter attendas.

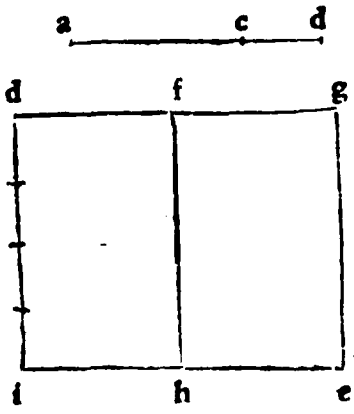
a c b

Eucli. ex Zamb. Theorema 60. Propoſitio 78.

78 ¶Si a recta linea recta linea ſublata fuerit potẽtia toti ſubſiſtẽs incommenſurabilis/& cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium/quod vero bis ſub ipſis medium/ inſuper ipſarum quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub ipſis: reliqua irrõnalis eſt/appellatur autẽ cum medio mediũ totũ efficiẽs.

¶THEON ex Zãb. ¶A recta nãq; linea a b, recta linea auferatur b c potentia incõmenſurabilis ſubſiſtens toti: efficiẽs compoſitũ ex ipſarũ a b,b c, quadra-

a c b

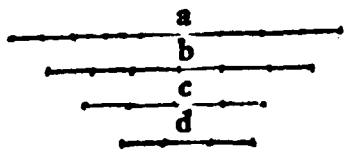


tis mediũ/qđ vero ſub ipſis a b,b c,mediũ/inſuꝑ ipſarũ a b,b c,quadrata incõmenſurabilia ei quod bis ſub a b,b c.Dico ꝙ reliqua a c irrationalis eſt: vocatur autẽ cum medio mediũ totum efficiens. Exponatur rationalis d i:& eis quidem quæ ex a b,b c,æquũ ad ipſam d i comparetur per 44 primi d e,latitudinem efficiens d g.ei autem quod bis ſub a b,b c,æquũ auferatur d h:latitudinem efficiens d f.reliquum igitur f e:æquum eſt ei quod ex a c.quare a c poteſt ipſum f e.Et quoniã cõpoſitum ex ipſarũ a b,b c,quadratis mediũ eſt/& ipſi d e eſt æquale:ipſum igitur d e medium eſt.Et ad ipſam d i rationalẽ comparatur:latitudinem efficiẽs d g.rationalis igitur eſt per 22 decimi d g:& ipſi d i longitudine incommenſurabilis.Rurſus quoniam quod bis ſub a b,b c,medium eſt/& ipſi d h æquale:igitur d h mediũ eſt.Et ad ipſam d i rationalem cõparatur:latitudinem efficiens d f.rationalis igitur eſt d f:& ipſi d i longitudine incõmenſurabilis.Et quoniã incõmenſurabilia ſunt quæ ex a b,b c,ei quod bis ſub a b,b c:incõmenſurabile igitur eſt & d e ipſi d h.Sicut autem per primã ſexti d e ad d h:ſic eſt & d g ad d f.Incõmenſurabilis igit̃ eſt g d ipſi d f.& vtræꝙ ſunt rationales.Ipſæ igitur g d, d f: rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles.Apotome igitur eſt f g.Quod vero ſub rationali & apotomẽ cõprehenſum rectangulum:irrationale eſt/& illud potens irrationalis eſt per 73 decimi.Ipſum autẽ f e:poteſt ipſa c a.Igitur ipſa c a irrationalis eſt. appellatur ſane cum medio medium totum efficiens.Quod erat oſtendendum.

¶CAMPANVS. Eſt autem præmittendũ hic antecedens neceſſarium ad demonſtrationes ſequentium.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad ſecundam ſit ſicut tertiæ ad quartam:erit permutatim differentia primæ ad tertiam ſicut ſecundæ ad quartam.

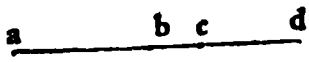
¶Intelligendum eſt hoc de quantitatibus eodem modo relatis.vt cum prima maior fuerit ſecunda:ſit quoꝙ tertia maior quarta.cum vero minor:& minor. Exempli gratia ſit differentia a ad b:ſicut c a d.dico ꝙ erit a ad c ſic b ad d.eſt eni(per hãc cõmunẽ animi cõceptionem.differentia extremorũ:cõpoſita eſt ex differentijs ipſorũ ad media)differentia a,ad c:cõpoſita eſt ex ea quæ eſt a ad b,& ea quæ eſt b ad c.At ea quæ eſt b ad d:per eandẽ cõceptionẽ cõponitur ex ea quæ eſt b ad c,& ea quæ eſt c ad d.Et quia ex hypotheſi differentia a ad b ſicut c ad d,ea vero quæ eſt b ad c eſt cõmunis:ſequitur per cõmunem ſcientiam vt ſit a ad c ſicut b ad d.Quod eſt propoſitum.



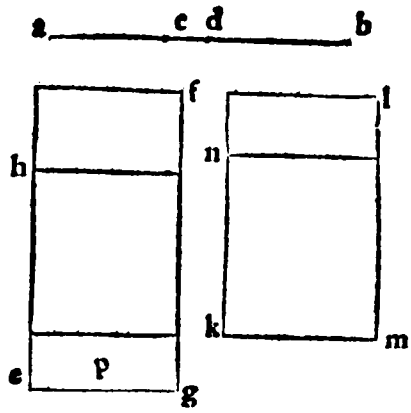
Eucli.ex Camp. Propoſitio 74.

NVlla linea niſi vna tantum reſiduo coniungi poteſt:vt ſint ambę ſub termino earum quæ erant ante ſeparationem. 74

¶CAMPANVS.¶Sit linea a c reſiduum:quæ fuerit reliqua/abſciſa b c ex a b.eruntꝙ a b & b c:rationales tantũ potẽtia cõmunicantes ex 68. Dico ꝙ ipſa a c, nulli alij lineæ q̃ b c poterit cõponi ſub hac diffinitione:neꝙ maiori b c neꝙ minori b c.Si autem poteſt:componatur cum c d,indifferẽter maiori aut minori q̃ b c,erũtꝙ ob hoc ambæ lineæ a d & d c:rationales in potentia tm̃ cõicantes.Quia ergo ex 7 ſecundi quadrata ambarũ linearũ a b & b c pariter accepta excedũt duplum ſuperficiei vnius earũ in alterã in quadrato a c,ſimiliter quoꝙ quadrata duarũ linearũ a d & d c pariter accepta excedũt duplũ ſuperficiei vnius ipſarum in alterã in quadrato eiuſdẽ a c:ſequitur ex præmiſſo antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta ſit ſicut differẽtia dupli ſuperficiei a b in b c ad duplum ſuperficiei a d in d c.Cum autem ſint duo quadrata vtriuſꝙ ſectionis pariter accepta rationale ex hypotheſi/duplum vero ſuperficiei vnius in alteram portionũ vtriuſꝙ ſectionis mediale per hypotheſin/& 19:erit vna & eadẽ differẽtia duarũ ſuperficierũ rõnalũ & duarũ medialiũ.hoc autẽ eſt impoſſibile.rationales eni ſuperficies nõ differũt niſi in rationali ſuperficie:vt patet per diffinitionem rationalis ſuperficiei & per 9.medialis autẽ:nõ differt a mediali niſi irrõnali ſuperficie per 22.



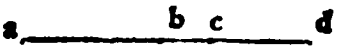
¶Hoc autem fit manifestius in figura: sic. Sit enim superficies e f, adiuncta ad lineam e g, æqualis ãbobus quadratis duarũ supficierũ a b & b c pariter acceptis: at g h sit æqualis duplo superficiei vnius in alteram. Eritq; f h: æqualis quadrato linęæ a c ex 7 secundi. Similiter quoq; sit k l, adiuncta ad lineã k m: æqualis duobus quadratis duarum linearũ a d & d c pariter acceptis. & m n: sit æqualis duplo superficiei vnius in alterã. eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato linęæ a c: ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differentia e f ad g h: sicut k l ad m n. Quare per antecedẽs pręmissum/erit permutatim differentia e f ad k l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n. Et qa vtraq; duarũ supficierũ e f & k l est rõnalis/vtraq; vero duarũ supficierũ g h & m n medialis: sequitur impossibile/videlicet superficiem p esse rationalem & irrationalem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 61. Propositio 79.

79 ¶Apotomę vna tantum congruit recta linea rationalis: potẽtia tantum toti subsistens commensurabilis.

¶THEON ex Zãb. ¶Sit apotome a b: cõgruẽs autẽ ei sit b c. ipsæ igitur a c, c b: potentia tantũ sunt cõmẽsurabiles. Dico q; ipsi a b: altera non cõgruit rationalis potentia tantum subsistens toti commensurabilis. Si enim possibile: congruat/sitq; b d. Ipsę igitur a d, d b: potentia tantum sunt commensurabiles. Et quoniã per 7 secũdi quo excedũt ea q̃ ex a d, d b, id quod bis sub a d, d b, hoc excedũt et q̃ ex a c, c b, id quod bis sub a c, c b (eodẽ nãq; id est qđ ex a b: vtraq; excedũt) vicissim igit per 16 quĩti quo excedũt q̃ ex a d, d b, ea quę ex a c, c b, eo excedit & id quod bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, Sed quæ ex a b, b d, ea quæ ex a c, c b, excedunt rationali. vtraq; nãq; rationalia sunt. & quod bis igitur sub a d, d b: id quod bis sub a c, c b, rationali excedit. quod est impossibile. Vtraq; nãq; media sunt: & per 22 decimi mediũ mediũ nõ excedit rationali. Ipsi igitur a b: altera non congruit rationalis potentia tãtum cõmensurabilis existens toti. Vna igitur tantum ipsi apotomæ congruit: rationalis potẽtentia tantum toti subsistens cõmensurabilis. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 75.

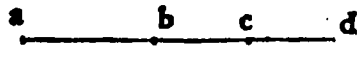
75 NVlla linea nisi vna tĩn residuo mediali primo cõiũgi põt: vt sint ambę sub termino earũ quę erãt ante separationẽ.

¶CAMP. ¶Hæc quoq; probabis simili modo. Sint enim vtraq; sectione ãbo quadrata pariter accepta/mediale: duplũ vero supficiei vnius in alterã rationale. Et quia vt prius eadẽ differẽtia quadratorũ vnius sectionis ad quadrata alterius/q̃ est dupli supficiei vnius ad duplũ supficiei alterius: erit vna & eadẽ supficies differẽtia duarũ medialium & duarum rationaliũ. Quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 80.

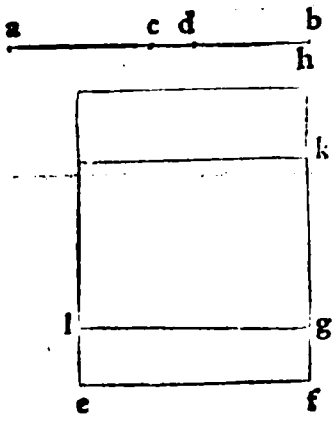
80 ¶Mediæ apotomę primæ vna tantum congruit recta linea media: potentia tantum toti subsistens commensurabilis/& cum tota rationale compræhendens.

¶THEON ex Zãb. ¶Esto namq; media apotome prima a b: & ipsi a b cõgruat b c. ipsę igitur a c, c b: medię sunt potentia tantũ cõmensurabiles/rõnale cõprẽhẽdẽtes quod sub a c, c b. Dico q; ipsi a b, altera non cõgruit media: toti potẽtia tantũ subsistens commensurabilis/& cũ tota rationale cõpræhendẽs. Si eni possibile: cõgruat et d b. ipsæ igitur a d, d b: medię sunt potẽtia tĩn cõmensurabiles/rationale compræhendentes quod sub a d, d b. Et quoniam per 7 secundi quo excedunt ea quę ex a d, d b, id quod bis sub a d, d b, hoc excedunt & q̃ ex a c, c b, id qđ bis sub a c, c b (eodẽ eteni rursus excedũt: id est quod ex a b) vicissim igitur per 16 quinti quo excedũt quę ex a d, d b, ea q̃ ex a c, c b, eo excedit & id qđ bis sub a d, d b, id qđ bis sub a c, c b. At qđ bis sub a d, d b: id qđ bis sub a c, c b, excedit rõnali. vtraq; nẽpe rationalia. Et q̃ ex a d, d b, igit quadrata: q̃ ex a c, c b, excedũt rationali. Quod est ipossibile. Media etni vtraq; & per 26 decimi. mediũ sane mediũ non excedit rationali. Medię igitur apotomę primæ vna cõgruit recta linea media: potentia tantum toti subsistens cõmẽsurabilis/& cum tota rationale compræhendens. Quod oportuit demonstrare.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 76.

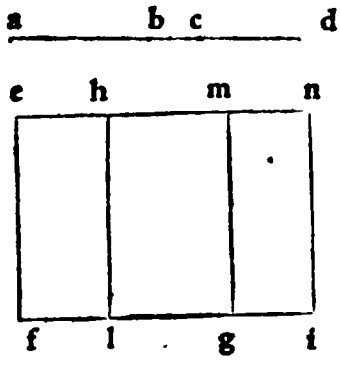
NVlla linea reſiduo mediali ſecundo coniungibilis eſt/ vt ſub termino earum fiant:niſi tantum quę ab ea ante ſeparata erat. 76



¶CAMPANVS. ¶Sit enim a c reſiduũ mediale ſecũdum:quæ fuit reſidua/ aſciſa b c ex a b.eruntq; ex 70/duæ lineæ a b & b c: mediales potentia tantum communicantes mediale cõtinentes.Dico q; ipſa a c:nulli lineæ alij q̃ c b,ſub hac diffinitione coniungi poteſt.Sin autem:coniũgatur lineæ c d.Sitq; linea e f rationalis in longitudine : ad quam coniungatur ſuperficies e h,ęqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis/& e k æqualis quadratis linearũ a d & d c pariter acceptis/a qua abſcindatur e g ęqualis quadrato lineę a c.eritq; per 7 ſecundi ſuperficies l h ęqualis duplo ſuperficiei a b in b c:& l k per eandem ęqualis duplo ſuperficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarũ partium primæ ſectionis ſunt mediale/& duplum etiã ſuperficiei mediale incõmẽſurabile duobus quadratis pariter acceptis (quę neſcire diligẽs Geometra non poterit qui poſitiones diligenter ſeruauerit)erit ſuperficies e h medialis/ cum ipſa ſit ęqualis duobus quadratis pariter acceptis/& ſuperficies l h medialis cum ipſa ſit æqualis duplo ſuperficiei vnius in alteram. per 20 igitur eſt vtraq; duarum linearum f h & g h:rationalis in potentia tantum. Et quia vna eſt incommenſurabilis alij/eo q; ſuperficies e h eſt incommenſurabilis ſuperficiei h l ſicut duo quadrata duplo ſuperficiei:erit ex 68 linea f g reſiduũ. Quare linea f g quæ eſt reſiduum:componitur lineæ g h, vt ſint ambæ ſub termino earum quę erant ante ſeparationem. Similiter quoq; probabis eandem f g cum linea g k componi/eadem cõditione:mediantibus ſuperficiebus e k & k l. quarũ prima eſt æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d c pariter acceptis:& ſecũda duplo ſuperficiei vnius in alterã.quod eſt ipoſſibile per 74. Et hic modus demonſtrationis poteſt eſſe cõmunis 75 cæteriſq; quatuor eã ſequentibus.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 62. Propoſitio 81.

¶Mediæ apotomæ ſecundæ vna tantum congruit recta linea media:potentia tantum toti commenſurabilis & cum tota medium compræhendens. 81



¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto apotome ſecunda a b:& ipſi a b congruẽs ſit b c.Ipſæ igitur a c,c b:mediæ ſunt potentia tantum cõmenſurabiles/medium compræhendentes quod ſub a c,c b.Dico q; ipſi a b,alia non congruit recta linea media:potentia tantũ toti ſubſiſtẽs commenſurabilis & cum tota medium compræhendens. Si enim poſſibile:conueniat b d.igitur a d & d b:mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles/medium compræhẽdentes quod ſub a d, d b. Exponaturq; rationalis e f. Et eis quidem quæ ex a c,c b,æquum ad ipſam e comparetur per 44 primi e g:latitudinem efficiens e m.ei vero quod ſub a c,c b,ęquũ auferatur h g:latitudinẽ efficiẽs h m. Reliquũ igit e l:per 7 ſecundi ęquũ eſt ei qđ ex a b. Quare a b:ipſũ põt e l. Rurſus iã eis q̃ ex a d,d b,ęquũ ad ipſã e f cõparet per 44 primi e i:latitudinẽ efficiẽs e n. Eſt autẽ & e l:æquũ ei quod ex a b quadrato.reliquũ igitur h g: p 7 ſecundi ęquũ eſt ei quod ſub a d,d b. Et quoniã ipſæ a c,c b,medię ſunt:media igitur ſunt & quæ ex a c,c b. et æqualia ſũt ipſi e g.mediũ igitur per 16 decimi & correlariũ 23 eſt e g. Et ad ipſam rationalem e f apponitur:latitudinem efficiẽs e m.rationalis igitur eſt per 22 decimi e m:& ipſi e f longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam quod ſub a c,c b,medium eſt : & quod bis ſub a c,c b,medium eſt per correlarium 23 decimi.& æquum eſt ipſi h g. & h g igitur medium eſt. Ad ipſamq; e f rationalem apponitur:latitudinem efficiẽs h m.rationalis igitur eſt h m per 22 decimi:& ipſi e f lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã a c,c b,potentia tantum ſunt cõmenſurabiles:incõmenſurabilis igitur eſt a c ipſi c b longitudine. Sicut autẽ a c ipſi c b:ſic eſt p lẽma 21 decimi qđ ex a c ad id qđ ſub a b,c b. Incõmẽſurabile igitur eſt p 11 decimi quod ex a c:ei quod ſub a c,c b. Sed ei quod ex a c:cõmenſurabilia ſunt quæ ex a c,c b. Ei autem quod ſub a c,

c b, cõmẽsurabile est quod bis sub sub a c, c b. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex a c, c b: ei vero quod bis sub a c, c b, æquũ est g h. Incõmẽsurabile igitur est e g: ipsi h g. Sicut autẽ e g ad h g: sic est e m ad h m. Incommẽsurabilis igitur est e m: ipsi h m. Et vtrique rationales. Ipsæ igit̃ e m, m h, rationales sunt potẽtia tm̃ cõmẽsurabiles. apotome igitur est e h. cõgruẽs autẽ ei est h m. Similiter ostendemus & h n ei congruit. Apotomę igitur: alia & alia congruit recta linea potentia tantũ toti subsistens cõmensurabilis. quod per 79 decimi est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secundæ vna tantum congruit recta linea potentia tantum toti subsistens commensurabilis & cum tota medium cõprehendens. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 77.

77 NVlla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiant: nisi tantũ quæ ante sibi abscisionẽ cõiungebatur.

¶ CAMPANVS. ¶ Intellige quid sit linea minor. quod si oblitus es: cõsule 21. & sine obiectione concludes propositum: si (quẽadmodum in 74) processeris, poterisq; si libuerit: quemadmodum in 76 procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 64. Propositio 82.

82 ¶ MInori vna tantum congruit recta linea potentia toti incõmensurabilis subsistẽs: efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis medium.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Esto minor a b: & ipsi a b congruens esto b c. ipsę igitur a c, c b, potentia sunt incommẽsurabiles: efficientes conflatum quidem ex ipsarũ quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis mediũ. Dico q ipsi a b: alia recta linea non congruit efficiẽs eadẽ. Si enim possibile: congruat b d. & ipsæ igitur a d, d b, potentia sunt incõmẽsurabiles efficientes quæ ex a d, d b, quadrata simul rationale/quod autẽ bis sub ipsis a d, d b, mediũ. Etqm̃ quo excedunt quæ ex a d, d b, ea quæ ex a c, c b, eo excedit & quod bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, quę autem ex a d, d b, quadrata ea quadrata quæ ex a c, c b, rationali excedunt/vtraq; enim rationalia: & quod bis igitur sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, rationali excedit. quod per 26 decimi est impossibile. vtraq; nãq; media sunt. Minori igitur vna tantũ congruit recta linea potentia tantum toti subsistens incommensurabilis: efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale/quod vero bis sub ipsis medium. quod ostendere oportebat

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 78.

78 LInea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale: nisi vni tantum componi non potest vt sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

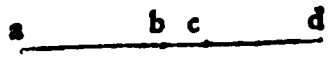
¶ CAMPANVS. ¶ Quid sit linea quæ proponitur: ex 72 didicisti. Cum ergo de ea volueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare: a processu 75 in quoq; non deuies. sed sicut in 76: si te delectauerit/ingenio duce poteris procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 65. Propositio 83.

83 ¶ EFficienti cum rationali medium totum vna tantũ congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens: & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Sit cũ rationali mediũ totũ efficiẽs a b: & ipsi a b congruat b c. Ipsę igitur a c, c b, potẽtia sunt incõmensurabiles: efficiẽtes cõflatum qdẽ ex ipsarũ a c, c b, quadrata mediũ/quod vero bis sub ipsis a c, c b, rõnale. Dico q ipsi a b: alia nõ cõgruit eadẽ efficiẽs. Si enim possibile: cõgruat b d. & ipsę igit̃ a d, d b, rectę lineę: potẽtia sunt incõmensurabiles: efficiẽtes conflatũ ex ipsarum ad, d b, quadratis medium/quod vero bis sub ipsis a d, d b, rationale.

a b c d



Quoniam igitur quo excedunt quæ ex a d,d b,ea quæ ex a c,c b,eo excedit & quod bis ſub a d,d b,id quod bis ſub a c,c b excedit & quod bis ſub a d,d b, id quod bis ſub a c,c b,conſequenter vt in præcedentibus/quod vero bis ſub a d,d b,id quod bis ſub a c,c b,excedit rationali / rationalia namq; vtraq; & quæ ex a d,d b,igitur ea quæ ex a c,c b,excedunt rationali.quod eſt per 26 impoſſibile.vtraq; enim media ſunt per 77 decimi. Ipſi igitur a b,alia non congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis:& cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium/quod autem bis ſub ipſis rationale.Efficienti ergo cum rationali medium totum vna tantum congruit recta linea:& quæ ſequuntur reliqua.Quod erat demonſtrandum.

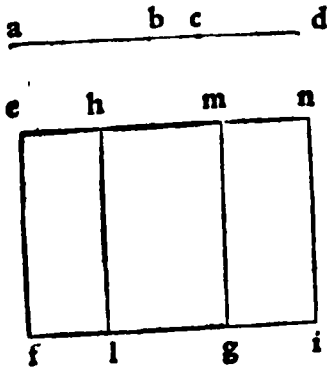
Eucli.ex Camp. Propoſitio 79.

Ineæ quę iuncta cum mediali facit totum mediale:niſi vna linea tantum iungi nequit vt ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem. 79

¶CAMPANVS. ¶Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale:magiſtra eſt 73.De qua quod hæc 79 enũciat ſic concludere cogeris:ſicut de reſiduo mediali ſecundo(quod per 76 enunciatum eſt) cõcluſiſti.

Eucli.ex Zamb.Theorema. 66. Propoſitio 84.

¶Efficienti cum medio medium totum:vna tantum cõgruit recta linea potentia incommenſurabilis toti ſubſiſtens/& cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium / & quod bis ſub ipſis medium/& inſuper incommẽſurabile conflatum ex ijs quæ ab ipſis ei quod bis ſub ipſis. 84



¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto cum medio medium totum efficiens a b:cõgruens autem illi ſit b c.ipſæ igitur a c,c b:potentia ſunt incommẽſurabiles/ efficientes cõflatum ex ipſarum quadratis medium/& quod bis ſub ipſis a c, c b,medium/inſuper & quæ ex a c,c b,quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub a c,c b.Dico q; alia ipſi a b non congruit:cum tota efficiens propoſita. Quod ſi poſſibile eſt:congruat b d.Et a d,d b,potentia ſint incommenſurabiles efficientes quæ ex a d,d b,quadratis ſimul medium/& quod bis ſub ipſis a d,d b,medium/& inſuper quę ex a d,d b,incommenſurabilia ei quod bis ſub a d,d b.Exponaturq; rationalis e f.Et eis quidem quæ ex a c,c b,æquum ad ipſam e f comparetur per 44 primi e g:latitudinem efficiens e m.ei autem quod bis ſub a c,c b,æquum ad ipſam e f comparetur per 44 primi h g:latitudinem efficiens h m.Reliquum igitur quod ex a b: per 7 ſecundi æquum eſt ipſi e l.ipſa igitur a b:ipſum e l poteſt.Rurſus eis quæ ex a d,d b,æquum ad ipſam e f comparetur per 44 primi e i:latitudinem efficiens e n.Eſt autem quod ex a b:æquum ipſi e l.Reliquum igitur quod bis ſub a d,d b:æquum eſt ipſi h i.Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex a c,c b,medium eſt/ac ipſi e g æquale:medium igitur eſt & e g.Et ad rationalem comparatur e f:latitudinẽ efficiens e m.rationalis igitur eſt per 22 decimi e m:& ipſi e f longitudine incommenſurabilis.Rurſus quoniam quod bis ſub a c,c b,medium eſt & ipſi h g æquale:medium igitur eſt h g.Et ad ipſam rationẽ e f apponitur:latitudinem efficiens h m.rationalis igitur eſt h m:& ipſi e f longitudine incommẽſurabilis.Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex a c,c b,ei quod bis ſub a c,c b:incommenſurabile igitur eſt e g ipſi h g.incommenſurabilis igitur eſt & e m ipſi m h longitudine.& ambæ rationales ſunt.Ipſæ igitur e m,m h,potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles.Igitur ipſa e h:apotome eſt. Congruẽs autem ei:eſt h m.Similiter iam oſtendemus q; e h rurſus apotome eſt : congruens autem ei eſt h m.Apotomæ igitur ipſi alia & alia congruit potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis.quod per 69 decimi impoſſibile eſſe oſtẽdimus. Ipſi igitur a b:alia recta linea non congruit.Ipſi igitur a b vna recta linea tm̃ congruit:potẽtia tm̃ toti ſubſiſtens incõmẽſurabilis/ & cum tota efficiẽs q̃ ex ipſis quadratis ſimul mediũ/& quod bis ſub ipſis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum:& quæ ſequuntur reliqua,Quod erat oſtẽdendũ.

¶Ex Campano: Reſiduorum diffinitiones.

¶Cõe initiũ trium priorum diffinitionum.

¶Poſitis duab9 lineis altera rõnali altera reſiduo/adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ/ſi fuerit totũ cõpoſitũ potẽtius linea adiecta/ſi quadrato lineę ipſi toti cõmẽtis in longitudine:

1 ¶Si fuerit idẽ totũ poſitæ rationali lineę in lõgitudine cõmenſurabile: quod poſitum erat/dicetur reſiduũ primũ.

2 ¶Si vero linea adiũcta/poſitę rationali communicet in lõgitudine: dicetur reſiduum ſecundum.

3 ¶Qz ſi fuerit vtraq; rationali poſitæ in longitudine incõmenſurabilis: vocabitur reſiduum tertium.

¶Cõmune initium trium poſteriorum diffinitionum.

¶Poſitis duabus lineis altera rationali altera reſiduo/ adiectaq; ipſi reſiduo ſecundũ eius terminum/ſi fuerit totũ compoſitum potentius linea adiecta/in quadrato lineę ipſi toti incommenſurabilis in longitudine:

4 ¶Si eadẽ tota poſitæ rationali communicet in longitudine: nuncupabitur reſiduum quartum.

5 ¶Si vero linea adiuncta/poſitæ rationali communicet in longitudine: vocabitur reſiduum quintum.

6 ¶Qz ſi fuerit vtraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis: appellatur reſiduum ſextum.

¶Ex Zamberto: apotomarum diffinitiones.

¶Cõmune initiũ trium priorum diffinitionum.

¶Suppoſita rationali & apotomę/ſi quidem tota cõgruẽte maius potuerit eo quod ſit ex ſibi lõgitudine commenſurabili:

1 ¶Si quidem tota expoſitę rationali longitudine cõmenſurabilis fuerit: appellatur apotome prima.

2 ¶Si vero congruens cõmenſurabilis fuerit lõgitudine expoſitæ rationali: ſecũda appellatur apotome.

3 ¶Si autem neutra cõmenſurabilis fuerit expoſitę rationali longitudine: tertia appellatur apotome.

¶Cõmune initium trium poſteriorum diffinitionum.

¶Rurſus ſuppoſita rationali et apotomę/ſi tota maius potuerit congruente eo quod ſit ex ſibi longitudine incommenſurabili:

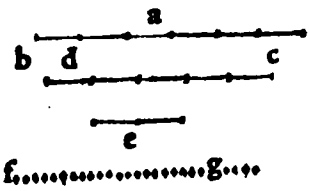
4 ¶Si quidem tota commenſurabilis fuerit expoſitę rationali longitudine: appellatur apotome quarta.

5 ¶Si vero congruens: quinta.

6 ¶Si autem neutra: ſexta.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 80.

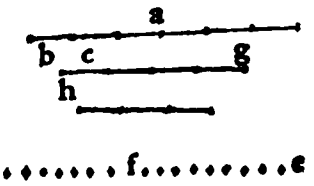
REſiduum primum inueſtigare. 80



¶CAMPANVS. ¶Ab inuentione omnium ſpecierum reſidui: facile nos abſoluat inuentio per ordinem omniũ ſpecierum binomij. Nam in qualibet ſpecie binomiorum ſi minor portio abſcindatur de maiori: linea reliqua erit reſiduũ ſimilis ſpeciei/vt patet ex diffinitionibus tam binomiorũ q̃ reſiduorũ. ¶Proprijs tamẽ inuẽtionibus reſiduorũ inſiſtentes: ſic inquiramus primum. Sit linea a rationalis poſita: cui commenſurabilis in longitudine ſumatur b c. ſitq; e numerus quadratus' diuiſus in f non quadratum & in quadratum g: ſitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratũ lineę c d, ſicut e ad f. eritq; per vltimam partem ſeptimę/c d rationalis in potentia tantum. Cum itaq; ſit c b potentior c d in quadrato lineæ ſibi cõmunicantis in longitudine/quod patet ſicut in explanatione binomij primi: conſtat ex diffinitione lineam b d eſſe reſiduum primum.

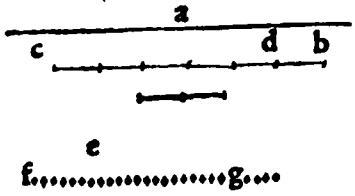
Euclí.ex Zamb. Problema 19. Propoſitio 85.

¶Inuenire primam apotomen. 85



¶THEON ex Zãb. ¶Exponatur rationalis a: & ipſi a longitudine cõmenſurabilis eſto b g. rationalis igitur eſt b g. Exponãturq; bini quadrati numeri d e, e f: quorum exceſſus d f nõ ſit quadratus. Igitur per corelariũ 1 lẽmatis 28 decimi e d ad d f rationem non habet quã numerus quadratus ad quadratũ numerum. Fiatq; per correlariũ 6 decimi ficut e d ad d f: ſic quod ex b g quadratũ ad id qđ ex g c quadratũ. cõmenſurabile igitur eſt quod ex b g: ei qđ ex g c. Rõnale autẽ qđ ex b g. rationale igiť & quod ex g c. Rationalis igitur eſt per diffinitionẽ/& g c. Et qm̃ e d ad d f rõnẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; igiť quod ex b g ad g c rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igiť eſt b g ipſi g c lõgitudine. vtræq; autem ſunt rationales. Ipſę igitur b c, g c, per 9 decimi rationales ſunt potentia cõmenſurabiles. Igitur ipſa b c: apotome eſt per 73 decimi. Dico q; et prima. Quo nãq; maius eſt quod ex b g, eo quod ex g c: ſit quod ex h. Et quoniã ſicut e d ad d f ſic eſt quod ex b g ad id quod ex g c: cõuertendo igitur per correlariũ 18 quinti/ſicut d e ad e f, ſic quod ex g b ad id quod ex h. At d e ad e f rationem habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. vterq; enim quadratus eſt. Quod igitur ex g b ad id quod ex h: rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. commenſurabilis igitur eſt b g ipſi h longitudine. & b g ipſa g c maius poteſt: eo quod ex h. ipſa igitur b g ipſa g c maius poteſt eo quod ſit ex ſibi longitudine commenſurabili. eſtq; tota b g: ipſi a expoſitæ rationali commenſurabilis. Igitur per tertias diffinitiones/b c: apotome eſt prima. Inuẽta igitur eſt prima apotome b c. quod erat agendum.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 81.

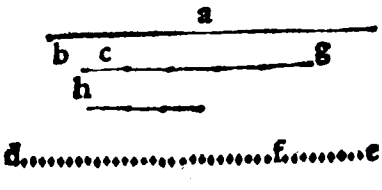


REſiduum ſecundum patefacere. 81

¶CAMPANVS. ¶Ad habẽdum reſiduum ſecundũ: ſit a linea rationalis poſita/eiq; cõmunicans in longitudine c d. & ſit quadratum c d ad quadratum b c: ſicut f ad e. eritq; b d reſiduum ſecũdum ex diffinitione. Si dubitas: aut poſitas nõ ſeruas hypotheſes/aut binomij ſecundi repetitione indiges.

Euclí.ex Zamb. Problema 19. Propoſitio 86.

¶Inuenire ſecundam apotomen. 86

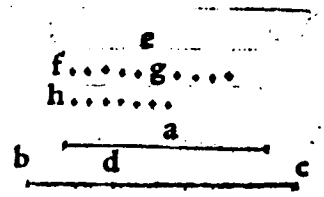


¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a: & ipſi a longitudine cõmenſurabilis eſto g c. Rationalis igitur eſt g c. Et exponãtur bini numeri quadrati d e & e f: quorum exceſſus d f nõ ſit quadratus. Fiatq; per correlariũ 1 lẽmatis 28 decimi ſicut d f ad d e: ſic quadratũ quod ex g c ad quadratũ quod ex g b. cõmẽſurabile igitur eſt per 11 decimi quod ex g c quadratũ: ei quod ex g b quadrato. Rationale autem eſt quod ex c g. rationale igitur eſt quod ex g b. Rationalis igitur eſt b g. Et quoniã quod ex g c quadratũ ad id quod ex g b rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommẽſurabilis igitur eſt per 19 decimi c g ipſi g b longitudine. & ambæ ſunt rationa

les. Ipſæ igit c g, g b, rõnales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. I gitur per 73 b c apotome eſt. Dico q; & ſecũda. Quo etenī maius eſt qđ ex b g eo quod ex g c: eſto quod ex h. Quoniam igitur eſt per correlariũ 6 decimi ſicut quod ex b g, ad id quod ex g c ſic eſt e d numerus ad d f, numerũ: conuertẽdo igitur per correlarium 19 quinti eſt ſicut quod ex b g ad id quod ex h, ſic eſt d e ad d f. & vterq; ipſorũ d e, e f, quadratus eſt. quod igitur ex b g: ad id quod ex h, per 9 decimi rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. cõmẽſurabilis igitur eſt b g: ipſi h. & b g, ipſa g c maius poteſt: eo quod fit ex h. Igitur b g, ipſa g c: maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Et cõgruens eſt c g: cõmẽſurabilis longitudine ipſi a expoſitæ rationali. Ipſa igitur b c per tertias diffinitiones ſecunda eſt apotome. Inuenta eſt igitur ſecũda apotome b c. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 82

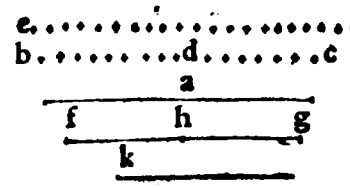
82 Reſiduum tertium perſcrutari.



¶ CAMPANVS. ¶ Reſiduum tertiũ ſic habetur. Poſita vt prius a rationali / numeroq; e quadrato diuiſo in f non quadratum & g quadratum / aſſumptoq; h numero primo; ſit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c: ſicut h ad c. ſitq; quadratũ lineæ b c ad quadratũ lineæ c d: ſicut e ad f. eritq; ex diffinitione (de quo ſi hæſitas conſule binomium tertium) linea d b: reſiduum tertium.

Eucli. ex Zamb. Problema 20. Propoſitio 87.

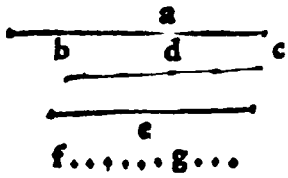
87 ¶ Inuenire tertiam apotomen.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponatur rationalis a. explicentur tres numeri e, b c, c d, rationẽ adinuicem non habentes quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Ipſe autẽ b c: ad d b rationem habeat / quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; per correlarium 6 decimi: ſicut e ad b c: ſic quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratum. ſicut vero b c ad c d: ſic quod ex f g quadratũ ad id quod ex g h. Quoniã igitur eſt ſicut e ad b c ſic quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratũ: quod igitur ex a quadratũ ei quod ex f g quadrato eſt cõmenſurabile. Quadratũ autẽ ex a: rationale eſt. rationale igitur eſt & quod ex f g. rationalis igitur eſt f g. Et quoniam e ad b c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: neq; igitur quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratũ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽſurabilis igitur eſt per 9 decimi / a: ipſi f g longitudine. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c d ſi quod ex f g quadratũ ad id quod ex g h: cõmenſurabile igitur eſt quod ex f g: ei quod ex g h. Rationale autem eſt quod ex f g. rationale igitur quod ex g h. rationalis igitur eſt g h. Et quoniam b c ad c d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmẽſurabilis igitur eſt f g: ipſi g h longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur f g, g h: rationales ſunt / potentia tantũ commenſurabiles. Apotome igitur eſt f h per 73 decimi. Dico q; & tertia. Quoniam enim eſt ſicut e ad b c ſic quod ex a quadratũ ad id quod ex f g quadratum / ſicut autem b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti ſicut e ad c d ſic quod ex a ad id quod ex h g. Sed e ad c d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neq; igitur quod ex a: ad id quod ex g h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmẽſurabilis igitur eſt a ipſi g h longitudine. Neutra igitur ipſarum f g, g h: commenſurabilis eſt longitudine ipſi a expoſitæ rationali. Quo nempe maius eſt quod ex f g eo quod ex g h: eſto id quod ex k. Quoniã igitur eſt ſicut b c ad c d, ſic eſt quod ex f g ad id quod ex g h: conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti eſt ſicut b c ad b d ſic eſt quod ex f g quadratũ ad id quod ex k. At b c: ad b d rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. & quod ex f g igitur: ad id quod ex k rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. cõmẽſurabilis igit eſt f g, ipſi k lõgitudine. Et f g, ipſa g h maius poteſt: eo quod fit ex k. ipſa igitur f g, ipſa g h maius poteſt: eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Et neutra ipſarũ f g, g h:

cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi a expoſitæ rationali. Igitur per tertias diffinitiones f h apotome eſt tertia. Inuẽta igitur eſt tertia apotome. qđ erat agẽdũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 83.



Reſiduum quartum inuenire.

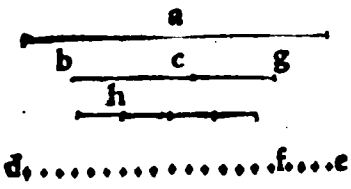
83

¶CAMPANVS. ¶Hic (ſicut in inuentione reſidui primi) ſit linea b c, cõmunicans lineæ a rationali poſitæ: numerus autem e quadratus, ſit diuiſus in f & g, quorum ſit vterq; non quadratus. ſitq; quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ d e: ſicut e ad f. & ſcies ex diffinitione, lineam d b eſſe reſiduum quartum: ſi eorum quæ in inuentione binomij quarti didiceras, oblitus non fueris.

Eucli. ex Zamb. Problema 21. Propoſitio 88.

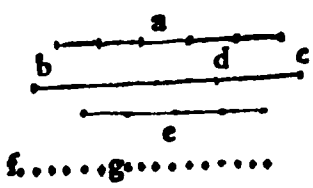
¶Inuenire quartam apotomen.

88



¶THEON ex Zãb. ¶Exponatur rationalis a: & ei longitudine cõmenſurabilis eſto b g. rationalis igitur eſt & b g. Exponanturq; per lẽma ſecũdũ 18 decimi bini numeri d f, f e: vt totus d e ad vtrũq; ipſorũ d f, f e, rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; per correlarium 6 ſicut d e ad e f: ſic quod ex b g quadratũ ad id quod ex g c quadratum. cõmenſurabile igitur eſt per correlariũ 11 decimi quod ex b g: ei quod ex g c. Rationale autẽ eſt id quod ex b g. rationale igitur & quod ex g c. rationalis igitur eſt p 7 diffinitionẽ decimi & g c. Et qm̃ d e ad e f rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c rationem habet, quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi, b g: ipſi g c lõgitudine. Et vtræq; rationales ſunt. Ipſæ igitur b g, g c, rõnales ſũt potentia tantũ commenſurabiles. Apotome igitur eſt b c. Dico q & quarta. Quo nẽpe maius eſt quod ex b g, eo quod ex g c: eſto per lemma 13 decimi quod ex h. Quoniã igitur eſt ſicut d e ad e f ſic eſt qđ ex b g ad id quod ex g c: & conuertẽdo igitur per correlariũ 18 quinti ſicut e d ad d f, ſic quod ex g b ad id quod ex h. Sed e d ad d f, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. neq; igitur quod ex g b: ad id quod ex h rationẽ habet quã quadratus ad quadratũ numerum. Incommẽſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g ipſi h lõgitudine. & g b, ipſa g c maius poteſt: eo quod fit ex h. ipſa igitur b g, ipſa g c maius poteſt: eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili. eſtq; tota b g: cõmenſurabilis longitudine ipſi a rationali expoſitæ. Ipſa igitur b c per tertias diffinitiones apotome eſt quarta. Inuenta igitur eſt quarta apotome. quod faciundum erat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 84.



Reſiduum quintum demonſtrare.

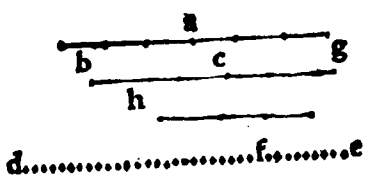
84

¶CAMPANVS. ¶Cum reſiduum quintũ inuenire libuerit: erit linea c d cõmunicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine, ſicut erat in inquiſitione ſecundi. & erit quadratus numerus e, diuiſus in f & e: quorũ neuter quadratus ſicut in præmiſſa. & erit quadratum lineæ c d ad quadratum b c: ſicut f ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet (habita ſufficienti notitia binomij quinti) lineã d b eſſe reſiduũ quintũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 89.

89

¶Inuenire quintam apotomen.

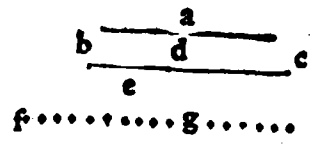


¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a: & ipſi a longitudine cõmenſurabilis eſto c g. rõnalis igit eſt c g. Exponanturq; per ſecundũ lemma 28 decimi, bini numeri d f, f e: vt d e ad vtrũq; ipſorum d f, f e, rationem rurſus nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Fiatq; per correlariũ 6 decimi ſicut f e ad e d: ſic quod ex g c ad id quod ex g b. cõmẽſurabile per 11 decimi igitur eſt quod ex c g: et quod ex b g. Rationale autẽ eſt quod ex c g. rationale igitur & quod ex g b. rationalis igitur eſt b g. Et quoniã eſt ſicut d e ad e f ſic eſt quod ex b g ad id qđ ex g c, at d e ad e f rationẽ nõ habet quã numerus quadratus ad quadratũ nũerũ: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g: ipſi g c longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. Ipſæ

igitur b g,g c,rationales ſunt:potẽtia tm̃ cõmenſurabiles.Igit̃ b c:apotome eſt per 7 decimi.Dico q; & qnta.Quo nãq; maius eſt id qd̃ ex b g eo quod ex g c: eſto id quod ex h.Quoniã igit̃ eſt ſicut quod ex b g ad id quod ex g c ſic eſt d e ad e f:conuertendo igitur per correlariũ 18 quinti eſt ſicut e d ad d f, ſic quod ex b g ad id quod ex h.At e d:ad d f rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.neq; igitur quod ex b g:ad id quod ex h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g:ipſi h longitudinę.Ipſaq; g b,ipſa g c maius poteſt:eo quod ex h.Ipſa igitur g b,ipſa g c maius poteſt:eo quod fit ex ſibi longitudine icõmenſurabili.& congruens eſt c g: longitũdine cõmenſurabilis ipſi a expoſitæ rationali.Ipſa igit̃ b c:apotome eſt quinta.Inuẽta igitur eſt apotome quinti.Quod oſtendendum fuerat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 85.

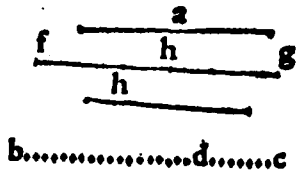
85 RESiduum ſextum demum præſto ſit reperire.



¶CAMPANVS. ¶Reſiduum ſextum ſic reperitur. Erit vt prius linea a rationalis poſita:& c numerus quadratus diuiſus in f & g non quadratos.et erit h numerus primus. Et quadratũ lineæ a ad quadratum lineę b c:ſicut h ad e. at vero quadratũ b c ad quadratum c d:vt e ad f.eritq; ex diffinitione linea d b:reſiduum ſextũ.Cui ſi non plane animus tuus aſſenſerit:exerceri te conuenit in inuentione binomij ſexti.

Eucli.ex Zamb. Problema 23. Propoſitio 90.

90 ¶Inuenire ſextam apotomen.



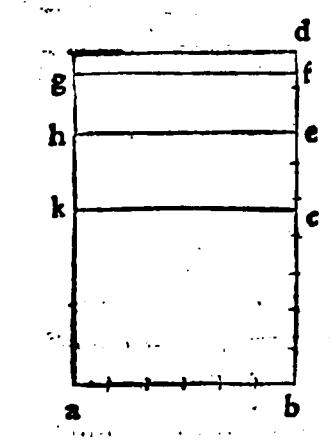
¶THEON ex Zamberto. ¶Exponatur rationalis a:& tres numeri e,b c,c d, rationem non habentes adinuicẽ quã quadratus numerus ad quadratum.Inſuperq; & b c:ad b d rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.Fiatq; per correlariũ 6 decimi ſicut e ad b c:ſic quod ex a ad id quod ex f g.ſicut autẽ b c ad c d:ſic quod ex f g ad id quod ex g h.Quoniam igitur eſt ſicut e ad b c ſic eſt quod ex a ad id quod ex f g:cõmenſurabile igitur eſt per 6 decimi quod ex a eſt quod ex f g.rationale autem quod ex a.rationale igitur eſt & id quod ex f g.rationalis igitur eſt & f g. Et quoniã e ad b c rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum:neq; igitur quod ex a ad id quod ex f g rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum.Incommenſurabilis igitur eſt per 9 decimi a ipſi f g longitudine. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h: cõmenſurabile igitur eſt igitur eſt per 6 decimi quod ex f g:eſt quod ex g h.rationale autẽ eſt quod ex f g.rationale igitur eſt:& quod ex g h.rationalis igitur & g h.Et quoniam b c ad c d rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum:neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum.incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi f g ipſi g h longitudine.Et vtræq; rationales.Ipſæ igit̃ f g,g h,rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles.Igitur f h apotome eſt.Dico iam q; & ſexta. Quoniam enim eſt ſicut e ad b c ſic quod ex a ad id quod ex f g, ſicutq; b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h:ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut e ad c d ſic qd̃ ex a ad id qd̃ ex g h.At e ad c d rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.Neq; igit̃ qd̃ ex a:ad id qd̃ ex h g rõnẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.Incõmẽſurabilis igit̃ eſt p 9 decimi a:ipſi g h longitudine.& neutra ipſarũ f g,g h:cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi a expoſitæ rationali.Quo nempe maius eſt quod ex f g eo quod ex g h:eſto quod ex k.Quoniam enim eſt ſicut b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h: conuertendo igitur p correlariũ 18 quinti eſt ſicut c b ad d c,ſic eſt qd̃ ex f g ad id quod ex k.At c b:ad b d rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.neq; igitur quod ex f g:ad id quod ex k rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum.Incõmenſurabilis igitur eſt f g ipſi k longitudine.Et f g,ipſa g h maius poteſt:eo quod fit ex k.Igitur f g,ipſa g h maius poteſt:eo quod fit eſt ſibi longitudine incõmenſurabili.& vtraq; ipſarum f g,g h: incommenſurabilis eſt longitudine ipſi a expoſitę rationali.Ipſa igitur f h:apotome eſt ſexta.Inuenta igitur eſt apotome ſexta f h.quod erat agendum.

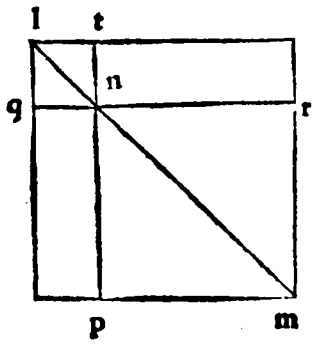
¶Sit prædictarum ſex apotomarum inuentionis oſtenſio conciſior. Deturq; vt inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima a c: cuius maius nomen ſit a b. & ab ipſa quidē a b: auferatur ipſi quidē b cæqualis b d. Ipſæ igitur a b, b c, hoc eſt a b, b d: rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. et a b, ipſa b c hoc eſt ipſa b d, maius poteſt: eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili. & a b cōmenſurabilis eſt expoſitæ rationali longitudine. Igitur a d prima eſt apotome. ¶Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus: eas quæ ex binis nominibus in numeros exponentes.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 86.

SI fuerit ſuperficies linea rationali atq; reſiduo primo cōtenta: latus eius tetragonicum neceſſe eſt eſſe reſiduum. 86

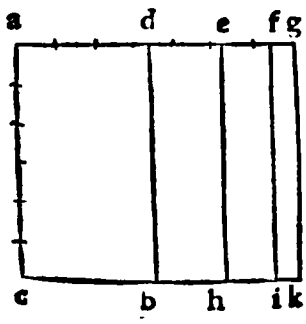
¶CAMPANVS. ¶Sit ſuperficies a c: contenta linea rationali a b, & reſiduo primo b c. dico latus tetragonicum ſuperficiei a c: eſſe reſiduum. Adiungatur eni ad lineā b c, linea c d: ſitq; illa cuius detractione b c fuit reſiduum primum. Eritq; ex diffintione / b d rationalis ex longitudine: & c d in potentia tantū. b d quoq; erit potentior d c: in quadrato lineæ ſecum cōmunicātis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e. & tota b d diuidatur ea conditione in f: q; inter b f & f d ſit e d medio loco proportionalis. eritq; ex ſecunda parte 13 / b f cōmunicans in longitudine f d. per 9 igitur vtraq; earum cō municat cum tota linea b d. quare per diffinitionē ambæ ſunt rationales in lōgitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, æquidiſtantes a b. eritq; per 15 vtraq; duarum ſuperficierum a f & g d rationalis. Sit quadratū ergo l m: æquale ſuperficiei a f. eritq; rationale: & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratum protracta diagonali linea l m, deſcribatur quadratū l n: æquale ſuperficiei g d. eritq; ipſum rationale: & eius latus rationale in potentia. protrahantur autem duæ lineæ m p, q n, æquidiſtanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratum p r eſſe æquale ſuperficiei a c: & eius latus quod eſt n p eſt reſiduum. Cum enim linea d e ſit ex hypotheſi medio loco proportionalis inter b f & f d: erit ex prima ſexti ſuperficies h d medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a f & g d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cūq; ex prima ſexti ſit ſuperficies l p medio loco proportionalis inter eadē duo quadrata: erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratū l n eſt æquale g d: erit t r æquale g e. totus itaq; gnomo circūſcriptus quadrato m n: eſt æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f: relinquitur m n æquale a c. Q; autem n p latus quadrati m n ſit reſiduum: ſic collige. Eſt enim vtraq; duarum p t & t n rationalis in potentia: eo q; vtrunq; quadratum l m & n l eſt rationale. vnaq; earū eſt incōmenſurabilis alij per primam ſexti & 10 huius: eo q; quadratum l m eſt incōmenſurabile l r ſuperficiei / ſicut ſuperficies a f ſuperficiei h d. Dequibus manifeſtum eſt q; ipſæ ſunt incōmenſurabiles. eſt enim per primam ſexti vna earum ad alteram: ſicut linea b f quæ eſt rationalis in lōgitudine ad lineam d e quæ eſt rationalis in potentia tantum. ex 68 igitur linea p n quæ poteſt in ſuperficiem a c: eſt reſiduum. Et hoc eſt quod intendimus.





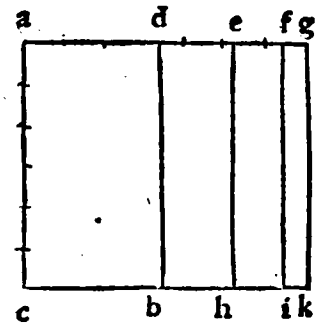
Eucli. ex Zamb. Theorema 67. Propoſitio 91.

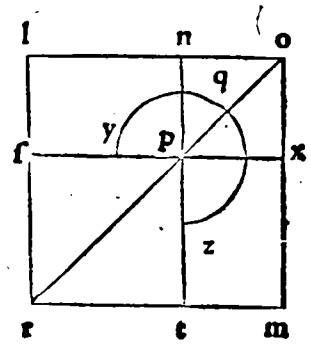
¶Si areola compræhendatur ſub rationali & apotomæ prima: quæ areolam poteſt apotome eſt. 91



¶THEON ex Zāb. ¶Compræhendatur etenim areola a b: ſub rationali a c, & apotomæ prima a d. Dico q; ipſam a b areolam potens: apotome eſt. Quoniam apotome eſt a d: eſto eidem congruens per 79 decimi d g. Ipſæ igitur a g, d g: rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. & tota a g: per tertias diffinitiones cōmēſurabilis eſt ipſi a c expoſitæ rationali: & a g, ipſa g d per 73 decimi maius poteſt eo quod fit ex ſibi lōgitudine cōmenſurabili. Si igitur per 28 ſexti quartæ parti eius quod ex d g æquū ad ipſam a g cōparetur deficiens ſpecie a quadrato: in cōmēſurabilia ipſā p 17 decimi diuiſerit. Seceī per 10 primi d g bifariam in e. & ei quod ex e g æquum ad ipſam a g cōparetur per 28 ſexti: deficiēs ſpecie a quadrato. ſitq; quod ſub a f, f g. cōmenſurabilis igitur eſt a f: ipſi f g. Et per e, f, ſigna: per 31 primi ipſi a c paralleli excitentur e h, f i. Et

quoniam cõmenſurabilis eſt a g ipſi f g longitudine: & a g igitur vtriq; ipſarũ a f, f g, cõmenſurabilis eſt longitudine. Sed a g cõmenſurabilis eſt ipſi a c. & vtraq; igitur ipſarũ a f, f g: cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi a c. & rationalis eſt a c. rationalis igitur eſt & vtraq; ipſarum a f, f g. quare & vtrunq; ipſorum a f, f k, rationale eſt. Et quoniã cõmenſurabilis eſt d e ipſi e g (æquales namq;) quæ vero æqualia cõmenſurabilia ſunt lõgitudine: & d g igitur vtriq; ipſarum d e, e g, longitudine cõmenſurabilis eſt. Rationalis autẽ eſt d g: et ipſi a c longitudine incõmenſurabilis. rationalis igitur eſt & vtraq; ipſarũ d e, e g: & ipſi a c lõgitudine incõmenſurabilis. vtrunq; igitur ipſorum d h, e k: medium eſt. Apponatur iam/ipſi quidem a i æquum quadratum l m: ipſi autem f k æquum auferatur communem ipſi l m angulũ habẽs eũ qui ſub l o, o m, ſitq; n x. circa eundem igitur dimetientem ſunt per 26 ſexti: ipſa l m, n x, quadrata. ſit eorum dimetiẽs o r: ac deſcribatur figura. Quoniam certe rectangulum cõpræhenſum ſub a f, f g, æquũ eſt ei quod ex g e quadrato: eſt igitur per 17 ſexti ſicut a f ad e g, ſic e g ad f g. Sed ſicut quidem a f ad e g, ſic per primam ſexti a i ad e k: ſicut autem e g ad f g, ſic eſt e k ad k f. Ipſorum igitur a i, k f: mediũ proportionale eſt e k. eſt autem ipſorum l m, n x, mediũ proportionale n m: ſicut in præcedentibus patuit per lemma 53 decimi. & a i, ipſi quidem l m quadrato æquũ eſt: at k f, ipſi n x. & e k igitur: ipſi m n eſt æquale. Sed e k: per 36 primi ipſi d h eſt æquale. & m n: ipſi l x. Igitur d k: æquum eſt ipſi y q z gnomoni, & ipſi n x. Eſt autem & a k: æquũ ipſis l m, n x, quadratis. Reliquum igitur a b: per 43 primi æquum eſt ipſi ſ t, hoc eſt ei quod fit ex l n quadrato. Quod igitur ex l n quadratum: ipſi a b æquum eſt. Ipſa igitur l n: ipſam a b areolam poteſt. Dico q; & l n apotome eſt. Quoniam enĩ rationalia ſunt a i, f k, & æqualia ſunt ipſis l m, n x: & vtrũq; igitur ipſorũ l m, n x, rationale eſt/hoc eſt quod fit ex vtraq; ipſarum l o, o n. & vtraq; igitur ipſarum l o, o n: rationalis eſt. Rurſus quoniã d h mediũ eſt/& ipſi l x eſt æquale: medium igitur eſt l x. Et quoniam l x medium eſt/& n x rationale: incõmenſurabile igitur eſt l x: ipſi n x. Sicut autem l x ad n x: ſic eſt l o ad o n. Incõmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi l o: ipſi o n longitudine. Et vtręq; rationales. ipſæ igitur l o, o n: rationales ſunt potẽtia tãtum cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt per 73 decimi l n: & ipſam a b areolã poteſt. Quæ igitur ipſam a b areolam poteſt: apotome eſt. Si areola igitur cõprẽhendatur ſub rationali & apotomæ prima: quæ areolam poteſt apotome eſt. Quod erat oſtendendum.





Eucli. ex Camp. Propoſitio 87

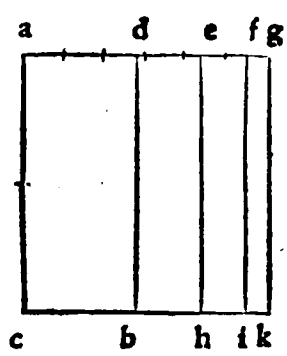
87 SI ſuperficies aliqua linea rationali reſiduoq; ſecundo contineatur: linea in eãdem potens erit reſiduum mediale primum.

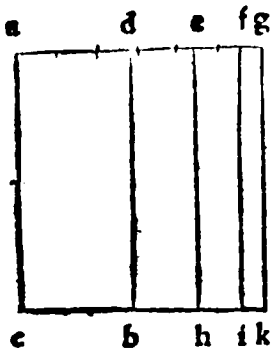
¶ CAMPANVS. ¶ In hac quoq; argue ſicut in præmiſſa ex diffinitione reſidui ſecundi & ſecunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68. Propoſitio 92.

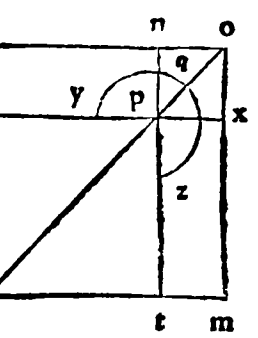
92 ¶ Si areola cõpræhenſa fuerit ſub rationali & apotomæ ſecũda: quæ areolam poteſt mediæ apotome eſt prima.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Areola namq; a b: cõpræhendatur ſub rationali a c, & ſecunda apotomæ a d. Dico q; quæ a b areolã poteſt: mediæ apotome eſt prima. Eſto enim per 79 decimi ipſi a d cõgruens d g. Ipſæ igitur a g, g d: rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles per tertias diffinitiones. & ipſa d g congruens: cõmenſurabilis eſt ipſi a c expoſitæ rationali. ipſa vero a g tota/ipſa congruente g d maius poteſt: eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Si autẽ quartæ parti eius quod fit ex g d æquum ad ipſam a g cõparetur per 28 ſexti ſpecie deficiens a quadrato: ipſam dirimet in cõmenſurabilia per 17 decimi. Secetur per 10 primi nempe d g bifariam in e: & ei quod ex e g æquum ad ipſam a g comparetur ſpecie deficiens a quadrato, ſitq; quod ſub a f, f g. cõmenſurabilis igitur eſt a f: ipſi f g longitudine. Et per ipſa e, f, g, ſigna: per 31 primi ipſi a c paralleli excitentur e h, f i, g k. Et quoniam per 15 decimi a f ipſi f g longitudine cõmenſurabilis eſt: & a g igitur vtriq; ipſarum a f, f g, longitudine





cõmenſurabilis eſt. Rationalis autẽ eſt a g: & ipſi a c longitudine incommenſurabilis. & vtraq; igitur ipſarũ a f, f g, rationalis eſt: & ipſi a c longitudine incõmenſurabilis. vtrũq; igitur ipſorũ a i, f k: medium eſt. Rurſus quoniã cõmenſurabilis eſt d e ipſi e g: & d g igitur per 6 decimi & per 15 decimi vtriq; ipſarum d e, e g, cõmenſurabilis eſt. Sed d g: ipſi a c longitudine commenſurabilis eſt. Rationalis igitur eſt vtraq; ipſarum d e, e g: & ipſi a c longitudine cõmenſurabilis. igitur & vtrũq; ipſorum d h, e k: per 19 decimi rationale eſt. Conſtituatur ergo per 14. ſecundi ipſi quidem a i æquum quadratum l m: ipſi autem f k æquum auferatur n x, circa eundem exiſtens angulum ipſi l m qui ſub l o m. Circa eundem igitur dimetientem ſunt ipſa l m, n x, quadrata. Eſto per 26 ſexti ipſorum dimetiens o r: & deſcribatur figura. Quoniam nempe ipſa a i, f k, media ſunt / & adinuicem cõmenſurabilia / & eis quæ ex l o, o n, ſunt æqualia: & quæ igitur ex l o, o n, media ſunt. & ipſæ l o, o n, igitur: medię ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Et quoniam quod ſub a f, f g, æquum eſt ei quod ex e g: eſt igitur ſicut a f ad e g: ſic e g ad f g. Sed ſicut quidem a f ad e g: ſic a i ad e k. ſicut autem e g ad f g: ſic e k ad f k. Ipſorum igitur a i, f k: medium proportionale eſt e k. Sed ipſorum l m, n x, quadratorum: medium proportionale eſt per lemma 53 decimi m n. & a i quidem æquum eſt ipſi l m: & f k ipſi n x. Igitur m n: ipſi e k æquum eſt. Sed ipſi quidem e k, æquum eſt d h: at m n, ipſi l x per 36 primi eſt æquale. Totum igitur d k: æquum eſt ipſi y q z gnomoni & ipſi n x. Quoniam ergo totum a k æquum eſt ipſis l m, n x, quorum d k æquum eſt ipſi y q z gnomoni & ipſi n x: reliquũ igitur a b ipſi t f eſt æquale. Atꝛ f: ei quod ex l n. quod igitur ex l n: ipſi a b areolæ æquum eſt. ipſam igitur a b areolam: ipſa l n poteſt. Dico q; l n mediæ apotome eſt prima. Quoniã enim e k rationale eſt: & ipſi n m æquale hoc eſt ipſi l x: rationale igitur eſt l x, hoc eſt ei quod ſub l o, o n, per conſtructionem. Oſtenſum autem eſt: q; n x medium eſt. Igitur l x: ipſi n x eſt incõmenſurabile. Sicut autem l x ad n x: ſic l o ad o n. Ipſæ igitur l o, o n, longitudine ſunt incõmenſurabiles. Ipſæ igitur l o, o n, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles / rationale compræhendentes. Ipſa igitur l n: medię apotome eſt prima per 74. decimi. Et ipſam a b poteſt areolã. Igitur quæ ipſam a b areolã poteſt: medię apotome eſt prima. Si areola igitur compræhenſa fuerit: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendũ.



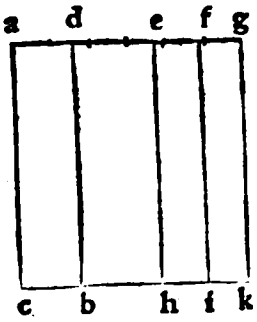
Eucli. ex Camp. Propoſitio 88

Si linea rationali reſiduoq; tertio ſuperficies continetur: erit linea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum. 88

¶ CAMPANVS. ¶ Priori demonſtrationi inſiſte: & facile concludes propoſitum ex diffinitione reſidui tertij & ſecunda parte 13 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69. Propoſitio 93.

¶ Si areola compræhendatur ſub rationali & apotomę tertia: quæ areolam poteſt mediæ apotome eſt ſecunda. 93



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Areola enim a b: compræhendatur ſub rationali a c, & apotomę tertia a d. Dico q; quæ ipſam a b areolam poteſt: mediæ apotome eſt ſecunda. Eſto inq; per 79 decimi ipſi a d congruens d g. ipſæ igitur a g, g d, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. & neutra ipſarum a g, g d: ipſi a c expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt lõgitudine. At per 87 decimi tota a g, ipſa d g congruẽte maius poteſt: eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod fit ex d g æquum ad ipſam a g apponatur ſpecie deficiens a quadrato: in incommenſurabilia per 18 decimi ipſam diuiſerit. ſecetur per 10 primi nempe d g bifariam in e. & per 18 ſexti ei quod ex e g ęquũ ad ipſam a g cõparetur ſpecie deficiens a quadrato: ſitq; quod ſub a f, f g. Excitẽturq; per 31 primi per e, f, g, ſigna: ipſi a c paralleli e h, f i, g k. cõmenſurabiles igitur ſunt a f, f g. cõmenſurabile igitur eſt & a i ipſi f k. Et quoniam a f, f g, commenſurabiles ſunt longitudine: & a g igitur per parabolem vtriq; ipſarum a f, f g, cõmenſurabilis eſt lõgitudine. Rõnalis autẽ eſt a g: & ipſi a c lõgitudine incõmẽſurabilis. & vtraq; igitur ipſarũ a f, f g, rationalis eſt: & ipſi a c

longitudine incommenſurabilis. & vtrũq; igitur ipſorum a i, f k: per 21 decimi medium eſt. Rurſus quoniam cõmenſurabilis eſt d e ipſi e g lõgitudine: & d g igitur vtriq; ipſarum d e, e g, longitudine cõmẽſurabilis eſt per 16 decimi. Rationalis autẽ eſt g d: & ipſi a c lõgitudine incõmẽſurabilis. rationalis igitur eſt & vtraq; ipſarum d e, e g: & ipſi a c longitudine incommenſurabilis. Vtrumq; igitur ipſorum d h, e k: per 21 decimi medium eſt. Et quoniam a g, g d, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles: incõmenſurabilis igitur eſt longitudine a g ipſi g d. Sed a g, ipſi quidẽ a f lõgitudine cõmenſurabilis eſt: & d g, ipſi e g. incõmenſurabilis igitur eſt a f ipſi e g lõgitudine. Sicut autẽ a f ad e g: ſiç a i ad e k. incõmẽſurabile igitur eſt a i ipſi e k. Cõſtituatur igitur per 14. ſecundi, ipſi quidẽ a i æquum quadratũ l m: ipſi autẽ f k ęquum auferatur n x, circa eundem exiſtens angulũ cũ m l. Circa igitur eunde dimetientẽ: ſunt l m & n x. eſto per 26 ſexti ipſorum dimetiens o r: deſcribaturq; figura. Quoniam igitur quod ſub a f, f g, æquum eſt ei quod ex e g: eſt igitur per 17 ſexti ſicut a f ad e g, ſic e g ad f g. Sed ſicut quidem a f ad e g: ſic eſt a i ad e k: ſicut autem e g ad f g, ſic eſt e k ad f k. & ſicut igitur a i ad e k: ita e k ad f k. Ipſorum igitur a i, f k, medium proportionale eſt e k. eſt autẽ per lẽma 53 decimi ipſorũ l m, n x, quadratorũ: mediũ ꝓportionale m n. & a i, æquũ eſt ipſi l m: & f k, ipſi n x. Et e k igitur: ęquũ eſt ipſi m n. Sed m n, ipſi l x eſt ęquale: & e k, ipſi d h ęquũ eſt ꝑ 26 primi. & totũ igit d k: æquũ eſt ipſi y q z gnomoni & ipſi n x. Eſt aũt & a k: æquũ ipſis l m, n x. reliquum igitur a b: æquum eſt ipſi f t, hoc eſt ei quod ex l n quadrato. Igitur ipſa l n: ipſam a b areolam poteſt. Dico iam ꝙ l n mediæ apotome eſt ſecunda. Quoniam enim oſtenſum eſt ꝙ a i, f k, media ſunt & æqualia eis quæ ex l o, o n: medium igitur eſt per correlariũ 23 decimi & vtrũq; ipſorum quæ ex l o, o n. media igitur eſt vtraq; ipſarum l o, o n. Et quoniam a i ipſi f k cõmenſurabile eſt: igitur quod ex l o, ei quod ex o n cõmenſurabile eſt. Rurſus quoniam oſtenſum eſt ꝙ a i ipſi e k incõmenſurabile eſt: incõmenſurabile igitur eſt l m ipſi m n, hoc eſt quod ex l o, ei quod ſub l o, o n. quare & l o: incõmenſurabilis eſt longitudine ipſi o n. Ipſæ igitur l o, o n: mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Dico iam ꝙ & medium compræhendunt. Quoniam patuit ꝙ e k medium eſt/ & ei eſt æquale quod ſub l o, o n: medium igitur per correlarium 23 decimi eſt & quod ſub l o, o n. Quare ipſæ l o, o n, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles medium comprẹhendentes. Ipſa igitur l n mediæ apotome eſt ſecunda per 75 decimi: & ipſam poteſt a b. Quæ igitur ipſam a b areolam poteſt: mediæ apotome eſt ſecũda. Quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 89.

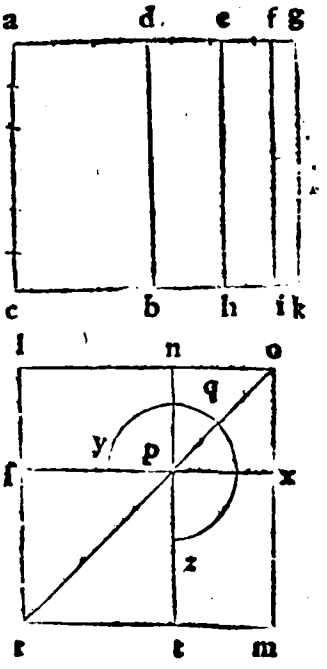
89 SI fuerit ſuperficies linea rationali reſiduoq; quarto contenta: linea ſuper eam potens erit linea minor.

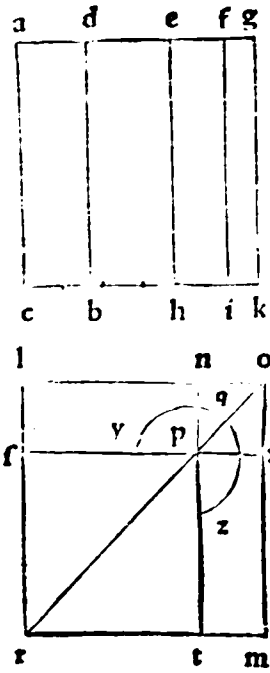
CAMPANVS. In hac quoq; nõ aliter procedas q̃ prius. facile erit ibi propoſitum concludere: ſi præmiſſam nõ deſpicis/ ex diffinitione reſidui quarti & ſecũda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71. & ſic patebit ꝓpoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 70. Propoſitio 94.

94 Si areola compræhendatur ſub rationali & quarta apotomę: quæ areolam poteſt minor eſt.

THEON ex Zãb. Areola nãq; a b: cõpræhendat ſub rõnali a c, & quarta apotomę a d. Dico ꝙ q̃ a b areolã põt: minor eſt. Sit eni per 80 decimi ipſi a d cõgruẽs d g. ipſę igit a g, g d: rationales ſũt potẽtia tm̃ cõmẽſurabiles. & a g: ipſi a c expoſitę rationali lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. & tota a g: ipſa d g cõgruẽte maius poteſt eo quod fit ex ſibi lõgitudine incõmenſurabili. Q m̃ igit ꝑ 51 decimi a g ipſa g d maius poteſt eo qđ fit ex ſibi lõgitudine incõmẽſurabili: ſi igit quartę parti eius qđ ex d g ęquũ ad ipſam a g cõpareť per 28 ſexti ſpecie deficiẽs a quadrato/ in incõmẽſurabilia per 18 decimi ipſã diuiſerit. Seceť ꝑ 10 primi igit d g bifariã in e: & ei qđ ex e g ꝑ 28 ſexti ęquũ ad ipſam a g cõparetur ſpecie deficiẽs a quadrato/ ſitq; quod ſub a f, f g. Incõmẽſurabilis igit eſt lõgitudine a f: ipſi f g. Excitentur igitur per 31 primi per e, f, g, ſigna/ paralleli ipſis a c, b d: ſintq; e h, f i, g k. Quoniã igitur rationalis eſt a g, & ipſi a c lõgitu





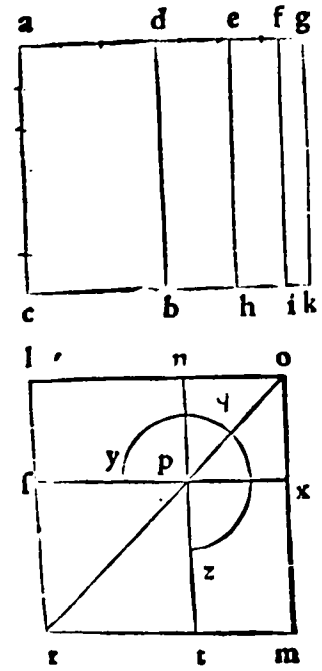
dine commenſurabilis:rationale igitur eſt totum a k.Rurſus quoniam commẽſurabilis eſt d g ipſi a c longitudine/& vtræq; ſunt rationales:medium igitur eſt d k per 21 decimi.Rurſus quoniam incõmenſurabilis eſt a f ipſi f g longitudine:incommenſurabile igitur eſt per 9 decimi & a i ipſi f k.Conſtituatur igitur per 14 ſecundi ipſi quidem a 1æquum quadratũ l m:ipſi autem f k æquum auferatur n x.Ad eundem igitur ſunt angulum qui ſub l,o,m:ipſa l m & n x. circa igitur eundem dimetiẽtem ſunt per 26 ſexti:ipſa l m,n x,quadrata. Sit ipſorum dimetiẽs o r:deſcribaturq; figura.Quoniam igitur quod ſub a f,f g, æquũ eſt ei quod ex e g:proportionale igitur eſt per decimãſeptimã ſexti ſicut a f ad e g,ſic e g ad f g. Sed ſicut quidem a f ad e g:ſic a i ad e k.ſicut autem per primam ſexti e f ad f g:ſic e k ad f k.Ipſorum igitur a i,f k,medium proportionale eſt e k.Ipſorum autem l m,n x,quadratorũ per lẽma 53 decimi medium proportionale eſt n m.& a i æquũ eſt ipſi l m:& f k ipſi n x.& e k igit̃: ipſi m n eſt æquale.Sed ipſi quidẽ e k,æquũ eſt d h:ipſi autẽ m n,æquũ eſt l x.Totũ igit̃ d k:æquũ eſt ipſi y q z gnomoni/& ipſi n x. Quoniã igit̃ a k totũ æquũ eſt ipſis l m,n x,quadratis/quorũ d k æquũ eſt ipſi y q z gnomoni & ipſi n x quadrato:reliquũ igit̃ a b per ſecũdã cõmunẽ ſentẽtiã æquũ eſt ipſi f t hoc eſt ei qđ fit ex l n quadrato.Igit̃ l n:ipſam a b areolã poteſt.Dico q; l n irrationalis eſt:appellata minor.Qm̃ eni a k rationale eſt/& eis eſt æquale quæ ex l o,o n,ſunt quadratis:conflatum igitur ex iis quæ ex l o,o n,rationale eſt per diffinitionem.Rurſus quoniã d k medium eſt/& d k æquũ eſt ei quod bis ſub l o,o n:quod igitur bis ſub l o,o n,medium eſt.Et quoniã patuit q; a i ipſi f k eſt incommenſurabile:incommenſurabile igitur eſt per 11 decimi quadratum quod ex l o,ei quod ex o n quadrato.Ipſæ igitur l o,o n:per 76 decimi potẽtia ſunt incommẽſurabiles/efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale/quod vero bis ſub ipſis medium.Ipſa igitur l n,irrationalis eſt appellata minor:& ipſam areolam a b poteſt.Quę igitur ipſam a b areolam poteſt: minor eſt.Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 90.

SI fuerit linea rationali reſiduoq; quinto ſuperficies cõtẽta: latus eius tetragonicũ/erit cũ rõnali cõponẽs mediale. 90

¶CAMPANVS. ¶Nitere p̃miſſa argumẽratione ex diffinitione reſidui quinti & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72:quod propoſitum eſt concludere.

Eucli.ex Zamb. Theorema 71. Propoſitio 95.



¶Si areola compræhendatur ſub rationali & quinta apotomæ: quæ areolam poteſt/eſt quæ cum rationali medium totum conficit. 95

¶THEON ex Zamberto. ¶Areola etenim a b:compræhendatur ſub rationali a c,& quinta apotomæ a d.Dico q; quæ ipſam areolam a b poteſt:eſt quę cũ rationali medium totum conficit.Sit namq; per 9 decimi ipſi a d congruens d g.ipſæ igitur a g,g d,per 80 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles.& congruens g d.commenſurabilis eſt longitudine ipſi a c expoſitæ rationali.Sed tota a g:congruente d g maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili.Si igit̃ per 28 ſexti quartæ parti eius quod ex d g,æquũ ad ipſam a g p 17 decimi cõparetur deficiẽs ſpecie a quadrato:in incõmenſurabilia ipſam diuidet.Secetur igitur per decimam primi d g bifariam in e ſigno:& ei quod ex e g per 28 decimi æquum ad a g comparetur ſpecie deficiens a quadrato/ſitq; quod ſub a f,f g. Incommenſurabilis igitur eſt per 9 & 34 decimi a f:ipſi f g longitudine. Excitenturq; per 31 primi per e,f,g,ſigna ipſi a c paralleli e h,f i,g k.Et quoniam a g ipſi a c longitudine eſt incommẽſurabilis/& vtræq; ſunt rationales:mediũ igit̃ eſt a k.Rurſus qm̃ d g eſt rationalis/& ipſi a c lõgitudine cõmenſurabilis:rationale igit̃ eſt d k. Cõſtituat igitur per 14 ſecundi ipſi quidẽ a i æquũ quadratũ l m:ipſi autẽ f k æquũ quadratũ auferat̃ n x.Ad eũdẽ angulũ qui ſub l,o,m:ſũt ipſa l m et n x.ad eãdẽ igitur diametrũ:ſũt l m,n x quadrata.Sit p 26 ſexti ipſorũ dimetiẽs o r:deſcribaturq; figura.Similiter iã oſtẽdemus:q; l n põt ipſã a b areolã.dico q; ipſa l n:eſt

quæ cum rationali mediũ totũ conficit. Quoniã enim oſtenſum ꝙ a k medium eſt/& eis ſunt æqua quæ ex l o,o n: conflatũ igitur quæ ex l o,o n, mediũ eſt. per correlariũ 23 decimi. Rurſus qm̃ d k rationale eſt/& ei eſt æquũ qđ bis ſub l o,o n: & quod bis igitur ſub l o,o n, rationale eſt. Et quoniam incommenſurabile eſt a i ipſi f k: incommenſurabile igitur eſt quod ex l o, ei quod ex o n. Ipſæ igitur l o,o n: potentia ſunt incommenſurabiles/efficientes conflatum ex ipſarum quadratis mediũ/quod autem bis ſub ipſis rationale. reliqua igitur l n per 77 decimi irrationalis eſt: appellata cum rationali mediũ totum efficiens. Et ipſam a b areolam poteſt. quæ igitur ipſam a b areolam poteſt: eſt quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 91.

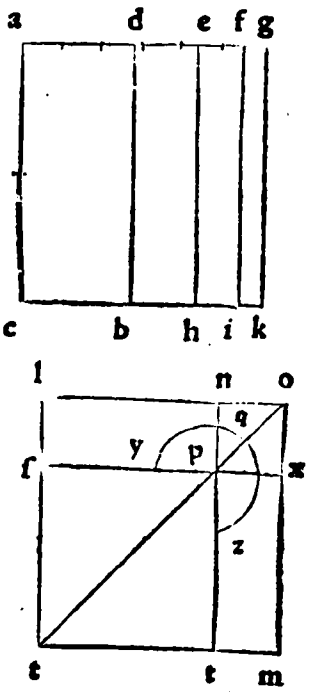
91 Si línea rationali reſiduoꝙ ſexto ſuperficies contineatur: latus tetragonicum quod ſuper eam poteſt/cum mediali conſtituens totum mediale eſſe comprobatur.

¶ CAMPANVS. ¶ Nunc quoꝙ vltimo quod per hanc dicitur: prẽmiſſo modo ſatage concludere ex diffinitione reſidui ſexti & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 73. In his autem omnibus proceſſum tuum nihil offendere poterit: ſi primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris / & quid quoꝙ ſupponet ſollerter attenderis. Qz ſi forſan de aliquo in quadrato l m te dubitare contigerit: ad ſuũ æquale in ſuperficie a dtibi recurrẽdũ erit/& patebunt tuo ingenio.

Eucli. ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 96.

96 ¶ Si areola compræhendatur ſub rationali & apotomę ſexta: quæ areolam poteſt/eſt quæ cum medio medium totum efficit.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Areola namꝙ a b: compræhendatur ſub rationali a c & apotomæ ſexta a d. Dico ꝙ quę a b areolam poteſt: eſt quę cum medio mediũ totum efficit. Eſto enim per 79 decimi ipſi a d cõgruens d g. ipſæ igitur a g, g d, per 90 decimi rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Et neutra ipſarum a g, g d, per tertias diffinitiones commenſurabilis eſt ipſi a c expoſitæ rationali longitudine: & tota a g ipſa d g congruente maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine incommenſurabili. Qm̃ igitur a g ipſa g d maius poteſt eo qđ fit ex ſibi lõgitudine icõmẽſurabili: ſi igitur per 28 ſexti quartę parti eius quod ex d g æquũ ad ipſam a g cõparetur ſpecie deficiẽs a quadrato/in incõmẽſurabilia ipſam p 17 decimi diuidet. Secetur igit̃ p 10 primi a g bifariã in ſigno e: & ei quod ex e g per 28 ſexti æquũ ad ipſam a g cõpareť ſpecie deficiens a quadrato/ſitꝙ quod ſub a f, f g. Incõmenſurabilis igitur eſt per 18 decimi a f: ipſi ipſi f g longitudine. Sicut autem per primam ſexti a f ad f g: ſic a f ad f k. incommenſurabile igitur eſt per 9 decimi a f ipſi f k. Et quoniam ipſę a g, a c, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles: medium eſt a k. Et quoniam ipſæ a c, d g, rationales ſunt longitudine incommenſurabiles: mediũ eſt & d k per 21 decimi. Quoniam igitur ipſæ a g, g d, potentia tantum ſunt commenſurabiles: igitur a g ipſi d g longitudine eſt incommenſurabilis. Sicut autem a g ad g d: ſic eſt a k ad d k. incommẽſurabile igitur eſt a k: ipſi k d. Conſtituatur igitur per 14 ſecundi ipſi a i, ęquum quadratũ l m: ipſi autem f k, ęquum auferatur n x. circa eundem dimetiẽtem igitur: per 26 ſexti ſunt ipſa l m, n x, quadrata. eſto ipſorũ dimetiẽs o r: deſcribaturꝙ figura. Similiter iã ex præcedentibus oſtendemus: ꝙ l n poteſt ipſam a b areolam. Dico ꝙ ipſa l n eſt quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam namꝙ patuit ꝙ a k medium eſt/& eis eſt æquale quæ ex l o,o n: conflatum igitur ex ijs quæ ex l o,o n, medium eſt per correlarium 23 decimi. Rurſus quoniam patuit ꝙ d k mediũ eſt/& ei æquale quod bis ſub l o,o n: & quod igitur bis ſub l o,o n, mediũ eſt. Et quoniam patuit ꝙ a k ipſi d k eſt incommenſurabile: incommenſurabilia igitur ſunt & quæ ex l o,o n, fiunt quadrata ei quod bis ſub l o,o n. Et quoniam a i ipſi f k eſt incommenſurabile: incommenſurabile eſt igitur & quod ex l o ei quod ex o n. Ipſæ l o,o n, igitur per 78 decimi potentia ſunt incommenſurabiles / efficientes conflatum ex ipſarum quadratis medium/& quod bis ſub ipſis medium/inſuper quæ ex ipſis quadrata incommenſurabilia

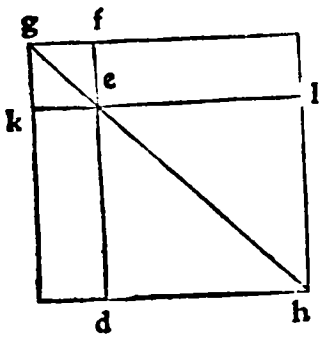


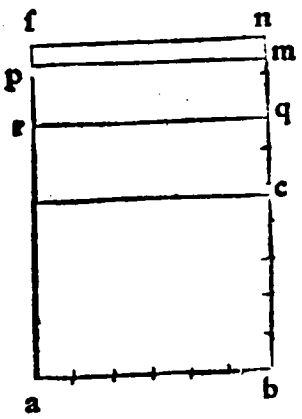
ei quod bis ſub ipſis. Ipſa igitur l o irrationalis eſt: appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 92.

SI ad lineam rationalem ſuperficies æqualis quadrato reſidui applicetur: alterum latus reſiduum primum eſſe neceſſe eſt. 91

CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes: ſunt conuerſæ ſex præcedẽtium per ordinem. Huius autẽ primæ hæc eſt intẽtio. q; ſi ſit ſuperficies a c adiuncta ad lineam rationalẽ a b, æqualis quadrato reſidui quod ſit d e: erit eius latus ſecundũ quod eſt b c neceſſario reſiduum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur eſſe reſiduũ: linea per cuius abſciſionẽ ipſa d e fuerit reſiduum. ſitq; ei adiuncta e f. eritq; ex 68 vtraq; duarum linearum d f & f e: rationalis in potentia/& vna earum incommenſurabilis alij. Deſcribatur ergo quadratum lineæ f e, quod ſit e g: & quadratum d e quę poſita eſt eſſe reſiduũ/quod ſit e h. & adijciantur ſupplementa d k & f l. eritq; quadratum g h tanq̃ quadratum lineæ d f: & quadratum e h erit ſicut ſuperficies a c. Erit etiam vtrũq; quadratorum g h & g e. rationale. Sit igitur ſuperficies a m adiuncta ad lineam a b: æqualis quadrato g h. eritq; ob hoc rationalis. quare per 16 linea m n eſt rationalis in lõgitudine. ſuperficies vero p n ſit æqualis quadrato e g: quæ etiam propter hoc erit rationalis. & per 16 linea m n rationalis in longitudine. itaq; tota linea b n eſt rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q: & ducatur q r æquidiſtans a b. eritq; ex prima ſexti c r æqualis r n. Manifeſtum vero eſt q; cum tota ſuperficies a n ſit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ ſunt quadrata duarũ linearum d f & f e, & ſuperficies a c ſit ęqualis quadrato lineæ d e quod eſt e h: erit per 7 ſecũdi ſuperficies reſidua ex a n quæ eſt c f æqualis duplo ſuperficiei ex d f in f e. quare & horum dimidia quæ ſunt r n & d g: neceſſe eſt eſſe æqualia. Cũq; igit̃ ex prima ſexti ſit ſuperficies d g medio loco proportionalis inter duo quadrata g h & g e: erit quoq; ſuperficies r n medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a m & p n. ideoq; per primam ſexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq; ſit q n dimidium lineę n c, & linea b n diuiſa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis: ſequitur ex prima parte 13 q; linea b n ſit potentior linea n c in quadrato lineę ſecum cõmunicantis in lõgitudine. Quia ergo ſuperficies d g eſt medialis ex 19/ex hypotheſi autem ſuperficies c r ſibi æqualis medialis/& linea c q rationalis in potentia tantum per 20/ideoq; etiam duplum eius quod eſt linea n c eſt rationalis tantum in potentia. quia ergo b n eſt rationalis in longitudine communicans lineæ a b poſitæ rationali/& potentior n c in quadrato lineę ſibi cõmunicantis in longitudine: ſequitur ex diffinitione lineam b c eſſe reſiduum primum. Quod eſt propoſitum.

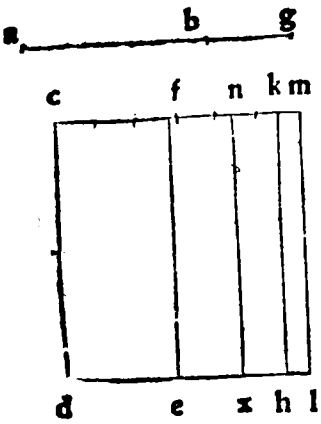




Eucli. ex Zamb. Theorema 73. Propoſitio 97.

QUæ ab apotomę ad rationalem comparata latitudo: primã efficit apotomen. 97

THEON ex Zãb. Sit apotome a b, rationalis autem ſit c d: & ei quod ex a b æquum ad ipſam c d comparetur c e, latitudinem efficiens c f. Dico q; c f eſt prima apotome. Eſto inquã per 79 decimi ipſi a b congruens b g. ipſæ igitur a g, g b, per 80 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et ei quidem quod ex a g per 44 primi ęquum/ad ipſam c d comparetur c h: ei autem quod ex b g, comparetur k l. Totum igitur c l: æquum eſt eis quæ ex a g, g b, quorum c e ęquum eſt ei quod ex a b. reliquum igitur f l: æquum eſt ei quod bis ſub a g, g b. Secetur per 10 primi f m bifariam in ſigno n: & excitetur per 31 primi per n, ipſi c d parallelus n x. Vtrumq; igitur ipſorum: f x, l n, æquum eſt ei quod ſub a g, g b. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia ſunt/& eis quę ex a g, g b, æquũ eſt d m: rationale igit̃ eſt per diffinitionẽ decimi d m. Et ad rationalẽ aopponitur c d: latitudinem efficiẽs c m. rõnalis igitur eſt c m, per 20 decimi: & ipſi c d longitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniam quod



bis ſub a g, g b, medium eſt per 21 decimi/& ei quod bis ſub a g, g b, æquum eſt f l: medium igitur eſt f l. Et ad ipſam c d rationalem apponitur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt f m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia ſunt/quod autem bis ſub a g, g b, medium eſt: incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex a g, g b, ei quod bis ſub a g, g b. Et eis quidē quæ ex a g, g b, æquum eſt c l: ei autem quod bis ſub a g, g b, æquū eſt f l. incōmenſurabile igitur eſt per 9 decimi d m ipſi f l. Sicut autem per primam ſexti d m ad f l: ſic eſt c m ad f m, incommenſurabilis igitur eſt per 13 decimi c m ipſi f m lōgitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m, m f: per 11 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Igitur c f apotome eſt. Dico inſup q; & prima. Qm̄ nēpe eorū q̄ ex a g, g b, media ꝓportionale eſt quod ſub a g, g b, & quod ex a g ęquū eſt ipſi c h, ipſi aūt qd̄ ſub a g, g b, eſt n l, ei autē quod ex b g æquū eſt k l: & ipſorū igitur c h, k l, mediū proportionale eſt n l. Eſt igitur per 1 ſexti ſicut c h ad n l: ſic eſt n l ad k l. Sed ſicut quidem c h ad n l, ſic eſt c k ad n m: ſicut autem n l ad k l, ſic eſt n m ad k m. & ſicut igitur per 11 quinti c k ad n m: ſic n m ad k m. Quod igitur ſub c k, k m: per 17 decimi æquū eſt ei quod ex n m, hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g ei quod ex g b eſt commenſurabile: commenſurabile eſt c h ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic c k ad k m. commēſurabilis eſt igitur per 11 decimi c k ipſi k m. Quoniam igitur binę rectæ lineæ ſunt inæquales ſcilicet c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m ęquum ad ipſam c m apponitur ſpecie deficiens a quadrato quod ſcilicet ſub c k, k m, & c k ipſi k m commenſurabilis eſt: ipſa igitur m c, ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili. Et c m: commenſurabilis eſt ipſi c d expoſitæ rationali. Ipſa igitur c f: per 85 decimi apotome eſt prima. Quæ igitur ex apotomæ ad rationalem comparata latitudo: efficit primam apotomen. Quod erat oſtendendum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 93.

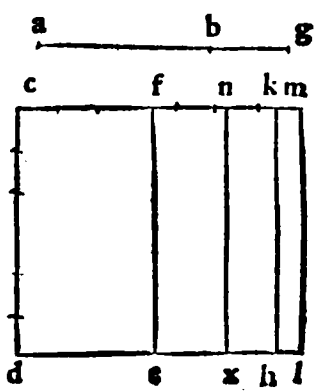
93 CVm adiuncta fuerit ſuperficies æqualis quadrato reſiduí medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit reſiduum ſecundum.

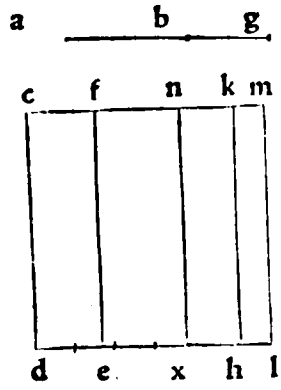
CAMPANVS. Hic erit linea d e reſiduum mediale primum: & linea e f erit linea illa per cuius abſciſionem d e fuerat reſiduum mediale primum. Dico q; b c erit reſiduum ſecundum. Quod neſcire non poteris: ſi demonſtrationi p̄miſſę (quouſcq; eā ſolido amplectaris habitu) inſtiteris/& quales lineas oporteat eſſe d f & f e vigilanter attenderis. de quo ſi dubitas: 69 requirenda erit.

Euclí. ex Zamb. Theorema 74. Propoſitio 98.

98 Quæ a mediæ apotomæ prima ad rationalem comparata latitudo: ſecundam efficit apotomen.

THEON ex Zamberto. Sit mediæ apotome prima a b: rationalis autem eſto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d apponatur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f apotome eſt ſecunda. Eſto namq; ipſi a b congruens b g. ipſæ igitur a g, g b: mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles/rationale compræhendentes. Et ei quidem quod ex a g ęquum ad ipſam c d comparetur per 44 primi c h: latitudinem efficiens c k. ei autē quod ex g b æquum ad ipſam k h comparetur k l: latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l: æquum eſt eis quæ ex a g, g b. medium igitur eſt & c l. Et ad ipſam c d rationalem comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur eſt & c m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis per 22 decimi. Et quoniam c l æquum eſt eis quæ ex a g, g b, quadratis/quorum quod ex a b æquum eſt ipſi c e: reliquum igitur quod bis ſub a g, g b, æquum eſt ipſi f l. Rationale autē eſt quod bis ſub a g, g b, cōpręhenditur: rationale igitur & f l. Et ad f e rationalem comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per vigeſimam decimi & f m: & ipſi c d longitudine commenſurabilis.





Quoniam igitur quæ ex a g,g b,hoc eſt ipſum e l,medium eſt / quod autem bis ſub a g,b g,hoc eſt ipſum f l rationale:incõmenſurabile igitur eſt per 9 decimi c l ipſi f l.Sicut autem c l ad f l:ſic eſt c m ad f m,incommenſurabilis igitur c m:ipſi f m lõgitudine.& vtræq; ſunt rationales.Ipſæ igitur c m,m f,rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles.ipſa igitur c f:apotome eſt per 73 decimi.Dico etiam q; & ſecunda.Secetur namq; per 10 primi f m bifariam in n.Exciteturq; per 31 primi per n:ipſi c d parallelus n x.vtrũq; igitur ipſorum f x,n l,æquum eſt ei quod ſub a g,g b.Et quoniam per lemma 53 decimi ipſorũ quæ ex a g,g b,quadratorum medium proportionale eſt quod ſub a g,g b,& quod ex a g æquum eſt ipſi c h,quod vero ſub a g,g b,ipſi n l,quod autem ex b g ipſi k l:& ipſorum igitur c h,k l,medium proportionale eſt n l per idem lẽma.Eſt igitur ſicut c h ad n l:ſic n l ad k l.ſed ſicut quidem c h ad n l:ſic eſt c k ad n m,ſicut autẽ n l ad k l:ſic eſt n m ad m k. Sicut igitur per 11 quinti c k ad n m:ſic eſt n m ad k m.Igitur quod ſub c k,k m,per 17 decimi ei eſt æquum quod ex n m:hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g commenſurabile eſt ei quod ex b g:commenſurabile eſt per primam ſexti & 11 decimi & c h ipſi k l,hoc eſt c k ipſi k m.Quoniam igitur binæ rectæ lineę inæquales ſunt c m & m f, quartæ autem parti eius quod ex m f per 17 decimi æquum ad maiorem c m apponitur deficiens ſpecie a quadrato quod ſcilicet ſub c k,k m,& ipſam in commenſurabilia diſpeſcit : ipſa igitur c m ipſa m f per eandem maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili. Et congruens f m:per 85 decimi eſt commenſurabilis longitudine ipſi c d expoſitæ rationali.Ipſa igitur c f:apotome eſt ſecunda per tertias diffinitiones. Quæ igitur a mediæ apotomę prima ad rationalem comparata latitudo:ſecundã effi cit apotomen.Quod erat oſtendendum.

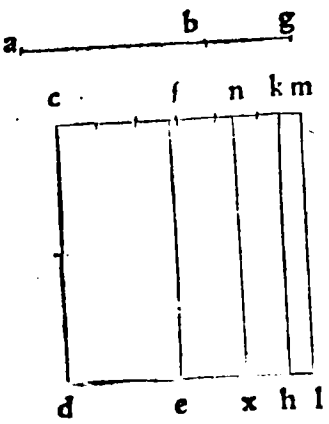
Eucli.ex Camp. Propoſitio 94.

SI ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis ſecundi applicata fuerit ad lineam rationalem:alterum latus eius reſiduum tertium eſſe conuenict. 94

¶CAMPANVS. ¶Hic etiam erit d e reſiduum mediale ſecundum: & ſequetur vt ſit c b reſiduum tertium.Quod vt facile concludas/primæ domõ ſtrationi inſiſtas:& quales lineas conueniat eſſe d f & f e,ex 70 collige.

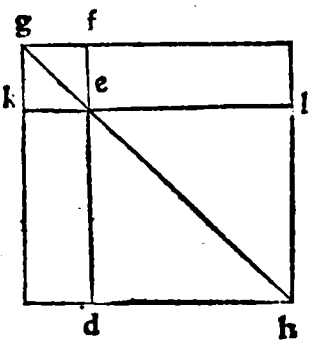
Eucli.ex Zamb. Theorema 75. Propoſitio 99.

¶Quæ a mediæ apotomæ ſecunda ad rationalem comparata latitudo:tertiam apotomen conficit. 99



¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto mediæ apotomę ſecunda a b:rationalis autem eſto c d.& ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d apponatur c e:latitudinem efficiens c f.Dico q; c f eſt apotome tertia.Sit namq; a b congruens b g.ipſæ igitur a g,g b, per 81 decimi mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles medium compræhendentes.Et ei quidem quod ex a g per 44 primi æquum ad ipſam c d comparetur c h:latitudinem efficiens c k.ei autem quod ex b g,per eandem æquum ad ipſam k h comparetur k l:latitudinem efficiens k m.Totum igitur c l:æquum eſt eis quæ ex a g,g b.Et ea quæ ex a g,g b:media ſunt.medium igitur eſt & c l.Et ad ipſam c d apponitur:latitudinem efficiens c m.Rationalis igitur eſt c m:& ipſi c d longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam totum c l æquum eſt eis quæ ex a g,g b,quorum c e æquum eſt ei quod ex a b:reliquum igitur l f per 7 ſecundi æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b.Secetur igitur per 10 primi f m bifariam in n ſigno:& ipſi c d per 31 primi parallelus excitetur n x.vtrunq; igitur ipſorum f x,n l:æquum eſt ei quod ſub a g,g b.Medium autem eſt quod ſub a g,g b.medium igitur eſt & l f.Et ad ipſam e f comparatur: latitudinem efficiens f m.rationalis igitur eſt per 22 decimi f m & ipſi c d longitudine incommenſurabilis.Et quoniam ipſæ a g,g b, potentia tantum ſunt commenſurabiles:incommenſurabilis igitur eſt per 9 decimi a g ipſi g b longitudine.Incommenſurabile igitur eſt & quod ex a g:ei quod ſub a g,g b.Sed ei quidem quod ex a g,cõmenſurabilia ſunt quæ ex a g,g b:ei autem quod ſub a g,g b;commenſurabile eſt quod bis ſub a g,g

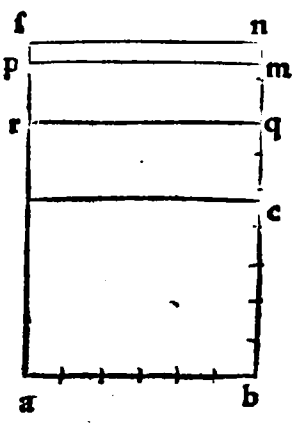
b. Incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex a g, g b: ei quod bis ſub a g, g b. Sed eis quidem quæ ex a g, g b, æquum eſt c l: ei autē quod bis ſub a g, g b, æquū eſt f l. Incommenſurabile igitur eſt c l: ipſi f l. Sicut autem c l ad f l: ſic eſt per primam ſexti & 11 decimi c m ad f m. incommenſurabilis igitur eſt c m: ipſi f m longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur c m, m f rationales ſunt potentia tantum commēſurabiles. Apotome igitur eſt c f. Dico q; & tertia. Quoniam enim quod ex a g commenſurabile eſt ei quod ex b g: cōmenſurabile igitur eſt & c h ipſi k l, quare & c k ipſi k m. Et quoniam eorum quæ ex a g, g h, per lemma 53 decimi medium proportionale eſt quod ſub a g, g b, & ei quidē quod ex a g æquum eſt c h, ei autem quod ex g b æquū eſt k l, ei autem quod ex a g, g b, æquum eſt n l: & ipſorū c h, k l, igitur per lemma 53 decimi medium proportionale eſt n l. Eſt autem ſicut c h ad n l: ſic eſt n l ad k l. Sed ſicut c h ad n l: ſic per primā ſexti eſt c k ad n m. ſicut autem n l ad k l: ſic eſt n m ad k m. quod igitur ſub c k, k m: æquum eſt ei quod ex m n, hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m. Quoniam igitur binę rectæ lineę inæquales ſunt c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquum ad ipſam c m apponitur ſpecie deficiēs a quadrato, & in cōmenſurabilia ipſam diuidit: igitur c m ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Et ipſorum c m, m f, neutra commenſurabilis eſt longitudine ipſi c d expoſitæ rationali. Ipſa igitur c f: per 95 decimi apotome eſt tertia. Quæ igitur ex mediæ apotomæ ſecunda ad rationalem comparata latitudo: efficit tertiam apotomen. quod erat oſtēdendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 95.

95 VM adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ minoris: latus eius ſecundum erit reſiduum quartum.

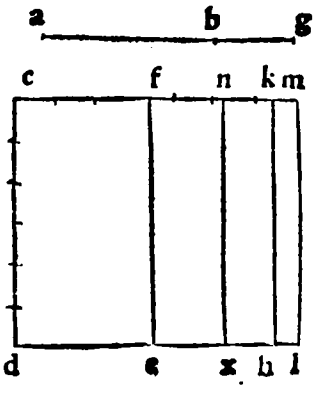
CAMPANVS. Si fuerit d e linea minor: aſſerit hæc 95 q; b c erit reſiduum quartum. Eſt autem ſumendum ex 71 quales lineas eſſe neceſſe ſit d f & f e: cum d e fuerit linea minor. & eſt aſtruendum propoſitum præmiſſo modo: excepto q; in hac & duabus ſequentibus neceſſe eſt lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommenſurabilia, quæ in tribus præmiſſis diuidebatur neceſſario in duo commenſurabilia. nam in tribus præmiſſis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum: & ideo earum quadrata cōmunicantia, propter quod & ſuperficies a m & p n quadratis earum æquales cōmunicantes, quapropter etiam & duæ lineæ b m & m n. ideoq; fuit in tribus præmiſſis linea b n potētior linea n c: in quadrato lineæ ſecum cōmunicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autem & duabus ſequentibus ſunt duæ lineæ d f & f e incommenſurabiles in potentia, vt appareat ex 71 & 72 & 73. & ideo earum quadrata, propter quod & ſuperficies a m & p n incōmenſurabiles, propter quod & duę lineæ b m & m n incōmenſurabiles. ideoq; per primam partem 14 tam in hac q̄ in duabus ſequentibus neceſſe eſt lineam b n eſſe potentiorem linea n c: in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. Cætera perquire vt prius.

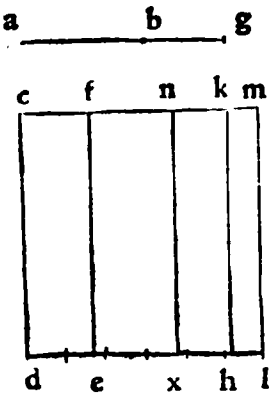


Eucli. ex Zamb. Theorema 76. Propoſitio 100.

100 A minori ad rationalem comparata latitudo: efficit quartam apotomen.

THEON ex Zāberto. Sit minor a b: rationali autē eſto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f apotome eſt quarta. Sit per 79 decimi ipſi a b congruens b g. Ipſæ igitur a g, g b, per 80 decimi potentia ſunt incommenſurabiles: efficientes conflatū ex ijs quæ ex a g, g b, quadrata rationale, quod autē bis ſub a g, g b, medium. Et ei quidem quod ex a g per 28 ſexti æquum ad ipſam c d comparetur c h, latitudinem efficiens c k: ei autem quod ex b g æquum eſto k h latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l, æquum eſt eis quod ex a g, g b. & conflatum ex ijs quæ ex a g, g b, rationale eſt. rationale igitur eſt & c l. & ad rationalem c d comparatur: latitudinem efficiēs c m. rationalis igitur eſt per 20 decimi c m: & ipſi c d longitudine commenſurabilis. Et quoniam totum





cl æquum eſt eis quę ex a g,g b,quorum c e æquum eſt ei quod ex a b: reliquũ igitur f l per 7 ſecundi æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b. Secetur per 10 primi f m bifariam in n ſigno. Exciteturq; per 31 primi p n ſignum: vtriq; ipſarũ c d,m l,parallelus n x. vtrunq; igitur ipſorum f x,n l: æquum eſt ei quod ſub a g,g b. Et quoniam quod bis ſub a g,g b,medium eſt/& ipſi f l æquale: mediũ igitur eſt & f l. Et ad ipſam f e rationalem comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt f m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis. Et quoniam conflatum quidem ex ijs quæ ex a g,g b,rationale eſt / quod autem bis ſub a g,g b,medium: incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex a g,g b,ei quod bis ſub a g,g b. At c l,æquum eſt eis quę ex a g,g b: ei autẽ quod bis ſub a g, g b,æquum eſt f l. Incõmẽſurabile igitur eſt per 9 decimi c l ipſi f l. Sicut autẽ c l ad f l: per primam ſexti & 11 decimi/ſic eſt c m ad m f. Incommẽſurabilis igitur eſt c m: ipſi f m longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur c m,m f, per 73 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt c f. Dico q; & quarta. Quoniam enim ipſæ a g,g b,potentia ſunt incõmenſurabiles: incommenſurabile eſt igitur & quod ex a g ei quod ex g b. Et ei quidem quod ex a g,æquum eſt c h: ei autem quod ex g b,æquum eſt & k l. Incommenſurabile igitur eſt c h: ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic eſt c k ad k m. incommenſurabilis igitur eſt per 9 decimi c k ipſi k m longitudine. Et quoniã ipſorum quæ ex a g,g b,medium proportionale eſt per lẽma 53 decimi quod ſub a g,g b,& id quod ex a g æquum eſt ipſi c h, quod autem ex g b æquum eſt ipſi k l,quod vero ſub a g,g b,æquum eſt ipſi n l: ipſorum igitur c h,k l,medium proportionale eſt per idem lemma n l. Eſt igitur ſicut c h ad n l: ſic eſt n l ad k l. Sed ſicut quidem c h ad n l: ſic per primam ſexti eſt c k ad k m. ſicut autẽ n l ad k l: ſic eſt n m ad k m. & ſicut igitur per 11 quinti c k ad m n: ſic eſt m n ad k m. Quod igitur ſub c k,k m: æquũ eſt ei quod ex m n,hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m. Quoniam igitur binæ rectę lineæ inęquales ſunt c m & m f,& quartæ parti eius quod ex m f per 17 decimi ad ipſam c m apponitur ſpecie deficiens a quadrato quod ſcilicet ſub c k,k m,& in incommenſurabilia ipſam diuidit: ipſa igitur c m,ipſam f maius poteſt eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. & tota c m: ipſi c d expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt longitudine. Ipſa igitur c f: apotome eſt quarta p 85 decimi. A minori ad rationalem igitur comparata latitudo: quartam efficit apotomen. quod erat oſtendendum.

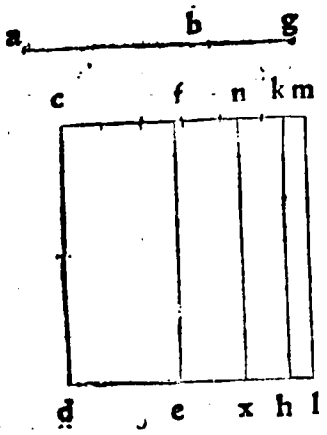
Eucli. ex Camp. Propoſitio 96.

Si ad lineam rationalem quadrato lineæ cum rationali conſtituentis mediale æqualis ſuperficies adiungatur: latus eius/ſecundum erit reſiduum quintum. 96

¶ CAMPANVS. ¶ Pone ſimiliter hic lineam d e eſſe illam quæ iuncta cum rationali componat totum mediale: & attende ex 72 quales lineas oporteat eſſe d f & f e. & concludes ſine offendiculo/ſi prius habitæ demõſtrationi oportune inſtiteris: lineam b c eſſe reſiduum quintum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 77. Propoſitio 101.

¶ Ab ea quæ cum rationali mediũ totum efficit / ad rationalem latitudo comparata: quintam efficit apotomen. 101



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit cum rationali medium totum efficiens a b: rationalis autem eſto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; f c: apotome eſt quinta. Sit inquã per 77 decimi ipſi a b: congruens b g. Ipſæ igitur a g,g b,rectæ lineæ potentia tantum ſunt incommenſurabiles: efficientes conflatum quidem ex ipſarum quadratis mediũ/quod autem bis ſub ipſis rationale. Et ei quidẽ quod ex a g,per 44 primi æquũ ad ipſam c d comparetur c h: ei autem quod ex g b,æquum eſto k l. Totum igitur c l: æquum eſt eis quæ ex a g,g b. Quod autẽ conflatum ex ijs quæ ex a g, g b,ſimul: medium eſt. mediũ igitur eſt per 22 decimi c l. Et ad ipſam rationalem c d,apponitur: latitudinem efficiẽs c m. rationalis igitur eſt c m: & ipſi c d incommenſurabilis. Et quoniam totum c l æquũ eſt ijs quæ ex a g,g b,quorum c e æquum eſt ei quod ex a b: reliquum igitur f l

æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b. Secetur inquam per 10 primi f m bifariam in n: exciteturq; per n per 31 primi vtriq; ipſarum c d,m l, parallelus n x. Vtrũq; igitur ipſorum f x,n l: æquum eſt ei quod ſub a g,g b. Et quoniã quod bis ſub a g,g b, rationale eſt: & ipſi f l eſt æquale: rationale igitur eſt f l. Et ad rationalem e f, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per 20 decimi f m: & ipſi c d longitudine commẽſurabilis. Et quoniam c l quidem mediũ eſt, at f l rationale: igitur c l ipſi f l eſt incommẽſurabile. Sicut autem c l ad f l: ſic c m ad m f. incommenſurabilis igitur eſt c m: ipſi m flõgitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m,m f: per 73 decimi rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles. Igitur c f apotome eſt. Dicoq; & quinta. Similiter nãq; oſtendemus q; quod ſub c k,k m: æquũ eſt ei quod ex n m, hoc eſt quartę parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g ei quod ex g b eſt incõmenſurabile quod vero ex a g æquum eſt ipſi c h, quod autem ex g b ipſi k l: incommẽſurabile igitur eſt c h ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic eſt c k ad k m. Igitur c k: ipſi k m longitudine eſt incommenſurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt c m,m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquũ ad ipſam c m apponit ſpecie deficiẽs a quadrato, & in icõmenſurabilia ipſam diuidit: igitur per 85 decimi c m, ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine incõmenſurabili. Et congruens f m: ipſi c d rationali expoſitæ eſt cõmenſurabilis. Igitur c f: eſt apotome quinta. Ab ea igitur quæ cũ rationali medium totum: & reliqua quæ ſequuntur. Quod fuerat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 97.

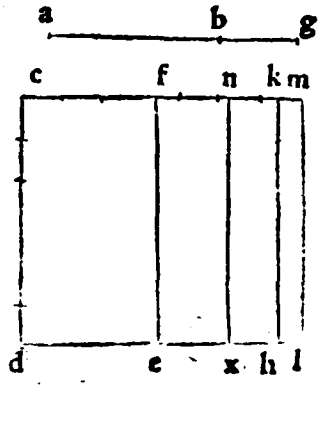
97 SI ad lineam rationalem ſuperficies æqualis quadrato lineæ cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit reſiduum ſextum.

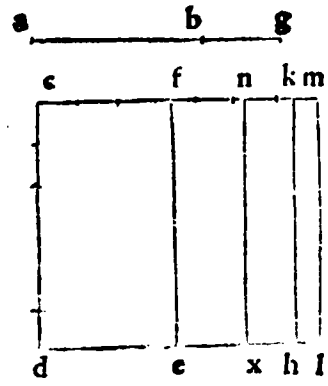
CAMPANVS. Nunc vltimo conuenit lineam d e eſſe illam: quę iuncta cũ mediali cõponit totum mediale. cui adiuncta linea e f (quæ videlicet ſit illa per cuius abſciſionẽ linea d e fuerat quæ proponitur) ſi quales lineas d f & f e eſſe oporteat ex 73 didiceris, priorẽq; argumentationem firma mente tenueris: ſine obice quoq; lineam b c eſſe reſiduum ſextum concludere poteris. Si autem fortaſſis in aliquo te hæſitare contigerit: quicquid illud fuerit de quadrato g h, ad ſibi æqualem ſuperficiem a n conferendum erit. & ſic patebit propoſitum noſtrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 78. Propoſitio 102.

102 Ab ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparata latitudo: efficit ſextam apotomen.

THEON ex Zamberto. Sit cum medio medium totum efficiẽs a b: rationalis autem eſto c d. & ei quidem quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d, comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f ſexta eſt apotome. Sit inquã per 84 decimi ipſi a b congruens b g. ipſæ igitur a g,g b, potentia ſũt incommenſurabiles: efficiẽtes conflatum quidem ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, & quod bis ſub a g,g b, medium, inſuper incommenſurabilia quæ ex a g,g b, ei quod bis ſub a g,g b. Comparetur inquam ad ipſam c d, ei quidem quod ex a g æquum c h: latitudinem efficiens c k. ei autem quod ex b g: ſit k l. Totum igitur c l: æquum eſt eis quę ex a g,g b. Igitur c l medium eſt. Et ad rationalem c d, comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur eſt per 22 decimi c m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis. Quoniam igitur c l æquum eſt eis quæ ex a g,g b, quorum c e æquum eſt ei quod ex a b: reliquum igitur f l æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b. Et quod bis ſub a g,g b, medium eſt. & f l igitur medium eſt. Et ad ipſam f e, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per 22 decimi f m: & ipſi c d longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam quæ ex a g,g b, incommenſurabilia ſunt ei quod bis ſub a g,g b, & eis quidem quæ ex a g,g b, æquum eſt c l, ei vero quod bis ſub a g,g b, æquum eſt f l: incommenſurabile igitur eſt c l ipſi f l. Sicut autem c l ad f l: ſic eſt c m ad f m. incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi c m ipſi m f longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m,m f: rationales ſunt po-





tentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt c f per 73 decimi. Dico q̃ & ſexta. Quoniam f l æquum eſt ei quod bis ſub a g, g b: ſecetur per 10 primi in n ipſa f m bifariam/exciteturq̃ per 31 primi per n ad ipſam c d parallelus n x. Vtrunq̃ igitur ipſorum f x, n l: æquum eſt ei quod bis ſub a g, g b. Et quoniam ipſæ a g, g b, potentia ſunt incommẽſurabiles: incõmẽſurabile igitur eſt quod ex a g, ei quod ex g b. Sed ei quidem quod ex a g, æquum eſt c h: ei autẽ quod ex g b, æquum eſt k l. incommenſurabile igitur eſt c h: ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic eſt c k ad k m. incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi c k: ipſi k m. Et quoniam eorũ quæ ex a g, g b, medium proportionale eſt per lemma 53 decimi quod ſub a g, g b, & quod ex a g æquum eſt ipſi c h, ei autem quod ex g b æquum eſt k l, ei vero quod ſub a g, g b, æquũ eſt n l: ipſorum igitur c h, k l, mediũ eſt ꝓportionale n l. Eſt igit̃ ſicut c h ad n l: ſic eſt n l ad k l. & id propterea iam per 85 decimi c m, ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili: & ipſarum neutra ipſi c d expoſitæ rationali eſt commenſurabilis. ipſa igitur c f: ſexta eſt apotome. Ab ea igitur quæ cum medio: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

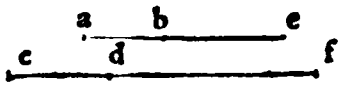
Eucli. ex Camp. Propoſitio 98.

OMnis linea reſiduo commenſurabilis: ipſa quoq; in termino & ordine eſt idem reſiduum. 98

¶CAMPANVS. ¶Quod 60 & quatuor eã ſequentes de binomio eiuſq; comitibus quinq; propoſuerũt: hæc 98 & quatuor eam ſequẽtes de reſiduo ſuiſq; quinq; comitibus verum eſſe proponunt. quibus qui vſq; ad ſolitum habitum inſtiterit: has ignorare non poterit. Quicquid autẽ in illis de communicantia in longitudine & potentia tantum dictum eſt: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea reſiduo cõmunicans in longitudine ſiue in potentia tantum: ipſa etiã eſt reſiduum. Sed ſi cõmunicat in longitudine: non ſolum eſt ipſa reſiduum/ſed etiam eiuſdẽ ſpeciei reſiduum. verbi gratia. linea cõmunicans in longitudine reſiduo primo: eſt reſiduum primũ. & ſecundo cõmunicans: eſt ſecundum. ſic quoq; in cæteris. Q̃z autem linea communicat reſiduo in potentia tantum: ipſam quoq; neceſſe eſt eſſe reſiduum / ſed non eiuſdem ſpeciei. imo impoſſibile eſt: vt linea cõmunicans in potẽtia tantũ reſiduo primo aut ſecundo aut tertio aut quarto aut quinto/cadat ſimul cum eo ſub eadem ſpecie. ſed neceſſe eſt vt ambo cadant ſimul ſub tribus primis ſpecie bus: aut ambo ſimul ſub tribus poſtremis. Sit itaq; exẽpli gratia/a reſiduũ: cui cõmunicet b in longitudine. dico q̃ b erit reſiduum eiuſdẽ ſpeciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a: & c illa ſit per cuius abſciſionem a fuit reſiduum. Et ad b adiũgatur alia quæ ſit d: ad quã ſic ſe habeat b ſicut a ad c. ſitq; cõpoſita ex a & c, e: compoſita vero ex b & d, ſit f. eritq; ex permutata proportionalitate a ad b: ſicut c ad d. & per 13 quinti erit e ad f: ſicut a ad b, vel ſicut c ad d. Cum itaq; a cõmunicet cum b: erit per 10 c cõmunicans cum d, & e communicans cum f. Et quia etiam eſt neceſſario ex permutata proportionalitate e ad c ſicut f ad d: ſequitur per 12 vt ſi fuerit e potentior c in quadrato lineę ſibi cõmunicantis in longitudine vel ſi forte incommenſurabilis/ſit ſimiliter f potẽtior d. At quoniam omnis linea cõmunicans in longitudine lineæ rationali eſt ſimiliter illi rationalis (ſimiliter dico: quia ambæ erunt rationales in longitudine/vel ambę in potẽtia tantum) ſequitur ex diffinitionibus reſiduorum vt b ſit reſiduum eiuſdem ſpeciei cum a. Si autem b communicat in potentia tantum cum a: ipſa quoq; erit reſiduum. non tamen eiuſdem ſpeciei neceſſario: ſed quẽ admodum dictum eſt. cuius demonſtratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta ſunt: colligenda eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79. Propoſitio 103.

¶Quæ ipſi apotomę longitudine eſt commenſurabilis: apotome eſt & in ordine eadem. 103

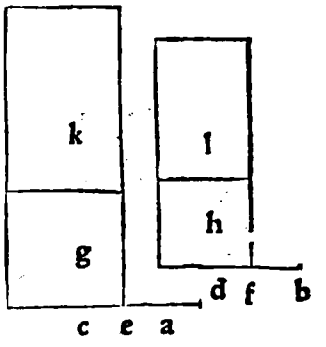


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit apotome a b: & ipſi a b longitudine commenſurabilis eſto c d. Dico q̃ & c d apotome eſt: & in ordine eadem. Quoniã enim a b apotome eſt: ſit ei congruens per 79 decimi b e. Ipſæ igitur a e, e b,

per eandem rationales ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Et in ipſius a b ad c d ratione: eadẽ fiat ratio ipſius b e ad d f. Et qm̃ ſicut per 12 quinti vnũ ad vnum/omnia ſunt ad omnia: eſt igitur & ſicut tota a e ad totam c f, ſic eſt a b ad c d. Commenſurabilis autem eſt a b ipſi c d longitudine. commenſurabilis igitur eſt per 11 decimi/& a e ipſi c f: & b e ipſi d f. Et ipſæ a e, e b, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. & ipſæ igitur c f, fd, rationales ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Apotome igitur eſt c d. Dico etiam q; in ordine eadem ipſi a b. Quoniam eſt ſicut a e ad c f, ſic eſt b e ad d f: viciſſim igitur per 16 quinti eſt ſicut a e ad e b, ſic eſt c f ad d f. Iam ipſa a e: ipſa e b aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili/aut eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. Si quidem a e, ipſa e b maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili: & c f, ipſa f d per 14 decimi maius poterit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Et ſi quidem cõmenſurabilis eſt a b ipſi expoſitę rationali lõgitudine: & per 13 decimi c f quoq;. ſi vero b e: & d f etiam. ſi autem neutra ipſarum a e, e b: & neutra ipſarũ c f, f d. Si vero a e, ipſa e b maius poterit eo quod fit ex ſibi incommẽſurabili: & c f, ipſa f d maius poterit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. Et ſi a e ipſi expoſitæ rationali commenſurabilis eſt longitudine: & c f per 13 decimi. ſi autẽ b e: & d f etiã. ſi vero neutra ipſarũ a e, e b: neutra etiam ipſarũ c f, d f. Igitur c d apotome eſt: & ipſi a b in ordine eadem. Quæ ipſi igitur apotomæ: & reliqua quæ ſequuntur. quod erat oſtendendum.

