LES 342447

SEPTIEME, HVICTIEME ET NEVFIEME, LIVRES DES ELEMENS D'EVCLIDE,

COMPRENANS TOVTE LA SCIENce des nombres, traduits & commentez par Pierre Forcadel de Beziés, lecteur ordinaire du Roy és Mathematiques, en l'vniuersité de Paris.

A PARIS.

Chez Charles Perier, demourant en la rue S. Iean de Beauuais, au Bellerophon.

1565.

AVEC PRIVILEGE DV ROY.

EXTRAICT DV PRIVILEGE DV ROY.

PAr priuilege du Roy, donné à Fontainebleau le xiij. iour de Mars, 1563. il est permis à M. PIERRE FORCADEL professeur ordinaire dudit Seigneur és Mathematiques en l'vniuersité de Paris de choisir & commettre tel Imprimeur docte & diligent, qu'il cognoistra estre suffisant pour fidelemẽt imprimer ou faire imprimer les liures des elemẽs d'Euclide par luy traduicts & commentés. Inhibant (ledict Seigneur) à tous Imprimeurs, Libraires Marchands & autres quelconques, qu'ils n'ayent à imprimer ou faire imprimer aucuns des dicts liures n'y ceux mettre en vente iusques au temps & terme de sept ans à compter du iour que la premiere impression sera paracheuée Et ce sur peine de confiscation des liures qui se trouueront estre aultrement imprimes, & d'amende arbitraire, tant enuers le Roy qu'enuers ledict FORCADEL & des interests & dommages de l'imprimeur par luy choisy & eslu, le tout pour les causes & raisons contenues & amplement declarées audict priuilege. Ainsi signe Par le Roy en son conseil, Bonaud Et seellé du grand seau, de cire iaune.

Ledict FORCADEL *a permis à Charles Perier, d'imprimer ou faire imprimer les liures des Element d'Euclide iusques au terme de sept ans finis & accomplis, à commencer du iour que lesdicts liures seront acheués d'imprimer.*

A MONSEIGNEVR LE TRESILLVSTRE CARDINAL DE CHASTILLON, Conte de Beauuais, PIERRE FORCADEL. Salut.

MONSEIGNEVR, m'estant par le passé,& mesme au temps de ces derniers troubles entre autres estudes, & sciences Mathematiques, employé à la traduction des Elements d'Euclide,en nostre langue Françoise,& les ayant commentez & exposez de tresclaires & tresfaciles demonstrations, i'espere moyennant l'ayde delaquelle Dieu a fauorisé mon labeur,auoir beaucoup profité au public, & que non seulement ceux de ce temps, mais aussi ceux qui viendront apres,outre le contentement & vtilité qu'ils en pourront receuoir,seront poulsez & attirez à l'estude de si nobles sciences,dont pour l'opinion de la difficulté, ils ont esté reuoquez & retirez iusqu'icy. Or MONSEIGNEVR, ayant du commencement accompli les six premiers liures qui sont estimez les plus communs, & qui ont esté par ce moyen exposez par autres. Ie me deliberé deslors de parfaire toute l'œuure,tant pour n'y auoir encor depuis les Anciens, aucun mise la main, que pour recognoissance aussi du bien & honneur qu'il a pleu à la maiesté du Roy me faire, de me receuoir au nombre de ses lecteurs Mathematiciens en ceste Vniuersité. Et pour ce, MONSEIGNEVR, qu'il m'est souuenu de l'humanité qu'il vous pleust me monstrer c'est hyuer à la Cour, quand ie vous feis la reuerence, i'ay bien osé prendre la hardiesse de vous dedier, ce septieme liure, qui est le premier de l'Arithmetique d'Euclide, esperant que receurez ce fruict de mon labeur de telle volonté, qu'auez accoustumé tousiours fauoriser les lettres & la vertu, de vostre benigne grace, à laquelle, MONSEIGNEVR, si ie cognoy auoir faict chose agreable, ie me parforçeray à l'aduenir, Dieu aydant, vous dedier plus grandes & hautes œuures, comme dés à present ie vous dedie mõ seruice perpetuel. De Paris, ce 10. de Ianuier. 1565.

LE

LE SEPTIEME LIVRE DES ELEMENS D'EVCLIDE TRADVICT ET COMMENTE PAR P. Forcadel de Beziés.

DEFFINITIONS.

L'VNITE *est, selon laquelle, une chascune chose qui est, se nomme une.*

FORCADEL.

Euclide apres nous auoir enseigné aux quatre premiers liures, & au sixieme, les premiers elemens de la geometrie, & au cinquieme, les Elemẽs des raisons & proportiõs dissibles & indissibles, en ce 7. 8. & 9. liures, il nous veut enseigner les premiers Elemẽs des nombres dissibles. Et pource que le nombre, est faict d'vnitez, comme il nous dira en la suiuante deffinition, il nous dict en ceste cy, qu'est ce que l'vnité qui est, celle selon laquelle toute chose qui est se nomme vne, ou tout ce qui est se nomme vn.

2

Mais nombre, est la multitude, composée de plusieurs unitez.

FORCADEL.

Comme quand nous prenons deux vnitez ensemble, ce 2. là est nombre, & 3. faict de trois vnitez est nombre. &c. L'vnité doncques mesurera vn chascun nombre, & aussi nombre est vne multitude mesurée de l'vnité, mais notons que la progression qui commence à l'vnité, & s'augmente de l'vnite, comme 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c. est nõmée la naturelle suite ou progression arithmetique. La 3. 9. 10. & 36. propositions du 1. liure, & les semblables des autres liures precedens & suyuans monstrent assez dequoy se faict le nombre c'est à sçauoir de la diuision du continu, & comme il est ainsi que toutes choses sont considerées ou en nombre, ou en pois, ou en mesure, le nombre ayant pris pour sa mesure fameuse l'vnité, la mesure a pris le pied, comme la ligne le pied en longueur, &c. & le pois a pris l'once.

3

Partie est un nombre d'un nombre, le plus petit du plus grand, quand le plus petit mesure le plus grand.

FORCADEL.

Et vn plus petit nombre mesurant vn plus grand se dict estre la partie du plus grand denommée du nombre par lequel il mesure le plus grand, 2 donques sera la 3 partie de 6 pource que 2. mesure 6. trois fois, la partie aussi d'vn tout, est celle laquelle estant prise plusieurs fois selon la naturelle suite des nombres fait le tout, ceste deffinition aussi respõd à la 1. deffinition du 5. liure. Mais il nous faut prẽdre icy que quand deux nombres seront la partie de deux autres nombres vn chascun du sien autant qu'il y aura de l'vn des plus petis à son tout, autant y en aura de l'autre plus petit, à son autre tout.

4

Et parties, quand il ne le mesure point.

FORCADEL.

5. donques sera les parties de 12 car 5. estant pris 2. fois faict moins de 12. & estant pris 3. fois, faict plus de 12. aussi 6. sera les parties de 21. car 6 estant pris 3. fois, faict moins de 21, & estant pris 4. fois faict plus de 21. Mais si l'vnité mesure tant seulement deux nombres inegaux, alors le plus petit sera les parties du plus grand nombrées du plus petit & denommées du plus grand, comme 7. sera les 7. douziemes de 12. Et si deux nombres inegaux sont mesurez de quelque nombre (le plus petit estant les parties du plus grand) le plus petit sera les parties du plus grand nombrées du nombre par lequel le plus grand mesurant mesure le plus petit,

&

& denommées du nombre par lequel ledict mesurant mesure le plus grand, & par ainsi 18. sera les 3. cinquiemes parties de 30. car 6. mesure l'vn 3. fois, & mesure l'autre 5. fois

5

Mais plusieurs fois est le plus grand du plus petit, quand le plus grand est mesuré du plus petit.

FORCADEL.

Ceste cy respond à la 2. deffinition du 5. liure, 12. donques sera le plusieurs fois de 3. pource qu'il est mesuré de 3. 4. fois.

6

Nombre pair, est celuy qui se diuise en deux parties egalles.

FORCADEL.

Quelque nombre que ce soit, peut estre parti en deux parties egalles, mais celuy qui est diuisé en deux parties egalles, sans partir ou offencer l'vnité, celuy là se nomme pair en ceste deffinition, & le premier de tous les nombres, c'est à sçauoir 2. est pair, & est tel qu'estant adiousté à soy mesme, faict autant comme s'il est multiplié par soy mesme.

7

Mais impair est celuy qui ne se diuise point en deux parties egalles. Ou bien celuy qui est different du nombre pair de l'vnité.

FORCADEL.

Quand l'vnité est offencée en diuisant quelque nombre en deux parties egalles, ce nombre là est impair: ou bien si à vn nombre pair on adiouste l'vnité, il en viendra vn nõbre impair, & si en soustrayãt l'vnité d'vn nõbre pair, il reste quelque nombre, le nombre resté sera impair. Et le second de tous les nombres, c'est à sçauoir 3. est impair, & est le premier impair. Dauantaige 2. & 3. qui sont les deux premiers nombres, ne peuuent estre mesurez que de l'vnité, & par ainsi 2. sera les 2. tierces parties de trois.

8

Nombre pairement pair, est celuy qui est mesuré d'vn nombre pair, par vn nombre pair.

FORCADEL.

Il nous veut deffinir en ceste cy & aux deux suyuantes deffinitions, les trois sortes de nombres pairs, & dit premierement que ce nombre là, (excepté deux) qui ne sçauroit estre mesuré d'autre nombre que d'vn nombre pair est pairement pair.

9

Nombre pairement impair, est celuy qui est mesuré d'vn nombre pair, par vn nombre impair.

FORCADEL.

Deux est simplement pair, & par ainsi tout nombre mesuré de deux par vn nombre impair se nommera, pairemẽt impair, par ceste deffinition.

10

Mais nombre impairement pair, est celuy qui est mesuré d'vn nombre impair par vn nombre pair.

FORCADEL.

Tout nombre pair mesuré d'vn nombre impair, par vn nombre pair, le nombre pair par lequel le mesurant mesure le mesuré n'estant pas pairement impair, sera pairemẽt pair, & pairement impair, c'est à dire impairement pair.

11

Et nombre impairement impair, est celuy qui est mesuré d'vn nombre impair par vn nombre impair.

FORCADEL.

Il nous veut deffinir en ceste cy, & en la suyuante deffinition les deux sortes de nombres impairs, & dict icy, que ce nombre là, qui ne sçauroit estre mesuré d'autre nombre, que d'vn nombre impair, est impairement impair.

12

Nombre premier est celuy qui est mesuré seulement de l'vnité.

FORCADEL.

Tous les nombres impairs, lesquels comme 2. & 3. qui sont les deux premiers nombres, ne peuuent estre mesurez que de l'vnité, se nomment premiers, & tous les nombres premiers sont impairs excepté 2. Et tout nombre impair sera ra premier n'estãt pas mesuré des nombres impairs, qui sont compris en la moitié du nombre pair, qui luy est prochain.

13

Nombres premiers entr'eux sont les mesures tantseulement de l'unité pour mesure commune.

FORCADEL.

Tous les nombres premiers inegaux, comme 2. & 3. qui sont les premiers nombres, seront premiers entr'eux, car ils sont tant seulement mesurez de l'vnité pour mesure commune, & par ainsi, ils seront les plus petis en leurs raisons ou comparaisons, c'est à dire, qu'il ne s'en trouuera point de plus petis, desquels vn chacun plus grand contienne autant de fois vn chacun plus petit, comme vn chacun nombre premier plus grand contiendra vn chascun nombre premier plus petit, & par ainsi vne chacune fraction representée par deux nõbres premiers demeurera ou sera toute abbreuié, comme 17. vingtneufiemes, ou 31. vingtneufiemes, qui veulent dire qu'en me donnant 17. deniers pour les partir à 29 hommes, il me faudroit donner à vn chacun 17. pieces egalles d'vn denier, desquelles toutes les 29. font le denier, & en me donnant 31. denier pour les partir à 29. hommes, il en appartiendra à vn chacun, 1. denier, & deux vingtneufiemes parties. Aussi quand de deux nombres inegaux, le plus grand sera premier, ou le plus petit sera premier & ne mesurera pas le plus grand, ils seront premiers entr'eux, & par ainsi ces fractions 8. treziemes, & 7. quinziemes seront toutes abbreuiées.

14

Nombre composé, est le mesuré de quelque nombre.

FORCADEL.

Combien que tout nombre soit composé de plusieurs vnitez, & par ainsi mesuré de l'vnité, cela n'empesche pas qu'vn nombre ne puisse estre composé de plusieurs nombres egaux, & par ainsi il sera mesuré de l'vn d'iceux, & aussi du nombre des nombres egaux, desquels il est composé, &

ſera nommé composé à la difference de ceux qui ſont meſurez tant ſeulement de l'vnité, c'eſt à ſçauoir à la difference des nombres premiers. Tout nombre dōques ſera premier ou non premier,& tout nombre non premier ſera composé: tout nombre auſsi ſera composé ou non, & le non composé, ſera premier, car s'il n'eſt pas premier, il ſera non premier,& par ainſi composé par la 1. commune ſentence, ce qui eſt impoſsible.

15

Nombres compoſez entr'eux, ſont les meſurés de quelque nombre pour meſure commune.

FORCADEL.

De là s'enſuit que deux nombres ſont compoſez enſemble, c'eſt à dire l'vn au regard de l'autre, deſquels le plus petit meſure le plus grand. Les nombres donques compoſez enſemble ne peuuent eſtre les plus petis, en leurs raiſons ou comparaiſons.

16

Vn nombre, ſe dict multiplier vn autre nombre, quand autant d'unitez, qu'il y a en luy, autant de fois ſe compoſe le multiplié, & en naiſt vn autre.

FORCADEL.

Ceſte deffinition nous enſeigne de prendre vn tout par la valeur de l'vne de ſes pieces egalles,& par le nombre des pieces qui ſont au tout, ainſi qu'il ſe peut veoir en la 36. propoſition du 1. liure, nous y pouuōs auſsi prendre que quād vn nombre multiplie vn autre, le produict ſera meſuré du multiplié par le multipliant. Et de cela nous pouuons prendre, que qui nous demandera ce nombre là, lequel multipliant 4. faict 20. ce ſera 5. car 4. meſure 20. 5. fois, ou bien 20. parti par 4. donne 5.

17

Quand deux nombres ſe multiplians enſemble, en font vn autre, iceluy faict ſe nomme ſuperficiel, & les coſtez d'iceluy, ſont les nōbres qui ſe multipliēt enſemble.

FORCADEL.

Ces nombres produicts icy ſe nomment plans, ou ſuperficiels, pource qu'ils peuuent eſtre les contenus de plans ou ſuperficiels, comme ſe voit en la meſme 36. propoſitiō, car si vn rectangle ou autre plan, parallelogrammes toutesfois, a 3. de long, & 4. de large, il contiendra 12, quarrez, s'il est rectangle, ou 12. lozanges, ou rhombes ou amendes, s'il est autre, & par ainsi les nombres multipliés à bon droict, se nommeront les costez du nombre faict, car ils pourront estre les costez d'vn plan ou superficie parallelogramme. Et en passant nous retiendrons aussi que la mesure fameuse des plãs est le pied quarré.

18

Mais quand trois nombres se multipliãs ensemble en font quelqu'vn, iceluy fait se nomme solide. Et les costez d'iceluy, sont les nombres, qui se multiplient ensemble.

FORCADEL.

En la 25. & 32, propositions de 11. liure, nous pouuons veoir que tout solide faict ou contenu de plans paralleles, ayans les trois costez par la force desquels il est faict, mesurés contiendra autant de solides egaux, & semblables que faict le lõg d'iceluy multiplié par le large, & le produict multiplié par l'autre costé, qui est la propre cause pourquoy tels nombres produicts de trois nombres multipliez ensemble sont nommez solides, & par vne mesme raison, les trois nõbres sont nõmez les costez d'iceux produicts. Mais il nous faut aussi retenir icy en passant, que le pied cube est la mesure fameuse des solides, tout ainsi que le pied quarré est celle des plans, & l'autre celle des longueurs.

19

Nombre quarré est, qui est egallement egal. Ou bien, celuy qui est contenu de deux nombres egaux.

FORCADEL.

En la 17. deffinition, il nous a dict, que quand deux nombres ou egaux ou inegaux se multiplient ensemble le produict sera plan, ou se nommera tel, & en ceste-cy il dict, qu'ẽtre ces plans là celuy qui pourra estre produict de deux nõbres egaux sera nommé quarré, cõme pouuãt estre le cõtenu d'vn quarré à cause de l'electiõ du pied quarré, par la 46 & 36. propositiõs du 1. liure, & par la 1. deffinition du 2. Et pour autant long que large, cela se peut entendre, comme estant vn tel nombre, ou pouuant estre le contenu d'vn parallelogramme autant long que large. Mais il nous faut retenir icy que tout ainſi que le produict de quelque nombre multiplié par ſoy meſme eſt nommé le nombre quarré du nombre qui s'eſt multiplié, auſsi le nombre qui s'eſt multiplié eſt nõmé la racine quarrée du meſme produict, quãd donques on nous demandera la racine quarrée de quelque nombre non quarré, nous pourrons reſpondre, qu'elle ne ſera pas la racine quarrée du nõbre quarré plus prochain, & plus grand, que le nombre propoſé. Mais elle ſera la racine quarrée, du nombre quarré, plus prochain & plus petit que le nombre propoſé auec vn plus, qui ne peut eſtre exprimé, & icy commencent les racines quarrées ſourdes.

20

Nombre cube eſt, qui eſt egallement egal egallement. Ou bien celuy qui eſt contenu de trois nombres egaux.

FORCADEL

En la 18. deffinition il a dict, que quand trois nombres egaux ou inegaux ſe multiplient enſemble, le nombre qui en eſt faict ſe nomme ſolide, & en ceſte cy il nous dict qu'entre tels ſolides celuy qui pourra eſtre produict ou faict de trois nombres egaux ſe nommera cube, à cauſe de l'electiõ du pied cube pour la meſure des ſolides: auſsi vn ſolide fait ou contenu de plans paralleles, ayant les trois coſtez egaux cogneus contiendra vn tel nombre de ſolides contenus auſſi de plans paralleles egaux & ſemblables entr'eux. Dauange ſi nous prenons vne ligne meſurée, & d'icelle nous en dreſſons le cube ainſi qu'il eſt demonſtré en la 15. propoſition du 13. liure, il contiendra autant de pieds cubes comme eſt le produict du quarré de ladicte meſure multiplié par la meſme meſure, & ce ſera par les dictes 25. & 32. propoſitions de 11. liure. Quãd donques l'on nous demandera la racine cube de quelque nombre cube, nous pourrons dire que ce ſera le nombre duquel le quarré multiplié par le nombre meſme la faict. Et ſi l'on nous demãde la racine cube de quelque nombre non cube, elle ne ſera pas celle du

cube

cube prochain plus grand que le nombre proposé, mais elle sera biẽ la racine cube du nombre cube prochain, & plus petit que le nombre proposé & vn certain plus qui ne se peut dire ou exprimer, & là ont commencé les racines cubes sourdes.

21

Les nombres sont proportionaux, quand le premier est le mesme plusieurs fois, ou bien la mesme partie, ou bien les mesmes parties du second, comme est le troisieme du quatrieme.

FORCADEL.

Par ceste deffinition quand il y a quatre nõbres desquels le premier estant parti par le second faict autant comme le troisieme estant parti par le quatrieme, & au contraire, ou conuersement, ces quatre nombres là sont proportionaux, c'est à dire partis egallement le premier par le second, & le troisieme par le quatrieme. & icy nous pouuons prẽdre que quatre nombres sont proportionaux, desquels le premier est egal au secõd, & le troisieme au quatrieme, car telles parties que sera le premier du second, telles sera le troisieme du quatrieme, c'est à sçauoir toutes. Aussi trois nombres serõt proportionaux, quand le premier sera le mesme plusieurs fois, ou la mesme partie, ou bien les mesmes parties du second, comme sera le second du troisieme.

22

Les nombres superficiels & solides sont semblables, qui ont les costez proportionaux.

FORCADEL.

Pour bien entendre ceste deffinition, il nous faut sçauoir que les costez de deux nombres plans ou solides se regardent en deux sortes, & premieremẽt des nombres plãs, la largeur de l'vn regarde la largeur de l'autre, & sa lõgueur la lõgueur de l'autre, & alors les costez ainsi regardez se nõment de semblable raison en la 11. deffinition du 5. liure. Et c'est cela que les Architectes nomment se rapporter : de là aussi la longueur d'vn chacun regarde sa largeur, & au cõtraire. Et alors que de deux nombres plans, les costez rapportez, ou autrement ſont proportionaux, à la ſimilitude des coſtez des plans equiangles, ils ſe nomment ſuperficiels ſemblables, comme auſsi les plans ſeroyent ſemblables, par la 1. deffinition du 6. liure. Auſsi les trois coſtez de deux nõbres ſolides ſe regardent en la meſme maniere, c'eſt à ſçauoir le long, le large, & la hauteur de l'vn, au long, au large, & à la hauteur de l'autre, & lors que tels coſtez de deux nõbres ſolides ſont proportionaux, iceux ſe nomment ſolides ſemblables, à la ſimilitude des ſolides ſemblables, deſquels ils peuuent eſtre les contenus, par la 9. deffinition, & 27. propoſition de l'vnzieme liure, & icy nous pouuõs eſtre aduertis que de deux nombres ſuperficiels ſemblables, ſi l'vn d'iceux eſt quarré, l'autre le ſera auſsi, & de deux nombres ſolides ſemblables, ſi l'vn eſt cube, l'autre le ſera auſsi. Nous voyons auſsi iuſqu'icy, qu'en la 13. deffinition, en la 15. & en ceſte cy eſt faicte vne certaine comparaiſon, où il y a vn certain regard de deux nombres, l'vn au reſpect de l'autre.

23

Nombre parfaict eſt celuy qui eſt egal à ſes parties.

FORCADEL.

De là s'enſuit que les nombres qui ne ſouffriront pas cela, ſeront imparfaicts, mais les vns ſeront diminutifs, c'eſt à ſçauoir ceux, deſquels les parties ſerõt moins, & les autres abondans deſquels les parties ſeront plus que le tout.

Deffinition du nombre millieu proportionel.

Vn nõbre ce dict eſtre, millieu proportionel, entre deux nombres, quand la raiſon du plus grãd, à iceluy eſt telle, qui eſt d'iceluy au plus petit. Ou bien quãd la raiſon de l'vn des extremes, à iceluy eſt telle, qu'eſt d'iceluy, à l'autre extreme.

PROPOSITIONS.

I

Deux nombres inegaux eſtans propoſez, ſi en leuant touſiours, le plus petit, du plus grãd, par quelque alterne ſouſtractiõ, & le reſtant ne meſure iamais le precedent, iuſqu'à ce qu'il reſte l'vnité, les nombres propoſez du commencement ſeront premiers entr'eux.

FORCADEL.

Quand deux nombres inegaux ſont petis, il eſt fort facile de cognoiſtre ſi'ls ſont premiers entr'eux ou non, car ſi le plus grand eſt premier, iceluy ne meſurant iamais le plus petit, ils ſeront premiers entr'eux, nous auons veu auſsi, que le plus petit eſtant premier, & ne meſurant pas le plus grãd, ils ſeront premiers entr'eux. Et s'ils ſont tous deux compoſez, ou bien ils ſeront compoſez d'autant de nombres l'vn que l'autre, ou de plus de nombres l'vn que l'autre, & en quelque ſorte qui ſoyent compoſez, ſi l'vn des nombres, deſquels eſt compoſé l'vn, ne meſure pas l'autre, iceux deux nombres ſeront premiers entr'eux, par la 13. deffinition de ce liure, car ils n'auront iamais que l'vnité pour commune meſure. Les fractions doncques faictes de tels nombres ſeront toutes abbreuiées.

Mais ſoyent deux nombres inegaux, ou grans ou petis, pour ſçauoir dire s'ils ſeront premiers entr'eux ou non (car tout ainſi que tout nombre eſt premier ou non, auſsi tous les deux nombres ſont premiers entr'eux ou non) il nous dict qu'il nous faudra partir le plus grand nõbre par le plus petit, & le partiteur par le nombre qui reſtera, pour n'offencer l'vnité, continuant vne telle façon de partir, iuſqu'à ce que nous trouuions qu'il reſte l'vnité ou nulle. (car c'eſt autant, comme leuer le plus petit du plus grand, tant de fois qu'il ſe pourra faire), & que quand il reſtera l'vnité les deux nombres premierement pris, ſeront premiers entr'eux. Et pour en faire la demonſtration, il nous faut prẽdre premierement les choſes qui s'enſuyuent.

1

Le plus grand ne meſurera pas le plus petit.

2

Cela qui meſure quelque choſe, meſurera le pluſieurs fois de la meſme choſe.

3

Cela qui meſure le tout, & le ſouſtraict, meſurera la reſte.

Quand donc en diuisant le plus grand nombre par le plus petit, &c. Il reste l'vnité, si les deux nombres ne sont pas premiers entr'eux ils seront composez, & par la conuerse de la 15. deffinition, ils seront mesurez de quelque nombre, lequel mesurant le tout & le soustraict & le plusieurs fois du soustraict mesurera la reste, il mesurera donques l'vnité ce qui est impossible. Si donques l'on me propose ces deux nombres 76. & 27. pour sçauoir dire par ceste proposition s'ils sont premiers entr'eux, ie diuiseray 76. par 27. (c'est à dire, que de 76. i'en leueray 27. tant de fois qu'il se pourra faire) & il restera 22. ie diuiseray 27. par 22, il restera 5. ie diuiseray 22. par 5. il restera 2. & 5. estant parti par 2 il restera l'vnité, & par ainsi ie diray que lesdicts deux nombres, 76. & 27. seront premiers entr'eux, si non, ce nombre là qui mesurera 76. & le plusieurs fois de 27. il mesurera 22 & qui mesure 27. & 22. il mesurera 5. qui mesure 22. & le plusieurs fois de 5. mesurera 2. & mesurant 5. & le plusieurs fois de 2. il mesurera l'vnité, ce qui est impossible.

	2		5				1	
76.	~~3~~2		~~27~~	1	22	4	~~5~~	2
27.	~~76~~	2	~~22~~		~~5~~		~~2~~	
	~~27~~							

Nous pouuons prendre icy incontinent, que deux nombres distans de l'vnité seront premiers entr'eux, & par ainsi la fraction faicte d'iceux sera toute abbreuiée, deux nombres aussi desquels le plus petit sera impair, & le plus grand, plus grand que le plus petit de 2. seront premiers entr'eux, & la fractiõ faite d'iceux demeurera toute abbreuiée, le plusieurs fois aussi d'vn nombre impair, & 2. plus que le plusieurs fois, & le nombre impair seront premiers entr'eux. &c.

2.

Deux nombres qui ne soyent pas premiers entr'eux estans donnez, trouuer la plus grande commune mesure d'iceux.

FORCADEL.

En ceste cy il veut dire que quand en diuisant vn plus grand nombre, par vn plus petit, &c. Il reste l'vnité, ces deux

nom-

nombres-là ſont premiers entr'eux,de là s'enſuiura que de deux nombres inegaux en diuiſant le plus grand par le plus petit,&c.S'il reſte rien,ils ſeront nõ premiers entr'eux, c'eſt à dire compoſez eutr'eux, & que la plus grande meſure d'iceux nombres premieremẽt partis,ſera le dernier partiteur & pour en faire la demonſtration, il nous eſt neceſſaire de prendre ce qui s'enſuict.

Cela qui meſure deux choſes ſeparées, les meſurera eſtãs miſes enſemble.

Si donques en diuiſant le plus grand nombre par le plus petit il reſte rien,comme il ſoit ainſi que nous cognoiſſons par la, que le plus petit meſure le plus grand, il s'enſuiura que le plus petit ſe meſurant auſsi ſoy-meſme,il ſera la meſu re commune des deux nombres propoſez, & la plus grãde, car s'il y en auoit vne plus grande, il eſt certain qu'vn plus grand nombre meſureroit vn plus petit, ce que ne ſe peut faire.Mais ſi en diuiſant le plus grand par le plus petit, il reſte quelque nombre,&c. (car c'eſt autant que leuer le plus grand du plus petit,tant de fois qu'il ſe pourra faire,&c.)iuſqu'à ce qu'il reſte rien.Alors le dernier partiteur meſurant le dernier parti meſurera les autres partis, & par ainſi il meſurera les deux nõbres propoſez,& ſera la leur plus grande meſure,ſi nõ, la pl⁹ grãde meſure meſureroit le dernier partiteur,ce qui eſt impoſsible.Quand dõques l'on me donnera ces deux nombres compoſez entr'eux. 27.& 9.pour trouuer la leur plus grande meſure,ie diuiſeray 27.par 9.& pource qu'il reſte rien,ie diray de cela que la plus grande meſure de 27.& de 9.ſera 9.meſme,car ſi vn plus grãd nombre que 9.meſuroit 27. & 9. il meſureroit 9. ce qui eſt impoſsible. Mais ſi l'on me propoſe ces deux nombres compoſez entre eux,76.& 28.pour en trouuer la plus grande meſure.Ie partiray 76.par 28.il reſtera 20.ie partiray 28.par 20 il reſtera 8.& 20.parti par 8.il reſte 4.& en diuiſant 8. par 4, Il reſte rien,parquoy ie diray que 4. meſurera mes deux nombres propoſez 76.& 28.car 4. ſe meſurant ſoy meſme & meſurant 8. il mesurera 20. puis 4. mesurant 20. & 8. il mesurera 28. qui est l'vn des nombres proposez. il mesure 20. & 56. il mesurera 76. qui est l'autre nombre, & 4. sera la leur plus grande mesure, si non ce nombre là plus grand que 4. qui mesurera 76. & 28. il mesurera 20. il mesurera 8. & mesurera 4. ce qui est imposible.

