
EVCLIDIS
ELEMENTORVM
Libri
VI
MDCXXXVII

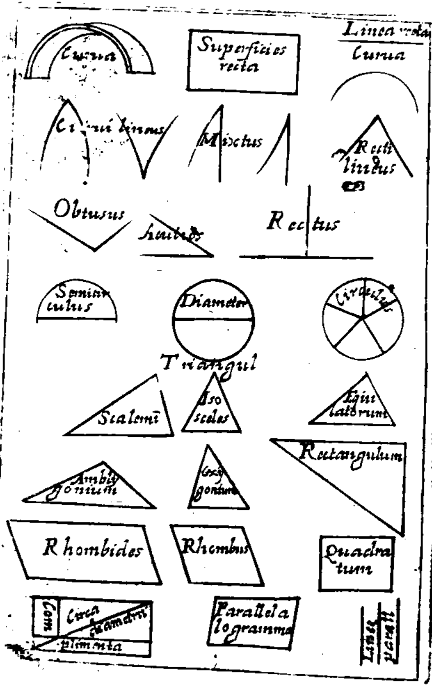
20

AD LECTOREM.

Illud in hac Euclidis editione propositum habui, amice Lector, ut quanta maxima possum breuitate, tibi Euclidis ipsius demonstrationes offeram: video enim te alios scolijs, commentarijs, adnotationibus onerasse, vel si mauis, ditasse verum obruit aliquando illa rerum multitudo illius ingenium, qui adhuc in Geometria initijs versatur. Hic solas habes Euclidis demonstrationes, & si verbulum aliquando addidi, non feci, nisi necessitate, ut putabam, impellente: hæ mihi sufficienter Geometriæ elementa exhibere videntur, non tamen quædam subinde corolaria prætermisi, quæ insigniora visa sunt. Quia autem obseruaui nonnullos dum nimis contendunt rem explicare longis verborum inuolucris veritatem magis consepelire; in illis demonstrationibus, quæ mihi clarissimæ visa sunt per se se, & quæ proprietatem ostendunt ferè oculis obuiam, in illis, in quam, non fui nimius, nec singula nimis minutè rem persecutus. vbi vero Euclidis demonstratio obscurior est, & proprietas recondita magis verbo non peperci, & ea
...tione, quæ mihi facillima visa est, rem explicare la-
...olum primos posui libros, quia hi maximè ne-
nt, & hi ferè explicantur in scholis, ac Geo-
proponuntur, quibus præcipuè deseruire
...lerunt Lector gaudebo. Vale

AD LECTOREM.

Illud in hac Euclidis editione propositum habui, amice Lector, ut quanta maxima possum breuitate, tibi Euclidis ipsius demonstrationes offeram: video enim te alios scolijs, commentarijs, adnotationibus onerasse, vel si mauis, ditasse verum obruit aliquando illa rerum multitudo illius ingenium, qui adhuc in Geometria initijs versatur. Hic solas habes Euclidis demonstrationes, & si verbulum aliquando addidi, non feci, nisi necessitate, ut putabam, impellente: hæ mihi sufficienter Geometriæ elementa exhibere videntur, non tamen quædam subinde corolaria prætermisi, quæ insigniora visa sunt. Quia autem obseruaui nonnullos dum nimis contendunt rem explicare longis verborum inuolucris veritatem magis consepelire; in illis demonstrationibus, quæ mihi clarissimæ visa sunt per se se, & quæ proprietatem ostendunt ferè oculis obuiam, in illis, in quam, non fui nimius, nec singula nimis minutè rem persecutus. vbi vero Euclidis demonstratio obscurior est, & proprietas recondita magis verbo non peperci, & ea ratione, quæ mihi facillima visa est, rem explicare laboraui. sex solum primos posui libros, quia hi maximè necessarij visi sunt, & hi ferè explicantur in scholis, ac Geometriæ studiosis proponuntur, quibus præcipuè deseruire volui; si tibi proderunt Lector gaudebo. Vale


Linea recta
Curua
Superficies
recta
Curua
Mixtus
Recti
lineus
Obtusus
Rectus
Semicir
culus
Diameter
Triangul
Scalenu
Iso
sceles
Equi
latorum
Rectangulum
Ambli
gonium
Oxi
gonium
Rhombides
Rhombus
Quadra
tum
Com
Circa
diametru
plimenta
Parallela
logramma

EVCLIDIS ELEMENTORVM
LIBER PRIMVS.
DEFINITIONES.

1. PVnctum est cuius nulla pars est.
2. Linea vero lõgitudo lattitudinis expers.
3. Lineæ autem termini sunt puncta.
4. Recta linea est, quæ ex æquo sua interiacet pũcta. *qua videlicet est talis, ut procedendo ab uno pũcto extremo. ad alterum punctum non, discedamus neq; ad hãc, neq; ad illã partem, sed ex æquo procedamus. neq; est plus linea ex una parte, quam ex altera.*
5. Superficies est. quæ longitudinem, latitudinemque tantum habet.
6. Superficiei autem extreme sunt lineæ.
7. Plana superficies est, quæ ex æquo suas interiecet lineas. *quod intelligitur eadem ratione, qua linea recta definitio.*
8. Planus vero angulus est duarum linearum in plano se mutuo tangentium. & non in directũ iacentium alterius ad alteram inclinatio. *aduerte autem non hoc ita esse intelligendum, quasi vero angulus sint ille duæ lineæ: est enim superficies lineis inclusa, seu area illa.*
9. Cum autem quæ angulum continent, lineę rectæ fuerint rectilineus ille angulus appellatur.

10. Cum vero rectè linea super rectam cōsistens lineā eos, qui sunt deinceps angulos æquales inter se fecerit, rectus est vterq; æqualiū angulorū, & quæ insisti recta, linea dicitur per pēdicularis illi lineæ cui insistit, *vt est linea A B, qua ita cadit super lineam C D, vt faciat duos angulos ex vtraque parte, aque accuminatos, hoc est enim esse aquales.*

11. Obtusus angulus est, qui recto maior est. *hoc est minus accuminatus.*

12. Acutus vero, qui minor est recto *magis acuminatus.*

13. Terminus est, quod alicuius extremum est.

14. Figura est, quæ sub aliquo vel aliquibus terminis cōprehēditur: *intellige linearibus nō punctualib.*

15. Circulus est figura plana sub vna linea cōprehensa, quæ periphereia appellatur; ad quam ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt posita, cadentes omnes rectę lineæ inter se sunt æquales. *ex quo aduerte circulum esse aream linea illa inclusam non lineam includentem, vt etiam figura est, qua includitur terminis.*

16. Hoc vero punctū centrum circuli appellatur.

17. Diameter autem circuli est recta quædam linea per centrum ducta, & ex vtraque parte in circuli periphercam terminata, quæ circulum bifaream secat. *Hoc est in duas partes aquales, hoc enim est bifariam secare.*

18. Semicirculus verò est figura, quæ continetur sub diametro, & sub ea linea, quæ de circuli perife-

riferia aufertur *à diametro.*
29. Rectilineæ figuræ sunt, quæ sub rectis lineis continentur. *hoc est terminantur rectis lineis.*
20. Trilateræ quidem, quæ sub tribus.
21. Quadrilateræ, quæ sub quatuor.
22 Multilateræ autem, quæ sub pluribus, quam quatuor rectis lineis comprehenduntur.
23. Trilaterarum autem figurarum, æquilaterum est triangulum. quod tria latera habet æqualia.
24. Isoceles autem, quod duo tantum æqualia habet latera.
25. Scalenum vero est, quod tria inæqualia habet latera, *& sic diuiduntur triangula ratione laterum: ratione vera angulorum iterum:*
26. Trilaterarum figurarum. rectangulum quidē triangulū est. quod vnū habet angulum rectum.
27. Amblygonium, quod obtusum angulum habet: *seu vnum maiorem recto.*
28. Oxygonium quod tres habet acutos angulos.
29. quadrilaterarū autem figurarum, quadratum quidē est, quod & æquilaterū, & rectangulū est. *habēs angulos rectos. & latera equalia, vt est in figura.*
30. Altera verò parte longior figura est, quæ rectāgula quidē at æquilatera non est, *vt in figura.*
31. Rhombus autem, quæ æquilatera, sed rectangula non est.
32 Rhomboides verò, quæ aduersa, & latera, & angulos habens inter se æquales, neque æquilatera est, neque rectangula.

33. Præter has autem reliquę quadrilaterę figuræ trapetia appellentur.

34. Parallelę rectæ lineæ sunt, quæ cum in eodem sint plano, & ex vtraque in infinitum producātur parte in neutram, sibi mutuo incidunt, *quod intellige de lineis rectis*.

35. Parallelogrammum est figura quadrilatera, cuius bina opposita latera sunt parallela, seu æquidistantia.

36. Cum verò in Parallelogrammo diameter ducta fuerit duæq; lineæ lateribus parallelę secantes diametrum in vno eodemq; puncto, ita vt, parallelogrammum ab is parallelis in quatuor distribuatur parallelogramma appellantur duo illa per quæ diameter non transit complementa duo vero reliqua per quæ diameter incidit circa diametrum consistere dicuntur.

Petitione siue postulata.

1. POstuletur, vt à quouis puncto in quis pūctum rectam lineam ducere concedatur.
2. Et rectam lineam terminatam in continuum, seu in directum vlterius producere.
3. Item quo vis centro, & interuallo circulum describere.
4. Item quacumque magnitudine data finita sumi posse aliam magnitudinem, vel maiorem, vel minorem.

Com-

Communes notiones, siue Axiomata.

1. QVæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, & quod vno æqualium maius est, aut minus, maius quoq; est, aut minus altero æqualium; & si vnum æqualium maius est, aut minus magnitudine quapiā; alterum quoque æqualiū eadē magnitudine maius, est aut minus *respectiuè*.
2. Si æqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt æqualia.
3. Si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.
4. Si inequalibus æqualia adiecta sint, tota sunt inæqualia; & si inæqualibus inæqualia adiecta sint maiori maius, & minori minus, remanent inæqualia.
5. Si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia; etsi ab inæqualibus inæqualia ablata sint à maiori minus, à minori maius, reliqua sunt inæqualia.
6. Quæ eiusdē duplicia sunt, inter se sunt æqualia, & quod vni æqualium duplum est, duplum est & alterius.
7. Quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt equalia; & contra
8. Quæ sibi mutuo congruūt inter se sunt æqualia.
9. Totum est maius sua parte.
10. Duæ lineæ rectæ non habent commune segmentum: *vt secundum vnam partem quantam*

se

se tangant, secundum aliam non se tangant.

11. Duæ rectæ in vno puncto concurrentes, si producantur ambæ necessario in illo puncto se mutuo seccabunt.

12. Omnes anguli recti sunt inter se æquales.

13. Si in duas rectas lineas altera recta incidens internos, & ad easdem partes angulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productę sibi mutuo incident ad eas partes, vbi sunt anguli duobus rectis minores. *si. n. sint æquales duobus rectis probabitur infra, quod non coīcidēt, si sint maiores duob. rectis cōstabit ex dicēdis, quod ab inuicē discedēt, ergo si sint minores coincidēt.*

14. Duæ rectę lineæ spatium non comprehendunt; *manendo in sua retitudine, nec claudunt aream, aut figuram formant.*

15. Si æqualibus inæqualia adijciantur, erit totorum excessus adiunctorum excessui æqualis.

16. Si inæqualib. æqualia adiūgātur, erit totorū excessus excessui eorū, quę à principio erāt ęqualis.

17. Si ab æqualibus inæqualia demantur, erit residuorum excęssus excessui ablatorum æqualis.

18. Si ab inæqualibus æqualia demantur, erit residuorum excessus excessui totorum æqualis.

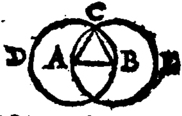
19. Omne totum æquale est omnibus suis partib. simul sumptis.

20. Si totum totius est duplum, & ablatum ablati, & reliquum reliqui erit duplum.

PRO-

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

Super data recta linea terminata triangulum æqui laterum conſtituere.



Sit data recta linea terminata A B, ſuper quã conſtruere iubemur triangulum æquilaterum. facto centro in A, ad interuallum A B; deſcribatur circulus C B D; & facto centro in B, ad interuallum pariter B A, deſcribatur alter circulus C A E, ſecans priorem in C, Tum ex puncto interſectionis C. ducatur vna linea ad A. altera ad B, dico factum eſſe triangulum æquilaterum ſuper datam rectam lineam finitam A B. quoniam enim A B, & A C, ſunt duę rectæ lineæ a centro A, ad circumferentiam erunt *b* inter ſe ęquales. rurſus quia rectæ B C, B A ducuntur ex centro B. ad circumferentiam eandem erunt æquales inter ſe: cum igitur tam B C, quam A C, ſunt æquales ipſi A.B. erunt *c* & inter ſe æquales factum igitur eſt, quod erat faciendum.

a 3. pet. b 1. pet

PROBLEMA 2. PROPOSITIO 2.

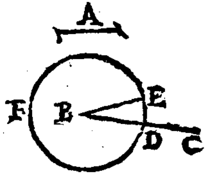
Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.

SIt data linea, BC, & sit datum punctum A. a quo puncto incipere debeat alia linea æqualis ipsi BC si non sit ducta linea ducatur à pũcto A ad B. facto centro in B. interuallo CB. describatur circulus C, &super lineam BA, constructo triãgulo æquilatere *a* producatur latus AD, vsque ad circulum si opus sit, tum facto centro in D, interuallo DG. describatur alter circulus EG, & producatur latus DA. vsq; in G. Dico AG, esse lineam imperatam, quoniam enim DC, DG æquales sunt à centro D. ad eamdem circumferentiam ablatis DA, DG æqualibus lateribus trianguli æquilateri *b* remanebit AG. CB æqualis cum quod erat faciendum.

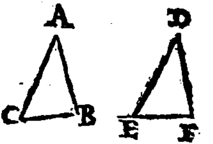
Probl. 3. Propositio 3, duabus datis rectis lineis inæqualibus, de maiore æqualem minori detrahere.

SInt datæ duæ rectæ lineæ inæquales A, minor, BC maior; vt ex maiore detrahatur linea

nea æqualis minori A. Fiat linea B E, ex puncto B æqualis *a* ipsi A, tum facto centro in B interuallo B E, describatur circulus secans lineam C B in D, dico D B esse lineam imperatam, quoniam enim linea A, & linea B E sunt æquales eidem B D erunt *b* æquales inter se linea A, & linea B D, quod erat faciendum.



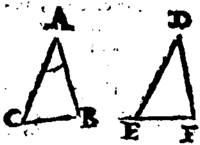
Theorema 1. Propositio 4. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrunque vtrique habeant vero, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum, & basim basi æqualem habebunt, eritque totum triangulum triangulo æquale, & anguli correspondentes æquales.



Sint duo triangula A B C, D E F, & latus B A vnius sit æquale lateri E D alterius, & C A, ipsi D F: sit autem angulus B A C, angulo E D F æqualis, dicó & basim B C basi E F æqua-

a 2 pri. b 1. ax.

qualem, & totum triangulum B A C triangulo D E F. æquale. quoniam enim recta A B rectæ D E ponitur æqualis, fit vt si altera superponi intelligatur alteri, collocato puncto A in D, ipse *a* sibi mutuo congruant punctumq; B. Cadet in puncto E, & si recta A C cadet super rectam D F, cum habeat extremum A in D; C cadet



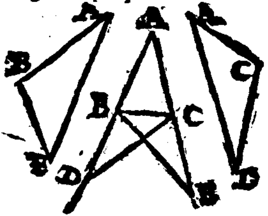
in F & quia angulus B A C, supponitur angulo E D F, æqualis congruet cum altero angulo, & ita superpositis duobus his triangulis A cadet in D; B in E; C in F, ergo, & basis B C congruet cum basi E F: si enim caderet supra, aut infra, duæ, rectæ lineæ superficiem clauderen *b*, quod est absurdum; & basi igitur, & omnes *c* anguli correspondentes, qui æqualibus continentur lateribus sunt inter se æquales, & congruunt, quod erat demonstrandũ.

Theor. 2. Propos. 5. Isoscelium triangulorum, qui ad basum sunt anguli inter se sunt æquales, & productis æqualibus lateribus; qui sub basi fiunt anguli inter se æquales erunt.

Sit triangulum Isosceles A B C in quo latera A B, A C sint æqualia inter se. dico angulos A B C. ; A C B inter se æquales esse item si latera A B, A C producantur angu-

b 14. pr. x. c 8. pr. u.

angulos quoque infra basim D B C; E C B inter



se æquales esse ex linea enim A B producta sumatur A D cui abscindarur ex altera producta infinite, ideſt, vt non possit deesse, linea A F æqualis a ipsi A D, & ducantur rectæ B E, C D. Considerentur iam duo triangula A B E, A C D, quæ habent conditiones quartæ; latus enim A B eſt æquale lateri A C, quia sunt latera triãguli Isosceles, & latus A E eſt æquale lateri A D ex conſtructione, & angulus B A E eſt æqualis angulo C A D eſt enim angulus communis vtriq; triangulo, ergo *b* & basis C D eſt æqualis basi B E, & angulus A E B eſt ęqualis angulo A D C, & angulus A B E eſt æqualis angulo A C D. considerẽtur iã duo triãgula BCD, & CBE, quæ pariter habent cõditiones quartæ; latus enim D C mõſtratum eſt ęquale lateri B E. & cum A D, A E sint æqualia ex cõſtructione, si auferantur B A, C A auferũtur partes æquales remanebũt igitur B D, C E latera æqualia. & angulus BDC monſtratus eſt æqualis angulo CEB: ergo *c* angulus DBC infra basim in

triantriãgulo Isoſcele eſt ęqualis ãgulo BC E pariter infra baſim, & angulus B C D eſt æqualis angulo C BE. Et quoniã totus angulus ACD monſtratus eſt æqualis angulo ABE ſi auferantur partes æquales, nimirũ C BE ab angulo AB E, & ãgulus B C D ab angulo A C D, remanebunt anguli ad baſim ABC, ACB æquales, quod erat demonſtrandum.

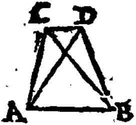
Theor. 3. Propoſ.6. Si trianguli duo anguli æquales inter ſe fuerint, & ſub æqualibus anguli ſubtenſa latera æqualia inter ſe erunt.

IN triangulo A B C ſint duo anguli A B C. A C B ſuper latus B C æquales. dico & duo latera illis oppoſita A B, A C eſſe æqualia. Si enim non dicuntur æqualia, ſit A B maius quam A C. ex quo abſcindatur *a* D B æqualis rectæ A C, ducaturq; recta C D, & conſiderentur duo triangula A C B, D B C; quæ, ex illa ſuppoſitione eſſent æqualia, haberent. n. proprietates quartæ; nam D B dicitur æqualis ipſi A C; B C eſt communis; angulus D B C ſupponitur æqualis angulo A C B: ergo *b* triangulum D B C erit æquale triangulo A B C pars toto, quod eſt impoſſibile; ergo illa latera erant æqualia, quod erat demonſtrandum.

Theor.

a 3. primi. b 4. prim.

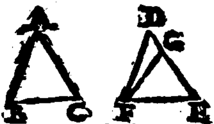
Theor. 4. Propos. 7. Super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ æquales vtraque vtriq; non constituentur ad aliud, atque aliud punctum ad easdem partes.



SVper recta A B sint ductæ duæ rectæ lineæ A C, C B, quæ concurrant in puncto C; dico super eamdem rectam A B non posse duci alias duas lineas equales prioribus vtraque vtrique, quæ concurrant ad aliud punctum quam ad punctum C, si ducantur ad easdem partes; si enim possunt duci, ducantur; & cadant in puncto D. lineæ igitur A C supponitur æqualis lineæ A D, & B C ipsi B D: ergo triangulum A D C est Isosceles, ergo a anguli A C D: A D C sunt æquales similiter triangulum B D C est Isosceles, ergo anguli B D C, B C D ad basim sunt æquales, sed angulus A D C est minor angulo B D C pars toto; ergo etiam est minor angulo B C D, qui ponitur æqualis angulo C D B sed Angulus A D C ponitur æqualis angulo A C D, & iam ostenditur minor angulo D B C, qui est illius pars: ergo est æqualis toto, & minor parte, ergo pars est maior, quam totum non igitur concurrent ad punctum D, quod erat demonstrandum.

a 5. primi.

Theor. 5. Propos. 8. Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus vtrumque vtriq; æqualia, habuerint vero, & basim basi æqualem; angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.



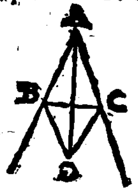
Sint duo latera A B, AC trianguli ABC duob. laterib. DF, D E trianguli DE F æqualia, vtrũque, vtriq; vnum vni, alterum alteri, sit autem Basis B C Basi E F æqualis, dico angulum A æqualẽ esse angulo D, intelligatur enim basis BC superponi Basi F E, cum sint æquales *a* cõgruent, punctum B, puncto E, & C. puncto F cogitetur triangulum A B C cadere super triangulum D E F, non cadet punctum A, nisi super punctum D, alioquin duæ rectæ lineæ ductæ ad easdem partes æquales priorib. concurrent ad aliud punctum, quod *b* est impossibile, cum igitur anguli cõgruãt, æquales inter se erũt, quod erat demonstrãdum.

Problema 4. Propos. 9. Datum angulum rectilinium Bifariam secare.

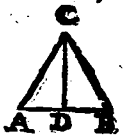
Sit datus angulus B A C diuidendus in duas partes æquales. sumantur *a* A B, A C æqua-

a 8.axiom. b 7.primi.

æquales lineæ, & ducatur recta B. C super quam constituatur *b* triangulum æquilaterum D B C. & ab angulo D ad A ducatur D A dico hanc lineam secare angulum B A C in duas partes æquales. quoniam enim triangulum B D A. habet duo latera duobus lateribus æqualia triangulo D C A. vtrunq; vtrique, & basim basi æqualem latus enim B D est æquale lateri D C trianguli æquilateri B A est æquale C A. linea D A est basis communis; ego *c* angulus D A B est æqualis angulo D A C, quod erat faciendum.



Problema 5. Propos. 10. Datam rectam lineam finitam bifariam secare.

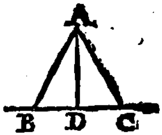


Sit data recta linea AB bifariã diuidenda. Constitue super eam *a* triangulum æquilaterum A C B, deinde diuide angulum ACB bifariam *b* per D C dico lineam A B esse diuisam bifariã in D. triangula enim A D C; DBC habent conditiones quartæ, latus enim A C est æquale lateri B. C; D C est commune; angulus A C D factus est æqualis angulo D C B ergo *c* linea A D est æqualis lineæ D.B, quid erat faciendum.

B 2 Pro-

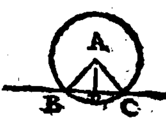
b 1 primi. c 8 primi. a 1 primi. b 9 primi. c 4 primi

Problema 6. Propos. 11. Data recta linea à puncto in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare.



SIt data recta B C, in ea punctum D, à quo excitanda sit D A per pendicularis ipsi B C, sumantur duæ æquales vtrinque C D, D B. & super totam BC constitue triangulum æquilaterum B A C, tum ab angulo A ad D duc A D hanc dico esse perpendicularem duo enim triangula D A C, D A B habent conditiones octauæ B A est æquale lateri A C, B D est æquale ipsi D C, D A est commune ergo *a* anguli sunt æquales ; ergo angulus B D A est æqualis angulo C D A. ergo linea D A est *b* perpendicularis, quod erat faciendũ.

Problema 7. Propos. 12. Super datam rectam lineam finitam, à dato puncto, quod in ea non est, perpendicularem rectam deducere.



SIt data recta B C, & datum punctum A, ex quo super B C demittenda sit perpendicularis. facto centro in A, describatur circulus

lus

a 8. primi. b 10. defin.

iustantæ magnitudinis, vt abscindatur pars aliqua datæ lineæ B C. puta B C. diuidatur autem linea bifariam in F, & à puncto A ducatur linea ad F. hãc dico esse perpẽdicularem quoniam enim duo triãgula B A F, F A C habent conditiones octauæ latus enim A C, est æquale lateri B A à centro ad circumferentiam ambo. B F est æquale F C ex constructione F A est commune. ergo angulus C F A est æqualis angulo. B F A; ergo est perpendicularis, *a* quod erat faciendum.

Theorema 6. Propos. 13. Cùm recta linea super rectam consistens lineam angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales faciet.

Sit recta linea A E, quæ consistat super CD. dico vel efficere duos angulos rectos, si sit perpendicularis, vel æquales duobus rectis, si non sit perpendicularis. educatur *a* enim B E ex E perpendicularis ad CD. quoniam angulus rectus B E D æqualis *b* est duobus angulis BEA. AE D, erunt apposito communi angulo *c* recto B E C. duo recti B E D. B E C tribus angulis DEA, AEB, BEC æquales; & quia angulus AEC est æqualis duobus angulis AEB, BEC; erunt apposito communi angulo A E D, duo anguli

B 3 CEA,

a 10. defi. a 11. pr. b 19 pr. c 2. pr.

CEA, AED æquales tribus CEB, BEA, AED: sed illi tres erant æquales duobus rectis, ergo etiã isti duo sunt æquales duobus rectis. quod erat demonstrandum.

Theorema 7. Propos. 14. Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ eos qui sunt deinceps angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ lineæ.

Sint ductæ duæ rectæ lineæ ad punctum B in diuersas partes CB, BD facientes cum AB, angulos æquales duobus rectis DBA, ABC dico lineam DBC esse vnam continuatam in directum productam. Si non est producatur C.B in directum, & sit CBE quoniam igitur super rectam CBE, ex aduersario cadit recta AB faciet duos angulos CBA, ABE æquales a duobus rectis, sed et anguli DBA, ABC supponuntur æquales duobus recti. ergo æquales b inter se & tamen hoc est totum, illud est pars ergo pars est æqualis toti, quod est impossibile, ergo illa linea DBC est vna linea recta, quod erat demonstrandum.

Theo-

a 13 primi. b 1. ax. drom.

Theorema 8. Propos. 15. si duæ rectæ lineæ se mutuò secent angulos, qui ad verticem sunt æquales inter se efficient.

SI sint duæ rectæ A B, C D, quæ se mutuo secent in E. dico angulos ad verticem E æquales esse, nimirum angulum A E D angulo C E B, & angulū D E B, angulo A E C, cum enim super rectam A B cadit linea D E: anguli A E D, D E B, erunt *a* æquales duobus rectis similiter cum super rectam D C cadat B E erunt anguli D E B, B E C æquales duobus rectis erunt igitur *b* duo anguli A E D, D E B æquales duobus C E B, B E D. ablato igitur communi D E B, & consequenter ab vtraque parte æquali, remanebit angulus A E D, æqualis angulo C E, B eodem modo demonstrabitur angulus D E B angulo A E C æqualis. quod erat faciendum.

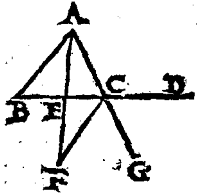
Theor. 9. Propos. 16. Cuiuscumque trianguli vno latere producto externus angulus vtrolibet interno, & opposito maior est.

SIt triangulum A B C, producto latere B C ad D. dico angulum externum D C A maiorem esse quolibet interno A B C, vel C A B. diuidatur enim B C bifariam in E.

B 4 &

a 13. primi. b 11. primi.

& ducatur ab angulo A ad E linea A E, quæ producatur extra triangulũ in directum tantum, vt E F sit æqualis ipsi A E, & ducatur recta F C, & A C producatur vtcunque in G. quoniam igitur triangula B E A, C E F habent conditiones quartæ. latus enim A E est æquale ductum lateri E F, & ex diuisione latus E C factum est æquale lateri E B. & angulus B E A est æqualis angulo *a* ad verticem C E F: ergo angulus F C E est æqualis *b* angulo E B A. sed angulus G C E est maior angulo F C E, totum, parti; ergo est ẽt maior angul. E B A, & A C D q. est ad verticẽ E C D, & cõsequẽter est illi æqualis. *c* eodem modo ostendit idem angulus A C D maior angulo B A C, diuidendo latus A C, & ducendo lineam, vt factum est ab angulo B. quod erat demonstrandum.



Theorema 10. *Propos.* 17. *Cuiuscumque trianguli duo anguli simul sumpti sunt minores duobus rectis.*

IN triangulo A B C dico quoscunque duos angulos simul sumptos minores esse duobus rectis, producantur enim duo quæuis latera C B, B A: quoniam *a* angulus A C D maior est interno, & opposito

a 5 primi. b 4 primi. c 15 primi. a 16 primi.

to B A C; cum duo anguli A C D, A C B ſint æquales *b* duobus rectis, ſi loco angulj A C D ponatur angulus C A B minor illo; erunt duo anguli A B C, C A B minores duobus rectis, quod erat demonſtrandum.

Theorema 11. *Propoſ.* 18. *Omnis trianguli maius latus maiorem angulum ſubtendit.*

SIt in triangulo A B C latus B A C, maius latere A B. dico angulum A B C. ſubtenſum à maiore latere maiorem eſſe: nam ex A C auferatur AD. ęqualis *a* ipſi A B. & ducatur recta B D. quoniam igitur duo latera A B, A D per conſtructionem ſunt æqualia erunt anguli *b* ad baſim A B D, A D B æquales, ſed angulus A D B eſt maior angulo D C B. externus *c* interno, & oppoſito in paruo triangulo; ergo etiā A B D eſt maior angulo D C B. ergo multo magis totus angulus A B C erit maior angulo A C B. quod erat demonſtrandum, ex quo conſtat in triangulo ſcaleno angulos eſſe in æquales.

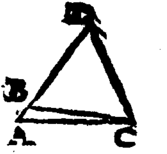
Theo-

b 13 primi. a 3. primi [illegible] primi.

Theorema 12. Propos. 19. Omnis trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur.

IN triangulo A B C angulus B. maior sit angulo C dico latus A C subtendens angulum maiorem maius esse: si enim nón est maius, vel est æquale, vel minus: si est æquale; ergo *a* anguli B C ad basim erunt æquales, sed supponitur B. maior. Si latus A C sit minus latere A B. ergo *b* angulus B minor erit angulo C. contra suppositum. si igitur non est nec equale, nec minus erit maius; quod erat demonstrandum.

Theorema 13. Propos. 20. Omnis trianguli qualibet duo latera simul sumpta reliquo sunt maiora.



IN triangulo A B C dico qualibet duo latera B A, B C simul maiora esse reliquo A B. producatur enim. A B vsque ad D, vt recta B D sit æqualis ipsi C B; ducaturque recta C. D. in triangulo igitur Isoscele D C B erunt anguli *a* ad basim, C D B, B C D. æquales;

a 5. primi. b 18 primi. a 5 pri.n.

les; angulus autem A C D. maior est angulo B C D totum, parti; ergo & latus D A. maius b erit latere D C; sed latus D A est æquale duobus lateribus B A, B C; cum B D sit æqualis ipsi B C. ergo duo latera B A, B C simul maiora sunt reliquo A C, quod erat demonstrandum.

Theorema 14. Propos. 21. Si super trianguli uno latere ab extremitatibus duæ rectæ lineæ ductæ fuerint, quæ interius iungantur; Hæ lineæ reliquis trianguli duobus lateribus minores erunt, maiorem verò angulum continebunt.

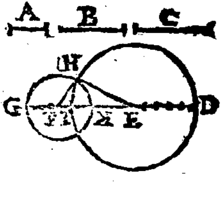
SInt in triangulo A B C in extremitatibus B, & C cõstitutæ duæ rectæ lineæ, quę iungantur intra triangulum ad punctum D. dico B D, D C simul minores esse quam B A, A C simul; angulum verò B D C maiorem esse angulo B A C. producatur enim B D vsque in E. quoniam igitur in triangulo B A E duo latera B A, A E simul a maiora sunt latere B E, erunt addito communi E C tres lineæ B A, A E, E C maiores duobus B E, E C. similiter in triangulo C D E maiora sunt duo latera C E, E D simul b reliquo solo C D; ergo adito communi B D erunt tres lineæ C E, E D, D B maiores duobus, C D, D B; ergo multo magis C D, D B

mi-

b 10 primi. a 20 primi. b 20. primi.

minores erunt quam CA,AB;quod autem angulus sit maior patet;nam angulus DEC maior est angulo A, qui in triangulo BA E est internus c & oppositus,sed angul9BDÇ est externus angulo CEDinterno,& opposito, ergo est maior illo, ergo multo maior angulo A, cuius adhuc iste est maior,quod erat demonstrandum.

Problema 8. Propos.22.Tribus datis rectis lineis,quarum dua simul tertia sint maiores,triangulum constituere.

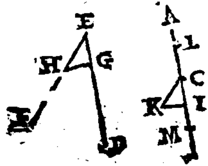


Debent esse quælibet duæ lineæ simul reliqua maiores propter demonstrata positione 20. sint igitur datæ tres rectæ lineæ A, B,C. ducatur D G, linea in infinitum, hoc est, vt non possit ex illa deesse,& sumatur GF æqualis ipsi A, F E æqualis ipsi C,& E D æqualis ipsi B. tum facto centro in F ad interuallum GF describatur circulus, & facto centro in E interuallo E D describatur alter circulus,qui priorem secabit alioquin sola linea FE esset vel æqualis, vel maior quam duæ simul G F, E D contra suppositum. ex puncto igitur H in quo se secant circuli ducantur duæ rectæ H F, H E dico

c 16. pri.

dico triangulum esse constitutum tribus lineis, quæ datis sunt æquales. nam H F est æqualis F G à centro ad circumferentiam, cui etiam est æqualis A. H E est æqualis E D, cui etiam est æqualis B, F E est æqualis ipsi C. quod erat faciendum.

Problema 9. Propos. 23. Ad datam rectam lineam, datumq; in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

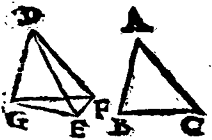


SIt data recta linea A B, & in ea datum punctum C, in quo constituendus sit angulus F E D æqualis. Sumantur duæ rectę E H, E G vtrinq; & ducatur recta H G; tum sumantur in recta A B ex puncto C tres lineæ æquales tribus H G ipsi C I, E G ipsi I M, E H ipsi C L æqualis, & ex his tribus fiat triangulum *a* I K C, & quoniam duo triangula C K I, G E H, habent conditiones octauæ, tria latera tribus lateribus æqualia erit *b* angulus G E H æqualis angulo I C K in dato puncto; quod erat faciendum.

