

# Notes du mont Royal

[www.notesdumontroyal.com](http://www.notesdumontroyal.com)

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES  
Google Livres

LES  
SEPTIEME, HVICTIEME  
ET NEVFIEME, LIVRES

DES ELEMENS D'EVCLIDE,  
COMPRENANS TOVTE LA SCIEN-  
ce des nombres, traduits & com-  
mentez par Pierre Forcadel de  
Beziés, lecteur ordinaire  
du Roy és Mathema-  
tiques, en l'vni-  
uersité de  
Paris.



A P A R I S.

Chez Charles Perier, demourant en la rue  
S.lean de Beauuais, au Belleophon.

1565.

AVEC PRIVILEGE DY ROY.

## EXTRAICT DV PRIVILEGE DV ROY.

**P**Ar priuilege du Roy, donné à Fontainebleau le xiiij. iour de Mats, 1563. il est permis à M. PIERRE FORCADEL professeur ordinaire dudit Seigneur és Mathematiques en l'vniuersité de Paris de choisir & commettre tel Imprimeur docte & diligent, qu'il cognoistra estre suffisant pour s'eleuér imprimer ou faire imprimer les liures des elemés d'Euclide par luy traduits & commentés. Inhibant (ledict Seigneur) à tous Imprimeurs, Libraires Marchands & autres quelconques, qu'ils n'ayeut à imprimer ou faire imprimer aucuns des dictz liures n'y ceux mettre en vente iusques au temps & terme de sept ans à compter du iour que la premiere impresion sera paracheuée. Et ce sur peine de confiscation des liures qui se trouueront estre aultrement imprimés, & d'amende arbitraire, tant enuers le Roy qu'enuers ledict FORCADEL & des interests & dommages de l'imprimeur par luy choisy & eslu, le tout pour les causes & raisons contenues & amplement declarées audict priuilege. Ainsi signe Par le Roy en son conseil, Bonand Et scellé du grand seau, de cire iaune.

*Ledict FORCADEL a permis à Charles Perier, d'imprimer ou faire imprimer les liures des Elemens d'Euclide iusques au terme de sept ans finis & accomplis, à commencer du iour que lesdicts liures seront acheues d'imprimer.*



A

M O N S E I G N E V R L E T R E S I L-  
L V S T R E C A R D I N A L D E C H A S T I L L O N,  
Comte de Beauvais, P I E R R E F O R C A D E L. Salut.



M O N S E I G N E V R, m'estant par le  
passé, & mesme au temps de ces der-  
niers troubles entre autres estudes,  
& sciences Mathematiques, em-  
ployé à la traduction des Elements  
d'Euclide, en nostre langue François  
se, & les ayant commentez & exposez de tresclaires  
& tresfaciles demonsttrations, j'espere moyennant  
l'ayde delaquelle Dieu a fauorisé mon labeur, auoir  
beaucoup profité au public, & que non seulement  
ceux de ce temps, mais aussi ceux qui viendront a-  
pres, outre le contentement & vtilité qu'ils en pour-  
ront receuoir, seront poulséz & attirez à l'estude de  
si nobles sciences, dont pour l'opinion de la difficul-  
té, ils ont esté reuoquez & retirez iusqu'icy. Or  
M O N S E I G N E V R, ayant du commencement ac-  
complí les six premiers liures qui sont estimez les  
plus communs, & qui ont esté par ce moyen expo-  
sez par autres. Je me deliberé deslors de parfaire tou-  
te l'œuure, tant pour n'y auoir encor depuis les An-

A ij

ciens, aucun mise la main, que pour recognoissance  
 aussi du bien & honneur qu'il a pleu à la maiesté du  
 Roy me faire, de me receuoir au nombre de ses le-  
 ctteurs Mathematiciens en ceste Vniuersité. Et pour  
 ce, M O N S E I G N E V R, qu'il m'est souuenu de l'hu-  
 manité qu'il vous pleust me monstrier c'est hyuer à  
 la Cour, quand ie vous feis la reuerence, i'ay bien  
 osé prendre la hardiessé de vous dedier, ce septieme  
 liure, qui est le premier de l'Arithmetique d'Eucli-  
 de, esperant que receurez ce fruiçt de mon labour  
 de telle volonté, qu'auiez accoustumé tousiours fa-  
 uoriser les lettres & la vertu, de vostre benigne gra-  
 ce, à laquelle, M O N S E I G N E V R, si ie cognoy a-  
 uoir fait chose agreable, ie me parforçeray à l'adue-  
 nir, Dieu aydant, vous dedier plus grandes & hau-  
 tes œuures, comme dés à present ie vous dedie mô-  
 seruice perpetuel. De Paris, ce 10. de Ianuier. 1565.



LE SEPTIEME LIVRE DES  
ELEMENS D'EVCLIDE TRA-  
DVICT ET COMMENTE PAR  
P. Forcadel de Beziés.

DEFFINITIONS.



*L'VNITE est, selon laquelle, une chascune chose qui est, se nomme une.*

FORCADEL.

Euclide apres nous auoir enseigné aux quatre premiers liures, & au sixieme, les premiers elemens de la geometrie, & au cinquieme, les Elemēs des raisons & proportiōs disibles & indisibles, en ce 7. 8. & 9. liures, il nous veut enseigner les premiers Elemēs des nombres disibles. Et pource que le nombre, est fait d'vnitez, comme il nous dira en la suiuate deffinition, il nous dict en ceste cy, qu'est ce que l'vnité qui est, celle selon laquelle toute chose qui est se nomme vne, ou tout ce qui est se nomme vn.

2

*Mais nombre, est la multitude, composée de plusieurs vnitez.*

FORCADEL.

Comme quand nous prenons deux vnitez ensemble, ce 2. là est nombre, & 3. fait de trois vnitez est nombre. &c. L'vnité doncques mesurera vn chascun nombre, & aussi nombre est vne multitude mesurée de l'vnité, mais notons que la progression qui commence à l'vnité, & s'augmente de l'vnité, comme 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c. est nommée la naturelle suite ou progression arithmetique. La 3. 9. 10. & 36. propositions du 1. liure, & les semblables des autres liures pre-

cedens & suyuant monstrent assez dequoy se fait le nombre c'est à sçauoir de la diuision du continu, & comme il est ainsi que toutes choses sont considerées ou en nombre, ou en pois, ou en mesure, le nombre ayant pris pour sa mesure fameuse l'vnité, la mesure a pris le pied, comme la ligne le pied en longueur, &c. & le pois a pris l'once.

*Partie est un nombre d'un nombre, le plus petit du plus grand, quand le plus petit mesure le plus grand.*

FORCADEL.

Et vn plus petit nombre mesurant vn plus grand se dict estre la partie du plus grand denommée du nombre par lequel il mesure le plus grand, 2. donques sera la 3. partie de 6 pource que 2. mesure 6. trois fois, la partie aussi d'vn tout, est celle laquelle estant prise plusieurs fois selon la naturelle suite des nombres fait le tout, ceste deffinition aussi respõd à la 1. deffinition du 5. liure. Mais il nous faut prẽdre icy que quand deux nombres seront la partie de deux autres nombres vn chascun du sien autant qu'il y aura de l'vn des plus petis à son tout, autant y en aura de l'autre plus petit, à son autre tout.

*Et parties, quand il ne le mesure point.*

FORCADEL.

5. donques sera les parties de 12. car 5. estant pris 2. fois fait moins de 12. & estant pris 3. fois, fait plus de 12. aussi 6. sera les parties de 21. car 6. estant pris 3. fois, fait moins de 21, & estant pris 4. fois fait plus de 21. Mais si l'vnité mesure tant seulement deux nombres inegaux, alors le plus petit sera les parties du plus grand nombrées du plus petit & denommées du plus grand, comme 7. sera les 7. douziemes de 12. Et si deux nombres inegaux sont mesurez de quelque nombre (le plus petit estant les parties du plus grand) le plus petit sera les parties du plus grand nombrées du nombre par lequel le plus grand mesurant mesure le plus petit,

& denommées du nombre par lequel ledict mesurant mesure le plus grand, & par ainsi 18. sera les 3. cinquiemes parties de 30. car 6. mesure l'un 3. fois, & mesure l'autre 5. fois

<sup>5</sup>  
*Mais plusieurs fois est le plus grand du plus petit, quand le plus grand est mesuré du plus petit.*

FORCADEL.

Ceste cy respond à la 2. deffinition du 5. liure, 12. donques sera le plusieurs fois de 3. pource qu'il est mesuré de 3. 4. fois.

6

*Nombre pair, est celuy qui se diuise en deux parties egalles.*

FORCADEL.

Quelque nombre que ce soit, peut estre parti en deux parties egalles, mais celuy qui est diuisé en deux parties egalles, sans partir ou offencer l'vnité, celuy là se nomme pair en ceste deffinition, & le premier de tous les nombres, c'est à sçauoir 2. est pair, & est tel qu'estant adiousté à soy mesme, faict autant comme s'il est multiplié par soy mesme.

7

*Mais impair est celuy qui ne se diuise point en deux parties egalles. Ou bien celuy qui est différent du nombre pair de l'vnité.*

FORCADEL.

Quand l'vnité est offencée en diuisant quelque nombre en deux parties egalles, ce nombre là est impair: ou bien si à vn nombre pair on adiousté l'vnité, il en viendra vn nombre impair, & si en soustrayât l'vnité d'un nombre pair, il reste quelque nombre, le nombre resté sera impair. Et le second de tous les nombres, c'est à sçauoir 3. est impair, & est le premier impair. Dauantage 2. & 3. qui sont les deux premiers nombres, ne peuuent estre mesurez que de l'vnité, & par ainsi 2. sera les 2. tierces parties de trois.

8

*Nombre parement pair, est celuy qui est mesuré d'un nombre pair, par un nombre pair.*

Il nous veut deffinir en ceste cy & aux deux suyuanes deffinitions, les trois sortes de nombres pairs, & dit premierement que ce nombre là, (excepté deux) qui ne sçauroit estre mesuré d'autre nombre que d'un nombre pair est pairement pair.

9

*Nombre pairement impair, est celuy qui est mesuré d'un nombre pair, par un nombre impair.*

FORCADEL.

Deux est simplement pair, & par ainsi tout nombre mesuré de deux par un nombre impair se nommera, pairement impair, par ceste deffinition.

10

*Mais nombre impairement pair, est celuy qui est mesuré d'un nombre impair par un nombre pair.*

FORCADEL.

Tout nombre pair mesuré d'un nombre impair, par un nombre pair, le nombre pair par lequel le mesurant mesure le mesuré n'estant pas pairement impair, sera pairement pair, & pairement impair, c'est à dire impairement pair.

11

*Et nombre impairement impair, est celuy qui est mesuré d'un nombre impair par un nombre impair.*

FORCADEL.

Il nous veut deffinir en ceste cy, & en la suyuante deffinition les deux sortes de nombres impairs, & dict icy, que ce nombre là, qui ne sçauroit estre mesuré d'autre nombre, que d'un nombre impair, est impairement impair.

12

*Nombre premier est celuy qui est mesuré seulement de l'unité.*

FORCADEL.

Tous les nombres impairs, lesquels comme 2. & 3. qui sont les deux premiers nombres, ne peuuent estre meurez que de l'unité, se nomment premiers, & tous les nombres premiers sont impairs excepté 2. Et tout nombre impair se-

ra premier n'estât pas mesuré des nombres impairs, qui sont compris en la moitié du nombre pair, qui luy est prochain.

13

*Nombres premiers entr'eux sont les mesures tant seulement de l'unité pour mesure commune.*

FORCADEL.

Tous les nombres premiers inegaux, comme 2. & 3. qui sont les premiers nombres, seront premiers entr'eux, car ils sont tant seulement mesurez de l'unité pour mesure commune, & par ainsi, ils seront les plus petis en leurs raisons ou comparaisons, c'est à dire, qu'il ne s'en trouuera point de plus petis, desquels vn chacun plus grand contienne autant de fois vn chacun plus petit, comme vn chacun nombre premier plus grand contiendra vn chascun nombre premier plus petit, & par ainsi vne chacune fraction représentée par deux nōbres premiers demeurera ou sera toute abbreuié, comme  $\frac{17}{17}$ . vingtneufiemes, ou  $\frac{31}{31}$ . vingtneufiemes, qui veulent dire qu'en me donnant 17. deniers pour les partir à 29 hommes, il me faudroit donner à vn chacun 17. pieces egalles d'vn denier, desquelles toutes les 29. sont le denier, & en me donnant 31. denier pour les partir à 29. hommes, il en appartiendra à vn chacun, 1. denier, & deux vingtneufiemes parties. Aussi quand de deux nombres inegaux, le plus grand sera premier, ou le plus petit sera premier & ne mesurera pas le plus grand, ils seront premiers entr'eux, & par ainsi ces fractions  $\frac{8}{7}$ . treziemes, &  $\frac{7}{7}$ . quinziesmes seront toutes abbreuiées.

14

*Nombre composé, est le mesuré de quelque nombre.*

FORCADEL.

Combien que tout nombre soit composé de plusieurs vnitez, & par ainsi mesuré de l'unité, cela n'empesche pas qu'vn nombre ne puisse estre composé de plusieurs nombres egaux, & par ainsi il sera mesuré de l'vn d'iceux, & aussi du nombre des nombres egaux, desquels il est composé, &

B

sera nommé composé à la difference de ceux qui sont mesurés tant seulement de l'vnité, c'est à sçauoir à la difference des nombres premiers. Tout nombre d'oùques sera premier ou non premier, & tout nombre non premier sera composé: tout nombre aussi sera composé ou non, & le non composé, sera premier, car s'il n'est pas premier, il sera non premier, & par ainsi composé par la 1. commune sentence, ce qui est impossible.

15

*Les nombres composez entr'eux, sont les mesurés de quelque nombre pour mesure commune.*

FORCADEL.

De là s'en suit que deux nombres sont composez ensemble, c'est à dire l'vn au regard de l'autre, desquels le plus petit mesure le plus grand. Les nombres donques composez ensemble ne peuent estre les plus petis, en leurs raisons ou comparaisons.

16

*Vn nombre se dict multiplier vn autre nombre, quand autant d'unités, qu'il y a en luy, autant de fois se compose le multiplié, & en naist vn autre.*

FORCADEL.

Ceste definition nous enseigne de prendre vn tout par la valeur de l'vne de ses pieces egales, & par le nombre des pieces qui sont au tout, ainsi qu'il se peut veoir en la 36. proposition du 1. liure, nous y pouuons aussi prendre que quand vn nombre multiplie vn autre, le produit sera mesuré du multiplié par le multipliant. Et de cela nous pouuons prendre, que qui nous demandera ce nombre là; lequel multipliant 4. fait 20. ce sera 5. car 4. mesure 20. 5. fois, ou bien 20. parti par 4. donne 5.

17

*Quand deux nombres se multiplians ensemble, en font vn autre, iceluy fait se nomme superficial, & les costez d'iceluy sont les nombres qui se multiplient ensemble.*

FORCADEL.

Ces nombres produits icy se nomment plans, ou superficiels, pource qu'ils peuent estre les contenus de plans ou superficiels, comme se voit en la mesme 36. proposition, car

si vn rectangle ou autre plan, parallelogrammes toutesfois, a 3. de long, & 4. de large, il contiendra 12, quarez, s'il est rectangle, ou 12. lozanges, ou rhombes ou amendes, s'il est autre, & par ainsi les nombres multipliés à bon droict, se nommeront les costez du nombre fait, car ils pourront estre les costez d'un plan ou superficie parallelogramme. Et en passant nous retiendrons aussi que la mesure fameuse des plâs est le pied quarré.

18

*Mais quand trois nombres se multiplias ensemble en sont quelque vn, iceluy fait le nomme solide. Et les costez d'iceluy, sont les nombres, qui se multiplient ensemble.*

FORCADEL.

En la 25. & 32, propositions de 1. liure, nous pouuons veoir que tout solide fait ou contenu de plans paralleles, ayans les trois costez par la force desquels il est fait, mesurés contiendra autant de solides egaux, & semblables que fait le log d'iceluy multiplié par la large, & le produit multiplié par l'autre costé, qui est la propre cause pourquoy, tels nombres produits de trois nombres multipliez ensemble sont nommez solides, & par vne mesme raison, les trois nombres sont nommez les costez d'iceux produits. Mais il nous faut aussi retenir icy en passant, que le pied cube est la mesure fameuse des solides, tout ainsi que le pied quarré est celle des plans, & l'autre celle des longueurs.

19

*Nombre quarré est, qui est egallement egal. Ou bien, celuy qui est contenu de deux nombres egaux.*

FORCADEL.

En la 17. deffinition, il nous a dict, que quand deux nombres ou egaux ou inegaux se multiplient ensemble le produit sera plan, ou se nommera tel, & en ceste-cy il dict, que entre ces plans là celuy qui pourra estre produit de deux nombres egaux sera nommé quarré, cōme pouuât estre le contenu d'un quarré à cause de l'electiō du pied quarré, par la 46. & 36. propositions du 1. liure, & par la 1. deffinition du 2. Et pour autant long que large, cela se peut entendre, comme estant vn tel nombre, ou pouuant estre le contenu d'un

B ij.

parallogramme autant long que large. Mais il nous faut retenir icy que tout ainsi que le produit de quelque nombre multiplié par soy mesme est nommé le nombre quarré du nombre qui s'est multiplié, aussi le nombre qui s'est multiplié est nommé la racine quarrée du mesme produit, quand donques on nous demandera la racine quarrée de quelque nombre non quarré, nous pourrons respondre, qu'elle ne sera pas la racine quarrée du nombre quarré plus prochain, & plus grand, que le nombre proposé. Mais elle sera la racine quarrée, du nombre quarré, plus prochain & plus petit que le nombre proposé avec vn plus, qui ne peut estre exprimé, & icy commencent les racines quarrées lourdes.

20

*Nombre cube est, qui est également également. Ou bien celuy qui est contenu de trois nombres egaux.*

## FORCADEL

En la 18. deffinition il a dict, que quand trois nombres egaux ou inegaux se multiplient ensemble, le nombre qui en est fait se nomme solide, & en ceste cy il nous dict qu'être tels solides celuy qui pourra estre produit ou fait de trois nombres egaux se nommera cube, à cause de l'electiō du pied cube pour la mesure des solides: aussi vn solide fait ou contenu de plans paralleles, ayant les trois costez egaux cogneus contiendra vn tel nombre de solides contenus aussi de plans paralleles egaux & semblables entr'eux. Davantage si nous prenons vne ligne mesurée, & d'icelle nous en dressons le cube ainsi qu'il est demonstré en la 15. proposition du 13. liure, il contiendra autant de pieds cubes comme est le produit du quarré de ladicte mesure multiplié par la mesme mesure, & ce sera par les dictes 25. & 32. propositions de 11. liure. Quand donques l'on nous demandera la racine cube de quelque nombre cube, nous pourrons dire que ce sera le nombre duquel le quarré multiplié par le nombre mesme la fait. Et si l'on nous demande la racine cube de quelque nombre non cube, elle ne sera pas celle du  
cube

cube prochain plus grand que le nombre proposé, mais elle sera bié la racine cube du nombre cube prochain, & plus petit que le nombre proposé & vn certain plus qui ne se peut dire ou exprimer, & là ont commencé les racines cubes sourdes.

21

*Les nombres sont proportionaux, quand le premier est le mesme plusieurs fois, ou bien la mesme partie, ou bien les mesmes parties du second, comme est le troisieme du quatrieme.*

FORCADEL.

Par ceste deffinition quand il y a quatre nōbres desquels le premier estant parti par le second faict autant comme le troisieme estant parti par le quatrieme, & au contraire, ou conuersement, ces quatre nombres là sont proportionaux, c'est à dire partis egallement le premier par le second, & le troisieme par le quatrieme. & icy nous pouuons prédre que quatre nombres sont proportionaux, desquels le premier est egal au secōd, & le troisieme au quatrieme, car telles parties que sera le premier du second, telles sera le troisieme du quatrieme, c'est à sçauoir toutes. Aussi trois nombres serōt proportionaux, quand le premier sera le mesme plusieurs fois, ou la mesme partie, ou bien les mesmes parties du second, comme sera le second du troisieme.

22

*Les nombres superficiels & solides sont semblables, qui ont les costez proportionaux.*

FORCADEL.

Pour bien entendre ceste deffinition, il nous faut sçauoir que les costez de deux nombres plans ou solides se regardent en deux sortes, & premieremēt des nombres plans, la largeur de l'vn regarde la largeur de l'autre, & sa lōgueur la lōgueur de l'autre, & alors les costez ainsi regardez se nōment de semblable raison en la 11. deffinition du 5. liure. Et c'est cela que les Architectes nomment se rapporter: de là aussi la lōgueur d'vn chacun regarde sa largeur, & au cōtraire. Et alors que de deux nombres plans, les costez rap-

portez, ou autrement sont proportionaux, à la similitude des costez des plans equiangles, ils se nomment superficiels semblables, comme aussi les plans seroyent semblables, par la 1. deffinition du 6. liure. Aussi les trois costez de deux nōbres solides se regardent en la mesme maniere, c'est à sçauoir le long, le large, & la hauteur de l'vn, au long, au large, & à la hauteur de l'autre, & lors que tels costez de deux nōbres solides sont proportionaux, iceux se nomment solides semblables, à la similitude des solides semblables, desquels ils peuuent estre les contenus, par la 9. deffinition, & 27. proposition de l'vnzieme liure, & icy nous pouōs estre aduertis que de deux nombres superficiels semblables, si l'vn d'iceux est quarré, l'autre le fera aussi, & de deux nombres solides semblables, si l'vn est cube, l'autre le fera aussi. Nous voyons aussi iusqu'icy, qu'en la 13. deffinition, en la 15. & en ceste cy est faicte vne certaine comparaison, où il y a vn certain regard de deux nombres, l'vn au respect de l'autre.

23

*Nombre parfait est celuy qui est egal à ses parties.*

FORCADEL.

De là s'en suit que les nombres qui ne souffriront pas cela, seront imparfaits, mais les vns seront diminutifs, c'est à sçauoir ceux, desquels les parties serōt moins, & les autres abondans desquels les parties seront plus que le tout.

*Deffinition du nombre milieu proportionel.*

Vn nōbre ce dict estre, milieu proportionel, entre deux nombres, quand la raison du plus grād, à iceluy est telle, qui est d'iceluy au plus petit. Ou bien quād la raison de l'vn des extremes, à iceluy est telle, qu'est d'iceluy, à l'autre extreme.

## PROPOSITIONS.

I

*Deux nombres inegaux estans proposez, si en leuant tousiours, le plus petit, du plus grād, par quelque alternē subtractiō, & le restant ne mesure iamais le précédent, iusqu'à ce qu'il reste l'unitē, les nombres proposez du commencement seront premiers entr'eux.*

Quand deux nombres inegaux sont petis, il est fort facile de cognoistre si'ils sont premiers entr'eux ou non, car si le plus grand est premier, iceluy ne mesurant iamais le plus petit, ils seront premiers entr'eux, nous auons veu aussi, que le plus petit estant premier, & ne mesurant pas le plus grand, ils seront premiers entr'eux. Et s'ils sont tous deux composez, ou bien ils seront composez d'autant de nombres l'un que l'autre, ou de plus de nombres l'un que l'autre, & en quelque sorte qui soyent composez, si l'un des nombres, desquels est compose l'un, ne mesure pas l'autre, iceux deux nombres seront premiers entr'eux, par la 13. definition de ce liure, car ils n'auront iamais que l'vnité pour commune mesure. Les fractions doncques faictes de tels nombres seront toutes abbreuiées.

Mais soyent deux nombres inegaux, ou grans ou petis, pour sçauoir dire s'ils seront premiers entr'eux ou non (car tout ainsi que tout nombre est premier ou non, aussi tous les deux nombres sont premiers entr'eux ou non) il nous dict qu'il nous faudra partir le plus grand nombre par le plus petit, & le partiteur par le nombre qui restera, pour n'offencer l'vnité, continuant vne telle façon de partir, iusqu'à ce que nous trouuions qu'il reste l'vnité ou nulle. (car c'est autant, comme leuer le plus petit du plus grand, tant de fois qu'il se pourra faire), & que quand il restera l'vnité les deux nombres premierement pris, seront premiers entr'eux. Et pour en faire la demonstration, il nous faut prédre premierement les choses qui s'ensuyuent.

1 Le plus grand ne mesurera pas le plus petit.

2

1 Cela qui mesure quelque chose, mesurera le plusieurs fois de la mesme chose.

3

1 Cela qui mesure le tout, & le soustrait, mesurera la reste.

Quand donc en diuisant le plus grand nombre par le plus petit, &c. Il reste l'vnité, si les deux nombres ne sont pas premiers entr'eux ils seront composez, & par la conuersé de la 15. deffinition, ils seront mesurez de quelque nombre, lequel mesurant le tout & le soustraiët & le plusieurs fois du soustraiët mesurera la reste, il mesurera donques l'vnité ce qui est impossible. Si donques l'on me propose ces deux nombres 76. & 27. pour sçauoir dire par ceste proposition s'ils sont premiers entr'eux, ie diuiseray 76. par 27. (c'est à dire, que de 76. i'en leuery 27. tant de fois qu'il se pourra faire) & il restera 22. ie diuiseray 27. par 22, il restera 5. ie diuiseray 22. par 5. il restera 2. & 5. estant parti par 2. il restera l'vnité, & par ainsi ie diray que lesdicts deux nombres, 76. & 27. seront premiers entr'eux, si non, ce nombre là qui mesurera 76. & le plusieurs fois de 27. il mesurera 22 & qui mesure 27. & 22. il mesurera 5. qui mesure 22. & le plusieurs fois de 5. mesurera 2. & mesurant 5. & le plusieurs fois de 2. il mesurera l'vnité, ce qui est impossible.

$$\begin{array}{r|l}
 76 & 2 \\
 27 & 2 \\
 & 27 \\
 & 22 \\
 & 5 \\
 & 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 5 & 1 \\
 22 & 4 \\
 22 & 8 \\
 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 2 & 1 \\
 8 & 4 \\
 2 & 2 \\
 & 1
 \end{array}$$

Nous pouuons prendre icy incontinent, que deux nombres distans de l'vnité seront premiers entr'eux, & par ainsi la fraction faicte d'iceux sera toute abbreuiée, deux nombres aussi desquels le plus petit sera impair, & le plus grand, plus grand que le plus petit de 2. seront premiers entr'eux, & la fractiō faicte d'iceux demeurera toute abbreuiée, le plusieurs fois aussi d'un nombre impair, & 2. plus que le plusieurs fois, & le nombre impair seront premiers entr'eux, &c.

2.

Deux nombres qui ne soient pas premiers entr'eux estans donnez, trouuer la plus grande commune mesure d'iceux.

FORCADEL.

En ceste cy il veut dire que quand en diuisant vn plus grand nombre, par vn plus petit, &c. Il reste l'vnité, ces deux nom-

nombres-là sont premiers entr'eux, de là s'ensuiura que de deux nombres inegaux en diuisant le plus grand par le plus petit, &c. S'il reste rien, ils seront nō premiers entr'eux, c'est à dire composez entr'eux, & que la plus grande mesure d'iceux nombres premieremēt partis, sera le dernier partiteur & pour en faire la demonstration, il nous est necessaire de prendre ce qui s'ensuiuit.

Cela qui mesure deux choses separées, les mesurera estās mises ensemble.