	2				4		0	
76	20		28	1	20	2	8	2
28	76	2	20		8		4	
	28							

CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste que si vn nombre mesure deux nombres, il mesurera ausi la leur plus grande commune mesure.

Nous pouuons maintenant entendre plus clairement, que quand deux nombres seront premiers entr'eux en diuisant le plus grand par le plus petit. &c. Il restera l'vnité, car s'il reste rien le dernier partiteur mesurera les deux nombres premiers entr'eux, & par ainsi, ils seront premiers, & nō premiers ce qui est imposible. Ausi que de deux nombres composez entr'eux en diuisant le plus grand par le plus petit, &c. il restera rien, car s'il restoit l'vnité, ils seroyent ausi premiers entr'eux, ce qui est imposible. Quand doncques nous voudrons abbreuier vne fraction faicte de deux nombres composez entr'eux, il nous faudra partir l'vn & l'autre, par ledict dernier partiteur, ou plus grande commune mesure, & nommer le combien du plus grand, au lieu du plus grand, & le combien du plus petit au lieu du plus petit, & l'abreuiation en sera faicte, si non, lesdicts combiens auroyent vne plus grande commune mesure, & les deux nōbres proposez en auroyent vne plus grande que la leur plus grande ce qui est imposible. De là s'ensuit que si le plus petit des deux nombres composez entr'eux est le numerateur de la fraction & en diuisant le plus grād par iceluy, il reste rien, la

fra-

fraction fera vne partie d'vn tout denommée du combien, de la diuision du plus grand nombre par le plus petit, & par ainsi 32. cinquantesixiemes feront 4. septiemes, & 9. vingt-septiemes feront 1. troisieme.

3

Estans donnez trois nombres non premiers entr'eux, trouuer la plus grande commune mesure d'iceux.

FORCADEL.

Il faut premierement trouuer la plus grande cõmune mesure des deux premiers nõbres par la precedẽte propositiõ, laquelle mesurant le troisieme nombre proposé, elle sera aussi la plus grande commune mesure, des trois nõbres proposez, si non, celle plus grande mesure qui les pourroit mesurer mesurera lesdicts deux premiers nõbres, & par le correlaire de la precedente proposition, elle mesurera aussi la leur plus grande cõmune mesure, ce qui est impossible, mais si la plus grande commune mesure des deux premiers nombres ne mesure pas, le 3. nombre proposé, icelle & le 3. nõbre seront composez entr'eux, car celle cõmune mesure qui mesure les trois nõbres ꝓposez, mesure les deux premiers nõbres, & par ainsi la leur plus grãde cõmune mesure, par le correlaire de la ꝑcedẽte ꝓpositiõ, Il faut dõc prẽdre ou trouuer la plus grãde cõmune mesure d'icelle, & du 3. nõbre, par la precedẽte ꝓpositiõ, laquelle mesurãt la plus grãde cõmune mesure, des deux ꝑmiers nõbres, mesurera aussi les deux premiers nõbres, & ꝑ ainsi, elle mesurera les 3. nõbres ꝓposez, & sera la plus grãde cõmune mesure d'iceux, si nõ, celle plus grãde cõmune mesure qui les pourroit mesurer mesureroit aussi la plꝰ grãde cõmune mesure des deux premiers nõbres ꝑ le correlaire de la precedẽte ꝓpositiõ, & par le mesme correlaire, elle mesureroit la plus grãde cõmune mesure de celle des deux premiers nombres, & du troisieme nõbre, ce qui est impossible, la plus grande commune mesure donques, de 12. 18. 42. est 6. car la plus grande commune mesure de 12. & 18. est 6, & 6. mesure 42. si non ce nombre là, plus grand que 6. qui mesure 12. 18. 42. il mesure

12.& 18.& par ainsi il mesure 6, ce qui est impossible. La plus grande commune mesure de 12.18.15.est 3. car celle de 12.& 18.est 6.lequel ne mesure pas 15.& 6.& 15.sont composez entr'eux,car la commune mesure de 12.18.15. mesure 12.& 18.& par ainsi 6.puis apres la plus grande cõmune mesure de 6.& 15.est 3.lequel mesurãt 6.mesure 12 & 18.& 3.est la plus grande commune mesure,si non,ce nõbre là,lequel est plus grand que 3.mesurãt 12 18.15.il mesure 12.& 18.& aussi 6,& mesurant 6.& 15.il mesure 3. ce qui est impossible.

CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste que si quelque nombre, mesure trois nombres, il mesurera aussi la plus grande commune mesure d'iceux. semblablement l'on trouuera aussi la plus grande commune mesure, de plusieurs nombres donnez non premiers entr'eux,& le correlaire succedera.

4

Tout nombre,de tout autre nombre le plus petit du plus grand. Ou bien il est partie,ou parties.

FORCADEL.

En ceste cy il veut dire que de deux nombres inegaux, le plus petit sera : ou bien vne partie egalle du plus grand, ou bien plusieurs parties,pource que le plus petit,mesurera le plus grand ou non,si le plus petit mesure le plus grand, il sera la partie du plus grand,par la 3. deffinition de ce liure, mais s'il ne le mesure pas, il sera les parties du plus grand, par la 4.deffinition de ce liure. 7. doncques sera la 7. partie de 49.& 10.seront les 10.quinziemes,de 15.c'est à sçauoir les 2.troisiemes.

5

Si vn nombre est partie d'vn nombre, & vn autre nombre est la mesme partie d'vn autre nombre. Aussi tous deux ensemble seront la mesme partie,de tous deux ensemble,qu'est l'vn de l'autre.

FORCADEL.

Cela que Euclide a dict en general des choses dissibles

&

& indiſsibles, ou des grãdeurs à la 1. propoſition du 5. liure, En ceſte cy, il le propoſe des nombres diſsibles, car par la cõ uerſe de la 3. deffinition de ce liure, vn chacun plus petit nõ bre meſurera ſon plus grand, & autant de fois que l'vn plus petit meſurera ſon plus grand, autant de fois l'autre plus pe tit meſurera le ſien plus grand, & par ainſi les deux petis en ſemble meſureront autant de fois les deux plus grands en-ſemble, comme l'vn des plus petis meſure ſon plus grand, donques les deux plus petis enſemble ſeront la meſme partie, des deux plus grans enſemble, qu'eſtoit l'vn plus pe-tit de ſon plus grand. Quand donques 4. eſt la tierce partie de 12. comme 6. l'eſt de 18 pource qu'il y a 3. quatres en 12 comme 3. fois 6. en 18. Il eſt certain qu'ẽ 12. & 18. qui font 30. il y aura 3. ſix, & 3 quatres, c'eſt à ſçauoir 3. fois 10. & par ainſi 10. ſera la tierce partie de 30. comme 4. l'eſt de 12. ou 6. de 18.

4.	12.	6.	18
	4	10	6
	4	10	6
	4	10	6

6

Si vn nombre eſt parties d'vn nombre, & vn autre nombre eſt les meſmes parties d'vn autre, Auſsi tous deux enſemble, ſeront les meſmes parties de tous deux enſemble, comme ſont l'vn de l'vn.

FORCADEL.

Car l'vn des plus petis nombres ſe diuiſera en autant de pieces, qui ſeront vne chacune la partie de ſon plus grand, comme fera l'autre nombre des plus petis, de l'autre plus grand, & par la precedente propoſition les deux pieces des deux plus petis ſeront vne partie telle des deux plus grands qu'eſtoit l'vne piece de ſon plus grand, & par ainſi les deux plus petis nombres ſeront les meſmes parties des deux plus grãs, qu'eſtoit l'vn des plus petis nombres de ſon plus grãd. Tout ainſi doncques que 9. eſt les trois quatriemes parties de 12. comme 21. de 28. aussi 30. seront les trois quatriemes parties de 40. car il y a trois fois 3. en 9. & aussi 3. fois 7. en 21. & 3. & 7. c'est à sçauoir 10. est la quatrieme partie de 40. & par ainsi trois fois 3. & 3. fois 7. c'est à sçauoir 3. fois 10. qui font 30. seront les trois quatriemes parties de 40.

9	12	21	28
3	3	7	7
3	3	7	7
3	3	7	7
	3		7

7

Si vn nombre est la mesme partie d'vn nombre, comme est le soustraict du soustraict, aussi le resté sera la mesme partie du resté, comme est le tout du tout.

FORCADEL.

Il est certain que quand deux nombres mesurent autãt de fois vn nõbre l'vn que l'autre qu'ils sont egaux l'vn à l'autre, or comme il soit ainsi que ce qui est proposé icy soit dict des grandeurs en la 5. proposition du 5. liure, il est certain que ce nombre là qui sera la partie du second tout, telle qu'est le soustraict du soustraict, adiousté auec le premier soustraict, seront la partie du second tout, telle qu'estoit le tout du tout, par la 5. proposition de ce liure, & par ainsi ce nombre là venu de l'addition sera egal au premier tout, & par la 3. commune sentence, la reste du premier tout sera egalle au nombre nouueau, la mesme reste donques sera de l'autre reste vne telle partie qu'est le soustraict du soustraict, & par ainsi telle qu'estoit le tout du tout. Quand donques 12 sera la tierce partie de 36. comme 5. leué de 12, l'est de 15. leué de 36. il est certain que 7. sera la tierce partie de 21. car ce nombre là qui est la partie de 21. telle qu'est 5. de 15. adiousté auec 5. seront la mesme partie de 36. qu'est 12. de 36, & ce nombre là auec 5. seront egaux à 12. & par ainsi 7. sera egal à ce nombre là, lequel estoit la partie de 21. telle que est

eſt 5.de 15.ou 12.de 36.Parquoy 7.ſera la partie de 21,telle qu'eſt 12. de 36. Ou bien il eſt certain que quand deux nombres ſont meſurez,autant de fois l'vn que l'autre, d'vn autre nombre qu'ils ſont egaux l'vn à l'autre. Si doncques l'on prend vn nombre duquel la premiere reſte ſoit la partie telle qu'eſt le ſouſtraict du ſouſtraict. il eſt certain que le premier tout ſera la partie de ce nombre là, & du ſecond ſouſtraict enſemble,telle qu'eſtoit le tout du tout,par la cinquieme propoſition de ce liure, & par ainſi ce nombre là, & le ſecond ſouſtraict,ſeront egaux au ſecond tout, & par ainſi par la troiſieme commune ſentence, la ſeconde reſte ſera egalle à ce nombre là, dont s'enſuiura que telle partie, qu'eſtoit la premiere reſte du nombre pris(lequel nous merquons par racine) elle le ſera auſsi de la ſeconde reſte, car quand deux nombres ſont egaux, celuy qui ſera vne partie de l'vn, ſera la meſme partie de l'autre, doncques la partie telle qu'eſt la reſte de la reſte,la meſme eſt le tout du tout, en prenant doncques vn nombre duquel 7.ſoit la partie telle qu'eſt 5.de 15.il eſt certain que 12,ſera la partie de 15.adiouſté auec ce nombre là,telle qu'il eſtoit de 36.& par ainſi ce nombre là,& 15.feront 36.& 21.ſera egal à ce nombre là,duquel 7.eſtoit la troiſieme partie, auſsi le ſera-il de 21. comme 12.l'eſt de 36.Et ſi quelqu'vn vouloit dire qu'il eſt, ou pourra eſtre impoſsible de trouuer vn nombre qui ſoit vne telle partie de la reſte, qu'eſt le ſouſtraict du ſouſtraict, l'on luy pourroit reſpondre qu'il ne ſera pas impoſsible,car le tout & le ſouſtraict ſont meſurez de quelque nombre du nom duquel eſt la partie du tout & du ſouſtraict, & par ainſi la reſte ſera meſurée de ce nombre meſme, & cecy pourra auſsi ſeruir à la propoſition ſuyuante.

	12				12	
7		5	Ra	7		5
	36				36	
21		15		21		15 Ra

8

Si vn nombre est les mesmes parties d'vn nombre, cõme est le soustraict du soustraict, ausi le resté du resté, seront les mesmes parties cõme sont le tout du tout.

FORCADEL.

Car l'vne des parties du second tout, qui est au premier sera telle du second tout, qu'est l'vne des parties du second soustraict, qui est au premier soustraict du secõd soustraict, & par la precedente proposition la reste sera vne telle partie de la reste qu'estoit le tout du tout, & ainsi faisant des autres parties qui sont au premier tout, & au premier soustraict, & du second tout, & du second soustraict, certainnement la reste du premier tout sera les parties de la reste du second tout telles, qu'estoit le tout du tout. Quand dõques 40. seront les parties de 50. telles qu'est 12. leué de 40, de 15 leué de 50. il est certain que 28. sera les parties de 35. telles qu'est 40 de 50. car 40. se diuise en 4 fois 10, & il y a ausi 4 trois en 12. & vn chacun 10. est la partie de 50. telle qu'vn chacun 3. l'est de 15. & par ainsi vn chacun 7. sera la partie de 35. telle qu'est vn chacun 10. de 50. & 4. fois 7. c'est à sçauoir 28. sera les parties de 35. telles qu'est ou que sont 4. fois 10. c'est à sçauoir 40. de 50.

	40				10	
28	.	12		7	.	3
	50				50	
35	.	15		35		15

Ausi quand vn chacun de plusieurs nombres, est les parties mesmes d'vn autre nombre ils serõt egaux entr'eux, & quand vn nombre sera les mesmes parties de plusieurs nõbres ils seront ausi egaux entr'eux. Si doncques l'on prend vn vn nombre qui ſoit les parties du ſecond reſtant,telle qu'eſt le ſouſtraict du ſouſtraict, ce nombre là & le premier ſouſtraict enſemble,ſeront les parties du ſecond tout,telles qu' eſtoit le tout du tout,par la 6.propoſition de ce liure,& par ainſi ce nombre là & le premier ſouſtraict ſeront egaux au premier tout,& par la 3.commune ſentence,la premiere reſte ſera egalle à ce nombre là,& les parties telles que ſera ce nombre là du ſecond reſtant,les meſmes ſera le premier reſtant du ſecond reſtant,c'eſt àſçauoir,telles qu'eſt le tout du tout.Encore ſi l'on prend vn nombre duquel le premier reſtãt ſoit les parties telles qu'eſt le ſouſtraict du ſouſtraict,certainement le premier tout ſera les parties telles de ce nombre là,& du ſecond ſouſtraict adiouſtez enſemble, qu'il eſtoit du ſecond tout,par la 6 propoſition de ce liure, & par ainſi ce nombre là, & le ſecond ſouſtraict ſeront egaux au ſecond tout,& par la 3.commune ſentence,ce nombre là ſera egal au ſecond nombre reſté, tout ainſi doncques que le premier nombre reſté eſt les parties telles de ce nombre là, qu'eſt le ſouſtraict du ſouſtraict, il ſera les meſmes parties du ſecond reſtant,c'eſt àſçauoir telles qu'eſt le tout du tout, & pour ce que les ratiocinatiõs de ceſte façon de faire ſont ſemblables à celles de la precedente propoſition,nous nous ſommes contentez d'y adiouſter tant ſeulement nuëment l'exemple.

	40				40	
28		12	Ra	28		12
	50				50	
35		15		35		15 Ra

9

Si vn nombre eſt partie d'vn nombre, & vn autre eſt la meſme partie d'vn autre auſsi alternement,telle partie,ou bien telles parties comme eſt le premier du troiſieme,la meſme partie,ou bien les meſmes parties ſera le ſecond du quatrieme.

FORÇADEL.

Car le premier nombre ſera autant de fois au ſecond,cõ me le troisieme au quatrieme,& si le premier est la partie du troisieme,tous les premiers,c'est à dire le second,sera la mesme partie de tous les troisiemes,c'est à sçauoir, du quatrieme par la cinquieme proposition de ce liure, mais si le premier est les parties du troisieme,tous les premiers,c'est à sçauoir le second sera les mesmes & telles parties de tous les troisiemes,c'est à dire du quatrieme.Pource donques que 3 est la partie de 12.telle qu'est 9.de 36. Il est certain qu'il y a 4.trois en 12,aussi il y a 4.fois 9.en 36. & par ainsi puis que 3.est la partie de 9.aussi le sera & telle 12. de 36. Et quand 4.est la partie de 12.telle qu'est 6.de 18.il y a trois quatres en 12.aussi y a il 3.fois 6.en 18.& tout ainsi qu'vn 4.est les parties de 6.aussi le serõt & telles tous les quatres,c'est à sçauoir 12.de tous les 6.c'est à sçauoir de 18.

3	.	12	.	9	.	36
		3				9
		3				9
		3				9
		3				9

4	.	12	.	6	.	18
		4				6
		4				6
		4				6

10

Si vn nombre est les parties d'vn nombre, & vn autre est les mesmes parties d'vn autre, aussi alternement telles parties, ou bien telle partie, comme est le premier du troisieme, les mesmes parties, ou bien la mesme partie sera le second du quatrieme.

FORCADEL.

Car il y aura autant de parties du quatrieme nombre au troisieme,comme il y en aura du second au premier, & autant au quatrieme comme au second, & si l'vne des parties du du second est parties de l'vne des parties du quatrieme, ce que sera si le premier est parties du troisieme, ou autrement le premier seroit la partie du troisieme, par la cinquieme proposition de ce liure, ou bien cela sera, quand le premier sera les parties du troisieme, par la sixieme proposition de ce liure, lors telles parties que sera le premier du troisieme, telles parties sera le second du quatrieme, par la sixieme proposition de ce liure, & par l'vnzieme propositiõ du cinquieme liure. Mais si l'vne des parties du second, est la partie de l'vne des parties du quatrieme, ce qui aduiendra, si le premier est la partie du troisieme, par la cinquieme proposition de ce liure, lors telle partie aussi que sera le premier nombre du troisieme, telle partie sera le second nombre du quatrieme par la mesme cinquieme proposition de ce liure, & par la dicte vnzieme propositiõ du cinquieme liure. Quand donques 8. sera les parties de 12. telles qu'est 18. de 27. il est certain qu'il y aura deux quatres en 8. & 3. quatres en 12. aussi il y a deux fois neuf en 18. & trois neufz en 27, & comme vn quatre est parties d'vn 9. les deuz quatres, c'est àsçauoir 8. & le premier nombre sera les parties des deux neufz, c'est àsçauoir 18. & le troisieme nõbre, telles qu'est 4. de 9. & les trois quatres, c'est à sçauoir 12. & le second nombre, seront les parties des trois 9. c'est à sçauoir de 27. & le quatrieme nombre, telles qu'est 8. de 18. & par ainsi telles parties que sera 8. de 18. telles parties sera 12. de 27. & quand 8. est les parties de 18. telles qu'est 16. de 36. en 8. il y a quatre deux, & en 16. quatre quatres, en 18. il y a 9. fois 2. & en 36. il y a 9. quatres, & comme l'vn deux est la partie de l'vn 4. aussi les quatre 2. c'est à sçauoir 8. seront la partie des 4. quatres, c'est à sçauoir de 16. telle qu'est l'vn 2. de l'vn 4. & telle partie qu'est l'vn 2. de l'vn 4. telle l'est 18. c'est à sçauoir les 9. fois 2. de 36, qui sont les 9. quatres, & par ainsi telle partie qu'est 8. de 16. telle partie est 18. de 36.

8	12	18	27	8	18	16	36
4	4	9	9	2	2	4	4
4	4	9	9	2	2	4	4
	4		9	2	2	4	4
				2	2	4	4
					2		4
					2		4
					2		4
					2		4
					2		4

11

Si tout ainsi comme est vn tout à vn tout, ainsi le soustraict au soustraict, & le resté, au resté sera ainsi comme le tout au tout.

FORCADEL.

Ceste proposition icy respond à la 19. proposition du 5. liure. Si donques la raison du tout au tout est telle comme est du soustraict au soustraict, telle partie, ou telles parties que sera le tout du tout, la mesme ou les mesmes sera le soustraict du soustraict, par la conuerse de la 21. deffinition de ce liure, & par ainsi la reste sera la partie de la reste, ou bien les parties, telle ou telles, comme est le tout du tout par la 7. pour la partie, ou par la 8. proposition de ce liure, pour les parties, & par la mesme 21. deffinition la reste sera à la reste, comme le tout au tout: quand donques nous aurons departi tout le fondz d'vne compagnie en deux pieces, ayãt trouué la partie du gain ou de la perte de l'vne des deux pieces de la compagnie, en leuant ce gain là, ou la perte de tout le gain, ou de toute la perte, la reste du gain, ou de la perte, sera le gain, ou la perte, de l'autre piece de la compagnie, comme si deux ont mis 40. escus, & 32. escus. ils ont mis 72. escus, & s'ils ont gaigné 36. escus, certainement l'vn ayant gaigné 20. escus, en soustrayãt 20. de 36. il reste 16. escus, pour le gain de l'autre, aussi en leuant 40. de 72. il reste 32. & s'ils auoyent perdu 27. escus, l'vn en ayant gaigné 12. en leuant 12. de 27. il reste 15. escus, pour le gain de l'autre, aussi en le

uant

uant 32.de 72, il reste 40.

40	20	15
32	16	12
72	36	27
	gain	perte

12

S'il y a tant de nombres qu'on voudra proportionaux, comme l'un des antecedens est à l'un des suyuans, tout ainsi tous les antecedens à tous les suyuans.

FORCADEL.

Ceste cy aussi respond où est semblable à la 12. proposition du 5. liure, vn chacun des antecedens donques sera la partie, ou les parties d'vn chacun son suyuant, telle ou telles qu'est l'vn antecedent de son suyuant, par la conuerse de la 21. deffinition, & par ainsi tous les antecedens seront la partie, ou les parties de tous les suyuãs telle ou telles qu'est l'vn antecedent de son suyuant, par la 5. proposition, pour la partie, & par la 6. proposition de ce liure, pour les parties, & comme l'antecedent est à son suyuant, tout ainsi serõt tous les antecedens à tous les suyuans par la mesme 21. deffinition. De ceste proposition aussi est prise la maniere de faire les reigles de compaignies communes, car l'on adiouste toutes les mises ensemble, comme tous les antecedẽs, & se propose l'õ tout le gain ou toute la perte, pour tous les suyuãs, puis pour trouuer à chascun antecedent son suyuant, l'on dict par la reigle que nous prendrons en la 19. proposition de ce liure, que comme toutes les mises ensemble, c'est à dire tous les antecedẽs sont à tout le gain, ou à toute la perte, c'est à dire, à tous les suyuans, tout ainsi est vne chacune des mises, c'est à dire, vn chacun antecedent à vn gain ou perte, c'est à dire, à son suyuant, & de la vient, que l'on multiplie le gain ou la perte, par vne chacune des mises, & puis l'on diuise vn chacun produict, par toutes les mises, mises ensemble, les mises peuuent aussi estre prisez pour suyuans, & le gain, ou la perte pour tous les antecedens. Quand les mises donques seront 40.32.20. c'est à sçauoir 92. & le gain, ou la perte sera 23. les gains, ou les pertes particulieres seront 10.8.5.

40	10
32	8
20	5
92	23

Lors qu'il y aura aussi plusieurs mises, ayant trouué le gain, ou la perte de l'vne des mises, l'on pourra soustraire icelle mise de toutes les mises, & son gain, ou sa perte, de tout le gain, ou de toute la perte, & les deux restes seront les deux tous, au regard des autres mises, & des autres gains ou pertes particulieres, & cela se peut faire ainsi par la precedente proposition. Quād donques 40.32.20. seront les mises, le tout sera 92. & si le gain, ou la perte est 23, les autres gains, ou les gains, ou pertes particulieres seront 10.8.5.

40	10
32	8
20	5
92	23
40	10
52	13
32	8
20	5

Il est certain que par tout ou il y a vn douze, qu'il y a vn six, vn quatre, & vn deux, en deux fois 12. il y a deux fois 6. deux fois 4. & deux fois deux, &c. Mais encores pouuons nous prendre icy, que s'il y a deux nombres, dont l'vn soit

diuisé

diuisé, & l'autre non, le produict de la multiplication d'iceux se montera autant comme les produicts des pieces du nombre diuisé, multipliées par le nombre indiuisé, ce qui est semblable à la premiere proposition du second liure, car la raison de tous les antecedens à tous les suyuans sera comme vn antecedent à vn suyuant, & par la conuerse de la 21 deffinition, & la raison inuerse, tous les suyuans seront vn tel plusieurs fois, de tous les antecedens, comme est vn suyuant de son antecedent, qui est comme le produict du nombre diuisé multiplié par l'indiuisé au nombre diuisé, par l'vnzieme proposition du cinquieme liure, & par ainsi tous les suyuans seront egaux audict produict, &c. tant de tous autres deux nombres comme des autres propositions du 2. liure, communes aux nombres.

13

Si quatre nombres sont proportionaux, aussi alternement ils seront proportionaux.

FORCADEL.

Ceste proposition aussi est semblable à la seizieme proposition du cinquieme liure, lors donques qu'il y aura quatre nombres proportionaux, si le premier est la partie, ou les parties du second, aussi le troisieme sera la mesme partie, ou les mesmes parties du quatrieme par la conuerse de ladicte vingtvnieme deffinition de ce liure, & par ainsi si le premier est la partie du second, le premier aussi sera la partie, ou les parties telles du troisieme, comme est le second du quatrieme, par la neufieme proposition de ce liure, & si le premier est parties du second, le premier sera aussi les parties, ou la partie du troisieme, telles comme est le second du quatrieme par la dixieme proposition de ce liure, & par la vingtvnieme deffinition de ce liure, comme le premier ſera au troiſieme tout, ainſi ſera le ſecond au quatrieme. Nous pouuons prendre en ceſte propoſition, que ſi l'õnous dict que 3. aulnes couſtent 17. liures, & on veut ſçauoir cõbien couſteront 12. aulnes à la meſme raiſon, c'eſt autant, comme ſi l'on nous diſoit que quand 3. aulnes reuiennent à 12. aulnes, a combien reuiendront 17. liures, car la raiſon des aulnes acheptées aux aulnes qu'on veut achepter, ſera telle qu'eſt de la deſpẽce faicte à la deſpence qu'on doibt faire, ou de l'argent employé, à l'argent qu'on doit ou qu'il faudra employer.

aulnes	liures	aulnes	liures
3	17	12	68

aulnes	aulnes	liures	liures
3	12	17	68

Toutes les fois donques que l'on nous dira quand 3. reuiennent à 5. a combien reuiendront 6, l'on nous dira auſsi quand de 3. l'on en faict 6. combien fera l'on de 5.

3 . 5 . 6 . 10
3 . 6 . 5 . 10

En ceſte propoſition nous pouuons prendre auſsi vn correlaire ſemblable à celuy de la 19. propoſition du 5. liure, c'eſt à ſçauoir la conuerſion de raiſon, car nous ſçauons par la 11. propoſition de ce liure, que le tout eſtant au tout, comme le ſouſtraict au ſouſtraict, la reſte ſera à la reſte, comme le tout eſt au tout, qui eſt autant comme diſant que le tout au tout, eſt comme la reſte à la reſte, & par ainſi le tout à la reſte ſera comme le tout à la reſte, par ceſte propoſition. Nous pouuons prendre auſsi en ceſte propoſitiõ que ſi quatre nombres ſont proportionaux en la raiſon cõpoſée auſſi ils ſeront proportionaux en la raiſon diuiſée, car par ceſte propoſition la raiſon du tout au tout, ſera comme du leué au leué, & par la 11. propoſition de ce liure la raiſon de la reſte

ſte à la reſte ſera comme du leué au leué, & par ceſte propoſition la raiſon de la reſte au leué,ſera comme de la reſte au leué,& cecy reſpond où eſt ſemblable à la 17. propoſition du 5. liure. Dauantage nous y prendrons auſsi cela qui eſt ſemblable à la 18.propoſition du meſme 5.liure, ceſt à ſçauoir,que s'il y a quatre nombres proportionaux en la raiſon diuiſée,ils ſeront auſsi proportionaux en la raiſon compoſée,car par ceſte propoſition la raiſon du premier au troiſieme,ſera comme du ſecond au quatrieme,& par la precedẽte propoſition,la raiſon de tous les antecedẽs à tous les ſuyuãs ſera telle,qu'eſt de l'vn antecedẽt à ſon ſuyuant, & par ceſte propoſition,la raiſon de tous les antecedens,audict antecedent ſera telle, comme eſt de tous les ſuyuans audict ſuyuant,aux reigles de compaignie, auſsi comme tous les antecedens eſt à l'vn des antecedens, ainſi ſeront tous les ſuyuans au ſuyuant par ceſte propoſition.

14

S'il y a tant de nombres qu'on voudra, & d'autres egaux à iceux de multitude, qui ſe prennent deux à deux, & en la meſme raiſon, auſsi en la raiſon de l'egalité, ils ſeront en la meſme raiſon.

FORCADEL.