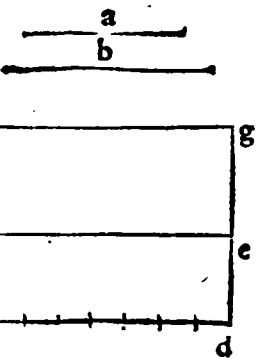
Eucli: ex Camp. Propoſitio 99.

99 OMnis linea vtrilibet reſiduo mediali communicans: eſt ſub ipſius termino & ordine reſiduum mediale.



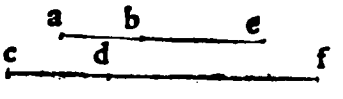
¶CAMPANVS. ¶Verum eſt quod dicitur: ſiue cõmunicet linea cum vtrolibet reſiduo mediali in longitudine/ ſiue in potentia. Sit enim a vtrunlibet reſiduum mediale: cui b cõmunicet in longitudine vel potẽtia. Dico q; b eſt etiam reſiduum mediale: quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a: & ſit c per cuius abſciſionẽ a fuit reſiduũ mediale. Et ad b adiũgatur alia quę ſit d: ſitq; b ad d, ſicut a ad c. totaq; compoſita ex a & c, ſit e: & ex b, d, ſit f. Deſcribantur igitur quadrata c & d: quæ ſint g & h. & ſuperficies e in c: ſit k. & f in d: ſit l. Et quia eſt vt prius e ad f & c ad d ſicut a ad b, ſunt autẽ e & c mediales potentia tantum communicantes ex 69 & 70: ſequitur ex 21 vt f & d eis cõmunicantes ſint etiam mediales potentia tantum communicantes. Conſtat autem ex prima ſexti: q; ſit k ad g ſicut e ad c, & l ad h ſicut f ad d. Et quia eſt e ad c ſicut f ad d: ſequitur vt ſit k ad g, ſicut l ad h. Et permutatim k ad l: ſicut g ad h. Cum ergo g cõmunicet cum h: ſequitur vt k cõmunicet cum l. Si igitur k eſt rationale (quod eſt in reſiduo mediali primo) erit etiã per diffinitionem l rationalis. quare per 69 b etiam eſt reſiduum mediale primum. Si autem k ſit medialis (quod eſt in reſiduo mediali ſecundo) erit per 21 etiã l medialis. ideoq; b per 70 reſiduũ mediale ſecundum. Quare conſtat propoſitum.

¶IDEM aliter. ¶Si linea b cõmunicat cum linea a (quæ eſt vtrunlibet reſiduũ mediale) in lõgitudine vel in potẽtia: ſit ſuperficies c e adiuncta ad lineam rationalẽ c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b. eruntq; ob hoc c e & f g communicantes: quemadmodum & quadrata linearum a & b eis æqualia. ideoq; per primam ſexti & 10 huius: d e & e g ſunt communicantes in longitudine. Et quia ſi a eſt reſiduum mediale primum linea d e eſt reſiduum ſecundum per 93/& ſi a eſt reſiduum mediale ſecundum linea d e eſt reſiduum tertium per 94./at cum d e eſt reſiduum ſecundum linea e g eſt etiam reſiduũ ſecundum/& cum illa eſt tertiũ ſimiliter & hęc eſt tertium per 98: ſequitur itaq; ex 87 & 88/vt b ſit reſiduum mediale primum aut ſecundum / prout fuerit a. Et ſic patet quod intendimus.

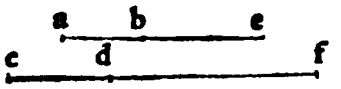


Eucli. ex Zamb. Theorema 80. Propoſitio 104.

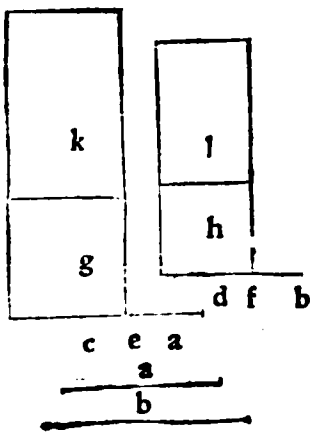
104 ¶Mediæ apotomę commenſurabilis: mediæ apotome eſt/& in ordine eadem.

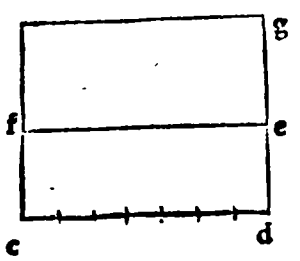


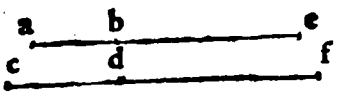
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit mediæ apotome a b: & ipſi a b commenſurabilis eſto c d. Dico q; & c d mediæ apotome eſt: & in ordine eadem ipſi a b.



Quoniam enim mediæ apotome eſt a b: eſto ei congruens per 80 decimi ipſa b e. ipſæ igitur a e, e b, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. fiatq; per 12 ſexti ſicut a b ad c d, ſic b e ad d f. commenſurabilis igitur eſt per 6 decimi & a e ipſi c f: & b e ipſi d f. Ipſæ autem a e, e b, medię ſunt potentia tantũ commenſurabiles. Ipſæ igitur c f, f d, mediæ ſunt in potẽtia tantũ commenſurabiles. mediæ igitur apotome eſt per 74 & 75 decimi c d. Oſtendendum eſt q; & in ordine eadem eſt ipſi a b. Quoniam enim eſt ſicut a e ad e b ſic c f ad f d, ſed ſicut quidem a e ad e b ſic quod ex a e ad id quod ſub a e, e b, ſicut autem c f ad f d ſic quod ex c f ad id quod ſub c f, f d: eſt igitur per 11 quinti & ſicut quod ex a e ad id quod ſub a e, e b, ſic quod ex c f ad id quod ſub c f, f d. Et viciſſim per 16 quinti, ſicut quod ex c d ad id quod ex f c: ſic quod ſub a e, e b, ad id quod ſub c f, f d. Commenſurabile autem eſt quod ex a e: ei quod ex c f. cõmenſurabile igitur eſt & quod ſub a e, e b: ei quod ſub c f, f d. Si quidẽ igitur quod ſub a e, e b, rationale eſt: rationale eſt & quod ſub c f, f d. Si autẽ medium eſt quod ſub a e, e b: medium eſt & quod ſub c f, f d. mediæ igitur apotome eſt c d: & ipſi a b in ordine eadem. Quod erat oſtendendum: ſicut theorema proponit.







Eucli. ex Camp. Propoſitio 100.

SI linea aliqua lineę minori cõmunicet: ipſa quoq; erit linea minor. 100

¶ CAMPANVS. ¶ Facile eſt hanc probare duplici modo ſicut præmiſſam: ſiue cõmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine, ſiue in potẽtia. Hoc autem appoſito, quantum ad primum modum q; cum ſit f ad d ſicut e ad c: erit ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum f ad quadratum d ſicut quadratum e ad quadratum c. & coniunctim quadrata duarum linearum f & d ad quadratũ d: ſicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c. & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & c: ſicut quadratum d ad quadratum c. Cõmunicat autem quadratum d: cum quadrato c. ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta: cõmunicant cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ſũt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearũ f & d pariter accepta rationale. Cumq; ſit ſuperficies k medialis: erit etiam l ſibi cõmunicans medialis. igitur ex 71 b eſt linea minor. ¶ Quãtum autem ad ſecundũ modũ: erit per 95 linea d e reſiduum quartum. ideoq; per 98 & linea e g erit etiam reſiduum quartum. ideoq; etiã per 89 linea b eſt linea minor.

Eucli. ex Zamb. Theorema 81. Propoſitio 105.

¶ Minori commenſurabilis: minor eſt. 105

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit minor a b: & ipſi a b commẽſurabilis eſto c d. Dico q; c d minor eſt. Fiãt inquã ſupradicta. Et quoniam ipſæ a e, e b, potentia ſunt incommenſurabiles: & ipſæ c f, f d, potentia ſunt incommenſurabiles. Quoniam igitur eſt ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d: eſt igitur per 22 ſexti & ſicut quod ex a e ad id quod ex e b, ſic eſt quod ex c f ad id quod ex f d. Componendo igitur per 18 quinti eſt ſicut quod ex a e, e b, ad id quod ex e b: ſic eſt quod ex c f, f d, ad id quod ex f d. & viciſſim per 16 quinti. Commenſurabile autem eſt per 6 decimi quod ex b e: ei quod ex d f. commenſurabile igitur eſt & conflatum ex ipſarũ a e, e b, quadratis: conflato ex ipſarũ c f, f d, quadratis. Rationale autẽ eſt per 22 decimi conflatũ ex ipſarũa e, e b, quadratis. rationale igit eſt p correlariũ 23 decimi & 11 quiti & cõflatũ ex ipſarũ c f, f d, quadratis. Rurſus quoniam eſt ſicut quod ex a e ad id quod ſub a e, e b, ſic quod ex c f ad id quod ſub c f, f d, & viciſſim, cõmẽſurabile autem eſt per 6 decimi quod ex a e quadratum ei quod ex c f quadrato: cõmenſurabile igitur eſt quod ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Medium autem quod ſub a e, e b: medium itidem quod ſub c f, f d. Ipſæ igitur c f, f d, per 82 decimi ſunt incommenſurabiles: efficientes quidem conflatum ex ipſarum quadratis rationale, quod vero ſub ipſis medium. Ipſa igitur c d: minor eſt. Minori commenſurabilis igitur: & quæ ſequuntur. Quod erat oſtendendum.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 101.

101 OMnis línea cõmunicans lineę cum rationalí componenti mediale: eſt cum rationalí componens mediale.

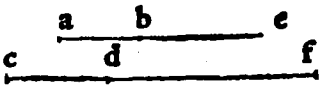
¶CAMPANVS. ¶Hanc quoq; duplici prædicto modo non eſt difficile probare: ſiue de cõmunicantia in longitudine ſiue cõmunicãtia in potẽtia tantum intelligatur. Sed quantũ ad primum modũ/erũt duo quadrata duatum linearũ f & d pariter accepta mediale per 21: quemadmodum ſunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72/quibus ipſa cõmunicant. & ſuperficies l erit rationalis: per diffinitionem. quemadmodũ eſt ſuperficies k ex 72 cui ipſa cõmunicat. Igitur ex 72 b eſt cum rationalí cõponens mediale. ¶Quantũ ad ſecundum modum: erit d e reſiduum quintum ex 69: ideoq; & e g ex 98. quare b eſt cum rationalí componens mediale per 90.

Figura ꝓpõnis 100.

Euclí.ex Zamb. Theorema 82. Propoſitio 106.

106 ¶Cum rationalí medium totum efficienti commenſurabilis: & eadem cum rationalí medium totum efficiens eſt.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto cum rationalí mediũ totum efficiens a b: & ipſi a b cõmenſurabilis eſto c d. Dico q; c d eſt cũ rationalí mediũ totũ efficiẽs. Sit inquam per 79 decimi ipſi a b congruens b e. Ipſæ igitur a e, e b, per 80 decimi potentia ſunt incõmenſurabiles/efficiẽtes quidẽ ex ipſarũ quadratis mediũ quod autẽ ſub ipſis rationale. & eadẽ cõſtruãtur. Similiter iã oſtẽdemus ex p̃cedẽtibus: q; ipſę c f, f d, in eadẽ ſũt ratione ipſis a e, e b. & cõflatũ quidẽ ex ipſarũ a e, e b, quadratis cõmẽſurabile eſt cõflato ex ijs q̃ ex c f, f d, quadratis: qđ autẽ ſub a e, e b, ei qđ ſub c f, f d. Quare & ipſę c f, f d, potẽtia ſũt icõmẽſurabiles: efficiẽtes cõflatũ qdẽ ex ipſarũ c f, f d, quadratis mediũ/quod autẽ ſub ipſis rationale. Ipſa igitur c eſt cum rationalí totum efficiens mediũ. Cum rationalí ergo medium totũ efficiẽti: & quæ ſequũtur reliqua. Quod oſtẽdere oportebat.



Euclí.ex Camp. Propoſitio 102.

102 OMnis linea commenſurabilis líneæ medialí conſtituenti mediale: eſt cum medialí conſtituens mediale.

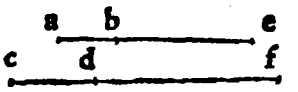
¶CAMP. ¶Hic quoq; pone lineã aliquã cõmunicare cum ea quæ cum mediali cõponit mediale/ indifferẽter in longitudine vel potẽtia tantũ prout volueris: & duplici modo præmiſſo ſine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum/ſuperficies l medialis quemadmodum & k: & duo quoq; quadrata duarum linearum f & d pariter accepta mediale ſicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoq; duarũ linearum e & c ad k ſicut duo duarum f & d ad l: cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73/neq; duo ſecunda cõmunicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b eſt cũ mediali componens mediale. ¶Quantũ autẽ ad ſecundũ modũ/erit d e reſiduũ ſextũ ex 97: ideoq; & e g ex 98. Quare b eſt cum mediali componens mediale ex 91.

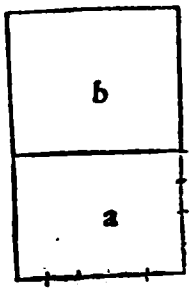
Figura eadem

Euclí.ex Zamb. Theorema 83. Propoſitio 107.

107 ¶Cum medio medium totum efficienti commenſurabilis: & eadem cum medio medium totum efficiens eſt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto cũ medio mediũ totũ efficiẽs a b: & ipſi a b cõmẽſurabilis eſto c d. Dico q; c d cũ medio mediũ totũ efficiẽs eſt. Sit per 78 decimi ipſi a b congruẽs b e. & eadẽ cõſtruãtur. Ipſæ igitur a e, e b, per eãdem potẽtia ſunt incõmenſurabiles: efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ/ & quod ſub ipſis mediũ/& inſuper incõmenſurabile conflatũ quidẽ ex ipſarũ quadratis ei quod ſub ipſis. Sũtq; ſicut oſtenſum eſt/ipſę a e, e b, cõmẽſurabiles ipſis c f, f d: & cõflatũ ex ipſarũ a e, e b, quadratis cõflato ex ijs quę ex c f, f d, quod autẽ ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Et ipſæ igit̃ c f, f d, potẽtia ſũt incõmẽſurabiles: efficiẽtes cõflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ/& quod ſub ipſis mediũ/& inſuper incõmẽſurabile cõflatũ ex ipſarũ quadratis ei quod ſub ipſis. Igitur c d: cum medio mediũ totum efficiens eſt. Cum medio medium totum igitur: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum erat.

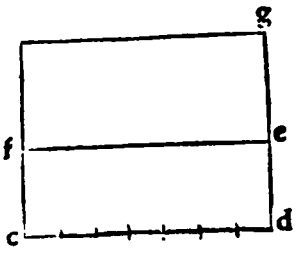




Eucli. ex Camp. Propoſitio 103.

SI de ſuperficie rationali ſuperficies medialis abſcindatur: 103
linea in reliquam ſuperficiem potens/erit alterutra duarū irrationalium aut reſiduum aut linea minor.

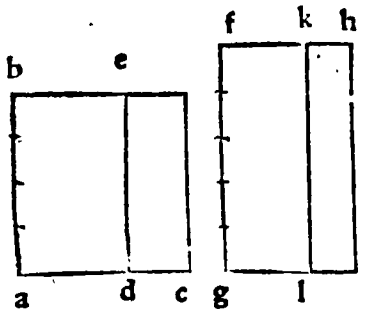
¶CAMPANVS. ¶Sit enim tota ſuperficies conſtans ex a & b,rationalis:a qua detrahatur b quæ ſit medialis. Dico q; linea potens in a reliquum:aut eſt reſiduum aut linea minor. Eſto namq; linea c d rationalis:ſuperficieſq; c e ſibi adiuncta ſit tanq̄ a,& f g tanq̄ b,& tota c g ſicut tota a b.eritq; c g rationalis:ideoq; per 16 linea d g rationalis in lōgitudine.& f g erit medialis : ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum.eſt igitur ex diffinitione linea d e:reſiduum primum aut quartū.ergo per 86 & 89 linea potens in ſuperficiem c e, & ideo in ſuperficiem a ſibi æqualem:eſt reſiduum aut linea minor. Quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 84. Propoſitio 108.

¶A rationali/media ablata:reliquam areolam potens/ vna duarum irrationalium gignitur/vel apotome vel minor. 108

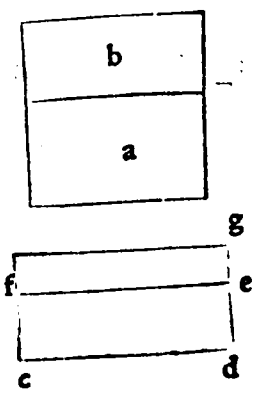
¶THEON ex Zāb. ¶A rationali inquā b c auferatur media b d.Dico q; quæ reliquam areolam e c poteſt: vna duarum irrationalium gignitur/vel apotome vel minor.Exponatur enim rationalis f g:& ipſi per 44 primi æquum ad ipſam f g,comparetur rectangulum parallelogrammum g h.Ipſi autem d b ęquū auferatur g k.reliquum igitur e c:per tertiā cōmunem ſententiam æquum eſt ipſi l h.Quoniam igitur b c rationale eſt/medium autem b d,æquum vero b c ipſi g h,& b d ipſi g k:rationale igitur eſt g h,medium autem g k.Et ad ipſam f g comparatur rationalem.rationalis igitur eſt per 20 decimi f h:& ipſi f g cōmenſurabilis longitudine.rationalis autem per 22 decimi f k;& incommenſurabilis longitudine ipſi f g.Incommenſurabilis igitur eſt per lemma 12 decimi f h ipſi f k longitudine.Et vtræq; rationales.ipſæ igitur f h,f k,rationales ſūt potentia tantum commenſurabiles.Apotome igitur eſt f k:congruens autem ei eſt k h.At f h:ipſa k f,aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili/aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Poſſit prius eo quod ex ſibi commenſurabili & tota h f.cōmēſurabilis autē eſt ipſi ipſi f g expoſitę rōnali lōgitudine.apotome igit prima eſt k h p tertias diffinitiones & 85 decimi.Areolā aūt ſub rationali & apotomę prima cōprehēſam potēs:apotome eſt per 91 decimi.Quæ igit l h, hoc eſt e c poteſt:apotome eſt .Si autem h f,ipſa f k maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili/& tota f h commenſurabilis eſt longitudine expoſitæ rationali f g:apotome quarta eſt k h. Areolam autem ſub rationali & apotomæ quarta compræhenſam potens:minor eſt per 94 decimi.A rationali media ablata igitur:reliquam/ & quæ ſequuntur reliqua.Quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 104.

SI de ſuperficie mediali ſuperficies rationalis detrahatur: 104
linea in reliquam ſuperficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum/aut reſiduum mediale primum/aut cum rationali componens mediale.

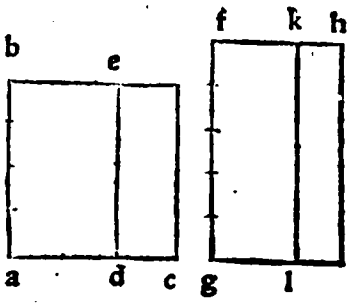
¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; ſicut præmiſſa probatur.Erit enim tota a b medialis:b autem rationalis.& tūc dico q; quod in a reliquū poteſt:aut eſt reſiduū mediale primum/aut cū rationali cōponēs mediale.Cum enim c g ęqualis ſit a b:erit per 20 linea d g rationalis in potentia tātum.& cum ſit f g æqualis b: erit per 16 linea e g rationalis in longitudine.ergo a diffinitione erit linea d e: reſiduum ſecūdum aut quintum.quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e,& ideo ſuperficiei a: eſt reſiduum mediale primum/aut cum rationali componens mediale. Quod eſt propoſitum noſtrum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 85. Propoſitio 109.

¶A medio/rationali ſublato:aliæ duæ irrationales fiunt/ vel mediæ apotome prima/ vel cum rationali medium totum efficiēs. 109

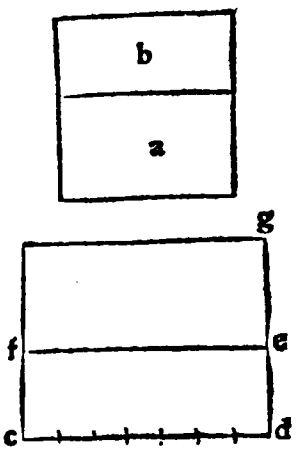
THEON ex Zamberto. A medio inquam b c:rationale auferatur b d. Dico q̃ quæ reliquum poteſt e c:vna duarum irrationalium gignitur/aut mediæ apotome prima/aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis f g:& comparentur ſimiliter areolæ. Conſequenter eſt autem rationalis quidem f h:& ipſi f g longitudine incommenſurabilis. Rationalis autem eſt per 22 decimi k f:& ipſi longitudine commenſurabilis. Ipſę igitur f h,f k:per 20 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ipſa k h. Congruens autem eſt f k. At h f:ipſa f k vel maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili/vel eo quod ex incommenſurabili. Si quidem h f,ipſa f k maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili/& congruens eſt per 80 decimi f k commenſurabilis ipſi f g expoſitę rationali longitudine: ipſa k h apotome eſt ſecũda per tertias diffinitiones. Rationalis autem eſt f g. Quæ autẽ poteſt quod ſub rationali & apotomæ ſecunda fit: mediæ apotome eſt prima per 92 decimi. Quare l h,hoc eſt e c potẽs:mediæ apotome eſt prima. Si autem h f,ipſa f k maius poteſt eo quod fit ex ſibi incommenſurabili/& f k congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi f g expoſitę rationali:apotome quinta eſt k h. Quare ipſam e c potens:per 95 cum rationali medium totũ efficiens eſt. A medio igitur/rationali ſublato:& quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 105.

105 SI ſuperficies medialis de ſupficie mediali detrahatur/ fueritq; reliqua toti incommenſurabilis: quæ in ipſam reliquam poteſt/alterutra erit duarum irrationalium/ videlicet aut reſiduum mediale ſecundum/aut cum mediali componens mediale.

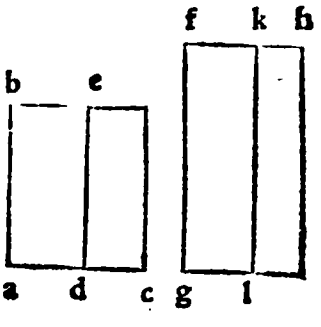
CAMPANVS. Si a duatum præmiſſarum demonſtratione non deuias: concludes ſine difficultate propoſitum. Sint enim tota a b & b mediales. & ſit a reliqua incommenſurabilis toti (aliter enim: eſſet a medialis ex 21/& eius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico q̃ linea potens in a: eſt reſiduum mediale ſecundum/aut cum mediali componens mediale. Nam cum ſit c g æqualis a b: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. per eandem quoq; cum ſit f g æqualis b: erit etiam e g rationalis in potentia tantum. & cum ſit a incommenſurabilis toti a b: erit f g incommenſurabilis c g. ideoq; per primam ſexti & 10 huius erit etiam e g incommenſurabilis d g. igitur a diffinitione linea d e: erit reſiduum tertium/aut ſextum. quare per 88 & 91 latus tetragonicum ſuperficiei c e,& ideo ſuperficiei a: eſt reſiduum mediale ſecundum/aut cum mediali componens mediale.

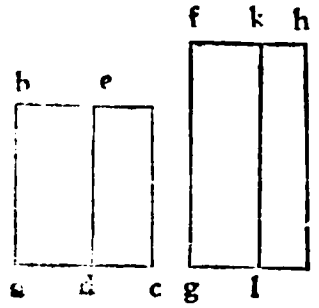


Eucli. ex Zamb. Theorema 86. Propoſitio 110.

110 A medio/medio ablato incommenſurabili toti: reliquæ duæ irrationales fiunt/vel mediæ apotome ſecunda/vel cum medio medium efficiens.

THEON ex Zamberto. Auferatur enim ſicut in præcedẽtibus deſcriptionibus/ a medio b c: medium b d incommenſurabile toti. Dico q̃ quæ e c poteſt: vna eſt duarum irrationalium/aut mediæ apotome ſecunda/vel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium eſt per 22 decimi vtrũq; ipſorum b c,b d,& b c ipſi b d eſt incommenſurabile: erit per conſequens rationalis vtraq; ipſarum f h,f k,& ipſi f g longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt b c ipſi b d,hoc eſt g h ipſi g k: incommenſurabilis eſt per primam ſexti & 11 decimi/& f h ipſi f k. & ipſæ igitur f h,f k, per 73 rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt k h: congruens autem eſt f k. At f h: ipſa f k maius poteſt aut eo quod fit ex ſibi commenſurabili/aut eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. Si quidem igitur

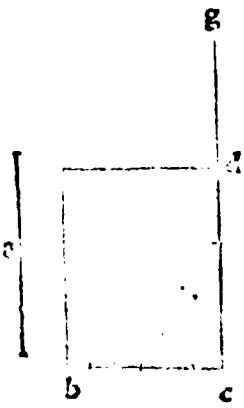




h f, ipſa f k maius poteſt eo quod ex ſibi ſit commenſurabili / & neutra ipſarū h f, f k, commenſurabilis eſt ipſi f g expoſitæ rationali longitudine: apotome tertia eſt ipſa k h. Rationalis autem k l. Quod autem ſub rationali & apotomę tertia compræhenſum rectangulum: irrationale eſt. & quæ illud poteſt irrationalis eſt: appellaturque mediæ apotome ſecūda per 93 decimi. quare l h, hoc eſt e c, potēs: mediæ eſt apotome ſecunda. Si autem h f ipſa f k maius poteſt eo quod ex ſibi incōmenſurabili longitudine / et neutra ipſarum h f, f k, ipſi f g longitudine eſt commenſurabilis: apotome ſexta eſt k h. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotomæ ſexta: eſt cum medio medium totum efficiens. quare quæ ipſum l h, hoc eſt e c poteſt: cum medio medium totum efficiens eſt per 96 decimi. A medio igitur / medio ablato: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

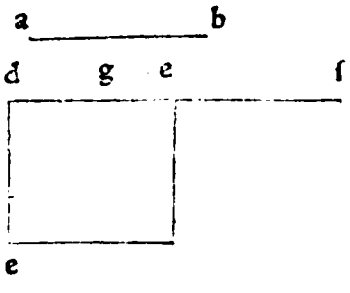
Eucli. ex Camp. Propoſitio 106.

LInearum irrationalium quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ / vllā: alij termino & ordine ſubeſſe impoſſibile eſt. reſiduo quoq; / binomij terminum vel ordinem conuenire: non eſt poſſibile. 106



¶ CAMPANVS. ¶ Vult autem per hāc 106: q; reſiduum / & aliæ quinq; lineæ irrationales eam ſequentes differunt ſpecie & diffinitione adinuicē / & nulla linea vna poteſt eſſe ſub duabus neq; ſub pluribus ſpeciebus harum ſex linearū irrationalium quę ſunt reſiduum & eius quinq; comites. & q; omnes ſpecies reſiduj differunt ab omnibus ſpeciebus binomij / nec eſt poſſibile lineam vnam ſimul eſſe reſiduum & binomiū cuiuſcunq; ſpeciei reſidui vel binomij. Pars prima ſic conſtat: quoniam ſuperficies ęquales quadratis reſidui & ſuarum quinq; comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem habent ſecunda latera neceſſario diuerſa abinuicem ex 92 & quinq; eam ſequentibus. ſunt autem ſecunda latera: reſiduū primum & ſecundum & deinceps vſq; ad ſextum. Secunda pars cōſtat hoc modo. Si eadē linea pōt eſſe ſimul reſiduū & binomiū: ſit a cuius quadrato ſupficies ęqualis adiungatur ad rationalem lineam b c, ſitq; b d. eritq; ex 54 linea c d binomium primum: & ex 92 reſiduum primum. inquantum ergo binomium primū: diuidatur in ſuas binomiales portiones ad pūctum e, ſitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem. inquantum autem eſt reſiduum primum: ei adiungatur d g, per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum. eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in lōgitudine. Cum itaq; ſit vtraq; duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine: erit etiam per 9 linea e g rationalis in lōgitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potentia tantum cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomij primi: erit per 68 linea d g reſiduum. & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum / cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum: ſequitur impoſſibile per 68. Quod vt clarius pateat: eſto ſuperficies b d adiūcta ad lineam rationalem b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaq; linea d g ſit rationalis in potentia: erit per 16 linea c d rationalis in lōgitudine. At cum etiam linea d g ſit reſiduum: erit ex 92 linea c d reſiduum primum. quod eſſe non poteſt: cum linea quæ dicitur reſiduum / ſit irrationalis per 68.

Eucli. ex Zamb. Theorema 87. Propoſitio 111.



¶ Apotome: non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus. 111

¶ THEON ex Zāb. ¶ Eſto apotome a b. Dico q; a b non eſt eadem ei quę ex binis nominibus. Si enim poſſibile: eſto. exponatur rationalis d c. Et ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d comparetur rectangulum c e: latitudinem efficiens d e. Quoniam igitur apotome eſt a b: apotome igitur eſt per 93 decimi prima ipſa d e. Eſto ei per 79 decimi congruēs: e f. ipſæ igitur d f, e f, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles: & d f ipſa f e maius poteſt eo quod ſit ex ſibi commenſurabili. & d f commenſurabilis eſt ipſi d c expoſitæ rationali longitudine. Rurſus quoniam ex binis nominibus eſt a b: ex binis igitur nominibus eſt prima per 60 decimi ipſa d e. Diuidatur per 42 decimi in nomina in g: ſitq; maius nomen d g. ipſæ igitur d g & g e: rationales ſunt po-

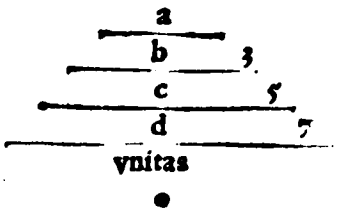
tentia tantum commenſurabiles. & d g: ipſa g e maius poteſt eo quod ſit ex ſibi commenſurabili. & d g: commenſurabilis eſt longitudine ipſi d c expoſitæ rationali. & d f igitur ipſi d g longitudine eſt commenſurabilis. & reliquæ igitur g f: per 12 decimi cõmenſurabilis eſt longitudine ipſa d f. Quoniã igitur d f ipſi g f eſt commenſurabilis/rationalis autem eſt d f: rationalis igitur eſt & g f. Quoniam igitur commenſurabilis eſt d f ipſi g f, incommenſurabilis autem eſt d f ipſi f e: incommenſurabilis igitur eſt longitudine f g ipſi e f. & ſunt rationales. Ipſæ igitur g f, f e, rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles. Apotome igitur eſt per 73 decimi e g. ſed & rationalis. quod eſt impoſſibile. Igitur apotome non eſt eadem ei quę ex binis nominibus. Quod erat oſtẽdendum.

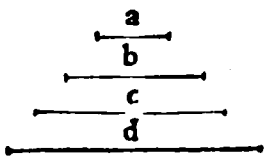
Eucli. ex Camp. Propoſitio 107.

107 LInea quæ reſiduum dicitur/ vllave irrationalium quæ poſt eam ſunt: nequit eſſe ſub termino binomij/aut ſub termino & ordine vllius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium ſubſequuntur. Cum autem poſſibile ſit linearum irrationalium ſeriem in infinitum produci: non eſt poſſibile vllam earum cum ea quæ pręceſſerit in termino & ordine conuenire.

¶CAMP. ¶ Vult per hãc vltimã libri decimi: q; tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demõſtratũ eſt (& ipſæ ſunt linea medialis/binomiũ & eius quinq; comites reſiduum & eius quinq; comites) ſint abinuicem ſingulæ a ſingulis ſpecie differentes. & q; nulla linea vna poteſt eſſe ſimul ſub duabus aut pluribus ſpeciebus earũ. & q; ſpecies linearũ irrationaliũ poſſunt in infinitum produci: quarum nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Qz autem hæ tredecim lineæ/ videlicet medialis/binomium & eius quinq; cõites/reſiduum & eius quinq; comites/ſint irrationales: demonſtratum eſſe ſuperius memento. de mediali quidẽ: ex 19. de binomio autẽ & eius quinq; comitibus: ex 30 & quinq; eam ſequentibus. at vero de reſiduo ſuiſq; quinq; comitibus: ex 68 & quinq; eam ſequentibus. Nullam autem harum tredecim linearum irrationalium poſſe conuenire in ſpecie cum aliqua aliarum: ſic collige. Eſto enim vt ad vnam eandemq; lineam rationalem in longitudine adiungantur ſuperficies æquales quadratis prædictarum tredecim linearum irrationalium: ſecundum q; ordine ſe inuicem ſequuntur. eritq; ex 20 ſecundum latus primæ iſtarum tredecim ſuperficierum & quinq; eam ſequentium: rationale in potentia tantum. Secũda autem latera ſecundæ iſtarum tredecim ſuperficierũ & quinq; eam ſequentium eſſe omnes ſpecies binomiorum per ordinem/ videlicet binomium primum/ſecundum & deinceps vſq; ad ſextum: ex 54 & quinq; eam ſequentibus demonſtratum eſſe memineris. Secũda vero latera octauę ſuperficiei & quinq; eam ſequẽtium: ſunt ſpecies reſiduorum in ordine/ videlicet reſiduum primum & reſiduum ſecundum & deinceps vſq; ad ſextum. quod ex 92 & quinq; eam ſequentibus didiciſti. Cum igitur ipſa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum aut cum aliqua reſiduorum/quoniam omne binomium per 30 & omne reſiduum per 68 eſt linea irrationalis & in longitudine & in potentia/& cum nulla ſpecies reſiduorũ conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum ex ſecunda parte penultimæ huius decimi: ſequitur vt omnia ſecunda latera harum tredecim ſuperficierum ſint abinuicem diuerſa. ideoq; per primam ſexti & ipſæ tredecim ſuperficies ſunt diuerſæ: cum earum omnium altitudo ſit vna. quare etiam hæ tredecim lineę irrationales propoſitæ: ſunt ſingulæ a ſingulis diuerſæ.

¶Poſſunt autẽ harũ tredecim linearũ irrationaliũ ſpecies: in infinitum produci. infinitę enim ſunt ſpecies linearũ medialium/ infinitæ quoq; binomiorũ: & ſic de ſingulis. Quod hoc modo cõſtat. Eſto linea a: medialis. ſumaturq; vnitas & quotlibet numeri primi vt 3, 5, & 7: & ſint totidẽ lineæ b, c, d, quot ſunt ſumpti numeri primi. ſintq; quadrata iſtarũ linearũ b, c, d, ad quadratũ a: ſicut hi numeri primi ad vnitatem. eruntq; lineæ b, c, d, mediales ex 21: quoniã ipſę cõ

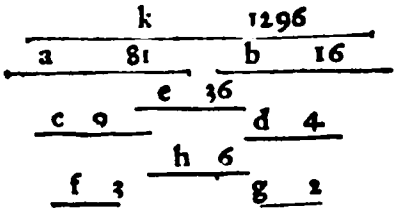




municant in potentia cũ linea a mediali. Omnes autẽ erũt diuerſæ in longitudine ab a, & a ſe inuicẽ per vltimã partẽ 7: quoniã nullius iſtorũ numerorũ ad vnitatẽ nec alicuius eorũ ad alterũ per 16 & 8 & correlariũ ſecũdę octaui & prę ſentis hypotheſis eſt proportio ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. erit ergo a, & ões ſibi cõicantes in lõgitudine: ſub prima ſpecie linearũ medialiũ. b vero & ões ſibi cõicantes in lõgitudine: ſub ſecunda. c autẽ & oẽs eidẽ cõicãtes vel cõmenſurabiles: ſub tertia. d quoq; & ões ſibi cõicantes in lõgitudine: ſub quarta. Et quia numeri primi ſũt infiniti vt ex 21 noni didiciſti: neceſſe eſt ſpecies linearũ medialiũ eſſe infinitas. Qđ aũt eſt dictũ de linea mediali: intelige de binomio ſuiſq; qnq; comitibus/& reſiduo ſuiſq; qnq; comitibus. nã ſicut oĩs linea cõicãs mediali eſt medialis/ſiue cõicet ei in lõgitudine ſiue in potentia vt probatũ eſt in 21: ita etiã omnis linea cõicans binomio aut alicui ſuarum quinq; comitũ/vel etiã reſiduo aut alicui ſuarũ quinq; comitũ in lõgitudine vel in potẽtia/eſt ſecũ ſub eadẽ ſpecie/vt probatũ eſt in 60 & quatuor eã ſequẽtibus/& 98 & quatuor eã ſequẽtibus. Sũt igit ſpẽs harũ tredecim linearũ irrõnaliũ i finitæ: quarũ nulla conueniet cũ p̃cedẽti in ordine vel diffinitione.

¶Conuenit quoq; aliter demonſtrare: ſpecies linearum irrationalium: eſſe infinitas. Nam omne latus tetragonicum, ſuperficiei dictæ a numero non quadrato: eſt irrationale per vltimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaq; tales numeri ſint infiniti: erunt etiam ſpecies harum linearũ irrationaliũ infinitę.

¶Tertio modo contingit ſecundam partem huius vltimæ concluſionis libri decimi ſic exponi. vt dicamus ab vnaquaq; linea rationali in potentia tantum/infinitas linearum irrationalium ſpecies produci: quarũ nullã cum aliqua earũ quæ ipſam præceſſerint/poſſibile eſt in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua ſupficies rationalis dicta a numero nõ quadrato vt 5. eritq; latus eius tetragonicum irrationale in lõgitudine: quoniam ipſum eſt incõmenſurabile lateri tetragonico ſupficiei rationalis dictæ a numero quadrato ex vltima parte 7. Dico ergo q; huius lateris latus/itẽq; ſecundi lateris latus/& rurſus huius tertij lateris latus/& ſic in infinitũ/ſũt lineæ irrõnales tã in longitudine q̃ in potentia: & q; nulla earũ cõuenit diffinitione vel ſpecie cum aliqua quę eã præceſſerit in ordine. eſtq; latus tetragonicũ præmiſſę ſuperficiei quæcũq; dicta fuerit a numero non quadrato earũ omniũ ſicut radix & principium/& quęlibet ipſarũ eſt principium omniũ ipſam ſequentiũ. & quæcũq; ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcuntur: diuerſę ſunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ a quoq̃ alio tetragonico lateris talis ſuperficiei generantur. Et hoc dico: cũ ipſarũ ſuperficierũ non fuerit proportio ſicut numerorũ quadratorum. Hæc autem vt poſſimus firma demonſtratione colligere: antecedens ad ipſa præmittere oportet. Sitq; iſtud.

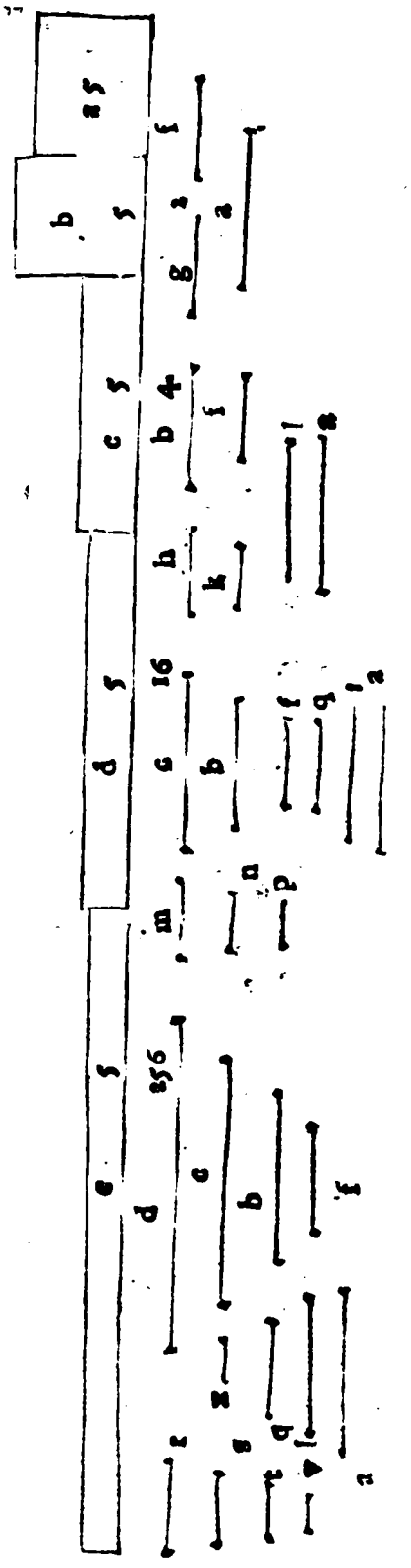


¶Quibuſlibet duobus inuicẽ ductis ſi quid licet producatur: quota latera tetragonica duorum precedentiũ inuicem duces/totum tetragonicum latus ipſius producti produces.

¶Verbi gratia. Sit vt ex a in b ſit k. at c & d ſint latera tetragonica a & b: fiat autẽ e, ex c in d. ſintq; iterũ f & g latera tetragonica c & d: & fiat h ex f in g. Dico q; h eſt latus tetragonicũ e: & q; e rurſus eſt latus tetragonicũ k. Cũ enĩ ex f in ſe & in g fiant c & h: erit c ad h ſicut f ad g. ſed & ſit h ad d, ſicut f ad g: eo q; ex g in f & in ſe fiũt h & d. ſunt igit c, h, d, cõtinue proportionales. Itaq; ex h in ſe: quãtũ ex c i d. quare h: eſt latus tetragonicũ e. Eadẽ quoq; ratione cũ ex c in ſe ſit a, & in d ſit e, & ex d i ſe ſit b: erũt etiã a, e, b, cõtinue ꝓportionales in ꝓportione c ad d. Cũ igit ex a in b ſit k: ſeq̃t etiã vt ex e in ſe ſit k. quare e eſt latꝰ tetragonicũ k. Cõſtat itaq; qđ dicit. Reſtat itaq; demõſtrare qđ ꝓpoſitũ eſt.

¶Sit igitur ſuperficies a, rationalis/dicta a numero nõ quadrato vt 5: ſitq; linea a, eius tetragonicũ latus. & ſumãtur quotlibet lineę rationales in lõgitudine q̃ ſint b, c, d, e. Sintq; dictę a numeris quorũ qſq; p̃cedẽs ſit tetragonicũ latus proximo ſequẽtis. vt ſi b ſit 2/c 4/d 16/e vero 256. ad has autẽ lineas rõnales in lõgitudine/adiũgatur ſupficies ęqualis a: erũtq; ſecũda latera ſingularũ rationalia i lõgitudine p 16. vt ſecundũ latus b: 2 & dimidiũ. ſecundũ c: vnũ & quarta. ſecundũ vero d: vna quarta & vna 16. at vero ſuperficiei e ſecũdũ latus:

erit vna 64. & vna 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b: g vero ſit tetragonicũ latus ſecundi lateris ſuperficiei b. eritq; per præmiſſam antecedẽs vt ex f in g ſit a. Rurſus ſit h tetragonicũ latus ſecundi lateris c: k quoq; ſit tetragonicũ latus h. eritq; per prædictũ antecedens vt ex b in h ſit a: & ex f in k ſit tetragonicũ latus a/ quod ſit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus ſecũdi lateris ſuperficiei d. ſed cũ n ſit tetragonicũ latus m, & p tetragonicũ n: eritq; per prędictũ añcedens vt ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicũ latus l qđ ſit q. Amplius autẽ ſit r: tetragonicũ latus lateris ſecundi ſuperficiei e. ſit quoq; ſ tetragonicum r & t ſ, ſit & v tetragonicũ t. ſequiturq; per dictũ antecedens: vt ex d in r fiat a. & ex c in f l. & ex b in t: ſit q. & etiam ex f in v: tetragonicũ latus q, quod ſit x. & ſic in infinitum. Dico ergo has lineas a, l, q, x, quarũ a eſt tanq̃ radicale principium/ eſſe irrationales: a quidẽ in longitudine tantum: cæterę vero in longitudine & in potẽtia. & dico ꝙ nulla earũ conuenit cũ alia in diffinitione vel ordine. Cum enĩ ex f in g & k, fiant a & l: erit a ad l, ſicut g ad k, Et quia vt patet ex dictis hypotheſibus g & k ſunt incõmenſurabiles in longitudine & in potentia: ſequitur etiã vt a & l ſint incõmenſurabiles in lõgitudine & in potẽtia. Eadẽ ratione a & q. eſt enĩ a ad q: ſicut g ad p. Et propter eandẽ cauſam etiã a & x: cũ ſint ſicut g & v. Et hac via quoq; neceſſe eſt: vt l & q ſint ſimpliciter incõmenſurabiles tam in longitudine q̃ in potentia. cum enĩ ex f in k & p, fiant l & q: erit l ad q, vt k ad p. At k & p nec cõmẽſurabiles ſũt i lõgitudine nec in potẽtia. Si enim ſint: erunt h & n commenſurabiles. ſed non ſunt. at vero l & x oportet eſſe vtroq; modo incõmenſurabiles. eſt enim l ad x, ſicut k ad v: eo ꝙ ex f in k & v, fiunt l & x. Sunt autẽ k & v: vtroq; modo incommenſurabiles. ſi autem accidet d & h eſſe commenſurabiles. quod eſt inconueniens. q vero & x ꝙ ſint quoq; incommenſurabiles potentia & longitudine, ex eo patet: ꝙ eſt q ad x ſicut p ad q. conſtat autẽ ꝙ p & v ſunt incommenſurales. nam ſi non: erunt n & c commenſurabiles. ideoq; m & ſ. ſed non ſunt. ¶ Manifeſtum eſt itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommẽſurabiles. & ideo diffinitione & ſpecie differẽtes: produci ex linea a rationali in potentia tãtũ. Reſtat aũt nũc oſtẽdere ꝙ q̃cũq; irrõnales lineę ab aliq̃ linea rõnali in potẽtia tm̃ hac via generantur: diuerſæ ſunt ab omnibus tã in lõgitudine q̃ in potentia quæ a qualibet alia linea rationali in potẽtia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum/ hac eadem via egrediuntur. hoc quoq; ſic conſtat. Sint a & b rationales in potentia tantũ ſiue tetragonica latera duarũ ſuperficierũ dictarum a numeris non quadratis. ſitq; vt illi numeri nõ ſint in proportione aliquorũ numerorum quadratorum. lineæ quoq; quæ procedunt hac via ab a ſint c, d, e, & a b procedãt f, g, h. Dico ꝙ nulla ex lineis c, d, e, cõmunicat in longitudine vel potentia cũ aliqua ex lineis f, g, h. cum enim ſint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h tetragonica d & g: nõ eſt poſſibile vt aliqua ex c, d, e, cõmunicet cum ſua cõpari ex f, g, h, vel longitudine vel potentia. Si enim alterutro modo cõmunicet e cũ h: ſequitur vt d cõmunicet cum g, & c cum f. quare & a cum b etiam in lõgitudine. quod eſt cõtra hypotheſin. Vniuerſaliter aũt verũ eſt dicere quãlibet harũ eſſe vtroq; modo incõmẽſurabilẽ cuilibet iſtarum. Dato namq; ꝙ d cõmunicet cum h etiam in potẽtia tantum: ſequitur vt c quoq; cõmunicet cum g & a cum f. quod non eſt poſſibile. Attendere autẽ oportet: ꝙ cum dico latus lateris/ nihil aliud intelligo q̃ latus ſuperficiei denominatæ a latere priori. vnde tetragonicũ latus llneæ a voco lineã illam quæ poteſt in ſuperficiem dictã a linea a. talis autem ſuperficies eſt q̃ cõtinet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuſlibet lineæ ſit linea a/ cuius tetragonicum latus volo inuenire/ b vero ſit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate & ipſa eſt minima omnium linearum rationalium numeratarũ ab integris: medio loco proportionalis inter eas ſit c. eſt igitur per 16 ſexti c tetragonicum latus a. idem enim fit ex a in b & ex c in ſe. At vero ex a in b fit ſuperficies dicta ab a. Quicquid enĩ a quolibet in vnum ducto producitur: ab eo quod vnum multiplicat denominatur. Et nota ꝙ cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a: indifferenter contingit lineam c eſſe maiorem linea a & minorem/ prout b etiã fuerit maior aut minor.



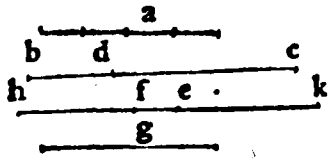
THEON ex Zamberto.

¶Apotome & quæ poſt eã irrationales: neq; mediæ neq; adinuicẽ ſunt eędẽ.
¶A media namq; ad rationalem comparata latitudo: efficit rationalẽ & ei ad quam apponitur longitudine incommenſurabilem per 22 decimi.
¶Ab apotomę vero ad rationalem latitudo comparata: primam efficit apotomen per 97 decimi.
¶A mediæ autem apotomę primaad rationalem appoſita latitudo: ſecundam efficit apotomen per 98 decimi.
¶A mediæ ſecunda apotomę ad rationalem appoſita latitudo: tertiam efficit apotomen per 99 decimi.
¶A minori ad rationalem appoſita latitudo: quartam efficit apotomen per 100 decimi.
¶Ab efficiente cum rationali medium totum ad rationalem appoſita latitudo: efficit quintam apotomen per 101 decimi.
¶Ab efficienti vero cum medio medium totum ad rationalem comparata latitudo: ſextam efficit apotomen per 102
¶Quoniam igitur prædictæ latitudines a prima & adinuicẽ differunt (a prima quidem quoniam rationalis eſt/adinuicem vero quia in ordine non ſunt eædem) patet q; & ipſæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniam oſtenſum eſt per 111 decimi q; apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus/ad rationalem autẽ appoſitæ latitudinem efficiunt: quæ ſane poſt apotomen apotomas/conſequenter vnaquæq; quę in ordine circa eandem/quæ vero poſt eas quæ ex binis nominibus eas quæ ex binis nominibus/& eaſdẽ ordine conſequenter: aliæ igitur ſunt quæ poſt apotomen/& aliæ quę poſt eam quę ex binis nominibus eſt. vt omnes irrationales ſint hęæ videlicet.

1 Media.
2 Ex binis nominibus.
3 Ex binis prima medijs.
4 Ex binis ſecunda medijs.
5 Maior.
6 Rationale mediumq; potens.
7 Bina potens media.
8 Apotome.
9 Mediæ prima apotome.
10 Mediæ ſecunda apotome.
11 Minor
12 Cum rationali mediũ totũ efficiẽs.
13 Cum medio mediũ totum efficiens.

Euclí. ex Zamb. Theorema 88. Propoſitio 112.

¶A rationali ad irrationalẽ eã q̃ ex binis nominibus appoſita latitudo: efficit apotomen cuius noia cõmenſurabilia ſunt nominibus eius quæ ex binis nominibus eſt/& in eadem ratione. & in ſuper apotome quæ gignitur: eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus eſt. 112



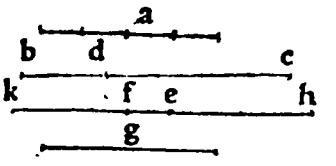
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit rationalis quidem a: ex binis vero nominibus ſit b c, cuius maius nomẽ eſto d c. & ei quod ex a: æquũ eſto id quod ſub b c, e f. Dico q; ipſa e f apotome eſt: cuius noia cõmenſurabilia ſunt ipſis c d, d b, & in eadẽ ratione/& inſuper e f eandẽ rationẽ habet ipſi b c. Sit enim rurſus ei qđ ex a: æquũ id quod ſub b d, g. Quoniam igitur quod ſub b c, e f, æquum eſt ei quod ſub b d, d g: eſt igit̃ p 14 quinti ſicut c b ad b d, ſic eſt g ad e f. maior autem eſt c b ipſa b d. maior igitur & g ipſa e f. Eſto ipſi g æqualis e h. Eſt igitur per 7 & 11 quinti ſicut c b ad b d: ſic eſt h e ad e f. manifeſtũ igitur eſt per 17 quinti: q; ſicut c d ad d b, ſic eſt h f ad f e. Fiat ſicut h f ad f e: ſic f k ad k e. et tota igitur h k: per 12 quinti ad totã k f eſt ſicut f k ad k e. Sicut enim vnũ antecedentiũ ad vnũ conſequẽtiũ: ſic omnia antecedẽtia ad oia ſequẽtia. Sicut autẽ per 12 quinti f k ad k e: ſic eſt c d ad d b. & ſicut igitur per 11 quinti h k ad k f, ſic c d ad d b. cõmenſurabile autẽ eſt per 11 decimi quod ex c d: ei quod ex b d. cõmẽſurabile igit̃ eſt & quod ex h k: ei quod ex f k. Et eſt ſicut per 22 ſexti quod ex h k ad id quod ex k f: ſic eſt h k ad k e. Et quoniã ipſę tres h k, k f, k e, ſunt proportionales: cõmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi h k ipſi k e lõgitudine. quare & h e ipſi e k lõgitudine eſt cõmenſurabilis. Et quoniã per corelariũ 20 ſexti quod ex a æquũ eſt ei quod ſub e h, b d, rationale autem eſt id

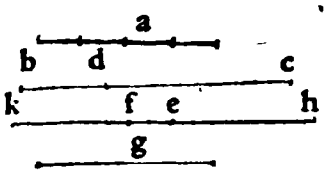
quod ex a:rationale igitur eſt & id quod ſub e h,b d. Et ad ipſam b d rationalē apponitur.rationalis igitur eſt & e h:& ipſi b d lōgitudine cōmēſurabilis.quare & ei cōmenſurabilis e k,rationalis eſt:& ipſi b d lōgitudine cōmenſurabilis. Quoniā igitur eſt ſicut c d ad d b ſic eſt f k ad k e,ipſę autē c d,d b,potētia tā-tum cōmenſurabiles:& ipſæ igitur f k,k e,per 11 decimi potētia tantū ſunt cō menſurabiles.Rationalis autē eſt k e:& ipſi b d lōgitudine cōmenſurabilis.Rō-nalis igit eſt et f k:& ipſi c d lōgitudine cōmēſurabilis.Ipſę igit f k,k e,ratio-nales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles per 11 decimi.Igit f e apotome eſt.Ve-rū c d:ipſa d b,aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili/aut quod fit ex ſibi incommēſurabili.Si quidem c d,ipſa d b maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili:& f k per 13 decimi ipſa k e maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmēſurabili.Et ſi c d,ipſi expoſitę rationali cōmēſurabilis eſt lōgitudine: & f k.ſi autē d b:& k e.ſi vero neutra ipſarū c d,d b:& neutra ipſarū f k,k e.Si autē c d,ipſa b d maius poteſt eo quod gignitur ex ſibi incōmēſurabili:& f k, ipſa k e maius poteſt eo quod fit ex ſibi incōmenſurabili.Et ſi quidē c d cōmē-ſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali lōgitudine:& f k.ſi autē b d:& k e. ſi vero neutra ipſarū c d,d b:& neutra ipſarū f k,k e.Quare ipſa f e apotome eſt: cu-ius nomina f k,k e,cōmenſurabilia ſunt eis nominibus quæ ſunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc eſt ipſis c d,b d,& in eadem ratione/& eundem habet ordinem ipſi b c.A rationali igitur & reliqua.Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 89. Propoſitio 113.

113 A rationali ad apotomen comparata latitudo:efficit eam quę ex binis nominibus cuius nomina commenſurabilia ſunt ipſius apo-tomes nominibus/& in eadem ratione.& inſuper quę gignitur ex binis nominibus:ipſi apotomæ eundem obtinet ordinem.

THEON ex Zāberto. Eſto rationalis quidē a:apotome autē ſit b d.& ei quidē quod ex a,æquū eſto quod ſub b d,k h:vt quæ ex a rationali ad ipſam b d apotomen cōparata latitudo efficiat ipſam k h.Dico q̄ k h ex binis nomi-nibus eſt/cuius noia cōmēſurabilia ſunt eis quæ ipſius b d ſunt nominibus/& in eadē ratione:& q̄ ipſa k h eundē habebit ordinē ipſi b d. Sit inquā per 80 decimi ipſi b d cōgruēs d c.Ipſæ igit b c,c d:p 80 decimi rationales ſunt potē-tia tm cōmēſurabiles.Et ei quod ex a,æquū eſto id qđ ſub b c,g:& ad ratione-lem b c cōparatū.rationalis igit eſt per diffinitionē decimi g:& ipſi b c lōgitu-dine cōmenſurabilis.Quoniā igit per 20 decimi quod ſub b c,g,æquū ei quod ſub b d,k h:proportionale igitur eſt per 26 ſexti ſicut b c ad b d,ſic eſt k h ad g. maior autē eſt b c:ipſa b d. maior igit eſt & k h:ipſa g. Exponat per 2 primi ipſi g æqualis k e.Cōmenſurabilis per 12 decimi igitur eſt k e ipſi b c longitu-dine.Et quoniā eſt ſicut c b ad b d ſic eſt h k ad k e:cōuertēdo igitur eſt per cor-relarium 18 quinti ſicut b c ad c d,ſic eſt k h ad h e. Fiat per 12 quinti ſicut k h ad h e:ſic h f ad f e.& reliqua igitur k f ad h f:eſt ſicut k h ad h e,hoc eſt ſi-cut b c ad c d.Ipſæ autē b c,c d,potētia tantū ſunt cōmenſurabiles.& ipſæ igit k f,f h:per 11 decimi potentia tantū ſunt cōmenſurabiles.Et quoniā eſt ſicut k h ad h e ſic k f ad h f,ſed ſicut k h ad h e ſic h f ad f e:& ſicut igitur per 11 quī-ti k f ad f h,ſic h f ad f e.Quare per correlariū 19 ſexti & ſicut prima ad tertiā: ſic quod ex prima ad id qđ ex ſecūda.& ſicut igitur per 11 quintik f ad f h,& h f ad f e:ſic qđ ex k f ad id qđ ſub e f,f h.cōmēſurabile autē eſt per 9 decimi qđ ex k f,ei quod ſub e f,f h.Ipſæ igitur k f & e h:potētia ſunt cōmenſurabiles. cōmenſurabilis igitur eſt k f:ipſi f e lōgitudine.quare & e h:ipſi f e lōgitudine cōmenſurabilis eſt.Rationalis autē eſt per 12 decimi k f:& ipſi b c lōgitudine cō menſurabilis. Et quoniā eſt ſicut b c ad c d ſic k f ad f h,vicīſſim quoq; p 16 quinti & ſicut b c ad k f ſic d c ad f h,cōmenſurabilis autē eſt b c ipſi k f:com-menſurabilis igitur eſt & f h ipſi c d.Ipſæ autē b c,c d:rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles.& ipſæ igitur k f,f h,rationales ſunt potētia tantū com menſurabiles.Ex binis igitur nominibus eſt k h.Si quidē igitur b c, ipſa b d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili:& k f,ipſa f h maius poteſt eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili. Et ſi b c cōmenſurabilis eſt lōgitudine ipſi expo ſitæ rationali:& f h quoq;.ſi autē neutra ipſarū b c,c d:& neutra ipſarū k f,f h.

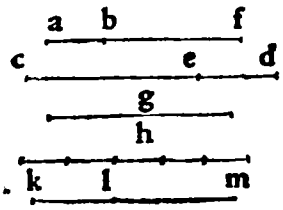




Si vero b c ipſa c d maius poteſt eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili: & k f ipſa f h maius poterit eo quod ex ſibi ſit incõmẽſurabili. Et ſi b c ipſi expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt lõgitudine: & k f, ſi autẽ c d: & f h, ſi vero neutra ipſarũ b c, c d: & neutra ipſarũ k f, f h. Ex binis nominibus igit eſt k h: cuius nomina k f, f h, cõmẽſurabilia ſunt ipſis b c, c d, noibus ipſius apotomes & in eadẽ ratione. & inſuper k h: ipſi b c eundẽ habebit ordinẽ. Quod erat oſtendendum.

Euclí. ex Zamb. Theorema 90. Propoſitio 114.

¶ Si areola compræhendatur ſub apotomæ & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina commenſurabilia ſunt ipſius apotomes nominibus/& in eadem ratione: quæ areolam poteſt rationalis eſt. 114

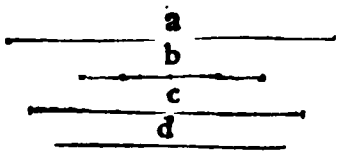


¶THEON ex Zamb. ¶Compræhendatur areola ſub apotomæ a b, & ea quę ex binis nominibus c d: ſintq; eius quæ ex binis nominibus noĩa c e, e d, per 113 decimi cõmenſurabilia ipſius apotomes noĩbus a f, f b, & in eadẽ ratione. Sitq; potens id quod ſub a b, c d: ipſa g. Dico q; ipſa g rationalis eſt. Exponat enĩ rationalis h: & ei quod ex h æquũ ad ipſam c d cõpareſ/latitudinẽ; efficiẽs k l. igitur ipſa k l: apotome eſt per 113 decimi cuius noĩa ſint k m, m l, cõmenſurabilia noĩbus eius quæ ex binis nominibus hoc eſt ipſis c e, e d, & in eadem ratione. Iam & ipſæ c e, e d: per 12 decimi cõmenſurabiles ſunt ipſis a f, f b, & in eadẽ ratione. eſt igit ſicut a f ad f b: ſic eſt k m ad m l. viciſſim igit per 16 quinti eſt ſicut a f ad k m: ſic eſt b f ad l m. & reliqua igit a b per 12 quinti ad reliquã k l eſt: ſicut a f ad k m. Cõmenſurabilis autẽ eſt a f ipſi k m. cõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi & a b ipſi k l. Eſtq; per cõſtructionẽ ſicut a b ad k l: ſic eſt quod ſub c d, a b, ad id quod ſub c d, k l. Cõmẽſurabile igitur eſt & quod ſub c d, a b: ei quod ſub c d, k l. Aequum autem eſt id quod ſub c d, k l: ei quod ex h. cõmẽſurabile igitur eſt quod ſub c d, a b: ei quod ex h. Quod autẽ ſub c d, a b: æquũ eſt ei quod ex g. cõmẽſurabile igit eſt et qđ ex g: ei quod ex h. Rationale autẽ eſt eſt id qđ ex h. rationale igitur eſt & id qđ ex g. Rationalis igit eſt per diffinitionẽ decimi g. & ipſam põt areolã quæ ſub c d, a b. Si areola igitur cõpræhendatur ſub apotomę: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendũ.

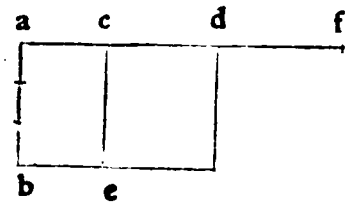
¶CORRELARIVM. ¶Fitq; nobis & id propterea manifeſtum: q; poſſibile eſt rationalem areolam ſub irrationalibus rectis lineis contineri.

Euclí. ex Zamb. Theorema 91. Propoſitio 115.

¶A media infinitæ irrationales fiunt: & nulla vlli eorum quæ prius eſt eadem. 115



¶THEON ex Zãb. Eſto media a. Dico q; ab a infinitæ irrationales fiũt: & nulla vlli earũ quæ prius eſt eadẽ. Exponatur rationalis b: & ei quod ſub b a per 14 ſecũdi æquũ eſto id quod ex c. Igitur c irrationalis eſt. Quod autẽ ſub irrationali & rationali per lẽma 38 decimi irrationale eſt: & nulli earũ quæ prius eſt eadẽ. Quæ autẽ ex nulla earũ quæ prius ad rationalẽ appoſita latitudo: mediã efficit. Rurſus iam ei quod ſub b c: æquũ eſto id quod ex d. Irrationale igitur eſt id quod ex d. irrationalis igitur d: & nulli eorũ quæ prius eadẽ eſt. Quæ autẽ a nulla earũ quæ prius ad rationalẽ appoſita latitudo: efficit c. Similiter quoq; iam & huiuſmodi ordo ſequetur: ſi in infinitũ extendas. manifeſtũ eſt igit q; a media infinitæ fiunt irrationales: & nulli earum quæ prius eędem.

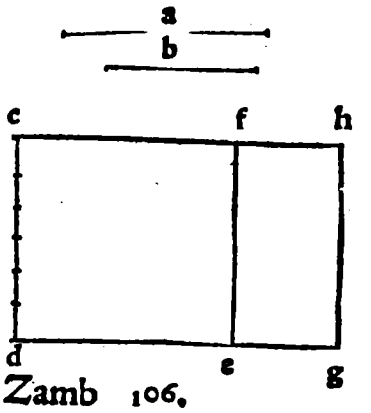


¶ALITER. ¶Eſto media a c. Dico q; ab a c, infinitę ſunt irrationales; & nulli earũ quſi prius eędẽ. Excitetur per 11 primi ipſi a c ad angulos rectos a b. ſit rationalis a b. cõpleaturq; b c. irrationale igitur eſt per 11 decimi b c: & ipſũ potens irrationalis eſt. Poſſit autẽ per lẽma 38 decimi ipſum c d. igitur c d eſt irrationalis & nulli earũ quæ prius eadẽ eſt. a nulla autẽ earũ quæ prius ad rationalẽ appoſita latitudo: mediã efficit. Rurſus cõpleatur e d. irrationale igitur eſt e d: & ipſum potens irrationalis eſt. poſſit autem ipſum d f. irrationalis igitur eſt d f: & nulli earum quæ prius eadem. A nulla autem ipſarum quæ prius ad rationalem appoſita latitudo: efficit c d. a media igitur infinitę irrationales: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 92. Propoſitio 116. Zamb. 105.

116 ¶Minori commenſurabilis: minor eſt.

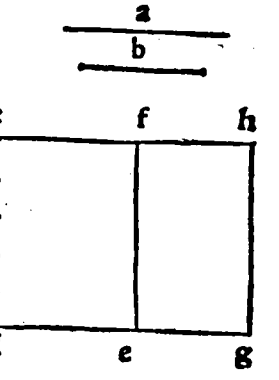
¶THEON ex Zãb. ¶Eſto minor a:et ipſi a cõmẽſurabilis eſto p 11 decimi b.Dico q̃ b minor eſt.Exponat c d rationalis:& ei qđ ex a per 44 primi æquũ ad ipſam c d comparetur c e,latitudinem efficiens c f. Apotome igitur eſt c f. Ei autẽ quod ex b,per eandẽ æquũ ad ipſam f e cõparetur f g: latitudinẽ efficiẽs f h.Quoniã igit cõmẽſurabilis eſt a ipſi b:cõmenſurabile igit eſt & quod ex a ei quod ex b.Sed ei quidẽ quod ex a,æquũ eſt c e:ei autẽ quod ex b,æquũ eſt f g.cõmenſurabile igit eſt c e:ipſi f g.Sicut autẽ c e ad f g:ſic eſt c f ad f h. Cõmẽſurabilis igit eſt c f:ipſi f h lõgitudine.Apotome autẽ quarta eſt per 100 decimi ipſa c f.Igit & f h:quarta eſt apotome.Rõnalis autẽ eſt f e.Si vero areo la cõpræhẽdatur ſub rationali & quarta apotomę:q̃ areolã poteſt minor eſt per 94 decimi.Ipſam autem f g areolam:ipſa b poteſt.ergo b minor eſt.Quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 93. Propoſitio 117. Zamb 106.

117 ¶Cum rationali medium totum efficienti commẽſurabilis:cum rationali medium totum efficiens eſt.

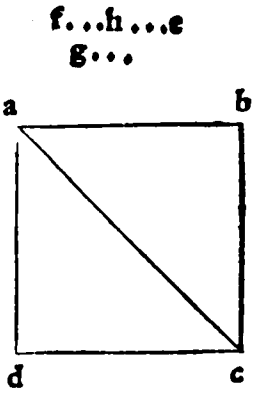
¶THEON ex Zamb. ¶Sit cũ rationali mediũ totũ efficiens a:cõmẽſurabilis autẽ ei eſto b.Dico q̃ b cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt. Exponat rationalis c d:& ei quidẽ quod ex a æquũ ad ipſam c d cõparetur c e,latitudinẽ efficiens c f.Apotome igitur eſt quinta ipſa c f per 102 decimi. Ei autẽ quod ex b per 44 primi æquũ ad ipſam f e cõparetur f g:latitudinẽ efficiẽs f h. Quoniã igitur cõmenſurabilis eſt a ipſi b:cõmenſurabile igitur eſt id quod ex a ei quod ex b.Sed ei quidẽ quod ex a,æquũ eſt c e:ei vero quod ex b,æquũ eſt f g.Igitur c e:ipſi f g eſt cõmenſurabile.Cõmenſurabilis igitur eſt c f:ipſi f h longitudine.Quinta autem apotome eſt c f.Apotome igitur quinta eſt:& f h.Rationalis autẽ f e.Si vero areola cõpræhendatur ſub rationali & apotomę quinta:q̃ areolam poteſt/cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt per 95 decimi.Poteſt autẽ ipſum f g:ipſa b.Igitur b:cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt.Quod erat oſtẽdendũ.



Eucli.ex Zamb. Theorema 94. Propoſitio 118.

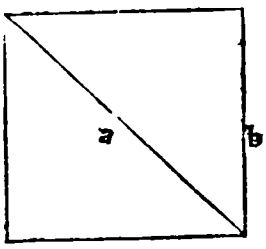
118 ¶Propoſitum nobis ſit oſtendere:q̃ in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

¶THEON ex Zamb. ¶Eſto quadratũ a b c d:dimetiens vero illius ſit a c. Dico:q̃ a c ipſi a b lõgitudine eſt incõmenſurabilis.Si enim poſſibile:ſit commẽſurabilis.Dico q̃ eueniet:q̃ par numerus & impar erũt idẽ.Manifeſtũ quidẽ igit per 47 primi:q̃ id quod ex a c duplũ eſt eius quod ex a b.Et quoniam c a ipſi a b cõmenſurabilis eſt:igitur c a ad a b rationẽ habet quã numerus ad numerũ per 5 decimi.habeat autẽ:quã e f ad g.Sintq; e f,g, minimi eandẽ rationẽ habentiũ eis.Igitur e f nõ eſt vnitas.Si enim e f eſt vnitas/& rationẽ habet ad g quã a c ad a b,& maior eſt a c ipſa a b:maior igitur eſt e f vnitas ipſo g numero.quod eſt impoſſibile.Igit e f nõ eſt vnitas.numerus igitur.Et quoniam eſt ſicut a c ad b ſic eſt e f ad g:& ſicut igitur per 15 quinti quod ex c a ad id quod ex a b,ſic qđ ex e f ad id quod ex g.Duplum autẽ eſt qđ ex c a eius quod ex a b. Duplũ igitur eſt & qđ ex e f:eius quod ex g.par igitur eſt id qđ ex e f.quare & ipſe e f par eſt. Si enim impar eſſet:& quod ex eo quadratum impar eſſet per vigeſimãnonam noni.quippe quoniã ſi quilibet numeri impares compoſiti fuerint/multitudoq; fuerit impar:& totus impar eſt.Igitur e f: par eſt.Secetur per 10 primi e f biſariã in h.Et quoniã ipſi e f,g, numeri minimi ſunt eandẽ eis habentiũ rationẽ:& primi ſũt adinuicẽ per 24 ſeptimi.& e f:par eſt.Impar igitur eſt g.Si enĩ eſſet par:ipſos e f,g, metiretur binarius. omnis eteni par : habet partes dimidias primas adinuicẽ exiſtentes.quod eſt impoſſibile. Igitur g non eſt par.Et quoniã ipſius e h duplus eſt e f : quadruplus igit eſt qui ex e f,eius quod ex e h.Duplus aũt qui ex e f eius qui ex g.duplus igitur qui ex g:eius quod ex h e.Igitur qui ex g par eſt.& par igitur g per ea quæ dicta ſunt. ſed & impar.quod eſt impoſſibile.Igitur ca:ipſi a b longitudine non eſt commenſurabilis.incommenſurabilis igitur.



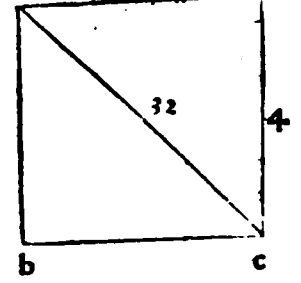
¶Oſtendendum & aliter: q̄ incommenſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri. Sit inquam pro dimetiente/a: pro latere vero/ ſit b. Dico q̄ a: ipſi b lōgitudine eſt incōmēſurabilis. Si enim poſſibile: ſit cōmenſurabilis. Fiatq; rurſus ſicut a ad b: ſic e f ad g, ſintq; minimi eandē eiſdem habentium rationem: ipſi e f, g. Igitur ipſi e f, g: primi ſunt adinuicē. Dico primum q̄ g non eſt vnitas. Si enī poſſibile: eſto vnitas. Et quoniā eſt ſicut a ad b ſic eſt e f ad g: & ſicut igitur per 11 & 15 quinti quod ex a ad id quod ex b, ſic quod ex e f ab id quod ex g. Duplum aūt eſt id quod ex a: eius quod ex b. Duplus igitur & qui ex e f: eius qui ex g. Et g vnitas eſt. Igitur e f binarius eſt quadratus. Quod eſt impoſſibile. Igitur g nō eſt vnitas. numerus igitur. Et quoniam eſt ſicut quod ex a ad id quod ex b ſic qui ex e f ad eum qui ex g, & rurſus ſicut quod ex b ad id quod ex a ſic qui ex g ad eum qui ex e f, metitur autem quod ex b id quod ex a, metitur autem & qui ex g quadratus eum qui ex e f, quare & latus idem g ipſum e f metitur/ metitur autem & ſeipſum g: igitur g ipſos e f, g, metitur qui primi ſunt adinuicem. Quod eſt impoſſibile. Igitur a: ipſi b non eſt commenſurabilis. incommenſurabilis igitur. Quod oſtendere opportuit.

f . . . h . . . . e
g . . .

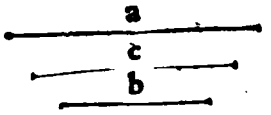


¶Priorum dilucidior explanatio.

¶Sit quadratū a b c d: dimetiens vero ipſius ſit a c. Manifeſtū eſt q̄ iſoſceles eſt triangulū c d a, æquū habēs d a ipſi d c: ſimiliterq; triāgulū iſoſceles eſt a b c. Sit igitur d a vnitatū 4. ſiue pedum: ſicq; & c d, quatuor. quare manifeſtum eſt q̄ qđ ex d a quadratū: eſt vnitatū ſiue pedū 16. ſic etiā & quod ex c d: 16 eſt vnitatū ſiue pedū. At quoniā id quod ex a c æquū eſt eis quæ ſunt ex d a, c d, quēadmodum ex 47 primi perſpicuū eſt: manifeſtum eſt q̄ id quod ex a c eſt duplum eius quod ex d a. At id quod ex d a: eſt vnitatum 16. id igitur quod ex dimetiente: 32 erit/ in dupla quidē. At quoniā longitudine cōmenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur earumq; quadrata rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum/ at efficiēs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur/ neq; quæ ex eis quadrata ſunt rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum (nullum enim quadratum alterius quadratū duplum eſt) incōmenſurabilis igitur eſt longitudine dimetiēs lateri. efficiēs enim 32 ſiue latus/ eſt vnitatum 5 & minutorum 39: quæ 5, 39, ac 4, nullam habent communem menſuram. quare 32 ad 16 ſicut dictum eſt rationem non habet qualem quadratus numerus ad quadratum numerum.



¶Inuentis iam longitudine incommenſurabilibus rectis lineis a, b: & plures aliæ magnitudines ex binis diuiſionibus comperiuntur. Dico iam plana adinuicem incommenſurabilia. Quoniam ſi ipſarum a, b, linearum rectarum proportionalem ſuſceperimus c: erit igitur ſicut a ad b, ſic quæ ex a ſpecies adeam quæ ex c ſimilē ſimiliterq; deſcriptam ſpeciem ſiue quadrata/ ſiue aliæ rectilineæ ſimiles deſcriptæ fuerint/ ſiue etiam circuli circa dimetientes a c, quippe quoniam circuli adinuicem ſunt ſicut ea quæ ex dimetientibus ſunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommenſurabiles. ¶Oſtēſis ſiquidem ex binis diuiſionibus differētijs areolarum incommenſurabilium: oſtendemus eas quę ex ſolidis ſpeculationes: qualiter ſunt ſolida cōmenſurabilia & incōmenſurabilia adinuicē. Si enī in ijs quæ ex a, b, quadratis eiſdem æqualibus rectilineis figuris cōſtituamus altitudine æqualia ſolida parallelepipeda/ vel pyramides/ vel priſmata: erūt ipſa cōſtituta adiuicē ſicut baſes/ & cōmēſurabilia erunt ipſa ſolida. Si vero incommēſurabiles: incommenſurabilia. ¶Sed & ſi duobus expoſitis circulis ab ipſis conos vel cylindros altitudine æquales deſcribemus: erunt adinuicē ſicut baſes hoc eſt ſicut ipſi circuli. Etſi ipſi circuli ſunt cōmenſurabiles: & ipſi coni & cylindri cōmenſurabiles erūt. Si vero ipſi circuli erunt incōmenſurabiles: ipſi coni & cylindri erūt incōmenſurabiles. Et nobis ſit manifeſtū: q̄ non ſolum in lineis & ſuperficiebus ſunt cōmēſurabiles & incommenſurabiles/ ſed in ſolidis quoq; figuris hoc repperitur.



EVCLIDIS Megarenſis Geometricorum
Elementorum decimi libri
Finis.

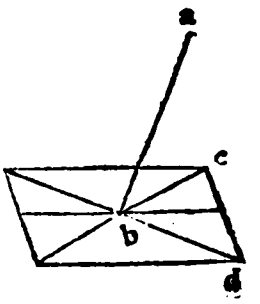
¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholamæo Zãberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber vndecimus.

Eucli. ex Campano. Diffinitiones.

1 ¶Corpus: eſt quod lõgitudinem/& latitudinem/& altitudinẽ habet. Cuius termini: ſunt ſuperficies.

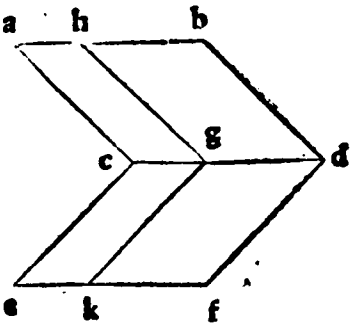
2 ¶Linea erecta ſupra ſuperficiem: eſt quæ cum ſingulis ſibi cõterminalibus lineis in ea ſuperficie expaſſis angulos rectos facit. Linea autẽ hęc: ſupra eam ſuperficiẽ perpendicularis eſſe/& ad eandem orthogonaliter inſiſtere dicitur.

¶Intelligatur enĩ linea a b exurgere ſupra planũ: ita q; punctus a imaginetur in aere/& b in plano. & a puncto b ducãtur plures lineæ in eodẽ plano: vt b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit q; linea a b cũ linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo, angulũ rectum cõtineat: ipſa dicetur eſſe perpẽdicularis ad illã ſupficiẽ in qua protractæ ſunt hæ lineę/ videlicet b c & b d. & aliæ cũ quibus ipſa ponit cõtinere angulũ rectũ.



3 ¶Superficies autem erecta ſuper ſuperficiem eſt: quoties puncto vno eodem lineæ quæ eſt communis terminus illarum ſuperficierum duæ perpendiculares conterminales ſuperſtant/quæ rectum continentes angulum in eiſdem ſuperficiebus ſitæ ſunt.

¶Verbi gratia/ imaginemur ſuperficiem a b c d exurgere/ ſuperficiem vero c d e f iacere: & intelligamus lineam c d eſſe communem terminum ambarum. In ea itaq; ſignetur punctus g: a quo ad lineam c d extrahantur duæ lineę perpendiculares. vna videlicet in ſuperficie c d e f, quæ ſit g k: & alia in ſuperficie a b c d quæ ſit g h. Si igitur angulus quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares videlicet g h & g k, erit rectus: ſuperficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem c d e f.



4 ¶Superficies æquidiſtantes: ſunt quæ in vtramlibet partem protractæ non concurrent/ etſi in infinitum producantur.

¶Intellectum eſt quod dicitur. Scire tamen debes: q; omnes planæ ſuperficies/ aut ſunt æquidiſtantes abinuicem/ aut in omnem partem protractæ cõcurrent alicubi & ſuper rectã lineam ſe ſecabunt. Lineas autem rectas nõ eſt neceſſariũ vel eſſe æquidiſtãtes vel in vtrãq; partẽ protractas cõcurrere: quippe q̃ in eadẽ ſupficie nõ ſunt nec æquidiſtãt abinuicẽ/ nec tñ quantũlibet protractę cõcurrẽt.

5 ¶Aequa corpora ſunt atq; ſimilia: quorum terminales ſuperficies numero ac quantitate æquales vnius creationis ſint atq; ſimiles.

6 ¶Similia corpora: ſunt quæ ſimilibus ſuperficiebus numero æqualibus continentur.

¶Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus et ſimilibus/ nõ ĩtelligis: ad diffinitionẽ ſimilium ſuperficierum poſitã in principio ſexti recurre.

7 ¶Corpus ſerratile: dicitur quod quinq; ſuperficiebus quarũ tres parallelogrammæ ſunt duæ vero triangulæ/ continetur.

¶Domui quatuor parietes æquidiſtantes habenti/ tectum vnico faſtigio ſupremis duorum parietum lateribus æquali & æquidiſtãti ſuperpoſitum: ſerratilis corporis expreſſam ſimilitudinem gerit.

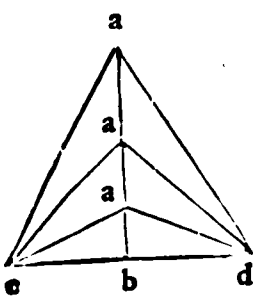
¶Sphæra:eſt tranſitus arcus circunferentiæ dimidij circuli quo- 8
ties ſumpto vel ſupremo ſemicirculo lineaq; diametri fixa donec
ad locum ſuum redeat/arcus ipſe circumducitur.

¶Super quamlibet lineam ſemicirculo deſcripto/ſi linea illa fixa ſemicirculus
tota reuolutione circunducatur:corpus quod deſcribitur/ ſphæra nominatur.
Cuius centrum:conſtat eſſe centrum ſemicirculi circunducti.

¶Pyramis laterata:eſt figura corporea quā continēt ſuperficies/a 9
quarū vna reliquę ſunt ad vnū oppoſitum punctū ſurſum erectę.

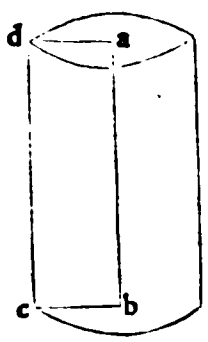
¶In omni laterata pyramide cūctæ ſuperficies ipſam ambientes:ab ipſius ba-
ſi ad vnum punctum ſubleuantur/qui conus pyramidis dicitur. ſuntq; omnes
hæ laterales ſuperficies:triangulę/baſis vero frequenter non eſt triangula.

¶Pyramis rotunda:eſt figura ſolida/eſtq; tranſitus trianguli re- 10
ctanguli alterutro ſuorum laterum rectum angulum continentiū
fixo/donec vſq; ad locum vnde moueri cœpit redeat triangulo ip-
ſo circūducto. Si igitur latus fixum lateri circūducto fuerit æqua-
le:erit figura rectangula.Si autē lōgius:acutiangula.Si vero breui
us:obtuſiāgula erit.Axis autē ipſius figuræ:eſt latus fixū.Baſiſq;
ſua:circulus.Dicitur autem figura hęc:pyramis colūnę rotundæ.



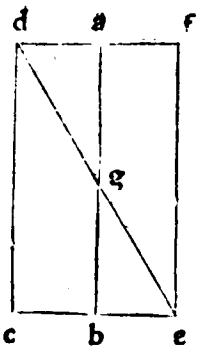
¶Sit trigonus a b c:rectum angulum habens qui ſit b,figaturq; alterum duo-
rum laterum ambientium rectum angulum b:ſitq; latus quod figitur/a b.quo
fixo :circūducatur trigonus quouſq; ad locū vnde moueri cœperit redeat.Cor-
porea ergo figura quę huius trigoni motu deſcribitur:rotunda pyramis appel-
latur.Cuius tres ſunt differentiæ.Alia enim eſt rectāgula/alia acutiangula/ter-
tia obtuſiangula.Et prima quidem eſt:quādo latus a b lateri b c fuerit æquale.
Eſto enim vt linea b c/quum rotatu trigoni peruenerit ad ſitum lineæ b d,ita
q; punctus c cadat ſuper punctum d, fiat linea vna:hoc eſt vt ipſa tunc coniun
gatur ſitui a quo moueri cœpit ſecundum rectitudinem.eritq; linea hæc qua-
ſi b c d.Et quia ex 32 primi & 5 eiuſdem angulus c a b eſt medietas recti:erit
angulus c a d rectus.ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula.Si autem latus a b
ſit longius latere b c:erit acutiangula.Erit enim tunc ex 32 primi & 19 eiuſdem
angulus c a b:minor medietate recti.ideoq; totus angulus c a d:eſt minor re-
cto & acutus.quare pyramis acutiangula.Oz ſi latus a b fuerit breuius latereb
c:erit angulus c a d maior medietate recti ex 32 primi & 19 eiuſdem.& totus c
a d,qui eſt duplus ad ipſum c a b:maior recto & obtuſus.igitur & pyramis cō-
uenienter tunc dicitur obtuſiāgula.Axis autem huius pyramidis: dicitur linea
a b.Baſis vero eius:circulus quem deſcribit linea c b ſuper centrum b. Dicitur
quoq; hæc pyramis columnæ rotundæ:illius videlicet quam motu ſuo deſcribe
ret parallelogrammum proueniens ex a b & b c,latere a b manente fixo.

¶Figura corporea totunda cuius baſes ſunt circuli duo plani ex- 11
tremitatibus & craſſitudine id eſt altitudine æquales:eſt tranſitus
parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fi-
xo/ipſaq; ſuperficie donec ad locum ſuum redeat circūducta.Di-
citurq; hæc figura:colūna rotunda.Columnæ itaq; rotundæ atq;
ſphæræ circuliq;:vnum atq; idem eſt centrum.



¶Sit parallelogrāmum rectangulū a b c d.figaturq; latus a b:& eo fixo totum
parallelogrāmum quouſq; ad locum ſuum cadat vel redeat circūducatur.Cor-
porea ergo figura huius parallelogrammi motu deſcripta:rotunda colūna no-
minatur/cuius baſes ſunt duo circuli.& eſt vnus eorum: circulus quem deſcri
bit motu ſuo linea b c,cuius circuli centrū eſt pūctus b.alter vero eſt:quē motu
ſuo deſignat linea d a,& eius centrū eſt pūctus a.Axis autem huius columnæ;
dicitur linea a b q̄ manet fixa i motu parallelogrāmi.Oz ſi imaginati fuerimus
parallelogrāmum a b c d cum peruenerit rotatu ſuo ad ſitum a b e f,coniungi
ſitui a quo moueri cępit ſecundum continuitatem ſuperficiei planæ/vt ſcilicet

totũ ſit vnũ parallelogrãmũ d c, e f, & ptraxerimus i eo diametrũ d e: erit quoq; diameter d e diameter colũnæ. Quod autẽ dicitur colũnæ & ſphęrę & circuli idẽ eſſe centrũ: intelligi debet cũ horum vna eſt eadẽq; diameter. Verbi gratia. diximus enĩ q; d e eſt diameter iſtius colũnę. Sphærã igitur atq; circulum quorũ diameter eſt linea d e: neceſſe eſt idem centrũ habere cum cẽtro propoſitæ colũnę. Sit enim vt linea d e ſecet lineam a b in puncto g. eritq; g centrum colũnę. diuidit enim axem colũnæ per æqualia: & diametrũ colũnæ per æqualia. quod patet per 25 primi. nam anguli qui ſunt ad g: ſũt æquales ex 15 primi. & anguli qui ſũt ad a & b: recti ex hypotheſi. linea quoq; a d: eſt æqualis lineæ b e. itaq; d g eſt æqualis e g: & a g æqualis g b. Cũq; anguli c & f ſint recti: ſi ſuper pũctum g ſecundũm ſpacium d g, ac ſuper lineam d e circulus deſcribatur/ trãſibit ex conuerſa primæ partis 30 tertij per puncta c & f. itaq; punctum g eſt cẽtrum circuli cuius diameter eſt diameter colũnę/ ideoq; & ſphæræ. Quare manifeſtũ eſt omni parallelogrammo rectãgulo circulum/ omniq; columnę rotundę ſphęram eſſe circunſcriptibiles. Sicq; patet quod voluit iſtud theorema.



12 ¶ Angulus corporeus ſiue ſolidus: eſt quem cõtinent angulí plani plures q̃ duo/ qui haudquaquã in vna ſuperficie ſiti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶ Duo anguli plani angulum ſolidum perficere nequeunt: ſicut nec duę rectæ lineæ nequeunt ſuperficiem claudere. Angulos quoq; planos ſolidum ãgulum continentes in eadem ſuperficie non conuenit eſſe ſitos: ſed in diuerſis. quẽadmodum duas rectas lineas planum perficiẽtes angulum: non conuenit ſibi inuicem ſecundum ſitum rectitudinis applicari.

13 ¶ Similes ſunt figurę corporeę rotũdę/ ſiuę ſint colũnę ſiue earũ pyramides: quarum axes diametris ſuarum baſium ſunt proportionales.

¶ Propoſitis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotũdis/ ſi fuerit proportio axis vnius earum ad diametrũ ſuæ baſis ſicut axis alterius ad diametrum ſuæ baſis: illæ duæ columnæ aut pyramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.

¶ Ex Tralatione Zamberti. Diffinitiones.

1 SOlidum: eſt quod lõgitudinem/ latitudinem/ & craſſitudinẽ habet. Solidi vero terminus: ſuperficies eſt.

2 ¶ Recta linea ad planum recta eſt: quando ad omnes contingentes ipſam rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes/ rectos efficit angulos.

3 ¶ Planũ ad planũ rectum eſt: quando cõmuni ſegmento ipſorum planorum ad angulos rectos ductæ rectę lineæ in vno ipſorum planorum/ reliquo plano ad angulos rectos fuerint.

4 ¶ Plani ad planum inclinatio: eſt compræhenſio anguli acuti ſub iis quæ ad angulos rectos communi ſegmento ducuntur ad idẽ ſignum in vtroq; ipſorum planorum.

5 ¶ Planum ad planum inclinari dicitur & alterum ad alterũ: quãdo prædicti inclinationum anguli ſibi inuicem æquales fuerint.

6 ¶ Parallela plana: ſunt quæ contactum non admittunt.

7 ¶ Similes ſolidæ figuræ: ſunt quæ ſub ſimilibus planis/ æqualibus multitudine compræhenduntur.

¶Similes ſolidæ figuræ & æquales: ſunt quæ ſub ſimilibus planis multitudine & magnitudine æqualibus comprehenduntur. 8

¶Angulus ſolidus: eſt ſub pluribus duabus lineis ſeſe adinuicem tangentibus & non exiſtentibus in eadem ſuperficie ad omnes lineas inclinatio. 9

Aliter.

¶Solidus angulus: eſt qui ſub pluribus duobus planis angulis comprehenditur non exiſtentibus in eodem plano/ad vnum ſignum conſtitutis.

¶Pyramis: eſt figura ſolida planis comprehenſa ab vno plano ad vnum ſignum conſtituta. 10

¶Priſma: eſt figura ſolida planis comprehẽſa/quorum duo quæ ex oppoſito ęqualia & ſimilia ſunt parallela/reliqua vero parallelogramma. 11

¶Sphæra: eſt quando ſemicirculi manente dimetiente circundu ctus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur vnde incępit/circum aſſumpta figura. 12

¶Axis ſphęrę: eſt manẽs recta linea quã circũ ſemicirculus vertit. 13

¶Centrum ſphęræ: eſt illud quod & ſemicirculi. 14

¶Dimetiẽs ſphæræ: eſt recta quædã linea per cẽtrũ acta & termi nata ex vtraq; parte ſub ipſius ſphæræ ſuperficie. 15

¶Conus: eſt quando rectanguli trianguli manente vno eorũ quę circa rectũ ãgulũ latere circũductũ triãgulũ in idẽ rurſus vnde ſumpſerat exordiũ circũuoluit/ea aſſumpta figura. Et ſi manẽs recta linea ęqua fuerit reliquę quæ circum rectũ circũducte: rectãgulus erit conus. Si vero minor: ãblygonius. Si autẽ maior: oxygonius. 16

¶Axis coni: eſt manens quædam recta linea quam circũ triãgulum vertitur. Baſis autem: eſt circulus ſub circumducta recta linea deſcriptus. 17

¶Cylindrus: eſt quando rectanguli parallelogrammi manente vno eorũ quę circũ rectũ angulum latere circũductum parallelogrammum in idem vnde ſumpſit exordium ſteterit/ea aſſumpta figura. 18

¶Axis cylindri: eſt manens quædã recta linea quã circũ parallelogrammum vertitur. Baſis autem circuli qui ſub ijs quæ ex oppoſito circunductis lateribus ſunt deſcripti. 19

¶Similes coni et cylindri: ſunt quorum axes & dimetientes baſium ſunt proportionales. 20

¶Cubus: eſt figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 21

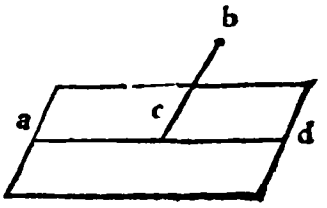
¶Octaedrum eſt figura ſolida ſub octo æqualibus & ęquilateris contenta triangulis. 22

¶Dodecaedrum: eſt figura ſolida ſub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehenſa. 23

¶Icoſaedrum: eſt figura ſolida ſub viginti triãgulis æqualibus & æquilateris comprehenſa. 24

Eucli.ex Camp. Propoſitio prima.

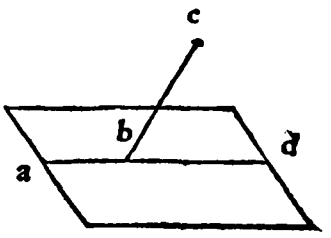
1 LIneæ rectæ partem eſſe in plano & partem in ſublimi: eſt impoſſibile.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b recta. Dico q̄ nō eſt poſſibile: vt pars eius ſit in plano/& pars ſurſum eleuata. Si enim eſt poſſibile: ſit pars eius q̄ eſt a c ſita in plano/& pars eius q̄ eſt c b in ſublimi poſita. & protrahat̄ directe a c in plano in quo ipſa ſita eſt: vſq; ad d. eritq; vt vni eidēq; lineę q̄ eſt linea a c, duæ lineæ penitus diuerſę quæ ſunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijciantur. Quod eſt impoſſibile ex 13 primi.

Eucli.ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

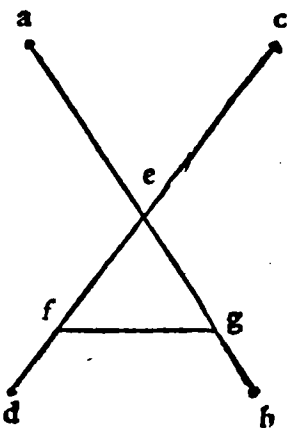
1 ¶ Rectæ lineæ partem in ſubiecto plano/partem vero in ſublimi eſſe: eſt impoſſibile.



¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim poſſibile: rectæ lineæ a b c, pars quidem a b eſto in plano/pars autem b c eſto in ſublimi. erit iam quędā ipſi a b cōtinua recta linea in rectum in ſuppoſito plano. ſit b d. Igitur binis datis rectis lineis a b c, a b d: commune ſegmētum eſt a b. quod eſt impoſſibile. Recta linea nāq; cum recta linea non concurrit in pluribus ſignis vno: ſi adinuicem ipſæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partē in ſubiecto plano/partem autem in ſublimi eſſe: eſt inpoſſibile. Quod fuerat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 2.

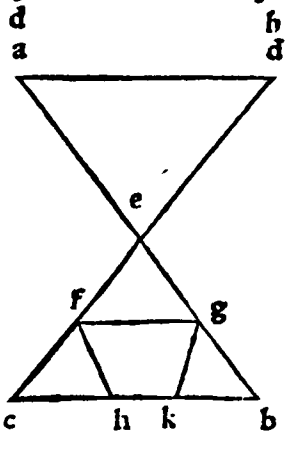
2 OMnes lineę duę quarū altera alterā ſecat: in vna ſupficie ſitæ ſunt. omniſq; triāgulus: in vna ſupficie totus cōſiſtit.



¶CAMP. ¶Sint duæ lineę rectæ a b & c d: ſe inuicē ſecātes in pūcto c. Dico eas eſſe in ſuperficie vna. & omnē triangulū dico eſſe in ſuperficie vna totum. Signetur enim punctus f, in linea c d: & punctus g, in linea a b. & ducatur linea f g. Quia igitur impoſſibile eſt partē trianguli e f g eſſe in plano & partē in ſublimi/quin etiam ſuarū terminaliū linearū vnius aut pluriū pars ſimiliter ſit in plano & pars ſimiliter in ſublimi: cum de lineis hoc ſit impoſſibile per præmiſſam/erit quoq; impoſſibile de triangulo. Itaq; totus triangulus e f g: eſt in ſuperficie vna. Ex hac igitur ſecunda parte & præmiſſa: conſtat prima pars huius ſecundæ propoſitionis.

Eucli.ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

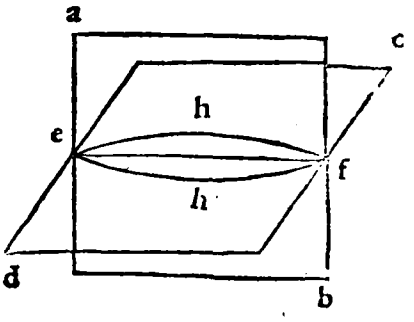
2 ¶Si binæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: in vno ſunt plano. & omne triangulum in vno plano exiſtit.



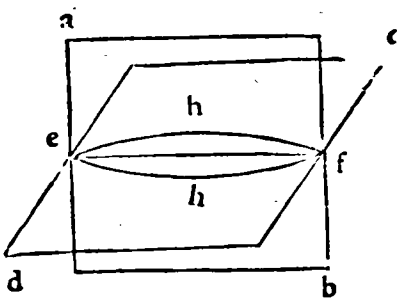
¶THEON ex Zamberto. ¶ Binæ inquā rectæ lineæ a b, c d, ſe adinuicē ſecent in ſigno e. Dico q; ipſæ a e b, c d in vno conſiſtūt plano. & omne triangulum in vno eſt plano. Aſſumantur in ipſis e c, e b, ſigna vtcūq; : ſintq; f, g. connectanturq; b c, f g. extendaturq; f h, g k. dico primum q; triangulum e c b in vno eſt plano. Si ipſius nāq; trianguli e c b pars/aut f c h, aut g b k, ī ſubiecto plano eſt/reliquum vero in alio: & erit vnius ipſarum e c, e b, rectarum linearū pars in ſubiecto plano/pars autem in alio. Si autem ipſius e c b trianguli/c f b g, pars fuerit in ſubiecto plano/reliquum vero in alio: erit & ambarum e c, e b, rectarum linearum pars quidē in ſubiecto plano/& pars in alio. quod per 1 vndecimi impoſſibile eſſe oſtenſum eſt. Igitur triangulum e b c in vno eſt plano. In quo eni eſt triāgulū e c b: in eo eſt & vtraq; ipſarū e c, e b. In quo aūt eſt vtraq; ipſarū e b, e c: in eodē ſūt & a b, c d, per eādem. Ipſæ igitur a b, c d, rectę lineę/in vno exiſtūt plano. & oē triangulū in vno eſt plano. qđ erat oſtēdendū.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 3.

3 OMnium duarum ſuperficierum ſeinuicem ſecantium: cōmunis ſectio eſt linea recta.



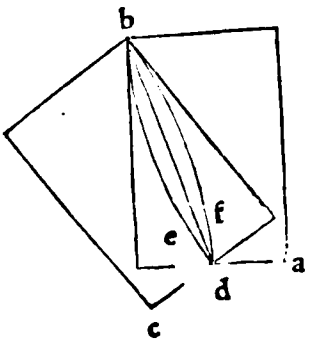
¶CAMPANVS. ¶De planis ſuperficiebus intellige: & verū erit quod dicitur. Sint itaq; duæ ſuperficies planæ a b & c d: ſe inuicē ſecantes. Dico q; earū cōmunis ſectio: erit linea recta. Eſto enim duo puncta c & f termini cōmunis ſe



ctionis earū quę cōtinent per lineā rectā q̄ ſit e f. Si igitur linea e f eſt in vtraq; duarū ſuperficierū a b & c d: cōſtat propoſitū. At vero ſi in neutra/aut ſi nō in altera: cū ambo puncta e & f ſint in vtraq; ſuperficierū a b & c d, in ea ſuperficie in qua ipſa nō fuerit protrahat linea recta quæ ſit e h f. erūt igit duæ rectæ lineæ e f & e h f: habentes duos terminos cōmunes. Quod eſt impoſſibile. Sic enī: duę rectæ lineę icluderēt ſuperficiē. qđ eſt cōtra petitionē vltimā primi libri.

Eucli. ex Zamb Theorema 3. Propoſitio 3.

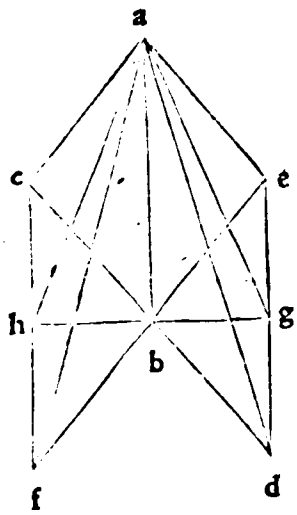
¶Si bina plana ſe adinuicem ſecuerint: communis eorum ſectio recta linea eſt. 3



¶THEON ex Zāb. ¶Bina & enī plana a b, b c, ſe adinuicē diſpeſcant: cōis autē ſectio ſit linea d b. Dico q; d b linea recta eſt. Si autem non: connectantur d, b, in ipſo a b plano/recta linea d e b: & in ipſo b c plano/recta linea d f b. erunt nempe duarum rectarum linearum d e b, d f b, iſdem fines: & perinde areolā cōprædendēt. quod per vltimā cōmunem ſententiā eſt impoſſibile. Ipſę igitur d e b, d f b: rectę lineæ nō ſunt. Similiter quoq; oſtendemus: q; neq; vlla alia ex d in b ducta recta linea eſt/præter ipſam d b communem ſectionem ipſorum a b, b c, planorum. Si bina igitur plana ſe adinuicem ſecuerint: ipſorum communis ſectio recta linea eſt. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

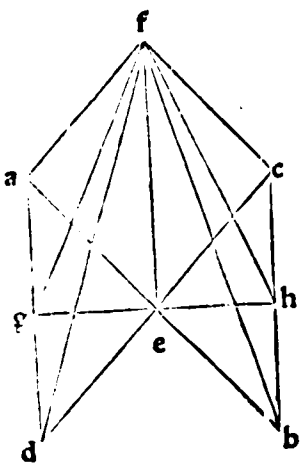
SI fuerit linea orthogonaliter ab inſciſione duarum linearum erecta interſecantium ſe: ipſa ad earundem ſuperficiem perpendicularis erit. 4.



¶CAMP. ¶Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper inſciſionē duarū linearū c d & e f ſecātiū ſe in pūcto b: de q̄bus cōſtat per antep̄miſſā q; ipſę ſūt ſitę in vna ſupficie. Dico q; linea a b: ꝓpēdicularis eſt ad ipſarū ſupficiē. Sit enī c b et b d, ęquales: at vero f b et b e ęquales. et ꝓtrahant lineę e d & c f: q̄ erūt ęquales per 4 primi/& æquidiſtantes per 27 eiuſdem. Signato itaq; pūcto aliquo in linea e d, qui ſit g: ducatur linea g b h. eritq; ex 26 primi/e g: ęqualis f h. igitur a pūcto a, vel quouis puncto lineæ a b: demittātur hypothenuſaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d: & a e æqualis a f. Itē per 8 eiuſdē æqualis erit āgulus a e d: æqualis angulo a f c. ergo per 4 ipſius erit a g æqualis a h. & ideo per 8 eiuſdem erit angulus a b g, æqualis angulo a b h. quare ex diffinitione vterq; eſt rectus: et linea a b perpendicularis ad lineā g h. Simili quoq; modo probabis: eandem eſſe perpēdicularem ad omnes lineas protractas a puncto b in ſuperficie duarum linearum c d & e f. igitur ex diffinitione conſtat: lineam a b eſſe perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſitæ ſunt duæ lineæ c d & e f ſeinuicem ſecantes. Quod eſt propoſitum.

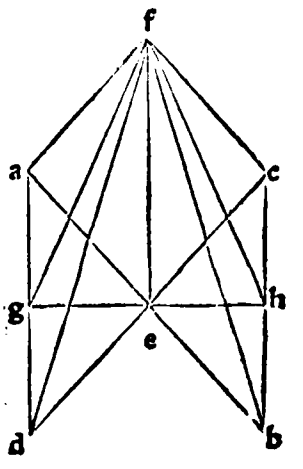
Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

¶Si recta linea duabus rectis lineis ſe adinuicem diſpeſcentibus in communi ſectione ad rectos angulos ſteterit: & ad earundem planum ad angulos rectos erit. 4.



¶THEON ex Zāb. ¶Recta enī linea quędā e f: duabus rectis lineis a b, c d, ſe inuicē diſpeſcentibus in e ſigno/ex e ad angulos rectos cōſtituatur. Dico q; & e f: ad ipſarū a b, c d, planū ad angulos eſt rectos. Aſſumātur namq; ipſę a e, e b, c e, e d, ſibi inuicē æquales. Extendaturq; quædā recta linea per e vtcunq;/ſitq; g e h: cōnectāturq; ipſæ f a, f g, f d, f c, f h, f b. Et qm̄ binæ a e, e d, duabus c e, e b, ſūt ęquales/& æquales cōprædēdūt angulos per 15 primi: igit ꝑ 4. ꝑmi baſis a d ęq̄lis eſt baſi c b, et triāgulū a e d ipſi c e b triāgulo ęquū eſt/quare et āgulus q ſub d a e āgulo q ſub e b c eſt æqualis. Eſt autē et q ſub a e g āgulus: ei q ſub ſub b e h æq̄lis. bina igit ſūt triāgula p 26 primi a g e, b e h: binos āgulos binis āgulis æq̄lia habētia alterū alteri/et vnū latus vni lateri æquū ad ęquos āgulos/a e ipſi e b. et reliqua igit latera: reliqs lateribus ęqualia habebūt. æqualis igit eſt g e ipſi e h: & a b ipſi b h. Et qm̄ æqualis eſt a e ipſi e b, cōis autē & ad angulos rectos f e: baſis igitur f a, per 7 primi baſi b f eſt æqualis. Id propterea & f c ipſi f d eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt a d ipſi c b, eſt aūt &

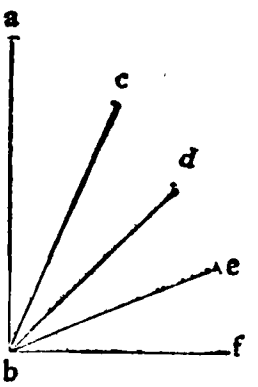
f a ipſi f c ęqualis: duæ igit̃ f a, a d, duabus f c, c b, æquales ſunt altera alteri. et baſis f d: baſi f b eſt æqualis. & angulus igit̃ qui ſub f a d: angulo qui ſub f c b eſt æqualis. Et quoniã rurſus oſtenſum ꝙ a g ipſi b h eſt ęqualis/ſed f a ipſi f c eſt æqualis: binæ iam f a, a g, duabus f c, c h, ſunt æquales. & angulus qui ſub f a g: oſtẽſus eſt ęqualis ei qui ſub f c h. baſis igitur f g: per 4. primi baſi f h eſt æqualis. Et qm̃ rurſus æqua eſt oſtẽſa g e ipſi e h, cõmunis autẽ e f: duę igit̃ g e, e f, duabus h e, e f, ſũt æquales. & baſis f g: baſi f h eſt ęqualis. angulus igit̃ qui ſub g e f: angulo qui ſub h e f eſt æqualis. vterꝙ igitur ipſorum g e f, h e f, angulorũ: rectus eſt. Ipſa igitur f e: ad ipſam g h cõtingenter per e ductã/recta eſt. Similiter iam demonſtrabimus: ꝙ f e ad omnes eandẽ tangẽtes rectas lineas & in ſubiecto exiſtentes plano/rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ per 2 diffinitionẽ 11 recta eſt: quando ad omnes eã tangentes rectas lineas & in eodẽ exiſtẽtes plano/rectos efficit angulos. Igitur ipſa f e: in ſubiecto plano eſt ad angulos rectos. Subiectum autem planum: eſt quod fit per ipſas a b, c d, rectas lineas. Ipſa igit̃ f e: ad ãgulos rectos eſt ei quod per a b, c d, eſt plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 5

5 SI ſuper tres lineas conterminales cõmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter inſiſtat: eædem tres lineæ in vna ſuperficie ſitæ erunt.

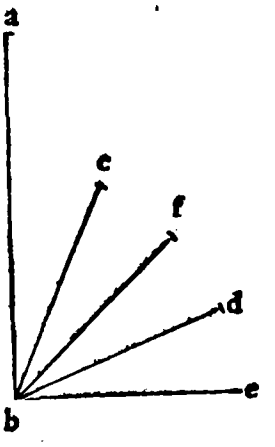
CAMP. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper cõmunẽ terminũ triũ linearũ b c, b d, b e, angulariter ſe cõtingentiũ in pũcto b: quarũ nulla alij directe applicet. quod idẽ eſt: ac ſi ſeinuicẽ ſecẽt in pũcto e. protracte enĩ ſe ſecabũt. Dico ꝙ tres lineæ b c, b d, b e: ſunt in vna ſuperficie ſitæ. Conſtat autẽ de quibuſq; earũ duabus ꝙ ipſæ ſunt in vna ſuperficie ſitæ: per ſecũdã huius vel per primã partẽ ſecũdę huius. Si igitur linea b d nõ fuerit in ſuperficie duarum linearũ b c & b e, ſed illæ duæ in plano/hęc autẽ in ſublimi: erit vt hæc ſuperficies in qua ſitę ſunt duæ lineæ a b & b d, ſi protrahat & per illud quod notũ eſt ſuper quartã/ſecet illã in qua ſitę ſũt b c & b e. eritq; per 3 huius cõis earũ ſectio linea recta: & ipſa ſit b f. Quia igit̃ ex præmiſſa/linea a b eſt ppẽdicularis ad ſupficiẽ duarũ linearũ b c & b e: ſequit̃ ex diffinitione vt ipſa ſit ppẽdicularis ad lineã b f. quare angulus a b f: eſt rectus. Cumq; etiam angulus a b d ſit rectus ex hypotheſi: ſequitur impoſſibile/videlicet partem ſuo toti eſſe æqualem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

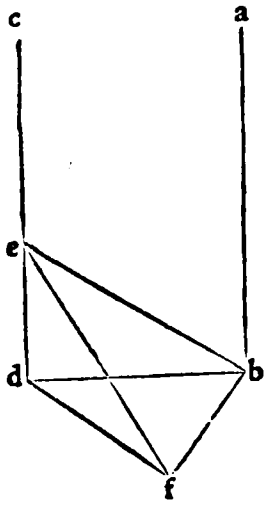
5 Si recta linea tribus rectis lineis ſe adinuicem tangentibus/ad angulos rectos in communi contactu extiterit: ipſæ tres rectæ lineæ in vno ſunt plano.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam a b: tribus rectis lineis b c, b d, b e, ad rectos angulos communi contactu b conſtituatur. Dico ꝙ ipſæ b c, b d, b e: in vno ſunt plano. Non enim: ſed ſi poſſibile eſt/ſint ipſæ quidem b d, b e, in ſubiecto plano/ipſa autem b c in ſublimi. protẽdaturq; per ipſas a b, b c: planum. Cõmunem ſectionem inquam faciet in ſubiecto plano: & rectã efficiet lineam per 3 vndecimi b f. In vno igitur ſunt plano deducto per ipſas a b, b c, ipſæ tres rectæ lineę a b, b c, b f. Et qm̃ a b recta eſt ad vtrãq; ipſarum b d, b e: & ei igitur quod per b d, b e, plano recta eſt ipſa a b. Subiectum autem planũ eſt quod per b d, b e. Ipſa igitur a b: recta eſt ad ſubiectum planum. quare & per ſecundã diffinitionẽ vndecimi ad omnes eandẽ tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes: rectos efficit angulos ipſa a b. Tangit autem ipſam: b f exiſtẽs in ſubiecto plano. Angulus igitur qui ſub a b f: rectus eſt. Supponitur autem qui ſub a b c: rectus. ęqualis igitur eſt & qui ſub a b f, angulus: ei qui ſub a b c, & in vno ſunt plano. Quod eſt impoſſibile. Ipſa igitur b c recta linea: in altiori plano non eſt. Ipſæ igitur rectæ lineæ b c, b d, b e: in vno ſunt plano per 2 vndecimi. Si recta linea igitur tribus rectis lineis ſeſe adinuicem tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit: ipſæ tres rectæ lineæ in vno ſunt plano. Quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 6.

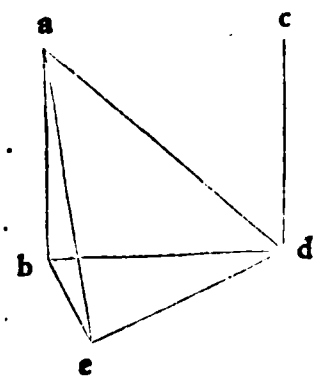
SI fuerint duæ lineæ ſuper vnam ſuperficiem perpendiculares: eas æquedíſtantes eſſe neceſſe eſt. 6



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d:perpẽdiculares ad vnam ſuperficiẽ. Dico eas eſſe æquidiſtãtes. Protrahatur enim linea b d. eruntq; ex diffinitione/duo anguli a b d & c d b:recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d ſint in ſuperficie vna:ipſæ ſunt æquidiſtãtes per ſecundam partẽ 28 primi. Ipſas autẽ eſſe in ſuperficie vna:ſic collige. A puncto b, ſuper lineam b d, in plano cui perpendiculariter inſiſtũt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineam b f. & ex linea c d, ſume d e æqualem b f:& protrahe lineas e b, & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b:æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d. & angulus e d b æqualis angulo f b d:cum vterq; ſit rectus. itaq; per 4 primi linea b e:eſt æqualis lineæ d f. Itẽq; cum duo latera e b & b f trianguli e b f ſint æqualia duobus lateribus f d & d e triãguli f d e, & baſis e f cõmunis:erit per 8 primi angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e eſt rectus ex diffinitione:erit etiam angulus e b f rectus. itaq; linea f b:perpendiculariter eſt erecta ſuper communem terminum trium linearũ b a, b d, b e, ſe contingentiũ angulariter in puncto b. quare per præmiſſam ipſæ ſunt in ſuperficie vna. Cũ igitur ex ſecũda parte ſecundæ huius linea c d ſit in eadẽ ſuperficie cum vtraq; linearũ e b & b d:ſequitur a b & c d eſſe in ſuperficie vna. Conſtat ergo propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

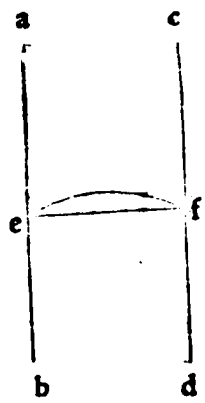
¶Si binæ rectæ lineę in eodem plano ad angulos rectos fuerint: 6
parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ.



¶THEON ex Zamberto. ¶Binæ inquã rectæ lineæ a b, c d:in ſubiecto plano ſint ad angulos rectos. Dico q; parallelus eſt a b:ipſi c d. Cõcurrant enim in ſubiecto plano per ſigna b, d:cõnectanturq; b, d. Et per 11 primi ipſi b d ad angulos rectos in ſubiecto plano excitetur d e:ponaturq; per 2 primi ipſi a b æquales d e. connectanturq; b e, a e, a d. Et qm̃ ab recta linea eſt ad ſubiectũ planũ:& ad oẽs igitur eandẽ tangẽtes rectas lineas per ſecũdã diffinitionẽ 11 & in ſubiecto plano exiſtẽtes/rectos efficiet ãgulos ipſa a b. Tangit autẽ ipſam a b:vtraq; ipſarũ b d, b e, exiſtẽs in ſubiecto plano. rectus igitur eſt vterq; ipſorũ angulorum a b d, a b e. id propterea tã & vterq; ipſorũ c d b, c d e:rectus eſt. Et qm̃ a b ipſi d e eſt æqualis/cõmunis autem b d:duæ igitur a b, b d, duabus e d, d b, ſunt æquales. & rectos cõprehendũt angulos. baſis igitur a d:per 4 primi baſi b e eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt a b ipſi d e, ſed a d ipſi b e:duæ igitur a b, b e, duabus e d, d a, ſunt æquales. & ipſorũ cõmunis baſis eſt a e. angulus igitur qui ſub a b e:per 8 primi angulo qui ſub e d a eſt æqualis. rectus autem qui ſub a b e. rectus igitur & qui ſub e d a. Igitur e d:ad ipſam d a, recta eſt. eſt autẽ & ad vtrãq; ipſarũ b d, d c:recta. Igitur e d:tribus rectis lineis b d, d a, d c, ad angulos rectos in contactu ſtetit. Igitur ipſæ tres rectæ lineæ b d, d a, d c:per 5 decimi in vno ſunt plano. & in quo ſunt ipſæ b d, d a:in eodem & a b. omne enim triangulũ in vno eſt plano per 2 vndecimi. Ipſę igitur a b, b d, d c, rectæ lineę:in vno ſũt plano. Et vterq; ipſorũ a b d, b d c, angulorũ:rectus eſt. parallelus igit eſt a b:ipſi c d per 28 primi. Si duæ igitur rectę lineę in eodẽ plano ad ãgulos fuerit rectos:parallelę erũt ipſę rectę lineę. Qd oſtẽdendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

SI in duabus lineis æquedíſtantibus/duobus punctis ſignatis/ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua ſuperficie illæ duæ lineę ſitę ſunt/eam quoq; in eandem ſitam eſſe neceſſario comprobatur. 7

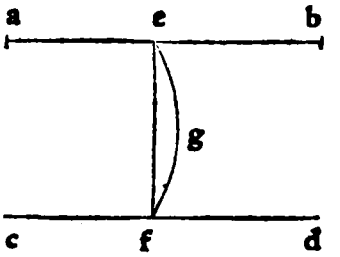


¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtãtes. de quibus cõſtat p diffinitionẽ q; ipſę ſunt in ſuperficie vna. in eis autẽ ſignentur duo puncta e & f:& producatur linea recta e f. Dico itaq; lineam e f:eſſe ſitam in ſuperficie linearum a b & c d. Si nautem:ſit e f in alia ſuperficie vt inſublimi. depẽdens quoq;

ſuperficies ſi protrahatur: ſecabit neceſſario ſuperficiē in qua ſitę ſunt duę lineę a b & c d. eritq; per 3 huius/communis ſectio earum: linea recta eiſdē pūctis terminata. Quod eſt impoſſibile. ſic enī: duę rectæ lineæ concluderēt ſupficiē.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

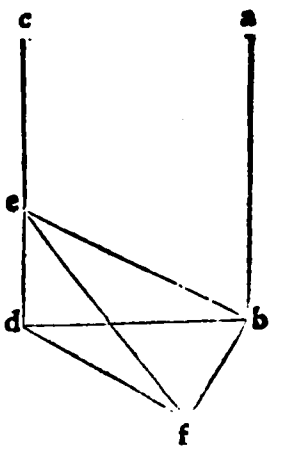
7 ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelę/aſſumanturq; in ipſarum vtraq; contingentia ſigna: ad ipſa ſigna connexa recta linea in eodem eſt plano cum ipſis parallelis.



¶THEON ex Zāb. ¶Sint binæ rectæ lineæ parallelæ a b, c d: ſumāturq; in ipſarū vtraq; vtcūq; ſigna e, f. Dico q; ad ipſa e, f, ſigna/adiecta recta linea: in eodē eſt plano cū ipſis parallelis. Non enī: ſed ſī poſſibile/eſto in ſublimiori ſicut e g f. exciteturq; per e g f: planum. ſectionē iam faciet in ſuppoſito plano. rectā lineā efficiat per 3 vndecimi e f. Binę igit̄ rectæ lineę e g f, e f: areolā cōprædendūt. Quod eſt impoſſibile: per vltimā cōmunē ſententiā. Igitur quæ ex e in f adiecta recta linea: in ſublimiori plano non eſt. In eo igit̄ (in quo et a b et c d parallelę) eſt plano: quæ ex e in f adiūcta eſt recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ/aſſumāturq; in ipſarum vtraq; vtcunq; ſigna: ad ipſa ſigna adiecta recta linea/in eodem eſt cum ipſis parallelis plano. Quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

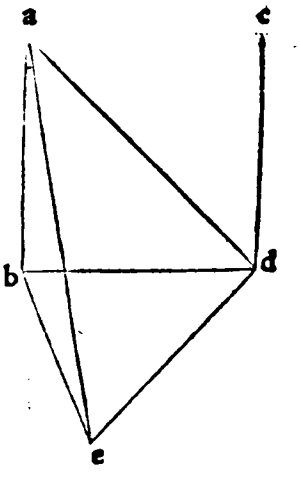
8 SI in idem planum duę rectæ lineæ æquediſtanter erigātur/altera vero earum orthogonaliter ſiſtat: reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem eſſe conueniet.



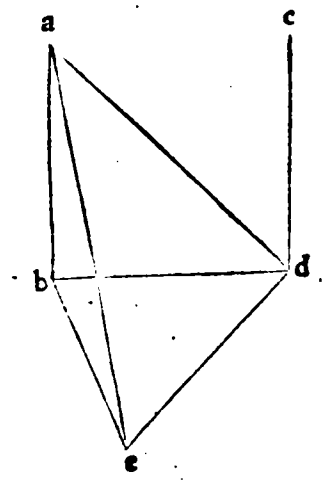
¶CAMP. ¶Hæc eſt quaſi cōuerſa ſextæ. Sint enī duæ lineæ a b et c d equidiſtantes: et ſit earū altera vt c d erecta perpendiculariter ſuper ſuperficiem quālibet. Dico reliquā earū quæ eſt a b: eſſe perpendicularē ad eandē ſuperficiem. Fiat enī prorſus eadē diſpoſitio quę in ſexta: eritq; vt ibi/vterq; duorū angulorū f b e, & f d e, rectus. primus quidē/per poſitionem: ſecūdus autē/per 8 primi. quare per 4 huius/linea f b: eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiē in qua ſunt duæ lineæ b d & b e. Cūq; per præmiſſam duę lineę a b & c d ſint in eadē ſuperficie cum duabus lineis b d & b e: ſequitur lineā f b eſſe perpendiculariter erectā ſupra ſuperficiē in qua eſt linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a: rectus. Et quia etiam angulus d b a eſt rectus per vltimam partē 29 primi: ſequitur per 4 huius/lineam a b eſſe perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſitę ſunt duæ lineę b d & b f. Quare conſtat propoſitū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

8 ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ/altera autem ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.