Theo-

a 22. primi b 8. primi.

Theorema 15. Propos. 24. Si duo triangula dua latera duobus lateribus aqualia habuerint, vtrumque vtrique, habuerint vero angulum angulo maiorem contentum aqualibus rectis lineis, & basim basi maiorem habebunt.

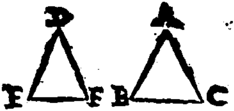


SInt duo latera A B. AC æqualia duobus lateribus D E, D G singula, singulis angulus vero A maior fit angulo E D G. dico & basim B C maiorem esse Basi G E constituatur enim angulus G D F æqualis a angulo A. per lineam D F. quæ fiat æqualis ipsi D E, & ducatur recta G F. quoniam igitur duo triangula B A C, F D G habent conditiones quartæ, erit basis b B C basi F G æqualis siue igitur dicatur linea F G cadere supra lineam G E siue non, semper E G apparebit minor quam F G; si enim congruet patenter excedet; si non congruit vel non congruere dicatur, ducatur linea F E quoniam enim duo latera D E, D F equalia dicuntur, erunt anguli c ad basim, E F, D F E. æquales ergo angulus G F E, qui est minor angulo D F E. ergo erit etiam minor angulo D E F ergo multo minor angulo totali F E G, ergo linea E G, quæ subtenditur angulo minori. erit minor d linea G F.

a 23. primi b 4. primi c 5 pr.m. d 19. primi.

GF, quæ ſubtenditur maiori erit minor. ergo etiam minor erit quam B C. quæ monſtata eſt æqualis. ipſi G F, quod erat demonſtrandum.

Theorema 16. Propoſ. 25. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint vtrunque vtrique, baſim vero baſi maiorem, & angulum angulo maiorem habebunt.

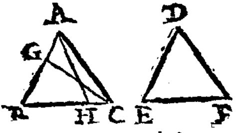


SInt duo latera A B, A C æqualia lateribus D E, D F ſingula, ſingulis, baſis vero ſit baſi maior, & angulus A erit maior angulo D. ſi enim dicatur equalis, erit per quartam baſis baſi æqualis; ſi dicatur minor, erit baſis B C per 24. baſi F E minor ſupponitur autem maior. ergo eſt maior quod erat demonſtrandum.

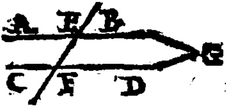
Theorema 17. Propoſ. 26. Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint vtrunque vtrique, vnumque latus vni lateri æquale; quocunque latus ſit, habebunt & reliqua latera, & angulum angulo æqualem.

SInt duo anguli E F duobus angulis B A æquales, & ſit latus B C lateri E F, æquale. dico reliqua latera reliquis lateribus æqua-

æqualia, & angulum angulo. Si enim B A non eſt æqualis ipſi E D, ſed dicitur maior ſumatur ex maiore B G æqualis ipſi E D, & ducatur G C. quoniam autem duo triangula G B C, D E F. habent conditiones 4. latus B C lateri E F, B G, E D æqualia & angulus B angulo E ex ſuppoſitione, erit angulus G C B angulo F æqualis; ſed etiam angulus A C B ſupponitur eidem æqualis ergo illi duo G C B, A C B erunt æquales inter ſe, & pars eſſet æqualis toti, ergo etiam latera, & angulus eſt æqualis. quod erat demonſtrandum.



Theorema 18. Propoſitio 27. Si in duas rectas lineas recta incidens alternatim angulos æquales inter ſe fecerit, Parrallele erunt inter ſe rectæ lineæ.

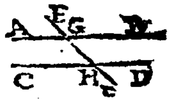


Sint duo anguli A E F, E F D, quos facit recta E F. incidens in lineas A B, C D inter ſe æquales, dico AB, CD parallelas: ſi enim non ſunt parallele productæ concurrent ad vnam ex partibus, & facient triangulum.

verbi

verbi gratia, E F G in quo angulus externus A E F æqualis esset vni ex internis, & oppositis G F E. quod est *a* impossibile, ergo non concurrent, neque facient triangulũ, ergo sunt parallelæ *b* quod erat ostendendun.

Theorema 19. Propos. 28. Si in duas rectas lineas recta incidens externum angulum interno, & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, aut internos ad easdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ rectæ lineæ.

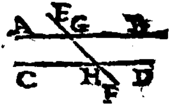


Sit angulus EGA æqualis interno, & opposito ad easdem partes GHC. dico esse parallelas, nam anguli EGA, B G H ad verticem *a* sunt æquales ergo si ille est æqualis, etiam iste erit æqualis ipsi GHC, ergo per hoc erunt parallele. *b* Deinde sint anguli AGH, G H C æquales duobus rectis, etiam anguli A G H, B G H sunt æquales *c* duobus rectis, ac proinde æquales *d* inter se, ablato igitur communi A G H relinquetur B G H æqualis ipsi GHC alternatim posito; & ita per hoc erunt parallele. quod erat demonstrandum.

a 16 pri. b 4 diff. a 1. pri. b 27 pri. c 13 pri. d 12 pri.

Theorema 20. Propos. 29. In parallelas recta incidens linea, & alternatim angulos inter se aequales efficiet, & externum interno ad easdem partes, & internos ad easdem partes duobus rectis aequales.

IN parallelis ABCD recta incidat E F. dico angulos alternos A G H; G H D inter se aequales, si enim non sunt aequales, sit maior A GH; addito cõmuni B G H, erunt A G H. H G B maiores, quam B G H, GHD; sed illi sunt a duobus rectis aequales, ergo isti sunt minores duobus



rectis; coibunt ergo lineae, quod est contra suppositum. Est etiam angulus externus E G B aequalis interno, & opposito ad easdem partes G H D: si enim illi A G H est aequalis, cum huic E G B sit ad verticem erit etiam ipse illi aequalis, b sic monstrabuntur anguli interni ad easdem partes duobus rectis aequales, cum duo A G H, B G H sint aequales duobus rectis, quod erat faciendum.

Theorema 21. Propos. 30. Lineae, quae sunt eidem parallelae, inter se sunt parallelae.

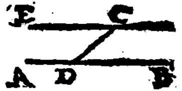
LIneae A B, C D, sint parallelae idem EF. dico inter se esse parallelas, ducatur enim G H, quae secet omnes: angulus I G A erit

a. 9. pri. b. 5. pri.

erit æqualis angulo FIC, cum sint parallelæ, & huic

erit æqualis angulus CHI, cum etiam istæ sint parallelæ ergo Angulus CHI erit æqualis angulo AGI: ergo erunt parallelæ CD AB, quod erat demonstrandum.

Problema 10. *Propos.* 31. *Dato puncto data recta linea ducere lineam alteri parallelam*



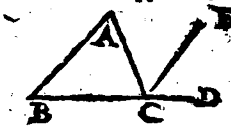
Ex puncto C, ducenda sit linea parallela AB, ducatur ex C, vtcumque ad lineam AB linea CD, & ducatur linea per punctum C, quæ cum linea CD, ducta *a* faciat angulum ECD. æqualem angulo CDB. dico hanc esse parallelam, cum anguli *b* alterni sint ex constructione æquales, quod erat faciendum.

Theorema 22. *Propos.* 32. *Cuiuscumque trianguli vno latere producto externus angulus duobus internis, & oppositis equalis, est, & tres anguli simul sumpti interni æquales sunt duobus rectis.*

In triangulo ABC producatur latus BC in D, dico angulum ACD æqualem esse duobus in-

a 23 prim. b 29 prim.

ternis, & oppositis, A &, B ducatur enim. ex C linea C E, quæ sit parallela a ipsi A B; quoniam igitur linea A C incidit in parallellas A B, E C erũt anguli alterni A, & B C E æquales, b & quia



recta B D pariter incidit in easdẽ parallelas A B, C E faciet angulum externum D C E æqualem interno ad easdem partes B. ergo totus angulus A C D est æqualis duobus internis A, & B; cum autem duo anguli A C B, & A C D sint æquales c duobus rectis; erunt etiam angulus A C B, cum angulis A, & B, æquales duobus rectis; cum isti æquiualeant externo, quod erat demonstrandum.

Theorema 23. Propos. 33. Rectæ lineæ, quæ æquales, & parallelas lineas ad easdem partes coniungunt, & ipsæ æquales, & parallela sunt.

Sint duæ rectæ lineæ A C, B D æquales, & parallelæ, quæ coniungantur duabus lineis A B, C D dico istas etiam esse æquales, & paralle las, ducatur enim linea A D, quæ, cum incidat in parallelas A C, D B faciet angulos alter.

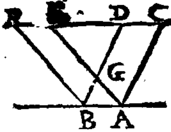
a 31. primi. b 29 primi. c 13. primi. a 29. primi.

alternos C A D, A D B æquales: duo igitur triangula C A D,ADB habent conditiones quartæ,cum latus A C sit æquale lateri B D & latus A D sit cōmune, & anguli cōprehensi æqualibus lateribus sint æquales, iam basis C D erit æqualis basi A B, & angulus B A D erit æqualis angulo A D C. cum igitur isti anguli alterni sint æquales, ergo linea A B erit parallela C D, quod erat demonstrandum.

Theorema 24. Propos. 34 Parallelogrammorum spatiorum æqualia sunt inter se, quæ ex aduerso, & latera, & anguli, atque illa bifariam secat diameter.

IN Parallelogrammo A B C D dico latera opposita esse æqualia, & angulos oppositos æquales, & diuidi bifariam ducta diametro. hæc tria simul probantur ducta, vt libet diametro B C. triangula enim ACB, DCB,que resultant habent conditiones 26. latus enim B C est commune; angulus B C A est æqualis angulo alterno C B D, cum incidat in parallelas linea B C; angulus B C D est æqualis angulo C B A, ergo triangula illa sunt inter se æqualia, & quod ad latera, & quod ad angulos: ergo latera opposita in parallelogramma sunt æqualia, & anguli oppositi A, & D, sic probentur etiam A.& C. quod erat demonstrandum.

Theorema 25. Propositio 35. Parallelogramma super eadem basi, & in iisdem parallelis constituta inter se sunt æqualia,

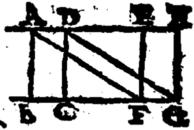


Sint intra duas parallelas A B C F constituta duo parallelogrammata A B C D, & F B E A super eamdem basim A B, dico esse inter se æqualia quantumuis protrahatur latus FE considerentur enim duo triangula A E C B F D, quæ habent conditiones quartæ ; latus enim A C est æquale lateri B D, cum sit latera opposita in parallelogramma, & linea F E, cum sit æqualis ipsi A B, erit etiam æqualis D C, quæ eidem A B est æqualis, cum sint latera opposita in parallelogrammo : addita ergo communi D E erit tota C E æqualis ipsi FD: angulus AC E est æqualis *a* angulo B D F externus interno, & ad easdem partes cum linea E C incidat in parallelas B D, A C. ergo totum triangulum *b* est æquale alteri dempto communi triangulo G D F. quod est pars vtriusque, remanebit trapezium CA GD æquale alteri. BE G F addendo vtrique triangulum B G A erit totum parallelogrammum A C D B æquale alteri AB F E. quod erat demonstrandum.

Theo-

a 29. primi. b 4 primi.

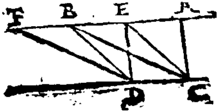
Theorema 26. Propositio 36. Parallelogrāma super æqualibus basibus: & in ijsdem parallelis constituta inter se sunt æqualia.



Sint duo parallelogramma ADBC, & EHGF super æqualibus basibus CB FG, & in eisdem parallelis constituta, dico inter se esse æqualia ducantur enim nectentes lineæ AF, DG constituent parallelogramma, cum nectant parallelas, & æquales *c* AD, FG lineæ ductæ. cum igitur hoc medium parallelogrammā A D F G sit & æquale ipsi A D C B. quia est super eamdem basim *b* AD in ijsdem parallelis & sit etiā æquale ipsi EHFG, quia est super eamdem basim F G; cum illo in ijsdē parallelis ergo illa duo *c* erunt æqualia vni tertio, & inter se, quod erat demonstrandum.

Problema 27. Propos. 37. Triangula super eadem basi constituta, & in ijsdem parallelis inter se sunt æqualia.

Sint inter parallelas A B C D super basim C D constituta duo triangula A C D, & C BD hoc est linea ducta per apices A; & B sit parallela basi. dico esse æqualia ducatur enim *a* ex D linea D E parallela ipsi A C, & DF parallela C B; erunt duo parallelogramma A C E D, & C D B F inter *b* se æqualia cum sint super eandem basim



C D: sed horum dimidia sunt dicta triangula cum secentur *c* bifariam à diametro, ergo erunt inter se æqualia, quod erat demonstrandum.

Theorem 28. Propos. 38. Triangula super æqualibus basib. cõstituta, & in iisdẽ parallelis inter se sũt æqualia.

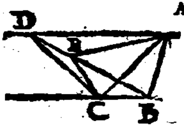
SInt duo triangula A C B, E F D super basibus æqualibus C B, E F in iisdem parallelis. dico esse inter se æqualia. ducatur enim C G parallela ipsi A B, & F H ipsi E D erunt parallelogramma E D F H, A B C G æqualia *a* cum igitur orum dimidia sint triangula *b* dicta, erũt & inter se æqualia. quod erat demonstrandũ.

Theorema 29. Propos. 39. Si duo triangula sint super eãdem basim, & constituta ad easdem partes, & sint inter se æqualia, erunt in iisdem parallelis.

SI enim sunt inter se æqualia triangula A B C, & C B D super eadem basi C B & ad easdem

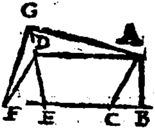
a 31. primi. b 35 primi. c 34. primi. a 36. pri. b 34 primi.

dem partes ducatur alia linea parallela ipsi B C, & sit A E, si non est A D, iungatur E C, erunt igitur



duo triangula A B C, & C E B, æqualia a sed eidem triangulo A B C est æquale triangulum B D C ex suppositione ergo duo triangula B C D, & B C E, erunt inter se æqualia totum scilicet, & pars ergo prima A D erat parallela basi, & non secunda A E, quare si duo triangula & cęt. quod erat demonstrandum.

Theorema 30. Prepos. 40, Triangula, quæ sunt constituta ad easdem partes super æqualibus basibus si sint inter se æqualia erunt in ijsdem parallelis.



SI enim duo triangulo A B C. D E F sint constituta ad easdem partes super æqualibus basibus B C E F, & sint inter se æqualia, non tamen dicatur linea A D parallela ipsi B F ducatur alia, quæ sit parallela huic, & sit A G ducatur G F, cum igitur duo triangula ABC. FGE dicantur in ijsdem parallelis super æqualibus basib. erunt a æqualia; sed eidem A B C est æquale F D E.

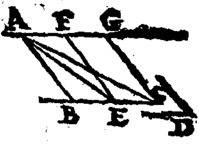
DE ergo b & duo triãgula F D E, F G E erunt inter se æqualia, pars, & totum non igitur A G, sed AD est parallela ipsi BF. quod erat demonstrandum

Theor. 31. Propositio. 41. Si parallelogramum habuerit eamdem basim cum triangulo, & fuerit in ijsdem parallelis parallelogramum erit duplum ipsius trianguli.

Constituatur inter easdem parallelas AEB. C super eamdem basim B C parallelogrammum A

DCB, & triangulum CBE dico parallelogramum triangulo esse duplum ducta enim diametro A C erunt a triangula BCE, CAB æqualia: at parallelogrammum duplum est triangulo b ABC ergo, & duplum triangulo C E B, quod erat demonstrandum.

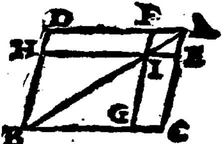
Problema 11. Propos. 42. Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.



Sit datum triangulum ABC, & angulus rectilineus D, diuidatur vnum latus trianguli B C bifariã in a in E, & fiat b ãgulus BEF æqualis angulo D ducatur item per A linea AG pa-

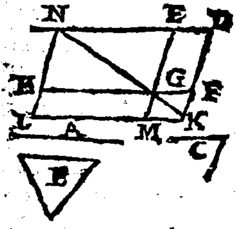
parallela *c* ipsi BC, quæ secet EF in F, & ducatur ex C, C G parallela ipsi EF, & ducatur recta E A eritque parallelogrammum CEGF, cum angulo G C E æquali dato angulo rectilineo de, quod autem sit æquale triangulo patet; nam est duplum trianguli C E A super eadem basi in iisdem parallelis: *d* sed triangulum A C E est dimidiũ trianguli B A C; cum duo triangula E A C, B AE sint æqualia *e* super æqualibus basibus constituta, erit & parallelogrammum æquale triangulo in dato angulo rectilineo, quia angulus B E F, qui est æqualis angulo D, est æqualis etiam angulo E C G interno, & opposito, & ad easdem partes, *f* quod erat faciendum.

Theor. 32. Propos. 43. In omni parallelogrammo complementa, quæ sunt circa diametrum inter se sunt æqualia.



IN parallelogrammo A B C D complementa D I, & G E, dico esse æqualia; cum enim *a* triangula A C B, & A D B sint æqualia, similiter triangula A I E, & A I F, nec non G B I, & B I H si ex A B C auferantur hæc duo A I E, & B G I, & ex A B D alia duo A I F, & B H I, auferenrentur partes æquales, remanebunt igitur æqualia complementa D I, & G E, quod erat demonstrandum.

Problema 12. Propositio 44. Ad datam rectam lineam applicare in dato angulo retilinio parallelogrammum dato triangulo æquale.



Sit data recta linea A supra quam sit construendum parallelogrammum æquale triangulo B, quod habeat angulum C, construatur. a parallelogrammum G D, æquale triãgulo B, quod habeat angulum F G E æqualem angulo C, dato s producaturque G F ad H, vt G H sit æqualis ipsi A, ducaturque H N parallela ipsi E G donec occurrat lineæ DE productæ in N. demittaturque D F donec occurrat lineę productæ p NG, in k ducatur KL parallela GH, productis N H in L, & EG in M, dico parallelogrammum M H esse imperatum, est enim super latus G H æquale ipsi A; angulus M G H est b æqualis angulo F G E, hoc est angulo C, & est æquale c cõplemẽto G D, hoc est triangulo B. quod erat faciendũ.

Pro-

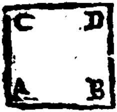
a 42 prim. b 15 prim. c 43 prim.

Problema 13. Propositio 45. Super datam rectam lineam, dato rectilinio æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo.

Sit datum rectilineum A B C cui constituendum sit parallelogrammum æquale, cuius vnũ latus sit data recta LK, & datus sit angulus E. diuidatur datum rectilineum in quotlibet triangula A B D, A D C, tum costituatur parallelogrammum L G, cuius a vnum latus L K, & angulus L k G, sit æqualis angulo E, & sit parallelogrammum equale triangulo A B D, tum super lineam G I, & angulo IGF, fiat parallelogrammum G H æquale triangulo A C D, dico totum parallelogrammum L F esse, & parallelogrammum, & requisitum, sunt .n. latera parallela omnia, & æqualia, quæ sibi respondent dactæ rectæ lineæ, et singula singulis triangulis respondentia in dato angulo, ergo totum toti rectilinio æquale est, quod erat faciendum.

a 34 primi

Problema 14. Propos. 46. data recta linea quadratum describere.



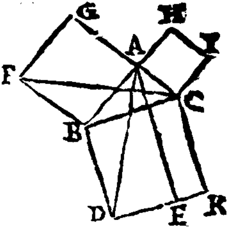
Sit data recta A B super quã oporteat quadratum describere super A B. erigantur perpendiculares A C, B D, quæ sumantur æquales ipsi AB, & connectantur recta D C. dico ABC D esse quadratum. cum enim anguli A, & B sint recti, erunt *a* AC, BD, parallelæ, & sunt æquales igitur *b*, & A B, D C parallelæ sunt, & æquales; cum igitur quatuor lineæ sint æquales, & anguli recti omnes, erit quadratum. quod erat faciendum.

Theorema 33. Propos. 47. In triangulis rectangulis quadratum, quod à latere rectum angulum subtendente describitur æquale est quadratis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur.

IN triangulo A B C, angulus B A C sit rectus si describatur, quadrata super BC, & super A B A C. dico quadratum descriptum à B C solum esse æquale alijs duobus descriptis à B A, A C. ducatur enim recta A E parallela lateribus B D, C K, quæ secet BC, & ex A ducatur A D. ducaturque F C, quoniam igitur duo anguli B A C, BAG sunt

re-

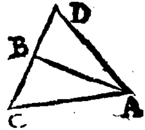
recti, erũt aG A, AC vna recta linea simi liter vna recta BA, A H cõsiderētur iam duo triangula FBC, ABD, quæ habent conditiones quartæ latus enim D B in triangulo ABD est æquale lateri B C in altero triangulo BCF, sunt enim latera eiusdem quadrati: & A B est æquale lateri B F, eadem ratione: & angulus ABD est æquale angulo F B C. cum enim anguli F B A CBD sint recti, & consequenter æquales addito vtrique communi angulo A B,C erit angulus A B D totus æqualis angulo FBC; ergo b illa duo triangula sunt æqualia; sed triangulum FBC est dimidium quadrati FGAB, c cum sit super eamdem basim FB in ijsdem parallelis FBG C. ergo etiam triangulum A B D erit dimidium eiusdem quadrati, cum sit illi æquale, sed est etiam dimidium parallelogrammi B E, cum sit super eamdem basim B D, & in ijsdem parallelis d ergo pallalegrammum BE est æquale quadrato F G AB eodem modo demonstrabitur parallelogramum EC æquale quadrato AIHC, ergo totum quadratum lineæ BC est æquale duobus quadratis linearum B A, AC. quod erat demonstrandum.



Theo-

a 14. primi. b 4 primi. c 41. primi. d 41. primi.

Theorema 34. Propos. 48. Si quadratum, quod ab uno latere trianguli describitur, æquale sit eis quadratis quæ à reliquis trianguli lateribus describuntur, angulus comprehensus illis lateribus erit rectus.



Sit quadratum lateris A C æquale quadratis laterũ A B, B C. dico angulum A B C esse rectum. ducatur namque B D perpendicularis ipsi B A æqualis rectæ B C connectaturque recta A D. quoniam igitur in triangulo A B D angulus A B D est rectus; erit *a* quadratum A D æquale quadratis A B; B D, sed quadratum B D est æquale quadrato B C, cum ex constructione sint latera æqualia D B, B C, ergo quadratum A D est æquale quadratis A B, B C, sed ijsdem est æquale quadratum A C, ergo quadrata A D, A C sunt æqualia; ergo & lineæ A C, A D. duo igitur triangula A B C, A B D erunt æqualia cum habeant tria latera æqualia, igitur *b* angulus A B C erit æqualis angulo A B D, & consequenter rectus etiam ipsæ cum illo sit rectus, quod erat demonstrandum

E V-

a 47. primi. b 8. primi.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

DEFINITIONES.

1 Omne palallelogrammum rectangulum contineri dicitur sub rectis duabus lineis, quæ comprehendunt vnum ex rectis angulis. *Dum enim vna supra aliam ad rectos angulos erecta duci intelligitur formari intelligitur rectangulum.*

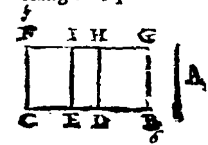
2 In omni parallelogrammo spatio, parallelogrammum illud, quod circa diametrum est si diameter ducatur, vna cum duobus complementis Gnomon vocatur.

Theorema 1. Propos. 1. Si fuerint duæ rectæ lineæ seceturque ipsarum altera in quotcunque partes rectangulum comprehensum sub illis duabus rectis lineis æquale est eis, quæ sub non secta, & omnibus illis partibus comprehenduntur rectangulis.

Sint duæ rectæ A & BC: quarum BC secetur in D, & F dico rectangulum cōprehensum sub A, & BC tota æquale esse

D re-

rectangulis, quæ fiunt ab eadem A. & BD. vna cũ rectangulis, quæ fiunt ab A, & DE, A, & EC. fiat enim rectangulum BF, ex BG æquali ipsi A, & ex B C deinde ex D erigatur parallela ipsi BG linea D H, & ex B altera eidẽ parallela EI, ostendo in toto isto rectangulo BF esse inclusa tria rectangula ex A, & ex illis tribus partibus, quæ fiunt ex secta BC, & consequenter esse æqualia: cum enim DH, sit parallela, a & æqualis ipsi BG, erit BH, rectangulum ex GB, hoc est A, & BD similiter DI erit rectangulum ex DH, hoc est BG, seu A quæ sunt inter se æquales, & DE; & cũ EI sit parallela, & æqualis ipsi DH, & consequenter ipsi A, erit rectangulum EF ex A, & EC; ergo tria rectangula BH, DI, EF explent totum rectangulum BF, & consequenter sunt illi æqualia. quod erat demonstrandum.

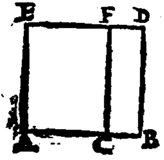


Theor. 2. Propos. 2. Si recta linea secta sit vtcunq; rectãgula, quæ sub tota, & quolibet segmentorum comprehenduntur æqualia sunt quadrato, quod fit à tota.

Recta linea AB diuidatur vtcunque in C. dico rectangula, quæ fiunt à tota AB, & à partibus CD. & CB, esse æqualia quadrato, quod fit a tota AB, fiat enim quadra-

a 23 pri. mi.

dratum totus A B, & sit A D. deinde ex C erigatur C F parallela ipsi A E, estque do illud quadratum adæqua tè diuisum esse in duo rectangula facta ex A B, A C, & ex A B C B, & consequenter esse illis duobus æquale: linea enim C F est parallela, a & æqualis ipsi A E, hæc autem, cum sit latus quadrati, erit æqualis ipsi A B, & consequenter et C F erit çqualis ipsi A B. cum autem angulus A sit rectus, erit etiam B C F rectus, b erit igitur A F rectangulum sub A E hoc est A B, & A C, similiter C D erit rectangulum sub C F, hoc est A B, & C B: cum igitur duæ istæ partes adæquent totum quadratum, erunt illi çquales. quod erat demonstrandum.



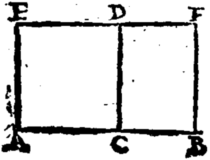
Theor. 3. Propos. 3. Si recta linea secetur vtcunque rectangulum sub tota, & vno segmentorum comprehensum æquale est illi rectangulo, quod fit à segmentis, vna cum quadrato, quod fit ab illo segmento prius sumpto.

SIt recta linea A B diuisa vtcunque in C. dico rectangulum comprehensum sub tota A B, & vna parte A C, vt rectangulum A F æquale esse rectangulo, quod fit à partibus A C, C B, vna cum quadrato ipsius

D 2

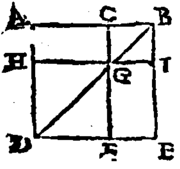
a 29. primi. b 34. primi.

ipsius A C. fiat enim prædictum rectangulum A F ostendo in ipso includi adequatè, & rectangulum illarum partium, & quadratum ipsius A C. ex C enim erigatur C D parallela ipsi A E: C F erit rectangulum comprehensum sub partibus AC, CB



& A D erit quadratum ipsius A C. AE. enim supponitur æqualis. ipsi AC in rectangulo A F: ergo & FB DC cum sint latera opposita in parallelogrammo a A D. ergo A D est quadratum ipsius AC, & cum angulus A sit rectus etiam angulus b B C D erit rectus. ergo cum C D sit æqualis ipsi A C, erit C F rectangulum ex C D, hoc est A C, & C B. quod erat demonstrandũ.

Theorema 4. Propos. 4 Si recta linea secta sit vtcunque quadratum, quod à tota describitur æquale est eis, quæ à segmentis describitur quadratis, & eis quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo.



SIt recta A B diuisa vtcunque in C fiat quadratum totius A B ostendo istud quadratum diuidi adequatè in duo quedrata

a. 9. prim. b. 34. prim.

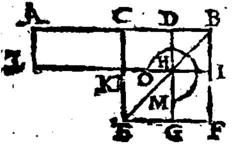
ta partium A C, C B, & in duo rectangula, quæ fiunt vtraque ex A C, C B. ducatur enim diameter D B, deinde ex C erigatur C F, parallela ipsi AB, & per punctum vbi seccatur diameter in G ducatur I H parallela ipsi A B. cum igitur I H sit parallela ipsi A B; si angulus A est rectus, & angulus a A H G erit rectus, & similiter B C G, & linea C G erit æqualis b ipsi A H. & cum C G sit parallela ipsi B I, quæ est parallela ipsi A H, erit & illi æqualis claudens C B, & G I æquales & cum triangula D A B, E D B habeant conditiones 4. latus enim D A, æquale est lateri E B, & A B, ipsi E D, & angulus A angulo E, erit & angulus A B D angulo D B E æqualis; ergo in triangulo paruo G C B cum sit angulus C rectus, vt est angulus I in triangulo G I B, & angulus C B G angulo I B G, & latus G B cõe erit C G, G I, & c C B, lateri B I æquale. eodem modo ostendetur latus H G, G F æquale cum triangula D H G, D F G sint æqualia, & H D, D F. erit igitur H F quadratum ipsius A C, & C I quadratum ipsius C B, cum latera omnia sint æqualia, & anguli recti. eodem modo constat A G esse rectangulum sub A C, C G, hoc est C B, & G E alterum rectangulum sub G F, quæ est æqualis ipsi H G, hoc est ipsi A C, & G I, seu C B. igitur intra quadratum A E sunt adæquatè duo quadrata partium A C, C B, & duo rectangula earundem partium, quod erat demonstrandum.

D 3 Con-

a 29 primi. b 34 primi. c 26 primi.

Constat ex hoc Theoremate ractangula, quæ sunt circa diametrum in quadrato esse quadrata.

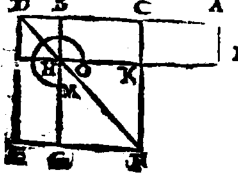
Theorema 5. Propos. 5. Si recta linea secetur in partes æquales, & non æquales, rectangulum, quod fit ab inæqualibus segmentis, vna cum quadrato intermediæ sectionis æquale est quadrato, quod fit à dimidia.



Diuidatur recta A B bifariam in C, & non bifariam in D. dico rectangulum factum ex segmentis inæqualibus AD, DB, vna cum quadrato intermediæ C D, quæ est inter sectiones, æquale esse quadrato dimidiè C B. fiat enim quadratum C F ex dimidia C B, & ducta diametro E B. ex D erigatur D G parallela ipsi BF, & per punctum sectionis H, ducatur I L parallela ipsi A B, quæ claudatur A L parallela ipsi I B ostendo rectangulum A K, quod remanet extra quadratum C F, æquale esse rectangulo D F; quo ostenso patebit quadratum C F, æquale esse rectangulo L D vna cum quadrato K G. probo autem, nam linea B F est æqualis ipsi B C, quia sunt latera quadrati, & A C est æqualis eidem C B cum tota sit di-

diuisa bifariam in C: ergo A C est æqualis ipsi B F, D B est æqualis ipsi B I, cum D I sit quadratum ex supradictis, a ergo est etiam æqualis ipsi A L, ergo rectangulum D F est æquale LC. quod erat demonstrandum; cum sub æqualibus lineis contineatur.

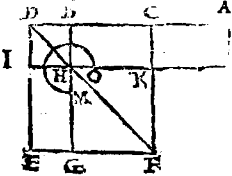
Theorema 6 Propos. 6. Si recta linea secetur bifariam, & illi adijciatur alia recta linea, rectangulum comprehensum sub composita ex tota, & adiuncta, vna cum quadrato dimidie æquale est quadrato, quod fit ex linea composita ex dimidia, & adiecta.



Recta A B secetur bifariam in C illique alia adatur D B dico rectangulum factum ex tota A D, quæ componitur ex tota, & adiecta, & ex D B adiecta, vna cum quadrato ipsius C B, æquale esse quadrato, quod fit à C D, quæ constat ex dimidia, & adiecta, describatur enim quadratum C E ex C D, & ducta diametro F D; erigatur parallela B G ex puncto B per punctum inter sectionis H ducatur I L parallela ipsi D A. ostendo rectangulum H E æquale esse rectangulo L C. quod vbi ostendero habebimus intentum reliqua. n. con-

 tinen-

tinentur intra quadratum, vt apparet C D. verò cum sit æqualis ipsi D E, & B D, ipsi D I; cum sint latera quadratorum; si hæc auferantur à primis, remanebit E I æqualis ipsi B C, hæc autem æqualis est ipsi C A, cum sit diuisa bifariam. D I est æ-

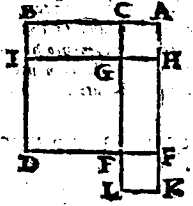


qualis ipsi A L cum sint latera opposita rectanguli, huic autem est etiam æqualis B D, seu G E, quæ illi opponitur. ergo rectangulum C I, est æquale rectangulo H E. quod erat demõstãdũ nã quadratũ E H constat esse quadratũ ipsius C B.

Theorema 7. Propos. 7. Si recta linea secetur vtcunque dico quadrata, quæ fiunt alterum à tota, alterum ab vno segmentorum æqualia esse simul sumpta rectangulo, quod fit à tota, & dicto segmento bis sumpto, & addito quadrato alterius segmenti.