Ceſte propoſition eſt ſemblable à la 22. propoſition du 5.liure,parquoy elle ſe pourra auſsi ſemblablement continuer,car la raiſon de l'vn des premiers nombres antecedẽt à celuy des ſeconds qui luy eſt rapporté antecedent,ſera cõme l'vn des ſeconds nombres ſuyuant,à l'autre ſuyuant,par la precedente propoſition,& par ainſi par la conuerſe de la 21.deffinition telle partie, ou telles parties que ſera le premier du ſecond,telle partie,ou telles parties ſera le troiſieme du quatrieme, & ainſi continuant depuis les premiers, iuſqu'aux derniers,telle partie,ou telles parties que ſera le premier d'vne part du premier de l'autre part, telle partie, ou telles parries ſera le dernier d'vne part du dernier de l'autre part,& par ainſi par la meſme deffinitiõ,la raiſon du premier au premier, ſera cõme du dernier au dernier,& par la precedente proposition, la raison du premier au dernier, d'vne part sera telle que du premier au dernier de l'autre part. Cela aussi qui est proposé en la 24. proposition du 5. liure. nous est iusqu'icy tresprouuable, par ceste proposition icy, en prenant la partie de la partie d'vn tout, & la mesme partie d'vne mesme partie, d'vn autre tout, vne telle raison qu'il y aura du premier, tout à sa partie de partie, telle sera de l'autre tout, à sa partie de partie, & par la precedēte & 12. propositions, cōme le tout sera au tout, tout ainsi seront les parties aux parties, comme si l'on me demande combien valēt de liures 348. aulnes à 15. souls l'aulne, icy ie pourray prendre 20. souls, qui est la valeur d'vne liure, pour vn premier tout, desquelz 10. souz est la moitié, & 5. souls est la moitié, de 10. souls, & en prenant 348 aulnes pour vn second tout dont 174. est la moitié, & puis la moitié de 174. est 87. il est certain par la 15. proposition du 5. liure, ou par la 12. proposition de ce liure, que la raison de 20. souls, à 10. souls, est cōme 348. liures, à 174. liures, & par vne mesme voye, la raison de 10. souls. à 5. souls, est celle de 174. à 87. c'est à sçauoir de 174. liures, à 87. liures, par ceste cy donques la raison de 20. souls à 5. souls, est comme de 348. liures, à 87. liures (voyez comme prendre la moitié de la moitié est prendre le quatrieme du tout) & par la precedente, comme le tout est au tout, ainsi 10. souls, à 174. liures, & ainsi 5. souls, à 87. liures, & par la 12. proposition, comme 20. souls, à 348 liures, ainsi 15. souls, à 261. liures, & par ainsi 348. aulnes, à 15. souls l'aulne, vaudront 261. liures.

20	348
10	174
5	87
15	261

15

Si l'vnité mesure quelque nombre, & vn autre nombre en mesure egallement quelqu'autre, aussi alternement, l'vnité mesurera le troisieme nombre egallement

comme

comme le second mesure le quatrieme.

FORCADEL.

Car autant d'vnitez, qu'il y a au second nombre autant est le troisieme nombre au quatrieme, & par la 12. proposition de ce liure, comme l'vnité est au troisieme nombre, ainsi est le second au quatrieme, le second nombre donques mesurera autant de fois le quatrieme comme l'vnité mesure le troisieme. Et icy il nous faut prendre, que quand vn nõbre multiplie vn autre nombre, le produict sera mesuré du multipliant, par le multiplié, si donques l'on nous demande qui est ce nombre là, lequel estant multiplié, par 3. faict 12. pource que 3. mesure 12. 4. fois, ou que 12. parti, par 3. faict 4. ce sera 4, aussi nous y pouuons prendre, qu'vne fraction multipliée, par son denommateur fera ou produira autant d'entiers, ou d'vnitez entieres qu'il y en a au numerateur, cõme 5. huictiemes multipliez par 8. feront 5.

16

Si deux nombres, se multiplians l'vn l'autre, en font quelques autres, les engendrez d'iceux, sont egaux l'vn à l'autre.

FORCADEL.

Car quand vn premier nombre multiplie vn second, & en produict vn autre, autant d'vnitez qu'il y a au premier nombre, autant de seconds nombres y a au produict, & autant d'vnitez qu'il y a au second nombre, autant de premiers nombres y a au produict, par la precedente proposition, mais quand le second nombre multiplie le premier, & en produict vn autre, autãt d'vnitez qu'il y a au second, autant de premiers nombres y a au second produict, & par ainsi le premier nombre mesurant egallement le premier, & le second produict, iceux produicts seront egaux l'vn à l'autre, quand quatre multiplie trois & faict ce premier produict, autant d'vnitez qu'il y a en quatre, autant de trois y a en ce premier produict, & autant d'vnitez qu'il y a en trois autant de 4. y a en ce premier produict, & quād 3. multiplie 4. il faict ce second produict, il y aura donques autant de 4. en ce second produict, comme d'vnitez en 3. & par ainsi le premier produict sera egal au second, il est certain que quād deux nombres se multiplient ensemble, & en font d'autres, les produicts seront egaux l'vn à l'autre, car en prenant iceux deux nombres, pour les deux costez d'vn parallelogramme, l'vn multipliant l'autre fera autant qu'estāt multiplié par la 36. proposition du 1. liure, & par la 1. commune sentence. Quand donques deux nombres se multiplient l'vn l'autre, ou ensemble, le produict de l'vn multiplié par l'autre estant parti par l'vn, donnera pour combien l'autre, & estanr parti par l'autre dōnera pour combien l'vn, cela veut dire, que quand deux nombres se multiplient ensemble, le produict sera mesuré de l'vn par l'autre, d'où est venue la preuue de la multiplication commune, pource que l'vn multiplié par l'autre, faict autant que l'autre multiplié par l'vn. Et comme le nombre lequel estant parti par quelque nombre en faict vn autre, produict celuy par lequel le partiteur mesure le parti. Si l'on nous donne 40. liures pour les partir à 5. hommes, pource que 5. mesure 40. 8. fois, nous pourrons donner 8. liures à vn chacun, car tout ainsi que 8. fois 5. font 40. aussi 5. fois 8. liures, font 40. liures, cela veut dire aussi, que 8. aulnes, à 5. liures l'aulne, vaudront 5. fois 8. liures, comme 8. fois 5. liures, ou comme 5. aulnes à 8. liures l'aulne, & 20. aulnes à 7. souls l'aune, vaudront 7. liures, &c.

17

Si vn nombre multipliant deux nombres en faict quelques autres, les engendres d'iceux auront la mesme raison qu'ont les multipliés.

FORCADEL.

Ceste cy respond à la 15. propositiō du 5. liure, il y aura donques autant de l'vn des nombres en l'vn plusieurs fois, qu'il y aura de l'autre nombre en l'autre plusieurs fois, & par la 12. proposition de ce liure, l'vn produict à l'autre, aura la mesme raison, qu'est de l'vn des nombres multipliés à l'au-l'autre. Aussi par la 21. deffinition de ce liure, l'vn plusieurs fois à son simple aura la raison telle qu'est de l'autre plusieurs fois à son simple, & par la 13. proposition de ce liure, la raison des deux produicts sera la raison mesme des multipliez.

18

Si deux nombres multiplians quelque nombre, en font quelques autres, les engendrez d'iceux, auront la mesme raison, qu'ont ceux qui l'ont multiplié.

FORCADEL.

Car quand deux nombres multiplient quelque nombre, ce nombre là en multiplie deux, par la 16. proposition de ce liure, & par la precedente proposition les nombres produicts auront la raison des multiplians. par ces deux propositions donques, c'est à sçauoir, par l'vne ou par l'autre, ou par l'vne & par l'autre. Quand l'on nous demandera si 7. dōnent 21. combien donneront 13. pource que la raison de 7 à 13. est telle qu'est de 21. au nombre que l'on cerche, & que ce nombre là, lequel a multiplié 7. pour faire 21. est 3. car 7. mesure 21. par 3. ou 3. fois, il faudra multiplier 13 par 3. & il en viendra 39. Aussi quand l'on nous dira que 7. valent 13. combien vaudront 14. ce nombre là, qui a multiplié 7. pour faire 14. c'est à sçauoir 2. multipliera aussi 13. pour faire 26. Quand aussi l'on nous dira que 6. donnent 3. combien donneront 7. ce nombre là qui a parti 6. pour donner 3. il partira, ou il doibt aussi partir 7. pour faire cela qu'on demāde, en diuisant dōques 7. par 2, il en vient 3. & 1. deuxieme, & si l'ō dict quād 6. valēt 7. cōbien vaudrōt 2. l'on nous dict ensemblément, que 3. qui a parti 6. pour donner 2. doibt aussi partir 7. pour nous donner deux & vn troisieme, car la tierce partie de 7. est deux & vn troisieme. Par autant de fois donques que le premier, de trois nombres proposez en la reigle de trois, mis en leurs propres lieux, mesure le second ou le troisieme, ou est mesure d'iceux, c'est à sçauoir du second, ou du troisieme, par autant de fois le troisieme ou le second mesureront le quatrieme, ou par autant de fois le quatrieme les mesurera, c'est à sçauoir le troisieme ou le second.

Ausi quand l'on nous proposera quelque reigle de trois, nous pourrons abbreuier les nombres proposez, estans mis en leurs propres lieux, en abbreuiant le premier nombre contre le second, & laissant le troisieme en son lieu, ou le mettant tousiours en son lieu, ou bien nous pourrons abbreuier le premier contre le troisieme, ou auec le troisieme, & laisser le second tousiours en son second lieu, comme nous l'auons mis en nos liures d'Arithmetique.

Nous pouuons prendre ausi en ces deux propositions la reduction de deux fractions n'estans pas d'vne mesme denommation en multipliant les denommateurs ensemble, & l'vn numerateur par l'autre denommateur, & l'autre numerateur par l'vn denommateur. & c. deux fractions donques seront egalles, quand les numerateurs de la reduction seront egaux, & inegalles quand ils seront inegaux.

Par ces deux propositions ausi en diuisant les numerateurs d'vne reduction l'vn par l'autre, il en viendra autant que si l'on diuisoit l'vne fraction par l'autre, car quand nous disons que 2. troisiemes, & 3. quatriemes, valent 8. douziemes, & 9. douziemes, il est certain que la raison de 2. troisiemes, à 3. quatriemes, est comme 8. douziemes à 9. douziemes, qui est comme 8. à 9. c'est à dire, que 2. troisiemes partis par 3. quatriemes font autãt cõme 8. parti par 9. c'est àsçauoir 8. neufiemes. Nous pouuons prendre ausi en ces deux propositions vne autre maniere de partir vne fraction par vne autre en multipliant les fractions ou les choses proposées par le denommateur de l'vne, iusqu'à ce qu'on aye des nombres entiers. Nous pouuons cognoistre ausi que deux fractions sont egalles entr'elles, quand le plus grand numerateur estant parti par le plus petit, donne pour combien autant comme le plus grand denommateur estant diuisé par le plus petit denommateur. Dauantage quãd vne reigle de 3. nous sera proposée, là où il y aura des fractions, en multipliãt le premier & le second lieu, par le denommateur de la fractiõ du premier ou secõd, & le premier & troisieme par le denommateur de la fractiõ du premier ou du troisieme, nous aurõs 3. nõbres entiers, par lesquels il en viẽdra autãt cõme des proposez. Aussi quãd nous voudrõs partir vn nõbre par vn autre, nous pourrõs premierement partir les proposez par quelque nõbre, s'il se peut faire, & diuiser l'vn cõbien par l'autre, pour auoir ce qu'on demãde de la diuision ꝓposée, & ꝑ ainsi 4608. 1024. fois estãt parti par le quarré de 512. sera autant cõme 4608. parti par 256. car la 1024. partie de l'vn & de l'autre des proposez sont lesdicts nõbres 4608. & 256. &c. Nous y pouuõs prẽdre aussi que si vn nõbre se doit partir ꝑ quelque nõbre engẽdré de deux nõbres que l'õ auãcera autãt, de le partir ꝑ l'vn d'iceux, & le cõbiẽ ꝑ l'autre.

19

Si quatre nombres sont proportionaux, le nombre qui est faict du premier, & du quatrieme sera egal à celuy du second, & du troisieme. Et si le nombre qui est faict du premier, & du quatrieme, est egal à celuy du second & troisieme, iceux quatre nombres seront proportionaux.

FORCADEL.

Car en multipliant le troisieme nõbre par le premier, la raison du produict du troisieme par le premier au produict du 4. par le premier sera cõme le 3. au 4. par la 17. propositiõ de ce liure, c'est à dire telle que du premier au secõd, qui est comme le produict du troisieme, par le premier au produict du troisieme, par le second par la precedente proposition, la raison donques du produict du troisieme multiplié par le premier, au produict du quatrieme par le premier, sera telle que du mesme produict du troisieme, & du premier, au produict du troisieme multiplié par le secõd, & par ainsi par la conuerse de la 21. deffinitiõ, telle partie, ou telles parties, ou bien tel plusieurs fois que sera ledict troisieme produict de l'vn des deux premiers ꝓduicts, telle sera il de l'autre, & par ainsi iceux deux premiers produicts seront egaux l'vn à l'autre. Et pour la seconde partie en multipliãt le troisieme par le premier, la raison du premier au second sera cõme ledict produict, au ꝓduict de la multiplicatiõ du 3. par le secõd par la precedẽte propositiõ, c'est à dire, telle qu'est du mesme ꝓduict du 3. par le premier, au ꝓduict du quatrieme multiplié par le premier, qui eſt comme le troiſieme nombre au quatrieme par la 17. propoſition de ce liure, & par ainſi la raiſon du premier au ſecond ſera comme le troiſieme au quatrieme, & pour la cauſe de la premiere partie de ceſte propoſitiõ, il eſt certain que quãd il y a quatre nõbres proportionaux la fraction ſans abbreuiation faite des deux premiers ſera egalle à la fraction faicte des deux autres, ſans abbreuiation auſsi, c'eſt à dire, laiſſant les nombres tels que ils ont eſté propoſez, & en multipliant l'vne & l'autre fraction par le denommateur de la premiere, il en viendra d'vne part le premier nombre, & de l'autre part vne fraction, dont le numerateur ſera le produict de la multiplicatiõ du troiſieme nombre par le ſecond, & le denommateur ſera le quatrieme nombre, & ſeront egaux enſemble, comme les deux fractions propoſées, par la 17. propoſition de ce liure, puis en multipliant ces deux produicts par le denommateur de la ſeconde fraction, il en viendra d'vne part le produict du premier nombre multiplié par le quatrieme, & de l'autre part le meſme produict du troiſieme nombre multiplié par le ſecond, leſquels ſeront egaux par vne meſme raiſon. De ceſte propoſition nous pouuons prendre, ou eſt priſe la commune façon de faire vne reigle de trois, car ſi de quatre nombres proportionaux, le produict du ſecond multiplié par le troiſieme eſt egal à celuy du premier multipliant le quatrieme, il eſt certain que le produict du troiſieme multiplié par le ſecond, eſtant parti par le premier, donnera le quatrieme nombre, voyez la reigle ou les reigles les plus excellentes, ou les quintes eſſences des reigles comment elles ſe preſentent deuant nous, car il eſt certain que ſi le quatrieme nombre eſt vne racine, que nous mettons touſiours pour le nombre cerché, meſme en ceſt endroict, iceluy eſtant multiplié par le premier, fera autant de nombres cerchés, leſquels ſerõt egaux au produict, des deux autres multipliez enſemble, lequel eſtant parti par les nombres cerchez, ou par le produict de ce qui eſt au quatrieme lieu multiplié

tiplié par le premier dõnera le quatrieme nombre, comme quãd 3.donnẽt 4.& ie veux ſçauoir cõbiẽ dõnera 10.ie prẽdray que ce ſoit 1.racine laquelle multipliée par 3, fera 3.racines,& 4.multipliant 10.ou 10.4.faict 40.& par ainſi 3.racines vaudront 40.& ſi 3.choſes valẽt 40.il eſt certain que l'vne d'icelles vaudra 13.& 1.troiſieme, & ce ſera ce qu'on demande.Par ceſte propoſitiõ auſsi 1.diuiſé par 4.& 1. troiſieme,de premiere feront 3.diuiſé par 13. premieres, car 3. fois 1.faict 3.& 3.fois 4.& 1. troiſieme de premiere,font 13 premieres.

Nous pouuons dire auſsi deux fractions eſtre egalles l'vne à l'autre,quand en multipliant le numerateur de la premiere,par le denommateur de la ſeconde, il en vient autãt, que les deux autres nombres multipliez enſemble. Auſsi quand deux nombres d'vne part multipliez enſemble,font autant comme deux autres nombres multipliez auſsi enſemble,en prenãt l'vn des deux premiers, pour le premier, & l'autre pour le quatrieme, l'on pourra prendre l'vn des autres pour le ſecõd,ou troiſieme de quatre nombres proportionaux.Auſsi nous pouuons prendre en ceſte propoſition que trois nombres, &c. multipliez enſemble,en quelque ſorte que ce ſoit,produiſent vn meſme nombre, tout ainſi que nous l'auons pris de deux nombres,en la 16.propoſition,car quand le premier,& le troiſieme multiplient le ſecond,la raiſon des produicts ſera telle qu'eſt du premier nombre au troiſieme,par la precedente propoſition, & par ainſi le premier produict multiplié par le 3.nombre,fera autant cõme le ſecond produict multiplié par le premier, &c. Nous y prendrons auſsi, que quand deux nombres inegaux diuiſent vn nombre le combien du plus grand,au combien du plus petit,auront la raiſon du plus petit nombre au plus grand,& par ainſi d'autant qu'vn partiteur ſera plus grand, il donnera moins de combien,ou vn plus petit combien,& de là viendra que ſi quand le ſeptier de blé couſte 60.ſouls, l'on donne 2. onces de pain pour vn ſouls, quand il couſte-ra 40. souls l'on en donnera 3. onces, diuisant le pois du pain, ou prenant pour le pois du pain, qui sera en vn septier en 120. onces, &c. Quand aussi il y aura quatre nombres proportionaux, le produict des extremes ou des milieux, sera mesuré d'vn chacun desdicts quatre nombres. Quand aussi vn nombre pourra estre produict, de deux nõbres multipliez ensemble, si iceluy multiplie quelque nombre, il en sera produict autant comme si le nõbre qu'il multiplie estoit multiplié, par l'vn des nombres dont il est produict, & ce qui en sera produict multiplié par l'autre.

20

Si trois nombres sont proportionaux, celuy qui est contenu des extremes, est egal à celuy qui est faict du milieu. Et si celuy qui est contenu des extremes est egal à celuy qui est descrit du milieu, iceux trois nombres seront proportionaux.

FORCADEL.

Car la raison du premier nombre au second comme second, est telle, qu'est du second comme troisieme, au troisieme comme quatrieme, & par la premiere partie de la precedente proposition, le nombre faict des extremes sera egal au quarré du milieu par la 19. deffinitiõ de ce liure. Et pour la seconde partie de ceste proposition, puis que le nombre faict des extremes, comme d'vn premier, & d'vn quatrieme est egal au nombre faict du milieu, comme d'vn second, & d'vn troisieme, il est certain qu'iceux trois nombres seront proportionaux, par la seconde partie de la precedente proposition.

4 . 6 . 9

4 . 6 . 6 . 9

Quand dõques nous aurõs trois nõbres telz que les produicts du second & du troisieme multipliez par quelque nõbre, seront egaux aux produicts du second & du premier multipliez par quelque autre nombre, vn chacun au sien, iceux trois nombres seront proportionaux, car la raison du premier au second sera telle que des deux multiplians, qui

sera

sera telle que du second au troisieme, &c. Quand aussi l'on nous donnera deux nōbres, pour trouuer le milieu proportionel d'iceux, il nous faudra multiplier l'vn par l'autre, & prendre la racine quarrée du produict; car ce sera le milieu demandé.

Nous pouuons aussi continuer quelque raison que ce soit, tant qu'il en sera besoing, en multipliant l'vn des termes extremes, de la part de la continuation en soy, & diuisant tousiours le produict, par le plus pres dudict extreme, car s'il y en a deux, le quarré de l'vn estant parti par l'autre, donnera le troisieme proportionel, de la part de celuy, dont l'on aura pris le quarré. Et quand il y aura vne fraction au nouueau extreme, l'on pourra multiplier tous les nombres qu'on aura par le denommateur du nouueau extreme, par la 17 & 18. propositions de ce liure, &c.

Quand il y aura aussi trois nombres proportionaux, le solide faict d'iceux trois nōbres sera egal au cube du milieu, car le plan cōtenu des extremes, est egal au quarré du milieu & ledict solide sera egal audict cube, par la 17. proposition de ce liure. & si le solide faict de trois nombres est egal au cube faict de l'vn d'iceux, ils seront proportionaux, car le quarré de l'vn sera egal au plan contenu des deux autres, par la mesme 17. proposition de ce liure, & iceux trois nombres seront proportionaux.

21

Les nombres les plus petis de tous ceux qui ont la mesme raison auec iceux, mesurent egallement les nombres qui ont la mesme raison, le plus grand certes le plus grand, mais le plus petit le plus petit.

FORCADEL.

Car la raison du plus grand au plus grand, sera telle, que du plus petit au plus petit, par la 13. proposition de ce liure, & par la conuerse de la 21. deffinitiō de ce liure, ie dis que le plus grād, sera la partie du plus grād, telle qu'est le plus petit du plus petit, & par la cōuerse de la 3. deffinitiō de ce liure, le plus grand mesurera autant de fois le plus grand, que le plus petit mesurera le plus petit, pource que si le plus grand ne mesuroit pas le plus grand, il seroit les parties du plus grand, telles que seroit le plus petit du plus petit, & l'vne des parties du plus grand au plus grand, auroit la mesme raison qu'auroit l'vne des parties du plus petit au plus petit, par la dicte 21. deffinitiō, & la partie à la partie, telle que le plus grand au plus petit, par la dicte 13. proposition, ou biē la partie à la partie auroit la raison du plus grand au plus petit, par la 17. ou 18. propositions de ce liure, & par ainsi il y auroit de plus petis nombres que les plus petis estans en vne mesme raison, ce qui est impossible.

Par ceste proposition, nous cognoistrons vne fraction estre egalle à vn autre, estant en ses plus petis nōbres, quād en diuisant le plus grand numerateur par le plus petit, il en viendra autant, comme en diuisant le plus grand denommateur, par le plus petit, ou bien quād en diuisant le plus grād denommateur, par le combien du plus grand numerateur, diuisé par le plus petit numerateur il en vient le plus petit denommateur, ou quand en diuisant le plus grand numerateur, par le combien du plus grand denommateur, parti par le plus petit denommateur, il en vient le plus petit numerateur.

22

S'il sont trois nōbres, & d'autres egaux de multitude à iceux, qui se prennent deux à deux, & en la mesme raison, mais la leur proportion soit perturbée, aussi en la raison de l'egalité, ils seront en la mesme raison.

FORCADEL.

Ceste proposition respond ou est semblable à la 23. proposition du 5. liure, parquoy l'on la pourra semblablement continuer, car il est certain que le contenu ou le nōbre faict du nombre premier d'vne part, & du troisieme de l'autre part, sera egal au nombre faict des deux millieux par la premiere partie de la 19. proposition de ce liure, lequel est egal, par vne mesme raison, au nombre faict des deux autres, dōques par la premiere commune sentence, le nombre faict

du

du premier d'vne part, & du troisieme de l'autre part, sera egal au nombre faict du troisieme, de la mesme part, & du premier de l'autre part, & par la secõde partie de ladicte 19 proposition, la raison du premier nõbre d'vne part, au troisieme de la mesme part, sera telle que du premier de l'autre part à son troisieme.

23

Les nombres premiers entr'eux sont les plus petis, de tous ceux, qui ont la mesme raison auec iceux.

FORCADEL.

Car s'ils ne sont pas les plus petis, le plus grand des plus petis mesurera le plus grand, d'autant que le plus petit mesure le plus petit, par la 21. propositiõ de ce liure, & par ainsi il y auroit vn nombre qui mesureroit les nombres premiers entr'eux proposez, donques ils ne serõt pas premiers par la 15. deffinition de ce liure.

Quand donques l'on nous proposera vne fraction, faicte de deux nombres, qui n'auront point aucun nombre, pour mesure commune, elle sera toute abbreuiée, c'est à dire en ses plus petis nombres. L'vnité aussi auec quelque nõbre que ce soit, sont les plus petis en leur raison.

24

Les nombres plus petis de tous ceux qui ont la mesme raison auec iceux, sont premiers entr'eux.

FORCADEL.

C'est la conuerse de la precedente, car s'ils ne sont pas premiers entr'eux, ils seront composez, & par la conuerse de la 15. deffinition de ce liure, ils aurõt vn nombre qui les mesurera pour commune mesure, & les mesurera par deux autres nombres plus petis, que les proposez, ayans la mesme raison des proposez, par la 17. ou 18. propositions de ce liure, ce qui est impossible.

Il ne se faut pas donques fatiguer de trouuer des nombres plus petis, que les plus petis, ayans la mesme raison, cõme nous le prenons de ceste proposition.

25

Si deux nombres sont premiers entr'eux, celuy nombre, qui mesure l'vn ou l'autre d'iceux, iceluy sera premier auec l'autre.

FORCADEL.

Car si le mesurant n'est pas premier à l'autre nombre, ils seront composez, & par la conuerse de la 15. deffinition de ce liure, il auront vn nombre qui les mesurera pour commune mesure, lequel mesurera aussi le mesuré, & par ainsi par la mesme 15. deffinition, les deux nombres proposez serõt aussi composez entr'eux, ce qui est impossible.

Quand donques il y aura trois nõbres, desquels les deux seront premiers l'vn à l'autre, & le troisieme mesurera l'vn d'iceux, le produict de la multiplication des deux nombres premiers entr'eux, sera le nombre mesuré desdicts trois nõbres, & sera le plus petit en la 36. proposition suyuante. Cela veut dire aussi que lesdicts trois nombres, seront premiers entr'eux, & par la 23. proposition de ce liure, ils seront les plus petis en leurs raisons.

26

Se deux nombres sont premiers à quelque nombre, aussi celuy qui sera produict d'iceux luy est premier.

FORCADEL.

Car si l'engendré & le troisieme nombre ne sont pas premiers entr'eux, ils seront composez, & par la conuerse de la 15. deffinition de ce liure, il y aura vn nombre qui les mesurera, lequel sera aussi premier à vn chascun des deux nombres qui ont faict l'engendré par la precedente proposition, & par ainsi le mesurant auec l'vn desdicts deux nombres seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition de ce liure, & mesureront egallement tous les autres qui serõt en leur raison vn chacun son chacun, par la 21. proposition de ce liure, & pource que par la seconde partie de la 19. proposition de ce liure, la raison de l'vn d'iceux au mesurant sera ra telle que du nombre par lequel le mesurant mesure l'engendré à l'autre des deux nombres qui ont produict l'engẽdré, iceluy sera mesuré du mesurãt, & par ainsi l'vn des deux nombres qui ont faict l'engendré, & le troisieme nombre seroyent composez par la 15. deffinition de ce liure, ce qui est impossible. Et tels trois nombres seront aussi premiers entr'eux, & les plus petis en leurs raisons, mais le plus petit nombre mesuré des deux nombres qui ont faict l'engendré estant multiplié par le troisieme nombre produira le plus petit nombre, mesuré desdicts trois nõbres, que si les deux nombres premiers au troisieme, sont aussi premiers entre eux, l'engendré estant multiplié par le troisieme, produira le plus petit nombre mesuré desdicts trois nombres.

27

Si deux nombres sont premiers entr'eux, celuy qui est engendré de l'vn d'iceux sera premier à l'autre.

FORCADEL.

Quand deux nombres sont premiers entr'eux le nombre mesme qui est egal à l'vn d'iceux est premier à l'autre, & par ainsi il y aura deux nombres egaux l'vn à l'autre premiers à vn autre, parquoy le nombre faict des deux nombres egaux, qui est le quarré de l'vn, par la 19. deffinition de ce liure, sera premier à l'autre nombre proposé, par la precedente proposition.

28

Si deux nombres à deux nombres sont premiers tous deux ensemble, à l'vn & à l'autre: aussi les engendrez d'iceux seront premiers entr'eux.

FORCADEL.

Car l'engendré des deux sera premier à vn chacun des deux autres, par la 26. ꝑpositiõ de ce liure, & par la mesme propositiõ, il sera premier à l'autre engendré. quãd dõques no⁹ voudrõs faire vne reductiõ, de quatre denõmatiõs, dõt les deux premieres ſeront premieres auec les deux autres, vne chacune auec ſa chacune, il faudra multiplier le produict de la multiplication des deux premiers denõmateurs par le produict de la multiplication des deux autres, & ils produiront le denommateur de la reduction, c'eſt à ſçauoir le plus pres de l'vnité. Ces quatre nombres là ſeront auſsi les plus petis en leurs raiſons, par la dicte 23. propoſition de ce liure.

	45	
5		9
8		4
	32	

29

Si deux nombres ſont premiers entr'eux, & multipliant vn chacun ſoymeſme, en engendre quelqu'vn, ceux qui ſeront produicts d'iceux, ſeront premiers entre eux. Que ſi les nombres propoſez au commencement multiplians ceux qui ſont produicts, en font d'autres, iceux auſsi ſeront premiers entr'eux. Et touſiours enuirõ les extremes aduiendra la meſme choſe.

FORCADEL.