Si donques en diuisant le plus grand nombre par le plus petit il reste rien, comme il soit ainsi que nous cognoissons par la, que le plus petit mesure le plus grand, il s'ensuiura que le plus petit se mesurant aussi soy-mesme, il sera la mesure commune des deux nombres proposez, & la plus grāde; car s'il y en auoit vne plus grande, il est certain qu'un plus grand nombre mesurerait vn plus petit, ce que ne se peut faire. Mais si en diuisant le plus grand par le plus petit, il reste quelque nombre, &c. (car c'est autant que leuer le plus grand du plus petit, tant de fois qu'il se pourra faire, &c.) iusqu'à ce qu'il reste rien. Alors le dernier partiteur mesurant le dernier parti mesurera les autres partis, & par ainsi il mesurera les deux nōbres proposez, & sera la leur plus grande mesure, si nō, la pl<sup>e</sup> grāde mesure mesurerait le dernier partiteur, ce qui est impossible. Quand dōques l'on me donnera ces deux nombres composez entr'eux. 27. & 9. pour trouuer la leur plus grande mesure, ie diuiseray 27. par 9. & pour ce qu'il reste rien, ie diray de cela que la plus grande mesure de 27. & de 9. sera 9. mesme, car si vn plus grād nombre que 9. mesuroit 27. & 9. il mesurerait 9. ce qui est impossible. Mais si l'on me propose ces deux nombres composez entre eux, 76. & 28. pour en trouuer la plus grande mesure. Ie par tiray 76. par 28. il restera 20. ie partiray 28. par 20 il restera 8. & 20. parti par 8. il reste 4. & en diuisant 8. par 4. Il reste rien, parquoy ie diray que 4. mesurera mes deux nombres proposez 76. & 28. car 4. se mesurant soy mesme & mesu.

rant 8. il mesurera 20. puis 4. mesurant 20. & 8. il mesurera 28. qui est l'un des nombres proposez. il mesure 20. & 56. il mesurera 76. qui est l'autre nombre, & 4. sera la leur plus grande mesure, si non ce nombre là plus grand que 4. qui mesurera 76. & 28. il mesurera 20. il mesurera 8. & mesurera 4. ce qui est impossible.

$$\begin{array}{r|l}
 2 & \\
 \hline
 76 & 30 \\
 28 & 76 \\
 & 28
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 4 & \\
 \hline
 28 & 1 \\
 28 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 4 & \\
 \hline
 20 & 2 \\
 8 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 0 & \\
 \hline
 8 & 2 \\
 4 & 1
 \end{array}$$

## CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste que si un nombre mesure deux nombres, il mesurera aussi la leur plus grande commune mesure.

Nous pouvons maintenant entendre plus clairement, que quand deux nombres seront premiers entre eux en diuisant le plus grand par le plus petit. &c. Il restera l'unité, car s'il reste rien le dernier partiteur mesurera les deux nombres premiers entre eux, & par ainsi, ils seront premiers, & nō premiers ce qui est impossible. Aussi que de deux nombres composez entr'eux en diuisant le plus grand par le plus petit, &c. il restera rien, car s'il restoit l'unité, ils seroyent aussi premiers entr'eux, ce qui est impossible. Quand doncques nous voudrons abbreuier vne fraction faicte de deux nombres composez entr'eux, il nous faudra partir l'un & l'autre, par ledict dernier partiteur, ou plus grande commune mesure, & nommer le combien du plus grand, au lieu du plus grand, & le combien du plus petit au lieu du plus petit, & l'abreuiation en sera faicte, si non, lesdicts combiens auroyent vne plus grande commune mesure, & les deux nōbres proposez en auroyent vne plus grande que la leur plus grande ce qui est impossible. De là s'ensuit que si le plus petit des deux nombres composez entr'eux est le numerateur de la fraction & en diuisant le plus grand par iceluy, il reste rien, la

fra-

fraction fera vne partie d'vn tout denommée du combien, de la diuision du plus grand nombre par le plus petit, & par ainsi 3 2. cinquantesixiemes feront 4. septiemes, & 9. vingt-septiemes feront 1. troisieme.

3

*Estans donnez trois nombres non premiers entr'eux, trouuer la plus grande commune mesure d'iceux.*

FORCADEL.

Il faut premierement trouuer la plus grande cõmune mesure des deux premiers nõbres par la precedète propositiõ, laquelle mesurant le troisieme nombre proposé, elle sera aussi la plus grande commune mesure, des trois nõbres proposez, si non, celle plus grande mesure qui les pourroit mesurer mesurera lesdicts deux premiers nõbres, & par le correlative de la precedente proposition, elle mesurera aussi la leur plus grande cõmune mesure, ce qui est impossible, mais si la plus grande commune mesure des deux premiers nombres ne mesure pas le 3. nombre proposé, icelle & le 3. nõbre seront composez entr'eux, car celle cõmune mesure qui mesure les trois nõbres pposez, mesure les deux premiers nõbres, & par ainsi la leur plus grãde cõmune mesure, par le correlative de la pcedète ppositiõ, Il faut dõc prẽdre ou trouuer la plus grãde cõmune mesure d'icelle, & du 3. nõbre, par la precedète ppositiõ, laquelle mesurãt la plus grãde cõmune mesure, des deux pmiers nõbres, mesurera aussi les deux premiers nõbres, & p ainsi, elle mesurera les 3. nõbres pposez, & sera la plus grãde cõmune mesure d'iceux, si nõ, celle plus grãde cõmune mesure qui les pourroit mesurer mesurerait aussi la pl<sup>o</sup> grãde cõmune mesure des deux premiers nõbres p le correlative de la precedète ppositiõ, & par le mesme correlative, elle mesurerait la plus grãde cõmune mesure de celle des deux premiers nombres, & du troisieme nõbre, ce qui est impossible, la plus grande commune mesure donques, de 12. 18. 42. est 6. car la plus grande commune mesure de 12. & 18. est 6, & 6. mesure 42. si non ce nombre là, plus grand que 6. qui mesure 12. 18. 42. il mesure

12. & 18. & par ainsi il mesure 6, ce qui est impossible. La plus grande commune mesure de 12. 18. 15. est 3. car celle de 12. & 18. est 6. lequel ne mesure pas 15. & 6. & 15. sont composez entr'eux, car la commune mesure de 12. 18. 15. mesure 12. & 18. & par ainsi 6. puis apres la plus grande commune mesure de 6. & 15. est 3. lequel mesurât 6. mesure 12 & 18. & 3. est la plus grande commune mesure, si non, ce nombre là, lequel est plus grand que 3. mesurât 12. 18. 15. il mesure 12. & 18. & aussi 6, & mesurant 6. & 15. il mesure 3. ce qui est impossible.

## CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste que si quelque nombre, mesure trois nombres, il mesurera aussi la plus grande commune mesure d'iceux. semblablement l'on trouuera aussi la plus grande commune mesure, de plusieurs nombres donnez non premiers entr'eux, & le correlaire succedera.

4

*Tout nombre, de tout autre nombre le plus petit du plus grand. Ou bien il est partie, ou parties.*

## FORCADEL.

En ceste cy il veut dire que de deux nombres inegaux, le plus petit sera : ou bien vne partie egalle du plus grand, ou bien plusieurs parties, pource que le plus petit, mesurera le plus grand ou non, si le plus petit mesure le plus grand, il sera la partie du plus grand, par la 3. definition de ce liure, mais s'il ne le mesure pas, il sera les parties du plus grand, par la 4. definition de ce liure. 7. doncques sera la 7. partie de 49. & 10. seront les 10. quinziemes, de 15. c'est à sçauoir les 2. troisiemes.

5

*Si vn nombre est partie d'un nombre, & vn autre nombre est la mesme partie d'un autre nombre. Aussi tous deux ensemble seront la mesme partie, de tous deux ensemble, qu'est l'un de l'autre.*

## FORCADEL.

Cela que Euclide a dict en general des choses disibles

&amp;

& indifsibles, ou des grâdeurs à la 1. proposition du 5. liure, En ceste cy, il le propoie des nombres disifsibles, car par la cõuerse de la 3. deffinition de ce liure, vn chacun plus petit nõbre mesurera son plus grand, & autant de fois que l'vn plus petit mesurera son plus grand, autant de fois l'autre plus petit mesurera le sien plus grand, & par ainsi les deux petis ensemble mesureront autant de fois les deux plus grands ensemble, comme l'vn des plus petis mesure son plus grand, donques les deux plus petis ensemble seront la mesme partie, des deux plus grans ensemble, qu'estoit l'vn plus petit de son plus grand. Quand donques 4. est la tierce partie de 12, comme 6 l'est de 18. pource qu'il y a 3. quatres en 12 comme 3. fois 6. en 18. Il est certain qu'ẽ 12. & 18. qui font 30. il y aura 3. six, & 3. quatres, c'est à sçauoir 3. fois 10. & par ainsi 10. sera la tierce partie de 30. comme 4. l'est de 12. ou 6. de 18.

4.	12.	6.	18
	4	10	6
	4	10	6
	4	10	6

6

*Si vn nombre est parties d'un nombre, & vn autre nombre est les mesmes parties d'un autre, aussi tous deux ensemble, seront les mesmes parties de tous deux ensemble, comme sont l'un de l'un.*

## FORCADEL.

Car l'vn des plus petis nombres se diuifera en autant de pieces, qui seront vne chacune la partie de son plus grand, comme fera l'autre nombre des plus petis, de l'autre plus grand, & par la precedente proposition les deux pieces des deux plus petis seront vne partie telle des deux plus grands qu'estoit l'une piece de son plus grand, & par ainsi les deux plus petis nombres seront les mesmes parties des deux plus grãs, qu'estoit l'vn des plus petis nombres de son plus grãd. Tout ainsi doncques que 9. est les trois quatriemes parties

de 12. comme 21. de 28. aussi 30. seront le trois quatriemes parties de 40. car il y a trois fois 3. en 9. & aussi 3. fois 7. en 21. & 3. & 7. c'est à sçavoir 10. est la quatrieme partie de 40. & par ainsi trois fois 3. & 3. fois 7. c'est à sçavoir 3. fois 10. qui font 30. seront les trois quatriemes parties de 40.

9	.	12	.	21	.	28
3	.	3	.	7	.	7
3		3	.	7		7
3		3	.	7		7
		3	.			7

7

*si vn nombre est la mesme partie d'un nombre, comme est le soustraiët du soustraiët, aussi le resté sera la mesme partie du resté, comme est le tout du tout.*

## FORCADEL.

Il est certain que quand deux nombres mesurent autât de fois vn nōbre l'un que l'autre qu'ils sont egaux l'un à l'autre, or comme il soit ainsi que ce qui est proposé icy soit dict des grandeurs en la 5. proposition du 5. liure, il est certain que ce nombre là qui sera la partie du second tout, telle qu'est le soustraiët du soustraiët, adiousté avec le premier soustraiët, seront la partie du second tout, telle qu'estoit le tout du tout, par la 5. proposition de ce liure, & par ainsi ce nombre là venu de l'addition sera egal au premier tout, & par la 3. commune sentence, la reste du premier tout sera egalle au nombre nouveau, la mesme reste donques sera de l'autre reste vne telle partie qu'est le soustraiët du soustraiët, & par ainsi telle qu'estoit le tout du tout. Quand donques 12 sera la tierce partie de 36. comme 5. leué de 12, l'est de 15. leué de 36. il est certain que 7. sera la tierce partie de 21. car ce nombre là qui est la partie de 21. telle qu'est 5. de 15. adiousté avec 5. feront la mesme partie de 36. qu'est 12. de 36, & ce nombre là avec 5. seront egaux à 12. & par ainsi 7. sera egal à ce nombre là, lequel estoit la partie de 21. telle que

est

est 5. de 15. ou 12. de 36. Parquoy 7. sera la partie de 21. telle qu'est 12. de 36. Ou bien il est certain que quand deux nombres sont mesurez, autant de fois l'un que l'autre, d'un autre nombre qu'ils sont egaux l'un à l'autre. Si doncques l'on prend vn nombre duquel la premiere reste soit la partie telle qu'est le soustraiët du soustraiët. il est certain que le premier tout sera la partie de ce nombre là, & du second soustraiët ensemble, telle qu'estoit le tout du tout, par la cinquieme proposition de ce liure, & par ainsi ce nombre là, & le second soustraiët, seront egaux au second tout, & par ainsi par la troisieme commune sentence, la seconde reste sera egalle à ce nombre là, dont s'ensuiura que telle partie, qu'estoit la premiere reste du nombre pris (lequel nous met quons par racine) elle le sera aussi de la seconde reste, car quand deux nombres sont egaux, celuy qui sera vne partie de l'un, sera la mesme partie de l'autre, doncques la partie telle qu'est la reste de la reste, la mesme est le tout du tout, en prenant doncques vn nombre duquel 7. soit la partie telle qu'est 5. de 15. il est certain que 12. sera la partie de 15. ad iousté avec ce nombre là, telle qu'il estoit de 36. & par ainsi ce nombre là, & 15. feront 36. & 21. sera egal à ce nombre là, duquel 7. estoit la troisieme partie, aussi le sera-il de 21. comme 12. l'est de 36. Et si quelqu'un vouloit dire qu'il est, ou pourra estre impossible de trouuer vn nombre qui soit vne telle partie de la reste, qu'est le soustraiët du soustraiët, l'on luy pourroit respondre qu'il ne sera pas impossible, car le tout & le soustraiët sont mesurez de quelque nombre du nom duquel est la partie du tout & du soustraiët, & par ainsi la reste sera mesurée de ce nombre mesme, & cecy pourra aussi seruir à la proposition suyuant.

12			12
7	5	Ra	7
	36		36
21	15		21
			15
			Ra

8

*Si vn nombre est les mesmes parties d'un nombre, cōme est le soustraiçt du soustraiçt, aussi le resté du resté, seront les mesmes parties cōme sont le tout du tout.*

## FOR CADEL.

Car l'une des parties du second tout, qui est au premier sera telle du second tout, qu'est l'une des parties du second soustraiçt, qui est au premier soustraiçt du second soustraiçt, & par la precedente proposition la reste sera vne telle partie de la reste qu'estoit le tout du tout, & ainsi faisant des autres parties qui sont au premier tout, & au premier soustraiçt, & du second tout, & du second soustraiçt, certainement la reste du premier tout sera les parties de la reste du second tout telles, qu'estoit le tout du tout. Quand dōques 40. seront les parties de 50. telles qu'est 12. leué de 40. de 15 leué de 50. il est certain que 28. sera les parties de 35. telles qu'est 40 de 50. car 40. se diuise en 4 fois 10, & il y a aussi 4 trois en 12. & vn chacun 10. est la partie de 50. telle qu'un chacun 3. l'est de 15. & par ainsi vn chacun 7. sera la partie de 35. telle qu'est vn chacun 10. de 50. & 4. fois 7. c'est à sçauoir 28. sera les parties de 35. telles qu'est ou que sont 4. fois 10. c'est à sçauoir 40. de 50.

40		10
28	12	7
	50	3
	35	50
35	15	35
		15

Aussi quand vn chacun de plusieurs nombres, est les parties mesmes d'un autre nombre ils serōt egaux entr'eux, & quand vn nombre sera les mesmes parties de plusieurs nombres ils seront aussi egaux entr'eux. Si doncques l'on prend

vn

vn nombre qui soit les parties du second restant, telle qu'est le soustraiët du soustraiët, ce nombre là & le premier soustraiët ensemble, seront les parties du second tout, telles qu'estoit le tout du tout, par la 6. proposition de ce liure, & par ainsi ce nombre là & le premier soustraiët seront egaux au premier tout, & par la 3. commune sentence, la premiere reste sera egalle à ce nombre là, & les parties telles que sera ce nombre là du second restant, les mesmes sera le premier restant du second restant, c'est à sçauoir, telles qu'est le tout du tout. Encore si l'on prend vn nombre duquel le premier restant soit les parties telles qu'est le soustraiët du soustraiët, certainement le premier tout sera les parties telles de ce nombre-là, & du second soustraiët adioustez ensemble, qu'il estoit du second tout, par la 6. proposition de ce liure, & par ainsi ce nombre là, & le second soustraiët seront egaux au second tout, & par la 3. commune sentence, ce nombre-là sera egal au second nombre resté, tout ainsi dontques que le premier nombre resté est les parties telles de ce nombre là, qu'est le soustraiët du soustraiët, il sera les mesmes parties du second restant, c'est à sçauoir telles qu'est le tout du tout, & pour ce que les ratiocinatiõs de ceste façon de faire sont semblables à celles de la precedente proposition, nous nous sommes contentez d'y adiouster tant seulement nuëment l'exemple.

40			40		
28	12	Ra	28	12	
	50			50	
35	15		35	15	Ra

9

*Si vn nombre est partie d'un nombre, & vn autre est la mesme partie d'un autre aussi alternement, telle partie, ou bien telles parties comme est le premier du troisieme, la mesme partie, ou bien les mesmes parties sera le second du quatrieme.*

FORCADEL.

Car le premier nombre sera autant de fois au second, cõ

D

me le troisieme au quatrieme, & si le premier est la partie du troisieme, tous les premiers, c'est à dire le second, sera la mesme partie de tous les troisiemes, c'est à sçavoir, du quatrieme par la cinquieme proposition de ce liure, mais si le premier est les parties du troisieme, tous les premiers, c'est à sçavoir le second sera les mesmes & telles parties de tous les troisiemes, c'est à dire du quatrieme. Pour ce donques que 3 est la partie de 12. telle qu'est 9. de 36. Il est certain qu'il y a 4. trois en 12, aussi il y a 4. fois 9. en 36. & par ainsi puis que 3. est la partie de 9. aussi le sera & telle 12. de 36. Et quand 4. est la partie de 12. telle qu'est 6. de 18. il y a trois quatries en 12. aussi y a il 3. fois 6. en 18. & tout ainsi qu'un 4. est les parties de 6. aussi le serōt & telles tous les quatries, c'est à sçavoir 12. de tous les 6. c'est à sçavoir de 18.

3	.	12	.	9	.	36
		3				9
		3				9
		3				9
		3				9

4	.	12	.	6	.	18
		4				6
		4				6
		4				6

IO

*Si vn nombre est les parties d'un nombre, & vn autre est les mesmes parties d'un autre, aussi alternement telles parties, ou bien telle partie, comme est le premier du troisieme, les mesmes parties, ou bien la mesme partie sera le second du quatrieme.*

FORCADEL.

Car il y aura autant de parties du quatrieme nombre au troisieme, comme il y en aura du second au premier, & autant au quatrieme comme au second, & si l'une des parties du

du

du second est parties de l'une des parties du quatrieme, ce que sera si le premier est parties du troisieme, ou autrement le premier seroit la partie du troisieme, par la cinquieme proposition de ce liure, ou bien cela sera, quand le premier sera les parties du troisieme, par la sixieme proposition de ce liure, lors telles parties que sera le premier du troisieme, telles parties sera le second du quatrieme, par la sixieme proposition de ce liure, & par l'unzieme proposition du cinquieme liure. Mais si l'une des parties du second, est la partie de l'une des parties du quatrieme, ce qui aduendra, si le premier est la partie du troisieme, par la cinquieme proposition de ce liure, lors telle partie aussi que sera le premier nombre du troisieme, telle partie sera le second nombre du quatrieme par la mesme cinquieme proposition de ce liure, & par la dicte unzieme proposition du cinquieme liure. Quand donques 8. sera les parties de 12. telles qu'est 18. de 27. il est certain qu'il y aura deux quatres en 8. & 3. quatres en 12. aussi il y a deux fois neuf en 18. & trois neufz en 27, & comme vn quatre est parties d'un 9. les deux quatres, c'est à sçauoir 8. & le premier nombre sera les parties des deux neufz, c'est à sçauoir 18. & le troisieme nombre, telles qu'est 4. de 9. & les trois quatres, c'est à sçauoir 12. & le second nombre, seront les parties des trois 9. c'est à sçauoir de 27. & le quatrieme nombre, telles qu'est 8. de 18. & par ainsi telles parties que sera 8. de 18. telles parties sera 12. de 27. & quand 8. est les parties de 18. telles qu'est 16. de 36. en 8. il y a quatre. deux, & en 16. quatre quatres, en 18. il y a 9. fois 2. & en 36. il y a 9. quatres, & comme l'un deux est la partie de l'un 4. aussi les quatre 2. c'est à sçauoir 8. seront la partie des 4. quatres, c'est à sçauoir de 16. telle qu'est l'un 2. de l'un 4. & telle partie qu'est l'un 2. de l'un 4. telle est 18. c'est à sçauoir les 9. fois 2. de 36, qui sont les 9. quatres, & par ainsi telle partie qu'est 8. de 16. telle partie est 18. de 36.

28 LE VII. LIVRE DES ELEMENS

8	.	12	.	18	.	27	.	8	.	18	.	16	.	36
4		4		9		9		2		2		4	.	4
4		4		9		9		2		2		4		4
		4				9		2		2		4		4
								2		2		4		4
										2				4
										2				4
										2				4
										2				4
										2				4

II

*Si tout ainsi comme est vn tout à vn tout, ainsi le soustraiçt au soustraiçt, & le resté, au resté sera ainsi comme le tout au tout.*

FOR CADEL.

Ceste proposition icy respond à la 19. proposition du 5. liure. Si donques la raison du tout au tout est telle comme est du soustraiçt au soustraiçt, telle partie, ou telles parties que sera le tout du tout, la mesme ou les mesmes sera le soustraiçt du soustraiçt, par la conuerse de la 21. deffinition de ce liure, & par ainsi la reste sera la partie de la reste, ou bien les parties, telle ou telles, comme est le tout du tout par la 7. pour la partie, ou par la 8. proposition de ce liure, pour les parties, & par la mesme 21. deffinition la reste sera à la reste, comme le tout au tout: quand donques nous aurons reparti tout le fondz d'une compagnie en deux pieces, ayât trouué la partie du gain ou de la perte de l'une des deux pieces de la compagnie, en leuant ce gain là, ou la perte de tout le gain, ou de toute la perte, la reste du gain, ou de la perte, sera le gain, ou la perte, de l'autre piece de la compagnie, comme si deux ont mis 40. escus, & 32. escus. ils ont mis 72. escus, & s'ils ont gagné 36. escus, certainement l'un ayant gagné 20. escus, en soustrayât 20. de 36. il reste 16. escus, pour le gain de l'autre, aussi en leuant 40. de 72. il reste 32. & s'ils auoyent perdu 27. escus, l'un en ayant gagné 12. en leuant 12. de 27. il reste 15. escus, pour le gain de l'autre, aussi en leuant

uant.

nant 32. de 72, il reste 40.

40	20	15
<u>32</u>	<u>16</u>	<u>12</u>
72	36	27
	gain	perte

12

*S'il y a tant de nombres qu'on voudra proportionaux, comme l'un des antecedens est à l'un des suyuan, tout ainsi tous les antecedens à tous les suyuan.*

FORCADEL.

Ceste cy aussi respond où est semblable à la 12. proposition du 5. liure, vn chacun des antecedens donques sera la partie, ou les parties d'vn chacun son suyuant, telle ou telles qu'est l'vn antecedent de son suyuant, par la conuente de la 21. deffinition, & par ainsi tous les antecedens seront la partie, ou les parties de tous les suyuan telle ou telles qu'est l'vn antecedent de son suyuant, par la 5. proposition, pour la partie, & par la 6. proposition de ce liure, pour les parties, & comme l'antecedent est à son suyuant, tout ainsi serot tous les antecedens à tous les suyuan par la mesme 21. deffinition. De ceste proposition aussi est prise la maniere de faire les reigles de compagnies communes, car l'on adiouste toutes les mises ensemble, comme tous les antecedés, & se propose l'õ tout le gain ou toute la perte, pour tous les suyuan, puis pour trouuer à chascun antecedent son suyuant, l'on diët par la reigle que nous prendrons en la 19. proposition de ce liure; que comme toutes les mises ensemble, c'est à dire tous les antecedés sont à tout le gain, ou à toute la perte, c'est à dire, à tous les suyuan, tout ainsi est vne chacune des mises, c'est à dire, vn chacun antecedent à vn gain ou perte, c'est à dire, à son suyuant, & de la vient; que l'on multiplie le gain ou la perte, par vne chacune des mises, & puis l'on diuise vn chacun produiët, par toutes les mises, mises ensemble, les mises peuent aussi estre prisez pour suyuan, & le

gain, ou la perte pour tous les antecedens. Quand les mises donques seront 40. 32. 20. c'est à scauoir 92. & le gain, ou la perte sera 23. les gains, ou les pertes particulieres seront 10. 8. 5.

40	10
32	8
20	5
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
92	23

Lors qu'il y aura aussi plusieurs mises, ayant trouué le gain, ou la perte de l'une des mises, l'on pourra soustraire icelle mise de toutes les mises, & son gain, ou la perte, de tout le gain, ou de toute la perte, & les deux restes seront les deux tous, au regard des autres mises, & des autres gains ou pertes particulieres, & cela se peut faire ainsi par la precedente proposition. Quand donques 40. 32. 20. seront les mises, le tout sera 92. & si le gain, ou la perte est 23, les autres gains, ou les pertes particulieres seront 10. 8. 5.

40	10
32	8
20	5
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
92	23
40	10
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
52	13
32	8
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
20	5

Il est certain que par tout ou il y a vn douze, qu'il y a vn six, vn quatre, & vn deux, en deux fois 12. il y a deux fois 6. deux fois 4. & deux fois deux, &c. Mais encores pouuons nous prendre icy, que s'il y a deux nombres, dont l'un soit diuisé

diuisé, & l'autre non, le produict de la multiplication d'i-  
ceux se montera autant comme les produicts des pieces du  
nombre diuisé, multipliées par le nombre indiuisé, ce qui  
est semblable à la premiere proposition du second liure, car  
la raison de tous les antecedens à tous les suyans sera com-  
me vn antecedent à vn suyuant, & par la conuerse de la 21  
deffinition, & la raison inuerse, tous les suyans se-  
ront vn tel plusieurs fois, de tous les antecedens, comme est  
vn suyuant de son antecedent, qui est comme le produict  
du nombre diuisé multiplié par l'indiuisé au nombre diui-  
sé, par l'vnzieme proposition du cinquieme liure, & par ain-  
si tous les suyans seront egaux audict produict, &c. tant de  
tous autres deux nombres comme des autres propositions  
du 2. liure, communes aux nombres.

13

*si quatre nombres sont proportionaux, aussi alternement ils seront propor-  
tionaux.*

FORCADEL.

Ceste proposition aussi est semblable à la seizieme pro-  
position du cinquieme liure, lors donques qu'il y aura qua-  
tre nombres proportionaux, si le premier est la partie, ou  
les parties du second, aussi le troisieme sera la mesme par-  
tie, ou les mesmes parties du quatrieme par la conuerse de  
ladiete vingtvieme deffinition de ce liure, & par ainsi si le  
premier est la partie du second, le premier aussi sera la par-  
tie, ou les parties telles du troisieme, comme est le second  
du quatrieme, par la neuvieme proposition de ce liure, & si  
le premier est parties du second, le premier sera aussi les par-  
ties, ou la partie du troisieme, telles comme est le second du  
quatrieme par la dixieme proposition de ce liure, & par la  
vingtvieme deffinition de ce liure, comme le premier

D iij

sera au troisieme tout, ainsi sera le second au quatrieme. Nous pouuons prendre en ceste proposition, que si l'on nous dict que 3. aulnes coustent 17. liures, & on veut sçauoir combien cousteront 12. aulnes à la mesme raison, c'est autant, comme si l'on nous disoit que quand 3. aulnes reuiennent à 12. aulnes, a combien reuiendront 17. liures, car la raison des aulnes acheptées aux aulnes qu'on veut achepter, sera telle qu'est de la despée faicte à la despence qu'on doit faire, ou de l'argent employé, à l'argent qu'on doit ou qu'il faudra employer.

aulnes	liures	aulnes	liures
3	17	12	68

aulnes	aulnes	liures	liures
3	12	17	68

Toutes les fois donques que l'on nous dira quand 3. reuiennent à 5. a combien reuiendront 6, l'on nous dira aussi quand de 3. l'on en faict 6. combien fera l'on de 5.

$$3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10$$

$$3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 10$$

En ceste proposition nous pouuons prendre aussi vn correlative semblable à celuy de la 19. proposition du 5. liure, c'est à sçauoir la conuersion de raison, car nous sçauons par la 11. proposition de ce liure, que le tout étant au tout, comme le soustraiet au soustraiet, la reste sera à la reste, comme le tout est au tout, qui est autant comme disant que le tout au tout, est comme la reste à la reste, & par ainsi le tout à la reste sera comme le tout à la reste, par ceste proposition. Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition que si quatre nombres sont proportionaux en la raison composée aussi ils seront proportionaux en la raison diuisée, car par ceste proposition la raison du tout au tout, sera comme du leué au leué, & par la 11. proposition de ce liure la raison de la re

ste à la reste sera comme du leué au leué, & par ceste proposition la raison de la reste au leué, sera comme de la reste au leué, & cecy respond où est semblable à la 17. proposition du 5. liure. Dauantage nous y prendrons aussi cela qui est semblable à la 18. proposition du mesme 5. liure, cest à sca- uoir, que s'il y a quatre nombres proportionaux en la raison diuifée, ils seront aussi proportionaux en la raison composée, car par ceste proposition la raison du premier au troisieme, sera comme du second au quatrieme, & par la precedéte proposition, la raison de tous les antecédés à tous les suy uās sera telle, qu'est de l'vn antecédét à son suyuant, & par ceste proposition, la raison de tous les antecedens, audict antecedent sera telle, comme est de tous les suyuan audict suyuant, aux reigles de compaignie, aussi comme tous les antecedens est à l'vn des antecedens, ainsi seront tous les suyuan au suyuant par ceste proposition.