¶THEON ex Zamb. ¶Sint binę rectę lineę parallelę a b, c d: altera autē ipſarum hoc eſt a b, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico q; reliqua c d: eidē plano ad angulos rectos erit. Concurrant enī ipſę a b, c d, in ſubiecto plano in ſignis b, d: cōnectanturq; per primū poſtulatū b, d. Igitur ipſę a b, c d, b d: in vno ſunt plano. Excitet̄ per 11 primi ipſi b d ad angulos rectos in ſubiecto plano/d e: ponaturq; per 2 primi ipſi a b ęqualis d e. cōnectanturq; b e, a d. Et quoniā a b recta eſt ad ſubiectū planum: & ad omnes igitur eādem tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes/per 2 vndecimi diffinitionem recta eſt ipſa a b. Igitur vterq; ipſorū a b d, a b e, angulorū: rectus eſt. Et quoniam in parallelos a b, c d, recta linea incidit b d: igitur ipſi anguli a b d, c d b, duobus rectis ſūt æquales per 29 primi. rectus autem eſt qui ſub a b d. rectus igitur & qui ſub c d b. igitur c d: ad b d recta eſt. Et quoniā a b ipſi d e eſt ęqualis/cōmunis autem b d: duę igitur a b, b d, duabus e d, d b, ſunt ęquales. & angulus qui ſub a b d: angulo qui ſub e d a eſt ęqualis. rectus enī vterq;. baſis igitur a d: per 4 primi baſi b e eſt ęqualis. Et quoniā a b ipſi d e eſt equa

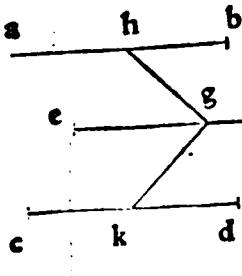


lis/& b e ipſi a d: binę igitur a b,b e, binis a d,d e, ſunt æquales altera alteri, & cõmunis ipſarum baſis a e. Angulus igitur qui ſub a b e: angulo qui ſub a d e eſt æqualis per 8 primi. Rectus autem eſt qui ſub a b e. rectus igitur et qui ſub a d e. Igitur e d: ad a d recta eſt. recta eſt etiam ad ipſam d b. igitur e d: ad id quod ex b d, d a, planum recta eſt. & ad omnes igitur eandē tangentes rectas lineas et exiſtentes in eo quod ſub b d, a b, plano: rectos efficiet angulos ipſa e d per 2 vndecimi diffinitionem. In eo autē quod ſub b d, d a, plano/eſt ipſa d c. Q m̃ igit in eo quod ſub b d, d a, plano ſunt ipſę a b, b d, in quo autē ipſę a b, b d. in eodē eſt et d c: igitur e d ipſi d c ad angulos eſt rectos. Quare et c d: ipſi d e ad rectos angulos eſt. Eſt autem et c d ipſi d b ad angulos rectos. Igitur ipſa c d: duabus rectis lineis ſe adinuicē diſpeſcentibus d e, d b: ab ipſa d ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa c d, in eo quod ſub d e, d b, plano ad angulos rectos eſt per 4 vndecimi. Subiectū autem planum eſt: quod ſub d e, d b. Igitur ipſa c d in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igit fuerint duę rectę lineę parallelę/altera autē ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos: et reliqua eidēplano ad angulos rectos erit. Q d oſtēdiſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

SI duæ lineæ vni non in vna ſuperficie æquidiſtant: eas quoq; ſibi inuicem æquidiſtare neceſſe eſt. 9

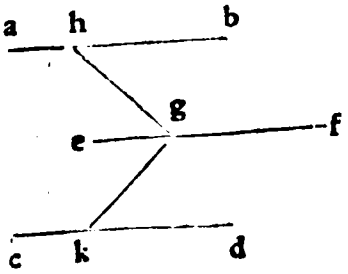
¶CAMPANVS. ¶Sit vtraq; duarum linearum a b et c d æquidiſtans lineæ e f: nec ſint omnes in ſuperficie vna. Dico q eędem quoq; ſibi inuicē ſunt æquidiſtantes. De ijs quidem quæ ſunt omnes in ſuperficie vna: probatum eſt per 30 primi. At vero de ijs quæ in vna ſuperficie non ſunt/vt eſt hic e f quę intelligatur ſurſum erecta in ſublimi: reſtat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus g: a quo educantur duę perpendiculares ad duas lineas a b et c d, quæ ſint g h et g k. eritq; per 4 huius linea e f: perpendicularis ad ſuperficiem videlicet illā in qua ſunt ſitę duę lineę g h et g k. Itaq; per prę miſſam bis aſſumptam vtraq; illarum duarum linearum a b et c d: perpēdicularis eſt ad eandē ſuperficiem videlicet ad illam in qua ſitę ſunt dictæ duę lineę g h et g k: per 6 huius igitur ipſæ ſunt ſibi inuicem æquidiſtantes. Q uod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

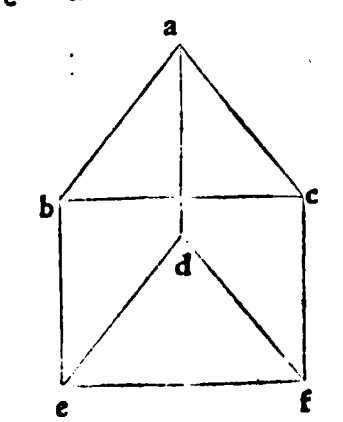
¶Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem exiſtentes plano: adinuicem ſunt parallelæ. 9

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit enim vtraq; ipſarum a b, c d, ipſi e f parallelus: non exiſtens eidem in eodem plano. Dico q parallelus eſt a b ipſi c d. Sumatur enim in ipſa e f, vtcūq; ſignum g. Et ab ipſo g, ipſi e f in eo quod ſub e f, a b, plano ad angulos rectos excitetur g h per 11 primi: in eo autem quod ſub f e, c d, ipſi e f rurſus ad angulos excitetur rectos g k. Et q m̃ e f ad vtrāq; ipſarum g h, g k, recta eſt: igitur per 4 vndecimi e f ad id quod ſub g h, g k, planū ad angulos eſt rectos. et e f: ipſi a b parallelus eſt. et a b: ei quod ſub g h, g k, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa c d: ei quod ſub g h, g k, plano/ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarum a b, c d. ei quod ſub g h, g k, plano ad angulos eſt rectos. Si autem binę rectę lineę in eodem plano ad rectos fuerint angulos: parallelę erunt ipſę rectę lineę per 6 vndecimi. Parallelus igitur eſt a b ipſi c d. Q uod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 10.

SI duæ lineæ ſe angulariter cõtingentes/ duabus alijs ſe contingentibus eis oppoſitis æquidiſtantes fuerint/nõ autem in ſuperficie vna: qui ab eis fiũt duo anguli æquales ſibi inuicem eſſe comprobantur. 10



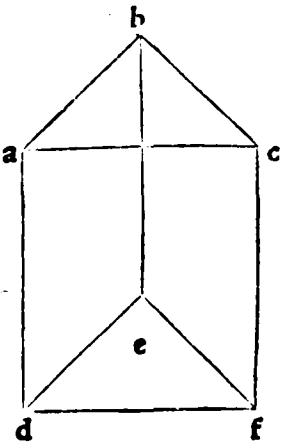
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b et a c, ſe angulariter contingentes in puncto a: æquidiſtantes alijs duabus quæ ſunt d e, et d f, ſe quoq; angulariter contingentibus in puncto d, nec ſint cum eis in ſuperficie vna. Dico angulum

a eſſe æqualem angulo d. Eſto enim linea d c ęqualis lineę a b, cui ipſa poſita eſt eſſe equidiſtans: & d f ęqualis a c, cui etiam ipſa æquidiſtare ponitur. & ducantur lineę d a & e b & f c. eritq; ex 33 primi bis aſſumpta/vtraq; duarum linearum b e & e f: ęqualis & æquidiſtans lineę a d. per conceptionem igitur & premiſſam/eędem ſunt ęquales & æquidiſtantes ſibi inuicē. & itaq; per 33 primi denuo repetitam duæ lineæ b c & e f: ſunt etiam æquales & æquidiſtātes. Igitur per 8 primi conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 10

10 ¶ Si binæ rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes/ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes/in eodem non fuerint plano: æquales angulos compræhendent.

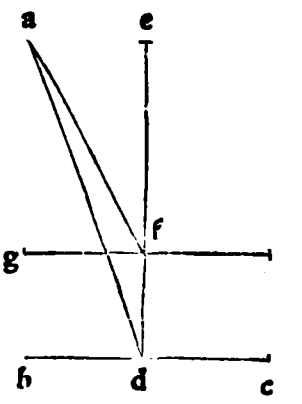
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Binæ inquam rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes a b, b c, ad binas rectas lineas d e, e f, ſeſe inuicem tangentes/ſint: non tamen in eodem plano. Dico q; angulus qui ſub a b c: æquus eſt angulo d e f. Suſcipiantur enim ipſæ b a, b c, e d, e f, ſibi inuicem æquales: connectanturq; a d, c f, b e, a c, d f. Et quoniam b a ipſi e d æqualis & parallelus eſt: & a d igit ipſi b e æqualis & parallelus eſt. Idq; propterea ipſa c f: ipſi b e eſt æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipſarū a d, c f: ipſi e b eſt æqualis & parallelus per 33 primi. Quæ autem eidem rectæ lineę parallelæ/& in eodem plano non exiſtētes: & adinuicem ſunt parallelæ per 9 vndecimi. parallelus igitur eſt a d ipſi c f: & æqualis eidem. Et ipſas connectunt: ipſæ a c, d f. Igitur per 33 primi & a c ipſi d f eſt æqualis: & parallelus. Et quoniā binæ a b, b c, duabus d e, e f, ſunt ęquales/& baſis igitur a c baſi d f eſt ęqualis: angulus igit qui ſub a b c, per 8 primi angulo qui ſub de f eſt ęqualis. Si igitur duę rectę lineę inuicem ſeſe tangētes fuerint ad binas rectas lineas inuicē ſeſe tangentes/nō in eodem plano: æquos angulos compræhendent. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

11 PVncto in aere aſſignato: ab eo ad datam ſuperficiem/perpendicularem ducere.

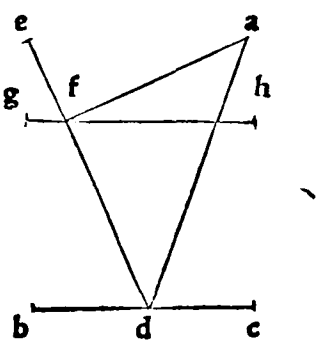
¶ CAMPANVS. ¶ Sit punctus a, ſurſum in aere: a quo volumus ad ſuperficiem ſubiacentē/perpendicularem ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c vtcunq; contigerit: ad quam ab ipſo puncto a ducatur perpendicularis a d, ſecūdum doctrinam 12 primi. Rurſuſq; a puncto d, in plano illo ad quod ducenda eſt perpendicularis a puncto a: extrahatur linea d e quę ſit perpendicularis ad lineam b c, vt docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpendicularis a puncto a: quę ſit a f. Hanc dico eſſe eam quam intendimus. Sit enim linea f g ęquidiſtans lineę b c. Et quia vterq; duorum āgulorū b d a & b d f eſt rectus: erit ex quarta huius/linea b d perpendicularis ad ſuperficiem in qua eſt triangulus a d f. ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eandem ſuperficiem. Igitur a diffinitione erit angulus g f a: rectus. Cumq; etiam angulus d f a ſit rectus: ſequitur ex quarta huius/lineam a f eſſe perpēdicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ d f & f g. Quod eſt propoſitum.

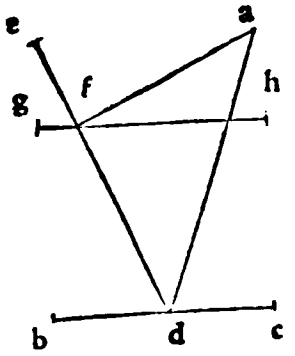


Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 11.

11 ¶ A dato ſigno in ſublimi: ad ſubiectum planum perpendicularem lineam ducere.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datum quidem ſignum in ſublimi: a. datum autem planum ſuppoſitum. Oportet iam ab ipſo a ſigno: in ſubiectū planum perpendicularem rectam lineam ducere. Extendatur enim quędam in ſubiecto plano recta linea vtcunq;: ſitq; b c. exciteturq; per 12 primi ab ipſo a ſigno: in ipſam b c, perpendicularis a d. Si igitur a d perpendicularis eſt in ſubiecto plano: factum iam eſt quod quęritur. Si autem non: excitetur per 11 primi ab ipſo d ſigno ipſi b c in ſubiecto plano ad angulos rectos d e. Exciteturq; per 11 primi ab ipſo a: in ipſam d e, perpendicularis a f. & per f ſignū ipſi b c paralle-



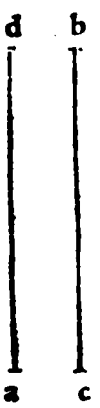


lus excitetur per 31 primi f h. Et quoniam b c vtriq; ipſarum d a, d e, ad angulos eſt rectos: igitur per 4. vndecimi b c ad id quod ſub e d a planum ad angulos eſt rectos. Et ei parallelus eſt g h. Si autem fuerint binę rectę lineę parallelæ/ altera vero ipſarum plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua ad idem planum ad angulos erit rectos per 8 vndecimi. & ad omnes igitur eandem rectas lineas tangẽtes/ et in eo quod ſub e d, d a, plano exiſtentes: ipſa g h recta eſt per conuerſionẽ diffinitionis ſecundę vndecimi. Tangit autem ipſam: ipſa g f exiſtens in eo quod ſub e d, d a, plano. Igitur g h: ad ipſam f a recta eſt per ſecundã vndecimi. Quare & f a: recta eſt ad ipſam h g. Eſt autem & a f: ad ipſam d e recta. igitur a f: ad vtrãq; ipſarum g h, d e, recta eſt. Si autem recta linea per 4. vndecimi duabus rectis lineis inuicem ſe tangentibus in contactu ad angulos rectos ſtetерit: & ad id quod ſub ipſis planũ ad angulos rectos erit. Igitur f a: ad id quod ſub e d, g h, planum ad angulos rectos eſt. Quod autem ſub e d, g h: planum eſt ſubiectum. Ipſa igitur a f: ipſi ſubiecto plano ad angulos rectos eſt. A dato igitur ſigno in ſublimi a: in ſubiectum planum perpendicularis recta linea acta eſt. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

SVperficie propoſita/ punctoq; in ea aſſignato: ab eo puncto ad datam ſuperficiem/ lineã orthogonaliter erigere. 12

¶CAMPANVS. ¶Cum a puncto quolibet in ſuperficie propoſita aſſignato/ perpendicularem educere libuerit: a quolibet puncto ſurſum in aerę ad libitum poſito/ ad eandem ſuperficiem perpendicularẽ (quẽadmodum præmiſſa docuit) demitte. quæ ſi in aſſignatum punctum ceciderit: ipſa eſt quam quęris. Si autem: ab ipſa aſſignato puncto ad demiſſam perpendicularem/ æquidiſtantem ducito. eamq; per 8 huius probabis eſſe quam quæris.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 12.

¶A dato plano/ a datoq; in eo ſigno: ad angulos rectos rectam lineam conſtituere. 12

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum planum ſuppoſitum: ſignum autem in eo ſit a. Oportet ab ipſo a ſigno: ipſi ſuppoſito plano ad angulos rectos rectam lineam cõſtituere. Intelligatur ſignum quoddam in ſublimi: ſitq; b. & ab ipſo b per 11 vndecimi ad ſubiectum planum perpendicularis excitetur b c. excitenturq; per 11 primi ab ipſo a ſigno: ad angulos rectos a d. Quoniam igitur binę rectę lineę parallelæ ſunt a d, c b, altera autem ipſarum b c ad ſubiectum planum ad rectos eſt angulos per 8 vndecimi: a dato igitur plano a, ſignoq; in eo dato a, ad rectos angulos conſtituta eſt a d. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

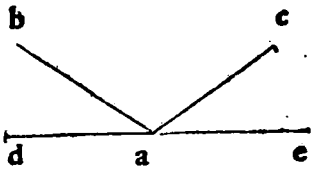
DVas lineas ſuper pũctum vnum ad ſuperficiem vnam orthogonaliter inſiſtere: impoſſibile eſt. 13

¶CAMPANVS. ¶Si enim poſſibile eſt vt duę lineæ vni eidẽq; ſuperficiei ſuper punctum vnum perpẽdiculariter inſiſtant: ſuperficies in qua ipſę perpẽdiculares ſitę ſunt intelligatur produci quouſq; ſecet ſuperficiem cui dictę lineę perpendiculariter inſiſtunt. eritq; per 3 huius communis earum ſectio linea recta. Et quia ex diffinitione vtraq; illarum duarum perpendicularium cum communi ſectione cõtinet angulum rectum: ſequitur vt angulus rectus ſit pars anguli recti. Quod eſt impoſſibile. ¶Quẽadmodum autem demonſtratum eſt impoſſibile eſſe ab vno eodẽq; puncto extra ſuperficiem duas lineas ſuper pũctum vnum ad eandem ſuperficiem eſſe perpendiculares: ita etiam demõſtrabimus impoſſibile eſſe duas lineas ab vno eodemq; puncto extra ſuperficiem ſignato ad eandem ſuperficiẽ protractas ad ipſam eſſe perpendiculares. Si enim hoc fuerit: ipſę erũt æquidiſtantes ex 6 huius. Quod eſt impoſſibile ex diffinitione linearum æquidiſtantium. ¶Conſtat igitur ex hac/ q; ſi aliqua ſuperficies plana aliam planam ſuperficiem orthogo-

naliter ſecet/& ab aliquo puncto ſecãtis ſuperficiei ad ſuperficiem ſectam pendicularis ducatur: in cõmuni earũ ſectione eam eadere neceſſe eſt. Alioqui: ab eodem puncto ſecantis ſuperficiei ad cõmunnem earum ſectionem perpendicularis protrahatur vt docet 12 primi. & a puncto in quo incidit cum cõmuni ſectione/alia perpẽdicularis ad eandẽ cõmunem ſectionem in ſuperficie ſecta educatur vt docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares: rectus. quare per 4. huius prima harum duarum perpendicularũ etiã eſt perpendicularis ad ſuperficiem ſectam. Ergo ab vno puncto protractæ ſunt duæ lineę perpendiculares ad eandem ſuperficiem. quod eſt impoſſibile. relinquitur itaq; propoſitum noſtrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 13.

13 ¶Ab eodem ſigno: ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes.



¶THEON ex Zãb. ¶Si enĩ poſſibile: ab eodẽ ſigno a, ad ſubiectũ planũ binæ rectæ lineę a b, a c, ad angulos rectos cõſtituãtur ad eaſdẽ partes. Extendaturq; per b a, a c, planũ. Quod iam efficiet ſectionem per a in ſubiecto plano: & per rectam efficiat lineam d a e. Ipſæ igitur a b, a c, d a, in vno ſunt plano per 3 vndecimi. Et quoniam c a ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt: & ad omnes igitur eandem rectas lineas tangentes & in ſubiecto plano exiſtẽtes/ rectos efficiet angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Ipſam autem tãgit d a e in eodem exiſtẽs plano. Igitur angulus qui ſub c a e: rectus eſt. & id propterea angulus qui ſub b a e: rectus eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub c a e ei q ſub b a e: & in vno ſunt plano. Quod eſt impoſſibile. Ab eodem igitur ſigno: ad idem planum binæ rectæ lineę ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14. SI linea vna ſuper duas ſuperficies aſſignatas orthogonaliter inſiſtat: illę duę ſuperficies ſi etiam in infinitum in quamcunq; partem protrahantur/ nũquã cõcurrẽt.

¶CAMPANVS. ¶Poſita enim vna linea duabus ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere: ſi impoſſibile eſt ſuperficies illas cõcurrere/ in earũ cõmuni ſectione quæ per 3 huius erit linea recta/ punctus quocũq; modo ſignet. a quo duæ lineæ in illis duabus ſuperficiebus ad lineam illam quæ ipſis perpẽdiculariter ſuperſtat protrahatur: eritq; conſtitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui ſuper perpendicularem conſiſtunt: eſt rectus vt patet ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpendiculariter ſtantis. hoc autem eſt impoſſibile per 32 primi. Econuerſo quoq; videlicet.

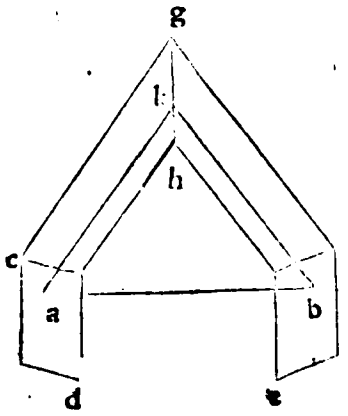
¶Si ſuper duas ſuperficies equidiſtantes linea recta ceciderit quę ad alteram earum perpendicularis ſit: ipſa quoq; perpẽdicularis erit ad reliquam.

¶Poſitis enĩ duabus ſuperficiebus æquidiſtãtibus: intelligatur linea recta ambas penetrãs quę alteri earũ perpendiculariter ſuperſtat. Dico q eadem linea reliquæ ſuperficiei perpendiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies vna ſecans poſitas ſuperficies æquidiſtantes: ſuper lineam eas penetrãtem. eritq; cõmunis ſectio huius ſuperficiei ſecantis & alterius ſectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter inſiſtere: continens angulum rectum cũ ipſa linea penetrante ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem. Si igit alia cõmunis ſectio ipſius ſuperficiei ſecantis & reliquę duarũ ſectarum cũ eadem linea penetrante non contineat angulum rectum: erit ex vltima petitione primi/ vt illæ duæ cõmunes ſectiones in alterutram partem protractæ neceſſario cõcurrant. quare & ſuperficies quæ poſitæ ſunt æquidiſtantes: neceſſario cõcurrent. Et quia hoc eſt impoſſibile: erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia ſuperficie eaſdem ſuperficies æquidiſtantes ſecante ſuper ean-

dem lineam. igitur ex quarta huius & ex ista 14: cõstat verũ esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 14.

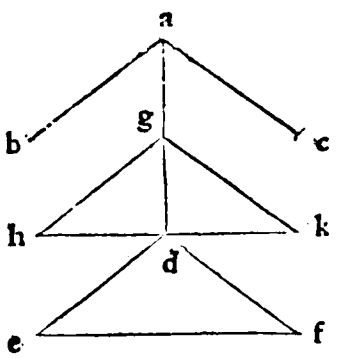
¶ Ad quæ plana eadem recta linea recta est: parallela sunt ipsa plana. 14



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim quædam linea a b: ad vtrunq; planũ videlicet c d, e f, esto ad angulos rectos. Dico q; parallela sunt ipsa plana. Si autem non: extensa concurrũt. Concurrant. Efficiũt iam cõmunem sectionem. efficiant rectam lineam g h per 3 vndecimi. assumaturq; in ipsa g h, vtcunq; signum k: connectãturq; a k, b k. Et quoniam a b recta est ad ipsum e f planum: & ad ipsam igitur b k rectam lineam existentem in ipso e f extenso plano/recta est ipsa a b. Igitur angulus qui sub a b k: rectus est. Et id propterea iã & angulus qui sub b a k: rectus est. Triãguli igitur a b k, anguli qui sub a b k, b a k: duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile p 17 primi. Igitur ipsa c d, e f, plana: extensa non concurrunt. parallela igitur sunt ipsa c d, e f, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt. Quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

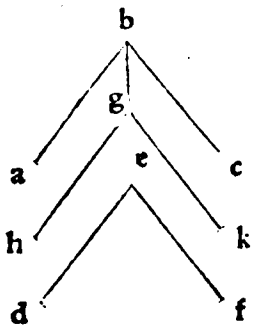
SI fuerint duæ lineę se contingentes angulariter/ęquidistãtes alijs duabus se contingentibus/non autem in superficie vna: ab eisdem lineis contentæ duæ superficies in nulla parte quantumcunq; producantur possunt concurrere 15



¶ CAMP. ¶ Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter cõtingentes in puncto a: æquidistãtes duabus lineis d e & d f, se angulariter cõtingentibus in pũcto d. & nõ sint in superficie vna. dico earũ superficies in quãcũq; partẽ & quãtũcũq; protrahantur/nunq; concurrere. Protrahatur etenim a puncto d, prout docet 5 huius/perpendicularis ad superficiem duarũ linearum a b & a c: sitq; d g. & a pũcto g, ducatur g h æquidistans a b: & g k, æquidistans a c. eritq; ex diffinitione vterq; duorum angulorum d g h, d g k: rectus. et per 9 erit linea d f æquidistãs lineæ g k: & linea d e æquidistans lineæ g h. quare per vltimam partem 29 primi/vterq; duorum angulorum e d g, f d g: erit rectus. ideoq; per 4 huius linea d g: erit perpẽdicularis ad superficiem duarum linearum d e & d f. Cumq; ipsa eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum a b & a c: ex prænissa liquet quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 15.

¶ Si binę rectæ lineę seinuicem tangentes ad binas rectas lineas se inuicem tangentes fuerint/non tamen in eodem plano existentes: parallela sunt quæ ex ipsis plana. 15



¶ THEON ex Zamb. ¶ Binæ inquam rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes a b, b c, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes d e, e f, sint: sed nõ in eodem existentes plano. Dico q; educta quæ ex a b, b c & d e, e f, plana: nõ concurrunt adinuicẽ. Excitetur inquã per 11 vndecimi ab ipso b signo: in id quod ex d e, e f, planum perpendicularis b g. & extendatur in planum per g signum. Et per g, ipsi quidem e d parallelus excitetur per 31 primi g h: ipsi autem e f, ipsa g k. Et quoniam b g ad id quod ex d e, e f, planũ recta est: & ad omnes igitur eandem tangentes rectas lineas per 2 vndecimi diffinitionem/& in eodem quod ex d e, e f, plano existẽtes/rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam: vtraq; ipsarum g h, g k, existens in eo quod ex d e, e f, plano. rectus igitur est per 4 vndecimi: vterq; ipsorum qui sub b g h, b g k, angulorum. Et quoniam parallelus est b a ipsi g h: ipsi igitur sub g b a, b g c, anguli p 29 primi/duobus rectis sũt æquales. rectus igitur est qui sub g b a. igit ipsa g b: ipsi b a ad angulos rectos est. Id propterea iam g b: ipsi b c ad angulos rectos est. Quoniam igitur recta linea b g duabus rectis lineis b a, b c, sese inuicem tangentibus ad angulos rectos stetit: igitur per 4 vndecimi g b & ad id quod ex b a, b c, planum ad rectos ãgulos est. Est aũt & ei quod ex d e, e f, plano: recta. Igitur b g: ad vtrũq; eorum quæ per a b c, d e f, planorũ/recta est. Plana autem ad quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt p 14 vndecimi. Parallelũ igitur est quod per a b,

b c plan um: ad id quod per d e, e f. Si binæ igitur rectæ lineę ſeſe inuicem tangentes / ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes fuerint / ſed nõ in eodem plano: quę ex ipſis / parallela ſunt plana. Quod oſtendendum erat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 SI duas ſuperficies æquidiſtantes vna ſuperficies ſecet: cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt.

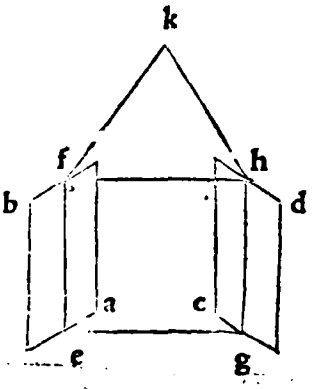
¶CAMPANVS. ¶Cõſtat equidẽ ex tertia / q̃ vna ſuperficie quaſcunq; duas ſuperficies ęquidiſtantes ſecãte: cõmunes earum ſectiones erunt duę lineę rectæ. Quæ cum ſint ambæ ſitæ in ſuperficie ſecãte: ſi ipſæ nõ fuerint æquidiſtãtes / ponãtur ad quodlibet vnum pũctum cõcurrere. erit itaq; vt vnus atq; idẽ pũctus ſit in vtraq; illarum duarum ſectionum cõmunium. Cumq; vna illarum communium ſectionum ſit in vna duarum ſuperficierum ſectarum & reliqua in altera: ſequitur ſuperficies illas quę poſitæ ſunt eſſe æquidiſtantes / cõcurrere. hoc autem impoſſibile eſt. Erunt igitur cõmunes earum ſectiones: æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum.

¶CAMPANVS. ¶Ex hac & præmiſſa potes elicere cõcluſionem vnam ſimilem 30 primi: videlicet iſtam. Si fuerint duæ ſuperficies vni ęquidiſtantes: ipſę quoq; erũt adinuicem æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus quarũ vtraq; duarum extremarũ æquidiſtat mediæ: dico q̃ neceſſe eſt ipſas extremas æquidiſtare adinuicem. Secẽtur omnes illæ tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoq; inuicem ſecantibus. erũtq; ex hac 16 cõmunes ſectiones duarũ extremarum ſuperficierum: æquidiſtantes ſectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipſæ etiam ſectiones duarum extremarum ſuperficierum: erũt æquidiſtantes adinuicem. Et quia ipſæ cõtingunt ſe in cõmuni ſectione duarum ſuperficierum tres poſitas ſuperficies ſecantium: ex præmiſſa euidenter conſtat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 16.

16 ¶Si bina plana parallela ſub plano aliquo diſſecta fuerint: cõmunes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt.

¶THEON ex Zãb. ¶Bina inquã parallela a b, c d: ſub plano e f g h ſecẽtur. cõmunes autẽ ipſorũ ſectiones: ſint e f, g h. Dico q̃ parallelus eſt e f: ipſi g h. Si autem non: productæ ipſæ e f, g h, vel ad partes f h vel ad e g concurrunt. Producantur primum ſicut ad f h partes: & concurrant in k. Et quoniam e f k eſt in plano a b: & omnia igitur quæ in ipſa e f k ſigna in ipſo a b ſunt plano per 2 vndecimi. Vnum autem eorum quæ in e f recta linea ſignorum: eſt k. igitur k: in ipſo eſt a b plano. & id propterea iam k: in ipſo c d eſt plano. Igitur a b, c d, plana: producta concurrũt. Non cõcurrunt autem per hypotheſin: quoniam parallela ſupponuntur. Igitur ipſæ e f, g h, rectæ lineæ productæ ad partes f h: non cõcurrunt. Similiter quoq; oſtendemus: q̃ ipſę e f, g h, rectæ lineæ neq; ad partes e g productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrũt: per vltimam diffinitionẽ primi parallelę ſunt. parallelus igitur eſt e f ipſi g h. Si bina igitur plana: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propſitio 17.

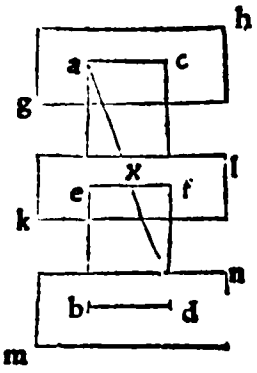
17 SI ſuperficies tres vel plures æquidiſtãtes duas rectas lineas ſe inuicem contingentes vel æquidiſtantes ſecent: illarum linearum portiones proportionales eſſe probantur.

¶CAMP. ¶Intelligãtur enĩ duę rectæ lineę penetrantes qualitercunq; cõtigerit tres ſuperficies ęquidiſtãtes: aut etiã plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearũ inter quaſlibet duas ſuperficies interceptas: proportionales eſſe quibuſq; duabus inter alias duas ex illis ęquidiſtantibus ſuperficiebus interceptis. Cõiungantur enim duę extremitates illarum duarum linearum: ducta inter eas linea vna diagonaliter. eritq; hęc diagonalis: cum vtraq; illarũ duarum linearum penetrantium ſuperficies poſitas / in ſuperficie vna illas æquidiſtãtes ſuperficies poſitas ſecante. Si ergo harum ſuperficierum cõmunes ſectiones

quæ per præmiſſam erunt æquidiſtantes/cogitatione protraxeris: ex prima parte ſecundæ ſexti conſtabit propoſitum.

Eucli. ex Zamb Theorema 15. Propoſitio 17.

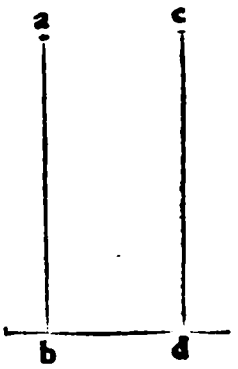
¶Si binæ rectæ lineæ ſub parallelis planis ſecentur: in eaſdem rationes ſecabuntur. 17



¶THEON ex Zāb. ¶ Binæ inquā rectæ lineæ a b, c d: ſub parallelis planis g h, k l, m n, ſecetur per a, e, b, c, f, d, ſigna. Dico q̄ eſt ſicut a e recta linea ad e b: ſic eſt c f ad f d. Cōnectantur a c, b d, a d: & concurrat a d ipſi k l plano in x ſigno/cōnectāturq̄ e x, x f. Et quoniam bina plana parallela k l, m n, ſub plano e b, d x, ſecantur: ipſorum cōmunes ſectiones e x, b d, parallelæ ſunt per 16 vndecimi. Idq̄ propterea quoniam bina plana parallela g h, k l, ſub plano a x, f c, ſecantur: cōmunes ipſorum ſectiones a c, x f, parallelæ ſunt per 16 vndecimi. Et quoniam trianguli a b d ad vnum ipſorum laterum b d recta linea excitatur e x: proportionalis igitur eſt per 2 ſexti ſicut a e ad e b, ſic eſt a x ad x d. Rurſus quoniam triāguli a d c ad vnum latus a c recta linea excitatur x f: proportionalis eſt per 2 ſexti ſicut a x ad x d, ſic c f ad f d. patuit autē & ſicut a x ad x d: ſic a e ad e b. & ſicut igitur per 11 quinti a e ad e b: ſic c f ad f d. Si binæ igitur rectæ lineæ ſub planis parallelis ſecentur: & reliqua. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

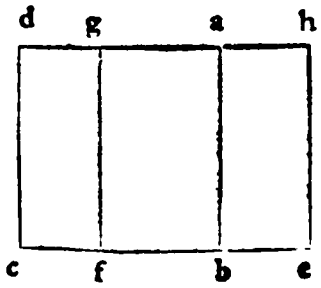
SI in ſuperficie aſſignata orthogonaliter ſteterit linea: omnis ſuperficies a linea illa quorſumlibet ducta/ad eādem aſſignatam ſuperficiem erit orthogonaliter erecta. 18



¶CAMPANVS. ¶Sit enī linea a b erecta perpendiculariter ſuper aſſignatam ſuperficiem: & a linea a b producatur ſuperficies quorſum libuerit. Quam dico ſuper propoſitam ſuperficiem eſſe perpēdiculariter erectam. Cum enim ipſa ſecet ſuperficiem aſſignatam: erit earum communis ſectio linea recta ex 3 huius/ſitq̄ b d. In hac ergo cōmuni ſectione ſignato pūcto quohbet qui ſit d: extrahatur ab eo in ſuperficie quæ producta eſt a linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineā b d, quæ ſit d c. Eritq̄ ex ſecunda parte 28 primi/linea c d: æquidiſtans lineæ a b. ideoq̄ ex 8 huius/linea c d: eſt etiam perpendicularis ad ſuperficiem propoſitam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter a quohbet puncto lineę b d, ad ipſam lineam b d, in ipſa ſuperficie quę producta eſt a linea a b, eſt perpendicularis ad propoſitā ſuperficiem/ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiem orthogonaliter erectę: conſtat verū eſſe quod propoſitum eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

¶Si recta linea plano alicui adāgulos fuerit rectos: & omnia quę ex ipſa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. 18



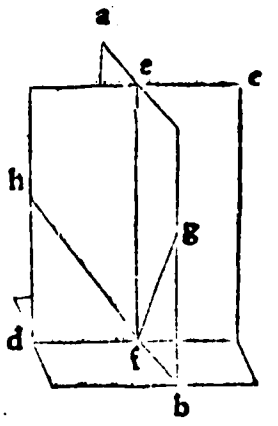
¶THFON ex Zāberto. ¶Recta enim linea a b: ſubiecto plano ad angulos rectos eſto. Dico q̄ & omnia quæ ex ab plana: ad ſubiectum planum ad angulos rectos ſunt. Extendatur inquā per a b: planum d e. ſitq̄ per 3 vndecimi cōmunis ſectio ipſius d e plani/& ſubiecti: c e. & ſumatur in c e, cōtingēs ſignum f. et ab ipſo f: per 12 vndecimi ipſi c e ad āgulos rectos excitetur in d e plano ipſa f g. Et quoniam a b ad ſubiectum planū recta eſt: & ad omnes igitur ipſam tangētes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes recta eſt ipſa a b per ſecūdam vndecimi diffinitionem. quare & ad c e recta eſt. Igitur angulus qui ſub a b f: rectus. eſt autem qui ſub g f b: rectus. igitur per 28 primi/a b: ipſi f g parallelus eſt. Ipſa autem a b: ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt. & f g igitur ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt. Et quoniā: per tertiā diffinitionem vndecimi planum ad planum rectum eſt quando quæ cōmuni ſectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in vno planorum ad reliquū planum ad angulos fuerint rectos/& cōmuni ſectioni planorum c e in vno planorum ipſius d e ad angulos rectos acta f g oſtenſa eſt ſuppoſito plano ad angulos rectos eſſe: igitur planum d e rectum eſt ad ſuppoſitū. Similiter iam oſtēdetur: q̄ omnia quę ex a b plana/recta ſunt ad ſubiectum planum. Si recta igi-

plano alicui ad angulos fuerit rectos: & omnia quæ ex ipsa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 Si duæ superficies seinuicem secantes, supra vnam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter: communis earum sectio ad eandem superficiem perpēdicularis erit.

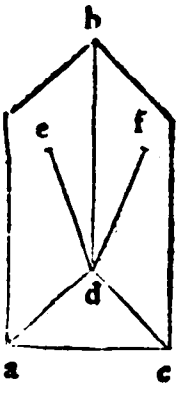
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatā superficiem: sitq; cōmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiē. Alioquī a puncto f quī est cōmunis terminus sectionum duarum superficierum secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur vna linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam: itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficie c d, & ipsa sit f h. eruntq; duæ lineæ f g & f h: orthogonaliter insistētes super punctum vnum ad superficiem assignatam. Hoc autē: impossibile est per 13 huius. Tales autē lineas posse protrahi a pūcto f in vtraq; duarum superficierum a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem: dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cōmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ: & linea f d, supficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad vtramq; duarū lineārum f b & f d: ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutrā: sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde a puncto f protrahe in superficie assignata vnam lineam perpendicularem ad lineam f b: quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g cōtinebit angulum rectum. per quartā igitur huius erit linea f g: perpendicularis ad superficiem assignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto f in superficie assignata, quæ sit perpendicularis ad lineam f d: sequetur ex diffinitione prędicta & ex quarta huius, lineā f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam. quod est impossibile per 13 huius. Q; si confiteare lineam e f esse perpendicularem ad lineam f b, sed non ad lineam f d: sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nthil minus est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

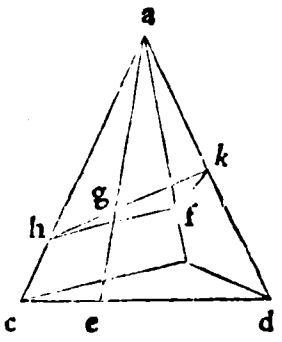
19 ¶Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint: & ipsorum cōmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

¶THEON ex Zāberto. ¶Bina etenim plana a b, b c, subiecto plano ad angulos sint rectos: communis autem ipsorum sectio sit b d. Dico q; ipsa b d, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Excitentur per 12 vndecimi ab ipso d signo ad ipsum a b planū, ipsi a d rectæ lineæ ad āgulos rectos ipsa d e: ad planum autem b c, ipsi c d ad angulos rectos d f. Et quoniā planum a b ad subiectum planum rectum est, & cōmuni ipsorum sectioni a d ad angulos rectos ad ipsum a b planum excitatur d e: igitur d e ad subiectum planum recta est. Similiter iam demonstrabimus; q; & d f ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo d, ad subiectum planum: binæ rectæ lineæ ad angulos rectos stantes sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum a signo d non constituetur alia: præter d b cōmunem sectionem ipsorum b a, b e, planorum. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos: & cōmunis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 Si tres anguli superficiales solidum angulum contineant: illorum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

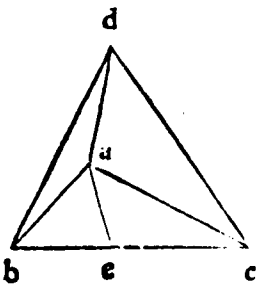


¶CAMPANVS. ¶Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectę ſuprafu perficiem b c d: continentes tres ſuperficiales angulos/ex quibus ſolidus per ficitur angulus in puncto a. Dico quoſlibet duos ex ipſis ſuperficialibus angu lis ſolidũ angulũ in puncto a conſtituẽtibus/pariter acceptos: tertio eſſe maio res. Si enī hi tres anguli ſuperficiales fuerint ſibi inuicẽ ęquales/aut ſi duo tãtũ ęquales exiſtẽte tertio minore vtrolibet duorũ ęqualiũ: cõſtat per cõmunẽ ſcię tiam verũ eſſe qđ dicit. Q2 ſi eorũ vnus vtrolibet duorũ reliquorũ maior fuerit/ ſiue illi duo ponant ęquales ſiue nõ æquales: adhuc cõſtat illũ maiorẽ & vtrũli bet duorũ reliquorũ pariter acceptos/tertio eſſe maiores. Sed & illos duos mi nores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur/eſſe maiores: ſic collige. Eſto enī triũ propoſitorũ angulorũ ſuperficialiũ angulus c a d: maior vtrolibet reliquorũ duorũ. Ex ipſo ergo abſcindã angulũ e a d æqualẽ angulo b a d: protracta linea a e. Et ſumã ex hac linea a e, lineã a g: & ex linea a b, lineã a f. quas ponã eſſe æquales. Et protrahã lineã a pũcto g qualitercũq; cõtingat/ in ſuperficie duarũ linearũ a c & a d: quouſq; ſecet a c in puncto h, & a d in pũ cto k. & ipſa ſit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum ſit igitur a f ęqua lis a g: poſita a k cõi/erit per 4. primi f k ęqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k ſunt maiores linea h k: erit per cõceptionẽ h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cũ ſit linea a f æqualis lineę a g: erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur cõſtat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos: eſſe maiores angulo h a k. Quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

¶Si ſolidus angulus ſub tribus planis comprẽhendatur: duo reli- 20
quo maiores ſunt quomodocunq; ſuſcepti.

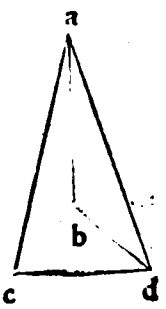
¶THEON ex Zãb. ¶Solidus angulus q ad a: ſub tribus planis hoc eſt b a c, c a d, d a b, cõpræhẽdatur. Dico q; bini quõcũq; ſuſcepti: reliquo ſũt maiores. Si quidẽ ipſi qui ſub b a c, c a d, d a b, anguli ſunt inuicẽ ęquales: manifeſtũ eſt q; bini reliquo quõcunq; ſuſcepti ſunt maiores. Si autẽ nõ: ſit maior qui ſub b a c. cõſtituaturq; per 23 primi ad a b rectã lineã/& ad ſignũ in ea a, angulo q ſub d a b, in eo qđ ſub b a c plano/ęqualis angulus b a e: ponatq; p 2 primi ipſi a d ęqualis a e. & p e ſignũ extẽſa ipſa b e c: diſpeſcat ipſas a b, a c, rectas lineas/p ſigna b, c. cõnectãturq; d b, d c. Et qm̃ d a ipſi a e eſt æqualis/cõis autẽ a b: duę igit̃ d a, a b, duabus d a, a e, ſũt æquales. & angulus q ſub d a b: ãgulo qui ſub b a e eſt eq̃lis. baſis igit̃ d b: per 4. primi baſi b e eſt ęqualis. Et qm̃ duę d b, d c, ipſa b c ſũt maiores/quarũ d b ipſi b e oſtẽſa eſt ęq̃lis: reliqua igit̃ d c, reliqua e c maior eſt. Et quoniã ipſa d a ipſi a e eſt æq̃lis/cõis autẽ a c, & baſis d c ba ſi e c maior eſt: angulus igitur qui ſub d a c, angulo q ſub e a c maior eſt. Oſtẽ ſum autẽ eſt: q; & q ſub d a b, eſt æqualis ei qui ſub b a e. Ipſi igit̃ q ſub d a b, d a c: ei q ſub b a c ſunt maiores. Si ſolidus igit̃ angulus ſub tribus ãgulis pla nis cõprehẽdat̃: duo quõcũq; aſſũpti ſunt maiores reliquo. Qđ erat oſtẽdẽdũ.



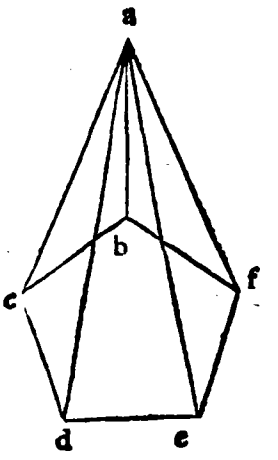
Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

OMnis angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſſe 21
probatur.

¶CAMPANVS. ¶Anguli ſolidi quantitas: ex angulorum ſuperfi cialium ipſum ſolidum continentiũ quantitate determinatur. Hac ergo 21 propoſitione id etiã proponit: quoſlibet ſuperficiales angulos ſolidũ quemlibet continentes pariter acceptos/quatuor rectis angulis eſſe minores. Sit enim triãgula pyramis a b c d: cuius ſupremus angulus cũ poſſit eſſe qui libet ſuorum angulorũ/hic tamen ſit a. de quo dico: q; tres ſuperficiales anguli ipſum a continentes/ſunt minores quatuor rectis. Cõſtat enī ex 32 primi: nouẽ angulos triũ triãgulorũ hanc pyramidẽ circunſtantiũ (& ipſi ſunt a b c, a c d, a d b) eſſe æquales ſex angulis rectis. de tribus autẽ angulis baſis eius q̃ eſt triã gulus b c d, cõſtat quoq; per eandẽ: q; ipſi ſunt æquales duobus rectis. Cũ igit̃ ſex anguli trium triãgulorũ prædictorũ hanc noſtrã pyramidẽ (de cuius ſupre mo angulo diſputamus) circundantium/qui inquã ſex anguli cum tribus an gulis baſis reliquos tres angulos ſolidos pyramidis continent/ſint ex præmiſſa



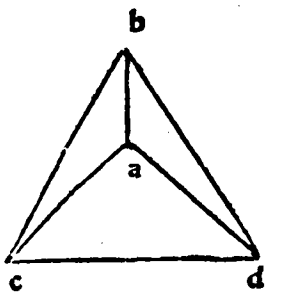
ter aſſumpta maiores tribus angulis baſis: ſequitur ipſos ſex angulos eſſe maiores duobus rectis. ex nouē igitur angulis triū triāgulorū pyramidē circundantium his ſex angulis dēptis erūt ex cōmuni ſcientia reliqui tres (& ipſi ſunt qui cōſtituūt ſolidū āgulū a) minores 4. rectis. ¶Si autē angulus a ſupremus in aſſumpta pyramide pluribus angulis ſupficialibusq; tribus cōtineatur quod erit ſecundū multitudinē angulorū ſuæ baſis/cū igitur omnes anguli omniū triāgulorum ipſam pyramidem circundantium pariter accepti ſint ex 32 primi tot rectis angulis ęquales quātus eſt numerus angulorū ſuæ baſis duplicatus eo q; tot neceſſe eſt eſſe triāgulos pyramidē circūdātes quot fuerint āguli ſuę baſis/cūq; oēs anguli ſuæ baſis ſint tot rectis āgulis ęquales quātus eſt numerus angulorū ſuorū duplicatus dēptis inde 4. vt in 32 primi demonſtratū eſt/cumq; igitur oēs āguli triāgulorū pyramidē circūdātiū ą ſuper latera baſis ipſius pyramidis cōſiſtūt pariter accepti ſint maiores oibus angulis baſis pariter acceptis vt euidēter cōſtat ex præmiſſa toties quot angulos baſis habuerit repetita: adhuc neceſſario ſequitur ex cōmuni ſcientia ſupficiales angulos ſolidū angulū a cōtinētes pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis/eo inquam minores quo oēs anguli trigonorū pyramidem circūdantium qui ſuper latera baſis ſtatutæ pyramidis conſiſtūt/. excedunt omnes angulos baſis pariter acceptos.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

21 ¶Omnis ſolidus angulus: ſub minus qnatuor rectis angulis planis compræhenditur.

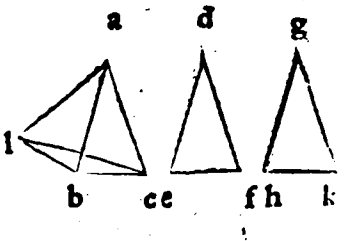
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit ſolidus angulus qui ad a: cōpræhēſus ſub planis angulis qui ſub b a c, d a c, d a b. Dico q; ipſi b a c, d a c, d a b, anguli: quatuor rectis ſunt minores. Aſſumat inquā in vnaquaq; ipſarū a c, a b. a d, rectarū linearū ſigna vtcūq; ſintq; b, c, d. cōnectanturq; b c, c d, d b. Et quoniā ſolidus angulus eſt qui ad b, ſub tribus enī planis angulis cōpręhenditur hoc eſt ſub iis qui ſub c b a, a b d & c b d: per 20 vndecimi bini vtcunq; reliquo ſunt maiores. Igit qui ſub c b a, a b d: eo q ſub c b d ſūt maiores. Et id propterea q ſub b c a, a c d: eo qui ſub b c d ſūt maiores. & inſup qui ſub c d a, a d b: eo qui ſub c d b ſunt maiores. Igit ſex āguli c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b: tribus hoc eſt eis qui ſub c b d, b c d, c d b, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub c b d, b d c, b c d, duobus rectis ſunt æquales. igit qui ſub c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b, ſex āguli: duobus rectis ſunt maiores. Et qñ vniuſcuiuſq; ipſorū a b c, a b d, a c d, triāgulorū tres āguli duobus rectis ſūt ęq̄les p 32 primi: q igit triū triāgulorū āguli nouē q ſub c b a, a c b, b a c, a c d, c d a, d a c, a d b, b d a, b a d: ſex rectis ſunt ęquales. Quorū q ſub a b c, b c a, a c d, c d a, a d b, d b a, ſex āguli: duobus rectis ſunt maiores. reliqui igit q ſub b a c, c a d, d a b, tres āguli cōpręhēdētes ſolidū āgulū: quatuor rectis ſunt minores. Oīs igit ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis cōpræhēditur. Quod erat oſtendendū.

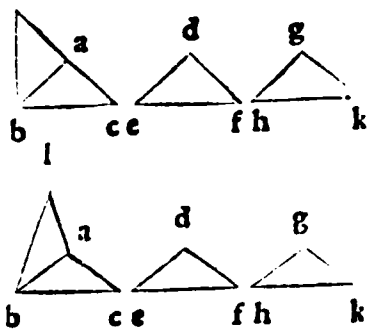


Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 SI tres anguli ſuperficiales quorū quiq; duo pariter accepti tertio ſint maiores/cunctis ſibi inuicem æquis lineis cōtineātur: de tribus baſibus angulos illos ab ipſarū linearū ęqualiū terminis ſubtendentibus/triangulū ſubſtitui vel conſtitui poſſibile eſt.

¶CAMP. ¶Sint tres ſupficiales āguli b a c, e d f, h g k, vt ꝓponit: tales videlicet vt quiq; duo eorū tertio ſint maiores. ſintq; ſex latera eos cōtinētia / ęq̄lia: quæ ſint a b, a c, d e, d f, g h, g k. & ſubtēdant eis tres baſes q̄ ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus: triāgulū aio cōſtitui poſſe. Eſto enī āgulus b a l ęq̄lis angulo d: & linea a l lineæ d e. & protrahātur l b, l c. eritq; ex 4 primi/linea l b: æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi vero cōſtat: totalē angulū a eſſe maiorē āgulo g. erāt enī quiq; duo ex tribus angulis b ac, d & g: tertio maiores. Igit ex 24 primi linea l c: linea h k eſt maior. Cūq; ſint ex 20 primi duę lineę l b & b c maiores lineā l c: ſequit duas lineas l b et b c eſſe multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b, eſt ęqualis e f: erunt duę lineæ b c & e f maiores linea h k. Con-

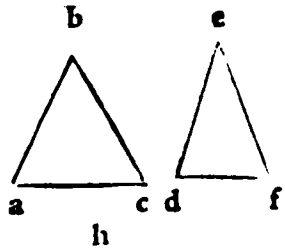


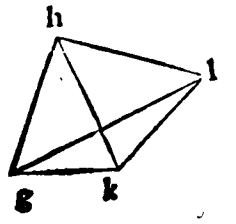


ſtat itaq; hoc modo: quaſq; duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe longiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat verum eſſe quod dicitur. Hoc duntaxat addito. q; ſi duo ãguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis: erũt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea vna. quæ cum ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cũq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c: ſequitur vt prius b c & e f pariter acceptas eſſe lõgiores h k. At vero ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duobus rectis: erũt ex 21 primi duę lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duabus quæ ſunt l b & b c. Quare vt prius: b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

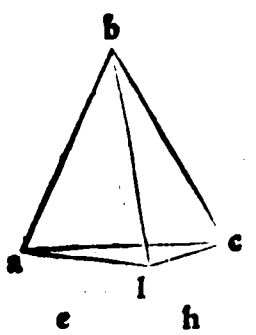
¶Si fuerint tres anguli plani quorum bini reliquo ſint maiores quomodocunq; aſſumpti / compræhendant autem ipſos æquales rectæ lineæ: ex connexis circa æquales rectas lineas triangulũ conſtitui eſt poſſibile. 22

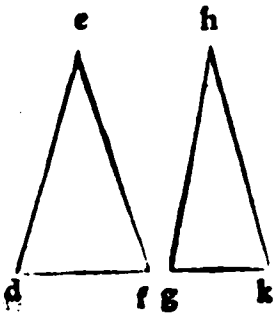




¶THEON ex Zãb. ¶ Sint tres anguli plani q ſub a b c, d e f, & g h k: quorũ bini reliquo ſint maiores quõcũq; ſũpti. hoc eſt a b c, d e f: ipſo g h k. ipſi autẽ qui ſub d e f, g h k: ipſo a b c. & inſup qui ſub g h k, a b c: eo q ſub d e f. ſintq; æquales a b, b c, d e, e f, g h, h k, rectæ lineę: cõnectanturq; a c, d f, g k. Dico q; ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triãgulũ cõſtituere eſt poſſibile: hoc eſt q; ipſarũ a c, d f, g k, binæ quõcũq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Si quidẽ qui ſub a b c, d e f, g h k, ãguli inuicẽ ſunt æquales: manifeſtũ q; & ipſis a c, d f, g k, æqualibus adinuicẽ factis / eſt poſſibile ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulũ cõſtrui. Si autẽ nõ: ſint inæquales. Cõſtituaturq; per 23 primi / ad ipſam h k rectã lineã / & ad ſignũ in ea h: angulo qui ſub a b c æqualis angulus qui ſub k h l. & ponatur per 2 primi vni ipſarũ a b, b c, d e, e f, g h, h k, æqualis h l: cõnectanturq; k l, g l. Et qm̃ binæ a b, b c, duabus k h, h l, ſunt æquales / & angulus qui ad b angulo qui ſub k h l eſt æqualis: baſis igitur a c per 4 primi baſi k l eſt æqualis. Et qm̃ qui ſub a b c, g h k: eo qui ſub d e f ſunt maiores / æqualis autẽ qui ſub g h l eis qui ſub a b c & g h k, qui igitur ſub g h l eo qui ſub d e f maior eſt. Et quoniam duæ g h, h l, duabus d e, e f, ſunt æquales / & angulus qui ſub g h l angulo qui ſub d e f maior eſt: baſis igit̃ g l per 24 primi baſi d f maior eſt. Sed ipſę g k, k l: ipſa g l ſũt maiores. multo magis igit̃ g k, k l: ipſa d f ſũt maiores. Aequalis autẽ eſt k l: ipſi a c. ipſę igit̃ a c, g k: reliqua d f ſunt maiores. Similiter iã oſtẽdemus / q; & ipſę qdẽ a c, d f, ipſa g k ſũt maiores: & g k, d f, ipſa a c. Poſſibile igit̃ eſt: ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulũ confici. Quod oſtendendum erat.

¶ALITER. ¶Sunt dati tres ãguli plani q ſub a b c, d e f, g h k: quorũ duo reliquo ſint maiores quõcũq; aſſũpti. Cõprehẽdãt autẽ ipſos: æquales rectæ lineę a b, b c, d e, e f, g h, h k. Cõnectantq; ipſę a c, d f, g k. Dico q; ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triãgulũ cõſtrui eſt poſſibile: hoc eſt rurſus q; duo reliquo ſũt maiores quõcũq; aſſumpti. Si qdẽ rurſus qui ad b, e, h, ſigna ãguli ſunt æquales: erũt quoq; ipſæ a c, d f, g k, & duæ reliqua erũt maiores. Si autẽ nõ: ſint inæquales q ad pſa b, e, g, ſigna ãguli. ſitq; maior angulus q ad b, vtroq; ipſorũ e, h. maior igit̃ eſt p 24 primi & a c recta linea: vtraq; ipſarũ d f, g k. & manifeſtũ: q; a c cũ vtraq; ipſarũ d f, g k, reliqua maior eſt. Dico q; & d f, g k: reliqua a c ſũt maiores. Cõſtituat̃ p 23 primi ad a b rectã lineã ad ſignũq; in ea b: ei q ſub g h k angulo æquus qui ſub a b l. ponaturq; p 2 primi vni ipſarũ a b, b c, d e, e f, g h, h k: æqualis b l. cõnectãturq; a l, l c. Et duę a b, b l, duabus g h, h k, ſunt æquales altera alteri: & æquos ãgulos cõprehẽdũt. baſis igit̃ a l: per 4 primi baſi g k eſt æqualis. Et qm̃ q ad e, h, ſigna ãguli eo q ſub a b c ſũt maiores / quorũ q ſub g h k eo qui ſub l b c maior eſt / et quoniã duę l b, b c, duabus d e, e f, ſunt æquales altera alteri / & angulus q ſub d e f angulo q ſub l b c maior eſt: baſis igit̃ d f per 24 primi baſi l c maior eſt. Oſtenſum autẽ eſt: q; æqualis eſt g k ipſi a l. Ipſæ igitur d f, g k: ipſis a l, l c, ſunt maiores. Sed ipſæ a l, l c: ipſa a c ſunt maiores. multo magis igit̃ d f & g k: ipſa a c ſunt maiores. Ipſarũ igit̃ a c, d f, g k, rectarũ linearũ duæ reliqua ſunt maiores: quõcunq; aſſumptæ. Poſſibile igitur eſt: ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulum confici. Quod oportuit oſtendere.

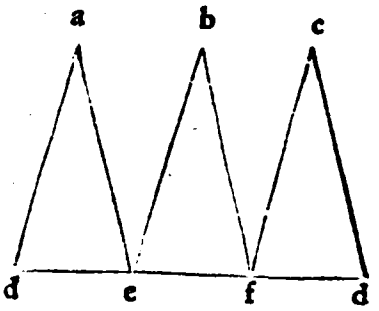


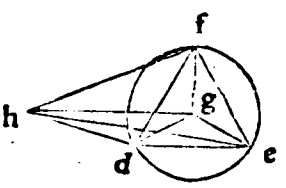


Eucli.ex Camp. Propoſitio 23.

23 TRibus angulis ſuperficialibus propoſitis/quorũ quiq; duo pariter accepti tertio ſunt maiores omnes/& tres ſimul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis æqualibus qualeſcunq; ſint/ſolidum angulũ cõſtituere.

¶CAMPANVS. ¶Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a,b,c.de tribus illis ęqualibus volumus vnũ ſolidum angulum conſtituere.Oportet igitur ex 20 huius/vt quiq; duo eorũ pariter accepti tertio ſint maiores:& ex 27 huius/vt oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores.Ex ipſis itaq; ſint hæc poſita.Latera vero eos continentia cuncta adinuicẽ ſint æquilia:erſq; ſubtendantur tres baſes/& ipſæ ſint d e,e f,& f d.eritq; ex præmiſſa poſſibile: de tribus lineis his baſibus æqualibus triangulum conſtitui.Sit igitur ex eis ſecundum doctrinam 22 primi/ triangulus d e f,conſtitutus:cui ſicut docuit quinta quarti/circunſcribatur circulus d e f ſupra centrũ g.& protrahatur g d, g e,g f.Quæ cũ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitione circuli/latcraq; tres ppoſitos angulos ambiẽtia ęqualia ex hypotheſi:neceſſe eſt vt earũ quelibet quolibet illorũ laterũ ſit minor.æqualẽ autẽ aut maiorẽ eſſe eſt impoſſibile.Si enĩ linea exiẽs a cẽtro g,circũferentiã circuli d e f eſſet æqualis alicui laterũ a d,a e, b e,b f,c f,c d:ſequeret propter ea quę poſita ſunt/annuẽte 8 primi/tres angulos a,b,c,propoſitos/eſſe æquales tribus augulis d g e,e g f,f g d.Cũq; hi tres ſint æquales quatuor rectis ãgulis/vt facile patet ex 13 primi/protracta pauliſp vna linearũ exeũtiũ a cẽtro ad circũferentiã in cõtinuũ et directũ:eſſent etiã tres ãguli a,b,c,ęquales etiã quatuor rectis.Qđ eſt cõtra poſita.Qz ſi eſſet maior: ſuperpoſitis tribus triãgulis quorũ ſunt anguli a,b,c,tribus triangulis diuidẽtibus triãgulũ d e f vnoquoq; illi cũ quo cõicat in baſi/ita q; baſes ſupponant baſibus ęquales videlicet ęqualibus:& anguli a b c cadãt ad partẽ pũcti g/ſequeret ex 21 primi tres ãgulos a,b,c,eſſe maiores tribus q ſunt d g e,e f g,f g d.Eſſent itaq; maiores quatuor rectis.Qđ eſt ãplius cõtrariũ poſitis.Relinquit itaq; vnũquodq; ex ſex lateribus tres propoſitos ãgulos ambiẽtibus:maius eſſe linea egrediẽte a cẽtro g,ad circũferẽtiã d e f.ideoq; etiã potẽtius.Sit igitur potẽtius in linea g h:quæ ſit ſecũdũ 12 huius orthogonaliter erecta ſup ſupficiem ãguli vel circuli d e f.demittãturq; tres hypothenuſæ h d,h e,h f:quas dico cõtinere angulos tres ſupficiales ęquales tribus propoſitis/cõſtituẽtes angulũ ſolidũ in pũcto h.Cũ enĩ quadratũ lineę a d ſit ęquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypotheſi/at quadratũ lineę d h ſit ęquale eiſdẽ ex penultima primi:neceſſe eſt lineã a d eſſe æqualẽ lineę d h.Eodẽq; modo & lineam a e:lineę e h.Igitur ex 8 primi cũ baſes etiã ſint æquales:erit angulus a ęqualis angulo d h e.Simili quoq; modo erit angulus b ęqualis angulo e h f:& angulus c ęqualis angulo f h d.Quare cõſtat factũ eſſe quod facere diſpoſuimus.

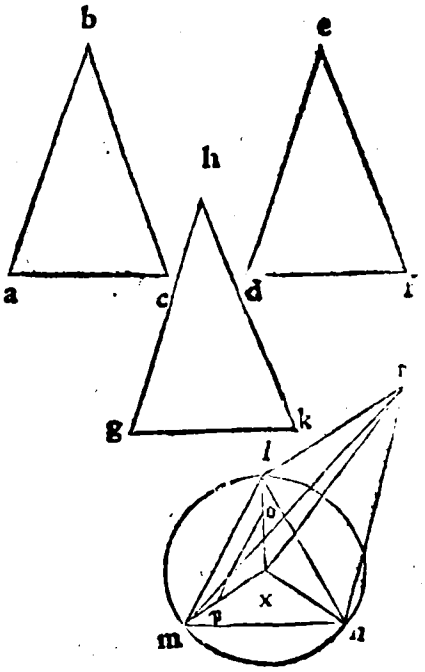


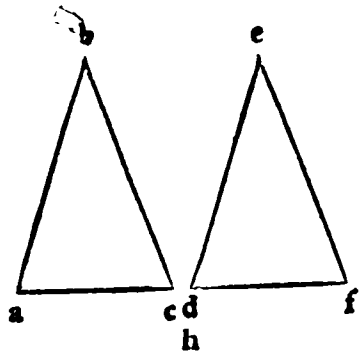


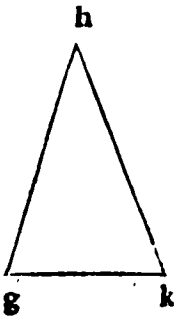
Eucli.ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 23.

23 ¶Ex tribus angulis planis quorum duo quomodocunq; ſumpti ſint reliquo maiores:ſolidum angulum conficere.oportet iam tres quatuor rectis eſſe minores.

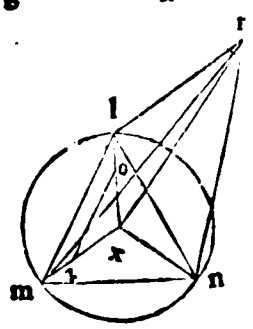
¶THEON ex Zãb. ¶Sint dati tres anguli plani ſub a b c,d e f,g h k:quorũ duo quõcũq; aſſumpti reliquo ſint maiores/inſuperq; tres quatuor rectis minores.oportet iã ex ęqualibus eis qui ſub a b c,d e f,g h k:ſolidũ cõſtituere angulũ.Aſſumãtur æquales a b,b c,d e,e f,g h,h k:cõnectanturq; a c,d f,g k.Igitur per 21 vndecimi ex æqualibus ipſis a c,d f,g k,triãgulũ cõfici eſt poſſibile.Conſtruat/ſitq; l m n:& eo quia a c æqua eſt ipſæ l m,& d f ipſi m n,& g k ipſi l n. Circũſcribatur autẽ p 5 quarti ipſi l m n triãgulo:circulus l m n.ſumatq; per 1 tertij ipſius centrũ x:connectaturq; l x,m x,n x. ¶Dico q; a b:ipſa l x maior eſt.Si autem non:aut a b ipſi l x eſt æqualis/aut ea minor.Sit primum æqualis.Quoniã a b ipſi l x eſt æqualis/ſed a b ipſi b c eſt æqualis:igitur l x ipſi b c eſt æqualis.Ipſa autem l x:ipſi x m per 15 diffinitionẽ primi.Duæ iam a b,b c: duabus l x,x m,ſunt æquales altera alteri.& baſis a b:baſi l m ſupponit æqua-

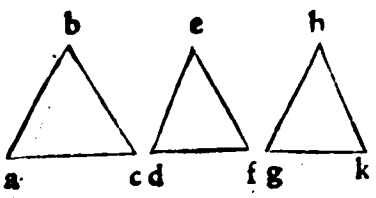


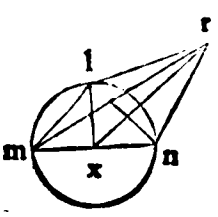


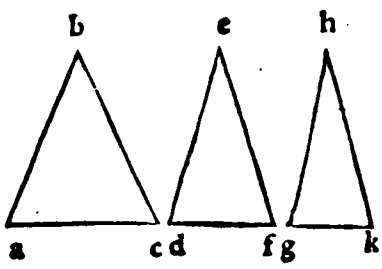


lis.angulus igitur qui ſub a b c:per 8 primi angulo qui ſub l x m eſt æqualis. Id propterea iam & qui ſub d e f:ei qui ſub m x n eſt æqualis.Eſt autem & qui ſub g h k:ipſi qui ſub n x l.Ipſi igitur qui ſub a b c,d e f,g h k,anguli:ipſis tribus qui ſub l x m,m x n,n x l,ſunt æquales.Sed tres qui ſub l x m,m x n.n x l: quatuor rectis ſunt æquales.& tres igitur qui ſub a b c,d e f,g h k:quatuor rectis ſunt æquales.Supponuntur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoſſibile.Igitur a b:ipſi l x æqualis non eſt. ¶Dico etiam:q̄ nec minor eſt a b,ipſa l x.Si enim poſſibile:eſto.ponaturq̄ per 2 primi/ipſi a b æqualis x o,ipſi autē b c æqualis x p:connectaturq̄ o p.Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c:æqualis eſt & x o ipſi x p.quare & reliqua o l:reliquæ p m eſt æqualis.Parallelus igitur eſt per ſecundam ſexti l m ipſi o p:& æquiangulū eſt l m x ipſi o p x.eſt igitur ſicut x l ad ipſam l m:ſic eſt x o ad o p.viciſſim igitur per 16 quinti ſicut l x ad x o:ſic l m ad o p.Maior autem eſt l x:ipſa x o.maior igitur eſt & l m:ipſa o p.Sed ipſa l m:poſita eſt ipſi a c æqualis.& a c igitur:ipſa o p maior eſt. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ a b,b c,duabus o x,x p,ſunt æquales/& baſis a b baſi o p maior eſt:angulus igitur qui ſub a b c,angulo qui ſub o x p maior eſt per 25 primi.Similiter iam oſtendemus:q̄ & qui ſub d e f eo qui ſub m x n maior eſt/qui autem ſub g h k eo qui ſub n x l.Ipſi igitur tres anguli qui ſub a b c,d e f,g h k:tribus qui ſub l x m,m x n,n x l ſunt maiores.Sed qui ſub a b c,d e f,g h k:quatuor rectis ſupponuntur minores.multo igitur magis qui ſub l x m,m x n,n x l:quatuor rectis ſunt minores . Sed & æquales.Quod eſt impoſſibile.Igitur a b:ipſa l x minor nō eſt.Oſtenſum autē eſt:q̄ neq̄ æqualis.maior igitur eſt a b:ipſa l x. ¶Conſtituatur iam a ſigno x:ipſius l m n circuli plano ad angulos rectos x r per 12 vndecimi.Et quo maius eſt quadratum quod ex a b,eo quod ex l x:ei æquum eſto quod ex x r.cōnectanturq̄ r l,r m, r n.Et quoniam r x recta eſt & ad ipſius l m n circuli planum:& ad vnamquamq̄ igitur ipſarum l x,m x,n x,per conuerſionem 2 diffinitionis vndecimi recta eſt ipſa r x.Et quoniam æqualis eſt l x ipſi x m,communis autem & ad angulos rectos eſt x r:baſis igitur r l p 4 primi baſi r m eſt æqualis.Iam id propterea & r n:vtriq̄ ipſarum r l,r m,eſt æqualis.Ipſæ igitur r l,r m,r n:ſibi inuicem ſunt æquales.Et quoniam quo maius eſt quod ex a b eo quod ex l x,ei ſupponitur æquum quod ex x r:quod ex a b igitur æquū eſt eis quæ ex l x,r x. Eis autem quæ ex l x,x r:æquum eſt per 47 primi quod ex l r.rectus enim eſt qui ſub l x r.Quod igitur ex a b:æquū eſt ei quod ex r l.Aequalis igitur eſt a b:ipſi r l.Sed ipſi quidem a b:æqualis eſt vnaquæq̄ ipſarum b c,d e,e f,g h, h k.ipſi autem r l:æqualis eſt vtraq̄ ipſarum r m,r n. Vnaquæq̄ igitur ipſarū a b,b c,d e,e f,g h,h k:vnicuiq̄ ipſarum r l,r m,r n,eſt æqualis.Et quoniā duę l r,r m,duabus a b,b c,ſunt æquales/& baſis l m baſi a c ſupponitur æqualis: angulus igitur qui ſub l m r per 8 primi ei qui ſub a b c eſt æqualis. Id propterea & qui ſub m r n:ei qui ſub d e f eſt æqualis.Qui autem ſub l r n:ei qui ſub g h k.Ex tribus igitur angulis planis hoc eis qui ſub l r m,m r n,l r n,qui ſunt æquales tribus datis ſc3 eis qui ſub a b c,d e f,g h k,ſolidus angulus conſtruit qui ad r:cōpræhenſus ſub l r m,m r n,& l r n,angulis. Qd facere oportebat. ¶Sed iā eſto centrū circuli in vno laterū triāguli:ſitq̄ in m n,eſtoq̄ x.Cōnectaturq̄ l x.Dico rurſus:q̄ maior eſt a b ipſa l x.Si autē nō:aut a b eſt æqualis ipſi l x,aut ea minor.Sit primū æqualis.Duæ iā a b,b c,hoc eſt d e,e f:duabus m x,x l,hoc eſt ipſi n m ſunt æquales.Sed ipſa quidē m n:ipſi d f ſupponit̄ æqualis.& ipſę igit̄ d e,e f:ipſi d f ſunt æquales. Qd eſt impoſſibile.Igitur a b:ipſi l x, æqualis nō eſt.Similiter iā oſtēdemus:q̄ neq̄ minor.igit̄ ipſa a b:maior eſt ipſa l x.Et ſi ſimiliter quo maius eſt quod ex a b eo quod ex l x,ei æquū & ad angulos rectos ad circuli planū cōſtituemus ſicut quod ex x r:cōſtituet̄ problema. ¶Sed iam eſto centrū circuli extra triangulū l m n:ſitq̄ x.Connectanturq̄ l x, m x,n x.Dico:q̄ & ſic maior eſt a b ipſa l x.Si autē non:aut æqualis eſt aut minor.Sit prius æqualis.Duæ igitur a b,b c:duabus m x,x l,ſunt æquales altera alteri.& baſis a c baſi m l,eſt æqualis.angulus igitur qui ſub a b c:per octauam primi angulo qui ſub m x l eſt æqualis.Idq̄ propterea iam & qui ſub g h k: ei qui ſub l x n eſt æqualis.Totus igitur qui ſub m x n:duobus qui ſub a b c,g h k,eſt æqualis.Sed qui ſub a b c,g h k:ipſo qui ſub d e f ſunt maiores.Et

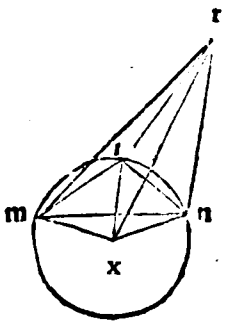


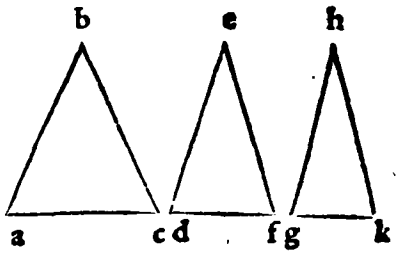


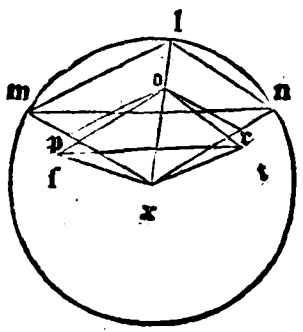


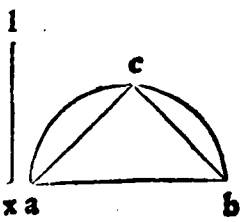


qui ſub m x n igitur: eo qui ſub d e f maior eſt. Et quoniã duæ d e, e f, duabus m x, n x, ſunt æquales/& baſis d f baſi m n eſt æqualis: angulus igitur qui ſub m x n per 8 primi ei qui ſub d e f eſt æqualis. Patuit autem q̃ & maior. Quod eſt abſurdum. Igitur a b: ipſi l x non eſt æqualis. Itidemq; oſtendemus: q̃ neq; minor. Igitur ipſa a b: maior eſt ipſa l x. Et ſi etiã ad angulos rectos in circuli plano rurſus cõſtituamus ipſam x r, & ipſi æqualẽ ponamus eã quæ poteſt id quo maius eſt quod ex a b eo quod ex l x: cõſtituet problema. ¶ Dico inſuper q̃ a b ipſa l x non eſt minor. Si enim poſſibile: eſto. Ponaturq; per 2 primi ipſi quidem a b æqualis x o: ipſi autem b c æqualis x p. Connectaturq; o p. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c: æqualis eſt x o ipſi x p. quare & reliqua o l: reliquæ m p, eſt æqualis. Parallelus igitur eſt per 2 ſexti l m ipſi p o: & æquiangulum eſt triangulum l x m ipſi triangulo p x o. Eſt igitur per 4 ſexti ſicut x l ad l m: ſic eſt x o ad o p. & vicißim per 16 quinti ſicut l x ad x o: ſic l m ad o p. Maior autem eſt l x: ipſa x o. maior igitur eſt & l m: ipſa o p. Sed l m: ipſi a c eſt æqualis. igitur & a c: ipſa o p maior eſt per 14. quinti. Quoniam igitur duæ a b, b c, duabus o x, x p, ſunt æquales altera alteri/& baſis a c baſi o p maior eſt: angulus igitur qui ſub a b c per 25 primi angulo qui ſub o x p maior eſt. Similiter iam & ſi ipſam x r æqualem vtriq; ipſarum x o, x p, aſſumamus/& cõnectamus ipſam o r: oſtendemus q̃ & qui ſub g h k angulus eo qui ſub o x r maior eſt. Conſtituatur iam per 23 primi ad ipſam l x rectam lineam/ad ſignumq; in ea x: ei quidem qui ſub a b c angulo æquus angulus qui ſub l x ſ, ei autem qui ſub g h k æqualis qui ſub l x t. ponaturq; per 2 primi vtraq; ipſarum x ſ, x t, ipſi o x æqualis: & connectantur o ſ, o t, ſ t. Et quoniam binæ a b, b c, binis t x, x ſ, ſunt æquales/& angulus qui ſub a b c angulo qui ſub o x ſ eſt æqualis: baſis igitur a c p 4 primi hoc eſt l m/baſi o ſ eſt æqualis. Idq; propterea iam & l n: ipſi o t eſt æqualis. Et quoniam duæ l m, l n, duabus ſ o, o t, ſunt æquales/& angulus qui ſub m l n angulo qui ſub ſ o t maior eſt: baſis igitur m n per 25 primi baſi ſ t maior eſt. Sed ipſa quidem m n: ipſi d f eſt æqualis. & ipſa igitur d f: ipſa ſ t maior eſt. Quoniam igitur duæ d e, e f, duabus ſ t, x t, ſunt æquales/& baſis d f baſi ſ t maior eſt: angulus igitur qui ſub d e f per 25 primi ãgulo qui ſub ſ x t maior eſt. Aequalis autem eſt qui ſub ſ x t: eis qui ſub a b c, g h k. Igitur qui ſub d e f: eis qui ſub a b c, g h k, maior eſt. Sed & etiam minor. Quod eſt impoſſibile. ¶ Quo autem maius eſt quod ex a b, eo quod ex l x: ei æquum aſſumatur quod ex x r, ſic. Exponantur a b & l x rectæ lineæ: ſitq; maior a b deſcribaturq; ſuper ipſa ſemicirculus a c b: & in ſemicirculo a c b annectatur ipſi l x rectæ lineæ æqualis ipſa a c, connectaturq; c b. Quoniã igitur in ſemicirculo a c b angulus eſt qui ſub a c b: rectus igitur eſt qui ſub a c b per 31 tertij. Quod igitur ex a b per 47 primi æquum eſt eis quæ ex a c, c b. quare id quod ex a b: maius eſt eo quod ex a c, eo quod ex c b. æqualis autem eſt a c ipſi l x. quod igitur ex a b: maius eſt eo quod ex l x, eo quod ex c b. Si ipſi igitur c b æqualem x r aſſumamus: quod ex a b, eo quod ex l x, eo quod ex x r maius eſt. Quod facere propoſueramus.





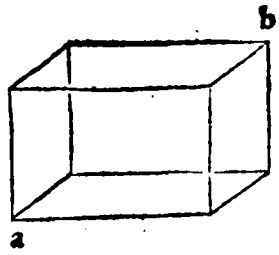


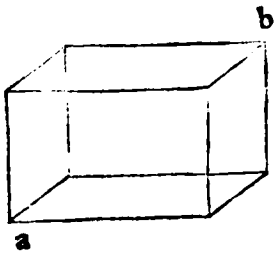


Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI ſuperficiebus æquidiſtantibus ſolidum cõtineatur: eius oppoſitæ ſuperficies ſibi inuicem æquales ſunt & æquidiſtantium laterum.

¶ CAMPANVS. ¶ Quicquid dicant alij: ſolidum æquidiſtantibus ſuperficiebus contentum/ſuperficiebus paribus neceſſe eſt contineri. quæ ſicut eſſe non poſſunt pauciores ſex: ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſenarium excedente. Conſtat enim columnam hexagonam: poſſe octo ſuperficiebus quæ binæ & binæ oppoſitæ ſibi inuicem æquidiſtant/contineri. Sic quoq; octogonam: 10. & decagonam: 12. & ad iſtarum ſimilitudinem: in infinitum. Sed horum omnium ſolidorum æquidiſtantibus ſuperficiebus contentorum quæ infinita eſſe pronuncio: ſolum illud dicitur parallelogrãmum/cuius omnes ſuperficies ipſum ambientes parallelogrãmæ ſunt. & iſtud ſex ſuperficiebus duntaxat neceſſe eſt ambiri. De tali itaq; quod ſex tantum ſuperficiebus ambitur: dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale ſolidum/corpus a b: cuius

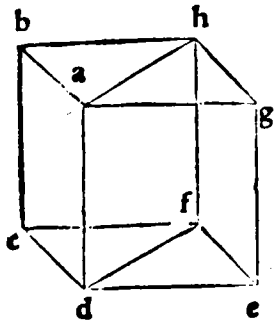




omnino ſuperficies fac vt ſolido hàbitu mente compræhendas. patebitq; tibi vnamquãq; earũ quatuor ex reliquis ſecare eius quatuor latera: cum ſint cõmunes ſectiones ipſius ſecantis & quatuor ſectarum. Sint autem illæ quatuor ſectæ binæ & binæ ſecundum q̃ adinuicem opponuntur: ęquidiſtantes ex hypotheſi. ſequitur ex 16 bis aſſumpta: vt quatuor latera huius ſuperficiei ſecantis & quatuor ſectarum ſint adinuicem bina & bina æquidiſtantia. Cõſtat itaq; ſecundum. At vero ex 34 primi manifeſtum eſt: omnia latera oppoſita iſtarum ſex ſuperficierum eſſe ęqualia. erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiuſq; earum/ęqualia binis lateribus angulum planum in ſuperficie ſi bi oppoſita continentibus: anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti/ęquales per 10 huius. Igitur ex conuerſa penultimę cõmunis ſcientiæ in primo libro poſitę: neceſſe eſt quaſq; duas ſuperficies in ſolido a b oppoſitas/eſſe ſibi inuicem æquales. Quod eſt propoſitum.

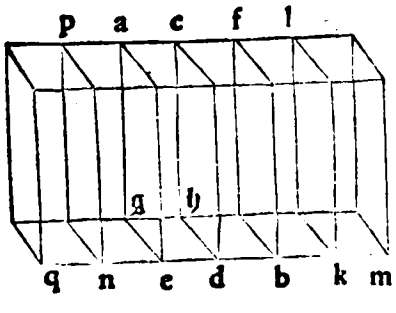
Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 24.

¶Si ſolidum ſub parallelis planis compræhendatur: quæ ex oppoſito ipſius plana/æqualia & parallelogramma ſunt. 24



¶THEON ex Zãb. ¶Solidum inquam c d h g: ſub parallelis planis a c, g f, a h, d f, f b, a e, comprẹhendatur. Dico q̃ quæ ex ppoſito ipſius plana: æqualia & parallelogramma ſunt. Quoniam enim bina plana parallela hoc eſt b g, c e, a plano a c ſecantur: cõmunes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt per 16 vndecimi. parallelus igitur eſt a b: ipſi d c. Rurſus quoniam plana bina parallela b f, a e, planum a c diſpeſcit: cõmunes ipſorum ſectiones parallelę ſunt per eãdem. parallelus igitur eſt b c: ipſi a d. Patuit autẽ: q̃ & a b ipſi d c eſt parallelus. parallelogrammum igitur eſt a c. Similiter iam oſtendemus: q̃ & vnumquodq; ipſorum d f, f g, g b, b f, a e, parallelogrammum eſt. Conuectantur a h, d f. Et quoniam parallelus eſt a g ipſi d e, & b h ipſi c f: binæ iam a b, b h, ſeſe inuicem tangentes ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes hoc eſt d c, c f, ſunt/non tamen in eodem plano. igitur æquales compræhendunt angulos per 10 vndecimi. Angulus igitur qui ſub a b h: angulo qui ſub d e f, eſt æqualis. Et quoniã binæ a b, b h, duabus d c, c f, ſunt æquales/& angulus qui ſub a b h, angulo qui ſub d c f eſt æqualis: baſis igitur a h per 4 primi baſi d f, eſt æqualis/& triangulum a b h triangulo d c f eſt æquale. Et quoniam ipſius quidem a b h, duplum per 41 primi eſt b g parallelogrammum: æquum igitur eſt parallelogrammum b g, parallelogrammo e c. Similiter iam oſtendemus: q̃ & a c ipſi g f eſt æquale/& a e ipſi b f. Si planum igitur ſub parallelis planis comprẹhendatur: qui ex oppoſito eius plana/æqualia et parallelogramma ſũt. Quod oportuit oſtendere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

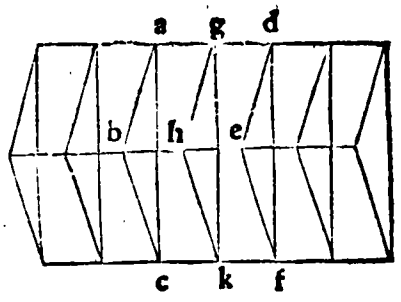


SI ſuperficies quædam ſecet ſolidum parallelogrammũ æquidiſtanter duabus ipſius ſolidi ſuperficiebus oppoſitis: duo partialia corpora quæ ad illam ſecantem ſuperficiem velut ad communem terminum copulantur/ ſuis baſibus ſunt proportionalia. 25

¶CAMPANVS. ¶Sit corpus a b, ſolidum parallelogrammũ: & ſecet ipſum ſuperficies c d æquidiſtanter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a e & f b. Et ſit ſuperficies g b, baſis ipſius ſolidi a b: de qua cõſtat per præmiſſam q̃ ipſa ſit ęquidiſtantium laterum. Et ſit cõmunis ſectio duarum ſuperficierum c d & g b, linea h d: de qua cõſtat per 3 huius q̃ ipſa ſit linea recta/& per 16 huius q̃ ipſa ſit æquidiſtans g e. Ideoq; ſunt duæ ſuperficies g d & h b æquidiſtãtium laterum: & ipſæ ſunt baſes duorum partialium corporum in quæ ſuperficies c d diuidit ſolidum a b. Dico itaq; q̃ proportio ſolidi a d ad ſolidum b c: eſt ſicut baſis g d ad baſin h b. Protrahantur enim vtrinq; quantũ libuerit/ quatuor lineę penetrantes ſuperficiem c d ſuper eius angulos: & ipſæ ſunt a f & e b cũ duabus reliquis ſibi ęquidiſtantibus. Sumãturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit/quæ ponantur ſingulæ ęquales lineę b d: & ex

parte pũcti e, aliæ ſimiliter quot libuerit/quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas vtrinq; conſtituantur ſolida parallelogramma ſecundum longitudinum exigentiam/ſintq; ex parte puncti b, ſolida f k & l m: & ex parte pũcti e, ſolida a n & p q. Eritq; ex diffinitione corporum æqualium atq; ſimilium/vnũquodq; ſolidorum f k & l m æquale ſolido c b: & vnumquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima ſexti. Eſt enim ſolidũ c m ita multiplex ſolidi b c: ſicut baſis h m, baſis h b. & ſolidũ q c ita multiplex ſolidi a d: ſicut baſis q h, baſis g d. Et ſi baſis h m eſt æqualis baſi q h: ſolidũ e m eſt æquale ſolido q c ex diffinitione corporum æqualium atq; ſimilium. & ſi baſis eſt minor baſi: & ſolidum eſt minus ſolido. & ſi maior: maius. quod patet ex diffinitione eadem: reſecata maiori baſi ad æqualitatem minoris/& deſcripto ſuper eam ſolido parallelogrammo. Itaq; ex diffinitione incõtinuę proportionalitatis proportio ſolidi a d ad ſolidum c b: ſicut baſis g d ad baſin h b. Quod eſt propoſitum.

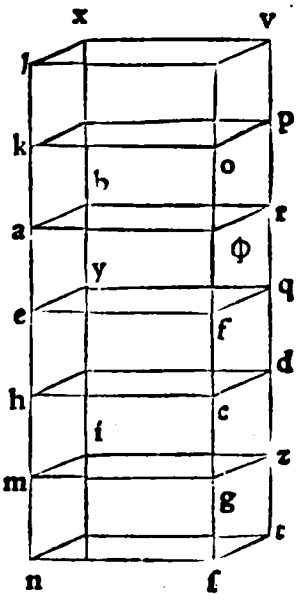
¶CAMPANVS. ¶Qz ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſerratile equidiſtanter duobus eius triangularibus ſuperficiebus oppoſitis: duo partialia corpora quę ad illam ſecantem ſuperficiem velut ad cõmunem terminum copulantur/ſuis baſibus erũt proportionalia. Sit enim a f corpus ſerratile: cuius ſint duæ trigonæ ſuperficies a b c, d e f. Conſtat igitur ex diffinitione ſerratilis/vnamquãq; trium ſuperficierum quæ ſunt a b d e, b c e f, a c d f: eſſe parallelogrammum. Secet igitur ſuperficies g h k: iſtud ſerratile æquidiſtanter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a b c, d e f. Dico q; proportio ſerratilis a k ad ſerratile g f: eſt ſicut baſis a k ad baſin g f. Quod ſicut de ſolidis parallelogrammis probatur. Protractis enim in vtramq; partem lineis a d, b e, c f, factiſq; inter eas ex parte puncti e ſerratilibus equalibus ſerratili g f, & ex parte puncti b aliis equalibus ſerratili a k vtrinq; quouis numero: ex diffinitione incontinuę proportionalitatis (ſi cuncta vigili mente perluſtres) non erit tibi difficile cõcludere quod diximus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 25.

25 ¶Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur/parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: erit ſicut baſis ad baſin ſic ſolidum ad ſolidum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Solidum inquam parallelepipedum a b c d ſecetur a plano q e parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis ſcilicet ipſis r a & d h. Dico q; eſt ſicut a e f Φ baſis ad e h c f baſin: ſic eſt a b f q ſolidũ ad e y c d ſolidum. Extendatur enim a h ex vtraq; parte. ponãturq; ipſi quidem a e equales: quæcunq; ipſarum a k, k l. ipſi autem e h: h m, m n. compleanturq; ipſa l o, k Φ, h g, m ſ, parallelogrãma: & ipſa l p, k r, d m, m t, ſolida. Et quoniã ipſę l k, k a, a e, rectæ lineæ inuicem ſunt æquales: æqualia quoq; ſunt ipſa l o, k Φ, a f, parallelogrãma ſibiinuicem per primam ſexti. & ipſa quoq; k x, k b, a y, ſibi inuicem per eandem ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa l v, k p, a r, ſibi inuicem per vigeſimãquartã vndecimi ſunt æqualia. ex oppoſito enim. Idq; propterea iam & ipſa quidem e c, h g, m ſ, parallelogrãma adinuicem ſunt equalia per primã ſexti. ipſa quoq; y h, h i, i n, ſibi inuicem per eandem ſunt equalia. Et inſuper ipſa d h, m z, n t, per 24 vndecimi ſunt æqualia. ex oppoſito enim. Tria igitur plana cuiuſq; ipſorum l p, k r, a q, ſolidorũ. tribus reliquorum planis ſunt æqualia. idq; propterea: & ipſorum e d, d m, m t, ſolidorũ. Sed tria: tribus quæ ex oppoſito per 24 vndecimi ſunt equalia. Ipſa igitur tria ſolida l p, k r, a q, inuicem ſunt æqualia per 8 vndecimi diffinitionẽ & id propter ea iam tria ſolida e d, d m, m t, inuicem ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt l f baſis ipſius a f baſis: totuplex eſt & l q ſolidum ipſius a q ſolidi. & iam id propterea quotuplex eſt n f baſis ipſius f h baſis: totuplex eſt & n q ſolidum ipſius h q ſolidi. & ſi equalis eſt l f baſis ipſi a f baſi: equum eſt & l q ſolidum ipſi a q ſolido. & ſi excedit l f baſis ipſam a f baſin: excedit quoq; ipſum l q ſolidum ipſum a q ſolidum. & ſi deficit: deficit per 1 & 14 quinti. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus/binis quidem baſibus a f, f h, duobus autem ſolidis a q, q h: aſſumũtur æque multiplicia. ipſius quidem a f baſis & a q ſolidi/ipſa l f ba-

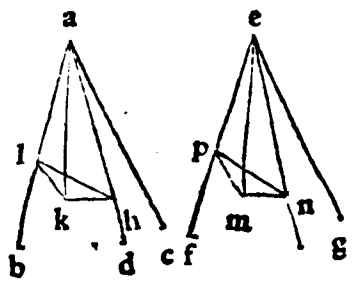


ſis & l q ſolidum: ipſius autem h f baſis & h q ſolidi/ipſa n f baſis & ipſum n q ſolidum. Oſtenſumq; eſt/q; ſi l f baſis excedit baſin a f: excedit quoq; & l q ſolidum/ipſum a q ſolidum. & ſi æquale: æquale. & ſi deficit: deficit per diffinitionem 6 quinti. In eadem ratione magnitudines eſſe dicuntur. & reliqua. Eſt igitur ſicut a f baſis ad f h baſin: ſic eſt a q ſolidum ad h q ſolidum. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 26

SVper datum punctum datæ lineæ: angulo ſolido propoſito æqualem angulum ſolidum conſtituere. 26

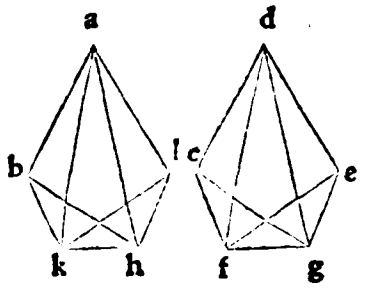
¶CAMPANVS. ¶Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidũ perficientes continentibus. cui ſuper punctum e lineę e f propoſitæ quæ ad libitum proponentis iaceat aut in ſublimi conſurgat/iubemur æqualem angulũ ſolidum conſtituere. Qualiſcunq; ſit ſitus lineę e f: a puncto g vbicunq; volueris ſignato/producito lineam g e. eruntq; ex ſecunda huius/duæ lineæ e f & g e: in ſuperficie vna. In hac itaq; ſuperficie ſuper punctum e datum in aſſignata linea ſecundum conſilium 23 primi conſtitue angulum æqualem angulo b a c: & ipſe ſit f e g. dehinc ex linea a d abſcinde lineam a h ſicut volueris: & a pũcto h producito perpendicularem h k ad ſuperficiem in qua ſunt duę lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum ſit: 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert: vtrum perpendicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineę a b & a c, inter ipſas lineas/aut extra aut in earum altera. ducito tamen lineam a k. Poſitoq; puncto l in linea a b vbicũq; volueris: protrahe lineas k l & l h. & pone angulum f e m in ſuperficie linearũ e f & e g, æqualem angulo b a k: & lineam e m æqualem lineę a k. & ex linea e f: ſume lineam e p æqualem lineę a l. & a puncto m educ lineam m n perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineę e f & e g. & pone eam æqualem h k. & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur: tres lineas e f, e g, e n, continere angulũ ſolidum in puncto e, æqualem angulo a propoſito. Cum ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, trianguli a k h æqualia duobus lateribus e m & m n triãguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiem: erunt ex quarta primi duę lineę a h & e n, æquales. per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p: æquales. ideoq; etiã per eandem h l & n p æquales: cum ſint h k & k l æquales m n & m p. & anguli h k l & m n p, recti. p 8 igitur primi/erit angulus n e p: æqualis angulo h a l. Simili quoq; modo probabis: angulum g e n eſſe æqualẽ angulo c a d. Conſtat itaq; nos effeciſſe quod volumus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris: quotcunq; lateribus a ſolidus angulus propoſitus cõtineatur/quod a te petitur ſine offendiculo perficere poteris.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 26.

¶Ad datam rectam lineam/ad ſignumq; in ea: dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere. 26

¶THEON ex Zãberto. ¶Sit quidem data recta linea a b: datũq; in ea ſignũ ſit a. datus angulus ſolidus ſit qui ad d: compræhẽſus ſub e d c, e d f, f d c, angulis planis. Oportet iam ad ipſam a b rectam lineã/& ad ſignũ in ea a: ei qui ad d ſolido angulo æquum ſolidũ angulum cõſtituere. Sumatur in ipſa d f, cõtingens ſignũ f: exciteturq; per 14 vndecimi ab ipſo f, ad id quod per e d, d c, planũ perpehdicularis f g. & concurrat in planũ per g: cõnectaturq; d g. conſtituaturq; per 23 primi ad ipſam a b, & ad ſignum in ea a, ei qui ſub e d c angulo æqualis angulus qui ſub b a l, ei autem qui ſub e d g, æqualis qui ſub b a k: ponaturq; per 2 primi ipſi d g æqualis a k. conſtituaturq; per 19 vndecimi ab ipſo k ſigno/ei quod per b a l plano ad angulos rectos k h: ponaturq; per ſecũdam primi k h ipſi g f æqualis. connectaturq; h a. Dico q; angulus ſolidus qui ad a, compræhẽſus ſub b a l, b a h, h a l, angulis: æquus eſt ei qui ad d ſolido angulo cõpręhẽſo ſub e d c, e d f, f d c, angulis. Auferantur enim æquales a b, d e: connectanturq; h b, k b, f e, e g. Et quoniam f g recta eſt ad ſubiectum planum; & per 2 diffinitionem vndecimi ad omnes igitur tangentes ſe rectas

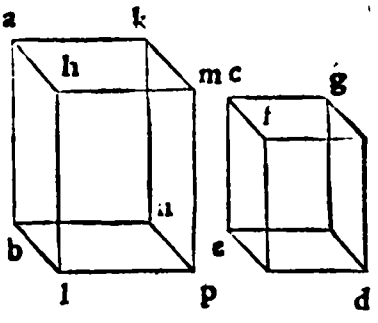


lineàs & in ſubiecto exiſtẽtes plano/ rectos efficiet angulos. Rectus eſt igitur: vterq; ipſorũ qui ſub f g d, f g e, angulorum. & iam id propterea vterq; ipſorũ h k a, h k b, angulorũ: rectus eſt. Et quoniam binæ k a, a b, duabus g d, d e, ſunt æquales altera alteri/ & æquales cõprehendunt angulos: baſis igitur k b per 4 primi baſi g e eſt æqualis. Eſt autẽ & k h ipſi g f æqualis: & rectos cõpræhẽdũt angulos. æqualis igitur eſt & b h: ipſi f e. Rurſus quoniam duæ a k, k h, duabus d g, g f, ſunt æquales/ & rectos angulos cõprahendunt: baſis igitur a h per 4 primi ipſi d f eſt æqualis. Eſt autem & a b: ipſi d e æqualis. binæ igitur h a, a b: duabus f d, d e, ſunt æquales. & baſis h b: ipſi f e eſt æqualis. Angulus igit qui ſub b a h: per 8 primi angulo qui ſub e d f eſt æqualis. Iam id propterea & qui ſub h k l: ei qui ſub f g c eſt æqualis. Quoniã ſi aſſumamus æquales a l, d c, cõnectamuſq; ipſas k l, h l, g c, f c: quoniam totus qui ſub b a l toti qui ſub e d c eſt æqualis quorũ qui ſub b a k ei qui ſub e d g ſupponitur æqualis/ reliquus igitur qui ſub k a l reliquo qui ſub g d c eſt æqualis. Et quoniã binæ k a, a l, duabus g d, d c, ſunt æquales/ & rectos cõpræhendunt angulos: baſis igitur k l per 4 primi baſi g c eſt æqualis. Eſt autẽ & k h: ipſi g f æqualis. binæ iam l k, k h, binis c g, g f, ſunt æquales: & angulos rectos cõpræhendũt. baſis igitur h l: per 4 primi baſi f c eſt æqualis. Et quoniã binæ h a, a l, duabus f d, d c, ſunt æquales/ & baſis h l baſi f c eſt æqualis: & angulus igitur qui ſub h a l per 8 primi anguloqui ſub f d c eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub b a l: ei qui ſub e d c æqualis. Ad datam igitur rectam lineam a b, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo ſolido qui ad d æqualis angulus ſolidus cõſtitutus eſt. Quod erat agendũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

27 VPer aſſignatam lineam: dato ſolido æquidiſtantium ſuperficierum ſimile ſolidum conſtituere.

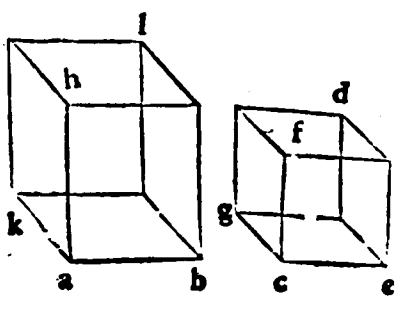
¶CAMPANVS. ¶Sit aſſignata linea a b: de cuius ſitu vtrum in plano iaceat vel ſurſum exurgat/ nihil curetur. ſitq; aſſignatum parallelogrãmum ſolidũ / corpus c d: cui ſuper lineam a b, iubemur ſimile ſolidum fabricare. Sint igitur tres lineę cõtinentes ſuperficiales angulos ex quibus cõponitur ſolidus angulus c, inſcriptæ litteris c e, c f, c g. At ſecundũ præcepta præmiſſæ ſuper punctũ a lineæ a b, cõſtituatur angulus ſolidus æqualis c: quẽ contineãt tres lineæ a b, a h, a k. & auxilio 10 ſexti ſit proportio c e ad a b, & e f ad a h, & g c ad a k: proportio vna. Dehinc a tribus punctis b, h, k, protrahantur ſex lineæ: h l æquidiſtans lineæ a b, & h m æquidiſtans lineę a k, iterum b l æquidiſtans lineę a h, & b n æquidiſtans lineæ a k, rurſus quoq; k n æquidiſtans a b, & k m æquidiſtans a h. amplius autẽ protrahãtur: m p æquidiſtans h l, & p l æquidiſtãs h m. protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completũ ſolidum parallelogrãmũ a p: quod dico eſſe ſimile ſolido c d. Hoc autẽ ex diffinitione ſimilium ſuperficierũ & diffinitione ſimilium corporum ſi earum meminerís: facile cõcludes.



Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 27.

27 ¶Ex data recta linea: dato ſolido parallelepipedo ſimile & ſimiliter poſitum ſolidum parallelepipedum deſcribere.

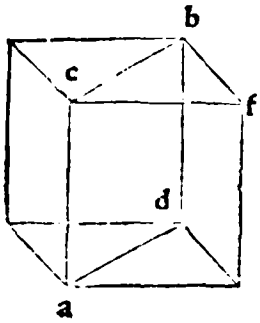
¶THEON ex Zãberto. ¶Eſto quidẽ data recta linea a b: datum autem ſolidum parallelepipedũ eſto c d. Oportet iam ex data recta linea a b: ipſi c d ſolido parallelepipedo dato ſimile ſimiliterq; poſitum ſolidum parallelepipedũ deſcribere. Conſtituatur enim per 26 vndecimi ad ipſam a b rectã lineam/ ad ſignumq; in ea a, ei qui ad c ſolido angulo æqualis qui ſub b a h, h a k, k a b, cõprehendit: vt æqualis ſit qui ſub b a h ei qui ſub e c f, qui vero ſub b a k ei qui ſub e c g, & inſuper qui ſub k a b ei qui ſub g c f. Fiatq; ſicut e c ad c g, ſic b a ad a k: ſicut autẽ g c ad c f, ſic k a ad a h. et ex æquali igitur per 22 quinti ſicut e c ad c f: ſic b a ad a h. Cõpleaturq; ipſum h b parallelogrãmũ: & ipſum a l ſolidum. Et quoniã eſt ſicut e c ad c g ſic b a ad a k, & iquæ circũ æquos angulos qui ſub e c g, b a k, latera ſunt proportionalia: igitur parallelogrãmum g e ipſi k b parallelogrãmo eſt ſimile per diffinitionem ſexti. Idq; propterea & k h parallelogrãmum ipſi g f parallelogrãmo eſt ſimile: & inſuper ipſum f e ipſi h b. Tria igitur parallelogramma ipſius c d ſolidi: tribus parallelogrammis ipſius



a l ſolidi ſunt ſimilia. Sed tria: tribus quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia ſunt. Totum igitur c d ſolidum: toti a l ſolido ſimile eſt. A data igitur recta linea a b: dato ſolido parallelepipedo c d ſimile & ſimiliter poſitum deſcriptum eſt a l. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 28.

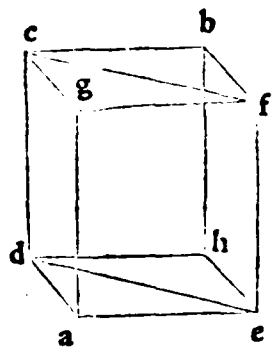
SI ſuperficies aliqua ſolidum parallelogrammum ſuper duas quaſlibet oppoſitas ſuperficies eius terminales & ſuper earum duas diametros ſecet: eandem ſuperficiem corpus illud per æqualia ſecare neceſſe eſt. 28



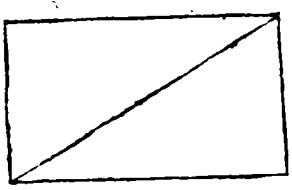
¶CAMPANVS. ¶Sit corpus a b ſolidū parallelogrammum: de quo ſit poſitum ꝙ ſuperficies a b c d ſecet ipſum ſuper diametros duarum ſuperficierū oppoſitarum ipſum terminantiū quæ ſint a d & c b. Dico ꝙ ipſa diuidit iſtud ſolidum propoſitum: per æqualia. Conſtat enim: ꝙ ipſa diuidit illud ſolidum in duo ſerratilia. quorum ſuperficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas ſecundum ꝙ ipſæ ſunt oppoſita latera ſolidi propoſiti / manifeſtum eſt ex 24 huius eſſe æquales: cum ſolidum de quo loquimur / poſitum ſit eſſe parallelogrāmum. Ex eadem quoq; & 41 primi cōſtat: trilateras ſuperficies dictorum ſerratiliū eſſe æq̄les. Igit̄ a diffinitione ſolidorū ęqualiū: liquet qđ ꝓpoſitū eſt.

Eucli. ex Zamb Theorema 23. Propoſitio 28.

¶Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorum: ipſum ſolidum ſecabitur ab ipſo plano biſariam. 28



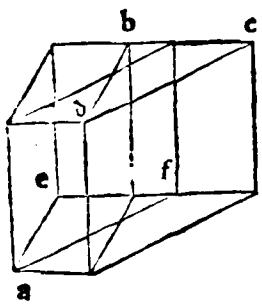
¶THEON ex Zamberto. ¶Solidum enim parallelepipedum a b: plano c d e f ſecetur per diagonios eorū quæ ex oppoſito planorū c f, d e. Dico ꝙ ipſum a b ſolidū: ab ipſo c d e f plano biſariam ſecabitur. Quoniā enim per 34 primi c g f triangulum æquum eſt triangulo c b f, & triangulum a d e ipſi d e h, eſt autem c a parallelogrammum ipſi b e æquale ex oppoſito enim / ipſum autem g e ipſi c h: & per 21 vndecimi priſma igitur compręhenſum ſub duobus triangulis c g f, a d e, & tribus parallelogrāmis hoc eſt g e, a c, c e, æquum eſt priſmati compræhenſo ſub duobus triangulis c f b, d e h, & tribus parallelogrāmis hoc eſt c h, b e, c e. Sub æqualibus enī planis & multitudine & magnitudine cōpræhenduntur per diffinitionē vndecimi. Quare totum a b ſolidum: biſariam ſcinditur ab ipſo c d plano. Quod erat oſtendendum.



¶ZAMBERTVS. ¶Diagonius: linea recta eſt quæ in figuris angularibus ab vno angulo inſurgit & ſeſe in aliū extendit angulū. Vt in hac figura patet.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 29.

CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æque alta atq; in eadem baſi ſuper vnam lineam conſtituta: probantur eſſe æqualia. 29

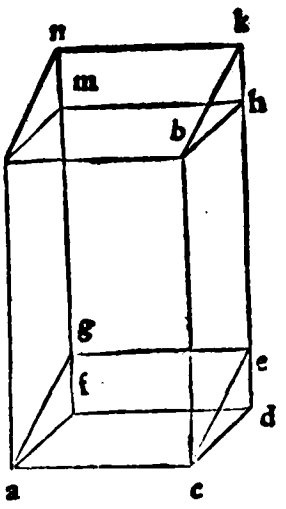


¶CAMPANVS. ¶Verū eſt ꝙ ſolida æquidiſtantiū laterū ęque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes ſuper vnam & eadem baſin conſtituta ſunt adinuicē æqualia: ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantiū laterū ſuper vnam baſin & inter lineas ęquidiſtātes conſtitutis in 35 primi demōſtratū eſt. Sed talium ſolidorū quædā dicūtur conſtitui ſuper lineam vnam: & ſunt illa quorum ſupremarū ſuperficierū duo oppoſita latera ſunt ſecūdum rectitudinē protracta / linea vna. & de talibus hæc 29 proponit demōſtrandū: ipſa ōnia eſſe ęqualia adinuicē. Sunt autē eorū alia quę non dicūtur conſtituta ſuper lineam vnā: & ſunt illa quorū ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita quæcunq; ſumātur ſecūdū rectitudinē protracta / nō ſunt linea vna. & de talibus ſequēs demonſtrādum proponet: ipſa quoq; omnia eſſe adinuicē æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogrāma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes a b & a c: cōſtituta ſuper vnam baſin quæ ſit a d, quorum ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c. ſintq; harum ſupremarū ſuperficierum duo latera oppoſita / cum ſecundum rectitudinem protrahantur: linea vna. & ipſa ſunt c f & b e. Dico itaq; ꝙ

ſolida a b & a c: ſunt æqualia. Hoc autē (ſi figura eius ſecūdū quod oportet/actu vel cogitatione fabricaueris/& quēadmodum in 35 primi proceſſeris/idem faciēs hic de ſerratilibus quod ibi de triāgulis) facile cōcludere poteris. occurrūtq; tibi hic eædē diuerſitates in ſolidis: quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 29.

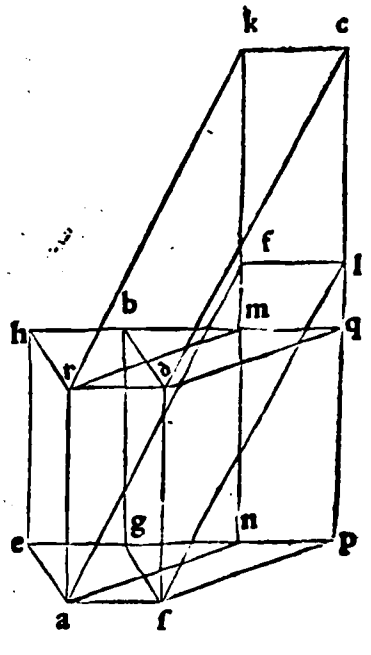
29 ¶Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolidà parallelepipeda conſiſtentia/quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis: inuicem ſunt æqualia.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſuper eadē baſi a b, ſolida parallelepipeda c m, c n, ſub eadē altitudine: quorū ſtantes hoc eſt a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, & b k, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi f n d k plano. Dico q; ſolidum c m: æquum eſt ipſi c n ſolido. Quoniā enim parallelogrāmum eſt vtrunq; ipſorum c h, c k: æqualis eſt per 34 primi c b vtriq; ipſarum d h, e k. Quare & d h: ipſi e k eſt æqualis. Cōmunis auferatur e h. reliqua igitur d e: reliquæ h k eſt æqualis. Quare & ipſum quidem d c e triangulum ipſi h b k triangulo eſt æquale: & d g parallelogrāmum ipſi h n parallelogrāmo. & id propterea triāgulum a g f: triangulo m l n eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidē c f parallelogrāmum: ipſi b m parallelogrāmo æquū: & c g, ipſi b n. ex oppoſito nāq;. Igitur & priſma cōprehenſum ſub duobus quidem triangulis f a g, d c e, tribuſq; parallelogrammis a d, d g, c g: æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus quidem triāgulis m l n, h b k, & tribus parallelogrammis hoc eſt b m, n h, b n. Commune apponatur ſolidum: cuius baſis quidem ſit parallelogrammum a b, ex oppoſito autem g e h m. Totum igitur c m ſolidum parallelepipedum: toti c n ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine/quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis: ſunt inuicem æqualia. Quod oportuit oſtendere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

30 VNcta ſolida æquidiſtantium ſuperficierū æque alta/quę in eadem baſi non autem ſuper vnam lineam fuerint cōſtituta: probantur eſſe æqualia.



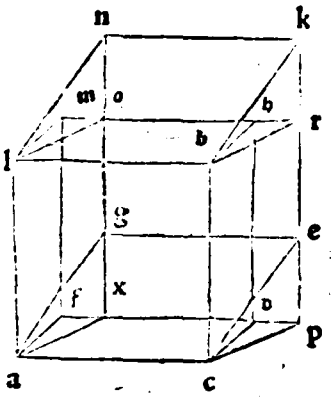
¶CAMP. ¶Sint nunc duo ſolida parallelogrāma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes: ſintq; ſuper vnam & eandē baſin/ſed nō ſuper lineam vnā cōſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enī duo ſolida parallelogrāma a b & a c æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtātes: cōſtituta ſuper vnam baſin quę ſit a d, ſed nō ſuper vnam lineā. ſintq; eorū ſupremæ ſuperficies e b & f c: quarum oppoſita latera ſecundū rectitudinem protracta / nō erunt linea vna. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in vna ſuperficie eo q; ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes: neceſſe eſt vt duo latera vnius earum protracta ſecundum rectitudinē/ſecent duo alterius earum protracta ſecundū rectitudinem. Protrahātur itaq; duo oppoſita latera ſuperficiei e b, quæ ſint e g & h b: & duo oppoſita ſuperficiei f c, quæ ſint k f & c l. & ſecent ſe ſuper quatuor puncta m, n, p, q. eritq; ſuperficies m n p q: æquidiſtantiū laterum æqualis vnicuiq; triū ſuperficierum/quarum vna eſt baſis propoſitis ſolidis cōmunis & ipſa eſt a d, & duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundē ſolidorum/& ipſæ ſunt e b & c f. Ductis itaq; lineis a quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos baſis a d ſibi ſecundū directam habitudinem relatos/quæ ſit n a, m r, p f, q d: perfectum erit ſolidū parallelogrāmū a q in eadem baſi cū vtroq; duorū priorū/& æque altū/& ſuper lineā vnā cum vtroq; ipſorū. Per præmiſſam igitur vtrunlibet duorū ſolidorū propoſitorū quæ ſunt a b & a c: eſt æquale ſolido a q. per conceptionem ergo eſt ſolidum a b: æquale ſolido a c. Quare cōſtat propoſitū.

¶CAMPANVS. ¶Potes quoq; cōuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet: ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida parallelogrāma eſſe æqualia & conſtituta ſuper eandē baſin æquidiſtantia. & demonſtrabis ea eſſe æque alta. Eruntq; hæc & præmiſſa: tuæ demōſtrationis medium. Impoſſibile autem ad quod duces: erit partē ſuo toti eſſe æqualem. Quod euidēter patebit: ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius: cum tamē ambo poſita

sint æqualia & super eandem basin constituta) vnum solidum parallelogrammum æque altum demissiori abscideris. Hoc autē abscisum æquale esse demissiori conuinces ex hac & præmissa: ideoq; & toti illi a quo ipsum abscideris/ex communi scientia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 30.

¶ Super eadem basi existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine/quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis: inuicem sunt æqualia. 30

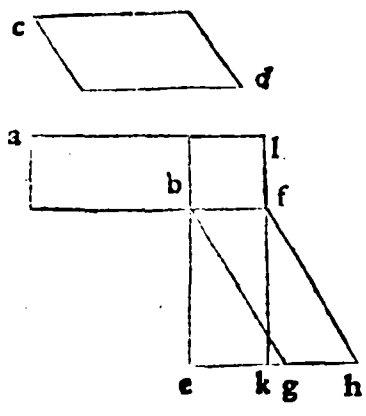


¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint super eadē basi a b solida parallelepipeda c m, c n, sub eadē altitudine: quorū stantes a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, b k, non sint super eisdem rectis lineis. Dico q; solidum c m: æquū est ipsi c n solido. Extendantur inquā ipsæ n g, k e, insuper & ipsæ m h, f d, concurrantque adinuicem in o, r, p, x, signis connectanturq; a x, l o, c p, b r. Aequum iam est per 29 vndecimi ipsum c m solidū / cuius basis est a ç b l parallelogrāmum/ex opposito vero f d h m: ipsi c o solido/cuius quidem basis a c b l parallelogrāmum/ex opposito autē x p r o, super eadem enim basi sunt a c b l: quorum stantes a f, a x, l m, l o, c d, c p, b h, b r, super eisdem sunt rectis lineis f p, m r. Sed solidū c o, cuius basis quidē est a c b l parallelgrāmum/ex opposito autē x p r o: çquū est ipsi c n solido/ cuius basis quidē a c b l parallelogrāmum / ex opposito autē g e k n, super enim eadem sunt basi a c b l: & ipsorum stantes a g, a x, c e, p c, l n, l o, b k, b r, super eisdem sunt rectis lineis n x, p k. Quare & c m solidum: æquum est ipsi c n solido. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine quorum stantes non sunt super eisdē rectis lineis: sunt inuicem çqualia. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

SOlida æquidistantium superficierum in basibus æquis constituta/si fuerint æque alta/lineæq; eorum angulares supra bases orthogonaliter steterint: erunt æqualia. 31

¶ CAMPANVS. ¶ Et hoc quoq; verum est q; omnia solida parallelogramma in æquis basibus atq; inter superficies çquidistātes siue çque alta cōstituta sunt adinuicem æqualia: sicut de superficiebus æquidistantiū laterum super çquales bases & inter lineas æquidistantes constitutis in 36 primi probatū est. At talū solidorū/alia sunt quorū āgulares lineæ super suas bases orthogonaliter erigūtur: de quibus hæc 31 proponit demonstrandum esse ea esse æqualia. Alia vero sunt quorum angulares lineæ super suas bases non sunt orthogonaliter erectæ: de quibus sequens demonstrandum proponit ea esse æqualia. Intelligantur itaq; super duas bases a b & c d, quæ sint æquales & æquidistantium laterum nō tamen vnius creationis sed sit a b tetragonus lōgus & c d simile helmuayn: duo solida çquidist. ntium laterū constituta æque alta. sintq; lineæ erectę super angulos propositarum basium: perpendiculares ad ipsas. Dico hæc duo solida adinuicē esse æqualia. Protrahātur itaq; duo latera basis a b, & sint illa quæ cō tinent angulum b: vsq; ad f & e. & fiat angulus f b g: çqualis angulo c basis c d. & sumātur duæ lineæ b f & b g: æquales duobus lateribus basis c d, quæ continent angulū c. & perficiatur superficies çquidistantiū laterū b h: quæ erit æqualis & similis basi c d. Dehinc protrahatur h e æquidistans b f: & f k çquidistans b e. eritq; quadrilatera superficies b k çquidistantiū laterum: æqualis b h ex 35 primi. Cūq; b h sit æqualis c d: erit per conceptionem b k æqualis a b. Cōpleat itaq; superficies æquidistantiū laterum b l: protracta linea k f quousq; cōcurrat cum vno ex lateribus continentibus angulū a in puncto l. Age ergo super tres superficies æquistantium laterū quæ sunt b h, b k, b l, constituantur æque alta solida solido constituto super basin a b: sintq; lineæ omnium solidorum illorum erectæ super bases/perpendiculares ad ipsas/& appellentur bases & solida super eas constituta eisdem nominibus. Manifestum est ergo ex diffinitione solidorū æqualiū atq; similiū: q; duo solida b h & c d: æqualia atq; similia sunt. de solidis autem b h & b k: constat ex 29 q; ipsa sunt æqualia. sunt enim æque alta & constituta super vnam & eandem basin & ipsa est superficies erecta super

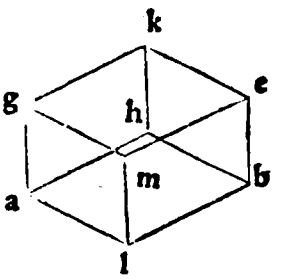


lineam b f & ſuper lineam vnã. eſt autẽ per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l: ſicut baſis a b ab baſin b l. & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l: ſicut baſis b k ad baſin b l. Cumq; ſit vtriuſq; duarum baſiũ a b & b k ad baſin b l vna proportio ex prima parte 7 quinti: erit vtriuſq; duorum ſolidorũ a b & b k ad ſolidum b l proportio vna. igitur ex prima parte nonę quinti erunt duo ſolida a b & b k æqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidumq; b h ſolido c d: ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe ęquale ſolido c d. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 32.

32 Si ſolida æquidiſtantium ſuperficierum in æquis baſibus conſtituta ęque alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint: ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt.

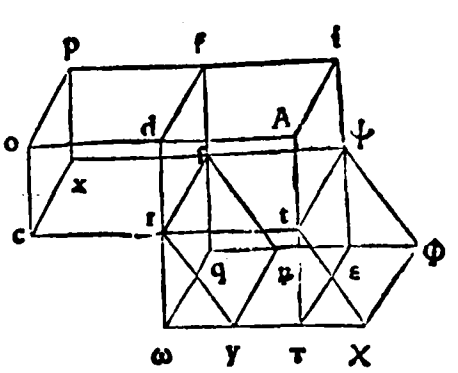
¶CAMPANVS. ¶Fabricatis duobus corporibus vt proponitur / videlicet quæ ſint æquidiſtantiũ terminorum & æque alta & ſuper baſes æquas perpẽdiculariter / non autem ſuper baſes ſuas erecta ſed ambo ſuper eas inclinata / ſi autẽ a quatuor angulis ſupremarũ ſuperficierũ ipſorũ ad baſes ſuas perpẽdiculares ducantur quæ ex ſexta erunt ſingulæ æquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorũ propoſitorũ altitudinẽ diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantiũ laterũ perficiantur: conſtabit ex præmiſſa hæc duo ſolida vltimo conſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorum & duorum poſteriorũ ſint eædẽ baſes / videlicet eorũ ſuperficies ſupremæ: conſtat ex 29 vel 30 & hac cõmuni ſciẽtia / quæcũq; æqualibus ſunt ęqualia ſibi inuicem ſunt ęqualia / verum eſſe quod propoſitum eſt. ¶Ex his potes cõuerſas huius & præmiſſæ eiſdẽ mediantibus indirectæ demonſtrare ſi libet: eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentium deducendo. pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes: & conuinces ea eſſe æque alta. vel pones ea eſſe æque alta & æqualia: & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.