SEcetur recta A B, vtcunque in C. dico quadratum totius A B, vna cum quadrato segmenti A C æquale esse rectangulo facto à tota A B, & à segmento A C, si bis summatur, & illi addatur quadratum alterius segmenti C B. describatur enim quadratum ex tota A B ex C erigatur parallela ipsi A E, linea C F, & sumpta A H æquali-

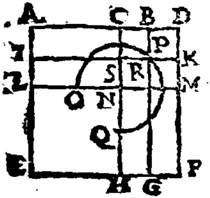
æquali ipsi A C, ducatur H I parallela ipsi A



B, & ad faciliorem demonstrationem producta C F. vsq; ad L. vt sit æqualis segmento A C: producatur etiam E ad K, & fiat quadratum F K. ostendo quadratum B E vna cum quadrato F k, quod est quadratum ipsius C A, vt constat ex constructione continere duo rectangula ex B A, C A, & quadratū I F, quod constat esse quadratum ipsius B C. patet autem hoc, cum enim C A, sit æqualis ipsi A H ex constructione A I erit rectangulum ex B A, A C. similiter cum A E, sit æqualis ipsi B A, A F erit rectangulum ex A B, A C, quia autem bis sumitur quadratum C H, sumatur secunda vice quadratum F K illi æquale, & erunt completa duo rectangula igitur in quadrato B E vna cum quadrato F K sunt illa duo rectangula vna cum quadrato ipsius B C. quod est quadratum D G, vt constat. quod erat demonstrandum.

Theo-

Theorema 8. Propos. 8. Si recta linea secetur vtcunque: rectangulum quater comprehensum sub tota; & vno segmẽtorum cum eo, quod à reliquo segmento fit quadrato aequale est ei, quod a tota, & dicto segmento tanquam ab vna linea, describitur quadrato.

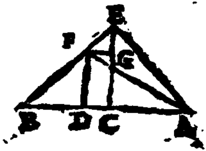


Sit recta A B diuisa, vtcunque in C, dico, si sumantur quatuor rectangula facta ex A B, C B, vna cum quadrato ipsius A C, aequalia esse ista omnia quadrato, quod fit ex tota A B.BC, tanquam ex vna linea. Addatur enim B D aequalis ipsi C B, & describatur quadratum A F, tunc per punctum B, & C ducantur rectè B G, C H parallelae ipsi D F, & sumptis D K, & K M, quae sint aequales ipsi C B, ducantur aliae parallelae K I, M L ostendo in toto quadrato A F esse quatuor rectangula dicta vna cum illo quadrato, ex quo sequetur illa rectangula cum quadrato dictò esse aequalia quadrato A F. nam H L est quadratum ipsius C A, vt constat ex supradictis I B, & P A, sunt duo rectangula ex A B, C B, cum K D, & M K sint sumpta aequales ipsi B C similiter P F est rectangulum tertium ex A B, B C; nam

K F

K F est æqualis ipsi A B, cum A D, D F sint litera quadrati, ac proinde æqualia demptis ergo B D. D K. æqualibus remanebit A B, K F æqualis, & G F ipsi D B, seu C B est æqualis quartum esset rectangulum P H, sed illis deest quadratum R P sumptum iam in rectangulo L P, loco igitur illius ponatur quadratum P D illi æquale cum habeat latera æqualia, ergo in toto quadrato A F continentur quatuor dicta rectangula vna cum dicto quadrato, quod erat demonstrandum.

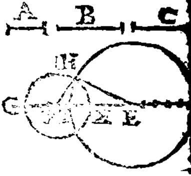
Theorema 9. Propos. 9. Si recta linea secetur in partes æquales, & non æquales; quadrata, quæ fiunt à partibus inæqualibus sunt duplicia quadratorũ, quæ fiunt à dimidia, & ab interiecta inter dimidiam; & alteram sectionem.



SEcetur recta A B bifariam in C, & non bifariam in D. dico quadrata rectarum A D. D B simul, esse dupla quadratorum A C, C D. educatur enim ex C ad A B perpendicularis C E, quæ sit æqualis ipsi A C iungaturq; rectæ EA, E B deinde ex D erigatur recta perpendicularis vsq; ad F. & per F ducatur F G parallela ipsi A B, & denique ducatur recta A F. quo-

minores erunt quam
ſit maior patet;nam a
lo A, qui in triangulo
ſitus,ſed angul⁹BDC
terno,& oppoſito , er
maior angulo A , cui
erat demonſtrandum.

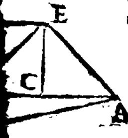
Problema 8. Propoſ.22.T
duæ ſimul tertia ſint ma



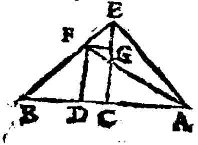
tur GF æqualis ipſi A ,
æqualis ipſi B. tum fac
lum GF deſcribatur circ
interuallo E D deſcribat
rem ſecabit alioquin ſo
lis , vel maior quam d
tra ſuppoſitum . ex pu
ſecent circuli ducantu

ſint æquales *f* æqualia quadrato A F, ter dupla quadratorū A C, C D quod andum.

Propoſ. 10. Si recta linea ſecetur biſariam, ur quæuis recta linea; quadrata, quæ ū adiuncta & ab adiuncta ſola, ſunt dupli- rum, quæ ſiunt à dimidia, & à compoſita & adiuncta.



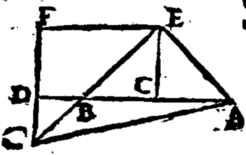
SEcetur recta AB bifariam in C, & ei addatur quælibet BD, dico quadrata rectarum A D, DB duplicia eſſe quadratorum AC, CD. erigatur enim ex C perpēdicularis C E, iè A C; junganturque rectæ AE, EB, r D recta GF parallela ipſi C E, & d angulos rectos cū C E, & producangat ad G; ac demū ducatur A G. Cū A CE ſit rectus; anguli etiā A E C, ntur ſemirecti, *a* cū latera C A, C E rgo & anguli ad latera æquales, *b* vt & anguli ad C ſint recti; eodem mo- B G oſtendetur ſemirectus *c* cū ſit cum C B E, & conſequenter D G B cum angulus ad D in triangulo B *d*, cum autem in triangulo E F G an-quoniam igitur in triangulo A C E, A C, C E sunt latera æqualia, *a* erunt anguli C A E, C E A æquales cum autem angulus ad C sit rectus isti, qui continent *b* alterum rectum, erunt semirecti. eodem modo demonstrabitur angulus C E B, & CBE semirectus; ex quo etiam inferetur, quod anguli DFB, & GFE sint



semirecti; cum & angulus B D F, & F G E sint recti ex constructione; ergo totus etiam angulus A E F constans ex duobus semirectis, erit rectus. cũ igitur in triangulo AC E angulus C sit rectus, quadratum A E erit æquale *c* quadratis A C, C E quæ cum sint æqualia erit A E duplum quadrati AC eodem modo cum in triangulo E G F angulus C sit rectus, erit quadratum F E æquale quadratis F G, GE, & consequenter duplũ quadrati F G, cum illa latera sint æqualia, *d* & duplum quadrati C D, cum CD sit æqualis ipsi G F; ergo quadrata AE, EF erũt dupla quadratorum A C, CD, cum vero in triangulo A E F angulus ad E sit rectus, *e* quadratum A F erit æquale quadratis AE, EF. & consequenter duplum quadratum A C, C D cum autem in triangulo A F D, angulus ad D sit rectus; erunt quadrata A D, DF, seu D B, cũ illa duo sint latera æqualia, eo quod

a 5. primi. *b* 32 primi. *c* 47 pr. *d* 4 pri. *e* 47 pri. *f* [illegible] quod anguli sint æquales *f* æqualia quadrato A F, & consequenter dupla quadratorũ A C, C D quod erat demonstrandum.

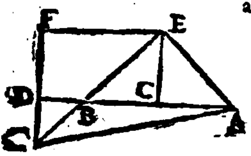
Theorema 10. *Propos.* 10. *Si recta linea secetur bifariam, & illi addatur quæuis recta linea; quadrata, quæ fiunt à tota cũ adiũcta & ab adiuncta sola, sunt duplicia quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à composita ex dimidia, & adiuncta.*



Secetur recta AB bifariam in C, & ei addatur quælibet BD, dico quadrata rectarum A D, DB duplicia esse quadratorum AC, CD. erigatur enim ex C perpẽdicularis C E, æqualis dimidiè A C; junganturque rectæ AE, EB, ducaturque per D recta G F parallela ipsi C E, & ducatur E F ad angulos rectos cũ C E, & producatur E B, vt pertingat ad G; ac demũ ducatur A G. Cũ igitur angulus A CE sit rectus; anguli etiã A E C, C E A, ostendentur semirecti, *a* cũ latera C A, C E sint æqualia, ergo & anguli ad latera æquales, *b* vt etiã C B, C E, & anguli ad C sint recti; eodem modo angulus D B G ostendetur semirectus *c* cũ sit ád verticem, cum C B E, & consequenter D G B erit semirectus cum angulus ad D in triangulo B D G sit rectus *d*, cum autem in triangulo E F G an-

a 12 primi. b 5 primi, c 15 primi, d 32 primi.

angulus F sit rectus angulus ad G semirectus



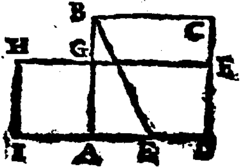
ad E erit semir ectus; & consequenter *e* latera E F, F G erunt æqualia - *f* quoniam igitur quadratum A E est æquale *g* quadratis A C, C E erit duplum quadrati A C; quia illa sunt æqualia: Cum verò C F sit parallelogrammum, erit E F æqualis ipsi *b* C D. igitur cum in triangulo E F G, quadratum E G sit æquale quadratis E F, F G, erit duplũ quadrati EF, seu quadrati C D. igitur quadrata AE E G, sunt dupla quadratorũ A C, C D, cum autem in triangulo A E G, quadratum AG sit æquale quadratis A E, E G erit istud solum duplum quadratorũ A C, CD, & cum triangulum A D G sit rectangulum, erunt quadrata A D, D G, seu D, B, quæ sunt lineæ æquales, æqualia quadrato A G; & consequenter ipsa etiam dupla quadratorũ A C, C D, quod erat demonstrandum.

Problem. I. Propos. XI. Datam rectam lineam secare, vt rectangulum comprehensum sub tota, & altero segmentorum æquale sit quadrato, quod fit à reliquo segmento.

SIt diuidenda recta A B; ita vt rectangulum comprehensum sub tota A B, & altero segmento B G æquale sit quadrato, quod fit

e 6 primi. *f* 6. primi. *g* 47 primi. *h* 34 primi.

sit ab altero segmento A G. describatur ex A B



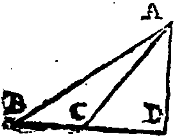
quadratum A C: diuisoque latere A D bifariam in E, erigatur E ad B; cui sumatur æqualis E I producta D A, vsque in I. Sumaturque G A æqualis ipsi A I, fiatque quadratum A H ex A G. dico rectam A B secatã esse in G ita vt rectangulũ sub A B, B G sit æquale quadrato A G. ducatur enim G H vsq; ad F, erit rectangulũ G C comprehensum sub A B, B G, cum B C sit æqualis ipsi A B, eo quod sint latera eiusdẽ quadrati, & A H erit quadratũ ipsius G A. probo igitur rectangulo G C esse æquale quadrato A H. Quoniam igitur recta A D diuisa est bifariam in E, & addita alia A I erit *a* rectangulũ sub D I, I A hoc est rectangulum D H, vna cum quadrato dimidiè E A æquale quadrato rectè E I. est autem quadrato rectè E B æquale quadrato E I, cum sumptæ sint illæ lineæ æquales: ergo rectangulum sub D I, I A, vna cum quadrato A E est æquale quadrato E B; in triangulo autem rectangulo E A B quadrata *b* E A, A B æqualia sunt quadrato E B, igitur quadrata E A, A B æqualia sunt rectangulo D, H; vna cum quadrato E A ablato igitur communi quadrato E A, remanebit rectangulum

D H

a 6. sec. b 47 primi.

D H, æquale quadrato A B: hoc est quadrato AC dempta communi parte G D remanebit rectangulum F B equale quadrato A H quod erat demonstrandum.

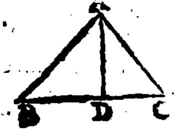
Theor. 11. Propos. 12. In ambligonijs triangulis, quadratum, quod fit à latere obtusum angulum subtendente maius est quadratis, quæ fiunt ab alijs lateribus duplici rectangulo, quod fiat ab uno latere obtusum angulum formante, in quod, cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab absumpta exterius linea inter perpendicularem, & obtusum angulum.



Sit triangulum A B C habens angulum A C B obtusum. producatur latus B C, donec demissa perpendicularis ex A cadat super ipsum in D dico quadratum lateris A B, quod opponitur angulo obtuso C esse maius, quam sint quadrata AC, C B dupli rectangulo comprehenso sub C B, C D. cum enim recta B D sit vtcunque diuisa in C; erit quadratum rectè B D æquale duobus quadratis rectarum C B, D C, & rectangulo *a* bis comprehenso sub C B, C D addito igitur communi quadrato A D. erunt duo quadrata rectarum B, D, D A æqualia quinque figuris; quadratis D C, C B, D A, & duobus rectangulis ex B C, C D, & quia

quia triangulum ABD est rectangulum, erit quadratum AB solum æquale b quadratis AD, D B. ergo erit æquale quinque dictis figuris quadratis, scilicet tribus DC, CB, DA, & duobus rectangulis ex CB, C D: cum autem & triangulum ACD sit rectangulum, erit quadratum A C æquale quadratis AD, D C cum igitur dictum sit quadratum AB æquale quinque figuris duobus rectangulis, scilicet sub BC, CD, & tribus quadratis BC, CD, DA. loco horum duorum sumatur C A; erit igitur quadratum A B æquales duobus quadratis B C, CA, & duobus rectangulis sub B C C D ergo quadratum ipsius A B excedit illa duo quadrata ijs duobus rectangulis, quod erat demonstrandum.

Theorema 12. Propositio 13. In oxygonijs triangulis quadratum a latere acutum angulum subtendente minus est quadratis, quæ fiunt à lateribus eundem comprehendentibus, duplici rectangulo comprehenso ab vno latere, in quod perpendicularis cadit, & ab assumpta interius linea inter perpendicularem, & acutum angulum.

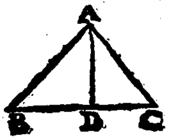


SIt triangulum A B C habens omnes angulos acutos, & ab A demissa perpendicularis A D. cadat in latus B C. dico quadratum

E latc-

b 47 primi.

lateris A B minus esse quadratis laterum AC, CB;



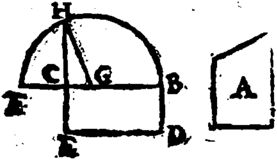
duplici rectangulo facto ex CB, DC; hoc est quadratu lateris AB, vna cum illis rectangulis æquale esse quadratis AC, CB cum enim recta BC diuisa sit vtcunq; in D, erunt *a* quadrata rectarum BC, CD æqualia duplici rectangulo sub B C, CD, & quadrato rectè BD: addito ergo communi quadrato rectè DA erunt tria quadrata BC, CD, DA æqualia quatuor figuris duobus rectangulis B C, C D, & duobus quadratis BD, DA loco autem duorum quadratorum CD, DA sumatur vnicum quadratum CA, erunt igitur duo quadrata BC, CA æqualia quatuor figuris duobus scilicet rectangulis BC, CD, & BD, DA loco horum duorum quadratorum DB. D A sumantur vnicum quadratum BA illi æquale *b* erunt igitur duo quadrata BC, CA æqualia tribus figuris quadrato scilicet B A, & duobus rectangulis ex B C, CD quod erat demonstrandū.

Problema 2. Propositio 14. Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

Sit datum rectilineum A cui quadratum æquale constituendum est constituatur rectangulum, hoc est, parallelogrammum in.

a. 2. secun. b 4. prim.

a in angulo recto, æquale a dato rectilineo A, & producetur latus B C vsque in F, ita vt latus CF sit æquale lateri CE: deinde tota F B diuidatur bifariam in G, & facto, centro in G



describatur semicirculus B H F: tũ E C producatur vsq; ad peripheriam H.. dico quadratum C H esse æquale rectilineo A dato.. iungatur recta G H. quoniam recta BF diuiditur bifariam in G, & non bifariam in C, erit rectangulum sub BC. CF, hoc est rectangulum B E seu rectilineum A, quod est illi æquale, vna cum quadrato rectè G C b æquale quadrato rectè GF, seu G H, quæ sunt æquales; sed quadratum GH est æquale quadratis c G C, C H, igitur rectangulum B E, seu rect lineum A, vna cum quadrato rectæ G C est æquale quadratis rectarum G C, C H, ablato igitur communi quadrato G C remanebit rectangulum B E seu rectilineum A æquale quadrato rectæ C H, quod erat demonstrandum.

a 45. p. i. b 5. secũ. c 47. p. i.

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.

DEFINITIONES.

1. ÆQuales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales, vel quorum, quæ ex centris, rectæ lineæ sunt æquales.

2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat, si producatur, circulum non secat.

3. Circuli se se mutuo tangere dicuntur, qui se se mutuo tangentes se se mutuo non secant.

4. In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cum perpendiculares, quæ à centro in ipsas ducuntur, sunt æquales. Longius autem abesse illa dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

5. Segmentum circuli est figura, quæ sub recta linea, & circuli peripheria comprehenditur.

6. Segmenti autem angulus est, qui sub recta linea, & circuli peripheria comprehenditur.

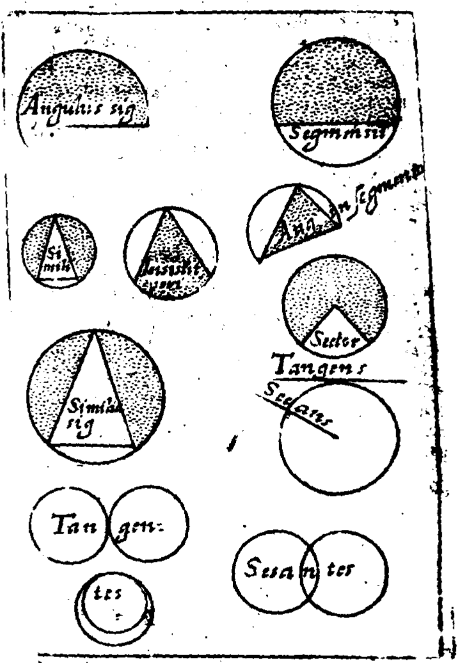
7. In segmento autem angulus est, cum in segmenti

menti peripheria sumptum fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ eius lineæ, quæ segmenti basis est, adiunctæ fuer nt rectæ lineæ: Is, inquam, angulus ab adiunctis illis lineis comprehensus.

8. Cum vero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam assumunt peripheriam, illi angulus insistere dicitur.

9. Sector autem circuli est, cum ad ipsius circuli centrum constitutus fuerit angulus, comprehensa nimirum figura, & à rectis lineis angulum continentibus, & à peripheria ab illis assumpta.

10. Similia circuli segmenti sunt, quæ angulos capiunt æquales: Aut in quibus anguli inter se sunt æquales.



Angulus sig
Si mile
Sector
Tangens
Secans
Simile sig
Tan gen:
tes
Secan tes

Problema 1. Propositio 1.

Dati circuli centrum reperire.

SIt circulus datus ABCD, cuius centrum oportet inuenire. Ducatur in eo linea vtcunque A C, quæ bifariam diuidatur in F, & per F, ad AC, perpendicularis agatur B D, vtrinque in periphe- ria terminata in punctis B G. Hæc igitur bifariam secta in F; dico F. esse centrum circuli propositi. In ipsa enim re- cta BD, aliud punctum, præter F non erit centrum, cum omne aliud punctum ipsam diuidat inæquali- ter, quandoquidem in F, diuisa fuit æqualiter. Si igitur F, non est centrum, sit punctum E, extra re- ctam B D, centrum; à quo ducantur lineæ EA, EC, ED, Quoniam ergo latera AE, ED, trianguli AED, æqualia sunt lateribus CE, ED, trianguli CE D; & basis AD, basi CD; (à centro enim duci dicuntur) e- erunt anguli ADE, CDE, æquales, ideoque recti; Erat autem & angulus ADF, rectus est constructio- ne. Igitur recti A D F, ADE, æquales sunt, pars & totum. quod est absurdum. Non est ergo punctum E, centrum; eademq; est ratio de omni alio. Qua- re F. centrum erit Itaque dati circuli centrum reperimus. quod erat faciendum.

Theorema 1. Propos. 2. Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint; Recta linea, quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum cadet.

Hoc theorema demonstrari poterit affirmatiue, hoc modo. Recta A B coniungat duo puncta A, & B, in circumferentia circuli A B, cuius centrum C. Dico rectam A B, intra circulum cadere, ita vt omnia eius puncta media intra circulum existant. Assumatur enim quodcunque eius punctum intermedium D, & ex centro educantur rectæ CA, CB, CD. Quoniam igitur duo latera C A, C B, trianguli CAB, æqualia sunt [a] erunt anguli CAB, CBA, æquales: Est autem angulus CDA, [b] angulo CBD maior, externus interno. Igitur idem angulus CDA, angulo CAD, maior erit, & ob id latus C A, [c] latere CD, maius erit. Quare cum CA, sit ducta à centro ad circumferentiam, vsque non perueniet recta CD, ad circumferentiam, ideoque punctum D, intra circulum cadet. Idem ostendetur de quolibet alio puncto assumpto. Tota igitur recta A B, intra circulum cadit. Quod est propositum.

Theo-

a 5. primi   b 16. primi   c 19. primi

Theorema 2. Propos. 3. Si in circulo recta quadam linea per centrum extensa quandam non per centrum extensam bifariam secet, & ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam secabit. Et bifariam quoque eam secabit.

PEr centrum E, circuli B C D, recta BA, extensa diuidat rectam DC, non per centrũ extensam, bifariam in F. Dico rectam AF, esse ad angulos rectos ipsi D C. Ductis enim rectis ED, E C, erunt dua latera ED, E F, trianguli E D F, duobus EF, EC, trianguli ECF, æqualia; & bases DF, FC, æquales *a* Igitur anguli EFD, EFC, æquales erunt, hoc est, recti. Quod erat primo propositum.

Sit iam AF, ad angulos rectos ipsi DC. Dico rectã C D, bifariam secari in F, a recta EB. Ductis enim iterum rectis ED, EC; cum latera ED, EC, trianguli EDC, sint æqualia, *b* erunt anguli EDC, ECD æquales. Quoniã igitur duo anguli EFD, EDF trianguli EFD, æquales sunt duobus angulis EFC, ECF, triãguli ECF; & latera EC, E D, quæ rectis angulis æqualibus opponuntur, æqualia quoque *c* erunt latera CF, FD, æqualia. Quod secundo proponebatur.

Si

a 8 prim. *b* 5 prim. *c* 26 primi.

Si igitur in circulo recta quædam linea per centrum extensa, &c. Quod demonstrandum erat.

Theorema 3. Propos. 4. Si in circulo duæ rectæ lineæ se se mutuo secent non per centrum extensæ: se se mutuo bifariam non secabunt.

DVæ rectæ AB, CD, se mutuo in F, secent in circulo ACBD, non per centrum extensæ. Dico fieri non posse, vt mutuo se se bifariam secēt Si enim vna earum per centrum transit, certum est eam bifariam non secari; solum .n. in centro, per quod altera ponitur non transire, bifariam diuiditur. Si vero neutra per centrum extenditur, quamuis vna earum nonnunquam bifariam ab altera diuidatur, tamen altera minime secabitur bifariam. Diuisa enim sit & AB, & CD, si fieri potest, bifariā in F. *a* Inuento igitur centro circuli E, ducatur ab eo ad F, recta FE: Quoniam ergo FE, ponitur secare rectam AB, bifariam in F, *b* secabit ipsam ad angulos rectos Eadem ratione secabitur CD, ad angulos rectos cū ponatur bifariam diuidi in F. Quare rectus angulus EFD, recto angulo EFA, æqualis est, para toti, quod est absurdum. Itaque si in circulo duæ re-

a 1. tert. b 3. tert.

rectę lineæ ſe ſe mutuo ſecent, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theorema 4. Propoſitio 5. Si duo circuli ſe ſe mutuo ſecent; non erit illorum idem centrum.

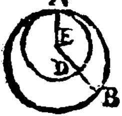
DVo circuli A BC, A D C, ſe mutuo ſecent in A, & C. Dico ipſos non habere idem centrum. Sit enim ſi fieri poteſt, idem centrum vtriuſq; E à quo duæ rectę ducantur; EA quidem ad ſectionem A. EB; uero ſecans vtramque circumferentiam in D, & B. Quoniam igitur E, centrum ponitur circuli C D A. erit recta EA, rectæ E D, æqualis. Rurſus quia E, centrum quoque ponitur circuli A B C, erit & recta E B, eidem rectæ E A, æqualis, Quare rectæ E B, E D, *a* æquales inter ſe erunt, pars, & totum, quod eſt abſurdum. Si igitur duo circuli ſe ſe mutuo ſecent, &c. Quod oſtendendum erat.

Theor. 5. Propoſ. 6. Si duo circuli ſe ſe mutuo, interius tangant; eorum non erit idem centrum.

DVo circuli AB, AD, ſe interius tangant in A, Dico eos non habere idem centrum. Habeant enim, ſi fieri poteſt

a 1. pron.

rest idem centrum E, à quo duæ rectæ ducantur; EA, quidē ad tactum A At E B secans vtramque circumferentiam in D, & B Quoniam igitur E, Ponitur centrum circuli AD, erit recta AE, recta E D, æqualis. Rursus quia E ponitur centrum circuli AB, erit recta EB, eidem rectæ EA, æqualis. Quare rectæ ED, & E B, ainter se erunt æquales, pars, & totum, quod est absurdum. Si igitur duo circuli se se mutuo interius tangant, &c. Quod demonstrandum erat.



Theorem 6. Proposit. 7. Si in diametro circuli quodpiam sumatur punctum, quod circuli centrum non sit, ab eoque puncto in circulum quadam recta linea cadant: Maxima quidem erit ea, in qua centrum, minima vero reliqua; aliarum vero propinquior illi, qua per centrum ducitur, remotiore semper maior est: Dua autem solum recta linea aquales ab eodem puncto in circulū cadūt, ad vtrasq; partes minima, vel maxima.

IN diametro A B, circuli AGEB, cu.. n.. centrum D, punctum assumatur quodcunque C. præter centrum, & ex C. cadant in circulum quotcunque lineæ GC, FC, CE. Dico omnium, quæ ex C, ad circumferentiam ducuntur, maximam esse CA, in qua est

est centrum, minimam vero reliquam CB, quæ diametrum perficit: Deinde rectam CG, quæ rectæ CA, per centrum ductæ propinquior est, maiorem recta CF, quæ ab eadem CA plus distat; & eadem ratione CF, maiorem recta CE, atque ita de alijs lineis, si ducerentur, in infinitum. Denique ex C, ad vtras quæ partes minimæ lineæ CB, vel maximæ CA, duci posse tantummodo duas lineas inter se æquales. Ducantur è centro D, ad G, F & E, rectæ lineæ DG, DF, DE. Quoniam igitur duo latera GD, DC, trianguli GDC, a maiora sunt latere GC. Sunt autem rectæ GD, DC, æquales rectis AD, DC, hoc est, toti rectæ CA; erit & CA maior quam CG. eadem ratione maior erit recta CA, quam CF, & quam CE. Quare CA maxima est omnium, quæ ex C, in circulum cadunt.

Deinde, quoniam in triangulo ECD, latus ED, b minus est duobus lateribus DC, CE. Est autem DE, ipsi DB, æqualis, erit & DB, minor duab. rectis D C, CB. Dēpta ergo cōmuni recta CD, remanebit adhuc CB, minor, quā CE. Eadē ratione minor erit C B, quā CF & quā GC. Quare CB, minima est omnium, quæ ex C, in circuli circumferentiā cadunt.

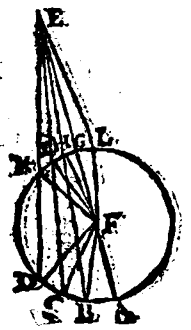
Rursus, quia duo latera CD, DG, triangu-

a 20. primi. b 20. primi.

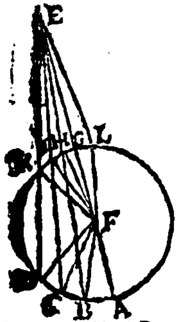
guli CD G, æqualia sunt duobus lateribus C D, D F, trianguli CDF; & angulus totus C D C, maior est angulo F D C; a erit basis G C, maior base F C. Eadem ratione maior erit GC, quam C E: Item maior erit CF, quam C E: Quare linea propinquior ei, quæ per centrum ducitur, maior est ea, quæ remotior.

Fiat iam angulo B D E, ex altera parte æqualis angulus B D H, & ducatur recta C H. Quoniam igitur latera ED, DC, trianguli EDC, æqualia sunt lateribus H D, D C, trianguli HDC, & anguli his lateribus contenti EDC, HDC, æquales; b erunt rectæ C E, CH, ex vtraque parte ipsius lineæ minimæ CB, vel maximæ C A, æquales inter se. Quod autem nulla alia his duabus possit esse æqualis, cōstat. Nam si ex C, ducatur alia, quæ cadat supra punctum H, erit ea, cum sit ei, quæ per centrum ducitur, propinquior, maior quam C H: si vero cadat infra H, erit ea, cum sit remotior ab eadem CA, per centrum ducta, minor quam C H, vt ostensum fuit. Duæ igitur duntaxat rectæ lineæ æquales ad vtrasque partes minimæ C B, vel maximæ C A, cadunt. Itaque si in diametro circuli quodpiam sumatur punctum, &c. Quod erat demonstrandum.

Theorema 7. Propositio 8. *Si extra circulum sumatur punctum quodpiam, ab eoque puncto ad circulum deducantur recta quadam linea, quarum vna quidem per centrum protendatur, reliqua verò vt libet: In cauam peripheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem est illa, qua per centrum ducitur; aliarum autem propinquior ei, qua per centrum transit, remotiore semper maior est: In conuexam vero peripheriam cadētium rectarum linearum minima quidē est illa, qua inter punctum, & diametrum interponitur. aliarum autem ea, qua propinquior est minima, remotiore semper minor est. Dua autem tantum recta linea aquales ab eo puncto in ipsum circulum cadunt, ad vtrasque partes minima, vel maxime.*



EX puncto E extra circulum BCDA, cuius centrum F, lineæ secantes circulum ducantur, quarum A E per centrū transeat, aliæ vero E B, E C, E D, vtcunque. Dico omnium esse maximam A E, quæ per centrum ducitur, propinquior illi E B maiore recta E C, quæ remotior est b [illegible] A E. Et eadem ratione ne E B; maiorem quam ED. E contrario autem, re-



ctam EG, omnium, quæ extra circulum sunt, minimam esse: Deinde rectam EH, quæ vicinior est minimæ EG, minorem esse recta EI, remotiore; Et eadē ratione ipsam E I, minorē quam E K. Denique ex E, ad vtrasque partes minimæ lineæ E G, vel maximæ AE, duci posse tantummodo duas lineas rectas inter se æquales. Ducantur ex cē-tro F, ad pūcta C, D, B G, H I, K, recta FC, FD, FB, FK, FH, F I, Quoniam igitur duo latera EF, FB, trianguli EFB, *a* maiora sunt recta EB; Sunt autem recta EF, FA, æquales rectis E F, FB, hoc est tota recta AE; erit & AE, maior, quā E B. Eadem ratione erit AE, maior, quam E C, & quam E D, quare AE, est omnium, quæ ex E, in circulum cadunt, maxima.

Deinde, quoniam latera E F, FB trianguli EFB æqualia sunt lateribus E F, FC, trianguli EFC; Et angulus totus E F B, maior est angulo EFC; *b* erit basis E B, basi E C, maior. Eadem ratione maior erit E B, quam E D: Item EC, maior, quam E D

a 20 pri. *b* 24 pri. Quare

Quare linea propinquior ei, quæ per centrum ducitur, maior est linea remotiore,

Rursus, quia in triangulo EFH, recta E F, a minor est duabus EH, H F; si auferantur æquales FG, FH: remanebit adhuc EG, minor, quam EH. Simili ratione erit EG, minor, quam EI, & quam E K. Quare EG, omnium linearum extra circulum, quæ ex E, ducuntur, minima est.

Rursus, cum intra triangulum E I F. cadant duæ rectæ EH, HF, ab extremitatibus lateris E F; b erunt EH, HF, minores, quam EI, I F. Sublatis igitur æqualibus FI, FH, remanebit adhuc EH, minor, quam E I. Pari ratione erit E H, minor, quam E K: Item E I, minor, quam E K. Quare linea propinquior minimæ lineæ E G, minor est, quam remotior ab eadem.

Postremo fiat angulo EFH, angulus E F L, æqualis, & ducatur recta E L. Quoniam igitur latera EF, FH, trianguli EFH, æqualia sunt lateribus EF, FL, trianguli E L; Sunt autem & anguli EFH, EFL, dictis lateribus contenti æquales; c erunt rectæ EH, EL, ex vtraque parte minimæ EG, vel maximæ EA, inter se æquales. Quod autem nulla alia his possit esse æqualis, constat. Nam si ex E, ducatur recta cadens vltra L, erit ipsa, cum sit remotior à minima, maior quam E L. Quod si cadat inter G. & L, erit ea, cum sit minimæ propinquior, minor quam EL, vt ostensum est. Duæ igitur solum rectæ lineæ

F æqua-

a 20. primi b 21. primi. c 4 pri.

æquales ad vtraque partes minimæ, vel maximæ ca dunt. Si igitur extra circulum sumatur punctum quodpiam, ab eoque puncto ad circulum deducan tur rectæ quædam lineæ, quarum vna quidem per centrum protédatur, &c. Quod erat demõstrandũ.

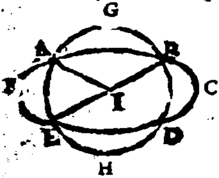
Theor. 8. Propos. 9. Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures, quam duæ, rectæ lineæ æquales; acceptum punctum centrum est ipsius circuli.