Il veut dire, que ſi deux nombres ſont premiers entr'eux, leurs quarrez, cubes, quarrez de quarrez, &c. ſerõt auſsi premiers entr'eux. Car le quarré de l'vn ſera premier à l'autre, par la 27. propoſition de ce liure, & par la meſme 27. propoſition les quarrez d'iceux nombres ſeront premiers l'vn à l'autre, & pource que l'vn des nombres, & ſon quarré ſont premiers à l'autre, & à ſon quarré, les cubes deſdicts nombres ſeront auſsi premiers l'vn à l'autre, par la precedente propoſition, & par la premiere partie de ceſte demonſtration, les quarrez des quarrez des deux nombres propoſez ſeront premiers entr'eux, ou biẽ, puisque l'vn des nõbres, & ſon cube ſont premiers auec l'autre & ſon cube, par la 26. propoſition de ce liure, il eſt certain que leſdits quarrez des

quar-

quarrez ſeront premiers entr'eux, par la precedente propo ſition ,&c.Mais que tout cube eſtant multiplié par ſa racine cube,face le quarré du quarré de ladicte racine, il eſt treſma nifeſte par la 20. propoſition de ce liure, car tout nombre, ſon quarré & ſon cube ſont proportionaux,par la 21. deffi nition de ce liure,& par ainſi le quatrieme proportionel ſera egal au quarré du quarré dudict nombre,lequel nous nõ mons le premier nombre, & le marquons par l'vnité, ſon quarré le ſecond nombre,& le marquons par deux,ſon cube le troiſieme nombre,& le marquons par 3.& ſon quarré de quarré le quatrieme nombre,& le marquõs par 4. &c.ſe lon la ſuite des nombres,là où nous voyons que le premier nombre multiplié par le ſecond produict, le troiſieme qui nous eſt donné par l'vnité,& par 2.adiouſtez enſemble, & le ſecond multiplié en ſoy, nous donne le quatrieme, qui nous eſt donné de 2.adiouſté auec 2.ou de 2.& 2.adiouſtez enſemble, dauantage le premier nombre multipliãt le troiſ ieme,nous produict le quatrieme qui eſt denommé de l'vnité,& de 3.adiouſtez enſemble,& par ainſi ſi nous prenons deux nombres de la progreſſion geometrique, laquelle cõmence au nombre qui s'eſt multiplié en ſoy, & deux nombres de la progreſsiõ naturelle arithmetique, aux lieux meſ mes en multipliãt les deux de la progreſsion geometrique, & adiouſtant les deux autres,le lieu du produict ſera remar qué par le nombre de l'addition,& en multipliant quelque nombre de la progreſsion geometrique que ce ſoit par ſoy meſme, le lieu du quarré ſera remarqué,par le double de cela qui eſt en la naturelle ſuite des nombres au lieu meſme dudict nombre,duquel l'on a pris le quarré, car le premier nombre ſe multipliant ſoymeſme produict le ſecond nombre.Mais conſiderez vn peu ceſte propoſition , & y voyez qu'il ſemble qu'elle ne ceſſe iamais d'engendrer,en laquelle il nous faut prendre auſsi,qu'vne fraction faicte de deux nõ bres quarrez ou cubes,&c.tels qu'ils ſont icy mis , ou que le veut ceſte propoſition,ſera toute abbreuiée.

1	2	3	4
3	9	27	81

30

Si deux nombres ſont premiers entr'eux, auſsi tous deux enſemblément ſeront premiers auec vn chacun d'iceux. Et ſi tous deux enſemblément à quelqu'vn d'iceux ſont premiers entr'eux, auſsi les nombres qui ſont poſez au commencement, ſont premiers entr'eux.

FORCADEL.

Car ſi deux nõbres premiers entr'eux mis enſemble, ne ſont pas premiers auec vn chacun d'iceux, ils ſerõt cõpoſez auec vn chacun d'iceux, & par la conuerſe de la 15. deffinition de ce liure, ce nombre là qui meſurera les deux nombres mis enſemble, & vn chacun, ou l'vn d'iceux, il meſurera vn chacun, ou l'autre nombre (car il meſure le tout & le ſouſtraict) & par ainſi par la meſme deffinition les deux nombres propoſez ſeroyent auſsi compoſez, ce qui eſt impoſsible. Secõdement ſi deux nombres mis enſemble ſont premiers à l'vn ſans eſtre premiers entr'eux, ils ſeront compoſez, & par la conuerſe de ladicte 15. deffinition, ce nombre là qui meſurera les deux nombres propoſez, il meſurera les deux nombres mis enſemble, & l'vn diceux (car il meſure deux nombres) ce qui eſt impoſsible.

La ſeconde partie de ceſte propoſition nous enſeigne, que quãd deux nombres inegaux ſerõt premiers entr'eux, la difference d'iceux (icelle eſtant quelque nombre) auec le plus petit ſeront auſsi premiers entr'eux: ou bien, que la difference d'iceux, & le plus petit ſeront tant ſeulement meſurez de l'vnité pour commune meſure.

31

Tout nombre premier, eſt premier, à tout nombre qu'il ne meſure pas.

FORCADEL

Car ſi vn nombre premier, & celuy qui ne meſure pas, ne ſont pas premiers entr'eux, ils ſerõt compoſez, & par ainſi par la conuerſe de la 15. deffinition de ce liure, il y aura vn nombre qui meſurera l'vn & l'autre, & par ainſi il meſurera

iceluy

iceluy nombre premier, ce qui est contre la 13. deffinition de ce liure, ou bien le dict nombre premier seroit composé par la 14. deffinition de ce liure, ce qui est impossible. Nous pouuõs aussi prẽdre ici qu'vne fraction, de laquelle l'vn des nõbres est premier, & ne mesure pas l'autre, sera toute abreuiée, & à plus forte raison si elle est faicte de deux nombre premiers. Nous pouuons prẽdre aussi en ceste proposition que tous les deux nõbres premiers serõt premiers entr'eux

32

Si deux nombres se multiplians l'vn l'autre en font vn autre, si quelque nombre premier mesure le produict d'iceux, iceluy mesurera aussi l'vn ou l'autre d'iceux, qui ont esté posez au commencement.

FORCADEL.

Cõme ainsi soit qu'il pourra aduenir qu'il mesurera l'vn & l'autre (comme nous voyõs que 6. fois 9. font 54. lequel est mesuré de 3, qui mesure 6. & 9.) si toutesfois il ne mesure l'vn il mesurera l'autre, car il sera premier auec celuy qu'il ne mesure pas, par la precedente proposition, & telz deux nõbres premiers entr'eux, serõt les plus petis en leur raison par la 23. propositiõ de ce liure, & mesureront egallement tous les nombres qui seront en leur raison par la 21. proposition de ce liure, mais par la seconde partie de la 19. proposition de ce liure, la raison desdicts deux nombres premiers entr'eux sera telle qu'est de l'autre nombre au nõbre, par lequel ledict nõbre premier mesure l'engendré, & par ainsi le dict nõbre premier mesurera l'autre nombre, quãd dõcques 4. fois 6. font 24. lequel est mesuré de 3. 8. fois, il est certain que 3. ne mesurãt pas 4. il mesurera 6. car 3 & 4. sont premiers entr'eux & sont les plus petis en leur raison & mesureront egallemẽt tous les autres qui seront en leur raison lesquels sont 6. & 8. & par ainsi 3. mesurera 6.

4		6
	24	
3		8

33

Tout nombre composé, sera mesuré de quelque nombre premier.

FORCADEL.

RESOLVTION.

Tout nombre composé est mesuré de quelque nombre, qui est depuis l'vnité à sa moitié, & pource que les premiers nombres composez, sont composez de nombres premiers, (nous disons vn nombre premier composé, quand il est mesuré, tant seulement deux fois d'vn nombre premier.) les autres aussi seront composez de nombres premiers, & par ainsi tout nombre composé sera mesuré de quelque nombre premier.

COMPOSITION.

Car il sera mesuré de quelque nombre, par la conuerse de la 14. deffinitiõ de ce liure, lequel sera premier ou nõ, s'il est premier, cela que nous cerchons sera manifeste, si nõ il sera mesuré d'vn autre nombre, par la mesme deffinition, lequel mesurera aussi le composé proposé, & sera premier ou non, & s'il n'est pas premier, vne telle façon de faire se pourra cõtinuer tãt qu'il en sera besoing, & par autãt de fois qu'il sera necessaire, iusqu'à ce que l'õ trouue vn nõbre premier, lequel mesurant tous les autres trouuez mesurera aussi le composé proposé, comme il soit ainsi que la diuisiõ ou diminution du nombre est finie, tout ainsi que la grandeur se peut diuiser, ou peut estre diuisée en infinité. Ou autrement, ce nombre composé là sera mesuré d'vn nombre premier, pource que le plus petit nombre qui le mesurera sera premier, si non iceluy plus petit nombre, sera mesuré d'vn nombre, par la conuerse de ladicte 14. deffinition, lequel sera plus petit que luy, & mesurera le nombre composé proposé, & par ainsi le nombre plus petit mesurant le composé ne seroit pas le plus petit, ce qui ne peut estre, donques le nombre, le plus petit mesurant le nombre composé proposé sera premier.

Tout

34

Tout nombre, ou il est premier, ou quelque nombre premier le mesure.

FORCADEL.

Car il sera mesuré tant seulement de l'vnité, ou il sera mesuré de quelque nombre, s'il est tant seulement mesuré de l'vnité, il sera premier par la 12. deffinition de ce liure, & s'il est mesuré de quelque nombre, il sera composé, par la 14 deffinition de ce liure, & par ainsi il sera mesuré de quelque nombre premier, par la precedente proposition.

35

Estans donnez autant de nombres qu'on voudra, trouuer les plus petis nombres de tous ceux qui auront la mesme raison auec iceux.

FORCADEL.

Si les nombres donnez sont premiers entr'eux, ils serõt les plus petis, par la 23. proposition de ce liure, si non il faudra prendre la leur plus grande commune mesure, par la 2. ou par la 3. proposition de ce liure, & les nombres par lesquelz la leur plus grande commune mesure les mesurera, ayant les mesmes raisons qu'ont les proposez, par la 17. ou 18. proposition de ce liure, seront les plus petis en leurs raisons, comme il soit ainsi que la partie est plus petite que le tout, par la 9. commune sentẽce, car s'ils ne sont pas les plus petis, ceux qui le seront mesurerõt les proposez egallemẽt, vn chacun le sien, par la 21. proposition de ce liure, & ce sera par vn plus grand nõbre, que n'est celuy, par lequel ceux qu'on a trouuez mesurent les proposez (car quand vn nombre est parti par deux nõbres inegaux, il dõne plus estãt parti p le plus petit, que par le plus grãd) lequel mesurera aussi les proposez, & par ainsi la plus grande commune mesure des nombres proposez ne seroit pas la plus grãde, ce qui est impossible, ou bien, comme nous l'auons pris en la 19. proposition de ce liure, la raison d'vn chacũ des nombres trouuez à vn chacun de ceux qu'on voudroit dire les plus petis, seroit telle que du nombre, par lequel vn chacun de ceux qu'on voudroit dire les plus petis mesure vn chacun des proposez, à la plus grande commune mesure des proposez & comme vn chacun des nombres trouuez est plus grand qu'vn chacun de ceux qu'on diroit les plus petis, aussi le nombre par lequel vn chacun de ceux qu'on diroit estre les plus petis mesureroit vn chacun des proposez seroit plus grand que la plus grande cõmune mesure des nõbres proposez, ce qui est imposible.

Par ceste proposition no⁹ pouuons partir le premier & second nõbres d'vne reigle de trois proposée ou le premier & le troisieme par le plus grand nõbre, par lequel ils peuuẽt estre partis & faire des combiens, ce que l'on eust faict des proposez, ou mettre les combiens aux lieux mesmes des proposez &c. Et par ceste proposition aussi, comme en estãt la propre proposition, nous pouuons congnoistre quand vne fraction sera tout abreuiée ou nõ, car si elle l'est les termes d'icelle serõt premiers entr'eux, si non en diuisant l'vn & l'autre des nõbres qui la font ou par lesquelz elle se met par la leur plus grande mesure, & faisant des combiens vne fraction semblablemẽt, icelle sera egalle à la proposée. Aussi nous y pouuõs prendre que les petis d'vne raison serõt ou impairs, ou pairs & impairs, mais ils ne seront iamais pairs.

36

Deux nombres estans donnez, trouuer le plus petit nombre qu'iceux mesurent.

FORCADEL.

Il est certain que quand de deux nõbres inegaux le plus petit mesure le plus grãd, que le plus grãd sera le plus petit nõbre mesuré d'iceux, car s'il y en auoit vn plus petit le plus grand nõbre mesureroit le plus petit ce qui est imposible, & si le plus petit ne mesure pas le plus grãd, qu'en doublãt triplãt ou quadruplãt &c. selon le naturel ordre des nombres, le plus grand, l'on pourra continuer cela tant de fois que l'on trouuera le plus petit nõbre mesuré des deux nombres proposez, mais pour nous descharger d'vn tel trauail,

si les

si les deux nombres proposez sont premiers entr'eux, ils seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition de ce liure,& par ainsi le produict de la multiplication de l'vn par l'autre(lequel sera mesuré de l'vn & de l'autre)sera lepl⁹ petit mesuré desdicts deux nombres, car s'il y en auoit vn plus petit,iceluy estant parti par les deux nombres,donnera deux autres nombres plus petis que les nombres proposez,lesquelz auront la raison des proposez,comme nous l'auous pris en la 19.proposition de ce liure,& par ainsi les nõbres proposez ne seroyent pas les plus petis,ou bien les nõbres proposez estans les plus petis, ils mesurerõt egallemẽt lesdicts combiens,vn chacun le sien,par la 21. proposition de ce liure,& vn chacun d'eux au sien aurõt, la raison du nõbre trouué,à celuy qu'on diroit estre le plus petit,par la 17. ou 18.proposition de ce liure,& par ainsi par la conuersede la 21.deffinition de ce liure,le nombre trouué mesureroit son plus petit,ce qui est impossible. Mais qui commande à l'abondance,sinon l'abondance mesme,le plus petit mesuré de 4.& de 9.sera 36. car si c'estoit 27. iceluy estant parti, par 4 & par 9.faict 6.& 3.quatriemes,& 3. qui ont la raison de 9.à 4.& 9.& 4.ne sçauroyent mesurer,ni 6.& 3.quatriemes ni 3.selon ceci,toutesfois si l'on veut que 9. & 4. mesurent 6.& 3.quatriemes,& 3.l'on voudra aussi que 36. mesure 27.ce qui ne peut estre,& selon l'autre façon 9.& 4.ne seroyent pas les plus petis en leur raison,si 6.& 3.quatriemes & 3.comme nombres auoyent la raison, de 9. à 4. Passons maintenant plus outre,& disons que si les deux nõbres proposez ne sont pas premiers,comme ils soyent composez ayant prins les plus petis nombres,en leur raison,par la precedente proposition,le produict du premier multiplié par le quatrieme fera autant que le produict des deux autres multipliez ensemble par la 19. proposition de ce liure, & sera l'vn & l'autre produict, ou l'vn ou l'autre mesuré des deux nombres proposez, cela veut dire que le produict de la multiplication de l'vn des nombres proposez multiplié par l'vn des plus petis son alterne sera le plus petit nombre mesuré des deux nombres proposés par les plus petis, si non vn nombre plus petit que le dict produict estant parti par les deux nombres proposés donnera des combiens plus petis que les plus petis en la raison des proposez, & aiant la raison des proposez & par la 11. proposition du cinqieme liure, si non par la conception prinse de la 21. deffinition de ce liure, lesdicts combiens auront la raison des plus petis ce qui est impossible, ou bien, l'vn des plus petis ou vn chacun des plus petis à vn chacun des dicts combiens auroient la raison du nombre trouué à celuy qu'on voudroit estre le plus petit par la dicte 17. ou 18. proposition & par la 21. proposition de ce liure, & la conuerse de la 21. deffinition de ce liure, le nombre trouué mesureroit le nombre qu'on voudroit estre le plus petit ce qui est imposible. par c'este proposition quand nous voulons reduire emsemble deux fractions n'aiant pas vne mesme denommation, si les denommateurs ne peuuent pas estre mesurez d'aucun nombre, nous les multiplions ensemble & prenons le produict pour le denommateur de la reduction. Et si les denommateurs sont composés nous les diuisons tout à la fois ou premierement par plusieurs fois par le nombre le plus grand, par lequel ils se peuuent partir, comme en estant mesurez, & multiplions l'vn des nombres par le combien de la diuision de l'autre, pour auoir le denommateur de la reduction.

37

Si deux nombres mesurent quelque nombre, & le plus petit qu'iceux mesurent, mesurera le mesme.

FORCADEL.

Quand vn nõbre plus petit ne mesure pas vn plusgrãd, il est certain que la difference du plus grãd au nombre plus pres de luy, mesuré du plus petit, sera plus petite que le plus petit nombre. Or si le nombre mesuré des deux nombres, est le plus petit mesuré d'iceux, lequel se trouue par la precedente

dente propoſition, il ſe meſurera ſoy meſme, ſi non, & que le plus petit meſuré d'iceux eſtãt pris par la precedente propoſitiõ, ne le meſure pas, vn chacun d'eux meſurera le tout & le ſouſtraict & le pluſieurs fois du ſouſtraict s'il en eſt beſoing, & par ainſi vn chacũ d'eux meſurera la reſté laquelle ſera plus petite que le plus petit nombre meſuré des dicts deux nombres ce qui eſt impoſsible.

Nous prenons de ceſte propoſition que tout nõbre meſuré de 2. & de 3. ſera auſsi meſuré de 2. fois 3. c'eſt aſçauoir de 6. & qui ſera meſuré de 8. & de 12. il ſera certainement meſuré de 24. car 24. eſt le plus petit meſuré de 8. & 12. comme 6. de 2. & 3. &c.

38

Trois nõbres eſtant dõnez, trouuer le plus petit nõbre lequel iceux meſurẽt.

FORCADEL.

Il faut premierement trouuer le plus petit nombre meſuré des deux par la 36. propoſitiõ de ce liure, lequel s'il eſt meſuré de l'autre, il ſera le plus petit meſuré des trois nombres donnez, ſi non, le plus petit qu'on voudra dire, eſtant meſuré, des trois nombres, il ſera meſuré des dicts deux, & par la precedẽte propoſition, il ſera meſure du nõbre trouué ce qui eſt impoſsible. Et ſi le nombre le plus petit meſuré des deux eſtant trouué par la 36. propoſition n'eſt pas meſuré de l'autre, ayãt trouué le plus petit meſuré du dict nõbre trouué, & de l'autre par la dicte 36. propoſition, le nombre ſecondemẽt trouué eſtant meſuré des dicts deux nombres cõme meſuré d'iceluy qu'ils meſurẽt, ſera certainemẽt le plus petit meſuré des trois nombres donnez, ſi non celuy plus petit que le ſecond nõbre trouué, qui ſera meſuré (cõme on voudroit dire) des trois nombres il ſera meſuré des dicts deux nõbres & par la precedente propoſition du premier nombre trouué, & encores par la meſme precedente propoſitiõ du ſecond nõbre trouué ce qui eſt impoſsible, & par ainſi le ſecõd nõbre trouué ſera le plus petit nõbre meſure des trois nõbres propoſez. & cõme la façõ de faire de la 3 proposition de ce liure, s'estent en plusieurs nombres, aussi la façon de faire de ceste ꝓposition s'estẽt en tant de nombres qu'on voudra. Quand donques nous voulons reduire trois fractions de denõmation diuerse ẽsemble, & que l'vn des denõmateurs est mesuré de l'vn des autres, ou que l'vn des denommateurs mesure l'vn des autres, nous laissons le mesurant & prenons le plus petit nombre mesuré des deux autres pour denommateur commun, &c. Si non nous prenons le plus petit mesuré du plus petit, qui mesure les deux, & de l'autre, pour denommateur commun, &c. car cela se continue tant que l'on veut.

39

Si vn nombre mesure quelqe nombre, le mesuré aura vne partie surnommée du mesurant.

FORCADEL.

Car cõme l'vnité est au nõbre par le quel le mesurãt mesure le mesuré, ainsi est le mesurãt au mesuré, & par la 15. ꝓposition de ce liure, comme l'vnité est au mesurant, ainsi est le nombre, par lequel le mesurant mesure le mesuré, au mesuré, vne telle partie donques, que sera l'vnité du mesurant, qui est tousiours denommée du mesurant (car l'vnité est la partie de tout nombre denommé de luy) vne telle partie sera le nombre par lequel le mesurant mesure le mesuré, du mesuré, laquelle sera le dict nombre par lequel le mesurant mesure le mesuré. Nous pouuons prendre en ceste proposition que partir vn nõbre par vn autre est prendre la partie du nombre qu'on veut partir denõmée du partiteur, comme partir 12. par 4. est prẽdre la quatrieme partie de 12, &c.

40

Si vn nombre à vne partie qu'on voudra, iceluy sera mesuré du nombre surnommant la partie.

FORCADEL.

Car autant d'vnitez qu'il y aura au denommateur de la partie, autant de fois vn certain nombre sera au nõbre qui a vne telle partie, & par la 15. proposition de ce liure, autãt

d'vnid'vnitez qu'il y aura à ce certain nõbre, autant de fois le nõbre denõmateur de la partie sera au nõbre qui a vne telle partie, & cõme l'vnité mesure iceluy certain nombre, aussi le nõbre qui est denõmateur de la partie mesurera le nombre qui aura vne telle partie. Nous prenons de ceste proposition que prendre vne partie telle qu'on voudra de quelque nombre que ce soit, est partir iceluy nombre par le denommateur de la partie. cõme prendre la tierce partie de 12. est partir 12 par 3. &c.

41

Trouuer vn nombre, qui estant le plus petit, aye les parties données.

FORCADEL.

Le nombre demandé sera mesuré des denommateurs des parties denomées par la precedente proposition, il faudra donques trouuer le plus petit nombre mesuré des dictes denommateurs par la 36. ou 38. proposition de ce liure, lequel aura les dictes parties par la 39. proposition de ce liure, & sera le plus petit, si non, celuy qu'on voudra dire plus petit que le nombre trouué, ayant les parties données, sera mesuré des denommateurs d'icelles par la precedente proposition, & par ainsi il sera mesuré du dict nombre trouué par la 37. ꝓposition de ce liure, y estãt continuée s'il en est besoing, & tant de fois que la necessité le permettra, ce qui est impossible.

Par ceste proposition nous faisons les reductiõs des fractions ayans les denommations diuerses, car nous prenons le plus petit nombre mesuré des denommateurs proposez, & par la 17. ou 18. propositiõ de ce liure, nous diuisons iceluy plus petit nombre par vn chacun denõmateur & multiplions le combien d'vn chacun par son numerateur, & les produicts sont les numerateurs de la reduction, ou bien, nous pouuõs aussi multiplier le dict plus petit nombre, cest asçauoir le denommateur de la reduction, par vn chacun numerateur, & en diuisant vn chacun produict par son denommateur, il en viendra les numerateurs de la reduction par la 19. proposition de ce liure, & les reductions estans faictes nous adioustons les numerateurs ensemble pour l'addition, ou les leuons l'vn de l'autre pour la soustraction, denommant le nombre de l'addition & la reste de la soustraction du denommateur commun, mais en diuisant l'vn numerateur par l'autre, tous deux estans en vne reduction, il en viendra le combien de l'vne des fractions proposées diuisée par l'autre, & pour la multiplication tousiours les numerateurs se multiplient ensemble, si font bien les denommateurs, & en gardant l'ordre il en vient le produict de la multiplication, sans considerer pour la multiplication & diuision, les reigles des abbreuiations lesquelles i'ay escrit en mes liures d'Arithmetique. Car pour la multiplication, il est certain que quand plusieurs nombres se multiplient ensemble, que le premier produict aura vne partie denommée du multiplicateur, laquelle sera le multiplié, aussi le second produict aura vne partie denommée du multiplicateur, laquelle sera le multiplié, ou le premier produict, & semblablemẽt le troisieme, quatrieme produicts, &c. comme quand 5.4.3. se multiplient ensemble, 20. qui est le premier produict de 4. fois 5. aura vne quatrieme partie laquelle sera 5. & le second produict c'est à sçauoir 60. de 3. fois 20. aura vne tierce partie, laquelle sera 20, & par ainsi de 60. l'on pourra prẽdre le troisieme, qui sera 20. & de 20. l'on pourra prẽdre le quatrieme, qui sera 5. & de 5. prenant 1. cinquieme il en viendra l'vnité, tellement que la cinquieme partie, de la quarte partie d'vne tierce partie, de quelque chose que ce soit, sera l'vnité dicelle chose, denommée du nombre de 60 c'est à sçauoir 1. soixantieme, car 60. est le plus petit nõbre, de la tierce partie duquel, prenant le quart, & du quart la cinquieme partie, il en viendra l'vnité, &c. pource que quãd plusieurs nombres se multiplient ensemble, si le dernier produict n'est pas le plus petit nombre duquel prenãt vne partie denommée de l'vn des nombres, & du nombre qui en viendra prenant la partie denommée de l'vn des autres nõ-

bres

bres,&c.ayãt pris la partie denommée du nombre premieremẽt multiplié, du nombre qui est la partie prise, denommée de son multiplicateur, il reste l'vnité: il est certain qu'ẽ prenãt les mesmes parties, & de mesme suite, d'vn nombre plus petit, que la raison du tout à sa partie, sera comme du tout à sa partie, & de la partie à la partie, telle que de la partie à la mesme partie, par la 17. propositiõ de ce liure, & par la 14. proposition de ce liure, la raison du tout à l'vnité, sera comme du tout à la partie du tout, ou de la partie qui luy respond à l'vnité, & comme le tout est au tout, ainsi sera l'vnité à la dicte partie de l'autre tout, qui luy est rapportée, par la 13. proposition de ce liure, mais le tout ou dernier produict, est plus grãd que l'autre tout, aussi sera l'vnité plus grande, que la partie qui est la derniere denommée du premier nombre, & par ainsi il est impossible d'en trouuer vn plus petit que ledict dernier produict, qui est la façon de faire la plus generale pour sçauoir prendre vne fraction d'vn autre, & aussi pour multiplier vne fraction, par vne autre, qui est vne mesme chose estant toutesfois ceste cy prise de celle là, comme nons l'auons enseigné aux liures d'Arithmetique.

A MONSIEVR CHAPPELAIN CONSEILLER ET PREMIER MEDECIN du Roy, Pierre Forcadel. Salut.

MONSIEVR, outre ce que la vertu nous faict aymer & honorer ceux que nous ne veiſmes iamais, & que celle ſeule occaſion fuſt aſſez ſuffiſante pour vous faire recognoiſtre & admirer, non ſeulemēt de moy, mais auſſi de tous ceux qui font profeſſion d'honneſtes & vertueux eſtudes, ſi ſuis ie encores poulſé d'vn particulier debuoir à telle recognoiſſance, ſi ie ne veux eſtre iugé ingrat, ayant cogneu ſans aucun mien merite ou office enuers vous, ains de voſtre ſeule grace & bonté naturelle, la grande amitié & bonne faueur que m'auez porté à mon beſoing & neceſſité, ce que ie ne puis ne doibs paſſer par diſſimulation, au moyē dequoy, MONSIEVR, i'ay prins la hardieſſe de vous dedier & preſenter ce huictieme liure, des Elemens d'Euclide, traduict en Frāçois, & cōmenté par moy auec les autres, iuſqu' à tant q̃ Dieu me donnera le temps de vous monſtrer par autres œuures la bōne volonté que i'auray toute ma vie, de vous faire, & aux voſtres treshūble & tresloyal ſeruice. De Paris, ce 10. de Ianu. 1565.

LE HVICTIEME LIVRE, DES ELEMENS D'EVCLIDE, TRADVICT, ET COMMENTE PAR Pierre Forcadel de Beziés.

PROPOSITIONS.

Si sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, desquelz les extremes sont premiers ensemble, ils sont les plus petis, de tous ceux qui ont la mesme raison auec iceux.

FORCADEL.

Si les deux extremes sont premiers entr'eux, ils sont les plus petis en leur raison par la 23. proposition du 7. liure, & mesurent egallemēt tous les autres qui sont en la mesme raison, vn chacun le sié par la 21. proposition du mesme 7. liure, donques si les nōbres proposez ne sont pas les plus petis, la raison desdicts deux extremes, sera telle que des extremes, des nombres qu'on voudra dire les plus petis, en la raison des proposez, par la 14. proposition du 7. liure, & par ainsi les deux extremes proposez mesureront les autres deux extremes, ou les extremes des autres nombres, ce qui est impossible.

2

Trouuer de nombres continuellement proportionaux, les plus petis, tant qu'il en sera commandé de quelqu'vn en la raison donnée.

FORCADEL.

Il est certain que quand de deux nombres le premier &

le ſecond ſeront multipliez par le premier, & le ſecond en ſoy meſme, que les trois produicts ſeront au meſme ordre continuellement proportionaux, car quand le premier & le ſecond ſont multipliez par le premier, les produicts ſeront, en la raiſon du premier au ſecond par la 17 propoſition du 7. liure, & quād le ſecond ſe multiplie auſsi par luy, il eſt certain que la raiſon du ſecond produict au troiſieme ſera telle qu'eſt du premier nōbre au ſecond par la 18. propoſition du 7. liure, d'ou s'enſuiura que les dicts trois nombres produicts ſeront continuellement proportionaux par la 11. propoſition du 5. liure, ou par la 21 deffinition du 7. liure, & d'auantaige il eſt manifeſte que les extremes ſeront les quarrez des nōbres propoſez, & en prenant les plus petis en la raiſon des dicts trois nōbres par la 35. propoſition du 7. liure, il ſeront auſsi les plus petis continuez en la raiſon donnée.

Auſsi ſi l'on multiplie leſdicts trois produicts par le premier nombre donné, & le dernier ou troiſieme par le ſecōd nombre donné, l'on aura quatre nombres continuez en la raiſon donnée, par les meſmes propoſitions, & eſt manifeſte que les nombres extremes, ſerōt les nombres cubes des nombres propoſez, & en prenant les plus petis deſdicts quatre nombres, par ladicte 35. propoſition, ils ſeront auſsi les plus petis continuez en la raiſon donnée, &c. Mais prenons premierement les plus petis nombres en la raiſon donnée, par la 35. propoſition du 7. liure, leſquels ſerōt premiers entr'eux par la 24. propoſition du 7. liure, & en multipliant le premier & le ſecond, des plus petis, par le premier d'iceux, & le ſecond par ſoymeſme, l'on aura trois produicts continuez en la raiſon donnée par les meſmes propoſitions, deſquelz les extremes ſeront premiers entr'eux, par la 29. propoſition du 7. liure, & par ainſi leſdicts trois nombres continuez ſeront les plus petis, par la precedente propoſition, de là en multipliant iceux trois nombres plus petis continuez par le premier des plus petis propoſez ou trouuez, & multi-

ti-

tipliant le troisieme des continuez par l'autre des dicts plus petis, ou donnez, ou trouuez, l'on aura par les mesmes raisons quatre nombres, & les plus petis continués en la raison donnée, &c.

CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste si trois nombres sont continuellement proportionaux, & sont les plus petis de tous les autres, qui ont la mesme raison, que les extremes sont quarrez Et si quatre sont cubes, &c. & les racines d'iceux quarrez & cubes, &c. seront les plus petis en la raison continuée. C'est de ceste belle proposition d'où nous pouuons prendre la reigle generale pour les extractions des racines de toutes sortes, comme ie l'ay tresbien demonstré en mon 3. liure.

3

Si sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux les plus petis de tous ceux qui ont la mesme raison auec iceux, les extremes d'iceux sont premiers entr'eux.

FORCADEL.

Car en prenant autant de nombres continuellemẽt proportionaux comme il y en a de proposez par les plus petis de la raison continuée, qui soyent aussi les plus petis, comme nous le venons de demonstrer en la precedente proposition, il est certain que les extremes des nombres trouuez seront premiers entr'eux, & les nombres trouuez estans les plus petis, ils serõt egaux aux mesmes plus petis, c'est à sçauoir aux nombres proposez vn chacun au sien, & par ainsi les extremes des nombres proposez seront premiers entr'eux. Voyez icy comme les choses plus petites sont egalles l'vne à l'autre, ou ensemblement vne chacune à la sienne.

4

Estans données tant de raisons qu'on voudra, aux plus petis nombres, trouuer les plus petis nombres continuez, aux raisons données.

FORCADEL.

Il fault trouuer le plus petit nombre mesuré du suyuant de la premiere raison donnée, & de l'antecedent de la seconde raison, par la trente cinquieme proposition du 7.liure,puis multiplier l'antecedēt de la premiere raiſon par le nōbre, par lequel ſon ſuyuāt meſure le dict plus petit nombre, il faut multiplier auſsi le ſuyuant de la ſecōde raiſon par le nombre par lequel ſon antecedēt meſure le meſme plus petit nombre, & l'on aura trois nōbres, eſtant laiſſez en leur ordre, leſquels ſeront continuez aux deux premieres raiſons par la 17.propoſition du 7.liure, & ſerōt les plus petis, ſi non, celuy du milieu de ceux qu'on voudroit dire les plus petis, ſeroit meſuré, du ſuyuant de la premiere raiſon & de l'antecedēt de la ſecōde, par la 21. propoſition du 7.liure,& par ainſi,il ſeroit meſuré du dict plus petit nōbre,par la 37. propoſition du 7.liure, ce qui eſt impoſsible. Si maintenant l'antecedent de la troiſieme raiſon donnée meſure le troiſieme nombre trouué,ſoit multiplié ſon ſuyuant par iceluy nōbre,par lequel l'vn meſure l'autre,& ainſi l'on aura quatre nombres cōtinuez en trois raiſons données par la 17.propoſitiō du 7.liure,& ſeront les plus petis, ſi non, le ſecond nōbre de ceux qu'on voudroit dire les pl9 petis,ſeroit meſuré du ſuyuāt de la premiere raiſon,& de l'ātecedēt de la ſeconde par la 21.propoſitiō du 7.liure, & par ainſi le plus petit meſuré d'iceux, ſuyuant & antecedēt,meſureroit le dict ſecōd nombre par ladicte 37. propoſitiō,ce qui eſt impoſſible. Mais ſi l'antecedēt de la troiſieme raiſon ne meſure pas le troiſieme nōbre trouué, il faut trouuer le pl9 petit nōbre meſuré dudict troiſieme nobre & de l'ātecedent de la troiſieme raiſon, par la dicte 35. propoſition, & multiplier l'autre extreme & celuy du milieu des trois nōbres trouuez, par le nombre par lequel le troiſieme nōbre meſure le plus petit nombre meſuré de luy & de l'ātecedēt de la troiſieme raiſon,puis multipliāt le ſuyuant de la troiſieme raiſon, par le nombre par lequel ſon antecedent meſure le dict nombre plus petit, l'on aura quatre nombres continuez en trois raiſons dōnées,ou aux trois raiſons données par la 17.ꝓpoſition du 7.liure,& ſeront les plus petis, ſi non,le ſecond nōbre de ceux qu'on voudra eſtre les plus

petis.

petis estant mesuré du suyuant de la premiere raison & de l'antecedēt de la seconde raison, il sera aussi mesuré du nōbre du milieu des trois nōbres continuez aux deux premieres raisons par la 37. proposition du 7. liure, & comme il soit ainsi que par la 11. proposition du 5. liure, la raison dudict nōbre du milieu au troisieme est cōme le second nombre au troisieme de ceux qu'on voudroit dire les plus petis, il est certain que la raison du secōd nombre au second, sera comme le troisieme au troisieme, par la 13. proposition du 7. liure, & par ainsi le troisieme nōbre des trois nōbres premieremēt trouuez, mesurera le troisieme nombre de ceux qu'on voudra estre les plus petis, par la conuerse de la 21. deffinition du 7. liure, mais l'ātecēdēt de la troisieme raison mesure aussi le dict troisieme nombre de ceux qu'on voudroit dire les plus petis, par la mesme 21. proposition du 7. liure, & par ainsi le troisieme nombre des quatre nombres trouuez, mesurera le troisieme nōbre de ceux qu'on voudra prēd e pour les plus petis, par la 37. ꝓpositiō du 7. liure, ce qui est impossible. Il est certain que de deux raisons données, ou aux plus petis nōbres ou non, si l'on multiplie l'antecedēt de la premiere & l'antecedent de la seconde, ensemble le suyuāt de la seconde par le suyuāt de la premiere, l'on aura trois nombres produicts continuez aux dictes raisons par la 17. proposition du 7. liure, en multipliant donques les deux antecedens & le suyuāt de la seconde par le suyuāt de la premiere raison l'on aura trois nombres continuez es dictes raisons, & puis en multipliant les deux premiers nombres, l'antecedent & le suyuāt d'vne troisieme raison l'on aura quatre nōbres cōtinuez aux trois raisons données par ladicte 17 proposition &c. puis en prenāt les plus petis ayant les raisons des nōbres desia trouuez, par la 35. proposition du 7. liure, l'on aura les nōbres les plus petis cōtinuez aux raisons dōnées. C'est ceste belle ꝓposition par laquelle l'on peut facilemēt assubiectir toute la sciēce des interualles que nous disons ou nōmons, Musique, car si nous prenons ſes deux raiſons de 4.à 3.& de 3. à 2.deſquelles eſt cõpoſée la raiſon double, c'eſt aſſauoir le diapaſonou l'octaue moins ſonante,il eſt certain qu'en multipliant 4 . 3 . 2 . par 3. il en viendra 12 . 9 . 6 . qui ſeront continuez aux dictes raiſons. auſsi ſi nous prenons les meſmes raiſons de 3.à 2. & de 4 . à 3.dont icy le diapente eſt la premiere & pource compoſent elles comme d'vne quinte & d'vne quarte, le Diapaſon mieux ſonant(a cauſe de quoy ſes trois nombras 6.4.3. ou 12.8.6 . ſont dicts eſtre en la raiſon harmonique.&c.)& en l'autre eſtoit premiere le diateſſarõ,il eſt certain qu'en multipliant 6.4.3.par 2.il en viendra 12.8.6.continuez aux dictes raiſons . & cõme il ſoit ainſi qu'en conſiderant les trois nombres premieremẽt trouuez & auſsi ceux que nous venons de trouuer pource que la raiſon de 9.à 6.eſt plus grande que de 8.à 6.auſsi 9.ſera plus grand que 6. par la 10 propoſitiõ du 5.liure,& par la meſme 10.ꝓpoſiton 12 ſera plus grãd que 9.&ꝑ ainſi pourra bien eſtre entre 12.& 8 apres le quel ſera 6 . en ceſte ſorte 12 . 9 . 8 . 6 . qui ſont les quatre nombres par leſquels nous ſont repreſentez les interualles des quatre bons marteaux Pithagoriens ainſi que les met Boece au 10.chapitre du premier liure de la Muſique. Nous nous ſouuiendrõs auſsi en paſſant que ceſte propoſitiõ eſt comme ſemblable à la 12.propoſition du ſixieme liure.

5

Les nombres plans, ont entr'eux,la raiſon compoſée des coſtez.

FORCADEL.

Ceſte propſition eſt ſemblable à la 23.propoſition du ſixieme liure . Car en faiſant cõparaiſon de l'vn des coſtez des deux nombres à l'vn des coſtez de l'autre,& de l'autre coſté à l'autre coſté , ſans y faire aucune abreuiatiõ, puis apres en prenant trois nombres continuez aux dictes deux raiſons, comme nous le venons de faire dernierement en la precedẽte propoſition,les deux extremes ſerõt les deux nombres plans, la raiſon deſquels ſera compoſée des deux entremoy

ennes

ennes, c'eſt à dire de la raiſon du premier au ſecond, & du ſecond au troiſieme, qui ſont celles des coſtez par la dixſeptieme propoſition du ſeptieme liure. Nous pouuons prendre en ceſte propoſition, que ſi l'on faict vne fraction de l'vn des coſtez d'vn nombre plan, & de l'vn des coſtez d'vn autre nombre plan, & vne fraction des deux autres coſtez, tellement que les numerateurs appartiennent à l'vn des plans, & les denommateurs à l'autre plan, en multipliant l'vne fraction par l'autre, la raiſon des plans ſera telle que la raiſon du produict des numerateurs, eſtans multipliez enſemble, au produict des denommateurs eſtans auſsi multipliez enſemble. Mais pour reuenir à l'autre façon de demõſtrer, il nous faut prendre les plus petis nombres, ayans les raiſons des coſtez, & par cela trouuer trois nombres les plus petis continuez aux meſmes raiſons, par la precedente propoſition, puis apres il faut multiplier l'vn des coſtez de l'vn plan pris pour antecedent par l'vn des coſtez de l'autre plan pris pour ſuyuant, car en mettant le produict entre les deux plans, l'on aura auſsi trois nombres continuez aux meſmes raiſons, ou perturbéement, par la dixſeptieme & dixhuictieme propoſition du ſeptieme liure, & par l'vnzieme propoſition du cinquieme liure, & par ainſi les nombres plans auront la raiſon des deux extremes des deux petis nombres continuez aux dictes raiſons par la quatorzieme ou vingtdeuxieme propoſition du ſeptieme liure, laquelle eſtant compoſée des raiſons des coſtez, celle des deux plans ſera auſsi compoſée des meſme raiſons. Il eſt certain que quand 11. eſcus en 10. iours, gaignent 5. liures, que 9. eſcus en 22. iours gaigneront 9. liures, car comme nous l'auons pris en la derniere deffinition du 6. liure, la raiſon du gain au gain ſera compoſée des raiſons de l'argent à l'argẽt & du temps au temps, cela veut dire par ceſte propoſition, que la raiſon du gain au gain ſera telle comme eſt du plan qui ſe faict de l'argẽt mis & du tẽps, au plã de l'autre argent mis & de l'autre temps, dõques par ceſte meſme propoſitiõ aux reigles des compaignies cõmunes lesquelles se font auec temps comme l'on dict, les raisons des gains seront telles que seront les raisons des mises multipliées vne chacune par son temps, ou par le temps d'vne chacune mise.

Par ceste proposition aussi, ou biẽ c'est ce que nous y deuons prendre, en diuisant vne fraction par vne autre l'on ostera vne raison d'vn autre, car si en multipliant vne fraction par vne autre, l'on a vne raison composée de deux raisons, il est certain que la raison cõposée & l'vne de celles desquelles elle est cõposée, estãs reduictes ensemble, ferõt trois nombres, desquels la raison du numerateur de la reductiõ, de celle qui est composée, au denommateur de la reduction qui est la raison composée mesme, sera composée de la raison dudict numerateur à l'autre numerateur de la reductiõ, & de la raison dudict autre numerateur au denommateur de la reduction, qui est l'vne des raisons desquelles la composée est faicte, & par la 3. commune sentence, il restera l'autre raison, qui sera celle des numerateurs de la reduction.

En diuisant donques 3. deuxiemes, par 4. troisiemes, il restera la raison sesquioctaue, car en la reduction de 3. deuxieme, & 4. troisieme l'on y voit ses trois nombres 9. 8. 6. desquels la raison de 9. à 6. est faicte, ou ce dict estre faicte des raisons de 9. à 8. & de 8. à 6. qui est celle de 4. à 3. par la 17. proposition du 7. liure, & la raison de 9. à 6. par la mesme 17. proposition, est celle de 3. à 2. & par ainsi il restera la dicte raison de 9. huictiemes, qui est de 9. à 8.

6

Si sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, mais le premier ne mesure pas le second, ni aussi aucun des autres, ne mesurera pas aucun autre.

FORCADEL.

Car si le premier ne mesure pas le second, il sera les parties du second par la 4. deffinition du 7. liure, & par la conuerse de la 21. deffinition du mesme liure, le second ne mesurera pas le troisieme, ni le troisieme le quatrieme, &c. par les mesmes deffinitions,vn chacun nombre plus petit donques,ne mesurera pas son prochain plus grand, ni aussi aucun des autres plus grans,car s'il mesuroit quelqu'vn des autres plus grans,l'on pourroit prendre autant de nombres, qu'il y auroit du plus petit nombre mesurant au plus grand & les plus petis, continuez en la mesme raison,par la secon de proposition de ce liure,les extremes desquelz plus petis, seroyent premiers entr'eux,par la 3. propositiõ de ce liure, & comme il soit ainsi que la raison du plus petit nombre au plus grand qu'il mesureroit seroit telle, que celle desdicts extremes premiers entr'eux,par la 14. proposition du 7. liure,il s'ensuyuroit que l'vn des deux extremes desdicts nõbres plus petis mesureroit l'autre, par la conuerse de la 21. deffinition du 7. liure,& par ainsi ils seroyent aussi composez par la 14. deffinitiõ du 7. liure,ce qui est impossible. I'ay laissé d'aduertir le studieux que l'vn des extremes des plus petis continuez,ne sera iamais l'vnité comme chose tresmanifeste, car lors le premier des nombres proposez mesureroit le second.

7

Si sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, si le premier mesure le dernier, il mesurera aussi le second.

FORCADEL.

Ceste cy est la conuerse de la precedente proposition,& est comme s'il vouloit dire, vous sçauez bien que s'il y a tãt de nombres qu'on voudra continuellemẽt proportionaux, & le premier mesure le second, qu'il mesurera aussi le dernier,maintenant donques ie vous dis, que quãd le premier mesurera le dernier il mesurera aussi le second,car si le premier ne mesure pas le second,il ne mesurera pas aussi le dernier par la precedente proposition,& par ainsi le premier seroit la partie & les parties du dernier,par les 3. & 4. deffinitions du 7. liure,ce qui est impossible.

8

Si entre deux nombres tombent de nombres millieux continuellement pro-

portionaux, autant de nombres milieux continuellement proportionaux, qui tombent entr'iceux, autant de milieux continuellement proportionaux tomberont entre d'autres, ayans la mesme raison auec iceux.

FORCADEL.

Car en prenant autant de nombres continuellement proportionaux cõme il y en a de proposez, & les plus petis, par la 35. proposition du 7. liure, & par la seconde proposition de ce liure, il est certain que les extremes des plus petis continuellement proportionaux seront premiers entr'eux, par la façon de les trouuer ou par la troisieme proposition de ce liure, donques ils serõt les plus petis en leur raison par la 23. propositiõ du 7. liure, & mesureront egallemẽt ceux, c'est asçauoir les autres qui seront en la mesme raison par la 21. proposition du 7. liure, & cõme il soit ainsi que la raison des extremes des plus petis, soit telle que celle des extremes des proposez par la 14. proposition du 7. liure, elle sera aussi telle qu'est celle de ceux qui ont la raison des extremes des proposez par la 11. proposition du 5. liure, en multipliant donques vn chacun des nombres plus petis, qui sont entre les extremes des plus petis par le nombre, par lequel vn chacun des extremes des plus petis, mesure vn chacun des deux nombres ayant la raison des extremes des nõbres proposez continuellement proportionaux, l'on aura entre les dicts deux nõbres autant de nombres continuellement proportionaux qu'il y en a entre les autres extremes, par la 17. propositiõ du 7. liure & la 11. proposition du 5. liure, & seront cõtinuez en la mesme raison par la 14. proposition du 7. liure. Par ceste proposition nous pourrons trouuer vn milieu proportionel entre deux nõbres, qui seront le mesme plusieurs fois de deux nombres quarrez en prenant le mesme plusieurs fois du milieu proportionel qui sera entre les deux quarrez: nous pourrõs aussi trouuer deux milieux proportionaux entre deux nombres qui seront vn mesme plusieurs fois de deux nombres cubes, en prenant vn mesme plusieurs fois des deux milieux proportionaux, qui seront

ront entre lesdicts cubes,&c.

9

Si deux nombres sont premiers entr'eux, & entr'iceux tombent de nombres milieux continuellement proportionaux, autant de nombres milieux continuellement proportionaux qui tombent entr'iceux, autant encores tomberont de milieux continuellement proportionaux, entre l'vn & l'autre d'iceux & l'vnité.

FORCADEL.

Car les extremes d'iceux nombres continuellement proportionaux estans premiers entr'eux, ils seront les plus petis, par la 1. proposition de ce liure, & par ainsi s'il y a trois nombres continuellement proportionaux, c'est à dire, que s'il y a vn milieu entre lesdicts extremes, iceux extremes seront quarrez, par le correlaire de la seconde proposition de ce liure, entre vn chacun desquels & l'vnité est la racine d'vn chacun pour seul milieu par la 20, proposition du 7. liure, mais s'il y a deux milieux entre lesdicts extremes, il y aura quatre nombres continuellement proportionaux, & par ainsi lesdicts extremes seront cubes, par vn mesme correlaire, entre vn chacun desquels & l'vnité seront le quarré & la racine pour deux seuls milieux proportionaux par la 19. proposition, & ladicte 20. proposition du 7. liure. Il se peut prendre aussi qu'entre vn quarré & l'vnité sera la racine du quarré pour seul milieu par la 19. deffinition du 7. liure, & entre vn nombre cube & l'vnité sera le quarré & la racine, c'est à dire qu'entre l'vnité & le nombre cube seront la racine cube d'iceluy, & le quarré d'icelle racine pour seuls milieux, par la 20. deffinition du 7. liure, ou par cela qui se peut prendre en icelles deffinitiõs, ou bien, par la façon de faire, ou prendre vn nombre quarré ou vn nombre cube.

10

Si entre deux nombres & l'vnité tombent de nombres continuellement proportionaux, autant de nombres milieux continuellement proportionaux qui tombent entre vn chacun deux & l'vnité, autant aussi de milieux continuellement proportionaux tomberont entr'iceux.

FORCADEL.

Car si entre vn chacun d'eux & l'vnité y a vn milieu proportionel, il est certain qu'ils seront quarrez par la 19. deffinition du 7. liure, & par ainsi en multipliant l'vn milieu par l'autre, le produict sera milieu proportionel entr'iceux nombres par la 17. & 16. propositions, ou par la 17. & 18. propositions du 7. liure, & par la 11. proposition du 5. liure, mais si entre vn chacun d'iceux nombres & l'vnité y a deux milieux proportionaux, ils seront cubes par la 20. deffinition du 7. liure, & leurs prochains seront quarrez, entre lesquelz y aura vn milieu lequel estant multiplié par les deux racines, il en viendra deux produicts qui seront deux milieux proportionaux entre lesdicts nombres par la 17. & 18. propositions du 7. liure, ou bien, puis qu'il y a deux milieux entre vn chacun desdicts nombres & l'vnité l'vn sera la racine cube, & l'autre le quarré, & en multipliant l'vn quarré par la racine de l'autre, & l'autre quarré par l'autre racine, ils produiront deux milieux proportionaux entre lesdicts nombres, par la 18. & 17. propositions du 7. liure, &c.

II

Entre deux nombres quarrez, est vn nombre milieu proportionel. Et le quarré au quarré à la raison doublée, à la raison du costé au costé.

FORCADEL.

Car en multipliant le costé de l'vn des quarrez par le costé de l'autre, la raison du quarré du costé multipliant au nõbre produict sera comme le costé au costé, par la 17. proposition du 7. liure, laquelle est telle que dudict nombre produict à l'autre quarré, par la 18. proposition du mesme 7. liure, & par la 11. proposition du 5. liure, la raison de l'vn des quarrez audict nombre produict sera telle que dudict nombre ꝓduict à l'autre quarré & par la 10. deffinitiõ du 5. liure, la raison du quarré au quarré sera doublée à la raison du costé au costé, ou bien, puis qu'il est ainsi qu'entre vn chacun quarré & l'vnité y a vn milieu proportionel, par la 19. deffinition

nition du 7.liure, il est certain qu'entre deux nombres quarrez il y aura vn milieu proportionel, par la precedente proposition, &c.

Nous pouuons prendre desia en ceste propositiõ, & par la 20.proposition du 7.liure, qu'vn nombre quarré multiplié par vn nombre quarré produira vn nombre quarré.

Nous y pouuons prendre aussi, qu'vne raison sera doublée, en prenant les quarrez des nombres qui sont les termes d'icelle. Et en prenant les racines quarrées d'vne raison doublée, c'est à sçauoir des termes d'icelle, l'on aura la raison simple.

Nous y prendrons aussi qu'en multipliant vn nombre quarré par vn autre nõbre quarré, & prenant la racine quarrée du produict, il en viendra autant comme si l'on multiplie le costé de l'vn des nombres quarrez qui se sont multipliez par le costé de l'autre nombre quarré.

Dauantage s'il y a trois nombres proportionaux, il est certain que le quarré du premier au quarré du second sera comme le premier nombre au troisieme, c'est à dire, que le quarré du premier au premier sera comme le quarré du second au troisieme, & la raison du premier nombre à l'vnité, sera comme le quarré du second au troisieme nombre, & par ainsi en multipliant le premier nombre par le troisieme, il en viendra le quarré du second nombre duquel la racine quarrée sera le second nombre, en multipliant donques deux nombres ensemble, la racine quarrée du produict sera le milieu proportionel entr'iceux nombres.

12

Entre deux nombres cubes sont deux nombres milieux proportionaux. Et le cube au cube à la raison triplée du costé au costé.

FORCADEL.

Car entre vn chacun cube & l'vnité, il y a deux milieux proportionaux, par la 20.deffinition du 7.liure, & par ainsi entre deux nombres cubes y aura deux milieux proportionaux, par la 10.proposition de ce liure, en laquelle nous voyons qu'ils seront proportionaux en la raison du costé du cube, au costé du cube, & pource qu'il y aura quatre nombres continuellement proportionaux, il est certain que la raison du cube au cube sera triplée à la raison du costé au costé par la 10. deffinition du 5. liure. Et aussi nous pouuons prendre icy qu'vne raison sera triplée en prenant les cubes des nombres qui sont les termes d'icelle, & en prenāt les racines cubes des termes d'vne raison triplée, l'on aura la raison simple. Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition que quand il y aura quatre nombres continuellement proportionaux le cube du premier sera au cube du second, comme le premier nombre au quatrieme & le cube du premier au premier sera cōme le cube du second nombre au quatrieme nōbre, puis le quarré du premier nombre à l'vnité sera comme le cube du second au quatrieme, en multipliant donques le quarré de l'vn des deux nōbres par l'autre, la racine cube du produict sera le nombre milieu proportionel, qui sera pres du nōbre duquel l'ō à multiplié le quarré, lequel milieu estāt multiplié par l'autre nōbre, la racine quarrée du ꝓduict sera l'autre milieu proportionel.

13

Si sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, & multipliant vn chacun soy mesme, en font quelques autres, ceux qui seront produicts d'iceux serōt proportinoaux: & si les nōbres premieremēt posez multiplians les engēdrez de puis eux, en font quelques autres, iceux aussi serōt proportionaux.

FORCADEL.

Ceste proposition est autant fertile ou engendrant comme est la 29. proposition du 7. liure. Car entre l'vnité & vn chacun nombre quarré des dicts nombres proportionaux il y aura vn milieu ꝓportionel, qui sera vn chacun des dicts nōbres, & par ainsi entre touts les deux quarrez prochains il y aura vn milieu proportionel & en la mesme raison des nōbres proposez par la 10. proposition de ce liure, & la 11. proposition du 5. liure, & par ainsi les quarrez d'iceux nombres seront cōtinuellement proportionaux par la 14. proposition du 7. liure. Aussi entre vn chacun nombre cube des dicts nōbres & l'vnité, il y aura deux milieux ꝓportionaux, & par aiusi entre tous les deux cubes ꝓchains, il y aura deux milieux proportionaux,& en vne mesme raison par la 10. ꝓpositiõ de ce liure,& par la 14. ꝓposition de ce liure iceux cubes seront continuellement proportionaux,&c.ou bien, puis qu'entre tous les deux quarrez,il y a vn milieu proportionel par la 1.partie de la 11.propositiõ de ce liure,ou que la raison de l'vn quarré à l'autre est doublée à la raison du costé au costé de l'vn ou de l'autre, il sẽsuyura que les quarrez seront aussi continuellement proportionaux,par la 14. ꝓpositiõ du 7.liure,aussi si entre deux cubes il y a deux milieux proportionaux,par la 1.partie de la ꝑcedẽte ꝓpositiõ, ou que la raison de deux cubes est triplée à la raison du costé au costé,par la 2.partie de la precedẽte propositiõ,il s'en suyura de là,que les nõbres cubes desdicts nõbres proposez continuellement proportionaux,serõt aussi cõtinuellemẽt proportionaux,par la dicte 14.propositiõ du 7.liure.Par ceste proposition combien que nous sçachons que la R.de 4. multipliee ꝑ la R.de 9.faict 6.nous pourrõs trouuer ce 6.là, ou ce produict là,en ceste sorte,il faut prẽdre vn milieu proportionel entre R.de 4.& R.9.& par ceste propositiõ, 4. le quarré du milieu,& 9. serõt cõtinuellemẽt proportionaux, & pource que 4.multipliãt 9.faict 36.Il est certain que le milieu proportionel entre 4.& 9.sera R.36.par la 20.ꝓpositiõ du 7.liure,& le milieu proportionel entre R.4.& R.9.sera RR.36.& pource q̃ par la mesme 20.propositiõ du 7.liure, le quarré de RR.36.est egal au produict de la multiplicatiõ de R.4.& de R.9.& q̃ le quarré de RR.36.est R.36.Il est certain que le produict de R.4.multipliee par R.9. fera R.36. c'est àsçauoir 6.car aussi 2.fois 3.font 6.& nous voyõs q̃ ce 6.est la racine quarrée des puissances des racines, c'est à sçauoir des quarrez multipliez l'vn par l'autre : aussi cõbiẽ que nous sçauõs biẽ q̃ la racine cube de 8.multipliee par la racine cube de 27.faict 6.nous trouuerõs 6.mesme en ceste sorte:prenõs tousiours vn milieu ꝓportionel entre les deux racines ꝓposees,cõme icy nous imaginõs ou entẽdõs vn milieu ꝓportionel entre la R.cube 8.& R.27.il certain ꝑ ceste ꝓpositiõ q̃ 8.le cube du milieu,& 27.sont cõtinuellemẽt propor tionaux,mais par la 20.ꝑpositiõ du 7.liure,la racine quarrée de 216.est le milieu ꝑportionel entre 8.&.27.car 8.fois 27. font 216.& par ainsi la racine cube de la racine quarrée de 216.sera le milieu proportionel entre racine cube 8.& racine cube 27.& en prenãt le quarré de la racine cube de la racine quarrée 216.qui est racine cube 216.l'õ aura autãt qu'est le produict de la multiplication de racine cube 8.par racine cube 27.par la 20.proposition du 7. liure, & par ainsi la racine cube de 216.cest asçauoir 6. sera le produict demandé, nous voyons aussi cõme icy nous auons multiplié ensẽble les puissances des racines proposées,cest a dire les cubes d'icelles 8.& 27.& que le quarré du milieu proportionel est la racine cube du produict des puissances, c'est assauoir que le dict quarré du milieu proportionel entre les racines proposées à vn mesme nom qu'ont les racines proposées,&c.d'ou nous prenons la reigle generale pour la multiplication de deux racines de mesme nom ensemble, qui est telle. Il faut prendre les puissances des deux racines & les multiplier l'vne par l'autre, & ayant pris du produict la racine ,au regard de la mesme,ou d'vne mesme puisſãce,l'on aura le produict demandé.Il nous faut maintenãt mõstrer en passant que le quarré du cube de quelque chose est egal au cube du quarré de la mesme chose,car tout nõbre, son quarré son cube, & son quarré de quarré sont cõtinuellemẽt ꝑportionaux,& si le quarré le cube & le quarré du quarré sont cõtinuellemẽt ꝑportionaux,il est certain que le quarré du cube,& le cube du quarré seront egaux l'vn à l'autre par la 20.ꝑposition du 7.liure,& par la 19. & 20.deffinitions du mesme 7.liure, si donques de ce nõbre quarré de cube,& cube de quarré,l'on en prẽd la racine cube de la racine quarrée,l'on aura le nombre pris au commencement,& si l'on en prẽd aussi la racine quarrée de la racine cube,l'õ aura le mesme nõbre : le quarré dõques de la racine cube de la racine quarrée ou de la racine quarrée de la racinecube,de quelque nombre sera la racine cube de ce nõbre la,& le cube de la racine cube de la ra

cine

ne quarrée ou de la racine quarrée de la racine cube ſera la racine quarrée de ce nõbre là.Sachãt biẽ auſsi que la racine de 36. diuiſée par la racine de 4. faict 3. nous pourrons entendre ou imaginer trois nombres continuellement proportionaux deſquels le premier ſera R. 4. c'eſt aſçauoir le partiteur,le milieu ſera la racine de cela qu'on veut partir, c'eſt aſçauoir la racine de la racine de 36.& le troiſieme cela qu'on cerche, & par ceſte propoſition les quarrez d'iceux nõbres ſeront continuellement proportionaux, c'eſt aſçauoir 4. la racine de 36. & le quarré du nombre,ou de cela qu'on cerche, & en diuiſant le quarré du milieu proportionel des quarrez,c'eſt aſçauoir 36.par 4.qui eſt l'vn des extremes,il en viendra9.pour l'autre extreme des quarrez,& par ainſi l'extreme cerché ſera la racine de 9. c'eſt aſçauoir 3. vous voyes comme la puiſſance de l'vne c'eſt diuiſée par la puiſſance de l'autre & en eſt venu la puiſſance de cela qu'on à demandé,dont la racine eſt cela qu'on à demandé. Auſsi la racine cube de 216. eſtant diuiſée par la racine cube de 8.faict 3.car c'eſt 6.parti par 2.& il en vient 3.lequel ſe trouuera en ceſte ſorte il faut,imaginer trois nõbres continuellement proportionaux, deſquels le premier ſera la racine cube de 8. c'eſt aſçauoir le partiteur & l'autre la racine quarrée de cela qu'on veut partir,c'eſt aſçauoir la racine de R.cube 216.qui eſt racine de la racine cube de 216. & le troiſieme ſera cela qu'õ cerche, c'eſt aſçauoir le cõbien de la diuiſion, il eſt certain que les cubes de ces trois nombres là, c'eſt à ſçauoir 8. la racine quarrée de 216. & le cube de cela qu'õ cerche ſerõt auſsi cõtinuellement proportionaux par ceſte ꝓpoſitiõ & par ainſi le quarré de la racine de 216.c'eſt aſçauoir, 216. eſtant parti par 8. qui eſt l'vn des extremes, donnera 27. pour l'autre extreme par la 20.propoſition du 7.liure, lequel 27.ſera le cube du troiſieme ꝓportionel que l'on cerche, & par ainſi la racine cube de 27. c'eſt aſçauoir R.cube 27.qui eſt 3.ſera le combiẽ de la diuiſion propoſée, la ou l'õ voit auſsi que le cube de l'vne des racines que nous disons la puissance d'icelle, c'est parti par le cube, ou la puissance de l'autre, & il en est venu le cube, ou la puissance du cõbien, dont la racine cube est le combien demãdé. &c. d'ou nous pouuons prẽdre qu'en diuisant les puissances de deux racines de mesme nom l'vne par l'autre, en prenant la racine au regard de la puissance, ou la racine de mesme nom du combien, il en viendra le combien de l'vne racine diuisée par l'autre.