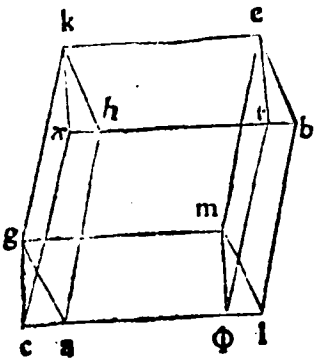
Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propoſitio 31.

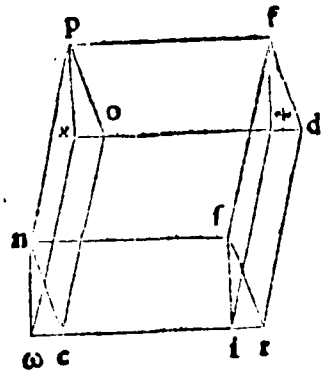
31 ¶Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda exiſtentia / & ſub eadem altitudine: inuicem ſunt æqualia.

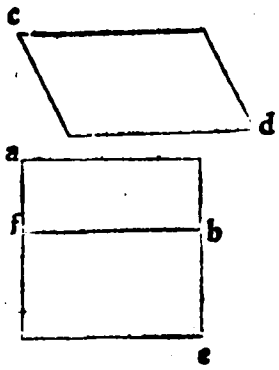
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſuper æqualibus baſibus a b, c d: ſolida parallelepipeda a e & c f, ſub eodẽ faſtigio. Dico q; ſolidũ a e: æquũ eſt ipſoc f ſolido. ¶Sint primũ ſtãtes ipſę h k, b e, a g, l m, o p, d f, c x, & r ſ: ad angulos rectos ipſis a b, c d, baſibus. Extendaturq; in rectã lineã c r: ipſi r t. Conſtituaturq; per 23 primi ad ipſam r t rectã lineam / ad ſignũq; in ea r: ipſi a l b angulo æqualis angulus qui ſub t r y. ponaturq; per tertiã primi / ipſi quidẽ a l ęqualis r t: ipſi autẽ l b æqualis r y. & per y per 31 primi ipſi t r parallelus excitetur χ y. compleaturq; baſis r χ: & ſolidum r φ, cuius ſtantes r ſ, y ϐ, χ φ, t ψ. Et quoniam binæ t r, r y, binis a l, l b, ſunt æquales / & æquos angulos cõprehendunt: æquum igitur eſt & ſimile r χ parallelogrãmum ipſi a b parallelogrãmo. Iam idq; propterea & l e: ipſi ſ y eſt æquale & ſimile. & inſuper e h: ipſi y φ. Tria igit̃ parallelogrãma ipſius a e ſolidi: tribus parallelogrãmis ipſius r φ ſolidi æqua ſunt & ſimilia. Sed tria: tribus iis q̃ ex oppoſito æqua ſunt & ſimilia. Totũ igitur ſolidũ a e parallelepipedũ: toti r φ ſolido parallelepipedo æquũ eſt. Extendãtur per 2 poſtulatũ ipſæ d r & χ y inuicẽ: quæ veniãt in cõgreſſum in ω. & per t per 31 primi ipſi r ω parallelus excitetur t τ: extendanturq; τ t & o d quæ veniãt in cõgreſſum in A. compleãturq; ipſa ω ψ & r i ſolida. Aequũ iam eſt ψ ω ſolidum cuius baſis quidem eſt r ψ parallelogrãmum: ipſi r φ ſolido cuius quidem baſis eſt r ψ parallelogrãmum. In eadem ſiquidem ſunt baſi r ψ, ſub eodẽq; faſtigio: & ſtantes r ω, ſ q, t τ, ψ ε, r y, ſ ϐ, t χ, & ψ φ, ſuper eiſdem ſuut rectis lineis ω χ & φ q. Sed ſolidũ r φ: ipſi a e ſolido æquũ eſt. & ſolidũ igitur ψ ω: ipſi a e ſolido æquum eſt. Qñ autẽ ipſum ω t parallelogrãmũ ipſi r χ parallelogrãmo per 35 primi æquũ eſt / ęquũ eſt autẽ & a b parallelogrãmum ipſi r χ parallelogrãmo: ęquum igitur eſt & ω τ ipſi a b. Aequũ

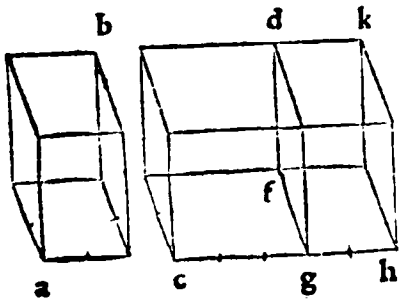


Camp. 31.









autem eſt & c d ipſi a b, æquum igitur eſt & ω t ipſi c d. Eſt autem altitudo ω t eſt igitur per ſeptimam quinti ſicut c d baſis ad d t baſin: ſic ω t baſis ad d t baſin. Et quoniam parallelepipedum c i, plano r f ſecatur parallelo exiſtente eis q̄ ex oppoſito planis: eſt igit ſicut c d baſis ad d t baſin/ſic c f ſolidū ad r i ſolidum. Idcp propterea iam quoniam ſolidum parallelepipedum ω i, plano r ψ ſecatur parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: eſt igitur ſicut ω t baſis ad d t baſin/ſic ω ψ ſolidū ad r i ſolidū. Sed ſicut c d baſis ad d t baſin: ſic ω t ad d t. & ſicut igitur per 11 quinti f c ſolidum ad r i ſolidū: ſic ω ψ ſolidum ad r i. Vtrumcp igitur ipſorū c f, ω ψ, ſolidorū: ad r i ſolidū eādem habet rationē. Aequū igitur eſt c f ſolidum ipſi ω ψ ſolido. Sed oſtenſum eſt: cp ω ψ ipſi a e æquum eſt. & c f igitur ipſi a e æquum eſt. ¶Non ſint iam ſtantes a g, h k, b e, l m, c n, o p, d f, r ſ, ad angulos rectos: ipſis a b, c d, baſibus. Dico cp rurſus ſolidū a e: æquum eſt ipſi c f ſolido. Excitentur per 11 vndecimi ab ipſis k, e, g, m, p, f, n, ſ, ſignis/ad ſuppoſitū planū/k x, e t, g c, m Φ, p χ, f ψ, n ω, ſ i, perpēdiculares: & cōnectātur x t, x c, c Φ, Φ t, χ ψ, χ ω, ω i, i ψ. Aequū iam eſt per 31 vndecimi k Φ ſolidū: ipſi p i ſolido. in æqualibus ſiquidem ſunt baſibus k m, p f, & ſub eodē faſtigio: quorū ſtātes ad angulos rectos ſunt ipſis baſibus. Sed ipſum quidē k Φ ſolidū/ ipſi a e ſolido per 30 vndecimi eſt æquale: et p i ipſi c f. in eadē ſiquidē ſunt baſi & ſub eodē faſtigio: quorū ſtantes non ſunt in eiſdem rectis lineis. Et a e ſolidū igitur: ipſi c f ſolido æquum eſt. Sup æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eodem faſtigio: inuicem ſunt æqualia. Quod demonſtrare oportebat.

C a m p. p. 32

Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

OMnia ſolida æquidiſtantium ſuperficierum/æque alta: ſuis baſibus ſunt proportionalia. 33

¶CAMPANVS. ¶Sint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æque alta: conſtituta ſuper duas baſes a b & c d. Dico cp proportio illorum duorum ſolidorū vnius ad alterū: eſt ſicut proportio ſuarū baſium quę ſunt a b & c d, vnius ad alteram. Conſtat quidē ex 24: vtrāq; harum duarū baſium eſſe æquidiſtantium laterum. duo igitur latera oppoſita & æquidiſtantia/ in ſuperficie a b protrahātur: & inter ea fiat ſuperficies æquidiſtantiū laterum quæ ſit f e, æqualis c d. Dehinc ſupra ſuperficiē f e, cōpleatur ſolidū parallelogrāmum æque altū ei quod conſtitutū eſt ſuper baſin a b: ſitcp amborū cōmunis terminus illa ſuperficies quæ exurgit ſuper lineam b f. hæc autem ſolida & ſuæ baſes: eiſdem nūcupētur nominibus. Quia igitur baſis f e eſt æqualis baſi c d: erit ex 31 vel 32 ſolidum f e æquale ſolido c d. At quia totale ſolidū a e ſecat ſuperficies exurgens ſuper lineam b f æquidiſtāter duobus lateribus oppoſitis: erit ex 25 ꝓportio ſolidi f e ad ſolidū a b, ſicut baſis f e ad baſin a b. Cūcp ſint c d & f e tam baſes q̄ ſolida æqualia/baſes quidē ex hypotheſi/ſolida autē ex 31 vel 32: ſequit ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis/cp ſolidorum a b & c d baſiumcp a b & c d ſit proportio vna. Quod demōſtrare voluimus. ¶Huius quoq; conuerſam ipſa eadem mediāte demonſtrare quemadmodum conuerſas præcedentium: non eſt difficile. Pones enī duo ſolida parallelogrāma eſſe ſuis baſibus proportionalia: & conuínces ea eſſe æque alta. Abſciſoq; ab eo quod altius mentietur aduerſarius vno ſolido parallelogrāmo æque alto demiſſiori: erunt abſciſum & demiſſius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 33. Cumcp etiam eſſent totale altius a quo partiale abſcidiſti/& ipſum demiſſius eiſdem baſibus proportionalia ex hypotheſi: ſequitur ex prima parte 9 quinti totale quod aduerſarius dicit altius & partiale qđ ab eo abſcidiſti/eſſe æqualia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 32.

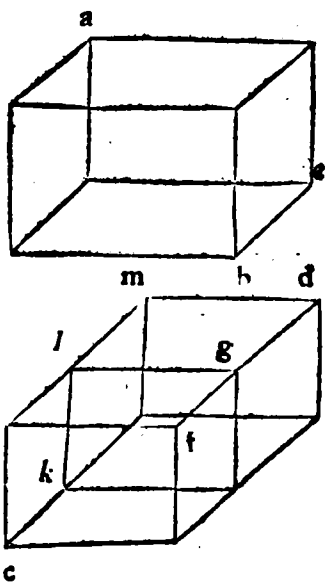
¶Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda: adinuicem ſunt ſicut baſes. 32

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda: a b, c d. Dico cp ipſa a b, c d, ſolida parallelepipeda adinuicē ſunt ſicut baſes: hoc eſt cp ſicut a e baſis ad c f baſin/ſic eſt a b ſolidum ad c d ſolidum. Prętea datur enim per 45 primi ad ipſam f g, ipſi a e æquum f h: & a baſi quidē f h,

altitudine autem ipſius c d, ſolidũ parallelepipedũ compleatur g k. Aequũ iam eſt p 31 vndecimi a b ſolidũ: ipſi g k ſolido. ĩ æqualibus ei ſũt baſilibus a e, g h: & ſub eadem altitudine. Et quoniã ſolidũ parallelepipedũ c k, a plano d g ſecatur parallelo exiſtenti eiſq; ex oppoſitio planis: eſt igitur per 25 vndecimi ſicut h f baſis ad f c baſin: ſic eſt h d ſolidũ ad ipm c d ſolidũ. Aequalis iã ẽ ipa qdẽ f h baſis ipſi a e baſi. & g k ſolidũ ipſi a b ſolido. eſt igit & ſicut a e baſis ad c f baſin: ſic a b ſolidum ad c d ſolidũ. Sub eadẽ igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda: & reliqua vt ſupra. quoderat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 34.

34 SI duo ſolida æquidiſtantiũ ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia: eorum baſes eorundem altitudinibus mutuas eſſe. Si vero fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ: ipſa ſolida ſibi invicem æqualia eſſe neceſſe eſt.



¶CAMP. ¶Quęcũq; ſint duo ſolida equidiſtantiũ ſuperficierũ equalia: eorũ baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias/ & econuerſo, quẽadmodũ de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum æquiangulis 13 ſexti propoſuit. Attamẽ hac 34 iſtud demonſtrandum proponitur de illis ſolidis parallelogrãmis: in quibus lineæ altitudinum ſuis baſibus parallelogrãmis orthogonaliter inſiſtũt ea vero quæ ſequitur: proponit idem de cæteris. Sint ergo nũc duo ſolida parallelogrãma a b & c d æqualia: quorum baſes ſint a e & c f, lineæq; altitudinũ ipſorum ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectæ. & ſit altitudo ſolidi a b, linea e b: & ſolidi c d, linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipſorum ſolidorum altitudines/ æquales adinuicem: cum ipſa quoq; ſolida ſint ex hypotheſi æqualia/ erunt ex conuerſa 31 baſes eorũ quæ ſunt a e & c f, æquales. ideoq; baſes & altitudines erunt mutuæ, ſicq; conſtabit propoſiti prima pars. ¶Ecõuerſo cõſtabit ſecũda. Vt ſi altitudies & baſes ſint mutuę: ponãtur altitudies æquales. erũt quoq; baſes æq̃les: ideoq; p 31 & ſolida æqualia. & ſic cõſtat ſecũda pars. ¶At vero ſi lineæ b & f d nõ fuerint æquales: ſit f d maior. ex ea reſecetur f g ad æqualitatẽ e b. tribuſq; cæteris lineis q̃ ſunt altitudis ſolidi c d ad eãdẽ mẽſurã in pũctis b, k, l, reſectis: pficiatur ſolidũ pallelogrãmũ c g equę altũ ſolido a b. eritq; ex p̃miſſa/ a b ad c g: ſicut a e ad c f. Cũ itaq; c d ſit æquale a b: erit ex prima pte 7 quiti c d ad c g ſicut a e ad c f. Per p̃miſſã aũt ẽ proportio c d ad c g, ſicut m f ad f l. qđ patet: ſi vna ex lateralibus ſupficiebus ſolidi c d (& ipſa ſit f m) intelligatur baſis ipſius. At p primã ſexti f m ad f l: ſicut d f ad f g, ideoq; p 7 quiti ſicut d f ad b e. Igitura e ad e f: ſicut d f ab b e. Cõſtat itaq; prima pars. ¶Secũdã ptẽ cũ ſit cõuerſa primę: cõuerſo mõ probabis. ſit eni eadẽ diſpoſitiõe manẽte/ proportio a e ad c f: ſicut d f ad e b. Dico tũc ſolida a b & c d eſſe æq̃lia. Erit eni ex 7 quiti d f ad f g: ſicut a e ad c f. Sed ex p̃miſſa ẽ a b ad c g: ſicut a e ad c f. Igit ẽ a b ad c g: ſicut d f ad f g. ex prima aũt ſexti ẽ d f ad f g, ſicut m f, ad f l: & ex p̃miſſa c d ad c g ſicut m f ad f l. Itaq; c d ad g c: ſicut a b ad c g. Igr ex 9 quiti a b & c d ſũt æq̃lia. qđ ẽ ppoſitũ.

Eucli. ex CamP. Propoſitio 35.

35 SI duo ſolida æquidiſtantiũ terminorũ fuerint æqualia: eorum baſes eorũdẽ altitudinibus erunt mutuæ. Si vero baſes ſuæ altitudinibus ſuis mutuæ fuerit: quælibet duo corpora æquidiſtantiũ ſuperficierũ probãtur eſſe æqualia.

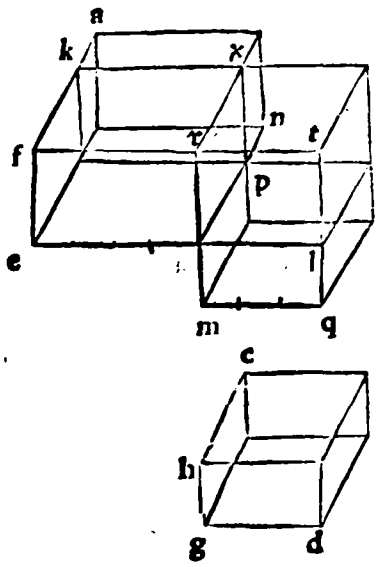
¶CAMP. ¶Qđ p̃mia ppoſuit de ſolidis parallelogrãmis quorũ lineę altitudinũ ſuper baſes ſuas orthogonaliter exurgũt: hæc 35 pponit indiſtincte de omnibus. Demõſtrare aũt cõuenit hãc ex p̃miſſa: quẽadmodũ demõſtrauimus 32 & 33 Fabricatis eni duobus ſolidis æquidiſtãtiũ laterũ quibuſcũq; ſi lineæ altitudinũ ſuis baſibus orthogonaliter inſiſtũt: cõſtat verũ eſſe qđ dicitur ex p̃miſſa. Sinaũt: a quatuor ãgularibus pũctis ſupremarũ ſupficierũ in vtroq; ſolido. quaternæ lineę demittãtur perpẽdiculariter ad baſes/ vel a pũctis angularibus infimarũ ſuperficierũ q̃ternæ erigãtur. iter q̃s duo ſolida pallelogrãma pfician-

tur ęque alta ſolidis prioribus: eruntq; ex 29 & 30 hæc duo ſolida duobus prio ribus ſolidis æqualia. Cum igitur horum & eorum ſint eædem baſes & eædem altitudines / ſit autem ex præmiſſa de poſterioribus verum quod hæc 35 pro ponit: verum erit idem etiam de prioribus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 36.

SI duo ſolida ęquidiſtātium ſuperficierum fuerint ſimilia: proportio erit vtriuſq; ad alterū tanq̄ cuiuſlibet ſui late ris ad ſuum relatiuū latus alterius proportio triplicata. 36

¶CAMPANVS. ¶Sint enī duo ſolida a b & c d parallelogrāma & ſimilia. Di co q; proportio vnius eorū ad alterū eſt ſicut vnius lateris eius ad vnū latus al terius quod ſibi refert / proportio duplicata: quēadmodū duarū ſuperficierū ſi miliū ꝓportio eſt ſicut ſuorū relatiuorū laterū proportio duplicata / vt in 18 ſe xti demōſtratū eſt. Nā ſi ſolida a b & c d fuerit ęqualia: cū ipſa ponant ſimilia / erūt ex diffinitionibus ſimiliū corporū & ſimiliū ſupficierū cūcta latera vnius ęqualia ſuis relatiuis lateribus alterius. Ideoq; cū duarū quātitatū ęqualiū pro portio triplicata aut quotieſlibet ſūpta nō efficiat niſi ęqualitatis proportionē: cōſtat in hoc caſu verū eſſe qđ ꝓponit. ¶Si aūt inęqualia: ſit a b maius. cuius lōgitudo ſit b e, latitudo e f, altitudo f a: baſis e r, & ſuprema ſupficies a n. ſoli di vero c d: ſit lōgitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Cōſtat itaq; ex diffinitio nibus ſimiliū corporū & ſimiliū ſuperficierū & præſenti hypotheſi: q; proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b ad g d, ſit proportio vna. Sumat igit ex linea a f quā manifeſtū eſt eſſe maiorē c h, linea f k: ęqualis h c. cęteręq; tres determi nātes altitudinē ſolidi a b, reſecent ad æqualitatē eius: & inter eas cōpleat ſoli dū parallelogrāmū k b ęque altū ſolido c d. Et protrahant duæ lineæ baſis e b vſq; ad l, & r b vſq; ad m, ſitq; b l ęqualis g d, & b m æqualis h g: & pficiat ſu perficies ęquidiſtātiū laterū m l, q̄ erit æqualis & ſimilis h d. Sup eā igit erigat ſolidū parallelogrāmū p q ſecūdū altitudinē pręſciſam ex altitudine ſolidi a b: eritq; p q ęquale & ſimile ſolido c d. Rurſuſq; inter lineas r b & b l perficiat ſup ficies ęquidiſtātiū laterū b t: ſuper quā quoq; erigatur ſolidū parallelogrāmū x l ęque altū vtriq; duorū ſolidorū k b & p q, replēdo alterutrū duorū āgulorū hiā tiū iter e a. Cū autē duo ſolida a b, p q, ſint ſimilia eoq; ābo poſita ſint ſimilia ſolido c d, corpora vero vni & eidē corpori ſimilia inter ſe ſunt ſimilia. vt pa tet ex diffinitione ſimiliū corporū & 20 ſexti: manifeſtū eſt ex 25 ter aſſumpta q; inter duo ſolida a b & p q ſecūdū continuā proportionalitatē cadunt duo ſoli da k b & x l. Oportune ergo cōſtituta vel conſtructa figura hypotheſibuſq; me moriæ firme cōmendatis: ex prima ſexti facile concludes propoſitū. Excute tor porē & diligēter attende. ſcieſq; ex 25 huius proportionē ſolidi a b ad ſolidū k b eſſe ſicut ſuperficies r ad ſuperficiē k r: ideoq; ex prima ſexti ſicut lineæ a f ad lineā k f. & proportionē ſolidi k b ad ſolidū x l ſicut ſuperficies k r ad ſuperficiē x t: ideoq; ſicut lineæ f r ad lineā r t. & proportionē ſolidi x l ad ſolidū p q ſi cut ſuperficies r l ad ſuperficiē l m: ideoq; ſicut r b ad lineam b m. Ex hypotheſi vero liquet / q; proportio lineæ f r ad lineā r t, & lineæ r b ad lineā b m: eſt ſicut lineæ a f ad lineam k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatæ poſita in procemio quinti / cōſtat q; proportio ſolidi a b ad ſolidum p q, ideoq; etiam ad ſolidum c d: eſt ſicut lineę a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f poſita eſt æqualis lineæ c h: patet verum eſſe quod dicitur.



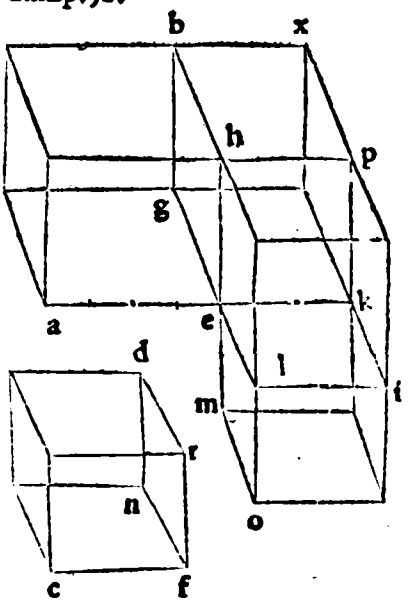
¶CAMPANVS. ¶Scire autē oportet / q; quicquid per hanc 36 & per ſeptē eā cōtinue præcedētes demonſtratū eſt de ſolidis parallelogrāmis: idē quoq; ve rū eſt de ſeratilibus quorū baſes cōmuniter ſunt trigonę aut cōmuniter tetrago nę. Hocautē: ex 28 & hac 36 & ſeptē eā cōtinue prędcedētibus cōſtabit īgenioſo inſpectori. ¶Si enī fuerit ſeratilia q̄libet ęque alta ſup eādē baſin vel ſup baſes ęq̄les / cōiter tri trigonas aut cūiter tetragonas: cū ipſa ſint dimidia ſolidorū pa rallelogrāmorū ſuarum altitudinū ex 22 / ipſa erūt ęqualia ex 29 & tribus eā ſe quentibus. ex his enī conſtat: ſolida parallelogrāma ipſis ſeratilibus dupla / eſſe ęqualia. ¶Sik quoq; ſi fuerit duo ſeratilia ſup baſes cōiter trigonas aut cōiter tetragonas ęque alta: ipſa erunt ſuis baſibus ꝓportionalia quēadmodū de ſoli dis parallelogrāmis ex 33 habetur, Ipſa enim ſunt ex 28 dimidia ſolidorum pa-

rallelogrammorũ ſuæ altitudinis: ſolidorum autem parallelogrammorum ſuæ altitudinis ſuarũq; baſiũ eſt vna proportio ex 33. Cum itaq; ſit ſolidorũ parallelogrammorum proportio ſicut ſeratilium (quia ſicut ſimplum ad ſimplum: ſic duplum ad duplum ex 15 quinti) atq; baſium ſolidorum parallelogrammorum eſt proportio ſicut baſium ſeratilium (Aut enim eędem erunt baſes ſeratilium & ſolidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum baſes ſeratiliũ fuerint tetragonę. tũc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdem baſes erunt ſolida parallelogrãma complẽda. Aut baſes ſeratilium erunt ſubduplæ ad baſes ſolidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum baſes ſeratilium fuerit cõmuniter trigonæ. tunc enim erunt ex ſeratilibus ſolida parallelogramma complenda adiũctis ad baſes ſeratilium ſuperficiebus trigonis: vt fiant baſes ſeratilium cũ trigonis adiuctis ſuperficiebus/ ſuperficies ęquidiſtantium laterum) ſequetur vt ſit proportio ſeratilium ſicut ſuarũ baſium. ¶ Eodẽq; modo ſi ſeratilia fuerint æqualia/ fuerintq; cõmuniter ſuper baſes trigonas vel cõmuniter ſuper baſes tetragonas: baſes eorum altitudinibus ipſorum mutuæ erunt. Qz ſi baſes eorũ ſuis altitudinibus fuerint mutuæ: ipſa ſeratilia erunt æqualia quemadmodum de ſolidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autem facile patet ex iis quæ dicta ſunt in 35. ¶ Si vero ſeratilia fuerint adinuicem ſimilia: erit proportio vnius ad alterũ/ ſicut proportio lateris vnius ad ſuum reliquũ latus alterius proportio triplicata/ quẽadmodũ de ſolidis parallelogrãmis 36 ꝓponit. Quod ex eadem 36 facile tibi patebit: ſi ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis parallelogrammis completis ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia. Quod ex diffinitione ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum/ & ex hoc q; ſeratilia ponuntur adinuicem ſimilia: ex 34 primi leue eſt negociari.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 33.

33 ¶ Similia ſolida parallelepipeda: adinuicem in triplici ratione ſunt eiuſdem rationis laterum.

Camp. 36.



¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint ſimilia ſolida parallelepipeda a b, c d: ſimilis autẽ rationis eſto a e ipſi c f. Dico q; ſolidũ a b ad c d ſolidũ triplicẽ habet rationẽ: quã a e ad c f. Extendãtur enĩ in rectas lineas ipſis a e, g e, h e, ipſæ e k, e l, e m: ponaturq; per 2 primi ipſi quidẽ c f æqualis e k, ipſi autem f n æqualis e l, & inſuper ipſi f r ipſa e m. & cõpleatur k l parallelogrãmum: & k o ſolidum. Et quoniã duę e k, e l, duabus c f, f n, ſunt æquales/ ſed & angulus qui ſub k e l ipſi qui ſub c f n eſt æqualis/ & qui ſub a e g ei qui ſub c f n eſt æqualis propter ſimilitudinẽ ipſorum a b, c d, ſolidorũ: æquum igitur eſt & ſimile per 14 ſexti ipſum k l parallelogrãmum ipſi c n parallelogrãmo. & iam id propterea & k m parallelogrãmum æquũ eſt & ſimile ipſi c r parallelogrãmo: & inſuper e o ipſi f d. Tria igitur parallelogrãma ipſius k o ſolidi: tribus parallelogrammis ipſius c d ſolidi ſimilia & æqualia ſunt. ſed ipſa quidem tria: tribus iis quæ ex oppoſito/ ſunt æqualia & ſimilia. totum igitur k o ſolidũ: toti c d ſolido ſimile eſt & æquale per diffinitionẽ vndecimi. Compleatur g k parallelogrãmum. & a baſibus quidem k g, k l, parallelogrãmis/ altitudine autem ipſius a b: ſolida cõpleãtur e x, l p. Et quoniam propter ipſorum a b, c d, ſolidorum ſimilitudinẽ eſt ſicut a e ad c f ſic e g ad f n, & e h ad f r, æqualis autem eſt c f ipſi e k, & f n ipſi e l, & f r ipſi e m: eſt igitur per cõuerſionẽ diffinitionis ſecũdę ſicut a e ad e k, ſic eſt g e ad e l, & h e ad e m. Sed ſicut quidem a e ad e k: ſic eſt a g parallelogrammum ad g k parallelogrammum. ſicut autem g e ad e l: ſic g k ad k l. ſicut vero per 1 ſexti h e ad e m: ſic p e ad k m. et ſicut igitur per 11 quinti a g parallelogrãmũ ad g k parallelogrãmum: ſic g k ad k l, & p e ad k m. Sed ſicut quidem a g ad g k: ſic eſt a b ſolidũ ad e x ſolidum. ſicut autem g k ad k l: ſic x e ſolidum ad p l ſolidum. ſicutq; p e ad k m: ſicut p l ſolidum ad k o ſolidum. Et ſicut igitur a b ſolidũ ad e x ſolidum: ſic e x ad p l, & p l ad k o. Si vero quatuor magnitudines cõtinue fuerit proportionales: prima ad quartã per 10 diffinitionẽ quinti triplicẽ rationẽ habet quã ad ſecundã. Igitur a b ſolidum ad k o ſolidũ triplicẽ rationem habet: quã a b ad e x. Sed ſicut a b ad e x: ſic eſt a g parallelogrãmum ad g k, & a e recta linea ad e k. quare & a b ſolidũ ad k o ſolidum triplicem rationẽ habet: quã a e ad e k. Aequũ autẽ eſt ipſum quidẽ k o ſolidum ipſi c d ſolido; & e k recta linea ipſi c f, & a b igitur ſolidum ad c d ſoli-

dum triplicē rationem habet: q̄ ſimilis rationis latus hoc eſt a e, ad ſimilis rationis latus hoc eſt ad c f. Similia igitur ſolida parallelepipeda: in triplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum. Quod oſtendere oportebat.

¶ CORRELARIVM. ¶ Ex hoc inquā manifeſtū eſt. q̄ ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: erit ſicut prima ad quartā / ſic quod ex prima ſolidum parallelepipedum ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum. quandoquidem prima ad quartam triplicem rationem habet: q̄ ad ſecundam.

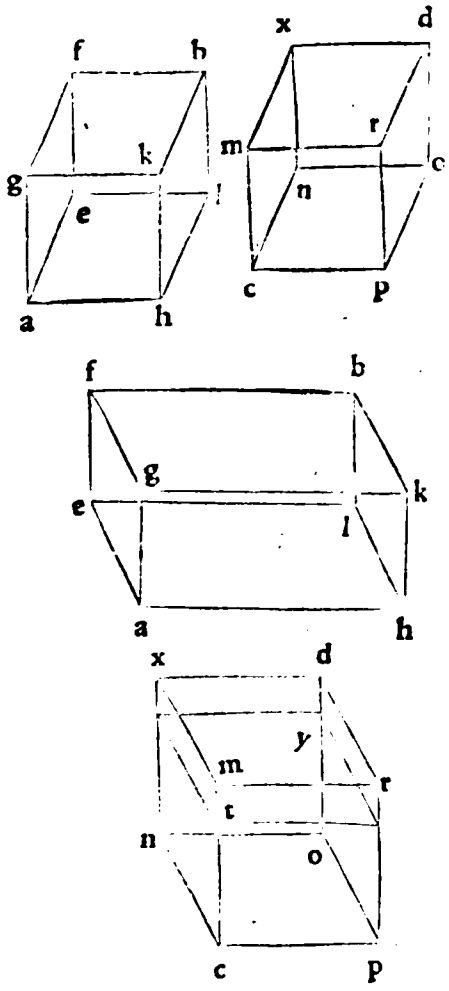
Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propoſitio 34.

¶ Aequalium ſolidorum parallelepipedorū: reciprocę ſunt baſes altitudinibus. Et ſolida parallelepipeda quorum baſes altitudinibus ſunt reciprocæ: ſunt æqualia. 34

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint æqualia ſolida parallelepipeda: a b, c d. Dico q̄ ipſorum a b, c d, ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus: eſtq; ſicut e h baſis ad n p baſin, ſic eſt ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinem. ¶ Sint enim primum ſtantes a g, e f, l b, h k, c m, n x, o d, p r: in ipſis baſibus ad angulos rectos. Dico q̄ eſt ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic eſt c m ad a g. Si quidem igitur æqualis eſt e h baſis ipſi n p baſi / eſt autem & a b ſolidum æquum ipſi c d ſolido: & c m ipſi a g eſt æqualis. Si enim ipſis e h, n p, baſibus æqualibus exiſtentibus / æquales non fuerint ipſæ a g, c m, altitudines: neq; igitur ſolidum a b æquum erit ipſi c d. ſupponitur autem æquale. Igitur altitudo c m: altitudini a g inæqualis non eſt. æqualis igitur. Eritq; ſicut baſis e h ad baſin n p: ſic c m ad a g. & manifeſtum: q̄ ipſorum a b, c d, ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. ¶ Non ſit iam æqualis e h baſis ipſi n p baſi: ſed eſto maior e h. Eſt autem ſolidum a b: ipſi c d ſolido æquum. maior igitur eſt & c m: ipſa a g. Si autē non: neq; igitur rurſus ipſa a b, c d, ſolida ſunt æqualia. ſupponūtur autē æqualia. Ponatur igit̄ per 2 primi ipſi a g, æqualis c t: cōpleaturq; ex baſi quidem n p, altitudine autē c t, ſolidum parallelepipedum c y. Et quoniam ſolidū a b æquum eſt ipſi c d ſolido, aliud autem eſt ipſum y c, ad idem autem æqualia eandē rationē habent per 7 quinti: eſt igitur ſicut a b ſolidū ad c y ſolidū / ſic eſt c d ſolidum ad c y ſolidū. Sed ſicut quidem ſolidum a b ad ſolidum c y: ſic e h baſis ad n p baſin per 32 vndecimi. ſub æquali enim ſunt altitudinee: ipſa a b, c y, ſolida. Sicut autem ſolidum c d ad ſolidum c y: ſic eſt m p baſis ad p t baſin / & m c ad c t. & ſicut igitur p 11 quinti e h baſi ad n p baſin: ſic m c ad c t. Aequalis autē eſt c t: ipſi a g. & ſicut igitur p 9 quinti e h baſis ad n p baſin: ſic m c ad a g. Ipſorū igitur a b, c d, ſolidorū parallelepipedorū reciprocæ ſunt baſes altitudinibus.

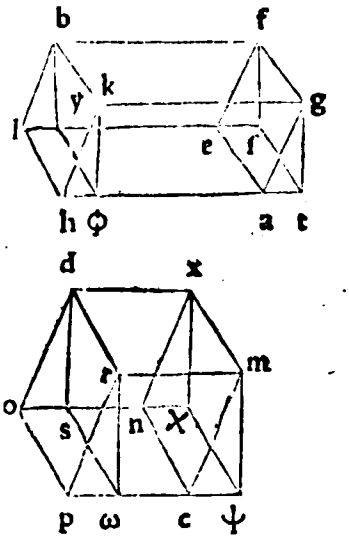
¶ Rurſus ipſorum a b, c d, ſolidorum parallelepipedorum: reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq; ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinem. Dico q̄ ſolidum a b: æquum eſt ipſi c d ſolido. ¶ Sint enī rurſus ſtantes: ad angulos rectos ipſis baſibus. Et ſi quidē æqualis eſt e h baſis ipſi n p baſi / eſtq; ſicut e h baſis ad n p baſin ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinem: æqua igitur eſt ipſius c d ſolidi altitudo altitudini ipſius a b ſolidi. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine: inuicē ſunt æqualia per 31 vndecimi. Igitur ſolidum a b: æquū eſt ipſi c d ſolido. ¶ Non ſit iam e h baſis ipſi n p baſi æqualis: ſed eſto maior e h. maior igitur eſt & ipſius c d ſolidi altitudo: ipſius a b ſolidi altitudine / hoc eſt c m ipſa a g. Ponat̄ per 2 primi ipſi a g rurſus æqualis c t: & compleatur c y ſolidum. Quoniā eſt ſicut e h baſis ad n p baſin ſic m c ad a g, æqualis autē eſt a g ipſi c t: eſt igitur ſicut e h baſis ad n p baſin ſic c m ad c t. reciproca enim ſupponūtur. Sed ſicut quidem e h baſis ad n p baſin: ſic per 32 vndecimi a b ſolidum ad c y ſolidum. ſub æquali enim ſunt altitudine: ipſa a b, c y, ſolida. Sicut autem c m ad c t: ſic per 1 ſexti m p baſis ad p t baſin & per 32 vndecimi c d ſolidum ad c y ſolidum. & ſicut igitur per 11 & 9 quinti a b ſolidum ad c y ſolidū: ſic c d ſolidū ad c y ſolidū. Vtrūq; igitur ipſorum a b, c d: ad ipſum c y eandem rationem habet. Aequum igitur eſt per cōuerſionē 7 quinti a b ſolidū: ipſi c d ſolido. Quod oportuit oſtendere.

Camp. 35.



¶Nõ ſint autẽ ſtãtes f e, b l, k h, g a, x n, d o, m e, r p: ad angulos rectos baſibus eorũ. excitẽturq; per 10 vndecimi ab ipſis f, g, b, k, x, m, d, r, ſignis/in ipſorũ e h, n p, planis/ppẽdiculares: cõcurrãtq; planis ad ſigna ſ, t, ɣ, φ, χ, ψ, ω, ϡ. cõpleanturq; ipſa f φ, x ω, ſolida. Dico q; & ſic æqualibus exiſtẽtibus ipſis a b, c d, ſolidis/reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus: eſtq; ſicut e h baſis ad n p baſin/ſic eſt ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinẽ. Quoniam enĩ a b ſolidũ æquũ eſt ipſi c d ſolido/ſed a b quidẽ ipſi b t p 31 vndecimi eſt ęq̃le (ſuper eadẽ enĩ ſunt baſi f k, & ſub eadẽ altitudine: quorũ ſtantes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis eorũ) at c d ſolidũ p 31 vndecimi ipſi d ψ ſolido eſt ęquale (ſuper eadẽ nãq; ſunt baſi x r, & ſub eadẽ altitudine: quorũ ſtãtes nõ ſunt ſup eiſdẽ rectis lineis) igit ſolidũ b t ipſi d ψ ſolido ęquũ eſt. Aequaliũ aũt ſolidorũ parallelepipedorũ quorũ altitudines ad angulos rectos ipſis eorum baſibus ſunt: reciprocę ſũt baſes ipſis altitudinibus. Eſt igit ſicut f k baſis ad x r baſin: ſic ipſius d ψ ſolidi altitudo ad ipſius b t ſolidi altitudinẽ. Aequalis autẽ eſt f k baſis ipſi e h baſi: & x r baſis ipſi n p baſi. eſt igit ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic eſt ipſius d ψ ſolidi altitudo ad ipſius b t ſolidi altitudinẽ. Eędẽ vero altitudines ſunt: ipſorũ d ψ & b t ſolidorũ/& ipſorũ d c & b a. Eſt igit ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic ipſius d c ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igitur a b, c d, ſolidorũ parallelepipedorũ: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus.

¶Rurſus iã ipſorũ a b, c d, ſolidorũ parallelepipedorũ: reciproceſ ſint baſes altitudinibus. ſitq; ſicut e h baſis ad n p baſin: ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinẽ. Dico q; ſolidũ a b: ęquũ eſt ipſi c d ſolido. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis/qm̃ eſt ſicut e h baſis ad n p baſin ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinẽ/ęqualis aũt eſt baſis f k ipſi e h, & n p ipſi x r: eſt igit ſicut f k baſis ad x r baſin/ſic ipſius c d ſolidi altitudo ad ipſius a b ſolidi altitudinem. Eædẽ autẽ ipſorũ a b, c d, b t, & d ψ ſolidorũ: ſunt altitudines. Eſt igit ſicut f k baſis ad x r baſin: ſic ipſius d ψ ſolidi altitudo ad ipſius b t ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igit b t, d ψ, ſolidorũ parallelepipedorũ: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Solida vero parallelepipeda quorũ altitudines ad ãgulos rectos ſint baſibus eorũ/et reciproceſ ſunt baſes altitudinibus: ęq̃lia ſũt p 31 vndecimi. Igit ſolidũ b t: ęquũ eſt ipſi d ψ ſolido. Sed ipſum quidẽ b t: ipſi b a æquũ eſt per 29 vndecimi. ſup eadẽ nãq; ſunt baſi f k, & ſub eadẽ altitudine: quorum ſtãtes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Solidũ autẽ d ψ: ipſi d c ſolido æquũ eſt. ſuper eadẽ nãq; ſunt baſi x r, & ſub eadẽ altitudine: quorũ ſtãtes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Igit & a b ſolidũ: ipſi d c ſolido ęquũ eſt. Quod demõſtrare oportebat.

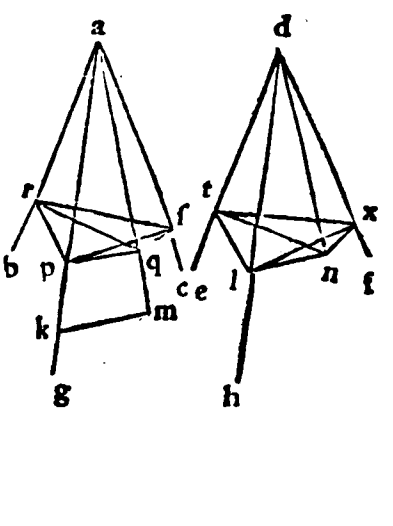


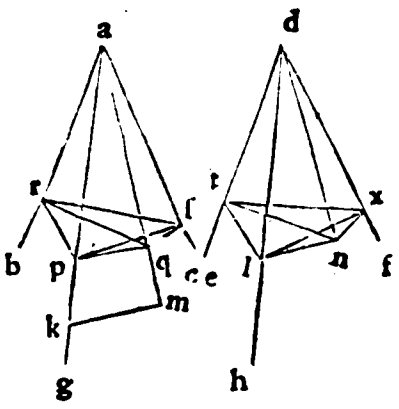
Camp. 35.

Eucl. ex Camp. Propoſitio 37.

37 SI fuerint duo ãguli plani ęquales ſuper quos duę hypothenuſę in aere ſtatuantur cum lateribus angulorũ ſubiacentiũ ſingulos ſingulis æquos ãgulos cõtinẽtes/atq; in illis hypothenuſis duo pũcta ſignẽtur a quibus punctis duæ perpẽdiculares ad ſuperficies angulorũ propoſitorũ demittãtur/a pũctis autẽ ſuper quę perpẽdiculares ceciderint ad eoſdẽ duos ãgulos planos duę rectę lineę ducãtur: duo ãguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus hypothenuſis cõtinẽtur/ęq; ſibi iuicẽ eſſe ꝓbãt.

¶CAMP. ¶Sint duo ãguli plani a & d ęquales cõtẽti lineis a b & a c & d e & d f, & ſuper eos erigantur duæ lineæ hypothenuſaliter a g & d h: ſitq; angulus g a c æqualis ãgulo h d f, & ãgulus g a b ęqualis angulo h d e. atq; in duabus hypothenuſis a g & d h, ſignent quõlibet duo pũcta k & l, a quibus ſecũdũ prędicta 11 huius demittant ad ſupficies angulorũ a & d, duę perpẽdiculares quę ſint k m & l n: & protrahant duæ lineę a m & d n. Dico igit angulũ g a m: eſſe æqualẽ angulo h d n. Si linea a k eſt æqualis d l: bene quidẽ. Sin autẽ: ex linea a g ſumatur a p æqualis d l, & a puncto p demittatur perpẽdicularis ad ſuperficiem anguli a, linea quæ ſit p q. Manifeſtum eſt igitur: q; pũctũ q eſt in linea a m. quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidiſtãtium quas neceſſe eſſe in ſuperficie vna: facile cõſtat ſtudioſe intuẽti. Dehinc a pũcto q ducãtur perpendiculares duæ: vna ad lineã a b quæ ſit q r, & alia ad lineã a c q̃ ſit q ſ. Silr

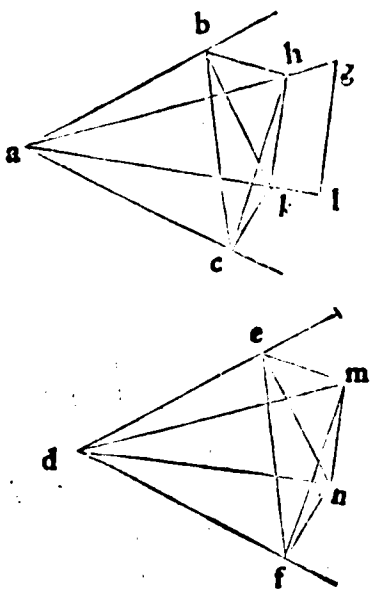




quoq; a puncto n ducãtur duæ aliæ perpendiculares: vna ad lineam d e quę ſit n t, & alia ad lineã d f quæ ſit n x. & protrahantur r ſ & t x. Iterũq; a punctis p & l: demittanť hypothenuſæ p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; poſitis/figuraq; prudẽter diſpoſita: demonſtrationẽ propoſiti ſic collige. Conſtat ex penultima primi ꝙ quadratũ lineę a p eſt ęquale quadratis duarũ linearũ a q & p q: ac ex eadẽ ꝙ quadratũ a q eſt æquale quadratis duarũ linearũ a ſ & ſ q. itaq; quadratũ a p: eſt æquale quadratis triũ linearũ a ſ, ſ q, & q p. Sed ex eadẽ/quadratũ ſ p: eſt æquale quadratis duarũ linearũ ſ q & p q. ergo quadratũ a p: eſt ęquale quadratis duarũ linearũ a ſ & ſ p. ideoq; ex vltima primi angulus a ſ p eſt rectus. Similiq; modo probabis: vnũquẽq; triũ angulorũ d x l, a r p, d t l, eſſe rectũ. Cũ igitur ex hypotheſi ſit angulus ſ a p ęqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l: erit ex 26 primi linea d x æqualis a ſ, & x l ęqualis ſ p. Eodẽ quoq; modo cũ ex hypotheſi ſit angulus r a p æqualis angulo e d l: erit ex eadẽ linea a r ęqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4. primi linea r ſ erit ęqualis lineę t x: & ãgulus a r ſ æqualis ãgulo d t x, & angulus a ſ r ãgulo d x t. eſt enĩ ex hypotheſi angulus a: æqualis ãgulo d. A cõceptione igiť erit ãgulus ſ r q ęqualis angulo x t n: & ãgulus r ſ q ãgulo t x n. ſũt enĩ reſidui duorũ rectorũ: dẽptis ęqualibus. Neceſſe eſt itaq; ex 26 primi: vt linea r q ſit ęqualis t n, & q ſ ęqualis n x. Cũq; ex penultima primi quadratũ lineæ r p ſit æquale quadratis duarũ linearum r q & q p, & quadratũ lineæ t l æquale quadratis duarũ linearũ t n & l n, ſint autẽ duæ lineę r p & t l æquales/duæ quoq; quæ ſunt r q & t n ęquales: ſequitur ex cõmuni ſcięntia duas quæ ſunt p q & l n eſſe æquales. Eodẽ modo cũ quadratũ lineæ a p ſit æquale quadratis duarũ linearũ quæ ſunt a q & q p, ſimiliter quadratũ lineę d l quadratis duarũ linearũ quæ ſũt d n & n l, ſit aũt a p æq̃lis d l, & p q æqualis l n: ſequiť ex cõmuni ſcięntia a q eſſe æqualẽ d n. Ex 8 igiť primi cõcludo propoſitũ: videlicet angulũ p a m eſſe æqualẽ angulo l n d.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propoſitio 35.

¶Si fuerint bini anguli plani æquales ſuper quorum verticibus ſublimes rectæ lineæ ſteterint æquales angulos cõpræhendẽtes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri/in ſublimibus autem contingant contigentia ſigna/& ab eiſdem ad plana in quibus ſunt qui in principio anguli perpendiculares actæ fuerint/a factis autem ſignis ſub perpendicularibus in planis ad eos qui in principio anguli coniunctæ fuerint rectæ lineæ: æquos angulos cum ſublimibus compræhendent. 35



¶THEON ex Zãberto. ¶Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui ſub b a c, e d f: a ſignis autem a, d, ſublimes excitenť rectæ lineæ a g, d m, æquos cõpræhendentes angulos cũ ijs q̃ in principio rectis lineis alterũ alteri/hoc eſt angulũ m d e angulo ei qui ſub g a b, eum autem qui ſub m d f ei qui ſub g a c. ſumãturq; in ipſis a g, d m, cõtingentia ſigna g, m: excitẽturq; per 11 vndecimi ab ipſis g, m, ſignis ad ea quę per b a c, e d f, plana perpendiculares g l, m n, coincidãtq; ipſis planis in n, l, cõnectãturq; ipſæ l a, n d. Dico ꝙ angulus qui ſub g a l: ęquus eſt ãgulo m d n. Ponatur per 2 primi ipſi d m ęqualis a h: exciteturq; per 31 primi per ſignũ h, ipſi g l parallelus h k. At g l: perpẽdicularis eſt ad id quod per b a c planũ. Igitur et h k: perpendicularis eſt ad id quod per b a c planũ. Excitẽtur per 11 primi ab ipſis k, n, ſignis adipſas a b, a c, d e, d f, rectas lineas/ppẽdiculares k c, n f, k b, n e: cõnectãtq; ipſæ h c, m f, c b, f e. Et qm̃ quod ex a h per 47 primi æquũ eſt eis quę ex a k, k h, ei autẽ qđ ex k a æqualia ſũt q̃ ex k c, c a: igiť qđ ex h a æquũ eſt eis quæ ex h k, k c, c a. eis vero quę ex h k, k c: æquũ eſt id quod ex h c. qđ igitur ex h a: per 47 primi ęquũ eſt eis q̃ ex h c, c a. rectus eſt igitur qui ſub h c a ãgulus. Idq; propterea & q ſub d f m angulus: rectus eſt. ęqualis igiť eſt qui ſub a c h angulus: ei qui ſub d f m angulo. Eſt autẽ & qui ſub h a c: æqualis ei qui ſub m d f. Bina igitur triãgula ſunt m d f & h a c: duos angulos duobus angulis æquos habẽtia alterũ alteri/& vnũ latus vni lateri æquum/& explicatã quæ ſub æqualibus angulis h a ipſi m d, & reliqua igitur latera: per 26 primi reliquis lateribus æqualia ha-

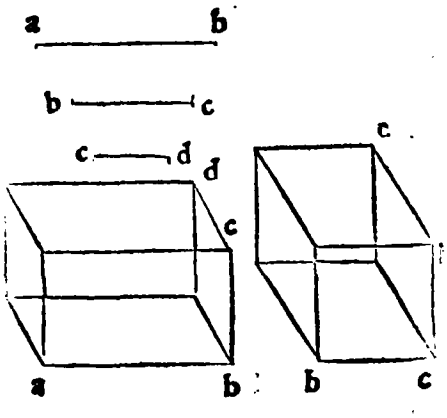
bebunt alterũ alteri. æqualis igitur eſt a c ipſi d f. Similiter oſtendemus: q̃ & a b ipſi d e eſt æqualis. Connectantur h b & m e. Et quoniam quod ex a h per 47 primi æquum eſt eis quæ ex a k, k h, ei autem quod ex a k per eandem æqua ſunt quę ex a b, k b: quę igitur ex a b, b k, k h, ſunt æqualia ei quod ex a h. Sed eis quæ ex b k, k h: æquum eſt id quod ex b h. rectus enī eſt qui ſub h k b angulus: quoniam h k perpendicularis eſt ad ſubiectum planum. igitur quod ex a h: æquum eſt eis quæ ex a b, b h. rectus igitur eſt qui ſub a b h angulus. & id propterea qui ſub d e m angulus: rectus eſt. Eſt autem & qui ſub b a h angulus: ei q ſub e d m æq̃lis. ſupponit nãq̃. eſtq̃ ipſa a h: ipſi d m æqualis. æqualis igitur eſtp 26 primi & a b: ipſi d e. Quoniã igit̃ æqualis eſt a c ipſi d f, & a b ipſi d e: binæ igitur c a, a b, duabus f d, d e, ſunt æquales. ſed & angulus qui ſub c a b: ei qui ſub f d e eſt æqualis. Baſis igitur b c p 4 primi baſi e f eſt æqualis: & triãgulũ triãgulo: & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis eſt igitur qui ſub a c b angulus: ei qui ſub d f e. Rectus autem & qui ſub a c k: recto qui ſub d f n eſt æqualis. & reliquus igitur qui ſub b c k: reliquo qui ſub e f n eſt æqualis. Et id propterea qui ſub c b k: ei qui ſub f e n eſt æqualis. Bina igitur triangula ſunt per 8 primi b c k, e f n: binos angulos duobus angulis æquos habẽtia alterum alteri: & vnum latus vni lateri æquum quod ad æquos angulos hoc eſt b c ipſi e f. & reliqua igit̃ latera: reliqs lateribus lateribus æqualia habebũt. Aequalis igitur eſt c k: ipſi f n. eſt autẽ & a c: ipſi d f æqualis. Binæ igitur a c, k c, duabus d f, f n, ſunt æquales. & æquos compræhendunt angulos. baſis igitur a k: per 4 primi baſi d n eſt æ̃lis. Et qm̃ æqualis eſt a h ipſi d m: æquũ eſt quod ex a h ei quod ex d m. Sed ei quod ex a h: per 47 primi æqualia ſunt quę ex a k, k h. rectus enim eſt qui ſub a k h. Ei autem quod ex d m: æqua ſunt quę ex d n, n m. rectus enim eſt qui ſub d n m. Igitur quæ ex a k, k h: ſunt eis æqualia. quæ ex d n, n m. quorum quod ex a k: æquũ eſt ei quod ex d n. Reliquũ igitur quod ex k h: æquum eſt ei quod ex n m. Aequalis igitur eſt h k: ipſi m n. Et quoniã binæ h a, a k, duabus m d, d n, ſunt æquales altera alteri: & baſis h k baſi m n eſt æqualis: angulus igitur qui ſub h a k per 8 primi angulo qui ſub m d n eſt æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales. & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportebat.

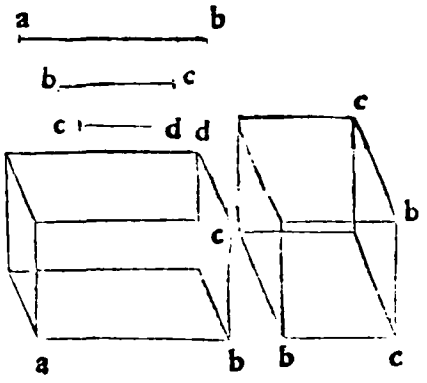
¶ CORRELARIVM. ¶ Ex hoc nempe manifeſtũ. q̃ ſi fuerint bini anguli plani rectilinei æquales: ſteterintq̃ ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos compræhendentes vna cum ijs quæ in principio rectis lineis alterũ alteri: quæ ex ipſis perpendiculares ductæ ad plana in quibus ſunt qui principio anguli: inuicem ſunt æquales.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 38.

38 SOlidũ tribus lineis proportionalibus contentũ: æquum erit ſolido quod a mediæ lineæ æquis lateribus cõtinetur: ſi anguli ſui amborũ ſibi inuicem æquales fuerint.

¶ CAMPANVS. ¶ De ſolidis parallelogrãmis intelligatur. de his enī qualiacũq̃ ſint dũ tamen æquiangula: verũ eſt: q̃ cõtentũ a tribus lineis proportionalibus æquale eſt ei quod a media earũ cõtinet: quẽadmodũ de ſuperficiebus rectangulis probatũ eſt in 16 ſexti: & de non rectangulis elicitur euidenter ex ſecunda parte 13 eiuſdẽ. Sint igit̃ tres lineæ a b, b c, & c d: cõtinue proportionales. fiatq̃ ex eis vnus ãgulus ſolidus ad libitũ. & perficiat̃ ſolidũ æquidiſtantiũ laterũ: cuius linea a b ſit lõgitudo: b c vero altitudo: ſed c d latitudo. & ipſum ſolidum dicatur a d. Sũpta quoq̃ alia linea qualibet æquali b c quæ etiã vocetur b c: ſuper ipſius extremitatẽ quæ eſt b, cõſtituat̃ angulus ſolidus æqualis angulo ſolido a, ſecũdũ quod docet 26. lineæq̃ cæteræ ſolidũ angulũ b cõtinẽtes reſecent̃ ad æqualitatẽ lineæ b c: & pficiat̃ ſolidũ æqdiſtãtiũ ſupficierũ cuius lõgitudo: latitudo: & altitudo ſit linea b c. & ipſum appellet̃ b c. Dico itaq̃: duo ſolida a d & b c eſſe æqualia. Manifeſtũ eſt enim: q̃ cunctæ ſuperficies vnius ſũt æquangulæ ſuis relatiuis ſupficiebus alterius. Qđ ex 34 primi patere poteſt. nã cũ ſolidus ãgulus b ponat̃ æ̃lis ſolido ãgulo a: neceſſe eſt vt vnus ãgulus vniuſcuiuſq̃ ſupficiei ſolidi a d ſit æqualis vni ãgulo ſuæ relatiuę ſupficiei i ſolido b c, itaq̃ p 34 primi eorũ oppoſiti: erũt æquales. At quia vniuſcuiuſq̃ ſupficiei



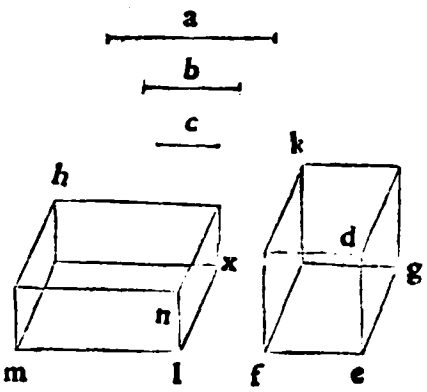


quadrilateræ omnes anguli ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi: neceſſe eſt duos reliquos vnius eſſe æquales duobus reliquis ſuæ relatiuæ. Cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiã adinuicẽ æquales: cõuincit neceſſario vt vnaquęq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit ęquiangula ſuæ relatiuæ in ſolido b c. quare ex ſe cũda parte 13 ſexti baſes duorũ ſolidorũ propoſitorũ erũt ęquales. ſunt enĩ ęqui angulę & laterum mutuorũ. Si itaq; lineę altitudinũ ſuper baſes ipſorũ orthogonaliter inſiſtunt: conſtat ex 31 ipſa eſſe ęqualia. cũ enim hæ lineæ ſint æquales/& ipſæ determinent altitudinẽ ſolidorũ: erunt ſolida æque alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorũ nõ inſiſtũt ſuis baſibus orthogonaliter: ab ipſarũ ſummitatibus ad baſes perpendicularibus demiſſis/erũt ex pręmiſſa hæ perpẽdiculares adinuicẽ ęquales. ipſæ enĩ erunt: ſicut erant & in pręmiſſæ demonſtrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omniũ ſolidorum altitudo ex perpendicularibus a ſummitatibus ipſorũ ad ſuas baſes deſcẽdẽtibus diffinitur: erũt ex 32 duo ſolida a d & c b æqualia.

¶ Cõuerſam quoq; huius poſſumus ſi delectat cõuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrãmum corpus a d ſit æquale & æquiangulũ corpori parallelogrãmo b c, & corpus b c contineatur a media triũ linearũ continentiũ corpus a d: erunt tres lineæ cõtinentes corpus a b cõtinue proportionales. Cum enim duo ſolida parallelogrãma a d & c b ſint æqualia & æque alta: ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes æquales per conuerſas 31 & 32. Et quia ipſæ baſes eorum ſunt ęquiãgulæ: ſequitur ex prima parte 13 ſexti q; ipſæ ſunt mutuorũ laterum. Itaq; proportio a b ad b c: ſicut b c ad c d. Quare conſtat propoſitum.

Euclid. mb. Theorema 31. Propoſitio 36.

¶ Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: ex ipſis tribus rectis lineis ſolidum parallelepipedum æquum eſt ei quod ex media fit ſolido parallelepipedo æquilatero quidem/ æquiangulo autem prædicto. 36



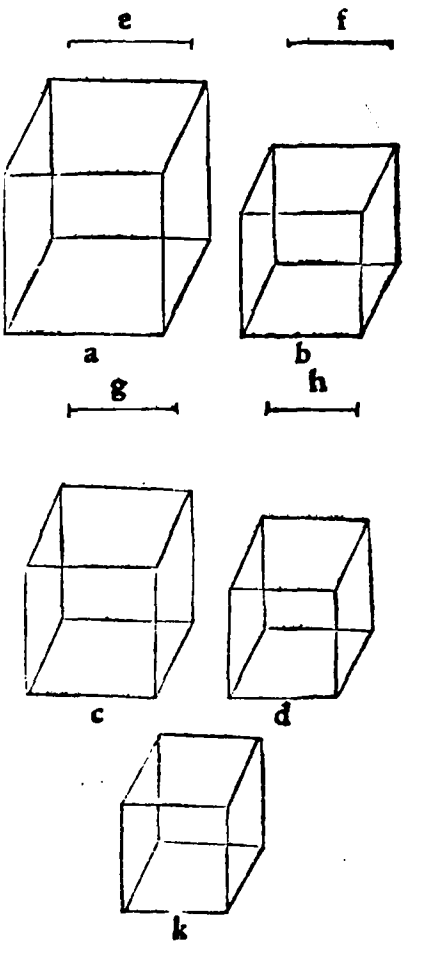
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c ſicut a ad b, ſic b ad c. Dico q; quod ex a, b, c, ſolidum: æquũ eſt ei quod ex b ſolido æquilatero quidẽ/æquiangulo autẽ prædicto. Exponatur per 23 vndecimi ſolidus angulus qui ad e: cõpræhenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt d e g, g e f, d e f. ponaturq; per 2 primi ipſi quidẽ b æqualis vnaquæq; ipſarũ d e, g e, e f, compleaturq; ipſum e k ſolidum. Ipſi autem a ęqualis eſto per eandẽ l m: cõſtituaturq; per 26 vndecimi ad ipſam l m rectã lineam ad ſignũq; in ea l, ipſi qui ad e ſolido angulo ęquus cõpræhenſus ſub n l x, x l m, n l m: ponaturq; per 2 primi ipſi quidem b ęqualis l x, ipſi autẽ c æqualis l n. Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic eſt b ad c, æqualis autẽ eſt a ipſi l m, & b vnicuiq; ipſarũ l x, e f, e g, e d, & c ipſi l n: eſt igit̃ ſicut l m ad e f, ſic eſt d e ad l n. & circũ æquos angulos qui ſub n l m, d e f: latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrãmum m n æquum eſt ipſi f d parallelogrãmo per 14 ſexti. Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales ſunt qui ſub d e f, n l m, & ſuper ipſis ſublimes rectę lineę ſũt conſtitutæ l x, e g, inuicẽ æquales per præcedentẽ æquos angulos cõpræhendẽtes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipſæ igitur quæ ex g, x, ſignis perpendiculares ductæ ad ea quæ per n l m, d e f, plana/per correlarium præcedentis inuicem ſunt æquales. Quare l h, e k, ſolida: ſub eadem ſunt altitudine. Super æqualibus autẽ baſibus & ſub eiſdẽ altitudinibus cõſtituta ſolida parallelepipeda: inuicem ſunt ęqualia per 31 vndecimi. Igitur ſolidum h l: ſolido e k eſt æquale. At l h ſolidũ eſt ex ipſis a, b, c: & e k ſolidũ eſt ex b. Igitur quod ex a, b, c, ſolidum parallelepipedum: æquum eſt ei quod ex b ſolido æquilatero quidem/ſed ęquiangulo prædicto. Quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 39.

SI fuerint quotlibet lineę proportionales: ſolida quoq; ſua ęquidiſtantium atq; ſimilium vniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum erunt proportionalia. Si vero ſolida æquidiſtantium atq; ſimilium vniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum fue- 39

rint proportionalia: lineę quoq; a quibus ipſa ſolida continentur/ erunt proportionales.

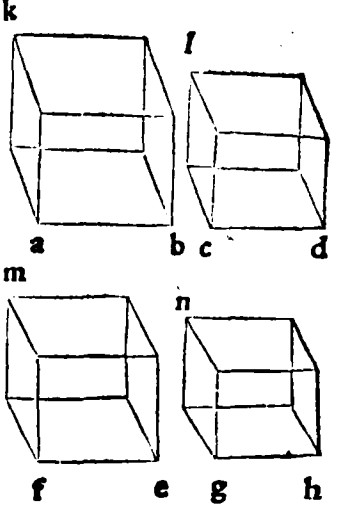
¶CAMPANVS. ¶Simile proponit vigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a,b,& c,d, proportionales: & ſup has fabricẽtur quatuor ſolida parallelogrãma eiſdem nominibus dicta/quæ ſint expreſſe ſimilia. duobus enim ad libitũ fabricatis ſuper duas lineas a & c: cætera ſecundũ præcepta 27 conſtituenda erunt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et ecõuerſo. Subiungantur enim duabus lineis a & b, in cõtinua proportione duæ quæ ſunt e & f, quemadmodum docet 10 ſexti: & duabus lineis c & d, aliæ duę quę ſint g & h. Cõſtat igitur ex 36 et ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ poſita eſt in principio quinti/& ex hac hypotheſi q; ſolida a & b ſibi inuicẽ & ſolida c & d ſibi adinuicẽ ſunt expreſſe ſimilia: q; proportio ſolidi a ad ſolidũ b eſt ſicut proportio lineę a ad lineam f, ſolidi quoq; c ad ſolidũ d ſicut lineę c ad lineã h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineã f eſt ſicut lineę c ad lineam h: erit ex 11 quinti ſolidũ a ad ſolidum b, ſicut ſolidũ c ad ſolidũ d. Conſtat igitur prima pars. ¶Secũda ſic. Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicẽ/duoq; alia quę ſint c & d, ſibi adinuicẽ expreſſe ſimilia: ſintq; cuncta parallelogrãma. & ponãtur proportionalia. Dico q; lineę a,b,& c,d, ſuper quas ſunt cõſtituta: ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a ad lineã b: ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecũdũ 27 huius ſup lineã k ſolidũ expreſſe ſimile ſolido d: qđ etiã dicat k. Erit q; ex diffinitionibus ſimiliũ corporũ & ſimiliũ ſuperficierũ/& 20 ſexti: corpus k expreſſe ſimile corpori c. ideoq; per primã partẽ huius 39 iã probatã erit proportio ſolidi a ad ſolidũ b: ſicut ſolidi c ad ſolidũ k. Et quia eadem erat ſolidi c ad ſolidum d: erit ex ſecũda parte nonę quinti ſolidũ k ęquale ſolido d. Cumq; eſſet ſibi expreſſe ſimile: ſequitur lineam k eſſe æqualẽ lineæ d. Aequalitas enĩ nõ producitur ex aliqua proportione triplicata vel quotieſlibet ſumpta: niſi ex ęquali. Igitur ex ſecũda parte 7 quinti conſtat etiã huiuſmodi pars ſecunda. ¶Deciperis autẽ: ſi arbitraris oportere vnũquodq; quatuor ſolidorũ a,b,c,d, eſſe ſimile cuilibet aliorum. Neceſſe eſt enim duo ſolidaa & b ſibi adinuicem/ítemq; duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia: ſolida autẽ c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt/neceſſarium autem non. Idem ex hac 39 de ſerratilibus facile poteris concludere.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 37.

37 ¶Si quatuor rectæ lineæ ptoportionales fuerint: & quæ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia erunt. Et ſi quæ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia fuerint: & ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

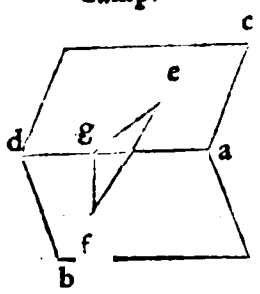
¶THEON ex Zãb. ¶Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, e f, g h: ſicut a b ad c d, ſic e f ad g h. & deſcribãtur ab ipſis a b, c d, e f, g h: ſimilia ſimiliterq; iacentia ſolida parallelepipeda k a, l c, m e, n g. Dico q; eſt ſicut k a ad l c: ſic eſt m e ad n g. Quoniã enim ſolidũ k a parallelepipedũ ipſi l c ſimile eſt: igitur per 33 vndecimi k a ad l c triplicẽ rationem habet quã a b ad c d. & id propterea m e ad n g triplam habet rationẽ quã e f ad g h. Et ſicut igitur per 11 quinti a k ad l c: ſic m e ad n g. ¶Sed iam eſto ſicut a k ſolidũ ad l c ſolidum: ſic m e ſolidũ ad n g ſolidũ. Dico q; eſt ſicut a b recta linea ad ipſã c d: ſic eſt e f ad g h. Quoniã enim rurſus k a ad l c triplam rationẽ habet quã a b ad c d, habet autem & m e ad n g triplam rationem quã e f ad g h, eſtq; ſicut k a ad l c ſic m e ad n g: & ſicut igitur a b ad c d, ſic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ ſequũtur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 38.

38 ¶Si planum ad planum rectum fuerit/a ſigno autem in altero planorum exiſtente in alterum planum perpendicularis fuerit: in communi ipſorum planorum ſectione cadit ipſa perpẽdicularis.

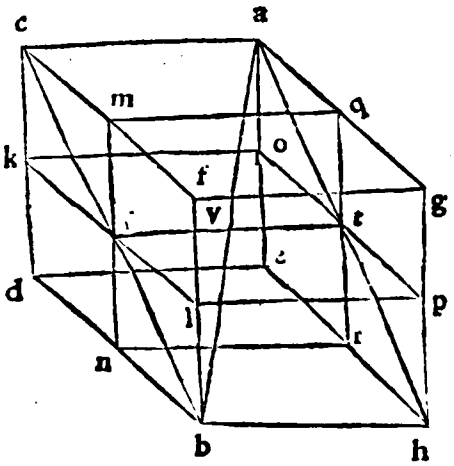
Camp.



¶THEON ex Zāb. ¶Planū enim c d, ad planū a b, rectū eſto: cōmunis autē ipſorū ſectio ſit d a. ſumaturq; in ipſo c d plano: cōtingens ſignū e. Dico q; ab ipſo e in a b planum perpēdicularis ducta: in ipſam d a cadit. Non enim: ſed ſi poſſibile eſt/ cadat extra ſicut e f, & concurrat ipſi a b plano in f ſigno. & ab ipſo f, in ipſam d a, in plano a b, per 11 vndecimi perpendicularis excitetur f g: quę et ipſi c d plano ad angulos rectos eſt. Cōnectanturq; e g. Quoniam igitur f g ipſi c d plano ad angulos rectos eſt/ tangit autē ipſam ipſa e g exiſtens in ipſo c d plano: igitur angulus qui ſub f g e, rectus eſt. Sed & e f: ipſi ab plano ad angulos eſt rectos. angulus igitur qui ſub e f g: rectus eſt. Trianguli iam ipſius e f g bini anguli: duobus rectis ſunt æquales. quod per 17 primi eſt impoſſibile. Igitur ab e in a b planum perpendicularis ducta: nō cadit extra ipſam d a. in ipſam igitur a d cadit. Quod erat oſtendendum.

Euclí. ex Camp. Propoſitio 40.

SI inſciſa fuerint latera duarum oppoſitarum ſuperficierum cubi vnumquodq; in duo media/ exierintq; a punctis ſectionum duæ ſuperficies ſe viciſſim ſecātes & cubum: communem earum ſectionem diametrum cubi per æqualia ſecare/ & ab ipſa diametro verſa vice per æqualia ſecari neceſſe eſt. 40



¶CAMPANVS. ¶Statue cubum qui ſit a b: de quo conſtat per diffinitionē q; omnes lineæ ipſum continentes ſint æquales/ & eius ſuperficies rectangulæ. tale enim corpus: cubum dicimus. Huius igitur baſis ſit eius ſuperficies a c d e, ſuperficies vero eius ſuprema b f g h, dextra vero eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autem ſuperficies b f c d, citerior quoq; ſit d e b h, ſed vlterior a, c g f, eiuſq; diameter ſit a b. Diuidantur itaq; omnia latera duarum quarumlibet ſuperficierum oppoſitarum eius per æqualia: & ſint nunc ſuperficies quarum latera diuidantur/ dextera atq; ſiniſtra. Diuidantur inquam quatuor latera dextræ quidem ſuper quatuor puncta quæ ſunt o, p, q, r: ſiniſtræ vero ſuper quatuor quæ ſint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his ſuperficiebus oppoſita: ductis lineis o p & q r quæ ſecent ſe in puncto t, itemq; k l & m n quę ſecent ſe in puncto ſ. & perficiantur duę ſuperficies ſecantes ſe inuicem & cubum: protractis item lineis o k & p l, q m & r n. ſitq; harum duarū ſuperficierum cōmunis ſectio linea ſ t. Dico igitur q; linea ſ t diuidit diametrum a b: et diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet. vtraq; enim earum tranſit per centrum cubi.

¶ALITER vero conuenit quod propoſitum eſt demonſtrare. ¶Producantur enim duæ lineæ t a & t h: & item duæ ſ c, ſ b. eritq; ex 4 primi a t æqualis t h: & ſ c æqualis ſ b. Conſtat autem ex prima parte 29 primi: q; angulus p t q eſt æqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p eſt æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cū angulo q t a: valet duos rectos. quare ex 14 primi linea a h erit linea vna: ſimiliter quoq; linea a b erit linea vna. At quia ex nona huius linea a c eſt æquidiſtans lineæ b h (vtraq; enī eſt æquidiſtans lineæ d e) cumq; ipſæ ſint æquales quia latera cubi: ſequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b eſſe æquales & æquidiſtantes. Ideoq; per conceptionem/ earum medietates quę ſunt a t & b ſ: erunt æquales. Ex 7 autem huius manifeſtum eſt/ q; linea ſ c eſt in ſuperficie duarum linearum a h & b c: & ex eadem/ linea a b quę eſt diameter cubi/ eſt etiā diameter ſuperficiei parallelogrāmæ a c b h. Itaq; linea ſ t: ſecat diametrum a b. Secet ergo ipſam in punctо v. Dico ergo lineam ſ v eſſe æqualem lineæ v t, & lineā etiam a v lineę v b. Intelligantur duo triangli a t v, b ſ v: quorū anguli qui ſunt ad t & ſ ſunt æquales adinuicem/ ſimiliter anguli eorundem qui ſunt ad a & b æquales adinuicē ex prima parte 29 primi/ propter id q; linea a t æquidiſtat lineæ ſ b. Et quia etiam ipſæ ſunt adinuicem æquales: ſequitur ex 26 primi quod propoſitū eſt. ¶Idem quoq; eodem modo concluditur: & ſi ſolidum a b non ſit cubus/ ſed ſolidum corpus parallelogrammum ſiue æqualibus lineis ſiue non æqualibus contentum fuerit/ ſiue quoq; ſuper baſin orthogonaliter erectum ſiue etiā &

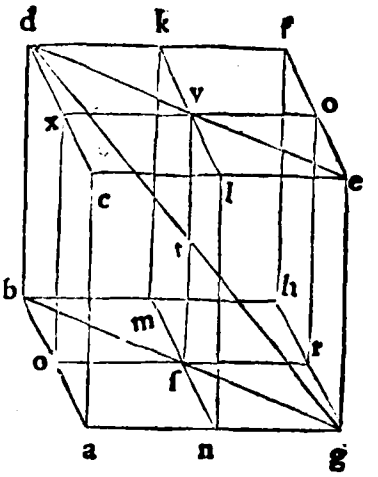
ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi: ad omnes figuras parallelogrammas ſolidas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 39.

39 ¶Si ſolidi parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera biſariam ſecta fuerint/extẽſaq; fuerint per ſectiones plana: cõmunis ipſorum planorũ ſectio/& ſolidi parallelepipedi dimetiens biſariam ſe adinuicem diſpeſcent

¶ALITER. ¶Si cubi eorum quę ex oppoſito planorum latera: & reliqua quæ ſequuntur vt ſupra.

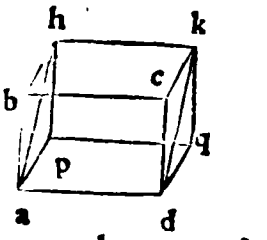
¶THEON ex Zamberto. ¶Solidi inquã parallelepipedi a f, eorũ quæ ex oppoſito planorũ c f, a h, latera biſariam diſpeſcant per k, l, m, n, & x, p, o, r, ſigna: & per ſectiones protendantur plana k n, x r. cõmunis autem planorum ipſorũ ſectio eſto x ſ: ipſius autem a f ſolidi parallelepipedi diagonius eſto d g. Dico iam q; ipſę y ſ, d g, ſeſe inuicem diſpeſcunt: hoc eſt q; y t ipſi t ſ eſt æqualis/& d t ipſi t g. Connectantur enim d y, y e, b ſ, ſ g. Et quoniã d x parallelus eſt ipſi o e: anguli alternati poſiti per 29 primi qui ſub d x o, x o e, inuicem ſunt æquales. Et quoniam æqualis eſt d x ipſi o e, & x c ipſi e o, & æquos angulos cõpræhendunt: baſis igitur d y per 4 primi ipſi y e eſt æqualis/& triangulum d x y ipſi o e y triangulo eſt ęquale/& reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui ſub x y d: ęquus eſt ei qui ſub o y e angulo. ac per hoc recta linea eſt ipſa d y e. & per eandem & b ſ g recta linea eſt: eſt & æqualis b ſ ipſi ſ g. Et quoniam c a ipſi d b eſt æqualis & eſt parallela/ſed c a ipſi e g eſt æqualis & parallela: & d b igitur ipſi e g eſt æqualis & parallela per primam cõmunem ſententiam. & ipſas connectunt rectæ lineæ d e, b g, parallelus igitur eſt per 33 primi/d e: ipſi b g. & ſuſcipiũtur in vtriſq; contingentia ſigna hoc eſt d, y, g, ſ: connectanturq; d g, y ſ. In vno igitur ſunt plano per 17 vndecimi: ipſæ d g, y ſ. Et quoniã parallela eſt d e ipſi b g: æqualis igitur eſt per 29 primi qui ſub e d t angulus ei qui ſub b g t angulo. *viciſſim enim.* & qui ſub d t y ei qui ſub g t ſ. Bina iã triangula ſunt hoc eſt d t y & g t ſ: duos angulos duobus angulis æquos habentia/& vnum latus vni lateri æquum & extenſum ſub vno æqualium angulorum hoc eſt d y ipſi g ſ. dimidiæ namq; ipſarum d e, b g. & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt d t ipſi t g: & y t ipſi t ſ. Si ſolidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera biſariam ſecta fuerint/extenſaq; fuerint per ſectiones plana: cõmunis ipſorũ planorum ſectio & ſolidi parallelepipedi demetiens biſariã ſe adinuicem diſpeſcent. Quod erat oſtendendum.

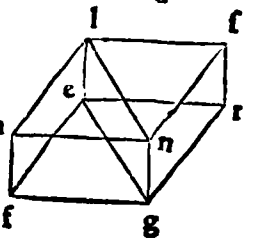


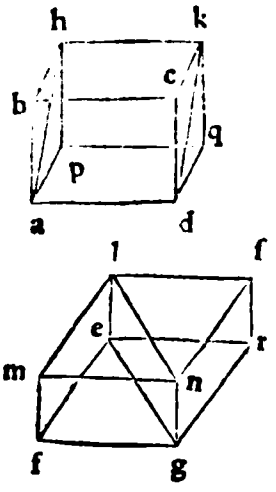
Eucli. ex Camp. Propoſitio 41.

41 SI duo corpora ſeratilia quorum alterum baſin triangulam alterum vero baſin habeat æquidiſtantium laterum ipſi baſi triangulæ duplam/æque alta fuerint: illa duo corpora neceſſe eſt eſſe æqualia.

¶CAMPANVS. ¶Sit ſuperficies a b c d æquidiſtantiũ laterũ dupla trilateræ ſuperficiei e f g: & ſuper has duas ſuperficies fiant duo corpora ſeratilia æque alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrangulam a b c d: a b h d c k. cuius baſis eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficies æquidiſtantium laterum eſt a h d k, tertia vero eſt b h c k: duæ autem eſt eius triangulares ſuperficies ſunt altera quidem triangulus a b h, reliqua vero triangulus d c k. Seratile autem quod eſt ſuper baſin triangulam e f g: ſit e f g l m n. cuius altera duarum trilaterarũ ſuperficierum eſt baſis prædicta/reliqua vero triangulus l m n: trium autem ſuperficierum eius æquidiſtãtium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda vero e g l n, tertia vero f g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita: eſſe ad inuicem æqualia. Perficiantur enim duo ſolida parallelogramma: adiũgendo vtriq; duorum propoſitorum ſeratilium aliud ſeratile ſibi æquale. Pri-



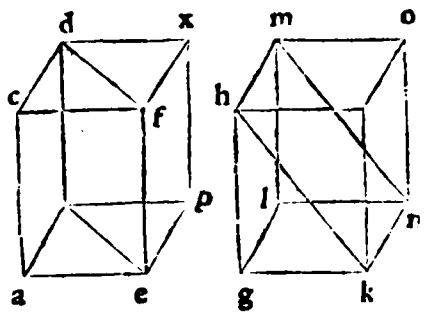




mo quidē ſeratili ſuper eandem baſin ſit adiunctū ſeratile a p h d q k. cuius duæ trilateræ ſuperficies ſint a p h, d q k: tres autē quadrilateræ/ prima quidem a h d k quę eſt terminus cōmunis ſibi & ei cui adiungitur/ ſecunda vero a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autem ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triāgulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita q; tota ſuperficies e f g r ſit æquidiſtantium laterū: & ſuper hunc triangulum fiat ſeratile e g l r l n ſ, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrāmum huius ſeratilis adiuncti. duæ trilateræ ſuperficies ſunt e g r, l n ſ: tres autem parallelogrāmæ ſunt/ prima quidem c l r ſ, ſecunda e l g n quæ eſt cōmunis terminus ſibi & ei cui adiungitur/ tertia vero g r n ſ. Manifeſtum igitur ex diffinitione ſolidorū equalium atq; ſimiliū/ q; duo ſeratilia parallelogrāmū componentia ſolidū a k, ſibi inuicem: itemq; componentia ſolidum parallelogrāmum e n, ſibi adinuicem ſunt æqualia. At vero ex 31 vel ex 32 huius: duo ſolida a k & e n ſunt ſibi inuicem æqualia. Quia ergo horum ſolidorum medietates ſunt ſeratilia propoſita: per cōmunem ſcientiam conſtat ea eſſe æqualia. quæcunq; enim fuerint æqualia: eorū medietates neceſſe eſt eſſe æquales. Liquet itaq; quod propoſitum eſt.

Eucl. Zamb. Theorema 35. Propoſitio 40.

¶Si fuerint bina priſmata ſub æquis altitudinibus/ & alterum quidem baſin parallelogrammum habuerit/ alterum autē triāgulum/ duplum autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli: ipſa priſmata æqualia erunt. 40



¶THEON ex Zāberto. ¶Sint bina priſmata a b c d e f, g h k l m n: & alterum quidem habeat baſin a f parallelogrāmum/ alterum vero g h k triāgulum. duplum vero ſit a f parallelogrammum: ipſius g h k trianguli. Dico q; priſma a b c d e f: æquum eſt ipſi h g k l m n, priſmati. Compleantur inquam ipſa a x, n h, ſolida. Et quoniam a f parallelogrammum ipſius g h k trianguli duplum eſt/ eſtq; h k parallelogrammū per 41 primi duplum ipſius g h k trianguli: æquum igitur eſt a f parallelogrammum ipſi h k parallelogrāmo. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine: inuicem ſunt æqualia per 31 vndecimi. Igitur ſolidum a x: æquum eſt ipſi g o ſolido. & ipſius quidem a x ſolidi/ dimidiū eſt ipſum a b c d e f priſma: ipſius autem g o ſolidi/ dimidium eſt ipſum g h k l m n priſma. Igitur priſma a b c d e f: ipſi g h k l m n priſmati eſt æquum. Si fuerint igitur bina priſmata ſub æquali altitudine/ & alterum quidem habuerit baſin parallelogrammum/ alterum autem triangulum/ duplum autē fuerit parallelogrāmum ipſius trianguli: æqualia ſunt ipſa priſmata. Quod erat oſtendendum.

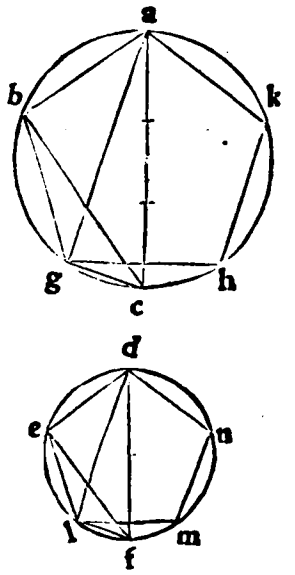
¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
Vndecimi libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholameo Zamberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber duodecimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio prima.

1 OMnium duarum ſuperficierum ſimilium multiangularum inter duos circulos deſcriptarum eſt proportio alterius ad alteram: tanq; proportio quadratorum quæ ex diametris circulorum eas circūſcribentium proueniunt.

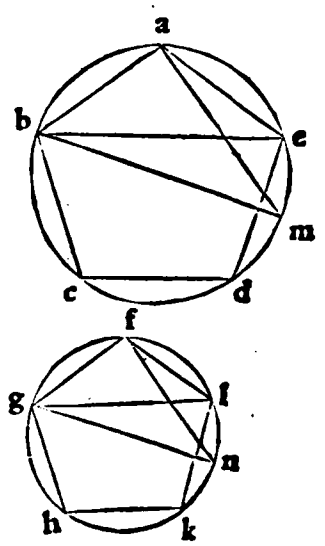
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b c, d e f: quibus inſcribātur duæ q̄libet figuræ polygoniæ quæ ponātur adinuicē ſimiles. ſintq; nūc/ pentagonæ inſcriptæ vt docet 11 quarti: & ipſæ ſint a b g h k, d e l m n. diametri quoq; circulorū: ſint a c & d f. Dico itaq; q̄ proportio pentagoni a b g h k ad pentagonū d e l m n: eſt ſicut quadratū diametri a c ad quadratū diametri d f. Protrahant enī in vtroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri ad extremitatē vnius lateris pentagoni diametro nō cōterminalis: ſcilicet cācellātes infra ipſum pentagonū. in hoc quidē/ a g & c b: in illo autē/ d l & f e. Eritq; ex 6 ſexti triangulus a b g: æquiāgulus triāgulo d e l. Nā cū pentagoni ponātur adinuicē ſimiles: erūt ex diffinitione ſimiliū ſuperficierū angulus a b g æqualis angulo d e l: & latera ipſos continētia proportionalia/ videlicet proportio a b ad d e ſicut b g ad e l. Cū ſint aūtex 20 tertij duo āguli a c g & a g b ſibi inuicē æquales/ itēq; duo alij d f e & d l e ſibi inuicē æquales: erūt duo qui ſunt c & f adinuicē æquales ex hac cōmuni ſciētia. quę æqualibus ſunt æqualia: ſibi quoq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij vterq; duorum angulorū a b c, d e f, eſt rectus: ſequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, eſſe æquiangulos. Quare per 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrū d f: eſt ſicut lateris a b ad latus d e. Cū itaq; ex ſecūda parte 18 ſexti proportio duorum pentagonorū eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata/ & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratū diametri d f ſit ſicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc cōmunem ſcientiam quorum dimidia ſunt æqualia ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia/ manifeſtum eſt quod propoſitum eſt.



Eucli. ex Zamb. Theorema primum. Propoſitio prima.

1 OMnia in circulis multangulæ figuræ: adinuicem ſe habēt ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.

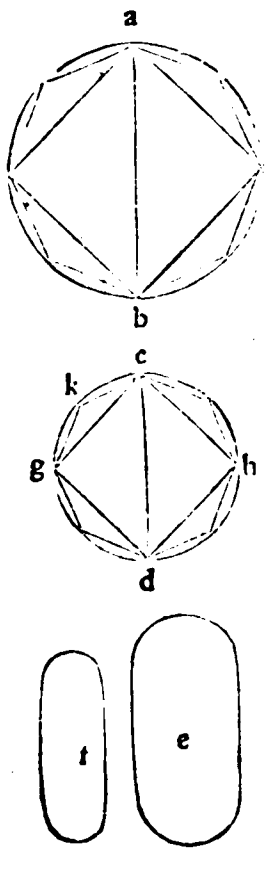
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint circuli a b c d e, f g h k l: & in eis ſint ſimiles figurę multangulæ a b c d e & f g h k l. dimetientes autem circulorū: ſint b m, g n. Dico q̄ eſt ſicut quadratū quod ex b m ad id quod ex g n quadratū: ſic eſt multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. Connectantur enim b e, a m: g l, f n. Et quoniam multangulum a b c d e ipſi f g h k l multangulo ſimile eſt: æquus eſt & qui ſub b a e angulus ei qui ſub g f l, eſtq; ſicut b a ad a e ſic g f ad f l. Bina iam triangula ſunt b a e & g f l: vnū angulum vni angulo æquum habentia/ qui ſub b a e ei qui ſub g f l, circa autem æquos angulos latera proportionalia. æquiangulum igitur eſt per primam diffinitionem ſexti a b e triangulum: ipſi f l g triangulo. æqualis igitur eſt angulus qui ſub a e b: ei qui ſub f l g. Sed qui per 21 tertij ſub a e b ei qui ſub a m b eſt æqualis (in eandem namq; circūferētiam ierunt) qui autem ſub f l g ei qui ſub f n g: & qui ſub a m b igitur ei qui ſub f n g eſt æqualis. Eſt autem & rectus qui ſub b a m: ei qui ſub g f n recto per 4 poſtulatum æqualis. reliquus igitur: reliquo eſt æqualis per 3 cōmunem ſententiā. Æquiangulum igitur eſt triangulū



a m b:ipſi f g n triangulo. Proportionale igitur eſt ſicut b m ad g n:ſic ba ad g f. Sed ipſius quidem b m ad g n ratio:dupla eſt ea quæ ipſius b m quadrati ad id quod ex g n quadratum. Ipſius autem b a ad g f:dupla eſt ipſius a b c d e multãguli ratio ad ipſum f g h k l multãgulũ. & ſicut igitur per 11 quinti quod ex b m quadratum ad id quod ex g n quadratum:ſic eſt multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. In circulis igitur ſimilia multangula:ſeſe adinuicẽ habent ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum.

ucli. ex Camp. Propoſitio 2.

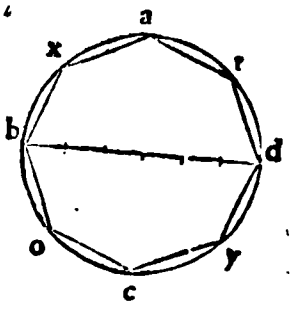
OMnium duorum circulorum eſt proportio alterius ad alterum:tanquã proportio quadrati ſuæ diametri ad quadratum diametri alterius. 2



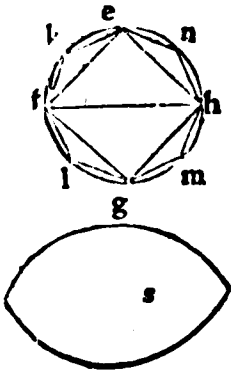
¶ CAMPANVS. ¶ Sit duo circuli a b & c d:quorum diametri quoq; dicãtur a b & c d. Dico itaq; q; proportio circuli a b ad circulum c d:eſt ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifeſtum enim eſt ex hac cõmuni ſcientia/ſcilicet. quãta eſt quælibet magnitudo ad aliquam ſecundam: tantam neceſſe eſt eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam: q; proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, eſt ſicut circuli a b ad ſuperficiem aliquam quæ ſit e, cuiuſcunq; figuræ aut formæ ponatur. Hanc autem impoſſibile eſt maiorem eſſe aut minorem circulo c d. Si enim eſt poſſibile ipſam eſſe minorem circulo c d:ſit itaq; minor in ſuperficie f. Itaq; circulus c d:ſit æqualis duabus ſuperficiebus e & f pariter accepti s. Conſtat igit ex 1 decimi:q; toties poſſit ex circulo c d ſuiſq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio/quouſq; relinquatur quantitas aliqua minor f. Inſcribatur ergo ſibi vt docet 6 quarti quadratum c d g h:de quo conſtat q; ipſum ſit maius medietate circuli. quadratum enim quod eſt duplum ad ipſum:eſt circulum circunſcribens / vt patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati pariter acceptę/fuerint minus ſuperficie f:ſufficit. Sin autẽ:quatuor arcus exiſtẽtes ſuper dicta latera per æqualia diuidantur/& puncta ipſos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuẽtur per lineas rectas. Verbi gratia/arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k:& protrahatur lineæ k c, k g. ſicq; de cęteris. Eritq; quilibet triangulorũ deſcriptorum ſuper latera quadrati/maior medietate portionis in qua exiſtit:eo q; ōnis triãgulus iſoſceles eſt medietas parallelogrãmi ſuæ baſis per 41 primi/quodquidem parallelogrammum maius erit ſuperficie ipſo arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones exiſtentes ſup latera octogonij inſcripti pariter acceptæ:minus ſuperficie f. Si enim nondum hoc eſſet:non ceſſarem diuidere arcus (quorum latera vltimæ deſcriptæ figuræ ſunt chordæ) per æqualia/& inſcribere figuram æquilateram duplo plurium laterum primæ. ſemper ſubtrahẽdo ab ipſis circuli portionibus/maius dimidio: quouſq; per 1 decimi portiones ſuper latera alicuius talis figuræ circulo inſcriptæ exiſtentes pariter accepte/erunt minus ſuperficie f. Sint ergo nunc quæ dictę ſunt. eritq; ex conceptione octogonũ c d:maius ſuperficie e. In circulo igitur a b, eadem via inſcribatur ſimile octogonũ quod dicatur a b:ſitq; ex præmiſſa proportio octogoni a b ad octogonũ c d ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, ideoq; per 11 quinti ſicut proportio circuli a b ad ſuperficiem e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulum a b ſicut polygonij c d ad ſuperficiem e. Cũq; ſit polygonium c d maius ſuperficie e:erit polygonium a b maius circulo a b. hoc autem impoſſibile. Non eſt ergo ſuperficies e:minor circulo c d. Sed nec maior. Eſto enim:ſi poſſibile ſit. Cum igitur ſit proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, ſicut circuli a b ad ſuperficiem e:erit econuerſo quadrati diametri c d ad quadratum diametri a b, ſicut ſuperficiei e ad circulũ a b. Et cõſtat ex cõi ſciẽtia in principio huius demõſtrationis poſita: q; eadẽ eſt circuli c d ad aliquã ſuperficiẽ/quæ ſit f. eritq; ex 14. quinti ſuperficies f:minor circulo a b. Itaq; ꝓportio q̃drati diametri c d ad quadratũ diametri a b:erit ſicut circuli c d ad ſuperficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõſtrauimus pauloãte ſeq ipoſſibile: videlicet polygoniũ inſcriptũ circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e nõ poteſt eſſe minor circulo c d:ita nec maior. erit ergo neceſſario ęqualis. Quare per 2 partẽ 7 quiti liquet qđ ꝓpoſitũ eſt.

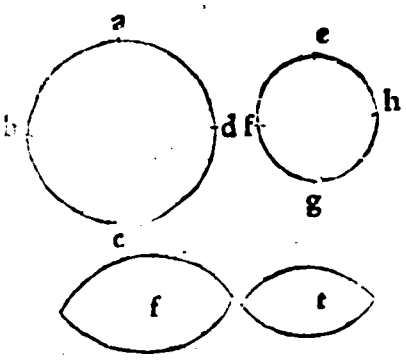
Eucli.ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

2 ¶ Circuli ſeſe adinuicem habent: ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.



¶THEON ex Zamberto. ¶ Sint circuli a b c d, e f g h: dimetientes autem eorum ſint d b, f h. Dico q̃ eſt ſicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum: ſic eſt a b c d circulus ad e f g h circulum. Si enim non eſt ſicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum/ ſic a b c d circulus ad e f g h circulum: erit ſicut quod ex b d ad id quod ex f h, ſic a b c d circulus vel ad minorem ipſo e f g h circulo aream/ vel ad maiorem. Sit prius ad minorẽ s. Deſcribaturq̃ per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Iam deſcriptum quadratum: maius eſt q̃ dimidium ipſius e f g h circuli. quoniam ſi per ſigna e, f, g, h, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circum circulum deſcripti quadrati dimidium eſt e f g h quadratum. ipſo autem circunſcripto quadrato minor eſt circulus. quare e f g h inſcriptum quadratum: maius eſt q̃ dimidium ipſius e f g h circuli. Secentur bifariam ipſæ e f, f g, g h, h e, circunferentiæ per ſigna k, l, m, n: cõnectanturq̃ e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e. Et vnũ quodq̃ igitur ipſorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius eſt q̃ dimidiũ eius quod circum ipſum eſt circuli ſegmenti. quoniam ſi per k, l, m, n, ſigna circulum tangẽtes ducamus/ & compleamus quæ in e f, f g, g h, h e, rectis lineis parallelogramma: vnumquodq̃ ipſorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum/ dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrammi. ſed circum ipſum ſegmentum: minus eſt parallelogrammo. quare vnumquodq̃ ipſorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius eſt dimidio eius quod circum ſe ipſum ſegmenti circuli. Diſpeſcentes iam per 30 tertij reliquas circunferentias bifariam/ connectenteſq̃ rectas lineas/ & hoc ſemper efficientes: per 1 decimi relinquemus quædam circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus e f g h, aream s. Oſtenſum etenim eſt ex primo decimi voluminis theoremate/ q̃ binis magnitudinibus inæqualibus expoſitis/ ſi a maiori auferatur maius q̃ dimidiũ/ & reliquę maius q̃ dimidium/ hocq̃ ſemper fiat: quędam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita minor erit. Aſſumantur igitur. fintq̃ quæ in ipſis e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e, ſegmẽta ipſius e f g h circuli: minora exceſſu quo excedit circulus e f g h ipſam s aream. Reliquum igitur e k f l g m h n multangulũ: maius eſt ipſa area s. Inſcribatur in circulo a b c d: ipſi c k f l g m h n multangulo ſimile multangulũ a x b o c y d r. Eſt igitur per præcedẽtẽ ſicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: ſic eſt multangulũ a x b o c y d r ad ek f l g m h n multangulũ. Sed ſicut & quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: ſic circulus a b c d ad aream s. et ſicut igitur per 11 quinti a b c d circulus ad s areã: ſic multãgulũ a x b o c y d r ad ipſum e k f l g m h n multangulũ. Viciſſim igitur per 16 quinti ſicut circulus a b c d ad id quod in ipſo multãgulũ: ſic s area ad multangulũ e k f l g m h n. Maior autẽ eſt a b c d circulus: eo quod in ſe eſt multãgulo. maior igit̃ eſt & area s: ipſo e k f l g m h n multãgulo. ſed & minor. quod eſt impoſſibile. Nõ eſt igitur ſicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: ſic circulus a b c d ad aliquã areã ipſo e f g h circulo minorẽ. Similiter iã demõſtrabimus/ q̃ neq; ſicut quod ex f h ad id quod ex b d: ſic circulus e f g h ad aliquã areã minorẽ ipſo a b c d circulo. ¶Dico nẽpe q̃ neq; ſicut quod ex b d ad id quod ex f h: ſic circulus a b c d ad aliquam aream maiorem ipſo e f g h circulo. Si enim poſſibile: ſit ad maiorem s. Cõuerſim igitur eſt ſicut quod ex f h quadratum ad id quod ex d b: ſic eſt s area ad a b c d circulum. Sed ſicut s area ad a b c d circulũ: ſic eſt circulus e f g h ad aliquam aream minorem ipſo a b c d circulo. & ſicut igitur per 11 quinti quod ex f h ad id quod ex b d: ſic e f g h circulus ad aliam aream minorẽ ipſo a b c d circulo. quod impoſſibile eſſe demonſtratũ eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h: ſic circulus a b c d ad maiorem aliquam aream ipſo e f g h circulo. Oſtenſum autem eſt: q̃ neq; ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratũ: ſic circulus a b c d ad circulũ e f g h. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent: ſicut quę ex dimetiẽtibus quadrata. Quod erat oſtendendũ.



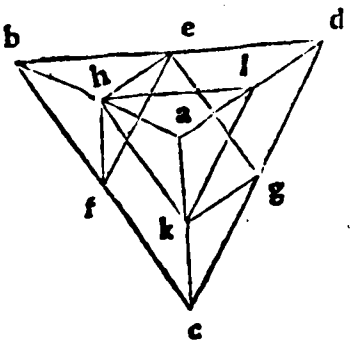


¶Dico iam q̄ s area maiore ſubſiſtente ipſo e f g circulo/eſt ſicut area s ad a b c d circulū: ſic e f g h circulus ad aliquā aream minorē ipſo a b c d circulo. Fiat enim ſicut s area ad a b c d circulū: ſic e f g h circulus ad aream t. Dico q̄ area t: minor eſt ipſo a b c d circulo. Quoniam enim eſt ſicut s area ad a b c d circulum ſic eſt e f g h circulus ad aream t: viciſſim per 16 quiti eſt ſicut s area ad e f g h circulum / ſic eſt a b c d circulus ad t aream. Maior autem eſt s area ipſo e f g h circulo. maior igitur eſt & a b c d circulus: ipſa area t. quare eſt ſicut s area ad a b c d circulum: ſic eſt e f g h circulus ad minorē aliquam aream ipſo a b c d circulo. quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

OMnis pyramis cuius baſis triāgula: ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicem totiq̄ pyramidi ſimiles/ vnaq̄ in duo ſeratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora. 3

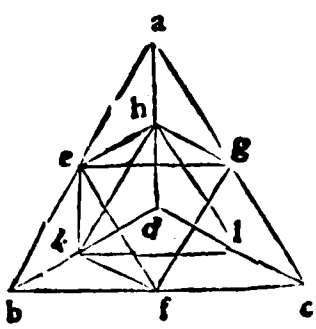
¶CAMPANVS. ¶Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d: eiuſq̄ vertex ſolidus āgulus a, a quo demittantur tres hypothenuſę a b, a c, a d, ad tres angulos baſis. & diuidantur omnia latera baſis per æqualia in tribus punctis e, f, g: tres quoq̄ hypothenuſę per æqualia in tribus punctis h, k, l. & protrahantur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq̄ baſis eius diuiſa in tres ſuperficies. quarum duæ ſunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex ſecūda parte ſecundæ ſexti & diffinitiōe ſimiliū ſupficierū cōſtat eſſe ſimiles ſibi inuicē & toti baſi/ & æquales adinuicem ex 8 primi: tertia eſt tetragona parallelogrāma & ipſa eſt e f g c, quā cōſtat eſſe duplā ad triangulū e g d ex 40 et 41 primi. Demittant ergo rurſus a puncto h duę hypotenuſę h e, h f, & a puncto k l hypothenuſa k g: & protrahantur lineæ h k, k l & l h. Diuiſa eſt itaq̄ tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h k l: & duo ſeratilia quorum vnum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrāgulā c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, q̄ ipſæ ſunt æquales adinuicem/ ſibiq̄ & toti pyramidi a b c d ſimiles: conſtat ex diffinitione corporū æqualium & ſimiliū & ex 10 vndecimi & ex ſecunda parte 2 ſexti. De duobus autē ſeratilibus q̄ ipſa ſint ęqlia: cōſtat ex vltima vndecimi. Q̄z vero ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis: ex hoc manifeſtum eſt q̄ vtrūq̄ illorum diuiſibile eſt in duas pyramides quarum altera triangula æqualis vni duarum/ in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur. altera vero quadrangula: quæ dupla eſt ad reliquā/ quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſę. Ac proportionē ſi ſcire deſideras: ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantum ad propoſitum) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas; quantalibet quantitate excedere.



Eucli. ex Zamb. Theorema Propoſitio 3.

¶Omnis pyramis triangularē baſin habens: diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem triangulares baſes habētes & ſimiles/ toti & in bina priſmata æqualia & ipſa bina priſmata maiora ſunt q̄ dimidium totius pyramidis. 3

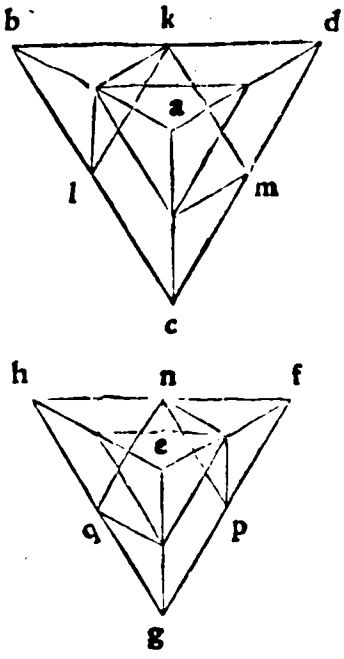
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulū a b c: faſtigiū vero ſit ſignum d. Dico q̄ pyramis a b c d diuiditur in pyramides æquas adinuicē triangulares baſes habentes & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia/ & bina priſmata maiora ſunt q̄ totius pyramydis dimidiū. Secentur per 10 primi a b, b c, c a, a d, d b, d c, bifariā in ſignis e, f, g, h, k, l: cōnectā turq̄ h e, e g, g h, h k, k l, l h, e k, k f, f g. Et qm̄ a e eſt ęqualis ipſi e b, & a h ipſi h d: paralelus igitur eſt e h ipſi d b. ſdq̄ propterea iam & h k: ipſi a b paral lelus eſt. parallelogrāmum igitur eſt h e k b. æqualis igitur eſt ipſa h k: ipſi e b. Sed e b: ipſi a e eſt ęqualis: & a e igitur ipſi h k eſt ęqualis. Eſt autem & a h: ipſi d h ęqualis. Duæ iā a e, a h: duabus k h, h d, ſunt ęquales altera alteri. & an



gulus qui ſub e a h: per 28 primi ei qui ſub k h, h d, eſt ęqualis. baſis igitur e h: per 4. primi baſi k d eſt ęqualis. Igitur triãgulum a e h: ęquum & ſimile eſt ipſi h k d triangulo. Et id propterea iam & triangulum a h g: ipſi h l d triangulo æquum & ſimile eſt. Et quoniam binæ rectæ lineæ tangentes ſe adinuicem e h, h g, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes k d, d l, ſunt/non tamen in eodem plano exiſtentes: æquos angulos compræhendunt. æqualis igitur eſt per 10 vndecimi angulus qui ſub e h, h g: ei qui ſub k d, d l, ãgulo. Et quoniam binæ rectæ lineæ e h, h g, duabus k d, d l, ſunt æquales altera alteri/& angulus qui ſub e h g per 10 vndecimi angulo qui ſub k d, d l, eſt æqualis: baſis igitur e g per 4. primi baſi k l eſt ęqualis. Triangulum igitur e h g: æquum eſt ei triangulo quod ſub k d l & ſimile. & id propterea triangulum a e g: ipſi h k l triangulo æquum & ſimile eſt. Pyramis igitur cuius baſis a e g triangulum/ſaſtigium autem h ſignum: æqualis & ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt h k l triangulũ/ & vertex d ſignum. Et quoniam trianguli a d b per 2 ſexti ad vnum latus a b, excitata eſt h k: æquiangulum eſt a d b triangulum ipſi d k h triangulo. & latera habent proportionalia. Igitur triangulum a d b: ſimile eſt ipſi triangulo d h k. Idcę propterea & triangulum quidem d b c ſimile eſt ipſi triangulo d k l: & a d c triangulum ipſi d h l triangulo. Et quoniam per 10 vndecimi binę rectæ lineę ſeſe inuicẽ tãgentes b a, a c, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes k h, h l, ſunt/non tamen in eodem plano: æquos compræhendunt angulos. Angulus igitur qui ſub b a c: æquus eſt ipſi angulo qui ſub k h l. Eſtcę ſicut b a ad a c: ſic k h ad h l. Triangulum igitur a b c: ipſi h k l triangulo ſimile eſt. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triãgulum a b c, vertex autem d ſignum: ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidẽ eſt h k l triangulum/ vertex autẽ d ſignũ. Sed pyramis cuius baſis eſt triangulũ h k l, vertex autem d ſignum: oſtenſa eſt ſimilis pyramidi cuius baſis quidem eſt a e g triangulum vertex vero h ſignum. Quare & pyramis cuius quidem baſis eſt triangulum a b c, vertex vero d ſignum: ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt a e g triangulum/& vertex h ſignum. vtracę igitur ipſarum a e g h, h k l d, pyramidum: ſimilis eſt toti a b c d pyramidi. Et quoniam b f æqualis eſt ipſi f c: parallelogrammum e b f g, ipſius g f c trianguli duplum eſt per 41 primi. Et quoniam ſi fuerint bina priſmata æque alta/& alterum quidem habuerit baſin parallelogrammũ/ alterum autem triangulum/ duplum autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli/ipſa priſmata ſunt æqualia per 40 vndecimi: priſma igitur compræhenſum ſub binis triangulis b k f, e h g, tribuſcę parallelogrammis e b f g, e b k h, h k f g, priſmati compræhenſo ſub binis triangulis g f c, h k l, tribuſcę parallelogrammis k f c l, l c g h, h k f g, eſt æquale. Manifeſtum autem q; vtrũcę ipſorum priſmatũ cuius baſis e b f g parallelogrammũ/ ex oppoſito autem h k recta linea / & cuius baſis g f c triangulum/ ex oppoſito autem h k l triangulum: maius eſt vtracę ipſarum pyramidum quarum baſes quidem ſunt triangula a e g & h k l, vertices autem h, d, ſigna. Quoniam ſi connectamus e f, e k, rectas lineas: priſma cuius baſis e b f g parallelogrammum/ex oppoſito autem k h recta linea/maius eſt pyramide cuius baſis e b f triangulum/ & vertex k ſignum. Sed pyramis cuius baſis e b f triangulum/ vertex autem eſt k ſignum: æqua eſt pyramidi cuius baſis eſt a e g triãgulum/ & vertex eſt h ſignum. ſub æquis enim & ſimilibus planis ſubſiſtunt. Quare & priſma cuius baſis quidem e b f g parallelogrammum/ ex oppoſito autem h k recta linea: maius eſt pyramide cuius baſis a e g triangulum/ vertex autem h ſignum. Priſma vero cuius baſis e b f g parallelogrammum/ex oppoſito autem h k recta linea: ęquũ eſt priſmati cuius baſis g f c triangulũ/ ex oppoſito autẽ triangulum h k l. Pyramis autem cuius baſis quidem a e g triangulum/ vertex autem ſignum h: æqua eſt pyramidi cuius baſis h k l triangulum/ vertex autem eſt d ſignum. Prędicta igitur bina priſmata: maiora ſunt prædictis duabus pyramidibus quarum baſes ſunt ipſa a e g, h k l, triangula / vertices autem ſunt h, d, ſigna. Tota igitur pyramis cuius baſis eſt triangulum a b c, vertex autem ſignum d: diuiditur in binas pyramides ſibi inuicem æquas & ſimiles toti/ & in bina priſmata æqualia. & bina priſmata maiora ſunt q̃ totius pyramidis dimidium. Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

SI duæ pyramides æque altæ quarum baſes triangulę/ſin 4
gulæ in binas pyramides æquales ſibi inuicem ac toti ſi-
miles/binaq; ſeratilia æqualia diuidantur : erit propor-
tio baſis vnius ad baſin alterius tanq̃ proportio duorum ſeratiliũ
ſuorum ad duo ſeratilia alterius. Eritq; palã: omnia ſeratilia quæ
fuerint in vtralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cũcta
ſeratilia quæ in altera pyramide fuerint / eandẽ habere propor-
tionem quã baſis eius pyramidis ad baſin alterius pyramidis.

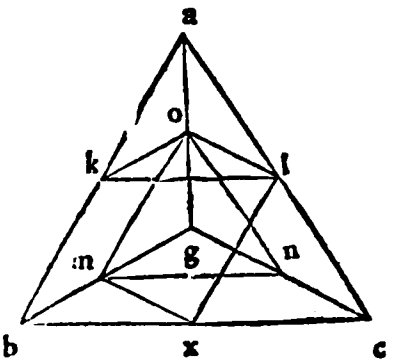


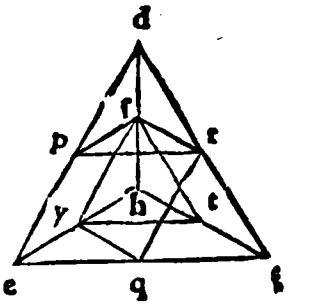
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ pyramides quarum baſes triangulæ: æque altæ.
hæc quidem a b c d:cuius conus punctus a,baſis triangulus b c d,hypothenu
ſæ a b,a c,a d.illa vero e f g h:cuius conus punctus e, baſis triangulus f g h,
hypothenuſæ e f,e g,e h.hę autem duæ pyramides diuidantur : ſicut in præ-
miſſa.Sintq; baſes earum diuiſæ.Hæc quidem:protractis lineis latera baſis ip
ſius per æqualia diuidentibus/ quæ ſint k l & k m. illa vero : protractis lineis
quæ ſint n p, n q.Dico ergo q̃ proportio baſis b c d ad baſin f g h:eſt ſicut du
orum ſeratilium pyramidis a pariter acceptorum ad duo ſeratilia pyramidis e
pariter accepta.Manifeſtum eſt autem ex 18 ſexti parte ſecunda: q̃ proportio
trianguli b c d ad triangulum k m d, eſt ſicut lineæ b d ad lineam k d dupli-
cata . per eandem quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulum n q h:
ſicut lineæ f h ad lineam n h duplicata . Cumq; ſit linea b d ad lineam k d
ſicut linea f h ad lineam n h (vtrobiq; enim eſt dupla proportio) erit trian-
gulus b c d ad triangulum k m d , ſicut triangulus f g h ad triangulum n q
h.& permutatim triangulus b c d ad triangulum f g h, ſicut triangulus k m d
ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h : eſt ſicut
ſeratile exiſtens ſuper ipſum ad ſeratile exiſtẽs ſuper illũ per 33 vndecimi.Hu
ius quoq; ſeratilis ad illud: eſt ſicut amborum ſeratiliũ pyramidis a pariter ac-
ceptorum ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti. neceſſe
eſt enim: vt ſit duplum ad duplum quẽadmodũ ſimplum ad ſimplum.Itaq; cõ
clude ex 11 quinti:quod propoſitum eſt. Dormitas autem: ſi dubitas ſeratilia
vnius harum pyramidum/ æque alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cum
enim ſint pyramides æque altæ/ſit quoq; vtraq; earum diuiſa in duas pyrami
des æquales ſibi totiq; ſimiles & in duo ſeratilia æqualia/& ſint duæ partiales
pyramides æque altæ eo q̃ ſimiles & æquales (quod facile patebit demiſſis a
verticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad baſes ipſarum /de
quibus perpendicularibus ex 37 vndecimi conſtat eſſe æquales) cumq; alti-
tudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componunt altitudi-
nem totalis pyramidis diuiſæ/ſintq; ambo ſeratilia æque alta vni partialium
pyramidum ei videlicet quæ ſuper partialem triangulum baſis totalis pyrami-
dis componitur : non eſt fas ambigere ſeratilia vnius earum pyramidum eſ-
ſe æque alta ſeratilibus alterius earum. ¶Correlarium vero ex eo manifeſtum
eſt:q̃ ſimiliter baſes partialium pyramidum ſic ſe habeant adinuicem/ſicut bi
na ſeratilia vnius ad bina ſeratilia alterius.Et quia baſes partialium ſic ſe ha
bent adinuicem ſicut baſes totalium ex ſecunda parte 18 ſexti & permutata
proportione:conſtat ex 13 quinti verum eſſe quod correlarium proponit.

Eucli.ex Zamb.Theorema 4. Propoſitio 4.

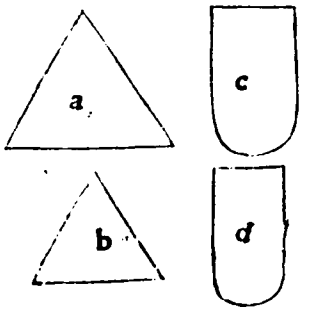
¶Si fuerint binæ pyramides ſub eadem altitudine/triangulares 4
baſes habentes/ diuiſa vero fuerit vtraq; ipſarum in binas pyra-
mides adinuicem æquales & ſimiles toti & in bina priſmata æ-
qualia/& in vtraq; factarum pyramidum is modus ſemper ſerue-
tur: erit ſicut vnius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin/
ſic quæ in vna pyramide priſmata omnia ad ea quę in altera py-
ramide priſmata æque multiplicia.

¶Sint binæ pyramides ſub eadē altitudine: triāgulares baſes habētes hoc eſt a b c, d e f, & faſtigia g, h, ſigna. Diuidaturq; ipſarum vtraq; in binas pyramides inuicē æquas & toti ſimiles/& in bina priſmata æqualia. Ipſarumq; factarū pyramidum vtraq;: itidem intelligatur diuiſa. & hoc ſemper fiat. Dico q; eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic ſunt omnia priſmata q̄ in ipſa a b c g pyramide/ad ea quæ in d e f h pyramide priſmata æque multiplicia. Quoniā enim b x ipſi x c, & a l ipſi l c eſt æqualis: parallelus igitur eſt l x ipſi a b, & a b c triāgulū ipſi l x c triāgulo ſimile eſt. & id propterea iā triāgulū d e f: ſimile eſt ipſi r q f triangulo. Et quoniā b c ipſius c x dupla eſt, & e f ipſius f q: eſt igitur ſicut b c ad c x, ſic eſt e f ad f q. Deſcribunturq; ab ipſis quidē b c, c x, ſimiles ſimiliterq; poſitę rectilineę figurę a b c, l x c: ab ipſis autem e f, f q, ſimiles ſimiliterq; poſitę rectilineæ figuræ d e f, r q f. Si autē quatuor rectæ lineę proportionales fuerint: & q̄ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ/proportionales erunt. Eſt igitur ſicut a b c triangulū ad l x c triangulū: ſic eſt d e f triangulū ad r q f triangulū. viciſſim igitur per 16 quinti eſt ſicut a b c triangulū ad d e f triāgulum: ſic eſt l x c triangulum ad r q f triangulum. Sed ſicut l x c triangulū ad r q f triangulū: ſic priſma cuius baſis quidē eſt l x c triangulū/ ex oppoſito autē o m n, ad priſma cuius baſis eſt quidē r q f triangulū, ex oppoſito autem ſ t y. & ſicut igitur per 11 quinti a b c triangulum ad d e f triangulū: ſic eſt priſma cuius baſis quidē eſt l x c triangulū/ ex oppoſito vero o m n, ad priſma cuius baſis eſt r q f triangulū/ex oppoſito autem ſ t y. Et quoniā bina priſmata exiſtentia in ipſa a b c g pyramide inuicem ſunt æqualia/at quia bina priſmata exiſtentia in ipſa d e f h pyramide inuicē ſunt æqualia: eſt igitur ſicut priſma cuius baſis eſt b k l x parallelogrammū/ ex oppoſito vero m o recta linea / ad priſma cuius baſis eſt l x c triangulū ex oppoſito aūt o m n, ſic priſma cuius baſis p e r q, ex oppoſito vero ſ t, ad priſma cuius baſis r q f, ex oppoſito autē ſ t y. Cōponendo igitur per 18 quinti eſt ſicut k b l x o m, l x c m n o, priſmata ad l x c m n o priſma: ſic p e r q ſ t, r q f ſ t y, priſmata ad r q f ſ t y priſma. viciſſim igit̄ per 16 quiti eſt ſicut k b l x m o, x l c o m n, ad ipſa p e q r ſ t, r q f ſ t y, priſmata: ſic priſma l x c m n o ad r q f ſ t y priſma. Sicut autē l x c m n o priſma ad r q f ſ t y priſma: ſic oſtenſum eſt eſſe baſin l x c ad ipſam r q f, & baſin a b c ad baſin d e f. & ſicut igitur per 11 quinti triangulū a b c ad triangulū d e f: ſic bina priſmata quæ ſunt in a b c pyramide ad ea bina priſmata quæ ſunt in d e f g pyramide Similiter autē & reliquas pyramides eodem modo trahemus: m n o g et ſ t y h. eritq; ſicut baſis m n o ad ſ t y baſin: ſic bina priſmata exiſtentia in ipſa m n o g pyramide ad bina priſmata exiſtentia in ſ t y h pyramide. Sed ſicut m n o baſis ad ſ t y baſin: ſic a b c baſis ad d e f baſin. & ſicut igitur per 11 quinti a b c baſis ad d e f baſin: ſic & bina priſmata exiſtentia in ipſa a b c g pyramide ad bina priſmata exiſtentia in d e f h pyramide/ & bina priſmata exiſtentia in m n o g pyramide ad bina priſmata exiſtentia in ipſa ſ t y h pyramide/& quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; oſtendentur in priſmatibus factis ex ipſarum a k l o & d p r ſ pyramidum diuiſione. & omnium ſimpliciter æque multipliciū. ¶Quæ autē ſit ſicut l x c triangulū ad r q f triangulū/ ſic priſma cuius baſis l x c triangulū/ex oppoſito autē o m n, ad priſma cuius baſis quidē eſt r q f triangulū/ex oppoſito ſ t y: ſic oſtendēdū eſt. In eadem in q̄ deſcriptione intelligantur a g, d h, perpendiculares in ipſa a b c, d e f, triāgula plana. æquales autē ipſæ erūt: quoniā eque ſublimes ipſæ ſupponunt̄ pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ g c & quæ ex g perpēdicularis/a parallelis planis hoc eſt a b c, o m n, ſecātur: in eiſdē rationibus ſecabūtur p 17 vndecimi. & g c: bifariā ſecat a plano o m n, in ſigno n. & ppēdicularis igit̄ quę ex g: in triāgulū a b c planū bifariā ſecat a plano o m n. & id propterea & perpēdicularis q̄ ex h in d e f planū: bifariā ſecabitur ab ipſo ſ t y plano. Et ipſę a g, d h, ppendiculares in ipſa a b c, d e f, plana: ſunt æquales. Igitur & quæ ex m n o, ſ t y, triāgulis in ipſa a b c, d e f, plana perpendiculares: ſunt æquales. Priſmata igitur quorum baſes ſunt l x c & r q f triangula/ex oppoſito autē o m n, ſ t y: æque ſūt alta. Quare & ſolida parallelepipeda q̄ a p̄dictis priſmatibus deſcribūtur æque alta: adinuicem ſunt ſicut baſes. & dimidia igit̄ erūt ſicut l x c baſis ad r q f baſin: ſic p̄dicta priſmata adinuicē. Si binæ igitur pyramides ſub eadē fuerint altitudine: & quę ſequūtur reliqua. Quod erat oſtendendum.



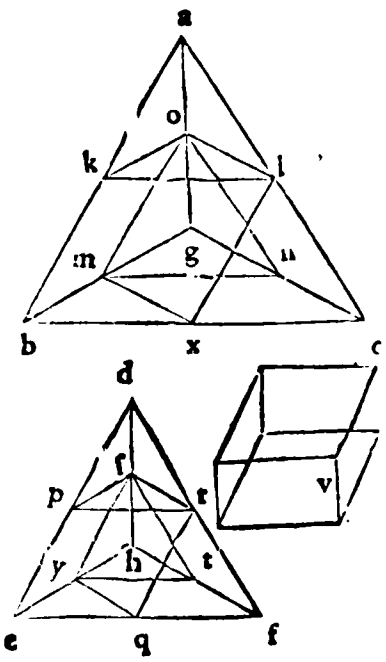


Eucli.ex Camp. Propoſitio 5.



OMnes duæ pyramides æque altę quarum baſes triangu 5
lę: ſuis baſibus ſunt proportionales.