A Puncto A sumpto A, in cir culo B C D, cadant plures rectæ, quam duæ, AB, AC, A D, inter se æquales. Dico A, punctum esse centrum circuli. Connectantur enim puncta B, C, D, rectis BC, CD; quibus diuisis bifariã in E & F, ducantur ex A, rectæ A E, AF. Quoniam igitur latera A E, E B, trianguli AEB, æqualia sunt lateribus AE, E C, trianguli AEC; & bases AB, AC, ponuntur etiam æquales; erunt anguli AEB, AEC, æquales, ideoque recti. Eodem modo ostendemus, angulos ad F, esse rectos. Quare cum rectæ A E, AF, diuidant rectas BC, CD, bifariam, & ad angulos rectos, transibit vtraque producta per centrum circuli, per corollarium propos. 1. huius lib. Punctum igitur A, in quo se mutuo secat, centrum erit circuli. Si enim esset aliud punctum centrum, non tran-

8 pri.

eam ſi ret vtraque per centrum. Si itaque in circulo acceptum fuerit punctum, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theorema 9. Propoſ. 10. Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non ſecat.



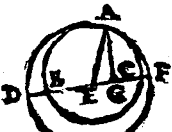
SEcent ſe iidem duo circuli, ſi fieri poteſt, in tribus punctis A B, & E. *a* Inuentum autem ſit I. centrum circuli A G B DHE, à quo ad dicta tria puncta ducantur rectæ I A, IB IE, quæ per defin. circuli æquales erunt inter ſe. Quoniam igitur intra circulum ABCDEF, aſſumptum eſt punctum I, à quo cadunt in circumferentiam plures, quam duæ, rectæ æquales, *b* erit I, centrum circuli ABCDEF. Erat autem idē punctum I, centrum circuli A G B D H E. Duo ergo circuli ſe mutuo ſecantes habent idem centrum. *c* Quod eſt abſurdum.

Theor. 10. Propoſ. 11. Si duo circuli ſe ſe intus contingant, atq; ic accepta fuerint eorum centra; ad eorum centra adiuncta recta linea, & producta, in contactum circulorum cadet.

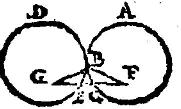
Tangat circulus A B C, circulum A D E, intus

a 1. ter. *b* 9. ter. *c* 5. ter.

tus in A. & sit E. centrum circuli ABC, & G, centrum circuli ADF, quod necessario ab illo diuersum erit, cũ duo circuli interius se tangẽtes, *a* non possint idem centrum habere. Dico rectam extensam per G & E, cadere in contactum A. Si enim non cadit, secet vtrumque circulum in punctis D B, C, F. & ex contactu A, ad centra E, G, rectæ ducantur A E, A G. Quoniam igitur in triangulo A E G, duo latera GE, EA, *b* maiora sunt latere G A; Est autem G A, recta rectæ GD, æqualis; (quod G positum sit centrum circuli ADF) erunt & GE, FA. rectæ maiores recta C D. Dempta igitur communi G E, remanebit EA, maior, quam E D. Quare cum E A. æqualis sit ipsi E B; (quod E, positum fuerit centrum circuli ABC) erit & EB. maior, quam E D. pars quam totum, quod est absurdum.

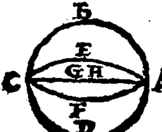


Theorema XI. *Propos.* 12. *Si duo circuli se se, exterius contingant, linea recta, quæ ad centra eorum adiungitur, per contactum transibit.*



CIrculi duo A B C, D B E, tangant se exterius in B, & centrum circuli A B C, sit F, circuli vero D B E, centrum sit fit G. dico rectam extensam per F. & G. transire per contactum B. Si enim non transit, secet circumferentias in C, & E. ducanturque à centris F,G, ad B, cōtactum rectæ FB, GB. Quoniam igitur in triāgulo FBG, latera duo BF, BG, *a* maiora sunt latere FG: Est autem recta BF, rectæ FC, æqualis: (quod F, ponatur centrum circuli ABC,) & recta BG, rectæ GE, æqualis, (quod G, ponatur centrum circuli DBE) erunt, & rectæ FC, GE, maiores quam recta FG, pars quam totum, (cum FC, contineat præter FC, GE, rectam adhuc CE) quod est absurdum. Si igitur duo circuli se se exterius contingant, &c. Quod erat demonstrandum.

Theorema 10. Propos. 13. Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, siue intus, siue extra tangat.



TAngant se se circuli AB CD, AECF, intus si fieri potest, in pluribus pūctis, quā vno, A & C: Assumātur autem centra horum circulorum G, H, *a* quæ diuersa erunt, per quæ recta GH, in vtramque partem extendatur quam necesse est *b* cadere in contactus A, & C. Itaque cum G sit centrum, & recta A G H C, diameter, diuidetur AGHC, bifariam in puncto G. Simili ratione diuidetur eadem A G, bifariam in H; quod est absurdum. Vna enim recta in vno duntaxat puncto diuiditur bifariam. Si namque G C, est dimidium totius A C, erit necessario H C, dimidio minor, cum sit pars dimidij G C.

Theor. 13. Propos. 14. In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

Sint in circulo A B C D, cuius centrum E, duæ rectæ æquales AB, CD. Dico ipsas æqualiter distare à centro E. Ducantur enim ex E, centro ad rectas A B, C E, duæ perpendiculares E F, EG, & coniungantur rectę E A, ED. *a* Secabunt rectæ E F, E G, rectas AB, CD, bifariam. Quare cum totæ AB, CD, æquales ponantur, erunt & dimidia earum, rectæ videlicet AF, DG, æqualia. Quoniam igitur quadrata rectarum EA, ED, æqualium, inter se sunt æqualia: Quadratum autem rectæ EA, *b* æquale est quadratis rectarum A F, F E; & quadratum rectæ E D, quadratis rectarum D G, G E: Erunt quoque quadrata rectarum A F, F E æqualia quadratis rectarum D G, G E. Ablatis ergo quadratis æqualibus æqualium rectarum AF DG, remanebūt quadrata rectarum F E, G E, æqualia, ideoque & rectæ

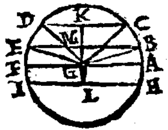
rectæ EF,EG. æquales erunt. Distant igitur per 4. defin. huius lib rectæ AB,CD, æqualiter à cẽtro E. Rursus distent rectæ AB,CD, æqualiter à centro E. Dico eas inter se esse æquales. Ducantur enim iterum ex centro E, ad AB, CD, perpendicularis EF,EG, quæ per 4 defin huius lib æqualis erunt; c diuidentq. rectas AB,CD. bifariã Ductis igitur rectis EA, ED, erunt earum quadrata æqualia: Est autem quadratum rectæ EA. d æquale quadratis rectarum AF,FE; & quadratum rectæ ED, æquale quadratis rectarum DG,GE. Igitur & quadrata rectarum AF, FE, æqualia sunt quadratis rectarum DG,GE; ideoque ablatis æqualibus quadratis æqualium rectarũ EF EG, remanebunt quadrata rectarum AF,DG, æqualia; atque adeo rectæ AF,DG, ac propterea earum duplæ AB,CD, æquales quoque erunt. Itaque in circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro, &c. Quod erat demonstrandum.

Theorema 14. Propos. 15. In circulo maxima quidem linea est diameter; aliarum autem propinquior centro, remotiore semper maior.

IN circulo ABCDEF cuius centrum G, diameter sit AF; & recta ei propinquior HI, remotior autem CD. Dico omnium esse maxi-

c 3. huius. d 47. primi.

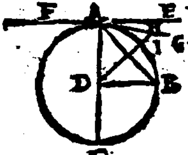
mam AF, & HI maiorem quam CD. Ducantur enim ex G, centro rectæ Gk, GL, perpendiculares ad CD, HI. Et quia remotior est CD, à centro, quam HI, erit Gk, maior quam GL, per 4. defin. huius lib. Abscindatur ex GK, recta GM, ipsi GL, æqualis, atque per M, educatur BME, perpendicularis ad GK, & connectantur rectæ GB, GC, GD, GE. Quoniam igitur rectæ perpendiculares GM, GL, æquales sunt, æqualiter distabunt rectæ BE, HI, à centro, per 4. defin. huius lib. *a* & ideo inter se æquales erunt. Rursus quia rectæ GB, GE, *b* maiores quidem sunt recta BE, æquales autem diametro AF; erit & diameter AF, maior, quam BE. Eadem ratione ostēdetur AF, maior omnibus alijs lineis. Deinde quia latera GB, GE, trianguli BGE, æqualia sunt lateribus GC, GD, trianguli CGD; & angulus BGE, maior est angulo CGD; *c* erit recta BE, maior quam CD; atque adeo HI, quæ æqualis ostensa fuit ipsi BE, maior quoque erit quam CD. In circulo igitur maxima quidem linea est diameter, &c. Quod erat demonstrandum.



Theo.

a 3. huius. *b* 20 primi. *c* 24. primi.

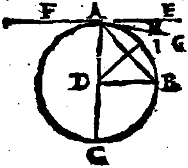
Theorema 15. Propos. 16. Quæ ab extremitate diametri cuiusque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadet; & in locum inter ipsam rectam lineam & peripheriam comprehensum, altera recta linea non cadet: & semicirculi quidem angulus, quouis angulo acuto rectilineo maior est; reliquus autem minor.



IN circulo ABC, cuius centrum D, diameter sit A C, ad quam ex A, puncto extremo perpendicularis ducatur. Dico hanc lineã perpendicularem necessario extra circulum cadere. Si enim cadit intra ipsum, qualis est A B, ducta DB, *a* erunt duo anguli D A B, DBA æquales, sed DAB, rectus est, per constructionem: Igitur & DBA, rectus erit, quod est absurdum, Duo enim anguli in triangulo *b* minores sunt duobus rectis. Non igitur cadet perdendicularis intra circulum; neque eandem ob causam in ipsam circũferentiam, sed extra, qualis est E F. Dico iam ex A. inter AE, rectam, & circumferentiam A B, non posse cadere alteram rectam. Cadat enim, si fieri potest, recta AG, ad quam ex D, ducatur perpendicularis CH, secans circumferentiam in I, quæ necessario ad partes anguli acuti D A G, cadet, ex coroll. 2. pro-

a 5. primi. *b* 17. primi.

propof. 17. lib. 1. Quoniam igitur in triangulo D AH, c duo anguli DHA, DAH, minores sunt duobus rectis; & DHA, rectus est, per constructionem, erit angulus DAH, recto minor, ideoque recta D A, hoc est, recta illi æqualis D I, d maior erit, quam D H, pars



quam totum, quod est absurdum. Non igitur intercipietur recta inter AE & circumferentiam AB: sed quæcunque ex, A, ducatur infra AE, ea secabit circulum. *Dico denique* angulum semicirculi, cõtentum diametro AC, & circumferentia AB, maiorem esse omni acuto angulo rectilineo, reliquum vero angulum contingentiæ, qui continetur recta A E, & circumferentiam A B, minorem esse omni acuto angulo rectilineo. Quoniam enim ostensum est omnem rectam ex A, ductam infra perpendicularem A E, cadere intra circulum, faciet necessario ea linea, cum A C, angulum rectilineum acutum minorem angulo semicirculi, at vero cum A E, angulum rectilineum acutum maiorem angulo contingentiæ, cum ille sit pars anguli semicirculi, hic vero totũ quidpiã respectu anguli contingentiæ. Id quod liquido cõstat, ducta recta AB, quomodocunq; infra A E. Nam cum hæc linea A B, intra circulum cadat, vt demonstratum est, erit angulus rectilineus

acutentus C AB, minor angulo semicirculi contento sub diametro A C, & circumferentia ABC, cum ille huius sit pars: Angulus vero contingentiæ contentus sub tangente linea AE, & circumferentia ABC, minor angulo rectilineo acuto B AE, quod ille huius pars sit. Eademq; ratio est de omnibus alijs angulis acutis rectilineis, cum omnes contineantur à diametro A C, vel tangente AE, & rectis ex A, sub AE, ductis quæ omnes intra circulum cadent, ut demonstrauimus. Angulus igitur semicirculi maior est omni acuto angulo rectilineo, reliquus autem angulus contingentiæ, minor. Itaque quæ ab extremitate diametri, cuiusq; circuli ad angulos rectos ducitur, &c. Quod erat ostendendum.

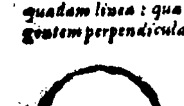
Problem. 2. Propositio 17. A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.

Ex puncto A, ducenda sit linea, quæ tangat circulum BC, cuius centrũ D. Ducatur recta A D, secans circulum BC, in B. Deinde centro D, interuallo, autem DA describatur circulus AE, & ex B, educatur BE, perpendicularis ad A D, secans circulum A E, in E, Ducta denique recta E D, secante circulum BC, B, C in C, connectatur recta AC: quam dico tangere circulum BC, in C. Cum enim duo latera DE, DB, trianguli BDE, æqualia sint duobus lateribus DA, DC, trianguli CDA, vtrumq; vtrique, vt constat ex circuli definitiones angulasque D, contentus dictis lateribus sit communis:

Erunt & bases BE, CA, & anguli DBE, DCA, super ipsas æquales. Est autem DBE, rectus ex constructione. Igitur & DCA, rectus erit. Igitur CA, cum sit perpendicularis ducta ad C, extremum semidiametri C D, tanget circulum, per corollarium præcedentis propositionis. A dato ergo puncto A, ducta est A C recta, tangens circulum BC, in C, quod faciendum erat.

Theor. 16. Propos. 18. Si circulum tangat recta quæpiam linea, à centro autem ad contactum adiungatur recta quædam linea: quæ adiuncta fuerit ad ipsam contingentem perpendicularis erit.

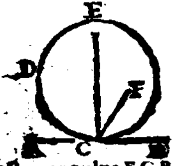
Recta linea A B, tangat in C, circulum C D, cuius centrum E, & ex E, ad C, recta ducatur EC. Dico EC perpẽdicularẽ esse ad AB. Si n. nõ est ducatur perpendicularis ad AB, sed-



circumferentiam in D. Quoniam igitur in triangulo C E F, *a* duo anguli ECF, EFC, minores sunt duobus rectis; & est EFC, rectus ex constructione: erit E CF, minor. Quare *b* maior erit recta E C. hoc est, E D, quam EF, pars quam totum, quod est absurdum. Est igitur E C. perpendicularis ad AB. Quare si circulum tangat recta quæpiam linea, &c. Quod demonstrandum erat.

Aliter E C, non est perpendicularis ad A B, erit alter angulorum ad C, obtusus, & alter acutus. Sit ergo ECB, acutus. qui cum maior sit angulo semicirculi E C D, erit angulus semicirculi minor angulo aliquo acuto: quod est absurdum. Omni siquidem angulus semicirculi *c* maior est omni acuto.

Theorema 17. propos. 19. Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à contactu autem recta linea ad angulos rectos ipsi tangenti excitetur: In excitata erit centrum circuli.



TAngat recta A B, circulũ CDE in C; & ex C, ducatur C E, perpendicularis ad AB. dico in CE, esse centrum circuli. Si enim est extra CE, sit F, centrum, a quo ad C, ducatur recta F C, quæ *a* perpendicularis erit ad A B. Quare rectus angulus F C B, recto angulo E C B, æqualis erit,

erit, pars toti: quod est absurdum. Non igitur extra C E, centrum circuli existet. Itaque si circulum tetigerit recta quæpiam linea, &c. Quod erat demonstrandum:

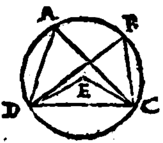
Theor. 18. Propos. 20. In circulo, angulus ad centrum duplex est anguli ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria basis angulorum.

IN circulo ABC, cuius centrum D. super basin BC, constituatur angulus BDC, ad centrum; & super eandem basin angulus BAC ad peripheriam. Dico angulum BDC, duplum esse anguli BAC. per centrum D, recta extendatur AE. Quoniam igitur rectæ D A, DB, æquales sunt, a erunt anguli DAB, DBA, æquales: Est autem externus angulus BDE, b æqualis duobus angulis internis D A B, DBA, Quare BDE. duplex erit alterius eorum, vt anguli DAB. Eodem modo duplus ostendetur angulus CDE, anguli DAC. Quapropter totus B D C, duplus erit totius BAC. Quando enim duæ magnitudines duarum sunt duplæ, singulæ singularum, est quoque aggregatum ex illis aggregati ex his duplum. Constat ergo propositum, & eodem fere modo ostendetur in alijs casibus.

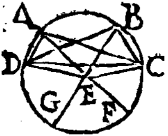
Theo-

a 5. pri. b 32. primi.

Theorema 19. Propo. 21. In circulo, qui in eodem segmento sunt, anguli, sunt inter se aequales.



IN circulo ABCD, cuius cētrum E, existant anguli A, & B, in segmento D A B C. Dico eos esse æquales. Sit enim segmentum DABC primum semicirculo maius; & ducantur rectæ DE, CE, ad cētrum. E. Quoniam igitur angulus D E C, ad centrum, *a* duplus est tam anguli DAC, quam DBC, ad peripheriam, cum omnes habeant eandem basin D C; erunt anguli A. & B. dimidiatæ partes anguli E. *b* Quare inter se æquales erunt. Eademque ratione omnes, alij anguli existentes in segmento D A B C, ostendentur esse æquales.



Sit deinde segmentum D A B C. vel semicirculus, vel semicirculo minus. Ducantur per centrum E, rectæ A F. B G, & in segmento minori connectantur rectæ DE, CE. Quoniam igitur angulus D E F, ad centrum. *c* duplus est anguli DAF, ad peripheriam; Similiter angulus CEF, anguli CAF; ac proinde duo anguli simul DEF, CEF, duorum angulorum simul

DAE

a 20 ter. *b* 7. p u. *c* 20 ter.

DAF, CAF, dupli erunt, hoc est; totius anguli DAC: Sunt autem anguli DEG, GEF, æquales angulo DEF: erunt quoque tres anguli DEG, GEF, FEC, simul dupli anguli DAC. Eadem ratione erũt ijdem tres anguli dupli anguli DBC. *a* Quare æquales erunt anguli DAC, DBC.

Theorema 20, Propos. 22. Quadrilaterorum in circulis descriptorum anguli, qui ex aduerso, duobus rectis sunt æquales.

IN circulo, cuius centrum E, inscriptum sit quadrilaterum ABCD. Dico duos angulos oppositos ABC, CDA: item BCD, DAB æquales esse duobus rectis. Ductis enim diametris duabus quadrilateri AC, BD, *a* erunt duo anguli ABD, ACD, in eodem segmento ABCD, æquales. Similiter erunt duo anguli CBD, CAD in eodem segmento CBAD, æquales. Quare duo anguli ABD, CBD, hoc est, totus angulus ABC, æqualis est duobus angulis ACD, CAD. Addito igitur communi angulo CDA, erunt duo anguli ABC, CDA æquales tribus angulis ACD, CAD, CDA. *b* Sed hi tres æquales sunt duobus rectis. Igitur, & duo ABC, CDA, duobus erunt rectis æquales. Eodem modo ostendemus, angulos BCD, DAB, duobus esse rectis æquales. Nam ipsi-

a 7. pro. *a* 21. huius. *b* 32. prim.

-sursus duo anguli ABD, ACD, sunt æquales: Item duo BCA, BDA; ac propterea totus angulus BCD, duobus angulis ABD, BDA, æqualis erit. Addito igitur communi angulo B A D; erunt duo anguli BCD, BAD, æquales tribus angulis ABD BDA, DAB c Sed hi tres sunt æquales duobus rectis. Igitur & duo BCD, D A B, duobus rectis æquales erunt. Quadrilaterorum igitur in circulis descriptorum, &c. Quod demonstrandum erat.

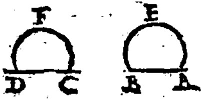
Theor. 21. Propos. 23. Super eadem recta linea, duo segmenta circulorum similia, & inæqualia, non constituentur ad easdem partes.

SI enim fieri potest, super recta A B, constituantur ad easdem partes duo segmēta similia, & inæqualia A C B, A D B. Perspicuum est autem, quod se solum intersecent in punctis A & B; a Circulus enim circulum non secat in pluribus punctis, quam duobus. Vnde peripheria vnius segmenti tota erit extra peripheriā alterius. Ducatur igitur recta AD, secans circumferentias in C, & D, & connectantur rectæ CB, DB. Quoniam igitur segmēta ponuntur similia, erit per 10. defin. huius lib. angulus ACB, æqualis angulo ADB, externus

c 32. pri. a 10. tert.

ternus interno: *b* quod est absurdum. Non igitur segmenta sunt similia; Quare super eadem recta linea, &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 22. Propos. 24. Super aequalibus rectis lineis, similia circulorum segmenta sunt inter se aequalia.

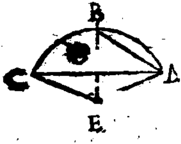


Super rectis lineis æqualibus AB, CD, constituta sint segmẽta similia A EB, CFD. Dico ea inter se esse æqualia. Lineę enim AB. CD, cum sint æquales, congruent inter se, si altera alteri super ponatur. Dico igitur & segmentum AEB, segmento CFD, congruere. Si enim non congruit, cadet aut extra, aut intra aut partim extra, partim intra. Quod si extra cadat, aut intra, constituentur super eadem recta CD, duo segmenta AEB, AFB similia, & inæqualia, quorum vnum totum extra aliud cadit, quod est absurdum, *a* Demonstratum enim est contrarium. Quod si partim extra cadat, partim intra, secabunt se se in pluribus punctis, quam duobus, duo circuli. Quod est absurdum, *b* Circuli enim non se secant in pluribus punctis, quam duobus. Congruet igitur segmentum AEB, segmento CFD atque adeo ipsa inter se æqualia erunt. Quo circa super

b 10 pri. *a* 23. ter. *b* 10. ter.

super æqualibus rectis lineis, &c. Quod erat demonstrandum.

Problem. 3. Propos. 25. Circuli segmento dato, describere circulum, cuius est segmentum.



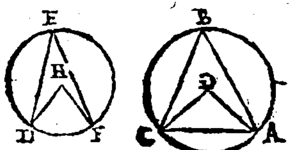
Sit segmentum circuli A BC, quod perficere oporteat. Subtendatur recta AC, quæ bifariam secetur in D, puncto, per quod perpendicularis ducatur DB, connectaturq; AB. Angulus igitur DBA, vel maior est angulo D A B, vel æqualis, vel minor. Si maior, (quod quidem continget, quando segmentum A B C, minus fuerit semicirculo: Tunc enim, quia BD, transit per centrum, ex corollario propos. 1. huius lib. quod est extra segmentum, cum ponatur esse minus; erit DA, maior, quã DB cum DB, perficiens diametrum a sit omnium minima, quæ ex puncto D, in circumferentiam cadũt. Quare angulus DBA, b maior erit angulo DAB) cõno si non est fiatq; angulus BAE, æqualis angulo DBA, & secet recta AE, rectam BD, productam in E. Dico E, esse centrũ circuli, cuius segmentum ABC. Ducta enim recta EC, erunt latera AD, DE, trianguli ADE, æqualia lateribus CD, DE, trianguli C DE & anguli contenti rectic Quare bases EA, EC,

G 2 æqua-

a 7. tert. b 16. primi. c 4. primi.

æquales erunt; *d* Eſt autem & EA, æqualis ipſi EB, quod anguli EAB, EBA, æquales ſint. Igitur tres lineæ EA,EB,EC, æquales erunt, *e* ac propterea E, centrũ erit circuli ABC. quandoquidem ex E, plures quã duæ rectę ęquales cadunt in circũferentiã.

Theorema 23. Propoſitio 26. In æqualibus circulis, æquales anguli æqualibus peripherijs inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant.



IN circulis æqualibus ABC, DEF, quorum centra G, H, conſtituti ſint primũ ad centra anguli æquales AGC, DHF. Dico peripherias AC, DF, quibus inſiſtunt, ſiue ſuper quas aſcenderunt, eſſe æquales. Sumantur enim in peripherijs ABC, DEF, duo puncta B, E, ad quæ rectæ ducantur AB, CB, DE, FE, connectanturque rectæ AC, DF. Quoniã igitur *a* anguli B, & E, dimidij ſunt æqualium angulorum G, & H; erunt & ipſi æquales inter ſe. Quare ex definitione ſegmenta ABC, DEF, ſimilia erunt. Et

e 9. ter. *a* 20. ter.

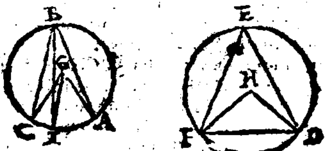
Et quia latera AG,GC, triãguli AGC, æqualia sunt lateribus DH,HF, trianguli DHF, propter circulorũ æqualitatem; & anguli, quos continent G,H, æquales, ex hypothesi, *b* erunt bases A C, DF, æquales. Cum igitur segmenta similia ABC,DEF sint super lineas æquales AC, DF, *c* erunt ipsa inter se æqualia. Quare si à circulis æqualibus demantur, remanebunt, & segmenta AC,DF, inter se æqualia; atq; adeo peripheriæ AC, DF: Quod est propositum.

Sint deinde ad peripherias constituti duo anguli æquales B,& E; Dico rursus, peripherias AC,DF, super quas ascenderunt, esse æquales. Erunt enim, vt prius, segmenta ABC,DEF, similia. Cum igitur sint super æquales lineas AC,DF; (cum enim anguli G, H, æquales sint, *d* quod sint dupli angulorũ æqualium B,& E: erunt, vt prius, rectæ AC,DF, æquales) *e* erunt ipsa inter se æqualia. Si igitur à circulis æqualibus detrahantur, remanebunt & segmenta AC, DF, æqualia. In æqualibus, itaque circulis, æquales anguli, &c. Quod erat demonstrandum.

Theor.24. Propos.27. In æqualibus circulis, anguli, qui, æqualibus peripherijs insistunt, sunt inter se æquales, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant.

IN circulis æqualibus ABC,DEF, quorũ cẽtra G, H, insistant primũ anguli ad cẽtra AGC,& DHF, æqualibus peripherijs AG,DF Dico angulos AGC,

& DHF, æquales esse. Si enim non sunt æquales, sit



angulus G, maior, fiatque angulus A G I, æqualis angulo DHF. a Erunt igitur peripheriæ AI, DF, æquales. Cum igitur peripheria AC, æqualis ponatur peripheriæ DF, erunt peripheriæ AI, AC, inter se æquales, pars & totum; quod est absurdum. Sunt ergo anguli AGC, DHF, æquales.

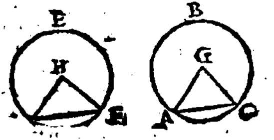
Insistant deinde eisdem peripherijs æqualibus AC, DF, anguli B, & E ad peripherias; quos rursus dico æquales esse. Nam si alter, vt ABC, maior est; fiat angulos E, æqualis angulus ABI. b eruntque peripheriæ AI, DF, æquales. Quare, vt prius, erunt peripheriæ AI, AC, æquales, pars & totum; quod est absurdũ. Sunt ergo anguli ABC, DEF, æquales. In æqualibus igitur circulis, anguli, qui æqualibus peripherijs insistũt, &c. Quod demonstrandũ erat.

Theor. 25. Propos. 28. In æqualibus circulis, æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori.

IN circulis æqualibus ABC, DEF. quorum centra G, & H, sint rectæ æquales A C, DF. Dico

a 26 tert. b 26 tert.

maiorem peripheriam ABC, æqualem esse maiori DEF, & minorem AC, minori DF. Ductis enim rectis AG, GC, DH HF; erunt latera AG, GC, trianguli AGC, æqualia lateribus DH. HF, trianguli DHF. Ponuntur autem & bases AC, DF, æquales. Igitur a anguli G, & H, æquales erunt: Ac propterea peripheriæ AC DF, quibus insistunt, b æquales erunt; quæ ablatæ ex totis æqualibus, relinquent etiam æquales ABC, DEF. In æqualibus ergo circulis æquales rectæ lineæ, &c. Quod erat demonstrandum.



Theor. 26. Propo. 29. In æqualibus circulis, c æquales peripherias, æquales rectæ lineæ subtendunt.

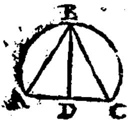
IN circulis eisdem æqualibus ponantur æquales peripheriæ ABC, DEF; Item AC, & DF. Dico rectas AC, DF, quæ eas subtendunt, esse æquales. Ductis enim lineis, vt prius, erunt latera AG, GC, trianguli AGC, æqualia lateribus DH HF, trianguli DHF. Sunt autem & anguli G, H, a æquales, quod æqualibus peripherijs AC, DF, insistant.

G 4 Igitur

a 8. pri. b 26. ter. c 27. pri.

Igitur *b* bases AC, DF, æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, æquales peripherias, &c. Quod erat ostendendum.

Theor. 4. Propositio 30. Datam peripheriam bifariam secare.



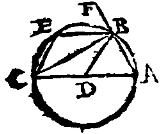
SIt peripheria ABC, secanda bifariam. Ducatur recta subtendens AC, qua diuisa bifariam in D, erigatur perpendicularis D B. quæ peripheriam ABC, bifariam secabit in B. Ductis enim rectis AB, CB, erunt latera AD, BD, trianguli ADB, æqualia lateribus CD, DB, trianguli CDB: Sunt autem & anguli ad D, æquales, nẽpe recti. Igitur *a* & bases AB, CB, æquales erunt; Ac propterea *b* peripheriæ AB, CB, erunt æquales. Datam ergo peripheriam bifariam secuimus. Quod erat faciendum.

Theor. 27. Propos. 31. In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est: qui autem in maiore segmento, minor recto: qui vero in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

CIrculi enim ABC, cuius centrum D, diameter sit AC, constituaturque in semicirculo angulus ABC, existetque angulus B A C. in maiori segmento

b 4. pri. *a* 4. pri. *b* 28. tert.

mento CAB. Constituatur quoque in CEB, minori segmento angulus BEC. Dico angulum ABC, in semicirculo rectum esse; angulũ vero BAC, in maiore segmento, minorem recto: & angulum BEC, in minori segmento, maiorem recto, Item angulum maioris segmenti comprehensum recta BC, & peripheria BAC, esse recto maiorem. At angulum minoris segmenti comprehensum recta BC, & peripheria BEC, recto minorem.



Ducatur enim recta BD, ad centrum, & extendatur AB in F. Quoniam igitur rectæ DA, DB æquales sunt, *a* erit angulus DBA, angulo DAB æqualis. Eadem ratione erit angulus DBC, angulo DCB æqualis. ideoque totus angulus ABC, duobus angulis BAC, BCA, æqualis erit. *b* Est autem & angulus FBC, externus eisdem duobus internis angulis BAC, BCA. in triãgulo ABC, æqualis. Quare æquales erunt inter se anguli ABC, FBC; ac propterea vterque rectus. Rectus igitur est angulus ABC; quod est primum.

Quoniam vero in triangulo ABC, *c* duo anguli ABC, & BAC, sunt duobus rectis minores; Et esse angulus ABC, ostensus rectus: Erit angulus BAC, in segmẽto maiori, recto minori; quod est secundũ.

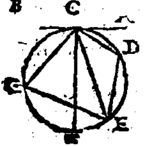
Rursus, quia in quadrilatero ABEC, intra circulum descripto, *d* duo anguli oppositi

BAC.

BAC, & BEC, sunt duobus rectis æquales; Et angulus BAC. ostensus est recto minor: Erit BEC, angulus in segmento minore, recto maior; quod est tertium.

Quartum patet ex demonstratis, anguli enim segmentorum, vel addit, vel detrahit recto.

Theorema 28. Propositio 32. Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum secans: Anguli, quos ad contingentem facit, æquales sunt iis, qui in alternis circuli segmentis consistunt, angulis.



TAngat recta AB, circulum CDE, in C. puncto, à quo ducatur recta CE, diuidens circulum in duo segmenta, in quibus fiant anguli C G E, C D E. Dico angulum ACE, æqualem esse angulo C G E, in alterno segmento; & angulum BCE, angulo C D E, in alterno quoque segmento. Ducta igitur recta C F, per centrum; connectatur recta EF: *a* eritque CF, perpendicularis ad A B. *b* & angulus CEF, rectus; ac propterea reliqui anguli ECF, EFC, æquales erunt vni recto, vt angulo recto ACF. Dempto ergo communi angulo ECF, erit reliquus ACE, reliquo CFE, æqualis: *c* Est autem angulo CFE, æqualis quoque angulus C G E. cum vterque sit in segmento CGE. Quare angulus ACE, angulo

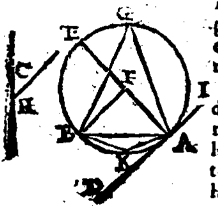
angulo CGF, æqualis erit. Quoniam vero in quadrilatero CDEG, duo *d* anguli CDE, CGE, duobus sunt rectis æquales: *e* Sunt autem & duo anguli ACE, BCE, duobus rectis æquales; si auferantur æquales anguli ACE, CGE, remanebit angulus BCE, angulo CDE æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem, &c. Quod erat ostendendum.

Probl. 5. Propositio 33. Super data recta linea describere segmentum circuli, quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

AD punctum A, fiat angulus DAB, æqualis angulo C. acuto; & agatur ad DA perpendicularis AE, quæ cadet supra AB. Fiat deinde angulo FAB, æqualis angulus FBA. secetque BF, rectam AE, in F *a* Erunt igitur rectæ FA FB, æquales. Quare si centro F, & interuallo FA, circulus describatur AGB, transibit is per B. Dico igitur angulum in segmento AGB, quod descriptum est super AB, esse æqualem angulo C: Fiat enim angulus in dicto segmento AGB. Quia igitur AE, per centrũ F, transit, & ei perpendicularis est DA, tanget DA, recta circulum in A, per

d 22. tert. *e* 13. prim. *a* 6 prim.

per coroll. propos. 16. huius lib. Quapropter b angulus DAB, hoc est, angulus datus C, æqualis erit angulo G, in segmento alterno AGB.



Si vero sit angulus datus H, obtusus. Fiat rursus angulo H, æqualis angulus IAB. & agatur ad IA, perpendicularis AE, quæ supra AB, cadet. Reliqua omnia fiant, vt prius, descriptumque erit super A B, segmentum AKB, in quo angulus k, æqualis est angulo dato obtuso H. Nam angulus I A B, hoc est, angulus datus H, c æqualis est angulo k, in alterno segmento A k B. Eadem enim est demonstratio. Itaque super data recta linea descripsimus segmentum, &c. Quod efficiendum erat.