14

*S'il y a tant de nombres qu'on voudra, & d'autres egaux à iceux de multitude, qui se prennent deux à deux, & en la mesme raison, aussi en la raison de l'egalité, ils seront en la mesme raison.*

FORCADEL.

Ceste proposition est semblable à la 22. proposition du 5. liure, parquoy elle se pourra aussi semblablement continuer, car la raison de l'vn des premiers nombres antecédét à celuy des seconds qui luy est rapporté antecedent, sera cō me l'vn des seconds nombres suyuant, à l'autre suyuant, par la precedente proposition, & par ainsi par la conuerse de la 21. deffinition telle partie, ou telles parties que sera le premier du second, telle partie, ou telles parties sera le troisieme du quatrieme, & ainsi continuant depuis les premiers, iusqu'aux derniers, telle partie, ou telles parties que sera le premier d'vne part du premier de l'autre part, telle partie, ou telles parties sera le dernier d'vne part du dernier de l'autre part, & par ainsi par la mesme deffinitio, la raison du premier au premier, sera cōme du dernier au dernier, & par la

E

precedente proposition, la raison du premier au dernier, d'une part sera telle que du premier au dernier de l'autre part. Cela aussi qui est proposé en la 24. proposition du 5. liure. nous est iusqu'icy tresprouuable, par ceste proposition icy, en prenant la partie de la partie d'un tout, & la mesme partie d'un mesme partie, d'un autre tout, vne telle raison qu'il y aura du premier, tout à sa partie de partie, telle sera de l'autre tout, à sa partie de partie, & par la precedete & 12. propositions, come le tout sera au tout, tout ainsi seront les parties aux parties, comme si l'on me demande combien valent de liures 348 aulnes à 15. soulds l'aulne, icy ie pourray prendre 20. soulds, qui est la valeur d'une liure, pour un premier tout, desquelz 10. soulds est la moitié, & 5. soulds est la moitié, de 10. soulds, & en prenant 348 aulnes pour un second tout dont 174 est la moitié, & puis la moitié de 174. est 87. il est certain par la 15. proposition du 5. liure, ou par la 12. proposition de ce liure, que la raison de 20. soulds, à 10. soulds, est come 348. liures, à 174. liures, & par vne mesme voye, la raison de 10. soulds. à 5. soulds, est celle de 174. à 87. c'est à sçavoir de 174. liures, à 87. liures, par ceste cy donques la raison de 20. soulds à 5. soulds, est comme de 348. liures, à 87. liures (voyez comme prendre la moitié de la moitié est prendre le quatrieme du tout) & par la precedente, comme le tout est au tout, ainsi 10. soulds, à 174. liures, & ainsi 5. soulds, à 87. liures, & par la 12. proposition, comme 20. soulds, à 348 liures, ainsi 15. soulds. à 261. liures, & par ainsi 348. aulnes, à 15. soulds l'aulne, vaudront 261. liures.

$$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 10 \\ \hline 5 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 348 \\ \hline 174 \\ \hline 87 \\ \hline 261 \end{array}$$

15

Si l'unité mesure quelque nombre, & un autre nombre en mesure également quelque autre, aussi alternativement, l'unité mesurera le troisieme nombre également  
comme

*comme le second mesure le quatrieme.*

## FORCADEL.

Car autant d'vnitez, qu'il y a au second nombre autant est le troisieme nombre au quatrieme, & par la 12. proposition de ce liure, comme l'vnité est au troisieme nombre, ainsi est le second au quatrieme, le second nombre donques mesurera autant de fois le quatrieme comme l'vnité mesure le troisieme. Et icy il nous faut prendre, que quand vn nombre multiplie vn autre nombre, le produit sera mesuré du multipliant, par le multiplié, si donques l'on nous demande qui est ce nombre là, lequel estant multiplié, par 3. fait 12. pource que 3. mesure 12. 4. fois, ou que 12. parti, par 3. fait 4. ce sera 4. aussi nous y pouuons prendre, qu'une fraction multipliée, par son denominateur fera ou produira autant d'entiers, ou d'vnitez entieres qu'il y en a au numerateur, come 5. huitiemes multipliez par 8. feront 5.

## 16

*Si deux nombres, se multiplians l'un l'autre, en font quelques autres, les engendrez d'iceux, sont egaux l'un à l'autre.*

## FORCADEL.

Car quand vn premier nombre multiplie vn second, & en produit vn autre, autant d'vnitez qu'il y a au premier nombre, autant de seconds nombres y a au produit, & autant d'vnitez qu'il y a au second nombre, autant de premiers nombres y a au produit, par la precedente proposition, mais quand le second nombre multiplie le premier, & en produit vn autre, autat d'vnitez qu'il y a au second, autant de premiers nombres y a au second produit, & par ainsi le premier nombre mesurant egallement le premier, & le second produit, iceux produits seront egaux l'un à l'autre, quand quatre multiplie trois & fait ce premier produit, autant d'vnitez qu'il y a en quatre, autant de trois y a en ce premier produit, & autant d'vnitez qu'il

y a en trois autant de 4. y a en ce premier produit, & quãd 3. multiplie 4. il fait ce second produit, il y aura donques autant de 4. en ce second produit, comme d'vnitez en 3. & par ainsi le premier produit sera egal au second, il est certain que quãd deux nombres se multiplient ensemble, & en font d'autres, les produits seront egaux l'vn à l'autre, car en prenant iceux deux nombres, pour les deux costez d'un parallelogramme, l'vn multipliant l'autre fera autant qu'estãt multiplié par la 36. proposition du 1. liure, & par la 1. commune sentence. Quand donques deux nombres se multiplient l'vn l'autre, ou ensemble, le produit de l'vn multiplié par l'autre estant parti par l'vn, donnera pour combien l'autre, & estant parti par l'autre dõnera pour combien l'vn, cela veut dire, que quand deux nombres se multiplient ensemble, le produit sera mesuré de l'vn par l'autre, d'où est venue la preuue de la multiplication commune, pource que l'vn multiplié par l'autre, fait autant que l'autre multiplié par l'vn. Et comme le nombre lequel estant parti par quelque nombre en fait vn autre, produit celuy par lequel le partiteur mesure le parti. Si l'on nous donne 40. liures pour les partir à 5. hommes, pource que 5. mesure 40. 8. fois, nous pourrons donner 8. liures à vn chacun, car tout ainsi que 8. fois 5. font 40. aussi 5. fois 8. liures, font 40. liures, cela veut dire aussi, que 8. aulnes, à 5. liures l'aulne, vaudront 5. fois 8. liures, comme 8. fois 5. liures, ou comme 5. aulnes à 8. liures l'aulne, & 20. aulnes à 7. soulds l'aune, vaudront 7. liures, &c.

17

*Si vn nombre multipliant deux nombres. en fait quelques autres, les engendres d'iceux auront la mesme raison qu'ont les multipliés.*

FORCADEL.

Ceste cy respond à la 15. proposition du 5. liure, il y aura donques autant de l'vn des nombres en l'vn plusieurs fois, qu'il y aura de l'autre nombre en l'autre plusieurs fois, & par la 12. proposition de ce liure, l'vn produit à l'autre, aura la mesme raison, qu'est de l'vn des nombres multipliés à l'au-

l'autre. Aussi par la 21. deffinition de ce liure, l'un plusieurs fois à son simple aura la raison telle qu'est de l'autre plusieurs fois à son simple, & par la 13. proposition de ce liure, la raison des deux produicts sera la raison mesme des multipliez.

18

*Si deux nombres multiplians quelque nombre, en font quelques autres, les engendrez d'iceux, auront la mesme raison, qu'ont ceux qui l'ont multiplié.*

## FORCADEL.

Car quand deux nombres multiplient quelque nombre ce nombre là en multiplie deux, par la 16. proposition de ce liure, & par la precedente proposition les nombres produicts auront la raison des multiplians. par ces deux propositions donques, c'est à sçavoir, par l'une ou par l'autre, ou par l'une & par l'autre. Quand l'on nous demandera si 7. donnent 21. combien donneront 13. pource que la raison de 7 à 13. est telle qu'est de 21. au nombre que l'on cherche, & que ce nombre là, lequel a multiplié 7. pour faire 21. est 3. car 7. mesure 21. par 3. ou 3. fois, il faudra multiplier 13 par 3. & il en viendra 39. Aussi quand l'on nous dira que 7. valent 13. combien vaudront 14. ce nombre là, qui a multiplié 7. pour faire 14. c'est à sçavoir 2. multipliera aussi 13. pour faire 26. Quand aussi l'on nous dira que 6. donnent 3. combien donneront 7. ce nombre là qui a parti 6. pour donner 3. il partira, ou il doibt aussi partir 7. pour faire cela qu'on demâde, en diuisant dôques 7. par 2, il en vient 3. & 1. deuxieme, & si l'õ dict quâd 6. valêt 7. cõbien vaudrõt 2. l'on nous dict ensemblément, que 3. qui a parti 6. pour donner 2. doibt aussi partir 7. pour nous donner deux & vn troisieme, car la tierce partie de 7. est deux & vn troisieme. Par autant de fois donques que le premier, de trois nombres proposez en la reigle de trois, mis en leurs propres lieux, mesure le second ou le troisieme, ou est mesure d'iceux, c'est à sçavoir du second, ou du troisieme, par autant de fois le troisieme ou le second mesureront le quatrieme, ou par autant de fois le quatrieme les mesurera, c'est à sça-

uoit le troisieme ou le second.

Aussi quand l'on nous proposera quelque reigle de trois, nous pourrons abbreuier les nombres proposez, estans mis en leurs propres lieux, en abbreuiant le premier nombre contre le second, & laissant le troisieme en son lieu, ou le mettant tousiours en son lieu, ou bien nous pourrons abbreuier le premier contre le troisieme, ou avec le troisieme, & laisser le second tousiours en son second lieu, comme nous l'auons mis en nos liures d'Arithmetique.

Nous pouuons prendre aussi en ces deux propositions la reduction de deux fractions n'estans pas d'une mesme denomination en multipliant les denommateurs ensemble, & l'un numerateur par l'autre denommateur, & l'autre numerateur par l'un denommateur. & c. deux fractions doncques seront egalles, quand les numerateurs de la reduction seront egaux, & inegalles quand ils seront inegaux.

Par ces deux propositions aussi en diuisant les numerateurs d'une reduction l'un par l'autre, il en viendra autant que si l'on diuisoit l'une fraction par l'autre, car quand nous disons que 2. troisiemes, & 3. quatriemes, valent 8. douziemes, & 9. douziemes, il est certain que la raison de 2. troisiemes, à 3. quatriemes, est comme 8. douziemes à 9. douziemes, qui est comme 8. à 9. c'est à dire, que 2. troisiemes partis par 3. quatriemes font autât côme 8. parti par 9. c'est à ça uoit 8. neuuemes. Nous pouuons prendre aussi en ces deux propositions vne autre maniere de partir vne fraction par vne autre en multipliant les fractions ou les choses proposees par le denommateur de l'une, iusqu'à ce qu'on aye des nombres entiers. Nous pouuons cognoistre aussi que deux fractions sont egalles entr'elles, quand le plus grand numerateur estant parti par le plus petit, donne pour combien autant comme le plus grand denommateur estant diuisé par le plus petit denommateur. Dauantage quãd vne reigle de 3. nous sera proposée, là où il y aura des fractions, en multipliant le premier & le second lieu, par le denommateur de la fraction du premier ou second, & le premier & troisieme par

le denommateur de la fractiō du premier ou du troisieme, nous aurōs 3. nōbres entiers, par lesquels il en viēdra autāt cōme des proposez. Aussi quād nous voudrōs partir vn nōbre par vn autre, nous pourrōs premierement partir les proposez par quelque nōbre, s'il se peut faire, & diuiser l'vn cōbien par l'autre, pour auoir ce qu'on demāde de la diuision pposée, & p ainsi 4608. 1024. fois estāt parti par le quarré de 512. fera autāt cōme 4608. parti par 256. car la 1024. partie del'vn & de l'autre des proposez sont lesdicts nōbres 4608. & 256. & c. Nous y pouuōs prēdre aussi que si vn nōbre se doit partir p quelque nōbre engēdré de deux nōbres que l'ō auācera autāt, de le partir p l'vn d'iceux, & le cōbiē p l'autre.

19

*Si quatre nombres sont proportionaux, le nombre qui est fait du premier, & du quatrieme sera egal à celuy du second, & du troisieme. Et si le nombre qui est fait du premier, & du quatrieme, est egal à celuy du second & troisieme, iceux quatre nombres seront proportionaux.*

FORCADEL.

Car en multipliant le troisieme nōbre par le premier, la raison du produit du troisieme par le premier au produit du 4 par le premier sera cōme le 3. au 4. par la 17. proposition de ce liure, c'est à dire telle que du premier au secōd, qui est comme le produit du troisieme, par le premier au produit du troisieme, par le second par la precedente proposition, la raison donques du produit du troisieme multiplié par le premier, au produit du quatrieme par le premier, sera telle que du mesme produit du troisieme, & du premier, au produit du troisieme multiplié par le secōd. & par ainsi par la conuerse de la 21. deffinitiō, telle partie, ou telles parties, ou bien tel plusieurs fois que sera ledict troisieme produit de l'vn des deux premiers pduits, telle sera il de l'autre, & par ainsi iceux deux premiers produits seront egaux l'vn à l'autre. Et pour la seconde partie en multipliāt le troisieme par le premier, la raison du premier au second sera cōme ledict produit, au pduit de la multiplicatiō du 3. par le secōd par la precedēte proposition, c'est à dire, telle qu'est du mesme pduit du 3. par le premier, au pduit du quatrieme.

E iiii

multiplié par le premier, qui est comme le troisieme nombre au quatrieme par la 17. proposition de ce liure, & par ainsi la raison du premier au second sera comme le troisieme au quatrieme, & pour la cause de la premiere partie de ceste proposition, il est certain que quãd il y a quatre nōbres proportionaux la fraction sans abbreuiation faite des deux premiers sera egalle à la fraction faicte des deux autres, sans abbreuiation aussi, c'est à dire, laissant les nombres tels que ils ont esté proposéz, & en multipliant l'vne & l'autre fraction par le denommateur de la premiere, il en viendra d'vne part le premier nombre, & de l'autre part vne fraction, dont le numerateur sera le produit de la multiplicatiō du troisieme nombre par le second, & le denommateur sera le quatrieme nombre, & seront egaux ensemble, comme les deux fractions proposées, par la 17. proposition de ce liure, puis en multipliant ces deux produits par le denommateur de la seconde fraction, il en viendra d'vne part le produit du premier nombre multiplié par le quatrieme, & de l'autre part le mesme produit du troisieme nombre multiplié par le second, lesquels seront egaux par vne mesme raison. De ceste proposition nous pouuons prendre, ou est prise la commune façon de faire vne reigle de trois, car si de quatre nombres proportionaux, le produit du second multiplié par le troisieme est egal à celuy du premier multipliant le quatrieme, il est certain que le produit du troisieme multiplié par le second, estant parti par le premier, donnera le quatrieme nombre, voyez la reigle ou les reigles les plus excellentes, ou les quintes essences des reigles comment elles se presentent deuant nous, car il est certain que si le quatrieme nombre est vne racine, que nous mettons tousiours pour le nombre cerché, mesme en cest endroiçt, iceluy estant multiplié par le premier, fera autant de nombres cerchés, lesquels seront egaux au produit, des deux autres multipliezensemble, lequel estant parti par les nombres cerchez, ou par le produit de ce qui est au quatrieme lieu multiplié

riplié par le premier dōnera le quatrieme nombre, comme quād 3. donnēt 4. & ie veux ſçauoir cōbiē dōnera 10. ie prēdray que ce ſoit 1. racine laquelle multipliée par 3. fera 3. racines, & 4. multipliant 10. ou 10. 4. faiēt 40. & par ainſi 3. racines vaudront 40. & ſi 3. choſes valēt 40. il eſt certain que l'vne d'icelles vaudra 13. & 1. troiſieme, & ce ſera ce qu'on demande. Par ceſte propoſitiō auſſi 1. diuiſé par 4. & 1. troiſieme, de premiere feront 3. diuiſé par 13. premieres, car 3. fois 1. faiēt 3. & 3. fois 4. & 1. troiſieme de premiere, font 13 premieres.

Nous pouons dire auſſi deux fractions eſtre egales l'vne à l'autre, quand en multipliant le numerateur de la premiere, par le denominateur de la ſeconde, il en vient autāt, que les deux autres nombres multipliez enſemble. Auſſi quand deux nombres d'vne part multipliez enſemble, font autant comme deux autres nombres multipliez auſſi enſemble, en prenāt l'vn des deux premiers, pour le premier, & l'autre pour le quatrieme, l'on pourra prendre l'vn des autres pour le ſecōd, ou troiſieme de quatre nombres proportionaux. Auſſi nous pouons prendre en ceſte propoſition que trois nombres, &c. multipliez enſemble, en quelque ſorte que ce ſoit, produiſent vn meſme nombre, tout ainſi que nous l'auons pris de deux nombres, en la 16. propoſition, car quand le premier, & le troiſieme multiplient le ſecond, la raiſon des produiētſ ſera telle qu'eſt du premier nombre au troiſieme, par la precedente propoſition, & par ainſi le premier produiēt multiplié par le 3. nombre, fera autant cōme le ſecond produiēt multiplié par le premier, &c. Nous y prendrons auſſi, que quand deux nombres inegaux diuiſent vn nombre le combien du plus grand, au combien du plus petit, auront la raiſon du plus petit nombre au plus grand, & par ainſi d'autant qu'vn partiteur ſera plus grand, il donnera moins de combien, ou vn plus petit combien, & de là viendra que ſi quand le ſeptier de blé couſte 60. ſouls, l'on donne 2. onces de pain pour vn ſouls, quand il couſte-

ra 40. soulds l'on en donnera 3 . onces, diuisant le pois du pain , ou prenant pour le pois du pain, qui sera en vn septier en 120. onces, &c. Quand aussi il y aura quatre nombres proportionaux, le produict des extremes ou des milieux, sera mesuré d'vn chacun desdicts quatre nombres. Quand aussi vn nombre pourra estre produict, de deux nombres multipliez ensemble, si iceluy multiplie quelque nombre, il en sera produict autant comme si le nombre qu'il multiplie estoit multiplié, par l'vn des nombres dont il est produict, & ce qui en sera produict multiplié par l'autre.

20.

*Si trois nombres sont proportionaux, celuy qui est contenu des extremes, est egal à celuy qui est fait du milieu. Et si celuy qui est contenu des extremes est egal à celuy qui est décrit du milieu, iceux trois nombres seront proportionaux.*

FORCADEL.

Car la raison du premier nombre au second comme second, est telle, qu'est du second comme troisieme, au troisieme comme quatrieme, & par la premiere partie de la precedente proposition, le nombre fait des extremes sera egal au carré du milieu par la 19. deffinition de ce liure. Et pour la seconde partie de ceste proposition, puis que le nombre fait des extremes, comme d'vn premier, & d'vn quatrieme est egal au nombre fait du milieu, comme d'vn second, & d'vn troisieme, il est certain qu'iceux trois nombres seront proportionaux, par la seconde partie de la precedente proposition.

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & . & 6 & . & 9 & & \\ 4 & . & 6 & . & 6 & . & 9 \end{array}$$

Quand dōques nous aurōs trois nombres telz que les produicts du second & du troisieme multipliez par quelque nombre, seront egaux aux produicts du second & du premier multipliez par quelque autre nombre, vn chacun au sien, iceux trois nombres seront proportionaux, car la raison du premier au second sera telle que des deux multipliers, qui sera.

sera telle que du second au troisieme, &c. Quand aussi l'on nous donnera deux nōbres, pour trouver le milieu proportionel d'iceux, il nous faudra multiplier l'un par l'autre, & prendre la racine quarrée du produit, car ce sera le milieu demandé.

Nous pouvons aussi continuer quelque raison que ce soit, tant qu'il en sera besoing, en multipliant l'un des termes extremes, de la part de la continuation en soy, & diuisant tousiours le produit, par le plus pres dudit extreme, car s'il y en a deux, le quarré de l'un estant parti par l'autre, donnera le troisieme proportionel de la part de celuy, dont l'on aura pris le quarré. Et quand il y aura vne fraction au nouueau extreme, l'on pourra multiplier tous les nombres qu'on aura par le denommateur du nouueau extreme, par la 17 & 18. propositions de ce liure, &c.

Quand il y aura aussi trois nombres proportionaux, le solide fait d'iceux trois nōbres sera egal au cube du milieu, car le plan cōtenu des extremes, est egal au quarré du milieu & ledict solide sera egal audict cube, par la 17. proposition de ce liure. & si le solide fait de trois nombres est egal au cube fait de l'un d'iceux, ils seront proportionaux, car le quarré de l'un sera egal au plan contenu des deux autres, par la mesme 17. proposition de ce liure, & iceux trois nombres seront proportionaux.

21

*Les nombres les plus petis de tous ceux qui ont la mesme raison avec iceux, me furent egallement les nombres qui ont la mesme raison, le plus grand certes le plus grand, mais le plus petit le plus petit.*

FORCADEL.

Car la raison du plus grand au plus grand, sera telle, que du plus petit au plus petit, par la 13. proposition de ce liure, & par la conuerse de la 21. defnitiō de ce liure, ie dis que le plus grād, sera la partie du plus grād, telle qu'est le plus petit du plus petit, & par la cōuerse de la 3. defnitiō de ce liure, le plus grand mesurera autant de fois le plus grand, que le plus petit mesurera le plus petit, pource que si le plus

grand ne mesuroit pas le plus grand, il seroit les parties du plus grand, telles que seroit le plus petit du plus petit, & l'vne des parties du plus grand au plus grand, auroit la mesme raison qu'auroit l'vne des parties du plus petit au plus petit, par la dicte 21. deffinitio, & la partie à la partie, telle que le plus grand au plus petit, par la dicte 13. proposition, ou bien la partie à la partie auroit la raison du plus grand au plus petit, par la 17. ou 18. propositions de ce liure, & par ainsi il y auroit de plus petis nombres que les plus petis estans en vne mesme raison, ce qui est impossible.

Par ceste proposition, nous cognoissons vne fraction estre egalle à vn autre, estant en ses plus petis nombres, quand en diuisant le plus grand numerateur par le plus petit, il en viendra autant, comme en diuisant le plus grand denominateur, par le plus petit, ou bien quand en diuisant le plus grand numerateur, par le combien du plus grand numerateur, diuisé par le plus petit numerateur. il en vient le plus petit denominateur, ou quand en diuisant le plus grand numerateur, par le combien du plus grand denominateur, parti par le plus petit denominateur, il en vient le plus petit numerateur.

22

*S'il font trois nombres, & d'autres egaux de multitude à iceux, qui se prennent deux à deux, & en la mesme raison, mais la leur proportion soit perturbée, aussi en la raison de l'egalité, ils seront en la mesme raison.*

## FORCADEL.

Ceste proposition respond ou est semblable à la 23. proposition du 5. liure. parquoy l'on la pourra semblablement continuer, car il est certain que le contenu ou le nombre fait du nombre premier d'vne part, & du troisieme de l'autre part, sera egal au nombre fait des deux millieux par la premiere partie de la 19. proposition de ce liure, lequel est egal, par vne mesme raison, au nombre fait des deux autres, d'oques par la premiere commune sentence, le nombre fait du

du premier d'une part, & du troisieme de l'autre part, sera egal au nombre fait du troisieme, de la mesme part, & du premier de l'autre part, & par la secõde partie de ladicte 19 proposition, la raison du premier nõbre d'une part, au troisieme de la mesme part, sera telle que du premier de l'autre part à son troisieme.

23

*Les nombres premiers entr'eux sont les plus petis, de tous ceux, qui ont la mesme raison avec iceux.*

FORCADEL.

Car s'ils ne sont pas les plus petis, le plus grand des plus petis mesurera le plus grand, d'autant que le plus petit mesure le plus petit, par la 21. proposition de ce liure, & par ainsi il y auroit vn nombre qui mesureroit les nombres premiers entr'eux proposez, donques ils ne serõt pas premiers par la 15. deffinition de ce liure.

Quand donques l'on nous proposera vne fraction, faite de deux nombres, qui n'auront point aucun nombre, pour mesure commune, elle sera toute abbreviée, c'est à dire en ses plus petis nombres. L'vnité aussi avec quelque nõbre que ce soit, sont les plus petis en leur raison.

24

*Les nombres plus petis de tous ceux qui ont la mesme raison avec iceux, sont premiers entr'eux.*

FORCADEL.

C'est la conuerse de la precedente, car s'ils ne sont pas premiers entr'eux, ils seront composez, & par la conuerse de la 15. deffinition de ce liure, ils aurõt vn nombre qui les mesurera pour commune mesure, & les mesurera par deux autres nombres plus petis, que les proposez, ayans la mesme raison des proposez, par la 17. ou 18. propositions de ce liure, ce qui est impossible.

Il ne se faut pas donques fatiguer de trouuer des nombres plus petis, que les plus petis, ayans la mesme raison, cõ.

me nous le prenons de ceste proposition.

25

*Si deux nombres sont premiers entr'eux, celuy nombre, qui mesure l'un ou l'autre d'iceux, iceluy sera premier avec l'autre.*

FORCADEL.

Car si le mesurant n'est pas premier à l'autre nombre, ils seront composez, & par la conuerse de la 15. deffinition de ce liure, il auront vn nombre qui les mesurera pour commune mesure, lequel mesurera aussi le mesuré, & par ainsi par la mesme 15. deffinition, les deux nombres proposez serōt aussi composez entr'eux, ce qui est impossible.

Quand donques il y aura trois nōbres, desquels les deux seront premiers l'un à l'autre, & le troisieme mesurera l'un d'iceux, le produit de la multiplication des deux nombres premiers entr'eux, sera le nombre mesuré desdicts trois nōbres, & sera le plus petit en la 36. proposition suyauante. Cela veut dire aussi que lesdicts trois nombres, seront premiers entr'eux, & par la 23. proposition de ce liure, ils seront les plus petis en leurs raisons.

26

*Se deux nombres sont premiers à quelque nombre, aussi celuy qui sera produit d'iceux luy est premier.*

FORCADEL.

Car si l'engendré & le troisieme nombre ne sont pas premiers entr'eux, ils seront composez, & par la conuerse de la 15. deffinition de ce liure, il y aura vn nombre qui les mesurera, lequel sera aussi premier à vn chacun des deux nombres qui ont fait l'engendré par la precedente proposition, & par ainsi le mesurant avec l'un desdicts deux nombres seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition de ce liure, & mesureront egallement tous les autres qui serōt en leur raison vn chacun son chacun, par la 21. proposition de ce liure, & pource que par la seconde partie de la 19. proposition de ce liure, la raison de l'un d'iceux au mesurant se

ra telle que du nombre par lequel le mesurant mesure l'engendré à l'autre des deux nombres qui ont produit l'engendré, iceluy sera mesuré du mesurât, & par ainsi l'un des deux nombres qui ont fait l'engendré, & le troisieme nombre seroyent composez par la 15. deffinition de ce liure, ce qui est impossible. Et tels trois nombres seront aussi premiers entr'eux, & les plus petis en leurs raisons, mais le plus petit nombre mesuré des deux nombres qui ont fait l'engendré estant multiplié par le troisieme nombre produira le plus petit nombre, mesuré desdicts trois nombres, que si les deux nombres premiers au troisieme, sont aussi premiers entre eux, l'engendré estant multiplié par le troisieme, produira le plus petit nombre mesuré desdicts trois nombres.

27

*Si deux nombres sont premiers entr'eux, celuy qui est engendré de l'un d'iceux sera premier à l'autre.*

FORCADEL.

Quand deux nombres sont premiers entr'eux le nombre mesme qui est egal à l'un d'iceux est premier à l'autre, & par ainsi il y aura deux nombres egaux l'un à l'autre premiers à vn autre, parquoy le nombre fait des deux nombres egaux, qui est le quarré de l'un, par la 19. deffinition de ce liure, sera premier à l'autre nombre proposé, par la precedente proposition.

28

*Si deux nombres à deux nombres sont premiers tous deux ensemble, à l'un & à l'autre: aussi les engendrez d'iceux seront premiers entr'eux.*

FORCADEL.