¶CAMP. ¶Qđ 33 vndecimi propoſuit de ſolidis parallelogrāmis & in fine 36 vndecimi verū eſſe demōſtrauimus de ſeratilibus: hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enī duæ pyramides æque altæ: quarum baſes ſunt duo trigoni a & b. dico q̄ proportio pyramidis a ad pyramidem b: eſt ſicut baſis a ad baſin b. quod eodem demōſtrationis vel argumentationis genere demōſtrandū eſt: quo ſecūdā huius demonſtrauimus. Sit enim vt baſis a ad baſin b: ita pyramis a ad corpus c. de quo dico: q̄ ipſum nō erit minus neq; maius pyramide b. Nā ſi poſſibile eſt vt ſit minus: eſto minus in ſolido d, vt pyramis b ſit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuiſa itaq; pyramide b vt proponit 3 huius/ detrahātur ab ea duo ſeratilia quæ ex prēmiſſa ſunt maius medietate pyramidis ipſius: itēq; ex vtraq; duarum partialium reſiduarum pyramidum/ duo earū prædicto modo diuiſarum ſeratilia demantur. & fiat hoc toties: quouſq; ex pyramide b congatur aduerſarius per 1 decimi confiteri relinqui minus ſolido d. eruntq; ex cōmuni ſcientia/ ſeratilia detracta: maius c. Fiat igitur a pyramide a, ſimilis ſeratilium detractio: & intelligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b. eritq; ex correlario p̄miſſę ſicut baſis a ad baſin b: ita ſeratilia detracta a pyramide a ad ſeratilia detracta a pyramide b. ſed ſicerat pyramis a ad corpus c, itaq; ſeratilia pyramidis a ad ſeratilia pyramidis b: ſicut pyramis a ad corpus c. & permutatim ſeratilia pyramidis a ad pyramidē a: ſicut ſeratilia pyramidis b ad corpus c. Cūq; ſint ſeratilia pyramidis b, maius corpore c: erunt ſeratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc eſt impoſſibile: non erit corpus c. minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enī poſito/ cum ſit proportio baſis a ad baſin b, ſicut pyramidis a ad corpus c: erit ecōuerſo baſis b ad baſin a, ſicut corporis c ad pyramidē a. eritq; eadem ex cōmuni ſciētia: pyramidis b ad aliquod corpus quod ſit d. ſequeturq; ex 14 quinti/ q̄ corpus d ſit minus pyramide a: eo q̄ pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur baſis b ad baſin a: ſicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonſtratū eſt ſequi impoſſibile: videlicet ſeratilia detracta ab aliqua pyramide/ maius eſſe ea pyramide a qua detrahūtur. Ideoq; relinqtur corpus c eſſe ęquale pyramidi b, cū nec minus ea poſſit eſſe nec maius: & proportionē pyramidis a ad pyramidē b eſſe ſicut baſis a ad baſin b. Hoc autem erat demonſtrandum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

¶Sub eodē faſtigio pyramides ſubſiſtentes/ triangularemq; baſin habentes: adinuicem ſeſe habent ſicut baſes. 5

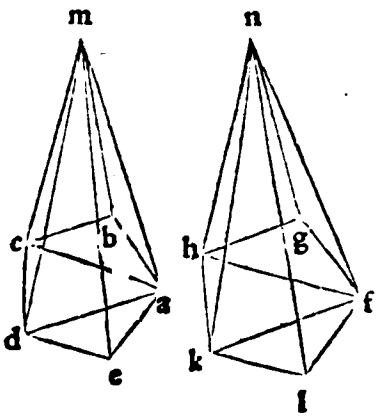
¶THEON ex Zamb. ¶Sint ſub eadē altitudine pyramides: quarū baſes quidē ſint a b c, d e f, triangula/ faſtigia ſint g, h, ſigna. Dico q̄ eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic eſt a b c g pyramis ad d e f h pyramida. Si aūt nō eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin, ſic a b c g pyramis ad d e f h pyramida: eſto ſic a b c g pyramis vel ad ſolidū aliqđ minus ipſa d e f h pyramide/ vel ad maius. Sitq; prius ad minus aliqđ: ſitq; v. Diuidaturq; p 3 duodecimi ipſa d e f h pyramis: in binas pyramides æquas & toti ſimiles/ & in bina priſmata æqualia. iā bina priſmata; maiora ſūt q̄ totius pyramidis dimidiū. et rurſus per eādē q̄ fiunt ex pyramidis diuiſione: ſimiliter diuidantur. & hoc ſemper fiat: ex quo amplius nō ſuperſint aliquę pyramides ab ipſa d e f h pyramide/ quin ſint minores exceſſu quo excedit d e f h pyramis ipſū v ſolidū. Accipiātur: ſintq; rationis cauſa/ ipſæ d p r f & f t y h. reliqua igitur priſmata exiſtētia in ipſa d e f h pyramide: maiora ſūt ipſo v ſolido. Diuidaſq; ppręcedētē/ ipſa a b c g pyramis/ ſimiliter et ęq̄ multipliciter ipſi d e f h pyramidi. Eſt igit ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic p p̄cedētē q̄ i a b c g pyramide priſmata ad ea q̄ in d e f h pyramide priſmata. Sed et ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic a b c g pyramis ad v ſolidū. Et ſicut igit per 11 quiti a b c g pyramis ad v ſolidū: ſic priſmata q̄ in a b c g pyramide ad ea priſmata q̄ i d e f h pyramide. viciſſim igit p 16 quiti ſicut a b c g pyra

mis ad ea quæ in ipſa priſmata: ſic eſt v ſolidum ad ea quę in d e f h pyrami de priſmata. Maior autem eſt pyramis a b c g: eis quę in ſeipſa priſmatibus. Igitur & ſolidum v: maius eſt eis quę in pyramide d e f h ſũt priſmatibus. ſed & minus. Quod eſt impoſſibile. Igitur nõ eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic a b c g pyramis ad aliquod ipſa d e f h pyramide ſolidum minus. Similiter iã oſtendetur: q; neq; ſicut baſis d e f ad baſin a b c, ſic d e f h pyramis ad minus aliquod ſolidũ ipſa a b c g pyramide. ¶Dico iam: q; neq; eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin/ſic a b c g pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa d e f h pyramide. Si enĩ poſſibile: eſto ad maius v ſolidũ. Conuerſim igĩt eſt ſicut d e f baſis ad a b c baſin: ſic v ſolidum ad a b c g pyramidem. Sed ſicut v ſolidũ ad a b c g pyramidẽ: ſic d e f h pyramis ad minus aliquod ipſa a b c g pyramide. ſicut ãte oſtenſũ eſt. Et ſicut igitur per 11 quinti baſis d e f ad baſin a b c: ſic d e f h pyramis ad minus aliqđ ipſa a b c g pyramide. quod abſurdũ eſſe patuit. Non eſt igitur ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic a b c g pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa pyramide d e f h. Patuit autẽ q; neq; ad minus. Eſt igitur ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic a b c g pyramis ad d e f h pyramidẽ. Sub eodem igitur faſtigio: & quę ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 ¶Sub eadem altitudine pyramides exiſtentes/multangulaſq; baſes habentes: adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.

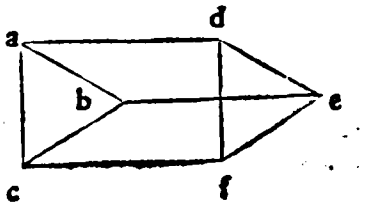
¶THEON ex Zãb. ¶Sint ſub eadẽ altitudie pyramides: multãgulas baſes habẽtes hoc eſt a b c d e, f g h k l, faſtigia vero m, n, ſigna. Dico q; eſt ſicut a b d e baſis ad f g h k l baſin: ſic eſt a b c d e m pyramis ad f g h k l n pyramida. Diuidatur enim ipſa a b c d e baſis in triangula a b c, a c d, a d: e & f g h k l in f g h, f h k, f k l, triangula. Intelligantur q; ab vnoquoq; triangulo: pryamides æque altæ eis quę in principio pyramidibus. Et quoniam eſt ſicut a b c triangulum ad a c d triangulum ſic eſt a b c m pyramis ad a c d m pyramida/& cõponendo per 18 quinti ſicut a b c d trapezium ad a c d triangulum: ſic a b c d m pyramis ad a c d m pyramida/ſed & ſicut a c d triãgulum ad a d e triangulum ſic a c d m pyramis ad a d e m pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti eſt ſicut a b c d baſis ad a d e baſin: ſic a b c d m pyramis ad ipſam a d e m pyramida. & componendo rurſus per 18 quinti ſicut a b c d e baſis ad ipſam a d e: ſic a b c e m pyramis ad a d e m pyramida. Idq; propterea iam & ſicut f g h k l baſis ad f k l baſin: ſic & f g h k l n pyramis ad f k l n pyramida. Et quoniã binæ pyramides ſunt a d e m, f k l n, triangulas habentes baſes ac ſub eadem altitudine: eſt igitur per 5 duodecimi ſicut a d e baſis ad f k l baſin, ſic a d e m pyramis ad ipſã f k l n pyramida. Quoniã igitur ſicut a b c d e baſis ad a d e baſin ſic a b c d e m pyramis ad a d e m pyramida/ſicut autem a d e baſis ad f k l baſin ſic a d e m pyramis ad f k l n pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti & ſicut a b c d e baſis ad f k l baſin/ſic a b c d e m pyramis ad f k l n pyramida. Sed & ſicut f k l baſis ad f g h k l baſin: ſic erat & f k l n pyramis ad f g h k l n, pyramida. & ex æquali rurſus per 22 quinti eſt ſicut a b c d e baſis ad f g h k l baſin: ſic a b c d m pyramis ad f g h k l pyramida. Sub eadem altitudine igitur: & quę ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 6.

6 OMne corpus ſeratile: in tres pyramides æquales baſeſq; triangulas habentes eſt diuiſibile.

¶CAMPANVS. ¶Sit ſeratile a b c d e f. ipſum dico eſſe diuiſibile in tres pyramides triangulas æquales. protrahatur enĩ in vnaq; ſua rũ triũ ſuperficierũ parallelogrãmarũ linea diagonalis: ita q; vna earũ diagonaliũ ſit cõterminalis reliquis duabus. Vtſi protrahas lineas b d, b f, & f a: quas propter confuſionem protrahere cõtempſi. eritq; totum ſeratile in tres triangulas pyramides diuiſũ: quas ex præmiſſa bis aſſumpta facile cõſtat eſſe æquales. ¶CAMPANI additiones. ¶Quoniã autẽ Euclides nihil demõſtandum proponit de pyramidibus lateratis/exceptis ſolis quarum ſunt baſes triangulæ: vt



omnium cognitionem ex elemẽtis quę ponit ſufficienter elicere poſſimus/quę-dam arbitramur non inutile demonſtrationibus hic poſitis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides: multa prætermſit. quæ quãuis ex eis conſequantur: non tamẽ ſine difficultate patent ſtudentibus. Horũ primũ eſt hoc.

¶Si duo ſolida (quorum alterum ſeratile/alterum vero pyramis cuius baſis triangula) ſuper eandem baſin aut ſuper æquales trigonas/aut ſeratile ſuper quadrangulam pyramis vero ſuper trigonam quæ quadrangulæ baſis ſeratilis ſit dimidium/conſtituta fuerint æque alta: ſeratile pyramidi triplum eſſe conueniet. 1

¶Si ſeratile propoſitũ fuerit ſuper baſin trigonã: tunc ex pyramide propoſita ſuper propriam baſin perficiatur ſeratile pyramidi propoſitæ æque altũ. Si vero ſeratile fuerit ſuper baſin quadrangulã: tunc baſi pyramidis adijciatur triangulus. ex quo & baſi pyramidis perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterũ: ſuper quam ex ipſa pyramide compleatur ſeratile pyramidi æque altum. Quia igitur iſtud ſeratile ſeratili priori eſt æque altũ/et vtrorumq; baſes ſunt æquales ex hypotheſi: ſequitur ipſa eſſe equalia. hoc ei demõſtratũ eſt in 36 vndecimi. At quoniam ex 6 huius ſeratile ſecũdũ triplũ eſt ad pyramidẽ propoſitã / nam ipſa eſt vna ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur: erit quoq; per cõmunem ſcientiam propoſitum ſeratile triplum ad propoſitã pyramidẽ.

¶Si quotlibet pyramides quarum baſes triãgulę / ſuper vnam eã demq; baſin ſiue ſuper æquales conſtitutæ fuerint æque altæ: eas eſſe adinuicem æquales neceſſe eſt. 2

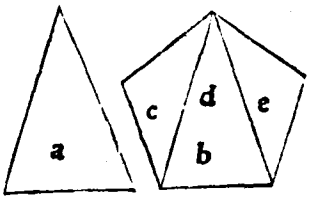
¶Fabricato enim vero ſeratili æque alto pyramidibus propoſitis/ ſuper baſin triangulã æqualẽ baſibus propoſitarũ pyramidũ aut ſup baſin quadrãgulã duplam baſibus earundem: erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas. hoc enim: conſtat ex prẽmiſſa addita ſiue interpoſita. Igitur ex communi ſcientia cunctæ propoſitæ pyramides: ſunt vt diximus adinuicem æquales.

¶Omnes pyramides quarum baſes triangulæ / æque altæ: ſuis baſibus ſunt proportionales. 3

¶Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum/aut ſuper alias trigonaſę quales/aut ſuper parallelogrammas duplas/ſeratilia ipſis pyramidibus æque alta: erũt ob hoc ſeratilia ſibi adinuicẽ æque alta. Et quia ipſa ſeratilia ſuis baſibus ſunt proportionalia vt probatum eſt in 36 vndecimi 33 ipſius mediante / cũq; ex prima harum additarum manifeſtum ſit hæc ſeratilia tripla eſſe ad propoſitas pyramides/ vnũquodq; videlicet ad ſuam relatiuam/baſeſq; ipſorum ęquales aut duplas eſſe baſibus ipſarum / ſicut autem ex 15 quinti triplum ad triplum ita ſimplum ad ſimplum: erunt quoq; propoſitæ pyramides ſuis baſibus proportionales.

¶Si fuerint duæ quælibet pyramides æque altæ/fueritq; alterius baſis trigona / reliquæ autem tetragona aut plurilatera: pyramides ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet. 4

¶Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ/ſuper duas baſes a & b: ſitq; baſis a triangula, b vero pentagona. Et dicantur hæ pyramides: a & b. Itaq; dico proportionem pyramidum a & b. eſſe ſicut baſium a & b. Diſtinguatur quidem pentagonus b: in tres triãgulos c, d, e. eritq; tota pyramis b: diſtincta in tres pyramides æque altas/ quarum baſes ſunt triangulı c, d, e, quæ etiã dicãtur nominibus ſuarum baſium. Quia igitur ex præmiſſa interpoſita/ proportio pyramidis c ad pyramidẽ a eſt ſicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidẽ a ſicut trigoni d ad trigonũ a, itẽq; pyramis e ad pyramidẽ a ſicut trigoni e ad trigonum a: ex 24 quinti bis aſſumpta ſequitur q; ſit proportio aggregati ex omnibus pxramidibus c, d, e (& ipſũ eſt pyramis b) ad pyramidem a, ſicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e (& ipſum eſt pentagonus b) ad trigonum a. Conſtat igitur quod volumus.



Zam. 6. ¶Omes lateratæ pyramides æque altę: ſuis baſibus proportiona 5

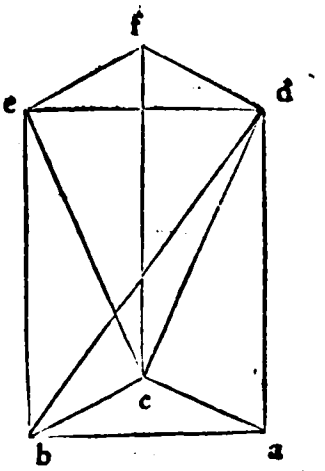
les esse probantur.

¶Si altera earum fuerit super basin trigonam: ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit polygonia: vtralibet ipsarum basiũ resoluta in triangulos/& ipsa pyramide in pyramides triangulas: erit ex præmissa interposita / proportio vniuscuiusq; harum triangularum pyramidũ, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquã/sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiẽs oportet assũptã: cõstat verũ esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 ¶Omne prisma triangularem basin habens: diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas/triangulares bases habentes.

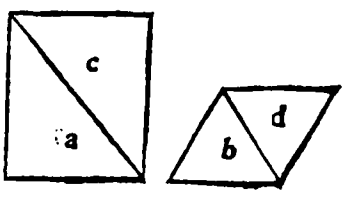
¶THEON ex Zãberto. ¶Sit prisma a b c d e f: cuius quidẽ basis sit a b c triãgulũ/ex opposito aũt d e f. Dico q; ipsũ a b c d e f prisma: diuidit in tres pyramides sibi inuicẽ æquas/triãgulares bases habẽtes. Cõnectãtur eni b d, e c, c d. Et quoniã a b d e parallelogrãmũ est/ eius aũt dimetiens est b d: triãgulũ igitur a b d ipsi e d b triangulo æquũ est. & pyramis igitur cuius basis quidem est a b d triangulũ, fastigiũ autẽ c signũ: æqualis est pyramidi cuius basis est triangulũ d e b, & vertex est signũ c. Sed pyramis cuius basis quidẽ est d e b triãgulum / vertex autem c signum: eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum e b c, & vertex d signũ. ab eisdẽ enim planis compræhenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ a b d, fastigiũ autẽ signum c: æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est a b c triangulũ/fastigium autem d signum. Rursus quoniam f c b e parallelogrãmũ est/dimetiẽs vero ipsius est e c: triangulũ c e f æquũ est ipsi c b e triangulo. & pyramis igitur cuius basis quidem est traingulũ b c e, fastigiũ autem d signum: est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulum e c f, vertex vero d signũ. Pyramis autem cuius basis quidem est b e c triangulum/vertex autem d signum: ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est a b d triangulum/ vertex autẽ signum c. & pyramis igitur cuius quidem basis est c e f triangulum/vertex autem d signum: æqua est pyramidi cuius basis quidem est a b d triangulũ/ vertex autem c signum. Igitur a b c d e f prisma: in tres pyramides æquas sibi inuicem diuiditur/triangulares bases habentes. Et quoniam pyramis cuius basis quidem est triangulum a b d, fastigium autem c signum/ eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum c a b, vertex autem signum d (sub eisdem namq; planis comprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangum a b d, vertex autem signum c, tertium esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulum a b c, ex opposito autem d e f: & pyramis igitur cuius basis est a b c triangulum/vertex autem d signum/tertiũ est prismatis cuius basis est triangulum a b c, ex opposito autem d e f. Omne igitur prisma: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat demonstrare.



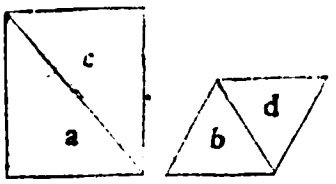
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc iã est manifestũ: q; omnis pyramis/tertia pars est prismatis eãdẽ eidẽ basin habẽtis & altitudinẽ æquã. * Quoniã & si alia quæpiam figura rectilinea habuerit bases prismatis & eadem ex opposito diuidatur in prismata triãgulares bases habentia: & ea quę ex opposito.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI duæ pyramides triangularum basium fuerint æquales: earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutuæ: easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.



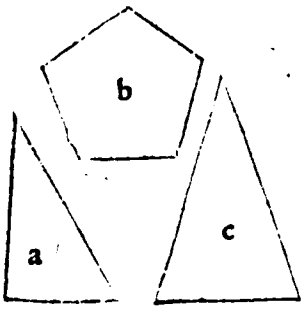
¶CAMP. ¶Quod trigesimaquarta & trigesimaquinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogrammis / & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hęc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habẽtibus bases triãgulas. Intelligãtur eni duæ pyramides æquales super duos trigonos vel triangulos a & b: quę dicãtur a & b. Dico itaq; q; proportio basis a ad basin b: est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et si hoc fuerit: dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigo-



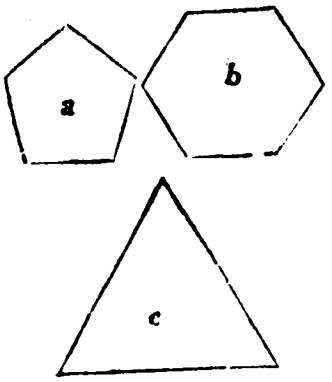
nis a & b, duo alij qui ſunt c & d: vt fiant ambæ ſuperficies a c & b d æquidiſtantium laterum, et ex ipſis pyramidibus ſuper baſes a c & b d, compleantur ſolida parallelogramma pyramidibus propoſitis æque alta quæ ſimiliter dicantur a c & b d. Manifeſtũ igitur eſt ex ſexta huius 12/q pyramis a eſt ſexta pars ſolidi a c: & pyramis b ſexta ſolidi b d. Itaq; ex 35 vndecimi argue propoſitum: primã quidẽ partem ex prima / ſecundam autem ex ſecunda.

¶CAMPANI additio.

¶Q7 ſi duæ quælibet pyramides lateratæ/ fuerint æquales: earũ baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero baſes earum altitudinibus ipſarum mutuæ fuerint: eadem pyramides æquales eſſe oportet.



¶Si baſes vtrarũq; fuerint triangulæ: demonſtratum eſt verum eſſe quod diximus. Si altera tantũ: ſit igitur a, baſiſq; alterius pyramidis ſit b. & ſumatur trigonus c æqualis polygonio b: fiatq; ſuper c, pyramis æquæ alta pyramidi quæ eſt ſuper b. & ſint a, b, c: æquiuoca nomina pyramidum & baſium. Quia igitur ex hypotheſi duæ pyramides a & b ſunt æquales/ & ex vltima interpoſitarum ad ſextã huius duę pyramides b & c ſunt æquales / ideoq; ex communi ſcientia duæ pyramides a & c æquales: igitur baſes earum ſunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; baſes b & c ſint æquales/ altitudines quoq; pyramidum b & c æquales: erunt ex prima parte & ſecunda 7 quinti/ baſes a & b mutuę altitudinibus pyramidũ a & b. ¶Secũda pars cõuerſo mõ probat. Nã ſi fuerit baſis a ad baſin b, vt altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a: erit ex 2 parte & prima 7 quinti/ baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. itaq; ex ſecunda parte huius 7 duę pyramides a et c: ſunt ęquales. quare per communẽ ſcientiam duæ quoq; pyramides a & b: ſunt æquales.



¶Si vero neutra propoſitarũ pyramidum fuerit trigona ſed vtraq; polygonia (verbi gratia altera pentagona/ altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b: ſumatur ſimiliter triãgulus c æqualis hexagono b, ſuper quem fiat pyramis æque alta pyramidi b. eruntq; duæ pyramides b & c æquales: ideoq; duæ quæ ſunt a & c etiam per conceptionem æquales. quare baſis a ad baſin c: ſicut altitudo pyramidis c ad altitudiuẽ pyramidis a. hoc enim: nuper demonſtratum eſt. Eſt ergo ex ſeptima quinti baſis a ad baſin b: ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. ¶Conuerſa conuerſo modo patet. Si enim baſis a ad baſin b fuerit vt altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a: erit quoq; ex ſeptima quinti baſis a ad baſin c, vt altitudo pyramidis c ad altitudinẽ pyramidis a. ideoq; (vt patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c: ęquales. quare ex cõmuni ſcientia & duæ quæ ſunt a & b: erunt etiam æquales. Et hoc eſt propoſitum

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 8.

OMnium duarum pyramidum ſimilium quarum baſes triangulæ / eſt proportio alterius ad alteram: tanq; lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata. 8

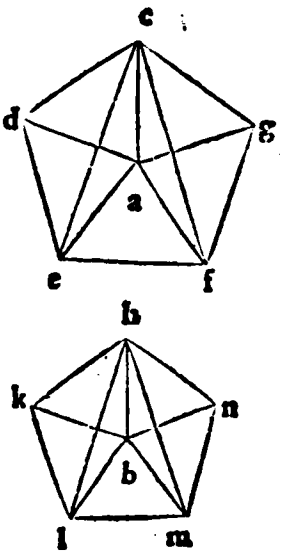
¶CAMPANVS. ¶Propoſitis duabus pyramidibus ſimilibus baſes triangulas habẽtibus/ ex ipſis perfice duo ſolida parallelogrãma: quẽadmodum dictũ eſt in demonſtratione præmiſſę. eruntq; hæc duo ſolida parallelogrãma ſimilia: eo q; pyramides ponuntur ſimiles adinuicem. nam duo ſolidi anguli qui ſunt communes, pyramidibus & ſolidis parallelogrãmis: ſuperficialibus ãgulis numero & quantitate æqualibus continentur. & latera quoq; illos angulos ſuperficiales cõtinentia: ſunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres ſuperficies ſolidorũ parallelogrãmorum communes angulos ſolidos cõſtituentes: ſunt æquiangulæ & laterum proportionalium/ ideoq; ſimiles ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierum. quare ex 24 & 13 quinti cunctæ ſex ſuperficies horum duorum ſolidorum parallelogrãmorũ: ſunt ſimiles adinuicem. Igitur a diffinitione corporum ſimiliũ: erunt ipſa ſolida ſimilia. Quare cum proportio ſolidorũ & pyramidum ſit vna ex 15 quinti (nam ſolida ſunt ſexcupla pyramidibus ex ſexta

huius) cumq; sit proportio solidorum vna sicut suorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 vndecimi libri / sunt autem latera solidorum eadem lateribus pyramidum: erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarum pyramidum sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata. quod est propositum.

¶ CAMPANI additiones.

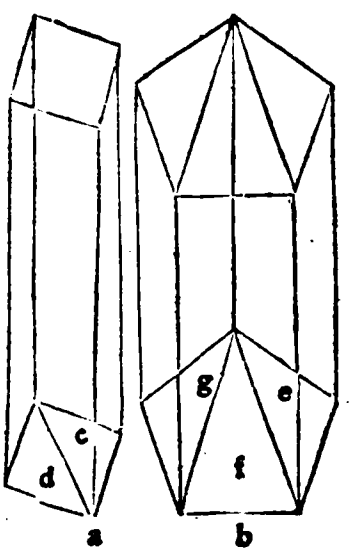
¶ Qz si fuerint duę quælibet pyramides lateratę similes: erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint duæ lateratæ pyramides quarum coni a & b, similes: sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g, h k l m n. Dico q; proportio earũ: est sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similiũ superficierum & corporum: q; pentagoni qui sunt bases propositarum pyramidum / sibi adinuicem / cũctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicem / sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes & numero æquales prout 18 sexti proponit esse possibile: protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa vero h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triangulas similes & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l: quarum coni sunt a & b. Cõstat autem ex hypothesi / triangulum c a d esse simile triangulo b h k: & triangulum d a e triãgulo k b l. Et quia etiã ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k, & latera c d & d e continentia angulum d sunt proportionalia lateribus h k & k l continẽtibus angulum k: erunt ex 6 sexti duo trianguli c d e & h k l æquianguli. ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k: sicut c e ad h l. Cũq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, sicut c d ad h k: erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierum: triangulus c a e erit similis triangulo h b l. Manifestũ est itaq; ex diffinitione similiũ corporum: q; pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; constat pyramidem a c e f esse similem pyramidi b h l m: & pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata / etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m sicut e f ad l m triplicata / ac etiam pryamidis a c f g ad pyramidem b h m n sicut c g ad h n triplicata: cum sit ex hypothesi proportio e f ad l m, & c g ad h n, sicut c d ad h k, sequit ex 13 quinti vt proportio totalium pyramidum a & b sit sicut vnius harum partialium ad aliam vnam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti constat verum esse quod diximus.



¶ Omnes colũnæ lateratæ æque altæ: suis basibus sunt proportionales.

¶ Verum est quod dicitur: super qualescũq; bases polygonias sint colũnę. Columnas autem lateratas: vocamus solida corpora laterata quorum bases & superficies supremæ sunt similes & æquales / cunctæ vero reliquæ superficies ipsa solida circunstãtes sunt æquidistantium laterum. Talium autem solidorum prima species est seratile: quãdo super vnã suarum trilaterarum superficierum intelligitur esse statutum. secunda vero spẽs est colũna: cuius basis sit quadrilatera quã ex duobus seratilibus necesse est esse compositã, & tertia est cuius basis est pentagona: & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q; omnis laterata colũna in tot corpora seratilia potest distingui: in quot triangulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, constitutæ super duas bases a & b: æquę altæ. dico q; proportio colũnarum a & b: est sicut basiũ a & b. Distinguantur nãq; hæ bases in triangulos: & hæ colũnæ in seratilia. basis quidem a quæ ponatur esse quadrangula / in duos trigonos scilicet c & d: & colũna a, in duo seratilia c & d. basis vero quæ sit pentagona / distinguatur in tres trigonos e, f, g: & colũna b, in tria seratilia quę similiter vocẽtur e, f, g. Manifestum est igitur ex ijs quę in 36 vndecimi dicta sunt: q; proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e. & iterum seratilis d ad seratile e: sicut basis d ad basin e. quare per 24 quinti erit colũnę a ad seratile e: sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit colũna a ad seratile f: sicut basis a ad basin f. At rursus colũnæ a ad seratile g: sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti



quoties neceſſe fuerit aſſumpta facile concludes propoſitum. ¶ Conſtat itaq; ex hoc: q̄ omnes columnæ lateratę ſuper eandem baſin vel ſuper æquales cōſtitutæ ſi fuerint æque altę/ erūt æquales. Cū enī (vt proximo probatū eſt) æque altæ colūnæ lateratæ ſint ſuis baſibus proportionales/ ponantur autem baſes eſſe aut cædem aut æquales: neceſſe eſt ex 24 quinti vt etiam columnæ ſint æquales. ¶ Conſtat quoq; q̄ ſi fuerint quælibet ſolida parallelogramma ſeratilia & lateratæ columnæ æque altæ/ ipſa quoq; ſuis baſibus proportionalia eſſe neceſſario comprobantur. Omnia enim hæc: ſpecies ſunt lateratarū colūnarū/ de quibus paulo ante vniuerſaliter probatum eſt verū eſſe quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna: tripla eſt ad ſuam pyramidem.

¶ Diſtinguatur baſis colūnę in triangulos: & ſecundum numerū triangulorum illorum diſtinguatur columna in ſeratilia/ & pyramis columnæ in pyramides habentes baſes triangulasq; videlicet ſunt baſes ſeratilium. Cōſtat itaq; vnū quodq; ſeratile ad eam pyramidem quæ ſuper eandem baſin cum ipſo ſeratili conſiſtit: triplū eſſe. hoc enim: demōſtratū eſt in ſexta huius duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia ſerarilia pariter accepta: ad omnes pyramides pariter acceptas neceſſe eſt eſſe triplum. Cumq; ex omnibus ſeratilibus pariter acceptis columna/ et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ/ perficiantur: conſtat veram eſſe hanc noſtram propoſitionem.

¶ Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales: earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero baſes earum & altitudines mutuæ fuerint: eaſdem columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

¶ Si enim columnæ ſint æquales: earum pyramides erunt æquales / eo q̄ omnis laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem. Si autem pyramides fuerint æquales: ſuę baſes ſuis altitudinibus mutuæ erunt/ quemadmodum demonſtratum eſt in ſeptima huius. Quia igitur columnarum ſuarūq; pyramidū eędē ſunt baſes/ & altitudines ſunt eędem: cōſtat prima pars propoſiti. ¶ Sint igitur & altitudines propoſitarum columnarum lateratarū mutuæ. Dico q̄ columnæ erunt æquales. Cum enim eædem ſint baſes eædemq; altitudines colūnarum ſuarum pyramidum: erunt baſes & altitudines pyramidum propoſitarum columnarum mutuæ. Si hoc vt poſitum eſt/ verū fuerit de columnis: erūt quoq; pyramides æquales prout in ſeptimo huius demonſtratū eſt. igitur & & columnæ æquales: cum ipſæ triplæ ſint ad ſuas pyramides. Quare patet ſecunda pars eius quod propoſitum eſt.

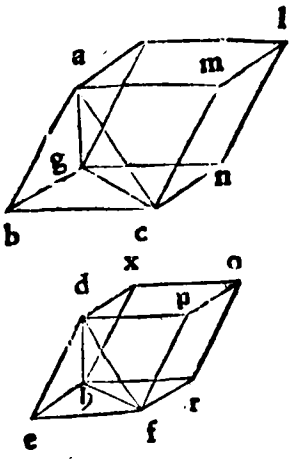
¶ Omnium duarum columnarū lateratarū ſimilium eſt proportio alterius ad alteram: tanq̄ lateris ad ſuum relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columnæ fuerint ſimiles: erunt ex diffinitione ſimilium corporum/ baſes earum cæteræq; ſuperficies eas ambientes/ ſimiles. Diuidantur itaq; baſes earum in triangulos ſimiles & numero æquales/ quemadmodum 18 ſexti proponit eſſe poſſibile: & ipſæ columnę diuidantur in ſeratilia ſuper hos triangulos exiſtētia. Stude igitur probare ſeratilia vnius/ ſuis relatiuis ſeratilibus alterius eſſe ſimilia: quod facile probabis ex hypotheſi & ſexta & quarta & quinta ſexti / & ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum. Hoc autem probato/ erit ex 36 vndecimi proportio vniuſcuiuſq; ſeratilis vnius ad ſuum relatiuum ſeratile alterius: ſicut ſui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum eſt proportio vna/ cum cuncta ſeratilia vnius ſint ſimilia ſuis relatiuis ſeratilibus alterius: ſequitur ex vndecima quinti vt cunctorum ſeratilium vnius ad ſua relatiua ſeratilia alterius ſit proportio vna. Quare per 13 quinti quę eſt proportio vnius ſeratilis ad ſuū ſeratile relatiuū alterius: eadē eſt omniū pariter acceptorū ad omia pariter accepta Et quia vtrobiq; omnia ſeratilia pariter accepta componunt columnas/ & relatiua latera ſeratilium ſunt relatiua latera columnarum: neceſſe eſt ex vndecima quinti vt proportio columnarum ſit ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata. Quod eſt propoſitum.

Euclí.ex Zamb. Theorema. 8. Propoſitio 8.

S C a m p. 8 ¶Similes pyramides/triangulares baſes habentes: in triplici ſũt ratione eiuſdem rationis laterum.

¶THEON ex Zamb. ¶Sint ſimiles & ſimiliter poſitæ pyramides: quarum baſes quidem ſunt a b c, d e f, triangula/faſtigia vero ipſarum ſint g, h, ſigna. Dico q̃ a b c g pyramis ad d e f h pyramidem/triplã habet rationẽ: q̃ b c ad e f Compleantur enim b g m l, e h p o, ſolida parallelepipeda. Et quoniã pyramis a b c g ſimilis eſt ipſi d e f h pyramidi: æqualis igitur eſt angulus qui ſub a b c ei qui ſub d e f angulo/& qui ſub g b c ei qui ſub h e f, & qui ſub a b g ei qui ſub d e h. eſtq̃ ſicut a b ad d e: ſic eſt b c ad e f, & b g ad e h. Et quoniã eſt ſicut a b ad d e ſic b c ad e f, & circũ æquos angulos latera ſũt proportionalia: igitur b m parallelogrãmũ ipſi e p ſimile eſt parallelogrãmo. & id propterea & b n, ipſi e r ſimile eſt: & b k ipſi e x. Tria igitur m b, b k, b n: tribus e p, e x, e r, ſunt ſimilia. Sed tria quidẽm b, bk, b n, tribus quæ ex oppoſito ſũt ſimilia: & tria e p, e x, e r, æqua & ſimilia ſunt tribus quę ex oppoſito. ipſa igitur b g m l, e h p o, ſolida parallelepipeda: ſub ſimilibus planis æque multiplicibus cõprę henduntur. Igitur b g m l: ipſi e h p o ſolido ſimile eſt. Similia autẽ ſolida parallelepipeda: in triplici ſunt ratione eiuſdẽ rationis laterum per 33 vndecimi. Igitur b g m l ſolidum ad e h p o ſolidum triplam habet rationem: q̃ eiuſdem rationis latus b c ad eiuſdem rationis latus e f. Sicut autem b g m l ſolidum ad e h p o ſolidum/ſic a b c g pyramis ad d e f h pyramida: quoniã pyramis ſexta pars eſt ſolidi. ac per hoc/& priſma dimidiũ exiſtens ſolidi parallelepipedi: triplum eſt ipſius pyramidis. & a b c g igitur pyramis ad d e f h pyramida triplam rationem habet: q̃ b c ad e f. Quod demonſtraſſe oportuit.

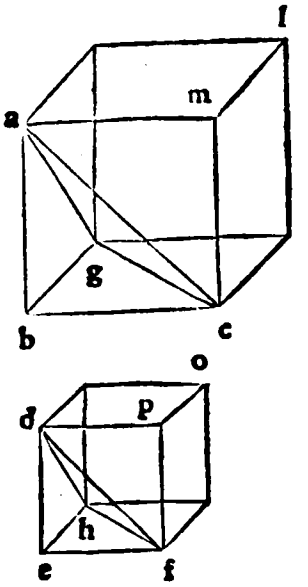


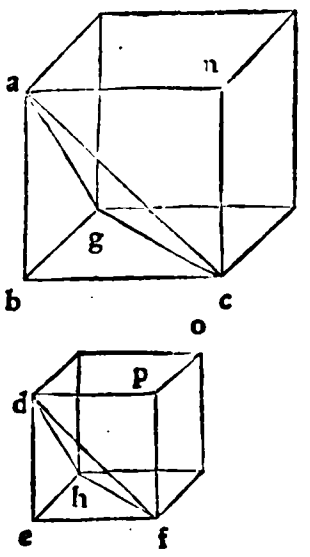
¶COROLARIVM. ¶Ex hoc nempe eſt manifeſtum: q̃ & multangulas baſes habentes ſimiles pyramides/ adinuicem in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. Diuiſis enim ipſis in ipſas pyramides/triangulares baſes habentes: & ſimilia polygona baſium in ſimilia triangula diuiduntur/ & in æque multiplicia/& eiuſdem rationis totis. eritq̃ ſicut in altera vna pyramis triangularem habens baſin ad eam vnam baſin triangularem habentem in altera pyramide: ſic & omnes pyramides in altera pyramide triangulares baſes habentes/ad pyramides exiſtentes in altera pyramide & habentes triangulares baſes. Hoc eſt. Pyramis ipſa polygonam baſin habens ad pyramida baſin polygonam habentem/& pyramis triangularem baſin habens ad pyramida triangularem baſin habentem: in triplici eſt ratione eiuſdem rationis laterum. Et polygonam igitur baſin habens: ad ſimilem baſin habentem/ triplam habet rationem q̃ latus ad latus.

Euclí.ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

9 C a m p. 7 ¶Aequalium pyramidum & triangulares baſes habentium: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides/triangulares baſes habẽtes/ quarum reciprocæ ſunt baſes verticibus: ſunt æquales.

¶THEON ex Zãb. ¶Sint enim æquę pyramides a b c g, d e f h: triangulares baſes habentes a b c, d e f, faſtigia vero g, h, ſigna. Dico: q̃ ipſarum a b c g, d e f h, pyramidum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. & eſt ſicut baſis a b c ad baſin d e f: ſic eſt ipſius d e f h pyramidis faſtigium ad ipſius a b c g pyramis faſtigium. Compleantur inq̃ ipſa b g m l, e h p o, ſolida parallelepipeda. Et quoniam pyramis a b c g æqualis eſt ipſi d e f h pyramidi/eſtq̃ ipſius quidem a b c g pyramidis ſexcuplũ ipſum b g m l ſolidum / ipſius autem d e f h ſolidum e h o p ſexcuplum eſt: igitur ſolidum b g m l, ipſi e h o p ſolido æquũ eſt. Aequalium autem ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus p 34. vndecimi. Eſt igitur ſicut b m baſis ad e p baſin: ſic eſt ipſius e h o p ſolidi faſtigium ad ipſius b g m l ſolidi faſtigium. Sed ſicut quidem m b baſis ad e p baſin: ſic a b c triangulum ad d e f triangulũ. Et ſicut igitur per 11 quinti triangulum a b ad triangulum d e f: ſic ipſius e h p o ſolidi altitudo ad ipſius b g m l ſolidi altitudinem. Sed ipſius e h p o ſolidi altitudo/ eadẽ eſt



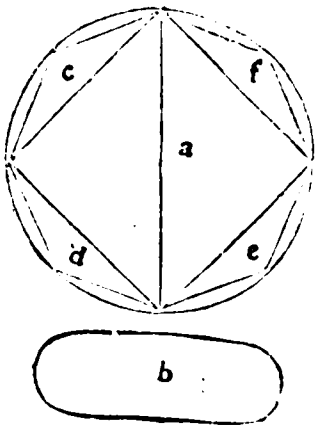


ipſi ipſius d e f h pyramidis altitudini: & ipſius b g m l ſolidi altitudo / eadem eſt ipſi ipſius a b c g pyramidis altitudini. Eſt igitur ſicut a b c baſis ad d e f baſin: ſic ipſius d e f h pyramidis altitudo ad ipſius a b c g pyramidis altitudinem. Ipſarum igit a b c g, d e f h, pyramidum: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. ¶Sed iã ipſarũ a b c g, d e f h, pyramidum reciproce ſint baſes altitudinibus: eſtoq; ſicut a b c baſis ad d e f baſin/ ſic ipſius d e f h pyramidis faſtigium ad ipſius a b c g pyramidis faſtigium. Dico: q; pyramis a b c g, æqualis eſt ipſi d e f h pyramidi. Eiſdem nãq; diſpoſitis/ quoniam eſt ſicut a b c baſis ad d e f baſin ſic eſt ipſius d e f h pyramidis vertex ad ipſius a b c g pyramidis verticẽ/ ſed ſicut a b c baſis ad ipſã d e f baſin ſic b m parallelogrãmũ ad e p parallelogrãmũ: & ſicut igit per 11 quinti b m parallelogrãmũ/ ad e p pallelogrãmũ ſic eſt ipſius d e f h pyramidis faſtigiũ ad ipſius a b c g pyramidis faſtigiũ. Sed ipſius quidẽ d e f h pyramidis vertex/ eſt idẽ ipſius e h p o pallelepipedi vertici: & faſtigium ipſius a b c g pyramidis/ idẽ eſt ipſius b g m l parallelepipedi altitudini. eſt igit ſicut b m baſis ad e p baſin: ſic ipſius e h p o parallelepipedi altitudo ad ipſius b g m l parallelepipedi altitudinem. Solida vero parallelepipeda quorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus: ſunt æqualia per 34 vndecimi. Igitur ſolidum parallelepipedum b g m l: ipſi e h p o ſolido parallelepipedo eſt ęquale. Eſtq; ipſius quidẽ l b g m l parallelepipedi/ pyramis a b c g ſexta pars: ipſius autem e h p o paralleepipedi/ ſexta pars eſt pyramis d e f h. Igitur pyramis a b c g: ipſi d e f h pyramidi eſt ęqualis. Aequalium igitur pyramidum & triangulares baſes habentium: reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triangulares baſes habentes quarum baſes verticibus ſunt reciprocæ: ſunt æquales. Quod oſtendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

OMnis columna rotunda: pyramidi ſuę tripla eſſe cõprobatur. 9

¶CAMPANVS. ¶Supra circulum a, intelligantur vna columna & vna pyramis/ ſecundum eandem ſuam altitudinem erectæ: dicantq; æquiuoce ipſa pyramis & columna & circulus/ nomine vno ſcilicet a. Dico itaq; q; columna a, eſt tripla ad pyramidem a. Cuius probatio eſt. Quia neq; maior neq; minor poteſt eſſe: q̃ tripla. Sit enim primũ (ſi poſſibile eſt) maior q̃ tripla/ quãtitate corporis b: ita q; ſi b corpus demat de columna a, erit reſiduum eius triplum ad pyramidem a. Inſcribatur ergo quadratum circulo a: ſuper quod erigantur duo ſeratilia æque alta columnæ a. de quibus duobus ſeratilibus pariter acceptis cõſtat: q; ipſa ſunt plus medietate columnę a/ quemadmodum ipſum quadratum conſtat eſſe plus medicate circuli a. ſi enim ex ipſis ſeratilibus perficiantur ſolida parallelogramma quorum ipſa ſunt medietates: erit ipſa columna pars ipſorum duorum ſolidorum pariter acceptorũ. Deinde ſuper latera quadrati inſcripti perficiam quatuor triangulos duum æqualiũ laterum in portionibus circuli / quarũ portionum latera quadrati ſunt chordę: diuiſis arcubus illarum portionũ per æqualia. & ſint illi trianguli c, d, e, f. ſuper quos etiã erige ſeratilia ad altitudinem colũnę a. Et manifeſtũ eſt: q; hęc ſeratilia ſunt maius medietate portionum columnæ ſuper portiones circuli eõ ſiſtentium/ quemadmodum & ipſi trianguli ſunt ſunt maius medietate portionum circuli. Fiat autem hoc toties: quouſq; per primã 10 cogatur aduerſarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas eſſe minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia ſeratilia pariter accepta quorũ baſes ſunt trianguli diuidentes polygonium inſcriptum circulo a: maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipſa laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem ſicut, demonſtratum eſt in eis quæ præmiſſa ſunt: ſequitur ex ſecunda parte 10 quinti libri vt rotunda pyramis a ſit minor, laterata pyramide laterateę colũnæ cuius baſis eſt inſcriptum polygonium baſi rotundæ pyramidis a. quod eſt impoſſibile. eſt enim pyramis laterata: pars ipſius pyramidis rotundæ. Non eſt igitur pyramis a: minus tertia parte ſuæ colũnę. ¶Sed nec plus tertia. Si enim poſſibile eſt: ſit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quãtitate corporis b, ita q; detracto corpore b de pyramide a: ſit reſiduum ipſius

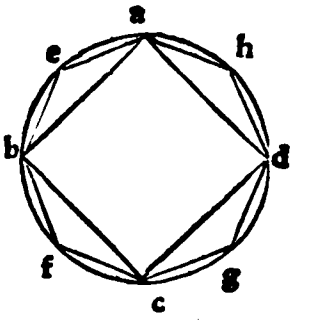


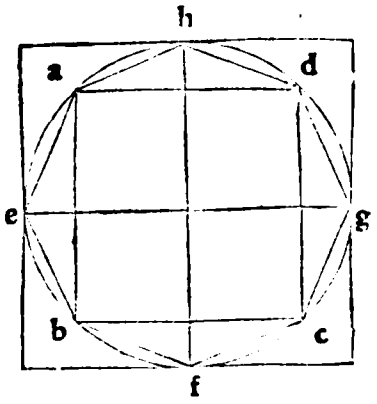
pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius/ ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata ſibi æque alta cuius baſis ſit quadratum circulo a inſcriptum: quam lateratam pyramidem cõſtat eſſe plus dimidio pyramidis rotundæ. Itẽ de reſiduo pyramidis a, rurſus intelligantur detrahi pyramides æque altę: ſtatutę ſuper triãgulos c,d,e,f, qui ſunt in portionibus baſis. & hoc toties fiat: vt ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inſcripto polygonio ſuperſtans/ quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ: maius tertia parte rotundę columnæ a. Et quia vt probatũ eſt in præcedentibus/ hæc pyramis laterata eſt tertia pars ſuæ columnæ lateratæ a: ſequitur denuo ex ſecunda parte 10 quinti columnã rotundam a eſſe minorem columna laterata eiuſdem altitudinis cuius baſis eſt polygonium baſi rotundæ pyramidis inſcriptum. Hoc autem impoſſibile. nam hæc columna laterata: pars eſt columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non poſſit eſſe minus triplo ſuæ pyramidis/ neq; maius: erit neceſſario tripla ad eam. Quod demonſtrare volumus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

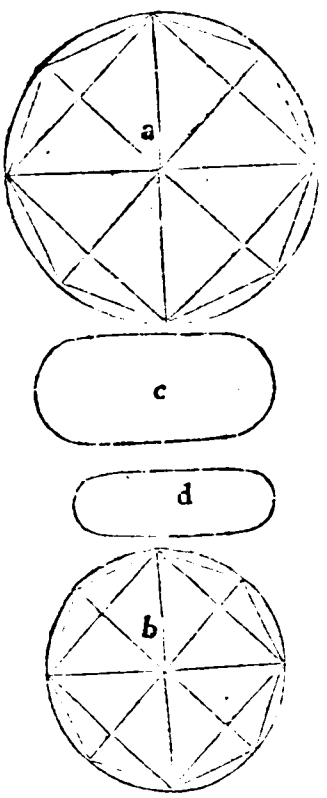
10 ¶Omnis conus: cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſin habentis & æquale faſtigium

¶THEON ex Zãb. ¶Habeat enim conus: cylindro baſin eandẽ hoc eſt circulum a b c d, & æquale faſtigium. Dico q̃ conus/ cylindri tertia pars eſt: hoc
e eſt q̃ cylindrus/ coni triplus eſt. Si autem cylindrus/ coni non eſt triplus: erit
f cylindrus/ cono aut maior q̃ triplus/ aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et deſcribatur per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Iam quadratum a b c d: maius eſt q̃ dimidiũ ipſius circuli a b c d. Cõſtituatur ab ipſo a b c d quadrato: priſma æque altum ipſi cylindro. Iam conſtitutum priſma: maius eſt q̃ ipſius cylindri dimidium. quoniam & ſi ipſi circulo a b c d, quadratum circunſcribamus: quadratum in ipſo orbe a b c d deſcriptum, circunſcripti dimidiũ eſt. & ab ipſis cõſtituta ſunt: æque alta ſolida parallelepipeda priſmata. priſmata igitur ipſa: adinuicem ſunt ſicut baſes. Et priſma igitur ſtãs in ipſo a b c d quadrato: dimidium eſt eius priſmatis quod conſtituitur a quadrato ipſi circulo a b c d circũſcripto. Et cylindrus: ipſo priſmate quod fit a quadrato circũſcripto ipſi circulo a b c d, minor eſt. Igitur priſma a quadrato a b c d conſtitutũ/ ipſi cylindro æque altũ: maius eſt dimidio ipſius cylindri. Secẽtur p 30 tertij ipſę a b, b c, c d, d a, circũferentię bifariã in e, f, g, h, ſignis: & connectantur ipſę a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. & vnũquodq; igit̃ ipſorũ a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulorum: maius eſt q̃ dimidiũ eius quod circũ ſeipſum ipſius a b c d circuli ſegmenti/ ſicut ante oſtendimus. Conſtituantur ab vnoquoq; ipſorũ a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorũ: priſmata æque alta ipſi cylindro. et vnumquodq; igitur ipſorum conſtitutorum priſmatum: maius eſt q̃ dimidia pars per ſeſe ipſius ſegmenti circuli. quoniam ſi per e, f, g, h, ſigna parallelos ipſis a b, b c, c d, d a, ducamus/ compleamuſq; quæ in ipſis a b, b c, c d, d a, parallelogramma/ & ab ipſis conſtituamus ſolida parallelepipeda ipſi cylindro æque alta: vniuſcuiuſq; conſtitutorum dimidia ſunt priſmata quæ in a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulis. & ſunt ipſius cylindri deſectiones: minores ipſis ſolidis parallelepipedis conſtitutis. Itaq; etiam quę in a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulis priſmata: maiora ſunt q̃ dimidiũ per ſeſe cylindri ſegmentorũ. Diſpeſcẽtes iã per 30 tertij relictas circũferẽtias diuidue/ & cõnectẽtes rectas lineas/ excitãteſq; ab vnoquoq; ipſorum triangulorum priſmata æqualis faſtigij ipſi cylindro/ & hoc ſemper efficiẽtes: relinquemus quaſdam deſectiones ipſius cylindri quæ erũt minores exceſſu quo excedit cylindrus triplũ coni. Reliquãtur: ſintq; e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Reliquũ igit̃ priſma cuius baſis quidẽ eſt a e b f c g d h multangulum/ faſtigiũ aũt idẽ cũ cylindro: maius eſt q̃ triplũ coni. Sed priſma cuius baſis quidem eſt a e b f c g d h multangulum/ faſtigiũ autẽ idẽ cum cylindro: pyramidis triplũ eſt cuius baſis quidẽ eſt a e b f c g d h multangulum/ faſtigium vero idẽ quod & cono. & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt a e b f c g d h multangulũ/ vertex autem idem qui cono: maior eſt cono habente baſin circulum a b c d. Sed & minor. cõpręhenditur etenim ab ipſo. Quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur cylindrus: cono maior q̃ triplus.





¶Dico insuper: q; neq; minor q̃ triplus est cylindrus cono. Si enim possibile: sit minor q̃ triplus/cylindrus cono. Cõuersim: conus cylindro maior est q̃ tertia pars. Describatur iam per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Igitur quadratum a b c d: maius est q̃ dimidiũ ipsius a b c d circuli. Constituatur ab ipso a b c d quadrato/pyramis: idẽ ipsi cono habens fastigiũ. Igitur pyramis constituta: maior est q̃ dimidium coni. quoniam (sicut ante ostendimus) quando ipsi circulo quadratum inscribimus: quadratum a b c d, circũscripti dimidiũ est. & si quadratis solida parallelepipeda constituamus æque alta ipsi cono/quæ & prismata appellantur: erit constitutum ab ipso a b c d quadrato/dimidiũ eius quod cõstituitur a circũscripto quadrato. adinuicẽ enim sunt vt bases. Quare et tertia pars. Et pyramis igitur cuius basis a b c d quadratũ: dimidium est pyramidis cõstitutæ ad quadratum ipsi orbi circũscriptũ. & pyramis constituta a circa circulũ quadrato: cono quẽ cõprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis a b c d quadratum/fastigium autem idem quod & cono: maior est q̃ coni dimidium. Secentur per 30 tertij a b, b c, c d, d a, circũferentiæ bifariam in e, f, g, h, signis: & connectantur a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Vnũquodq; igitur ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorum: maius est q̃ pars dimidia per sese segmenti circuli a b c d. Constituantur nẽpe ab vnoquoq; ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulorum: pyramides idem ipsi cono habẽtes fastigium. & vnaquæq; igitur constitutarũ pyramidũ eodẽ modo: maior est q̃ dimidia pars per sese segmenti ipsius coni. Secãtes iam per 30 tertij relictas circũferentias diuidue/& cõnectentes rectas lineas/& excitãtes ab vnoquoq; triangulorum pyramida idem ipsi cono fastigiũ habentem/& hoc semper efficientes: relinquemus quædam coni segmenta quę erunt minora excessu quo excedit conus tertiam partem cylindri. Relinquantur: & sint a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a, Reliqua igitur pyramis cuius quidem basis est a e b f c g d h multangulum/vertex autem idem qui cono: maior est q̃ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidẽ est a e b f c g d h multangulũ/vertex autẽ idẽ qui cono: tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est a e b f c g d h multangulum/fastigium autem idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidem est a e b f c g d h multãgulũ/fastigiũ autem idem ipsi cylindro: maius est cylindro cuius quidem basis est circulus a b c d. Sed & minus. comprehenditur nãq; ab eo. quod est impossibile. Cylindrus igitur: cono minor non est q̃ triplus. Patuit autem: q; neq; maior q̃ triplus. triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus: cylindri tertia pars est. Omnis igit conus: cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium. Quod fuerat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

OMnium duarum rotundarum pyramidum similium/columnarumve rotundarum similium est proportio alterius ad alteram: tanq̃ diametri suæ basis ad diametrum basis alterius proportio triplicata. 10

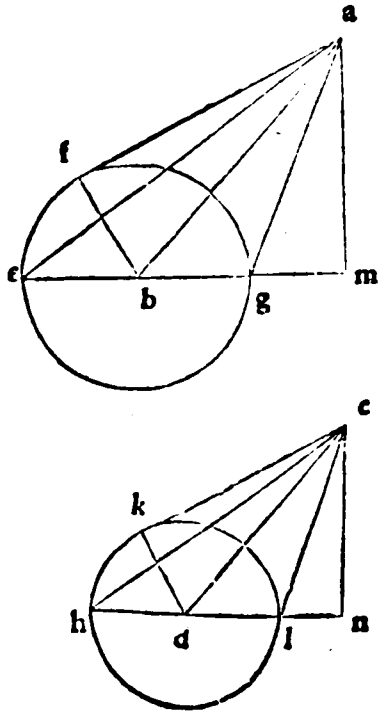
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotũ dę pyramides similes/duęq; columnę rotundę similes: & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorum: his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; q; proportio duarum pyramidum a & b, duarũq; columnarũ a & b: est sicut duarum diametrorum a & b proportio triplicata. Hoc autem si de pyramidibus cõstiterit: de columnis quoq; constabit ex 15 quinti/cum omnis columna rotunda sit ex præmissa/tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per cõmunem scientiam posita in principio secundæ demonstrationis huius 12 libri/quę proportio diametri a ad diametrum b triplicata: eadem pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c: de quo dico q; ipsum non potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantitate corporis d: ita q; duo corpora c & d pariter accepta sint quãtum pyramis b. Itaq; quem admodum in secunda parte præmissæ/ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta/cuius basis sit quadratum inscriptum circulo

b: et ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdem altitudinis cõſiſtentes ſu per trigonos portionum circuli b. fiat itaq; hoc toties: quouſq; cogente prima 10/ſit reſiduum pyramidis b minus corpore d. eritq; ex communi ſcientia/laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detractæ: maius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo a, polygonium ſimile illi: quod eſt baſis lateratæ pyramidis detractæ a pyramide b. & ad angulos huius polygonij inſcripti circulo a, demitte lineas a cono pyramidis a: perficiens ſuper illud polygonium/lateratam pyramidem æque altam rotundę pyramidi a. Hanc igitur ſtudeas demonſtrare eſſe ſimilem lateratę pyramidi detractæ a rotunda pyramide b: quod hoc modo facies. In vtraq; pyramide eriges axẽ ipſius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro baſis: & erit perpendicularis ad baſin. de hinc a centris baſium/protrahas in vtroq; circulo ſemidiametros: ad omnes angulos vtriuſq; polygonij inſcripti. Cũq; ex diffinitione ſimilium pyramidum rotundarum ſit proportio axis vnius ad axem alterius ſicut diametri baſis vnius ad diametrum baſis alterius/ ideo etiam ex 15 quinti & æqua proportionalitate ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrũ/ ſint aũt vtrobiq; omnes anguli quos axes cum ſemidiametris continent recti: neceſſe eſt ex ſexta propoſitione ſexti libri & quarta eiuſdem & diffinitione ſimiliũ ſuperficierum & ſimilium corporum diffinitione/ vt laterata pyramis a ſit ſimilis lateratæ pyramidi b. quare per additam ad 8 huius/ proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam b: eſt ſicut lateris vnius ad ſuum relatiuum latus alterius proportio triplicata. ideoq; & ſicut diametri a: ad diametrum b triplicata. igitur quoq; ſicut rotundæ pyramidis a: ad corpus c ex 11 quinti. quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidẽ a: ſicut lateratę pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior eſt corpore ci erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod eſt impoſſibile: cum ſit pars eius. Nõ eſt ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. Reſtat itaq; probandum: q; nec maius. Si enim aduerſarius dicat ipſum eſſe maius: tũc arguatur ex conuerſa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a triplicatam eſſe/ſicut corporis c ad rotũdam pyramidem a. Sed ex conceptione/ eadem eſt rotundę pyramidis b: ad aliquod corpus aliud quod ſit d. Et quia ex hypotheſi corpus c maius eſt rotunda pyramide b: ſequitur ex 14 quinti q; rotunda pyramis a ſit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod eſt minus rotunda pyramide a, videlicet ad d: eſt ſicut ſuæ diametri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autẽ eſt impoſſibile. Nam ex hoc demonſtrauimus ſequi: q; pars ſit maior ſuo toto. Cum ergo corpus c non poſſit minus eſſe neq; maius rotunda pyramide b: erit neceſſario ſibi æquale. ideoq; ex ſecunda parte 7 quinti conſtat propoſitum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Non lateat autẽ nos: huius demonſtrationis proceſſum ad eas dũtaxat columnas & pyramides rotundas coartari/ quarum axes ſuis baſibus perpendiculariter inſiſtunt. tales enĩ: diffinitæ fuerunt in principio vndecimi. Cum tamen paſſio hic demonſtrata/ cõmuniter conueniat omnibus columnis rotundis ſimilibus pyramidibuſq; rotundis ſimilibus ſiue earũ axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erectæ ſiue ſuper eas fuerint inclinatæ (& appellentur differentię cauſa hæ rotundæ columnæ & pyramides quarum baſibus axes orthogonaliter ſuperſtant erectæ: reliquæ vero dicantur inclinatæ) & quia in principio 11 non ſunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ niſi illæ tantum quas erectas vocamus/ hæ quidem per motum parallelogrammi rectanguli/ illæ vero per motum trigoni rectanguli: ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cõmuniter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cum igitur extra ſuperficiẽ alicuius circuli deſcripti/ ſignatur punctus qui cum circũferentia ipſius circuli per lineam rectam continuatur: ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo quouſq; ad locum vnde moueri incœperit circũducatur/ corpus quod a curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea/ & ab ipſo circulo cui circunducitur continetur/ voco pyramidem rotundam. Et circulum cui linea hæc circũducitur: voco baſin ipſius pyramidis. Fixum autem punctũ extra circuli ſuperficiem ſignatum: voco conum py-

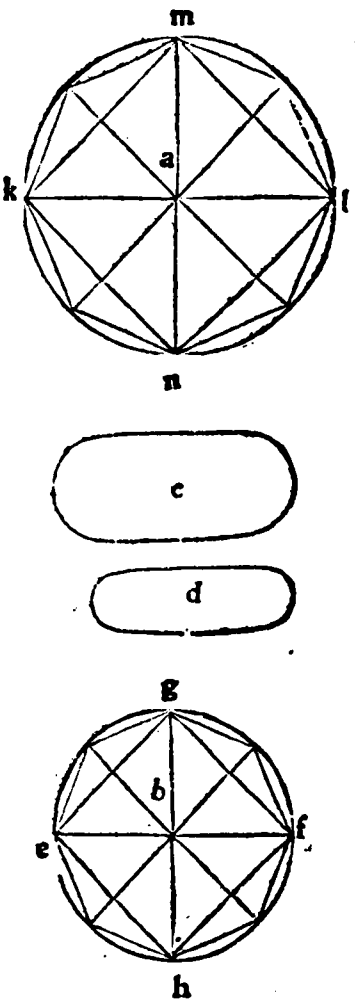
ramidis. Lineamq; rectã continuantem centrum baſis cum cono pyramidis: appello axem ſeu ſagittam pyramidis. Cumq; hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad baſin: dico pyramidem eſſe erectam. Cum vero inclinata: dico eſſe pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſuperficiebus æquidiſtantibus/quos vna plana ſuperficies per eorum centra trãſiens ſecuerit/ fuerintq; continuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ ſectiones duarum circũferentiarum ipſorum circulorum: ſi linea hæc in circũferentijs ipſorum circulorum æquidiſtanter ſitui a quo moueri incœperit quouſq; ad locũ ſuum redeat circũducatur/corpus quod a curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea & a duobus propoſitis circulis continetur / voco columnam rotundam. Cuius axis ſiue ſagitta: eſt linea recta/ centra duorum circulorum cõtinuans. Et cum hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem vtriuſq; duorum circulorum: dico columnam eſſe erectam. Cum vero fuerit ſuper baſin inclinata: dico columnam eſſe inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (a quarum axibus egrediantur duæ ſuperficies ſuper baſes earum orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & communes ſectiones harum ſuperficierum & baſium continent) adinuicẽ æquales/ & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius ſicut ſemidiametri baſis vnius ad ſemidiametrum baſis alterius: tunc illas duas pyramides adinuicem/aut illas duas columnas adinuicem/dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis/ demonſtrandum eſt: q; omnium duarum rotũdarum pyramidum ſimilium/ columnarumve rotundarum ſimilium/ſiue erectæ ſiue inclinatæ fuerint/ eſt proportio vnius ad alteram ſicut diametri baſis vnius ad diametrum baſis alterius proportio triplicata. Quod de ſolis erectis demõſtratum eſt. Ad hoc autem præmittimus antecedens neceſſarium.

¶Si fuerint duæ rotundę pyramides adinuicem ſimiles quarum vtranq; duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecent / fueritq; harũ duarum ſuperficierum altera in vtraq; pyramide ſuper baſin eius orthogonaliter erecta / et arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti ſimiles: erunt anguli quos axes & duæ communes ſectiones baſium & earum ſuperficierum quæ ſuper baſes non ponuntur orthogonaliter erectæ continent / adinuicem æquales.



¶Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarum baſes ſunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineę a b & c d, & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c: ſimiles adinuicem. & ab earum conis ad ſuperficiem baſium protrahantur vt docet 11 vndecimi libri duæ perpẽdiculares quæ ſunt a m & c n: & cõtinuentur puncta m & n cũ centris baſium/ protractis lineis b m & d n. eritq; ex 18 vndecimi ſuperficies a b m quæ egreditur ab axe a b: erecta ſuper baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo ſuperficies c d n, quæ egreditur ab axe c d: erit erecta ſuper baſin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l: ſimiles. & intelligãtur duę ſuperficies a b f, c d k, egredi ab axibus: & ſecare pyramides a b & c d ſimiles. Dico igitur duos angulos a b f, c d k: eſſe adinuicem æquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d ſunt ſimiles/ & duæ ſuperficies a b m, c d n, ſtantes orthogonaliter ſuper baſes/ egrediũtur ab earum axibus: erit ex diffinitione ſimilium pyramidum, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter erectæ/ vterq; duorum angulorum a m b, c n d, eſt rectus: erunt ex 32 primi & 4 ſexti/ duo primi trianguli a b m & c d n, laterũ proportionaliũ. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d: ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione ſimilium pyramidum/ proportio axis a b ad axem c d eſt ſicut ſemidiametri b f ad ſemidiametrũ d k: erit ex 11 quinti/ proportio b f ad d k ſicut b m ad d n. Cũq; ſint duo anguli f b m & k d n æquales/ eo q; duo arcus f g & k l ſunt ſimiles ex hypotheſi: erit ex ſexta & quarta ſexti/ proportio f m ad k n, ſicut b m ad d n. ideoq; ſicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpendiculariter erectæ vterq; duorum angulorum, a m f, c

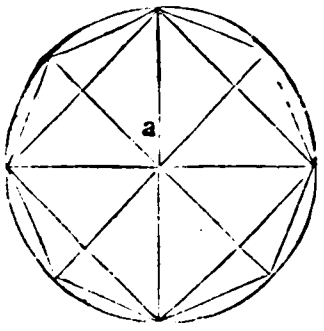
n k, eſt rectus: erit ex 6 & 4 ſexti / proportio a f ad c k, ſicut a m ad c n. ideo per 11 quinti / ſicut a b ad c d. & ſicut b f ad d k. Igitur ex 5 ſexti / duo anguli a b f & c d k: ſunt adinuicē æquales. Quod eſt propoſitum. ¶ Idē probabis leuiter de rotundis columnis ſimilibus. Hoc itaq; demonſtrato / dico ꝙ omniū duarū rotundarum pyramidū ſimiliū quæcūq; fuerint ſiue erectæ ſiue inclinatæ / eſt proportio vnius earum ad alteram: ſicut diametri ſuæ baſis ad diametrum alterius baſis proportio triplicata. Sint enim vt prius duæ rotundæ pyramides a & b. quarum baſes ſunt circuli a & b: & horum circulorum diametri ſint etiam a & b. ſitq; proportio pyramidis a ad corpus c: ſicut diametri a ad diametrum b proportio triplicata. Non erit igitur corpus c: minus neq; maius rotūda pyramide b. Sit enim primo (ſi poſſibile eſt) minus / quantitate corporis d: ita ꝙ duo corpora c & d pariter accepta ſint quantum rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat ſuperficies quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum b: ſitq; communis ſectio huius ſuperficiei & circuli b, linea e f tranſiēs per centrum b, quæ erit diameter circuli b. & protrahatur in circulo b, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter: quæ ſit g h. ſicq; inſcribatur circulo b: quadratum e g f h. & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis / cuius baſis eſt quadratum circulo b inſcriptum: quæ (vt probatum eſt ſupra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis. et ex reſiduo eius detrahātur pyramides eiuſdem altitudinis: conſiſtentes ſuper trigonos portionum circuli b. fiatq; hoc totiens: quouſq; reſiduum rotundę pyramidis b ſit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione / laterata pyramis detracta quam componūt lateratæ partiales pyramides detractæ: maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, ſuperficies alia quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum a: & ſit communis ſectio huius ſuperficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a. protrahatur autem in circulo a, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter: quæ ſit m n. ſicq; inſcribatur in circulo a, quadratum k m l n. & diuidendo arcus portionum circuli a per ęqualia: perficiatur in circulo a, polygonium ſimile illi quod eſt inſcriptū circulo b. & ad ſingulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a: perficiēs ſuper illud polygonium lateratā pyramidē æque altā pyramidi a. Hanc autē lateratā pyramidē: probabis eſſe ſimilē lateratæ pyramidi detractæ a rotunda pyramide b. quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione vel actu vtriuſq; in vtriſq; pyramidibus a & b: & a centris baſium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inſcriptorū polygoniorū. Eruntq; ex præmiſſo antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij ſibi inſcripti: ęquales ſuis relatiuis angulis quos cōtinet axis pyramidis b, cū ſingulis lineis ductis a centro circuli b, ad ăgulos polygonij ſibi inſcripti. Et quia ex diffinitione rotūdarū pyramidū ſimiliū / proportio axis pyramidis a ad axē pyramidis b, eſt ſicut ſemidiametri circuli a ad ſemidiametrū circuli b: ſequit ex ſexta & quarta ſexti & diffinitionibus ſimiliū ſupficierū & ſimiliū corporū ꝙ duæ lateratæ pyramides a & b ſint ſimiles. Cætera argue ſicut prius in decima. Conſtat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus ſimilibus: ꝙ ꝓportio earū ſit ſicut diametrorū ſuarū baſiū triplicata. Et quia omnis colūna rotūda eſt tripla ad ſuā pyramidē (hoc ei ſufficiēter eſt demōſtratū ſiue colūnę & ſuę pyramides fuerint erectę ſiue ĩclinatę) ſequit ex 15 quinti vt etiā q̄ rūlibet colūnarū rotūdarū ſimiliū ſit ꝓportio ſicut ſuarū diametrorū triplicata.

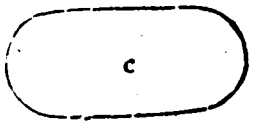


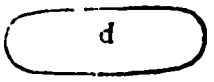
Euclides ex Camp. Propoſitio 11.

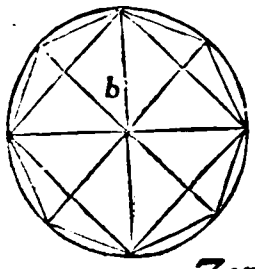
11 OMnes duas rotundas pyramides ſiue columnas / æque altas: ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt.

¶ CAMP. ¶ Supra duos circulos a & b, ſtatuātur vt prius duę rotūdę pyramides ęque altę quę dicantur ſimiliter a & b: & duę rotundæ colūnę ęque altæ eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaq; ꝙ proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b: eſt ſicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifeſtum erit: ſi hoc prius de pyramidibus demonſtrabitur, omnis enim rotunda columna: tripla eſt ad ſuam pyramidem. De py-









ramidibus autem conſtabit indirecta demonſtratione: hoc modo. Eſt enim ex communi ſcientia/proportio rotundę pyramidis a ad aliquod corpus: ſicut circuli a ad circulũ b. illud corpus ſit c. Dico itaq; q̃ corpus c: nõ poteſt eſſe maius neq; minus rotũda pyramide b. Sit enī primo: minus/quãtitate corporis d. Igitur circulo b inſcribatur quadratum. & detrahatur a rotunda pyramide b, pyramis latetata: cuius ſit baſis quadratum circulo b inſcriptum. & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides ſuper trigonos portionũ circuli conſiſtẽtes. fiatq; hoc totiens: quouſq; ſit ex pyramide b, reſiduum minus corpore d. eritq; laterata pyramis detracta/ quam componunt partiales pyramides detractę: maior corpore c. Inſcribatur ergo circulo a, polygonium ſimile illi polygonio quod eſt baſis lateratæ pyramidis b: & perficiatur ſuper ipſum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inſcripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b: æque altæ. Hoc enim eſt propoſitum de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b: eſt ſicut baſis eius ad baſin illius / videlicet ſicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demonſtratũ eſt in ſexta huius. At vero polygonij a ad polygonium b: eſt ſicut circuli a ad circulũ b. quod manifeſtũ eſt ex prima & ſecunda huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b: ſicut rotundæ pyramidis a ad corpus c. quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a: ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cũq; ſit laterata pyramis b maior corpore c: ſequitur lateratam pyramidem a eſſe maiorẽ rotunda pyramide a. Hoc autẽ impoſſibile. eſt enim pars eius. Non erit ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. ¶Si vero ponat aduerſarius q̃ ſit maius: demonſtrabimus rurſum idem impoſſibile conſequi. Erit enim per cõuerſam proportionalitatem proportio corporis c ad rotundam pyramidem a: ſicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b: ad aliquod corpus quod ſit d. Cum igitur corpus c ſit maius rotunda pyramide b per hypotheſin: erit ex 14. quinti rotunda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulum a: erit ſicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotũda pyramide a. Sed hoc demonſtratum eſt prius: eſſe impoſſibile. ſic enim ſequitur: q̃ pars ſit maior ſuo toto. Non eſt igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b: ſed tantum æquale. Itaq; ex ſecunda parte 7 quinti conclude propoſitum. ¶Vt autẽ facilius inconcuſſiuſq; demonſtraretur quod ſequitur: ad ipſam eſt antecedens vtile præmittendum. quod eſt

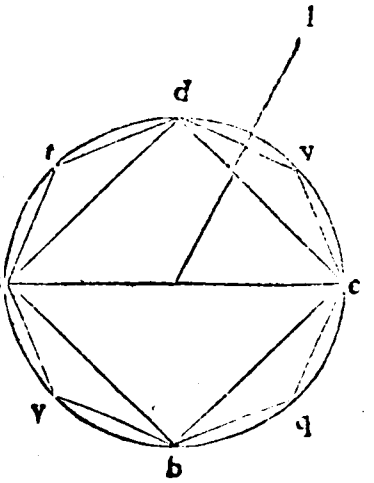
Zam 13. ¶Si ſuperficies quædam rotundam colũnam æquidiſtanter baſi eius ſecuerit: erunt duo partialia corpora quæ ad illam ſecantẽ ſuperficiem terminantur/portionibus axis colũnæ proportionalia.

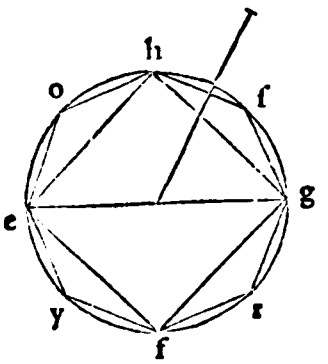
¶Simile eſt hoc: ei quod propoſuit 25 vndecimi libri de ſolidis parallelogrãmis. Nec ſolum verum eſt hoc de columnis rotundis: immo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue lateratæ fuerint ſiue rotundæ. Qz qui argumentationẽ primę ſexti vel 25 vndecimi firmiter tenuerit: facile demonſtrare poterit. hic enī: non aliter q̃ ibi ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis quæ poſita eſt in proœmio quinti libri/arguendum eſt propoſitum. Attendere autem oportet/ q̃ quæcũq; ſuperficies ſecat colũnam æquidiſtanter baſi ipſius: ſecat etiam eam æquidiſtanter ſuperficiei baſis eius oppoſitæ. nam quæcũq; ſuperficies vni ſuperficiei ſunt æquidiſtãtes: ipſę quoq; ſunt æqdiſtãtes adinuicẽ/ vt ex his q̃ dicta ſunt ex 17 vndecimi didiciſti. Quare manifeſtũ eſt: q̃ omnes rotundæ colũnę quarũ ſunt baſes æquales: altitudinibus ſuis ſunt proportionales. Idẽ quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis: & etiã de lateratis. quod de pyramidibus conſtabit: ſi prius de columnis probetur. Eſt enim omnis columna: tripla ad ſuam pyramidem. rotunda quidẽ: ex nona huius: laterata vero: ex ijs quæ ſupra in octaua demonſtrata ſunt.

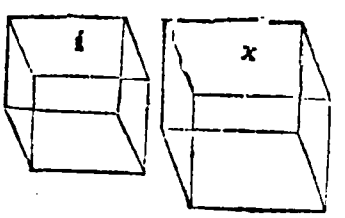
Euclí. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 11.

Camp 11. ¶Sub eodem faſtigio exiſtentes coni & cylindri: adinuicem ſeſe habent ſicut baſes. 11

THEON ex Zamberto. ¶Sint ſub eadem altitudine coni & cylindri: quorum baſes quidem ſunt a b c d, e f g h, circuli/axes autem ſint k l, m n, dimetientes vero baſium ſint a c, e g. Dico q̄ eſt ſicut a b c d circulus ad e f g h circulum: ſic eſt a l conus ad conum e n. Si autem non eſt ſicut a b c d circulus ad e f g h circulū, ſic a l conus ad e n conū: erit ſicut a b c d circulus ad e f g h circulum, ſic a l conus ad aliquod ſolidum minus ipſo e n/cono vel ad maius. Sit prius ad minus: hoc eſt ad x. Et quo minus eſt x ſolidū ipſo e n cono: ei æquum eſto i ſolidum. igitur conus e n: æquus eſt ipſis i, x, ſolidis. Deſcribatur per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. quadratum igitur: maius eſt q̄ dimidium circuli. Excitetur ab ipſo e f g h quadrato: pyramis æquæ alta ipſi cono. Igitur ipſa pyramis excitata: maior eſt q̄ dimidium ipſius coni. quoniā ſi circūſcribamus ipſi orbi quadratū/ & ab ipſo excitemus pyramida cono q̄ eque altam: inſcripta pyramis dimidium eſt circūſcriptæ. adinuicem enim ſunt ſicut baſes. Conus autem: minor eſt pyramide circūſcripta. Pyramis igitur cuius baſis eſt e f g h quadratum/vertex autem idem ipſi cono: maior eſt q̄ dimidium coni. Secentur per 30 tertij e f, f g, g h, h e, circūferentiæ diuidue in ſignis o, p, r, ſ: connectanturq̄ ipſæ h o, o e, e p, p f, f r, r g, g ſ, ſ h. Vnūquodq̄ igitur ipſorum h o e, e p f, f r g, g ſ h, triāgulorum: maius eſt q̄ dimidium per ſeſe ſegmenti ipſius circuli. Excitetur ab vnoquoq̄ ipſorum h o e, e p f, f r g, g ſ h, triangulorum: pyramis æque alta ipſi cono. Vnaquæq̄ igitur excitatarum pyramidum: maior eſt q̄ dimidia pars per ſeſe ſegmenti coni. Secantes igitur per 30 tertij reliquas circūferentias diuidue/connectenteſq̄ rectas lineas/& excitantes ab vnoquoq̄ triangulorum pyramides ipſi q̄que altas cono/& hoc ſemper fiat: relinquemus quaſdam coni deſectiones quæ erunt minores ipſo i ſolido. Relinquātur: ſintq̄ in h o e, e p f, f r g, g ſ h. Reliqua igitur pyramis cuius baſis quidem eſt h o e p f r g ſ multangulum/faſtigium idem quod cono: maior eſt ipſo x ſolido. Inſcribatur & in circulo a b c d, ipſi h o e p f r g ſ multangulo ſimile & ſimiliter poſitum multangulum d t a y b q c v: exciteturq̄ ab ipſo pyramis æque alta ipſi a l cono. Quoniam igitur eſt ſicut quod eſt a c ad id quod ex e g ſic d t a y b q c v multangulum ad id quod ſub h o e p f r g ſ multangulum/ſicut autem quod ex a c ad id quod ex e g ſic a b c d orbis ad e f g h orbē: et ſicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbem/ſic d t a y b q c v multangulū ad h o e p f r g ſ multangulū. Sicut autem a b c d orbis ad e f g h orbē: ſic a l conus ad x ſolidum. Sicut autem d t a y b q c v multangulum ad h o e p f r g ſ multangulum: ſic pyramis cuius baſis eſt d t a y b q c v multangulum/vertex autē l ſignū/ad pyramida cuius baſis quidē eſt h o e p f r g ſ multāgulum/ faſtigiū autē n ſignum. Et ſicut igitur per 11 quinti a l conus ad x ſolidum: ſic pyramis cuius baſis quidem d t a y b q c v multangulū/vertex autem l ſignum/ad pyramida cuius baſis quidē eſt h o e p f r g ſ multāgulū / vertex autem n ſignum. Viciſſim igitur per 16 quinti eſt ſicut a l conus ad eam quę in ſe ipſo pyramida: ſic x ſolidum ad eam quæ in e n cono pyramida. Maior autē eſt a l conus: ea quę in ſe ipſo pyramide. maius igitur eſt & x ſolidum: ea quæ in e n cono pyramide, ſed & minus. quod abſurdum eſt. Nō igitur eſt ſicut a b c d circulus ad e f g h circulum: ſic a l conus ad aliquod ſolidum minus ipſo e n cono. Similiter iā demōſtrabimus: q̄ neq̄ ſicut e f g h orbis ad a b c d orbē/ ſic e n conus ad ſolidum aliquod maius ipſo a l cono. ¶Dico iam q̄ neq̄ eſt ſicut a b c d orbis ad e f g h orbem: ſic conus a l ad aliquod ſolidum maius ipſo e n cono. Si enī poſſibile: eſto ad maius x. Conuerſim igitur eſt ſicut e f g h orbis ad a b c d orbē: ſic eſt x ſolidum ad a l conū. Sed ſicut x ſolidū ad a l conū: ſic eſt e n conus ad aliqd ſolidū minus ipſo a l cono. Et ſicut igitur per 11 quinti e f g h circulus ad a b c d circulū: ſic conus e n ad aliquod ſolidum minus ipſo a l cono. quod abſurdū eſſe patuit. Nō eſt igitur a b c d orbis ad e f g h orbē: ſic a l conus ad ſolidū aliquod maius ipſo e n cono. Patuit autem q̄ neq̄ ad minus. Eſt igitur ſicut a b c d orbis ad e f g h orbē: ſic a l conus ad e n conum. Sed ſicut conus ad conū: ſic cylindrus ad cylindrū. triplus enī: eſt alter alterius. Et ſicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbē: ſic qui in ipſis cylindri æquæ alti ad conos. Sub eodē igitur faſtigio ſubſiſtentes coni & cylindri: ſe adinuicem habent ſicut baſes. Quod erat oſtendendum.

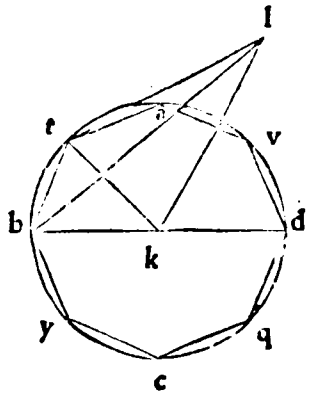




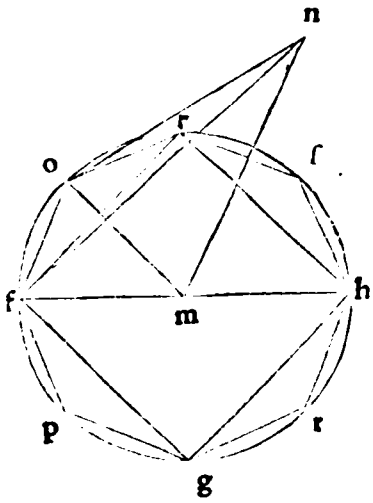


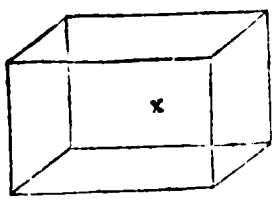
Euclí. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio. 12.

¶Similes coni & cylindri: ad ſe inuicem in tripla ſunt ratione ſicut dimetientium ad baſes. 12



¶THEON ex Zamb. ¶Sint ſimiles coni & cylindri: quorum baſes quidem a b c d, e f g h, orbes/dimetiẽtes vero baſiũ ſint b d, f h, & axes conorũ ſiue cylindrorũ ſint k l, m n. Dico q̃ conus cuius baſis quidem eſt a b c d circulus/faſtigiũ autẽ l ſignũ: ad conũ cuius quidẽ baſis eſt e f g h, vertex autẽ n ſignum/triplã habet rationẽ q̃ b d ad f h. Si autẽ a b c d l conus ad e f g h n conũ triplã rationem non habet q̃ b d ad f h: habebit conus a b c d l vel ad ſolidũ aliquod minus ipſo e f g h n cono triplã rationẽ/vel ad maius. Habeat prius ad minus x. Deſcribaturq̃ per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Igitur e f g h quadratũ: maius eſt q̃ dimidiũ circuli e f g h. Excitetur ab ipſo e f g h quadrato: pyramis ęque alta ipſi cono. Igitur pyramis excitata: maior eſt q̃ dimidia pars coni. Secentur iã per 30 tertij ipſæ e f, f g, g h, h e, circũferentiæ diuidue/in o, p, r, ſ, ſignis: cõnectãturq̃ e o, o f, f p, p g, g r, r h, h ſ, ſ e. Vnũquodq̃ igitur ipſorũ e o f, f p g, g r h, h ſ e, triãgulorũ: maius eſt q̃ dimidia pars ꝑ ſeſe ſegmẽti circuli e f g h. Cõſtituatur ab vnoquoq̃ ipſorũ e o f, f p g, g r h, h ſ e, triangulorũ: pyramis idẽ habẽs faſtigiũ ipſi cono. vnaquæq̃ igitur ipſarũ excitatarũ pyramidũ: maior eſt q̃ dimidiũ per ſeſe ſegmẽti circuli. Secãtes igitur per 30 tertij relictas circũferentias diuidue/& connectẽtes rectas lineas/excitanteſq̃ ab vnoquoq̃ triãgulorũ pyramides faſtigiũ ipſi cono habẽtes idẽ/& hoc ſemper efficientes: relinquemus quaſdã coni deſectiones quæ erũt minores exceſſu quo excedit e f g h n conus ipſum x ſolidum. relinquãtur: & ſint in e o, o f, f p, p g, g r, r h, h ſ, ſ e. reliqua igitur pyramis cuius baſis quidẽ eſt e o f p g r h ſ multãgulum/vertex autẽ n ſignũ: maior eſt ipſo x ſolido. Deſcribatur in circulo a b c d: ipſi e o f p g r h ſ multangulo ſimile ſimiliterq̃ poſitũ multãgulũ a t b y c q d v. & excitetur ab ipſo pyramis: idẽ habẽs ipſi cono faſtigiũ. Et cõprẽhẽdentiũ pyramida cuius baſis quidẽ eſt a t b y c q d v multangulũ/vertex autẽ l ſignũ: vnũ triangulũ eſto l b t. cõprẽhendẽtiũ autẽ pyramida cuius baſis quidẽ eſt e o f p g r h ſ multãgulũ/faſtigiũ autẽ n ſignũ: vnũ triãgulũ eſto n f o. & cõnectatur k t, m o. Et quoniã a b c d l conus ſimilis eſt ipſi e f g h n cono: eſt igitur per 20 vndecimi diffinitionẽ ſicut b d ad f h, ſic k l axis ad m n axẽ. Sicut autẽ b d ad f h: ſic per 15 quinti b k ad f m. & ſicut igitur per 11 quinti b k ad f m: ſic k l ad m n. & viciſſim per 16 quinti ſicut b k ad k l: ſic f m ad m n. Et circũ æquos angulos b k l, f m n: latera ſunt proportionalia. Igitur per 1 ſexti diffinitionẽ triãgulũ b k l: ſimile eſt ipſi f m n triangulo. Rurſus quoniã eſt ſicut b k ad k t ſic f m ad m o, & circũ æquos angulos b k t, f m o, quoniã qualis pars eſt angulus b k t eorũ qui ad k centrũ quatuor rectorũ: talis pars eſt & angulus f m o eorũ qui ad in cẽtrũ quatuor rectorũ/quoniã igitur circũ æquos angulos latera ſunt proportionalia: igitur triangulũ b k t ſimile eſt ipſi f m o triangulo. Rurſus quoniã patuit ſicut b k ad k l ſic f m ad n m, æqualis autem eſt b k ipſi k t, & f m ipſi m o: eſt igitur ſicut t k ad k l, ſic o m ad m n. Et circũ æquos angulos t k l, o m n: recta latera proportionalia. Igitur l k t triangulũ: ipſi m n o triangulo ſimile eſt. Et quoniã per 6 ſexti & propter ſimilitudinẽ ipſorũ l k b, n m f, triangulorum eſt ſicut l b ad b k ſic n f ad f m, & propter ſimilitudinẽ ipſorũ b k t, f m o, triãgulorũ eſt ſicut k b ad b t ſic m f ad f o: ex æquali igitur per 22 quinti ſicut l b ad b t, ſic n f ad f o. Rurſus quoniã ob ſimilitudinẽ ipſorũ l t k, n o m, triangulorũ eſt per 6 ſexti ſicut l t ad t k ſic n o ad o m, propter autẽ ſimilitudinẽ ipſorũ t k b, o m f, triangulorũ eſt ſicut k t ad t b ſic m o ad o f: ex æquali igitur per 22 quinti ſicut l t ad t b, ſic n o ad o f. Patuit autem & ſicut t b ad b l: ſic o f ad f n. ex æquali ergo per 22 quinti ſicut t l ad l b: ſic o n ad n f. Igitur ipſorum l t b, n o f, triãgulorũ: proportionalia ſunt latera. Ipſa igitur l t b, n o f, triãgula: æquiangula ſunt. quare & ſimilia per 5 ſexti. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt b k t triangulum/vertex autem l ſignum: ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt f m o triangulum/vertex autem n ſignum. ſub ſimilibus enim planis æque multiplicibus compræhenduntur. Similes autẽ pyramides/triãgulares baſes habẽtes: in triplici ſunt



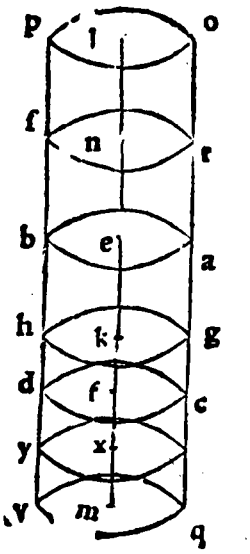


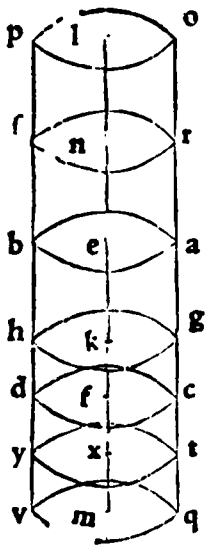
ratione eiuſdem rationis laterum per 8 duodecimi. pyramis igitur b k r l : ad f m o n pyramida/triplam rationem habet/q̄ b k ad f m. Similiter iam cõnectẽtes ab ipſis a, v,d,q,c,y,in k rectas lineas/& ab ipſis e, ſ,h,t,g,p,in m,excitanteſq; in triangulis pyramides eadem habentes faſtigia ipſis conis:oſtendemus q; & vnaquæq; ipſarum eiuſdem generis pyramidum ad vnãquanq; eiuſdem generis pyramida/ triplam habet rationem q̄ b k eiuſdem rationis latus ad f m eiuſdem rationis latus/hoc eſt q̄ b d ad f h. Sed ſicut vnum antecedentium ad vnum ſequentium:ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt autem & ſicut b k r l pyramis ad f m n o pyramida : ſic eſt tota pyramis cuius baſis a t b y c q d v multangulum/vertex autem l ſignum/ad totam pyramidẽ cuius quidem baſis eſt e o f p g r h ſ multangulum/vertex vero n ſignũ. Quare et pyramis cuius baſis quidem eſt a t b y e q d v multangulum/faſtigium autẽ l ſignum:ad pyramida cuius quidem baſis e o f p g r h ſ multangulum/faſtigium autem n ſignum/ triplam habet rationem q̄ b d ad f h. Supponitur autem & conus cuius baſis quidem a b c d orbis/faſtigium autem l ſignum: ad x ſolidum triplam rationem habens q̄ b d ad f h. eſt igitur ſicut conus cuius baſis quidem a b c d circulus/vertex autem l ſignum ad x ſolidum : ſic pyramis cuius quidem baſis eſt a t b y c q d v multangulum/vertex autem l ad pyramida cuius baſis quidem eſt e o f p q r h ſ multangulũ/vertex autem n ſignum. Viciſſim igitur per 16 quinti ſicut conus cuius baſis quidem eſt a b c d orbis/vertex aũt l ſignũ/ad eã quę in ſe pyramida cuius baſis eſt a t b y c q d v multãgulũ/ vertex aũt l ſignũ: ſic ſolidũ x ad pyramida cuius baſis quidem eſt e o f p g r h ſ multangulum/vertex autem n ſignum. Maior autẽ eſt prædictus conus: ea quæ inſe ipſo pyramide. ipſam enim continet. Igitur x ſolidum: maius eſt ipſa pyramide cuius baſis quidem eſt e o f p g r h ſ multangulum/ vertex autem n ſignũ. Supponebatur autẽ q; & minus. quod eſt abſurdum. Non igitur conus a b c d l: ad aliquod corpus minus ipſo e f g h n cono triplã rationẽ habebit/ q̄ b d ad f g. Similiter iam demonſtrabimus: q; neq; e f g h n conus ad ſolidũ aliquod minus ipſo a b c d l cono/ triplã rationẽ habet/ q̄ f h ad b d. ¶Dico iam q; neq; a b c d l conus: ad aliquod ſolidum maius ipſo e f g h n cono/ triplam habet rationẽ/ q̄ b d ad f h. Si enim poſſibile: habeat ad maius x. Conuerſim igitur x ſolidum: ad a b c d l conum/triplam habet rationem/q̄ f h ad b d. Sicut autem x ſolidum ad a b c d l conum: ſic e f g h n conus ad aliquod ſolidum minus ipſo a b c d l cono. & e f g h n igitur conus: ad ſolidum aliquod minus ipſo a b c d l, triplam rationẽ habet/ q̄ f h ad b d. quod impoſſibile eſſe patuit. Igitur a b c d l conus: ad ſolidum aliquod maius ipſo e f g h n cono, triplã rationem non habet/q̄ b d ad f h. patuit autem q; neq; ad minus. Conus igitur a b c d l; ad conum e f g h n, triplam rationẽ habet/q̄ b d ad f h. Per 15 quinti ſicut autem conus ad conum: ſic cylindrus ad cylindrum. triplus enim eſt cylindrus: ipſius coni qui in eadem eſt baſi & ſub æquali faſtigio ipſi cono. Oſtẽſum eſt autem: q; omnis conus/cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſin habentis per 10 duodecimi & æquale faſtigium. Et cylindrus igitur: ad cylindrum triplam habet rationem q̄ b d ad f h. Similes igitur coni & cylindri: adinuicem in triplici ſunt ratione ſicut dimetiẽtiũ ad baſes. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

13 ¶Si cylindrus plano ſecetur/parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis: erit ſicut cylindrus ad cylindrum ſic axis ad axem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Cylindrus inquã a d, plano g h ſecetur/parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: hoc eſt ipſis a b, c d. Dico q; eſt ſicut b g cylindrus ad g d cylindrum: ſic eſt e k axis ad k f axem. Extendatur axis e f ex vtraq; partæ: in l, m, ſigna. exponanturq; ipſi e k axi/quilibet vtcũq; e n, n l: ipſi autem f k/quilibet vtcumq; f x, x m. & extẽdantur per l, n, x m, ſigna: plana parallela a b, c d. & intelligantur in ipſis per l, n, x, m, planis circum cẽtra l, n, x, m: circuli o p, r ſ, t y, q v, æquales ipſis a b, c d. & intelligantur cylindri p r, r b, d t, t v. Et quoniã ipſi l n, n e, e k, axes adinuicem ſunt æquales: ipſi igitur p r, r b, b g, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes per 11 duodecimi. Baſes autem: ſunt æquales. Igitur & p r, r b, b g, cylindri: ſũt æquales. Qũ

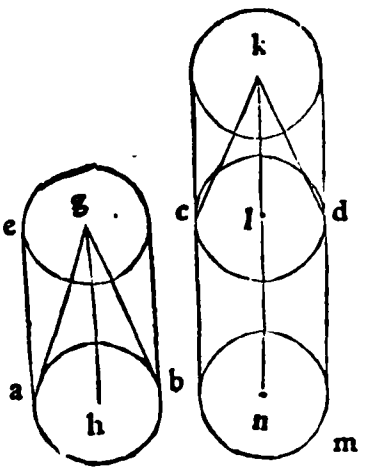




igitur l n, n e, e k, axes adinuicē ſunt æquales ſicut baſes/baſes autē ſint æquales: æquales igitur ſunt & p r, r b, b g, cylindri adinuicem. Quoniam igitur ip ſi l n, n e, e k, axes adinuicem ſunt æquales / ſunt autem & ipſi p r, r b, b g, cylindri adinuicem æquales/& multitudo ipſorū l n, n e, e k, æqualis eſt multitudini ipſorum p r, r b, b g: quotuplex igitur eſt k l axis ipſius e k axis / totuplex erit & p g cylindrus ipſius b g cylindri. Et iam id propterea quotuplex eſt m k axis ipſius k f axis: totuplex eſt & cylindrus v g ipſius g d cylindri. Et ſi k l axis æqualis eſt ipſi k m axi: æquus eſt & cylindrus p g ipſi g v cylindro. Si autē axis k l maior eſt ipſo k m axe: maior erit & p g cylindrus ipſo g v cylindro. Et ſi minor: minor per 1 quinti. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus/ axibus quidem e k, k f, cylindris autem b g, g d: accipiuntur per diffinitionem 6 quinti æque multiplex ipſius quidem e k axis & b g cylindri / ipſe axis k l & p g cylindrus. Ipſius autem k f axis, & g d cylindri: k m axis & g v cylindrus. Et patet q; ſi k l axis excedit k m axem: & p g cylindrus ipſum excedit g v cylindrum. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Eſt igitur ſicut e k axis ad k f axē: ſic b g cylindrus ad g d cylindrū. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

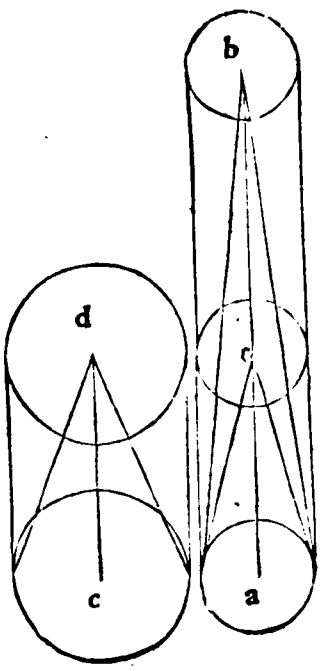
¶In æqualibus baſibus exiſtentes coni & cylindri: adinuicem ſe habent ſicut faſtigia. 14



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint enim in æqualibus baſibus a b, c d: cylindri f d, e b. Dico q; eſt ſicut cylindrus e b ad cylindrum f d: ſic eſt g h axis ad k l axem. extēdatur inq̄ k l axis in n ſignum. ponaturq; ipſi g h axi æqualis l n: & circū axem l n, intelligatur cylindrus c m. Quoniam igitur e b, c m, cylindri ſub eodem ſunt faſtigio: adinuicem ſunt ſicut baſes per 11 duodecimi. Baſes autē: inuicē ſunt ęquales. igitur & cylindri e b, c m: ſūt ęquales. Et quoniā cylindrus f m, plano quodā ſecat c d, parallelo exiſtēte eis q̄ ex oppoſito planis: eſt igitur p 13 duodecimi ſicut c m cylidrus ad f d cylindrū/ſic eſt l n axis ad k l axē. æqualis autē eſt c m cylidrus ipſi e b cylindro: & l n axis ipſi g h axi. Eſt igitur ſicut e b cylindrus ad f d cylindrū: ſic eſt g h axis ad k l axē. Sicut autē e b cylindrus ad f d cylindrū: ſic a g b conus ad c d k conū. tripli enim ſūt cylindri ipſorū conorū per 10 duodecimi. & ſicut igitur per 11 quinti g h axis ad k l axem: ſic a b g conus ad c d k conum / & e b cylindrus ad f d cylindrum. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

SI duæ pyramides rotundæ ſiue columnæ fuerint æquales: ſuę baſes & altitudines erunt mutuæ. Si vero ſuæ baſes & altitudines mutuæ fuerint: ipſas pyramides ſiue columnas æquales eſſe neceſſe eſt. 12



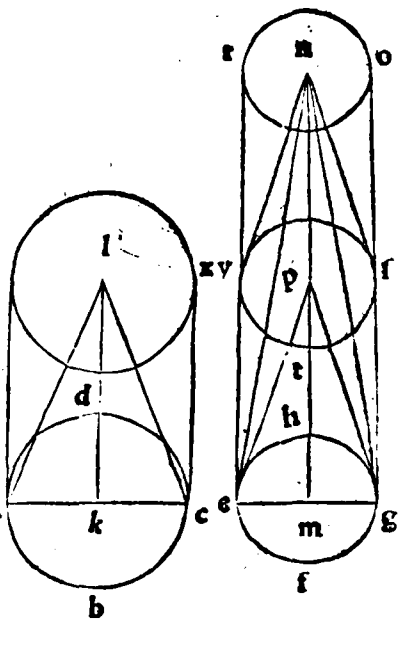
¶CAMPANVS. ¶Altitudinem pyramidum / determinant lineæ a conis ad baſes perpendiculariter deſcendentes: columnarum autem / a ſupremis earū ſuperficiebus ad baſes. Sint itaq; duæ rotūdæ pyramides a b & c d æquales: duæ q; rotundæ columnæ a b & c d æquales. ſintq; communes baſes tam pyramidum q̄ colūnarū duo circuli a & c: communes quoq; altitudines tā pyramidū q̄ colūnarum determinatæ per lineas a b & c d. Dico q; proportio circuli c ad circulū a, eſt ſicut altitudinis a b ad altitudinē c d: & econuerſo. Hoc autē ſi de colūnis probatū fuerit: de pyramidibus certū erit/quoniā omnis colūna rotunda tripla eſt ad ſuam pyramidem. Si itaq; duæ altitudines a b & c d fuerint æquales: ex præmiſſa conſtat propoſitum. Si autem inæquales: ſit a b maior. ſumaturq; a e æqualis c d. & ſecetur columna a b: a ſuperficie e æquidiſtanter baſi etus a. eritq; ex præmiſſo antecedente/ columna a b ad columnam a e: ſicut altitudo a b ad altitudinē a e. ideoq; ex prima parte 7 quinti columnā c d ad columnam a e: ſicut altitudo a b ad altitudinem a e. quare per ſecundam partem 7 quinti/ſicut altitudo a b ad altitudinē c d. ex præmiſſa autē eſt colūna c d ad columnā a e: ſicut circulus c ad circulum a. itaq; per 11 quinti eſt altitudo a b ad altitudinem c d: ſicut baſis c ad baſin a. Conſtat igitur prima pars.

¶Secunda conuerſo modo conſtabit: eadem diſpoſitione manente. Sit enim vt baſis c ad baſin a: ſic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico q̃ duę colũnę a b & c d ſunt ęquales. Erit enim ex ſecũda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e: ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa/columna c d ad columnã a e eſt ſicut baſis c ad baſin a, & ex præmiſſa antecedente colũna a b ad colũnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e: ſequitur ex 11 quinti vt columna c d ad columnam a e ſit ſicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d: ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

15 ¶Aequalium conorum & cylindrorum: reciprocæ ſunt baſes verticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ ſunt baſes verticibus: ſunt æquales.

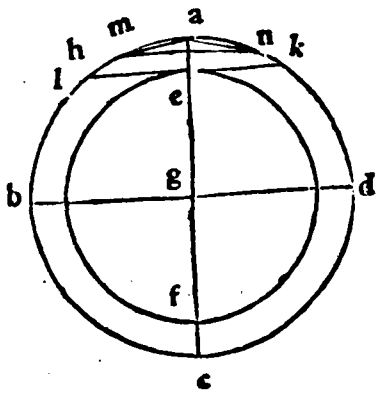
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales coni & cylindri: quorum baſes quidem a b c d, e f g h, orbes/dimetientes autem ipſorum a c, e g, axes autem k l, m n, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipſi a x, e o, cylindri. Dico q̃ ipſorum a x, o e, cylindrorum: receprocæ ſunt baſes verticibus. hoc eſt q̃ eſt ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic eſt m n vertex ad k l verticem. Faſtigiũ inquã l k: ipſi m n faſtigio aut eſt ęquale/aut nõ. Sit prius æquale. Eſt autẽ & a x cylindrus: ipſi e o cylindro æqualis. ſub eodem autẽ faſtigio exiſtentes coni & cylindri: adinuicem ſunt ſicut baſes per 11 duodecimi. Aequalis eſt igitur a b c d baſis: ipſi e f g h baſi. Quare & reciproce ſunt/ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic m n faſtigiũ ad k l faſtigiũ. ¶Sed iam nõ ſit vertex l k ipſi m n æqualis: ſed eſto maior m n. & auferatur per tertiam primi ab ipſa m n altitudine/ipſi k l æqualis p m: ponaturq̃ per 2 primi ipſi l k vertici æqualis p m. & per p ſignum ſecetur per 13 duodecimi cylindrus o e: plano y t ſ parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis/hoc eſt e f g h, r o, circulorũ. Et a baſi quidem ipſius e f g h circuli/faſtigio vero m p: cylindrus intelligatur e ſ. Et quoniam a x cylindrus æquus eſt ipſi e o cylindro/alius autem e ſ cylindrus: eſt igitur per 7 quinti ſicut a x cylindrus ad e ſ cylindrum/ſic eſt e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Sed ſicut quidẽ a x cylindrus ad e ſ cylindrum: ſic eſt a b c d baſis ad e f g h baſin. Sub eadẽ enim ſunt altitudine: ipſi a x, e ſ, cylindri. Sicut autem cylindrus e o ad cylindrum e ſ: ſic m n altitudo ad m p altitudinẽ. cylindri nãq̃ in æqualibus baſibus exiſtentes: ſe habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic eſt m n vertex ad m p verticem. Aequalis autem eſt p m vertex: ipſi k l vertici. Eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic m n altitudo ad k l altitudinem. Aequalium igitur a x, e o, cylindrorũ: reciproce ſunt baſes altitudinibus. ¶Sed iam ipſorum a x, e o, cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus: eſtoq̃ ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin/ſic vertex m n ad verticem k l. Dico q̃ a x cylindrus: æqualis eſt ipſi e o cylindro. Eiſdem nãq̃ diſpoſitis/quoniam eſt ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin ſic m n faſtigium ad k l faſtigium/æqualis autem eſt k l vertex ipſi p m vertici: eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin/ſic m n vertex ad p m verticẽ. Sed ſicut quidem a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic cylindrus a x ad e ſ cylindrum. ſub eodem nanq̃ eſt faſtigio. Sicut autem m n per 14 duodecimi vertex ad p m verticem: ſic e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Eſt igitur ſicut a x cylindrus ad e ſ cylindrum: ſic eſt e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Aequalis igitur eſt a x cylindrus: ipſi e o cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.

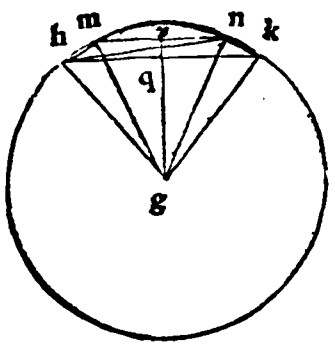


Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

CVm propoſiti fuerint duo circuli ab vno centro circunducti: ſuperficiem multiangulam æqualium laterum circulum minorem minime tangẽtium/intra circulum maiorem deſcribere.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b c d & e f: ab vno cõmuni centro quod ſit g, circunducti. dico q̃ intra maiorem qui ſit a b c d, poſſibile eſt vnum polygonium quod ſit æquilaterum / deſcribi: minorẽ circulum qui eſt e f, nullo ſuorum laterum tangens. Quadrentur enim id eſt in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris ſuper centrum ipſorum orthogonaliter ſe inuicẽ ſecantibus/ quę ſint a c & b d: ſitq; e f diameter minoris/ pars diametri a c quę eſt diameter maioris. Sicq; igit̃ a puncto e, ducatur vtrinq; vſq; ad circũferẽtiam maioris lineæ orthogonaliter ſuper diametrum e f: quæ occurrat circũferẽtiæ maioris. hinc quidem in pũcto h: inde vero/ in pũcto k. eritq; ex correlario 15 tertij/ linea h e k: contingens circulum minorẽ. Poſtea vero quadrãtẽ a b maioris circuli diuide per æqualia in puncto l, ſecundũ doctrinã 29 tertij: dehinc rurſus arcũ a l, per æqualia ad punctũ m. Cũq; hoc pluries feceris: neceſſario tãdem deuenies ad arcum qui minor erit arcu a h, ſitq; hic a m. Hoc autẽ idcirco neceſſarium eſt. quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales: ſi a maiori earum demptur eius dimidium/ itẽq; a reſiduo dimidiũ/ poſſibile eſt hoc totiens fieri quouſq; tandẽ minor minore earũ relinquetur quẽadmodũ in 1 decimi demõſtratũ eſt. Cũ igitur ſic diuidẽdo/ ad arcum quantulũcũq; minorem a h, fuerit deuentum/ cuiuſmodi eſt hic arcus a m: ſumatur arcus a n æqualis arcui a m. ducanturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a k eſt æqualis arcui a h, quod ex ſecunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifeſtum eſt/ & quia arcus a n eſt æqualis arcui a m: erit ex cõmuni ſcientia/ arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h: ſunt æquidiſtantes. ergo linea m m: nõ poterit tangere circulum e f. quare multo fortius neq; linea a m: poteſt ipſum tangere. Quoniam igitur conſtat circulum a b c d diuiſibilem eſſe per arcus æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij ſimul conſtat intra ipſum circulum poſſe chordulas æquales chordulæ a m continue coaptari circulum ipſum polygoniæ chordantes: manifeſtum eſt intra circulum maiorem poſſe vnum polygonium æquilaterum cuius vnum latus eſt linea a m, inſcribi. Et quia linea a m non contingit circulum minorem: patet ex prima parte 13 tertij et diffinitione linearum a centro circuli æqualiter æquidiſtantium/ q̃ inſcriptum polygonium nullo laterum ſuorum tangit circulum minorẽ. Quod eſt propoſitũ. ¶At quid dubitas/ duas lineas m n & k h, eſſe æquidiſtantes: cum ſint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autẽ inconcuſſam veritatẽ ſortitum eſt: q̃ duæ lineæ circulũ vnum non autẽ ſe inuicem ſecantes/ ſi ex circunferentia æquales arcus hinc inde lineis ipſis interſint/ erunt æquidiſtantes. Duc quidem a centro g, lineam g p perpendiculariter ad lineam m n, quæ ſecet lineã h k in puncto q: & protrahe lineas g m, g n, g k, g h. & duobus arcubus n k & m h, ſubtende duas chordas quæ etiam dicantur n k & m h. eruntq; ex 28 tertij hæ chordæ æquales n k & m h, eo q̃ arcus æquales. & per ſecũdam partẽ 3 eiuſdẽ tertij erit linea n p: æqualis lineæ m p. Cũ igitur vterq; duorũ angulorũ qui ſunt ad p, ſit rectus ex diffinitione perpendicularis: erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At vero p 8 primi angulus k g n: eſt æqualis ãgulo h g m. Itaq; p cõmunem ſciẽtiã (q̃ eſt. ſi æqualibus æqualia addas: tota erũt æqualia) erit ãgulus k g q æqualis angulo q g h. ideoq; per 4 primi linea k q: erit æqualis lineę q h. quare p primã ptẽ 3 tertij/ linea g q erit ppendicularis ad lineã k h. Igitur ex prima parte 28 primi duę lineę n m & k h: ſũt æquidiſtãtes. Et hoc eſt qđ dubitare conqueſtus es. ¶Hoc eni idẽ aliter demõſtrare: eſt poſſibile. Ducat̃ ei linea n h. eritq; ex vltima ſexti ãgulus h n m æq̃lis ãgulo n h k: eo q̃ arcus h m eſt æq̃lis arcui n k. ideo ex 27 primi linea m m: erit æquidiſtãs lineę h k. ¶Cõuerſã quoq; ſi libuerit: cõuerſo modo probabis. Si ei linea m n eſt æquidiſtãs lineę h k: erit arcus n k æqualis arcui m h. Erũt eni ex prima pte 29 primi/ duo ãguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex vltima ſexti duo arcus n k & m h: erunt etiã æquales.



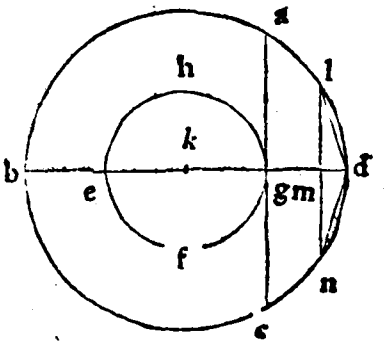


Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 16.

¶Binis orbibus circum idem cẽtrum exiſtẽtibus: in maiori orbe multangulum æquilaterum & parilaterum inſcribere/ non tangẽtem orbem minorem in ſuperficie. 16

¶THEON ex Zãb. ¶Sint bini orbes a b c d, e f g h: circũ idem cẽtrum k.

Oportet in maiori circulo a b c d, multangulũ æquilaterũ & parilaterum inſcribere: nõ tãgẽtẽ ipſum e f g h circulũ. Excitetur per k centrũ / recta linea b d: & a ſigno g ipſi d b rectæ lineę ad ãgulos rectos excitet p 12 primi a g in c. Igit a c tãgit ipſũ e f g h orbẽ. Secãtes iã per 30 tertij ipſã b a d circũferẽtiã diuiduet & ipſius dimidiũ bifariã / & hoc ſemper efficientes: p 1 decimi relinq̃mus quandã circũferẽtiã minorẽ ipſa a d. relin quat: & eſto l d. & ab ipſo l in b d ꝓpẽdicularis excitet p 12 primi l m: extendaturq; in n. & cõnectãtur ipſæ l d, d n, l n. Igitur l d: ipſi d n eſt ęq̃lis. Et quoniã parallelus eſt a c ipſi l n, ſed a c tãgit ipſũ e f g h orbẽ: igit l m nõ tãgit ipſũ orbẽ e f g h. multo minus igitur ipſæ l d, d n: tãgũt ipſum e f g h orbẽ. Si igit ipſi l d rectæ lineæ æquales in cõtinuũ aptabimus in orbe a b c d: deſcribet in orbe a b c d multãgulus æqlaterus & parilaterus nõ tãgens ipſum orbẽ e f g h minorẽ. Quod facere oportuit.

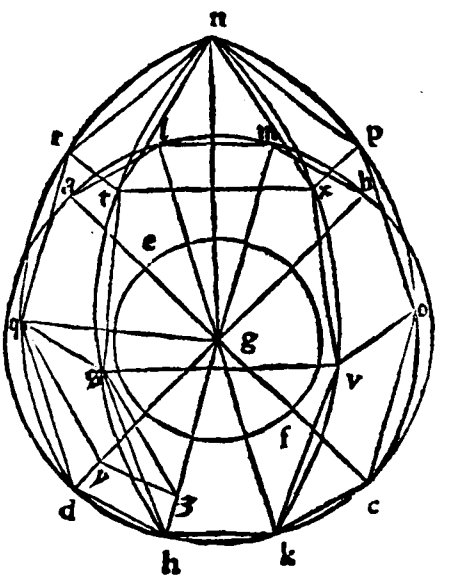


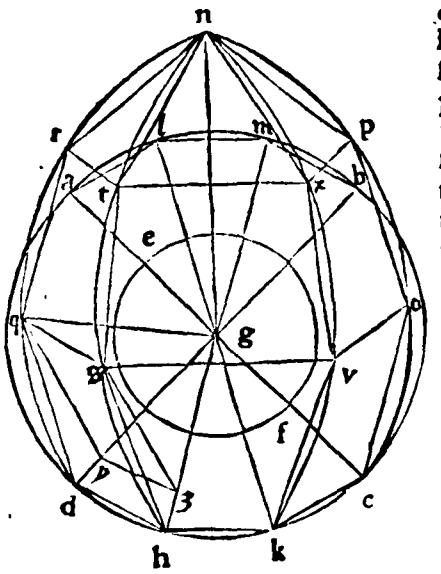
¶ COROLARIVM. ¶ Et inde eſt manifeſtũ: q; perpendicularis quæ ex l in b d, vnum circulum non tangit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 QVab 9 ſphęris vnũ cẽtrũ habẽtib9 ꝓpoſitis: intra maiorẽ earũ ſolidũ multarũ baſiũ ſuperficiẽ minoris ſphęrę minime tãgẽtiũ figuraliter cõſtituere. Quo cõſtituto ſi i miori ſphęra ſiue i q̃libet alia ſphęra ſimile corp9 intelligibiliter conſtituat: erit ꝓportio corpis multarũ baſiũ intra maiorẽ ſphærã cõſtituti ad corpus multarũ baſiũ itra minorẽ ſphęrã vel aliã cõſtitutũ / ſicut diametri maioris ſphęrę ad diametrũ minoris vel alterius proportio triplicata.

¶ CAMP. ¶ Sint propoſitæ duæ ſphæræ, a b c d & e f: vnũ atq; idẽ centrũ quod ſit g, habẽtes. & ſit maior earũ ſphæra a b c d: minor vero ſphęra e f. volumus autẽ intra maiorẽ earũ vnũ corpus multarũ baſiũ conſtituere. de quibus nõ intẽdimus q; ipſæ baſes ſint æquales aut ſimiles: ſed q; nulla earũ tangat ſuperficiẽ minoris ſphæræ. Cũ igitur hoc voluerimus facere: ſecabimus ſimul vtrãq; propoſitarũ ſphærarũ vna plana ſuperficie per cõmune centrũ earũ tranſeũte. eruntq; ex diffinitione ſphæræ & diffinitione circuli / cõmunes ſectiones huius ſecantis ſuperficiei & ſuperficierũ ſphærarũ ꝓpoſitarũ: lineę cõtinẽtes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f: quorũ cẽtrũ eſt cẽtrũ ſphæræ de quo propoſitũ eſt q; ipſũ ſit g. Quadrabimus igit hos duos circulos duabus diametris ſe ſupra cõe centrũ eorũ orthogonaliter ſecãtibus: quæ ſint a c & d b. poſtea maiori circulo ſcdm p̃cepta p̃miſſæ inſcribemus vnũ polygoniũ æglaterũ: nullo ſuorũ laterũ tãgẽs minorẽ circulũ. Et ſufficiat exẽpli cauſa inſcripſiſſe dodecagonũ æquilaterũ: ita q; in quadrante ipſius maioris circuli g eſt c d, ſint tria latera huius dodecagoni q̃ ſint chordæ d h, h k, & k c. q̃ cũ ſint æquales: erũt quoq; ex prima pte 27 tertij arcus earũ æquales. Dehinc a duobus pũctis h & k q̃ ſũt extremitates mediæ chordæ: producemus duas diametros q̃ ſũt h m & k l. & ſup cẽtrũ g erigemus lineã g n ꝓpẽdicularẽ ad ſuperficiẽ circuli a b c d: quã ꝓducemus quouſq; obuiet ſupficiei ſphæræ maioris ſuper pũctũ n. Deinde intelligã quatuor ſupficies ſecãtes ſphæras propoſitas: quarũ vnaquæq; ſecet eas ſup lineã g n. ſcilicet prima earũ: ſupra lineã g n & diametrũ d b. ſecũda: ſuper lineã g n & diametrũ h m. tertia vero: ſup lineã g n & diametrũ k l. quarta autẽ: ſuper lineam g n & diametrum c a. eruntq; ex diffinitionibus ſphęræ & circuli / communes ſectiones harum ſuperficierũ & ſuperficiei ſphæræ maioris: lineæ continẽtes circulos. & erunt portiones inſcriptæ vt inter pũctũ n & quatuor puncta quæ ſunt d, h, k, c: quadrantes horũ circulorum. qui quadrantes ſunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit: q; oẽs ãguli quos cõtinet linea g n cũ vnaquaq; diametrorum protractarum in ſuperficie circuli a b c d, ſunt recti ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem / recti vero anguli in centro, quarę circunferentiæ ſubtendantur. quod ex vltima ſexti euidenter apparet.



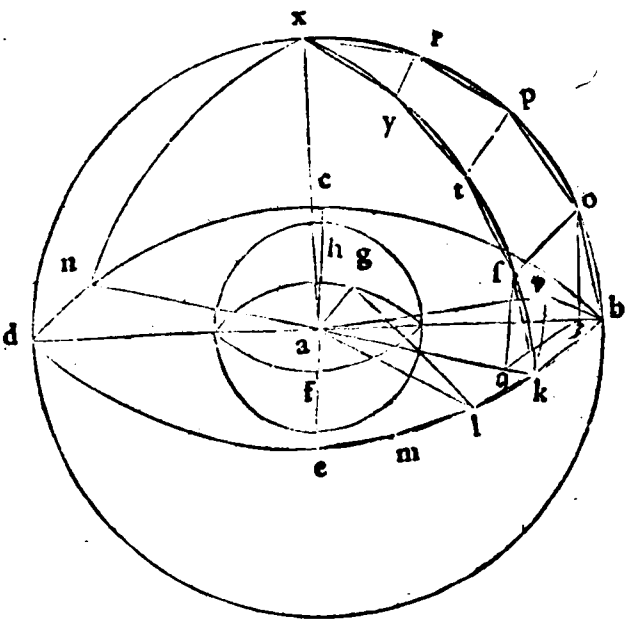


Ex diffinitione autem circulorum ęqualium manifeſtum eſt: ꝙ vnuſquiſ ꝙ horum quatuor circulorum eſt æqualis circulo a b c d. nam diametet omniũ ipſorum: eſt diameter ſphæræ maioris. Igitur per 15 quinti/ quadrantes eorum: ſunt æquales. Quare quinq; arcus quí ſunt d n, h n, k n, c n, & d c: ſunt æquales. In vnoquoq; ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothenuſales chordæ quarum quælibet ſit æqualis chordæ circuli proſtrati: quę ſunt latera polygonij ſibi inſcripti/ & eſt vna earum chorda d h. ſintq; in primo quidem: d q, q r, & r n. in ſecũdo vero: h ſ, ſ t, & t n. in tertio autem: k v, v x, et x n. & in quarto: ſint c o, o p, & p n. Et protrahãtur corauſti coniungentes capita hypothenuſalium chordarum quæ ſint q ſ, ſ v, v o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartę parti ſuperioris hemiſphęrij maioris ſphęrę quę quidẽ quarta pars eſt d n c: inſcriptum eſſe corpus 9 baſium. quarum tres quę coeunt in puncto n, ſunt triangulæ: cæteræ autem ſunt quadrangulæ. ſuntq; harum quadrangularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia: ſed non æquidiſtantia. Corauſti autem inter quoſq; duos circulos interceptí/ ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordæ circuli proſtrati: ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autem ſcies: ſi perpendiculares a corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiem circuli iacentis dimiſeris. de quibus conſtat ꝙ ipſæ cadent ſuper diametros circulorum quos corauſti continuant. quod ex demonſtratis in 13 vndecimi facile depræhendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corauſti q ſ, demiſſæ duæ perpendiculares q y & ſ z: cadentes in diametris d b & h m. & protrahantur lineæ q g & y z. eruntq; ex quarta ſexti duo trianguli q y d & ſ z h: ſimiles. quare proportio duarum perpendicularium q y & ſ z: erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq; ſint chordæ æquales: erunt etiam & perpẽdiculares æquales. At ipſæ ſunt ęquidiſtãtes ex 6 vndecimi. ergo ex 33 primi corauſtus q ſ: eſt æqualis & ęquidiſtãs lineę y z. Et quía ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt æquidiſtans chordæ d h, & ideo minor ea: ſequitur ex 9 vndecimi vt corauſtus q ſ ſit etiam æquidiſtans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaq; chordæ quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacenti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordæ d h) non tangant ſphærã minorem: neceſſe eſt vt nullum latus harum baſium corporis inſcripti ſiue quadrangulæ ſint ſiuæ trigonæ/ tangant eandem minorem ſphæram/ cũ omnia hæc latera ſint ipſis chordis æqualia aut minora. Simpliciter autem dico ꝙ nulla etiam harũ baſium de quibus omnibus manifeſtum eſt ex ſecunda parte 2 vndecimi ꝙ ipſæ ſunt totæ in ſuperficie vna/ poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſperam: eo ꝙ omnis linea recta ducta ſuper quẽlibet punctum cuiuſq; earũ æquidiſtanter corauſto/ minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarum maioris ſphæræ tam ſuperioris hemiſphærij q̃ inferioris ad eius ſimilitudinẽ quadrilateris trilateríſq; ſuperficiebus ſubtexantur: erit maiori ſphęrę corpus 72 baſium ſuperficiem minoris ſphęrę minime tangentium quemadmodũ propoſitum fuerat/ iſcriptũ. ¶ Dico iſuper ꝙ ſi in alia qualibet ſphęra ſimile corpus ſtatuatur: erit proportio vnius ad alterum ſicut diametri vnius ſphæræ ad diametrũ alterius triplicata. Erũt enim ex 72 baſes vtriuſq; corporis: baſes totidem lateratarum pyramidum / quarum omnium vertices erũt in centris ipſarũ ſphęrarũ. Has autem pyramides perficies: ſi a ſingulis angulis inſcriptorum corporum quæ ſunt extremitates chordarum & corauſtorum lineas ad centra ſphærarũ produxeris. Stude itaq; ex diffinitione ſimilium corporum probare cunctas pyramides vnius/ eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato: erit ex 8 huius proportio vniuſcuiuſq; earum vnius ad ſuam relatiuam alterius/ ſicut proportio ſemidiametrorum ſphęrarũ ipſarum triplicata. ſunt eni ſemidiametri ſphęrarum: latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorum eſt ex 15 quinti vna proportio: ex 13 eiuſdem facile concludes propoſitum.