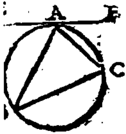
Probl. 6. Propos. 34. A dato circulo segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

DAtus circulus sit ABC, a quo auferre oporteat segmentum, in quo angulus existens æqualis sit dato angulo D. Ducatur recta E F, tangens circulum in A. Fiat deinde angulus FAE, æqualis angulo dato D. Dico igitur angulum ACB, in segmento

mento

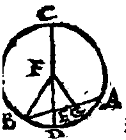
b 31. ter. c 32. ter. a 17. ter.

[ ]ento ablato ACB, æqualem esse dato angulo D.



Est enim *b* angulus FAC, æqualis angulo B, in alterno segmẽto ACB. Cum ergo angulo dato D, factus sit æqualis angulus FAC, erit quoque angulus B, angulo D, æqualis. A dato ergo circulo abscidimus segmentum ACB, &c, Quod erat faciendum.

[Th]eorema 29, Propositio 35. Si in circulo duæ rectæ lineæ se se mutuo secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquale est ei, quod sub segmentis alterius comprehenditur, rectangulo.



SEcet CD, transiens per cẽtrum rectam AB, non bifariam. Secetur ergo AB, bifariam in G, ducanturque rectæ FG, FB, *a* eritq; FG, perpendicularis ad AB. Quoniam recta CD, diuisa est bifariã in F, & non bifariam in E, erit sane rectangulum sub CE, ED, vna [cu]m quadrato rectæ FE, *b* æquale quadrato rectæ [FD], hoc est, quadrato rectæ FB: Est autem quadratum rectæ FE, *c* æquale quadratis rectarum [F]GE, & quadratum rectæ FB, æquale quadratis [rect]arum FG, GB, erit quoque rectangulũ sub CE,

ED,

ED, vna cum quadratis rectarum FG. GE, æquale quadratis rectarum FG, GB. Dempto ergo cõmuni quadrato rectæ FG, remanebit, rectangulum sub CE, ED, vna cum quadrato rectæ GE, æquale quadrato rectæ GB. atqui etiam rectangulũ sub AE, EB, vna cum quadrato rectæ GE, [d] æquale est eidem quadrato rectę GB: propterea quod recta AB, secta est bifariam in G, & non bifariam in E. Igitur rectangulũ sub CE, ED, vna cum quadrato rectæ GE, æquale est rectangulo sub AE, EB, vna cum quadrato eiusdẽ rectæ GE. Quare ablato communi quadrato rectæ GE, remanebit rectangulum sub CE, ED, æquale rectangulo sub AE, EB. quod est propositum.

Quod si neutra per centrum transeat, siue vna illarum bifariam diuidatur, siue neutra, facilè, fere eodem medio fiet demonstratio: vnde cum non sit noua difficultas, aliud non addo. Si igitur in circulo duæ lineæ, &c. Quod demonstrandum erat.

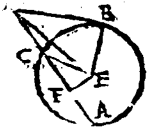
Theor. 30. Propositio 36. Si extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum secet, altera vero tangat: Quod sub tota secante, & exte-

rius

d secun.

rius inter punctum, & connexam peripheriam assumptæ comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente describitur, quadrato.

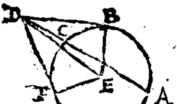
EXtra circulum A B C, punctum sumatur. D, à quo linea ducatur DA, secans circulum in C, linea D B, circulum tangens in B. Dico rectangulum sub DA, DC, æquale esse quadrato rectæ D. Transeat enim DA, secans vtcunque. Diuisa ergo AC, bifariam in F, ducantur rectæ EB, EC, ED. EF: eritq; EB, ad B D, perpendicularis; *b* & EF, ad AC. Quoniam igitur C A, diuisa est per æqualia in F, & ei addita recta CD, *c* erit rectãgulum sub DA, DC vna cũ quadrato rectæ CF, æquale quadrato rectæ DF. Addito igitur communi quadrato rectæ FE, erit rectangulum sub DA, DC, vna cum quadratis rectarum CF, F E, æquale quadratis rectarum D F, F E: Est autem quadratis rectarum C F, FE, *d* æquale quadratum rectæ E C, ideoque & quadratum rectæ E B. Et *e* quadratis rectarum DF, FE, æquale est quadratum rectæ D E. Quare rectangulum sub D A, DC, vna cum quadrato rectæ EB, æquale erit quadrato rectæ D E. Cum igitur quadratum rectæ DE, *f* æquale sit quadratis rectarum D B, B E. erit



a 3 tert. b 18 tert. c 6 sec. d 47 pri. e 47 pri. f 47 pri.

erit & rectangulum sub DA, DC, una cum quadrato rectæ E B, æquale quadratis rectarum DB BE. Ablato ergo communi quadrato rectæ BE, remanebit rectangulum sub DA, D C, quadrato rectæ D B, æquale: quod est propositum. Si igitur extra circulum sumatur punctum aliquod. &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 31. Propos. 37. Si extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum secet, altera in eum incidat; sit autem, quod sub tota secante, & exterius inter punctum, & conuexam peripheriam assumpta, comprehenditur rectangulum, æquale ei, quod ab incidente describitur, quadrato; Incidens ipsa circulum tanget.



Extra circulum ABC, cuius centrum E, punctum sumatur D, à quo ducatur recta DA, circulum secans in C, & recta D B, incidens in circulum ad punctum B, sitque rectangulū sub DA, DC, æquale quadrato rectę D B. Dico DB, circulū tangere in B. a Ducatur enim DF, tangens circulum, & iungātur rectę EB, EF. Quod si DA, secans nō transeat per centrū E, iungatur quoque recta DE. Quoniā igitur re-

a 17. ter.

ctangulo sub DA, DC, b æquale est quadrat. m æ tangentis DF: Et eidem rectangulo sub DA, C, æquale ponitur quadratum rectæ DB: erunt uadrata rectarum DF, DB, interse æqualia; ideoue & rectæ DF, DB, æquales inter se erunt. Itaue quia latera DF, FE, trianguli DFE, æqualia int lateribus DB, BE, trianguli DBE; & basis D, communis c erunt anguli DFE, DBE, æquales. At qui angulus DFE, rectus est, quod DF, circulum tangat. Igitur & angulus DBE, rectus erit. Quapropter per coroll. propos. 16. huius lib. DB circulum tanget; quod est propositum. Si ergo extra circulum sumatur punctum aliquod, &c. Quod rat demonstrandum.

b 36 ten. c 8. pri. d 18. ter.

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.

DEFINITIONES.

1 Figura rectilinea in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli eius figuræ, quæ inscribitur, anguli singula latera eius, in qua inscribitur, tangunt.

2. Similiter, & figura circum figuram describi dicitur, cum singula eius, quæ circumscribitur, latera singulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.

3. Figura rectilinea in circulo inscribi dicitur, cum singuli eius figuræ, quæ inscribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam.

4. Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera eius, quæ circunscribitur, circuli peripheriam tangunt.

5. Similiter, & circulus in figura rectilinea inscribi

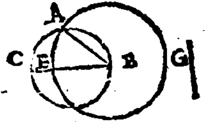
ſcribi dicitur, cum circuli peripheria ſingula latera tangit eius figuræ, cui inſcribitur.

Circulus autem circum figuram deſcribi dicitur, cum circuli peripheria ſingulos tangit eius figuræ, quam circumſcribit, angulos.

Recta linea in circulo accommodari, ſeu coaptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

In dato circulo rectam lineam accommodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro non sit maior.



IN circulo A B C, coaptanda sit recta linea æqualis rectæ lineæ datæ G; quæ tamen maior non sit diametro circuli dati. Cum enim diameter *a* sit omnium rectarum in circulo maxima, si data recta diametro maior foret, non posset in circulo aptari illi vna æqualis. Ducatur ergo diameter B C Itaque si data recta G, æqualis fuerit diametro, aptata, erit B C, illi æqualis: Si vero G, minor fuerit diametro, *b* abscindatur B E, æqualis ipsi G, & centro B, interuallo autem B E, circulus describatur E A, secans circulum A B C, in A. Ducta igitur recta B A, erit ea aptata in circulo ABC, æqualis datæ rectæ G. *c* Est enim B A, æqualis ipsi B E; & G, æqualis eidem BE, per constructionem. Quare A B, & G, inter se æquales quoque erunt. In dato ergo circulo rectam lineam accommodauimus, &c. Quod faciendum erat.

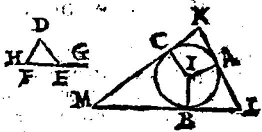
Theo-

a 15. tert. *b* 3. primi. *c* 15 defi. primi.

…orema 2, Propositio 2. In dato circulo triangulum describere dato triangulo æquiangulum.

SIt in circulo ABC, dato describẽdum triãgulum æquiangulum triãgulo dato cuicumque DEF. Ducatur …GH, tangens circulum in A, fiatque angulus B, angulo F, æqualis, & angulus HAC angulo E, …ue extendantur rectæ AB, AC, ad circumferen…n vsq; in puncta B, & C, coniungaturque recta … Non cadet autem recta AC, in rectam AB, inter rectas AB, AG: propterea q͛d anguli GA… HAC, hoc est anguli F, E, *a* minnores sunt duo… rectis, *b* essent autem duobus rectis æquales, si …, in AB, caderet; vel maiores duobus rectis, si …er AB, AG, cadere. Dico triangulum ABC, …ulo dato inscriptum, esse æquiangulum dato …ngulo DEF. Est enim angulus C, *c* æqualis an…o GAB; & eidem angulo GAB, æqualis est an…lus F, ex constructione. Quare anguli C & F, …er se quoque erunt æquales. Similiter quia… …gulus B, *d* æqualis est angulo HAC; & eidem …gulo HAC, æqualis est, per constructionem, …gulus E, erunt etiam anguli B, & E, inter se æ…les. Cum igitur duo anguli B, & C, trianguli ABC, æquales sint duobus angulis E, & F, trianguli DEF. erunt quoque reliqui anguli A, & D. æquales. Aequiangulum est ergo triangulum. A B C, triangulo DEF. Quare in dato circulo triangulum descripsimus, &c. Quod faciendum erat.

Problema 3. Propositio 3. Circa datum circulum triangulum describere dato triangulo æquiangulum.

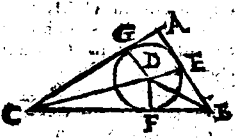


Circa circulũ datum ABC, describendum sit triãgulum æquiangulũ dato triãgulo DEF. Producto latere E F, vtrinque ad G, & H, sumptoque centro circuli I, ducatur recta vtcunque AI, & fiat angulus AIB, æqualis angulo DEG, & angulus BIC, angulo DFH. Deinde ex A B, C, educantur ad AI, BI, CI, perpendiculares kL. LM MK, quæ circulum tangent in punctis A, B, C, per coroll. propos. 16. lib. 3, coibuntque in punctis K, L, M. Si enim duceretur recta AC, fierent duo anguli kAC, kCA, duobus rectis minores, ac proinde A K, C K, coibunt, &c. Nam recta hæc ducta A C, caderet supra rectas A I, C I, quod hæ angulum constituant in I. Cum enim spatium circa I. æquale sit quatuor rectis, ex coroll. 2. propos. 15. lib. 1. hoc est, quatuor angulis

is ad E, & F, sintque duo anguli AIB, CIB, duo-
angulis DEG, DFH, æquales; erit reliquũ spa-
n AIC, reliquis duobus angulis DEF, DFE, æ-
le; Sed a hi minores sunt duobus rectis. Igitur
patium A I C, minus erit duobus rectis, ac pro-
e angulus erit A I C Alias spatium illud esset
æquale duobus rectis, si nimirum AI, CI, vnam
am lineam cõstituerent: vel maius duobus re-
, si recta A I, producta caderet supra I C. Cadit
us necessario AI, producta infra CI, atque id-
o angulus fiet AIC, ad partes K, & ducta recta
faciet cum Ak, Ck, duos angulos minores duo-
rectis, ideoque rectę AK, Ck, coibunt in k. Non
s ostendemus, AL, BL, coire in L, & CM, BM,
[: quia ductæ rectæ AB, B C, facient cum A L,
CM, BM, angulos minores duobus rectis De-
tum est igitur circa circulũ triangulũ K L M,
l dico esse æquiangulum triangulo DEF Quo-
n enim omnes anguli in quadrilatero A I B L,
les sunt quatuor rectis, vt ad 32. propos. lib. 1.
nsum fuit, & anguli IAL, IBL, sunt duo recti,
t reliqui AIB, & L, duobus rectis æquales. Cũ
r b & anguli DEG, DEF, sint duobus rectis æ-
es; si auferantur æquales AIB, DEG, remane-
ngulus L, angulo D E F, æqualis. Pari ratione
ndemus angulũ M, æqualẽ esse angulo DFE, c
quus igitur angulus K, reliquo angulo D, æ-
ls erit; atque idcirco triangulũ KLM, æquian-

gulum triangulo DEF. Circa datum ergo circulum, &c. Quod efficiendum erat.

Problem. 4. Propositio 4. In dato triangulo circulum inscribere.



Sit describendus circulus in dato triangulo A B C. Diuisis duobus angulis ABC, A C B, bifariam rectis BD, C D, quæ intra triangulum coeant in D, ducantur ex D. ad tria latera, perpendiculares D E, D F, D G. Quoniam igitur duo anguli DBE, DEB, trianguli DBE, æquales sunt duobus angulis DBF, DFB, trianguli DBF, vterque vtrique; & latus B D, commune; a erunt quoque latera D E, D F, æqualia. Eademque ratione æqualia erunt latera DF, DG, in triangulis DCF, DCG. Cum igitur tres rectæ DE, DF, DG, sint æquales; circulus ex D, ad interuallum DE, descriptus transibit per reliqua puncta F, & G; tangetque latera trianguli in E, F, G, per coroll. propos. 16. lib. 3. quod latera perpendicularia sint ad semidiametros DE, DF, DG. In dato ergo triangulo circulum descripsimus. Quod erat efficiendum.

Pro-

a 26 primi.

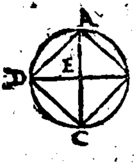
Probl. 5. Propositio 5. Circa datum triangulum circulum describere.

Sit circulus describendus circa datum triangulum ABC. diuidantur duo latera AB, AC. (quæ in triangulo rectangulo, vel obtusangulo sumenda sunt facilitatis gratia, circa rectum, vel obtusum angulum, quamuis hoc non sit omnino necessarium, sed duo quæuis latera bifariam possint secari) bifariam in D, & E punctis, ex quibus educantur DF, EF, perpendiculares ad dicta latera coeuntes in F, (Quod enim coeant, patet. Nam si ducta esset recta DE, fierent anguli FDE, FED, duobus rectis minores.) eritque F, vel intra triangulum, vel in latere BC, vel extra triangulum. Ducantur rectæ FA, FB, FC. Quoniam igitur latera AD, DF, trianguli ADF, æqualia sunt lateribus BD, DF, trianguli BDF, & anguli ad D, recti; *a* erunt bases FA, FB, æquales. Eodem modo erunt FA, FC, æquales. Cum ergo tres rectæ FA, FB, FC, sint æquales, circulus descriptus ex F, ad interuallum FA, transibit quoque per puncta B, & C. Circa datum ergo triangulum circulum descripsimus. Quod erat faciendum.

Pro-

a 4. primi.

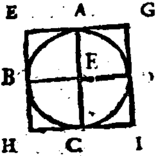
Probl. 6. Propositio 6. In dato circulo quadratum describere.



Sit in dato circulo ABCD, cuius centrum E, inscribendum quadratum. Ducantur duæ diametri A C, B D, secantes se se ad angulos rectos in cẽtro E, & iungantur rectæ A B, B C, C D, D A. Dico ABCD, esse quadratum inscriptum in dato circulo. Nã quia latera EA, EB, trianguli AEB, æqualia sunt lateribus EC, EB, trianguli CEB, cum omnia sint ex centro; & anguli contenti sunt recti; *a* erunt bases A B, B C. æquales. Eadem ratione æquales erunt rectæ BC, CD: Item rectæ C D, D A, & rectæ DA, AB. Omnia igitur latera quadrilateri A B C D, æqualia inter se sunt. Quod breuius ita concludemus. Quoniam quatuor anguli ad E, æquales sunt, nimirum recti; *b* erunt quatuor arcus, quibus insistunt, æquales: *c* ac proinde & rectæ quatuor subtensæ æquales erunt. Omnia ergo latera quadrilateri ABCD, inter se æqualia sunt. Sunt autem *d* & anguli recti, cum omnes in semicirculis existant. Quare quadratum erit ABCD, proptereaq́; in dato circulo quadratum descripsimus. Quod erat faciendum.

Pro-

Probl 7. Propositio 7. Circa datum circulum quadratum describere.

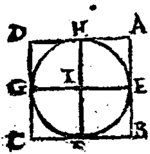


SIt circa datum circulum AB CD, cuius centrum E, describendum quadratum. Ducantur duæ diametri AC, BD, secãtes se in E, centro ad angulos rectos, & per A, B, C, & D, educantur ad diametros lineæ perpendiculares FG, FH, HI, IG, coeuntes in punctis F, H, I, G. Quod n. coeant AF, BF, patet ex eo, quod ducta recta AB faciat cũ AF, BF, duos angulos duobus rectis minores; atque ita de reliquis. Dico FHIG, esse quadratum circa circulũ datum descriptum. Cũ enim anguli AEB, FBE, sint recti, *a* erunt FH, AC, parallelæ; similiterque erunt GI, AC, parallelæ. *b* Quare & FH, GI, parallelæ erũt. Eodẽ modo parallelæ erunt FG HI. Quoniã igitur parallelogrammũ est ACHF, *c* erunt latera opposita AC, FH, æqualia, & anguli oppositi ACH, AFH, æquales: Sed ACH, est rectus. Igitur AFH rectus erit. Eadem ratione ostendemus angulos H, I, G, rectos esse; & latera HI, IG, GF, æqualia esse diametris B D, AC. Quare cum diametri sint æquales, erunt & quatuor latera FG, FH, HI, IG, æqualia, ideoque FGIH, quadratum erit; cuius quidem latera circulum tangunt, per corollarium propos. 16 lib. 3. Circa

a 28. pri. *b* 28. pri. *c* 38. pri.

ca datum igitur circulum quadratum descripsimus. Quod erat efficiendum.

Problema 8. Propositio 8. in dato quadrato circulum describere.



SIt in dato quadrato ABCD, inscribendus circulus. Diuisis lateribus bifariam in E. F, G, H, ducantur rectæ EG, FH, secantes se in I. Quoniam igitur A D, BC, rectæ æquales sunt, & parallelæ, erunt, & dimidiæ earum A H, BF, æquales, & parallelæ. *a* Quare & A B. parallela est, & æqualis ipsi F H. Eadem ratione erit DC, parallela, & æquales eidem FH: Itemque rectæ AD, B C, parallelæ erunt, & æquales ipsi EG. Sunt igitur parallelogramma A I, IB, CI, I D, ideoque rectæ IE, IF, IG, IH, æquales erunt rectis AH, EB, DH, AE: Sunt autem hæ inter se æquales, cum sint semisses æqualiũ A D, AB, &c. Quare & rectæ IE, IF, IG, IH, æquales erũt, ac propterea circulus descriptus ex I, ad interuallum IE, transibit quoque per puncta F, G, H, qui cum contingat latera AB, BC, CD, DA, per corol. propos. 16. lib. 3. *b* quod anguli ad E, F, G, H, sint recti, descriptus erit in quadrato A C. In dato ergo quadrato circulum descripsimus. Quod efficiendum erat.

Pro-

a 33. primi, *b* 29. primi.

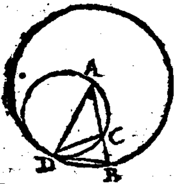
Problema 9. Propositio 9. Circa datum quadratum circulum describere.

SIt describendus circulus circa quadratum ABCD. Ducantur diametri AC, BD, secantes se in E. Quoniam igitur latera A B, AD, trianguli ABD æqualia sunt *a* erunt anguli ABD ADB, æquales: Est autem angulus BAD, rectus. *b* Quare A B D, ADB, semirecti erunt Similiter ostendemus, reliquos omnes angulos ad A, B, C, D, *c* esse semirectos, & idcirco inter se æquales. Cum ergo anguli EAD, EDA, sint æquales: *c* erunt rectæ EA, ED, æquales. Eadem ratione E A, E B, æquales erunt; necnon EB, EC Item EC, ED. Quare circulus ex E, descriptus, interuallo EA, transibit per reliqua puncta B, C, D, Circa datum ergo quadratum circulum descripsimus. Quod erat faciendum.

Problema 10. Propos. 10. Isosceles triangulum constituere; quod habeat utrumque eorum, qui ad basin sunt, angulorum, duplum reliqui.

SVmatur quæuis recta linea AB quæ *a* diuidatur in C, ita vt rectangulum sub AB, BC, æquale sit quadrato rectæ A C. Deinde centro A, interuallo vero

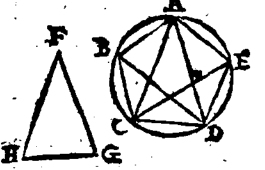
vero AB. circulus describatur, in quo *b* accommodetur recta BD, equalis ipsi AC, iungaturque recta AD. Quoniā autē rectæ AB, AD, æquales sunt, erit triangulū ABD, Isosceles. Dico vtrumque angulorum ABD, ADB, duplū esse reliqui anguli A. Ducta enim recta CD, *c* describatur circa triangulū ACD, circulus DCA. Quoniā igitur rectangulum sub AB BC. equale est quadrato rectæ BD, & recta AB, secat circulū DCA, *d* tanget recta BD, eundē circulum DCA, in D. Quare angulus BDC, *e* æqualis est angulo A, in alterno segmento CAD. Addito igitur communi CDA, erit totus angulus ADB, æqualis duobus angulis CAD, CDA. Sed his eisdem *f* equalis est etiam angulus externus BCD. Angulus ergo BCD, æqualis erit angulo ADB, hoc est *g* angulo ABD, *g* cum ABD, ADB, æquales sint *i* ac propterea *h* rectæ CD, BD, æquales erunt: Est autem BD, equalis posita rectæ AC. Igitur & CD. ipsi CA, æqualis erit; *i* ac propterea anguli CAD, CDA, æquales. Angulus igitur ADB, qui æqualis ostensus est duobus angulis CAD, GDA, duplus erit alterius eorū, anguli nimirum A. Quare. & Angulus ABD, duplus erit eiusdē anguli A. Isosceles ergo triangulū constituimus, habens, &c. quod erat efficiendum.



Pro-

b 1. quart. c 5. quart. d 37. tert. e 32. tert. f 32. pri. g 5. pri. h 6. pri. i 5. pri.

Probl. 11. Propositio 11. In dato circulo, pentagonum æquilaterum, & æquiangulum inscribere.

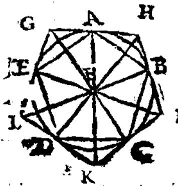


SIt in dato circulo ABCDE, inscribendum pentagonum æquilaterũ, & æquiangulum. *a* Construatur triangulum Isosceles F G H, ita vt vterque angulorũ G, H, duplus sit reliqui F, & in circulo *b* inscribatur triangulũ ACD, æquiangulum triangulo FGH. & vterque angulorum ACD, ADC, *c* bifariam diuidatur rectis CE, DB, atque rectæ iungantur A B, BC, CD, DE, EA. Dico pentagonum ABCDE, in circulo dato inscriptum, esse æquilaterum, & æquiangulum. Cum enim vterque angulorum ACD, ADC, duplus sit anguli CAD, & diuisus bifariã; erũt quinque anguli ADB, BDC, CAD, DCE, ECA, æquales. *d* Quare arcus AB, BC, CD, DE, EA, sup quos ascẽderunt, atq; idcirco *e* & rectæ AB, BC, CD, DE, EA, æquales erunt. Aequilaterum est igitur pentagonũ ABCDE. Rursus, quia arcus AB, ED, æquales sunt; addito cõmuni BCD, fient æquales AB CD, EDCB. *f* Anguli ergo AED, BAE, dictis arcubus insisten-

a 10. quarti. b 2. quar. c 9. pri. d 26. ter. e 29. ter. f 27. ter.

sistentes æquales erunt. Eodem modo æquales erunt cuilibet horum angulorum reliqui anguli. Insistunt enim æqualibus arcubus, quorum singuli ex ternis arcubus æqualibus cōponuntur. Aequiangulum est ergo pentagonum ABCDE. Quare cum & æquilaterum esse sit ostensum inscriptum erit dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum: Quod faciendum erat.

Problem. 12. Propos. 12. Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.



Sit circa datum circulum ABCDE, describendū pentagonum æquilaterum, & æquiangulum. *a* Inscribatur in eo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum ABCDE, & ex centro F, ducantur rectæ FA, FB, FC, FD, FE, ad quas ducantur perpendiculares GH, HI, Ik, KL, LG, coeuntes in G, H, I, K, L. Cum enim anguli GAE, GEA, duobus sint rectis minores, parte nimirum angulorum rectorum FAG, FEG; *b* coibunt rectæ AG, EG, ad partes G, & sic de aliis. Et quia ipsæ tangunt circulum per coroll. propos. 16. lib. 3. erit descriptū pentagonū GHIkL circa circulum; quod dico esse æquilaterum atque

æqui

æquiangulum. Ductis enim rectis FG, FH, FI Fk, F L, erunt quadrato rectæ F H, *c* æqualia tam quadrata rectarum F A, A H, quam rectarum FB BH. Quare quadrata rectarum F A, A H, æqualia erunt quadratis rectarum F B, B H Demptis igitur quadratis æqualibus rectarum æqualium F A, F B, remanebunt quadrata rectarum AH, B H, æqualia; ideoque & rectæ AH, BH, æquales erunt. Quod etiam constat ex coroll 2. propos. 36. lib. 3, cũ AH, B H, ex eodem puncto H, ducantur circulum tangentes in A, & B. Quoniam ergo latera A F, F H, trianguli AFH, æqualia sunt lateribus BF, FH triãguli BFH. Est autem & basis AH, basi BH, æqualis, vt ostensum est; *d* erunt anguli AFH, BFH, æquales. Igitur *e* & anguli A HF, BHF. Duplus igitur est angulus AFB, anguli BFG, & angulus AHB, anguli BHF. Eodem modo ostendemus, angulum B FC, duplum esse anguli BFI, & angulum BIC, anguli BIF. Cum igitur *f* anguli AFB, BFC, sint æquales, quod insistant circumferentijs A B, B C, *g* quæ æquales sunt, cum a rectis æqualibus subtendantur AB, BC; erunt & dimidij eorũ BFH, BFI, æquales. Quocirca cum duo anguli BFH, HBF, triãguli BFH, æquales sint duobus angulis BFI, IBF, trianguli IFB & latus illis adiacẽs cõmune B F, *h* erũt & latera BH BI, æqualia & anguli BHF BIF, æquales. Dupla est ergo recta H I, rectæ HB Eademque ratione ostendemus GH, rectam duplam esse re-

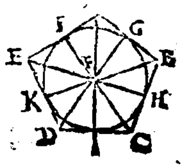
I ctam

c 47 primi. *d* 8. pri *e* 4. pri. *f* 27 ter *g* 28. ter *h* 26 pri.

ctæ H A. Sunt autem ostensæ æquales HB, HA. Igitur & earum duplæ HI, HG, æquales erunt. Similiter demõstrabimus rectas IK, KL, LG æquales esse cuilibet rectarũ HI, HG. Aequilaterũ ergo est pentagonum GHIKL. Rursus quoniam ostensum est, angulos BHF, BIF, æquales esse, ac

semisses angulorum BHA, BIC; erunt & eorum dupli BHA, BIC, æquales. Eademque ratione anguli IKL, KLG, LGH, æquales erunt cuilibet angulorum BHA, BIC. Aequiangulum igitur est pentagonum GHIKL. Quapropter cum, & æquilaterum sit ostensum, descriptum erit circa datum circulum, pentagonum æquilaterum, & æquiangulum. Quod efficiendum erat.

Problema 13. *Propositio* 13. *In dato pentagono æquilatero & æquiangulo circulum inscribere.*



SIt inscribendus circulus in dato pentagono ABCDE. *a* Diuidantur duo eius anguli BAE, ABC, proximi bifariam rectis AF, BF, quæ coeant in F. Cum enim

enim ex scholio præcedentis propos. rectæ A F. BF, secent opposita latera C D, DE, bifariam, necesse est, duas rectas AF, BF, se mutuo intra pentagonũ secare, priusquam rectis CD, DE, occurrant. Connectantur deinde rectæ FC, FD, FE. Quoniam igitur latera AB, BF, trianguli ABF, æqualia sunt lateribus CB, BF, trianguli C B F: Sunt autem ex constructione, & anguli ipsis contenti æquales ABF, CBF; b erunt bases AF, CF, & anguli BAF, BCF, æquales. Cum igitur anguli B A E, BCD ponantur æquales, & B A F, dimidium sit anguli B A E, per constructionem; erit & B C F, dimidium anguli B C D. Diuisus est ergo angulus BCD, bifariam. Similimodo ostendemus, reliquos, duos angulos C DE, DEA, diuisos esse bifariam. Ducantur iam ex F, ad singula Pentagoni latera perpendiculares F G. FH FI, FK, FL, Quoniam igitur duo anguli FGA, F AG, trianguli FAG, æquales sunt duobus angulis F LA, FAL, trianguli FAL; estque latus AF, subtensum vni æqualium angulorum commune c erunt & rectæ FG, FL, æquales. Similiterq; ostendentur reliquæ perpendiculares FH, FI, FK, æquales cuilibet istarum. Circulus igitur descriptus ex centro F, & interuallo FG transibit per puncta quoq; H, I, K, L. Quoniã vero latera pẽtagoni circulũ hũc tangunt, per coroll. propos. 16. lib. 3. eo, qđ angulos rectos faciant cum semidiametris FG, FH, &c. erit circulus in dato pentagono inscriptus. Quod faciendũ erat.

b 4. pri. c 26 pri.

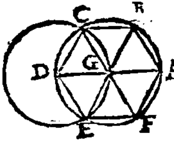
Theorema 14. Propositio 14. Circa datum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum circulum describere.

SIt circa pentagonum A B CDE æquilaterum & æquiangulum, circulus describendus, Diuisis duobus angulis BAE A B C, bifariam rectis AF, BF, quæ coeant in F, intra pentagonum, vt in antecedentem propos. demōstratum est; & coniunctis rectis FC, FD, FE, ostendemus, vt in præcedenti problemate, reliquos etiam angulos BCD. CDE, DEA, sectos esse bifariā. Erunt ergo omnes anguli dimidij inter se æquales quod toti anguli æquales ponantur. Quoniam igitur in triangulo AFB, duo anguli æquales sunt FA B, FBA; a erunt rectæ F A, F B, equales. Eademque ratione erunt reliquæ F C, F D, F E, cuilibet istarum æquales Quare circulus descriptus ex centro F, interuallo autem F A, transibit quoque per puncta B C, D E. Circa datum ergo pentagonum, &c. Quod faciendum erat.

Pro-

a 6 primi.

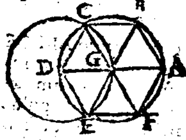
Problema 15. Propositio 15. In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum, & æquiangulum inscribere.



SIt in dato circulo ABCDE F, cuius centrum G, inscribendum hexagonum æquilaterum, & æquiangulũ. Dicta diametro A D, describatur circulus ex centro D, interuallo vero DG, qui secet circulum datum in pũctis C, & E, è quibus per centrum G, rectæ extendantur C F, E B. Si igitur connectantur rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FA, inscriptum erit in dato circulo, hexagonum A BCDEF; quod dico esse, & æquilaterum & æquiangulum. Cum enim recta GC, æqualis sit rectæ GD, & recta DC, æqualis eidem recte DG, ex definitione circuli; erũt & rectæ GC, DC æquales inter se: Ideoque triangulum CDG, erit æquilaterum. Quare *a* tres anguli CGD, GDC, DCG, æquales inter se erunt: qui cum *b* æquales fint duobus rectis, erit quilibet illorum; nempe C G D, tertia pars duorum rectorum. Eodem modo erit angulus DGE, tertia pars duorum rectorum. Sunt autem tres anguli CGD, DGE, EGF, *c* æquales duobus rectis. Reliquus igitur angulus E G F, tertia quoque pars erit duorum rectorum. Sunt ergo tres anguli C G D, DGE, EGF, inter se æquales; quibus cum etiam

a 5. primi. b 32 pri. c 13. pri.

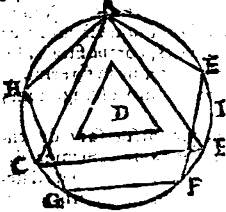
æquales ſint ad verticem anguli FGA, AGB, BGC, erunt ſex anguli ad centrum G, æquales. e Quare circumferentiæ, quibus inſiſtunt, f ac propterea rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FA, æquales erunt. Quapropter, æquilaterū eſt hexagonum ABCDEF. Rurſus quia circumferentia BC æqualis eſt circumferentiæ, AF; ſi addatur cōmunis CDEF, erunt circūferentiæ BCDEF, AFEDC, æquales. Anguli igitur ipſis inſiſtentes B A F, ABC, g æquales erunt. Similiterque oſtendemus, reliquos angulos B C D, CDE, DEF, EFA, æquales eſſe cuilibet iſtorum. quia nimirum quilibet inſiſtit arcui compoſito ex quatuor arcubus æqualibus, nimirum ex tot, quot latera continet figura inſcripta, demptis duobus. Ex quo fit, angulos omnes ęqualibus arcubus inſiſtere. Quare æquiangulū quoq; eſt hexagonū ABC DEF. In dato ergo circulo hexagonum æquilaterū, & æquiangulū deſcripſimus. Quod faciendū erat.