Car l'engendré des deux sera premier à vn chacun des deux autres, par la 26. ppositiō de ce liure, & par la mesme proposition, il sera premier à l'autre engendré. quād dōques no<sup>r</sup> voudrōs faire vne reductiō, de quatre denōmatiōs, dōt

F iij

les deux premieres seront premieres avec les deux autres, vne chacune avec sa chacune, il faudra multiplier le produit de la multiplication des deux premiers denommateurs par le produit de la multiplication des deux autres, & ils produiront le denommateur de la reduction, c'est à sçauoir le plus pres de l'vnité. Ces quatre nombres là seront aussi les plus petis en leurs raisons, par la dicte 23. proposition de ce liure.

$$\begin{array}{r} 45 \\ 5 \quad 9 \\ 8 \quad 4 \\ 32 \end{array}$$

29

*Si deux nombres sont premiers entr'eux, & multiplient vn chacun soy mesme, en engendre quelqu'vn, ceux qui seront produits d'iceux, seront premiers entre eux. Que si les nombres proposez au commencement multiplians ceux qui sont produits, en font d'autres, ceux aussi seront premiers entr'eux. Et tousiours enuie les extremes aduendra la mesme chose.*

## FORCADEL.

Il veut dire, que si deux nombres sont premiers entr'eux, leurs quarez, cubes, quarez de quarez, &c. serōt aussi premiers entr'eux. Car le quarré de l'vn sera premier à l'autre, par la 27. proposition de ce liure, & par la mesme 27. proposition les quarez d'iceux nombres seront premiers l'vn à l'autre, & pource que l'vn des nombres, & son quarré sont premiers à l'autre, & à son quarré, les cubes desdicts nombres seront aussi premiers l'vn à l'autre, par la precedente proposition, & par la premiere partie de ceste demonstration, les quarez des quarez des deux nombres proposez seront premiers entr'eux, ou biē, puisque l'vn des nōbres, & son cube sont premiers avec l'autre & son cube, par la 26. proposition de ce liure, il est certain que lesdicts quarez des quarez

quarrez seront premiers entr'eux, par la precedente proposition, &c. Mais que tout cube estant multiplié par sa racine cube, face le quarré du quarré de ladicte racine, il est tresmanifeste par la 20. proposition de ce liure, car tout nombre, son quarré & son cube sont proportionaux, par la 21. definition de ce liure, & par ainsi le quatrieme proportionel sera egal au quarré du quarré dudiect nombre, lequel nous nōmons le premier nombre, & le marquons par l'vnité, son quarré le second nombre, & le marquons par deux, son cube le troisieme nombre, & le marquons par 3. & son quarré de quarré le quatrieme nombre, & le marquons par 4. &c. selon la suite des nombres, là où nous voyons que le premier nombre multiplié par le second produict, le troisieme qui nous est donné par l'vnité, & par 2. adioustez ensemble, & le second multiplié en soy, nous donne le quatrieme, qui nous est donné de 2. adiousté avec 2. ou de 2. & 2. adioustez ensemble, dauantage le premier nombre multipliât le troisieme, nous produict le quatrieme qui est denommé de l'vnité, & de 3. adioustez ensemble, & par ainsi si nous prenons deux nombres de la progression geometrique, laquelle cōmence au nombre qui s'est multiplié en soy, & deux nombres de la progresiō naturelle arithmetique, aux lieux mesmes en multipliât les deux de la progresiō geometrique, & adioustant les deux autres, le lieu du produict sera remarqué par le nombre de l'addition, & en multipliant quelque nombre de la progresiō geometrique que ce soit par soy mesme, le lieu du quarré sera remarqué, par le double de ce la qui est en la naturelle suite des nombres au lieu mesme dudiect nombre, duquel l'on a pris le quarré, car le premier nombre se multipliant soymesme produict le second nombre. Mais considerez vn peu ceste proposition, & y voyez qu'il semble qu'elle ne cesse jamais d'engendrer, en laquelle il nous faut prendre aussi, qu'une fraction faicte de deux nōbres quarrez ou cubes, &c. tels qu'ils sont icy mis, ou que le veut ceste proposition, sera toute abbreuïée.

1 . 2 . 3 . 4  
3 . 9 . 27 . 81

30

*Si deux nombres sont premiers entr'eux, aussi tous deux ensemblement seront premiers avec vn chacun d'iceux. Et si tous deux ensemblement à quelqu'un d'iceux sont premiers entr'eux, aussi les nombres qui sont posez au commencement, sont premiers entr'eux.*

FORCADEL.

Car si deux nōbres premiers entr'eux mis ensemble, ne sont pas premiers avec vn chacun d'iceux, ils serōt cōposez avec vn chacun d'iceux, & par la conuerse de la 15. deffinition de ce liure, ce nombre là qui mesurera les deux nombres mis ensemble, & vn chacun, ou l'un d'iceux, il mesurera vn chacun, ou l'autre nombre ( car il mesure le tout & le soustrait ) & par ainsi par la mesme deffinition les deux nombres proposez seroyent aussi composez, ce qui est impossible. Secōdement si deux nombres mis ensemble sont premiers à l'un sans estre premiers entr'eux, ils seront composez, & par la conuerse de ladicte 15. deffinition, ce nombre là qui mesurera les deux nombres proposez, il mesurera les deux nombres mis ensemble, & l'un d'iceux (car il mesure deux nombres) ce qui est impossible.

La seconde partie de ceste proposition nous enseigne, que quād deux nombres inegaux serōt premiers entr'eux, la difference d'iceux ( icelle estant quelque nombre ) avec le plus petit seront aussi premiers entr'eux: ou bien, que la difference d'iceux, & le plus petit seront tant seulement mesurez de l'vnité pour commune mesure.

31

*Tout nombre premier, est premier, à tout nombre qu'il ne mesure pas.*

FORCADEL

Car si vn nombre premier, & celuy qui ne mesure pas, ne sont pas premiers entr'eux, ils serōt composez, & par ainsi par la conuerse de la 15. deffinition de ce liure, il y aura vn nombre qui mesurera l'un & l'autre, & par ainsi il mesurera iceluy

iceluy nombre premier, ce qui est contre la 13. deffinition de ce liure, ou bien le dict nombre premier seroit composé par la 14. deffinition de ce liure, ce qui est impossible. Nous pouuons aussi prédre ici qu'une fraction, de laquelle l'un des nombres est premier, & ne mesure pas l'autre, sera toute abreviée, & à plus forte raison si elle est faite de deux nombres premiers. Nous pouuons prédre aussi en ceste proposition que tous les deux nombres premiers seront premiers entr'eux

32

*Si deux nombres se multiplians l'un l'autre en font un autre, si quelque nombre premier mesure le produit d'iceux, iceluy mesurera aussi l'un ou l'autre d'iceux, qui ont esté posez au commencement.*

FORCADEL.

Côme ainsi soit qu'il pourra aduenir qu'il mesurera l'un & l'autre (comme nous voyons que 6. fois 9. font 54. lequel est mesure de 3, qui mesure 6. & 9.) si toutesfois il ne mesure l'un il mesurera l'autre, car il sera premier avec celuy qu'il ne mesure pas, par la precedente proposition, & telz deux nombres premiers entr'eux, seront les plus petis en leur raison par la 23. proposition de ce liure, & mesureront egallement tous les nombres qui seront en leur raison par la 21. proposition de ce liure, mais par la seconde partie de la 19. proposition de ce liure, la raison desdicts deux nombres premiers entr'eux sera telle qu'est de l'autre nombre au nombre, par lequel ledict nombre premier mesure l'engendré, & par ainsi le dict nombre premier mesurera l'autre nombre, quand d'ocques 4. fois 6. font 24. lequel est mesuré de 3. 8. fois, il est certain que 3. ne mesurât pas 4. il mesurera 6. car 3 & 4. sont premiers entr'eux & sont les plus petis en leur raison & mesureront egallement tous les autres qui seront en leur raison lesquels sont 6. & 8. & par ainsi 3. mesurera 6.

4	6
	24
3	8

*Tout nombre composé, sera mesuré de quelque nombre premier.*

FORCADEL.

### RESOLUTION.

Tout nombre composé est mesuré de quelque nombre, qui est depuis l'vnité à sa moitié, & pource que les premiers nombres composez, sont composez de nombres premiers, (nous disons vn nombre premier composé, quand il est mesuré, tant seulement deux fois d'un nombre premier.) les autres aussi seront composez de nombres premiers, & par ainsi tout nombre composé sera mesuré de quelque nombre premier.

### COMPOSITION.

Car il sera mesuré de quelque nombre, par la conuerse de la 14. deffinition de ce liure, lequel sera premier ou non, s'il est premier, cela que nous cerchons sera manifeste, si non il sera mesuré d'un autre nombre, par la mesme deffinition, lequel mesurera aussi le composé proposé, & sera premier ou non, & s'il n'est pas premier, vne telle façon de faire se pourra continuer tant qu'il en sera besoing, & par autāt de fois qu'il sera necessaire, iusqu'à ce que l'on trouue vn nombre premier, lequel mesurant tous les autres trouuez mesurera aussi le composé proposé, comme il soit ainsi que la diuision ou diminution du nombre est finie, tout ainsi que la grandeur se peut diuiser, ou peut estre diuisée en infinité. Ou autrement, ce nombre composé là sera mesuré d'un nombre premier, pource que le plus petit nombre qui le mesurera sera premier, si non iceluy plus petit nombre, sera mesuré d'un nombre, par la conuerse de ladicte 14. deffinition, lequel sera plus petit que luy, & mesurera le nombre composé proposé, & par ainsi le nombre plus petit mesurant le composé ne seroit pas le plus petit, ce qui ne peut estre, donques le nombre, le plus petit mesurant le nombre composé proposé sera premier.

Tout:

34

*Tout nombre, ou il est premier, ou quelque nombre premier le mesure.*

FORCADEL.

Car il sera mesuré tant seulement de l'vnité, ou il sera mesuré de quelque nombre, s'il est tant seulement mesuré de l'vnité, il sera premier par la 12. deffinition de ce liure, & s'il est mesuré de quelque nombre, il sera composé, par la 14 deffinition de ce liure, & par ainsi il sera mesuré de quelque nombre premier, par la precedente proposition.

35.

*Estans donnez autant de nombres qu'on voudra, trouuer les plus petits nombres de tous ceux qui auront la mesme raison avec iceux.*

FORCADEL.

Si les nombres donnez sont premiers entre eux, ils serót les plus petis, par la 23. proposition de ce liure, si non il faudra prendre la leur plus grande commune mesure, par la 2. ou par la 3. proposition de ce liure, & les nombres par lesquels la leur plus grande commune mesure les mesurera, auant les mesmes raisons qu'ont les proposez, par la 17. ou 18. proposition de ce liure, seront les plus petis en leurs raisons, comme il soit ainsi que la partie est plus petite que le tout, par la 9. commune sentēce, car s'ils ne sont pas les plus petis, ceux qui le seront mesurerót les proposez egallēmēt, vn chacun le sien, par la 21. proposition de ce liure, & ce sera par vn plus grand nōbre, que n'est celuy, par lequel ceux qu'on a trouuez mesurent les proposez (car quand vn nombre est parti par deux nōbres inegaux, il dōne plus estāt par ti p le plus petit, que par le plus grād) lequel mesurera aussi les proposez, & par ainsi la plus grande commune mesure des nombres proposez ne seroit pas la plus grāde, ce qui est impossible, ou bien, comme nous l'auons pris en la 19. proposition de ce liure, la raison d'vn chacū des nombres trouuez à vn chacun de ceux qu'on voudroit dire les plus petis, seroit telle que du nombre, par lequel vn chacun de ceux

qu'on voudroit dire les plus petis mesure vn chacun des proposez, à la plus grande commune mesure des proposez & comme vn chacun des nombres trouuez est plus grand qu'un chacun de ceux qu'on diroit les plus petis, aussi le nombre par lequel vn chacun de ceux qu'on diroit estre les plus petis mesureroit vn chacun des proposez seroit plus grand que la plus grande cōmune mesure des nōbres proposez, ce qui est impossible.

Par ceste proposition no<sup>9</sup> pouuons partir le premier & second nōbres d'une reigle de trois proposée où le premier & le troisieme par le plus grand nōbre, par lequel ils peuēt estre partis & faire des combiens, ce que l'on eust fait des proposez, ou mettré les combiens aux lieux mesmes des proposez & c. Et par ceste proposition aussi, comme en estāt la propre proposition, nous pouuons congnoistre quand vne fraction sera tout abreuiée ou nō, car si elle l'est les termes d'icelle serōt premiers entr'eux, si non en diuisant l'un & l'autre des nōbres qui la font ou par lesquelz elle se met par la leur plus grande mesure, & faisant des combiens vne fraction semblablemēt, icelle sera egalle à la proposée. Aussi nous y pouuōs prendre que les petis d'une raison serōt ou impairs, ou pairs & impairs, mais ils ne seront iamais pairs.

36

*Deux nombres estans donnez, trouuer le plus petit nombre qu'iceux mesurent.*

## FORCADEL.

Il est certain que quand de deux nōbres inegaux le plus petit mesure le plus grād, que le plus grād sera le plus petit nōbre mesure d'iceux, car s'il y en auoit vn plus petit le plus grand nōbre mesureroit le plus petit ce qui est impossible, & si le plus petit ne mesure pas le plus grād, qu'en doublāt triplāt ou quadruplāt & c. selon le naturel ordre des nombres, le plus grand, l'on pourra continuer cela tant de fois que l'on trouuera le plus petit nōbre mesuré des deux nombres proposez, mais pour nous descharger d'un tel trauail,

si les

si les deux nombres proposez sont premiers entr'eux, ils seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition de ce liure, & par ainsi le produit de la multiplication de l'un par l'autre (lequel sera mesuré de l'un & de l'autre) sera le plus petit mesuré desdicts deux nombres, car s'il y en auoit un plus petit, iceluy estant parti par les deux nombres, donnera deux autres nombres plus petis que les nombres proposez, lesquels auront la raison des proposez, comme nous l'auons pris en la 19. proposition de ce liure, & par ainsi les nombres proposez ne seroyent pas les plus petis, ou bien les nombres proposez estans les plus petis, ils mesureroient egalemēt lesdicts combien, un chacun le sien, par la 21. proposition de ce liure, & un chacun d'eux au sien auroit, la raison du nombre trouué, à celuy qu'on diroit estre le plus petit, par la 17. ou 18. proposition de ce liure, & par ainsi par la conuersede la 21. deffinition de ce liure, le nombre trouué mesureroit son plus petit, ce qui est impossible. Mais qui commande à l'abondance, sinon l'abondance mesme, le plus petit mesuré de 4. & de 9. sera 36. car si c'estoit 27. iceluy estant parti, par 4. & par 9. fait 6. & 3. quatriemes, & 3. qui ont la raison de 9. à 4. & 9. & 4. ne scauroyent mesurer, ni 6. & 3. quatriemes ni 3. selon ceci, toutesfois si l'on veut que 9. & 4. mesurent 6. & 3. quatriemes, & 3. l'on voudra aussi que 36. mesure 27. ce qui ne peut estre, & selon l'autre façon 9. & 4. ne seroyent pas les plus petis en leur raison, si 6. & 3. quatriemes & 3. comme nombres auoyent la raison, de 9. à 4. Passons maintenant plus outre, & disons que si les deux nombres proposez ne sont pas premiers, comme ils soyent composez ayant prins les plus petis nombres, en leur raison, par la precedente proposition, le produit du premier multiplié par le quatrieme sera autant que le produit des deux autres multipliez ensemble par la 19. proposition de ce liure, & sera l'un & l'autre produit, ou l'un ou l'autre mesuré des deux nombres proposez, cela veut dire que le produit de la multiplication de l'un des nombres proposez multiplié par

l'vn des plus petis son alterne fera le plus petit nombre mesuré des deux nombres proposés par les plus petis, si non vn nombre plus petit que le dict produit estant parti par les deux nombres proposés donnera des combiens plus petis que les plus petis en la raison des proposez, & aiant la raison des proposez & par la 11. proposition du cinquieme liure, si non par la conception prise de la 21. deffinition de ce liure, lesdicts combiens auront la raison des plus petis ce qui est impossible, ou bien, l'vn des plus petis ou vn chacun des plus petis à vn chacun des dicts combiens auroient la raison du nombre trouué à celuy qu'on voudroit estre le plus petit par la dicte 17. ou 18. proposition & par la 21. proposition de ce liure, & la conuerse de la 21. deffinition de ce liure, le nombre trouué mesurerait le nombre qu'on voudroit estre le plus petit ce qui est impossible, par ceste proposition quand nous voulons reduire ensemble deux fractions n'ayant pas vne mesme denomination, si les denommateurs ne peuuent pas estre mesurez d'aucun nombre, nous les multiplions ensemble & prenons le produit pour le denominateur de la reduction. Et si les denommateurs sont composés nous les diuisons tout à la fois ou premierement par plusieurs fois par le nombre le plus grand, par lequel ils se peuuent partir, comme en estant mesurez, & multiplions l'vn des nombres par le combien de la diuision de l'autre, pour auoir le denominateur de la reduction.

## 37

*si deux nombres mesurent quelque nombre, & le plus petit qu'iceux mesurent, mesurera le mesme.*

## FORCADEL.

Quand vn nōbre plus petit ne mesure pas vn plus grād, il est certain que la difference du plus grād au nombre plus pres de luy, mesuré du plus petit, sera plus petite que le plus petit nombre. Or si le nombre mesuré des deux nombres, est le plus petit mesuré d'iceux, lequel se trouue par la precedente

dente proposition, il se mesurera soy mesme, si non, & que le plus petit mesuré d'iceux estât pris par la precedente proposition, ne le mesure pas, vn chacun d'eux mesurera le tout & le soustraiçt & le plusieurs fois du soustraiçt s'il en est besoing, & par ainsi vn chacû d'eux mesurera la resté laquelle fera plus petite que le plus petit nombre mesuré des dictz deux nombres ce qui est impossible.

Nous prenons de ceste proposition que tout nôbre mesuré de 2. & de 3. sera ausi mesuré de 2. fois 3. c'est asçavoir de 6. & qui sera mesuré de 8. & de 12. il sera certainement mesuré de 24. car 24. est le plus petit mesuré de 8. & 12. comme 6. de 2. & 3. &c.

38

*Trois nôbres estant dōnez, trouver le plus petit nôbre le quel iceux mesurēt.*

## FORCADEL.

Il faut premierement trouver le plus petit nombre mesuré des deux par la 36. proposition de ce livre, lequel s'il est mesuré de l'autre, il sera le plus petit mesuré des trois nombres donnez, si non, le plus petit qu'on voudra dire, estant mesuré, des trois nombres, il sera mesuré des dictz deux, & par la precedente proposition, il sera mesure du nôbre trouué ce qui est impossible. Et si le nombre le plus petit mesuré des deux estant trouué par la 36. proposition n'est pas mesuré de l'autre, ayât trouué le plus petit mesuré du dict nôbre trouué, & de l'autre par la dicté 36. proposition, le nombre secondemēt trouué estant mesuré des dictz deux nombres cōme mesuré d'iceluy qu'ils mesurēt, sera certainement le plus petit mesuré des trois nombres donnez, si non celuy plus petit que le second nôbre trouué, qui sera mesuré (cōme on voudroit dire) des trois nombres il sera mesuré des dictz deux nôbres & par la precedente proposition du premier nombre trouué, & encores par la mesme precedente proposition du second nôbre trouué ce qui est impossible, & par ainsi le secōd nôbre trouué sera le plus petit nôbre mesure des trois nôbres proposez. & cōme la façō de faire de la 3

proposition de ce liure, s'estent en plusieurs nombres, aussi la façon de faire de ceste proposition s'estét en tant de nombres qu'on voudra. Quand donques nous voulons reduire trois fractions de denõmation diuerse essemble, & que l'un des denõmateurs est mesuré de l'un des autres, ou que l'un des denõmateurs mesure l'un des autres, nous laissons le mesurant & prenons le plus petit nombre mesuré des deux autres pour denõmateur commun, &c. Si non nous prenons le plus petit mesuré du plus petit, qui mesure les deux, & de l'autre, pour denõmateur commun, &c. car cela se continue tant que l'on veut.

39

*Si vn nombre mesure quelque nombre, le mesuré aura vne partie surnommée du mesurant.*

FORCADEL.

Car cõme l'vnité est au nõbre par le quel le mesurãt mesure le mesuré, ainsi est le mesurãt au mesuré, & par la 15. proposition de ce liure, comme l'vnité est au mesurant, ainsi est le nombre, par lequel le mesurant mesure le mesuré, au mesuré, vne telle partie donques, que sera l'vnité du mesurant, qui est tousiours denommée du mesurant (car l'vnité est la partie de tout nombre denommé de luy) vne telle partie sera le nombre par lequel le mesurant mesure le mesuré, du mesuré, laquelle sera le dict nombre par lequel le mesurant mesure le mesuré. Nous pouuons prendre en ceste proposition que partir vn nõbre par vn autre est prendre la partie du nombre qu'on veut partir denõmée du partiteur, comme partir 12. par 4. est prédre la quatrieme partie de 12, &c.

40

*Si vn nombre à vne partie qu'on voudra, iceluy sera mesuré du nombre surnommant la partie.*

FORCADEL.

Car autant d'vnitez qu'il y aura au denõmateur de la partie autant de fois vn certain nombre sera au nõbre qui a vne telle partie, & par la 15. proposition de ce liure, autãt d'vni-

d'vnitez qu'il y aura à ce certain nōbre, autant de fois le nōbre denōmateur de la partie sera au nōbre qui a vne telle partie, & cōme l'vnité mesure iceluy certain nombre, aussi le nōbre qui est denōmateur de la partie mesurera le nombre qui aura vne telle partie. Nous prenons de ceste proposition que prendre vne partie telle qu'on voudra de quelque nombre que ce soit, est partir iceluy nombre par le denominateur de la partie. cōme prendre la tierce partie de 12. est partir 12 par 3. &c.

41

*Trouuer vn nombre, qui estant le plus petit, aye les parties données.*

FORCADEL.

Le nombre demandé sera mesuré des denommateurs des parties denomées par la precedente proposition, il faudra donques trouuer le plus petit nombre mesuré des dictes denommateurs par la 36. ou 38. proposition de ce liure, lequel aura les dictes parties par la 39. proposition de ce liure, & sera le plus petit, si non, celuy qu'on voudra dire plus petit que le nombre trouué, ayant les parties données, sera mesuré des denommateurs d'icelles par la precedente proposition, & par ainsi il sera mesuré du dict nombre trouué par la 37. proposition de ce liure, y estât continuée s'il en est besoing, & tant de fois que la necessité le permettra, ce qui est impossible.

Par ceste proposition nous faisons les reductions des fractions ayans les denomnations diuerses, car nous prenons le plus petit nombre mesuré des denommateurs proposez, & par la 17. ou 18. proposition de ce liure, nous diuisions iceluy plus petit nombre par vn chacun denōmateur & multiplions le combien d'vn chacun par son numerateur, & les produits sont les numerateurs de la reduction, ou bien, nous pouuōs aussi multiplier le dict plus petit nombre, cest a sçauoir le denominateur de la reduction, par vn chacun numerateur, & en diuisant vn chacun produit par son denominateur, il en viendra les numerateurs de la reduction

par la 19. proposition de ce liure, & les reductions estans faites nous adiouſtons les numerateurs ensemble pour l'addition, ou les leuons l'un de l'autre pour la soustraction, denommant le nombre de l'addition & la reste de la soustraction du denommateur commun, mais en diuisant l'un numerateur par l'autre, tous deux estans en vne reduction, il en viendra le combien de l'une des fractions proposées diuisee par l'autre, & pour la multiplication tousiours les numerateurs se multiplient ensemble, si font bien les denommateurs, & en gardant l'ordre il en vient le produit de la multiplication, sans considerer pour la multiplication & diuision, les reigles des abbreuiations lesquelles i'ay escrit en mes liures d'Arithmetique. Car pour la multiplication, il est certain que quand plusieurs nombres se multiplient ensemble, que le premier produit aura vne partie denommée du multiplicateur, laquelle sera le multiplié, aussi le second produit aura vne partie denommée du multiplicateur, laquelle sera le multiplié, ou le premier produit, & semblablement le troisieme, quatrieme produits, &c. comme quand 5. 4. 3. se multiplient ensemble, 20. qui est le premier produit de 4. fois 5. aura vne quatrieme partie laquelle sera 5. & le second produit c'est à sçauoir 60. de 3. fois 20, aura vne tierce partie, laquelle sera 20, & par ainsi de 60. l'on pourra prédre le troisieme, qui sera 20. & de 20. l'on pourra prédre le quatrieme, qui sera 5. & de 5. prenant 1. cinquieme il en viendra l'vnité, tellement que la cinquieme partie, de la quarte partie d'une tierce partie, de quelque chose que ce soit, sera l'vnité dicelle chose, denommée du nombre de 60. c'est à sçauoir 1. soixantieme, car 60. est le plus petit nombre, de la tierce partie duquel, prenant le quart, & du quart la cinquieme partie, il en viendra l'vnité, &c. pource que quand plusieurs nombres se multiplient ensemble, si le dernier produit n'est pas le plus petit nombre duquel prenât vne partie denommée de l'un des nombres, & du nombre qui en viendra prenant la partie denommée de l'un des autres nombres

bres, &c ayât pris la partie denommée du nombre premierement multiplié, du nombre qui est la partie prise, denommée de son multiplicateur, il reste l'vnité: il est certain qu'è prenât les mesmes parties, & de mesme suite, d'vn nombre plus petit, que la raison du tout à sa partie, sera comme du tout à sa partie, & de la partie à la partie, telle que de la partie à la mesme partie, par la 17. proposition de ce liure, & par la 14. proposition de ce liure, la raison du tout à l'vnité, sera comme du tout à la partie du tout, ou de la partie qui luy respond à l'vnité, & comme le tout est au tout, ainsi sera l'vnité à la dicte partie de l'autre tout, qui luy est rapportée, par la 13. proposition de ce liure, mais le tout ou dernier produict, est plus grād que l'autre tout, aussi sera l'vnité plus grande, que la partie qui est la dernière denommée du premier nombre, & par ainsi il est impossible d'en trouuer vn plus petit que ledict dernier produict, qui est la façon de faire la plus generale pour sçauoir prendre vne fraction d'vn autre, & aussi pour multiplier vne fraction, par vne autre, qui est vne mesme chose estant toutesfois cesté cy prise de celle là, comme nous l'auons enseigné aux liures d'Arithmetique.

H iij

MONSIEVR CHAPPELAIN CON-  
SEILLER ET PREMIER MEDECIN

*du Roy, Pierre Forcadel. Salut.*



MONSIEVR, outre ce que la ver-  
tu nous faiçt aymer & honorer  
ceux que nous ne veismes iamais,  
& que celle seule occasion fust af-  
sez suffisante pour vous faire reco-  
gnoistre & admirer, non seulemēt  
de moy, mais aussi de tous ceux qui font profession  
d'honestes & vertueux estudes, si suis ie encores  
poulsé d'vn particulier debuoir à telle recognois-  
sance, si ie ne veux estre iugé ingrat, ayant cogneu  
sans aucun mien merite ou office enuers vous, ains  
de vostre seule grace & bonté naturelle, la grande  
amitié & bonne faueur que m'avez porté à mon be  
soing & necessité, ce que ie ne puis ne doibs passer  
par dissimulation, au moyē dequoy, MONSIEVR,  
i'ay prins la hardiessē de vous dedier & presenter ce  
huiçtieme liure, des Elemens d'Euclide, traduiçt en  
Frāçois, & cōmenté par moy avec les autres, iusqu'  
à tant q̄ Dieu me donnera le temps de vous mon-  
strer par autres œuures la bōne volonté que i'auray  
toute ma vie, de vous faire, & aux vostres treshū-  
ble & tresloyal seruice. De Paris, ce 10. de Ianu. 1565.



LE HVICTIEME LIVRE,  
DES ELEMENS D'EVCLIDE,  
TRADVICT, ET COMMENTE PAR

Pierre Forcadel de Beziers.



PROPOSITIONS.



*I sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, desquelz les extremes sont premiers ensemble, ils sont les plus petis, de tous ceux qui ont la mesme raison avec iceux.*

FORCADEL.

Si les deux extremes sont premiers entre eux, ils sont les plus petis en leur raison par la 23. proposition du 7. liure, & mesurent egallement tous les autres qui sont en la mesme raison, vn chacun le sien par la 21. proposition du mesme 7. liure, donques si les nombres proposez ne sont pas les plus petis, la raison desdicts deux extremes, sera telle que des extremes, des nombres qu'on voudra dire les plus petis, en la raison des proposez, par la 14. proposition du 7. liure, & par ainsi les deux extremes proposez mesureront les autres deux extremes, ou les extremes des autres nombres, ce qui est impossible.