Euclí. ex Zamb. Problema. 2. Propoſitio. 17.

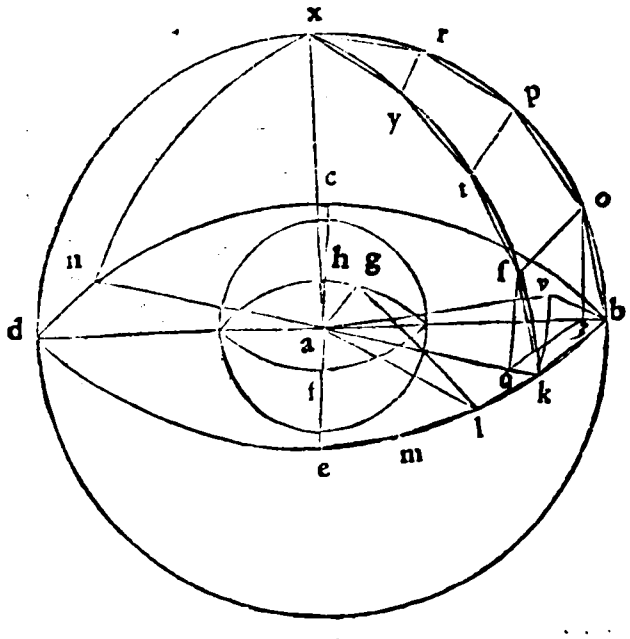
17 ¶Binis ſphæris circũ idem centrum exiſtentibus: in maiori ſphęra ſolidum polyhedrum inſcribere non tangens ſphæram minorem in ſuperficie.

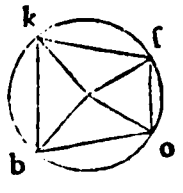
¶THEON ex Zãb. ¶Intelligantur binę ſphęræ circũ idem centrum a. Oportet iam in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum inſcribere: non tangens ſphæram minorem in ſuperficie. Secentur ſphæræ: plano aliquo per centrum. erunt igitur ſectiones circuli: quoniam per 12 diffinitionem vndecimi manẽte diametro & circũducto ſemicirculo fit ſphæra. Quare & in quauis poſitione intelligamus hemicyclium: quod per ipſum ęductum planum/ efficiet in ſuperficie ſphęrę circulum. & manifeſtum q; & maximũ: quoniã ſphęræ diameter quę etiã eſt hemicycli diameter/ & perinde circuli/ maior eſt per 15 tertij omnibus in circulo vel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus b c d e: in minori autem circulus f g h. excitenturq; ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicem b d, c e. & bini s orbibus circa idem centrũ exiſtentibus hoc eſt b c d e, f g h, in maiori circulo b c d e multangulum æquilaterum & parilaterum deſcribatur per præcedẽtem non tangens ſphæram minorem f g h: cuius latera ſint in b e quarta parte/ b k, k l, l m, m e. & connexa k a recta linea: extendatur in n. & excitetur per 12 vndecimi ab ipſo a ſigno: ipſi ipſius b c d e circuli plano ad angulos rectos a x. & comparetur ipſi ſuperficiei ſphæræ per x & per a x. & per vtranq; ipſarum b d, k n, plana producãtur. Faciunt iam per prædicta in ipſius ſphæræ ſuperficie maximos orbes. efficiãt: quorum hemicychia ſint in b d, k n, diametris/ hoc eſt b x d, k x n. Et quoniã x a recta eſt ad ipſius b c d e planũ: & omnia igitur quæ per x a plana, recta ſunt ad ipſius a b c d e circuli planum. quare & b x d, k x n, hemicyclia: recta ſunt ad ipſius b c d e circuli planum. Et quoniã hemicyclia b e d, b x d, k x n, ſunt æqualia in æqualibus nãq; ſunt diametris b d, k n: & b e, b x, k x, quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quot igitur latera multanguli ſunt in b e quarta parte: tot quoq; ſunt in ipſis b x, k x, quartis partibus ipſis k b, k l, l m, m e, rectis lineis æquales. Deſcribantur: & ſint b o, o p, p r, r x, k ſ, ſ t, t y, y x. & connectantur ipſæ ſ o, t p, y r. Et ab ipſis o, ſ, in ipſius b c d e circuli planum perpẽdiculares excitentur. Cadunt inq; in communes ſectiones planorum b d, k n: quoniam & ipſorum b x d, k x n, plana recta ſunt ad ipſius b c d e circuli planũ. cadãt: & ſint o, z, ſ, q. & cõnectãtur z, q. Et quoniã in æqualibus hemicyclijs b x d, k x n, æquales rectæ lineæ ſunt b o, k ſ, & perpẽdiculares ductę ſunt o z, ſ q: æqualis igitur eſt o z ipſi ſ q, & b z ipſi k q. eſt autem & tota b a: toti k a æqualis. & reliqua igitur z a: reliquæ q a eſt æqualis. Eſt igitur ſicut b z ad z a: ſic eſt k q ad q a. parallelus igitur eſt q z: ipſi k b. Et quoniam vtraq; ipſarũ o z, ſ q, recta eſt ad ipſius b c d e circuli planũ: parallelus igitur eſt o z ipſi ſ q. patuit autem: q; & ipſi æqualis. & q z, ſ o, igitur: æquales & paralleli ſunt. Et quoniam q z ipſi ſ o parallelus eſt/ ſed z q ipſi k b parallelus eſt: & ſ o igitur ipſi k b parallelus eſt. & ipſas connectunt: ipſæ b o, k ſ. igitur b o k ſ quadrilaterum: in vno eſt plano. Quoniã per 7 vndecimi ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ/ & ab vtraq; ipſarum accipiantur contingentia ſigna / & ad ipſa ſigna annexa recta linea: in eodem eſt cum ipſis parallelis plano. Idq; propterea & vnũquodq; ipſorum ſ o p t, r y t p, quadrilaterorum: in vno eſt plano. Eſt autẽ triangulũ y r x, in vno plano. Si vero intelligamus a ipſis o, ſ, p, t, r, y, ſignis in a connexas rectas lineas: conſtituetur quædam figura ſolida polyhedra inter b x, k x, circũferentias/ ex pyramidibus comprehenſa/ quarum baſes quidẽ



ſunt k b o ſ, ſ o t p, p t r y, quadrilatera/ & y r x triangulum/ vertex autem a ſignum. Si autem & in vnoquoq; ipſorum k l, l m, m e, laterum, ſicut in b k eadem conſtruamus/ & inſuper in reliquis tribus quartis partibus/ & in reliquo hemiſphærio: conſtituetur figura ſolida polyhedra deſcripta in ſphęra/ contẽta ex pyramidibus quarum baſes ſunt prędicta quadrilatera & triangulum y x r, & quę in eodẽ ordine eis/ vertex autẽ a ſignũ. Dico q; prædicta polyhedra non tanget minorẽ ſphæram in ſuperficie: in qua eſt circulus f g h. Excitetur per 11 vndecimi ab ipſo a ſigno/ in ipſius k b o ſ quadrilateri planũ/ perpendicularis a v: & comparetur ipſi plano per v ſignum. & connectantur b v, v k. Et quoniã a v recta eſt ad ipſius b k o ſ planum: & ad omnes igitur ipſam tãgentes rectas lineas & exiſtentes in ipſius quadrilateri plano recta eſt a v per 2 diffinitionẽ vn decimi. Igitur a v: recta eſt ad vtranq; ipſarum b v, v k. Et quoniam per 15 diffinitionẽ primi a b ipſi a k eſt æqualis: æquũ eſt & quod ex a b ei qđ ex a k. Et ipſi quidẽ quod ex a b: ęqualia ſunt per 47 primi ea quę ex a v, v b. rectus enim: qui ad v. Ipſi autem quod ex a k: æqualia ſunt quæ ex a v, v k. Quæ igitur ex a v, v b: æqua ſunt eis quæ ex a v, v k. Commune auferatur quod ex a v. reliquũ igitur quod ex b v: reliquo quod ex v k eſt ęquale. ęqualis igitur eſt b v: ipſi v k. Similiter iam demonſtrabimus q; & quæ ab v ad o ſ connexæ rectæ lineæ: æquales ſunt vtriq; ipſarum b v, v k. Centro igitur v, & ſpacio altero ipſorum b v, v k, circulus deſcriptus, ibit etiã per o, ſ: & quadrilaterum k b o ſ erit in circulo. Et quoniam k b maior eſt ipſa q z, æqualis autẽ eſt q z ipſi ſ o: maior igitur eſt b k ipſo ſ o. Aequalis autem eſt k b: vtriq; ipſarum k ſ, b o. & vtraq; igitur ipſarum k ſ, b o: ipſo ſ a maior eſt. Et quoniã in circulo quadrilaterũ eſt k b o ſ, & b k, b o, k ſ, ęquales/ & minor o ſ, & ex centro circuli eſt b v: igitur quod ex k b, eo quod ex b v maius eſt q̃ dimidium. Excitetur per 12 primi ab ipſo k: in b z perpendicularis k z. Et quoniã b d ipſa d z minor eſt q̃ dupla/ eſtq; ſicut b d ad d z ſic quod ex d b, b z, ad id quod ſub d z, z b, deſcripto autẽ ab ipſa b z quadrato comple toq; in altero parallelogrammo: & quod ſub d b, b z, igitur eo quod ſub d z, z b, minus eſt q̃ duplum, & connexa k b: quod ſub d b b z, æquum eſt ei quod ex k z. Igitur quod ex k b: eo quod ex k z minus eſt q̃ duplum. Sed quod ex k b: eo quod ex b v maius eſt q̃ duplum. maius igitur eſt quod ex. k z: eo quod ex b v. Et quoniam per 15 diffinitionem primi b a: ipſi k a eſt æqualis: æquum eſt & quod ex b a ei quod ex k a. Ei autem quod ex a b: per 47 primi æqualia ſunt quæ ex b v, v a. Ei autem quod ex k a: per 47 primi æqua ſunt quæ ex k z, z a. Quæ igitur ex b v, v a: æqualia ſunt eis quæ ex k z, z a. quorum quod ex b z: maius eſt eo quod ex b v. Reliquũ igitur quod ex z a: maius eſt eo quod ex v a. Maior igitur eſt a v ipſa a z. multo igit̃ maior eſt a v ipſa: a g. Eſtq; ipſa a v in vna ipſius polyhedri baſi: & a g in minoris ſphærę ſuperficie. Quare & polyhedrum non tangit ſphæram in ſuperficie. Quod facere oportebat.

¶ Oſtẽdendum iam & aliter ac expeditius: q; maior eſt a v, ipſa a g. Excitetur per 11 primi ab ipſo g ipſi a g ad angulos rectos g: & connectantur, a. l Secantes iam per 30 tertij ipſam e b circũferentiam diuidue/ & dimidium ipſius diuidue/ & hoc ſemper facientes: relinquemus quãdã circunferentiam quę eſt minor circunferentia contenta ſub b c d e circulo & æquali ipſi g l. relinquatur: & eſto k b circũferẽtia. Minor igitur eſt & k b recta linea: ipſa g l. Et quoniam in circulo eſt b k ſ o quadrilaterum / & æquales ſunt o b, b k, k ſ, & minor eſt o ſ: angulus igitur qui ſub b v k obtuſus eſt. maior igitur eſt b k: ipſa b v. Sed ipſa k b maior: eſt ipſa g l. multo maior igitur eſt g l: ipſa b v. maius igitur eſt & qđ ex g l: eo quod ex b v. Et quoniã per 15 diffinitionẽ primi/ a l ipſi a b eſt ęqua





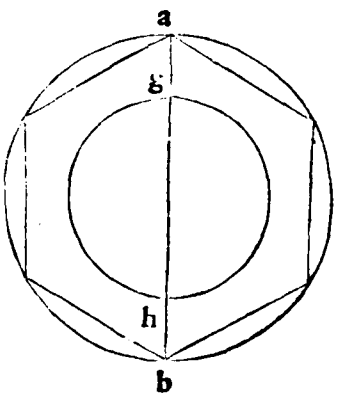
lis:& quod ex a l igitur ei eſt æquũ quod ex a b. Sed ei quod ex a l: æqua ſunt quæ ex b v, v a. Quę igitur ex a g, g l: ęqualia ſunt eis quę ex b v, v a. Quorũ quod ex b v: minus eſt eo quod ex gl. & reliquum igitur quod ex v a: maius eſt eo quod ex a g. Maior igitur eſt a v: ipſa a g. Binis igitur ſphęris circũ idẽ centrum exiſtentibus: in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum deſcriptum eſt/ non tangens minorem ſphæram in ſuperficie. Quod facere oportuit.

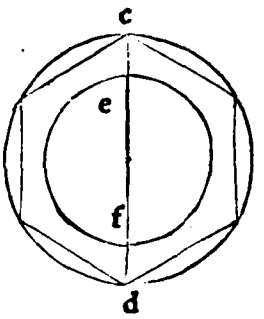
¶CORRELARIVM. ¶Si vero & in altera ſphæra q̃ ſit in b c d e ſphę ra/ ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrum inſcribatur: in ipſa b c d e ſphæra ſolidum polyhedrum ad id quod in altera ſphæra ſolidum polyhedrũ triplam habet rationem/ q̃ ipſius b c d e ſphæræ dimetiens ad ipſius alteri⁹ us ſphęræ dimetientẽ. Diſtributis nãq; ſolidis in numero ęquales & ęqualis or dinis pyramidas: pyramides ſimiles erũt. Similes vero pyramides: per 8 duo⁹ decimi adinuicem in tripla ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius baſis quidem eſt k b o ſ quadrilaterum/ vertex autem a ſignum: ad eã quæ in altera ſphæra ſimilis ordinis pyramida triplã habet rationẽ/ q̃ ſimi⁹ lis rationis latus ad ſimilis rationis latus. hoc eſt q̃ a b q̃ eius ex centro ſphęrę quæ circũ a centrum: ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ. Similiter & vna⁹ quęq; pyramis quæ in ſphæra quę circũ centrum a: ad quãlibet pyramida eiuſ dem ordinis in altera ſphæra/ triplam habebit rationem q̃ a b ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ. Et ſicut vnum antecedentium ad vnum ſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Quare totum ſolidum polyhedrũ quod in ſphæra quæ circũ centrũ a: ad totum ſolidũ polyhedrũ quod in altera ſphæra/ triplam rationẽ habebit q̃ a b ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ/ hoc eſt quæ b d diameter ad alterius ſphęrę diamerũ. Quod oſtẽdere oportuit.

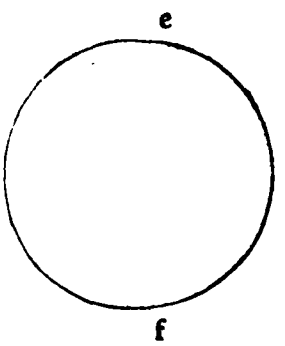
Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

15 OMnium duarum ſphęrarum eſt proportio alterius ad alteram: tanquã ſuæ diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

¶CAMP. ¶Sint duæ ſphæræ a b & c d: quarum diametri ſint a b & c d. Dico q⁹ proportio earum: eſt ſicut ſuarũ diametrorũ proportio triplicata. Cuius demonſtratio eſt. Quoniam neq; ad minorem ſphæram q̃ ſit ſphæra c d, neq; ad maiorem/ eſt proportio ſphęrę a b: ſicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Eſto quidẽ proportio ſphæræ a b ad ſphæram e f: ſicut diametri a b ſphę ræ a b, ad diametrũ c d triplicata. Demonſtrabo itaq; q⁹ ſphæra e f non poteſt eſſe minor neq; maior q̃ ſphæra c d. Si enim affirmet aduerſarius eam eſſe minorem: imaginabor eam includi a ſphæra c d, & circũduci ab eodem cẽtro. & inſcribam ſphærę c d iuxta pręcepta præmiſſę: vnum corpus multarum baſi um non tangentium ſuperficiem ſphęræ e f minoris. dicaturq; iſtud corpus no mine ſphæræ cui inſcribitur/ c d. Poſtea ſimile corpus multarũ baſium inſcri⁹ bam ſphærę a b: quod etiã nomine ſuæ ſphæræ dicatur a b. Conſtat itaq; ex ſe⁹ cunda parte præmiſſæ & 11 quinti: q⁹ proportio ſphæræ a b ad ſphæram e f, eſt ſicut corporis multarum baſium quod eſt a b, ad corpus multarum baſiũ quod eſt c d. vtraq; enim: eſt ſicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc au tem: ex hypotheſi. illa vero: ex ſecunda parte pręmiſſę. Quare permutatim pro portio ſphæræ a b ad corpus multarum baſium a b: eſt ſicut ſphæra e f ad cor⁹ pus multarum baſium c d. Cum igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b: erit etiam ſphæra e f maior corpore multarum baſium c d. Hoc autem eſt impoſſibile. nam ipſa eſt pars eius. Non eſt ergo ſphæra e f: minor ſphæra c d. Si autem dicat aduerſarius eam eſſe maiorem: cõfutabimus ipſum hoc modo. Erit enim per conuerſam proportionalitatem ſphæra e f ad ſphæ⁹ ram a b: ſicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaq; eadem ſphę⁹ ræ c d: ad ſphæram g h. eritq; ex 14 quinti ſphæra g h, minor ſphæra a b: eo q⁹ ſphæra c d poſita eſt minor ſphæra e f. Quare proportio ſphæræ c d ad ali⁹ quam ſphæram minorem ſphæra a b: eſt ſicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc eſt impoſſibile. nã ex hoc ſequitur: q⁹ pars ſit maior ſuo toto vt demõſtratũ eſt prius. Itaq; ſphęra e f: nõ eſt maior neq; minor q̃ ſphęra c d. Igitur ex 7 quinti cõclude propoſitã cõcluſionẽ: q̃ ponit finẽ libro duodecimo.

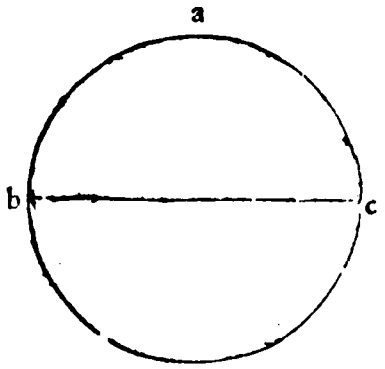




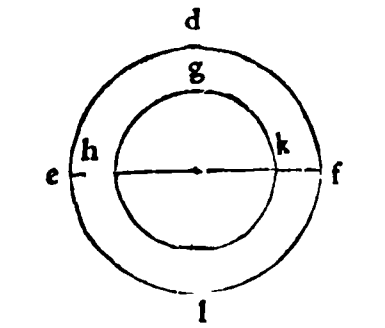


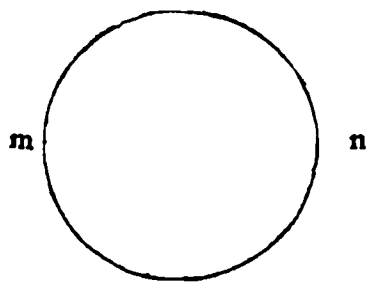
Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

¶ Sphæræ adinuicem: in triplici ſunt ratione propriorum dimetientium. 18



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Intelligantur ſphæræ a b c, d e f: diametri vero ipſarum ſint b c, e f. dico q̄ ſphæra a b c ad ſphærā d e f: triplam habet rationem q̄ b c ad e f. Si autem non: habebit igitur a b c ſphæra ad minorem aliquam ipſa d e f ſphęra/ triplam rationem/ vel ad maiorem/ q̄ b c ad e f. Habeat prius ad minorem g h k. & intelligatur d e f ſphęra: ipſi g h k circū idem centrum. deſcribaturq̄ per præcedentem/ in ſphæra maiori d e f: ſolidum polyhedrum non tangens minorem ſphæram g h k in ſuperficie. Deſcribatur autē per eandem & in a b c ſphęra: ei quod in d e f, ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrum. Igitur per correlarium eiuſdem ſolidum polyhedrum quod in ſphæra a b c: ad id ſolidum polyhedrum quod in d e f, triplam habet rationem q̄ b c ad e f. Habet autem & a b c ſphæra: ad g h k ſphæram/ triplam rationem q̄ b c ad e f. eſt igitur ſicut ſphæra a b c ad ſphæram g h k: ſic ſolidum polyhedrum quod in a b c ſphæra/ ad ſolidum polyhedrum quod in d e f ſphæra. Viciſſim igitur per 16 quinti ſicut a b c ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrum: ſic g h k ſphæra ad id quod in d e f ſphæra ſolidum polyhedrum. Maior autem eſt a b c ſphæra: ei quod in ſe polyhedro. Maior igitur & g h k ſphæra: eo quod in d e f ſphæra polyhedro. Sed et minor. ab ipſo nāq̄ compræhenditur. quod eſt impoſſibile. Sphæra igitur a b c: ad minorem ipſa d e f ſphæra/ triplam rationem non habet q̄ b c diameter ad d f diametrum. Similiter iam demonſtrabimus: q̄ neq̄ d e f ſphæra/ ad minorem ipſa a b c ſphæra/ triplam habet rationem q̄ e f ad b c. ¶ Dico iam q̄ neq̄ ſphæra a b c: ad maiorem aliquā ipſa d e f ſphæra triplam habet rationem q̄ b c ad e f. Si enim poſſibile: habeat ad maiorem l m n. Conuerſim igitur ſphæra l m n ad ſphæram a b c triplam habet rationem: q̄ diameter e f ad diametrum b c. Sicut autē l m n ſphæra ad a b c ſphæram: ſic d e f ſphæra ad minorē aliquā ipſa a b c ſphęra/ ſicut antea patuit. quoniam maior eſt l m n ipſa d e f. & ſphæra d e f ad minorem ipſa a b c ſphæra triplam habet rationem q̄ e f ad b c. quod eſt impoſſibile. Igitur ſphęra a b c: ad maiorem ipſa d e f ſphæra/ triplam rationē non habet q̄ b c ad e f. Patuit autē q̄ neq̄ ad minorem. Ipſa igitur a b c ſphæra: ad d e f ſphæram/ triplam habet rationem q̄ b c ad e f. Quod oſtendendum fuerat.



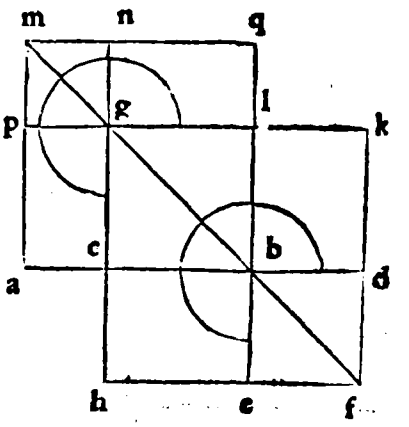


EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum Elementorum
duodecimi libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Greco commentatore, interprete Bartholamæo Zãberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber tertiuſdecimus.

Euclides ex Campano. Propoſitio 1.

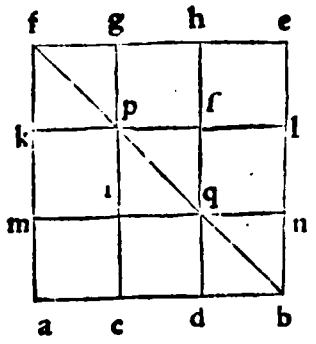
1 CVm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema/ ſi maiori portioni linea in longũ addatur æqualis dimidio ipſius lineæ proportionaliter diuiſę: quadratum lineæ ex eis duabus compoſitę/ quadrati medietatis eiuſdem lineæ diuiſæ quintuplũ eſſe neceſſe eſt.



¶CAMP. ¶Sit linea a b diuiſa in puncto c: prout docet 29 ſexti. & ſit maior portio eius/ linea b c: cui b ſ directe adiungatur linea b d, quę ſit æqualis medietati totius a b. Dico q; quadratũ lineæ c d: erit quintuplũ ad quadratũ lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d: & ſit eius quadratum d e. & circũponã huic quadrato gnomonem ſecundum quantitatem lineæ b c: protracta diametro f b g. ſitq; circũpoſitus gnomo e g d. eritq; ex 22 ſexti ſuperficies inde compoſita/ quæ ſit h k: tanq; quadratũ lineæ c d. Dico igitur quadratum h k: quintuplum eſſe ad quadratum d e. Sit igitur c l: quadratum circũpoſiti gnomonis. ſibiq; circũponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b vſq; ad m: ſitq; hic gnomo c m l. & protrahantur lineæ c n & p l æquidiſtanter lateribus oppoſitis: ſecantes ſe ſuper diametrum f m in puncto g. Manifeſtum eſt autem ex 22 ſexti/ q; compoſitum ex hoc ſecũdo gnomone & quadrato c l (& ipſum quadratum ſit a q) eſt quadratũ lineæ a b. quod ex quarta ſecundi neceſſe eſt eſſe quadruplum ad quadratum d e: eo q; linea b d eſt medietas lineæ a b. Cũq; ſit ex prima parte 16 ſexti ſuperficies a n, ideoq; per 43 primi ſuperficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq; & m l, ex b a in a c: & c l prouenit ex c b in ſe) & cum ex prima ſexti ſit a l dupla ad l d, ideoq; b æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi: erit ex hac communi ſcientia (ſi æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratum a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus eſt ad quadratum d e: quemadmodum erat quadratum a q. Itaq; totum quadratum h k: cum ipſum conſtet ex ſimplo & quadruplo/ erit ex communi ſciẽtia quintuplum ad idem. Quod eſt propoſitum. ¶Idem aliter. ¶Ex quarta ſecũdi conſtat: q; quadratũ lineæ a b, eſt quadruplum ad quadratum lineæ b d. At per ſecũdã eiuſdẽ quod fit ex a b in b c & in a c: eſt æquale quadrato a b. quod autẽ ex a b in b c: æquũ eſt ei quod ex b d bis in b c. quod ex prima ſecundi manifeſtum eſt: cum a b ſit dupla ad b d. At vero quod ex a b in a c eſt ex prima parte 16 ſexti æquale quadrato b c. Itaq; per communẽ ſcientiam quod fit ex b d bis in b c, & quod ex b c in ſe: eſt æquale quadrato a b, & ideo eſt quadruplum ad quadratũ b d. Quare ſuperadditto quadrato b d, erit totũ aggregatũ: quintuplum/ videlicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta ſecundi hoc totum eſt æquale quadrato c d: conſtat verum eſſe quod dixímus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

SI recta linea extrema & media ratiõe ſecetur: maius ſegmentum admittens totius dimidiam/ quintuplum poteſt eius quod ex totius dimidia.

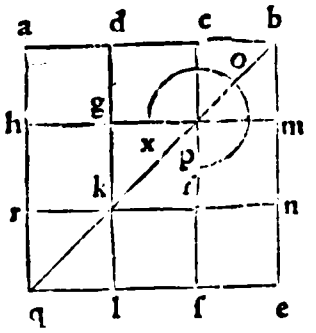


Quare ex ſecũda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundũ proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema: & maior portio eius eſt linea c d. ¶Idẽ aliter. Cum ſit ex hypotheſi quadratũ lineæ a d quintuplũ ad quadratũ lineæ c d, & ex 6 ſecundi idẽ ipſum quadratũ ſit æquale ei quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, ſequitur vt id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, ſit quintuplũ ad idẽ quadratũ c d. Ideoq; eo dempto: erit reſiduũ videlicet quod fit ex a b in a c, quadruplũ ad ipſum. Et quia etiã ex 4 ſecũdi quadratũ lineæ c b eſt quadruplũ ad idem: neceſſe eſt vt quod fit ex a b in a c, ſit æquale quadrato c b. Quare iterũ ex ſecũda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema in puncto c: & maior portio eſt linea c b.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

¶Si recta linea media & extrema ratione ſecetur: minus ſegmẽtum admittens dimidiã maioris ſegmenti, quincuplũ poteſt eius quod a media maioris ſegmenti fit quadrati. 3

¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim quędã linea a b, media & extrema ratione ſecetur in c ſigno: ſitq; maius ſegmẽtũ a c. ſeceturq; per 10 primi a c bifariã in d. Dico q; quod ex b d: quincuplũ poteſt eius quod d c. Deſcribatur per 46 primi ex a b, quadratũ a e: & deſcribatur figura. Et quoniã a c dupla eſt ipſius d c: quadruplum igitur eſt quod ex a c eius quod ex d c, hoc eſt r ſ ipſius f g. Et quoniam quod ſub a b, b c, æquum eſt ei quod ex a c, eſtq; quod ſub a b, b c, ipſum c e, & quod ex a c id quod r ſ: igitur c e ipſi r ſ eſt æquale. Quadruplum autem eſt r ſ: ipſius f g. quadruplum igitur eſt & c e: ipſius f g. Rurſus quoniã æqualis eſt a d ipſi d c: æqualis eſt & h k ipſi k f. quare & g f quadratũ: æquum eſt ipſi h l quadrato. æqualis igitur eſt g k ipſi k l, hoc eſt m n ipſi n e. quare & m f: ipſi f e eſt æquale. Sed m f: ipſi ç g eſt æquale. & c g igitur: ipſi f e eſt æquale. Commune apponatur c n. Igitur x o p gnomon: æquus eſt ipſi c e. Sed c e: quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius g f. & x o p igitur gnomon: ipſius g f quadruplus eſt. Igitur quadratum d n: quincuplum eſt ipſius f g quadrati. eſtq; d n ad quod ex d b: & g f quod ex d c. Quod ex d b igitur: quincuplum poteſt eius quod ex d c. Quod oſtendere oportuit.

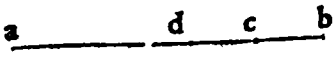


Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

Zamb. 5.

SI ſecundum proportionem habentem mediũ & duo extrema qualibet linea fuerit diuiſa, ei q; in longũ directe tanq; maior ſectio adijciatur: erit totam lineam inde cõpoſitam ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe, & erit eius maior portio linea prima. 4

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in pũcto c: & ſit eius maior portio c b. totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ ſit æqualis c b. Dico q; tota a d eadem proportione diuiſa eſt in pũcto b: & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima. Eſt enim ex diffinitione, a b ad b c: ſicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, ſicut ad b c: igitur ex vndecima eiuſdẽ a b ad b d, ſicut b c ad c a. quare per conuerſam proportionalitatem b d ad b a: ſicut a c ad c b. & coiunctim d a ad a b: ſicut a b ad b c. Cũq; ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d: erit ex vndecima eiuſdẽ d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundũ proportionẽ habentem medium & duo extrema: & maior portio eius eſt linea a b. Quod eſt propoſitum. ¶Eodem quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuſlibet lineæ ſecundum prædictam proportionem diuiſæ tanq; minor portio detrahatur: erit ipſa maior portio ſecundum eandem proportionem diuiſa, eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa: ſitq; maior portio a c, a qua detrahatur c d æqualis c b. Dico q; a c eſt diuiſa ſecũdũ proportionẽ eandẽ in puncto d: & quod maior portio eius eſt linea d c. Cum enim ſit ex diffinitione, b a ad a c ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d: erit ex vndecima eiuſdem b a ad a c, ſicut a c ad c



d.ideoq; per 19 quinti ſicut c b reſiduum ad d a reſiduũ. Sed ex ſeptima eiuſdẽ / c b ad d a: ſicut c d ad d a. itaq; a c ad c d: ſicut c d ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea quã auctor proponit addítio / nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio / quãtũcũq; vtralibet in prolixum tẽ dat: a proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.

Eucli ex. Camp. Propoſitío 5.

5 SI ſecundũ proportionem habẽtẽ mediũ & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa: quod ex tota linea quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta / triplum ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur.

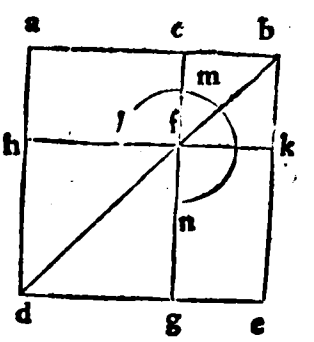
Zamb. 4.

¶CAMP. ¶Sit linea a b, diuiſa per ſępe dictã proportionẽ in puncto c: ſitq; maior portio eius linea c b. Dico q; quadrata duarũ linearũ a b & c a pariter accepta: triplum ſunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta: ſunt ex 7 ſecundi quãtũ quadratum c b. & duplũ eius quod fit ex a b in a c. Itemq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti: manifeſtum eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 4. Propoſitio. 4.

Camp. 5.

4 ¶Si recta linea extrema mediaq; ratione ſecetur: quod ex tota & quod ex minori ſegmento vtraq; quadrata / trípla ſunt eius quod a maiori ſegmento fit quadrato.

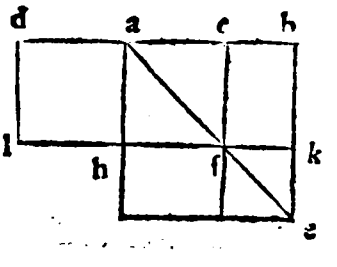


¶THEON ex Zamb. ¶Sit recta linea a b, ſecetur q; extrema & media ratione in c: ſitq; maius ſegmẽtũ a c. Dico q; quę ex a b, b c: tripla ſunt eius quod ex ipſa c a. Deſcribatur per 46 primi ab ipſa a b quadratũ a d e b: & deſcribatur figura. Quoniã igitur a b extrema & media ratione ſecatur in c, & maius ſegmẽtũ eſt a c: quod igitur ſub a b, b c, æquũ eſt ei quod ex a c. eſtq; id quod ſub a b, b c, id quod a k: quod autẽ ex a c, id quod h g. ęquũ igitur eſt a k ipſi h g. Sed a f: ipſi f e ęquũ eſt. apponatur cõmune c k, totũ igitur a k: toti c e eſt æquale. Igitur a k, c e: ipſius a k dupla ſũt. Sed a k, c e: ſunt id quod l m n gnomon & c k quadratum. Igitur l m n gnomon & c k quadratũ: dupla ſunt ipſius a k. Sed q; a k ipſi h g ſit æquale: oſtenſum eſt. Igitur l m n gnomon & c k quadratum: dupla ſunt ipſius h g. quare l m n gnomon & c k, h g, quadrata: dupla ſunt ipſius h g q̃drati. Et l m n gnomõ & c k, h g, quadrata: ſunt totũ a e, & c k, quę ſunt ex a b, b c, quadrata, & g h ipſum a c quadratũ. quę igitur ex b a, b c, quadrata: tripla ſunt eius quod ex a c q̃drati. Quod oſtẽdere oportuit.

Eucli ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Camp. 4.

5 ¶Si recta linea extrema & media ratione ſecetur / apponatur que eidem æqualis maiori ſegmento: tota recta linea extrema & media ratione ſecatur / & maius ſegmentum eſt ea quæ in princípio recta linea.



¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim quædam linea a b extrema & media ratione ſecetur in c ſigno: & ſit maius ſegmentum a c. & ipſi a c æqualis ponatur a d. Dico q; d b recta linea extrema & media ratiõe ſecatur in a: & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea a b. Deſcribatur enĩ per 46 primi ex a b, quadratũ a e: & deſcribatur figura. Quoniã enĩ ab extrema & media ratione ſecatur in c: quod ſub a b, b c, æquum eſt ei quod ex a c. eſtq; quod ſub a b, b c, id quod c e: & id quod ex a c, ipſũ c h. æquũ igitur eſt c e: ipſi h c. ſed ipſi quidẽ c e, ęquũ eſt h e: ipſi autẽ h c, ęquũ eſt d h. & d h igitur: ipſi h e eſt ęquale. Cõmune adijciatur h d. totũ igitur d k: toti a e eſt ęquale. eſtq; d k id quod ſub b d, d a. ęqualis enĩ eſt a d, ipſi d l: & a e, ei quod ex a b. quod igit ſub b d, d a: ęquũ eſt ei quod ex a b. Eſt igit ſicut d b ad b a: ſic b a ad a d. Maior autẽ eſt d b: ipſa b a. maior igitur & b a: ipſa a d. ipſa igitur b d, extrema & media ratione ſecatur in a: & maius ſegmẽtũ eſt a b. Quod erat oſtendendũ.

¶Quid ſit reſolutio.

¶RESOLVTIO: eſt aſſumptio quęſiti tanquã conceſſi per ea quæ ſequuntur in verum aliquod conceſſum.

¶Quid ſit compoſitio.

¶COMPOSITIO vero: eſt aſſumptio conceſſi per ea quę ſequuntur in quęſiti terminationem ſiue occupationem.

¶RESOLVTIO primi theorematis. ¶Recta enim quædam linea a b, extrema & media ratione ſecetur in c: ſitq; maius ſegmẽtũ a c. & dimidio ipſius a b: æqualis apponatur a d. Dico q; quod ex c d: eius quod ex a d quincuplũ eſt. Quoniã enĩ quod ex c d eius quod ex d a quincuplũ eſt / at quod ex c d eſt ea quæ ex c a, a d, vna cum eo quod bis fit ſub c a, a d: quæ igitur ex c a, a d, vna cum eo quod bis ſub c a, a d, quincuplũ eſt eius quod ex a d. patet igitur q; quod ex c a, vna cũ eo quod bis ſub c a, a d: quadruplũ eſt eius quod ex a d. Sed ei quod bis fit ſub c a, a d: ęquum eſt id quod ſub c a, a b. dupla enĩ eſt b a ipſius a d. Et autẽ quod ex a c: æquũ eſt quod ſub a b, b c. ipſa enim a b extrema & media ratione ſecatur. quod igitur ſub b a, a c, vna cũ eo quod ſub a b, b c: quadruplũ eſt eius quod fit ex a d. Sed quod ex a b: q̃druplũ eſt eius quod fit ex a d. ſed quod ſub b a, a c, vna cũ eo quod ſub a b, b c: eſt id quod ex a b. Quod igit ex a b: eius quod ex a d quadruplũ eſt. dupla enĩ eſt a b: ipſius a d. 1

¶COMPOSITIO primi theorematis. ¶Quoniam igitur quod ex b a eius quod ex a d quadruplũ eſt / ſed quod ex b a eſt id quod ſub b a, a c, vna cũ eo quod ſub a b, b c: quod igitur ſub b a, a c vna cũ eo quod ſub a b, b c, quadruplũ eſt eius quod ex a d. Sed quod ſub b a, a c: æquũ eſt ei quod bis ſub d a, a c. quod aũt ſub a b, b c: ei eſt ęquum quod ex a c. quod igitur ex a c vna eũ eo quod bis ſub d a, a c: quadruplũ eſt eius quod ex d a. Quare quod ex d a, a c, vna cũ eo quod bis ſub d a, a c: quincuplũ eſt eius quod ex d a. Quæ autẽ ex d a, a c, vna cũ eo quod bis ſub d a, a c: eſt id quod ex c d. quod igitur ex c d: quincuplũ eſt eius quod ex d a. Quod oſtendere oportuit.

¶RESOLVTIO ſecũdi theorematis. ¶Recta enĩ quædã linea c d, ſui ipſius ſegmẽto d a, quĩcuplũ poſſit: ipſius autẽ d a, dupla ſit a b. Dico q; a b extrema & media ratione ſecatur in c ſigno: & maius ſegmẽtum eſt a c quæ eſt reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniã enĩ a b extrema & media ratione ſecatur in c, & maius ſegmentũ eſt a c: quod igitur ſub a b, b c, æquũ eſt ei quod ex a c. Eſt autẽ & quod ſub b a, a c, ęquum eſt ei quod bis ſub d a, a c. dupla enim eſt b a: ipſius a d. Quod igitur ſub a b, b c, vna cũ eo quod ſub b a, a c, quod eſt id quod ex a b: æquũ eſt ei quod bis ſub d a, a c, vna cum eo quod ex a c. Quod autem ex a b: eius quod ex d a quadruplum eſt. quadruplũ igitur eſt & quod bis ſub d a, a c, vna cum eo quod ex a c: eius quod ex a d. Quare quę ex d a, a c, vna cũ eo quod bis ſub d a, a c, quod eſt id quod ex c d: quincuplum ſunt eius quod ex d a. 2

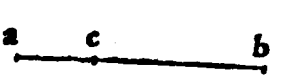
¶COMPOSITIO ſecũdi theorematis. ¶Quoniã igitur quod ex c d quincuplũ eſt eius quod ex d a, quod autẽ ex c d eſt id quod ex d a, a c, vna cum eo quod bis ſub d a, a c: quæ igitur ex d a, a c, vna cũ eo quod ſub d a, a c, quĩcupla ſunt eius quod ex d a. manifeſtũ autẽ: q; quod bis ſub d a, a c, vna cũ eo quod ex c a: quadruplũ eſt eius quod ex a d. quod igitur bis ſub d a, a c, quod eſt totum quod ex b a, a c, vna cum eo quod ex a c: æquum eſt ei quod ex a b. Sed quod ex a b: eſt id quod ſub a b, b c, vna cũ eo quod ſub b a, a c. quod igitur ſub b a, a c, vna cum eo quod ſub a b, b c: ęquum eſt ei quod ſub b a, a c, vna cum eo quod ex a c. & ſublato eo quod ſub b a, a c: reliquum igitur quod ſub a b, b c, æquum eſt ei quod ex a c. Eſt igitur ſicut b a, ad a c: ſic a c ad c b. Maior autem eſt b a: ipſa a c. maior igitur eſt & a c: ipſa c b. Igitur a b, extrema & media ratione ſecatur in c: & maius ſegmẽtum eſt a c. Quod erat oſtendendum.

¶RESOLVTIO tertij theorematis. ¶Reſta enĩ quedã linea a b, extrema & media ratione ſecetur in c ſigno: ſitq; maius ſegmentũ a c. & ipſius a c: dimidia eſto c d. Dico q; quod ex b d: ipſius c d quincuplũ eſt. Quoniã eni quod ex b d, eius quod ex c d quincuplũ eſt: quod autem ex d b, eſt id quod ſub a b, 3

b c, vna cum eo quod ex d c: quod igitur ſub a b, b c, vna cũ eo quod ex d c, quincuplũ eſt eius quod ex d c. Manifeſtũ igitur quod ſub a b, b c: quadruplũ eſt eius quod ex d c. Et autẽ quod ſub a b, b c: æquum eſt id quod ex a c. ipſa enim a b: extrema & media ratione ſecatur in c. quod igitur ex a c: quadruplũ eſt eius quod ex d c. eſt igitur a c: dupla ipſius d c.

¶COMPOSITIO tertij theorematis. ¶Quoniam igitur a c ipſius d c dupla eſt: quadruplũ eſt quod ex a c, eius quod ex d c. Sed ei quod ex a c: æquum eſt quod ſub a b, b c. quod igitur ſub a b, b c: eius quod ex d c quadruplũ eſt. Cõponẽdo per 18 quinti quod igitur ſub a b, b c, vna cũ eo quod ex d c, quod eſt id quod ex d b: quincuplũ eſt eius quod ex d c. quod oſtendere oportuit.

4 ¶RESOLVTIO quarti theorematis. ¶Recta inq̃ linea a b, extrema ac media ratione ſecetur in c: et ſit maius ſegmẽtũ a c. Dico ꝙ quę ex a b, b c: tripla ſunt eius quod ex a c. Quoniã enĩ quæ ex a b, b c, tripla ſunt eius quod ex a c, ſed quæ ex a b, b c, ſunt id quod bis ſub a b, b c, vna cum eo quod ex a c: quod igitur bis ſub a b, b c, vna cum eo quod ex a c, triplum eſt eius quod ex a c. manifeſtum eſt igitur: ꝙ quod bis ſub a b, b c, eius quod ex a c duplũ eſt. Quare totum quod ſub a b, b c: æquum eſt ei quod ex a c. Ipſa igitur a b: extrema & media ratione ſecatur in c.



¶COMPOSITIO. ¶Quoniã igitur a b, extrema & media ratione in c ſecatur/maiuſq; ſegmentũ eſt a c: quod igitur ſub a b, b c, ei eſt æquũ quod ex a c. quod bis igitur ſub a b, b c: duplũ eſt eius quod ex a c. Cõponẽdo per 18 quinti quod igitur bis ſub a b, b c, vna cũ eo quod ex a c: triplũ eſt eius quod ex a c. Sed quod bis ſub a b, b c, vna cũ eo quod ex a c id eſt quod & ea q̃ ex a b, b c, ſunt quadrata. Quæ igitur ex a b, b c, quadrata: tripla ſunt eius quod ex a c. Quod oſtendere oportuit.

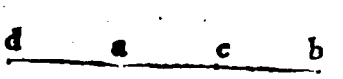
5 ¶RESOLVTIO quinti theorematis. ¶Recta inq̃ q̃dã linea a b, extrema & media ratione ſecetur in c: ſitq; maius ſegmẽtũ a c, & ipſi a c æqualis ponatur a d. Dico ꝙ d b, extrema & media ratione ſecatur in a: & maius ſegmẽtũ eſt a b. Quoniã enim d b, extrema & media ratione ſecatur in a, & maius ſegmentum eſt a b: eſt igitur ſicut d b ad b a, ſic b a ad a d. Aequalis autẽ eſt a d: ipſi a c. Eſt igitur ſicut d b ad b a: ſic eſt b a ad a c. Conuertendo igitur ſicut b d ad d a: ſic a b ad b c. manifeſtũ igitur & ſicut b a ad a d: ſic a c ad c b. Aequalis aũt eſt a d: ipſi a c. eſt igitur ſicut b a ad a c: ſic a c ad c b. ipſa igitur a b: extrema & media ratione ſecatur in c.

¶COMPOSITIO. ¶Quoniã a b, extrema & media ratione in c ſecatur: eſt igitur ſicut b a ad a c, ſic a c ad c b. Aequalis autẽ eſt a c: ipſi a d. eſt igitur ſicut b a ad a d: ſic a c ad c b. componendo per 18 quinti ſicut b d ad d a: ſic a b ad b c. Conuertendo/ſicut d b ad b a: ſic b a ad a c. Aequalis autem eſt a c: ipſi a d. eſt igitur ſicut d b ad b a: ſic b a ad a d. Ipſa igitur d b, extrema & media ratione ſecatur in a: & maius ſegmentũ eſt a b. Quod oſtendere oportuit.

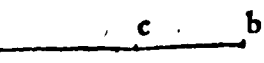
Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6 OMnis rationalis lineę ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſę: vtranq; portionem reſiduum eſſe neceſſe eſt.

¶CAMP. ¶Sit linea a b ſecũdum ſolitã proportionẽ diuiſa in pũcto c: rationalis. dico ꝙ vtraq; portio eius eſt reſiduum. Sit enim maior eius portio a c: cui directe adijciatur a d ęqualis dimidio totius a b. eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõſtat autẽ ex prima huius: ꝙ quadratũ lineę d c, quintuplũ eſt ad quadratũ lineę d a. Igitur linea d c: eſt cõmunicãs lineę d a in potẽtia ex diffinitiõe: ſed nõ in lõgitudine ex vltima parte 7 decimi. q̃re p 68 decimi linea a c eſt reſiduũ: cũ duę lineę c d & d a ſint ãbę rationales potẽtſaliter tãtũ cõmunicãtes. Et quia iterũ ſi ad lineã rationalẽ a b, adiungat̃ ſuperficies æqualis quadrato lineæ a c quæ eſt reſiduũ/erit latus eius ſecundũ lĩnea c b ex prima pte 16 ſexti: neceſſe eſt ex 92 decimi vt linea c b ſit reſiduũ primũ. quare cõſtat propoſitũ. ¶Amplius autẽ ſi lineæ ſic diuiſę vt proponit maior portio fuerit rationalis: erit minor reſiduum. Verbi gratia. ſit vt prius/ a b diuiſa in c: ſecundum dictam proportionem. & maior eius portio quæ eſt a c, ſit



rationalis: quæ diuidatur per æqualia in d. eritq; ex tertia huius quadratum d b: quintuplum ad quadratum d c. At quia d c est rationalis cum ipsa sit dimidium a c: sequitur vt duæ lineæ d b & d c sint rationales potentialiter tantũ cõmunicantes. Quare vt prius: linea & b est residuũ. ¶ At vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur: adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potentia tantũ: diuisa sicut proponitur in pũcto c. & sumatur alia qua rationalis in longitudine quæ sit d e: quæ etiã diuidatur in f secũdũ predictam proportionẽ. manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur / incõcussa demõstratione roboratur: q; proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potentia: sequitur ex prima parte 10 decimi q; a c cõmunicet cũ d f, & c b cũ f e, in potentia. Et quia vtraq; portio lineę d e est residuũ / vt patet ex prędictis: sequitur ex 98 decimi vt vtraq; portio lineæ a b sit etiã residuũ. sed nõ eiusdẽ speciei: vt ibidẽ demõstratũ est. Quare cõstat: q; omnis lineæ rationalis in lõgitudine vel in potẽtia tantũ / secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuisæ vtraq; portio est residuum.

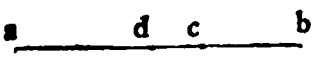


¶ CAMPANI annotatio. ¶ Et nota / q; prima pars prędictis demõstrationis qua demonstratur q; maior portio lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentem medium & duo extrema sit residuũ / si tota linea sit rationalis: procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine siue in potentia tãtũ. Secũda vero pars qua demõstratur hoc de minori portione q; ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis: non procedit ex sufficiẽtibus / nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia aũt pars qua probatur q; minor portio est residuum: sufficienter procedit / siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantũ. Ad concludendũ igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ q; ipsa sit residuũ: sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantũ. sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediãte maiore: sufficit ponere portionẽ maiorẽ similiter rationalẽ in potẽtia tãtũ. ad cõcludẽdũ autẽ hoc de minori portione mediãte tota: necesse est ponere totam lineã esse rationalẽ in lõgitudine / aut vtẽdum est 2 quartidecimi quẽ admodum dictum est.

Euclí. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

¶ Si recta linea rationalis / extrema & media ratione secta fuerit: vtrunq; segmentorum irrationale est / appellaturq; apotome. 6

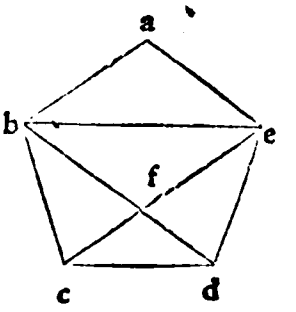
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit recta linea rationalis a b. seceturq; extrema & media ratione in c: sitq; maius segmẽtũ a c. Dico q; vtraq; ipsarum a c, c b, irrationalis est: appellaturq; apotome. Extẽdatur enim a b: & ponatur ipsius b a, dimidia a d. Quoniã igitur recta linea a b, extrema & media ratiõe secatur in c, maioriq; segmẽto a c apponit a d dimidia existẽs ipsius a b: quod igit ex d, c, eius quod ex d a quicuplũ est p 1 decimitertij. Quod ex c d igitur: ad id quod ex d a, rationẽ habet quã nnmerus ad numerũ. Quod igitur ex c d: ei quod ex d a cõmẽsurabile est. Quod aũt ex d a: rationale est. Igit & d a rationalis est: dimidiũ existẽs ipsius a b rationalis existẽtis. Rationale igitur est & quod ex c d. rationalis igit & c d. Et quoniã quod ex c d ad id quod ex d a rationẽ nõ habet quã q̃dratus numerus ad q̃dratũ numerũ: incõmẽsurabilis igit est c d ipsi d a lõgitudine. Ipsæ igitur c d, d a: rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Igitur a c: aptome est. Rursus quoniã a b extrema & media ratione secatur / & maius segmentum est a c: igitur quod sub a b, b c, ei quod ex a c æquũ est. Igitur ex a aptomæ ad a b rationalẽ cõparata latitudo: efficit b c. Ab apotomę vero ad rationalẽ cõparata latitudo: primã efficit aptomen. Igitur c b: prima est apctome per 97 decimi. Ostẽsum autẽ est: q; & a c apotome est. Si recta igitur linea: & quę sequũtur reliqua. quod oportuit ostẽdere.



Euclí. ex Camp. Propositio 7.

SI quis pentagonus tres æquos angulos habens / fuerit æquilaterus: æquiangulus quoq; idem pentagonus esse probatur. 7

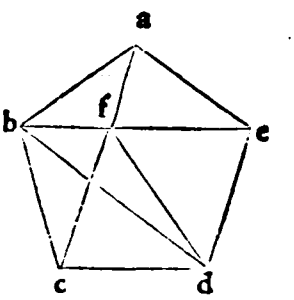
¶CAMPANVS. ¶Sit pentagonus a b c d e:æquilaterus. ſintq; quilibet tres eius anguli/ ſiue cõtinue ſiue incontinue ſumantur:adinuicem æquales.& ſint prius incontinue ſumpti:ſintq; anguli a, c,d, illi tres qui ponuntur adinuicẽ æquales.Dico totum pentagonum eſſe æquiangulum. His angulis ſubtendan tur chordæ b e,b d,& e c.& totus pentagonus:diuidatur in trigonum/& quadrilaterum cuius duæ diagonales ſint chordæ duorum proximorum æqualium angulorum ſecantes ſe intra quadrilaterum ipſum in puncto f. eritq; per 4 primi/baſis b e æqualis baſi b d:& angulus a e b æqualis angulo c d b . Cũq; per 5 primi angulus b e d ſit ęqualis angulo b d e,eo q; duo latera b e & b d ſunt ęqualia :erit ex communi ſcientia totalis angulus e æqualis totali angulo d.Similiter probabis:totalem angulum b eſſe æqualem angulo totali c.eſt enim per 4 primi baſis b e æqualis baſi c e: & angulus a b e æqualis angulo d c e. per quintã autẽ eiuſdẽ ſcilicet primi:eſt angulus e b c æqualis angulo e c b. igitur ex cõmuni ſciẽtia totalis ãgulus b:eſt ęqualis totali angulo c. ¶Sint itaq; tres anguli b, c,d,continue ſumpti:æquales.& ſic quoq;:erit pentagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi baſis b d æqualis baſi c e: & angulus c b d angulo d e c , & angulus b d c angulo e c d.quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erũt æquales:cum duo anguli trianguli f c d qui ſunt ad baſin c d, ſint æquales.igitur ex communi ſcientia erit linea f b: ęqualis lineæ f e.erat enĩ tota b d:æqualis toti c e.ideoq; per 5 primi erit angulus f b e:æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ eſt angulus a b e : æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ ſcientiaã angulus b totalis:eſt ęqualis angulo e totali.tres enĩ partiales ãguli cõponẽtes vnũ: ſunt æquales tribus partialibus componentibus alium/ vnuſquiſq; ſuo relatiuo. Manifeſtum eſt igitur:q; tres anguli e,b,c, non continue ſumpti in propoſito pentagono ſunt æquales.Cum autem ſic:demonſtratum eſt totum pentagonũ eſſæ æquiangulum.vtrolibet ergo modo conſtat propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

7 ¶Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim/ aut non ordinatim/æquales fuerint:æquiangulũ erit ipſum quinquangulũ.

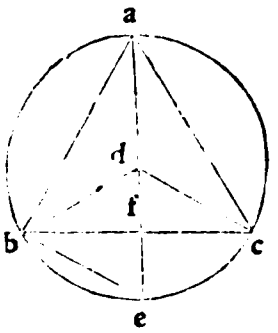
¶THEON ex Zamberto. ¶Quinquãguli ę quilateri a b c d e,tres anguli primus ordinatim qui ad a,b,c,ſigna:inuicẽ ſunt æquales.Dico q; quinquãgulum a b c d e:æquiangulũ eſt.Cõnectantur enim a c,b e,& f d.Et quoniã binæ c b, b a,duabus b a,a e, ſunt æquales altera alteri/ & angulus qui ſub c b a ei qui ſub b a e eſt æqualis:baſis igitura c per 4 primi baſi b e eſt æqualis.& triangulũ a b c:triangulo a b e eſt ęquale.& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur:qui ſub b a c ei qui ſub b e a, qui autẽ ſub a b e ei qui ſub c a b. Quare & latus a f:ipſi b f lateri eſt ęquale.patuit autẽ:q; & tota a c,toti b e eſt æqualis.& reliqua igitur f c:reliquæ f e eſt ęqualis.Eſt autem & c d:ipſi d e ęqualis.Binę iam f c,c d:duabus f e,e d,ſunt ęquales.& cõmunis ipſorum baſis:eſt f d. Angulus igitur qui ſub f c d: angulo qui ſub f e d eſt æqualis.Patuit autẽ:q; & qui ſub b c a, ei qui ſub a e b eſt æqualis.totus igitur qui ſub b c d:toti qui ſub a e d eſt æqualis.Sed qui ſub b c d:æqualis ſupponitur eis qui ad a, b.& qui ſub a e d igitur:eis qui ad a,b, angulis eſt æqualis.Similiter iã oſtẽdemus:q; & qui ſub c d e angulus/eis eſt ęquus qui ad a, b,angulis. Aequiangulũ igitur eſt:a b c d e quinquãgulum. ¶Sed iã nõ ſint ęquales ordinatim ipſi anguli:ſed ſint ęquales qui ad a,c,d, ſigna. Dico: q; & & ſic quinquãgulum a b c d e æquiangulum eſt.Cõnectantur enĩ b, d.Et quoniã binæ b a,a e,duabus b c,c d, ſunt æquales/ & æquos cõpræhendunt angulos:baſis igitur b e per 4 primi baſi b d eſt æqualis/ & triangulũ a b e:triangulo b d c eſt ęquale.& reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtẽduntur.Aequalis igitur eſt angulus qui ſub a e b:ei qui ſub c d b.Eſt autem & qui ſub b e d angulus/ei qui ſub b d e æqualis: quoniam & latus b e lateri b d eſt æquale.Totus igitur qui ſub a e d angulus: toti qui ſub c d e eſt æqualis.Sed qui ſub c d e : eis qui ad a,c,angulis ſupponitur æquus.& angulus igitur qui ſub a e d:eis eſt æquus qui ad a, c . Iam id propterea & qui ſub a b c:æqualis eis qui ad a, c,d, angulis.Aequiangulum igitur eſt:ipſum a b c d e quinquangulum, Quod oſtendere oportuit.



Euclí.ex Camp. Propoſitio 8.

Zamb.12.

OMnis trianguli æquilateri quod a latere ſuo quadratum deſcribitur: triplum eſt quadrato dimidiæ diametri circuli a quo triangulus ipſe circũſcribitur. 8

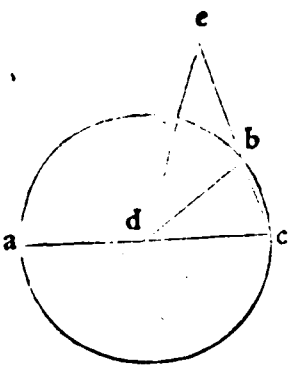


¶CAMP. ¶Sit triangulus a b c æquilaterus: cui circũſcribatur circulus a b c ſupra centrum d, quemadmodum docet 5. quarti. & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo q̃ quadratum lineæ a b: triplum eſt ad quadratum ſemidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c. & arcui b e: ſubtẽdatur chorda b e. eritq; ex 8 primi angulus b a d: æqualis angulo c a d. quare per vltimã ſexti arcus b e: eſt ęqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, ſunt adinuicem æquales/ eo q̃ eorum chordæ quæ ſunt latera trigoni/ ſunt æquales ex hypotheſi: erit arcus b e ſexta pars circũferentię. ideoq; chorda b e: erit latus hexagoni æquilateri ipſi circulo inſcripti. quare per correlariũ 15 quarti/ linea b e: eſt æqualis ſemidiametro a d. Manifeſtum eſt autem ex prima parte 30 tertij: q̃ angulus a b e eſt rectus. ideoq; quadratum lineæ a e: eſt ęquale quadratis duarum linearum a b & b e pariter acceptis/ ex penultima primi. Atvero quadratum a e, quadruplũ eſt ad quadratum b e ex 4. ſecundi: cum linea a e ſit dupla b e. relinquitur ergo: quadratum a b triplum eſſe ad quadratum b e, & ideo ad quadratum a d. Quod eſt propoſitum. ¶Non lateat autem nos: q̃ linea b c quę eſt latus trigoni/ diuidat ſemidiametrum d e per æqualia. Eſto quidem pũctus diuiſionis: f. Conſtat igitur ex 4 primi: q̃ b f eſt æqualis f c. ideoq; per primã partem 3 tertij/ omnes anguli qui ſunt ad f: ſunt recti. quare ex penultima primi quadratum b d, eſt æquale quadratis duarũ linearum d f: & f b. quadratum verob e, æquale quadratis duarum linearum quæ ſunt b f & f e. Et quia b d eſt æqualis b e: erunt ex communi ſcientia duo quadrata duarum linearũ b f & f d pariter accepta/ æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq; quadrato b f: erit ex communi ſcientia quadratum f d reſiduum/ ęquale quadrato f e reſiduo. quare & linea f d: lineę f e, ex hac communi ſciẽtia/ quarum quadratum ſunt æqualia eas lineas eſſe æquales. ¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt: q̃ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni æquilateri ſibi inſcripti/ æqualis eſt dimidio lineæ ductæ a centro eiuſdem circuli ad ipſius circũferentiam.

Euclí.ex Camp. Propoſitio 9.

Zamb.9.

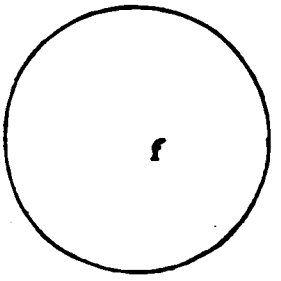
SI latus hexagoni ęquilateri/ latuſq; decagoni ęquilateri/ quos ambos vnus idẽq; circulus circũſcribit/ ſibi inuicem in longum directũq; coniungantur: tota linea ex eis compoſita ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſa erit/ maiorq; eius portio latus hexagoni. 9



¶CAMP. ¶Sit circulus a b c: cuius centrum d, & diameter a d c. ſitq; arcus c b quinta pars arcus ſemicirculi a b c: cui ſubtendatur chorda c b, quam conſtat eſſe latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti. adiungaturq; lineę c b in continuum & directum linea b e: quæ ponatur eſſe æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inſcripti. Dico totam lineam c e, diuiſam eſſe in puncto b ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema: & maiorem eius portionem dico eſſe lineã b e quę eſt latus hexagoni. Ducantur enĩ in centrum/ duę lineæ e d & b d. eritq; angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi: propter hoc q̃ linea e b eſt æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti. angulus quoq; d b c: eſt æqualis angulo c ex 5 primi. quare ex 32 primi angulus a d b: erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandẽ angulus d b c eſt duplus ad angulum e: ſequitur vt angulus a d b ſit quadruplus ad angulum e. eſt enĩ ex communi ſcientia quadruplũ: quicquid fuerit duplum dupli. Cũq; ſit etiã idem angulus a d b quadruplus ad angulum b d c ex vltima ſexti/ eo q̃ arcus a b eſt quadruplus ad arcum b c: neceſſe eſt ex communi ſcientia vt angulus e ſit æqualis augulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli/ d e c totalis, &

b d c partialis: cum angulus e totalis trianguli ſit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c ſit communis vtriuſq; neceſſe eſt ex 32 primi vt ipſi ſint æquianguli. quare per 4 ſexti proportio duorum laterum e c & c d continentium angulum c in totali triangulo: eſt ſicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d eſt ſicut ad e b ex ſecunda parte 7 quinti/ & d c ad c b eſt ſicut e b ad eãdem ex prima parte eiuſdem: ſequitur ex 11 quinti vt ſit proportio c e ad e b, ſicut e b ad b c. Igitur a diffinitione concludo propoſitum: lineam e c eſſe diuiſam ſecundũ proportionem habentem medium & duo extrema/ & maiorem portionẽ eius eſſe latus hexagoni. Quod oportuit nos demonſtrare.

¶CAMPANVS. ¶Conuerſam quoq; demonſtrare cõuenit. quod facile fiet: via retrograda. eam enim aſſumit Ptolomeus capitulo 9 primæ dictionis Almageſti: ad demonſtrandum quantitatem chordarum arcuum circuli. Dico itaq; q; ſi linea quælibet ſecundũ proportionẽ habentem medium & duo extrema diuidatur: cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni / eiuſdẽ minor erit latus decagoni. at vero cuius minor erit latus hecagoni: eiuſdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enĩ (priori diſpoſitione manente) linea e c diuiſa in pũcto b ſecundum prædictam proportionem: & maior eius portio ſit e b. dico q; cuiuſcũq; circuli linea e b eſt latus hexagoni: eiuſdẽ eſt linea b c latus decagoni. & cuiuſcũq; circuli linea b c eſt latus decagoni: eiuſdẽ eſt linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis æquilateris. Si enim ſit e b latus hexagoni circulo a b c inſcripti: erit per correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et quia proportio c e ad e b eſt ſicut e b ad b c ex hypotheſi: erit ex 7 quinti c e ad d c, ſicut d c ad c b. Igitur ex 6 ſexti duo triãguli e d c & d c b: ſunt æquianguli. angulus ergo e, eſt æqualis angulo b d c: ipſos enim latera proportionalia reſpiciũt. Cumq; ſit angulus a d b quadruplus ad ãgulum e ex 32 primi bis aſſumpta / & quinta eiuſdem bis: ſequitur vt etiam idem angulus a d b ſit quadruplus ad angulũ b d c. Ideoq; ex vltima ſexti/ arcus a b: quadruplus eſt ad arcũ b c. Linea igitur b c: eſt latus decagoni circulo a b c inſcripti.

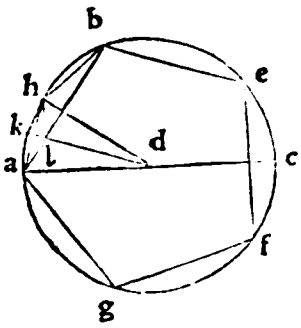


¶Q2 ſi linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c: erit e b latus hexagoni eiuſdem. Sit enim e b latus hexagoni circuli f. eritq; ex prædictis/ b c: latus decagoni eiuſdem. Intelligantur igitur inſcripti eſſe decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f: quorum omnia latera erunt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inſcripta/ eſt æquiangula vt probatum eſt in 15 quarti libri: ſequitur vtroſq; decagonos eſſe æquiangulos. Cumq; omnes anguli vnius pariter accepti ſint æquales omnibus angulis alterius pariter acceptis/ ſicut euidenter apparet ex demonſtratis in 32 primi: neceſſe eſt ex hac communi ſcientia (quorũlibet æqualium decimas aut quotaſlibet partes eiuſdem denominationis: eſſe æquales) vt vnus horum decagonorum ſit æquiangulus alij/ ideoq; ſimilis ex diffinitione ſimilium ſuperficierum. Et quia ſi duæ figuræ ſimiles duobus circulis inſcribantur/ erit proportio duorum relatiuorum laterum illarum figurarum ſicut duarum diametrorum illorum circulorum / vt apparet ex correlario 18 ſexti libri & 1 duodecimi: cum latera decagonorum ſimilium inſcriptorum duobus circulis a b c & f, ſint æqualia / ſequitur vt diametri eorũ ſint æquales/ ideoq; & ſemidiametri etiam æquales. Sunt autem ſemidiametri & latus hæxagoni: æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inſcripti: ſicut ipſa eſt latus hexagoni circuli f ſibi æqualis. Hoc autem eſt: quod demonſtrare voluimus. ¶Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam eſſe 10 quarti libri: quæ duum æqualium laterum proponit trigonum deſcribendum/ cuius vterq; duorum angulorum quos baſis obtinet/ ad tertium duplus exiſtat. talis enĩ eſt vterq; triãgulorũ e d c & d c b. & ſimpliciter omnis: cuius duo latera ſunt ęq̃lia maiori portioni alicuius lineę diuiſæ ſecũdum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema & tertium quod eſt baſis eſt æquale minori portioni lineæ eiuſdem / vel cuius duo latera ſunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inſcripti/ baſis vero eſt ęqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inſcripti. Quod eſt propoſitum.

Eucli ex Camp. Propoſitio.10.

Zamb.10.

OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius eſt late re hexagoni æquilateri:quantum poteſt latus decagoni æquilateri/ſi ſint in eodem circulo ambo inſcripti. 10

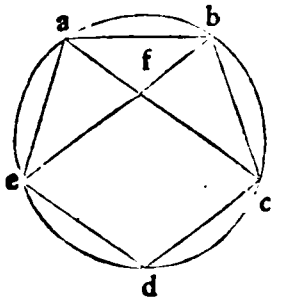


¶CAMP. ¶Sit circulus a b c:cuius centrũ d,& diameter a d c. inſcribaturq; ei pẽtagonus æquilaterus:qui ſit a b e f g.& a cẽtro d protrahatur perpẽdicularis ad latus a b,quæ producatur vſq; quo obuiet circũferẽtiæ in pũcto h: ſitq; d h.& protrahantur duæ chordæ a h & h b:quæ erunt æquales adinuicẽ ex ſecũda parte 3 tertij & 4 primi.ideoq; etiã duo arcus a h & h b:æquales adinuicẽ ex 27 tertij.Eſt igitur vtraq; duarũ chordarũ a h & h b:latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti.Dico itaq; q; quadratũ lineæ a b quæ eſt latus pẽtagoni:eſt æq̃le duobus quadratis duarũ linearũ b d & a h pariter acceptis. quarũ prima eſt æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti:& ſecũda eſt latus decagoni.protrahatur enĩ a cẽtro d,ꝓpendicularis a lineã a h quę eſt latus decagoni:quæ producatur vſq; ad circũferentiã /ſitq; d k q̃ ſecet lineã a b quæ eſt latus pentagoni in pũcto l. & protrahatur linea h l. Cõſtat autẽ ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij: q; linea d k q̃ eſt perpẽdicularis ad chordã a h,ſimul diuidit p æqualia chordã & arcũ/ideoq; arcus a k eſt æqualis arcui k h.quare ex vltima ſexti angulus a d l:eſt æqualis angulo l d h.ideoq; ex 4. primi baſis a l:baſi l h.igitur ex 5 primi angulus l a h :æqualis eſt augulo l h a. Cumq; etiam ſit ex eadẽ angulus h a b ęqualis angulo h b a: ſequitur vt angulus l h a ſit æqualis angulo h b a.ergo ex 32 primi duo trianguli b a h & a h l: ſunt æquianguli.eſt enĩ angulus b, maioris:æqualis angulo h, minoris.& angulus a:cõmunis eſt vtriq;.Itaq; per 4 ſexti proportio b a ad a h : eſt ſicut a h ad l a.quare ex prima parte 16 ſexti quod prouenit ex b a in a l:eſt æquale quadrato lineæ a h quæ eſt latus decagoni.Cum ſit autem ſemicirculus a e c ęqualis ſemicirculo a f e,& arcus a e arcui a f:erit arcus e c reſiduus æqualis arcui f c reſiduo.quare arcus e c:eſt medietas arcus e f.ideoq; æqualis arcui a h : & duplus ad arcum h k.Et quia arcus e b eſt duplus ad arcum b h:erit ex 13 quinti totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h k.ideoq; ex vltima ſexti angulus c d b:eſt duplus ad angulũ b d l.Cũq; etiam angulus c d b duplus ſit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi/ſunt enim duo latera d a & d b æqualia:erit angulus b d l æqualis angulo b a d.Itaq; per 32 primi erit triangulus b d l:ęquiangulus triangulo b a d.eſt enim angulus d,minoris:æqualis angulo a, maioris.& angulus b eſt cõmunis etriq;. ergo per 4 ſexti proportio a b ad b d: eſt ſicut b d ad l b.quare per primã partem 16 ſexti quod prouenit ex a b in b l:eſt æquale quadrato d b . Atvero probatũ eſt prius: q; illud quod prouenit ex a b in l a, eſt æquale quadrato a h . Itaq; quod prouenit ex a b in a l & in l b : eſt æquale duobus quadratis duarũ linearum a h & b d.Et quia ex ſecunda ſecundi quod prouenit ex a b in l a & in l b eſt æquale quadrato lineæ a b , eſt autem linea a b latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti / linea vero a h eſt latus decagoni æquilateri/& linea b d eſt ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri propoſito circulo inſcriptorum:inconcuſſa demonſtratione aſtruitur hoc quod dicitur.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

Zamb.8.

SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum deſcripti/a terminis ſuorum laterum duæ rectę lineæ ſubtendantur:vtraq; alteram ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema ſecabit / maiorq; ipſius portio lateri ipſius pentagoni æqualis erit. 11



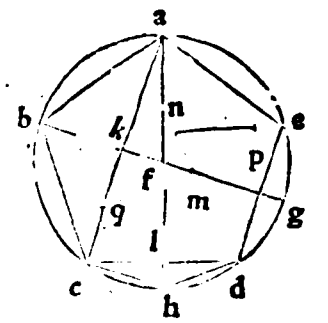
¶CAMPANVS. ¶Sit pentagonus æquilaterus a b c d e,inſcriptus circulo eiſdem litteris ſignato: & duobus eius propinquis angulis qui ſunt a & b,ſubtendatur duæ rectæ lineæ a c & b e, ſecantes ſe inuicem in pũcto f. Dico itaq; vtranq; harũ eſſe diuiſam in pũcto f , ſecũdum proportionem habentem medi

dium duoꝝ extrema: & ꝙ maior portio vtriuſꝙ eſt æqualis lateri pentagoni. Manifeſtum eſt enim ex 27 tertij: ꝙ quinꝙ arcus circuli pentagonũ propoſitum circũſcribentis/quorum latera ipſius pentagoni ſunt chordæ/ſunt adinuicem æquales. ideoꝙ ex vltima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a: ſunt adinuicem æquales. nam arcus a b, a e, & b c: ſunt adinuicem æquales. Cũꝙ ſit arcus c d e duplus ad arcum b c: erit quoꝙ ex vltima ſexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. At vero ex 27 primi angulus a f e: duplus eſt ad angulum f a b. Igitur angulus a f e: eſt æqualis angulo f a e. quare per 6 primi linea a e: eſt ęqualis lineę f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, ęquianguli: per ea quæ dicta ſunt & per 32 primi. eſt enim angulus e, maioris: ęqualis angulo a, minoris. & angulus b: cõmunis vtriꝙ. igitur per 4 ſexti proportio e b ad b a: ſicut b a ad f b. Cũꝙ ſit e f æqualis a b, eo ꝙ ipſa (vt probatũ eſt) eſt æqualis a e: ſequitur ex 7 quiti vt ſit proportio b e ad e f, ſicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoꝝ extrema: & eius maior portio eſt æqualis lateri ipſius pentagoni. Si autẽ hoc eſt verum de linea e b: erit quoꝙ ex 7 quinti & quinta eiuſdem & diffinitione/idem verum de linea a c. nam tota b e eſt æqualis toti a c ex 4 primi: & portiones portionibus ex 6 primi & communi ſcientia. portiones enĩ a f & b f ſunt æquales ex 6 primi. ideoꝙ f e & f c reſiduæ: erunt adinuicem æquales ex cõceptione. Vel potes ſi libet & facilius/de linea a c demonſtrare propoſitum: negociando circa ipſum/vt prius circa lineam e b.

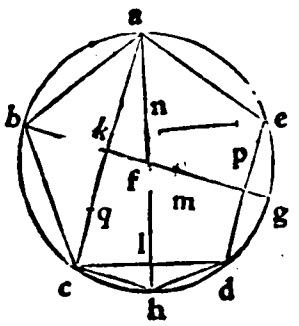
Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 SI circuli pentagonum æquilaterum circũſcribentis/ diameter fuerit rationalis: eius latus pentagoni erit linea irrationalis/ea ſcilicet quæ dicitur minor. Zamb. 11.

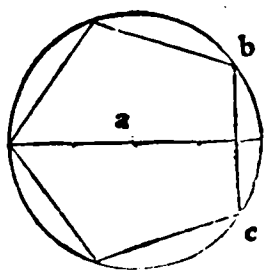
CAMPANVS. Sit pẽtagonus æquilaterus a b c d e inſcriptus circulo eiſdem literis aſcripto: cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h. ſitꝙ vtraꝙ harum diametrorum linea rationalis in longitudine. Dico tunc ꝙ latus pẽtagoni inſcripti/erit linea irrationalis: illa videlicet quæ dicitur minor. Protahatur enĩ linea a c: quæ ſecet diametrũ b g in puncto k. eritꝙ ex vltima ſexti & 4 primi linea a c: diuiſa a diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k. quia cum ſemicirculus b a g ſit æqualis ſemicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, ſicut conſtat ex 27 tertij: erit arcus a g reſiduus /æqualis arcui c g reſiduo. ideo ꝙ ex vltima ſexti angulus a b g: æqualis etiam angulo c b g. Cum itaꝙ duo latera a b & b k trianguli a b k ſint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b vnius angulo b alterius: erit ex 4 primi baſis a k ęqualis baſi k c. & omnes ãguli qui ſunt ad k: ſunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h: ſecet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritꝙ linea c d diuiſa a diametro a h orthogonaliter: & per æqualia in puncto l. Cum enim ſint duo arcus a d h & a c h æquales/& arcus a c ſit æqualis arcui a d: erunt duo reſidui ſemicirculorum qui ſunt c h & d h, æquales. quibus ſi ſubtendantur duæ chordæ quæ ſunt c h & d h: ipſæ quoꝙ ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c eſt æqualis arcui a d: erit ex vltima ſexti angulus c h l æqualis angulo d h l. ideoꝙ per 4 primi baſis c l eſt æqualis baſi d l: & omnes anguli qui ſunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij. itaꝙ duo trianguli a c l & a f k ſunt æquianguli ex 32 primi. Eſt enim angulus l, maioris/ęqualis angulo k, minoris: eo ꝙ vterꝙ eſt rectus. & angulus a eſt communis vtriꝙ. quare ex 4 ſexti proportio l c ad c a: eſt ſicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quarte parti ſemidiametri: eritꝙ per æquã proportionalitatẽ proportio c l ad quartam partem lineæ a c quæ ſit c q, ſicut k f ad quartam partem lineæ f a quæ eſt f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k eſt ſicut c l ad c q (ſic enim eſt duplum ad duplum ſicut ſimplum ad ſimplum) erit per 11 quinti d c ad c k: ſicut k f ad f m. & cõiunctim lineę conſtãtis ex d c & c k, ad k c: ſicut k m ad d m f. & ideo per primã partem 21 ſexti proportio quadrati lineæ compoſitæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k: ſicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Conſtat autem ex premiſſa / ꝙ ſi linea a c diuidatur ſecundũ proportionẽ habentem medium duoꝝ extrema: maior portio eius erit æqualis lineę d c. igi

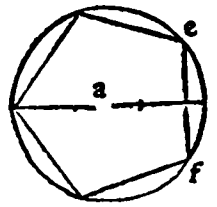


tur linea conſtans ex d c & c k: componitur ex maiori portione diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema/ & ex medietate totius lineæ ſic diuiſæ. eſt enim c k: medietas a c. Itaq; per primã iſtius 13 libri quadratũ lineæ cõpoſitæ ex d c & c k: quintuplũ quoq; eſt ad quadratũ lineæ c k. ideoq; quadratũ lineę k in, quintuplũ quoq; eſt ad quadratũ lineæ m f: cum ſit horũ quadratorũ & illorũ vna proportio. Eſt autem linea b m: quintupla ad lineam m f. erat enĩ m f: quarta pars ſemidiametri propoſiti circuli. Ergo quadratũ lineæ k m ad quadratũ lineę m f: eſt ſicut linea b m ad lineã m f. Et quia ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, eſt ſicut lineæ k m ad lineam m f duplicata: erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, ſicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m: eſt medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod ſic conſtat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas: ſumpta ſecundũ doctrinam 9 ſexti. eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ poſita eſt in principio quinti / proportio b m ad m f: ſicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p ſicut n p ad m f: erit etiã ex 11 quinti proportio b m ad m f, ſicut n p ad m f duplicata. igitur ex prima parte 9 quinti duæ lineæ k m & n p: ſunt æquales. ideoq; ex prima parte 7 quinti & ex ſecunda parte eiuſdem linea k m: eſt medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 ſexti / proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k: eſt ſicut lineæ b m ad lineã m f. Et quia linea b m eſt quintupla ad lineã m f: erit quadratũ lineę b m, quintuplũ ad quadratũ lineæ m k. Linea aũt b m: eſt rationalis in lõgitudine. ergo per vltimã ptẽ 7 decimi linea m k: eſt rationalis in potẽtia tantũ. Et quia linea b m eſt potẽtior linea m k, in quadrato lineę ſibi incõmẽſurabilis in lõgitudine vt in cõtinuo probabit: erit linea b k reſiduũ quartũ ex diffinitione reſidui quarti. ¶ Quod autẽ probãdũ aſſumpſimus: ſic patet. Sit numerus r quituplus ad numerũ f. ſintq; t & f, quãtũ r: acſi eſſet r quinq; / f vnũ / t quatuor. & ſit linea b m: potẽtior linea m k, in quadrato lineę x. Cũ igitur ſit quadratũ lineæ b m ad quadratũ lineæ m k ſicut numerus r ad numerum f: erit per euerſam proportionalitatẽ quadratum lineæ b m ad quadratũ lineæ x, ſicut numerus r ad numerum t. quare per vltimã partem 7 decimi / lineas: eſt incõmenſurabilis lineę b m in lõgitudine. nõ eſt ergo dubiũ: quin b k ſit reſiduũ quartũ. Manifeſtũ vero eſt ex 34 tertij: q; illud quod fit ex b k in k g, eſt ęquale ei quod fit ex a k in k c. ideoq; etiã ipſum idẽ eſt ęquale quadrato k c: eo q; a k eſt ęqualis k c. ergo quadrato b k addito vtriq;: erit ex penultima primi quod fit ex b k in ſe & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex 1 ſecundi quod fit ex b k in ſe & in k g, eſt æquale ei quod fit ex b k in g b: erit linea b c latus tetragonicũ ſuperficiei cõtentę a duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b eſt rationalis / linea vero b k eſt reſiduum quartũ / & quia linea potens in ſuperficiem linea rationali reſiduoq; quarto cõtentã eſt linea minor vt conſtat ex 89 decimi libri: neceſſe eſt lineã b c quæ eſt latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti / eſſe lineã minorẽ. quod erat ex principio demonſtrandũ. Hoc ergo modo ſequitur: q; latus pentagoni æquilateri circulo inſcripti ſit linea minor: ſi diameter circuli cui inſcribatur / fuerit rationalis in longitudine. ¶ At vero ſi diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantum: adhuc neceſſe eſt vt latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enim linea a, rationalis in potentia tantũ: ſupra quã deſcribatur circulus. eiq; deſcripto inſcribatur pentagonus æquilaterus: cuius vnũ latus ſit b c. dicanturq; pẽtagonus & circulus: a. Dico q; linea b c eſt linea minor. Sumatur enĩ aliqua linea rationalis in longitudine: quæ ſit d. & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus æquilaterus: & ſit vnũ latus ipſius linea e f. dicãturq; pentagonus & circulus: d. Cõſtat igitur ex hac 12: q; c f eſt linea minor / cũ diameter d ſit rationalis in lõgitudine. Quoniã vero proportio pentagoni a ad pẽtagonũ d eſt ſicut quadrati lineæ b c ad quadratũ lineæ e f (vtraq; enĩ eſt ex ſecunda parte 18 ſexti: ſicut lineæ b c ad lineã e f duplicata) pẽtagoni autẽ a ad pẽtagonum d eſt ſicut quadrati diametri a ad quadratum diametri d ex prima 12: erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadratum lineę e f, ſicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cũq; quadrata duarum diametrorum a & d ſint cõmunicantia / quia ambo ſunt ratio-



t . . . . .
f . t . . . .
x



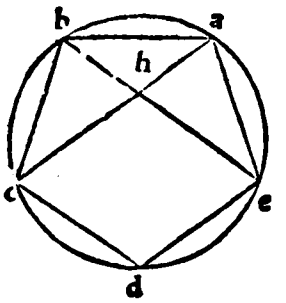


lla ex hypotheſi: erunt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarũ linearũ b c & e f, cõmunicantia. ergo linea b c cõmunicat in potẽtia cũ linea e f. Et quia linea e f eſt minor: ſequit ex 100 decimi q; etiã b c ſit linea minor. quod eſt propoſitum. Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rationalis in lõgitudine ſiue in potentia tantũ: neceſſe eſt vt latus pẽtagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor.

Euclí. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8.

8 ¶Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ expliciunt: extrema & media ratione ſeſe inuicem diſpeſcent / & maiora earum ſegmenta ipſius quinquãguli lateri ſunt æqualia. Camp. 11.

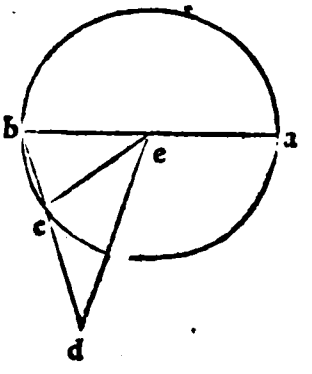
¶THEON ex Zamberto. ¶Quinquãguli enim æquilateri & æquianguli a b c d e, binos ordinatim angulos qui ad a, b, rectæ lineæ a c, b e, explicent: ſeſe inuicẽ in h ſigno diſpecentes. Dico q; ipſarũ vtraq; / extrema & media ratione ſecatur in h ſigno: & earũ maiora ſegmenta ſunt æqualia ipſius quinquãguli lateri. Circũſcribatur per 14. quarti ipſi quinquãgulo a b c d e: circulus a b c d e. Et quoniã binæ rectæ lineæ e a, a b, duabus a b, b c, ſunt æquales / & angulos æquales cõpræhendunt: baſis igitur b e per 4. primi baſi a c eſt æqualis / & triangulũ a b e ipſi triangulo a b c eſt æquale / & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur qui ſub b a c: ei qui ſub a b e eſt æqualis. Duplus igitur eſt qui ſub a h e: eius qui ſub b a h ãguli. extra enim eſt ipſum a b h triãgulũ. Eſt autẽ & qui ſub e a c, eius qui ſub b a c duplus: quoniam & circũferentia e d c, ipſius c b circũferentiæ eſt dupla. Angulus igitur qui ſub h a e: ei qui ſub a h e eſt æqualis. Quare & h e recta linea: ipſi e a, hoc eſt ipſi a b eſt æqualis. Et quoniã b a recta linea ipſi a e eſt æqualis: æqualis eſt & angulus qui ſub a b e ei qui ſub a e b. Sed qui ſub a b e: ei qui ſub b a h patuit q; æqualis. qui igitur ſub b e a: qui ſub b a h eſt æqualis. Et ipſorum duorũ triangulorũ a b e, & a b h: cõmunis eſt angulus qui ſub a b e, reliquus igitur qui ſub b a e angulus: reliquo qui ſub a h b eſt æqualis. Triangulũ igitur a b e: ipſi a h b triãgulo æquiangulum eſt. proportionale igitur eſt ſicut e b ad b a: ſic a b ad b h. Aequalis autẽ eſt b a: ipſi e h. maior autẽ eſt b e: ipſa b a. maior igitur eſt e h: ipſa h b. Ipſa igitur b e, extrema & media ratione in h ſecatur: & maius ſegmentũ h e æquum eſt ipſius quinquãguli lateri. Similiter iam oſtendemus: q; a c extrema & media ratione in h ſecatur: & ipſius maius ſegmentum c h ipſius quinquanguli lateri eſt æquale. Quod oſtendere oportuit.



Euclí. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio. 9.

9 ¶Si ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum cõponantur: tota recta linea extrema & media ratione ſecatur / & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus. Camp. 9.

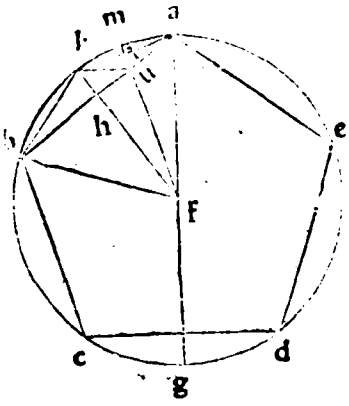
¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c. & in ipſo circulo a b c, deſcriptarũ figurarum decagoni quidẽ latus eſto b c, & ſexanguli c d: & ſint in rectas lineas. Dico q; tota b d, extrema & media ratione ſecatur in c: & maius ipſius ſegmẽtum eſt c d. Aſſumatur enim per 1 tertij centrũ circuli: ſignũ e. & cõnectantur e b, e c, e d. & extendatur b e in a. Et quoniã decagoni æquilateri latus eſt b c: quincupla igitur eſt a c b circũferentia ipſius c b circũferentiæ. Quadrupla igitur eſt a c circũferentia: ipſius b c. Sicut autẽ a c circunferẽtia ad c b: ſic angulus qui ſub a e c ad angulũ qui ſub c e b. quadruplus igitur eſt qui ſub a e c: eius qui ſub c e b. Et quoniã qui ſub c b e angulus ei qui ſub e c b angulo eſt æqualis: qui igitur ſub a b c angulus / duplus eſt eius qui ſub e c b. Et quoniã e c recta linea æqualis eſt ipſi c d, vtraq; enim ipſarum æqualis eſt ipſius ſexanguli lateri in a b c circulo deſcripti. & angulus qui ſub c d e eſt æqualis: igitur angulus qui ſub e c b, duplus eſt eius qui ſub e d c. Sed eius qui ſub e c b: duplum eſſe demõſtratum eſt eum qui ſub a e c. Igitur qui ſub a e c: quadruplus eſt eius qui ſub e d c. Oſtenſum eſt autem: q; & eius qui ſub b e c, quadruplus eſt qui ſub a e c. æqualis igitur eſt qui ſub e d c: ei qui ſub b e c. Cõmunis autem ipſorum binorum triangulorũ hoc eſt b e c & b e d: eſt angulus qui ſub e b d. & reliquus igitur qui ſub b e: d ei qui ſub e c b eſt æqualis. Aequi



angulum igitur eſt triangulum e b d: ipſi e b c triangulo. proportionale igitur eſt ſicut b d ad b e: ſic e b ad b c. Aequalis autē eſt e b: ipſi c d. Eſt igitur ſicut b d ad d c: ſic d c ad c b. Maior autē eſt b d: ipſa c d. maior igitur eſt & d c: ipſa c b. Igitur ipſa b d, recta linea extrema & media ratione ſecatur in c ſigno: & maius ſegmentum eſt d c. Quod oſtēdere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 10 Propoſitio 10.

Camp. 10.

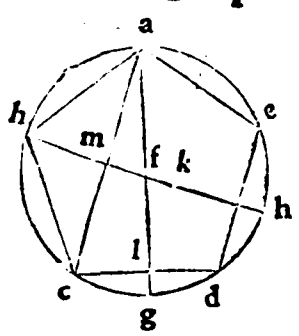


¶Si in circulo quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: ipſius quinquanguli latus poteſt & ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum. 10

¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c d e: & in ipſo a b c d e per 11 quarti quinquāgulū deſcribatur a b c d e. Dico q̄ ipſius a b c d e quinquāguli latus: poteſt & ſexāguli & decagoni latus in ipſo a b c d e circulo deſcriptorū. Aſſumatur per 1 tertij cētrum circuli: & ſit f. & cōnexa a f, extendatur in g ſignū: & cōnectatur f b. & ab ipſo f in a b perpēdicularis excitetur per 12 primi f h: & extendatur in k, & cōnectantur a k, k b. & rurſus ab ipſo f, in a k excitetur per 12 primi perpendicularis f l: & extendatur in m, & cōnectatur k n. Et quoniā circūferentia a b c g ipſi a e d g circunferentiæ eſt æqualis/quarū a b c ipſi a e d eſt æqualis: reliqua igitur c g circūferentia reliquæ g d circūferētię eſt æqualis. Quinquāguli autem/c d: & decagoni/c g. Et quonā f a ipſi f b per 15 diffinitionē primi eſt æquals/& perpēdicularis eſt f h: igitur angulus qui ſub a f k, ei qui ſub k f b eſt æqualis. quare & circūferentia a k: ipſi k b eſt æqualis. Dupla igitur eſt a b circūferentia: ipſius b k circunferentiæ. decagoni latus igitur: eſt recta linea a k. & id propterea & a k: ipſius k m eſt dupla. Et quoniā dupla eſt circūferentia a b ipſius circunferentiæ k b, æqualis autem eſt c d circūferentia ipſi a b circūferentiæ: dupla igitur eſt c d circūferentia ipſius b k circūferentiæ. Eſt autem c d circūferentia: ipſius c g dupla. igitur circūferentia c g: ipſi b k circunferentiæ eſt æqualis. Sed b k ipſius k m dupla eſt: quoniā & k a. & c g igitur: ipſius k m eſt dupla. Sed & c b circūferentia: ipſius b k circunferentiæ dupla eſt. æqualis enim eſt c b circūferentia: ipſi b a. et tota igitur g b circūferentia: totius b m eſt dupla. Quare & angulus qui ſub g f b: anguli qui ſub b f m duplus eſt. Eſt autem qui ſub g f b: eius qui ſub f a b duplus. Aequalis enī eſt qui ſub f a b: ei qui ſub a b f. Qui ſub b f n igitur: ei eſt æquus qui ſub f a b. Binorū autem triangulorum a b f & b f n: cōmunis angulus eſt qui ſub a b f. Reliquus igitur qui ſub a f b: reliquo qui ſub b n f eſt æqualis. Triangulū igitur a b f: ipſi b f n triāgulo æquiāgulum eſt. proportionale igitur eſt ſicut a b recta linea ad b f: ſic f b ad b n. quod igitur ſub a b, b n: ei quod ex b f eſt æquale. Rurſus quoniam æqualis eſt a l ipſi l k, cōmunis autem & ad angulos rectos l n: baſis igitur k n per 4 primi baſi a n eſt æqualis. & angulus igitur qui ſub l k n: ei qui ſub l a n eſt æqualis. Sed qui ſub l a n: ei qui ſub k b n eſt æqualis. & qui ſub l k n igitur: ei qui ſub k b n eſt æqualis. & ipſorum triangulorum binorum a k b & a k n: commune eſt quod ſub n a k. Reliquū igitur quod ſub a k b: reliquo quod ſub k n a eſt æquale. Aequiangulū igitur eſt triangulum k b a: ipſi k n a triangulo. proportionale igitur eſt ſicut b a recta linea ad a k: ſic k a ad a n. Quod igitur ſub b a, a n: æquū eſt ei quod ex a k. Oſtenſum eſt autem: q̄ quod ſub a b, b n, æquum eſt ei quod ex b f. Quod igitur ſub a b, b n, vna cū eo quod ſub b a, a n, quod eſt id quod ex b a: ei eſt æquū quod ex b f vna cū eo quod ex a k. & b a quidem eſt latus ipſius quinquāguli: & b f ſexangnli/& a k decagoni. Quinquāguli ergo latus: poteſt & ſexanguli et decagoni latus in eodē circulo deſcriptorum. Quod oſtendere oportuit.

Eucli ex Zamb. Theorema. 11 Propoſitio. 11.

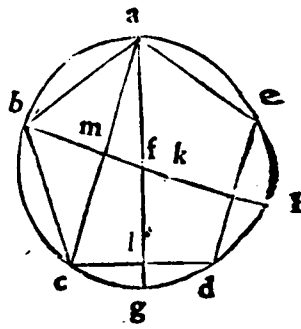
Camp. 12.



¶Si in circulo rationalem habēte diametrum/ quinquāgulū æquilaterum inſcribatur: quinquanguli latus irrationale eſt/ appellaturque minor. 11

THEON ex Zamb. ¶In circulo enim a b c d e, rationalem habente diametrum: quinquangulū inſcribatur a b c d e. Dico q̄ ipſius a b c d e quinquāguli latus irrationale eſt: appellaturq̄ minor. Aſſumatur inq̄ & 1 tertij circuli cētrū: f ſignum. & connectantur a f, f b. & extendantur in g, h ſigna: & cōnectatur a c. ponaturq̄ ipſius a f: quarta pars f k. Rationalis autē a f. rationalis igitur & f k. Eſt autē & b f

rationalis. Tota igitur b k: rationalis eſt. Et quoniam circũferentia a c g ipſi a d g circunferentiæ eſt æqualis/quarum a b c æqualis eſt ipſi a e d: reliqua igitur c g reliquæ g d eſt æqualis. Et ſi cõnectamus a d: ducuntur recti qui ad l anguli, & dupla eſt c d ipſius c l. & id propterea & qui ad m, recti ſunt: & dupla eſt a c ipſius c m. Quoniã igitur angulus qui ſub a l c ei eſt æquus qui ſub a m f, cõmunis autem ipſorũ triangulorũ binorũ a l c, a m f, eſt qui ſub l a c: reliquus igitur qui ſub a c l ei eſt æqualis qui ſub m f a. æquiangulum igitur eſt triãgulum a c l: ipſi a m f triãgulo. proportionale igitur eſt ſicut l c ad c a: ſic m f ad f a. & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipſius l c ad c a: ſic ipſius m f dupla ad f a. Sed ſicut ipſius m f dupla ad f a: ſic m f ad ipſius f a dimidiam. & ſequẽtiũ dimidia. Sicut igitur ipſius l c dupla ad ipſius c a dimidiam: ſic m f ad quartam partem ipſius f a. & ipſius l c, dupla eſt d c: ipſius vero c a, dimidia eſt c m. ipſius autem f a: quarta pars eſt f k. Eſt igitur ſicut d c ad c m: ſic m f ad f k. Componendo per 18 quinti & ſicut vtraq; d c m, ad c m: ſic m k ad f k. & ſicut igitur per 11 quinti quod ex vtraq; ipſarum d c m, ad id quod ex c m: ſic quod ex m k ad id quod ex k f. Et quoniam per 8 decimitertij ea quæ ſub duobus lateribus pentagoni ſubtenſa vt a c, extrema & media ratione ſecta, maius ſegmentũ eſt æquale ipſius pentagoni lateri hoc eſt ipſi d c, maior autem ſectio totius admitẽs dimidiũ quincuplũ poteſt eo quod ex totius dimidia per 1 decimitertij/& totius a c dimidia eſt c m: quod igitur ex d c m tanq; ex vna/ quincuplũ eſt eius quod ex c m. Sicut autem quod ex d c m ſicut vna/ad id quod ex c m: ſic oſtẽſum eſt eſſe id quod ex m k ad id quod ex k f. quincuplum igitur eſt quod ex m k: eius quod ex k f. rationale autẽ quod ex k f. rationalis enim eſt diameter. Rationale igitur eſt & quod ex m k. Rationalis igitur eſt m k. rationem enim habet quam numerus ad numerũ quod ex m k: ad id quod ex k f. Et quoniam quadrupla eſt b f ipſius f k: quincupla igitur eſt b k ipſius k f. Vigintiquincuplex igitur eſt quod ex b k: eius quod ex k f. Quincuplum autem eſt id quod ex m k: eius quod ex k f. quincuplum igitur eſt quod ex b k: eius quod ex k m. Quod igitur ex b k: ad id quod ex m k rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi b k: ipſi k m in longitudine. & ipſarum vtraq;: rationalis eſt. Ipſę igitur b k, k m: rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Si autẽ a rationali rationalis auferatur potentia tantũ cõmẽſurabilis ſubſiſtẽs toti: reliqua irrationalis eſt/ vocatur autẽ apotome per 63 decimi. igitur m b: apotome eſt. Congruẽs autẽ ei: eſt m k. Dico q; & quarta. Quo enim maius eſt id quod ex b k eo quod ex k m: ei æquũ eſto quod ex n. Igitur ipſa b k: ipſa k m maius poteſt ipſo n. Et quoniã per 16 decimi cõmenſurabilis eſt k f ipſi f b, & componendo per 18 quinti commenſurabilis eſt k b ipſi b f, ſed b f ipſi b h longitudine eſt cõmenſurabilis: & b k igitur ipſi b h commenſurabilis eſt. Et quoniam quod ex b k eius quod k m quincuplũ eſt: quod igitur ex b k, ad id quod ex k m rationem habet quam quinq; ad vnum. Conuertẽdo igitur per correlarium 18 quinti quod ex b k ad id quod ex n: rationem habet quã quinq; ad quatuor, non quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt b k: ipſi n. Igitur b k: ipſa k m maius poteſt eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. & tota b k: ipſi b h rationali expoſitæ commenſurabilis eſt. Quod autem ſub rationali & apotomæ quarta comprehenſum rectangulũ: irrationale eſt / & ipſum potẽs irrationalis eſt/ minorq; appellatur per 94. decimi.

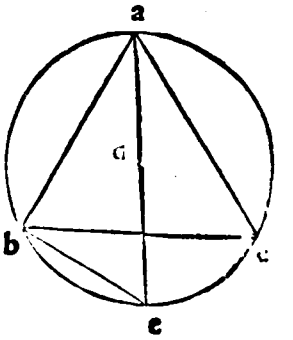


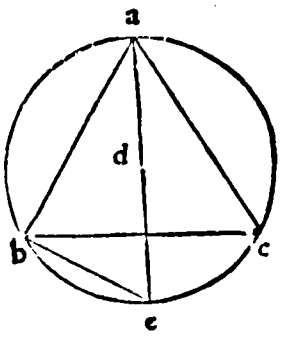
Poteſt autem quod ſub h b, b m, ipſa a b: quoniam propter connexionem ipſius a h, triangulum a b h æquiangulum fit ipſi a b m. Et quoniam eſt ſicut b h ad b a ſic eſt a b ad b m: ipſa igitur a b quinquanguli latus/ irrationalis eſt minor appellata. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12.

¶ Si in circulo triangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: ipſius trianguli latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: & in eo triangulum æquilaterum deſcribatur a b c. Dico q; ipſius a b c triãguli latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro ipſius circuli a b c. Aſſumatur inq; per 1 tertij: centrũ ipſius circuli/ d. & connexa a d extendatur in e: & cõnectatur b e. Et quoniam triangulum a b c æquilaterum eſt: igitur b e c circũferentia tertia pars eſt ipſius circuli a b c circũferen-

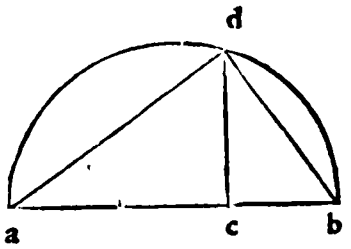




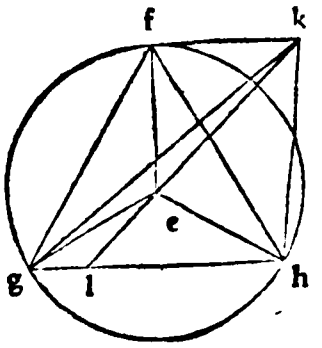
tiæ. igitur b e circũferentia: ſexea pars eſt circũferentię ipſius circuli. hexagona igitur eſt ipſa b e recta linea. æqualis igitur eſt ei qui ex cẽtro: hoc eſt ipſi d e. Et quoniam a e ipſius d e dupla eſt: quadruplum eſt quod ex a e eius quod ex e d, hoc eſt eius quod ex b e. Aequũ autem eſt id quod ex a e: eis quæ ex a b, b e. quæ igitur ex a b, b e: quadrupla ſunt eius quæ ex b e. Manifeſtum igitur ꝙ quod ex a b: triplum eſt eius quod ex b e. Aequalis autem eſt b e: ipſi d e. quod ex a b igitur: triplum eſt eius quod ex d e. Trianguli ergo latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

PYramidem quatuor baſium triangularium & æquilateratũ ab aſſignata ſphęra circũſcriptibilẽ: fabricare. Huius ergo ſphæræ diametros: ad latus ipſius pyramidis ſeſquialterã proportionem potentialiter habere probatur. 13

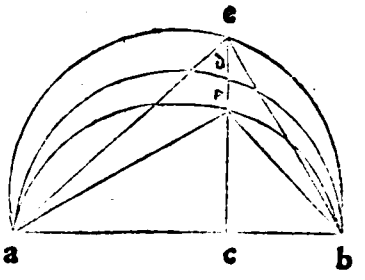


¶CAMP. ¶Sit linea a b diameter aſſignatæ ſphæræ / quæ diuidatur in puncto c: ita ꝙ a c ſit dupla ad b c. & lineetur ſuper eam ſemicirculus a d b. & producatur linea c d orthogonaliter ſuper lineam a b: & producantur lineę b d & d a. Poſtea fiat circulus f g h ſuper centrum e, cuius ſemidiameter ſit æqualis lineæ c d: cui ex 2 quarti libri inſcribatur triangulus æquilaterus qui ſit f g h, ad cuius angulos protrahantur a centro / lineæ e f, e g, e h. deinde ſuper centrum e, erigatur (ſecundum ꝙ docet 12 vndecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpẽdicularis ad ſuperficiem circuli f g h: & demittantur a puncto k hypothenuſæ k f, k g, k h. eritq; cõpleta pyramis quatuor baſium triangularium & æquilateratum: quã dico eſſe ab aſſignata ſphæra circũſcriptibilem. & dico quadratũ diametri propoſitæ ſphæræ: ſeſquialterum eſſe ad quadratum lateris fabricatæ pyramidis. Conſtat enim ex prima parte correlarij 8 ſexti: ꝙ linea c d eſt medio loco proportionalis inter a c & c b. quare ex correlario 16 eiuſdem / quadratũ lineæ a c ad quadratum lineę c d: eſt ſicut linea a c ad c b. ergo coniunctim quadratum a c & quadratum c d, ad quadratum c d: ſicut linea a b ad b c. ideoq; ex penultima primi quadratũ a d ad quadratum d c: ſicut a b ad b c. Cum ergo linea a b ſit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam: erit quoq; quadratũ a d triplũ ad quadratũ d c. Eſt autẽ ex 8 huius / quadratũ f g: triplum ad quadratum e f. quare cum ex hypotheſi d c ſit æqualis e f: erit ex cõmuni ſcientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem / linea e k continet cum ſingulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos / quarum quælibet eſt æqualis lineæ c d, & quia ipſa eadem eſt æqualis lineæ a c, & angulus c eſt rectus: erit per 4 primi vnaquęq; trium linearum k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifeſtũ eſt igitur: fabricatam pyramidem eſſe quatuor baſium triangularium æquilaterarũ. ¶Ipſam autẽ eſſe circũſcriptibilem ab aſſignata ſphæra: ſic habebo. Lineæ e k intelligatur adijci ſecundum rectitudinem linea e l æqualis lineæ c b: vt tota k l ſit æqualis a b quæ eſt diameter aſſignatæ ſphęræ. Hanc autem lineam inq̃ e l imagineris eſſe ſub circulo f g h, perpendicularem quoq; ad ipſius ſuperficiem ex parte inferiori: ſicut eſt e k ex parte ſuperiori. eritq; vnaquæq; triũ linearum e f, e g, e h, & ſimpliciter quælibet ſemidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter k e & e l: quẽadmodum eſt d c inter a c & c b. nam hæ ſunt æquales illis: vnaquaq; ſuæ relatiuæ. Si igitur ſuper lineã l k deſcribatur ſemicirculus / circũducaturq; quouſq; ad locum vnde moueri cœperat redeat: erit ex diffinitione ſphærarum æqualium / ſphæra deſcripta motu huius ſemicirculi / æqualis ſphæræ aſſignatæ. ſunt enim ſphæræ æquales / quarum ſunt æquales diametri: quẽadmodũ de circulis in principio tertij dictũ eſt. Hunc vero ſemicirculum neceſſe eſt tranſire per tria puncta f, g, h: quæ ſunt anguli ſolidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico ꝙ ſemicirculus hic quoniam ſuper lineam k l fuerit deſcriptus / ſi circũducatur quouſq; ad locum redeat vnde moueri cœperat: continget circulum f g h ſuper omnia pũcta circũferẽtiæ ipſius. Quod ex hac vetuſta veritate probatur. Si linea recta ſuper lineam rectam perpendiculariter ſteterit quæ inter partes eius cui ſuperſtat vel circũſtat medio loco proportionalis po

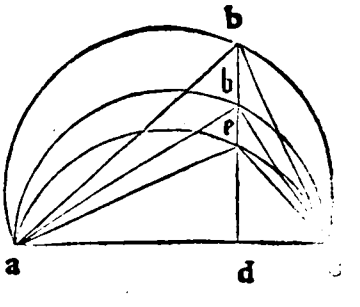


natur/ fueritq; ſuper eam lineam cui perpendicularis ſuperſtat/ ſemicirculus deſcriptus: circunferentia ipſius per extremitatem lineæ medio loco proportionalis poſitæ perpẽdiculariter neceſſario tranſibit. Cum igitur cunctæ ſemidiametri circuli f g h ſint perpendiculares ad lineam k l, & medio loco proportionales inter partes ipſius quæ ſunt k e. & e l: ſequitur vt ſemicirculus deſcriptus ſuper k l, ſi circũducatur tranſeat per omnia puncta circunferẽtiæ f g h, & per omnes ſolidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; a diffinitione eius quod eſt figuram inſcribi figuræ/ pyramis fabricata eſt inſcriptibilis illi ſphæræ quam ſemicirculus per lineam k l lineatus motu ſuo deſcribit. Et quia hæc ſphæra deſcripta/ eſt aſſignatæ ſphæræ æqualis per diffinitionem æqualium ſphærarum: ſequitur ex communi ſcientia vt hæc pyramis fabricata/ ſit ab aſſignata ſphæra circũſcriptibilis. Quod eſt propoſitum.

¶ CORRELARIVM autem patet ſic. ¶ Cum enim a b ſit tripla ad b c: per euerſã proportionalitatẽ erit a b ſeſquialtera ad a c. ideoq; ex ſecũda pte correlarij 8 ſexti & correlario 17 eiuſdẽ: quadratũ lineæ a b erit etiã ſeſquialterũ ad quadratum lineæ a d. Et quia linea a d eſt æqualis lateri fabricatæ pyramidis/ at vero a b eſt diameter ſphæræ: cõſtat verum eſſe quod per correlariũ dicitur.

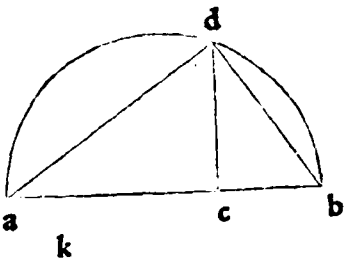


¶ Ne autem quicq; de vetuſta veritate propoſita hæſitare contingat: eam volumus hoc modo demonſtratione firmare. Sit igitur ſuper lineam a b, linea c d perpendicularis: quæ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b, quæ ſint a c & c b, ita q̃ ſit proportio a c ad c d, ſicut c d ad c b. Et ſuper lineã a b: deſcribatur ſemicirculus a e b. Dico q̃ huius ſemicirculi circũferentia trãſibit per punctum d: qui eſt extremitas perpendicularis. Si nautem: aut ſecabit lineam c d, aut ſupertranſibit eam totam ipſam tranſiens & includens & non cõtingens. Secet ergo primo eã in pũcto e: & ducantur lineæ e b & e a. eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b: rectus. itaq; ex prima parte correlarij 8 ſexti proportio eſt a c ad c e: ſicut c e ad c b. at vero ex ſecũda parte 8 quĩti proportio a c ad c e, eſt maior q̃ a c ad c d: eo q̃ c e eſt minor q̃ c d. Cum igitur ſit c e ad c b ſicut a c ad c e, & c d ad c b ſicut a c ad c d: erit per duodecimam quinti e c ad c b maior q̃ c d ad c b. ideoq; per primã partem 10 quinti e c eſt maior q̃ d c: pars videlicet q̃ ſuum totum. quod eſt impoſſibile. Non ergo ſecabit circunferentia ſemicirculi: lineam c d. Supertranſeat igitur. & producatur c d vſq; ad circunferentiam: ſitq; tota c e. & ꝓtrahantur lineæ e b & e a. ſequeturq; vt prius/ lineam c d eſſe maiorem q̃ ſit linea c e. quod eſt etiam impoſſibile. Cõſtat ergo propoſitũ. ¶ Similiter autem dicim9/ q̃ ſi fuerit aliquis angulus rectus cui baſis ſubtendatur ſuper quam ſemicirculus lineætur: ipſius circunferentiam per angulum rectum tranſire neceſſe eſt. Conuerſam huiꝰ proponit prima pars 30 tertij. Quod autem dicimus: ſic conſtat. Sit enim angulus a b c, rectus: cui ſubtendatur baſis a c, & ſuper eam lineetur ſemicirculus. dico q̃ ipſius circunferentia tranſibit per punctum b: in quo coeunt lineæ continẽtes angulum rectum. Cuius demonſtratio eſt: q̃ neq; tranſibit ſupra neq; infra. Si n autẽ: trãſeat primo infra/ ſitq; a e c. & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad baſin a c, quæ ſecet circunferentiam ſemicirculi in pũcto e: & protrahantur lineæ e a & e c. eritq; angulus a e c: rectus ex prima parte 30 tertij. at ipſe eſt maior angulo a b c per 21 primi. hoc autem eſt impoſſibile ex tertia petitione: cum vterq; ſit rectus/ hic quidẽ ex hypotheſi/ ille vero ex prima parte 30 tertij. Non ergo tranſibit circunferentia ſemicirculi: infra angulum b. Tranſeat itaq; ſupra: & ſit a f c. producatur autem perpendicularis d b: quouſq; obuiet circunferentiæ ſemicirculi a f e in puncto f. & producãtur lineæ f a, f c. eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c: rectus. Cũq; etiam eſſet ex hypotheſi angulus a b c rectus: ſequitur impoſſibile per 21 primi ſicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem: neceſſarium eſt ad cognitionem eorum quæ ſequuntur.

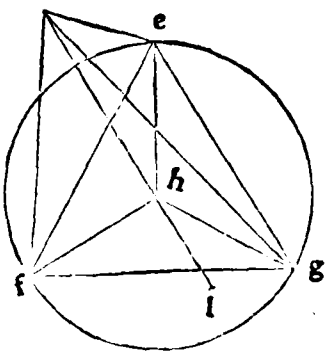


Euclí ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 13.

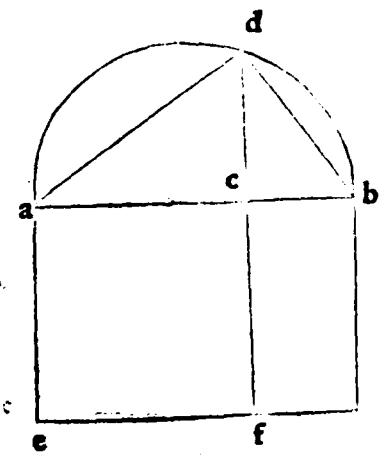
13 ¶ Pyramidem conſtituere/ & data ſphæra compręhendere: & demonſtrare q̃ ipſius ſphæræ dimetiens potentia ſeſqualter eſt lateris ipſius pyramidis.



¶THEON. ex Zamb. ¶Exponatur datæ ſphæræ dimetiens a b: ſeceturq; in c ſigno/vt a c ipſius c b dupla ſit. Deſcribaturq; ſuper a b: ſemicirculus a d b. exciteturq; pe 11 primi ab ipſo c ſigno ad angulos rectos/c d: & cõnectatur d a. exponaturq; circulus e f g, æquam habens eam quæ ex centro ipſi d c: deſcribaturq; in ipſo e f g circulo triãgulum æquilaterum e f g. & accipiatur per primã tertij centrum circuli/ſitq; h ſignum: & connectatur e h, h f, & h g. Et cõſtituatur per 11 vndecimi ab ipſo h ſigno ipſius e f g circuli plano ad angulos rectos recta h k: & ponatur ipſa h k ipſi a c rectæ lineę æqualis. & connectantur k e, k f, k g. Et quoniam k h recta eſt ad ipſius e f g circuli planum: & ad omẽs igitur ipſam tangentes rectas lineas/& in eodem ipſius e f g circuli plano rectos efficit angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Tangit autem ipſam: vnaquęq; ipſarum h e, h f, h g. Igitur h k: ad vnãquãq; ipſarum h e, h f, h g, recta eſt. Et quoniam æqualis eſt a c ipſi h k, & c d ipſi h e, & rectos cõpræhendunt angulo: baſis igitur d a per 4 primi baſi k e eſt æqualis. & id ꝓpterea & vtraq; ipſarum k f, k g: ipſi d a eſt æqualis. Tres igitur k e, k f, k g: inuicẽ ſunt æquales.



Et quoniam dupla eſt a c ipſi9 c b: tripla igitur eſt a b ipſius b c. Sicut autẽ a b ad b c: ſic quod ex a d ad id quod ex d c. ſicut oſtendetur. Qñ enim eſt ſicut b a ad a c, ſic quod ex d a ad id quod ex a c: conuertendo per correlarium 19 quinti ſicut a b ad b c, ſic quod ex a d ad id quod ex a c. Sicut demonſtrabitur. Triplũ igitur eſt q̃ ex a d: eius quod ex d c. Eſt autem & quod ex f e: eius quod ex e h triplũ. & æqualis eſt d c: ipſi e h. æqualis igitur eſt d a: ipi e f. Sed d a: vnicuiq; ipſarũ k e, k f, k g, oſtenſa eſt æqualis. æquilatera igitur ſunt ipſa quatuor triangula: hoc eſt e f g, k e f, k f g, k g h. Pyramis igitur cõſtruitur ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris: cuius baſis eſt e f g triangulum/faſtigium vero eſt ſignũ k. ¶Oportet iam ipſam data ſphæra cõpræhendere: oſtendereq; q̃ ipſius ſphæræ diameter potẽtia lateris ipſius pyramidis ſeſqualtera eſt. Extendatur enim i rectas lineas ipſius k h, recta linea k l: & ipſi c b æqualis ponatur h l. Et quoniam eſt ſicut a c ad c d ſic c d ad c b, æqualis autem eſt ipſa quidẽ a c ipſi k h, & c d ipſi h e, & c b ipſi h l: eſt igitur ſicut k h ad h e, ſic e h ad h l. quod igitur ſub ipſis k h, h l: æquũ eſt ei quod ex e h. Et rectus eſt vterq; ipſorũ k h e, e h l, angulorum. Igitur ſemicirculus deſcript9 ſuper k l: veniet & per e. quoniam ſi connectamus e l, rectus fit qui ſub l e k ãgulus: eo quia triangulum e l k vtriq; ipſorum e l h, e h k, triangulorum æquiangulum fit. Si iam manẽte l k circunducatur ſemicirculus/& in idem vnde duci icœpit rurſus ſteterit: veniet & per ſigna f, g, cõnexis ipſis f l, l g. & rectis ſimiliter factis iis q̃ ad f, g, angulis: pyramis data ſphæra cõpræhenſa erit. Igitur k l ipſius ſphæræ dimetiens/æqualis eſt datæ ſphæræ diametro: qñ ipſi quidem a c æqualis ponitur k h, ipſi autẽ c b ipſa h l. ¶Dico iam q̃ ipſius ſphæræ dimetiẽs: lateris ipſius pyramidis potentia ſeſqualter eſt. Quoniã eteni dupla eſt a c ipſius c b: tripla igitur eſt a b ipſius b c. Conuertendo igitur per correlarium 18 quinti ſeſqualter eſt a b: ipſius a c. Sicut autẽ b a ad a c, ſic quod ex b a ad id quod ex a d: qñ cõnexa ipſa b d, eſt ſicut b d ad a d ſic d a ad a c, ꝓpter ipſorum d a b, d a c, triangulorũ ſimilitudinẽ, & eo quia eſt ſicut prima ad tertiam ſic quod ex prima ad id quod ex ſecunda. Seſqualterũ igitur eſt quod ex b a: eius quod ex a d. Et b a quidẽ eſt ipſius datæ ſphæræ diameter: & a d æqualis eſt lateri ipſius pyramidis. ipſius igit̃ ſphæræ diameter: ipſius pyramidis lateris ſeſqualtera eſt. Quod erat oſtendendum. ¶Oſtendendum iam: q̃ eſt ſicut a b ad b c: ſic quod ex a d ad id quod ex d c. Exponatur ipſius ſemicirculi deſcriptio. & ab ipſa a c deſcribatur per 46 primi quadratum: & compleatur f b parallelogrãmum. Quoniã igitur triangulum d a b ipſi d a c triangulo æquiangulũ eſt: eſt ſicut b a ad a d, ſic eſt d a ad a c. Igitur quod ſub b a, a c: æquũ eſt ei quod ex a d. Et qñ eſt ſicut a b ad b c ſic eſt e b ad b f, & eſt quidem ipſum e b id quod ſub b a, a c, (æqualis enim eſt e a ipſi a c: & b f ei quod ſub a c, c b) ſicut igitur a b ad b c, ſic quod ſub ipſis b a, a c, ad id quod ſub ipſis a c, c b. Et quod ſub b a, a c: æquum eſt ei quod ex a d. quod autem ſub a c, c b: æquũ eſt ei quod ex d c. ipſa enim d c perpendicularis/baſis ſegmentorum a c, c b, media eſt proportionalis: qñ qui ſub a d b rect9 eſt. Sicut igitur a b ad b c: ſic quod ex a d ad id quod ex d c. Quod oſtendere oportuit.



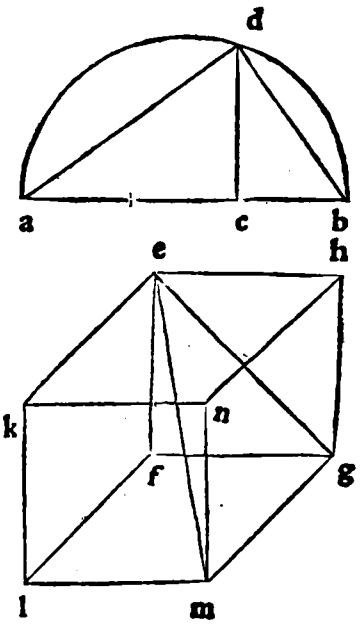
Euclí. ex Camp. Propoſitio 14.