14

Si vn nombre quarré mesure vn nombre quarré, aussi le costé de l'vn mesurera le costé de l'autre. Et si le costé de l'vn quarré mesure le costé de l'autre, aussi le quarré mesurera le quarré.

FORCADEL.

Car entre les deux quarrez il y aura vn milieu proportionel par la 11 proposition de ce liure, & par ainsi l'vn des quarrez mesurera le milieu proportionel par la 7. proposition de ce liure, & le costé de l'vn quarré mesurera le costé de l'autre quarré par la conuerse de la 21. deffinition du 7. liure. Et pour la seconde partie de ceste proposition, la raison du plus petit quarré au milieu sera telle que du costé au costé, aussi sera celle du milieu au plus grand quarre, cõme nous l'auons veu, & par la dicte conuerse de la 20. deffinitiõ du 7. liure, &c. le plus petit quarré mesurera le plus grãd, ou bien le quarré mesurera le quarré.

15

Si vn nombre cube mesure vn nombre cube, aussi le costé de l'vn mesurera le costé de l'autre. Et si le costé de l'vn cube mesure le costé de l'autre, lors le cube mesurera le cube.

FORCADEL.

Car il y aura deux milieux proportionaux entre les deux cubes, & la continuatiõ sera celle du costé au costé, par la 12. proposition de ce liure, mais par la 7. propositiõ de ce liure, le plus petit cube mesurera le plus petit milieu, & par ainsi le costé d'iceluy cube mesurera le costé de l'autre par la conuerse de la 21. deffinitiõ du 7. liure, &c. Et pour la seconde partie puis que la dicte cõtinuation sera celle de la raison du costé au costé, par la conuerse de ladicte 21. deffinition, &c. le plus petit cube mesurera le plus petit des milieux, le plus petit des milieux mesurera le plus grand, & le plus grãd milieu mesurera le plus grand extreme, & par ainsi le cube mesurera le cube, car nous l'auons pris ainsi au commencement du 7. liure.

16

Si vn nombre quarré ne mesure pas vn nombre quarré, ni aussi le costé de l'vn ne mesurera pas le costé de l'autre. Et si le costé de l'vn quarré ne mesure pas le costé de l'autre, ni aussi le quarré ne mesurera pas le quarré.

FORCADEL.

Car si le costé mesuroit le costé, le quarré aussi mesureroit le quarré, par la seconde partie de la 14. proposition de ce liure. Et si le quarré (& ce sera pour la seconde partie) mesuroit le quarré: aussi le costé mesureroit le costé par la 1. partie de la mesme 14. proposition.

17

Si vn nombre cube ne mesure pas vn nombre cube, ni aussi le costé de l'vn ne mesure pas le costé de l'autre. Et si le costé de quelque cube ne mesure pas le costé d'un autre, ni aussi le cube ne mesurera pas le cube.

FORCADEL.

Car si le costé mesuroit le costé, aussi le cube mesureroit le cube, par la 2. partie de la 15. proposition de ce liure. Et pour la 2. partie de ceste proposition, si le cube mesuroit le cube, aussi le costé mesureroit le costé, par la 1. partie de la dicte 15. proposition.

18

Entre deux nombres plans semblables est un nombre milieu proportionel, & le plan au plan à la raison doublée du costé de semblable raison au costé de semblable raison.

FORCADEL.

Car s'ils sont plãs semblables, les costez d'iceux serõt proportionaux, par la conuerse de la 22. deffinition du 7. liure,

& par ainsi les costez de semblable raison, c'est a sçauoir le large au large, & le long au long seront proportionaux, & en multipliant le suyuant de la premiere raison par l'antecedent de l'autre sa telle raison, il est certain que la raison de l'vn des plans au nombre produict sera telle qu'est celle des costez de semblable raison, & aussi la raison de ce produict l'a à lautre plan sera la raison mesme des costez de semblable raison par la 17. & 18 propositions du 7. liure, & par la 11. proposition du 5. liure, & par ainsi ledict produict sera milieu proportionel entre les deux plans semblables, & la raison desdicts plans semblables sera doublée à la raison des costez de semblable raison, par la 10. deffinition du 5. liure. En prenant donques les quarrez des termes de ladicte raison, iceux seront en la raison des plans semblables, & par la 20. proposition du 7. liure, deux nombres plans semblables, estás multipliez l'vn par l'autre produirốt vn nốbre quarré.

19

Entre deux nombres solides semblables tombent deux nombres milieux proportionaux Et le solide au solide semblable, ont la raison triplée du costé de semblable raison au costé de semblable raison.

FORCADEL.

Car les costez d'iceux seront proportionaux par la conuerse de la 22. deffinition du 7. liure, & par ainsi les costez de semblable raison seront proportionaux, & en multipliant le large de l'vn par sa lốgueur, & la longueur d'iceluy par le large de l'autre, puis apres la largeur de l'autre par sa longueur, l'on aura trois nombres continuellement proportionaux, en la raison des costez de semblable raison, par la 18. & 17. propositions du 7. liure, & en multipliant encores ces trois nốbres là par la hauteur ou troisieme costé de l'vn & le troisieme d'iceux (qui est produict du large & du long de l'autre) par la hauteur ou troisieme costé de l'autre, l'ố aura quatre nombres continuellemết proportionaux, c'est à sçauoir deux milieux entre lesdicts nombres solides semblables, & seront lesdicts quatre nombres continuez en la raison des costez de semblable raison, par la 17. & 18. propositions du

7. li-

7.liure,& par la 11.proposition du 5.liure,& par ainsi les solides semblables auront vne raison triplée à celle des costez de semblable raison,par la 10.deffinition du 5.liure.En prenant donques les cubes des costez de semblable raison ou de leurs plus petis,de deux solides semblables, ils auront la raison des solides semblables, c'est à dire, que les cubes des termes qui ont la raison des costez de semblable raison, de deux solides semblables auront la raison mesme des solides semblables.

20

Si entre deux nombres tombe vn nombre milieu proportionel, iceux nombres seront plans semblables.

FORCADEL.

Car en prenant les plus petis nõbres en la raison continuée par la 35.propositiõ du 7.liure,iceux mesurerõt egallemẽt le premier & le secõd des trois nõbres cõtinuellemẽt proportionaux,& aussi ils mesureront egallement le secõd & le troisieme,par la 21.proposition du 7.liure, & par ainsi l'vn des plus petis, & le nombre par lequel il mesure le premier seront les costez du premier, par la 17. deffinition du 7.liure,& l'autre des plus petis, & le nõbre par lequel il mesure le troisieme,seront les costez du troisieme, par la mesme 17.deffinition par laquelle lesdicts trois nombres continuellement proportionaux seront plans,& pource que l'vn d'iceux plus petis multipliant le nombre par lequel l'autre mesure le troisieme produict le milieu proportionel, & l'autre multipliant le nombre par lequel l'vn, ou son autre mesure le premier ꝓduict le mesme milieu,il est certain que les costez des extremes serõt proportionaux,par la 2. partie de la 19.propositiõ du 7.liure,& par ainsi iceux extremes serõt plans semblables par la 22.deffinitiõ du 7.liure. Nous pouuõs prẽdre en ceste ꝓpositiõ,q̃ le double,le triple,le quadruple de deux nõbres quarrez serõt plãs semblables: car entre deux nõbres quarrez y a vn milieu ꝓportionel ꝑ la 11.ꝓpositiõ de ce liure,il y aura aussi vn nõbre milieu proportionel entre lesdicts nombres egallement plusieurs fois par la 17.

propoſition du 7.liure,& par la 8.propoſition de ce liure,& par ainſi ils ſeront plans ſemblables, & par vne meſme raiſon,ſi en prenant la moitie, ou le tiers,le quart,&c.de deux nombres, il en vient deux nombres quarrez il ſeront plans ſemblables.

21

Si entre deux nombres, tombent deux nombres milieux proportionaux,iceux nombres ſont ſolides ſemblables.

FORCADEL.

Car en prenant trois nombres les plus petis continuez en la raiſon continuée, par la ſeconde propoſition de ce liure, les deux extremes ſeront premiers entr'eux, ou bien, prenant de trois nombres continuez & eſtant en la continuation propoſee les plus petis, par la 35.propoſition du 7.liure, les extremes d'iceux plus petis ſeront premiers entr'eux par la 3.propoſition de ce liure, & ſeront les plus petis en leur raiſon par la 23.propoſition du 7.liure, & meſureront egallement ceux qui auront la meſme raiſon, par la 21.propoſition du 7.liure,maintenant il eſt certain que des trois plus petis, les extremes ſeront plans ſemblables,par la precedente propoſition, & ſeront faicts de deux coſtez,par la conuerſe de la 17.deffinition du 7.liure,& auront les coſtez proportionaux par la conuerſe de la 22. deffinition du meſme 7.liure,& par ainſi les coſtez de ſemblable raiſon ſeront proportionaux, & puis qu'il eſt ainſi que la raiſon du premier des propoſez au troiſieme,eſt telle qu'eſt du p̃mier des plus petis au troiſieme des plus petis,par la 14. propoſition du 7. liure, & que le premier & le troiſieme des trois plus petis meſurerõt egallement le premier & le troiſieme des propoſez, il eſt certain que le nombre par lequel le premier des plus petis meſure le premier des propoſez, ſera le troiſieme coſté du premier des propoſez,& par ainſi le premier des propoſez ſera ſolide par la 18. deffinition du 7. liure, & les trois coſtez d'iceluy ſerõt les deux coſtez du premier

mier des plus petis & celuy nombre par lequel le premier des plus petis mesure le premier des proposez, ausi la raisõ du second des proposez au quatrieme, estant celle du premier des trois plus petis au troisieme, par la mesme 14. proposition, & que les extremes des plus petis mesurent egallement le second & le quatrieme des proposez, il est certain que le nombre par lequel le troisieme des plus petis mesure le quatrieme des proposez, sera le troisieme costé du dict quatrieme nombre, & par ainsi le dict quatrieme nombre sera solide, par la 18. deffinition du 7. liure, & les trois costez d'iceluy seront les deux costez du troisieme des plus petis, & le nombre par lequel le dict troisieme mesure le mesme quatrieme nõbre. Mais il est ainsi que la raison des trois nombres plus petis, est continuee en la raison des costez de semblable raison des extremes, & par ainsi la raison des quatre nombres proposez sera ausi continuée en la raison des costez de semblable raison des dicts extremes des plus petis, par la 11. proposition du 5. liure, de là le nombre ausi par lequel le premier des trois plus petis mesure le premier des quatre nombres proposez, est celuy mesme par lequel le troisieme des pl9 petis mesure le troisieme des quatre nombres proposez, & par ainsi le nombre par lequel le troisieme des plus petis mesure le troisieme, & celuy par lequel il mesure le quatrieme, qui sont les troisiemes costez des nombres extremes des quatre proposez, auront la raison du troisieme nombre au quatrieme, par la 17. proposition du 7. liure, & par la 11. proposition du 5. liure, ils aurõt la raison des costez de semblable raison, des dicts plans semblables, & les extremes des quatre nombres proposez serõt solides semblables par la 22. deffinition du 7. liure.

Nous pouuons ausi prendre en ceste proposition, que le double, triple, le quadruple, &c. de deux nombres cubes seront solides semblables, car ils seront en la raison des cubes, par la 17. proposition du 7. liure, entre lesquelz y aura deux nombres milieux proportionaux, par la 12. proposition de ce liure,& par la 8.proposition de ce liure entre lesdicts doubles triplez &c. y aura ausi deux milieux proportionaux,& par ainsi il seront solides semblables, & par vne mesme raison si en prenant la moitié, le tiers, le quart,&c. de deux nombres,il en vient deux nombres cubes, ils serõt solides semblables.

22

Si sont trois nombres continuellement proportionaux,& le premier est quarré,außi le troisieme sera quarré.

FORCADEL.

Car entre les deux nombres extremes il y aura vn milieu proportionel, & par ainsi les deux extremes seront plans semblables par la 20. proposition de ce liure, & les costez d'iceux seront proportionaux,par la conuerse de la 22.deffinition du 7.liure: donques puis que les costez de l'vn sont egaux entr'eux,ausi seront les costez de l'autre egaux entr'eux, & l'autre plan semblable sera ausi quarré par la 19. deffinition du 7. liure.

23

Si sont quatre nombres continuellement proportionaux,& le premier est cube außi le quatrieme sera cube.

FORCADEL.

Car entre les deux nombres extremes il y aura deux milieux proportionaux, & par ainsi les deux extremes seront solides semblables par la 21.propositiõ de ce liure,desquels les costez seront proportionaux par la cõuerse de la 22. deffinitiõd u 7.liure,& pour ce que les trois costez de l'vn sont egaux entr'eux, ausi les costez de l'autre seront egaux entr'eux & l'autre solide semblable sera cube par la 20. deffinition du 7.liure.

24

Si deux nombres ont la raison entr'eux qu'a un nombre quarré, à un nombre quarré,& le premie estrquarré,außi le second sera quarré.

FORCADEL.

Car entre deux nombres quarrez il y a vn milieu proportionel par la 11. proposition de ce liure,& par ainsi entre les deux nombres proposez y aura vn milieu proportionel,par la 8.proposition de ce liure, & le secõd des deux

nom-nõbres proposez sera quarré, par la 22. ꝓpositiõ de ce liure.

25

Si deux nombres ont la raison entr'eux qu'a vn nombre cube à vn nombre cube, & le premier est cube, aussi le second sera cube.

FORCADEL.

Car entre deux nombres cubes il y a deux milieux proportionaux, par la 12. proposition de ce liure, & par ainsi entre les deux nombres proposez y aura deux milieux proportionaux, par la 8. ꝓpositiõ de ce liure, & le secõd des deux nõbres proposez sera cube, par la 23. propositiõ de ce liure.

26

Les nombres plans semblables, ont la raison entr'eux, qu'a un nombre quarré à un nombre quarré.

FORCADEL.

Car entre deux nombres plans semblables, il y a vn milieu proportionel par la 18. proposition de ce liure, & par ainsi il y aura trois nombres continuellement proportionaux, & en ayant pris autãt de plus petis continués en leur raison, par la 35. proposition du 7. liure, & par la seconde proposition de ce liure, les extremes d'iceux plus petis, serõt quarrez, par le correlaire de la mesme seconde proposition, & auront la raison des nombres plans semblables proposez par la 14. propositiõ du 7. liure, & par ainsi les nombres plãs semblables auront la raison d'vn nombre quarré à vn nombre quarré. Les nombres donques qui ne seront pas plans semblables n'auront point la raison d'vn nombre quarré à vn nombre quarré. Nous pouuons aussi prendre en ceste propositiõ que les plus petis en la raison de deux nombres plans semblables seront quarrez.

27

Les nombres solides semblables, ont la raison entr'eux qu'a un nombre cube à un nombre cube.

FORCADEL.

Car entre deux nõbres solides semblables, il y a deux milieux ꝓportionaux, par la 19. ꝓpositiõ de ce liure, & par ainsi il y aura 4. nõbres cõtinuellemẽt ꝓportionaux, & ayãt pris autãt de nõbres les plus petis cõtinuez en la mesme raison, par la 35. propoſition du 7. liure & par la 2. propoſition de ce liure, les nombres extremes d'iceux plus petis ſeront cubes par le correlaire de ladicte 2. propoſition, & auront la raiſon des ſolides ſemblables, par la 14. propoſition du 7. liure, & les ſolides ſemblables auront la raiſon d'vn nõbre cube, à vn nombre cube. Les nombres donques qui ne ſeront pas ſolides ſemblables, n'auront point la raiſon d'vn nombre cube à vn nombre cube. Nous pouuons prendre auſsi en ceſte propoſition que les nombres plus petis en la raiſon de deux nombres ſolides ſemblables ſeront cubes.

Fin du huictieme liure.

A MONSIEVR DE BELESBAT, CONSEILLER ET MAISTRE DES REQVESTES ordinaire de l'hostel du Roy, Pierre Forcadel, Salut.

MONSIEVR, depuis vn an que ie vous feis la reuerence, la Cour estant à Paris, la grande faueur, qu'il vous pleust me faire de me recognoistre pour l'vn de vos treshumbles seruiteurs, ensemble l'obligation que ie vous dois toute ma vie, m'ont tousiours solicité en traduisant les liures des Elemens d'Euclide, de vous dedier & presenter l'vn d'iceux, entre lesquels i'ay choisi ce neufieme, auquel est enclose la principale source de l'Algebre, sans l'intelligence de laquelle nul ne peut paruenir à la vraye cognoissance des sciences Mathematiques. Or sçay ie bien, MONSIEVR, que ceste mienne traduction sera humainement receue de vous, d'aussi bon gré que les autres œuures, qu'il vous a pleu accepter de moy, ce qui me fera mettre peine à l'aduenir de publier sous vostre nom des choses de plus grande entreprise, auec l'aide de Dieu, auquel ie suplie, MONSIEVR, vous donner en tresbonne santé longue & heureuse vie. De Paris, ce 10. de Ianuier. 1565.

LE NEVFIEME LIVRE, DES ELEMENS D'EVCLIDE, TRADVICT ET COMMENTE, PAR

Pierre Forcadel de Beziés.

PROPOSITIONS.

I

Si deux nombres plans ſemblables ſe multipliãs l'vn l'autre, en engendrent quelqu'vn, iceluy produict ſera quarré.

FORCADEL.

Car le multipliant ſe multipliant auſſi ſoy meſme produira vn nombre quarré, par la 19. deffinition du 7. liure, lequel aura audict produict la raiſon deſdicts deux plans, par la 17. propoſition du 7. liure, mais entre les deux plans ſemblables il y a vn nombre milieu proportionel, par la 18. propoſition du 8. liure, & par ainſi entre les deux autres, il y aura auſsi vn milieu proportionel, par la. 8. propoſition du 8. liure, & le produict des deux nombres plans multipliez enſemble ſera quarré, par la 22. propoſition du 8. liure. Nous pouuons prendre auſsi en ceſte propoſition que deux nombres quarrez multipliez enſemble produiront vn nombre quarré, car ils ſont plans ſemblables d'eux meſmes, & auſsi que le multipliant ſe multipliant ſoy meſme ſera vn nombre quarré, par la meſme 19. deffinition, & aura au produict des deux quarrez, la raiſon meſme des deux quarrez, par la meſme dixſeptieme propoſition, & par l'vnzieme propoſition tiō du huictieme liure, entre les deux nombres quarrez, il y a vn milieu proportionel, aussi entre les deux autres nombres, il y aura vn milieu proportionel, par ladicte 8. proposition, & par ainsi le produict des deux quarrez sera quarré, par la mesme 22. proposition, & par ainsi le cube d'vn quarré sera quarré, & cube d'vn quarré.

Nous y pouuons prendre aussi que deux nombres non plans semblables, estans multipliez ensemble produiront vn nombre non quarré.

2

Si deux nombres se multiplians l'vn l'autre mutuellement font vn quarré, iceux sont plans semblables.

FORCADEL.

Car le nombre multipliant se multipliant soy mesme produira vn nombre quarré, par la dixneufieme deffinition du 7. liure, & la raison des quarrez sera telle, que celle desdicts deux nombres, par la 17. proposition du septieme liure, mais entre deux nombres quarrez il y a vn milieu proportionel, par l'vnzieme proposition du huictieme liure, aussi entre lesdicts deux nombres, il y aura vn milieu proportionel, par la huictieme proposition du huictieme liure, ils seront donques plans semblables, par la vingtieme proposition du 8. liure. Nous pouuons prendre en ceste proposition que si deux nombres se multiplians ensemble font vn nombre non quarré, iceux ne seront pas plans semblables, car s'ils estoyent plans semblables, ledict produict seroit quarré, par la precedente proposition, tout ainsi que si deux nombres non plans semblables estant multipliez ensemble font vn nombre quarré, ils seront plans semblables par ceste proposition, ce qui est impossible.

3

Si vn nombre cube se multipliant soymesme en engendre quelqu'vn, l'engendré sera cube.

FORCADEL.

Car comme l'vnité sera au nombre cube, ainsi sera le cube à son quarré, mais entre l'vnité & le nõbre cube y a deux milieux proportionaux, c'est asçauoir le costé du cube & le quarré du costé du cube, aussi entre le nombre cube & son quarré y aura deux milieux proportionaux, par la 8. proposition du 8. liure, & le quarré du nombre cube sera cube par la 23. proposition du 8. liure. Et par ainsi le quarré d'vn cube sera cube, & quarré d'vn cube: & sera cube d'vn quarré par la 22. proposition du 8. liure, car le cube le quarré du costé & le costé seront continuellement proportionaux. Parquoy tout nombre qui sera quarré & cube, il sera cube d'vn quarré & sera quarré d'vn cube, car s'il n'estoit pas quarré d'vn cube il ne seroit pas cube, comme nous le pouuons prẽdre en ceste proposition qui veut dire qu'vn nombre non cube se multipliant soy mesme produict vn nombre non cube.

4

Si un nombre cube multipliant un nombre cube, en engendre quelcun, l'engendre sera cube.

FORCADEL.

Car le nombre multipliant se multipliãt soy mesme produict vn nombre cube, par la precedẽte proposition, & aura la raison audict produict telle qu'est celle des deux nombres cubes par la 17. propositiõ du 7. liure, mais entre deux nombres cubes il y a deux milieux proportionaux, par la 12. proposition du 8. liure, aussi entre les deux autres, il y aura deux milieux proportionaux, par la 8. proposition du 8. liure, & le dict nombre produict sera cube par la 23. proposition du 8. liure. Quãd donques deux nombres milieux proportionaux entre deux nombres cubes se multiplient ensemble, ils produisent vn nombre cube.

5

Si un nombre cube multipliant quelque nombre, engendre un cube, aussi le multiplié sera cube.

FORCADEL.

Car celuy cube se multipliant soy mesme, produict vn nombre

nombre cube par la 3, proposition de ce liure, lequel au cube produict aura la raison des deux autres nombres, par la 17. proposition du 7. liure, mais entre deux nombres cubes y a deux milieux proportionaux, par la 12. proposition du 8. liure, aussi entre les autres deux nombres il y a deux milieux proportionaux, par la 8. proposition du 8. liure, & le dict nombre multiplié sera cube, par la 23. proposition du 8. liure. Quand donques vn nombre cube multipliant quelque nombre produict vn nombre non cube, le nombre multiplié sera non cube.

6

Si un nombre se multipliant soy mesme produict un cube, außi iceluy sera cube.

FORCADEL.

Car le mesme nombre multipliant le dict produict, ou son quarré, produira vn nombre cube, par la 20. deffinition du 7. liure, & iceluy nombre, son quarré & son cube seront continuellement proportionaux, par la 22. deffinition du 7. liure, mais entre deux nombres cubes il y a deux milieux proportionaux, par la 12. proposition du 8. liure, aussi entre le dict quarré & le costé, y aura deux nombres milieux proportionaux, par la 8. proposition du 8. liure, & le nombre lequel s'estant multiplié soy mesme a produict vn nombre cube sera cube par la 23 proposition du 8. liure. Quand donques vn nombre quarré sera cube il sera le quarré d'vn cube. Aussi quand vn nombre se multipliant soy mesme produict vn nombre non cube il sera non cube.

7

Si un nombre composé multipliant quelque nombre, produict quelque nombre, le produict sera solide.

FORCADEL.

Car le nombre composé est mesuré de quelque nombre par la conuerse de la 14. deffinitiõ du 7. liure, & le nombre par lequel il est mesuré de quelque nombre multipliãt le mesurant, produira le nombre composé, lequel multipliant l'autre nombre, ou ledict quelque nombre, produira vn nombre ſolide par la 18. deffinition du 7. liure.

Auſsi tout nõbre composé eſt plan, & a deux coſtez par la cõuerſe de la 17. deffinitiõ du 7. liure, & par ainſi eſtant multiplié par quelque nõbre, le produict ſera ſolide, par la 18. deffinition du 7. liure.

8

Si depuis l'vnité ſont tant de nõbres qu'on voudra continuellemẽt proportionaux, le troiſieme depuis l'vnité ſera quarré, & tout les autres qui en entrelaiſſent vn: & le quatrieme ſera cube, & touts les autres qui en entrelaiſſent deux: mais le ſeptieme ſera cube & quarré enſemble, & touts les autres qui en entrelaiſſent cinq.

FORCADEL.

Car le troiſieme commençant a l'vnité ſera quarré, par la 19. deffinition du 7. liure, & le cinquieſme & 7. ſeront auſsi quarrez, par la 22. propoſition du 8. liure, &c. Auſsi le quatrieme commençant a l'vnité ſera cube, par la 20. deffinition du 7. liure, & le 7. nombre & le dixieme ſeront cubes par la 23. propoſition du 8. liure, &c. Et pource que par la premiere partie de ceſte demonſtration nous auons veu que le ſeptieme nombre de la progreſsion geometrique commençant a l'vnité ſera quarré, il ſera auſsi cube par la ſeconde partie, de la s'enſuiura qu'il ſera quarré & cube, ou cube & quarré, enſemble, auſsi le nombre trezieme d'vne telle ſuicte ſera cube & quarré enſemble par la 22. & 23. propoſitions du 8. liure, &c.