Probl.16. Propoſ.16. *In dato circulo, quintidecagonum & æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.*

SIt in dato circulo ABC, inſcribendum Quintidecagonum æquilaterum, & æquiangulum. Conſtituto triangulo ęquilatero D, quod ex coroll.

propof. 5. lib. 1. erit etiam æquiangulum; *a* infcribatur ei æquiangulum triangulum ABC, in dato circolo, quod et erit æquilaterum, ex coroll. propof. 6. lib. 1 *b* eruntq; tres arcus AB, BC, CA. æquales, vel propter tres rectas AB, BC CA, æquales vel propter tres æquales angulos A B, C, trianguli ABC. Qualium igitur partium æqualium quindecim eft circumferentia tota ABC, talium quinque erit arcus AB, qui tertia pars eft totius circumferentiæ. *c* Infcribatur rurfus in dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum A EF GH; applicans vnum angulorum ad punctum A, *d* eruntque quinque arcus AE, EF, FG GH, HA, æquales, Qualium igitur partium æqualium quindecim eft tota circumferentia ABC, talium trium erit arcus AE, quinta pars exiftens totius circumferentiæ. Itaque cum arcus AB contineat tales partes quinque, & arcus AE, tres; continebit reliquus arcus E B, duas Diuifo ergo arcu E B bifariam in I, erit arcus BI, pars decimaquinta totius circumferentię. Quare ducta recta BI, fubtendet decimaquintam partem totius circumferentiæ; cui fi alię



I 4 qua-

a 2. 4. [illegible] b 6. vel [illegible] c [illegible] d 28. [illegible] e 30. [illegible] quatuordecim, f æquales in circulo accommodentur, inſcriptum erit in circulo quintidecagonum æquilaterum, quod g & æquiangulum eſt cum eius anguli ſubtendant arcus æquales, compoſitos videlicet ex 13. arcubus æqualibus omnes vt perſpicuum eſt In dato igitur circulo quintidecagonum, &c. Quod faciendum erat.

Similiter autem per ea, quæ dicta ſunt de pentagono ſupra, propoſ. 12. 13. & 14. deſcribemus circa datum circulum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Item in dato quintidecagono, æquilatero, & æquiangulo circulum inſcribemus; & tandem circa datum quintidecagonum deſcribemus circulum.

EV-

f 2 quart. g 27. ter.

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVINTVS.

DEFINITIONES.

1 Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, cum minor metitur maiorem.

2 Multiplex autem est maior minoris cum minor metitur maiorem.

3 Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem, habitudo.

4 Proportio vero est rationum similitudo.

5 Rationem habere inter se magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ se se mutuo superare.

6 In eadem ratione magnitudine dicuntur esse, prima ad secundá, & tertia ad quartã, cũ primæ & tertiæ æque multiplicia, a secundæ & quartæ æque multiplicibus, qualiscumque sit hæc multiplicatio, vtrumque ab vtroque vel vna deficiunt, vel vna æqualia sunt, vel vna ex-

cedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, Proportionales vocentur.

8 Cum vero æque multiplicium multiplex primæ magnitudinis excesserit multiplicem secundæ; At multiplex tertiæ non excesserit multiplicem quartæ; tunc prima ad secundã maiorem rationem habere dicetur, quam tertia ad quartam.

9 Proportio autem in tribus terminis paucissimis consistit.

10 *Cum autem tres magnitudines proportionales* fuerint; Prima ad tertiam duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam: At cum quatuor magnitudines proportionales fuerint; prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. Et semper deinceps, vno amplius, quamdiu proportio extiterit.

11 Homologæ, seu similes ratione magnitudines: dicuntur antecedentes quidem antecedentibus, *consequentes vero consequentibus*.

12 Alterna ratio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.

13 Inuersa ratio, est sumptio consequentis, ceu antecedentis, ad antecedentem, velut ad consequentem.

14 Compositio rationis, est sumptio antecedentis cũ cõsequẽte, ceu vnius, ad ipsam cõsequentẽ.

15 Di-

15 Diuisio rationis est sumptio excessus, quo consequentem superat antecedēs, ad ipsam consequentem.

16 Conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsam consequentem.

17 *Ex æqualitate* ratio est, si plures duabus sint magnitudines, & his aliæ multitudine pares, quę binæ sumantur, & in eadem ratione: cum vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus prima ad vltimam se se habuerit.

Vel aliter. Sumptio extremorum, per subductionem mediorum.

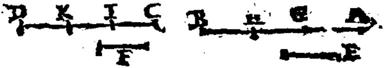
18 Ordinata proportio est, cum fuerit quemadmodum antecedens ad consequentem. ita antecedens ad consequentem: fuerit etiam, vt consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.

19 Perturbata autem proportio est, cum tribus positis magnitudinibus, & alijs, quæ sint his multitudine pares, vt in primis quidem magnitudinibus se habet antecedens ad consequentem, ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: Vt autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quidpiam, sic in secundis magnitudinibus aliud quidpiam ad antecedentem.

THEO-

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si sint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero, singulæ singularum, æque multiplices; quam multiplex est vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

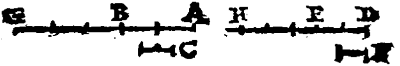


SInt quotcunque magnitudines AB,CD,totidem magnitudinum E, F, æque multiplices. Dico magnitudines AB,CD simul tam esse multiplices magnitudinum E F, simul, quam est multiplex AB, ipsius E, vel CD,ipsius F. Cum enim AB; CD, sint æque multiplices ipsarum E, & F, si AB, diuidatur in magnitudines AG,GH,HB, ipsi E,æquales, & C D, quoque in magnitudines CI, IK,K D, ipsi F, æquales; (Diuidi autem poterit quælibet in partes omnino æquales, cum A, B, C, D, E,F,æque multiplices, atque ideo toties E, in AB, perfecte contineatur, quoties F, in C D vt ex ijs, quæ in defin.2, huius lib. scripsimus,constat) erunt magnitudines AG,GH,HB, tot numero, quot sunt magnitudines CI,IK, K D. Quoniam vero A G, & E, æquales inter se sunt, si ipsis addãtur æquales CI, & F, a erunt AG,CI,simul, æquales ipsi E, & F, simul Eodem

a 2.pron.

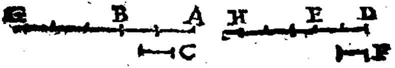
dem modo erant GH, & Ik, simul æquales ipsis E, & F. simul; Necnon H B, & KD; eisdem E& F. quoties igitur E, in AB, vel F, in CD, continetur, toties, & E F, simul, in AB, CD, simul comprehenduntur, ideoque, quam multiplex est AB, ipsius E, tam sunt multiplices AB, C D, simul, ipsarum E, & F, simul vt constat ex ijs, quæ in defin, 2. huius lib. scripsimus. Quare si sint quotcumque magnitudines, quotcumque magnitudinum &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 2. Propos. 2 Si prima secunda æque fuerit multiplex, atque tertia quarta; fuerit autem & quinta secunda æque multiplex atque sexta quarta; erit & composita prima cum quinta, secunda æque multiplex, atque tertia cum sexta, quarta.



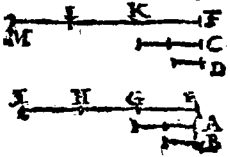
SIt magnitudo prima A B, tam multiplex secundæ C, quam est multiplex DE, tertia quartæ F; Rursus tam sit multiplex B G, quinta ipsius C, secundæ, quam multiplex est E H, sexta, ipsius F, quartæ. Dico A B, primam cum B G, quinta compositam, tam multiplicem esse secundæ, C quam multiplex est, D E tertia composita, cum sexta E H, ipsius F, quartæ. Cum enim A B, sint

sint æque multiplice sipsarum C, F, eruntin AB,



tot magnitudines ipsi C, æquales, quot sunt in D E, æquales ipsi F. Eadem ratione erunt, & in B G, tot æquales ipsi C, quod sunt in E H, equales ipsi F. Si igitur æqualibus multitudinibus A B, DE, addantur æquales multitudines B G, EH, erunt totæ multitudines AG, DH, æquales. Quare toties comprehenditur C, in A G, quoties F, in D H. Quod erat ostendendum.

Theor. 3. Propos. 3. Si sit prima secunda æque multiplex, atque tertia quartæ; sumantur autem æque multiplices primæ, & tertiæ: Erit & ex æquo, sumptarum utraque utriusque æque multiplex, altera quidem secundæ, altera autem quartæ.



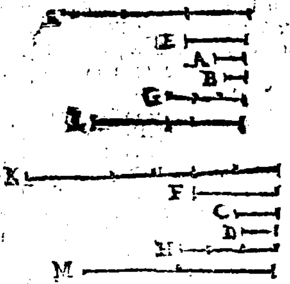
Sit prima magnitudo A, tã multiplex secundæ B, quã multiplex est C tertia quartę D; sumãturq; E, F, æque multiplices primæ, & tertiæ A, & C. Dico ex æquo tam multiplicem esse E, ipsius B, secundæ, quam est F, ipsius D, quartæ a Nam cum E, & F, sint æque multiplices ipsarum A, & C; si distribuantur E, & F, in magnitudines ipsis A, & C, æquales, vt in EG, GH, HI, & FK KL, LM, erunt tot partes in E, æquales ipsi A, quot sunt in F, æquales ipsi C. Quoniam vero EG, FK, æquales sunt ipsis A, & C; sunt autem A, & C, æque multiplices ipsarum B, & D, ex hypothesi; Erunt & EG, FK, earundem B, & D, æque multiplices. Pari ratione erunt GH, KL, Item HI, LM, æque multiplices earundem B & D, erunt igitur & compositæ a ex EG, GH, æque multiplices ipsius B, vt compositæ ex FK, KL, ipsius C, ergo, & pariter composita ex EH, HI, & ex FL, LM, & eadem erit ratio, si plures sint partes. Quod ostendendum erat.

Theor. 4. Propos. 4 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: Etiam æque multiplices primæ, & tertiæ, ad æque multiplices secundæ, & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumpta fuerint.

SIt proportio A, ad B, quæ C, ad D, sumanturque primæ A, & tertiæ C, æque multiplices E, & F; Item secundæ B, & quartæ D, æque multiplices G, & H, iuxta quamuis multiplicationem: siue E, F, ita multiplices sint ipsarum A, C, sicut G, H, ipsarum B, D, siue non, His positis, constat ex defin. 6 huius lib. si E, deficit à G, etiã F, deficere ab H: Et si E, æqua-

a 2. qu

qualis est ipsi G, etiã F, æqualem esse ipsi H; Et deni



que si E, excedit G etiã F, excedere H. Alioquin non esset, per defin. 6. eadem proportio A, ad B, quæ C, ad D, si earum æque multiplicia non semper ita se haberent. Dico iam, multiplicia primæ ac tertiæ non solum vna deficere à multiplicibus secundæ ac quartæ, aut vna æqualia esse, aut vna excedere, vt diximus, sed eandem quoque inter se proportionem habere. Capiantur enim rursus IK, ipsarum E, F, æque multiplices; Item L, M, æque multiplices ipsarum G H. Quoniam igitur tam multiplex est E, prima ipsius A, secundæ, quam F, tertia ipsius C, quartæ; sumptæ sunt autem & I, K, æque multiplices ipsarum E, F, primæ ac tertiæ a E. runt quoque ex æquo I, K, æque multiplices ip.

sarum A, C, secundæ, & quartæ. Eadem ratione erunt L, M, ipsarum B, D, æque multiplices. Et quia ponitur proportio A. primæ ad B, secundam, quæ C, tertiæ ad D, quartam, ostensæque sunt I, K, ęque multiplices primæ, & tertiæ A, C. Item L, M, ęque multiplices secundæ, & quartæ B, D. istæ quæ illorũ sunt æque multiplices vna deficient, vel excedent, vel æquales erunt. *b* ergo ita se habebit E, ad F, quorum I k, sunt ęque multiplices, vt G, ad H, quorũ L M, sunt æque multiplices. Quod erat ostendendũ.

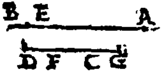
Theor. 5. Propositio 5. Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, atque ablata ablatæ: Etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.

ITa multiplex sit tota AB, totius CD, vt est multiplex AE, ablata ablatæ CF. Dico reliquam EB, ita esse multiplicem reliquæ FD, vt est tota AB, totius CD. Ponatur enim EB, ita multiplex cuiuspiam magnitudinis, videlicet ipsius GC, vt est AE. multiplex ipsius CF, vel tota AB, totius CD. Quoniã igitur AE, EB, æque sunt multiplices ipsarum CF, GC; *a* erit tota AB, totius GF. ita multiplex, vt AE, ipsius CF, hoc est omnes omnium, vt vna vnius: Sed

K tam

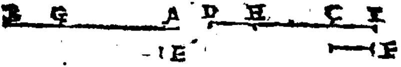
b 6. defin. quin. *a* 1. q in.

tam multiplex etiam ponitur AB, ipsius CD, quam est multiplex AE, ipsius CF. Igitur AB tã est mul-



tiplex ipsius GF, quã multiplex est ipsius CD; *b* atque ideirco æquales sunt GF, CD. Ablata igitur cõmuni CF. æquales erunt GC, FD. Tam multiplex igitur erit EB, ipsius FD, quam multiplex est ipsius GC. Sed ita multiplex posita fuit EB, ipsius GC, vt AE, ipsius CF, hoc est, vt tota AB, totius CD. Quare tã multiplex est reliqua EB, reliquæ FD, quam est tota AB, totius CD, quod est propositum.

Theor.6.Propos.6. Si duæ magnitudines duarum magnitudinum sint æque multiplices, & detractæ quædam sint earundem æque multiplices: & reliquæ eisdem aut æquales sunt, aut æque ipsarum multiplices.

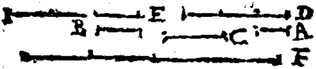


Sint magnitudines AB, CD, æque multiplices ipsarum E, F, & detractæ AG, CH, earundem E, F, æque multiplices. Dico reliquas GB, HD, aut esse

b 6. p on.

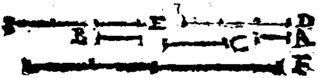
esse æquales eisdem E, F, aut certe earundē æque multiplices. Quoniam AB,CD, sunt ipsarum E, F, æque multiplices; erunt in A B, tot magnitud nes æquales ipsi E, ~~quot sunt magnitudines in~~ C D. æquales ipsi F. Rursus quia AG,CH, earundem E.F. æque multiplices sunt; erunt quoque in A G, tot magnitudines ipsi E, æquales, quot sunt magnitudines in CH, ipsi F, æquales. Si igitur ex æqualibus multitudinibus A B, C D, demantur multitudines æquales AG, CH; remanebunt multitudines G B, HD, æquales. Quare toties continebitur E, in G B, quoties F, continetur in HD, ac proinde si G B, æqualis sit ipsi E, erit quoque H D, ipsi F, æqualis: Si autem GB, multiplex sit ipsius E: erit ita multiplex HD, ipsius F, vt G B, multiplex est ipsius E: quandoquidem toties E, in G B, continetur, quoties F, in HD, existit, vt ostensum est.

Theor.7. Propos.7. Aequales ad eandem, eandem habent rationem: Et eadem ad æquales.



Sint duæ magnitudines A B, æquales inter se,& tertia quæuis C. Dico A, & B, habere eandem proportionem ad C. Item C, vicissim ad A, & B, eandem quoque proportionem habere. Sumantur

D,E, æque multiplices ipſarum æqualium A,B; *a* eruntque D, E, æquales inter ſe. Capiatur rurſus F,



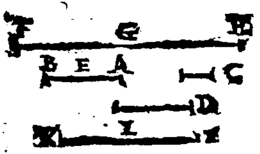
vtcunque multiplex ipſius C. Quoniam igitur D,E, æquales ſunt, fit vt vtraq; vel minor ſit, quam F, vel æqualis, vel maior, iuxta quamcunque multiplicationem ea multiplicia ſumantur. Quare cum D, E, æque multiplices primæ A,& B, tertiæ, minores ſint ipſa F, multiplice ſecundæ,& quartę C,(eſt enim C, inſtar duarum magnitudinum, &c.) vel æquales, vel maiores; *b* erit ea proportio primæ A, ad C, ſecundam, quæ tertiæ B, ad C, quartam.

Eodem pacto oſtendemus F. vel minorem eſſe vtraque D, E, vel vtrique æqualem, vel maiorem. Igitur cum F, multiplex primæ.& tertiæ C, vna deficiat à D & E, æque multiplicibus ſecundæ A, & quartæ B; vel vna æqualis ſit, vel maior; *c* Erit quoque ea proportio primæ C, ad ſecundã A, quę tertię C, ad quartam B; quod eſt propoſitum. Poſſet breuius ſecunda hæc pars oſtendi per coroll.4. propoſ. ex inuerſa ratione. Cũ enim oſtenſum iam ſit, eſſe A, ad C, vt B, ad C, erit conuertendo C, ad A, vt C, ad B. Æquales ergo ad eandem, eandem habent rationẽ. Et eadẽ ad æquales, quod erat demõſtrandũ.

Theo-

a 6. pron. b 6. defi. 1. quin. c 6. defin. quin.

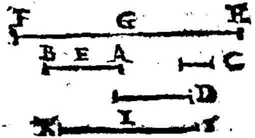
Theor. 8. Propositio 8. Inaequalium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quam minor: Et eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quam ad maiorem.



SInt magnitudines inęquales, AB, maior, & C, minor. Tertia autem quælibet D. Dico proportionẽ AB ad D, maiorẽ esse proportione C, ad D. At è conuerso, maiorẽ esse proportionẽ D, ad C, quã D, ad AB. Intelligatur enim in A B magnitudine maiore, magnitudo A E, æqualis minori C, vt sit reliqua EB. Vtraq; deinde EB, AE, ęqualiter multiplicetur, hac legẽ, vt GF, multiplex ipsius EB maior quidem sit, quã D; At HG, multiplex ipsius AE, non sit minor eadem D sed vel maior, vel æqualis. Quoniã igitur duæ FG, GH, æque multiplices sunt duarũ B E, EA; erit & tota FH ita multiplex totius AB, vt H G, ipsius AE, hoc est; ipsius C, cũ æquales sint positę C, & AE. Capiatur quoque ipsius D, multiplex Ik, quæ proximè maior sit, quã HG. Abscissa ergo L

K 5

quæ æqualis sit ipsi D, non erit I L, maior, quam



HG, (alias Ik, non esset multiplex ipsius D, proxime maior quam HG; sed & I L, maior quoque esset quam HG. Quod si IK, dupla sit ipsius D, perspicuum est, I L, non esse maiorem, quàm H G. cum HG, posita sit non minor quam D, hoc est quã IL,) & idcirco H G erit vel æqualis ipsi I L, vel maior. Et quia FG, maior est posita quam D, L K, vero æqualis eidem D: erit quoque FG, maior quam L K. Cum ergo HG, non minor sit quam I L, vt demonstratum est, sed vel æqualis, vel maior; erit tota FH, maior quam Ik. Itaque cum FH, HG, sint ęque multiplices *primæ* AB, & *tertiæ* C; atque Ik, multiplex ipsius D, quæ instar est secundæ & quartæ: sit autẽ F H, multiplex primæ, maior quam I K. multiplex secundæ; At H G, multiplex tertiæ, non sit maior, quam I k, multiplex quartæ, immo minor, ex hypothesi; (sumpta enim est IK, multiplex ipsius D. maior quàm HG,) erit maior proportio AB, primę ad D, secundam quam C. tertiæ ad D, quartam.

Quo-

Quoniam vero è contrario I K, multiplex primæ D, (ponatur enim nunc D, prima ac tertia; At C, secunda & AB, quarta) maior est quam HG, multiplex secundæ C; At I K, multiplex tertię D, maior non est, quam F H, multiplex quartæ A B, immo minor, cum FH, maior sit, quam Ik, vt ostensum est; erit maior porportio D, primę ad C, secundam, quam D, tertię ad AB, quartam: quod est propositum. Inęqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, &c. Quod erat ostendendum.

Theor.9. Propos.9. Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales sunt inter se. Et ad quas eadem eandem habet rationem, ea quoque sunt inter se æquales.

HAbeant primum A, & B, eandem rationem ad C. Dico A, & B, esse inter se æquales. Sit enim, si fieri potest, altera, nempe A, maior, & B, minor. *a* Erit igitur maior proportio A, maioris ad C, quam B, minoris ad eandem C; quod est contra hypothesim. Non ergo inæquales sunt A, & B, sed æquales. Habeat deinde C, eandem proportionem ad A, & B. Dico rursus A, & B, esse ęquales. Nam si altera, nempe A, esset maior, & B, minor; *b* haberet C, ad B, minorem, maiorem proportionē, quam

a 8. quin. b 8 quin.

ad A, maiorem: quod est contra hypothesin. Non igitur maior erit A, quam B, sed æqualis. Quæ igitur ad eandem, eandem habent rationem, &c. Quod demonstrandum erat.

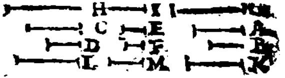
Theor. 10. *Propositio* 10. *Ad eandem magnitudinem rationem habentium, qua maiorem rationem habet, illa maior est: Ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.*

HAbeat primum A, ad C, maiorem proportionem, quam B, ad eandem C. Dico A, maiorem esse, quam B: Si enim A, foret ipsi B, æqualis, *a* haberent A, & B, eandem proportionem ad C: Si autem A, minor esset, quam B, *b* haberet B, maior ad C, proportionem maiorem, quam A, minor ad eãdem C, quod est contra hypothesin. Non est igitur A, æqualis vel minor quam B, sed maior. Habeat secundo C, ad B, maiorem proportionem, quam ad A. Dico B, minorem esse quam A. Non enim æqualis erit B, ipsi A; *c* alioqui haberet C, eandẽ proportionẽ ad A. & B; quod est cõtra hypothesin Neque vero B, maior erit quã A, *d* alias haberet C, ad minorẽ A, maiorem proportionem quam ad B, maiorem quod

a 7. quin. b 8. quin. c 7 quin. d 8. quin.

quod magis eſt contra hypotheſin. Minor igitur eſt B, quam A, quod eſt propoſitum. Ad eandem igitur magnitudinem rationem habentium, &c. Quod erat demonſtrandum.

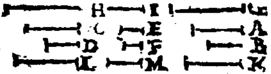
Theor. 11. Propoſ. 11. Quæ eidem ſunt eadem ratione, & inter ſe ſunt eadem.



Sint proportiones A, ad B, & C, ad D, eædẽ proportioni E, ad F. Dico & proportiones A, ad B, & C, ad D, eaſdem eſſe inter ſe, ſecundum definitionem 6. Sumantur enim ad omnes antecedentes A, C, E, æque multiplices quæcunque G, H, I, & ad omnes conſequentes B, D, F, aliæ quæcunque æque multiplices k, L, M. Quoniam igitur ponitur eſſe A, primæ ad B, ſecunda m, vt E, tertiam ad F, quartã; *a* ſit vt ſi G, multiplex primæ deficit a k, multiplice ſecundæ, deficiat quoque I, multiplex tertiæ ab M. multiplice quartæ; Et ſi G, æqualis eſt ipſi K, vel maior, æqualis quoque ſit I, ipſi M, vel maior: *b* Sed (vt eodem modo oſtendetur) ſi I, minor eſt, quam M, vel æqualis, vel maior, eſt quoque H, minor quam, L, vel æqualis, vel maior; propterea quod ponitur eſſe E, prima ad F, ſecundã, vt C, tertia

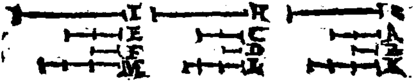
a 6. def. quin. b 6 def quin.

tia ad D, quartam. Quare si G, multiplex primę A, deficit à K, multiplice secundæ B, deficiet quoque H, multiplex tertiæ C, ab L, multiplice quartę D.



Et si G, æqualis est, vel maior quam K, etiam H, ęqualis erit, vel maior quam L. Idemque ostendetur accidere in quibuscunque alijs ęque multiplicibus. c Quapropter erit A, prima ad B, secundā, vt C, tertia ad D, quartā. Quę igitur eidē sunt eædē rationes, & inter se sunt eędē. Quod erat ostēdendū.

Theor. 12, Propos. 12. Si sint magnitudines quotcunque proportionales: quemadmodum se habuerit vna antecedentium ad vnam consequentium, ita se habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.



QVod in propos. 1. de proportione multiplici demonstrauit, ostendit hic de omni genere pro-

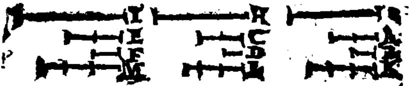
c 6 def. quin.

proportionis, etiam irrationalis. Sint ergo quotcũque magnitudines A, B, C. D, E, F, proportionales hoc est, sit A ad B, vt C, ad D & E, ad F. Dico vt est vna antecedentium ad vnam consequentiũ, nimirum A, ad B, ita esse omnes antecedentes simul A, C, E, ad omnes consequentes simul B D, F. Sumptis enim G, H, I, æque multiplicibus antecedentium, & K, L, M, æque multiplicibus consequẽtium, *a* erunt omnes G, H, I, simul omnium A, C E, simul ita multiplices, vt vna vnius, nempe vt G, ipsius A, & omnes, k, L, M, simul omnium B, D, F, simul ita multiplices, vt vna vnius, nimirum vt K, ipsius B. Quoniam vero ponitur esse A, prima ad B, secundam, vt C, tertia ad D, quartam, & vt alia E, tertia ad aliam F, quartam; *b* sit vt si G, multiplex primę deficit à k, multiplice secundæ, deficiat quoque H, multiplex tertię ab L, multiplice quartæ, & I, ab M: Et si G, ęqualis est ipsi k, vel maior, æqualis quoque sit H, ipsi L, & I, ipsi M, vel maior. Ac proinde si G, minor est, vel æqualis, vel maior quam k. & omnes G, H, I. simul omnibus K, L, M, simul minores sint, vel æquales, vel maiores. *c* Quocirca vt est A, prima ad B, secundam ita erit A C, E, tertia ad B, D, F, quartam. Si sint itaque magnitudines quotcunque proportionales, &c. Quod demonstrandum erat.

Theo-

a 1. quin. b 6 def. quin. c 6. def. quin.

Theorema 13. Propos. 13. Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; tertia vero ad quartam maiorem rationem habuerit, quam quinta ad sextam: Prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit, quam quinta ad sextam.

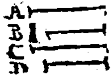


Sit prima A, ad B, secundam, vt C, tertia ad D, quartā: sit autē proportio C, tertiæ ad D, quartæ maior, quam E, quintæ ad F, sextam. Dico, & proportionem A, primæ ad B, secundam esse maiorem quam E, quintæ ad F, sextam, secundum definitionem 8. hoc est, sumptis æque multiplicibus ipsarum A, E; Item æque multiplicibus ipsarum B, F, cōtingere posse, vt multiplex ipsius A, excedat multiplicem ipsius B at multiplex ipsius E, multiplicē ipsius F, non excedat. Sumptis enim G, H, I, æque multiplicibus antecedentium; Et K, L, M, æque multiplicibus consequentium, cum sit A, prima ad B, secundam, vt C, tertia ad D, quartam; a sit vt si G, multiplex primæ excesserit k, multiplicem secundæ, excedat quoque H, multiplex tertiæ ipsam L, mul-

a 6. def. quin.

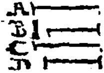
L, multiplicem quartæ, &c. At quando H, excedit ipsam L, *b* non necessario I, excedit ipsam M, sed æqualis aliquando erit, vel minor; quod maior ponatur proportio C, primæ ad D, secundam, quam E, tertię ad F, quartam: Igitur si G, excedit K, non necessario I excedit M. *c* Maior est ergo proportio A, primæ ad B, secundam, quam E, tertiæ ad F, quartam. Quamobrem si prima ad secundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, &c. Quod ostendendum erat.

Theor. 14. *Propos.* 14. *Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; Prima vero quam tertia maior fuerit, erit & secunda maior quam quarta. Quod si prima fuerit æqualis tertiæ, erit & secunda æqualis quartæ: Si vero minor, & minor erit.*



SIt enim A, prima ad B, secundam, vt C, tertia ad D, quartam. Dico si A, maior fuerit quam C, fore quoque B, maiorem quam D. Quod si A, æqualis fuerit ipsi C, æqualem quoque esse B, ipsi D: Si denique A, minor fuerit quam C, minorem quoque esse B, ipsa D. Sit primum A, maior quam C, *a* eritque propterea proportio A, maioris ad B, maior quam C, minoris ad eandem B. Quoniam igitur est C, prima ad D, secundam, vt A, tertia ad B, quartã; Proportio autẽ A, tertiæ ad B, quartam, maior

ior est, vt ostendimus, quam C, quintæ ad B, sextam: *b* Maior quoque erit proportio C, primæ ad D, secundam, quam C, quintæ ad B, sextam *c* Minor est ergo D, quam B Ideoque B, maior erit quã D. Quod est propositum.

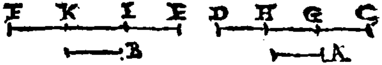


Sit deinde A, æqualis ipsi C, *d* eritque idcirco A, ad B, vt C, ad B. Quoniam igitur proportiones C, ad D, & C, ad B, eædem sunt proportioni A, ad B, *e* erunt quoque inter se eædem proportiones C, ad D, & C, ad B; *f* Ideoque æquales erunt B, & D, Quod est propositum.

Sit tertio A, minor quam C; *g* eritque ob hoc maior proportio C, maioris ad B, quam A, minoris ad B, eandem Quoniam igitur est C, prima ad D, secundam, vt A, tertia ad B, quartam; est autẽ proportio A, tertiæ ad B, quartam minor, quam C, quintæ ad B, sextam; *h* Minor quoque erit proportio C, primæ ad D, secundam, quam C, quintæ ad B, sextam; *i* Ideoque B, minor erit quam D, quod est propositum. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem, &c. Quod erat demonstrandum.

Theo-

Theor. 15. Propos. 15. Partes cum pariter multiplicibus in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.

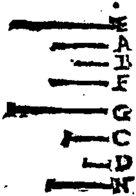


SInt partium A. & B. æque multiplices CD, & EF. Dico ita esse CD, ad EF, vt A, ad B. Cum enim CD, & EF, sint æque multiplices ipsarum A, & B, continebitur A, toties in CD, quoties B, in EF. Diuidatur ergo CD, in partes CG, GH, HD, æquales ipsi A, & EF, in partes EI, IK, KF, æquales ipsi B. a eritque CG, ad EI, vt A, ad B, quod CG, & A, æquales inter se sint, necnon EI. & B. Eadem ratione erit GH, ad Ik, & HD, ad KF, vt A, ad B; b ideoque CG. GH, HD, ac EI, Ik, KF, eandem habebunt proportionem. Quocirca vt CG. ad EI, hoc est vt A, ad B, c ita erit CD, ad EF, nempe omnes CG, GH HD, simul ad omnes EI, Ik, KF, simul quod est propositum. Partes itaque cum pariter multiplicibus, &c. Quod erat demonstrandum.

Theo-

a 7. quin. b 8 quin. c 12. quin.

Theor. 16. Propos. 16. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & vicissim proportionales erunt.

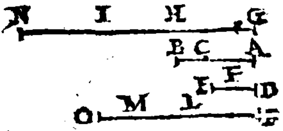


HIc demonstratur Alterna, siue Permutata proportio, seu ratio, quæ defin. 12. explicata est. Sit enim A, ad B, vt C, ad D. Dico vicissim, seu permutando, esse quoque A, ad C, vt B, ad D. Sumantur enim ipsarum A, B, primæ ac secundæ, æque multiplices E, F, Item ipsarum C, D, tertiæ, & quartæ æque multiplices G, H; *a* eritque E, ad F, vt A, ad B, cum E, & F, sint pariter multiplices partium A, & B. Eadem ratione erit G, ad H, vt C, ad D. Cum igitur proportiones E, ad F, & G, ad D, sint eædem proportioni A, ad B, erunt & ipsę *b* inter se eędem. Rursus, quia proportiones E, ad F, & G, ad H, eędem sunt proportioni C, ad D; *c* erunt & ipsæ eędem inter se; hoc est, vt est E, prima ad F, secundam, ita erit G, tertia ad H, quartam. *d* Quare si E, prima maior est quam G, tertia, vel ęqualis, vel minor, erit quoque F, secunda maior quam H, quarta, vel ęqualis, vel minor, in quacunque multiplicatione accepta sint ęque multiplicia E, F, & ęque multiplicia G, H, *e* Est igitur A, prima ad C, secundam, vt B, tertia ad

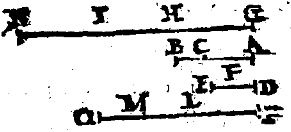
a 15 quin. b 11 quin. c 11 quin. d 14 quin. e 6 uel quin.

D, quartam (cum E, & F, sint æque multiplices primæ A, ac tertiæ B; At G, & H, æque multiplices C, secundæ, & D, quartæ, & illæ ab his vna deficiãt, vel vna æquales sint, vel vna excedant, &c.) Quod est propositum. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & vicissim proportionales erunt. Quod ostendendum erat.

Theor. 17. Prop. 17. Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt.



HOc loco demonstrat Euclides Diuisionem rationis, quam defin. 15, explicauit. Sint enim compositæ magnitudines AB, CB, & DE, FE proportionales, hoc est sit AB, ad CB, vt DE, ad FE. Dico & diuisas easdem proportionales esse, hoc est vt est A C, ad C B, ita esse D F, ad F E. in eo sensu, quem definitione 6. exposuimus. Ipsarum enim AC, CB, DF, FE, æque multiplices capiantur codẽ ordine GH, HI, kL, L M; *a* eritq; GI, ita multiplex ipsius A B, vt est GH, ipsius A C hoc est, vt kL, ipsius D F, Sed vt est multiplex K L, ipsius D F *b* ita quoque multiplex est KM ipsius DE, æque multiplices, ergo sunt G I, K M, ipsarum



AB, DE. Capiantur rursus IN, MO, æque multiplices ipsarum CB, FE. Quoniam igitur sic est multiplex HI, prima secundæ CB, vt LM. tertia quartæ FE. Item tam est multiplex IN, quinta secundæ CB, quã multiplex est MO, sexta quartæ FE, c erit & HN, sic multiplex secundæ CB, vt LO, multiplex est quartæ FE. Itaque cum sit AB, prima ad CB, secundam, vt DE, tertia ad FE, quartam; sumptæque sint æque multiplices GI, KM, primæ ac tertiæ AB, DE: Item secundæ, & quartæ CB, FE, æque multiplices HN, LO, *d* fit vt si GI, multiplex primæ AB deficit ab HN, multiplice secundæ CB, etiã KM, multiplex tertiæ DE, deficiat ab LO, multiplice quartæ FE; & si æqualis, æqualis; & si excedit, excedat. Quod si deficiat tam GI, ab HN, quã KM, ab LO, ablatis cõibus HI, LM, deficiet quoque GH ab IN, & KL, ab MO. Et si GI, æqualis fuerit ipsi HN, & KM ipsi LO, ablatis cõibus HI, LM, erit, & GH, æqualis ipsi IN, & KL, ipsi MO. Et si deniq; GI, excesserit ipsam HN, & KM, ipsam LO, ablatis cõibus HI, LM, excedet quoque quę GH, ipsam IN, & K L, ipsam M O. Quã ob remeũ GH, KL, sumptæ sint æque multiplices primæ A C, & tertiæ DF: Item IN, MO, æque multiplices secundæ CB, & quartæ FE, ostensumq; sit, (in quacũq; multiplicatione illæ ęque multiplices fuerint acceptæ) æque multiplices primæ & tertiæ ab æque multiplicibus secundæ & quartæ, vel vna deficere, vel æquales esse, vel vna excedere; e Erit AC, prima ad CB, secundã, vt DF, tertia ad FE, quartã. qđ est ꝓpositũ. Si compositæ igitur magnitudines proportionales fuerint, &c. Quod ostendendum erat.