14 Z ā b

A B aſſignata ſphæra circunſcriptibilem cubum conſtituere. Eiuſdem autem ſphæræ diametrum lateri ipſius cubi potentialiter triplicem eſſe: manifeſtū erit.

15

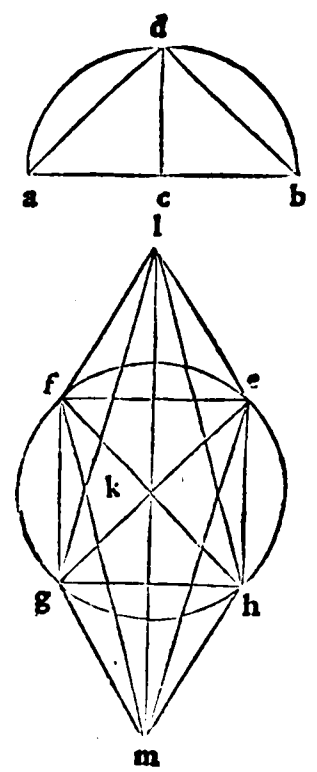
¶ CAMPANVS. ¶ Aſſignatæ ſphęræ diameter ſit a b: ſuper quam linectur ſemicirculus a d b, diuidaturq; diameter in puncto c, prorſus ſecundum conditionem præmiſſæ: videlicet vt linea a c ſit dupla ad lineam c b. & producatur c d perpendicularis ad a b: & protrahantur d b & d a. Poſtea fiat vnū quadratum cuius omnia latera ſint ęqualia lineæ b d: ſitq; e f g h. ſuper cuius quatuor angulos erigantur vt docet 12 vndecimi/quatuor lineæ perpēdiculares ad ſuperficiē ipſius quadrati: quarum quęlibet ponatur etiam æqualis lineæ b d, ſintq; e k, f l, g m, h n. eruntq; hæ quatuor perpendiculares/ſingulæ ſingulis æquidiſtantes ex 6 vndecimi: & anguli quos continent cum lateribus quadrati/recti ex diffinitiōe lineæ perpendicularis ad ſuperficiem. Deinde coniungantur extremitates iſtarum perpendicularium/protractis lineis k l, l m, m n, n k: eritq; completus cubus/ſex ſuperficiebus quadratis contentus. conſtat enim ex 34. primi: q; quatuor ſuperficies ipſum ambientes (& ipſæ ſunt quarū oppoſita latera ſunt quatuor perpendiculares) ſunt omnes quadratæ. de baſi autem: hoc poſitum eſt. at vero de ſuprema eius ſuperficie quæ eſt k l m n, q; ipſa quoq; ſit quadrata: cōſtat ex 34 primi & 10 vndecimi. ideoq; ex quarta vndecimi manifeſtum eſt: ſingula latera eiuſdem cubi duabus ipſius oppoſitis ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere. ¶ Vt autem cubū hunc ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilē eſſe demonſtremus: in vna ſuarum ſuperficierum protrahatur diagonalis/verbigratia in baſi eius/ſitq; e g. & ab huius diagonalis altera extremitate: protrahatur diameter cubi e m. eritq; ex penultima primi quadratū e g: duplum ad quadratum f g. ideoq; & ad quadratum g m: eo q; g m eſt æqualis f g. ſunt enim omnia latera cubi: adinuicē æqualia. Et quia rurſus ex penultima primi/quadratum e m eſt æquale quadratis duarum linearū e g & g m, propter hoc q; angulus c g m eſt rectus ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem: erit quadratum e m triplum ad quadratum m g. conſtat enī ex duplo & ſimplo. Cumq; ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem quadratū quoq; a b ſit triplum ad quadratum b d, eo q; linea a b tripla eſt ad lineam b c, ſit autē b d æqualis f g: ſequitur ex cōmuni ſcientia vt c m quæ eſt diameter cubi ſit æqualis a b quæ eſt diameter ſphæræ. Itaq; ſi ſuper e m lineeť ſemicirculus circunducaturq; quouſq; ad locum vnde fuit initium motus/redeat: ſphæra deſcripta/erit ex diffinitione ſphærarū æqualiū æqualis ſphærę aſſignatæ. At vero quia hic ſemicirculus tranſitum faciet per pūctum g eo q; angulus e g m eſt rectus/eadēq; ratione per cęteros ſingulos rectos angulos cubi/quod ex antecedente ante hanc 14 imediate præmiſſo manifeſtum eſt: conſtat conſtitutū cubum ab aſſignata ſphæra (eo q; a ſua æquali) circū ſcriptibilē eſſe. Quod demōſtrare oportebat. Correlarij vero demōſtratio: in iſtius demōſtrationis ꝓceſſu ꝑpatuit.

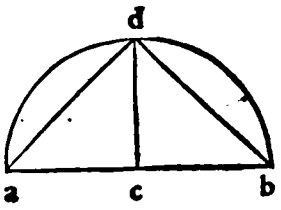


Euclí. ex Camp. Propoſitio 15

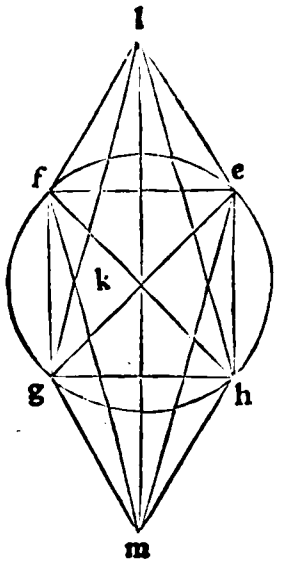
¶ Corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum a ſphęra propoſita circūſcriptibile: componere. Eritq; palā eiuſdē ſphæræ diametrum lateri ipſius corporis duplicē eſſe potentialiter.

¶ CAMPANVS. ¶ Diameter ſphæræ ꝓpoſitę ſit a b: q̄ diuidatur per æqualia in pūcto c. & ſup eā lineeť ſemicirculꝰ a d b: & ꝓducať c d ppēdicularis ad a b, & iūgatur pūctꝰ d cū a & cū b. deſcribaturq; vnū quadratū cuiꝰ ſingula latera ſint ęqualia linę b d. ſitq; quadratū hoc e f g h: in quo ꝓtrahātur diametri duę e g & f h, ſecāres ſeinuicē in pūcto k. Cōſtat igitur ex 4 primi/q; vtraq; iſtarū diametrorū ſit ęqualis lineę a b q̄ eſt diameter ſphęrę: cū āgulus d ſit rectꝰ ex prima pte 30 tertij & ſinguli quoq; āguli e, f, g, h, recti ex diffinitiōe q̄drati. Cōſtat rurſus: q; eędem diametri e g & f h diuidūt ſeinuicē per æqualia in pūcto k. Hoc aūt ex 5 primi & 32 & 6 eiuſdē facile ē elicere. Erigatur itaq; ſup pūctū k, linea k l ppēdicularis ad ſupficiē q̄drati: q̄ ponať ęqlis medietati diametri e g vel f h. & demittāť hypothenuſæ l e, l f, l g, l h. erūtq; ex his q̄ poſita ſunt/& penul. primi quotiēs oportuerit re





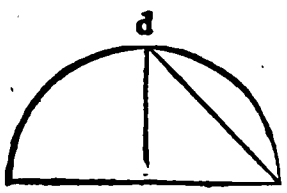
petita) ſingulę harũ hypothenuſarũ ęquales ſibi inuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidẽ quatuor æquilaterarũ triãgulariũq; baſiũ: ſuper quadratũ cõſtitutã. Huic itaq; ſub ipſo quadrato ſimilẽ pyramidẽ: hoc modo appone. Lineã l k producas/ perforãdo quadratũ/ vſq; ad m: ita q; k m exiſtẽs ſub quadrato/ ſit æqualis l k exiſtẽti ſupra. & iũge pũctũ m cũ ſingulis ãgulis quadrati: producendo 4. alias hypothenuſas quæ ſunt m e, m f, m g, m h. de quibus quoq; manifeſtũ eſt ex penultima primi/ quẽadmodũ de alijs quę ſunt in ſuperiori parte: q; ipſæ ſint æquales adinuicẽ & lateribus quadrati. Cõpleuimus igitur corpus 8 baſium triangulariũ & æquilaterarũ. ¶ Hoc autẽ ab aſſignata ſphæra circũſcriptibile eſſe: ſic habeto. Conſtat enim: q; linea l m eſt ęqualis diametro aſſignatę ſphæræ. nã vtraq; earũ eſt æqualis diametro quadrati. Igitur ſi ſuper l m lineæ ſemicirculus q circũuoluatur quouſq; ad locũ ſuũ redeat: ſphæra quã motu ſuo deſcribet/ erit ęqlis aſſignatæ ſphæræ/ vt ex diffinitione ęqualiũ ſphærarũ colligit. Hic vero ſemicirculꝰ trãſibit per quatuor ãgulos q̃drati/ & ſimpliciter p oia pũcta circũferẽtię circuli circũſcribẽtis quadratũ: eo q; ſemidiameter quadrati vt linea f k, & portiões lineæ l m quæ ſunt l k & k m, ſunt adinuicem æquales. quare ex diffinitione eius quod eſt figuram vnã alij figuræ inſcribi: fabricatum corpus inſcriptibile eſt ſphæræ motu huius ſemicirculi deſcriptæ. Itaq; & ſphæræ aſſignatæ ex cõceptiõe: cũ ipſæ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitione. Correlariũ vero manifeſte conſtat. ſunt enim duæ lineæ d b & d a: æquales ex 4. primi. ideoq; quadratũ lineæ a b: duplum eſt ad quadratum lineæ b d ex penultima primi. latus aũt fabricati corporis: eſt æquale lineę b d. Verum eſt ergo correlarium.



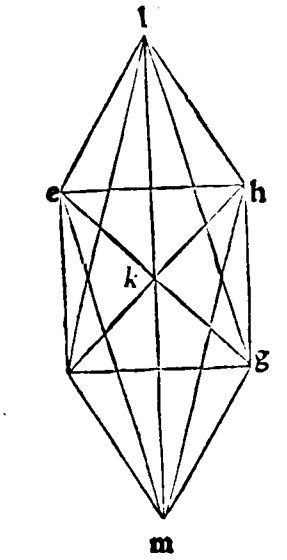
Euclí ex Zamb. Problema 2 Propoſitío 14.

¶ Octahedrum conſtruere/ & data ſphęra compręhẽdere ea qua pyramidem: oſtendereq; q; ípſius ſphęrę dímetiens potentía latęris ípſius octahedri duplus eſt. 14

¶ THEON. ex Zamb. ¶ Exponat datæ ſphæræ diameter a b, ſeceturq; p 10 primi diuidue i c, & deſcribatur ſup a b ſemicirculus a d b. Exciteturq; per 10 primi ab ipſo c ipſi a b ad rectos angulos c d: & connectatur d b. Exponaturq; quadratũ e f g h, æquum habens vnumquodq; latus ipſi b d; & connectantur f h, e g. Exciteturq; per 12 vndecimi ab ipſo k ſigno ad ipſius e f g h quadrati planum ad angulos rectos recta linea k l: & extendatur in alteram partem per l m, vt ſit k m. auferaturq; ab vtraq; ipſarum k l, k m, vni ipſarum k e, k f, k g, k h, æqualis vtraq; ipſarum k l, k m: & connectantur l e, l f, l g, l h, m e, m f, m g, m h. Et quoniam k e ipſi k h eſt æqualis / & angulus qui ſub e k h rectus eſt: igitur quod ex h e duplum eſt eius quod ex e k. Rurſus quoniam l k ipſi k e eſt æqualis/ & angulus qui ſub l k e rectus eſt: quod igitur ex e l, duplum eſt eius quod ex e k. Oſtenſum autẽ eſt q; & quod ex h e, duplum eſt eius quod ex e k. Igitur quod ex l e: et quod ex e h eſt æquale. Ipſa igitur l e: ipſi e h eſt æqualis. Idq; propterea iam & l h: ipſi h e eſt æqualis. Triangulum igitur l e h: ęquilaterum eſt. Similiter iam demõſtrabimus q; vnumquodq; reliquorum triãgulorum quorum baſes quidem ſunt ipſa e f g h quadrati latera/ faſtigia vero l, m, ſigna: æquilaterum eſt. Octahedrum igitur conſtitutum eſt: ſub octo triangulis æqualia habentibus latera compræhenſum.



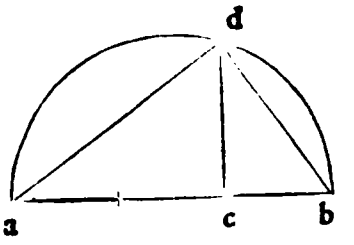
¶ Oportet iam & illud ſphæra data compræhendere: oſtendereq; q; ipſius ſphæræ dímetiens potentia duplus eſt lateris ipſius octahedri. Quoniã enim ipſæ tres l k, k m, k e, inuicẽ ſunt æquales: ſuper l m igitur deſcriptus ſemicirculus veniet & per e. & id propterea ſi manente l m, circunducatur ſemicirculus / & in idem vnde circunduci cœpit ſteterit: veniet & per f, g, h, ſigna / & octahedrum ſphæra erit compræhenſum. ¶ Dico q; & data. Quoniam nãq; æqualis eſt l k ipſi k m, communis autem k e, & angulos rectos compræhẽdunt: baſis igitur l e per 4. primi baſi e m eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ſub l e m rectus eſt/ in ſemicirculo enim: quod igitur ex l m, duplum eſt eius quod ex l e. Rurſus quoniam ac ipſi c b eſt equalis: dupla eſt a b ipſius b c. Sícut autem a b ad b c: ſic quod ex a b ad id quod ex b d. Duplum igitur eſt quod ex a b: eius quod ex b d. Oſtenſum eſt autem/ q; & quod ex l m duplum eſt eius quod ex l e: & quod ex b d, ei eſt ęquũ quod ex l e. æqualis enim ponitur e h: ipſi d b. Quod igitur ex a b: ei quod ex l m eſt æquale. ipſa igitur e b: ipſi l m eſt æqualis. eſtq; a b: datæ ſphæræ dimetiens.



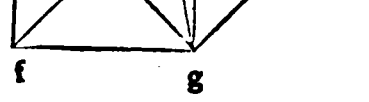
ipſa igitur l m: æqualis eſt datæ ſphæræ diametro. Cõpræhenditur igitur octahedrum data ſphæra: & ſimul oſtenſum eſt q̃ ipſius ſphæræ diameter potentia dupla eſt ipſius octahedri lateris. Quod facere & oſtendere oportebat.

Euclí. ex Zamb. Problema 3 Propoſitio 15.

15 ¶Cubum conſtruere & data ſphæra compræhendere vel ea qua prius: oſtendereq̃ q̃ ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplus eſt lateris ipſius cubí.

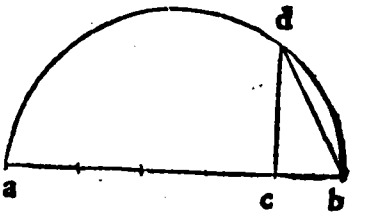


¶THEON ex Zamberto. ¶Exponatur datę ſphætæ diameter a b. ſeceturq̃ in c: vt a c dupla ſit ipſius c b. Deſcribatq̃ ſuper a b, ſemicirculus a d b: & ab ipſo c ipſi a b per 11 primi ad angulos rectos excitetur c d, & connectatur d b. Exponaturq̃ quadratũ e f g h, ęquum habens latus ipſi d b: & ab ipſis e, f, g, h, ipſius e f g h quadrati ſignis ad planũ ad ãgulos rectos excitentur per 12 vndecimi e k, f l, g m, h n. & auferaã ab vtraq̃ ipſarum e k, f l, g m, h n, vni ipſarũ e f, f g, g h, h e, æqualis vnaq̃q̃ ipſarũ e k, f l, g m, h n: cõnectãturq̃ ipſę k l, l m, m n, n k. cubus igitur f n: cõſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus cõpręhẽſus. ¶Oportet iã ſphæra data cõpræhendere: & oſtendere q̃ ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt ipſius cubi lateris. Connectãtur enì ipſæ k g, e g. Et quoniã angulus qui ſub k e g rectus eſt / co quia k e recta eſt ad planũ e g videlicet & ad rectam lineã e g: igitur ſuper k g deſcriptus ſemicirculus veniet & per e ſignũ. Rurſus quoniam g f recta eſt ad vtranq̃ ipſarum f l, f e: & ad f k igitur planum recta eſt ipſa g f. Quare & ſi connectamus ipſam f k: ipſa g f recta erit ad ipſam f k. ac per hoc rurſus ſuper g k deſcriptus ſemicirculus: tranſiet & per f. ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi veniet. Si enim manente ipſa k g, circũductus ſemicirculus inidẽ ſteterit vnde circunduci cępit: cubus ſphæra compræhẽſus erit. ¶Dico iam q̃ & data. Quoniã enim æqualis eſt g f ipſi f e, & angulus qui ad f rectꝰ eſt: quo igitur ex e g, duplum eſt eius quod ex e f. Aequalis autem eſt e f ipſi e k, quod igitur ex e g: duplum eſt eius quod ex e k. Quare quod ex g e, e k: triplum eſt eius quod ex e k. Et quoniam a b ipſius b c triplex eſt / ſicut autem a b ad b c ſic quod ex a b ad id quod ex b d: triplum igitur eſt quod ex a b, eius quod ex b d. patuit autem q̃ & quod ex k g, triplum eſt eius quod ex k e. & æqualis poſita eſt k e: ipſi b d. æqualis igitur eſt & k g: ipſi a b. Et a b: eſt datæ ſphæræ dimetiẽs. & k igitur: æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra comprehenditur cubus: & vna oſtenditur q̃ ſphæræ diameter potentia tripla eſt ipſius cubi lateris. Quod facere & oſtendere oportebat.

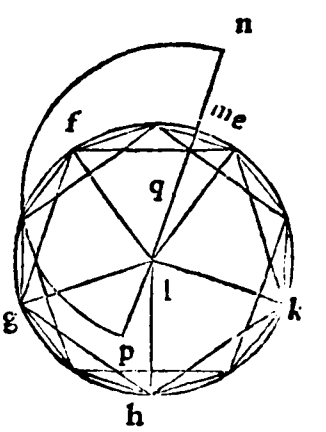


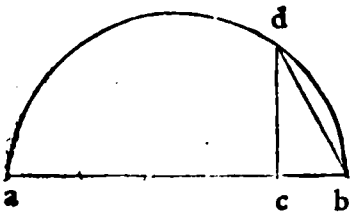
Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

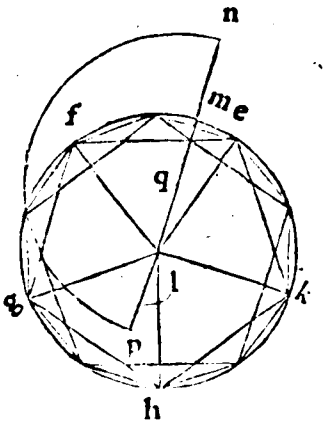
16 ¶Corpus viginti baſium triangularium atq̃ æquilaterarum a data ſphæra diametrum rationalem habente circunſcriptibile: fabricare. Eritq̃ palã: latus eiuſdem corporis eſſe lineam irrationalem / eam ſcilicet quæ dicitur minor.



¶CAMPANVS. ¶Sit hic quoq̃ diameter aſſignatę ſphæræ a b: quę ponaã eſſe rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. & diuidatur in puncto c, ita q̃ a c ſit quadrupla ad c b. & lineetur ſuper eam ſemicirculus a d b: & producatur c d perpendicularis ad a b, & protrahatur linea d b. deinde ſecundũ quãtitatem lineæ d b lineatur circulus e f g h k ſupra centrũ l: cui inſcribatur pẽtagonus æquilaterus eiſdẽ literis annotatus / ad cuius angulos a centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rurſus in eodem circulo inſcribatur decagonus ęquilaterus. diuidãt enì cũcti arcus quorũ chordæ ſunt latera pentagoni pæqualia: & a pũctis mediis ad extremitates cũctorũ laterũ inſcripti pẽtagoni lineæ rectæ dirigãtur. Itẽq̃ ſuper ſingulos angulos pẽtagoni erigatur cathetus ſcdm q̃ docet 12 vndecimi quorum quilibet ſit etiã æqualis lineæ b d: & cõtinuẽtur extremitates horũ quinq̃ cathetorũ / quinq̃ corauſtis. erũtq̃ ex 6 vndecimi qnq̃ catheti erecti: adinuicẽ æquidiſtãtes: cũq̃ ipſi ſint æquales erũt quoq̃ ex 33 primi quinq̃ corauſti eorũ extremitates iũgẽtes æquales lateribꝰ pẽtagoni. Demitte igitur a ſũmitatibus ſingulis ſingulorũ cathetorũ: binas & binas hypothenuſas ad duos circũſtãtes ãgulos iſcripti





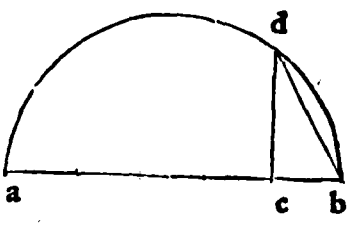


decagoni.& harũ decẽ hypothenuſarũ a quinq; extremitatib⁹ cathetorũ ad 5 pũcta quæ ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni/ deſcendentiũ extremitates cõtinua: aliũ pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribẽdo/ qui quoq; erit æquilaterus ex 23 tertij. Cũ hoc itaq; feceris: videbis te perfeciſſe decẽ triãgulos/ quotũ latera ſũt decẽ hypothenuſę & 5 corauſti & 5 latera huiꝰ ſecũdi pẽtagoni iſcripti. Hos ergo decẽ triangulos: æquilateros eſſe ſic collige. Cũ enitã ſemidiameter deſcripti circuli q̃ qlibet erectorũ cathetorũ ſit æqualis lineę b d ex hypotheſi: erit ex correlario 15 quarti/ quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt æqualis lineæ b d, inſcripti. Quia vero ex penultima primi vna q̃q; decẽ hypothenuſarũ tanto eſt potẽtior catheto q̃tũ põt latus decagoni/ at vero ex 10 huiꝰ/ latꝰ quoq; pentagoni eſt tanto potentius eodẽ q̃tũ põt idẽ latus decagoni: erit ex cõi ſciẽtia vnaq̃q; harũ hypothenuſarũ æqualis lateri pentagoni. De corauſtis aũt/ iam patuit: q; ipſi ſint æquales lateribꝰ pentagoni. Itaq; cuncta latera horũ decẽ triangulorũ: aut ſunt latera pẽtagoni æquilateri ſcda vice circulo iſcripti/ aut illis æqualia. ſunt igit̃ æquilateri trianguli. Amplius aũt ſup centrũ circuli q̃d eſt pũctũ l, erige aliũ cathetũ æqualẽ prioribꝰ q ſit l m: eiuſq; ſuperiorẽ extremitatẽ q̃ eſt m, iũge cũ ſingulis extremitatibꝰ priorũ/ per quinq; corauſtos. eritq; ex 6 vndecimi/ hic centralis cathetus: ſingulis cathetorum angularib⁹ æqdiſtans. iõq; ex 33 primi hi quinq; corauſti erũt ſemidiametro circuli æquales: & ex correlario 5 quarti q̃libet eorũ tanq̃ latus hexagoni. Centrali ergo catheto extra q; parte adijciat̃ linea vna ęqualis lateri decagoni. ſupra quidẽ adijciatur ei: m n deorſum aũt ſub circulo adijciatur ſibi a centro circuli: p. poſtea demittanꝫ a pũcto n, 5 hypothenuſæ ad 5 ſuperiores angulos decẽ triãgulorũ qui ſunt i circuitu: & a puncto p, alię 5 ad alios 5 inferiores. Erũt hæ decẽ hypothenuſæ æquales adiacẽtibus lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius: quẽadmodũ de alijs decẽ priꝰ demõſtratũ eſt. Habes ergo corpꝰ 20 baſiũ triangulariũ atq; eq. laterarũ: cuius cũcta latera ſunt æqualia lateribus pẽtagoni/ eiꝰ vero diameter eſt linea n p. horũ autẽ 20 triangulorũ: decẽ cõſiſtũt in circuitu ſupra circulũ/ quinq; autẽ cõſurgunt ſurſum ad punctũ n cõcurrẽtes/ atq; quinq; reliqui deorſum emerguntſup pũctũ p coeuntes. ¶ Hoc aũt icoſedron corpus a data ſphæra circũſcriptibile eſſe: ſic erit manifeſtũ. Cũ linea l m ſit æqualis lateri hexagoni/ & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circunſcribit: tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecundum ꝓportionem habẽtẽ mediũ & duo extrema in pũcto m, & maior portio ęiꝰ erit linea l m. Diuidatur itaq; l m p æqualia in q. eritq; ex cõi ſciẽtia p q, æqualis q n: nã p l poſita eſt æqualis lateri decagoni/ quẽadmodũ m n: quare q n eſt medietas n p: quẽadmodũ eſt q m medietas m l. Cũ ergo quadratũ n q ſiex 3 huius quintuplũ ad quadratũ q m: erit quoq; ex 15 quinti quadratum p n quintuplũ ad quadratũ l m. eſt enim ex 4. ſecundi quadratũ p m, quapruplum ad quadratũ q n: quadratũ quoq; l m, q̃druplũ ad quadratũ q m ęx eadẽ. quadruplũ aũt ad quadruplũ: eſt vt ſimplũ ad ſimplũ/ teſte 15 quinti. at ver o quadratum a b: quintuplũ eſt ad quadratũ b d ex ſecũda pte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdẽ. eſt etiã a b, quintupla ad b c: eo q; a c fuit ad eandẽ quadrupla. Quia ergo l m eſt ex hypotheſi æqualis b d: erit ex cõi ſciẽtia a b æqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineã n p ſemicirculus deſcribat̃ qui tandiu q; locũ primũ repetat circũuoluatur: ſphæra ipſius motu deſcripta/ erit a diffinitiõe ſphærarũ æqualium/ æqualis ſphęrę ꝓpoſitæ. Et qm̃ linea l m eſt medio loco ꝓportionalis inter l n & n m/ ideo q; inter l n & p l: erit quoq; q̃libet ſemidiameter circuli/ medio loco ꝓportionalis iter l n & l p. Et cũ l m ſit æqualis ſemidiametro circuli: itaq; ſemicirculꝰ ſup p n deſcriptus tranſibit p oia pũcta circũferẽtiæ circuli e f g, ideoq; & p ſingulos ãgulos ſolidi fabricati/ in illa circũferẽtia cõſiſtentes. Et qa eadẽ ratione ſinguli corauſti cõtinuãtes extremitates angulariũ cathetorũ cũ extremitate centralis/ ſunt medio loco ꝓportionales inter p m & m n, eo q; quilibet eorũ eſt æqualis l m: ſequitur vt idem ſemicirculus trãſeat etiã per reliquos angulos figurę icoſedræ ſtatutę. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphæræ cuius diameter p n: ideoq; & ſphæræ cuius diameter a b. ¶ Latus autẽ huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineã minorẽ. Cõſtat enim q; linea b d eſt rationalis in potẽtia: cũ eius quadratũ ſit ſubquincuplũ ad quadratũ lineæ a b quæ poſita eſt rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantũ. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiã rationalis in potẽtia:

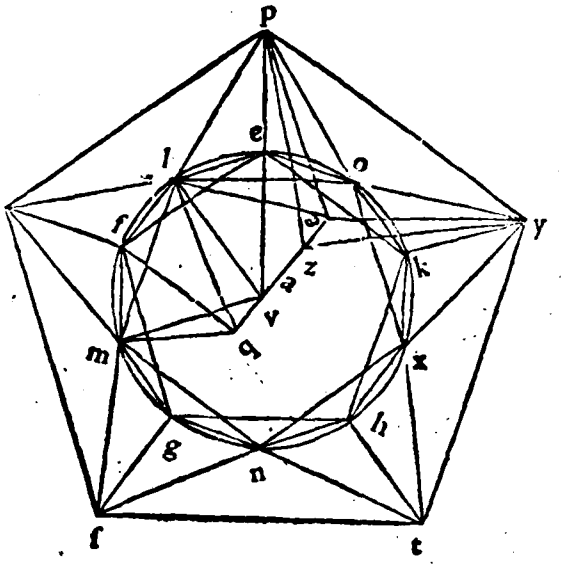
nã eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 12 huius lat⁹ pẽtagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor. at vero (ſicut in huius demonſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantũ latus pentagoni. ergo latus hui⁹ figurę 20 alchaidatũ id eſt baſiũ eſt linea minor: quẽadmodum proponitur.

Euclí. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 16.

16 ¶Icoſahedrum conſtruere/ & data ſphæra compræhẽdere/ qua & dictas figuras: oſtendereq; q̃ ipſius icoſahedri latus irrationale eſt/ appellaturq; minor.



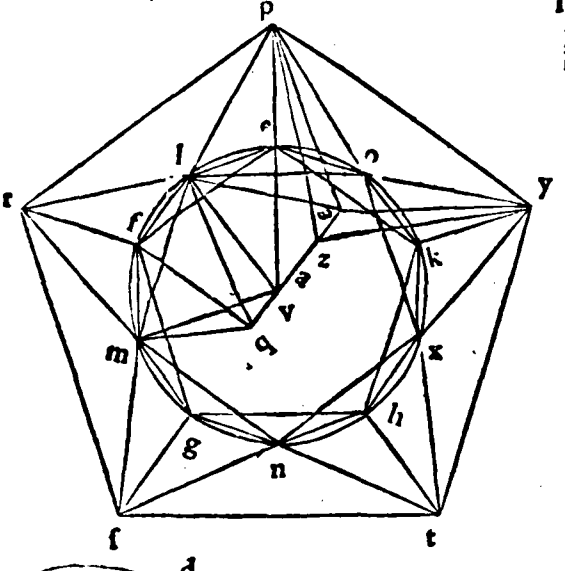
¶THEON ex Zamb. ¶Exponat̃ datæ ſphæræ diameter a b. ſeceturq; in c, vt a c quadrupla ſit ipſius c b: & deſcribatur ſuper a b ſemicirculus a d b. & excitetur per 11 primi ab ipſo c, ipſi a b ad angulos rectos recta linea c d: cõnectaturq; d b. ponaturq; circulus e f g h k: cuius quæ ex centro/ æqualis eſto ipſi d b. & in ipſo e f g h k circulo deſcribatur per 11 quarti quinquangulũ æquilaterũ & æquiangulũ e f g h k. Et ſecent̃ ef, fg, gh, hk, ke, circunferentiæ bifariam in ſignis l, m, n, x, o: cõnectanturq; el, lf, fm, mg, gn, nh, hx, xk, ko, oe, ſimiliter ef, fg, gli, hk, ko. æquilaterum igitur eſt quinquangulũ l m n x o: & decagoni latus eſt eo recta linea. Cõſtituãtur per 12 vndecimi ab ipſis e, f, g, h, k, ſignis ad ipſius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ep, fr, gſ, ht, ky, æquales exiſtentes ei q̃ ex centro ipſius efghk circulum: & cõnectantur ipſæ pr, rſ, ſt, ty, yp, pl, lr, rm, mſ, ſn, nt, tx, xy, yo, op. Er quoniã vtraq; ipſarũ ep, ky, eidẽ plano ad ãgulos eſt rectos; parallelus igitur eſt per 6 vndecimi ep ipſi ky. eſt autem & ei æqualis. æquales aũt & parallelos cõnectentes ad eaſdẽ partes rectę lineę: æquales & paralleli per 33 primi ſũt. Igitur py: ipſi ek æqualis & parallelus eſt. pentagoni aũt æquilateri latus eſt ipſa ek. pentagoni ergo



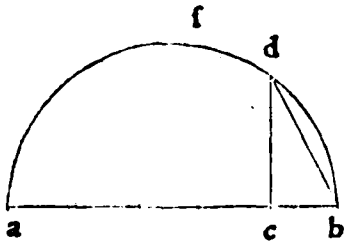
æquilateri eſt & py: in efghk circulo deſcripti. & iã id ꝓpterea: & vnaquęq; ipſarũ pr, rſ, ſt, ty, pẽtagoni eſt æquilateri in circulo efghk deſcripti. pentagonũ igitur prſty: ęquilaterũ eſt. Et quoniã pe hexagoni eſt/ decagoni autem eo, & angulus qui ſub peo rectus eſt: pẽtagoni igitur eſt po. pẽtagoni enĩ latus: poteſt & hexagoni & decagoni in eodẽ circulo deſcriptorũ latus ꝑ 10 decimitertij. Iam id ꝓpterea & oy: pẽtagoni latus eſt. eſt etiã py: pẽtagoni latus. Aequilaterũ igitur: eſt poy triangulum. Iam id ꝓpterea: & vnũqq; ipſorum plr, rmſ, ſnt, txy, æquilaterũ eſt. Et qñ oſtenſũ eſt vtrãq; & pl & po pentagoni eſſe, eſt aũt & lo pentagoni: æquilaterũ igitur eſt plũ triangulũ. Iam id ꝓpterea & vnũquodq; ipſorũ lrm, mſn, ntx, xyo, triãgulorũ: æquilaterũ eſt. Aſſumatur per 1 tertij centrũ circuli efghk: & ſit v ſignũ. & ab ipſo v ad ipſi⁹ circuli planũ ad rectos angulos per 12 vndecimi excitetur vω. extendaturq; ex vtraq; parte vt vq. & auferatur ipſius quidẽ hexagoni vz, decagoni aũt vtrũq; ipſorũ vq, zω: & connectãtur pω, pz, yω, yz, ev, lv, lq, qm. Et qñ vtraq; ipſarũ vz, pe, ad circuli planũ ad rectos angulos eſt: parallelus igitur eſt vz ipſi pe. Sunt autem æquales. & ipſę igitur en, pz: æquales & parallelæ ſunt. Hexagoni autẽ: eſt ev. hexagoni ergo & pz. Et qñ hexagoni quidem eſt pz, decagoni vero zω, & rectus eſt quí ſub pzω angulus: pẽtagoni igitur eſt pω. iã id ꝓpterea & yω: pentagoni eſt. Qñ ſi cõnectamus ipſas vk, zy: ęquales & ex oppoſito erunt. Eſt autem ipſa vz ex centro exiſtens: hexagoni. hexagoni igitur eſt & ipſa zy. Decagoni autẽ & zω: & qui ſub yzω rectus eſt. pẽtagoni igitur eſt ipſa yω. Eſt autem & py: pentagoni. Igitur triangulum pyω: æquilaterum eſt. Iam id propterea & vnũquodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt pr, rſ, ſt, ty, rectæ lineę/ faſtigium vero ω ſignum: æquilaterũ eſt. Rurſus quoniam hexagoni quidem eſt ipſa vl, decagoni autem ipſa vq, & rectus eſt qui ſub lvq angulus: pentagoni igitur eſt lq. Iam id propterea ſi cõne-

ctamus ipſam m v hexagoni/ducetur⁊ ipſa m q pentagoni/ eſt autem & l m pentagoni: triangulum igitur l m q æquilaterum eſt. Similiter iam oſtẽdetur/ ⁊ vnumquod⁊ reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt m n, n x, x ω, ω l, faſtigium autem q ſignum: æquilaterum eſt. Conſtructum igitur eſt icoſahedrum: ſub viginti triangulis æqualia latera habentibus compræhenſum.

¶ Oportet iam illud quo⁊ data ſphæra compræhendere: ac demonſtrare ⁊ latus icoſahedri eſt irrationale/appellatur⁊ minor. Quoniã enim hexagoni eſt ipſa v z, decagoni autem ipſa z ω: ipſa igitur v ω extrema & media ratiõe ſecatur in z, & ipſius maius ſegmentum eſt v z. Eſt igitur ſicut ω v ad v z: ſic v z ad z ω. æqualis autem eſt v z ipſi v l: & z ω ipſi v q. eſt igitur ſicut ω v ad v l: ſic l v ad v q. & recti ſunt anguli: qui ſub ω v l, l v q. Sic cõnectamus igitur ipſam l ω rectam lineam: rectus erit ãgulus qui ſub q l ω, propter ipſorũ q l ω, v l ω, triangulorũ ſimilitudinẽ. Semicirculus igitur ſuper q ω deſcriptus: veniet & per l. iam id ꝓpterea quoniã eſt ſicut ω v ad v z: ſic v z ad z ω. æqualis autẽ ipſa quidẽ ω v ipſi q z: & v z ipſi z p. eſt igitur ſicut q z ad z p, ſic p z ad z ω. Ac per hoc rurſus ſi connectamus ipſam p q: rectus erit qui ad p angulus.



Igiť ſuper q ω deſcriptus ſemicirculus: veniet & per p. & ſi manente q ω, circunductus ſemicirculus in illud idem vnde circũduci cœpit ſteterit: veniet & per p, & per reliqua ipſius icoſahedri ſigna, & ſphęra cõ præhẽſum erit ipſum icoſahedrũ. ¶ Dico ⁊ & data. Secetur per 10 primi v z diuidue i a. Et quoniã recta linea v ω extrema & media ratione ſecatur in z, & minus ſegmentũ illius eſt ω z: ipſa igitur ω z admittens dimidium maioris ſegmenti z a, quincuplũ poteſt eius quod fit ex dimidia maioris ſegmenti per 3 huiꝰ. Quincuplũ igitur eſt quod ex ω a: eius quod ex a z. Ipſius autem ω a: dupla eſt ω q. ipſius autem a z: dupla eſt v z. Quod igitur ex ω q: quincuplũ eſt eius quod ex z v. Et quoniã ac ipſius c b eſt quadrupla: quincupla igitur eſt a b ipſius c b. Sicut autẽ a b ad b c: ſic quod ex a b ad id quod ex b d. quincuplum igitur eſt quod ex a b: eius quod ex b d. Patuit autẽ ⁊ quod ex ω q: quincuplum eſt eius quod ex v z. Et d b æqualis eſt ipſi v z, vtra⁊ enim ipſarum: ęqualis eſt ei quæ ex centro ipſius e f g h k circuli. æqualis igitur eſt & ab ipſi q ω. Et a b: eſt ipſius datæ ſphæræ diameter. & q ω igitur: datæ ſphæræ diametro eſt æqualis. Data igitur ſphęra: icoſahedrum compræhenſum eſt. ¶ Dico iam ⁊ ipſius icoſahedri latus irrationale eſt: appellatur⁊ minor. Quoniam enim rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter/& potẽtia quinecuplum eſt eius quę ex centro circuli e f g h: irrationalis igitur eſt & ea quę ex cẽtro circuli e f g h. Quare & diameter illius: irrationalis eſt. Si vero in circulo rationalem habente diametrũ/quinquangulum æquilaterum deſcriptũ fuerit: latus pẽtagoni irrationale eſt/ & appellatur minor per 11 huiꝰ. Latus aũt ipſius e f g h k pentagoni: eſt quod & icoſahedri. Icoſahedri ergo latus: irrationale eſt/minor ãppellatũ. Quod facere & oſtendere oportebat.

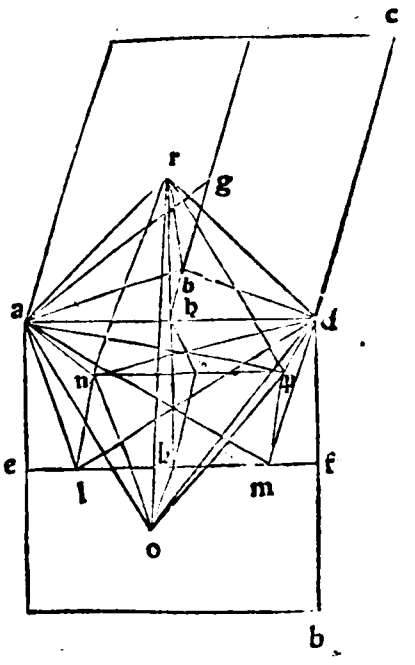


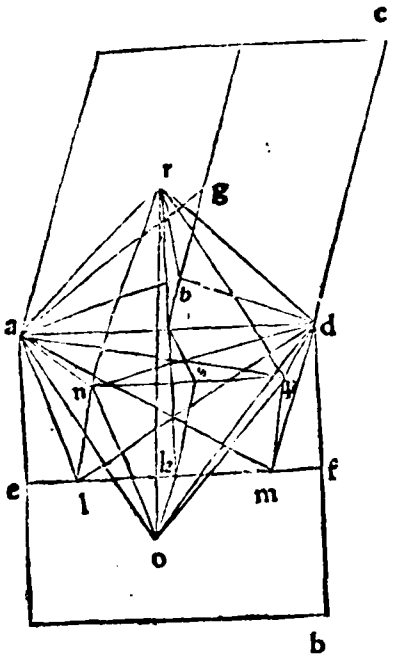
¶ COROLLARIVM. ¶ Ex hoc igitur eſt manifeſtũ: ⁊ ſphæræ diameter potentia quĩncuplum eſt eius quæ ex centro circuli a quo icoſahedrum deſcribitur. & ⁊ ſphęrę diameter componitur et ex ſexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo deſcriptorum lateribus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

CORpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab aſſignata ſphæra circunſcriptibile: conſtituere. Eritq; palam: latus eiuſdem corporis irrationale eſſe/id quod reſiduum dicitur. 17

CAMPANVS. ¶Fiat cubus ſecundum ꝙ docet 14. huius: circũſcriptibilis ab aſſignata ſphæra. ſintq; huius cubi duæ ſuperficies a b & a c. imaginemur aũt nunc/ ꝙ a b ſit ſuprema ſuperficies cubi: & a c ſit vna ex lateralibus. ſit ꝙ linea a d: cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus. Diuidantur itaq; in ſuperficie a b duo oppoſita latera per æqualia: videlicet d b & latus ei oppoſitum. & puncta diuiſionis cõtinuentur per lineam e f. latus quoq; a d, & illud quod ſibi opponitur in ſuperficie a c, diuidantur per æqualia: & puncta diuiſionis cõtinuentur linea recta cuius medietas ſit g h. ſitq; punctus h: medius punctus lineę a d. ſimiliter linea e f diuidatur pe æqualia in k: & protrahatur h k. Quãlibet igitur triũ linearum e k, k f, & g h, diuide ſecũdum proportionẽ habentẽ medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q: ſintq; maiores portiones earum/ l k, k m, & g q. quas manifeſtũ eſt eſſe æquales: cum totæ lineæ diuiſę ſint æquales/ videlicet quælibet earum medietati lateris cubi. Deinde a duobus punctis l & m, erige perpendiculares vt docet 12 vndecimi/ ad ſuperficiem a b, quarũ vtrãq; ponas æqualẽ lineæ k l: ſintq; l n & m p. ſimiliter a puncto q, erige perpendiculariter q r ad ſuperficiem a c: quam ponas æqualem g q. protrahe itaq; lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifeſtum eſt igitur ex quinta huius: ꝙ duæ lineæ k e & e l potentialiter ſunt triplum ad lineam k l. ideoq; etiam ad lineam l n: cum k l & l n ſint æquales. At vero k e: eſt æqualis e a. igitur duæ lineæ a e & e l: ſunt potẽtia triplũ ad lineã l n. Quare ex penultima primi a l: eſt potẽtia tripla ad l n. ideoq; per eandem/ a n eſt potẽtia quadrupla ad l n. Cũq; omnis linea ſit potentia quadrupla ad medietatem ſui: ſequitur ex cõmuni ſciẽtia ꝙ a n ſit dupla in longitudine ad l n. Et quia l m dupla eſt ad l k, at k l & l n ſunt æquales: erit a n æqualis l m. ſunt enim earum dimidia: æqualia. Et quia ex 33 primi/ l m eſt æqualis n p: erit a n æqualis n p. Eo dẽmõ ꝓbabis: tres lineas p d, d r, & r a, eſſe æquales ſibi inuicẽ & duabus p̃dictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis: pẽtagonũ æquilaterũ q eſt a n p d r. ¶Sed fortaſſe dices ipſum non eſſe pentagonum/ quia nec forſan eſt totus in ſuperficie vna: quod eſſet neceſſarium ad hoc vt eſſet pentagonus. Q̃ ergo ſit totus in ſuperficie vna: ſic habeto. Prodeat equidem a puncto k, linea k f, perpendicularis ad ſuperficiem a b: quæ ſit æqualis l k. eritq; ob hoc: æqualis vtriq; duarum l n & m p. Cumq; ipſa ſit æquidiſtãs vtriq; earum ex ſexta vndecimi ideoq; cũ ambabus in eadem ſuperficie ex diffinitione linearum æquidiſtantium: neceſſe eſt vt punctus f ſit in linea n p, & q; diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h f. ſunt itaq; duo triãguli k f h & q r h: ſuper vnum angulum videlicet k h q conſtituti. & eſt proportio k h, ad q r: ſicut k f ad q h. nam vt g h ad q r: ſic k h ad q r ex 7 quinti. & vt r q ad q h: ſic k f ad q h ex eadẽ. ſed g h ad q r, vt q r ad q h: eo ꝙ q r eſt æqualis g q. ergo per 30 ſexti linea r h f: eſt linea vna. Quare ex ſecunda vndecimi/ totus pẽtagonus de quo diſputamus: eſt in ſuperficie vna. ¶Ipſum quoq; dico eſſe æquiangulum. Cum enim e k ſit diuiſa ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema/ & k m ſit æqualis maiori portioni eius: erit quoq; ex 4. punctis tota e m diuiſa ſecundum proportionem habentẽ medium duoq; extrema/ maior quoq; portio eius linea e k. ideoq; per 5 duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p: nã m p eſt æqualis m k) ſunt potentia triplum ad lineam a e. nam a e eſt æqualis e k. Itaq; tres lineæ a e, e m, & m p: ſunt potẽtia quadruplum ad lineam a e. Conſtat autẽm per penultimã primi bis aſſumptam: ꝙ linea a p eſt potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p. itaq; a p: eſt potentia quadrupla ad lineã a e. Latus vero cubi cum ſit duplum ad lineã a e: eſt potentia quoq; quadruplũ ad ipſam ex 4. ſecundi. igitur ex cõmuni ſcientia a p: eſt lateri cubi æqualis. Cũq; a d ſit vnum ex lateribus cubi: erit a p ęqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angulus a r d: eſt æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n eſſe æqualem angulo d r a: quia probabis lineam d n eſſe potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his / pentagonus ſit æquilaterus / & habeat tres angulos æquales: ipſe erit ęquiangulus ex ſeptima præſentis libri. Si itaq; hac via rationeq; conſimili & ſuper vnumquodq; reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus: perficietur ſolidũ 12 ſuperficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contẽtum. cubus enim





habet 12 latera. ¶Reliquũ autem eſt demonſtrare: ſolidũ hoc eſſe a data ſphæra circũſcriptibile. Protrahantur igitur a linea ſk, duæ ſuperficies ſecãtes cubũ: quarum vna ſecet ipſum ſuper lineam h k, & aliam ſuper lineã e f. eritq; ex 4o vndecimi: vt cõmunis ſectio harum duarum ſuperficierum ſecet diametrum cubi/& ſecetur viceuerſa ab ipſa diametro per æqualia. Sit ergo cõmunis ſectio earum vſq; ad diametrum cubi linea k o: ita q; o ſit centrum cubi. & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Conſtat autem: q; vtraq; duarum linearum o a & o d eſt ſemidiameter cubi, ideoq; æquales. de linea aũt o k: conſtat ex 4o vndecimi q; ipſa eſt æqualis e k, videlicet medietati lateris cubi. Et quia k ſ eſt æqualis k m: erit o ſ diuiſa in puncto k, ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/& maior portio eius erit linea o k quę eſt æqualis e k. Itaq; per 5 huiꝰ erunt duæ lineæ o ſ & ſ k (ideoq; o ſ & ſ p, eo q; ſ p (ad quos hæc demonſtratio non extenditur) eſt æqualis k ſ) triplum in potentia ad lineã o k: & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi: linea o p: eſt potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario autem 14 huius conſtat: q; ſemidiameter ſphæræ tripla eſt in potentia ad medietatem lateris cubi quem circũſcribit eadem ſphæra. Itaq; o p: eſt quanta ſemidiameter ſphæræ circũſcribentis cubum propoſitum. Eadem ratione: cunctæ lineæ ductæ a puncto o, ad angulos ſingulos pentagonorum omnium ſuper latera cubi deſcriptorum ad ſingulos angulos tnq̃/qui proprij ſunt pentagonis: non autem cõmunes eis & ſuperficiebus cubi/ quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n, p, r. de illis autem lineis quæ veniunt a puncto o ad angulos ſingulos pentagonorum qui ſunt cõmunes pentagonis & ſuperficiebus cubi/quales ſunt in pentagono ptæſenti duo anguli a & d: conſtat q; ipſæ ſunt æquales ſemidiametro ſphæræ circũſcribentis cubum. ipſę enim ſunt ſemidiametri cubi ex 4o vndecimi. at vero ſemidiameter cubi: eſt tanq̃ ſemidiameter ſphæræ ipſum circũſcribentis / quẽadmodũ ex ratiocinatione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ a puncto o ad ſingulos angulos dodecedri; ſunt ęquales ad inuicẽ & ſemidiametro ſphæræ. Semicirculus itaq; ſuper totã diametrũ ſphæræ vel cubi lineatus/ ſic circũducatur: tranſibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipſum eſt ab aſſignata ſphæra circũſcriptibile. ¶Dico iterũ q; latus huius figuræ eſt linea irrationalis/iſta videlicet quæ reſiduũ dicitur: ſi diameter ſphæræ ipſum circumſcribentis fuerit rationalis in longitudine vel in potẽtia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi: erit latus cubi rationale in potentia/ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine vel in potentia. Conſtat autem ex 11/q; linea r p diuidit lineam a d quę eſt latus cubi/ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema: & q; portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni. Et quia maior eius portio eſt reſiduũ/ex ſexta huius: manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium/eſſe reſiduum. Quod demõſtrare voluimus.

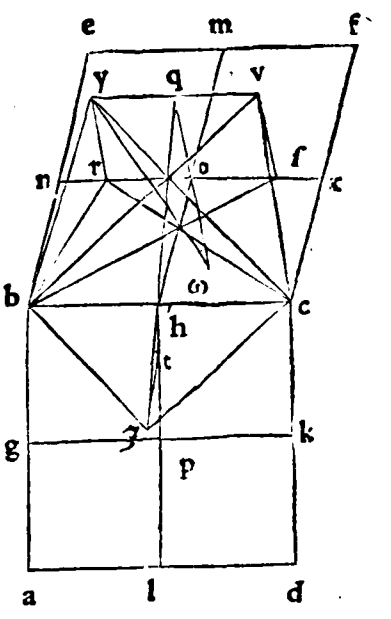
¶CAMPANVS. ¶Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequẽtes/ quinq; corpora æquilatera atq; æquiangula: quorum vnũquodq; eſt circunſcriptibile ab aſſignata ſphæra. Sũt aũt hæc ſolida. primũ quidem quatuor baſiũ triangulariũ: & dicitur tetrachedron. Secundũ eſt ſex baſium quadratarum: & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertiũ octo baſiũ triangularium: & dicitur octoedron. Quartũ autem eſt ſolidum icoſedron: & eſt viginti baſiũ triangularium. Quintum vero ex 12 baſibus pentagonis conſiſtit: diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; ſolida/regularia dicuntur: quoniam ipſa æquiangula ſunt atq; æquilatera/& a ſphæra atq; abinuicem circunſcriptibilia. Plura vero his quinq;/æquilatera quæ ſunt & æquiangula: eſſe eſt impoſſibile. Ad conſtitutionem cuiuſlibet anguli ſolidi: neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus: nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuſlibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt ęquales quatuor angulis rectis/at vero heptagoni & cuiuſlibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex 32 primi euidenter dicitur/omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt teſte 21 vndecimi: ipoſſibile eſt tres angulos hexagoni atq; heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen

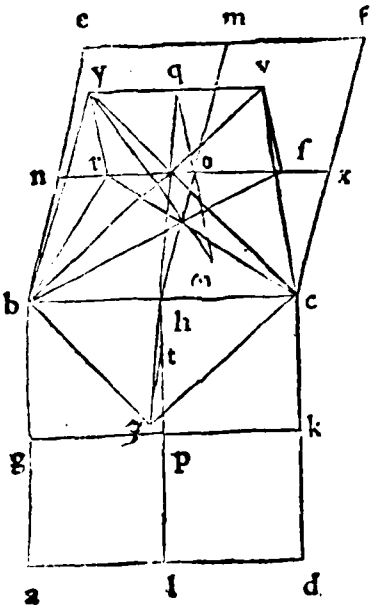
atq; æquiangulæ: ſolidum angulum conſtituere. Ideo nulla ſolida figura æquilatera atq; æquiangula: poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium laterũ cõſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quẽq; ſolidum angulum excedunt quatuor: & plures multo fortius eundem excedũt. Tres autem angulos pentagoni æquilateri atq; æquianguli minores eſſe quatuor rectis angulis manifeſtum eſt: & quatuor eſſe maiores. quare extribus angulis pentagoni æquilateri atq; æquianguli poſſibile eſt ſolidum angulum cõſtitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile. Ideoq; vnum duntaxat ſolidum ex pentagonis æquilateris atq; æquiangulis conſtitutum eſt: illud videlicet quod dodecedron dicitur/in quo anguli pentagonorum trini & trini ſolidos angulos perficiũt. Eadem quoq; eſt ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis: quæ in pentagonis. omnis enim quadrilatera figura ſi æquilatera æquiangulaq; fuerit: ipſa erit quadrata a diffinitione. nam omnes eius anguli: erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ: poſſibile eſt ſolidum angulum conſtitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile eſt: propterea q; ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cũ quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atq; æquiangulæ) vnicũ ſolidum quod cubũ dicimus/fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorum ſex anguli: ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi. pauciores ergo, minores: & plures/maiores. igitur ex ſex angulis talium trigonorũ aut ex pluribus impoſſibile eſt angulum ſolidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus poſſibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum ſolidum: perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarũ. Cum vero quatuor cõſurgunt: corpus octo baſium/quod octoedron diximus. At vero ſi quinq; triangulorũ æquilaterorum anguli/ſolidum angulum contineant: fiet corpus icoſedron viginti baſium triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia/& quare plura his non ſint: dictum eſt.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 17

17 ¶ Dodecahedrum cõſtruere & data ſphæra cõprehendere qua & prędictas figuras: oſtendereq; q; dodecahedri latus irratio nale eſt/ & appellatur apotome.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponantur prædicti cubi bina plana inuicẽ ad angulos rectos/a b c d, c b e f: ſeceturq; per 11 primi vnũquodq; ipſorum laterum a b, b c, c d, d b, e f, e b, f c, diuidue in g, h, k, l, m, n, x. & conuectãtur ipſę g k, h l, ſeſe ſecantes in ſigno o: & m h, n x, ſeinuicem ſecantes in ſigno p. ſeceturq; vnaquęq; ipſarum n o, o x, h p, extrema & media ratiõe in r, t, ſ, ſignis: ſint q; ipſarum maiora ſegmenta r o, o ſ, t p. & conſtituantur per 12 vndecimi ab ipſis r, ſ, t, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ r y, ſ v, t z, exponanturq; æquales ipſis r o, o ſ, t p: connectanturq; ipſę y b, b z, z c, v y. Dico q; y b z c v pentagonum: ęquilaterũ eſt/ & in vno plano/ & iſuper æquiangulum. Cõnectãtur inq; r b, ſb, v b. Et quoniã recta linea no extrema & media ratione ſecatur in r, & maius ſegmentũ eſt r o: quæ igitur ex n o, n r: tripla ſunt eius quod ex r o. Aequalis autem eſt o n ipſi n b: & e ripſi r y. Quæ igitur ex b n, r n: tripla ſunt eius quod ex r y. Eis autẽ quæ ex b n, n r: æquum eſt id quod ex b r. quod igitur ex b r: triplũ eſt eius qđ ex r y. quare quæ ex br, r y: quadruplum ſunt eius quod ex r y. Eis vero quæ ex b r, r y: æquũ eſt id quod ex b y. quod igitur ex b y: quadruplum eſt eius quod ex y r. Dupla igitur eſt b y: ipſius r y. Eſt autẽ & v y dupla ipſius y r: quoniã & ſ r ipſius o r hoc eſt ipſius r y dupla eſt. Aequalis igitur eſt b y: ipſi y v. Similiter iam oſtẽdetur: q; & vnaquęq; ipſarum b z, z c, c v, vtriq; ipſarum by, y v, eſt æqualis. quinquangulũ igitur b y v c z: ęquilaterum eſt. ¶ Dico q; & in vno eſt plano. Excitetur enim per 31 primi ab ipſo o, vtriq; ipſarum r y, ſ v, parallelus ad exteriores partes cubi/o q: & connectantur q h, h z. Dico q; ipſa q h z recta linea eſt. Quoniã enim h p, extrema & media ratione ſecatur in t, & maius ſegmentum eſt p t: eſt igitur ſicut h p ad p t, ſic p t ad t h. ęqualis autem eſt h p ipſi h o: & p t vtriq; ipſarum t z, o q. eſt igitur ſicut h o ad q o: ſic z t ad t h. & eſt parallelus quidem h o ipſi t z: vtraq; enim ipſi b d plano ad angulos re-





ctos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad vnũ angulum (vt ſunt ipſa q o h & o t z) bina latera binis lateribus ꝓportionalia habentia: quoniam ipſorum latera eiuſdem ſunt rationis & parallela/reliq̃ rectæ lineæ in rectas lineas erunt per 32 ſexti. Igitur q h: ipſi h z in rectam lineam eſt. Omnis aũt recta linea: in vno eſt plano. In vno igit plano: eſt ip̃m y b r c v quinquangulũ. ¶ Dico iã q̃ & æquiangulũ eſt. Qm̃ eni recta linea n o extrema et media ratione ſecatur in r, & maius ſegmentum eſt o r: eſt igitur ſicut vtraq; n o, o r, ſimul ad o n, ſic o n ad o r. Aequalis autẽ eſt o r: ipſi o ſ. Eſt igitur ſicut ſ n ad n o: ſic n o ad o ſ. Ipſa igitur ſ n, extrema & media ratiõe ſecatur in o: & maꝰ ſegmentum eſt n o. quæ igitur ex n ſ, ſ o: tripla ſunt eius quod ex n o. Aequalis autem eſt n o ipſi n b: & ſ o ipſi ſ v. q̃ igitur ex n ſ, ſ v, quadrata: tripla ſunt eius quod ex n b, quare quæ ex v ſ, ſ n, n b: quadrupla ſunt eius quod ex n b. Eis autem quæ ex ſ n, n b: æquale eſt per 4-7 primi id quod ex ſ b. quæ igitur ex b ſ, ſ v, hoc eſt quod ex b v (rectus enim eſt qui ſub v ſ b angulus) quadruplum eſt eius quod ex n b. dupla igitur eſt b v: ipſi b n. Eſt autem & b c: ipſius b n dupla. æqualis igitur eſt b v: ipſi b c. Et quoniam binæ b y, y v, duabus b z, z c, ſunt æquales/& baſis b v baſi b c eſt æqualis: angulus igitur qui ſub b y v, angulo qui ſub b z c per 8 primi eſt æqualis. Similiter iam demonſtrabimus: q̃ & angulus qui ſub y v c, æqualis eſt ei qui ſub b z c. Tres igitur anguli qui ſub b z c, b y v, y v c: inuicem ſunt æquales. Si autem quinquãguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint: æquiangulũ erit per 7 de cimitertij quinquangulum. Quinquangulũ igitur b y v z c: æquiangulũ eſt. Patuit aũt: q̃ & æquilaterũ. Igitur pentagonum b y v c z æquilaterum & æquiangulum eſt: eſtq̃ ſuper b c vno cubi latere. Si igitur ab vnoquoq; ipſius cubi duodecim laterum eadem cõſtruamus: conſtituetur figura quædam ſolida cõprehenſa ſub duodecim quinquangulis æqualia habẽtibus latera & angulos æquos. ¶ Oportet iam ipſum ſphæra data cõprehendere: & demõſtrare q̃ dodecahedri latus irrationale eſt/& appellatur apotome. Extẽ datur q o: & ſit q ω. coincidit igitur q ω, ipſi cubi diametro: & biſariam ſe inuicem diſpeſcunt. hoc enim patuit in penultimo vndecimi theoremate ſecẽtur in ω. Igitur ω centrũ eſt ſphæræ cubum cõprehendentis: & dimidia eſt o ω lateris cubi. Connectatur autem y ω. Et quoniam recta linea n ſ extrema & media ratione ſecatur in o, & maius illius ſegmentum eſt n o: quæ igitur ex n ſ, ſ o, tripla ſunt eius quod ex n o. Aequalis autem eſt n ſ, ipſi q ω: quoniam & ipſa n o ipſi o ω eſt æqualis, & q o ipſi o ſ. ſed o ſ ipſi q y: quoniã & r o. quæ igitur ex ω q, q y: tripla ſunt eius quod ex n o. Eis autem quę ex ω q, q y: æquum eſt per 4-7 primi quod ex y ω. Quod igitur ex y ω: triplum eſt eius qd ex n o. Eſt aũt & quæ ex centro ſphæræ ipſius cubum ipſum compręhendentis: potentia triplex dimidij ipſius cubi lateris. antea enim oſtenſum eſt cubum conſtruere/ac ſphæra cõprehendere: ac demõſtrare q̃ ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt lateris cubi per 15 decimitertij. Si autem tota totius: & dimidia dimidiæ. Et n o: dimidia eſt lateris cubi. Ipſa igitur y ω æqualis eſt ei q̃ ex centro ſphæræ cubum cõprehendentis. Sphæræ autem cubum comprehendentis centrum: eſt ω. Igitur y ſignũ: ad ſuperficiem eſt ipſius ſphærę. Similiter iam oſtendemus: q̃ & vnuſ quiſq; reliquorum ipſius dodecahedri angulorum/eſt ad ipſius ſphæræ ſuperficiem. Igitur dodecahedrum: data ſphæra comprahenſum eſt. ¶ Dico iam q̃ ipſius dodecahedri latus irrationale eſt: appellaturq; apotome. Quoniam enĩ ipſa n o extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentũ ẽ r o, ipſa autẽ o x extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt o ſ: tota igitur n x extrema & media ratione diuiſa/maius ſegmentũ eſt r ſ. Et quoniam eſt ſicut o n ad o r, & o r ad n r, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandem habent rationem) ſicut igitur n x ad r ſ, ſic r ſ ad vtranq; ipſarum n r, ſ x, ſimul. Maior autem eſt n x: ipſa r ſ. maior igitur eſt & r ſ, vtraq; ipſarum n r, ſ x, ſimul. Igit n x, extrema & media ratione diuiditur: & maius ſegmẽtũ eſt r ſ. Aequalis aũt eſt r ſ: ipſi y v. Ipſa igitur n x, extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmentum eſt y v. Et quoniã rationalis eſt ipſius ſphęræ diameter/potentiaq; triplex eſt ipſius cubi lateris: rationalis igitur eſt n x, latus cubi exiſtens. Si autem rationalis linea extrema & media ratione ſecta fuerit: vtrũq; ſegmentorũ irratio-

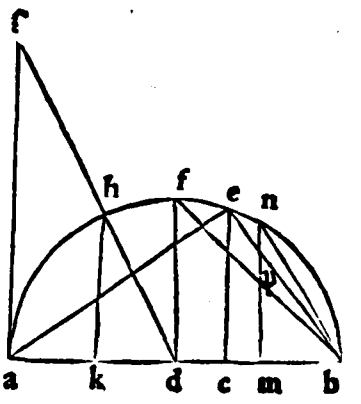
nale eſt/appellaturq; apotome per 6 decimitertij. Igitur y v latus exiſtens do decahedri/irrationalis eſt: & apotome appellatur. Quod oſtẽdere oportuit: & fieri poſtulabatur.

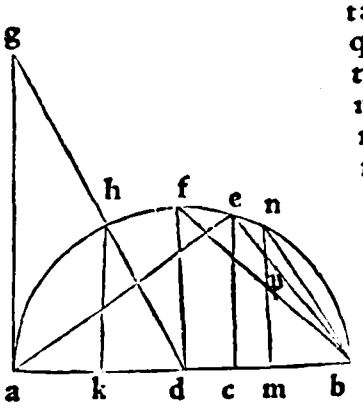
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc inq̃ eſt manifeſtũ: q; cubi latere extrema & media ratione diuiſa/maius ſegmẽtum eſt dodecahedri latus. quod erat oſtẽdendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18

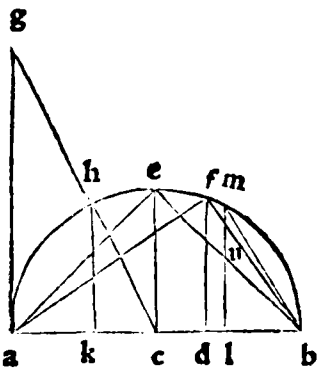
18 LAtera quinq; corporum prẽmiſſorũ ab eadem ſphę ra circũſcriptibilium/cuius ſphęrę ſola diametros nobis propoſita fuerit: per ipſam propoſitam diametrũ inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Sit a b diameter alicuius ſphærę/nobis ꝓpoſita: ex qua iubemur latera quinq; præmiſſorum corporum elicere. Diuidam⁹ igitur hãc diametrum in c, ita q; a c ſit dupla ad c b: & per æqualia in d. & lineamus ſu per eam ſemicirculum a f b: ad cuius circunferentiam protrahãtur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b, quæ ſint c e & d f. & iungamus e cum a & cũ b: & f cum b. Manifeſtum ergo eſt ex demonſtratione 13: q; a e eſt latus figuræ quatuor baſium triangularũ & æquilaterarum. & ex demonſtratione 14: q; e b eſt latus cubi. & ex demõſtratione 15: q; f b eſt latus figuræ octo baſium triangularium & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a, linea a g perpẽdicularis ad a b, & æqualis eidem a b: & iungatur g cum d, ſitq; h punctus in quo g d ſecat circunferentiam ſemicirculi, & ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a eſt dupla ad a d: erit ex quarta ſexti h k dupla ad k d. ſunt enim duo triangulí g a d & h k d, æquianguli ex 32 primi: eo q; angulus a, maioris/eſt æqualis angulo k, minoris. nã vterq; rectus: & angulus d, eſt cõis vtriq;. igitur ex 4. ſecundi/b k: eſt potentia quadrupla ad k d. ergo ex penultima primi h d: eſt potẽtia quincupla ad k d. Cumq; d b ſit æqualis h d, eſt enim d cẽtrum ſemicirculi: erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. Atvero cum tota a b ſit dupla ad totam b d, quẽadmodum a c detracta ex prima a b eſt dupla ad c b detractam ex ſecunda b d: erit ex 19 quinti b c reſidua primæ/dupla ad c d reſiduam ſecundæ. ideoq; tota b d: eſt tripla ad d c. Igitur quadratum b d: eſt non cuplum ad quadratum d c. Et quia ipſum erat quincuplum tantum ad quadratum k d: erit ex ſecunda partæ decimæ quinti/quadratum d c minus quadrato k d. ideoq; d c: minor k d. Sit g d m æqualis k d. & ꝓdeat m n vſq; ad circũferentiam/quæ ſit perpendicularis ad a b: & iungatur n cũ b. Cum igitur d k & d m ſunt æquales: erũt (ex diffinitione eius quod eſt aliquas lineas a centro æquidiſtare) duæ lineæ h k & m n æqualiter diſtantes a centro/ideoq; æquales adinuicem ex ſecunda parte 13 tertij & ex ſecũda parte tertiæ eiuſdem. Itaq; m n eſt æqualis m k: nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla eſt ad b d, & k m dupla eſt ad d k, & quadratum b d quincuplum ad quadratum d k: erit ex 15 quinti quadratum a b ſimiliter quincuplum ad quadratum k m. eſt enĩ quadratum dupli ad quadratum dupli: ſicut quadratũ ſimpli ad quadratum ſimpli. Ex demõſtratione aũt 16 manifeſtum eſt: q; diameter ſphæræ eſt potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 baſium. ergo k m eſt æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 baſiũ. nã diameter ſphæræ quæ eſt a b: eſt potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ/q̃ ad k m. Rurſus quoq; ex demõſtratione eiuſdem manifeſtum eſt: q; diameter ſphæræ conſtat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 baſium. Cum ergo k m ſit tanq̃ latus hexagoni/atvero a k ſit æqualis m b, nam ipſa ſunt reſidua ęqualium dẽptis æqualibus: erit m b tanq̃ latus decagoni. Quia igitur m n eſt tanq̃ latus hexagoni/nam ipſa eſt æqualis k m: erit ex penultima primi & 10 huius/n b tanq̃ latus pentagonii figuræ circuli 20 baſium. Et quia ex demõſtratione 16 apparet q; latus pẽtagoni circuli figuræ 20 baſium eſt latus eiuſdem figuræ 20 baſium: conſtat li





neã n b eſſe latus iſtius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ eſt lat⁹ cubi/ ab aſſigna ta ſphæra circunſcriptibilis/ſecundum. proportionẽ habentem medium duo q; extrema i pũcto p:ſitq; maior portio eius p b. Conſtat igitur ex demonſtra tione pręmiſſę: q; p b eſt latus figurę 12 baſium. Inuẽta ergo ſunt latera 5 præ miſſorũ corporũ ex diametro ſphęræ nobis propoſita. eſt enim: a e latus pyra midis 4 baſiũ. e b: latus cubi. f b: latus octoedri. at vero n b: latus icoſedri. li nea autẽ p b: latus dodecedri. ¶ Quę autẽ horũ laterũ ſint maiora alijs: ſic ha betur. Conſtat enim: q; a e eſt maior f b. nam arcus a e: eſt maior arcu f b. Itẽ f b, eſt maior e b: & e b, maior q̃ n b. at vero n b: dico etiam eſſe maiorem q̃ p b. Cum enim ſit a c dupla a d c b: erit ex 4 ſecundi quadratum a c quadru plum ad quadratum c b. Conſtat autem ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem: q; quadratum a b triplum eſt ad quadratũ b c. Sed per 21 ſexti quadratum a b ad quadratũ b c, eſt ſicut quadratũ b e ad quadra tum c b: ex eo q; proportio a b ad b e, eſt ſicut b e ad b c ex ſecũda parte corre larij 8 ſexti. Itaq; per 11 quinti quadratũ b e: triplum eſt ad quadratum c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ eſt ad idem quadratũ/ vt oſtenſũ eſt: erit ex prima parte 10 quinti quadratũ a c minus quadrato b e. ideoq; linea a c: ma ior eſt linea b e. ideoq; a m: multo maior b e. Manifeſtum vero ex 9 huius/ q; ſi linea a m diuiſa fuerit ſecundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema: erit maior portio eius linea k m quæ eſt æqualis m n. At vero cũ b e diuiditur ſecundum eãdem proportionẽ videlicet habentẽ medium duoq; ex trema: maior eius portio eſt linea p b. Cũ itaq; a m tota ſit maior tota b e: erit m n quæ eſt æqualis maiori portioni a m, maior q̃ p b q̃ eſt maior portio b e. Hoc autem manifeſtũ eſt ex 2 decimiquarti quæ ſine auxilio alicuius earum quę ſequũtur firma demõſtratione ſolidatur. ergo per 19 primi a fortiori n b: maior eſt q̃ p b. Quare patet: latera horum 5 corporum pręmiſſorum fere eo ordine quo corpora ſeinuicem ſequũtur/ſeinuicẽ excedere. In cubo enim dũ taxat & octoedro habet hic inſtantias. nã latus octoedri excedit latus cubi: q̃ uis cubus antecedat octoedron. Cubum autem pręmittunt idcirco octoedro: quia eadẽ diuiſione diametri aſſignatæ ſphęrę/latus pyramidis 4 baſes tri angulas habentis/& latus cubi inuenitur. Eſt igitur a e latus pyramidis: ma ius lateribus cęterorum corporum. poſt ipſum autẽ: eſt f b latus octoedri ma ius ſequentium corporum lateribus. Tertio ordine ſequitur in magnitudine e b: latus cubi. Quarto vero loco eſt n b: latus icoſedri. Minimũ autem eſt om nium p b: latus dodecedri.



Latus pyramidis

Latus cubi

Latus octahedri

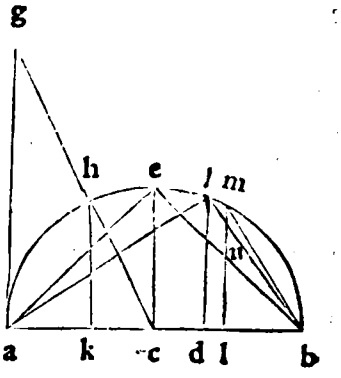
Euclí. ex Zamb. Problema 6 Propoſitio 18.

¶ Latera quinq; figurarum exponere: & adinuicem comparare. 18

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponatur datæ ſphæræ diameter a b. ſeceturq; in c, vt a c ipſi c b ſit æqualis: & in d, vt a d ipſi⁹ d b dupla ſit. & ſuper a b deſcri batur ſemicirculus a e b. & ab ipſis c, d, ipſi a b per 11 primi ad angulos re ctos excitentur c e, d f. & cõnectãtur a f, b e. ¶ Et quoniã dupla eſt a d ipſius d b: tripla igitur eſt a b ipſius d b. conuertendo igitur per correlarium 28 quin ti: ſeſqualtera eſt b a ipſius a d. Sicut autem b a ad a d: ſic quod ex b a ad id quod ex a f. æquiangulum enim eſt a f b triangulum: ipſi a f d triangulo. ſeſ qualterum igitur eſt quod ex b a: eius quod ex a f. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter: potentia ſeſqualtera lateris pyramidis. & a b: ipſius ſphæræ diame ter eſt. Igitur a f: ęqualis eſt lateri ipſius pyramidis. ¶ Rurſus quoniã dupla eſt ad ipſius d b: tripla igitur eſt a b ipſius b d. Sicut autẽ a b ad b d: ſic quod ex a b ad id quod ex f b. triplũ igitur eſt quod ex a b: eius quod ex f b. Eſt au tem & ipſius ſphęrę diameter: potentia triplas lateris ipſius cubi per 15 deci mitertij. & ſphęrę diameter: eſt a b. igitur b f: cubi eſt latus. ¶ Et quoniã ęqua lis eſt a c ipſi c b: dupla igitur eſt a b ipſius c b. Sicut autem a b ad c b: ſic quod ex a b ad id quod ex b c. Duplum igitur eſt quod ex a b: eius quod ex b e. Eſt autem & ipſius ſphęrę diameter: potẽtia dupla lateris ipſius octahedri. &

a b datę ſphæræ diameter eſt. ¶ Igitur b e: octahedri eſt latus. Excitetur ſiã per 11 primi ab ipſo a ſigno ipſi a b rectę lineæ ad angulos rectos: a g. Ponaturq; ipſa a g æqualis ipſi a b. & connectatur g c. ſecetq; g c circũferentiam ſemicirculi in ſigno h: & ab ipſo h, in ipſã a b per 12 primi perpendicularis excitetur h k. Et quoniã dupla eſt g a ipſius a c (æqualis enĩ eſt g a ipſi a b) ſicut autem g a ad a c ſic h k ad k c: dupla igitur eſt & h k ipſius k c. Quadruplum igitur ex quod ex h k: eius quod ex k c. Quæ igitur ex h k, k c, q̃ idem ſũt ei quod ex h c: quincuplum eſt eius quod ex k c. Aequalis autem eſt h c: ipſi c b. quincuplũ igitur eſt quod ex b c: eius quod ex c k. Et quoniã dupla eſt a b ipſi9 b c, quarũ a d ipſius d b dupla eſt: reliqua igitur b d, reliquę d c eſt dupla. Tripla igitur eſt b c: ipſius c d. nonicuplũ igitur eſt quod ex b c: ei9 quod ex c d. quincuplũ aũt eſt quod ex b c: ei9 quad ex c k. mai9 igitur eſt quod ex c k: eo quod ex c d. maior igitur eſt c k: ipſa c d. ponatur per 2 primi ipſi c k æqualis c l: & ab ipſo l ipſi a b ad angulos rectos excitetur l m. & cõnectatur m b. Et quoniã quod ex c b eius quod ex c k quincuplũ eſt, & ipſi9 b c dupla eſt a b: ipſius autem c k dupla eſt k l: quincuplum igitur eſt quod ex a b ei9 quod ex k l. Eſt autem ſphæræ diameter potentia quincupla: eius quæ ex centro ipſius circuli quo icoſahedrum deſcribitur. eſtq; a b: ipſius ſphæræ diameter. ipſa igitur k l: ex centro eſt circuli a quo icoſahedrum deſcribitur. Ipſa igitur k l: hexagoni eſt latus dicti circuli. Et quoniam ſphæræ diameter componitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo deſcriptorum lateribus per correlariũ 16 decimitertij, eſtq; ipſa quidem a b ipſius ſphæræ diameter: & k l hexagoni latus: & æqualis eſt a k ipſi l b: vtraq; igitur ipſarum a k, l b, decagoni lat9 eſt deſcripti in circulo a quo icoſahedrum circũſcribitur. Et quoniã decagoni quidem l b, hexagoni autẽ m l (æqualis enim eſt ipſi k l: quoniã & ipſi k h. æqualiter enim diſtant a centro) et vtraq; ipſarum h k, k l, dupla eſt ipſius k c: quinquanguli igitur eſt m b. Quod autem pentagoni eſt: & icoſahedri. Icoſahedri ergo eſt m b. ¶ Et quoniam f b eſt latus cubi: ſecetur extrema & media ratione in n, ſitq; maius ſegmentum n b. Igitur n b: dodecahedri eſt latus.

Latus icoſaedri



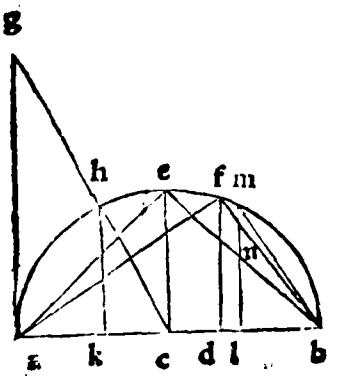
Latus dodecahedri

¶ Et qm̃ oſtẽſũ eſt q; ipſius ſphæræ diameter potentia eſt ſeſqualtera ipſius a f lateris pyramidis: ipſius autem b e lateris octahedri potentia dupla: ipſius autem f b cubi potentia tripla: ipſius igitur ſphæræ diameter ſex: ipſius autem pyramidis latus quatuor: Octahedri vero latus trium: cubi vero duorum. Latus igitur ipſius pyramidis: lateris octahedri potentia eſt epitritũ. Cubi autem lateris: potentia eſt duplum. Octahedri autem latus: lateris cubi potentia eſt hemiolium. Ipſa quidem igitur prædicta trium figurarum latera: hoc eſt pyramidis & octahedri & cubi adinuicem: in rationibus rationalibus ſubſiſtunt. Reliqua vero duo & icoſahedri & dodecahedri: neq; ad inuicem neq; ad prædicta in rationibus rationalibus exiſtunt. irrationalia ſunt etenim: hoc eſt minor & apotome. ¶ Quz autem maius eſt icoſahedri latus m b, dodecahedri latere n b: ſic oſtendemus. Quoniam triangulum f d b ipſi triangulo f a b æquiangulum eſt: ꝓportionale eſt ſicut b d ad c a, ſic b f ad b a. Et qm̃ tres rectę lineæ ꝓportionales ſunt: eſt igiť ſicut prima ad tertiã, ſic qd ex prima ad id qd ex ſecunda. Eſt igitur ſicut d b ad b a: ſic quod ex d b ad id quod ex b f. Cõuerſim igiť ſicut a b ad b d: ſic quod ex f b ad id quod ex b d. Tripla autẽ eſt a b: ipſi9 b d. triplum igitur quod ex f b: eius quod ex b d. Eſt autem & quod ex a d: eius qd ex d b quadruplũ. dupla enim eſt a d: ipſius d b. Maius igitur eſt quod ex a d: eo quod ex f b. & maior igitur eſt a d: ipſa f b. multo igitur maior eſt a l: ipa f l. Et ipſa quidem a l, extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmentũ eſt k b: quoniam ipſa quidem l k hexagoni eſt, & k a decagoni. ipſa autẽ f b extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmentũ eſt n b. Maior igitur eſt k l: ipſa n b. Aqualis autem eſt k l: ipſi l m. maior igitur eſt l m: ipſa n b. Ipſa autem l m: maior eſt m b. multo igitur maior eſt m b latus exiſtens icoſahedri: ipa n b latere exiſtente ipſius dodecahedri. Quod facere & oſtendere oportuit.

Comparatio. 5. laterum

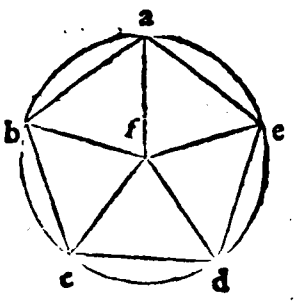
¶ Aliter: q̃ maior eſt m b ipſa n b.

¶ Quoniam enim dupla eſt a d ipſius d b: tripla igitur eſt a b ipſius d b. Sicut autẽ a b ad b d, ſic quod ex a b ad id quod ex b f: quoniam triãgulum f a b ipſi



ſ d b triangulo æquiangulum eſt. quod igitur ex a b : eius quod ex b f triplum eſt. Quinq; igitur quæ ex k l: tribus quæ ex f b ſũt æquales. Sed tria q̃ ex f b: ſex quę ex n b ſunt maiora. & quinq; igitur q̃ ex k l : ſex quæ ex n b ſunt maiora. Quare & vnum quod ex k l: vno quod ex n b maius eſt. maior igitur eſt k l: ipſa n b. æqualis autem eſt k l: ipſi l m. maior igitur eſt & l m: ipa n b. multo igit maior m b: ipſa n b. quod oſtendere oportuit. ¶Qz autem tria quæ ex f b, ſex quæ ex n b ſũt maiora: ſic oſtendemus. Quoniam enim maior eſt b n ipſa n f: quod igitur ſub f b, b n, maius eſt eo quod ex b f, f n: quæ igitur ſub f b, b n, vna cum eo quod ſub b f, f n, maius eſt q̃ duplũ eius quod ſub b f, f n. Sed qđ ſub b f, f n: æquũ eſt ei quod ex n b. extrema nãq; & media ratione ſecaĩ ipſa b f in n: & quod ſub extremis æquum eſt ei quod a media per 17 ſexti. Quod igitur ex f b: eo quod ex b n maius eſt q̃ duplum. vnũ igitur qđ ex f b: duob⁹ quæ ex b n maius eſt. quare & tria quæ ex f b: vno eorum quæ ex b n, ſũt maiora. Quod oſtendere oportuit.

¶Dico iam ꝙ præter prædictas quinq; figuras: nõ conſtruetur alia figura cõprẽhenſa ſub æquilateris & æquiangulis inuicem æqualibus. Sub binis namq; triangulis/neq; ſub duobus alijs planis: ſolidus angulus non conſtruitur. Sub tribus triangulis: q̃ pyramis. ſub quatuor: q̃ octahedri. ſub quiq;: q̃ icoſahedri. Sub ſex triangulis æquilateris & æquiangulis ad vnum ſignum cõſtitutis: non erit ſolidus angulus. exiſtente namq; æquilateri trianguli angulo duarum partiũ recti: erunt ſex quatuor rectis æquales. Quod eſt impoſſibile. Omnis nãq; ſolidus angulus: ſub paucioribus q̃ quatuor rectis cõprẽhẽditur per 21 vndecimi. Iam id ꝓpterea: neq; ſub pluribus q̃ ſex planis angulis ſolidus conſtruitur angulus. Sub quadratis tribus: cubi angulus compreẽhẽditur. Sub quatuor: eſt impoſſibile. erunt enim rurſus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æq angulis tribus: dodecahedri. At ſub quatuor: impoſſibile. exiſtente nãq; quinquanguli æquilateri angulo recto & quinto: erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores. quod eſt impoſſibile. Neq; ſub polygonis alijs figuris compræhẽ detur ſolidus angulus: qm̃ abſurdum eſſet. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura ſolida non conſtruetur: ſub æquilateris & æquiangulis compræhenſa. quod erat oſtẽdendum. ¶Qz autem æquilateri & ęquianguli quinquãguli angulus rectus eſt & quintum: ſic oſtendendum. Sit inq̃ quinquangulum æquilaterum & æquiangulũ a b c d e. & circũſcribatur per 14. quartidecimi ei circulus a b c d e. & accipiatur per 1 tertij illius centrum/ſitq; f: cõnectantuq; f a, f b, f c, f d, f e. Bifariam igitur ſecãt ipſius pẽtagoni angulos: ad ipſa a, b, c, d, e, ſigna. Et quoniam quinq; anguli qui ad f, quatuor rectis ſunt æquales/ & ſunt æquales: igiĩ vnus ipſorũ (ſicut qui ſub a f b) vni⁹ recti eſt quaſi quitũ. reliqui igitur qui ſub f a b, a b f: vnius ſunt recti & quintum. Aequalis autẽ eſt qui ſub f a b ei qui ſub f b c. totus igitur q̃ ſub a b c pentagoni angulus: vni⁹ recti eſt & quintum. Quod oſtendere oportuit.



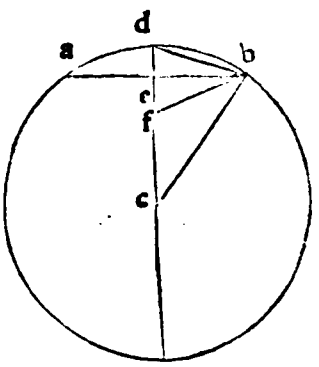
EVCLIDIS MEGARENSIS DECIMI tertij libri, necnon Theonis in eundẽ & 12 pręcedẽtes commentariorum, Finis.

¶EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO philoſopho Mathematicorumq; facile principi deputatus liber de regularium corporum proportione Cāpano commentatore: qui in ordine eſt quartuſdecimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

OMnis perpendicularis a cētro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipſum deſcripti dimidio: lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni intra circulum eundem deſcriptorum ambobus dimidijs in longum directumq; coniunctis æqualis eſſe probatur. Patet igitur q; perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni: eſt æqualis perpēdiculari ductæ a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum deſcripti directe coniunctis.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inſcripti circulo cuius centrum c: & ducatur a centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ p ſecundā partem tertiæ tertij diuidet ipſam per æqualia/& arcū eius etiā per æqualia ex 4 primi & 27 tertij. ſitq; hæc perpendicularis linea c d: ſecans a b i puncto e, & arcū eius in puncto d. Eſt igitur vt diximus linea a e æqualis lineæ e b: & arcus a d, arcui d b. protrahaturq; linea d b: de qua cōſtat q; ipſa eſt latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti/ cum ipſa ſubtēdatur medietati quinti totius circunferentiæ. Dico itaq; q; linea e c: eſt æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longū directūq; cōiunctis. Compleatur quidem diameter d c: ſitq; d c g. & ſit e f æqualis e d: & protrahatur b f. eritq; ex 4 primi b f æqualis b d. ideoq; per 5 primi angulus b d f: erit æqualis angulo b f d. Conſtat autem ex vltima ſexti/ q; angulus g c b quadruplus eſt ad angulū b c d: eo q; arcus g b quadruplus eſt ad arcū b d. at vero angulus g c b per 32 primi duplus eſt ad angulū b d c: nā ipſe eſt extrinſecus duobus qui ſūt b d c & d b c. at ipſi ſunt æquales ex 5 primi. igitur angulus b d c: duplus eſt ad angulū b c d. quare angulus quoq; b f d: duplus eſt ad angulū b c f. Sed angulus b f d: eſt æqualis duobus intrinſecis qui ſunt b c f & c b f per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f: ſunt æquales. ideoq; per 6 primi c f: eſt æqualis b f. ideoq; etiā c f: eſt æqualis b d. nā b d & b f: ſunt æquales adinuicē. Quare dimidiū c d cū dimidio b d: eſt quantū dimidiū c d cū dimidio c f. at vero dimidiū c d cū dimidio c f: eſt quantū dimidiū c f bis cū dimidio f d. dimidiū autē c f bis/ eſt q̄tū c f: & dimidiū f d, eſt q̄tū e f. Itaq; e c: eſt q̄tū dimidiū c d cū dimidio c b & d b. qđ eſt propoſitū. ¶Correlariū autē ſic cōſtat. Manifeſtū eſt enī ex 8 tredecimi libri: q; perpēdicularis ducta a cētro circuli ad latus trianguli ſibi inſcripti eſt æqualis dimidio lineæ ductæ a centro ad circunferētiā. Hoc quidē ibi demōſtratū eſt: & quaſi correlariū cōcluſū. Cū igitur ex hac prima iſtius 14 libri pateat q; perpendicularis ducta a cētro circuli ad latus pēragoni ſit æqualis dimidio lineæ ductæ a cētro ad circunferentiā & dimidio lateris decagoni: ſequitur q; perpēdicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni ſit æqualis perpendiculari ductæ a centro ad latus triāguli dimidioq; lateris decagoni intra eundē circulū deſcripti. Et hoc eſt qđ ex correlario ꝓponit.



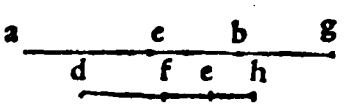
¶CAMPANI annotatio. Nunc ergo explicandū eſt qđ ait Ariſtæus in libro intitulato Expoſitio ſciētiæ quinq; corporū: necnō & Apollonius i dono ſcdo i proportionalitate figuræ 12 baſiū ad figurā 20 baſiū/ dicēs q; ꝓportio ſuperficierū figuræ habētis 12 baſes ad ſuperficies figuræ habētis 20 baſes eſt tanq̄ proportio corporis 12 baſiū ad corpus 20 baſium. linea etenim ducta a centro circuli

pentagoni figuræ 12 baſium dodecedri ad circũferẽtiã eius eſt quaſi linea prodiens a centro circuli trianguli figuræ viginti baſiũ icoſedri ad circunferentiã eius. Hæc ſunt ipſius magni Apollonij verba. Intelligẽda autẽ ſunt de figura 12 & figura 20 baſiũ ab vna eadẽq; ſphæra circũſcriptibiliũ. Eſt enĩ proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron/ cũ ambo vna eadẽq; ſphæra circũſcribit: ſicut proportio omniũ ſuperficierũ dodecedri pariter acceptarũ/ ad oẽs ſuperficies icoſedri pariter acceptas. quẽadmodũ Apollonius præmiſſorũ verborũ prima parte cõmemorat: quod & 10 huius decimiquarti libri ſolida demõſtratione ſtabilitur. Et eſt circulus circũſcribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũſcribenti trigonũ icoſedri/ cũ dodecedron & icoſedron eadẽ ſphæra circunſcribit: quẽadmodũ ipſe Apollonius ſecunda parte præmiſſorũ verborũ cõmemorat/ qđ etiã in 5 huius libri demõſtratione firmat. Præmittenda ſunt igitur antecedẽtia: ad tantorũ virorũ eloquia/ incõcuſſa veritate corroboranda.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

QVicquid accidit vni lineæ diuiſæ ſecũdum proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema: omni lineæ ſimiliter diuiſæ probatur accidere. 2

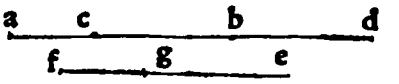
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vtraq; duarum linearũ a b & d e diuiſa ſecũdũ proportionem habẽtẽ mediũ duoq; extrema: hæc quidẽ in c, illa vero in f. ſintq; maiores portiones/ huius quidẽ/ a c: illius autẽ/ d f. Dico itaq; q̃ ambarum ad ſui maiores portiones eſt vna proportio: itẽq; ambarũ ad ſui minores portiones eſt proportio vna. at quoq; maiorũ portionũ ad minores vna. & econtrario & permutatim & conjunctim & diſiunctim & euerſim. ũichil enim aliud eſt: quicquid vni earũ accidit/ idẽ quoq; alij accidere. conſtat enim ex diffinitione lineæ ſecundũ proportionẽ habentem medium duoq; extrema diuiſæ & ex prima parte 16 ſexti/ q̃ illud quod fit ex a b in b c: eſt æquale quadrato a c. eodẽq; modo quod fit ex d e in e f: eſt æquale quadrato d f. Ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratũ a c: eſt ſicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f. vtraq; enim eſt proportio æqualitatis. Igitur quadruplũ eiꝰ qđ fit ex a b in b c ad quadratũ a c: ſicut quadruplũ eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f. qđ ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifeſtũ eſt. Quare coniunctim quadruplũ eius quod fit ex a b in b c cũ quadrato a c, ad quadratũ a c: ſicut quadruplũ eius qđ fit ex d e i e f cũ quadrato d f, ad quadratũ d f. Adiungatur autẽ ſecundũ rectitudinẽ ad lineã a b, vna linea quæ ſit æqualis b c: quæ dicatur b g. & ad d e adiũgatur æqualis e f: quæ dicatur e h. Manifeſtũ eſt igitur ex octaua ſecũdi: q̃ quadruplũ eius qđ fit ex a b in b g cũ quadrato a e, eſt æquale quadrato lineæ a g. At vero ſimiliter quadruplũ eius quod fit ex d e in e h cum quadrato d f: eſt æquale quadrato d h. At vero ex cõmuni ſcientia quadruplũ eius quod fit ex a b in b c, æquũ eſt quadruplo eius quod fit ex a b in b g: eo q̃ b c & b g ſunt æquales. ſimiliter quoq; quadruplũ eius qđ fit ex d e in e f, æquũ eſt quadruplo eiꝰ qđ fit ex d e in e h: eo q̃ e f & e h ſunt etiã æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti/ quadratũ a g ad quadratũ a c: ſicut quadratum d h ad quadratũ d f. Quare ex ſecunda parte 21 ſexti/ proportio lineæ a g ad lineam a c: eſt ſicut lineæ d h ad lineã d f. & coniunctim a g & a c ad a c: ſicut d h & d f ad d f. At vero a g cũ a c, ſunt tanq̃ duplum a b: & d h cũ d f, tãquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c: ſicut duplũ d e ad d f. & permutatim duplum a b ad duplum d e: ſicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e: ſicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e: ſicut a c: add f. Itaq; permutatim & euerſim & conuerſim & diſiũctim & coniunctim. Quod oportebat oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

DIuiſo latere hexagoni ſecũm proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema: maior eius portio erit latus decagoni circunſcripti a circulo ipſum hexagonum circũſcribẽte. 3

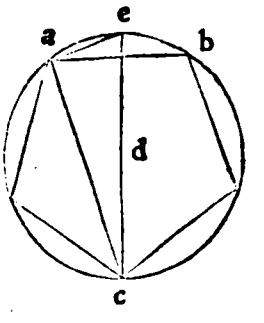
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli/ diuiſa ſecũ dun proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema in puncto c: ſitq; maior portio eius b c. Dico q; cuiuſcunq; circuli a b eſt latus hexagoni: eiuſdẽ/ b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a b, linea d b: quæ ſit latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni. eritq; ex 9 tredecimi/ linea a d diuiſa ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema: & maior portio eius erit linea a b. Cum igitur vtraq; duarum linearum a b & a d ſit diuiſa ſecundũ proportionem habentem mediũ duoq; extrema: igitur erit per præmiſſam amborum ipſarum ad ſui maiores portiones vna proportio. Itaq; d a ad a b quæ eſt eius maior portio: ſicut a b ad b c quæ eſt etiam eius maior portio. ſed d a ad a b: ſicut a b ad b d ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecundũ proportionem habentem medium duoq; extrema. & maior portio eius igitur ex vndecima quinti a b ad b d: ſicut a b ad b c. Quare per ſecundã partem 9 quinti b d & b c: ſũt æquales. Cum ergo d b ſit latus decagoni: erit quoq; ex communi ſcientia b c latus decagoni. ¶Vel aliter. ¶Ad lineã a b adiungat b d æqualis b c. eritq; ex 4 tredecimi tota a d diuiſa ſecundũ proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema: & maior portio eius linea a b. Itaq; per conuerſam 9 tredecimi quã cõtinue poſt ipſam demonſtrauimus / cuius circuli linea a b eſt latus hexagoni: eiuſdem linea b d (ideoq; linea b c ſibi æqualis) eſt latus decagoni. ¶Poſſumus iterũ idem alia via (ſi libet) demõſtrare. Sit enim e f æqualis a b: quæ etiã diuidatur in g ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ & ſit maior portio eius linea f g. Cõſtat igitur ex præmiſſa q; quẽadmodũ a b eſt æqualis e f: ſic a c eſt æqualis e g, & c b æqualis g f. Cũq; fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni: erit (ſicut prius dictũ eſt) ex 9 tredecimi tota a d diuiſa ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ & maior eius portio erit linea a b. Itaq; per præmiſſam a b ad b d: ſicut f g ad g e. quare per primam partem 15 ſexti quod fit ex a b in g e: æquum eſt ei quod fit ex b d in f g. Cũq; a b ſit æqualis e f: & erit quod fit ex e f in g e æquũ ei qđ fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e: æquũ eſt quadrato f g ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema/ & ex prima parte 16 ſexti. igitur quod fit ex b d in f g: eſt æquale quadrato f g. ideoq; ex prima ſexti linea b d: eſt æqualis f g. Et quia f g eſt æqualis c b: erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat oſtendere.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

4 QVadratũ lateris pẽtagoni intra circulũ deſcripti/ quadratũq; lineæ quæ illius pẽtagoni angulo ſubtẽditur/ ambo hæc quadrata pariter accepta: quadrati medietatis diametri eiuſdem circuli quincuplum eſſe pronuncio.

¶CAMPANVS. ¶Sit in circulo a b c cuius centrũ d: inſcriptus vnus pentagonus æquilaterus cuius vnũ latus ſit a b. & protrahatur diameter c d e: diuidẽs lineã a b & eius arcũ per æqualia. Eſt igitur arcus a e: medietas quintæ partis circũferentiæ illius circuli. quare arcus a c: eſt duæ quintæ totius circũferẽtiæ. Protrahantur itaq; duæ lineæ a e & a c. eritq; a e latus decagoni æquilateri: eo q; eius arcus eſt medietas qntæ partis circũferentiæ. linea vero a c, erit q; ſubtẽditur vni ex angulis pẽtagoni prædicti: eo q; arc9 a c eſt duę qntæ partes circũferẽtiæ circuli. Dico itaq; q; quadrata duarũ linearũ a b & a c pariter accepta: quincuplũ ſunt ad quadratũ lineæ d e. Eſt enim ex 4 ſecundi quadratum lineæ c e: quadruplum ad quadratum lineæ d e. Cũ autẽ angulus c a e ſit rectus ex prima parte 30 tertij: eruntq; ex penultima primi quadrata duarũ linearum c a & a e quadruplũ ad quadratũ d e. igitur quadrata triũ linearũ c a & a e & d e: quincuplũ ſũt ad quadratũ lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b eſt æquale quadratis duarum linearum a e & d e: ſequit vt quadrata duarũ linearũ a b & c a ſint quincuplũ ad quadratũ d e. qđ eſt propoſitum.



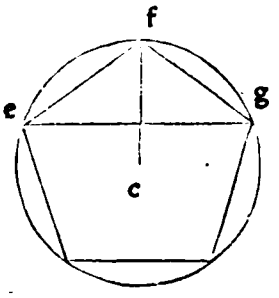
¶COROLLARIVM. ¶Manifeſtũ eſt ergo/ q; quadratũ lateris cubi atq; quadratũ lateris figuræ duodecim baſiũ/ cũ cubũ & figurã duodeci baſiũ eadẽ ſphę

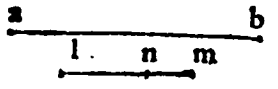
ra circũſcribit: ambo q̃drata pariter accepta qncuplũ ſũt q̃drati medietatis dia metri circuli qui circunſcribit pẽtagonũ eiuſdem figuræ duodecim baſium. ¶ Iſtud correlariũ vere manifeſtũ eſt. conſtat enim ex demonſtratione 17 tredecimi: qꝫ latus cubi ſubtenditur angulo pẽtagoni dodecedri/cũ cubũ & dodecedron vna eadẽq; ſphęra circũſcribit. itaq; p hãc 4 ſine obice cõſtat correlariũ.

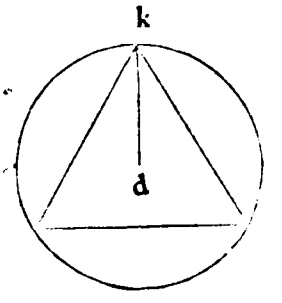
Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

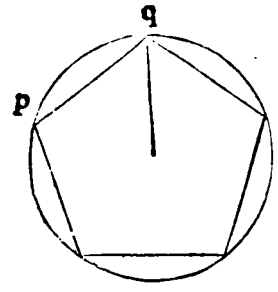
DEntagonus figuræ duodecim baſium/ triangulusq; figuræ viginti baſium/quos eadem ſphæra circunſcribit: vno eodemq; circulo circunſcribuntur. 5

¶ CAMPANVS. ¶ Sit ſphæra cuius diameter a b, circũſcribẽs duas ſolidas figuras: videlicet dodecedron cuius vnus ex duodecim pẽtagonis ſit c, & icoſedron cuius vnus ex 20 triãgulis ſit d. pentagono autẽ c, & trigono d, ſuper duo centra d & c, circũſcribantur duo circuli: huic quidem f c ex 14 quarti/illi vero f d ex 5 eiuſdẽ. Dico itaq; qꝫ hi duo circuli ſphæræ propoſitæ quorũ alter circunſcribit pentagonũ c, alter vero trigonũ d: ſunt æquales. Signẽtur enim duo latera pentagoni c, vnũ ex ſuis angulis continentia/ literis e f & f g: & protrahantur/ linea e g quæ ſubtendat angulum f, & ſemidiameter circuli quæ ſit c f. Vnum quoq; ex lateribus trigoni d, ſignetur litteris k h: & protrahatur ſemidiameter ſui circuli quæ ſit d k. Dehinc ſumatur linea l m, ad quã ſit linea a b quæ eſt diameter ſphæræ aſſignatæ/ quincupla in potentia: quæ quidẽ l m diuidatur in n ſecũdũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ ſitq; maior portio eius linea l n. & ſecundũ quantitatem totius l m: lineetur circulus p q. Itaq; ſemidiameter circuli p q: erit ęqualis lineę l m. eritq; ex correlario 15 quarti/ linea l m: tanq̃ latus hexagoni æquilateri circulo p q inſcripti. ideoq; per tertiam huius/ linea l n: erit tanq̃ latus decagoni æquilateri eidẽ circulo inſcripti. Igitur ex 11 quarti inſcribatur pentagonus æquilaterus circulo p q: cuius vnũ latus ſit p q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratũ lineę p q: æquale quadratis duarũ linearũ l m & l n pariter acceptis. Conſtat autem ex demonſtratione 16 tredecimi: qꝫ h k eſt æqualis p q. ergo quadratũ h k: eſt æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. At vero ex demonſtratione 17 tredecimi/ manifeſtũ eſt qꝫ e g eſt latus cubi ab eadẽ ſphæra circũſcriptibilis. quare per correlarium 14 tredecimi a b quæ eſt diameter ſphæræ: potentialiter eſt tripla ad e g quæ eſt latus cubi. Si autẽ e g diuidatur ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema: patet ex demõſtratione tredecimi qꝫ e f eſt tãq̃ maior portio eius. igitur ex ſecunda huius/ e g ad l m: ſicut e f ad l n. nã vt tota ad totã: ſic maior portio ad maiorem. Itaq; per 21 ſexti quadratum e g ad quadratũ l m: ſicut quadratũ e f ad quadratũ l n. quare per 13 quinti/quadrata duarum linearũ e g & e f pariter accepta/ ad quadrata duarum linearum l m & l n pariter accepta: ſicut quadratũ e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti & permutatã proportionalitatẽ/ & æquam/triplum duorũ quadratorũ duarũ linearũ e g & e f pariter acceptorũ ad quadrata duarum linearũ l m & l n pariter accepta: ſicut triplũ quadrati e g ad quadratũ l m. Triplum autẽ quadrati e g: eſt tanq̃ quadratum a b ex correlario 14 tredecimi. at quadratum a b: eſt per hypotheſin quincuplum ad quadratum l m. ergo triplum quadrati e g: quincuplũ quoq; eſt quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum: eſt quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n pariter accepta. Et quia probatum eſt qꝫ quadratum h k eſt æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis: ſequitur ex cõmuni ſcientia vt triplum quadratorum e g & e f ſit quincuplum ad quadratum h k. Conſtat autem ex 8 tredecimi: qꝫ quincuplum quadrati h k eſt quindecuplum ad quadratum d k, nam ſimplum eſt triplum. Et ex quarta huius conſtat: qꝫ triplum quadratorum e g & e f, eſt quindecuplum quadrati e f. nam ſimplum eſt quincuplum. Itaq; quindecuplum quadrati c f: eſt ęquale quindecuplo quadrati d k. ideoq; per 15 quinti quadratum c f: eſt æquale quadrato d k. quare etiã linea c f: eſt æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium/ circulus circunſcribens pentagonum c: eſt æqualis circulo circunſcribenti trigo-







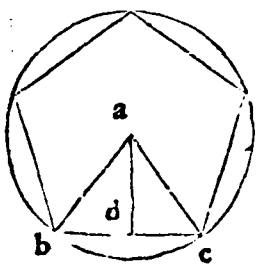


nam. nam ſemidiametri horum circulorum ſunt æquales: videlicet c f & d k quod erat ex principio demonſtrandum.

6 Euclí ex Camp. Propoſitio 6.

QVadratum quoq; quod eſt triangulum alias trigincuplum tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli circunſcribentis pentagonum figuræ duodecim baſium ad latus pentagoni/ atq; ſub latere ipſius pentagoni continetur: omnibus ſuperficiebus corporis duodecim baſium pariter acceptis eſſe æquale ex neceſſitate conuincitur.

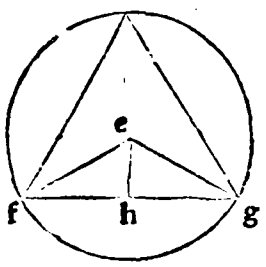
¶CAMP. ¶Sit pentagonus a, vna ex 12 baſibus figuræ dodecedri: & vnum ex eius lateribus ſit b c. ſibiq; ex 14 quarti circũſcribatur circulus ſupra centrũ a: & protrahantur lineæ a b & a c, & a d perpendicularis ad b c. Dico ergo q; trigincuplũ eius quod fit ex a d in b c: eſt æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Cõſtat enim: pentagonum d eſſe diuiſibilem in quinq; triangulos æquales triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes ſint æquales & ſimiles pentagono a) diuiſibiles ſunt in 60 triangulos: quorum quiſq; per 8 primi eſt æqualis triangulo a b c. Quod autẽ fit ex a d in b c: eſt duplum per 41 primi/ ad triangulum a b c. Ergo trigincuplum eius quod fit ex a d in b c: eſt ſexagincuplum ad triangulum a b c. nam vt ſimplum ad ſimplum: ſic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes dodecedri ſuperficies pariter acceptæ ſint etiam ſexagincuplũ ad triangulum a b c: ſequitur vt trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, ſit æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod eſt propoſitum.



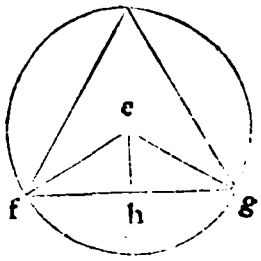
Euclí ex Camp. Propoſitio 7.

7 QVadratum quoq; quod eſt triangulũ alias trigincuplũ tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus ſibi inſcripti trianguli figuræ viginti baſium/ atq; ſub ipſo latere trianguli continetur: æquale eſt omnibus ſuperficiebus figuræ viginti baſium pariter acceptis.

¶CAMP. ¶Eſto enim hic trigonus e, vna ex 20 baſibus figuræ icoſedri: & vnum ex eius lateribus ſit f g. ſibiq; ex 5 quarti circũſcribatur circulus ſuper cẽtrum e: & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur q; trigincuplum eius quod fit ex e h in f g: eſt æquale omnibus ſupficiebus icoſedri pariter acceptis. Cõſtat enim: trigonum eſſe diuiſibilem in tres trigonos quorũ quilibet per octauã primi/ eſt æqualis trigono e f g. Itaq; omnes 20 trigoni icoſedri pariter accepti (cũ cũcti ſint æquales et ſimiles trigono e) ſunt tã q; ſexagincuplũ trigoni e f g. Et quia per 41 primi quod fit ex e h in f g eſt duplũ trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius eſt æquale ſexagincuplo illius: ſequitur vt trigincuplum e h in e f ſit æquale omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis. Quod erat demonſtrandum.



¶COROLLARIVM. ¶Manifeſtũ igitur eſt q;/ proportio ſuperficierũ figuræ duodecim baſiũ in aliqua ſphæra cõtentæ ad ſuperficies figuræ viginti baſium in eadẽ ſphæra concluſæ: eſt tanq; proportio tetragoni cõtenti ſub latere pẽtagoni ipſius figuræ duodecim baſiũ & ſub perpendiculari ducta a centro ſui circuli ad ipſum latus pentagoni/ ad tetragonũ contẽtũ ſub latere trianguli ipſius figuræ viginti baſium & perpendiculari ducta a centro ſui circuli ad ipſum latus triãguli corporis viginti alchaidarũ. ¶Quod per illud correlariũ cõcluditur verũ eſſe: ſiue figura 12 baſiũ & figura 20 baſiũ ſint ab eadẽ ſphæra circũſcriptibiles vt proponitur/ ſiue etiam fuerint circũſcriptibiles a diuerſis ſphæris. proponitur autem prout hę figuræ ſunt circũſcriptibiles ab eadẽ ſphæra: qm̃ hoc modo valet & ſufficit ad ꝓpoſitũ. Eius ergo cõmunis veritas ſic patet. Cõſtat eni ex 6 huius: q; trigincuplũ a d in b c, æquũ eſt oĩbus ſupficiebus dodecedri pariter acceptis cuius pẽtagonus a eſt vna ex 12 ſupficiebus. Et ex hac 7 cõſtat ſimiliter: q; trigincuplũ e h in f g, æquũ eſt oĩbus ſupficiebus icoſe-

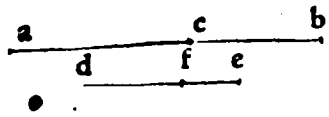


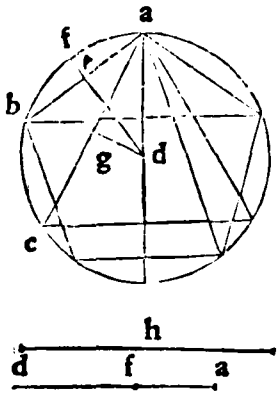
dri pariter acceptis/ cuius trigonus e eſt vna ex 20 baſibus: ſiue illud dodecedron & iſtud icoſedron eadē ſphæra circūſcribat/ ſiue diuerſæ. itaq; proportio trigincupli a d i b c ad omnes ſuperficies illius dodecedri pariter acceptas: eſt ſicut trigincupli e h i f g ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas. vtrobiq; enim eſt proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplū a d in b c ad trigincuplū e h in f g: ſicut omnes ſupficies illius dodecedri ad omnes ſupficies huius icoſedri. & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum: eſt ſicut ſimpli ad ſimplum. Conſtat igitur per 11 quinti q; proportio omniū ſuperficierū illius dodecedri ad omnes ſuperficies huius icoſedri: eſt eius quod fit ex a d in b c ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc eſt quod ex correlario proponitur.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

PRoportio cunctarū ſuperficierum corporis duodecim baſium pariter acceptarum ad cunctas ſuperficies corporis viginti baſiū pariter acceptas/ quæ ab vna ſphęra ambo circūſcribuntur: eſt tanquam proportio lateris cubi quem circunſcribit eadē ſphæra/ ad latus trianguli ipſius corporis viginti baſium. 8

¶CAMPANVS. ¶ Vt ab huius 8 demōſtrationis 14 libri proceſſu ambiguitas omnis abſcedat; iſtud præſcire oportet. Qz ſi aliqua linea ſecundū proportionē habentē medium duoq; extrema fuerit diuiſa / & ex medietate eius tanq̄ dimidiū ſuæ maioris portionis detrahatur: ipſa quoq; medietas ſecūdū proportionē habentē mediū duoq; extrema diuiſa erit/ & eius maior portio eſt tanq̄ dimidiū maioris ſuæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuiſa ſecundū proportionē habentē mediū duoq; extrema / in c; & maior eius portio ſit a c. & ſit d e tanquam dimidiū a b: & d f tanq̄ dimidiū a c. Dico ergo q; d e diuiſa eſt inſecundū proportionē habentē mediū duoq; extrema: & maior portio eius eſt d f. conſtat enim ex 15 quinti q; pportio a b ad a c: eſt ſicut d e ad d f, videlicet duplū ad duplū tanq̄ ſimplum ad ſimplū. Quare permutatim a b ad d e: ſicut a c ad d f. igitur per 19 quinti c b ad f e: ſicut a b ad d e. Eſtq; c b: dupla ad f e. ſic enim eſt a b ad d e. Cum igitur tota a b ſit dupla ad totā d e, & ſingulæ partes a b ad ſingulas partes d e: erit ex 15 quinti & prima eiuſdem & diffinitione lineæ diuiſæ ſecundū proportionē habentem mediū duoq; extrema/ linea de diuiſa in f, quēadmodum proponitur. ¶Nunc igitur demōſtrationi eius qđ propoſitū eſt inſiſtamus. Ad cuius exēplū ſit a b c circulus cuius centrū d: circūſcribens pentagonū dodecedri & trigonū icoſedri/ quæ ambo pariter eadē ſphæra circūſcribit & concludit. nā ex 5 huius manifeſtū eſt: q; idē circulus huius pentagonū & illius trigonū circūſcribit. Sit autē linea a b, latus pētagoni: & linea a c, trigoni. ſitq; linea h: tanq̄ latus cubi ab eadē ſphæra circūſcripti. Dico itaq; q; pportio oim ſupficierū dodecedri pariter acceptarū ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas: eſt ſicut linea h ad lineā a c. ꝓducatur quidē a cētro d, perpēdicularis ad a b: quæ trāſeat vſq; ad circūferentiā/ ſecās a b in puncto e, & arcū eius in pūcto f. hāc autē perpēdicularē cōſtat diuidere per æqualia tā lineā a b q̄ eius arcū: chordā quidē a b per ſecundā partem 3 tertij/ arcum vero eius per 4 primi & 27 tertij. Eſt igitur arcus f a decima pars circunferētiæ. Subtēdatur itaq; ſibi chorda a f: quæ erit latus decagoni ęquilateri eiuſdē circuli. erit igitur ex 9 tredecimi linea cōſtās ex d f, f a, diuiſa ſecundū proportionē habētē mediū duoq; extrema: & maior portio eius erit linea d f. At vero ex prima huius/ d e: eſt æqualis dimidio d f dimidioq; f a in lōgū directūq; cōiunctis. Sit igitur d g: perpendicularis ad a c. eritq; ex correlario 8 tredecimi/ g d: tanq̄ dimidiū d f. Itaq; ſi a linea d e quæ eſt tāquā dimidiū d f a, cū d f & f a ſit linea vna / detrahatur æqualis d g quæ eſt tāquā dimidiū d f: erit per illud quod ante hoc probatū eſt/ linea d e diuiſa ſecundū proportionē habentē mediū duoq; extrema/ & maior portio erit tanq̄ g d. Ex demonſtratione autē 17 tredecimi cōſtat/ q; ſi linea h quæ eſt latus cubi diuidatur ſecundum proportionē habētē mediū duoq; extrema: maior portio eius erit tanq̄ a b quæ eſt latus pentagoni figuræ 12 baſiū. Itaq; per ſecundā huius/

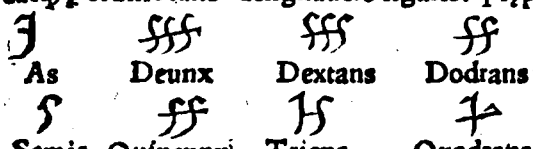




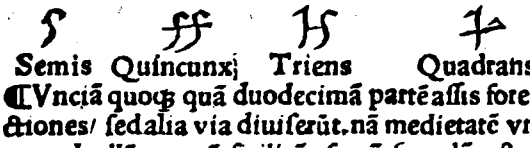
proportio h ad a b: eſt ſicut d e ad g d. quare per primã partẽ 15 ſexti/ quod prouenit ex h in g d: æquũ eſt ei quod fit ex a b in d e. ¶ Ex correlario autẽ præmiſſæ manifeſtum eſt/ q; proportio omniũ ſuperficierũ dodecedri cuius latus a b pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies icoſedri cuius latus a c pariter acceptas: eſt ſicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiuſdẽ/ proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d: eſt ſicut omnium ſuperficierũ illius dodecedri ad omnes huius icoſedri. At vero ei9 quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d: eſt per primã ſexti ſicut h ad a c. Itaq; per 11 quinti proportio oim ſuperficierũ illius dodecedri ad oẽs huius icoſedri: eſt ſicut h ad a c. quod eſt propoſitũ. ¶ Hoc ipſũ aliter probare poterimus: ſi ad ipſum huius antecedens neceſſarium præmiſerimus/ quod eſt.

¶ Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inſcribatur: rectã gulum quod ſub dodrante diametri ipſius circuli & ſub dextante ipſius lineæ angulum ipſius pentagoni ſubtendentis cõtinetur/ eidem pentagono æquum eſſe ex neceſſitate oportet.

¶ Maiores noſtri vnũqq; integrũ in 12 partes æquales intellectu & ratione diuiſerunt: oẽſq; eas ſimul hoc eſt ipſum totum/ aſſem vocauerũt. vndecim vero earũ: dixerũt deuncẽ. decem autẽ: dextantẽ. nouẽ: dodrantẽ. octo vero: biſſe. at ſeptẽ: ſeptãtẽ vel ſepruncẽ. ſex autẽ ſemis. quinq;: quicuncem. quatuor: triẽtem. tres autẽ: quadrantẽ. duas vero: ſextantẽ. vnã autẽ: appellauerũt vnciã. eaſq; p ordinẽ talib9 deſignauere figuris: q̃ ſępiſſime iueniunt i antiqs libris.



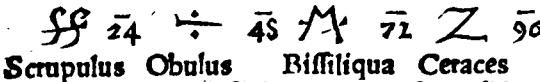
As Deunx Dextans Dodrans Biſſe Septunx



Semis Quincunx Triens Quadrans Sextans Vncia

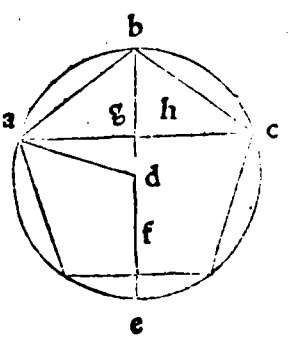
¶ Vnciã quoq; quã duodecimã partẽ aſſis fore diximus: in alias rurſus 12 fractiones/ ſed alia via diuiſerũt. nã medietatẽ vnciæ: dixerũt ſemiunciã. tertiam vero: duellã. quartã: ſicilicũ. ſextã: ſexculã. octauã: dragmã. duodecimã: ſemiſſiclã. decimãoctauã: tremiſſem. vigeſimãquartã: ſcrupulũ. quadrageſimãoctauã: obulũ. ſeptuageſimãſecundã: biſſiliquã. nonageſimãſextã: ceracẽ. Vltimã vero quæ eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius vnciæ: ſiliquã nominauerũt. His autẽ 12 fractionibus vnciæ poſteriores adiunxere calcũ. eſt autem calcus centeſima nonageſimaſecunda pars vnciæ. Cuius additionis cauſa fuit: vt vſq; ad minimũ extremũ diateſſeron & diapẽte ſymphoniarũ tonorũ ſemitonorũq; interuallis diſtinctarũ/ harũ fractionũ denominatio cõſcẽderet vel contenderet. & ipſas omnes ſecundũ ordinẽ talibus annotauere figuris.

Semiuncia Duella Sicilicus Sexcula Dragma Hemiſſecla Tremiſſis

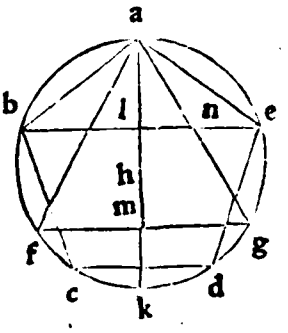


Scrupulus Obulus Biſſiliqua Ceraces Siliqua Calcus

¶ Eius ergo quod dicitur: ſenſus eſt. Q; ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur: illud qd̃ fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; ſextas lineæ ſubtẽdẽtis vnũ ex angulis inſcripti pẽtagoni/ æquale eſt pẽtagano. Verbi gratia. Sit circulus a b c ſup centrũ d: eiq; ex 11 quarti inſcribatur pentagonus æqlaterus/ cuius duo latera vnũ ex ſuis angulis cõtinẽtia ſint a b & b c. & angulo b ſubtẽdatur linea a c: & protrahatur diameter b d e ſecãs lineã a c pęqualia in pũcto g. ſitq; d f medietas d e. & g h dupla ad h c. eritq; b f dodrãs diametri: eſt enĩ tres quartæ ipſius. & a h erit dextãs vel ſextãs a c: eſt enĩ 5 ſextæ eius. protrahatur autẽ linea a d. dico q; illud qd̃ prouenit ex b f in a h: eſt ęquale pẽtagono inſcripto circulo. Cũ enĩ a g ſit perpẽdicularis ad b d: erit ex 4.1 primi & illud qd̃ ꝓuenit ex b d in a g, duplũ ad triãgulũ a b d. ideoq; quod ꝓuenit ex b f in a g: triplũ erit ad eũdẽ triãgulũ. & qd̃ ꝓuenit ex b f in h g: duplũ. & ex b f in totã a h: quincuplũ. Cũ itaq; totus pẽtagonus quintuplus ſit ad eũdẽ triãgulũ: cõſtat q; iſtud qd̃ fit ex b f in a h, eſt æquale pẽtagono. Et illud



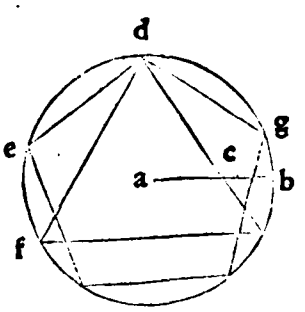
erat demõſtrandum. ¶Quod igitur ex principio propoſitum eſt: nunc alia via (ſicut promiſimus) demõſtremus. Sint itaq; circulo cuius centrum h, inſcripti / pentagonus figuræ 12 baſium & trigonus figuræ 20 baſium: quas eadem ſphæra circũſcribit. Conſtat enim ex 5 huius: q; huius dodecedri pentagonus / & illius icoſedri trigonus: ab eodẽ circulo circũducentur. ſitq; pentagonus a b c d e: & trigonus a f g. & angulo a pẽtagoni ſubtendatur linea b e: quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra cõcludit. protrahatur itaq; diameter a h k: ſecans orthogoualiter & per æqualia vtrãq; duarũ linearũ b e & f g. hanc quidem in puncto l: illam vero in puncto m. Dico ergo q; proportio omniũ ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri / quorum pẽtagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti: eſt ſicut lineæ b e, quæ eſt latus cubi ab eadem ſphæra concluſi / ad lineam f g quæ eſt latus trigoni icoſedri. Cõſtat enĩ ex correlario 8 tredecimi: q; linea h m eſt dimidium lineæ a h. ideoq; a n erit dodrãs diametri a k: eſt enim eius tres quartæ. Sit ergo l n: dupla ad n e. eritq; b n dextans b e: eſt enĩ quicq; eius ſextę. Itaq; per præmiſſum antecedẽs / quod prouenit ex a m in b n, erit ęquale pentagono a b c d e: quod autem prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex prima ſexti / proportio pẽtagoni ad trigonũ: eſt ſicut b n ad m f. quare duo decupli illius pẽtagoni ad vigincuplum iſtius trigoni: ſicut duodecupli lineę b n ad vigincuplũ lineę m f. quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n: eſt tanq̃ decuplũ b e. nam 12 dextantes: coęquãt 10 aſſes hoc eſt 10 tota. vigincuplũ vero m f, eſt tanq̃ decuplum f g: nam f g, eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad vigincuplũ iſtius trigoni: eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplum illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri / vigincuplũ autẽ huius trigoni eſt oẽs ſupficies icoſedri / & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam: erit per 11 quinti proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas / ſicut b e ad f g. Et hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.