Archimede demonſtre tresbien au liure du nombre de l'areine, que ſi l'on prent la progresſion naturelle Arithmetique & ſoubs icelle l'on mect vne progresſion Geometrique commençant auſsi a l'vnité, puis on multiplie deux tels lieux qu'on voudra de la progresſion geometrique enſemble, le produict apartiendra au lieu lequel viendra de l'addition des deux lieux meſme de la progresſion Arithmetique adiouſtez enſemble ayant ſouſtraict l'vnité du nõbre de l'addition, & ſi vn lieu de la progresſion geometrique ſe multiplie par ſoy meſme, le produict qui en viendra ſera mis au lieu qui viendra du double du lieu meſme de la progresſion Arithmetique, ayant ſouſtraict l'vnité du nombre de l'addition: mais nous pourrons demonſtrer icy en

paſ-

passant qu'en prenant la progression naturelle Arithmetique,& mettant soubs icelle vne progression geometrique ne commençant pas à l'vnité, & continuée en vne telle raison qu'on voudra qu'en multipliāt deux tels lieux qu'on voudra de la progression geometrique emsemble le produict,estant parti par le premier nombre, il en viendra le nombre qui apartiendra ou sera mis au lieu lequel viendra de l'addition des deux mesme lieux de la progression Arithmetique,ayant soustraict l'vnité du nombre de l'addition, car cela qui multiplie le premier, c'est a dire le premier produict le second,qui est le deuxieme,& cela mesme multipliāt le secōd, produict le troisieme,c'est asçauoir le 3. qui se fait du double de 2.moins l'vnité:car il se fait du quarré du secōd estāt parti par le premier par la 20. proposition du 7. liure, & le double de 2. qui est en la progression Arithmetique est 4. duquel ayant leué l'vnité il reste 3. pour le lieu du produict, du second nombre de la progression geometrique,estant multiplié en soy parti par le premier nombre. Vous voies desia comme vn nombre de la progression geometrique s'estant multiplié soy mesme & ayant parti le produict par le premier, il en viendra le nombre qui sera mis au lieu,du double du mesme lieu, qui c'est multiplié, de la progression Arithmetique,ayant soustraict l'vnité du nombre de l'addition : mais le second nombre estant multiplié par le troisieme touts deux de la progression geometrique, & ayant parti le produict par le 1. il en viendra le 4.nombre par la 19.propositiō du 7.liure,lequel 4.viēt,de 2.& 3. de la progressiō Arithmetique,lesquels adioustez ensemble font 5.duquel ayāt soustraict l'vnité,il reste ledict 4.le 2.nōbre de la progressiō geometrique multipliāt aussi le 4:& le produict estāt parti par le 1.il en viēdra le 5.par la mesme 19.ꝑposition,du 7.liure,car le 1.le 2.le 4. & le 5.sont ꝑportionaux,aussi le 1.le 3.le 5.& le 7.serōt proportionaux par la 14.propositiō du 7.liure,&c.aussi le quarré du 4.nōbre estāt parti par le 1.dōnera le 7.nombre par la

20.propoſition du 7.liure, car le premier, le quatrieme, & le ſeptieme ſont continuellement proportionaux, par la meſme 14.propoſition du 7. liure, le premier nombre auſsi ſe multipliant ſoy meſme, & eſtant parti par ſoymeſme faict le premier du double de 1.moins 1.ou de 1.& 1.moins 1.& delà eſt manifeſte que ſi la progreſsion geometrique eſt cōtinuée par le nombre par lequel elle commence, ou auquel elle commence, & l'on multiplie deux tels nombres qu'on voudra enſemble, ou vn nombre en ſoy meſme, il en viendra le nombre de la progreſsion geometrique, qui ſera au lieu remarqué des deux nombres de la progreſsion Arithmetique des lieux meſmes adiouſtez enſemble, ou du double du nombre de la progreſsion Arithmetique du lieu meſme de la progreſsiō geometrique, qui s'eſt multiplié en ſoy meſme.

9

Si depuis l'unité ſont tant de nombres qu'on uoudra continuellemēt proportionaux, ſi celuy qui ſuiċt l'unité eſt quarré, auſsi tous les autres ſeront quarrez. Que ſi celuy qui ſuiċt l'unité eſt cube, auſsi tous les autres ſeront cubes.

FORCADEL.

Car ſi le nombre qui eſt apres l'vnité, ou le plus pres de l'vnité eſt quarré, le troiſieme commençant à l'vnité ſera quarré par la 19.deffinition du 7.liure, comme nous l'auōs veu en la precedente propoſition, & tous les autres ſeront quarrez, par la 1.propoſition de ce liure. Mais ſi le nombre le plus pres de l'vnité eſt cube, il eſt certain que le troiſieme depuis l'vnité ſera cube, par la 3. propoſition de ce liure, & le quatrieme depuis l'vnité ſera cube, par la 22. deffinition du 7.liure, ou par la 4. propoſition de ce liure, par laquelle tous les autres ſeront cubes. Et ainſi nous voyons qu'en ceſte propoſition l'on veut dire qu'outre les nombres d'vne progreſsion geometrique commençāt à l'vnité, qui ſeront quarrez, ou cubes, ou bien, cubes & quarrez enſemble, ou quarrez & cubes enſemble, ſi celuy qui eſt pres de l'vnité eſt quarré, tous ſeront quarrez, & s'il eſt cube tous ſeront cubes,

bes, & s'il est quarré & cube ensemble, ou cube & quarré ensemble, tous seront aussi quarrez & cubes ensemble, ou cubes & quarrez ensemble.

10

Si depuis l'vnité y a tant de nombres qu'on voudra proportionaux, & celuy qui est apres l'vnité ne soit pas quarré, ny aussi aucun des autres ne sera pas quarré, exeptez le troisieme depuis l'vnité, & tous ceux qui en entrelaissent vn. que si celuy qui est apres l'vnité n'est pas cube ny aussi aucun des autres ne sera pas cube, exeptez le quatrieme apres l'vnité, & tous ceux qui en entrelaissent deux.

FORCADEL.

Car si celuy qui est apres l'vnité n'est pas quarré, & le quatrieme apres l'vnité l'est, celuy qui est apres l'vnité seroit aussi quarré, par la 23. proposition du 8. liure, & si le sixieme depuis l'vnité est quarré, le quatrieme apres l'vnité le sera aussi, aussi celuy qui est apres l'vnité sera quarré par vne mesme 23. proposition du 8. liure, &c. Et si celuy qui est apres l'vnité n'est pas cube, & le troisieme depuis l'vnité l'est, celuy qui est apres l'vnité sera cube, par la sixieme proposition de ce liure, & si le cinquieme depuis l'vnité est cube, le troisieme depuis l'vnité le sera aussi par la vingtcinqieme ꝓpositiō du huictieme liure, & aussi celuy qui est apres l'vnité par vne mesme 6. propositiō de ce liure, & si le sixieme depuis l'vnité est cube, la raison du sixieme au quatrieme estant telle que du quatrieme à celuy qui est apres l'vnité, par la 14. proposition du 7. liure, il est certain que celuy apres l'vnité seroit cube par la 25. proposition du 8. liure, encore si le 8. nombre depuis l'vnité estoit cube le sixieme le seroit aussi, par la 25. proposition du 8. liure, aussi le premier seroit cube par la dicte 14. proposition du 7. liure, & la 25. proposition du 8. liure. Dauātaige si le 9. estoit cube, le cinquieme le seroit aussi par la 14. proposition du 7. liure, & la dicte 25. proposition du 8. liure, si seroit bien le troisieme depuis l'vnité par la mesme 25. proposition, & celuy apres l'vnité seroit cube par la 6. proposition de ce liure. Quand donques d'vne progression geometrique commençant à l'vnité celuy qui eſt pres de l'vnité ou apres l'vnité n'eſt pas ny quarré ny cube, les nombres de la progreſſion qui ne ſont pas ni quarrez ni cubes depuis le premier cube qui eſt le quatrieme depuis l'vnité, ou depuis le ſecond quarré qui eſt le cinquieme apres l'vnité, ſe peuuent (comme eſtant ſolides par la 18. deffinition du 7. liure,) nommer ſourds ſolides, deſquels le premier eſt premier, ou le plus pres de l'vnité qui eſt le ſixieme depuis l'vnité eſt nommé ſourd ſolide premier, ou le premier ſourd ſolide, ou ſourd ſolide ſimplement comme ſolide n'ayant ni racine quarrée ni racine cube, puis l'autre eſt nõmé ſecõd ſourd ſolide, puis celuy d'apres le troiſieme ſourd ſolide &c. Et combien que le nombre pres de l'vnité ſoit quarré ou cube ces nombres la des dicts lieux ne laiſſent pas d'eſtre nommez ſourds ſolides comme s'ils l'eſtoint. Et cecy ſe doibt prendre quant à la conſideration de la pratique.

Nous pouuons prendre auſsi en ceſte propoſition que d'vne progreſsion geometrique qui commence à l'vnité, ſi le nombre qui eſt pres de l'vnité n'eſt pas quarré, touts les deux nombres prochains d'vne telle progreſsion n'auront point la raiſon d'vn nombre quarré à vn nombre quarré, car ils l'auront telle que du nombre quarré à vn nombre non quarré.

II

Si depuis l'vnité ſont tant de nombres qu'on uoudra continuellement proportionaux, le plus petit meſure le plus grand, par quelcun de ceux qui ſont aux nombres proportionaux.

FORCADEL.

Car comme l'vnité eſt à celuy qui luy eſt pres ainſi eſt le penultieme au dernier, & par ainſi le penultieme meſurera le dernier par le nõbre qui eſt pres de l'vnité, car l'vnité meſure le dict nombre par luy meſme. Et comme l'vnité eſt à vn autre nombre de la progreſsion, que celuy qui luy eſt pres, ainſi ſera quelque nombre de la progrſsion au dernier nombre par la 14. propoſition du 7. liure, & par ainſi il meſurera le dernier par le dict autre nombre de la progreſsion

geo-

geometrique depuis l'vnité, ou bien, tout ainsi qu'est vn autre nombre de la progresion n'estant pas le penultieme au dernier, tout ainsi est ou la mesme raison a l'vnité à quel que nombre de la progresion par la dicte 14. proposition du 7. liure, & par ainsi vn nombre de ladicte progresiõ geo metrique mesurera le dernier par vn nombre qui sera en la progresiõ, soit par quelque autre nõbre ou par luy mesme.

Nous nommons le nombre d'vne telle progresion geometrique qui est pres de l'vnité, racine, le troisie-me depuis l'vnité, premiere, le quatrieme seconde, & le cinquieme depuis l'vnité nous le nommons tierce, &c. cela veut dire que quand nous prenons vn nombre pour premier, c'est a dire pour racine, nous nommons son quar-ré, premiere, son cube, seconde, & son quarré de quarré, c'est a dire le quatrieme nombre depuis luy, nous le nom-mõs tierce, &c. Quand dõques l'on nous proposera l'abbre uiatiõ de 7. R. diuisées par 8. tierces comme il soit ainsi que toute racine se mesure soy mesme cõme ausi faict tout nõ-bre, & que l'vnité mesure ausi vn chacun nombre, & que par ceste proposition toute racine mesure sa tierce de sa se-conde ou par la seconde, il est certain que 1. racine mesure-ra 7. racines, 7. fois & par ainsi ayant parti 7. racines par 1. racine, il en viendra 7. ausi 1. racine mesurera 8. tierces par 8. secõdes, & par ainsi l'abbreuiation sera faicte en 7. diuisé par 8. secondes. L'on nous pourra ausi proposer l'abbreuia tion de 8. secõdes diuisées par 12. tierces, & par ainsi en pre nant la 4. partie d'vne part & d'autre, il en viendra premie-rement 2. secõdes diuisées par 3. tierces, & comme il soit ain si qu'vn chacun nõbre d'vne telle progresion (cõme ausi faict tout autre nõbre) se mesure soy mesme, il est certain q̃ la 2, se mesurera soy mesme, & mesurera la tierce par la R. en diuisant dõques 2. secõdes par 1. secõde, il en viẽdra 2. & di-uisant 3. tierces par 1. secõde, il en viẽdra 3. R. & par ainsi l'a breuiation sera faicte en deux diuisé par 3. Racines, mais si l'on diuise premierement 8. secondes par vne seconde, il en viendra 8.& diuisant 12.tierces, par 1.seconde,il en viẽdra, 12.racines,& l'abbreuiation sera faicte premierement, en 8.diuisé par 12.racines,puis en prenant la quatrieme partie d'vne part & d'autre,l'on aura 2. parti par 3. racines, & puis qu'il est ainsi que la seconde se mesure soy mesme, & mesure sa plus grande denommation,c'est àsçauoir la tierce & que 8.& 12.sont mesurez de 4.il est certain que 8.secondes,& 12. tierces seront mesurées de 4. secondes, en diuisant donques 8.secondes,par 4.secondes,il en viendra 2. & en diuisant 12.tierces,par 4.secondes,il en viendra 3. racines,& tousiours l'abbreuiation sera faicte en 2.diuisé par 3. racines,en abbreuiant aussi 4 premieres,plus 7.racines diuisées par 9.quartes, il en viẽdra par ceste proposition 4.racines plus 7,diuisées,par 9.tierces,& 7.racines moins. 5,diuisées par 9.quartes seront toutes abbreuiées, car l'vnité qui tient le premier lieu,d'vne telle progression, ou proportiõ se mesure soy mesme par soy mesme, & mesure les autres par vne chacune,ou par elles mesmes.

12

Si depuis l'vnité y a tant de nombres qu'on voudra proportionaux,autant de nombres premiers qui mesurent le dernier,autant aussi mesureront celuy qui est le plus pres de l'unité.

FORCADEL.

Car le dernier sera composé par la 14. deffinition du 7. liure,& sera mesuré de quelque nombre premier,par la 33. proposition du mesme 7. liure. Maintenant si ce nombre premier là qui mesure le dernier, ne mesure pas celuy qui est pres de l'vnité, il sera premier auec celuy qui est pres de l'vnité par la 31. proposition du 7. liure,& seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & mesureront ceux qui seront en leur raison,par la 21.proposition du mesme 7. liure.Or est il ainsi que la raison dudict nombre premier au nombre qui est pres de l'vnité, est telle que du nombre penultieme, au nombre par lequel ledict nombre premier mesure le dernier,par la seconde partie de

la

la 19.propositiõ du 7.liure,& par ainsi le nombre premier, qui mesure le dernier mesurera aussi le penultieme, lequel nous prendrons maintenant pour le dernier, & tousiours la raison dudict nombre premier au nombre qui est pres de l'vnité, sera comme le penultieme du dernier au nombre, par lequel le mesme nõbre premier mesure ce dernier icy, par la mesme 19.proposition du 7.liure, & par ainsi le mesme nombre premier mesurera le penultieme du nombre pris pour le dernier,& allant ainsi,& demonstrant, iusqu'à ce que le penultieme viene a estre le nombre mesme qui est pres de l'vnité,il est certain que ledict nombre premier, le nombre qui est pres de l'vnité,& le nombre par lequel le nombre premier mesure le troisieme depuis l'vnité seront continuellement proportionaux, par la seconde partie de la 20.proposition du 7.liure, & par ainsi le nombre premier mesureroit le nombre qui est pres de l'vnité,ne le mesurant pas, ce qui est impossible, car lors ledict nombre premier seroit composé auec le nombre qui est pres de l'vnité, par la 15.deffinition du 7.liure, & deux nombres pourroyent estre ensemblément premiers entr'eux,& non premiers entr'eux,ce qui est impossible.

13

Si depuis l'unité sont tant de nombres qu'on uoudra continuellement proportionaux, & celuy qui est apres l'unité est premier, aucun autre ne mesurera point le plus grand, exceptez ceux qui sont aux nombres proportionaux.

FORCADEL.

Car si vn nombre autre que de ceux qui sont aux nombres proportionaux mesure le dernier nombre, il le mesurera aussi par vn nombre autre que de ceux qui sont aux nõbres proportionaux,ou bien,le mesurant seroit de ceux qui sont aux nõbres ꝓportionaux,par la 11.proposition de ce liure,il est certain aussi que le mesurant sera composé, car s'il estoit premier il mesureroit le nombre qui est apres l'vnité, par la precedente proposition,& le nombre qui est apres l'v nité ſeroit composé par la 14.deffinition du 7. liure, & par ainſi le nombre meſurant ſera meſuré d'vn nombre premier, par la 33.propoſition du 7.liure, lequel ſera le nombre qui eſt apres l'vnité, car s'il eſtoit meſuré d'vn autre nombre premier que de celuy là qui eſt apres l'vnité, celuy autre nõbre premier qui le meſureroit, meſurant auſsi le dernier, il meſureroit celuy qui eſt apres l'vnité, par la precedente propoſition, ce qui eſt contre la douzieme deffinition du 7. liure. Or eſt il ainſi que la raiſon du nombre qui eſt apres l'vnité au meſurant eſt la raiſon meſme du nombre par lequel le meſurant meſure le dernier au penultieme nombre, par la dixneufieme propoſition du 7. liure, & par ainſi le nombre par lequel le meſurant meſure le dernier nombre meſurera le penultieme, par la conuerſe de la 22. deffinition du 7. liure, & la conuerſe de la troiſieme deffinition du meſme 7. liure, & celuy qui meſure le penultieme comme dernier, le meſurera auſsi par vn nombre qui ne ſera pas de ceux qui ſont aux nombres proportionaux, par vne meſme raiſon, & ſera meſuré du nombre qui eſt apres l'vnité, & celuy par lequel il meſure le penultieme comme dernier, meſurera auſsi le troiſieme nombre depuis le dernier, ou ſon penultieme, par vn autre nombre que de ceux qui ſont en la progreſsion par vne meſme façon de demonſtrer, & ainſi allant & demonſtrant de penultieme en penultieme, & de dernier en dernier, iuſqu'à ce que le penultieme ſoit le nõbre qui eſt apres l'vnité, ou le pluspres de l'vnité, il eſt certain que le nõbre qui eſt apres l'vnité, le nombre qui meſure le troiſieme depuis l'vnité, le nombre par lequel le meſurant meſure le troiſieme depuis l'vnité, & le nombre, qui eſt apres l'vnité ſont proportionaux, & par ainſi le nombre par lequel le meſurant meſure le troiſieme, depuis l'vnité meſurera le nombre qui eſt apres l'vnité, ce qui eſt contre la dicte 12.deffinition du 7 liure, ou bien, le meſurant, le nombre qui eſt apres l'vnité, & celuy par lequel le troiſieme depuis l'vnité eſt meſuré ſeroyent continuelle-

ment

ment proportionaux, par la seconde partie de la 20. proposition du 7. liure, & par la conuerse de la 22. deffinition du 7. liure, le nombre qui est apres l'vnite sera le plusieurs fois du nombre par lequel le mesurant mesure, puis par la conuerse de la 5. deffinition du mesme 7. liure, le nombre qui est apres l'vnité sera mesuré de quelque nombre, & sera aussi composé par la 14. deffinition du mesme 7. liure, ce qui est impossible.

14

Si un plus petit nombre est mesuré de quelques nombres premiers, aucun autre nombre premier ne mesurera point iceluy, exceptez ceux qui le mesurent au commencement.

FORCADEL.

Il veut dire que si l'on prend le plus petit nombre mesuré de quelques nombres premiers, qu'il ne sera pas mesuré d'aucun autre nombre premier que de ceux desquels il est le plus petit. Car s'il est mesuré de quelque autre nombre premier, il le sera par vn nombre plus petit qu'il n'est, & cõme il soit ainsi qu'vn chacun des nombres premiers, desquels le mesuré est le plus petit, ne mesure pas celuy qu'on voudroit dire mesurant, car iceluy qu'on voudroit dire mesurant seroit composé, par la 14. deffinition du 7. liure, de là s'ensuiura qu'vn chacun desdicts nombres premiers, mesureroit le nombre par lequel celuy qu'on diroit mesurant mesureroit le mesuré, par la 32. proposition du 7. liure, ce qui est impossible, car il y auroit lors vn nombre plus petit, que le plus petit mesuré de quelques nombres.

15

Si trois nombres continuellement proportionaux, sont les plus petis de ceux qui ont auec iceux, la mesme raison, les deux tels qu'on uoudra composez ensemble seront premiers à l'autre.

FORCADEL.

Car les deux extremes serõt quarrez par le correlaire de la ſeconde propoſition du 8. liure,& ſeront les quarrez des deux plus petis nombres ayant la raiſon continuée par le meſme correlaire,leſquels ſeront premiers entr'eux,par la 24. propoſition du 7. liure, & en adiouſtant enſemble les dicts deux plus petis nombres,le nombre de l'addition ſera premier à l'vn & à l'autre,par la 30. propoſition du 7. liure, & ſera auſsi premier au quarré de l'vn & au quarré de l'autre,par la 27. propoſition du 7. liure, par laquelle auſsi vn chacun des deux nombres plus petis ſera premier au quarré de l'autre,& par ainſi le produict de la multiplication du nombre de l'addition par le plus grand des deux nombres plus petis,ſera premier au plus petit extreme par la 26. propoſition du 7. liure, lequel produict eſt egal aux deux autres nombres de la progreſsion, par la 3. propoſition du ſecond liure, car le milieu proportionel eſt egal au produict de la multiplication des deux nombres plus petis & par vne meſme raiſon, le produict de la multiplication du dict nõbre de l'addition par le plus petit des deux nombres plus petis, ſera premier auec le plus grand extreme, lequel produict eſt egal aux deux autres nombres de la proportion: nous ſçauons auſsi par la 4. propoſition du ſecond liure,& par la premiere ꝓpoſition du ſixieme liure,que deux nombres quarrez adiouſtez enſemble auec le milieu proportionel d'iceux deux fois, feront autant comme le quarré du nombre qui eſt faict de l'addition des racines quarrez des dicts nombres quarrez, mais le quarré du dict nombre de l'addition de nos deux nombres plus petis eſt premier auec vn chacun des dicts deux nombres plus petis,par la 27. propoſition du 7. liure, & eſt auſsi premier au milieu proportionel qu'on nous a propoſé, par la 26. propoſition du 7. liure, & par ainſi les trois nombres propoſez enſemble, ſerõt premiers au milieu proportionel propoſé,& les deux extremes des nombres propoſez ſeront premiers auec le dict milieu proportionel propoſé,par la 30. propoſition du 7. liure.

Si

16

Si deux nombres sont premiers entr'eux, il ne sera pas comme le premier au second ainsi le second a quelque autre.

FORCADEL.

Car s'ils sont premiers entr'eux, ils seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & mesureront egallement ceux qui seront en leur raison, par la 21. proposition du 7. liure, & par ainsi si la raison du premier au second estoit cõme le second à vn certain troisieme, le premier nombre mesureroit le second, ce qui est contre la 13. & 15. deffinitions du 7. liure. Ou bien, le quarré du second nombre estant premier auec le premier nombre, par la 27. proposition du 7. liure, s'il y auoit vn troisieme nõbre proportionel, le quarré du second seroit egal au nombre produict des deux autres, par la 20. proposition du 7. liure, & par ainsi le quarré du second seroit mesuré du premier, & le premier & le quarré du secõd seroyent composez ensemble par la 15. deffinition du 7. liure, ce qui est impossible.

17

Si sont tant de nombres qu'on uoudra continuellement proportionaux, desquels les extremes soient premiers entr'eux, il ne sera pas comme le premier au second, ainsi le dernier a quelque autre.

FORCADEL.

Car si les extremes sont premiers entr'eux, ils seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & mesureront ceux qui seront en leur raison, par la 21. proposition du 7. liure, maintenant si la raison du dernier à quelque autre nombre est telle que celle du premier au second, la raison du premier au dernier sera telle, que du second à celuy autre nombre, par la 14. proposition du 7. liure, & par ainsi le premier mesurera le second, & mesurera aussi le dernier à cause de la continuation de la raison du premier au second, ce qui est impossible.

18

Deux nombres estans donnez considerer si l'on peut trouuer un troisieme pro-

portionel à iceux.

FORCADEL.

Les deux nõbres donnez, ou bien ils serõt premiers entr' eux ou non, s'ils sont premiers entr'eux il est impossible de leur trouuer vn troisieme nombre proportionel, par la 16. proposition de ce liure: mais si les deux nombres dõnez ne sont pas premiers entr'eux & le quarré du second est mesuré du premier nombre, il est certain que ce nombre la par lequel le premier mesure le quarré du second sera le troisieme nombre proportionel au deux nombres donnez, par la secõde partie de la 20. propositiõ du 7. liure, mais si le 1. nõbre ne mesure pas le quarré du second, il sera impossible de leur trouuer vn 3. proportionel, car s'il y en auoit vn, le quarré du second seroit mesuré du premier nombre par la 1. partie de la 20. propositiõ du 7. liure, ce qui est contre la 3. & 4. deffinitions du 7. liure.

19

Trois nombres estans donnez considerer si l'on peut trouuer vn quatrieme proportionel a iceux.

FORCADEL.

Les trois nombres proposez, ou bien il seront continuellement proportionaux & leurs extremes seront premiers entr'eux, ou il ne seront pas cõtinuellemẽt proportionaux, & leurs extremes serõt premiers entr'eux: ou bien il seront continuellement proportionaux & leurs extremes ne seront pas premiers entr'eux, ou il ne seront pas continuellement proportionaux & leurs extremes ne seront pas premiers entr'eux. Si les trois nombres sont continuellement ꝓportionaux & les deux extremes sont premiers entr'eux, nous auons veu en la 17. proposition de ce liure, qu'il est impossible de leur trouuer vn quatrieme nombre proportionel. S'ils ne sont pas continuellement proportionaux & les deux extremes sont premiers entr'eux, il est aussi impossible de leur trouuer vn quatrieme nombre proportionel, car s'ils auoient vn quatrieme nombre proportionel, cõme il soit ainsi que les extremes sont les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & qu'ils mesurẽt ceux qui sont en leur raison, par la 21. proposition du 7. liure, en fai-

faisant la raison du 4. à vn 5. telle qu'est du 2. au 3. la raison du 1. nõbre au 3. sera telle que du 3. au cinquieme par la 14. ꝓpositiõ du 7. liure, & par ainsi le premier mesurera le troisieme ce qui est impossible, ou bien le quarré du troisieme sera egal au produict du premier & du 5. par la 20. proposition du 7. liure, & par ainsi le premier mesurera le quarré du 3. lequel il ne mesure pas par la 27. propositiõ du 7. liure, ce qui est contre la 3. & 4. deffinitions du 7. liure. Mais si les extremes ne sont pas p̃miers entr'eux soit que les trois nõbres, soient continuellement proportionaux ou non, si le premier mesure le produict du second & du troisieme, il est certain que le nombre par lequel le premier mesure ledict produict, sera le nombre quatrieme proportionel aux trois nombres proposez, par la 19. proposition du 7. liure, & si le premier nõbre, ne mesure pas le produict du second & du troisieme il sera les parties du dict ꝓduict, par la 4. deffinitiõ du 7. liure, il est certain donques qu'iceux nõbres n'auront point de quatrieme ꝓportionel, car le 1. nõbre mesureroit ledict produict, par la 19. proposition du 7. liure, & seroit la partie dudict produict par la 3. deffinition du 7. liure, ce qui est imposible.

20

Les nombres premiers, sont plus que quelconque multitude proposee, de nombres premiers.

FORCADEL.

Car en prenãt le plus petit nõbre mesuré d'vne multitude de nõbres premiers par la 38. ꝓposition du 7. liure, & luy ayãt adiousté l'vnité s'il en viẽt vn nõbre p̃mier il y aura encore ce nõbre p̃mier la dauãtage, si nõ il sera cõposé & sera mesuré de q̃lque nõbre p̃mier. ꝑ la 33. ꝓpositiõ du 7. liure, lequel ne sera pas des nõbres p̃miers proposez, car s'il estoit l'vn d'iceux, il mesureroit le tout & le soustraict, & mesureroit la reste c'est asçauoir l'vnité, ce q̃est imposible, car lors l'vnité seroit cõposée de plusieurs nõbres, ou seroit egale à quelq̃ nõbre. Le plus petit nõbre mesuré de 2. 3. 5. qui sont nõbres premiers, ꝑ la 12. deffinitiõ du 7. liure est 30 ꝑ la 38. ꝓpositiõ du 7. liure, auq̃l ayãt adiousté 1. faict 31. q̃ est aussi nombre premier par ladicte 12.deffinition du 7. liure, & le plus petit nombre mesuré de 3.5.7. qui sont aussi premiers par vne mesme raison est 105.par vne mesme raison aussi, auquel ayant adiousté 1. faict 106. lequel est composé par la 14.deffinition du 7.liure,lesquels deux exemples i'ay biẽ voulu adiouster icy pour monstrer,ou faire veoir, qu'en ad ioustant l'vnité audict nombre plus petit, le nombre de l'ad dition pourra estre premier,& non premier.

21

Si tant de nombres pairs qu'on voudra sont composez,le tout est pair.

FORCADEL.

Car vn chacun des nõbres pairs se pourra diuiser endeux egallemẽt,par la cõuerse de la 6.deffinitiõ du 7.liure,& par ainsi le tout se pourra diuiser en deux egallemẽt par la 2.cõ mune sentence, & par ainsi le tout sera pair, par la dicte 6. deffinition du 7.liure:ou bien,puis qu'vn chacun nombre pair se peut diuiser en deux egallement par la dicte 6. deffinition du 7.liure,il est certain que la raison du tout aux moi tiés des nombres pairs, desquels il est composé, sera comme l'vn des nombres pairs à sa moitié,par la 12.propositiõ du 7.liure,& par la conuerse de la 22.deffinition du 7.liure, & par la dicte 6.deffinition le tout sera pair.Par ceste propo sition 6.& 8.estans adioustez ensemble ne feront iamais 15. ni 13.mais ils feront 14. car deux nombres pairs adioustez ensemble feront vn nombre pair.

22

Si tant de nombres impairs qu'on uoudra,sont composez, & soit la multitude d'iceux pair le tout sera pair.

FORCADEL.

Car en soustrayant l'vnité d'vn chacun des nombres im pairs, vne chacune reste sera pair,par la 7. deffinition du 7. liure,& les vnitez soustraictes composerõt vn nombre pair par la 6.deffinition du 7.liure, & par ainsi le tout sera composé

posé d'vne multitude de nombres pairs, ou de nombres pairs, & sera pair par la precedente proposition. Par ceste proposition aussi deux nombres impairs adioustez ensemble feront vn nombre pair, & pair ainsi, 7. & 5. estans adioustez ensemble ne feront iamais 13. ni 11. mais ils feront 12.

23

Si tant de nombres impairs qu'on uoudra sont composez, & soit la multitude d'iceux impair, le tout sera impair.

FORCADEL.

Car en soustrayant l'vnité de l'vn des nombres impairs, la reste sera pair, par la 7. deffinition du 7. liure, & les autres nombres impairs estans composez font vn nombre pair, par la precedente proposition, & par ainsi tous les autres nombres impairs, & ladicte reste estans composez ferõt vn nombre pair, par la 21. proposition de ce liure, & tous les nombres impairs proposez composeront vn nombre impair, par la 7. deffinition du 7. liure.