Theorema 18. *Propositio* 18. *Si diuisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoq; cõpositæ proportionales erunt.*

DEmonstrat hoc loco Euclides compositionem rationis, quã definitione 14. descripsit. Sint. n. diuisæ magnitudines AB, BC, & DE, EF, proportionales, hoc est, AB, ad BC, vt DE, ad EF, Dico & cõpositas proportionales esse, hoc est vt est AC, ad BC, ita esse DF, ad EF. Si enim non est, vt AC, ad BC, ita DF, ad EF, habebit DF, ad aliquã magnitudinẽ minorẽ ipsa EF vel maiorem, eandẽ ꝓportionẽ quã AC, ad BC. Habeat primum DF, ad GF, mi-

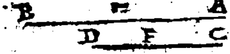
e 16. def. quin.

norem ipſa E F. ſi fieri poteſt, eandem proportionem, quam AC, ad B C. Quoniam igitur eſt, vt A C, ad BC, ita DF, ad GF; *a* erit diuidendo quoque, vt AB, ad BC, ita DG, ad G F. Sed vt AB, ad BC, ita poſita quoque eſt DE, ad EF *b* Igitur erit etiam, vt DG, prima ad G F, ſecundam, ita DE tertia ad E F, quartam. Cum ergo DG, prima maior ſit quàm D E, tertia, *c* erit quoque GF, ſecunda maior quàm E F, quarta, pars quàm totum. Quod eſt abſurdum.

Habeat deinde, ſi fieri poteſt, DF, ad HF, maiorem ipſa EF, eandem proportionem, quam AC, ad B C. Quoniam igitur eſt, vt AC, ad BC, ita D F, ad HF; *d* erit diuidendo quoque vt AB, ad BC, ita DH, ad HE. Sed vt AB, ad BC, ita poſita etiam eſt D E, ad E F. *e* Igitur erit quoque, vt D H, prima ad HE, ſecundam, ita DE, tertia ad E F, quartam. Cum ergo DH, prima minor ſit quam DE, tertia, fuerit quoque H F, ~~ſecunda~~ minor quàm EF, quarta, totum quàm pars. quod eſt abſurdum. Non igitur habebit DF, ad minorem ipſa EF, aut ad maiorem, eandem proportionem, quam AC, habet ad B C. Ergo DF, ad ipſam E F, erit, vt AC, ad B C. quod eſt propoſitum. Itaque ſi diuiſę magnitudines ſint proportionales, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theo-

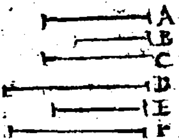
Theor. 19. Propos. 19. Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum se habuerit ad ablatum: & reliquum, ad reliquum vt totum ad totum se habebit.



QVod in propoſ. 5. demonſtratũ eſt de multiplici proportione hoc loco de omni proportione, et irrationali demonſtratur. Sit enim tota A B, ad totam CD, vt ablata AE, ad ablatam CF. Dico & reliquam EB, eſſe ad reliquam FD, vt eſt tota AB, ad totam CD. Cum enim ſit A B, ad CD, vt AE, ad CF, a erit & permutando A B, ad AE, vt CD, ad C F. b Diuidendo ergo erit EB, ad AE, vt FD, ad CF. c Quare permutando rurſus erit EB, ad FD, vt AE, ad CF, hoc eſt, vt tota AB, ad totam CD, cum poſita ſit AB, ad CD, vt AE, ad C F. Si igitur quemadmodum totum ad totum, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theorema 20. Propoſitio 20. Si ſint tres magnitudines & aliæ ipſis æquales numero quæ binæ, & in eadem ratione ſumantur; ex æquo autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta, quam ſexta, maior. Quod ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſextæ: ſi illa minor, hæc quoque minor erit.

a 16 quin. b 17 quin. c 16 quin.



Sint tres magnitudines A, B, C, & totidem D, E, F, sitque A, ad B, vt D, ad E, & B, ad C, vt E, ad F, sit autem primã A, prima maior quã C, tertia. Dico, & D, quartam esse maiorem F, sexta. Cũm enim A, maior sit quam C, *a* erit maior proportio A, ad B, quam C, ad B. Est autem vt A, ad B, ita ad D, ad E, *b* Maior igitur proportio quoque erit D, ad E, quam C, ad B. At vt C, ad B, ita est F, ad E. (Cum .n. sit B, ad C, vt E, ad F, erit conuertendo vt C, ad B, ita F, ad E) Maior igitur quoque proportio erit D, ad E, quam F, ad E *c* Quare D, maior erit, quam F. Quod est propositum.

Sit deinde A, æqualis ipsi C Dico, & D, æqualẽ esse ipsi F. Cum enim A, sit ipsi C, æqualis, *d* erit A, ad B, vt C, ad B. Est aũt vt A, ad B, ita D, ad E. Igitur erit & D, ad E, vt C, ad B. At vt C, ad B, ita est F, ad E, per inuersam rationem, vti prius. Quare erit quoque D, ad E, vt F, ad E; *e* Ideoque æquales erunt D, & E. Quod est propositum.

Sit tertio A, minor quam C Dico & D, minorẽ esse, quam F Cum .n. A, minor sit quã C, *e* erit minor proportio A, ad B, quam C, ad B. Sed vt A, ad B, ita est D, ad E. *f* Minor ergo quoq; proportio est D, ad E, quam C, ad B. Est autem conuertendo, vt prius, vt C, ad B, ita F, ad E. Igitur minor est quo-

que

a 8. quin. b 13 quin. c 10. quin. d 7 quin. e 9 qui. f 8 quin.

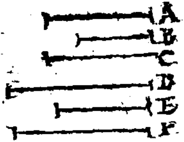
que proportio D, ad E, quam F, ad E. propterea; D, minor erit quam F. Quod est propositum. Si sint itaque tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, &c.

Theor. 21. Propos. 21. Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio; ex æquo autem prima, quam tertia maior fuerit: erit & quarta, quam sexta maior. Quod si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ; sin illa minor, hæc quoque minor erit.

SInt tres magnitudines A B, C, & totidem D, E, F, quæ binæ, & in eadem rationem sumantur; sitque earum proportio perturbata, hoc est, sit vt A, ad B, ita E, ad F, & vt B, ad C, ita D, ad E. Sit autem primum A, prima maior, quam C, tertia. Dico & D quartam esse maiorem sexta F. Cum enim A, maior sit quam C, *a* erit maior proportio A, ad B, quam C ad B. Est autem, vt A, ad B, ita E, ad F. *b* Maior ergo quoque proportio est E, ad F, quam C, ad B. Quoniam vero vt B, ad C, ita est D, ad E erit conuertendo vt C, ad B, ita E, ad D. Quare maior quoque erit proportio E, ad F, quam E, ad D, *c* Ideoque maior erit D, quam F. Quod est propositum.

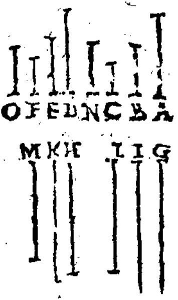
Sit deinde A. ipsi C, æqualis. Dico D, quoque ipsi F, esse æqualem. Cum enim A, sit æqualis ipsi si C, *d* erit A, ad B, vt C, ad B: Sed vt A. ad B, ita est E, ad F. *e* Igitur erit vt C, ad B, ita E, ad F: Est autem ex inuersa ratione, vt C, ad B, ita E, ad D, veluti prius. Igitur erit quoque vt E, ad F, ita E, ad D; *f* atque idcirco D, ipsi F, æqualis erit. Quod est propositum.

Sit tertio A, minor, quam C. Dico, & D, minorem esse quam F. Cum enim A, sit minor quam C, *g* erit minor proportio A, ad B quam C, ad B: Vt autem A, ad B, ita est E, ad F. *h* Minor est ergo proportio E, ad F quam C, ad B. Quoniam vero, vt ante, ex inuersa ratione est vt C, ad B, ita E, ad D; erit quoque minor proportio E, ad F, quam E, ad D, ac proterea D, minor erit quam F, quod est propositum. Si igitur sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, &c. Quod ostendendum erat.



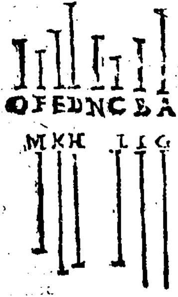
Theor. 22, Prop. 22. Si sint quotcunq; magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione sumantur: Et ex æqualitate in eadem ratione erunt.

Iam hic demonstrat Euclides modum argumentandi in proportionibus ex æqualitate quando proportio est ordinata. Sint enim primum tres magnitugnitudines A,B,C,& aliæ tres D,E,F: sitq; A,ad B. vt D. ad E: & B,ad C, vt E, ad F. Dico quoque ex æqualitate esse A, ad C vt D,ad F. Sumptis enim ipsarum A, D, æque multiplicibus G,H. Item ipsarum B,E,I, k, & ipsarum C,F,L,M: cũ sit A, prima ad B, secundã, vt D, tertia ad E,quartam, *a* erit quoq; G, multiplex primæ A, ad I, multiplicẽ secũdæ B: vt H, multiplex tertiæ D,ad K, multiplicẽ quartæ E. Eadẽ ratione,cũ sit B,prima ad C, secundã, vt E tertia ad F quartã; *b* erit I,multiplex primæ B,ad L, multiplicẽ secũdæ C, vt K,multiplex tertiæ E ad M,multiplicẽ quartæ F. Quoniã igitur sunt tres magnitudines G,I,L, & aliæ tres H,K,M, quæ binæ in eadẽ proportione sumuntur; *c* sit vt si G, prima superat tertiã L, superet necessario quoq; H,quarta sextã M; Et si æqualis, æqualis; Et si deficit deficiat. Itaque cũ G,H,æque multiplices primæ A,& tertiæ D, vel deficiant vna ab L,M,æquemultiplicib. secũdæ C, & quartæ F,vel vna æquales sint,vel vna excedat: in quacũq; multiplicatione sumpta sint ea multiplicia; erit A, prima



a 4. quin. *b* 4. quin. *c* 20. quin.

prima ad C, secundam, vt D, tertia ad F, quartam. Quod est propositum.



Deinde sint plures magnitudines tribus ita vt sit etiam C, ad N vt F, ad O. Dico adhuc esse, vt A, ad N, ita D, ad O. Cùm enim iam sit ostensum in tribus magnitudinibus, esse A, ad C, vt D, ad F: ponatur autem C, ad N, vt F, ad O, erunt tres magnitudines A, C, N, & aliæ tres D, F, O, quæ binæ in eadem ratione sumuntur. Ergo ex æqualitate in tribus magnitudinibus ostensa, rursus erit, vt A, ad N, ita D, ad O. Eodemq; modo idem ostendetur in quinque magnitudinibus, per quatuor; sicut id in quatuor demonstratum fuit per tres; & sic de pluribus. Itaque si sint quotcunque magnitudines, &c. Quod erat ostendendum.

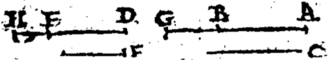
Theor. 23. Propos. 23. Si sint tres magnitudines, aliæq; ipsis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata earum proportio: Etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

Demonstratur hic ratio ex æqualitate, quando proportio est perturbata. Sint enim tres magnignitudines A,B,C,& aliæ tres D,E,F, sitque perturbata earum proportio,hoc est, sit vt A,ad B,ita E,ad F; & vt B,ad C, ita D,ad E. Dico quoque ex æqualitate esse,vt A,ad C. ita D, ad F. Sumptis enim ipsarum A,B,D, æque multiplicibus G,H, I; Item ipsarum C, E, F, æquemultiplicibus K, L, M, ; *a* Erit vt A, ad B, ita G,ad I, cum G, I, sint ipsarum A, B, æquemultiplices: At vt A, ad B, ita est E, ad F; *b* Igitur vt G, ad I, ita quoque est E,ad F; *c* Sed vt E, ad F, ita est quoque K, ad M; quod K,M, sint ipsarum E, F, æquemultiplices. *d* Igitur erit quoque vt G, ad I,ita k,ad M. Rursus quoniam est B, prima ad C, secundam, vt D, tertia ad E, quartam; *e* erit quoque vt I, multiplex primæ B, ad L, multiplicem secundæ C, ita H, multiples tertiæ D. ad K, multiplicem quartæ E. Quia igitur sunt tres magnitudines G I,L, & aliæ tres H, K,M,quæ binæ in eadem ratione sumuntur, estque earum proportio perturbata; cum ostensum. sit esse vt G, ad I,ita K, ad M: Et vt H, ad K, ita I,ad L; *f* fit vt si G, prima superat tertiam L, superet quoque quarta H, sextam M, & si æqualis, æqualis; & si deficit, deficiat. Itaq; cum G,& H,æquemultiplices primæ A,& tertiæ D,ab L & M, æquemultiplicibus secundæ C,& quartæ F,vel vna deficiant,vel vna æquales sint,vel vna excedãt; *g* erit vt A prima ad C, secũdã, ita D, tertia ad F,quartã.quod est propositũ. Itaque si sint tres magnitudines, &c. Quod demonstrandũ erat.

Theo-

Theorema 24. Propositio 24. Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, habuerit autem & quinta ad secundam eandem rationem, quam sexta ad quartam; etiam composita prima cum quinta, ad secundam eandem habebit rationem, quam tertia cum sexta, ad quartam.

QVod propositione 24. demonstrauit Euclides de sola proportione multiplici, demonstrat



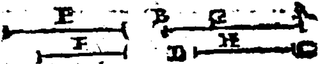
hoc loco de omni proportione, etiam irrationali. Sit .n. AB, prima ad C, secundã, vt DE, tertia ad F, quartã; Item BG, quintã ad C, secundã, vt EH, sexta ad F. quartã. Dico ita esse AG, compositam ex prima ac quinta, ad secundam C, vt est DH, composita ex tertia, & sexta, ad quartam F. Cum enim sit vt BG, ad C, ita EH, ad F; erit conuertendo vt C, ad BG, ita F, ad EH. Quoniam igitur est AB, ad C, vt DE, ad F, & C ad BG vt F, ad FH, *a* erit ex æquali AB. ad BG, vt DE ad EH. *b* Componendo igitur erit vt tota AG, ad BG, ita tota DH, ad EH. Itaque cum rursus sit AG, ad BG, vt DH, ad EH; & BG, ad C, vt FH, ad F: *c* erit ex æquali AG, ad C, vt DH, ad F. quod est

a 22 quin. b 18 quin. c 22 quin.

est propositum. Si prima, igitur ad secundam eandem habuerit rationem. &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 25. propositio 25. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: maxima, & minima reliquis duabus maiores erunt.

SIt enim AB, ad CD, vt E, ad F, sitque AB, omnium maxima, & F, minima. Dico duas A B, & F,



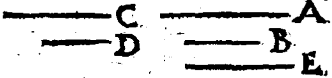
simul esse maiores duabus CD, & E, simul. Auferatur enim ex AB, magnitudo AG, æqualis ipsi E; & ex CD, alia CH æqualis ipsi F. Erit igitur AG, ad CH, vt E, ad F, hoc est, vt AB, ad CD. Quare cum sit tota AB, ad totam CD, vt ablata AG, ad ablatam CH: erit quoque vt tota AB, ad totam CD, ita reliqua GB ad reliquam HD: Est autem AB, (cum sit omnium maxima) maior quam CD. Igitur, & GB, maior erit quam HD. Quoniam vero AG, & E, æquales sunt; si ipsis addantur æquales F, & CH, nimirum F, ipsi AG, & CH, ipsi E; fient AG, & F, simul æquales ipsis E, & CH, simul. Additis igitur inæqualibus GB, & HD, fient AB, & F, simul maiores quam E, & CD, simul cum GB, sit maior quam HD. Quod est propositum. Si ergo quatuor magni-

gni-

gnitudines proportionales fuerint. &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 26. Propo. 26. Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem quam tertia ad quartam: habebit conuertendo secunda ad primam minorem proportionem, quam quarta ad tertiam.

HAbeat enim A, ad B, maiorem proportionē, quam C, ad D. Dico proportionem B, ad A,



minorem esse proportione D, ad C. Intelligatur .n. esse E, ad B, vt C, ad D, eritque proportio A, ad B, maior quoque quam E, ad B; *a* ac propterea A maior erit quam E. *b* Quare minor erit proportio B, ad A, maiorem, quam B, ad E, minorem: Sed vt est B, ad E, ita est conuertendo D, ad C. Igitur proportio B, ad A, minor est quoque, quam *D*, ad C. Quod est propositum.

Theor. 27. Propos. 27. Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem, quam tertia ad quartam: Habebit quoque vicissim prima ad tertiam maiorem proportionem, quam secunda ad quartam.

HAbeat enim A, ad B, maiorem proportionem, quam C, ad D. Dico permutando maiorem esse

esse quoque proportionem A, ad C, quam B, ad D. Intelligatur namque esse E, ad B, vt C, ad D, eritque proportio A, ad B, maior etiam quam E, ad B: *a* Ideoque A, maior erit quam E. *b* Quare maior erit proportio A, ad C, quam E, ad C. *c* Quoniam vero permutando est, vt E, ad C, ita B, ad D. (cum posita sit E, ad B, vt C, ad D.) Igitur proportio A, ad C, maior quoque erit quam B, ad D. Quod est propositum.

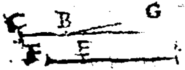
Theorema 28. Propositio 28. Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem quam tertia ad quartã: Habebit quoque composita prima cum secunda, ad secundam maiorem proportionem, quam composita tertia cum quarta, ad quartam.

SIt maior proportio AB, ad BC, quam DE, ad EF. Dico & componendo maiorem esse proportionem AC, ad BC, quam DF, ad EF. Intelligatur enim esse GB, ad BC, vt DE ad EF; eritque proportio AB, ad BC, maior quoque, quam GB, ad BC; *a* Ideoque AB maior quam GB. Addita ergo communi BC, fiet AC, maior quam GC. *b* maiorque propterea erit proportio AC, ad BC, quam GC, ad BC. Sed componendo, *c* vt est GC, ad BC, ita est DF, ad EF. (quod posita sit GB, ad BC, vt DE, ad EF.) Maior ergo etiam erit proportio AC, ad BC, quam DF, ad EF. Quod est propositum.

Theo-

a 10 quin. *b* 8 quin. *c* 18 quin. *a* 10 quin. *b* 8 quin. *c* 18 quin.

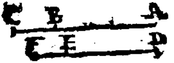
Theor. 29. Propos. 29. Si composita prima cum secunda ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam composita tertia cum quarta ad quartam: Habebit quoque diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.



Sit maior proportio AC, ad BC. quam DF, ad EF. Dico & diuidendo maiorem esse proportionē AB, ad BC, quam DE, ad EF. Intelligatur enim esse GC, ad BC, vt DF, ad EF, eritque proportio AC, ad BC, maior quoque proportione GC, ad BC: *a* ideoque maior erit AC, quam GC. Ablata ergo communi BC: maior erit AB quam GB *b*: Ac propterea maior erit proportio AB, ad BC, quam GB, ad BC. *c* Sed diuidendo, vt est GB, ad BC, ita est DE, ad EF. (Posita namque est GC, ad BC, vt DF, ad EF.) Igitur maior quoque erit proportio AB, ad BC, quam DE, ad EF. Quod est propositum.

Theorema 30. Propositio 30. Si composita prima cum secunda, ad secundam habuerit maiorem proportionem, quam composita tertia cum quarta, ad quartam: Habebit per conuersionem rationis, prima cum secunda ad primam, minorem proportionem quam tertia cum quarta, ad tertiam.

Sit



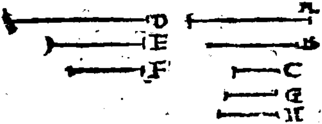
Sit maior proportio AC, ad BC, quam DF, ad EF. Dico per conuersionem rationis, minorem esse proportionem AC, ad AB, quam DF, ad DE. Cum enim sit AC, ad BC, maior proportio, quam DF, ad EF; *a* erit & diuidendo, maior proportio AB, ad BC, quam DE, ad EF. *b* Quare conuertendo, minor erit proportio BC, ad AB, quã EF, ad DE; *c* Ac propterea, & componendo, minor erit proportio totius AC, ad AB, quam totius DF, ad DE. Quod est propositum.

Theorema 31. Propositio 31. Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, sitque maior proportio primæ priorum ad secundam quam primæ posteriorum ad secundam; Item secundæ priorum ad tertiam maior, quam secundæ posteriorum ad tertiam: Erit quoque ex æqualitate maior proportio primæ priorum ad tertiam, quam primæ posteriorum ad tertiam.

Sint tres magnitudines A, B, C, & aliæ tres D, E, F, sitque maior proportio, A, ad B, quã D, ad E: Itẽ maior B, ad C, quã E, ad F Dico ex æqualitate maio-

M rem

a 20. quin. b 25. quin. c 28. quin.



rem quoq; esse A, ad C, quam D ad F. Intelligatur enim esse G, ad C, vt E, ad F; eritque propterea proportio B, ad C; maior, quam G, ad C; a Ideoque B, maior erit quam G. Quare b maior erit proportio A, ad G, minorem, quam A, ad B, maiorem: Ponitur autem proportio A, ad B, maior quam D, ad E. Multo ergo maior erit proportio A, ad G, quam D, ad E Intelligatur rursus esse H ad G, vt D, ad E; eritque propterea maior proportio A. ad G, quam H, ad G; c Ideoq. A, maior erit quam H. d Quare maior quantitas A, ad C, habebit maiorem proportionem, quam minor quantitas H, ad eandem C: e Atqui vt H, ad C, ita est, ex æqualitate, D, ad F. (quoniam vt D, ad E, ita est H, ad G; & vt E, ad F, ita G, ad C.) Maior ergo proportio quoque erit A, ad C, quam D, ad F. Quod est propositum.

Theor. 32. Propos. 32. Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, sitque maior proportio primæ priorum ad secundam, quam secunda posteriorum ad tertiam; Item secunda priorum ad tertiam maior, quam

quam prima posteriorum ad secundam: Erit quoque ex æqualitate, maior proportio prima priorum ad tertiam, quam prima posteriorum ad tertiam.

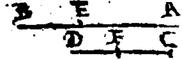
SInt tres magnitudines A,B, C, & aliæ tres D, E, F, sitque maior proportio A, ad B, quam E, ad F. Item maior B,ad C, quam D,ad E. Dico esse quoque maiorem proportionem ex æqualitate A,ad C, quam D, ad F. Intelligatur enim esse G,ad C, vt D, ad E. eritque propterea proportio B, ad C, maior quam G. ad C. *a* Ideoque maior erit B, quam G. *b* Quare maior erit proportio A,ad G. minorem, quã eiusdem A,ad B, maiorem; Est autem proportio A, ad B, maior quam E ad F. Multo ergo maior est proportio A,ad G quam E, ad F. Intelligatur rursus esse H,ad G, vt E, ad F; Eritque propterea maior proportio A,ad G, quam H, ad G; *c* ideoque maior erit A, quam H. *d* Quocirca A, maior ad C, maiorem habebit proportionem, quam H, minor ad eandem C: *e* At vt H ad C. ita est ex æqualitate D,ad F. (Quoniam vt D, ad E. ita est G, ad C: & vt E,ad F. ita est H, ad G.) Maior ergo etiam est proportio A, ad C, quam D,ad F. Quod est propositum.

Theor. 33. Propos. 33. Si fuerit maior proportio totius ad totum, quam ablati ad ablatum: Erit, & reliqui ad reliquum maior proportio, quam totius ad totum.

SIt maior proportio totius A B, ad totam C D, quam ablatæ AE, ad ablatam C F. Dico & pro-

M 2 por-

a 10. quin. b 8. quin. c 10 quin. d 8 quin. e 23 quin.

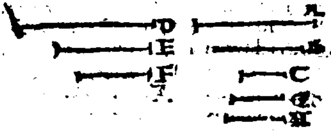


portionem reliquæ E B, ad reliquam FD, maiorem esse quam totius A B, ad totam CD. Cum .n. maior sit proportio AB, ad CD, quam AE, ad CF; *a* erit quoque permutando, maior proportio AB, ad AE, quam CD, ad C F; *b* ac propterea, per conuersionem rationis, minor erit proportio A B, ad EB, quam CD, ad FD. *c* Permutando igitur, minor quoque erit proportio AB, ad CD, quam EB, ad FD, hoc est, EB, reliqua ad reliquam FD, maiorem habebit proportionē, quam tota AB, ad totā CD. Quod est propositū.

Theorema 34. Propositio 34. Si sint quotcunque magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, sitque maior proportio prima priorum ad primam posteriorum, quam secunda ad secundam; & hæc maior, quam tertia ad tertiam, & sic deinceps: Habebunt omnes priores simul ad omnos posteriores simul, maiorem proportionem̄, quam omnes priores, relicta prima, ad omnes posteriores, relicta quoque prima; minorem autem, quam prima priorum ad primam posteriorum; maiorem denique etiam, quam vltima priorum ad vltimam posteriorum.

SInt primum tres magnitudines A, B, C, & aliæ tres D, E, F, Sit autem maior proportio A, ad D; quam B, ad E; Item maior B, ad E, quam C, ad F Dico proportionem ipsarum A, B, C. simul ad ipsas D, E, F, simul maiorem esse proportione ipsarum, B, C, simul

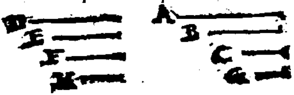
a 27. quin. b 30. quin. c 27. quin.



ſimul ad ipſas B,F,ſimul;minorem vero,proportione A,ad D;maiorem denique etiam proportione C, ad F. Cum enim maior ſit proportio A, ad D,quam B, ad E; *a* erit permutando maior A,ad B quam D, ad E,*b* Igitur componendo,maior erit proportio ipſarum A,B, ſimul ad B,quã ipſarũ D,E,ſimul ad E; *c* Permutando ergo rurſus,maior erit proportio A,B, ſimul ad D,E,ſimul,quam B,ad E. Itaque cũ tota A, B, ad totam D,E, maiorem habeat proportionẽ, quã ablata B,ad ablatam E;*d* habebit quoque reliqua A, ad reliquam D,maiorem proportionem,quã tota A, B,ad totam D,E. Eadem ratione,maior erit proportio B,ad E,quã totius B,C,ad totam E,F:Multo ergo maior erit proportio A, ad D,quã B,C,totius ad totam E, F. *e* Permutando igitur, maior erit proportio A,ad B,C,quã D,ad E,F; *f* & componendo ergo maior eſt proportio totius A,B,C,ad B,C, quam totius D,E,F, ad E,F. *g* Et rurſus permutando, maior proportio omnium A,B,C, ſimul ad omnes D,E,F, ſimul quam B,C, ad E, F. quod eſt primum.

a 27.quin. b 28 quin c 27 qui d 33 quin. e 27.quin f 28.quin g 27.quin.

Itaque sit maior proportio totius A,B,C,ad totam D, E, F, quam ablatæ B,C,ad ablatam E, F, *h* erit & maior proportio reliquæ A, ad reliquam D, quam totius A,B,C,ad totam D,E,F, quod est secundum.



Quoniam vero maior est proportio B,ad E,quam C, ad F; *i* erit permutando maior quoque B, ad C, quam E, ad F; *k* & componendo,maior totius BC, ad C, quam totius E,F. ad F; *l* & rursus permutando, maior B,C, ad E,F, quam C,ad A, F. Est autem maior proportio A, B.C,ad D.E, F, vt ostendimus, quam B.C,ad E,F. Multo ergo maior erit proportio omnium A,B,C. ad omnes D,E,F, quam vltimæ C, ad vltimam F. quod est tertium.

Deinde sint quatuor magnitudines vtrobique cũ eadem hypothesi,hoc est, sit quoque maior proportio tertiæ C, ad F, tertiam, quam G, quartæ ad H. quartam. Dico eadem consequi. Vt enim iam in tribus est ostensum, maior est proportio B. ad E. quam B,C,G, ad E, F H. Multo ergo maior erit A, ad D, quam B,C,G. ad E, F, H; *a* Permutando ergo minor erit A,ad B,C.G, quam D,ad E,F,H, *b* & cõponen-

h 13. quin. *i* 27 quin. *K* 28. quin. *l* 27 quin. *a* 27. quin. *b* 28. quin.

ponendo maior A, B, C, G, ad B, C, G, quam D, E, F, H, ad E, F, H, & permutando A, B, C, G, ad D, E, F, H, maior quam B, C, G, ad E, F, H. quod est primum.

Itaque cum sit maior proportio totius A, B, C, G, ad totam D, E, F, H, quam ablatæ B, C, G, ad ablatam E, F, H, erit & reliquæ A, ad reliquam D maior proportio, quam totius A, B, C, G, ad totam D, E, F, H. quod est secundum.

Quoniam vero, vt in tribus est demonstratum, maior est proportio B, C, G. ad E, F, H, quam G, ad H; & maior A, B, C, G, ad D, E, F, H, quam B, C, G, ad E, F, H, vt fuit ostensum; multo maior erit proportio A, B, C, G, ad D, E, F, H, quam vltimæ G, ad vltimam H; quod est tertium.

Eadem arte concludes, eadem consequi in quinque magnitudinibus per quatuor, & in sex per quinque, & in septem, per sex, &c. quemadmodum ostendimus in quatuor, per tres. Constat ergo totum Theorema, &c.

Finis Elementi quinti.

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER SEXTVS.

DEFINITIONES.

1. Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales, proportionalia.

2 Reciprocæ autem figuræ sunt, cum in vtraque figura antecedentes, & consequentes rationum termini fuerint.

3 Secundum extremam, & mediam rationem recta linea secta esse dicitur, cum vt tota ad maius segmentum, ita maius ad minus se habuerit.

4 Altitudo cuiusque figuræ est linea perpendicularis à vertice ad basin deducta.

5 Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam effecerint rationem.

6 Parallelogrammum secundum aliquam rectam lineam applicatum, deficere dicitur parallelogrammo, quando non occupat totam lineam.

Exce-

Excedere vero, quando occupat maiorem lineam quam sit ea, secundum quam applicatur: ita tamen, vt *parallelogrammum deficiens*, aut excedens eandem habeat altitudinem, cum parallelogrammo applicato, constituatque cum eo totum vnum parallelogrammum.

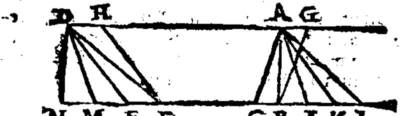
THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Triangula, & parallelogramma, quorum eadem fuerit altitudo, ita se habent inter se, vt bases.

Sint duo triangula ABC, DEF, eandem habentia altitudinem, quorum bases B C, E F. Item duo parallelogramma CG, EH eiusdem altitudinis, quorum eædem bases BC, EF. Dico ita esse triangulũ ABC, ad triangulum DEF, & parallelogrammũ CG, ad parallelogrammũ E H, vt est basis BC, ad basin E F. Collocentur .n. tã triangula, quã parallelogramma inter easdẽ parallelas GH, LN, & ex BL, sumantur

quot-

quotcunque rectæ BI, IK, kL, ipsi BC, æquales; Item



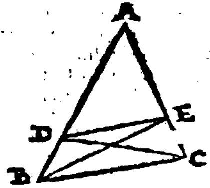
ex FN, abscindantur quotcunque rectæ F M, M N, æquales rectæ E F: Deinde ex A, & D, deducantur rectæ AI, Ak, AL, DM, DN. a Erunt igitur triangula ABC, AIB, AKI, ALK, super æquales bases, & inter easdem parallelas constituta, inter se æqualia. Eadem ratione æqualia erunt triangula DEF, DFM, DMN. Quam multiplex est ergo recta CL, rectæ B C tam multiplex quoque erit triangulum A C L, trianguli A B C; & quam multiplex est recta E N, rectæ E F, tam quoque multiplex erit triangulum DEN, trianguli DEF, quia in tot triangula æqualia sunt diuisa tota triangula ACL, D E N, in quot rectas æquales sectæ fuerunt totæ rectæ CL, EN. Quoniam vero si basis CL æqualis fuerit basi EN, b necessario triangulum A C L, æquale est triangulo D EN, ac proinde si C L, maior fuerit quam E N, necessario ACL, maius est quam DEN, & si minor, minus; deficient propterea vna CL, recta, & triangulum ACL, æque multiplicia primæ magnitudinis B C, &

a 38. pri. b 38 pri.

C, & tertiæ ABC, ab E N, recta triangulo D E N. æque multiplicibus secundæ EF, & quartæ DEF, vel vna æqualia erunt, vel vna excedent, si ea sumantur quæ inter se respõdent. a Quare quæ proportio est primæ B C, ad secundam EF, basis ad basim, ea est tertiæ ABC, ad quartam DEF, trianguli ad triangulum. Sicut igitur basis ad basin, ita est triangulum ad triangulum, quod est propositum.