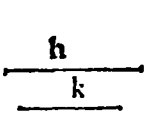


Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

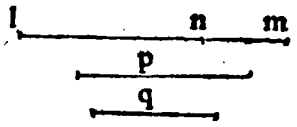
DIuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema: erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam eiuſq; maiorem portionem ad lineã potentem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionẽ / tanq̃ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti baſiũ vna cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

¶CAMP. ¶Sit linea a b diuiſa ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema: & maior portio ſit linea a c. & ſuper centrũ a ſecundũ quãtitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e: eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius vnum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus ęquilaterus cuius vnum latus ſit d f. & vni ex angulis pentagoni qui ſit d: ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius: q; ſphæra circunſcribens dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron cuius trianguli latus eſt d f. & ex demõſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt: q; eadẽ ſphæra circũſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potens ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c: & ſumatur k potens ſuper totam a b & minorem eius portionem b c. Dico itaq; q; proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus trianguli icoſedri vna cũ ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti: eſt ſicut h ad k. Conſtat quidẽ quod ex correlario 15 quarti: q; a b eſt tanq̃ latus hexagoni ęqualeri circulo b d e inſcripti. Igitur ex tertia huius / a c: eſt tãq̃ latus decagoni eiuſdẽ circuli. Itaq; per 10 tredecimi / d e: potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c. quare d e: eſt æqualis h. nam quadratum vtriuſq; earum: tantum eſt quantum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi: q; d f eſt tripla potentialiter ad a b. at vero ex 5 eiuſdem patet: q; k quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecũda parte 21 ſexti proportio d f ad a b: eſt ſicut k ad a c. quare permu-



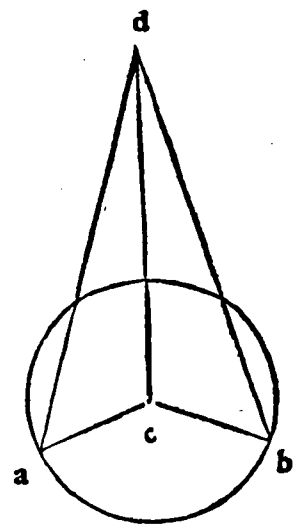


tatim d f ad k: ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtū eſt q; ſi e g diuidatur ſecūdum proportionē habentem medium duoq; extrema/ maior portio eius erit tanq̄ d e: erit per ſecūda huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c. quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e: ſicut d f ad k. & permutatim, e g ad d f: ſicut d e ad k. Et quia per primā partem 7 quinti d e ad k ſicut h ad k, eo q; d e & h ſunt ęquales: erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut h ad k. Quod eſt propoſitum. ¶Non ſolum autem eſt proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icoſedri ſicut h ad k: immo ſimpliciter ſicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alteram/ quarum altera poteſt ſuper totam quālibet lineam diuiſam ſecūdū proportionē habentem medium duoq; extrema & ſuper eius maiorem portionē/ altera vero ſuper totam & eius minorem portionem. nam ſingularū linearum taliū eſt proportio vna. Verbi gratia. maneāt prioreshypotheſes circa lineas a b, h, & k. & ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecūdum ꝓportionem habentem medium duoq; extrema in n: & portio maior ſit l n. ſitq; linea p potens ſuper totam l m & eius maiorem portionem l n: & linea q ſit potens ſuper totam l m & eius minorem portionem m n. Dico ergo q; proportio p ad q: eſt ſicut h ad k. Conſtat enim ex ſecūda huius: q; b a ad a c, eſt ſicut l m ad l n. ergo per primā partem 21 ſexti/ quadrati b a ad quadratū a c: eſt ſicut quadrati m l ad quadratum n l. quare coniunctim quadrati h ad quadratum a c: ſicut quadrati p ad quadratum l n. & permutatim quadrati h ad quadratum p: ſicut quadrati a c ad quadratum l n. Eodem argumētationis genere ſequitur q; proportio quadrati k ad quadratum q: eſt ſicut quadrati c b ad quadratū n m. Et quia ex ſecunda huius et prima parte 21 ſexti quadratum a c ad quadratum l n ſicut quadratū c b ad quadratum m n: erit ex 11 quinti quadratū h ad quadratū p, ſicut quadratum k ad quadratum q. quare per ſecundā partem 21 ſexti h ad p: ſicut k ad q. Et permutatim h ad k: ſicut p ad q. Quod erat demonſtrandum. ¶Et ne quiſq̄ dubitationis locus ea quæ demōſtranda reſtant obfuſcet: præmittenda adhuc duximus quædam/ quibus ſequentia firmo demonſtrationis robore inconcuſſa permaneant.



¶Si aliqua plana ſuperficies ſphæram quālibet ſecet: communis ſectio planæ ſuperficiei ſecantis & curuæ ſuperficiei ſphæræ erit circūferentia continens circulum.

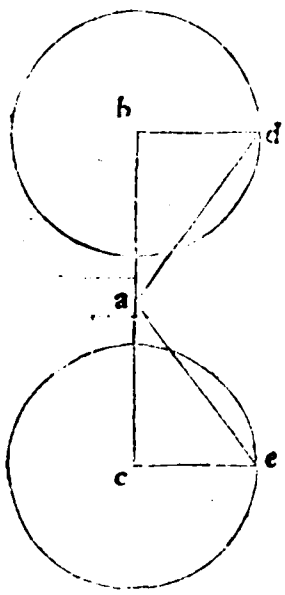
¶Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſphæram: & ſit linea a b cōmunis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphæræ. dico q; linea a b eſt circūferentia circuli. Aut enim centrum ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecāte: aut extra: Oz ſi fuerit in ea: ponatur vbicūq; contigerit/ & ſit c. Quia ergo tota linea a b eſt in ſuperficie ſphæræ/ & quia omnes lineæ ductæ a centro ſphæræ ad ipſius circūferētiam ſunt æquales quēadmodum conſtat ex diffinitione ſphęræ: ſequitur vt omnes lineæ ductæ a puncto c ad lineā a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam continet linea a b, circulus: & eius centrum eſt c, videlicet idē quod cētrum ſphæræ. Si autem centrum ſpæræ fuerit extra ſuperficiem ſecantem: ponatur ergo vbilibet quod ſit d, a quo ſecundū doctrinam 11 vndecimi ducatur linea d c perpendicularis ad ſuperficiem ſecātem. & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocūq; contingat ad lineam a b, quæ ſint d a & d b: & iungatur c cū a & cum b. eruntq; duę lineæ d a & d b æquales: eo q; ipſæ ſunt a centro ſphæræ ad ſuperficiē eius. Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad ſuperficiem/ manifeſtū eſt: q; anguli d c a & d c b ſunt recti. ideoq; ex penultima primi/ & iſta communi ſciētia (quæ æqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarū linearum c d & c a pariter accepta: æqualia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis. dempto itaq; vtrinq; quadrato d c: erit quadratū c a ęquale quadrato c b. quare & linea c a: lineæ c b. Eodē argumentationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas a puncto c ad lineam a b: eſſe æquales. Ergo ex diffinitione circuli/ ſuperficies quam continet linea a b, eſt circulus: & eius cētrum eſt c. quod eſt propoſitum. ¶Ex hoc itaq; manifeſtum eſt/ q; cum ſuperficies ſecat ſphæram ſuper centrum eius: ſector prouenies in ſuperficie ſphæ-



ræ eſt linea continens circulum cuius cẽtrum eſt centrum ſphæræ. Cum autem ſuperficies ſecat ſphæram non ſuper centrum eius: ſector quoq; proueniens in ſuperficie ſphærę/ eſt linea continens circulum cuius centrum eſt punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro ſphæræ ad ſuperficiem ſecantẽ.

¶Amplius autem dico

¶Si in ſphæra aliqua fuerint circuli æquales: perpẽdiculares ductæ a centro ſphæræ ad ſuperficies illorum circulorum erunt adinuicem æquales.



¶Sint in ſphæra cuius centrum a, ſignati duo circuli b & c æquales: quorum ſuperficies protrahantur a centro ſphæræ videlicet a pũcto a, perpendiculares ſecundum q̃ docet 11 vndecimi. ad hunc quidem/ a b: ad illum autem/ a c. Dico q̃ duæ lineæ a b & a c: ſunt æquales. Protrahantur enim a punctis b & c, ſingulæ lineæ rectę ad circũferentias illorum circulorum prout libuerit. in hoc quidem/ b d: in illo autem/ c e. & iungatur a cum d & cum e. eritq; ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter ſtantis: vterq; duorũ angulorũ a b d, a c e, rectus. At vero ex ſecũda parte præmiſſi correlarij manifeſtũ eſt/ q̃ duo puncta b & c ſunt centra circulorũ b, c: ideoq; duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorũ. qui circuli cũ ponãtur æquales: ſequit ex diffinitione equaliũ circulorũ has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt æquales/ quia ſunt ductæ a centro ſphæræ ad eius ſuperficiem: erunt ex penultima primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri/ quę ambo vna eadẽq; ſphæra includit: eſt ſicut omnium ſuperficierum eius pariter acceptarum ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas. 10

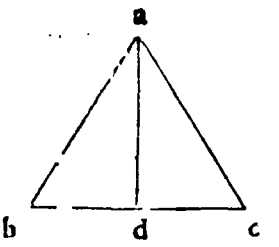
¶CAMP. ¶Hoc eſt quod ſuperius poſt dẽmonſtrationem 1 huius/ auctoritate Ariſtei & Apollonij cõmemorauimus: cuius demõſtratio ex ijs q̃ præmiſſa ſunt/ euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifeſtum eſt/ q̃ circuli quorũ alter circũſcribit pẽtagonũ dodecedri/ reliquus vero trigonũ icoſedri/ q̃ ãbo corpora ſphæra vna coercet: ſunt adinuicẽ æq̃les. Itaq; erũt perpẽdiculares a centro ſphæræ ad ſuperficies omniũ circulorũ circũſcribẽtiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorũ cẽtra cadẽtes: adinuicẽ ęquales/ ſicut ex præmiſſis manifeſtũ eſt. nã oẽs hi circuli: teſte 5 huius ſicut dictũ eſt/ ęq̃les ſunt ſibi adinuicẽ. Pyramides igit̃ quarũ ſunt baſes pẽtagoni dodecedri & coni earũ ſimiliter cẽtrũ ſphęrę/ ac pyramides quarũ baſes ſunt trigoni icoſedri et coni earũ ſimiliter centrũ ſphęrę: ſunt æq̃ altæ. Cũctarũ quidẽ pyramidũ altitudinẽ: mẽſurãt vel determinãt a conis ad baſes perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ ęq̃ altas/ ſuis baſibus ꝓportionales eſſe oportet: quẽadmodũ i 6 duodecimi ꝓbatũ eſt. Itaq; proportio pyramidis cuius pẽtagonus dodecedri/ ad pyramidẽ cuius baſis trigon⁹ icoſedri: eſt ſicut iſtius pẽtagoni ad hũc trigonũ. ideoq; p 24 quiti/ ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pẽtagonus dodecedri/ ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri: ſicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ. eę autẽ 12 pyramides quarũ ſunt baſes 12 pẽtagoni dodecedri/ ſunt tãq̃ totum corpus ipſius dodecedri: at 12 pentagoni tanq̃ oẽs ſupficies eius. Itaq; ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius baſis eſt trigonus icoſedri: eſt ſicut ꝓportio oĩm ſupficierũ dodecedri ad trigonũ icoſedri. Quare rurſus ex 24 quiti/ ꝓportio corporis dodecedri ad vigicuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri: eſt ſicut oĩm ſupficierũ dodecedri ad vigicuplũ trigoni icoſedri. Cũ igit̃ vigicuplũ huius pyramidis ſit tanq̃ totũ corpus icoſedri/ at vigicuplũ iſtius trigoni tãq̃ oẽs ſupficies ipſius icoſedri: erit proportio corpis dodecedri ad corpus icoſedri q̃ ãbo vna eadẽq; ſphęra cõcludit/ ſicut ꝓportio oĩm ſupficierũ corpis dodecedri piter acceptarũ ad oẽs ſupficies corporis icoſedri piter acceptas. Hoc autẽ eſt prædictorũ philoſophorũ de ꝓportiõe horũ duorũ corporũ ſentẽtia: fixa ſolidaq; demõſtratiõe roborata.

Cui quoq; adijciendum eſt hoc. nam cum proportio lateris cubi ad latus triangu-
li corporis icoſedri vna cum ipſo cubo ab eadem ſphæra concluſi / ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra concluſi / ſicut ex 8 huius demonſtratum eſt: erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra vna circũuoluit tanq̃ proportio lateris cubi eidemq; ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autem / quia diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema / eſt proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorem portionẽ ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circũducti / ſicut ex 9 huius demonſtratum eſt: erit etiam ex 11 quinti vt diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem mediũ duo q; extrema ſit proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorem portionẽ ad lineam potentem ſuper totam & eius minorem portionem / veluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo vna atq; eadem ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtũ eſt / q; proportio lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni icoſedri ab eadem ſphæra circũſcripti / item proportio cunctarum ſuperficierum dodecedri ad cunctas ſuperficies icoſedri quę ambo eadem ſphæra circũſcribit / & rurſus proportio lineæ potentis ſuper quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionem habentem medium duo q; extrema & ſuper eius maiorem portionem ad lineam potentem ſuper eandem & ſuper eius minorem portionem / itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron quæ ambo vna eadẽq; ſphæra coercet: eſt proportio vna. ¶Mirabilis itaq; eſt potentia lineæ ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſæ. Cui cũ plurima philoſophantium admiratione digna cõueniant: hoc principium vel præcipuũ ex ſuperiorum principiorum inuariabili procedit natura / vt tam diuerſa ſolida tum magnitudine tum baſium numero tũ etiã figura / irrationali quadam ſymphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonſtratum eſt / q; proportio dodecedri corporis ad icoſedron corpus quæ ambo ſphæra vna coambit: eſt quaſi proportio lineæ potentis ſuper quãlibet lineã ſecũdũ præfatam proportionem diuiſam & ſuper eius maiorem partem / ad qũãlibet lineam potẽtem ſuper eandem & eius minorem partem. ¶Quoniã vero de tribus cęteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus: ſtudeamus de ipſis aliquid dicere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

11 IN omni triangulo æquilatero ſi ab vno angulorum eius perpendicularis ad baſin ducatur: latus eiuſdem trianguli ad ipſam perpendicularem potentialiter ſeſquitertium eſſe conueniet.

¶CAMP. ¶Sit enim triangulus æquilaterus a b c: ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad baſin. Dico q; a b eſt potentialiter ſeſquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi / duo anguli b & c æquales. Et quia ãguli ad d ſunt recti: erit per 26 primi linea b c diuiſa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 ſecundi quadratum b c: quadruplum ad quadratum b d. ideoq; etiam quadratum a b: quadruplum eſt ad quadratum b d. eſt enim triangulus æquilaterus. Quare per penultimã primi quadrata duarum linearum a d & b d pariter acceptа: quadruplum ſunt ad quadratum b d. Itaq; quadratum a d: triplum eſt ad quadratum b d. Conſtat ergo propoſitum.

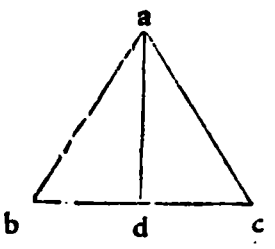


Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 OMnis trigonus æquilaterus cuius eſt latus rationale: ſuperficies medialis eſſe probatur.

¶CAMP. ¶Sit vt prius / triangulus a b c æquilaterus: & ſit latus eius a b rationale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. Dico itaq; q; ipſe triangulus eſt ſuperficies medialis. Ducatur enim perpendicularis ad: a b angulo a, ad baſin. eritq; ex premiſſa & ex 6 decimi & diffinitione ſuperficiei rationalis / quadratum lineæ a d rationale: & linea a d rationa

lis in potentia. Ipſa autem ex vltima parte decimę mediãte præmiſſa erit incommẽſurabilis lineæ a b:ideoq; & linea b d,quæ eſt tanꝫ eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d:rationales/potentialiter tantũ cõmunicantes.igitur ex 19 decimi ſuperficies vnius earũ in alterã:eſt medialis.Cũq; ſuperficies vnius earũ in alterã ſit æqualis trigono a b c : conſtat verum eſſe quod diximus.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 13.

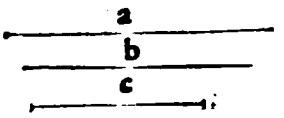
VNctæ ſuperficies vtriuſlibet duorum ſolidorum quorũ alterum eſt pyramis quatuor baſium triangularium & æquilaterarum/ reliquum vero eſt corpus octo baſiũ triãgularium & æquilaterarum/pariter acceptæ:ſi diameter ſphæræ ea circunſcribentis rationalis fuerit / componunt ſuperficiem medialem. 13

¶CAMP. ¶Nam ſi diameter ſphæræ alterum duorum propoſitorum corporum circũſcribẽtis fuerit rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tãtum: erit ex correlario 13 tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia/ & ex correlario eiuſdem 15 latus quoq; corporis octo baſium rationale in potentia. quare per præmiſſam/trianguli qui ſunt baſes vtriuſlibet corporis: erunt ſuperficies mediales. Et quia trianguli vtriuſlibet eorum ſibi adinuicem ſunt æquales:erunt ex 21 decimi omnes ſuperficies vtriuſlibet eorum pariter acceptæ cõponentes ſuperficiem medialem/quemadmodum proponitur.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 14.

SI tetrachedron & octoedron vna eademq; ſphæra circũſcribat:erit vna ex baſibus tetrachedri ſeſquitertia ad vnam ex baſibus octoedri. Omnes autẽ baſes octoedri pariter acceptas ad omnes baſes tetrachedri pariter acceptas/ſeſquialteram proportionem habere:neceſſe eſt. 14

¶CAMP. ¶Sit aliqua ſphæra cuius diameter a, circũſcribens pyramidẽ cuius latus b:& octoedron cuius latus c. Dico itaq; ꝙ triangulus æquilaterus cuius latus b,ſeſquitertius eſt ad triangulum æquilaterum cuius latus c:& ꝙ ſuperficies quam cõponunt octo ţrianguli æquilateri cuiuſq; quorũ eſt latus c, ſeſquialtera eſt ad ſuperficiẽ quã cõponunt quatuor triãguli æquilateri cuiuſq; quorum eſt latus b.Conſtat enim ex correlario 13 tredecimi : ꝙ quadratũ a ad quadratũ b, eſt ſicut 6 ad 4.igitur eõnuerſo quadratum b ad quadratum a:ſicut 4 ad 6. Ex correlario vero 15 eiuſdem manifeſtũ eſt:ꝙ quadratũ a ad quadratum c, ſicut 6 ad 3.Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c: ſicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c : eſt ſicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonũ æquilaterum cuius latus c. vtrobi ꝙ enim: eſt ſicut b ad c proportio duplicata ex ſecũda parte 18 ſexti.igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c: ſicut 4 ad 3.Quare conſtat prima pars propoſiti. ¶Ex quo euidenter elicitur ſecunda.Erit enim per conuerſam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b : ſicut tria ad quatuor. ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c,ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b:eſt ſicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij. hoc autem:ſicut 24 ad 16.Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c,eſt omnes baſes octocedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b,eſt omnes baſes pyramidis cuius latus b,& quia proportio 24 ad 16 eſt ſeſquialtera:ſequitur vt ſuperficies quam componunt omnes baſes octoedri cuius latus c, ad ſuperficiem quam cõponunt omnes baſes pyramidis cuius latus b,ſeſquialtera(ſicut diximus) in proportione reſpiciat.

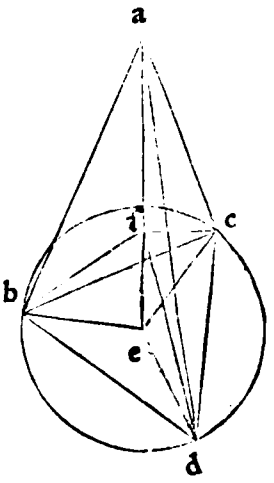


Eucli.ex Camp. Propoſitio 15.

PYramide quatuor baſium triangularium atq; ęquilaterarum intra ſphæram quãlibet collocata/ ſi a quolibet angulorum eius per centrum ſphæræ recta linea ad baſin 15

ducatur: in centrum circuli basin circũscribentis eam cadere / atq; eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

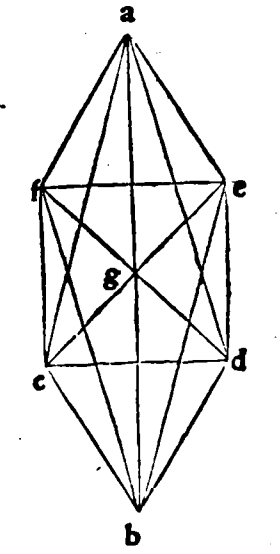
¶CAMPANVS. ¶Sit pyramis a b c d, ✣ basiũ triangularium atq; æquilaterarum: intra sphæram aliquam cuius centrum sit f, collocata. & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius/& quilibet quatuor triangulorũ esse basis: imaginemur nũc eius solidum angulum a esse conum/ & triangulum b c d imaginemur esse basin/atq; huic basi intelligamus circunscriptũ esse circulũ b c d. dehinc a puncto a quẽ imaginati sumus conum pyramidis/ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntem per punctum f qui est centrum sphæræ circũscribentis pyramidem de qua disputamus: & occurrat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis/super punctum e. Dico igitur q; punctum e est centrum circuli b c d: & q; linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphęrę cuius centrum f, propter hoc q; illam sphæram positum est circũscribere hanc pyramidem: erũt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicem ęquales. sunt enim ductæ a cẽtro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b trianguli a f b, sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & basis a b basi a e, nã pyramis posita est æquilatera: erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c. ideoq; per 13 primi angulus quoq; b f e: erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e: esse æqualem angulo c f e. necesse est enim ex 8 primi: vt angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq; c f e: erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli b f e, c f e, d f e, adinuicem ęquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d: sequitur ex 4. primi bis assumpta eas esse adinuicem æquales. ideoq; per 9 tertij punctus e: est centrum circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphęrę ad superficiem cuiuslibet circuli eã secantis/cadit super centrũ eiusdem circuli sicut ex ijs quę præmissa sunt videlicet ex ijs quæ 10 huius immediate præcedunt didicisti: conuincitur lineam a f e esse perpendicularem ad superficiem circuli a b c. quẽadmodum proponitur. Sinautem: erunt eiusdem circuli duo centra. quod natura tanq; impossibile exhorruit.



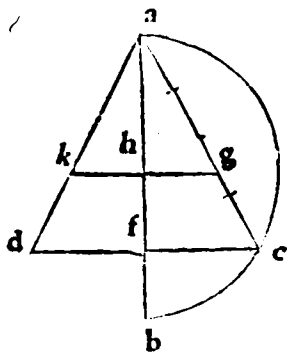
Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 SOlidum octo basium triangularium atq; æquilaterarũ quod ab aliqua sphæra circũscribitur: diuisibile est in duas pyramides æque altas quarum altitudo æqualis est semidiametro sphæræ/basis autem vtriusq; quadratum quod est subduplum quadrato diametri sphæræ.

¶CAMP. ¶Esto corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarũ cuius sex anguli sint a, b, c d, e, f: circũscripta a sphæra cuius cẽtrum g. Constat itaq; q; sex puncta a, b, c, d, e, f, sunt in superficie sphæræ cuius centrum g. Si igitur centrum g iungatur cum quolibet horum sex punctorum: erunt duæ lineæ iũgentes ipsum eis adinuicem æquales/cum ipsæ sint a centro sphæræ ad superficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi sit diameter sphæræ potentialiter dupla ad latus huius corporis: erit ex 4 secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphæræ. Quadratũ ergo e f: duplum est ad quadratum ipsius c e. ideoq; æquale duobus quadratis duarum linearum e g & g f. Itaq; per penultimã primi ãgulus c g f: est rectus. eadem ratione quisq; angulorum f g d, d g e, & e g c: est rectus. quare per 14 primi/& c g d, & f g e: est linea vna. igitur ex 2 vndecimi quinq; puncta c, f, d, e, g: sunt in superficie vna. Manifestũ est autẽ ex 5 primi & 32 eiusdem: q; quilibet quatuor angulorũ c, e, d, e, f, est rectus. igitur ex diffinitione quadrati: superficies c e d f est quadrata. Et quia latus eius est latus propositi corporis: constat ex correlario 15 tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphæræ. Consimili quoq; ratiocinatione constat vtrãq; duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearum c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum. ideoq; ex 4. vn-

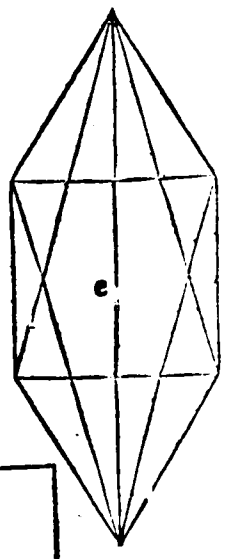


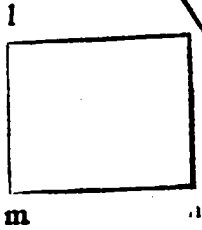
decimi vtrãq; earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem c e d f. & ambas ſcilicet a g & g b per 14. primi cõponere lineam vnã. Diuiſum eſt igitur propoſitum corpus in pyramidem a c f d e cuius baſis quadratum c e d f quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ/ & etiam altitudo linea a g quæ eſt ſemidiameter ſphæręꝫ: & in pyramidem b c f d e cuius baſis eſt prædictum quadratum/ & eius altitudo linea g b quæ eſt ſemidiameter ſphæræ. Et hoc eſt quod oportebat oſtendere.

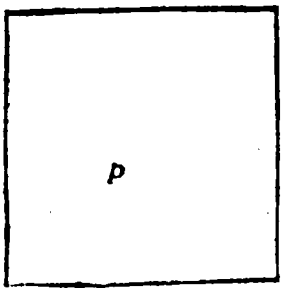


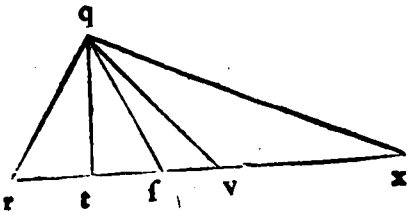
Euc. ex Camp. Propoſitio 17.

PYramidem quatuor baſiũ triangularium atq; æquilaterarum ſphæra aliqua circunſcribente/ erit proportio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrãtem lateris ipſius pyramidis & ſub linea ſuperquincupartiente viceſimaſſeptimas eius dodrantis cõtinetur / ad quadratum diametri ſphæræ: ſicut corporis ipſius pyramidis ad corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum/ quæ ambo eadem ſphæra circunducantur. 17





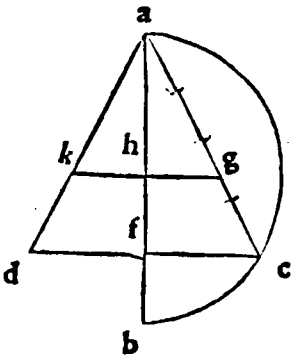




CAMP. Sit ſphęra cuius diameter a b & centrũ h: circũſcribens pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum a c d, & corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum quod ſit e, ſitq; linea l m potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrantẽ lineæ a c quæ eſt latus pyramidis: & linea m n contineat dodrantem prædictũ & eius quinq; viceſimaſſeptimas. ſitq; p: quadratum diametri a b. Dico itaq; q proportio pyramidis a c d ad octoedron e: eſt ſicut ſuperficiei l m in m n, ad quadratum p. Imaginemur enim ſolidum angulum a eſſe conum pyramidis: & baſin pyramidis cuius vnũ latus eſt dc, ſecare diametrum ſphæræ in puncto f. eritq; (quẽadmodum ex ratiocinatione 13 tredecimi manifeſtum eſt) a f dupla ad f b. Cũq; etiã a b ſit dupla ad b h: erit ex 19 quinti b f dupla ad h f. ideoq; a f: quadrupla ad f h. Imaginemur igitur ſuperficiem ſecantem pyramidem a c d, ſuper centrum ſphęræ æquidiſtanter baſi ipſius: ſitq; linea g k cõmunis ſectio huius ſuperficiei & trianguli a c d. eritq; ex 17 vndecimi proportio c a ad a g: ſicut f a ad a h. igitur c a ad a g: ſicut 4. ad 3. ſic enim eſt ex euerſa proportionalitate: f a ad a h. Conſtat etiam ex ſecunda parte 29 primi/ & 16 vndecimi/ & 10 eiuſdem/ & prima parte 2 ſexti/ & diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ & ſimilium corporum: q; pyramis a g k eſt ſimilis pyramidi a c d. ideoq; ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k: eſt ſicut c a ad a g triplicata. quare ſicut 4. ad 3 triplicata. Conſtat autem ex 2 octaui: q; proportio 4. ad 3 triplicata/ eſt ſicut 64. ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k: eſt ſicut 64. ad 27. Fiat ergo triangulus æquilaterus q r ſ ex linea æquali a g, quam conſtat eſſe dodrantem lineæ a c: & producatur linea q t perpendicularis ad r ſ. erit ex 11 huius linea q t potentialiter ſubſeſquitertia ad lineam q r: ideoq; æqualis l m. Adijciatur quoq; lineæ r ſ linea ſ x: ita q; proportio r x ad r ſ ſit ſicut 64. ad 27. diuidaturq; r x per ęq̃lia in v: vt ſit r v 32 de partibus illis de quibus r ſ eſt 27, aut r x 64. eritq; r v ęqualis: m n. Et ducantur lineę q v & q x. eritq; ex 1 ſexti/ proportio triãguli q r x ad triangulũ q r ſ: ſicut 64. ad 27. Cum q; per eandem triangulus q r x ſit duplus ad triangulum q r v, at ex 41 primi quod fit ex q t in r v duplum quoq; ſit ad triangulum q r v: erit quod fit ex q t in r v (& ipſum eſt æquale ſuperficiei l n) ęquale triangulo q r x. quare proportio ſuperficiei l n ad triangulum q r ſ: eſt ſicut 64. ad 27. ideoq; ſicut pyramidis a c d ad pyramidem a g k. Manifeſtum eſt autẽ ex 15 huius: q; linea a f eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d. ideoq; per 19 vndecimi linea a h: eſt etiam perpendicularis ad baſin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis: eſt ſemidiameter ſphæræ. Diuidatur itaq; octoedron e: quẽadmodũ proponit præmiſſa. erit itaq; vtraq; duarum pyramidum in quas ipſum e diuiditur: æque alta pyramidi a g k. nam ſingularum altitudo: eſt ſemidiameter ſphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ / ſuis baſibus ſunt

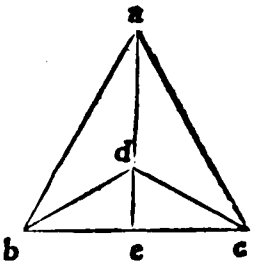
proportionales vt in 6 duodecimi demonſtratum eſt: erit proportio pyramidis a g k ad vtrãq; earũ in quas diuiditur octoedron e, ſicut baſis eius ad baſes earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totũ octoedron e: eſt ſicut ſuę baſis quam conſtat eſſe æqualem triangulo q r ſ, ad baſes amborum pyramidum in quas diuiditur e pariter acceptas / quas conſtat eſſe æquales quadrato diametri ſphæræ per præmiſſam / videlicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k eſt ſicut ipſius tetragoni l n ad trigonum q r ſ, videlicet 64 ad 27 / & pyramidis a g k ad octoedron e ſicut trigoni q r ſ ad quadratũ p: erit per æquã proportionalitatem proportio pyramidis a c d ad octoedron e, ſicut tetragoni l n ad quadratum p. Et hoc erat demonſtrandum.

¶ COROLARIVM. ¶ Ex præmiſſis igitur manifeſtũ eſt / q; perpendicularis veniẽs a centro ſphęrę ad pyramidẽ quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum circũſcribentis ad quãlibet baſin ipſius pyramidis: æqualis eſt ſextę parti diametri ſphæræ.



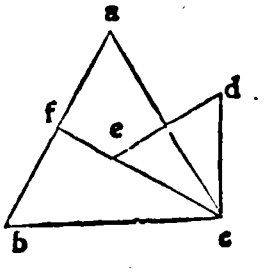
¶ Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes ſint ſimiles & æquales: erunt quoq; circuli ipſos circũſcribentes / æquales. ideoq; perpendiculares a centro ſphæræ ad eoſdem circulos in eorum centra: erunt etiam æquales. perpẽdiculares autem cadentes ad circulos: ſunt perpendiculares ad baſes pyramidis. itaq; perpendiculares ad baſes: ſunt adinuicẽ æquales. Linea autẽ h f: eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d. quam h f quia conſtat ex prædictis eſſe ſextam partem diametri a b, relinquitur ergo eſſe verum quod per correlariũ concluditur. ¶ Idem aliter demonſtrare contingit: ſi prius hoc antecedẽs fuerit ſtabili ratione firmatum.

¶ In omni triangulo æquilatero linea deſcendens ab vno angulorum eius orthogonaliter ſupra baſin: tripla eſt ad perpendicularem quæ a cẽtro circuli trigonum ipſum circũſcribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

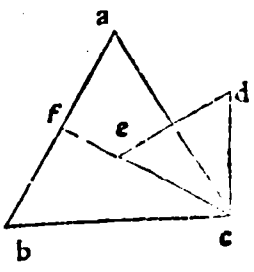


¶ Sit enim triangulus a b c: æquilaterus. ſitq; d centrum circuli ipſum circũſcribentis: a quo ducantur lineæ ad ſingulos angulos. quas manifeſtum eſt eſſe æquales: cum ſint a centro circuli ad circũferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circũferentia circuli ipſum trigonum circũſcribentis. protrahatur autem a d in continuum & directum: quouſq; obuiet lateri b c ſuper punctum e. Conſtat igitur ex 8 primi: q; angulus a d b eſt æqualis angulo a d c. ideoq; ex 13 primi angulus b d e: eſt æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi / b e eſt æqualis e c: & anguli qui ſunt ad e, recti. Itaq; d e perpendicularis eſt ad b c: veniens a cẽtro circuli circũſcribentis trigonũ a b c. & a e perpendicularis eſt etiã ad b c: veniens ab vno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo: q; a e tripla eſt ad e d. Conſtat enim q; tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis eſt trigono b d c: tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis eſt trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus eſt ad trigonum d b c: erit q; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 ſexti ſit proportio tetragoni a e in e b ad trigonum d e in e b, ſicut a e ad e d: erit a e tripla ad e d. Quẽadmodum proponitur.

¶ Neceſſe eſt ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri ſuper latus oppoſitum: tranſeat per centrum circuli trigonum ipſum circũſcribentis.



¶ Nunc itaq; quod promiſimus abſoluamus. Ad hoc autẽ imaginemur pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum cuius vna ex quatuor baſibus eius ſit trigonus a b c: circũſcriptam eſſe a ſphæra cuius centrum d. & protrahatur linea d e perpendiculatis ad ſuperficiem trianguli a b c: quam conſtat cadere in cẽtrum circuli dictum trigonum circũſcribentis. Dico igitur lineam d e: eſſe ſextam partem diametri ſphæræ propoſitam pyramidem cir-



cunſcribentis. producam enim lineam d c: & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum e/& ex præmiſſo antecedente triplam eſſe ad e f. Conſtat autem ex 4. ſecundi q̄ ſecundum q̄ quadratū diametri ſphæræ cuius centrum d, eſt 36: et quadratum ſemidiametri d c, 9. ex correlario autem 13 tredecimi eſt quadratū b c: 24. & per 11 huius quadratum c f, 18. & per præmiſſum antecedens/ quadratum c e: 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c eſt æquale quadratis duarum linearum d e & e c, eſt autem quadratum d c 9/& quadratum c e 8 prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36: relinquitur quadratum d e vnum/ prout quadratum diametri ſphærę eſt 36, itaq; linea e d eſt vnum: prout diameter ſphærę eſt 6. quod oportebat probare. ¶Eodem demōſtrationis genere demonſtrabitur nobis: q̄ ſemidiameter ſphęræ circūſcribentis corpus 8 baſium triangularium atq; æquilaterarum tripla eſt in potentia ad perpendicularem a cētro ſphæræ circunſcribentis ipſum/ ad quālibet ſuarum baſium deſcendentem. Conſtat quidem quemadmodum dictū eſt prius/ q̄ cum omnes baſes huius corporis ſint æquales & ſimiles: erunt circuli ipſas circūſcribentes/æquales. ideoq; perpendiculares a centro ſphęrę in ipſorum circulorum centra cadentes: erunt adinuicem æquales. Cūq; perpēdiculares ad circulos baſium/ſint quoq; perpendiculares ad baſes: ſequitur vt perpendiculares a centro ſphæræ ad ſingulas baſes/adinuicem ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpēdiculari ad vnā ſuarum baſium probetur: relinquetur verum eſſe quod proponitur. Sit itaq; vt prius triangulus a b c vna ex baſibus octoedri circūſcripti a ſphæra cuius centrum d: & cętera quoq; fiant vt prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi diameter ſphæræ ſit potentialiter dupla ad latus octoedri: ſequitur vt latus octoedri ſit potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphęræ. ideoq; cum quadratū lineæ b c eſt 12: erit quadratum lineæ d c quæ eſt ſemidiameter ſphæræ 6. ex ii autem huius cum quadratū b c eſt 12: quadratum c f eſt 9. Et ex præmiſſo antecedente: quadratum c e eſt 4. Itaq; cum quadratum d c quæ eſt ſemidiameter ſphęrę/eſt 6: quadratum c e eſt 4. Et quia ex penultima primi quadratū d c eſt æquale quadratis duarum linearum c e & e d: ſequitur vt quadratum e d ſit duo/prout quadratum d e eſt 6. Conſtat ergo quod diximus.

Eucli ex Camp. Propoſitio 18.

DVplum quadrati quod ex diametro ſphærę cubum circunſcribentis deſcribitur: æquum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq; quæ a centro ſphæræ ad quālibet ex ſuperficiebus cubi producitur: medietati lateris cubi eiuſdē æqualis eſſe ex neceſſitate conuincitur. 18

¶CAMPANVS. ¶Manifeſtum eſt enim ex correlario 14. tredecimi: q̄ diameter ſphærę cubum includentis/tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratum lateris cubi: duplū quadrati diametri ſphæræ æquum erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sūt autē omnes ſuperficies cubi: ſex quadrata quæ ex latere cubi in ſe producuntur. Itaq; duplum quadrati diametri ſphæræ: æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars. Secundam autem partem: ex 18 & 19 & 40 vndecimi libri facile probabis.

¶COROLLARIVM ¶Ex his ergo euenire neceſſe eſt: vt ex medietate lateris cubi in biſſe quadrati producti ex diametro ſphæræ ipſum cubum ambientis; cubi ſoliditas producatur.

EVCLIDI MEGARENSI
deputati libri qui in ordine
eſt decimuſquartus:
Finis.

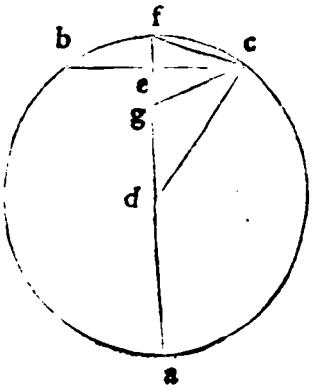
EVCLIDI MEGRENSI CLARISSIMO PHI loſopho Mathematicorũq; facile principi deputatus li ber de regulariũ corporũ proportione, traditore Hypſi cle Alexãdrino, ac Bartholameo Zãberto Veneto iter= prete: q in ordine eſt quartus decimus. Proœmiũ.

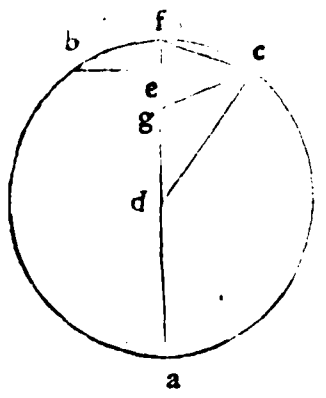
PAſilides Tyrius Protarche cũ Alexan= driam petijſſet, patriq; noſtro ob Ma= thematicas diſciplinas familiaris ſubſti tiſſet: cum eo, ipſo peſtilentiæ tempore diu verſatus eſt. Et quandoq; diſcutien= do id quod ab Apollonio ſcriptum eſt de dodecahedri & icoſahedri in eadem ſphæra deſcriptorum comparatione, & quam inter ſe figuræ huiuſmodi habe= ant rationem. videbatur namq; Apollonius: hęc recte minime conſcripſiſſe. ipſi vero enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perſcripſerant. Ego vero poſterius aliũ comperi librum ab Apollonio conſcriptum: qui recte complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationem. gauiſi ſunt inq; illi valde: in pro= blemátis indagatione. Ab Apollonio namq; edictum videtur cõ muniter conſiderare: nam ſic circunfertur. Quod vero a nobis rurſus laborioſe conſcriptum viſum eſt: ea quæ ex commentatio= ne deprehendi, tibi diſcutienda eſſe cenſui propter eã quę in om= nibus diſciplinis, & in Geometria præcipue promotionẽ adhibe tur, vt prompte ea quæ dicentur poſſis iudicare. tum propter be neuolentiam erga patrem: tum ob amorẽ erga nos. Benigne igi= tur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam eſto procemio ſuperſedere: & conſtructionem exordiri.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 CAMP. 1 QUæ ex centro alicuius circuli in pẽtagoni latus in eodẽ circu lo deſcripti perpẽdicularis acta: dimidia eſt ſimul vtriuſq; & eius quæ ex centro: & eius quæ decagoni in eodem circulo deſcripti.

THYPSICLES ex Zamb. Sit circulus a b c: & in ipſo a b c circulo latus pentagoni æquilateri ſit b c, aſſumaturq; per 1 tertij centrum ipſius circuli, ſitq; d. & in ipſam b c per 12 primi perpendicularis excitetur d e. extendaturq; in re ctas lineas ipſius d e recta linea d e f. Dico q; ipſa d e dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorum. Connectantur enim d c, e f: & ponatur ipſi e f æqualis g e. & ab ipſo g in c connectatur g c. Quoniam quincupla eſt totius circuli circunferentia ipſius b f c circũferentię, & totius qui dem circunferentiæ circuli dimidia eſt circunferentia a c f, ipſius autem b f c dimidia eſt f c: igitur & circũferentia a c f ipſius f c circũferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt a c: ipſius f c. Sicut autem a c ad f c: ſic qui ſub a d c angulus ad eum qui ſub f d c angulum. quadruplus igitur eſt qui ſub a d c: eius qui ſub f d c. Duplus autem qui ſub a d c: eius qui ſub e f c. duplus igitur eſt qui ſub e f c: eius qui ſub g d e. Eſt autem qui ſub e f c: ei æquus qui ſub e g c. du= plus eſt igitur is qui ſub e g c: eius qui ſub g d e. æqualis igitur eſt d g: ipſi g c. Sed g c: ipſi f c eſt æqualis. æqualis igitur eſt d g: ipſi f c. Eſt autem g e: ip e f æqualis. æqualis igitur eſt & ipſa d e: ſimul vtriq; e f c. Communis au= tem apponatur & ipſa d e. Vtraq; igitur ſimul d f c: dupla eſt ipſius d e. Eſt



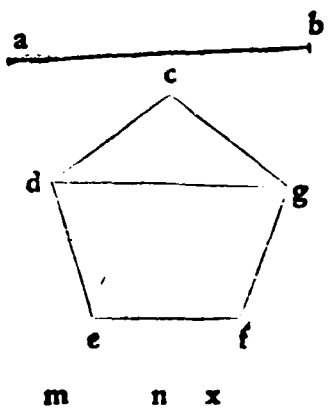


autem d f: æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At f c: æqualis ei quod decagoni. Igitur d e: dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni/ in eodem circulo deſcriptorum. Manifeſtum nempe eſt ex iis quæ in tertiodecimo libro theorematibus/ q̃ ex centro circuli in latus trianguli æquilateri perpendicularis acta: dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.

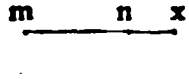
Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

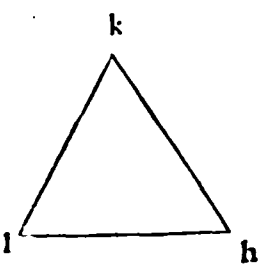
¶Idem circulus: compræhendit & dodecahedri quinquangulum / & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum. 2

¶HYPSICLES ex Zamberto. ¶Hoc ſ̃nq̃ a b Ariſteo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq̃ figurarum comparatio: ab Apollonio autem in ſecunda traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrum/ q̃ eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrum/ quoniam ex centro ſphærę in dodecahedri pentagonũ & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadem eſt. Deſcribendum quoq̃ a nobis eſt: q̃ idem circulus compræhendit & dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum. Hoc deſcripto / ſi in circulo quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea/ quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus a b c: & in ipſo a b c circulo ſit latus pentagoni a c. aſſumaturq̃ per 1 tertij ipſius circuli centrum & ſit d: & in ipſam a c, per 12 primi perpendicularis excitetur d f, & extendatur in b, e. & connectatur a b. Dico q̃ quæ ex b a, a c, quadrata: quinquupla ſunt eius quod ex d e quadrati. Cõnectatur a e. igitur a e: decagoni eſt. Et quoniam b e, ipſius d e dupla eſt: quadruplũ igitur eſt quod ex b e: eius quod ex d e. Ei autẽ quod ex b e: ęqua ſunt q̃ ex b a, a e. q̃drupla igitur ſunt q̃ ex b a, a e: eius quod ex d e. quincupla igit̃ ſunt q̃ ex a b, a e, & d e: eius quod ex d e. q̃ autẽ ex d e, e a, æqualia ei quod ex a c. quincupla igitur ſunt quæ ex b a, a c: quod ex d e. C A M P. 4.



¶Hoc oſtenſo: demonſtrandum eſt q̃ circulus idem compræhendit & dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum/ in eadem ſphæra deſcriptorum. Exponatur ipſius ſphæræ diameter a b: & in eadem ſphæra deſcribatur dodecahedrum & icoſahedrum. & ſit vnum quidem dodecahedri pentagonum/ c d e f g: icoſahedri vero triangulum/ eſto k l h. Dico q̃ quæ ex centris circulorum qui circum ipſa/ ſunt æquales: hoc eſt q̃ idem circulus compræhendit & quinquangulum c d e f g, & ipſum k l h triangulum. Connectatur d g. Cubi igitur latus eſt d g: per 17 decimitertij & eius correlarium. Exponatur autem quædã recta linea m n: vt quincuplum ſit quod ex a b, eius quod ex m n. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter: potentia quincupla eius quæ ex cẽtro circuli a quo icoſahedrũ deſcribitur. eſt igitur m n: ea quæ ex cẽtro circuli a quo icoſahedrũ deſcribitur. Secetur per 30 ſexti m n extrema & media ratione in x: ſitq̃ maius ſegmentum m x. decagoni igitur ipſius circuli eſt ipſa m x per 9 decimitertij. Et quoniam quod ex a b eius quod ex m n quincuplum eſt / triplum autem quod ex b a eius quod ex d g per correlarium 16 decimi: tria igitur quæ ex d g æqua ſunt quinq̃ quæ ex m n. Sicut autem tria quæ ex d g ad quinq̃ quæ ex m n: ſic tria quæ ex c g ad quinq̃ quæ ex m x. tria igitur quę ex c g: quinq̃ quæ ex m x ſunt æqualia. Quinq̃ autem quæ ex k l: quinq̃ quæ ex m n & quinq̃ quæ ex m x ſunt æqualia per 10 decimitertij. Quinq̃ igitur quę ex k l: æqua ſunt tribus quæ ex d g & tribus quæ ex c g. Sed tria quidem quæ ex d g, & tria quæ ex c g: ſunt ęqualia decẽ & quinq̃ eis quæ ex ea quę ex centro circuli ipſi c d e f g pentagono circũſcripti. patuit nãq̃: q̃ quod ex d g vna cum eo quod ex c g, quincuplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circũſcripti ipſi c d e f g pẽtagono. Quinq̃ autem quæ ex k l: æqualia ſunt decem & quinq̃ eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipſi k h l triangulo circũſcripti. patuit ęquidẽ per 12 decimitertij: q̃ quod ex k l, triplũ eſt eius quod ex ea q̃ ex cẽtro circuli ipſi k l h triãgulo circũſcripti. Quindeci igitur q̃ ex ea q̃ ex cẽtro: ęqua ſunt eis quidecim q̃ ex ea q̃ ex cẽtro, æquũ eſt igit̃ vni eorũ quod ex cetro. dimetiẽs C A M P.



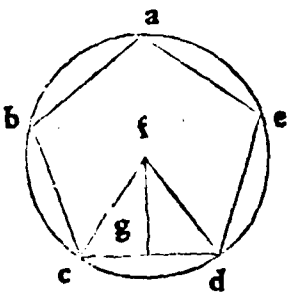


igitur: ipſi diametro eſt æqualis. Idem igitur circulus compræhendit & ipſius dodecahedri: quinquangulum: & ipſius icoſahedri triãgulum in eadem ſphæra deſcriptorum.

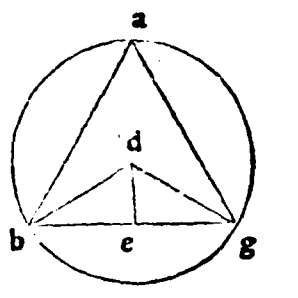
Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

3 CAMP. ¶Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum / & circum ipſum circulus/ & ex centro perpendicularis in vnum latus acta fuerit: quod trigeſies ſub vno laterum & perpendiculari/ æquum eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei.

6 ¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Eſto pentagonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e: & circum quinquangulum ſit per 14 quarti circulus. & capiatur per 1 tertij centrum/ ſitq; f: & ab ipſo f, in c d, perpẽdicularis agatur per 12 primi f g. Dico q̃ quod ſub c d, g f, trigeſies: æquũ eſt duodecim pentagonis quæ a b c d e. Connectantur c f, f d. Quoniam quod ſub c d, g f, duplum eſt ipſius trianguli c d f: quod igitur quinquies ſub c d, f g, decem triangula ſunt æqualia. Decem vero triangula: bina ſunt quinquangula. & quinq; ſexies. quod igitur trigeſies ſub c d, g f: decem quinquãgulis æquum eſt. Duodecim autem quinquãgula ſunt ipſius dodecahedri ſuperficies. Quod igitur trigeſies ſub c d, f g: æquum eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei.



CAMP. 7 ¶Similiter quoq; demonſtrabimus / q̃ & ſi fuerit triangulum æquilaterum ſicut a b c, & circũ ipſum circulus/ & centrum circuli d, perpendicularis vero d e: quod trigeſies ſub b c, d e, æquum eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quoniã enim rurſus quod ſub d e, b c, duplum eſt ipſius d b c: bina igitur triangula æqua ſunt ei quod ſub d e, b c. & tres. Sex igitur triãgula d b e: æqua ſunt tribus eis quæ ſub d e, b c. Sex autem triangula ſicut d e b: æqua ſunt binis a b e. & quindecies. Quod igitur trigeſies ſub d e, b c: æquũ eſt viginti triãgulis a b c, hoc eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quare erit ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic quod ſub c d, f g, ad id quod ſub b c, d e.

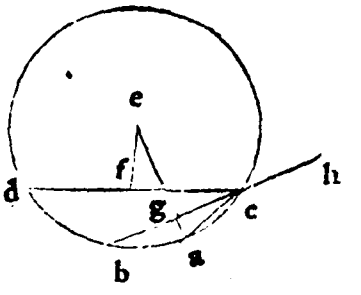


¶COROLLARIVM. ¶Ex hoc nempe manifeſtum eſt / q̃ ſicut ipſius dodecahedri ſuperficies ad ipſius icoſahedri ſuperficiẽ: ſic quod ſub latere pẽtagoni & ſub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli in ipſam perpendiculari acta/ ad id quod ſub latere icoſahedri & ſub ea quæ ex centro circa triangulum circuli in ipſam perpendiculari acta: in eadem ſphæra deſcriptorũ icoſahedri & dodecahedri.

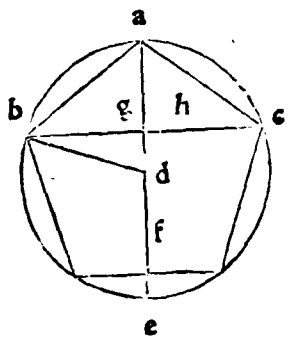
Eucli ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

4 CAMP. 8 ¶Hoc demonſtrato oſtendendum eſt/ q̃ erit vt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic cubi latus ad icoſahedri latus.

¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Exponatur per 2 theorema circulus compræhẽdens & dodecahedri quinquãgulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum: ſitq; d b c. & in ipſo d b c, deſcribatur trianguli æquilateri latus c d: quinquanguli vero a c. & aſſumatur per 1 tertij centrum circuli: & ſit e. et ab ipſo e, in ipſas d c, c a, perpendiculares excitentur e f, e g: & extendatur in rectas lineas ipſius e g recta linea g b, & connectatur b c. ponaturq; cubi latus g h. Dico q̃ eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad eam quę icoſahedri ſuperficiem: ſic eſt h g ad d c. Quoniam enim vtraq; ſimul e b c extrema & media ratione diuiſa/ maius ſegmentum eſt b e, & eſt quidem vtriuſq; ſimul e b c dimidia e g, ipſius autem b e dimidia eſt e f: & ipſa igitur e g extrema & media ratione diuiſa/ maius ſegmentum eſt e f. Eſt autem & ipſius h c a extrema & media ratione diuiſæ maius ſegmentum c a: ſicut in dodecahedro oſtenſum eſt. ſicut igitur h g ad c a: ſic e g ad e f. æquum igitur eſt quod ſub h g, f e: ei quod ſub c a, e g. Et quoniã eſt ſicut h g ad c d ſic quod ſub h g, e f, ad id quod ſub c d, f e, ei autem quod ſub h e f æquum eſt quod ſub c a, g e: & ſicut igitur per 11 quinti h g ad c d, ſic quod ſub c a, g e, ad id quod ſub c d, f e. hoc eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic h g ad c d.



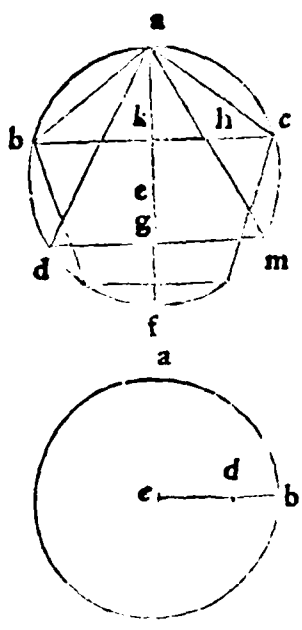
¶Aliter oſtendere/ q̄ eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic eſt cubi latus ad icoſahedri latus ſic deſcripti. CAMP. 8



¶Eſto circulus a b c. & in ipſo circulo a b c deſcribantur quinquāguli æquilateri latera a b, a c: & connectatur b c. aſſumaturq; per 1 tertij centrum ipſius circuli: & ſit d. & ab ipſo a in d cōnectatur recta linea a d: & extēdatur in rectas lineas ipſius a d recta linea d e. ponaturq; ipſius a d rectę lineę dimidia d f: & g c ipſius c h eſto tripla. Dico q̄ quod ſub a f, b h: æquum eſt ipſi quinquāgulo. Ab ipſo enim b: in d cōnectatur b d. Quoniam dupla eſt a d ipſius d f: hemiolia igitur eſt a f ipſius a d. Rurſus quoniam tripla eſt g c ipſius c h: dupla eſt g h ipſius h c, hemiolia igitur eſt g c: ipſius h g. Sicut igitur f a ad a d: ſic c g ad g h. æquum igitur eſt quod ſub a f, h g: ei quod ſub d a, c g. Ipſa autem c g: ipſi h g eſt æqualis. quod igitur ſub a d, b g: æquum eſt ei quod ſub a f, h g. Quod autem ſub a d, b g: bina ſunt triangula ſicut a b d. & quod igitur ſub a f, g h: bina ſunt a b d, quinq; igitur quæ ſub a f, g h: decem ſunt triangula. Decem vero triangula: bina ſunt pentagona. quinq; igitur quæ ſub a f, g h: binis pentagonis ſunt æqualia. Et quoniam dupla eſt g h ipſius h c: quod ſub a f, g h, duplū eſt eius quod ſub a f, h c. Duo igitur quæ ſub a f, c h: æqua ſunt vni quod ſub a f, h g, quinq; quæ ſub a f, g h, hoc eſt bina pentagona. quare quinq; quæ ſub a f, h c: æqua ſunt vni quinquangulo. Quinquies autē quæ ſub a f, h c, æqua ſunt ei quod ſub a f, h b: quoniam quincupla eſt h b ipſius h c. & commune ſtigium eſt a f. quod ſub a f, b h, igitur æquum eſt vni pentagono.

¶Hoc demonſtrato: nunc exponatur circulus comprehendes & decagoni pentagonū & icoſahedri triangulum/ in eadē ſphęra deſcriptorum.

¶Deſcribatur in ipſo circulo a b c, pentagoni æquilateri latera/ b a, a c: & connectatur b c. & aſſumatur centrum circuli: & ſit e. & ab ipſo a in e cōnectatur a e: & extendatur a e in f. Et fit a e, ipſius e g dupla: tripla autem k c, ipſius c h. Et ab ipſo g, ipſi a f ad angulos rectos excitetur per 2 primi g m: & extendatur in rectas lineas g d ipſi g m. trianguli ergo æquilateri eſt d m. Connectantur ipſę a d, a m. æquilaterum igitur eſt ipſum a d m triangulum. Et quoniā quod ſub a g, h b, æquum eſt ipſi quinquangulo/ quod autem ſub a g d, æquum eſt ipſi a d m triangulo: eſt igitur ſicut quod ſub a g, h b, ad id quod ſub d g a: ſic quinquangulum ad triangulum. Sicut autē quod ſub b h, a g, adid quod ſub d g a: ſic b h ad d g. Et ſicut igitur per 11 quinti duodecim b h, ad viginti d g: ſic duodecim quinquangula ad viginti triāgula/ hoc eſt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Et duodecim quidē b h: ſunt decem b c. nā ipſa b h, ipſius a c quicupla eſt: & b c ipſius c h ſexcupla eſt. Sex igitur b h, ſunt æquales quinq; b c. & duplicia. viginti vero d g: decē ſunt d m. dupla nāq; eſt d m: ipſius d g. Sicut igitur decem b c ad decē d m: ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. & b c quidem cubi eſt latus: & d m ipſius icoſahedri. & ſicut igitur per 11 quinti dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic b c ad d m, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus.



¶Oſtendendum iam/ q̄ (recta linea ſecta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod a tota & quod a maiori ſegmento ad potentem quod a tota & minori ſegmento: talē habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus. CAMP. 9

¶Eſto circulus a b compræhendens & dodecahedri pētagonū & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum. capiaturq; per 1 tertij centrum circuli & ſit c. & extendatur quædam ab ipſo c vtcumq; recta linea b c: ſecetur q; per 30 ſexti extrema & media ratione in d, & maius ſegmentum ſit c d. Decagoni igitur eſt latus ipſa c d: in eodem circulo deſcripti. Exponatur icoſahedri latus & ſit e. dodecahedri vero: & ſit f. cubi autem: & ſit g.

e cubi latus
f dodecahedri
g Icoſahedri

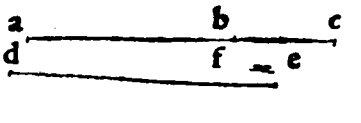
Igitur e, triāguli latus eſt ęquilateri: & f, pentagoni in eodē circulo deſcripti. & f: ipſius g extrema & media ratione diuiſę maius eſt ſegmētū. Et quoniā e ęqualis eſt ipſi ęquilateri triāguli lateri/ trianguli autē ęquilateri latus potest 12 decimi tertij potētia ipſius b c triplum eſt: triplū igitur eſt quod ex e, eius quod ex b c. Sunt autem & quæ ex b c, b d, eius quod ex c d tripla. & viciſſim per 16 quinti ſicut igitur quod ex e ad ea quæ ex c b, b d: ſic quod ex c b ad id quod ex c d. Sicut autem quod ex b c ad id quod ex c d: ſic eſt quod ex g ad id quod ex f. maius nāq; eſt ſegmentum f: ipſius g. Et ſicut igitur per 11 quinti quod ex e ad ea quę ex c b, b d: ſic quod ex g ad id quod ex f. et viciſſim per 16 quinti. Ac cō uerſim ſicut igit quod ex g ad id quod ex e: ſic quod ex f ad ea quæ ex c b, b d. Et autem quod ex f: ęqua ſunt quæ ex b c d. quinquanguli nāq; latus: per 10 decimitertij poteſt & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex g ad id quod ex e: ſic quæ ex b c, c d, ad ea q̄ ex c d b. Sicut autē quę ex b c d ad ea q̄ ex c d b: ſic (recta linea extrema & media ratione diuiſa vtcūq;) potēs quod ex tota & ex/maiori ſegmento/ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmēto. & ſicut igitur per 11 quinti quod ex g ad id quod ex e: ſic (recta linea vtcūq; extrema & media ratione diuiſa) quod ex tota potens & ex maiori ſegmēto / ad potentem id quod ex tota & minori ſegmento. Eſt autem g, latus cubi: & e, icoſahēdri. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecta fuerit: erit ſicut potēs totā & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmētum/ſic cubi latus ad icoſaheri latus in eadem ſphæra deſcriptorum.

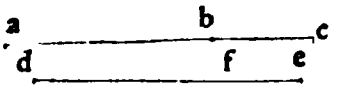
¶ Oſtendendum iam nunc eſt / q̄ ſicut cubi latus ad icoſahedri latus: ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum. Camp. 10

¶ Quoniam enim æquales circuli compræhendunt & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum/in ſphæris autem æquales circuli æqualiter diſtant a centro (a centro nāq; ſphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales ſunt: & in centra circulorum cadunt) quare a ceutro ſphæræ in centrum circuli compræhendentis & icoſahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æqnales ſunt/perpendiculares in q̄: æqualiter igitur faſtigiatæ ſunt pyramides baſes habentes dodecahedri pētagona/& baſes habētes icoſahedri triangula. Aequalis autē faſtigij pyramides: adinuicem ſunt ſicut baſes per 5 duodecimi. Sicut igitur quinquāgulum ad triāgulum: ſic pyramis cuius baſis quidem eſt dodecahedri pentagonum/ vertex autem centrū ſphæræ / ad pyramida baſin quidē habentem triangulū/ verticem autem centrum ſphæræ. Et ſicut igitur per 11 quinti duodecim pentagona ad viginti triangula: ſic duodecim pyramides pentagona baſes habētes/ ad viginti pyramides triangula baſes habētes. Et duodecim pentagona/ ſunt dodecahedri ſuperficies: & viginti triāgula/ icoſahedri ſunt ſuperficies. Eſt igitur ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic duodecim pyramides pentagona baſes habentes/ad viginti pyramides triangula baſes habētes. Suntq; duodecim quidem pyramides pentagona baſes habentes: ſolidū ipſius dodecahedri. viginti autem pyramides triangula baſes habentes: ſolidum ſunt icoſahedri. Et ſicut igitur per 11 quinti dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem: ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri. Sicut autem ſuperficies dodecahedri ad ſuperficiē icoſahedri: ſic patuit eſſe cubi latus ad icoſahedri latus. Et ſicut igitur per 11 quinti cubi latus ad icoſahedri latus: ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri & quæ ſequuntur.

¶ Q; ſię bin rectæ lineę extrema & media ratione ſectę fuerint/ in proportione ſunt ſubiecta: ſic oſtendemus. Camp. 2

¶ Secetur enī per 30 ſexti a b recta linea extrema & media ratione in c: maius autem ſegmentum eius ſit a c. ſimiliter quoq; & d e per 30 ſexti extrema & media ratione ſecetur in f: & maius ſegmentum eius eſto d f. Dico q; eſt ſicut tota a b ad maius ſegmentum ipſius a c: ſic tota d e ad maius ſegmentum ipſius d f. Quoniam & enim quod ſub a b c æquum eſt ei quod ex a c, quod autem ſub d e f æquum eſt ei quod ex d f: eſt igitur ſicut quod ſub a b, b c, ad id quod ex a c, ſic quod ſub d e, e f, ad id quod ex d f. Et ſicut quod quater igitur ſub a b c, ad id quod ex a c: ſic quod quater ſub d e f, ad id quod ex d f.





Et componendo per 18 quinti ſicut quod quater ſub a b c vna cum eo quod ex a c, ad id quod ex a c: ſic quod quater ſub d e f vna cum eo quod ex d f, ad id quod ex d f. Quare & ſicut quod ex vtraq; ipſius d e f ſimul ad id quod ex d f, & longitudine ſicut vtraq; ſimul a b c ad a c: ſic vtraq; ſimul d e f ad d f. Cõponẽdo per 18 quinti ſicut vtraq; a b c. vna cum a c ad a c, a b: ſic vtraq; d e f vna cum d f ad ipſam d f, hoc eſt binę d e ad d f. & ãtecedẽtiũ dimidia hoc eſt ſicut a b ad a c: ſic d e ad d f. ¶ In antiquiſſimo codice ſic. Quare & ſicut quod ex vtraq; ſimul a b c ad id quod ex a c: ſic quod ex vtraq; ſimul d e f ad id quod ex d f. & longitudine ſicut vtraq; ſimul a b c vna cum a c hoc eſt binæ a b ad a c: ſic vtraq; ſimul d e f vna cum d f, hoc eſt binæ d e ad d f. & dimidia ſicut a b ad a c: ſic d e ad d f.

¶ Hoc demõſtrato q; (recta linea vtcũq; extrema & media ratione diuiſa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore ſegmento ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus/ hoc etiam demonſtrato q; ſicut cubi latus ad icoſahedri latus ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ in eadẽ ſphæra deſcriptorũ/ & hoc quoq; percepto q; ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ ſic ipſum dodecahedrũ ad icoſahedrum eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipſius dodecahedri pentagonũ & icoſahedri triangulum: manifeſtũ eſt q; ſi in eadem ſphęra dodecahedrum & icoſahedrum fuerint deſcripta rationem habebunt (recta linea vt cũq; extrema & media ratione diuiſa) ſicut potens quod ex tota & quod ex maiori ſegmento ad potẽtem quod ex tota & minori ſegmento. His omnibus nobis notis/ patet q; ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrũ inſcripta fuerint: rationem habebunt ſicut (recta linea diuiſa extrema & media ratione) tota potens totam & maius ſegmentum ad potente totã & minus ſegmentũ. Quoniam enim eſt ſicut dodecahedrum ad icoſahedrũ ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus/ ſicut autẽ cubi latus ad icoſahedri latus ſic (recta linea vtcunq; extrema et media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmẽtum ad potentem totam & minus ſegmentũ: ſicut igitur dodecahedrũ ad icoſahedrũ in eadem ſphæra deſcriptum / ſic (recta linea vtcũq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum.

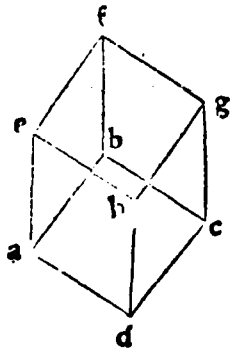
¶ EVCLIDI MEGARENSI
deputati voluminis: & in ordine quartidecimi ex traditione Hypſiclis Alexandrini,
finis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorũq; facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber quintuſdecimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

1 INtra propoſitũ cubũ: corpus habẽs quatuor baſes triãgulas æqualiũ laterũ deſignare.

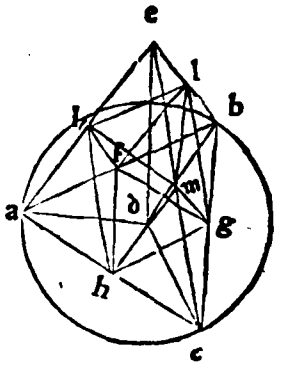
CAMP. Sit cubus cuius baſis eſt quadratũ a b c d: ſuprema vero eius ſuperficies quadratũ e f g h. Ipſum autẽ hac arte fabricare cõueniet. Quadrato baſis ſecũdum quãlibet lineã ex 45 primi deſcripto/ ſuper ſingulos angulos eius ex 12 vndecimi catheti ſecundum mẽſurã lateris ipſius quadrati erigãtur: quos ex 6 vndecimi cõſtat eſſe æquidiſtãtes. Quinq; ergo eorũ bini & bini: corauſto eis impoſito æquidiſtãter lateribus quadrati cõtinuẽtur. Cõſtat igitur eſſe cõpoſitũ cubũ: nã quatuor eius laterales ſuperficies ſunt quadratæ ex 33 primi & ex 34. eiuſdem & diffinitione quadrati. de ſuprema autẽ ſuperficie manifeſtũ eſt quoq;: q; ipſa eſt quadrata ex 10 imo 24 vndecimi/ & hac cõmuni ſciẽtia q̃ æqualibus ſunt æqualia ſibi quoq; ſunt æqualia/ & ex diffinitione q̃drati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor baſiũ triãgulariũ & æquilaterarũ inſcribere: in baſi & eius ſupficie ſuprema protrahãtur duę diametri quarũ vna cõtinuet duas extremitates infimas duorũ cathetorũ/ et alia cõtinuet ſupremas aliorũ duorũ q̃s aĩo intelliges eſſe a c & h f. dehinc a duobus pũctis h & f terminãtibus diametrũ ſuperficiei ſupremę/ demitte hypothenuſaliter binas & binas diametros q̃ quatuor laterales ſuperficies diuidant. quas imaginaberis eſſe ab h quidem a h & h c: atvero ab f, f a & f c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempſi: ne multitudo linearũ confunderet intellectũ. Si igitur figuram hanc vt oportet/ actu vel animo cõpleueris: videbis ex ſex diagonalibus lineis ſex ſuperficies ipſius cubi diuidentibus/ pyramidẽ quatuor baſiũ triangulariũ eſſe perfectã/ quam cubo propoſito ex diffinitione conſtat eſſe inſcriptã. huius autem pyramidis baſes æquilateras eſſe cõſtat: eo q; ex 4 primi omnes iſtæ ſex diagonales ſunt adinuicem æquales.

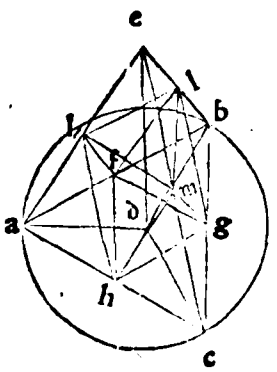


Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 INtra datum corpus habens quatuor baſes triangulas atq; ęquilateras: corpus octo baſiũ triangularium ęqualium laterum diſtinguere.

CAMP. Si itra pyramidẽ quatuor baſiũ triãgulariũ & ęquilaterarũ/ octoedron libeat inſcribere: prius conuenit pyramidẽ ipſam fabricare/ quæ ratione certa hoc modo cõponitur. Statuatur ſecundũ cuiuſlibet lineæ quãtitatẽ trigonus æquilaterus qui ſit a b c: cui circũſcribatur circulus ſupra centrũ d. & exeat d e perpendicularis ad ſuperficiẽ ipſius trigoni ex 12 vndecimi/ quæ ponatur dupla eſſe in potẽtia ad ſemidiametrũ circuli circũſcribẽtis trigonũ a b c: & a puncto cadant tres hypothenuſæ ſup tria puncta a, b, c. Eſt itaq; cõpleta pyramis quatuor baſiũ trilaterarũ & ęquilaterarũ. protrahãtur enĩ d a, d b, d c. Cũ igitur ãguli quos continet linea e d cũ ſingulis lineis d a, d b, d c, ſint recti ex diffinitione perpendicularis ad ſuperficiem/ cũq; quadratum lineæ e d ſit ex hypotheſi duplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c: erit ex penultima primi quadratum vniuſcuiuſq; trium hypothenuſarum linearũ e a, e b, e c, triplum ad quadratũ ſemidiametri circuli a b c. Sed ex 8 tredecimi quadratum quoq; cuiuſq; trium laterum triãguli a b c: triplum eſt ad quadratum ſemidiametri eiuſdem circuli. igitur omnia latera ſtatutæ pyramidis ſunt adinuicẽ æqualia. quare ipſa eſt æquilaterarũ baſiũ. Cũ itaq; ſibi octoedron includere voluerimus: diuidemus vnũquodq; ſex laterum eius in duo media æqualia/ & cõtinuabimus mediũ punctũ cuiuſq; lateris cũ mediis pũctis cũctorũ reliquo-





rum laterum cũ quibus ipſum continet & angulũ ſuperficialẽ. verbi gratia/ diuidã latera baſis in pũctis f, g, h: & hypothenuſas cadẽtes ab e, in punctis k, l, m. & cõtinuabo pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l. pũctũq; m: cũ eiſdem g, h, k, l. & g. cũ h & cũ l. & k: cum eiſdem h & l. Ecce itaq; perfectũ eſt corpus octo baſiũ triangulariũ: ijs duodecim lineis media puncta laterũ fabricatę pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo baſes ex 4 primi quoties oportet repetita æquilateras eſſe manifeſtum eſt: ipſum quoq; corpus ſtatutæ pyramidi ex diffinitione inſcripum/ quẽadmodum iuſſi eramus efficere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

INtra cubum aſſignatum figuram octo baſium triangularium æqualium laterum conſtituere. 3

¶CAMP. ¶Cubo intendimus inſcribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat: in prima huius ſufficienter dictũ eſt. Igitur fabricato cubo/ pyramis quatuor baſiũ triangulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius deſignetur: ac intra ipſam pyramidẽ ex prẽmiſſa octoedron diſtinguatur. quo facto: ſimul etiã factũ erit quod voluimus. Cõſtat ei ex ratiocinatione primę/ latera cũcta ipſius inſcriptæ pyramidis eſſe diagonos baſiũ cubi: & ex ratiocinatione pmiſſę liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide diſtincti eſſe in lateribus ipſius pyramidis. quare manifeſtũ eſt: omnia ãgularia pũcta huius octoedri eſſe in baſibus aſſignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propoſitum. ¶Aliter idẽ. Cẽtris cunctarũ baſiũ cubi quẽadmodũ in 9 quarti fit/ repertis: a cẽtro ſupremæ ſuperficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ ſuperficierum quatuor hypothenuſas demitte. & a cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ ſuperficierum cẽtra quatuor alias hypothenuſas eleua. cẽtra quoq; quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis cõtinua: ita videlicet q; cẽtra earũ tantũ quæ ſeinuicem ſecant continues. Verbi gratia. iunges centrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ centro ſiniſtrę: centrũ quoq; vltimę iũges cũ eiſdẽ/ hoc eſt cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro ſiniſtræ. Habes itaq; corpus octo baſiũ triãgulariũ: ijs 12 lineis quę cẽtra ſuperficierum cubi continuãt/ complexũ. Si igitur has baſes æquilateras eſſe probare volueris: a centris baſiũ cubi ad cuncta ipſius latera perpẽdiculares protrahe. quas neceſſariũ eſt omnia latera ipſius cubi per æqlia diuidere ex ſecũdã pte 3 tertij. Quod planũ erit: ſi vnicuiq; baſiũ cubi circulũ circũſcripſeris. atq; ideo binas & binas ſup idẽ pũctũ in lateribus baſiũ cubi cõſtat cõcurre: eaſq; ex ſecũda parte 13 tertij patet adinuicẽ eſſe æquales / & æquidiſtantes lateribus cubi ex ſecũda parte 28 primi. ideoq; etiã ſingulas eſſe æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 vndecimi manifeſtũ eſt binas & binas earum ſuper idem latus cubi in medio eius puncto concurrẽtes rectum angulum continere: eo q; omnes ſuperficies cubi ſunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ centra ſuperficierũ cubi cõtinuantes quæ & angulis quos hæc lineæ ſuper media puncta laterum cubi concurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt/ ſubtẽduntur: ipſæ erunt ex 4 primi vel etiã ſi maius ex penultima primi adinuicẽ æquales. Ergo eſt in propoſito cubo deſignatũ corpus octo baſiũ triangularium & æquilaterarum. quod oportẽbat facere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

INtra datum corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum cubum figurare. 4

¶CAMP. ¶Non dubites quin corpus octo baſium triãgularium atq; æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea ſuper aliquod planum ſurſum orthogonaliter erecta/ eam per æqualia diuide. & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe: quæ cõponant lineam vnam. eruntq; hæ duæ lineæ ſeinuicem ſecantes videlicet prima quæ ſuper poſitum planum eſt orthogonaliter erecta/ & alia quę ipſam ſuper eius medium punctum orthogonaliter ſecat: in eadem ſuperficie ſitæ ſunt per primam partem 2 vndecimi. Ad ſuperficiem igitur in qua ipſæ ſitæ ſunt ſuper communem punctum ſectionis earum (quẽadmodum 12 docet vndecimi) perpendicularem erige / quam facias eandem ſuperficiem in vtrãq; partem penetrat e: & pone cunctas ſex portiones harũ trium linearũ a puncto in quo

ſe inuicem ſecant/æquales. ſic enim quælibet quālibet per æqualia & orthogonaliter diuidet. ita q̄ cum ſint tres: quæq̄ duæ earū/ ſalutiferę crucis venerandum ſignum ad angulos rectos continebunt. A ſupremo igitur erectæ lineæ ſuper poſitum planum puncto/quatuor hypothenuſas ad extremitates duarum linearum ipſam ſecantium demitte. deinde ab infimo eiuſdem erectæ puncto/ quatuor alias hypothenuſas ad eaſdem duarum ſecantium linearum extremitates eleua. poſtremo quoq̄ harum hypothenuſarū extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim lineæ videlicet quatuor hypothenuſæ a ſupremo puncto erectæ perpendicularis deſcendentes / quatuorq̄ poſtremæ ab eius infimo puncto ſurſum eleuatæ/& reliquę quatuor lineæ harum hypothenuſarum extremitates continuantes: ex penultima primi ſine nugationis peccato pluries repetita adinuicem ęquales. quare conſtat corpus ab eiſdem terminatum: octo baſibus triangularibus æquilateriſq̄ contineri. Si igitur huic corpori cubū inſcribere delectat: cētra octo triangulorum ipſum ambientium inuenire ex 5 quarti labora. eaq̄ reperta 12 lineis rectis hac lege cōtinua: vt centrum cuiuſq̄ horum triangulorū cum centro cuiuſq̄ trium ad ipſius latera terminatorum/per rectam lineam coputetur. Non eſt autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq̄ reſtat: vt quod dicitur mente concipias/ipſumq̄ ſi placet actu & opere compleas. Videbis enim 12 lineas horum triangulorum centra poſita lege cōtinuantes/cubum contínere: quem reſtat vt æquilateris rectanguliſq̄ ſuperficiebus demonſtres eſſe cōcluſum. nō enim erit cubus: niſi omnes eius ſuperficies ſint quadratæ. Ducito ergo a quolibet angulo trigonarū ſuperficierū octoedri: perpendicularem ad latus illi angulo oppoſitum. has autem perpendiculares ex 11 quartidecimi conſtat eſſe adinuicem ęquales: & diuidere latera quibus perpendiculariter inſiſtunt/per æqualia. ideoq̄ binas & binas ſuper idem punctū lateris cui ſuperſtant conuenire. Eaſdemq̄ conſtat ex his quę in 17 quartidecimi demonſtrata ſunt/tranſire per centra triangulorum/ ideoq̄ per extremitates laterum incluſi corporis tranſire: ac eorum portiones quæ intra centra trigonorum & latera ipſorum intercipiuntur/ex ijs etiam quę in eadem demonſtrata ſunt conſtat eſſe æquales. angulos quoq̄ ab ijs perpendicularibus binis & binis cœuntibus contentos: ex 8 primi patet eſſe ęquales. Et quia hæ perpendiculares/ſuęq̄ portiones inter cētra & latera interceptæ/eoſdem angulos ambiunt: erunt quoq̄ anguli quos lineæ a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binæ & binæ continent/adinuicem æquales. Cūq̄ latera illius corporis de quo diſputamus/ hos angulos ſubtendunt: ſequitur ex 4. primi frequenter ſumpta corpus incluſum eſſe æquilaterū. At quoq̄ rectangulū. Protrahantur eni diagoni in ſingulis ſuperficiebus. hos diagonos ex 4 primi omnes adinuicem æquales eſſe cōuinces: mediantibus angulis a duabus perpēdicularibus per ipſarum diagonorum extremitates tranſeuntibus cōtentis: ſi prius hos angulos ex 8 primi æquales ſibi inuicem eſſe probaueris. Cum igitur diameter tetragonarum baſium corporis huius ſint adinuicem æquales/latera quoq̄ earumdem baſium æqualia: neceſſe eſt ex 8 primi multoties repetita ipſas tetragonas baſes eſſe ęquiangulas. At quia ex 32 primi oēs anguli cuiuſq̄ earum ſunt æquales quatuor rectis: ſequitur eas eſſe rectangulas. itaq̄ ex diffinitione quadrati ipſæ ſunt quadratæ. Igitur inſcriptum corpus manifeſtum eſt eſſe cubum: ſicut intendimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

5 PYramidem quatuor baſium triangularium atq̄ æquilaterarum: aſſignato corpori octo baſium triāgulariū quoq̄ atq̄ æquilaterarum inſcribere.

CAMP. Aſſignato corpori octo baſium inſcribe ſecūdū præcepta præmiſſę cubum: cuboq̄ inſcripto inſcribe (vt docet prima huius) pyramidē qualis proponitur. Cū igitur huius pyramidis anguli ſint etiam anguli cubi quēadmodum ex demonſtratione primæ manifeſtum eſt/cuncti autem anguli cubi ſint ex præmiſſa in ſuperficiebus aſſignati octoedri: erunt quoq̄ cuncti anguli pyramidis huius in ſuperficiebus corporis octo baſiū cui eā iubemur inſcribere. quare ex diffinitione manifeſtū eſt nos feciſſe quod quęritur.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

INtra datum corpus viginti baſium & æqualium laterũ: corpus duodecim baſium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter cõponere. 6

¶CAMP. ¶Corpus 20 baſium non docemus hic fabricare: quoniam ex 16 tredecimi qua conuenit arte hoc fieri/ſatis euidens eſt. Eo igitur vt ibi docetur compoſito/ſi ſibi corpus 12 baſium pentogonarũ atq; æquilaterarũ includere delectat: hac via procedendum eſt. Manifeſtum enim eſt 20 triangulos: 60 ſuperficiales angulos habere. & quia ad conſtitutionem vniuſcuiuſq; ſolidi anguli corporis icoſedri quinq; ſuperficiales conueniunt/ſicut ex demõſtratione 16 tredecimi colligitur: conſtat illud corpus duodecim ſolidis angulis compleri. Inuentis igitur vt in antepręmiſſa/ cẽtris cunctorũ triãgulorũ totũ icoſedron terminantiũ/ea 30 rectis lineis cõtinua: ita q; cuiuſq; centrũ centris omniũ circuniacentium cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris: videbis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagonos conſtitui 12 angulis ſolidis dati icoſedri oppoſitos. hos itaq; pentagonos quẽadmodũ in antepræmiſſa feciſti de baſibus cubi: ęquilateros eſſe probabis. Neceſſe eſt enim: vt quorũlibet triangulorum duorum idem latus habẽtium: centra eodem ſpatio diſtent. reſtat ergo vt eos etiam æquiangulos eſſe ſyllogiſes. Manifeſtum eſt autem ex ratiocinatione 16 tredecimi: datũ corpus viginti baſium ab eadem ſphæra cuius diameter eſt tanq̃ diameter huius corporis videlicet linea quæ duos eius angulos oppoſitos cõtinuat/eſſe circũſcriptibile. Si igitur hæc diameter per medium ſecetur: punctus ſectionis erit cẽtrum ſphæræipſum circunſcribentis. Ab eo itaq; ad ſuperficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 vndecimi ducito: & a puncto in quo ſingulis pentagonis obuiauerint/ad ſingulos eorum angulos rectas lineas dirigito. deinde centrum ſphęræ cum ſingulis angulis ipſorum pentagonorum cõtinuato. Age ergo eos proba eſſe æquiangulos hoc modo. Cum enim omnes circuli circũſcribentes trigonos icoſedri ſunt æquales: erunt omnes perpẽdiculares a centro ſphæræad ipſos venientes & in eorum centra cadentes/ æquales. omnes ergo lineæ a cẽtro ſphærę ad angulos cuiuſlibet pentagoni venientes: ſunt æquales. nam anguli pentagonorum: ſunt cẽtra circulorum trigonos ipſos icoſedri circũſcribẽtium ex hypotheſi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo ſuperius in 14 ſyllogiſauimus ſectorem prouenientẽ in ſuperficie ſphæræ cum aliqua plana ſuperficies ſphęram ſecat non ſuper centrum eius/eſſe circunferentiam continentẽ circulum: neceſſe eſt quinq; lineas venientes a concurſu perpendicularis ductæ a centro ſphæræad ſuperficies omniũ pentagonorum ad quinq; angulos cuiuſq; pentagoni/eſſe adinuicẽ æquales. itaq; omnibus his duodecim pentagonis eſt circulus circũſcriptibilis. Cum igitur ipſi ſint æquilateri: conuincitur eos eſſe etiã ęquiangulos. quod oportebat oſtẽdere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

INtra datum corpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularum: corpus viginti baſium triangularium atq; ęquilaterarum fabricare. 7

¶CAMP. ¶Qualiter corpus duodecim baſiũ pẽtagonarũ æquilaterarum atq; æquiangulariũ cõponere oporteat: ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti baſiũ triãgulariũ & ęquilaterarũ ſibi cõueniat inſcribi: hic addiſce. Suorũ pẽtagonorũ cẽtris (vt in 14 quarti fit) repertis/ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua: vt vniuſcuiuſq; pentagoni centrũ centro cuiuſq; pentagoni ſecũ in latere cõmunicantis iungatur. ita videlicet: q; vnuſcuiuſq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circuniacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris: obuient tibi viginti trianguli ab iis 30 lineis centra pentagonorum continuantibus contenti. eruntq; iſ viginti trianguli viginti ſolidis angulis ipſius dodecedri oppoſiti / amplectentes corpus viginti baſium triangulariũ: quas æquilateras eſſe demonſtrabimus. & erũt 12 ſolidi anguli huius corporis 20 baſium in cẽtris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaq; 20 triangulos æquilateros eſſe ſic proba.

A centris pentagonorum ducito perpẽdiculares ad latera: eruntq; omnes perpẽdiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his ãgulis/ a binis & binis perpendicularibus contentis ſubtenduntur: cum omnes perpẽdiculares ſint æquales/ erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorũ æquales. Quod eſt propoſitum. ¶ Perpendiculares autẽ binas & binas æquales angulos continere/ & omnes eas adinuicẽ eſſe æquales: ſic collige. Ex 5 primi & 26 eiuſdẽ cõſtat ſingulas earũ diuidere latera pentagonorũ ſuper quæ cadunt/ per æqualia: easq; eſſe adinuicẽ æquales ductis lineis a centris pentagonorum ad ſingulos angulos eorum. Quare binæ & binę ſuper idem latus cadentes/ in eodẽ ipſius lateris puncto coibunt: eo q; vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune/ per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas vſq; ad angulos quibus commune latus in quo coeunt oppoſitum/ per centra pentagonorum producito: & eiſdem angulis duas lineas ſubtendito. quas ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt eſſe tanquam latus cubi ab eadem ſphæra cum propoſito dodecedro circũſcriptibili. ideoq; patet eas eſſe æquales: eo q; omnia latera cubi ſint æqualia. easdemq; liquet ex nona vndecimi eſſe æquidiſtãtes: propter hoc q; ambæ æquidiſtant cõmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At vero ipſas easdem conſtat ex his perpendicularibus p æqualia diuidi. Itaq; per 33 primi cunctæ lineæ continuantes pũcta in quibus binæ & binæ perpendiculares ſuper has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus / concurrunt: ſunt adinuicem æquales. nam omnes ſunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi/ anguli cõtenti a binis & binis perpẽdicularibus: ſunt æquales. Quare per 4. eiuſdem/ lineę quoq; continuantes centra pẽtagonorum ſunt ſibiinuicem æquales. Inſcriptũ ergo eſt propoſito dodecedro corpus viginti baſium triangularium & æqualium laterum ſicut iuſſi eramus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SOlido duodecim baſium pentagonarum atq; æquilaterarum propoſito: intra ipſum cubum diſtinguere.

¶ CAMPANVS. ¶ Cũ dodecedron ſuper cubi latera fabricetur vt conſtat ex 17 tredecimi: nimirum eo fabricato ſibi cõuenit cubum inſcribi. nam cum duodecim ſint pentagoni / ſi vnius cuiuſq; eorũ vni angulo (prout cubi figuram videbis exigere) chordã vnã ſubtenderis: ex iis duodecim chordis ſex æquilateras rectangulaſq; ſuperficies cubi & corpus amplectentes perficies. Aequilateras quidem eas eſſe: cõſtat ex quarta primi. rectangulas autem: eodem argumentationis genere quo in ſexta huius baſes dodecedri dato icoſedro inſcripti demõſtrauimus eſſe æquiangulas. conſtat quidem ex 17 tredecimi: propoſitum dodecedron ſphæræ eſſe inſcriptibile. Ergo a cẽtro illius ſphæræ ad omnes has quadrilateras ſuperficies: perpendiculares vt docet 11 vndecimi protrahe. & a puncto concurſus ad ſingulos angulos illarũ quadrilateratũ ſuperficierum rectas lineas dirige. ac eoſdem angulos quadrilaterarum ſuperficierũ cũ centro ſphæræ iunge. eruntq; hę lineę centrum ſphęræ cũ angulis quadrilaterarum ſuperficierum cõtinuantes: ſemidiametri ſphęrę. de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis/ remanẽt ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concurſus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum) neceſſe eſt omnibus his quadrilateris ſuperficiebus circulos eſſe circũſcriptibiles: ideoq; neceſſe eſt eas eſſe æquiangulas/ cum ſint æquilaterę. Et quia ex 32 primi anguli cuiuſq; earum pariter accepti ſunt æquales quatuor rectis angulis : ſequitur eas eſſe rectangulas. Nichil ergo deeſt inſcripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 DAto dodecedro: ſibi demum octoedron includere.

¶ CAMPANVS. ¶ Compoſito dodecedro vt in 17 tertiidecimi: ſex latera ſuarum ſuperficierum ea videlicet quę cathetos ſuper ſex lineas oppoſita latera ſuperficierum cubi per æqualia ſecantes ere-

ctos tanq̃ eorum corauſti iungunt: per æqualia diuide. eaq; bina & bina adinuicem compoſita continua per tres lineas: quæ ſeinuicem ſuper medium pũctum diametri cubi ex 48 vndecimi per æqualia ſecabunt. eritq; vt quæq; duæ earum trium ſeinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per 12 lineas rectas continuaueris: proueniet tibi corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum ex 4. primi vel ſi mauis ex penultima primi. Quod oportebat oſtendere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

INtra aſſignatum dodecedron: pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarũ adhuc reſtat diſtinguere. 10

¶CAMPANVS. ¶ Aſſignato dodecedro inſcribe cubum ex 8 huius: cuboq; pyramidem ex prima. Cũ igitur anguli pyramidis ſint in angulis cubi vt patet ex ratiocinatione primæ/& anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ: erunt quoq; anguli pyramidis in angulis dodecedri. Itaq; conſtat quod volumus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

PRopoſito icoſedro: in eo cubum figurare. 11

¶CAMPANVS. ¶ Icoſedro inſcribe dodecedron ex ſexta: ac dodecedro cubum ex octaua. Cõſtat autem ex demonſtratione ſextę/ q; omnes anguli dodecedri cadunt ſuper centrũ baſium icoſedri: & anguli cubi ſunt in angulis dodecedri. itaq; anguli cubi ſunt in centris baſium icoſedri. Habemus ergo propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

ICoſedron datum: pyramidem quatuor baſium triãgularium atq; æquilaterarum ſibi poſtulat inſcribi. 12

¶CAMPANVS. ¶ Si in dato icoſedro ex præmiſſa cubum inſcripſeris/ cuboq; ex prima pyramidẽ incluſeris: quin poſtulationi icoſedri ſatisfeceris hæſitandum non erit. ¶ Scire autem oportet q; cũ ſint quinq; regularia corpora de quorum mutua abinuicẽ inſcriptione in hoc 15 libro determinetur: ſi vnumquodq; eorum cuilibet cæterorum eſſet inſcriptibile / 20 eorundem inſcriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq; eſſent cætera quatuor inſcriptibilia: ideoq; quater quinq; inſcriptiones quod eſt 20: neceſſario prouenirent. At vero pyramidi ſolum octo edron conueniens eſt inſcribi. non enim ſunt in pyramide baſes aut anguli aut latera: in quibus anguli cubi aut icoſedri aut etiã dodecedri poſſint extrema ipſius pyramidis cõtingere. Cubus quoq; ſolius pyramidis & octo edri/ et octoedron ſolius pyramidis & cubi: receptioni ſũt apta. qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icoſedri/ aut 20 angulos dodecedri/ ita vt ſinguli in eorum ſingulis cadant collocabis? Icoſedron autem cum cætera conuenienti ambitione poſſit complecti: ſolius octoedri nequit eſſe receptaculum. nam octoedri ſex anguli: ſemidiametrali ſeinuicem bini & bini oppoſitione reſpiciunt/ lineæq; eos continuantes ſeſe per æqualia orthogonaliter diuidunt: ita q; illud glorioſum ſignum ad cuius intuitum conſternantur dęmones/ ſub rectis angulis triplicatum reddãt. hos itaq; triangulos: neq; baſes neq; anguli neq; latera icoſedri poſſunt ſub ſuo ſitu recipere. neq; enim in eo reperies ſex baſes aut ſex angulos aut ſex latera: hac diametrali orthogonaliq; oppoſitione ſe contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum ſuæ ambitionis denegauit hoſpitiũ: immo cunctorum receptorium exiſtit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis diſcipuli aſcripſere cœlo: quemadmodũ pyramidis formam tribuerunt igni/ eoq; ſurſum ſub pyramidali figura euolet. Ac octoedri: aeri. quippe ſicut aer ignem motus paruitate ſequitur: ſic octoedri forma / pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti vero baſium figuram aquæ di-

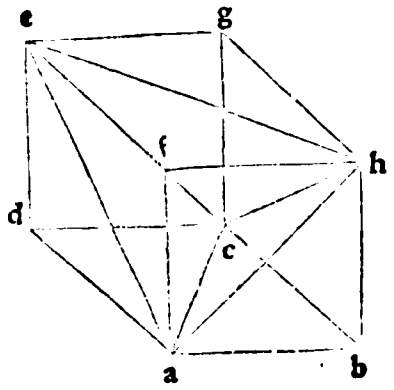
dauerunt. nam cum ipſa baſſum pluralitate plus cæteris circuletur in ſphærã. fluentis tei motui magis q̃ ſcandentis conuenire viſa eſt. Cubum vero figurã: quidam dedere terræ. quid enim in figuris maiori ad motum violentia indiget q̃ theſſera? at in elementis quid fixius conſtantiuſq; reperitur terra? Si igitur ex 20 inſcriptionib9/ tres quas pyramis nõ ſuſtinet/binaſq; a quibus natura cubi & octoedri aliena eſt / rurſuſq; vnam cui repugnat icoſedri figura/reieceris: erunt reliquæ tantum 12 inſcriptiones. pyramidis quidem: ſola. cubi vero octoedriq; : binæ. icoſedri autem: tres. dodecedri autem: quatuor. de quibus omnibus vt arbitror ſufficienter alias diſputatum eſt.

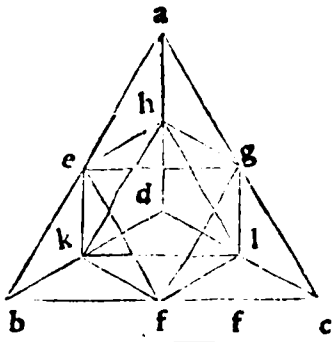
Eucli. ex Camp. Propoſitio. 13

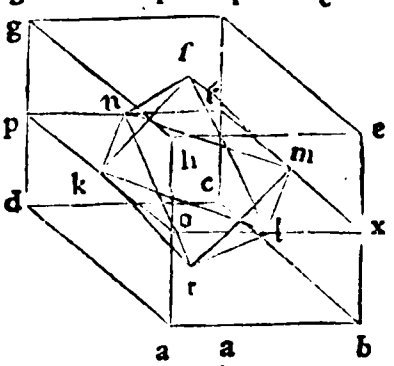
13 EAbricato quouis quinq; regularium corporum : ſibi ſphæram inſcribere.

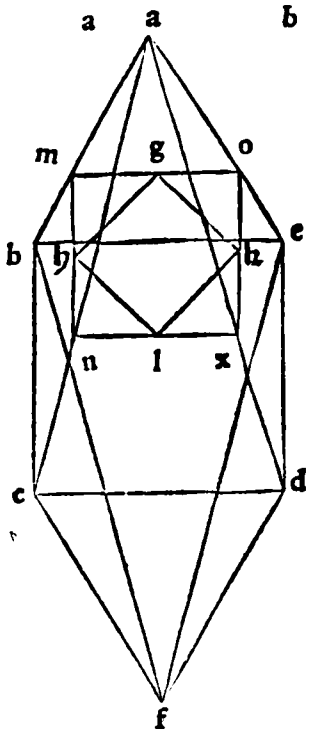
¶CAMPANVS. ¶ Ex tertiodecimo libro itaq; manifeſtum eſt: vnumquodq; quinq; horũ corporũ eſſe ſphæræ inſcriptibile. Nũc itaq; conſtabit viceuerſa ſphæram vnicuiq; ipſorum eſſe inſcriptibilem. A circunſcribentis enim ſphæræ centro ad baſes vniuerſas cuiuſlibet eorum perpendiculares exeant: quas intra centra circulorũ baſes ipſas circunſcribentium cadere neceſſe eſt. Cũq; omnes circuli eas circũſcribentes ſint æquales: eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; ſi ſecundum quantitatẽ vnius earum circulum ſuper centrũ circunſcribentis ſphæræ deſcripſeris/eiuſq; ſemicirculum quouſq; ad locum vnde moueri cœperit redeat circunduxeris : quia ipſum per extremitates cunctarum perpendicularium neceſſe eſt tranſire/. conuinces ex correlario 15 tertij ſphæram iſtius ſemicirculi motu deſcriptam vniuerſas baſes aſſignati corporis in concurſibus perpendicularium contingere. Non enim plus poteſt ſphæra de baſibus corporis contingere q̃ circumductus ſemicirculus (dũ mouebatur) contingit. Quare aſſignato corpori conſtat nos ſphæram quemadmodum propoſitum erat inſcripſiſſe.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
ex Campani traditione deci
miquinti & vltimi
libri: finis.









GEO. ELE. EV.

¶ EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq; facile principis/ex Hypſiclis Alexandrini/ Græci philoſophi traditione: Geometricorum elementorum liber decimuſquintus.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

IN dato cubo pyramida deſcribere. 1

¶ HYPSICLES ex Zamb. ¶ Eſto datus cubus a b c d e f g h: in quo oportet pyramida iſcribere. connectantur a c, c e, a e, a h, e h, h c. Manifeſtum iã: q; ipſa a e c, a h c, a h e, c h e, trãgula æquilatera ſunt. triangulorũ enim: diametri ſunt latera. Pyramis igitur eſt ipſa a e c h: & deſcribitur in dato cubo quod facere oportebat. C A M P. 1

Eucli. ex Zãb. Proble. 2. Propõ 2.

¶ In data pyramide octahedrum deſcribere. 2

¶ HYPSICLES ex Zamb. ¶ Eſto data pyramis a b c d. ſeceturq; bifariam ipſis e, f, g, h, k, l, ſignis: & connectantur ipſæ h k, h l, e f, f g. & reliquę. Et quoniam a b dupla eſt vtriuſq; ipſarum h k, g f: æqualis igitur eſt h k ipſi g f, & parallelus. ſimiliter & h g: ipſi f k eſt æqualis & parallelus. æquilaterũ igitur eſt h k f g. Dico q; & rectangulũ. Si enim ab ipſa k l, perpendiculares agãtur ad plana e f b g, e f g c, e f h g, h k f g: ſimiliter oſtendemus quæ in ipſius h k f g quadrati æquilatera. Quod facere oportebat. C A M P. 2

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 3.

¶ In dato cubo octahedrum deſcribere. 3

¶ HYPSICLES ex Zamb. ¶ Eſto datus cubus a b c d e f g h. Et capiantur centra inſidentium quadratorum: k, l, m, n. Dico q; k l m n: quadratum eſt. Excitentur paralleli per 31 primi: x o, p o. Quoniã igitur dupla eſt p o ipſius o k, & x o ipſius o l: id propterea quod ex o k igitur ei eſt æquũ quod ex l o. et per hoc & o k ipſi o l eſt æqualis. Quod igitur ex k l: duplũ eſt eius quod ex o l. Ac per hoc/ & quod ex m l: duplũ eſt eius quod ex l x. quod igitur ex k l: æquum eſt ei quod ex m l. Aequilaterum igitur eſt k l m n. manifeſtum eſt q; et rectangulum. Aſſumãtur ipſi b d, e g, bina quadrata/ & centra r, ſ: & connectãtur r l, r m, r k, r n, ſ k, ſ l, ſ n, ſ m. manifeſtum eſt q; triangula efficientia octahedrum æquilatera ſunt. eadem nanq; oſtendemus ratione. C A M P. 3

Eucli. ex Camp. Problema 4. Propoſitio 4.

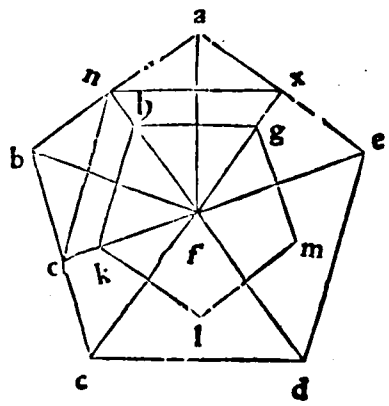
¶ In dato octahedro: cubum deſcribere. 4

¶ HYPSICLES ex Zamb. ¶ Capiãtur per primam tertij/ eorum qui circũ a b c, a c d, a b e, a d e, triangula circulorum centra g, h, k, l: & connectantur g h, g k, k l, l h. Dico q; g h k l eſt quadratum. Excitentur per 31 primi p ipſa g, h, k, l, ipſis b c, b e, c d, d e, paralleli: m n, m o, n x, x o. Quoniã igitur æquilaterum eſt a b c triangulũ: quæ ex a in h centrum/ eius qui circũ a b c triangulum circuli/ bifariam diſpeſcit eũ qui ad a ipſius a b c trianguli. æqualis igitur eſt & n h ipſi h m. Ac per hoc iam & m g ipſi g o: & o k ipſi k p eſt æqualis. Qñ autẽ ipſa n m ipſi m o, & m o ipſi o x eſt æqualis: æqualis igit & n h ipſi m g, & h m ipſi g o, & m g ipſi o k. qui autẽ ſub h m g & g o k: recti. ex quo manifeſtum eſt: q; g h æqualis eſt ipſi g k. Et id propterea iam & reliquæ. Quoniam igitur g h k l parallelogrammũ eſt: in vno eſt plano. Et quoniam dimidium eſt vterq; ipſorũ q ſub m g h, o g k, recti: reliquus igitur qui ſub h g k rectus eſt. Similiter & reliqui. Quadratum igitur eſt g h k l. Poſſibile autem eſt quæ in principio aſſumpta g, h, k, l, centra & parallelos cõficientia m n, n x, x o, o m: connectere ipſas g h, h l, l k, g k, & dicere ipſum g h l k quadratum. Si vero aſſumamus & reliquorum triangulorum centra connectamuſq; eadem: oſtendemus reliqua: quadrata. habebimuſq; in dato octahedro cubum deſcriptum, quod agendum fuerat. C A M P. 4

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

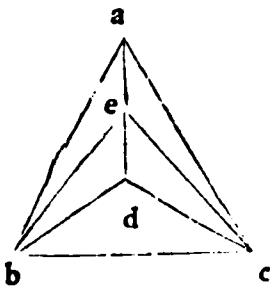
5 ¶In dato icoſahedro dodecahedrum inſcribere.

C ¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Exponatur quinquāgulū ipſi⁹ icoſahedri/a b c
A d e:& cētra circulorū qui circū a f e, a f b, b f e, f c d, d f e, triāgula/ſintq; g,
M h, k, l, m. cōnectāturq; g h, h k, k l, l m, m g. Et rurſus cōnexæ, f g, f h, f k: extē
P. dantur in x, n, o. bifariam nempe ipſæ e a, a b, b c: ſecabuntur in ipſis x, n,
6 o, ſignis. Et ſicut n x ad n o: ſic g h ad h k. æqualis igitur eſt h n ipſi k o. Si-
* militer iam & reliqua ipſius g h k l m pentagoni latera: æqualia demonſtrabū
tur. Dico q⁹ & æquiangula. Quoniam enim duæ n x, n o, ad binas g h, h k: q⁹
quos compræhendunt angulos. & reliqua manifeſta ſunt. Intelligatur ab ipſo
f ad ipſius a b c d e pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cen
trum eius qui circum pentagonum circuli. Si vero ab ipſo n in ſignū in quod
concurrit quæ ex f perpendicularis connectamus/ ac per h, parallelum aga-
mus ad eam: manifeſtum q⁹ concurrit ei quæ ex f perpendiculari/ & quę ab
ipſo e parallelus rectum compræhendit angulum vna cum ea quæ ex f perpēdi
culari. Rurſus ſi connectamus ab ipſis f, g, in centrum eius qui circum a b c d
e pentagonum circuli: & in ſignum in quod concurrit quæ ex h ei quæ ex g
connexa recta quo cum eadem compræhendet. Ex quo manifeſtum eſt: q⁹ qn-
quangulum g h k l m in vno eſt plano.

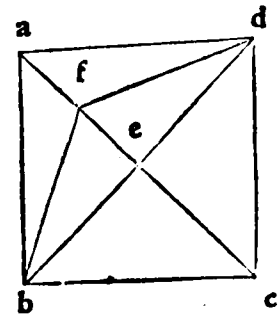


¶Nos vero ſcire oportet: q⁹ ſi quis nos interroget quot latera habet icoſahe-
drum/ ſic dicemus. Manifeſtum q⁹ icoſahedrum/ ſub viginti triangulis com-
præhenditur: & q⁹ vnumquodq; triangulum tribus rectis lineis cōſtat. Opor
tet igitur nos multiplicare viginti triangula in ipſa trianguli latera: fiunt ſexa
ginta. quorum medietas ſunt triginta. Similiterq; & in dodecahedro. Rurſus
quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt/ & vnūquodq;
quinquangulum quinq; continet rectas lineas: efficiemus duodecies quinq;.
& fiunt ſexaginta/ rurſus eorum medietas ſunt triginta. Cur autem dimidium
efficiamus? quia quodlibet latus etiam ſi fuerit triangulum ſiue quinquangulū
ſiue quadratum vt in cubo: ex ſecundo capitur. Itidē eadem diſciplina in cu-
bo & in pyramide. Et in octahedro eadē efficiens: latera comperies. Si vero
velis rurſus vniuſcuiuſq; figurarum angulorū numerū inuenire: rurſus eadem
efficiens diuide per plana compræhendentia vnum angulum ſolidi. Et quo-
niam icoſahedri angulum quinq; triangula cōpræhendunt: diuide per q̄nq;.
fiunt duodecim icoſahedri anguli. In dodecahedro: tria pentagona angulum
compræhendunt. diuide per tria: & viginti habebis dodecahedri angulos. Si-
militer autem & in reliquis angulos inuenies. Quæſitū eſt quomodo ab vna
quaq; quinq; ſolidarum figurarum vno plano compræhendentium quomodo-
cunq; dato/ inuenitur & inclinatio: in quam adinuicem inclinantur compræhē
dentia plana vnamquamq; figurarū. Inuentio autem (ſicut Iſidorus noſter ma
gnus magiſter enarrabat) hunc habet modum. Q⁹ quidem in cubo per rectū
angulum diſpeſcunt ipſum compræhendentia plana adinuicem. Manifeſtum
inquā. in pyramide expoſito vno triangulo/ centris terminis vnius lateris/ ſpa
cio vero a vertice in baſin perpēdiculari acta/ ambitiones deſcriptæ inuicem
ſe ſecent: & ab ipſa ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ compræhendent
inclinationem planorum pyramidem compræhendētium. In octahedro vero.
a latere triāguli deſcripto quadrato: cētris terminis diagonij/ interuallo autē
itidem trianguli perpēdiculari/ deſcribantur circūferētiæ: & rurſus a commu-
ni ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ cōpræhendent deſinētē in binas re-
ctas quæſitæ inclinationis. In icoſahedro porro. latere trianguli deſcripto pē-
tagono/ cōnectatur ſub binis lateribus ſubtenſa recta linea. & centris terminis
eiuſdem/ interuallo autem ipſius trianguli perpēdiculari deſcriptarum circū-
ferentiarum/ quæ ex communi ſectione ad centra connexæ: compræhēdent de-
ſinentem ſimiliter in binas rectas inclinationis icoſahedri planorum. In dode
cahedro vero expoſito vno quinquāgulo/ cōnexa ſimiliter ſub binis lateribus
ſubtenſa recta linea cētris terminis eiuſdem interuallo autem recta perpendicu-

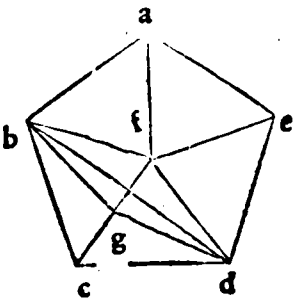
ter comprehendent desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. ¶Sic quidē clarissimus vir dictus reddidit rationem eorum quæ dicta sunt: clare in quouis patefacta demonstratione. In quo aperta fuit in ipsis demōstratio inspecta: vniuscuiusq; rationē aperte exponam / primūq; in pyramide.



¶Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa a b c d: basi a b c, fastigio vero d. & secto ipso a d latere per 10 primi bifariam in e: cōnectantur be, e c. Et quoniā a d b, a d c, triangula æquilatera sunt / & a d bifariā secatur: ipsæ igitur b e, c e, perpendiculares sunt in ipsam a d. Dico q; angulus q sub b e c: est acutus. Qm̄ enim dupla est a c ipsius a e: quadruplum est quod ex a c eius quod est a e. Sed quod ex a c: æquum est eis quæ ex a e, e c, per 47 primi. quorum quod ex a c ad id quod ex c e rationem habet quam 4 ad 3. & est equalis c e ipsi e b. quod igitur ex b c: minus est eis quæ ex b e, e c. acutus igitur est qui sub b e c. Quoniam igitur binorum planorum a b d, a d c, cōmunis sectio est a d, & communi sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ i vtro q; ipsorum planorum actæ b e, e c, & acutum angulum comprehendunt: angulus igitur qui sub b e c inclinatio est planorum. & est datus. datum enim b c latus existens trianguli. & vtraq; ipsarum b e, e c, perpendicularis subsistēs equi lateri trianguli / centris nimirum b, c, hoc est terminis vnius lateris / interuallo vero trianguli perpendiculari descripti ambitus: sese inuicem in e signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa b c connexæ rectæ lineæ: comprehendunt planorum inclinationem. id autem erat dictum. Et q; centris quidem b, c, interuallo autem trianguli perpendiculari descripti circuli adinuicem se secent: perspicuum est. vtraq; enim ipsarum b e, e c, maior est dimidia ipsius b c. cētris autem b c, interuallo autem dimidia ipsius b c descripti circuli: sese inuicem tangunt. Si vero minor fuerit: neq; se tangunt neq; dispescunt. si vero maior: omnino secant. & sic in pyramide hæc cōsequens aperte apparet ratio.



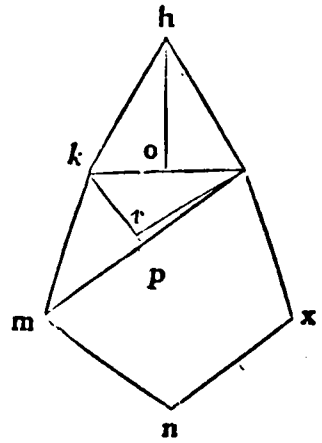
¶Intelligatur rursus in quadrato a b c d, pyramis verticē habens e. & ipsam cōprehendentia bifariam basis triāgula æquilatera. erit autem a b c d e pyramis: dimidium octahedri. secetur per 10 primi vnum latus vnius trianguli a e bifariam in f: & connectantur b f, d f. equales igitur sunt b f, d f: & perpendiculares in a e. Dico q; angulus qui sub b f d obtusus est. connectatur enim b d. Et quoniam quadratum est a c, dimetiēs autem b d: quod ex b d duplū est eius quod ex d a. Quod autem ex d a: ad id quod ex d f rationem habet (sicut in præcedēti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex d b igitur ad id quod ex d f: rationē habet quam octo ad tria. æqualis autem est d f ipsi f b. Quod igitur ex d b: eis quæ ex b f, f d, maius est. Obtusus igitur est qui sub b f d. Et quoniam binis planis se inuicem secātibus hoc est a b e, a d e, communis sectio est a e, & ad rectos angulos ei in vtroq; ipsorum planorum actæ sunt / ipsæ aūt b f, d f, obtusum comprehendunt: qui igitur sub b f d angulus desinit in binas rectas inclinationis ipsorum a b e, a d e, planorum. Si datus fuerit igitur qui sub b f d: datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & vnum latus octahedri est a d / & ab ipsa quadratum describitur a c: datusq; & dimetiens b d, existens ipsius quadrati. Sed & b f, f d: ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub b f e angulus datur. Descriptio igitur quadrato ex latere trianguli sicut a c, & connexa diametro sicut b d, si centris h d, interuallo autē triāguli perpendiculari circulos describamus: se inuicem in f dispescent. Et quæ ex fin centra connexę rectæ lineę: comprehendunt inclinationem eam quæ sub b f d, quæ desinit in binas rectas (sicut dictū est) ipsorum planorum inclinationis. Ethic perspicuum est quidem sicut vtraq; ipsarum b f, f d, est dimidia ipsius b d maior. ac per hoc in organica constructione circulos sese inuicem dispescere necesse est. Et ex demōstratione manifestū sit sicut b d ad a f potētia rationem habet quā octo ad tria / dimidia vero ipsius b d potētia quadrupla est: & per in de maior est vtraq; ipsarū b f, f d, dimidia ipsius b d. & hæc inq̄ de octahedro.



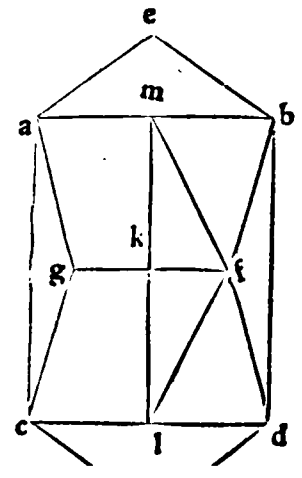
¶In icosahedro aūt intelligatur pentagonum æquilaterum a b c d e: & in eo pyramis verticem habens f. Quia triangula ipsam comprehendentia equilatera sunt: erit iam ipsa a b c d e pyramis pars icosahedrę figuræ. Secetur vnū latus vnius trianguli f c bifariam in g. & connectantur b g, g d, æquales existentes & perpēdiculares factæ in ipsam f c. Dico q; qui sub b g d angulus obtusus

eſt.& ibidem manifeſtum eſt.nã cõnexa recta linea b d:obtuſum quidẽ explicat eum qui ſub b c d ipſius pentagoni angulum.hoc autem: maior qui ſub b g d. ipſę nanq; b g,g d:ipſis b c,c d,ſunt minores.ſimiliter iam & in iis quæ ante hunc/q; qui ſub b g d angulus deſinit in binas inclinationis ipſorum b fc,c f d,triangulorum: hac data/data erit & inclinatio ipſius icoſahedri planorum. A latere nanq; trianguli icoſahedri deſcripto quinquãgulo connexa ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni ſicut in ipſius b d datæ deſcriptione/ſimiliter autẽ & ipſarum b g, g d,perpendicularium triangulorum: datur & qui ſub b g d. Si enim centris limitibus eius q̃ ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni ſicut b d, interuallo autem ipſius trianguli perpendiculari circuli deſcribantur: ſecabunt ſe inuicem ſicut in g.& quæ ex g ad ipſam b d connexæ rectæ lineæ: compræhendent deſinentem ſub binis rectis ipſorum planorum inclinationis.& hic quidem ex deſcriptione manifeſtum eſt:q; vtraq; ipſarum b g,g d,maior eſt dimidia ipſius b d.

¶Inſtrumentali quoq; fabrica eſt oſtendere.Intelligatur ſeparatim æquilaterum quidem triãgulum h k l,ab ipſo autem k l, quinquãgulũ deſcribatur k m n x l: & connectatur m l.excitetur q; per 12 primi perpendicularis ipſius h k l trianguli,h o.Dico q; ipſa h o maior eſt dimidia ipſius m l ſubtendentis inclinationem planorum.Acta ab ipſo k in ipſam m l perpendiculari ipſa k p , quoniã qui ſub k l p maior eſt tertio recti hoc eſt eo qui ſub k h o:conſtituatur ei qui ſub k h o æquus qui ſub p l r.ipſa igitur p l: perpendicularis ẽ æquilateri triãguli cuius eſt lat9 r l.quare qd eſt ex r l:ad id qd ex l p,rationem habet quam 4. ad 3.maior autem ẽ k l:ipſa l r.Quod igitur ex k l : ad id quod ex l p,maiorem rationẽ habet q̃ 4. ad 3.habet autem & ad id quod ex h o:quã 4. ad 2 .Ipſa igit k l:ad l p maiorem rationem habet q̃ ad h o.maior igitur eſt h o:ipſa l p.



¶In dodecahedro ſic intelligatur vnum cubicum a quo dodecahedrum deſcribitur & ſit a b c d:& bina plana dodecahedri hoc eſt a e b f g, g d h c f. Dico iã & hic datam eſſe/binorum quinquangulorum inclinationem.Secetur per 10 primi f g bifariam in k: & ab ipſo k ipſi f g per 11 primi ad angulos rectos excitẽtur in vtroq; planorum k l,k m,& connectatur m l.Aio primum q; qui ſub m k l angulus obtuſus eſt.Oſtenſum autem eſt in decimotertio elementorum volumine/ſiue ſtatu dodecahedri:q; quæ ex k perpendicularis acta in a b c d quadratum dimidia eſt lateris pentagoni.quare minor eſt dimidia ipſius m l.& id propterea qui ſub m k l angulus obtuſus eſt.Simulq; oſtenſum eſt in eodẽ theoremate q; & quod quidem ex k l,æquum eſt ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pẽtagoni.quare quoniam eadẽ k l & k m ſunt æquales/& maiores ſunt dimidia ipſius m l:dato igitur angulo ſub m l k,deſinens in binas rectas inclinatio erit planorum videlicet data.Quoniam igitur latus a b c d quadrati ſubtendens eſt bina latera pentagoni/daturq; & pẽtagonum:datur ergo & m l.Dat autem & vtraq; ipſarum m k,k l.perpendiculares etenim ſunt a bifaria ſectiõe a b ſub binis ſubtenſa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni vt f g.Datur igitur qui ſub l k m deſinens (ſicut dictum eſt)in binas rectas quæſitę inclinationis.Bene igitur in inſtrumentali fabrica dixit ſicut oportet dato pẽtagono/connectere ſubtenſam ſub binis lateribus quæ æqualis ſit ipſius cubi lateri:ſi centris limitibus ipſius/interuallo vero ab ipſa bifaria ſectione acta perpendiculari in parallelũ eidem pẽtagoni latus/ſicut in deſcriptione k l,k m,deſcriptæ circũferentiæ: & ab ipſo commiſſuræ circunferentiarum ſigno ad centra connectere rectas lineas comprehendentes deſinentem in binas rectas inclinationis ipſorum planorum.q; enim ipſa l k perpẽdicularis maior eſt dimidia ipſius m l:dictum eſt/ſicut i elementis ſimul etiã eſt oſtenſum.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHIloſophi Mathematicorũq; facile principis, primũ ex Cãpani, deinde ex Theonis in priores tredecim,& Hypſiclis

QVAE INTER LEGENDVM ANNO TATA FVERVNT.

Folio	Facie	Linea		
3	1		tates	lege. eos recipiens
3	1			in margine vbi ſecundo habetur Linea recta lege. Superficies plana
3	2		qualia	ege. eadem tamen.
4	1		bet	lege. tertius
4	1		metus	lege. ſicut magnitudo in infinitum minuitur.
4	2		¶Planus	abundat in fine: ſyllaba. gen.
5	2		quod eſt	lege. lineæ b a & b d vſq;
5	2		linea a h	lege. in puncto b
6	2		ſuper	lege. per conuerſionem penultimæ conceptionis.
6	2		tur	lege. per penultimam conceptionem
25	1		ſunt	lege. quæ ex a c & c b
25	1		quod bis	lege. quod bis fit ſub a c & c b
25	1		c b	lege. bis fit ſub a c & c b
46	2			in vltima figura loco h pone e: & loco e pone h. Item loco g pone c: & loco e pone g.
62	2		¶Conuerſa	lege. ¶Permutata
62	2		¶Permutata	lege. ¶Conuerſa
94	2		poſitis	lege a b & c d
151	1			in ſecunda figura loco f pone d. loco d pone e. loco e pone f
192	1		fa	lege. duabus f b, f c,
192	1		& baſis	lege. baſi f c. & in fine ſub f b
192	1		b	lege. c eſt æqualis
220	2			in figuris duc lineas f m & k n.
247	2			in vltima figura duc lineam a f
248	2			in vltima figura duc lineam e g

Hæc ſunt quæ recognitione digna comperimus: quippe quæ Mathematicam intelligentiam offendere aut interturbare poſſent. Si qua ſunt alia quæ omiſerimus: candidi ipſi lectores inter legendū vel facile caſtigabunt.

Codices quaterni.

a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.ſ.t.v.x.y.A.B.C.D.E.F.G.H.

Terni.

z &

Quinternus