2

*Trouver de nombres continuellement proportionaux, les plus petis, sans qu'il en sera commandé de quelqu'un en la raison donnée.*

FORCADEL.

Il est certain que quand de deux nombres le premier &

H iij

le second seront multipliez par le premier, & le second en soy mesme, que les trois produictz seront au mesme ordre continuellement proportionaux, car quand le premier & le second sont multipliez par le premier, les produictz seront, en la raison du premier au second par la 17 proposition du 7. liure, & quãd le second se multiplie aussi par luy, il est certain que la raison du second produict au troisieme sera telle qu'est du premier nōbre au second par la 18. proposition du 7. liure, d'ou s'ensuiura que les dictz trois nombres produictz seront continuellement proportionaux par la 11. proposition du 5. liure, ou par la 21 definition du 7. liure, & d'auantaige il est manifeste que les extremes seront les quarrez des nōbres proposez, & en prenant les plus petis en la raison des dictz trois nōbres par la 35. proposition du 7. liure, il seront aussi les plus petis continuez en la raison donnée.

Aussi si l'on multiplie lesdictz trois produictz par le premier nombre donné, & le dernier ou troisieme par le second nombre donné, l'on aura quatre nombres continuez en la raison donnée, par les mesmes propositions, & est manifeste que les nombres extremes, serōt les nombres cubes des nombres proposez, & en prenant les plus petis desdictz quatre nombres, par ladicte 35. proposition, ils seront aussi les plus petis continuez en la raison donnée, &c. Mais prenons premierement les plus petis nombres en la raison donnée, par la 35. proposition du 7. liure, lesquels serōt premiers entr'eux par la 24. proposition du 7. liure, & en multipliant le premier & le second, des plus petis, par le premier d'iceux, & le second par soymesme, l'on aura trois produictz continuez en la raison donnée par les mesmes propositions, desquelz les extremes seront premiers entr'eux, par la 29. proposition du 7. liure, & par ainsi lesdictz trois nombres continuez seront les plus petis, par la precedente proposition, de là en multipliant iceux trois nombres p'us petis continuez par le premier des plus petis proposez ou trouuez, & mul-

tipliant le troisieme des continuez par l'autre des dictz plus petis, ou donnez, ou trouuez, l'on aura par les mesmes raisons quatre nombres, & les plus petis continuez en la raison donnée, &c.

## CORRELAIRE.

Et de là il est manifeste si trois nombres sont continuellement proportionaux, & sont les plus petis de tous les autres, qui ont la mesme raison, que les extremes s'ot quarrez. Et si quatre sont cubes, &c. & les racines d'iceux quarrez & cubes, &c. seront les plus petis en la raison continuée. C'est de ceste belle proposition d'où nous pouuons prendre la reigle generale pour les extractions des racines de toutes fortes, comme ie l'ay tresbien demonsté en mon 3. liure.

3

*Si sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux les plus petis de tous ceux qui ont la mesme raison avec iceux, les extremes d'iceux sont premiers entr'eux.*

## FORCADEL.

Car en prenant autant de nombres continuellement proportionaux comme il y en a de proposez par les plus petis de la raison continuée, qui soyent aussi les plus petis, comme nous le venons de demonstrier en la precedente proposition, il est certain que les extremes des nombres trouuez seront premiers entr'eux, & les nombres trouuez estans les plus petis, ils serot egaux aux mesmes pl<sup>o</sup> petis, c'est à sçauoir aux nombres proposez vn chacun au sien, & par ainsi les extremes des nombres proposez seront premiers entr'eux. Voyez icy comme les choses plus petites sont egalles l'une à l'autre, ou ensemblement vne chacune à la sienne.

4

*Estans données tant de raisons qu'on voudra, aux plus petis nombres, trouuer les plus petis nombres continuez, aux raisons données.*

## FORCADEL.

Il fault trouuer le plus petit nombre mesuré du suyuant de la premiere raison donnée, & de l'antecedent de la seconde raison, par la trente cinquieme proposition

du 7.liure, puis multiplier l'antecedēt de la premiere raison par le nōbre, par lequel son suyuant mesure le dict plus petit nombre, il faut multiplier aussi le suyuant de la secōde raison par le nombre par lequel son antecedēt mesure le mesme plus petit nombre, & l'on aura trois nōbres, estant laissez en leur ordre, lesquels seront continuez aux deux premieres raisons par la 17. proposition du 7.liure, & serōt les plus petis, si non, celuy du milieu de ceux qu'on voudroit dire les plus petis, seroit mesuré, du suyuant de la premiere raison & de l'antecedēt de la secōde, par la 21. proposition du 7.liure, & par ainsi, il seroit mesuré du dict plus petit nōbre, par la 37. proposition du 7.liure, ce qui est impossible. Si maintenant l'antecedent de la troisieme raison donnée mesure le troisieme nombre trouué, soit multiplié son suyuant par iceluy nōbre, par lequel l'un mesure l'autre, & ainsi l'on aura quatre nombres cōtinuez en trois raisons données par la 17. proposition du 7.liure, & seront les plus petis, si non, le second nōbre de ceux qu'on voudroit dire les plus petis, seroit mesuré du suyuant de la premiere raison, & de l'antecedēt de la seconde par la 21. proposition du 7.liure, & par ainsi le plus petit mesuré d'iceux, suyuant & antecedēt, mesureroit le dict secōd nombre par ladicte 37. proposition, ce qui est impossible. Mais si l'antecedēt de la troisieme raison ne mesure pas le troisieme nōbre trouué, il faut trouuer le plus petit nōbre mesuré dudit troisieme nōbre & de l'antecedent de la troisieme raison, par la dicte 35. proposition, & multiplier l'autre extreme & celuy du milieu des trois nombres trouuez, par le nombre par lequel le troisieme nōbre mesure le plus petit nombre mesuré de luy & de l'antecedēt de la troisieme raison, puis multipliāt le suyuant de la troisieme raison, par le nombre par lequel son antecedent mesure le dict nombre plus petit, l'on aura quatre nombres continuez en trois raisons données, ou aux trois raisons données par la 17. proposition du 7.liure, & seront les plus petis,

petis

petis estant mesuré du suyuant de la premiere raison & de l'antecedēt de la seconde raison , il sera aussi mesuré du nōbre du milieu des trois nōbres continuez aux deux premieres raisons par la 37. proposition du 7. liure , & comme il soit ainsi que par la 11. proposition du 5. liure , la raison du dict nōbre du milieu au troisieme est cōme le second nombre au troisieme de ceux qu'on voudroit dire les plus petis , il est certain que la raison du secōd nombre au secōd , sera comme le troisieme au troisieme , par la 13. proposition du 7. liure , & par ainsi le troisieme nōbre des trois nōbres premieremēt trouuez , mesurera le troisieme nombre de ceux qu'on voudra estre les plus petis , par la conuerse de la 21. deffinition du 7. liure , mais l'ācedēt de la troisieme raison mesure aussi le dict troisieme nombre de ceux qu'on voudroit dire les plus petis , par la mesme 21. proposition du 7. liure , & par ainsi le troisieme nombre des quatre nombres trouuez , mesurera le troisieme nōbre de ceux qu'on voudra prēdre pour les plus petis , par la 37. ppositiō du 7. liure , ce qui est impossible. Il est certain que de deux raisons données , ou aux plus petis nōbres ou non , si l'on multiplie l'antecedēt de la premiere & l'antecedent de la seconde , ensemble le suyuāt de la seconde par le suyuāt de la premiere , l'on aura trois nombres produictz continuez aux dictes raisons par la 17. proposition du 7. liure , en multipliant donques les deux antecedens & le suyuāt de la seconde par le suyuāt de la premiere raison l'on aura trois nombres continuez es dictes raisons , & puis en multipliant les deux premiers nombres , l'antecedent & le suyuāt d'une troisieme raison l'on aura quatre nōbres cōtinuez aux trois raisons données par ladiete 17 proposition &c. puis en prenāt les plus petis ayant les raisons des nōbres desia trouuez , par la 35. proposition du 7. liure , l'on aura les nōbres les plus petis cōtinuez aux raisons dōnées. C'est ceste belle ppositiō par laquelle l'on peut facilemēt assubiectir toute la sciēce des interualles que nous disons ou nōmons, Musique, car si nous prenons

Les deux raisons de 4. à 3. & de 3. à 2. desquelles est composée la raison double, c'est assavoir le diapason ou l'octave moins sonante, il est certain qu'en multipliant 4. 3. 2. par 3. il en viendra 12. 9. 6. qui seront continuez aux dictes raisons. aussi si nous prenons les mesmes raisons de 3. à 2. & de 4. à 3. dont icy le diapente est la premiere & pource composent elles comme d'une quinte & d'une quarte, le Diapason mieux sonant (a cause de quoy ses trois nombres 6. 4. 3. ou 12. 8. 6. sont dictes estre en la raison harmonique. &c.) & en l'autre estoit premiere le diatessarō, il est certain qu'en multipliant 6. 4. 3. par 2. il en viendra 12. 8. 6. continuez aux dictes raisons. & cōme il soit ainsi qu'en considerant les trois nombres premieremēt trouvez & aussi ceux que nous venons de trouver pource que la raison de 9. à 6. est plus grande que de 8. à 6. aussi 9. sera plus grand que 6. par la 10. proposition du 5. liure, & par la mesme 10. proposition 12. sera plus grād que 9. & p ainsi pourra bien estre entre 12. & 8. apres le quel sera 6. en ceste sorte 12. 9. 8. 6. qui sont les quatre nombres par lesquels nous sont representez les interualles des quatre bons marteaux Pithagoriens ainsi que les met Boece au 10. chapitre du premier liure de la Musique. Nous nous souviendrōs aussi en passant que ceste proposition est comme semblable à la 12. proposition du sixieme liure.

## 5

*Les nombres plans, ont entr'eux, la raison composée des costez.*

## FOR CADEL.

Ceste proposition est semblable à la 23. proposition du sixieme liure. Car en faisant cōparaison de l'un des costez des deux nombres à l'un des costez de l'autre, & de l'autre costé à l'autre costé, sans y faire aucune abreviation, puis apres en prenant trois nombres continuez aux dictes deux raisons, comme nous le venons de faire dernièrement en la precedente proposition, les deux extremes serōt les deux nombres plans, la raison desquels sera composée des deux entremoyennes

ennes, c'est à dire de la raison du premier au second, & du second au troisieme, qui sont celles des costez par la dixseptieme proposition du septieme liure. Nous pouuons prendre en ceste proposition, que si l'on fait vne fraction de l'un des costez d'un nombre plan, & de l'un des costez d'un autre nombre plan, & vne fraction des deux autres costez, tellement que les numerateurs appartiennent à l'un des plans, & les denommateurs à l'autre plan, en multipliant l'une fraction par l'autre, la raison des plans sera telle que la raison du produit des numerateurs, estans multipliez ensemble, au produit des denommateurs estans aussi multipliez ensemble. Mais pour reuenir à l'autre façon de démonstrer, il nous faut prendre les plus petis nombres, ayans les raisons des costez, & par cela trouuer trois nombres les plus petis continuez aux mesmes raisons, par la precedente proposition, puis apres il faut multiplier l'un des costez de l'un plan pris pour antecedent par l'un des costez de l'autre plan pris pour suyuant, car en mettant le produit entre les deux plans, l'on aura aussi trois nombres continuez aux mesmes raisons, ou perturbément, par la dixseptieme & dixhuitieme proposition du septieme liure, & par l'vnzieme proposition du cinquieme liure, & par ainsi les nombres plans auront la raison des deux extremes des deux petis nombres continuez aux dictes raisons par la quatorzieme ou vingtdeuxieme proposition du septieme liure, laquelle estant composée des raisons des costez, celle des deux plans sera aussi composée des mesmes raisons. Il est certain que quand 11. escus en 10. iours, gagnent 5. liures, que 9. escus en 22. iours gagneront 9. liures, car comme nous l'auons pris en la derniere deffinition du 6. liure, la raison du gain au gain sera composée des raisons de l'argent à l'argēt & du temps au temps, cela veut dire par ceste proposition, que la raison du gain au gain sera telle comme est du plan qui se fait de l'argēt mis & du tēps, au plā de l'autre argent mis & de l'autre temps, dōques par ceste mesme proposition

aux reigles des compaignies cōmunes lesquelles se font avec temps comme l'on dict, les raisons des gains seront telles que seront les raisons des mises multipliées vne chacune par son temps, ou par le temps d'vne chacune mise.

Par ceste proposition aussi, ou biē c'est ce que nous y de uons prendre, en diuisant vne fraction par vne autre l'on otera vne raison d'vn autre, car si en multipliant vne fraction par vne autre, l'on a vne raison composée de deux raisons, il est certain que la raison cōposée & l'vne de celles desquelles elle est cōposée, estās reduictes ensemble, ferōt trois nombres, desquels la raison du numerateur de la reductiō, de celle qui est composée, au denommateur de la reduction qui est la raison composée mesme, sera composée de la raison dudit numerateur à l'autre numerateur de la reductiō, & de la raison dudit autre numerateur au denommateur de la reduction, qui est l'vne des raisons desquelles la composée est faite, & par la 3. commune sentence, il restera l'autre raison, qui sera celle des numerateurs de la reduction.

En diuisant donques 3. deuxiemes, par 4. troisiemes, il restera la raison sesquioctave, car en la reduction de 3. deuxieme, & 4. troisieme l'on y voit les trois nombres 9. 8. 6. desquels la raison de 9. à 6. est faite, ou ce dict estre faite des raisons de 9. à 8. & de 8. à 6. qui est celle de 4. à 3. par la 17. proposition du 7. liure, & la raison de 9. à 6. par la mesme 17. proposition, est celle de 3. à 2. & par ainsi il restera la dicte raison de 9. huitiemes, qui est de 9. à 8.

6

*si font tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, mais le premier ne mesure pas le second, ni aussi aucun des autres, ne mesurera pas aucun autre.*

## FORCADEL.

Car si le premier ne mesure pas le second, il sera les parties du second par la 4. deffinition du 7. liure, & par la conuerse de la 21. deffinition du mesme liure, le second ne mesurera pas le troisieme, ni le troisieme le quatrieme, &c. par les

les mesmes deffinitions, vn chacun nombre plus petit donques, ne mesurera pas son prochain plus grand, ni aussi aucun des autres plus grans, car s'il mesuroit quelqu'un des autres plus grans, l'on pourroit prendre autant de nombres, qu'il y auroit du plus petit nombre mesurant au plus grand & les plus petis, continuez en la mesme raison, par la secon de proposition de ce liure, les extremes desquelz plus petis, seroyent premiers entr'eux, par la 3. proposition de ce liure, & comme il soit ainsi que la raison du plus petit nombre au plus grand qu'il mesurerait seroit telle, que celle desdicts extremes premiers entr'eux, par la 14. proposition du 7. liure, il s'ensuyuroit que l'un des deux extremes desdicts nombres plus petis mesurerait l'autre, par la conuerse de la 21. deffinition du 7. liure, & par ainsi ils seroyent aussi composez par la 14. deffinition du 7. liure, ce qui est impossible. J'ay laisse d'aduertir le studieux que l'un des extremes des plus petis continuez, ne sera iamais l'vnité comme chose tresmanifeste, car lors le premier des nombres proposez mesurerait le second.

7

*Si sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, si le premier mesure le dernier, il mesurera aussi le second.*

FORCADEL.

Ceste cy est la conuerse de la precedente proposition, & est comme s'il vouloit dire, vous sçavez bien que s'il y a tât de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, & le premier mesure le second, qu'il mesurera aussi le dernier, maintenant donques ie vous dis, que quâd le premier mesurera le dernier il mesurera aussi le second, car si le premier ne mesure pas le second, il ne mesurera pas aussi le dernier par la precedente proposition, & par ainsi le premier seroit la partie & les parties du dernier, par les 3. & 4. deffinitions du 7. liure, ce qui est impossible.

8

*Si entre deux nombres tombent de nombres millieux continuellement pro-*

I iij

*portionaux, autant de nombres milieux continuellement proportionaux, qui tombent entr'iceux, autant de milieux continuellement proportionaux tomberont en 2e d'autres, ayans la mesme raison aveciceux.*

## FORCADEL.

Car en prenant autant de nombres continuellement proportionaux cōme il y en a de proposez, & les plus petis, par la 35. proposition du 7.liure, & par la seconde proposition de ce liure, il est certain que les extremes des plus petis continuellement proportionaux seront premiers entr'eux, par la façon de les trouver ou par la troisieme proposition de ce liure, donques ils serōt les plus petis en leur raison par la 23. proposition du 7.liure, & mesureront egalemēt ceux, c'est asçavoir les autres qui seront en la mesme raison par la 21. proposition du 7.liure, & cōme il soit ainsi que la raison des extremes des plus petis, soit telle que celle des extremes des proposez par la 14. proposition du 7.liure, elle sera aussi telle qu'est celle de ceux qui ont la raison des extremes des proposez par la 11. proposition du 5.liure, en multipliant donques vn chacun des nombres plus petis, qui sont entre les extremes des plus petis par le nombre, par lequel vn chacun des extremes des plus petis, mesure vn chacun des deux nombres ayant la raison des extremes des nōbres proposez continuellement proportionaux, l'on aura entre les dicts deux nōbres autant de nombres continuellement proportionaux qu'il y en a entre les autres extremes, par la 17. proposition du 7.liure & la 11. proposition du 5.liure, & seront cōtinuez en la mesme raison par la 14. proposition du 7.liure. Par ceste proposition nous pourrons trouver vn milieu proportionel entre deux nōbres, qui seront le mesme plusieurs fois de deux nombres quareez en prenant le mesme plusieurs fois du milieu proportionel qui sera entre les deux quareez: nous pourrōs aussi trouver deux milieux proportionaux entre deux nombres qui seront vn mesme plusieurs fois de deux nombres cubes, en prenant vn mesme plusieurs fois des deux milieux proportionaux, qui se-

ront

ront entre lesdicts cubes, &c.

9

*Si deux nombres sont premiers entr'eux, & entr'iceux tombent de nombres milieux continuellement proportionaux, autant de nombres milieux continuellement proportionaux qui tombent entr'iceux, autant encores tomberont de milieux continuellement proportionaux, entre l'un & l'autre d'iceux & l'vnité.*

FORCADEL.

Car les extremes d'iceux nombres continuellement proportionaux estans premiers entr'eux, ils seront les plus petits, par la 1. proposition de ce liure, & par ainsi s'il y a trois nombres continuellement proportionaux, c'est à dire, que s'il y a vn milieu entre lesdicts extremes, iceux extremes seront quarrés, par le corrolaire de la seconde proposition de ce liure, entre vn chacun desquels & l'vnité est la racine d'vn chacun pour seul milieu par la 20. proposition du 7. liure, mais s'il y a deux milieux entre lesdicts extremes, il y aura quatre nombres continuellement proportionaux, & par ainsi lesdicts extremes seront cubes, par vn mesme corrolaire, entre vn chacun desquels & l'vnité seront le quarré & la racine pour deux seuls milieux proportionaux par la 19. proposition, & ladicte 20. proposition du 7. liure. Il se peut prendre aussi qu'entre vn quarré & l'vnité sera la racine du quarré pour seul milieu par la 19. deffinition du 7. liure, & entre vn nombre cube & l'vnité sera le quarré & la racine, c'est à dire qu'entre l'vnité & le nombre cube seront la racine cube d'iceluy, & le quarré d'icelle racine pour seuls milieux, par la 20. deffinition du 7. liure, ou par cela qui se peut prendre en icelles deffinitions, ou bien, par la façon de faire, ou prendre vn nombre quarré ou vn nombre cube.

10

*Si entre deux nombres & l'vnité tombent de nombres continuellement proportionaux, autant de nombres milieux continuellement proportionaux qui tombent entre vn chacun deux & l'vnité, autant aussi de milieux continuellement proportionaux tomberont entr'iceux.*

K

Car si entre vn chacun d'eux & l'vnité y a vn milieu proportionel, il est certain qu'ils seront quarrez par la 19. deffinition du 7. liure, & par ainsi en multipliant l'vn milieu par l'autre, le produict sera milieu proportionel entr'iceux nombres par la 17. & 16. propositions, ou par la 17. & 18. propositions du 7. liure, & par la 11. proposition du 5. liure, mais si entre vn chacun d'iceux nombres & l'vnité y a deux milieux proportionaux, ils seront cubes par la 26. deffinition du 7. liure, & leurs prochains seront quarrez, entre lesquels y aura vn milieu lequel estant multiplié par les deux racines, il en viendra deux produicts qui seront deux milieux proportionaux entre lesdicts nombres par la 17. & 18. propositions du 7. liure, ou bien, puis qu'il y a deux milieux entre vn chacun desdicts nombres & l'vnité l'vn sera la racine cube, & l'autre le quarré, & en multipliant l'vn quarré par la racine de l'autre, & l'autre quarré par l'autre racine, ils produiront deux milieux proportionaux entre lesdicts nombres, par la 18. & 17. propositions du 7. liure, &c.

## II

*Entre deux nombres quarrez, est vn nombre milieu proportionel. Et le quarré au quarré à la raison doublée, à la raison du costé au costé.*

## FORCADEL.

Car en multipliant le costé de l'vn des quarrez par le costé de l'autre, la raison du quarré du costé multipliant au nombre produict sera comme le costé au costé, par la 17. proposition du 7. liure, laquelle est telle que dudiect nombre produict à l'autre quarré, par la 18. proposition du mesme 7. liure, & par la 11. proposition du 5. liure, la raison de l'vn des quarrez audiect nombre produict sera telle que dudiect nombre produict à l'autre quarré & par la 10. deffinition du 5. liure, la raison du quarré au quarré sera doublée à la raison du costé au costé, ou bien, puis qu'il est ainsi qu'entre vn chacun quarré & l'vnité y a vn milieu proportionel, par la 19. deffinition

nition du 7. liure, il est certain qu'entre deux nombres quarez, il y aura vn milieu proportionel, par la precedente proposition, &c.

Nous pouuons prendre desia en ceste proposition, & par la 20. proposition du 7. liure, qu'un nombre quarré multiplié par vn nombre quarré produira vn nombre quarré.

Nous y pouuons prendre aussi, qu'une raison sera doublée, en prenant les quarez des nombres qui sont les termes d'icelle. Et en prenant les racines quarrées d'une raison doublée, c'est à sçauoir des termes d'icelle, l'on aura la raison simple.

Nous y prendrons aussi qu'en multipliant vn nombre quarré par vn autre nombre quarré, & prenant la racine quarrée du produit, il en viendra autant comme si l'on multiplie le costé de l'un des nombres quarez qui se sont multipliez par le costé de l'autre nombre quarré.

Dauantage s'il y a trois nombres proportionaux, il est certain que le quarré du premier au quarré du second sera comme le premier nombre au troisieme, c'est à dire, que le quarré du premier au premier sera comme le quarré du second au troisieme, & la raison du premier nombre à l'unité, sera comme le quarré du second au troisieme nombre, & par ainsi en multipliant le premier nombre par le troisieme, il en viendra le quarré du second nombre duquel la racine quarrée sera le second nombre, en multipliant doncques deux nombres ensemble, la racine quarrée du produit sera le milieu proportionel entr'iceux nombres.

12

*Entre deux nombres cubes sont deux nombres milieux proportionaux. Et le cube au cube à la raison triplée du costé au costé.*

FORCADEL.

Car entre vn chacun cube & l'unité, il y a deux milieux proportionaux, par la 20. deffinition du 7. liure, & par ainsi entre deux nombres cubes y aura deux milieux proportionaux, par la 10. proposition de ce liure, en laquelle nous voyons qu'ils seront proportionaux en la raison du costé du

cube, au costé du cube, & pource qu'il y aura quatre nombres continuellement proportionaux, il est certain que la raison du cube au cube sera triplée à la raison du costé au costé par la 10. deffinition du 5. liure. Et aussi nous pouuons prendre icy qu'une raison sera triplée en prenant les cubes des nombres qui sont les termes d'icelle, & en prenant les racines cubes des termes d'une raison triplée, l'on aura la raison simple. Nous pouuons prendre aussi en ceste proposition que quand il y aura quatre nombres continuellement proportionaux le cube du premier sera au cube du second, comme le premier nombre au quatrieme & le cube du premier au premier sera cōme le cube du second nombre au quatrieme nōbre, puis le quarré du premier nombre à l'vnité sera comme le cube du second au quatrieme, en multipliant donques le quarré de l'un des deux nōbres par l'autre, la racine cube du produit sera le nombre milieu proportionel, qui sera pres du nōbre duquel l'ō à multiplié le quarré, lequel milieu estāt multiplié par l'autre nōbre, la racine quarrée du produit sera l'autre milieu proportionel.

13

*Si font tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, & multipliant vn chacun soy mesme, en font quelques autres, ceux qui seront produits d'iceux seront proportionaux: & si les nōbres premieremēt posez multiplians les engēdrez de puis eux, en font quelques autres, iceux aussi seront proportionaux.*

FORCADEL.