24

Si d'un nombre pair est soustraict un nombre pair, aussi le restant sera pair.

FORCADEL.

Car tant le nombre de qui se soustraict, cõme le nombre soustraict se diuisent en deux egallement, par la conuerse de la 6. deffinition du 7. liure, & par ainsi le nombre restant se diuisera en deux egallement par la troisieme commune sentence, & sera pair, par la mesme 6. deffinition: ou bien, le nombre de qui on a soustraict à sa moitié ayant la raison du soustraict à sa moitié, il est certain que la reste à la reste aura la raison du tout au tout, par la 11. proposition du 7. liure, & par ainsi le nombre restant sera pair, par la conuerse de la 22. deffinition, & par la 6. deffinition du 7. liure. Par ceste proposition nous nous pouuons asseurer, qu'en leuant 4. de 12. il ne restera iamais 9. ni 7. mais il restera 8.

25

Si d'un nombre pair est soustraict un nombre impair, le restant sera impair.

FORCADEL.

Car en ſouſtrayant du nombre impair l'vnité, il reſtera vn nombre pair, par la 7. deffinition du 7. liure, lequel eſtãt ſouſtraict du nombre pair propoſé, il reſtera vn nombre pair, par la precedente propoſition, duquel encore leuant l'vnité, pour en ſouſtraire tout le nombre impair propoſé, il reſtera vn nõbre impair par la meſme 7. deffinition du 7. liure, mais pource que de 4. ayant ſouſtraict 3. il reſte l'vnité, &c. cela nous monſtre que ceſte propoſition veut dire que ſi d'vn nombre pair ayant leué vn nombre impair, il reſte quelque nombre, le nombre reſté ſera impair. De 8. donques ayant leué 3. il ne reſtera iamais 6. ni 4. mais il reſtera 5

26

Si d'vn nombre impair eſt ſouſtraict vn nombre impair, le reſtant ſera pair.

FORCADEL.

Car en leuant l'vnité du nombre de qui ſe ſouſtraict, il reſtera vn nombre pair par la 7. deffinition du 7. liure, duquel ſouſtrayant le nombre impair propoſé qui ſe doibt ſouſtraire, il reſtera vn nombre impair par la precedẽte propoſition, auquel adiouſtant l'vnité, il en viendra pour toute reſte vn nombre pair, par la meſme 7. deffinition. Ou bien, en ſouſtrayant l'vnité des deux nombres propoſez, il reſtera deux nombres pairs par ladicte 7. deffinition, deſquels leuant le plus petit du plus grand, il reſtera vn nombre pair, par la 24. propoſition de ce liure. Quand donques de 13. l'on leuera 5. il ne reſtera iamais 9. ni 7. mais il reſtera 8.

27

Si d'vn nombre impair eſt ſouſtraict vn nombre pair, le reſtant ſera impair

FORCADEL.

Car ſi du nombre de qui ſe ſouſtraict, on leue l'vnité, il reſtera vn nombre pair, par la 7. deffinition du 7. liure, duquel

quel ſouſtrayant le nombre pair qui ſe doibt ſouſtraire, il reſtera vn nombre pair, par la 24. propoſition de ce liure, auquel adiouſtant l'vnité, il reſtera vn nombre impair, par la 7. deffinition du 7. liure. Ou bien, ſi du nombre pair propoſé ſe ſouſtraict l'vnité, il reſtera vn nombre impair, par ladicte 7. deffinition, lequel ſouſtraict du nombre impair propoſé, il reſtera vn nombre pair, par la precedente propoſition, duquel ſouſtrayant l'vnité, il reſtera vn nombre impair, par ladicte 7. deffinition du 7. liure. Ou bien, en adiouſtant l'vnité au nombre pair propoſé, il en viendra vn nombre impair, lequel ſouſtraict de l'impair propoſé, il reſtera vn nombre pair, auquel adiouſtant l'vnité, il reſtera vn nōbre impair. Ou bien, en adiouſtant l'vnité au nombre impair propoſé, il en viendra vn nombre pair, duquel ayāt ſouſtraict le nombre pair propoſé, il reſtera vn nombre pair, duquel ayant ſouſtraict l'vnité, il reſtera vn nombre impair, & pource que de 5. qui en ſouſtraict 4. il reſte l'vnité, & comme auſsi il ſoit ainſi que le nombre impair eſt celuy qui eſt diſtant du pair de l'vnité, de tout cela nous voyōs bien que ceſte propoſitiō auſsi veut dire, que ſi d'vn nombre impair ayant ſouſtraict vn nombre pair, il reſte quelque nombre, que ce nombre là reſté, ſera impair. De 15. donques ayant leué 8. il ne reſtera iamais 8. ne 6. mais il reſtera 7. Auſsi pour ce que d'vn nombre impair, ayant ſouſtraict vn nombre pair, il reſte vn nombre impair & que le ſouſtraict & la reſte font le tout eſtans adiouſtez enſemble, de là il eſt certain qu'vn nombre impair & vn nombre pair eſtans adiouſtez enſemble feront vn nombre impair.

28

Si vn nombre impair multipliant vn nombre pair, en produict quelque autre, le produict ſera pair.

FORCADEL.

Car il y aura autant de nombres pairs au produict cōme il y a d'vnitez au nombre impair multipliant, & par ainſi le produict ſera pair, par la 21. propoſition de ce liure.

Et pource qu'vn nombre impair multipliãt vn nombre pair produict autant comme si le mesme pair multiplioit le mesme impair, par la 16. proposition du 7. liure, de la aussi s'ensuiura qu'vn nombre pair multipliant vn nombre impair produira vn nombre pair. Aussi vn nombre pair multipliãt vn nombre impair sera, ou produira vn nombre pair, car il y aura au produict autant de nombres impairs qu'il y a d'vnitez au nõbre pair multipliant, & par ainsi le produict sera pair, par la 22. ꝓpositiõ de ce liure. Et par cecy aussi vn nombre impair multipliant vn nombre pair produira vn nombre pair. Quand donques nous voudrons sçauoir le produict de la multiplcation de 7. par 8. ou de 8. par 7. il n'en viendra iamais 57. ne 55. mais il en viendra 56. Aussi vn nombre pair multipliant vn nombre pair produira vn nombre pair, par la mesme 21. proposition de ce liure, & par ainsi 8. fois 6. ou 6. fois 8. ne feront iamais 49. ny 47. mais ils feront 48.

29

Si vn nombre impair multipliant vn nombre impair, en engendre qu'el qu'autre, l'engendré sera impair.

FORCADEL.

Car il y aura autant de nombres impairs au produict, qu'il y a d'vnitez au nombre impair multipliant, & par ainsi iceluy produict sera impair, par la 23. proposition de ce liure. Aussi par ceste proposition 7. fois 9. ne feront iamais 64. ny 62. mais ils feront 63. & tels produicts sont impairement impairs, par la 11. deffinition du 7. liure.

30

Si un nombre impair mesure un nombre pair, il mesurera aussi la moytié d'iceluy.

FORCADEL.

Car le nombre par lequel l'impair mesure le pair est pair, si non, le nõbre pair mesuré, seroit impair, par la precedente proposition, ce qui est impossible: Or le nombre pair mesuré & celuy par lequel l'impair le mesure estans pairs auront

ront la raison de leurs moities par la 17. proposition du 7. liure, vn tel plusieurs fois donques, que sera le nombre pair mesuré, de celuy par lequel l'impair le mesure, vn tel plusieurs fois sera la moitie de la moitie, par la cõuerse de la 22. deffinition du 7. liure, & par la conuerse de la 5. deffinition du 7. liure, l'vne moitie sera mesurée de l'autre, par le nombre impair mesurant, c'est a dire que l'vne moitie aura vne partie denommée du nombre impair mesurant, & par ainsi le nombre impair mesurant mesurera aussi la moitie du nõbre pair qu'il mesure, par la 40. propositiõ du 7. liure. Ou autremẽt puis que la raison du nõbre pair mesuré au nombre par lequel l'impair le mesure est comme la moitie à la moitie, il est certain que la raison du nombre pair mesuré à sa moitié sera telle que de l'autre à sa moitie par la 13. proposition du 7. liure, & en multipliãt le nombre impair mesurant par la moitie du plus petit, il est certain que la raison du nõbre par lequel le mesurant mesure le mesuré à sa moitié sera comme le nombre pair mesuré au dict produict, par la 18. proposition du 7. liure, &par ainsi la raison du nombre pair mesuré à sa moitié sera telle que du mesme nõbre pair mesuré, audict produict, par la 11. propositiõ du 5. liure, ou par les autres cõceptions, & par ainsi ledict produict sera egal à la moitie du nombre pair mesuré, par la seconde partie de la 9. proposition du 5. liure, & le nombre impair mesurant mesurera la moitie du nombre pair mesuré, puis qu'il mesure vn nombre egal à la dicte moitie.

31

Si vn nombre impair est premier à quelque nombre, il sera aussi premier au double d'iceluy.

FORCADEL.

Car le double d'iceluy sera pair par la 6. deffinition du 7. liure, & s'il n'est pas premier auec le nombre impair, ils seront cõposez entr'eux & mesurez de quelque nombre, par la conuerse de la 15. deffinition, lequel sera impair, car tout nombre qui mesure vn nombre impair est impair, pource que s'il estoit pair, le nombre impair mesuré seroit aussi pair par la 21. ou 28. propoſition de ce liure, & iceluy impair meſurant le dict double, il meſurera auſsi le ſimple, par la precedente propoſition, & par ainſi les deux nombres propoſez & premiers entr'eux ſeroient cõpoſez enrr'eux par la dicte 15. deffinition du 7. liure, ce qui eſt impoſsible.

32

Vn chacun des nombres qui ſont doubles depuis deux, eſt tant ſeulement pairement pair.

FORCADEL.

Ceſte propoſition veut dire que touts les nombres de la progreſsion geometrique cõmençant à l'vnité & le nombre pres de l'vnité eſtant deux, excepté deux, ſont tant ſeulement pairement pairs, car vn chacun plus grand nõbre de la dicte proportion ſera meſuré d'vn chacun plus petit de la meſme progreſsion par quelque nõbre de la meſme progreſsion par la 12. propoſition de ce liure, & 2. eſt nombre premier par la 12. deffinition du 7. liure, d'ou s'enſuiura qu'vn chacun plus grãd nombre de la dicte proportion ne ſera iamais meſuré d'autre nombre que de ceux qui ſont en la proportion ou progreſsion meſme par la 13. propoſition de ce liure. Et par ainſi vn chacun d'iceux plus grans nõbres eſtans meſurez d'vn nombre pair par vn nombre pair ſera pairement pair par la 8. deffinition du 7. liure.

Et de là eſt manifeſte que les nombres deſquels ayant pris la moitie & la moitie de la moitie &c. ſi la derniere moitie eſt l'vnité, ſont pairement pairs.

33

Si vn nombre à la moitie impair, il eſt tant ſeulement pairement impair.

FORCADEL.

Ceſte propoſition veut dire que ſi en prenant la moitie d'vn nombre pair il en vient vn nombre impair, il ſera pairement impair. Car 2. eſt nombre pair, par la 6. deffinitiõ du 7. liure, & meſurant ce nombre pair là, duquel la moitie eſt impair par la 40. propoſition du 7. liure, il le meſure par vn nombre impair & par ainſi le nombre pair meſuré ſera pairement impair par la 9. deffinition du 7. liure: Et ſera pairement

ment impair tant ſeulement,car s'il eſtoit pairement pair ſa moitie ſeroit pair,par la conuerſe de la 8.deffinition du 7.liure, ou bien s'il eſtoit pairement pair,ſa moitie ſeroit nombre pair & ſeroit meſuré d'vn nõbre impair,par la 30.ꝓpoſition de ce liure,ce qui eſt impoſsible, car la moitie ſe meſurant ſoy meſme ne peut eſtre nõbre pair & impair. Ou biẽ, ſoit pris vn nombre pair meſurant le nombre pair propoſé par vn autre nombre,& la raiſon de 2.à ce nombre pair pris ſera cõme le nombre par lequel ce nombre pair pris meſure le nombre pair propoſé à la moitie du nombre propoſé par la ſeconde partie de la 19.propoſitiõ du 7.liure,& comme il ſoit ainſi que 2. meſure le nõbre pair pris, auſſi l'autre meſurera l'autre par la conuerſe de la 22. deffinition du 7. liure. Mais vn nõbre meſurãt vn nombre impair eſt impair par la 29.deffinition de ce liure, & par ainſi le nombre pair propoſé ſera touſiours meſuré d'vn nõbre pair par vn impair,& ſera pairemẽt impair,par la 9.deffinitiõ du 7.liure.Le nõbre ꝓpoſé dõques ſera tãt ſeulemẽt pairemẽt impair ne pouuãt pas eſtre pairement pair,a cauſe de ſa moitie qui eſt impair pour pouuoir eſtre pairemẽt pair & pairemẽt ĩpair.

34

Si vn nombre pair n'eſt pas double depuis deux,& n'a pas la moitie impair, il eſt pairement pair & pairement impair.

FORCADEL.

Car la moitie d'iceluy nõbre pair,eſtant pair il ſera pairement pair,par la 8.deffinition du 7.liure, & ſera auſsi pairement impair,car en prenant la moitie de ſa moitie,&c. l'on viendra à trouuer quelque nombre impair,qui meſurera le nombre propoſé par vn nõbre pair,ſi non,nous paruiẽdrõs au nõbre de 2.ou rencõtrerõs 2.& le nõbre ꝓpoſé ſeroit de ceux qui ſont doubles depuis 2.ce qui eſt impoſsible,ne pouuãt pas eſtre l'vn & l'autre:& ce nõbre impair la auquel l'on ꝑuiẽdra meſurera le nõbre pair propoſé par vn nõbre pair, ſinõ le nõbre pair propoſé ſeroit impair,par la 29.ꝓpoſitiõ de ce liure, & par ainſi le nõbre pair propoſé ſera pairemẽt pair,& pairement impair, par la 10 deffinition du 7.liure

35

Si ſont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, & du ſecond & dernier ſe leuent d'egaux au premier, tout ainſi que l'exces du ſecond ſera au premier, tout ainſi ſera l'exces du dernier à tous ceux qui antecedent le dernier.

FORCADEL.

Car tant de nombres quon voudra continuellement proportionaux, l'exces du ſecond au premier contiendra vne fois moins le premier que ne faict le ſecond, & par ainſi le ſecond contiendra autant de fois le premier, comme l'exces du ſecond au premier contient le premier, & le premier dauantage, & l'exces du troiſieme au ſecond contiendra vne fois moins le ſecond, que ne faict le troiſieme, & par ainſi le troiſieme contiendra autant de fois le ſecond & le premier, comme l'exces du troiſieme au ſecond contient le ſecond, & le premier dauantage : Auſsi l'exces du quatrieme au troiſieme contiendra vne fois moins le troiſieme, que ne faict le quatrieme, & par ainſi le quatrieme contiendra autant de fois le troiſieme, le ſecond, & le premier, comme l'exces du quatrieme au troiſieme contient le troiſieme, & le premier dauantage, &c. comme ie l'ay mis à l'interpretation de l'Arithmetique de Gemme Phriſon, & par ainſi en ſouſtrayãt le premier du dernier, la raiſon de la reſte à tous les autres ſera cõme l'exces des deux premiers au premier. Mais là où vne telle & manifeſte conception defaudra, c'eſt à dire, là où elle ne pourra pas auoir aſſez de force à l'écõtre de celuy qui voudroit dire le cõtraire de ce qui eſt propoſé, la demonſtration en ſera faicte ainſi. Il eſt certain que la raiſon de la difference du dernier nombre au penultieme, au penultieme, ſera comme la difference du penultieme comme dérnier à ſon penultieme, & c. touſiours par la 17. propoſition du 5. liure, iuſques à ce que la raiſon de la difference du troiſieme au ſecond, au ſecond, ſera comme la difference du ſecond au premier, au premier, & par ainſi la raiſon de la difference du dernier au premier, à touts les autres ſera comme de la difference du ſecond au premier, au premier

mier, par la 12. ꝓpoſitiõ du 5. liure, ou par la 12. ꝓpoſitiõ du 7. liure, car quãd il y a tãt de nõbres qu'õ voudra cõtinuellemẽt ꝓportionaux, les differẽces du dernier au penultieme, du penultieme à ſon penultieme, &c. auec la differẽce du ſecõd au premier compoſées enſemble ſont egales à la differẽce du dernier au premier, & le meſme aduiẽdra ou la demõſtration ſe fera de meſme ſi la proportion commence à l'vnité, & par tout par la 3. commune ſentence.

243 .	81 .	27 .	9 .	3
162 .	54 .	18 .	6	

162		81
54		27
18		9
6		3
240	à	120
6	à	3

Il nous faut prendre en ceſte propoſition que d'vne proportion de laquelle la raiſon qui s'eſt continuée eſt double ſi l'on double le plus grand extreme, & du double l'on ſouſtraict le plus petit nombre, il reſtera la ſomme de tous les nombres de la proportion, & ſi la raiſon continuée eſt triple, ayant triplé le plus grand nombre, & du triple ayãt ſouſtraict le plus petit nombre, il reſtera le double de la ſomme des nombres de la progreſsion geometrique, &c. Car en l'vne la difference du ſecond nombre au premier eſt egale au premier, & en l'autre eſt double, &c. D'où nous prendrons la reigle qui s'enſuict c'eſt aſçauoir, qu'en multipliant le dernier nombre & le plus grand d'vne progreſsion geometrique par le nombre, ou cela par lequel la progreſsiõ s'eſt faicte, & ſouſtrayant le 1. nõbre de ce qui en ſera produict, la reſte eſtãt diuiſée par le nõbre, ou cela qui a multiplié moins l'vnité, dõnera pour cõbiẽ, ou il en viẽdra, la ſomme de tous les nombres de la progreſsion propoſée, ce que i'ay auſsi deſia eſcrit en autre lieu.

36

Si depuis l'vnité ſont expoſez de nombres quelconques continuellement en la double proportion, iuſqu'à ce que tout le compoſé ſoit faict premier, & iceluy tout *multiplié par le dernier en engendre quelqu'autre, l'engendré sera parfaict.*

FORCADEL.

Car la raison de l'vnité au dernier sera comme du nombre premier au produict, & par ainsi autant de milieux continuellement proportionaux, qu'il y a entre l'vnité & le dernier nombre, autant y en aura entre le nombre premier & le produict continuez en la mesme raison, par la 8. proposition du 8. liure. Or la raison du penultieme depuis l'vnité au dernier, estant telle que du nombre premier à celuy qui luy est pres, par la 22. deffinition du 7. liure, il est certain que le nombre penultieme depuis l'vnité mesurera le produict par celuy qui est pres du nombre premier, & celuy qui est pres du nombre premier mesurera le produict par le penultieme depuis l'vnité, par la 19 proposition du 7. liure, aussi la raison de celuy qui est pres du penultieme depuis l'vnité au dernier estãt telle que du nõbre pmier au 3. depuis luy, par la 22. deffinition, & par la 14. proposition du 7. liure, il est certain que celuy nombre pres du penultieme depuis l'vnité, mesurera le pduict par le 3. depuis le nõbre pmier & que le pduict sera mesuré du troisieme depuis le nõbre pmier par le nombre pres du penultieme depuis l'vnité, par ladicte 19 proposition du 7. liure, &c. Mais ayant soustraict le nombre pmier du pduict la reste sera egale aux nõbres de la proportiõ double antecedẽs au produict, par la precedẽte propositiõ, & en adioustãt d'vne part le nõbre pmier & de l'autre p la porpotion double qui commence à l'vnité, l'on aura le produict egal aux nombres de la proportion double antecedens au produict auec la proportion double depuis l'vnité par la 2. commune sentence: Et ledict produict n'aura aucune autre partie si non celles ou outre celles qui sont denõmées des nombres des deux proportions, car s'il en auoit quelqu'autre, il seroit mesuré du denõmateur de la partie. p la 40. propositiõ du 7. liure, & par ainsi il seroit mesuré de quelq autre nõbre qui ne seroit pas des deux pportiõs: mais aucun autre nombre que ceux qui sont aux dictes deux proportions ne mesurera pas le produict, car s'il y auoit vn nõbre mesurant le produict & n'estant pas ni de la progresiõ

comcõmẽçant à l'vnité,ni de celle qui cõmẽce au nõbre ꝑmier il le mesureroit par vn nõbre, lequel ne sçauroit estre de la ꝓgresiõ qui cõmence à l'vnité, pource q̃ le mesurãt seroit de l'autre proportion, ou bien,le mesurant ne mesurera iamais le produict (luy estant autre que de ceux des deux proportions)par vn nombrede l'vne ou de l'autre proportion, car le mesurãt seroit de l'vne ou de l'autre proportion,mais la raison du nombre par lequel le mesurant mesure le produict au dernier nombre de la progresion qui commence a l'vnité, est comme du nõbre premier au nombre qui mesure le produict,par la seconde partie de la 19. proposition du 7.liure,& le nõbre par lequel le mesurant mesure le produict ne mesure pas le dernier nõbre de la progresiõ commençant à l'vnité comme n'estant pas d'icelle progresion, par la 13. proposition de ce liure, ausi le nombre premier ne mesurera pas le mesurant,par la conuerse de la 22. deffinition du 7.liure,& par ainsi le nombre premier & le mesurant seront premiers entr'eux,par la 31. propositiõ du 7. liure,& seront les plus petis en leur raison,par la 23.proposition du 7.liure, & mesureront egallement ceux qui seront en leur raison,par la 21.proposition du 7. liure, & par ainsi le mesurant mesurera le dernier nombre de la progresion, commençant à l'vnité,& sera de ceux de la progresiõ, commençant à l'vnité,par la 13.propositiõ de ce liure, ce qui est imposible. Ou bien,laissant quel sera le nombre par lequel le mesurãt mesure le ꝓduict,la raison du mesurãt au dernier nõbre de la ꝓportion qui cõmence à l'vnité, sera telle que du nõbre premier au nõbre par lequel le mesurãt mesure le produict par la 19.proposition du 7.liure, & pource que le mesurant, ne mesure pas le dict dernier nombre par la 13. propositiõ de ce liure, ausi le nombre premier ne mesurera pas le nombre par lequel le mesurãt mesure le produict, par la conuerse de la dicte 22. deffinition du 7. liure, & par ainsi le nõbre premier sera premier auec le nombre par lequel le mesurant mesure le produict,& seront les plus petis en leur raison,& mesureront ceux qui seront en leur raison par les dictes 31.23.21.propositions du 7.liure, & par ainsi le nombre, par lequel le mesurãt mesure le produict mesurera le dernier nombre de la progresion commençant à l'vnité,& sera de ceux de la progresion qui cõmence à l'vnité ne pouuant estre autre, par la 13. proposition de ce liure,& le mesurãt sera de l'autre progresion pource qu'vn chacun nombre de l'vne progresion mesure le nõbre produict par vn nõbre qui est en l'autre qui luy est raporté,en ceste sorte le nombre de la progresion qui cõmence à l'vnité, auquel est egal le nombre par lequel le mesurãt mesure,au dernier nõbre d'icelle progresiõ,aura la raison du nõbre ꝑmier au nombre de l'autre progresion qui commence au nõbre ꝑmier estãt autãt loĩg du nõbre ꝑmier cõme l'autre,ou celuy qui est en la progresion qui cõmence à l'vnité l'est du dernier nombre de la progresion commençant à l'vnité,par la 22.deffinition du 7.liure,ou par la 14 proposition du 7.liure,& par ainsi le nombre de la progresion qui commence à l'vnité estant multiplié par le nombre qui est en l'autre ꝓgresion,produira autant comme le dernier nombre de la progresioncommençant à l'vnité multiplié par le nombre ꝑmier par la 19. ꝓpositiõ du 7.liure,& par ainsi le produict desdicts deux nombres sera egal au produict du nõbre mesurant,multiplié par le nombre par lequel il mesure le produict,par la 1.cõmune sentẽce, & la raison du nõbre qui est en la progresiõ qui cõmence à l'vnité au nõbre par lequel le mesurãt mesure,sera cõme le mesurãt au nombre de l'autre proportion, & le nombre qui est en la progresion commençant à l'vnité, estant egal au nõbre par lequel le mesurãt mesure,le mesurãt ausi sera egal au nõbre de l'autre progresiõ,par la 22.deffinitiõ du 7.liure,ce qui est imposible, cela ausi ꝑ lequel le mesurãt mesure le ꝓduict ne sera pas l'vnité,car lors le mesurãt seroit le ꝓduict mesme, le ꝓduict dõques ne pouuãt pas estre mesuré d'autre nõbre, que de ceux qui sont aux dictes deux ꝓportiõs,& estãt egal à tout cela qui luy est antecedẽt, c'est àsçauoir à toutes ses ꝑties ꝑ la 39.proposition du 7.liure, il sera nombre parfaict par la derniere deffinition du 7.liure.

Nous ſçauons par la 10.propoſition de ce liure, que d'vne progreſsion geometrique,commençant à l'vnité,ſi le nõbre pres de l'vnité,n'eſt pas quarré,&c, tous les autres ne ſeront pas quarrez,excepté le troiſieme depuis l'vnité,& tous ceux qui en laiſſent vn,&c.car cela a eſte pris en la 8.propoſition de ce liure.d'ou s'enſuyura que de la proportion double continuée commençant à l'vnité,le quatrieme nombre depuis l'vnité,& tous ceux qui en laiſſent vn,ne ſerõt point quarrez,mais tout ainſi qu'adiouſtant l'vnité au nõbre pres de l'vnité,c'eſt à ſçauoir à 2.il en vient 3.qui eſt nombre premier,auſsi du quatrieme nombre depuis l'vnité, & de tous les autres qui en laiſſent vn,ſouſtrayant l'vnité,il reſtera vn nombre premier,& combien que du troiſieme nombre depuis l'vnité ayant ſouſtraict l'vnité, il reſte vn nombre premier,il n'eſt pas ainſi de tous les autres nombres de la progreſsion double commençant à l'vnité qui apres le troiſieme depuis l'vnité,en laiſſent vn,pour la raiſon que ie diray maintenant.Il eſt certain que tout nombre quarré contient autant de fois le nombre qui eſt ſa racine quarrée, comme il y a d'vnitez au nombre qui eſt ſa racine quarrée,& par ainſi il contiendra autant de fois le nombre moins l'vnité, qui eſt ſa racine quarrée,comme il y a d'vnitez en ſa racine quarrée,& le nombre qui eſt ſa racine quarrée dauantage,& par ainſi ſi dudict nombre quarré ſe ſouſtraict l'vnité, le nombre reſtant ſera meſuré du nombre moins vn, que n'eſt ſa racine quarrée,& le nombre reſtant ſera composé par la 14 deffinition du 7.liure.Exemple 25.eſt le quarré de 5.& contiendra 5.fois 4.& 5.dauantage,il contiendra auſsi 6.fois 4.& 1.dauantage, ſi donques de 25. ſe ſouſtraict 1. il reſtera 24.lequel ſera meſure de 4.par 6.ou par 6.fois,& ſera composé,& comme 4.eſtant le quarré de 2.contient 2.fois 1.& 2.dauantage,c'eſt à dire 3.fois 1.& 1. dauantage, ſi de 4. ſe ſouſtraict 1.il reſte 3.lequel eſt meſuré de l'vnite par 3.& l'vnité n'eſtant pas nombre, ni trois nombre composé, il eſt certain que 3.ſera meſuré tant ſeulement de l'vnité, & ſera premier par la 12. deffinition du 7. liure, & c'eſt pourquoy 4 moins 1. c'eſt à ſçauoir 3. (& 4. eſt quarré en ladicte progreſſion double geometrique) nous faict trouuer vn nombre parfaict, eſtant multiplié par 2. par ceſte propoſition, lequel nombre parfaict eſt 6. qui eſt pairement impair, par la 9. deffinition du 7. liure, ou par la 33. propoſition de ce liure, & de tous les autres nombres quarrez d'icelle apres en auoir leué 1. ne reſtant pas vn nombre premier, les nombres reſtans ne nous peuuent en rien ſeruir pour l'inuention d'vn nõbre parfaict. Mais ſi d'vn chacun des nõbres nõ quarrez de la progreſsiõ double excepté de deux ſe ſouſtraict l'vnité, le nõbre reſtãt eſtãt 1. & eſtant multiplié par le plus petit quarré, c'eſt à dire le plus petit nõbre de ladicte ꝓgreſsiõ ꝗ luy eſt prochain, il en viẽdra vn nõbre parfaict par ceſte propoſition, d'ou nous pouuons prendre que le nombre, des nombres parfaicts eſt infini, car la progreſsion double, cõme les autres, ſe peut continuer en infinité. Et vn chacun des nombres parfaicts ainſi produict, ſera pairement pair, & pairement impair, ou impairement pair, par la 10. deffinitiõ du 7. liure, ou par la 34. propoſition de ce liure. Auſsi tous les nombres parfaicts ſeront non quarrez, par la 1. propoſition de ce liure, car il n'y a point de nõbre premier qui puiſſe eſtre quarré, par la 19. deffinition du 7. liure, tout ainſi auſſi que par la 21. deffinition du meſme 7. liure, vn nombre premier ne peut eſtre cube, & ayant donné iuſqu'icy encore ces trois liures i'embraſſeray touſiours la bonne affectiõ que Dieu m'a donnée de proufiter, de tout le poſsible qu'il me donnera, à ma nation, aux ſtudieux & à ceux qui apprennent.

Fin du neufieme liure.