Ceste proposition est autant fertile ou engendrant comme est la 29. proposition du 7. liure. Car entre l'vnité & vn chacun nombre quarré des dictz nombres proportionaux il y aura vn milieu proportionel, qui sera vn chacun des dictz nōbres, & par ainsi entre tous les deux quarréz prochains il y aura vn milieu proportionel & en la mesme raison des nōbres proposez par la 10. proposition de ce liure, & la 11. proposition du 5. liure, & par ainsi les quarréz d'iceux nombres seront cōtinuellement proportionaux par la 14. proposition du 7. liure. Aussi entre vn chacun nombre cube des dictz nōbres & l'vnité, il y aura deux milieux proportionaux, & par ainsi entre tous les deux cubes prochains, il y aura deux

milieux proportionaux, & en vne mesme raison par la 10. proposition de ce liure, & par la 14. proposition de ce liure iceux cubes seront continuellement proportionaux, &c. ou bien, puis qu'entre tous les deux quarez, il y a vn milieu proportionel par la 1. partie de la 11. proposition de ce liure, ou que la raison de l'vn quarré à l'autre est doublée à la raison du costé au costé de l'vn ou de l'autre, il s'ensuyura que les quarez seront aussi continuellement proportionaux, par la 14. proposition du 7. liure, aussi si entre deux cubes il y a deux milieux proportionaux, par la 1. partie de la précédete proposition, ou que la raison de deux cubes est triplée à la raison du costé au costé, par la 2. partie de la précédete proposition, il s'ensuyura de là, que les nombres cubes desdicts nombres proposez continuellement proportionaux, seront aussi continuellement proportionaux, par la dicté 14. proposition du 7. liure. Par ceste proposition combien que nous sçachons que la R. de 4. multipliee p la R. de 9. fait 6. nous pourrôs trouuer ce 6. là, ou ce produit là, en ceste sorte, il faut prèdre vn milieu proportionel entre R. de 4. & R. 9. & par ceste proposition, 4. le quarré du milieu, & 9. seront continuellement proportionaux, & pource que 4. multiplie 9. fait 36. il est certain que le milieu proportionel entre 4. & 9. sera R. 36 par la 20. proposition du 7. liure, & le milieu proportionel entre R. 4. & R. 9. sera RR. 36. & pource q par la mesme 20. proposition du 7. liure, le quarré de RR. 36. est egal au produit de la multiplicatiō de R. 4. & de R. 9. & q le quarré de RR. 36. est R. 36. Il est certain que le produit de R. 4. multipliee par R. 9. fera R. 36. c'est à sçauoir 6. car aussi 2. fois 3. font 6. & nous voyôs q ce 6. est la racine quarrée des puissances des racines, c'est à sçauoir des quarez multipliez l'vn par l'autre: aussi cōbié que nous sçauôs biē q la racine cube de 8. multipliee par la racine cube de 27. fait 6. nous trouuerôs 6. mesme en ceste sorte: prenôs tousiours vn milieu proportionel entre les deux racines proposees, cōme icy no<sup>o</sup> imaginôs ou entèdôs vn milieu proportionel entre la R. cube 8. & R. 27. il est certain p ceste proposition q 8. le cube du milieu, & 27. sont continuellement propor

tionaux, mais par la 20. ppositiō du 7. liure, la racine quarrée de 216. est le milieu pportional entre 8. & 27. car 8. fois 27. font 216. & par ainsi la racine cube de la racine quarrée de 216. sera le milieu proportionel entre racine cube 8. & racine cube 27. & en prenāt le quarré de la racine cube de la racine quarrée 216. qui est racine cube 216. l'ō aura autāt qu'est le produict de la multiplication de racine cube 8. par racine cube 27. par la 20. proposition du 7. liure, & par ainsi la racine cube de 216. cest asçauoir 6. sera le produict demandé, nous voyons ausi cōme icy nous auons multiplié ensēble les puissances des racines proposées, cest a dire les cubes d'icelles 8. & 27. & que le quarré du milieu proportionel est la racine cube du produict des puissances, c'est assauoir que le dict quarré du milieu proportionel entre les racines proposées à vn mesme nom qu'ont les racines proposées, &c. d'ou nous prenons la reigle generale pour la multiplication de deux racines de mesme nom ensemble, qui est telle. Il faut prendre les puissances des deux racines & les multiplier l'une par l'autre, & ayant pris du produict la racine, au regard de la mesme, ou d'une mesme puisšace, l'on aura le produict demandé. Il nous faut maintenāt mōstrer en passant que le quarré du cube de quelque chose est egal au cube du quarré de la mesme chose, car tout nōbre, son quarré son cube, & son quarré de quarré sont cōtinuellemēt pportionaux, & si le quarré le cube & le quarré du quarré sont cōtinuellemēt pportionaux, il est certain que le quarré du cube, & le cube du quarré seront egaux l'un à l'autre par la 20. pposition du 7. liure, & par la 19. & 20. deffinitions du mesme 7. liure, si donques de ce nōbre quarré de cube, & cube de quarré, l'on en préd la racine cube de la racine quarrée, l'on aura le nombre pris au commencement, & si l'on en préd ausi la racine quarrée de la racine cube, l'ō aura le mesme nōbre: le quarré dōques de la racine cube de la racine quarrée ou de la racine quarrée de la racine cube, de quelque nombre sera la racine cube de ce nōbre la, & le cube de la racine cube de la ra-

ne quarrée ou de la racine quarrée de la racine cube sera la racine quarrée de ce nōbre là. Sachât biē aussi que la racine de 36. diuisée par la racine de 4. fait 3. nous pourrons entendre ou imaginer trois nombres continuellement proportionaux desquels le premier sera R. 4. c'est asçauoir le partiteur, le milieu sera la racine de cela qu'on veut partir, c'est asçauoir la racine de la racine de 36. & le troisieme cela qu'on cherche, & par ceste proposition les quarez d'iceux nōbres seront continuellement proportionaux, c'est asçauoir 4. la racine de 36. & le quarré du nombre, ou de cela qu'on cherche, & en diuisant le quarré du milieu proportionnel des quarez, c'est asçauoir 36. par 4. qui est l'un des extremes, il en viendra 9. pour l'autre extreme des quarez, & par ainsi l'extreme cerché sera la racine de 9. c'est asçauoir 3. vous voyes comme la puissance de l'une c'est diuisée par la puissance de l'autre & en est venu la puissance de cela qu'on à demandé, dont la racine est cela qu'on à demandé. Aussi la racine cube de 216. estant diuisée par la racine cube de 8. fait 3. car c'est 6. parti par 2. & il en vient 3. lequel se trouuera en ceste sorte il faut, imaginer trois nōbres continuellement proportionaux, desquels le premier sera la racine cube de 8. c'est asçauoir le partiteur & l'autre la racine quarrée de cela qu'on veut partir, c'est asçauoir la racine de R. cube 216. qui est racine de la racine cube de 216. & le troisieme sera cela qu'on cherche, c'est asçauoir le cōbien de la diuision, il est certain que les cubes de ces trois nombres là, c'est à sçauoir 8. la racine quarrée de 216. & le cube de cela qu'on cherche serōt aussi cōtinuellement proportionaux par ceste ppositiō & par ainsi le quarré de la racine de 216. c'est asçauoir, 216. estant parti par 8. qui est l'un des extremes, donnera 27. pour l'autre extreme par la 20. proposition du 7. liure, lequel 27. sera le cube du troisieme pportionnel que l'on cherche, & par ainsi la racine cube de 27. c'est asçauoir R. cube 27. qui est 3. sera le combiē de la diuision proposée, là ou l'ō voit aussi que le cube de l'une des racines que nous

difons la puiffance d'icelle, c'est parti par le cube, ou la puiffance de l'autre, & il en est venu le cube, ou la puiffance du cōbien, dont la racine cube est le combien demãdẽ. &c. d'ou nous pouuons prẽdre qu'en diuifant les puiffances de deux racines de mefme nom l'vne par l'autre, en prenant la racine au regard de la puiffance, ou la racine de mefme nom du combien, il en viendra le combien de l'vne racine diuifẽe par l'autre.

14

*Si vn nombre quarrẽ mefure vn nombre quarrẽ, aufsi le costẽ de l'vn mefurerã le costẽ de l'autre. Et fi le costẽ de l'vn quarrẽ mefure le costẽ de l'autre, aufsi le quarrẽ mefurerã le quarrẽ.*

FORCADEL.

Car entre les deux quarez il y aura vn milieu proportionel par la 11 proposition de ce liure, & par ainfi l'vn des quarez mefurerã le milieu proportionel par la 7. proposition de ce liure, & le costẽ de l'vn quarrẽ mefurerã le costẽ de l'autre quarrẽ par la conuerfe de la 21. deffinition du 7. liure. Et pour la seconde partie de ceste proposition, la raifon du plus petit quarrẽ au milieu fera telle que du costẽ au costẽ, aufsi fera celle du milieu au plus grand quarrẽ, cōme nous l'auons veu, & par la dicte conuerfe de la 20. deffinition du 7. liure, &c. le plus petit quarrẽ mefurerã le plus grãd, ou bien le quarrẽ mefurerã le quarrẽ.

15

*fi vn nombre cube mefure vn nombre cube, aufsi le costẽ de l'vn mefurerã le costẽ de l'autre. Et fi le costẽ de l'vn cube mefure le costẽ de l'autre, lors le cube mefurerã le cube.*

FORCADEL.

Car il y aura deux milieux proportionaux entre les deux cubes, & la continuatiõ sera celle du costẽ au costẽ, par la 12. proposition de ce liure, mais par la 7. proposition de ce liure, le plus petit cube mefurerã le plus petit milieu, & par ainfi le costẽ d'iceluy cube mefurerã le costẽ de l'autre par la conuerfe de la 21. deffinition du 7. liure, &c. Et pour la secon de partie puis que la dicte cõtinuation sera celle de la raifon  
du

du costé au costé, par la conuerse de ladicte 21. deffinition, &c. le plus petit cube mesurera le plus petit des milieux, le plus petit des milieux mesurera le plus grand, & le plus grand milieu mesurera le plus grand extreme, & par ainsi le cube mesurera le cube, car nous l'auons pris ainsi au commencement du 7. liure.

## 16

*Si vn nombre quarré ne mesure pas vn nombre quarré, ni aussi le costé de l'un ne mesurera pas le costé de l'autre. Et si le costé de l'un quarré ne mesure pas le costé de l'autre, ni aussi le quarré ne mesurera pas le quarré.*

## FORCADEL.

Car si le costé mesuroit le costé, le quarré aussi mesureroit le quarré, par la seconde partie de la 14. proposition de ce liure. Et si le quarré (& ce sera pour la seconde partie) mesureroit le quarré: aussi le costé mesureroit le costé par la 1. partie de la mesme 14. proposition.

## 17

*Si vn nombre cube ne mesure pas vn nombre cube, ni aussi le costé de l'un ne mesure pas le costé de l'autre. Et si le costé de quelque cube ne mesure pas le costé d'un autre, ni aussi le cube ne mesurera pas le cube.*

## FORCADEL.

Car si le costé mesuroit le costé, aussi le cube mesureroit le cube, par la 2. partie de la 15. proposition de ce liure. Et pour la 2. partie de ceste proposition, si le cube mesuroit le cube, aussi le costé mesureroit le costé, par la 1. partie de la dicte 15. proposition.

## 18

*Entre deux nombres plans semblables est un nombre milieu proportionel, & le plan au plan à la raison doublée du costé de semblable. raison. au costé de semblable raison.*

## FORCADEL.

Car s'ils sont plās semblables, les costez d'iceux serōt proportionaux, par la conuerse de la 22. deffinition du 7. liure,

& par ainsi les costez de semblable raison, c'est a sçauoir le large au large, & le long au long seront proportionaux, & en multipliant le suyuant de la premiere raison par l'antecedent de l'autre sa telle raison, il est certain que la raison de l'un des plans au nombre produict sera telle qu'est celle des costez de semblable raison, & aussi la raison de ce produict l'a à l'autre plan sera la raison mesme des costez de semblable raison par la 17. & 18. propositions du 7. liure, & par la 11. proposition du 5. liure, & par ainsi ledict produict sera milieu proportionel entre les deux plans semblables, & la raison desdicts plans semblables sera doublée à la raison des costez de semblable raison, par la 10. deffinition du 5. liure. En prenant donques les quarez des termes de ladicte raison, iceux seront en la raison des plans semblables, & par la 20. proposition du 7. liure, deux nombres plans semblables, estâs multipliez l'un par l'autre produiront vn nōbre carré.

19

*Entre deux nombres solides semblables tombent deux nombres milieux proportionaux. Et le solide au solide semblable, ont la raison triplée du costé de sembl. sole raison au costé de semblable raison.*

FORCADEL.

Car les costez d'iceux seront proportionaux par la conuerse de la 22. deffinition du 7. liure, & par ainsi les costez de semblable raison seront proportionaux, & en multipliant le large de l'un par sa lōgueur, & la longueur d'iceluy par le large de l'autre, puis apres la largeur de l'autre par sa longueur, l'on aura trois nombres continuellement proportionaux, en la raison des costez de semblable raison, par la 18. & 17. propositions du 7. liure, & en multipliant encores ces trois nōbres là par la hauteur ou troisieme costé de l'un & le troisieme d'iceux (qui est produict du large & du long de l'autre) par la hauteur ou troisieme costé de l'autre, l'ō aura quatre nombres continuellement proportionaux, c'est à sçauoir deux milieux entre lesdicts nombres solides semblables, & seront lesdicts quatre nombres continuez en la raison des costez de semblable raison, par la 17. & 18. propositions du

7. li.

7.liure, & par la 11. proposition du 5.liure, & par ainsi les solides semblables auront vne raison triplée à celle des costez de semblable raison, par la 10. definition du 5.liure. En prenant donques les cubes des costez de semblable raison ou de leurs plus petis, de deux solides semblables, ils auront la raison des solides semblables, c'est à dire, que les cubes des termes qui ont la raison des costez de semblable raison, de deux solides semblables auront la raison mesme des solides semblables.

20

*Si entre deux nombres tombe vn nombre milieu proportionel, iceux nombres seront plans semblables.*

## FORCADEL.

Car en prenant les plus petis nōbres en la raison continuée par la 35. proposition du 7.liure, iceux mesurerōt également le premier & le secōd des trois nōbres cōtinuellement proportionaux, & aussi ils mesureront également le secōd & le troisieme, par la 21. proposition du 7.liure, & par ainsi l'vn des plus petis, & le nombre par lequel il mesure le premier seront les costez du premier, par la 17. definition du 7.liure, & l'autre des plus petis, & le nōbre par lequel il mesure le troisieme, seront les costez du troisieme, par la mesme 17. definition par laquelle lesdicts trois nombres continuellement proportionaux seront plans, & pource que l'vn d'iceux plus petis multipliant le nombre par lequel l'autre mesure le troisieme produict le milieu proportionel, & l'autre multipliant le nombre par lequel l'vn, ou son autre mesure le premier produict le mesme milieu, il est certain que les costez des extremes serōt proportionaux, par la 2. partie de la 19. proposition du 7.liure, & par ainsi iceux extremes serōt plans semblables par la 22. definition du 7.liure. Nous pouuōs prēdre en ceste pposition, q̄ le double, le triple, le quadruple de deux nōbres quarrez serōt plās semblables: car entre deux nōbres quarrez y a vn milieu pportionel p la 11. proposition de ce liure, il y aura aussi vn nōbre milieu proportionel entre lesdicts nombres également plusieurs fois par la 17.

proposition du 7.liure,& par la 8.proposition de ce liure,& par ainsi ils seront plans semblables, & par vne mesme raison, si en prenant la moitié, ou le tiers, le quart,&c.de deux nombres, il en vient deux nombres quarrez il seront plans semblables.

21

*Si entre deux nombres, tombent deux nombres milieux proportionaux, iceux nombres sont solides semblables.*

FORCADEL.

Car en prenant trois nombres les plus petis continuez en la raison continuée, par la seconde proposition de ce liure, les deux extremes seront premiers entr'eux, ou bien, prenant de trois nombres continuez & estant en la continuation proposee les plus petis, par la 3. proposition du 7.liure, les extremes d'iceux plus petis seront premiers entr'eux par la 3. proposition de ce liure, & seront les plus petis en leur raison par la 23. proposition du 7.liure, & mesureront egallement ceux qui auront la mesme raison, par la 21. proposition du 7.liure, maintenant il est certain que des trois plus petis, les extremes seront plans semblables, par la precedente proposition, & seront faicts de deux costez, par la conuerse de la 17. deffinition du 7.liure, & auront les costez proportionaux par la conuerse de la 22. deffinition du mesme 7.liure, & par ainsi les costez de semblable raison seront proportionaux, & puis qu'il est ainsi que la raison du premier des proposez au troisieme, est telle qu'est du premier des plus petis au troisieme des plus petis, par la 14. proposition du 7. liure, & que le premier & le troisieme des trois plus petis mesurerot egallement le premier & le troisieme des proposez, il est certain que le nombre par lequel le premier des plus petis mesure le premier des proposez, sera le troisieme costé du premier des proposez, & par ainsi le premier des proposez sera solide par la 18. deffinition du 7. liure, & les trois costez d'iceluy serot les deux costez du premier

mier des plus petis & celuy nombre par lequel le premier des plus petis mesure le premier des proposez, aussi la raison du second des proposez au quatrieme, estant celle du premier des trois plus petis au troisieme, par la mesme 14. proposition, & que les extremes des plus petis mesurent egalle-  
ment le second & le quatrieme des proposez, il est certain que le nombre par lequel le troisieme des plus petis mesure le quatrieme des proposez, sera le troisieme costé du dict quatrieme nombre, & par ainsi le dict quatrieme nombre sera solide, par la 18. deffinition du 7. liure, & les trois costez d'iceluy seront les deux costez du troisieme des plus petis, & le nombre par lequel le dict troisieme mesure le mesme quatrieme nōbre. Mais il est ainsi que la raison des trois nombres plus petis, est continuee en la raison des costez de semblable raison des extremes, & par ainsi la raison des quatre nombres proposez sera aussi continuee en la raison des costez de semblable raison des dicts extremes des plus petis, par la 11. proposition du 5. liure, de là le nombre aussi par lequel le premier des trois plus petis mesure le premier des quatre nombres proposez, est celuy mesme par lequel le troisieme des pl<sup>o</sup> petis mesure le troisieme des quatre nombres proposez, & par ainsi le nombre par lequel le troisieme des plus petis mesure le troisieme, & celuy par lequel il mesure le quatrieme, qui sont les troisiemes costez des nombres extremes des quatre proposez, auront la raison du troisieme nombre au quatrieme, par la 17. proposition du 7. liure, & par la 11. proposition du 5. liure, ils aurōt la raison des costez de semblable raison, des dicts plans semblables, & les extremes des quatre nombres proposez serōt solides semblables par la 22. deffinition du 7. liure.

Nous pouons aussi prendre en ceste proposition, que le double, triple, le quadruple, &c. de deux nombres cubes seront solides semblables, car ils seront en la raison des cubes, par la 17. proposition du 7. liure, entre lesquelz y aura deux nombres milieux proportionaux, par la 12. proposi-

tion de ce liure, & par la 8. proposition de ce liure entre lesdicts doubles triplez &c. y aura aussi deux milieux proportionaux, & par ainsi il seront solides semblables, & par vne mesme raison si en prenant la moitié, le tiers, le quart, &c. de deux nombres, il en vient deux nombres cubes, ils seroent solides semblables.

22

*Si sont trois nombres continuellement proportionaux, & le premier est quarré, aussi le troisieme sera quarré.*

FORCADEL.

Car entre les deux nombres extremes il y aura vn milieu proportionel, & par ainsi les deux extremes seront plans semblables par la 20. proposition de ce liure, & les costez d'iceux seront proportionaux, par la conuerse de la 22. definition du 7. liure: donques puis que les costez de l'un sont egaux entr'eux, aussi seront les costez de l'autre egaux entr'eux, & l'autre plan semblable sera aussi quarré par la 19. definition du 7. liure.

23

*Si sont quatre nombres continuellement proportionaux, & le premier est cube aussi le quatrieme sera cube.*

FORCADEL.

Car entre les deux nombres extremes il y aura deux milieux proportionaux, & par ainsi les deux extremes seront solides semblables par la 21. proposition de ce liure, desquels les costez seront proportionaux par la cōuerse de la 22. definition du 7. liure, & pour ce que les trois costez de l'un sont egaux entr'eux, aussi les costez de l'autre seront egaux entr'eux & l'autre solide semblable sera cube par la 20. definition du 7. liure.

24

*Si deux nombres ont la raison entr'eux qu'à un nombre quarré, à un nombre quarré, & le premier est quarré, aussi le second sera quarré.*

FORCADEL.

Car entre deux nombres quarez il y a vn milieu proportionel par la 11. proposition de ce liure, & par ainsi entre les deux nombres proposez y aura vn milieu proportionel, par la 8. proposition de ce liure, & le secōd des deux

nom-

nōbres proposez sera quarré, par la 22. ppositiō de ce liure.

25

*Si deux nombres ont la raison entr'eux qu'à vn nombre cube à vn nombre cube, & le premier est cube, aussi le second sera cube.*

FORCADEL.

Car entre deux nombres cubes il y a deux milieux proportionaux, par la 12. proposition de ce liure, & par ainsi entre les deux nombres proposez y aura deux milieux proportionaux, par la 8. ppositiō de ce liure, & le secōd des deux nōbres proposez sera cube, par la 23. ppositiō de ce liure.

26

*Les nombres plans semblables, ont la raison entr'eux, qu'à un nombre quarré à un nombre quarré.*

FORCADEL.

Car entre deux nombres plans semblables, il y a vn milieu proportionel par la 18. proposition de ce liure, & par ainsi il y aura trois nombres continuellement proportionaux, & en ayant pris autāt de plus petis continués en leur raison, par la 35. proposition du 7. liure, & par la seconde proposition de ce liure, les extremes d'iceux plus petis, serōt quarez, par le correlaire de la mesme seconde proposition, & auront la raison des nombres plans semblables proposez par la 14. ppositiō du 7. liure, & par ainsi les nombres plās semblables auront la raison d'vn nombre quarré à vn nombre quarré. Les nombres donques qui ne seront pas plans semblables n'auront point la raison d'vn nombre quarré à vn nombre quarré. Nous pouuons aussi prendre en ceste ppositiō que les plus petis en la raison de deux nombres plans semblables seront quarez.

27

*Les nombres solides semblables, ont la raison entr'eux qu'à un nombre cube à un nombre cube.*

FORCADEL.

Car entre deux nōbres solides semblables, il y a deux milieux pportionaux, par la 19. ppositiō de ce liure, & par ainsi y aura 4. nōbres cōtinuellemēt pportionaux, & ayāt pris autāt de nōbres les plus petis cōtinuez en la mesme raison,

L iij,

par la 35. proposition du 7. liure & par la 2. proposition de ce liure, les nombres extremes d'iceux plus petis seront cubes par le corrolaire de ladicte 2. proposition, & auront la raison des solides semblables, par la 14. proposition du 7. liure, & les solides semblables auront la raison d'un nombre cube, à un nombre cube. Les nombres donques qui ne seront pas solides semblables, n'auront point la raison d'un nombre cube à un nombre cube. Nous pouons prendre aussi en ceste proposition que les nombres plus petis en la raison de deux nombres solides semblables seront cubes.

Fin du huitieme liure.

A

MONSIEUR DE BELESBAT, CON  
SEILLER ET MAISTRE DES REQUE-  
*stes ordinaire de l'hostel du Roy, Pierre Forcadet, salut.*



MONSIEUR, depuis vn an que ie vous feis la reuerence, la Cour estant à Paris, la grande faueur, qu'il vous pleust me faire de me reconnoistre pour l'vn de vos treshumbles seruiteurs, ensemble l'obligation que ie vous dois toute ma vie, m'ont tousiours sollicité en traduisant les liures des Elemens d'Euclide, de vous dedier & presenter l'vn d'iceux, entre lesquels i'ay choisi ce neuueme, auquel est enclose la principale source de l'Algebre, sans l'intelligence de laquelle nul ne peut paruenir à la vraye çognoissance des sciences Mathematiques. Or sçay ie bien, MONSIEUR, que ceste miene traduction sera humainement receue de vous, d'aussi bon gré que les autres œuures, qu'il vous a pleu accepter de moy, ce qui me feramettre peine à l'aduenir de publier sous vostre nom des choses de plus grande entreprise, auec l'aide de Dieu, auquel ie suplie, MONSIEUR, vous donner en tresbonne sante longue & heureuse vie. De Paris, ce 10. de Ianuier. 1565.

M



LE NEUVIEME LIVRE,  
DES ELEMENS D'EVCLIDE,  
TRADVICT ET COMMENTE, PAR  
*Pierre Forcadel de Bezés.*



PROPOSITIONS.

I

*1 deux nombres plans semblables se multiplias l'un l'autre, en engendrent quelqu'un, iceluy produict sera quarré.*



FORCADEL.

Car le multipliant se multipliant auf si soy mesme produira vn nombre quarré, par la 19. deffinition du 7. liure, lequel aura audict produict la raison desdicts deux plans, par la 17. proposition du 7. liure, mais entre les deux plans semblables il y a vn nombre milieu proportionel, par la 18. proposition du 8. liure, & par ainsi entre les deux autres, il y aura aussi vn milieu proportionel, par la 8. proposition du 8. liure, & le produict des deux nombres plans multipliez ensemble sera quarré, par la 22. proposition du 8. liure. Nous pouons prendre aussi en ceste proposition que deux nombres quarez multipliez ensemble produiront vn nombre quarré, car ils sont plans semblables d'eux mesmes, & aussi que le multipliant se multipliant soy mesme fera vn nombre quarré, par la mesme 19. deffinition, & aura au produict des deux quarez, la raison mesme des deux quarez, par la mesme dixseptieme proposition, & par l'vnzieme proposition

tiõ du huiõtieme liure, entre les deux nombres quarez, il y a vn milieu proportionel, aussi entre les deux autres nombres, il y aura vn milieu proportionel, par ladiõte 8. proposition, & par ainsi le produit des deux quarez sera quarré, par la mesme 22. proposition, & par ainsi le cube d'un quarré sera quarré, & cube d'un quarré.

Nous y pouons prendre aussi que deux nombres non plans semblables, estans multipliez ensemble produiront vn nombre non quarré.

2

*Si deux nombres se multiplians l'un l'autre mutuellement font vn quarré, iceux sont plans semblables.*

## FORCADEL.

Car le nombre multipliant se multipliant soy mesme produira vn nombre quarré, par la dixneuõieme deffinition du 7. liure, & la raison des quarez sera telle, que celle desdicts deux nombres, par la 17. proposition du septiemeliure, mais entre deux nombres quarez il y a vn milieu proportionel, par l'unzieme proposition du huiõtieme liure, aussi entre lesdicts deux nombres, il y aura vn milieu proportionel, par la huiõtieme proposition du huiõtieme liure, ils seront donques plans semblables, par la vingtieme proposition du 8. liure. Nous pouons prendre en ceste proposition que si deux nombres se multiplians ensemble font vn nombre non quarré, iceux ne seront pas plans semblables, car s'ils estoient plans semblables, ledict produit seroit quarré, par la precedente proposition, tout ainsi que si deux nombres non plans semblables estant multipliez ensemble font vn nombre quarré, ils seront plans semblables par ceste proposition, ce quiest impossible.

3

*Si vn nombre cube se multipliant soy mesme en engendre quelque vn, l'engendré sera cube.*

## FORCADEL.

Car comme l'vnité sera au nombre cube, ainsi sera le cube à son quarré, mais entre l'vnité & le nōbre cube y a deux milieux proportionaux, c'est a sçauoir le costé du cube & le quarré du costé du cube, aussi entre le nombre cube & son quarré y aura deux milieux proportionaux, par la 8. proposition du 8. liure, & le quarré du nombre cube sera cube par la 23. proposition du 8. liure. Et par ainsi le quarré d'un cube sera cube, & quarré d'un cube : & sera cube d'un quarré par la 22. proposition du 8. liure, car le cube le quarré du costé & le costé seront continuellement proportionaux. Parquoy tout nombre qui sera quarré & cube, il sera cube d'un quarré & sera quarré d'un cube, car s'il n'estoit pas quarré d'un cube il ne seroit pas cube, comme nous le pouuons prédre en ceste proposition qui veut dire qu'un nombre non cube se multipliant soy mesme produict vn nombre non cube.

4

*Si un nombre cube multipliant un nombre cube, en engendre quelcun, l'engendre sera cube.*

## FORCADEL.

Car le nombre multipliant se multipliât soy mesme produict vn nombre cube, par la precedēte proposition, & aura la raison audict produict telle qu'est celle des deux nombres cubes par la 17. proposition du 7. liure, mais entre deux nombres cubes il y a deux milieux proportionaux, par la 12. proposition du 8. liure, aussi entre les deux autres, il y aura deux milieux proportionaux, par la 8. proposition du 8. liure, & le dict nombre produict sera cube par la 23. proposition du 8. liure. Quand donques deux nombres milieux proportionaux entre deux nombres cubes se multiplient ensemble, ils produisent vn nombre cube.

5

*Si un nombre cube multipliant quelque nombre, engendre un cube, aussi le multiplié sera cube.*

## FORCADEL.

Car celuy cube se multipliant soy mesme, produict vn nombre

nombre cube par la 3. proposition de ce liure, lequel au cube produict aura la raison des deux autres nombres, par la 17. proposition du 7. liure, mais entre deux nombres cubes y a deux milieux proportionaux, par la 12. proposition du 8. liure, aussi entre les autres deux nombres il y a deux milieux proportionaux, par la 8. proposition du 8. liure, & le dict nombre multiplié sera cube, par la 23. proposition du 8. liure. Quand donques vn nombre cube multipliant quelque nombre produict vn nombre non cube, le nombre multiplié sera non cube.

6

*si un nombre se multipliant soy mesme produict un cube, aussi iceluy sera cube.*

FORCADEL.

Car le mesme nombre multipliant le dict produict, ou son quarré, produira vn nombre cube, par la 20. deffinition du 7. liure, & iceluy nombre, son quarré & son cube seront continuellement proportionaux, par la 22. deffinition du 7. liure, mais entre deux nombres cubes il y a deux milieux proportionaux, par la 12. proposition du 8. liure, aussi entre le dict quarré & le costé, y aura deux nombres milieux proportionaux, par la 8. proposition du 8. liure, & le nombre lequel s'estant multiplié soy mesme a produict vn nombre cube sera cube par la 23. proposition du 8. liure. Quand donques vn nombre quarré sera cube il sera le quarré d'un cube. Aussi quand vn nombre se multipliant soy mesme produict vn nombre non cube il sera non cube.

7

*si un nombre composé multipliant quelque nombre, produict quelque nombre, le produict sera solide.*

FORCADEL.

Car le nombre composé est mesuré de quelque nombre par la conuerse de la 14. deffinitio du 7. liure, & le nombre par lequel il est mesuré de quelque nombre multipliant le mesurant, produira le nombre composé, lequel multipliant l'autre nombre, ou le dict quelque nombre, produira

vn nombre solide par la 18. deffinition du 7. liure.

Aussi tout nôbre composé est plan, & a deux costez par la cōuerse de la 17. deffinitio du 7. liure, & par ainsi estant multiplié par quelque nôbre, le produict sera solide, par la 18. deffinition du 7. liure.

8

*Si de puis l'vnité sont tant de nôbres qu'on voudra continuellement proportionaux, le troisieme depuis l'vnité sera quarré, & tous les autres qui en entrelaisent vn: & le quatrieme sera cube, & tous les autres qui en entrelaisent deux: mais le septieme sera cube & quarré ensemble, & tous les autres qui en entrelaisent cinq.*

FOR CADEL.

Car le troisieme commençant a l'vnité sera quarré, par la 19. deffinition du 7. liure, & le cinquiesme & 7. seront aussi quarrés, par la 22. proposition du 8. liure, &c. Aussi le quatrieme commençant a l'vnité sera cube, par la 20. deffinition du 7. liure, & le 7. nombre & le dixieme seront cubes par la 23. proposition du 8. liure, &c. Et pource que par la premiere partie de ceste demonstration nous auons veu que le septieme nombre de la progression geometrique commençant a l'vnité sera quarré, il sera aussi cube par la seconde partie, de la s'ensuiura qu'il sera quarré & cube, ou cube & quarré, ensemble, aussi le nombre trezieme d'une telle suite sera cube & quarré ensemble par la 22. & 23. propositions du 8. liure, &c.

Archimede demonstre tresbien au liure du nombre de l'areine, que si l'on prend la progression naturelle Arithmetique & sous icelle l'on met vne progression Geometrique commençant aussi a l'vnité, puis on multiplie deux tels lieux qu'on voudra de la progression geometrique ensemble, le produict apartiendra au lieu lequel viendra de l'addition des deux lieux mesme de la progression Arithmetique adioustez ensemble ayant soustraiect l'vnité du nôbre de l'addition, & si vn lieu de la progression geometrique se multiplie par soy mesme, le produict qui en viendra sera mis au lieu qui viendra du double du lieu mesme de la progression Arithmetique, ayant soustraiect l'vnité du nombre de l'addition: mais nous pourrons demonstrier icy en

pas-

passant qu'en prenant la progression naturelle Arithmetique, & mettant sous icelle vne progression geometrique ne commençant pas à l'vnité, & continuée en vne telle raison qu'on voudra qu'en multipliât deux tels lieux qu'on voudra de la progression geometrique ensemble le produit, estant parti par le premier nombre, il en viendra le nombre qui apartiendra ou sera mis au lieu lequel viendra de l'addition des deux mesme lieux de la progression Arithmetique, ayant soustrait l'vnité du nombre de l'addition, car cela qui multiplie le premier, c'est a dire le premier produit le second, qui est le deuxieme, & cela mesme multipliât le secõd, produit le troisieme, c'est asçauoir le 3. qui se fait du double de 2. moins l'vnité: car il se fait du quaré du secõd estât parti par le premier par la 20. proposition du 7. liure, & le double de 2. qui est en la progression Arithmetique est 4. duquel ayant leu l'vnité il reste 3. pour le lieu du produit, du second nombre de la progression geometrique, estant multiplié en soy parti par le premier nombre. Vous voies desia comme vn nombre de la progression geometrique s'estant multiplié soy mesme & ayant parti le produit par le premier, il en viendra le nombre qui sera mis au lieu, du double du mesme lieu, qui c'est multiplié, de la progression Arithmetique, ayant soustrait l'vnité du nombre de l'addition: mais le second nombre estant multiplié par le troisieme tous deux de la progression geometrique, & ayant parti le produit par le 1. il en viendra le 4. nombre par la 19. proposition du 7. liure, lequel 4. viét, de 2. & 3. de la progressiõ Arithmetique, lesquels adioustez ensemble font 5. duquel ayât soustrait l'vnité, il reste ledict 4. le 2. nõbre de la progressiõ geometrique multipliât aussi le 4.: & le produit estât parti par le 1. il en viendra le 5. par la mesme 19. proposition, du 7. liure, car le 1. le 2. le 4. & le 5. sont pportionaux, aussi le 1. le 3. le 5. & le 7. serõt proportionaux par la 14. proposition du 7. liure, &c. aussi le quaré du 4. nõbre estât parti par le 1. dõnera le 7. nombre par la

20. proposition du 7. liure, car le premier, le quatrieme, & le septieme sont continuellement proportionaux, par la mesme 14. proposition du 7. liure, le premier nombre aussi se multipliant soy mesme, & estant parti par soy mesme fait le premier du double de 1. moins 1. ou de 1. & 1. moins 1. & delà est manifeste que si la progression geometrique est continuée par le nombre par lequel elle commence, ou auquel elle commence, & l'on multiplie deux tels nombres qu'on voudra ensemble, ou vn nombre en soy mesme, il en viendra le nombre de la progression geometrique, qui sera au lieu remarqué des deux nombres de la progression Arithmetique des lieux mesmes adioustez ensemble, ou du double du nombre de la progression Arithmetique du lieu mesme de la progression geometrique, qui s'est multiplié en soy mesme.

9

*Si depuis l'unité sont tant de nombres qu'on uoudra continuellement proportionaux, si celuy qui suit l'unité est quarré, aussi tous les autres seront quarez. Que si celuy qui suit l'unité est cube, aussi tous les autres seront cubes.*

## FORCADEL.

Car si le nombre qui est apres l'vnité, ou le plus pres de l'vnité est quarré, le troisieme commençant à l'vnité sera quarré par la 19. deffinition du 7. liure, comme nous l'auõs veu en la precedente proposition, & tous les autres seront quarez, par la 1. proposition de ce liure. Mais si le nombre le plus pres de l'vnité est cube, il est certain que le troisieme depuis l'vnité sera cube, par la 3. proposition de ce liure, & le quatrieme depuis l'vnité sera cube, par la 22. deffinition du 7. liure, ou par la 4. proposition de ce liure, par laquelle tous les autres seront cubes. Et ainsi nous voyons qu'en ceste proposition l'on veut dire qu'outre les nombres d'vne progression geometrique commençant à l'vnité, qui seront quarez, ou cubes, ou bien, cubes & quarez ensemble, ou quarez & cubes ensemble, si celuy qui est pres de l'vnité est quarré, tous seront quarez, & s'il est cube tous seront cubes,

bes, & s'il est quarré & cube ensemble, ou cube & quarré ensemble, tous seront aussi quarez & cubes ensemble, ou cubes & quarez ensemble.

## I O

*Si depuis l'vnité y a tant de nombres qu'on voudra proportionaux, & celui qui est apres l'vnité ne soit pas quarré, ny aussi aucun des autres ne sera pas quarré, exceptez le troisieme depuis l'vnité, & tous ceux qui en entrelaissent vn. que si celui qui est apres l'vnité n'est pas cube ny aussi aucun des autres ne sera pas cube, exceptez le quatrieme apres l'vnité, & tous ceux qui en entrelaissent deux.*

## FORCADEL.

Car si celui qui est apres l'vnité n'est pas quarré, & le quatrieme apres l'vnité l'est, celui qui est apres l'vnité seroit aussi quarré, par la 23. proposition du 8. liure, & si le sixieme depuis l'vnité est quarré, le quatrieme apres l'vnité le fera aussi, aussi celui qui est apres l'vnité sera quarré par vne mesme 23. proposition du 8. liure, &c. Et si celui qui est apres l'vnité n'est pas cube, & le troisieme depuis l'vnité l'est, celui qui est apres l'vnité sera cube, par la sixieme proposition de ce liure, & si le cinquieme depuis l'vnité est cube, le troisieme depuis l'vnité le fera aussi par la vingt-cinquieme proposition du huitieme liure, & aussi celui qui est apres l'vnité par vne mesme 6. proposition de ce liure, & si le sixieme depuis l'vnité est cube, la raison du sixieme au quatrieme estant telle que du quatrieme à celui qui est apres l'vnité, par la 14. proposition du 7. liure, il est certain que celui apres l'vnité seroit cube par la 25. proposition du 8. liure, encore si le 8. nombre depuis l'vnité estoit cube le sixieme le seroit aussi, par la 25. proposition du 8. liure, aussi le premier seroit cube par la dicté 14. proposition du 7. liure, & la 25. proposition du 8. liure. Dauantaige si le 9. estoit cube, le cinquieme le seroit aussi par la 14. proposition du 7. liure, & la dicté 25. proposition du 8. liure, si seroit bien le troisieme depuis l'vnité par la mesme 25. proposition, & celui apres l'vnité seroit cube par la 6. proposition de ce liure. Quand donques d'vne progression geometrique com-

mençant à l'vnité celuy qui est pres de l'vnité ou apres l'vnité n'est pas ny quarré ny cube, les nombres de la progression qui ne sont pas ni quartez ni cubes depuis le premier cube qui est le quatrieme depuis l'vnité, ou depuis le second quarré qui est le cinquieme apres l'vnité, se peuuent (comme estant solides par la 18. definition du 7. liure,) nommer sourds solides, desquels le premier est premier, ou le plus pres de l'vnité qui est le sixieme depuis l'vnité est nommé sourd solide premier, ou le premier sourd solide, ou sourd solide simplement comme solide n'ayant ni racine quarrée ni racine cube, puis l'autre est nommé secõd sourd solide, puis celuy d'apres le troisieme sourd solide &c. Et combien que le nombre pres de l'vnité soit quarré ou cube ces nombres la des dicts lieux ne laissent pas d'estre nommez sourds solides comme s'ils l'estoient. Et cecy se doit prendre quant à la consideration de la pratique.

Nous pouuons prendre ausi en ceste proposition que d'vne progression geometrique qui commence à l'vnité, si le nombre qui est pres de l'vnité n'est pas quarré, tous les deux nombres prochains d'vne telle progression n'auront point la raison d'un nombre quarré à un nombre quarré, car ils l'auront telle que du nombre quarré à un nombre non quarré.

## I I

*Si depuis l'vnité sont tant de nombres qu'on uoudra continuellement proportionaux, le plus petit mesure le plus grand, par quelcun de ceux qui sont aux nombres proportionaux.*

## FORCADEL.

Car comme l'vnité est à celuy qui luy est pres ainsi est le penultieme au dernier, & par ainsi le penultieme mesurera le dernier par le nõbre qui est pres de l'vnité, car l'vnité mesure le dict nombre par luy mesme. Et comme l'vnité est à un autre nombre de la progression, que celuy qui luy est pres, ainsi sera quelque nombre de la progression au dernier nombre par la 14. proposition du 7. liure, & par ainsi il mesurera le dernier par le dict autre nombre de la progression

geometrique depuis l'vnité, ou bien, tout ainsi qu'est vn autre nombre de la progression n'estant pas le penultieme au dernier, tout ainsi est ou la mesme raison a l'vnité à quel que nombre de la progression par la dicte 14. proposition du 7 liure, & par ainsi vn nombre de ladicte progressiō geometrique mesurera le dernier par vn nombre qui sera en la progressiō, soit par quelque autre nōbre ou par luy mesme.

Nous nommons le nombre d'une telle progression geometrique qui est pres de l'vnité, racine, le troisieme depuis l'vnité, premiere, le quatrieme seconde, & le cinquieme depuis l'vnité nous le nommons tierce, &c. cela veut dire que quand nous prenons vn nombre pour premier, c'est a dire pour racine, nous nommons son quarré, premiere, son cube, seconde, & son quarré de quarré, c'est a dire le quatrieme nombre depuis luy, nous le nommōs tierce, &c. Quand dōques l'on nous proposera l'abbreuiatiō de 7. R. diuisées par 8. tierces comme il soit ainsi que toute racine se mesure soy mesme cōme aussi fait tout nōbre, & que l'vnité mesure aussi vn chacun nombre, & que par ceste proposition toute racine mesure la tierce de la seconde ou par la seconde, il est certain que 1. racine mesurera 7. racines, 7. fois & par ainsi ayant parti 7. racines par 1. racine, il en viendra 7. aussi 1. racine mesurera 8. tierces par 8. secōdes, & par ainsi l'abbreuiation sera faicte en 7. diuisé par 8. secondes. L'on nous pourra aussi proposer l'abbreuiation de 8. secōdes diuisées par 1 2. tierces, & par ainsi en prenant la 4. partie d'une part & d'autre, il en viendra premierement 2. secōdes diuisées par 3. tierces, & comme il soit ainsi qu'un chacun nōbre d'une telle progression (cōme aussi fait tout autre nōbre) se mesure soy mesme, il est certain q̄ la 2. se mesurera soy mesme, & mesurera la tierce par la R. en diuisant dōques 2. secōdes par 1. secōde, il en viēdra 2. & diuisant 3. tierces par 1. secōde, il en viēdra 3. R. & par ainsi l'abbreuiation sera faicte, en deux diuisé par 3. Racines, mais si l'on diuise premierement 8. secondes par vne seconde, il

en viendra 8. & diuisant 12. tierces, par 1. seconde, il en viendra, 12. racines, & l'abbreuiation sera faicte premierement, en 8. diuisé par 12. racines, puis en prenant la quatrieme partie d'une part & d'autre, l'on aura 2. parti par 3. racines, & puis qu'il est ainsi que la seconde se mesure soy mesme, & mesure la plus grande denomination, c'est à sçauoir la tierce & que 8. & 12. sont mesurez de 4. il est certain que 8. secondes, & 12. tierces seront mesurees de 4. secondes, en diuisant donques 8. secondes, par 4. secondes, il en viendra 2. & en diuisant 12. tierces, par 4. secondes, il en viendra 3. racines, & tousiours l'abbreuiation sera faicte en 2. diuisé par 3. racines, en abbreuiant aussi 4. premieres, plus 7. racines diuisées par 9. quartes, il en viendra par ceste proposition 4. racines plus 7. diuisées, par 9. tierces, & 7. racines moins. 5. diuisées par 9. quartes seront toutes abbreuiées, car l'unité qui tient le premier lieu, d'une telle progression, ou proportion se mesure soy mesme par soy mesme, & mesure les autres par vne chacune, ou par elles mesmes.

12

*Si depuis l'unité y a tant de nombres qu'on voudra proportionaux, autant de nombres premiers qui mesurent le dernier, autant aussi mesureront celuy qui est le plus pres de l'unité.*

## FORCADEL.

Car le dernier sera composé par la 14. deffinition du 7. liure, & sera mesuré de quelque nombre premier, par la 33. proposition du mesme 7. liure. Maintenant si ce nombre premier là qui mesure le dernier, ne mesure pas celuy qui est pres de l'unité, il sera premier avec celuy qui est pres de l'unité par la 31. proposition du 7. liure, & seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & mesureront ceux qui seront en leur raison, par la 21. proposition du mesme 7. liure. Or est il ainsi que la raison dudict nombre premier au nombre qui est pres de l'unité, est telle que du nombre penultieme, au nombre par lequel ledict nombre premier mesure le dernier, par la seconde partie de

la

la 19. proposition du 7. liure, & par ainsi le nombre premier, qui mesure le dernier mesurera aussi le penultieme, lequel nous prendrons maintenant pour le dernier, & tousiours la raison dudit nombre premier au nombre qui est pres de l'vnité, sera comme le penultieme du dernier au nombre, par lequel le mesme nōbre premier mesure ce dernier icy, par la mesme 19. proposition du 7. liure, & par ainsi le mesme nombre premier mesurera le penultieme du nombre pris pour le dernier, & allant ainsi, & demonstrent, iusqu'à ce que le penultieme viene a estre le nombre mesme qui est pres de l'vnité, il est certain que ledict nombre premier, le nombre qui est pres de l'vnité, & le nombre par lequel le nombre premier mesure le troisieme depuis l'vnité seront continuellement proportionaux, par la seconde partie de la 20. proposition du 7. liure, & par ainsi le nombre premier mesureroit le nombre qui est pres de l'vnité, ne le mesurant pas, ce qui est impossible, car lors ledict nombre premier seroit composé avec le nombre qui est pres de l'vnité, par la 15. definition du 7 liure, & deux nombres pourroyent estre ensemblement premiers entre'eux, & non premiers entre'eux, ce qui est impossible.

13

*Si depuis l'vnité sont tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, & celuy qui est apres l'vnité est premier, aucun autre ne mesurera point le plus grand, exceptez ceux qui sont aux nombres proportionaux.*

## FORCADEL.

Car si vn nombre autre que de ceux qui sont aux nombres proportionaux mesure le dernier nombre, il le mesurera aussi par vn nombre autre que de ceux qui sont aux nombres proportionaux, ou bien, le mesurant seroit de ceux qui sont aux nombres proportionaux, par la 11. proposition de ce liure, il est certain aussi que le mesurant sera composé, car s'il estoit premier il mesureroit le nombre qui est apres l'vnité, par la precedente proposition, & le nombre qui est apres l'v

nité seroit composé par la 14. deffinition du 7. liure, & par ainsi le nombre mesurant sera mesuré d'un nombre premier, par la 33. proposition du 7. liure, lequel sera le nombre qui est apres l'vnité, car s'il estoit mesuré d'un autre nombre premier que de celuy là qui est apres l'vnité, celuy autre nombre premier qui le mesureroit, mesurant aussi le dernier, il mesureroit celuy qui est apres l'vnité, par la precedente proposition, ce qui est contre la douzieme deffinition du 7. liure. Or est il ainsi que la raison du nombre qui est apres l'vnité au mesurant est la raison mesme du nombre par lequel le mesurant mesure le dernier au penultieme nombre, par la dixneuvieme proposition du 7. liure, & par ainsi le nombre par lequel le mesurant mesure le dernier nombre mesurera le penultieme, par la conuerse de la 22. deffinition du 7. liure, & la conuerse de la troisieme deffinition du mesme 7. liure, & celuy qui mesure le penultieme comme dernier, le mesurera aussi par vn nombre qui ne sera pas de ceux qui sont aux nombres proportionaux, par vne mesme raison, & sera mesuré du nombre qui est apres l'vnité, & celuy par lequel il mesure le penultieme comme dernier, mesurera aussi le troisieme nombre depuis le dernier, ou son penultieme, par vn autre nombre que de ceux qui sont en la progression par vne mesme façon de demonstrier, & ainsi allant & demonstrent de penultieme en penultieme, & de dernier en dernier, iusqu'à ce que le penultieme soit le nombre qui est apres l'vnité, ou le plus pres de l'vnité, il est certain que le nombre qui est apres l'vnité, le nombre qui mesure le troisieme depuis l'vnité, le nombre par lequel le mesurant mesure le troisieme depuis l'vnité, & le nombre, qui est apres l'vnité sont proportionaux, & par ainsi le nombre par lequel le mesurant mesure le troisieme, depuis l'vnité mesurera le nombre qui est apres l'vnité, ce qui est contre la dicte 12. deffinition du 7. liure, ou bien, le mesurant, le nombre qui est apres l'vnité, & celuy par lequel le troisieme depuis l'vnité est mesuré seroyent continuelle-

ment

ment proportionaux, par la seconde partie de la 20. proposition du 7. liure, & par la conuerse de la 22. definition du 7 liure, le nombre qui est apres l'vnite sera le plusieurs fois du nombre par lequel le mesurant mesure, puis par la conuerse de la 5. definition du mesme 7. liure, le nombre qui est apres l'vnite sera mesuré de quelque nombre, & sera aussi composé par la 14. definition du mesme 7. liure, ce qui est impossible.

## 14

*Si un plus petit nombre est mesuré de quelques nombres premiers, aucun autre nombre premier ne mesurera point iceluy, exceptez ceux qui le mesurent au commencement.*

## FORCADEL.

Il veut dire que si l'on prend le plus petit nombre mesuré de quelques nombres premiers, qu'il ne sera pas mesuré d'aucun autre nombre premier que de ceux desquels il est le plus petit. Car s'il est mesuré de quelque autre nombre premier, il le sera par vn nombre plus petit qu'il n'est, & cōme il soit ainsi qu'vn chacun des nombres premiers, desquels le mesuré est le plus petit, ne mesure pas celuy qu'on voudroit dire mesurant, car iceluy qu'on voudroit dire mesurant seroit composé, par la 14. definition du 7. liure, de là s'ensuura qu'vn chacun desdicts nombres premiers, mesurerait le nombre par lequel celuy qu'on diroit mesurant mesurerait le mesuré, par la 32. proposition du 7. liure, ce qui est impossible, car il y auroit lors vn nombre plus petit, que le plus petit mesuré de quelques nombres.

## 15

*si trois nombres continuellement proportionaux, sont les plus petis de ceux qui ont aveciceux, la mesme raison, les deux tels qu'on uoudra composer ensemble seront premiers à l'autre.*

## FORCADEL.

Car les deux extremes serōt quarrez par le correlaire de

la seconde proposition du 8. liure, & seront les quarezz des deux plus petis nombres ayant la raison continuée par le mesme correlative, lesquels seront premiers entr'eux, par la 24. proposition du 7. liure, & en adioustant ensemble les dictz deux plus petis nombres, le nombre de l'addition sera premier à l'un & à l'autre, par la 30. proposition du 7. liure, & sera aussi premier au quarré de l'un & au quarré de l'autre, par la 27. proposition du 7. liure, par laquelle aussi vn chacun des deux nombres plus petis sera premier au quarré de l'autre, & par ainsi le produit de la multiplication du nombre de l'addition par le plus grand des deux nombres plus petis, sera premier au plus petit extreme par la 26. proposition du 7. liure, lequel produit est egal aux deux autres nombres de la progression, par la 3. proposition du second liure, car le milieu proportionel est egal au produit de la multiplication des deux nombres plus petis & par vne mesme raison, le produit de la multiplication du dict nombre de l'addition par le plus petit des deux nombres plus petis, sera premier avec le plus grand extreme, lequel produit est egal aux deux autres nombres de la proportion: nous scauons aussi par la 4. proposition du second liure, & par la premiere proposition du sixieme liure, que deux nombres quarezz adioustez ensemble avec le milieu proportionel d'iceux deux fois, feront autant comme le quarré du nombre qui est fait de l'addition des racines quarezz des dictz nombres quarezz, mais le quarré du dict nombre de l'addition de nos deux nombres plus petis est premier avec vn chacun des dictz deux nombres plus petis, par la 27. proposition du 7. liure, & est aussi premier au milieu proportionel qu'on nous a proposé, par la 26. proposition du 7. liure, & par ainsi les trois nombres proposez ensemble, seront premiers au milieu proportionel proposé, & les deux extremes des nombres proposez seront premiers avec le dict milieu proportionel proposé, par la 30. proposition du 7. liure.

16

*Si deux nombres sont premiers entr'eux, il ne sera pas comme le premier au second ainsi le second a quelque autre.*

FORCADEL.

Car s'ils sont premiers entr'eux, ils seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & mesureront egal'ement ceux qui seront en leur raison, par la 21. proposition du 7. liure, & par ainsi si la raison du premier au second estoit cōme le second à vn certain troisieme, le premier nombre mesurerait le second, ce qui est contre la 13. & 15. definitions du 7. liure. Ou bien, le quarré du second nombre estant premier avec le premier nombre, par la 27. proposition du 7. liure, s'il y auoit vn troisieme nōbre proportionel, le quarré du second seroit egal au nombre produit des deux autres, par la 20. proposition du 7. liure, & par ainsi le quarré du second seroit mesuré du premier, & le premier & le quarré du second seroyent composez ensemble par la 15. definition du 7. liure, ce qui est impossible.

17

*Si font tant de nombres qu'on uoudra continuellement proportionaux, lesquels les extremes soient premiers entr'eux, il ne sera pas comme le premier au second, ainsi le dernier a quelque autre.*

FORCADEL.

Car si les extremes sont premiers entr'eux, ils seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & mesureront ceux qui seront en leur raison, par la 21. proposition du 7. liure, maintenant si la raison du dernier à quelque autre nombre est telle que celle du premier au second, la raison du premier au dernier sera telle, que du second à celuy autre nombre, par la 14. proposition du 7. liure, & par ainsi le premier mesurera le second, & mesurera aussi le dernier à cause de la continuation de la raison du premier au second, ce qui est impossible.

18

*Deux nombres estans donnez considerer si l'on peut trouuer un troisieme pro-*

*portionnel à iceux.*

## FORCADEL.

Les deux nōbres donnez, ou bien ils serōt premiers entr'eux ou non, s'ils sont premiers entr'eux il est impossible de leur trouver vn troisieme nombre proportionel, par la 16. proposition de ce liure: mais si les deux nombres dōnez ne sont pas premiers entr'eux & le quarré du second est mesuré du premier nombre, il est certain que ce nombre la par lequel le preinier mesure le quarré du second sera le troisieme nombre proportionel au deux nombres donnez, par la secōde partie de la 20. propositiō du 7. liure, mais si le 1. nōbre ne mesure pas le quarré du second, il sera impossible de leur trouver vn 3. proportionel, car s'il y en auoit vn, le quarré du second seroit mesuré du premier nombre par la 1. partie de la 20. propositiō du 7. liure, ce qui est contre la 3. & 4. definitions du 7. liure.

19

*Trois nombres estaus donnez considerer si'on peut trouver vn quatrieme proportionel a iceux.*

## FORCADEL.

Les trois nombres proposez, ou bien il seront continuellement proportionaux & leurs extremes seront premiers entr'eux, ou il ne seront pas cōtinuellemēt proportionaux, & leurs extremes serōt premiers entr'eux: ou bien il seront continuellement proportionaux & leurs extremes ne seront pas premiers entr'eux, ou il ne seront pas continuellement proportionaux & leurs extremes ne seront pas premiers entr'eux. Si les trois nombres sont continuellement proportionaux & les deux extremes sont premiers entr'eux, nous auons veu en la 17. proposition de ce liure, qu'il est impossible de leur trouver vn quatrieme nombre proportionel. S'ils ne sont pas continuellement proportionaux & les deux extremes sont premiers entr'eux, il est ausi impossible de leur trouver vn quatrieme nombre proportionel, car s'ils auoient vn quatrieme nombre proportionel, cōme il soit ainsi que les extremes sont les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & qu'ils mesurēt ceux qui sont en leur raison, par la 21. proposition du 7. liure, en

fa-

faisant la raison du 4. à vn 5. telle qu'est du 2. au 3. la raison du 1. nōbre au 3. sera telle que du 3. au cinquieme par la 14. ppositiō du 7. liure, & par ainsi le premier mesurera le troisieme ce qui est impossible, ou bien le quarré du troisieme sera egal au produit du premier & du 5. par la 20. proposition du 7. liure, & par ainsi le premier mesurera le quarré du 3. lequel il ne mesure pas par la 27. proposition du 7. liure, ce qui est contre la 3. & 4. deffinitions du 7. liure. Mais si les extremes ne sont pas p̄miers entr'eux soit que les trois nōbres, soient continuellement proportionaux ou non, si le premier mesure le produit du second & du troisieme, il est certain que le nombre par lequel le premier mesure le dict produit, sera le nombre quatrieme proportionel aux trois nombres proposez, par la 19. proposition du 7. liure, & si le premier nōbre, ne mesure pas le produit du second & du troisieme il sera les parties du dict produit, par la 4. deffinitiō du 7. liure, il est certain donques qu'iceux nōbres n'auront point de quatrieme p̄portionel, car le 1. nōbre mesureroit ledict produit, par la 19. proposition du 7. liure, & seroit la partie du dict produit par la 3. deffinition du 7. liure, ce qui est impossible.

20

*Les nombres premiers, sont plus que quelconque multitude proposee, de nombres premiers.*

FORCADEL.

Car en prenāt le plus petit nōbre mesuré d'une multitude de nōbres premiers par la 38. ppositiō du 7. liure, & luy ayāt adiousté l'vnité s'il en viēt vn nōbre p̄mier il y aura en core ce nōbre p̄mier la dauātage, si nō il sera cōposé & sera mesuré de qlque nōbre p̄mier, p la 33. ppositiō du 7. liure, lequel ne sera pas des nōbres p̄miers proposez, car s'il estoit l'vn d'iceux, il mesureroit le tout & le soustraiēt, & mesureroit la reste c'est a çauoir l'vnité, ce q̄est impossible, car lors l'vnité seroit cōposée de plusieurs nōbres, ou seroit egale à quelq̄ nōbre. Le plus petit nōbre mesuré de 2. 3. 5. qui sont nōbres premiers, p la 12. deffinitiō du 7. liure est 30 p la 38. ppositiō du 7. liure, auql ayāt adiousté 1. fait 31. q̄ est aussi

nombre premier par ladicte 12. deffinition du 7. liure, & le plus petit nombre mesuré de 3. 5. 7. qui sont ausi premiers par vne mesme raison est 105. par vne mesme raison ausi, auquel ayant adiousté 1. fait 106. lequel est composé par la 14. deffinition du 7. liure, lesquels deux exemples n'ay bié voulu adiouster icy pour monstrer, ou faire veoir, qu'en ad ioustant l'vnité audict nombre plus petit, le nombre de l'ad dition pourra estre premier, & non premier.

## 21

*Si tant de nombres pairs qu'on voudra sont composez, le tout est pair.*

## FORCADEL.

Car vn chacun des nōbres pairs se pourra diuiser en deux egallement, par la cōuerse de la 6. deffinitio du 7. liure, & par ainsi le tout se pourra diuiser en deux egallement par la 2. cō mune sentence, & par ainsi le tout sera pair, par la dicte 6. deffinition du 7. liure: ou bien, puis qu'un chacun nombre pair se peut diuiser en deux egallement par la dicte 6. deffinition du 7. liure, il est certain que la raison du tout aux moitiés des nombres pairs, desquels il est composé, sera comme l'un des nombres pairs à sa moitié, par la 12. proposition du 7. liure, & par la conuerse de la 22. deffinition du 7. liure, & par la dicte 6. deffinition le tout sera pair. Par ceste proposition 6. & 8. estans adioustez ensemble ne feront iamais 15. ni 13. mais ils feront 14. car deux nombres pairs adioustez ensemble feront vn nombre pair.

## 22

*Si tant de nombres impairs qu'on voudra, sont composez, & soit la multitude d'iceux pair le tout sera pair.*

## FORCADEL.

Car en soustrayant l'vnité d'un chacun des nombres impairs, vne chacune reste sera pair, par la 7. deffinition du 7. liure, & les vnitez soustraites composeront vn nombre pair par la 6. deffinition du 7. liure, & par ainsi le tout sera composé

posé d'une multitude de nombres pairs, ou de nombres pairs, & sera pair par la precedente proposition. Par ceste proposition aussi deux nombres impairs adioustez ensemble feront vn nombre pair, & pair ainsi, 7. & 5. estans adioustez ensemble ne feront iamais 13. ni 11. mais ils feront 12.

23

*Si tant de nombres impairs qu'on voudra sont composez, & sou la multitude d'iceux impair, le tout sera impair.*

FORCADEL.

Car en soustrayant l'vnité de l'un des nombres impairs, la reste sera pair, par la 7. definition du 7. liure, & les autres nombres impairs estans composez font vn nombre pair, par la precedente proposition, & par ainsi tous les autres nombres impairs, & ladicte reste estans composez feront vn nombre pair, par la 21. proposition de ce liure, & tous les nombres impairs proposez composeront vn nombre impair, par la 7. definition du 7. liure.

24

*Si d'un nombre pair est soustrait un nombre pair, aussi le restant sera pair.*

FORCADEL.

Car tant le nombre de qui se soustrait, cōme le nombre soustrait se diuisent en deux egallement, par la conuerse de la 6. definition du 7. liure, & par ainsi le nombre restant se diuisera en deux egallement par la troisieme commune sentence, & sera pair, par la mesme 6. definition: ou bien, le nombre de qui on a soustrait à sa moitié ayant la raison du soustrait à sa moitié, il est certain que la reste à la reste aura la raison du tout au tout, par la 11. proposition du 7. liure, & par ainsi le nombre restant sera pair, par la conuerse de la 22. definition, & par la 6. definition du 7. liure. Par ceste proposition nous nous pouuons asseurer, qu'en leuant 4. de 12. il ne restera iamais 9. ni 7. mais il restera 8.

25

*Si d'un nombre pair est soustrait un nombre impair, le restant sera impair.*

O ij

Car en soustrayant du nombre impair l'vnité, il restera vn nombre pair, par la 7. deffinition du 7. liure, lequel estât soustraiçt du nombre pair proposé, il restera vn nombre pair, par la precedente proposition, duquel encore leuant l'vnité, pour en soustraire tout le nombre impair proposé, il restera vn nōbre impair par la mesme 7. deffinition du 7. liure, mais pource que de 4. ayant soustraiçt 3. il reste l'vnité, &c. cela nous monstre que ceste proposition veut dire que si d'un nombre pair ayant leué vn nombre impair, il reste quelque nombre, le nombre resté sera impair. De 8. donques ayant leué 3. il ne restera iamais 6. ni 4. mais il restera 5

26

*Si d'un nombre impair est soustraiçt vn nombre impair, le restant sera pair.*

FORCADEL.

Car en leuant l'vnité du nombre de qui se soustraiçt, il restera vn nombre pair par la 7. deffinition du 7. liure, duquel soustrayant le nombre impair proposé qui se doibe soustraire, il restera vn nombre impair par la precedente proposition, auquel adioustant l'vnité, il en viendra pour toute reste vn nombre pair, par la mesme 7. deffinition. Ou bien, en soustrayant l'vnité des deux nombres proposez, il restera deux nombres pairs par ladicte 7. deffinition, desquels leuant le plus petit du plus grand, il restera vn nombre pair, par la 24. proposition de ce liure. Quand donques de 13. l'on leuera 5. il ne restera iamais 9. ni 7. mais il restera 8.

27

*Si d'un nombre impair est soustraiçt vn nombre pair, le restant sera impair*

FORCADEL.

Car si du nombre de qui se soustraiçt, on leue l'vnité, il restera vn nombre pair, par la 7. deffinition du 7. liure, duquel

quel soustrayant le nombre pair qui se doibt soustraire, il restera vn nombre pair, par la 24 proposition de ce liure, auquel adioustant l'vnité, il restera vn nombre impair, par la 7. definition du 7. liure. Ou bien, si du nombre pair proposé se soustraiët l'vnité, il restera vn nombre impair, par ladicte 7. definition. lequel soustraiët du nombre impair proposé, il restera vn nombre pair, par la precedente proposition, duquel soustrayant l'vnité, il restera vn nombre impair, par ladicte 7. definition du 7. liure. Ou bien, en adioustant l'vnité au nombre pair proposé, il en viendra vn nombre impair, lequel soustraiët de l'impair proposé, il restera vn nombre pair, auquel adioustant l'vnité, il restera vn nombre impair. Ou bien, en adioustant l'vnité au nombre impair proposé il en viendra vn nombre pair, duquel ayât soustraiët le nombre pair proposé, il restera vn nombre pair, duquel ayant soustraiët l'vnité, il restera vn nombre impair, & pource que de 5. qui en soustraiët 4. il reste l'vnité, & comme aussi il soit ainsi que le nombre impair est celuy qui est distant du pair de l'vnité, de tout cela nous voyôs bien que ceste proposition aussi veut dire, que si d'un nombre impair ayant soustraiët vn nombre pair, il reste quelque nombre, que ce nombre là resté, sera impair. De 15. donques ayant leué 8. il ne restera iamais 8. ne 6 mais il restera 7. Aussi pour ce que d'un nombre impair, ayant soustraiët vn nombre pair, il reste vn nombre impair & que le soustraiët & la reste font le tout estans adioustez ensemble, de là il est certain qu'un nombre impair & vn nombre pair estans adioustez ensemble feront vn nombre impair.

28

*Si vn nombre impair multipliant vn nombre pair, en produict quelque autre, le produict sera pair.*

FORCADEL.

Car il y aura autant de nombres pairs au produict cōme il y a d'vnitez au nombre impair multipliant, & par ainsi le produict sera pair, par la 21. proposition de ce liure.

O iij

Et pource qu'un nombre impair multipliat un nombre pair produict autant comme si le mesme pair multiplioit le mesme impair, par la 16. proposition du 7. liure, de la ausi s'ensuiura qu'un nombre pair multipliant un nombre impair produira un nombre pair. Aussi un nombre pair multipliat un nombre impair fera, ou produira un nombre pair, car il y aura au produict autant de nombres impairs qu'il y a d'vnitez au nōbre pair multipliant, & par ainsi le produict sera pair, par la 22. ppositiō de ce liure. Et par cecy aussi un nombre impair multipliant un nombre pair produira un nombre pair. Quand donques nous voudrons sçauoir le produict de la multiplication de 7. par 8. ou de 8. par 7. il n'en viendra iamais 57. ne 55. mais il en viendra 56. Aussi un nombre pair multipliant un nombre pair produira un nombre pair, par la mesme 21. proposition de ce liure, & par ainsi 8 fois 6. ou 6. fois 8. ne feront iamais 49. ny 47. mais ils feront 48.

29

*Si un nombre impair multipliant un nombre impair, en engendre quel qu'autre, l'engendré sera impair.*

FORCADEL.

Car il y aura autant de nombres impairs au produict, qu'il y a d'vnitez au nombre impair multipliant, & par ainsi iceluy produict sera impair, par la 23. proposition de ce liure. Aussi par ceste proposition 7. fois 9. ne feront iamais 64. ny 62. mais ils feront 63. & tels produicts sont impairement impairs, par la 11. deffinition du 7. liure.

30

*Si un nombre impair mesure un nombre pair, il mesurera aussi la moitié d'iceluy.*

FORCADEL.

Car le nombre par lequel l'impair mesure le pair est pair, si non, le nōbre pair mesuré, seroit impair, par la precedente proposition, ce qui est impossible: Or le nombre pair mesuré & celuy par lequel l'impair le mesure estans pairs au-

ront

ront la raison de leurs moities par la 17. proposition du 7. liure, vn tel plusieurs fois donques, que sera le nombre pair mesuré, de celuy par lequel l'impair le mesure, vn tel plusieurs fois sera la moitie de la moitie, par la cōuerse de la 2. deffinition du 7. liure, & par la conuerse de la 5. deffinition du 7. liure, l'vne moitie sera mesurée de l'autre, par le nombre impair mesurant, c'est a dire que l'vne moitie aura vne partie denommée du nombre impair mesurant, & par ainsi le nombre impair mesurant mesurera aussi la moitie du nōbre pair qu'il mesure, par la 40. proposition du 7. liure. Ou autremēt puis que la raison du nōbre pair mesuré au nombre par lequel l'impair le mesure est comme la moitie à la moitie, il est certain que la raison du nombre pair mesuré à sa moitie sera telle que de l'autre à sa moitie par la 13. proposition du 7. liure, & en multipliāt le nombre impair mesurant par la moitie du plus petit, il est certain que la raison du nōbre par lequel le mesurant mesure le mesuré à sa moitié sera comme le nombre pair mesuré au dict produit, par la 18. proposition du 7. liure, & par ainsi la raison du nombre pair mesuré à sa moitié sera telle que du mesme nōbre pair mesuré, audict produit, par la 11. proposition du 5. liure, ou par les autres cōceptions, & par ainsi ledict produit sera egal à la moitie du nombre pair mesuré, par la seconde partie de la 9. proposition du 5. liure, & le nombre impair mesurant mesurera la moitie du nombre pair mesuré, puis qu'il mesure vn nombre egal à la dicte moitie.

31

*Si vn nombre impair est premier à quelque nombre, il sera aussi premier au double d'iceluy.*

FORCADEL.

Car le double d'iceluy sera pair par la 6. deffinition du 7. liure, & s'il n'est pas premier avec le nombre impair, ils seront cōposez entr'eux & mesurez de quelque nombre, par la conuerse de la 15. deffinition, lequel sera impair, car tout nombre qui mesure vn nombre impair est impair, pource que s'il estoit pair, le nombre impair mesuré seroit aussi pair

par la 21. ou 28. proposition de ce liure, & iceluy impair mesurant le dict double, il mesurera aussi le simple, par la precedente proposition, & par ainsi les deux nombres proposez & premiers entr'eux seroient cōposez entr'eux par la dicte 15. deffinition du 7. liure, ce qui est impossible.

32

*Vn chacun des nombres qui sont doubles depuis deux, est tant seulement pairement pair.*

FORCADEL.

Ceste proposition veut dire que tous les nombres de la progression geometrique cōmençant à l'vnité & le nombre pres de l'vnité estant deux, excepté deux, sont tant seulement pairement pairs, car vn chacun plus grand nōbre de la dicte proportion sera mesuré d'vn chacun plus petit de la mesme progression par quelque nōbre de la mesme progression par la 12. proposition de ce liure, & 2. est nombre premier par la 12. deffinition du 7. liure, d'ou s'ensuiura qu'vn chacun plus grād nombre de la dicte proportion ne sera jamais mesuré d'autre nombre que de ceux qui sont en la proportion ou progression mesme par la 13. proposition de ce liure. Et par ainsi vn chacun d'iceux plus grans nōbres estans mesurez d'vn nombre pair par vn nombre pair sera pairement pair par la 8. deffinition du 7. liure.

Et de là est manifeste que les nombres desquels ayant pris la moitie & la moitie de la moitie & c. si la derniere moitie est l'vnité, sont pairement pairs.

33

*Si vn nombre à la moitie impair, il est tant seulement pairement impair.*

FORCADEL.

Ceste proposition veut dire que si en prenant la moitie d'vn nombre pair il en vient vn nombre impair, il sera pairement impair. Car 2. est nombre pair, par la 6. deffinitō du 7. liure, & mesurant ce nombre pair là, duquel la moitie est impair par la 40. proposition du 7. liure, il le mesure par vn nombre impair & par ainsi le nombre pair mesuré sera pairement impair par la 9. deffinition du 7. liure. Et sera pairement

ment impair tant seulement, car s'il estoit parement pair sa moitié seroit pair, par la conuerse de la 8. deffinition du 7. liure, ou bien s'il estoit parement pair, sa moitié seroit nombre pair & seroit mesuré d'un nombre impair, par la 30. proposition de ce liure, ce qui est impossible, car la moitié se mesurant soy mesme ne peut estre nombre pair & impair. Ou bien, soit pris un nombre pair mesurant le nombre pair proposé par un autre nombre, & la raison de 2. à ce nombre pair pris sera comme le nombre par lequel ce nombre pair pris mesure le nombre pair proposé à la moitié du nombre proposé par la seconde partie de la 19. proposition du 7. liure, & comme il soit ainsi que 2. mesure le nombre pair pris, aussi l'autre mesurera l'autre par la conuerse de la 22. deffinition du 7. liure. Mais un nombre mesurant un nombre impair est impair par la 29. deffinition de ce liure, & par ainsi le nombre pair proposé sera toujours mesuré d'un nombre pair par un impair, & sera parement impair, par la 9. deffinition du 7. liure. Le nombre proposé d'oques sera tant seulement parement impair ne pouvant pas estre parement pair, a cause de sa moitié qui est impair pour pouuoir estre parement pair & parement impair.

34

*si un nombre pair n'est pas double depuis deux, & n'a pas la moitié impair, il est parement pair & parement impair.*

FORCADEL.

Car la moitié d'iceluy nombre pair, estant pair il sera parement pair, par la 8. deffinition du 7. liure, & sera aussi parement impair, car en prenant la moitié de sa moitié, &c. l'on viendra à trouver quelque nombre impair, qui mesurera le nombre proposé par un nombre pair, si non, nous parviendrons au nombre de 2. ou rencôtrons 2. & le nombre proposé seroit de ceux qui sont doubles depuis 2. ce qui est impossible, ne pouvant pas estre l'un & l'autre: & ce nombre impair le auquel l'on pourra mesurer le nombre pair proposé par un nombre pair, sinon le nombre pair proposé seroit impair, par la 29. proposition de ce liure, & par ainsi le nombre pair proposé sera parement pair, & parement impair, par la 10. deffinition du 7. liure

*Si font tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, & du second & dernier se leuent d'egaux au premier, tout ainsi que l'excès du second sera au premier, tout ainsi sera l'excès du dernier à tous ceux qui antecedent le dernier.*

## FORCADEL.

Car tant de nombres qu'on voudra continuellement proportionaux, l'excès du second au premier contiendra vne fois moins le premier que ne fait le second, & par ainsi le second contiendra autant de fois le premier, comme l'excès du second au premier contient le premier, & le premier dauantage, & l'excès du troisieme au second contiendra vne fois moins le second, que ne fait le troisieme, & par ainsi le troisieme contiendra autant de fois le second & le premier, comme l'excès du troisieme au second contient le second, & le premier dauantage : Aussi l'excès du quatrieme au troisieme contiendra vne fois moins le troisieme, que ne fait le quatrieme, & par ainsi le quatrieme contiendra autant de fois le troisieme, le second, & le premier, comme l'excès du quatrieme au troisieme contient le troisieme, & le premier dauantage, &c. comme ie l'ay mis à l'interpretation de l'Arithmetique de Gemme Phrison, & par ainsi en soustrayât le premier du dernier, la raison de la reste à tous les autres sera cōme l'excès des deux premiers au premier. Mais là où vne telle & manifeste conception defaudra, c'est à dire, là où elle ne pourra pas auoir assez de force à l'écōtre de celuy qui voudroit dire le cōtraire de ce qui est proposé, la demonstration en sera faicte ainsi. Il est certain que la raison de la difference du dernier nombre au penultieme, au penultieme, sera comme la difference du penultieme comme dernier à son penultieme, & c. tousiours par la 17. proposition du 5. liure, iusques à ce que la raison de la difference du troisieme au second, au second, sera comme la difference du second au premier, au premier, & par ainsi la raison de la difference du dernier au premier, à tous les autres sera comme de la difference du second au premier, au premier

mier, par la 1. 2. ppositiō du 5. liure, ou par la 1. 2. ppositiō du 7. liure, car quād il y a tāt de nōbres qu'ō voudra cōtinuelle mēt pportionaux, les differēces du dernier au penultieme, du penultieme à son penultieme, &c. avec la differēce du se-cōd au premier composées ensemble sont egales a la differēce du dernier au premier, & le mesme aduiedra ou la demōstration se fera de mesme si la proportion commence à l'v-nité, & par tout par la 3. commune sentence.

243	.	81	.	27	.	9	.	3
162	.	54	.	18	.	6		
		162				81		
		54				27		
		18				9		
		6				3		
		240		à		120		
		6		à		3		

Il nous faut prendre en ceste proposition que d'une proportion de laquelle la raison qui s'est continuée est double si l'on double le plus grand extreme, & du double l'on soustraiēt le plus petit nombre, il restera la somme de tous les nombres de la proportion, & si la raison continuée est triple, ayant triplé le plus grand nombre, & du triple ayāt soustraiēt le plus petit nombre, il restera le double de la somme des nombres de la progression geometrique, &c. Car en l'v ne la difference du second nombre au premier est egale au premier, & en l'autre est double, &c. D'où nous prendrons la reigle qui s'ensuiēt c'est asçavoir, qu'en multipliant le dernier nombre & le plus grand d'une progression geometrique par le nombre, ou cela par lequel la progressiō s'est faite, & soustrayant le 1. nōbre de ce qui en sera produiēt, la reste estāt diuisée par le nōbre, ou cela qui a multiplié moins l'v-nité, dōnera pour cōbiē, ou il en viēdra, la somme de tous les nombres de la progresiōn proposée, ce que i'ay aussi desia écrit en autre lieu.

36

*si depuis l'v-nité sont exposés de nombres quelconques continuellement en la double proportion, usqu'à ce que tout le comp. se soit fait premier, & iceluy tout*

*multiplié par le dernier en engendre quelqu'autre, l'engendré sera parfait.*

FORCADEL.

Car la raison de l'vnité au dernier sera comme du nombre premier au produit, & par ainsi autant de milieux continuellement proportionaux, qu'il y a entre l'vnité & le dernier nombre, autant y en aura entre le nombre premier & le produit continuez en la mesme raison, par la 8. proposition du 8. liure. Or la raison du penultieme depuis l'vnité au dernier, estant telle que du nombre premier à celuy qui luy est pres, par la 22. deffinition du 7. liure, il est certain que le nombre penultieme depuis l'vnité mesurera le produit par celuy qui est pres du nombre premier, & celuy qui est pres du nombre premier mesurera le produit par le penultieme depuis l'vnité, par la 19 proposition du 7. liure, aussi la raison de celuy qui est pres du penultieme depuis l'vnité au dernier estât telle que du nōbre p̄mier au 3. depuis luy, par la 22. deffinition, & par la 14. proposition du 7. liure, il est certain que celuy nombre pres du penultieme depuis l'vnité, mesurera le produit par le 3. depuis le nōbre p̄mier & que le produit sera mesuré du troisieme depuis le nōbre p̄mier par le nombre pres du penultieme depuis l'vnité, par ladicte 19 proposition du 7. liure, &c. Mais ayant soustrait le nombre p̄mier du produit la reste sera egale aux nōbres de la proportion double antecédés au produit, par la precedēte proposition, & en adioustât d'une part le nōbre p̄mier & de l'autre par la porportion double qui commence à l'vnité, l'on aura le produit egal aux nombres de la proportion double antecédens au produit avec la proportion double depuis l'vnité par la 2. commune sentence: Et le dict produit n'aura aucune autre partie si non celles ou outre celles qui sont denōmées des nombres des deux proportions, car s'il en auoit quelqu'autre, il seroit mesuré du denōmateur de la partie, par la 40. proposition du 7. liure, & par ainsi il seroit mesuré de quelq' autre nōbre qui ne seroit pas des deux p̄portiōs: mais aucun autre nombre que ceux qui sont aux dictes deux proportions ne mesurera pas le produit, car s'il y auoit vn nōbre mesurant le produit & n'estant pas ni de la progressiō

cōmēçant à l'vnité, ni de celle qui cōmēce au nōbre p̄mier il le mesureroit par vn nōbre, lequel ne sçauroit estre de la p̄gressiō qui cōmence à l'vnité, pource q̄ le mesurāt seroit de l'autre proportion, ou bien, le mesurant ne mesurera iamais le produict (luy estant autre que de ceux des deux proportions) par vn nombre de l'vne ou de l'autre proportion, car le mesurāt seroit de l'vne ou de l'autre proportion, mais la raison du nombre par lequel le mesurant mesure le produict au dernier nombre de la p̄gressiō qui commence à l'vnité, est comme du nōbre premier au nombre qui mesure le produict, par la seconde partie de la 19. proposition du 7. liure, & le nōbre par lequel le mesurant mesure le produict ne mesure pas le dernier nōbre de la p̄gressiō commençant à l'vnité comme n'estant pas d'icelle p̄gressiō, par la 13. proposition de ce liure, aussi le nombre premier ne mesurera pas le mesurant, par la conuerse de la 22. definition du 7. liure, & par ainsi le nombre premier & le mesurant seront premiers entr'eux, par la 31. proposition du 7. liure, & seront les plus petis en leur raison, par la 23. proposition du 7. liure, & mesureront egallement ceux qui seront en leur raison, par la 21. proposition du 7. liure, & par ainsi le mesurant mesurera le dernier nombre de la p̄gressiō, commençant à l'vnité, & sera de ceux de la p̄gressiō, commençant à l'vnité, par la 13. proposition de ce liure, ce qui est impossible. Ou bien, laissant quel sera le nombre par lequel le mesurāt mesure le produict, la raison du mesurāt au dernier nōbre de la p̄portion qui cōmence à l'vnité, sera telle que du nōbre premier au nōbre par lequel le mesurāt mesure le produict par la 19. proposition du 7. liure, & pource que le mesurant, ne mesure pas le dict dernier nombre par la 13. proposition de ce liure, aussi le nombre premier ne mesurera pas le nombre par lequel le mesurāt mesure le produict, par la conuerse de la dicte 22. definition du 7. liure, & par ainsi le nōbre premier sera premier avec le nombre par lequel le mesurant mesure le produict, & seront les plus petis en leur raison, & mesureront ceux qui seront en leur raison

par les dictes 3. 1. 2. 3. 21. propositions du 7. liure, & par ainsi le nombre, par lequel le mesurât mesure le produit mesurera le dernier nombre de la progression commençant à l'vnité, & sera de ceux de la progression qui cōmence à l'vnité ne pouuant estre autre, par la 13. proposition de ce liure, & le mesurât sera de l'autre progression pource qu'un chacun nombre de l'une progression mesure le nōbre produit par un nōbre qui est en l'autre qui luy est rapporté, en ceste sorte le nombre de la progression qui cōmence à l'vnité, auquel est egal le nombre par lequel le mesurât mesure, au dernier nōbre d'icelle progressiō, aura la raison du nōbre p̄mier au nombre de l'autre progression qui commence au nōbre p̄mier estāt autāt loig du nōbre p̄mier cōme l'autre, ou celuy qui est en la progression qui cōmence à l'vnité l'est du dernier nombre de la progression commençant à l'vnité, par la 22. deffinition du 7. liure, ou par la 14. proposition du 7. liure, & par ainsi le nombre de la progression qui commence à l'vnité estant multiplié par le nombre qui est en l'autre progression, produira autant comme le dernier nombre de la progression commençant à l'vnité multiplié par le nombre p̄mier par la 19. p̄positiō du 7. liure, & par ainsi le produit desdicts deux nombres sera egal au produit du nōbre mesurant, multiplié par le nombre par lequel il mesure le produit, par la 1. cōmune sentēce, & la raison du nōbre qui est en la progressiō qui cōmence à l'vnité au nōbre par lequel le mesurât mesure, sera cōme le mesurât au nombre de l'autre proportion, & le nombre qui est en la progression commençant à l'vnité, estant egal au nōbre par lequel le mesurât mesure, le mesurât aussi sera egal au nōbre de l'autre progressiō, par la 22. deffinitiō du 7. liure, ce qui est impossible, cela aussi p̄ lequel le mesurât mesure le produit ne sera pas l'vnité, car lors le mesurât seroit le produit mesme, le produit dōques ne pouuāt pas estre mesuré d'autre nōbre, que de ceux qui sont aux dictes deux p̄portiōs, & estāt egal à tout cela qui luy est antecédēt, c'est à scauoir à toutes ses parties par la 39. proposition du 7. liure, il sera nombre parfait par la dernière deffinition du 7. liure.

Nous sçauons par la 10. proposition de ce liure, que d'v ne progresion geometrique, commençant à l'vnité, si le nōbre pres de l'vnité, n'est pas quarré, &c, tous les autres ne seront pas quarez, excepté le troisieme depuis l'vnité, & tous ceux qui en laissent vn, &c. car cela a este pris en la 8. proposition de ce liure. d'ou s'ensuyura que de la proportion double continuée commençant à l'vnité, le quatrieme nombre depuis l'vnité, & tous ceux qui en laissent vn, ne serōt point quarez, mais tout ainsi qu'adioustant l'vnité au nōbre pres de l'vnité, c'est à sçauoir à 2. il en vient 3. qui est nombre premier, aussi du quatrieme nombre depuis l'vnité, & de tous les autres qui en laissent vn, soustrayant l'vnité, il restera vn nombre premier, & combien que du troisieme nombre depuis l'vnité ayant soustrai& l'vnité, il reste vn nombre premier, il n'est pas ainsi de tous les autres nombres de la progresion double commençant à l'vnité qui apres le troisieme depuis l'vnité, en laissent vn, pour la raison que ie diray maintenant. Il est certain que tout nombre quarré contient autant de fois le nombre qui est sa racine quarrée, comme il y a d'vnitez au nombre qui est sa racine quarrée, & par ainsi il contiendra autant de fois le nombre moins l'vnité, qui est sa racine quarrée, comme il y a d'vnitez en sa racine quarrée, & le nombre qui est sa racine quarrée dauantage, & par ainsi si dudi& nombre quarré se soustrai& l'vnité, le nombre restant sera mesuré du nombre moins vn, que n'est sa racine quarrée, & le nombre restant sera composé par la 14. definition du 7. liure. Exemple 25. est le quarré de 5. & contiendra 5. fois 4. & 5. dauantage, il contiendra aussi 6. fois 4. & 1. dauantage, si donques de 25. se soustrai& 1. il restera 24. lequel sera mesure de 4. par 6. ou par 6. fois, & sera composé, & comme 4. estant le quarré de 2. contient 2. fois 1. & 2. dauantage, c'est à dire 3. fois 1. & 1. dauantage, si de 4. se soustrai& 1. il reste 3. lequel est mesuré de l'vnite par 3. & l'vnité n'estant pas nombre, ni trois nombre composé, il est certain que 3. sera mesuré tant seulement de l'vnité, & sera

premier par la 12. deffinition du 7. liure, & c'est pourquoy 4. moins 1. c'est à sçauoir 3. (& 4. est quarré en ladicte progression double geometrique) nous fait trouuer vn nombre parfait, estant multiplié par 2. par ceste proposition, lequel nombre parfait est 6. qui est parement impair, par la 9. deffinition du 7. liure, ou par la 33. proposition de ce liure, & de tous les autres nombres quarez d'icelle apres en auoir leué 1. ne restant pas vn nombre premier, les nombres restans ne nous peuuent en rien seruir pour l'inuention d'un nombre parfait. Mais si d'un chacun des nombres non quarez de la progression double excepté de deux se soustraiçt l'vnité, le nombre restât estât 1. & estant multiplié par le plus petit quarré, c'est à dire le plus petit nombre de ladicte progression qui luy est prochain, il en viédra vn nombre parfait par ceste proposition, d'ou nous pouons prendre que le nombre, des nombres parfaicts est infini, car la progression double, comme les autres, se peut continuer en infinité. Et vn chacun des nombres parfaicts ainsi produict, sera parement pair, & parement impair, ou impairement pair, par la 10. deffinition du 7. liure, ou par la 34. proposition de ce liure. Aussi tous les nombres parfaicts seront non quarez, par la 1. proposition de ce liure, car il n'y a point de nombre premier qui puisse estre quarré, par la 19. deffinition du 7. liure, tout ainsi aussi que par la 21. deffinition du mesme 7. liure, vn nombre premier ne peut estre cube, & ayant donné iusqu'icy encore ces trois liures i'embrasseray tousiours la bonne affectiõ que Dieu m'a donnée de proufiter, de tout le possible qu'il me donnera, à ma nation, aux studieux & à ceux qui apprennent.

Fin du neuifieme liure.