Quoniã autem b vt triangulũ ABC, ad triangulũ DEF. ita est parallelogrammum C G, (c quod duplũ est trianguli ABC.) ad parallelogrammum E H, (d quod est duplum trianguli DEF) perspicuum est e ita quoque esse parallelogrammũ ad parallelogrãmũ, vt est basis ad basin. Quod erat demonstrandũ.

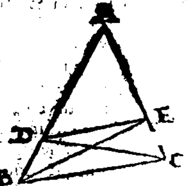
Theor. 2. Propos. 2. Si ad vnum trianguli latus parallela ducta fuerit recta quædam linea, hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, quæ ad sectiones adiuncta fuerit recta linea, erit ad reliquum ipsius trianguli latus parallela.



IN triangulo ABC ducatur primum recta DE, parallela lateri B C. Dico latera AB. AC, secta esse proportionaliter in D. & E, hoc est, esse vt AD ad DB. ita AE. ad EC.

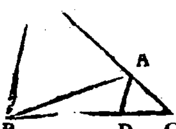
Ductis

Ductis enim rectis CD, BE, *a* erunt triangula DEB, DEC, super eandem basin DE, & inter easdem parallelas DE, BC, constituta, inter se æqualia. *b* Quare vt triangulum ADE, ad triangulum DEB, ita est triangulum idem ADE, ad triangulum DEG: *c* Atqui vt triangulum ADE, ad triangulum DEB, ita est basis AD, ad basin DB; (cũ hęc triãgula sint eiusdem altitudinis vt constat, si per E, agatur parallela recta ipsi AB.) & eadem ratione, vt triangulum ADE, ad triangulum DEC, ita est basis AE, ad basin EC. *d* Vt igitur AD, ad DB, ita est AE, ad EC, (cum hæ duæ proportiones eędem sint proportioni trianguli ADE, ad triangulum DEC.) quod est propositum.



Secet deinde recta DE, latera A B, A C, proporcionaliter. Dico DE, parallelam esse reliquo lateri B C. Ductis enim rursum rectis CD, BE, *e* erit vt basis AD, ad basin DB, ita triangulum ADE, ad triangulum DEB, cum sint eiusdem altitudinis: Ponitur autem vt AD, ad DB, ita A E, ad E C. *f* Igitur erit vt triangulum ADE, ad triangulum DEB, ita A E, ad EC: Sed rursus, vt basis AE, ad basin E C, ita est triangulum A D E, ad triangulum D E C, cum sint altitudinis eiusdem. *a* Igitur vt triangulum ADE, ad triangulum D E B, ita est triangulum idem AD E, ad triangulum DEC. *b* Æqualia ergo sunt triangula DEB, & DEC; Ac propterea, cum eandem habeant basin DE, *c* inter easdem erunt collocata parallelas. Igitur parallela est DE, ipsi B C. quod est propositum. Si itaque ad vnum trianguli latus parallela ducta fuerit, &c. Quod erat ostendendum.

Theorema 3. Propositio 3. Si trianguli angulus bifariam sectus sit, secans autem angulum recta linea secuerit, & basin; basis segmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera. Et si basis segmenta eandem habeant rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera; recta linea, quæ à vertice ad sectionem producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum.

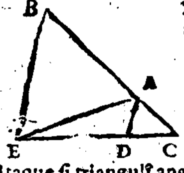


IN triangulo ABC, recta A D, secet primo angulum BAC, bifariam. Dico esse vt B A, ad A C, ita B D, ad D C. Agatur enim per B, recta B E, parallela ipsi A D, donec cum CA. producta cōueniat in E; *d* eritque angulus E B A, æqualis alterno BAD; & angulus E, externo DAC. Cum igitur duo anguli B A D, D A C, æquales ponantur; erunt & anguli E B A, & E, inter

b 9. quin. c 39. Pri. d 29. pri.

inter se æquales; *a* Ideoque & rectæ BA, EA inter se æquales. *b* Vt igitur EA, ad AC, ita BA, ad eandem AC *c* Atqui vt EA, ad AC, ita est BD, ad DC. cum in triangulo BCE, recta AD sit parallela lateri BE. *d* Igitur vt BA, ad AC, ita est BD, ad DC, quod est propositum.

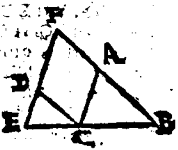
Sit deinde vt BA, ad AC, ita BD, ad DC. Dico rectam AD, bifariam secare angulũ BAC. Agatur enim rursus per B, recta BE, ipsi AD, parallela coiens cum CA, protracta in E. Quoniam igitur vt BA, ad AC, ita ponitur BD, ad DC. *e* Vt autem BD, ad DC, ita est EA, ad AC; (quod in triangulo BCE, recta AD, sit lateri BE, parallela) *f* Erit vt BA, ad AC, ita EA, ad eandem AC. *g* Æquale igitur sunt BA, & EA, inter se, *h* ac propterea anguli ABE, & E, æquales quoque erunt. *i* Cum igitur angulus ABE, æqualis sit alterno BAD, & angulus E, externo DAC, erunt & duo anguli BAD, DAC, inter se æquales, quod est propositum.



Itaque si trianguli angulus bifariam sectus sit, &c. Quod erat demonstrandum.

Theorema 4. Propositio 4. Aequiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & homologa sunt latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur.

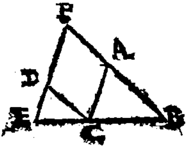
Sit



SInt æquiangula triangula ABC, DCE, sintque æquales anguli ABC, DCE, & ACB, DEC, & BAC, CDE. Dico esse AB, ad BC, vt DC, ad CE, & BC, ad CA, vt CE, ad ED, & AB, denique ad AC, vt DC, ad DE: Ita .n. latera circa æquales angulos sunt proportionalia, homologaque sunt ea latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur, hoc est, & antecedentia omnia æquales respiciunt angulos, & consequentia similiter. Constituantur latera BC, CE, secundum lineam rectam, ita vt angulus DCE. externus sit æqualis interno ABC, pariterque externus ACB, interno DEC. Et quia duo anguli ABC, ACB, *a* minores sunt duobus rectis: est autem angulo ACB æqualis angulus DEC, erunt, & anguli B, & E, duobus rectis minores. *b* Quare rectæ BA, & ED, productæ ad partes A, D, coibunt. Producantur ergo, & conueniant in F. Quoniam vero angulus externus DCE, æqualis est interno opposito ABC; *c* parallelæ erunt CD, & BF. Eadem ratione parallelæ erunt CA, & EF: quod angulus externus ACB, sit æqualis interno DEC, Parallelogrammum est igitur ACDF; *d* propterea que recta AF, æqualis rectæ CD; & recta CA, rectæ DF. Quoniam igitur in triangulo BEF, recta AC, parallela est lateri EF, *e* erit AB, ad AF, hoc

a 17. p i. b 13. pron. c 28. p i. d 34. p i. e 2. sex.

hoc est, ad D C, (quæ æqualis est ipsi A F,) vt E C, ad C E. Permutando *f* igitur erit A B, ad BC, vt D C, ad C E. Rursus, quia in eodem triangulo BEF, recta C D, parallela est lateri B F, *g* erit B C, ad C E, vt F D, hoc est, vt C A. (quæ æqualis est ipsi FD,) ad E D. Permutando, *h* igitur erit BC, ad C A, vt C E, ad E D. Cum igitur sit AB, ad B C, vt D C, ad



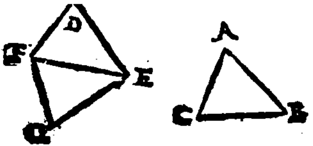
CE, & BC, ad CA, vt CE, ad ED: *i* erit & ex æquali A B, ad C A, vt D C, ad E D. Quod est propositum. Æquiangulorum ergo triangulorum proportionalia sunt latera, &c. Quod erat demonstrandum.

Theorema 5. Propositio 5. Si duo triangula latera proportionalia habeant; æquiangula erunt triangula: & æquales habebunt eos angulos, sub quibus & homologa latera subtenduntur.

HAbeant triangula A B C, D E F, latera proportionalia, sitque A B, ad B C, vt D E, ad E F, & B C, ad C A, vt E F, ad F D, & A B, denique ad A C, vt D E, ad D F. Dico trian-

f 16. quin. g 2. sexti. h 16. quin. i 22. quin.

triangula esse æquiangula, angulum scilicet A, æqualem esse angulo D, & angulum B, angulo E, &



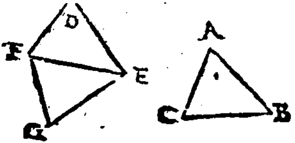
angulum C, angulo F. Sic. n. anguli æquales respiciũt homologa latera. Fiat angulus FEG, æqualis angulo B; & angulus EFG angulo C cõueniãtq; rectæ EG, FG, in G: *a* erit ꝗ; reliquus angulus G, reliquo angulo A, æqualis. Aequiangula igitur sunt triangula ABC, GEF. Quare *b* vt AB, ad BC, ita est GE, ad EF: Vt aũt AB, ad BC, ita ponitur DE, ad EF. *c* Igitur vt GE, ad EF, ita est DE, ad EF, eandem: *d* proptereaq; æquales erunt GE, DE. Rursus, *e* quoniam vt B C, ad CA, ita est EF, ad FG: Vt aũt B C, ad C A, ita ponitur EF, ad FD; *f* erit vt EF ad FG, ita eadẽ EF, ad FD; *g* ideoq; æquales erunt FG FD. Itaque cum latera EG, FG, æqualia sint lateribus DE, DF, vtrũq; vtrique; & basis cõis EF: *h* erunt anguli G, & D, æquales: *i* ac propterea, & reliqui anguli GEF, GFE, reliquis angulis DEF, DFE, æquales erunt. Quamobrem cum angulus G, æqualis sit

N an-

a 32 pri. b 4 sex. c 11 quin. d 9 quin. e 4 sex. f 11 quin. g 9 quin. h 8 prim. i 4 pri.

angulo A, erit & angulus D, eidem angulo A, æqualis; eodemque modo angulus DEF, angulo B, & angulus DFE, angulo C, æqualis erit. quod est propositum. Si duo igitur triangula latera proportionalia habeant, &c. Quod ostendendum erat.

Theorem. 6. Propo. 6. Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula, æqualesque habebunt angulos, sub quibus homologa latera subtenduntur.



Sit angulus B, trianguli ABC, æqualis angulo E, trianguli D E F, sintque latera AB, BC, proportionalia lateribus D E, EF, hoc est sit AB, ad BC, vt DE, ad EF. Dico reliquos angulos reliquis angulis æquales esse, angulum scilicet A, angulo D, & angulum C, angulo F; Ita enim æquales anguli homologa latera respiciunt. Fiat angulo B, æqualis angulus FEG; & angulo C, angulus EFG; eritque, vt in præcedenti propos. dictum est, triangulum GEF, triangulo A B C, æquiangulum. Quare *a* vt AB, ad BC,

a4 sex.

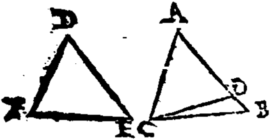
BC, ita est GE, ad EF. Sed vt AB, ad BC, ita ponitur DE, ad EF. *b* Igitur vt DE ad EF, ita est GE ad eandem EF; *c* atque idcirco DE, GE, æquales erunt. Itaque cum latera DE, EF, æqualia sunt lateribus GE, EF, & anguli ipsis contenti æquales quoque; (nã angulo B, cui factus est æqualis angulus FEG æqualis est positus angulus DEF, proptereaque æquales ad inuicem erunt anguli DEF, GEF,) *d* erunt reliqui anguli D, EFD, reliquis angulis G EFG, æquales. Cum ergo angulus G, sit æqualis angulo A, & angulus EFG, angulo C; erunt etiam angulis A, C, æquales anguli D, EFD, & ob id æquiangula erunt triangula ABC, DEF, quod est propositum. Si igitur duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 7. Propo. 7. *Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, circum autem alios angulos latera proportionalia habeant; reliquorum verò simul vtrumque aut minorem, aut non minorem recto: Aequiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, circum quos proportionalia sunt latera.*

SIt angulus A, trianguli ABC, æqualis angulo D, trianguli DEF, & latera AC, CB, circa angulum ACB, proportionalia lateribus DF, FE, circa angulum F; hoc est, sit vt AC, ad CB, ita DF, ad FE, hac tamen lege, vt quilibet reliquorum angulo-

b 11. quin. *c* 9. quin. *d* 4. primi

rum B, & E, sit vel minor recto, vel non minor. Dico equiangula esse triangula, angulos scilicet



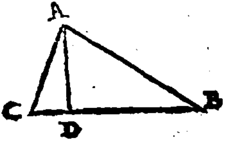
ACB, & F, circa quos sunt latera proportionalia, & angulos, B, & E, æquales esse. Sit enim primum tã B, quam E, recto minor: Quo posito, si anguli A CB, & F, non sunt æquales, sit ACB, maior, quam F. fiatque ipsi F, æqualis ACG. Cum igitur, & angulus A, angulo D, ponatur æqualis, *a* erit & reliquus AGC, reliquo E, æqualis; ideoque triangula AGC, DEF æquiangula erunt. Quare *b* vt A C, ad CG, ita erit DF, ad FE: Sed vt DF, ad FE, ita ponitur AC, ad CB. *c* Vt igitur AC, ad CG, ita erit eadem AC, ad CB; *d* ac propterea æquales erunt CG, C B, *e* & anguli CBG CGB, æquales. Cum igitur angulus B, ponatur recto minor, erit & CGB, minor recto ideoque ei deinceps AGC, recta maior *f* cum AGC, CGB, sint duobus rectis æquales: Est autem ostensus angulus AGC, angulo E, æqualis, maior igitur recto est quoque angulus E: Sed positus est etiam recto minor. Quod est absurdum.

Sit

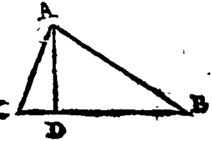
a 32. pri b 4. sex. c 11. quin. d 9. quin e 5. prim. f 13. pri.

Sit deinde tam B, angulus, quam E recto nõ minor; eritq; vt prius, angulus E, angulo CGB, æqualis, ideoque & CGB, recto non minor erit; ac propterea anguli CBG, CGB, in triangulo B C G, non minores erunt duobus rectis, sed vel maiores, vel ęquales duobus rectis. quod est absurdum. Sunt enim duob. rectis minores. Non ergo inæquales sunt anguli A C B, & F, sed æquales, atque idcirco reliqui etiam anguli B, & E, æquales erunt. quod est propositũ. Si duo itaq; triangula vnũ angulum vni angulo æqualem, &c. Quod demonstrandũ erat.

Theorema 8. Propos. 8. Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto in basim perpendicularis ducta sit quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipsa inter se similia sunt.



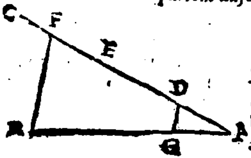
IN triangulo ABC, angulus BAC, sit rectus à quo ad basin perpendicularis agatur AD. Dico triangula ADB, ADC, similia esse, & toti triangulo ABC, & inter se. Cum enim in triangulis A BC, DBA, anguli BAC & ADB, sint recti, & angulus B, communis; *a* erunt & reliqui anguli A C B, & D A E, æquales. Aequiangulum est igitur triangulum D B A, triangulo A B C, *b* ac propterea habebunt latera circa æquales angulos proportionalia,&c hoc est erit vt CB ad BA,ita BA, ad BD; & vt BA,ad AC, ita BD, ad DA; & vt BC,ad C A, ita BA, ad AD. Ita enim latera homologa æqualibus angulis opponuntur, vt vult propos. 4. huius lib. Quare simile est triangulum ADB, toti triangulo ABC. Eodem modo ostendetur triangulum A D C, simile eidem triangulo ABC. Nam anguli BAC, & ADC, sunt recti, & angulus C. communis; *c* ac propterea reliqui anguli ABC,& C A D, æquales. *f* Quare vt BC, ad C A, ita est CA ad CD; & vt CA, ad AB, ita CD,ad DA.& vt CB,ad BA,ita CA,ad AD. Sic enim opponuntur quoq; homologa latera angulis æqualibus,ex præscripto propos.4. huius lib. Non secus demonstrabitur, similia inter se esse triãgula ADB,&ADC,cum anguli ADB.ADC, sint recti, & anguli A B D, CAD, ostensi æquales nec non anguli B A D, ACD; Atque idcirco fit *e* vt BD, ad DA,ita DA,ad DC;& vt DA,ad AB,ita DC, ad C A; & vt AB, ad B D, ita CA ,ad AD. Si igitur in triangulo rectangulo, ab angulo recto in basin perpendicularis ducta sit, &c. Quod erat demonstrandum.



Pra-

c 32.primi. d 4. sex. e 4 sex.

Problema 2. Propos. 9. A data recta linea imperatam partem auferre.



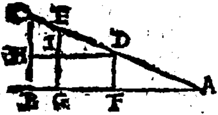
IMperetur, vt ex linea AB, auferamus partem tertiam. Ex A, ducatur recta A C, vtcunque faciens angulum CAB; & ex A C, abscindantur tot partes æquales cuiuslibet magnitudinis, quota pars detrahenda est ex AB, vt in proposito exemplo tres AD, DE, EF. Deinde ex F, ad B recta ducatur FB, cui per D, parallela agatur DG. Dico AG. esse partem tertiam imperatam rectæ AB. Nam cũ in triangulo ABF, lateri FE, parallela sit recta DG; *a* erit vt FD, ad DA, ita BG, ad GA. *b* Componendo igitur, vt F A, ad DA, ita BA, erit ad GA: Sed FA, ipsius AD, est tripla ex cõstructione. Igitur, & BA, ipsius A G, erit tripla; ideoq; A G, tertia pars erit ipsius AB, quæ imperabatur. A data ergo recta linea imperatam partem abstulimus. Quod faciendum erat.

Probl. 2. Prop. 10. Datam rectam lineam insectam similiter secare, vt data altera recta secta fuerit.

SIt recta AB, secanda similiter, vt secta est recta AC, in D, & E. hoc est in partes, quæ sint

a 2 ex. *b* 4 quin.

partibus AD; DE, EC, proportionales. Coniungantur datæ duæ lineæ ad A, facientes angulum quemcũque BAC, & cõnectatur recta BC. Deinde ex D, E, agantur DF, EG, parallelæ ipsi BC. Dico rectam AB. similiter esse sectam in F, & G, vt est secta AC. in D, & E Nam *a* vt AD, ad DE, ita est AF, ad F, G. Proportionales ergo sunt partes AF, FG, partibus AD, DE. Qũod si ducatur DH, ipsi FB, parallela, secans EG, in I; *b* erit rursus, vt DE, ad EC, ita DI. ad IH, hoc est, ita FG, ad GB; *c* quòd FG, ipsi DI, & GB, ipsi IH, æqualis sit. Quare proportionales quoque erunt partes FG, GB, partibus DE, EC. Eademque ratio est de pluribus partibus, si ex E. & C, ipsi AB: parallelæ agantur, & c. Itaque datã rectam lineã insectam similiter secuimus, vt data altera recta secta fuit. Quod faciendũ erat.

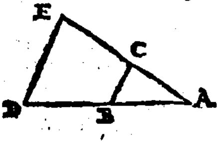


Problema 3. Propos. 11. Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem adinuenire.

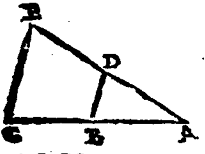
SInt duæ rectæ AB, AC. ita dispositæ, vt efficiant angulum A. quemcunque, sitq; inuenienda illis tertia proportionalis, sicut quidem AB, ad AC. ita AC, ad tertiã Producatur AB, quam volumus esse

a 2. sex. *b* 2. sex. *c* 34 pri.

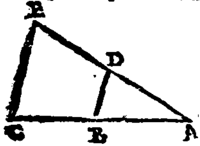
ſe antecedentem, & capiatur BD. æqualis ipſi AC, quæ conſequens eſſe debet, ſiue media. Deinde ducta recta B C, agatur illi ex D, parallela DF, occurrens ipſi AC, productæ in E. Dico CE, eſſe tertiam proportionalem, hoc eſt, eſſe vt AB, ad AC, ita AC, ad CE. Cum enim in triangulo ADE, lateri DE, parallela, ſit recta BC; erit vt AB, ad BD, ita AC, ad CE: Sed vt AB, ad BD, ita eadem AB, ad AC, æqualẽ ipſi BD. Vt igitur AB, ad AC, ita AC, ad CE: quod eſt propoſitum. Duabus ergo datis rectis lineis, tertiam proportionalem adinuenimus. Quod erat faciendũ.



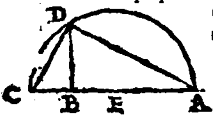
Problema 4. Propoſitio 12. Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.



Sint tres lineæ rectæ AB, BC, AD, quibus inuenienda ſit quarta proportionalis, ſicut quidem A B, ad BC, ita AD. ad quartã. Diſponantur primæ duæ A B, BC, ſecundum lineam rectam, quæ ſit A C: Tertia vero AD, cum prima A B, faciat angulum A, quemcunque. Deinde ex B, ad D, recta ducatur B D, BD, cui per C, parallela ducatur CE, occurrens rectæ A D, productæ, in E, puncto. Dico DE, esse quartam proportionalem. Cum enim in triangulo ACE, lateri CE, acta sit parallela BD; *a* erit vt AB, ad BC, ita A D, ad D E. Quare D E, quarta est proportionalis; ac propterea, tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenimus. Quod faciendum erat.



Problema 5. Prop. 13. Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinuenire.



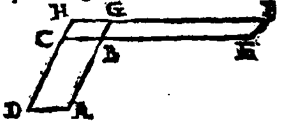
Sint duæ rectę A B, BC, quibus media inueniẽda est proportionalis, dispositæ secundum lineã rectam AC. Diuisa A C, bifariam in E, ex E, centro, & interuallo EA, vel EC, semicirculus describatur ADC: Deinde ex B. ad AC, perpendicularis educatur BD, ad circumferentiam vsque. Dico B D, esse mediam proportionalem inter A B, & BC. Ductis enim rectis AD CD; *a* erit angulus A D C, rectus in semicirculo. Cum igitur ex angulo recto ADC, trianguli rectanguli ADC, deducta sit ad basin

---

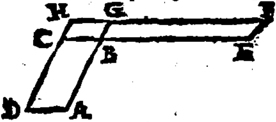
a 2. sex. a 31. ter.

fin A C, perpendicularis D B; erit per demonstrata propos.8. huius lib. BD, media proportionalis inter AB, & BC. Duabus ergo datis rectis lineis mediam proportionalem adinuenimus. Quod erat faciendum.

Theorema 9. propositio 14. Aequalium & vnum vni aequalem habentium angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quae circum aequales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo aequalem habentium reciproca sunt latera, quae circum aequales angulos; illa sunt aequalia.



SInt duo parallelogramma ęqualia ABCD, BEFG, habentia angulos ABC, EBG, æquales. Dico latera circum hosce angulos esse reciproca, hoc est, esse vt AB, ad BG, ita EB, ad BC. Coniungantur enim parallelogramma ad angulos æquales, ita vt AB, & BG, vnam efficiant lineam rectam. Quo facto, cum anguli ABC, EBG, sint æquales, erunt & EB, BC, vna recta linea, vt ad propos. 15. lib. 1. ex Proclo demonstratum est. Producantur iam DC, & FG, donec coeant in H. Quoniam igitur æqualia sunt parallelogramma DB, BF: *a* erit vt DB, ad BH, BH, ita BF, ad idem BH: Sed vt DB, ad B H *b* ita est AB, basis ad basin B G, quod parallelogramma sint



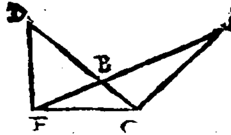
eiusdem altitudinis, & similiter vt BF, ad BH, ita est basis EB, ad basin BC. Igitur vt A B, ad B G, ita est EB, ad B C. Quod est propositum.

E contrario sint iam latera circa æquales angulos ABC, EBG, reciproca, hoc est, vt AB, ad B G ita EB, ad B C. Dico parallelogramma DB, BF, esse æqualia. Facta enim eadem constructione *i* cum sit, vt AB, ad BG, ita EB, ad BC: *c* Vt autem AB, ad BG, ita DB, ad BH, & vt EB, ad BC, ita BF, ad idem BH; erit quoque vt DB, ad BH, ita BF, ad idem BH; erit quoque vt DB, ad BH, ita BF, ad idem B H. *d* Atque idcirco æqualia erunt parallelogramma DB, B F. Æqualium igitur, & vnum vni æqualem habentium angulum, &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 10. Propos. 15. Aequalium, & vnum vni aequalem habentium angulum, triangulorum, reciproca sunt latera, quæ circum aequales angulos. Et quorum triangulorum vnum angulum vni aequalem habentium reciproca sunt latera, quæ circum aequales angulos, illa sunt aequalia.

Sint

b 1 sex. a 1. sex. c 9. quin.



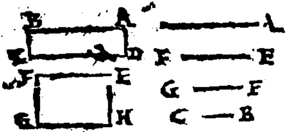
SInt duo triangula æqualia ABC, DBE, habentia angulos, qui ad B, æquales. Dico latera circa hosce angulos esse reciproca, hoc est, esse vt AB, ad BE, ita DB, ad BC. Coniungantur enim triangula ad angulos æquales, ita, vt AB, BE, vnam efficiant lineam rectam. Quo facto, cum anguli ABC, DBE, sint æquales, erunt & DB, BC, vna recta linea, vt demonstratum est ad propos. 15. lib. 1. ex Proclo. Ducta igitur recta CE, quoniam æqualia sunt triangula ABC, DBE, a erit vt ABC, ad BCE, ita DBE, ad idē BCE. Sed vt triāgulum ABC, ad triangulum BCE, b ita est basis AB, ad basin BE, quod hæc triangula eiusdem sint altitudinis; & similiter vt DBE ad BCE, ita est basis DB, ad BC. Quare vt AB, ad BE, ita est DB, ad BC. Quod est propositum.

Iam vero contra sint latera circa angulos æquales, qui ad B, reciproca, hoc est, vt AB, ad BE, ita DB, ad BC. Dico triangula ABC DBE, esse æqualia. Facta .n. cōstructione eadē, cum sit vt AB, ad BE, ita DB, ad BC; vt aūt AB, ad BE, c ita triangulū ABC, ad triāgulū BCE; & vt DB, ad BC, ita triāgulū DBE, ad triāgulū idē BCE; Erit vt ABC, ad BCE, ita DBE, ad idem BCE, d proptereaq; æqualia erunt triangula ABC,

a 7. quin. b 1. sex. c 1. sex. d 9. quin.

ABC, DBE. Aequalium igitur, & vnum vni ęqualem habentium angulum, &c. Quod ostendēdum erat.

Theor. 12. Propos. 16. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquale est ei, quod sub medijs comprehenditur rectangulo Et si sub extremis comprehensum rectangulum æquale fuerit ei quod sub medijs cōtinetur, rectāgulo: illæ quatuor rectæ lineæ pportionales erunt.



SInt quatuor rectæ proportionales AB, FG, EF, BC: vt quidem AB, ad FG, ita EF, ad BC: Sitque rectangulum ABCD, compreheasum sub extremis AB, BC; rectangulum vero EFGH, comprehensum sub medijs EF, FG. Dico rectangula AC, EG, esse æqualia. Cum enim anguli recti B, & F, sint æquales, & sit vt AB, ad FG, ita EF, ad BC, erunt latera circa æquales angulos B, & F, reciproca. Quare parallelogramma AC, EG, æqualia erunt, Quod est propositum.

Contra vero, sint iam ęqualia rectangula AC, EG. Dico quatuor rectas lineas AB, FG, EF, BC, esse proportionales, hoc est, esse vt AB, ad FG, ita EF,

ad

ad B C. Cùm enim æqualia ſint rectangula A C, E G. habeantque angulos æquales, nempe rectos B, & F, *b* erunt latera circa hoſce angulos reciproca; ſicut quidem A B, ad F G, ita E F, ad B C. Itaque ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, &c. Quod erat oſtendendum.

Theorem. 12. Prop. 17. Si tres rectæ lineæ ſint proportionales: quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquale eſt ei, quod à media deſcribitur quadrato. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale ſit ei, quod à media deſcribitur, quadrato: illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

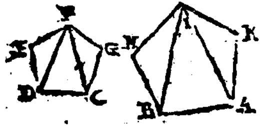
SInt tres lineæ rectæ A B, E F, & B C, proportionales: vt quidem A B, ad E F, ita E F, ad B C: ſitque rectangulum A B C D, contentum ſub extremis A B, B C, & quadratum mediæ E F, ſit E F G H. Dico æqualia eſſe rectangulum A C, & quadratum E G. Sumpta enim recta F G, quæ æqualis ſit ipſi E F, erunt quatuor lineæ A B, E F, F G, B C proportionales; vt quidem A B, ad E F ita F G, ad B C; eritque quadratum E G, comprehenſum ſub medijs E F, F G, propter æqualitatem rectarum E F, F G. *a* Quare rectangulum A C, comprehenſum ſub extremis A B, B C, æquale eſt quadrato E G, hoc, eſt, rectangulo ſub medijs E F, F G, comprehenſo. Quod eſt propoſitum.

Sed

b 14. ſex. a 16. ſex.

Sed sint iam æqualia rectangulum A C, & quadratum EG. *Dico esse vt AB, ad EF, ita EF, ad BC.* Cum enim æqualia sint rectangula A C, & E G, *b* erit vt A B, ad EF, ita FG, ad BC: *c* Vt autem FG, ad BC, ita est E F, ipsi FG, æqualis, ad eandem BC. Quare vt AB, ad EF, ita est EF, ad BC. Si tres igitur rectæ lineæ sint proportionales, &c. Quod erat demonstrandum.

Probl. 6. Propos. 18. A data recta linea dato rectilineo simille, similiterq; positum rectilineum describere.



SIt data recta A B. superquam describedum sit rectilineum rectilineo C DEFG, simile similiterq; positum. Ducantur ex quolibet angulo, vt ex F, ad singulos angulos oppositos rectæ lineæ, quæ rectilineum resoluant in triangula C D F, D E F, F G C. Deinde super A B, constituatur A I B, triangulum, æquiangulum C D F, & super A I, trianguli A K I, æquiangulum C G F, & I B H, æquiangulum D E F, ex quo constat rectilinium esse æquiangulum dato ex constructione. Quoniam ero ita est A B, ad B I, vt C D, ad D F: & ita B I, ad B H, vt D F, ad

DE,

D E. a erit ex æquo ita AB, ad BH, vt C D, ad D E. Quare latera circa æquales angulos A B H, C D E, proportionalia sunt, b quemadmodum & latera circa æquales angulos H. & E, proportionalia sunt. ob triangula æquiangula BHI, DEF. c Rursus ita est H I, ad IB, vt EF, ad FD: & ita IB, ad IA, vt FD, ad FC: & ita IA, ad Ik, vt FC, ad FG. d Igitur ex æquo erit ita HI, ad I K. vt E F, ad F G, & ideo latera quoque circa æquales angulos H I K, E F G. proportionalia erunt, & sic de cæteris. Quamobrem rectilinea, cum sint æquiangula, habeantque latera circa æquales angulos proportionalia, similia sunt, similiterque descripta. A data ergo recta linea, dato rectilineo simile similiterque positum rectilineum descripsimus. Quod faciendum erat.

Theorema 13. Propositio 19. Similia triangula inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.

SInt triangula similia A B C, D E F, habentia angulos æquales B, & E: Item C, & F, &c. Et sit vt A B, ad B C, ita D E, ad E F, &c. Dico triangula inter se rationem habere duplicatam eius, quam habent latera homologa

O mologa

a 22. quin. b 4. sex. c 4. sex. d 22 quin.

mologa B C, & EF, & quidem si sint æqualia latera A B, D E, constat triangula esse æqualia ex 26.prin. cum anguli sint æquales, & ita etiam media proportionalis inuenta erit æqualis, & duplicata proportio erit æqualitatis. Sint ergo primum latera B C, E F, æqualia. ac proinde, & tertia proportionalis B G, illis æqualis: ita vt proportio B C, ad B G, quę duplicata dicitur proportionis lateris BC, ad latus EF, sit proportio æqualitatis. Quoniam igitur triangula A B C, D E F, habent quoque proportionem æqualitatis, *a* quod ipsa inter se æqualia sint, ob angulos B, C angulis, E F, æquales, & æqualitatem laterum BC, EF tota erunt æqualia.

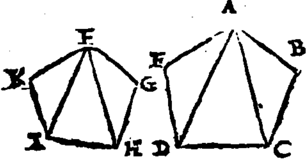
Sit deinde B C, latus latere EF, maius; & ex BC, *a* abscindatur rectis B C, E F, tertia proportionalis B G, ducaturque recta A G. Quia igitur est vt A B,

ad BC, ita DE, ad EF; erit permutando vt AB, ad D E, ita BC, ad EF: Vt autem BC ad EF, ita est per cōstructionem EF, ad BG Vt ergo AB, ad DE, *b* ita erit EF, ad BG. Quare cū triangula ABG, DEF, habeant latera circa angulos B, E, æquales reciproca, *c* ipsa inter

a 11.se. *b* 11.quin. *c* 15. sex.

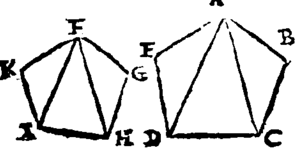
inter se æqualia erunt, & propterea vt triangulum ABC,ad triangulũ DEF,*d* ita erit idem triangulum ABC, ad triangulũ ABG. Vt autẽ triangulum ABC. ad triangulũ ABG,eiusdẽ altitudinis, ita est basis B C,ad basin BG. Igitur vt triangulũ ABC, ad triãgulũ DEF,ita est BC,ad BG. Atqui cum tres lineæ BC, EF,BG sint continue proportionales, proportio primę BC,ad tertiã BG,duplicata dicitur proportionis BC, primæ ad EF, secundam. Igitur & triangulũ A BC,ad triangulũ DEF,proportionẽ habet duplicatã proportionis lateris BC, ad latus EF. Similia igitur triangula inter se sunt,&c. Quod erat demõstrandũ.

Theor.14. Propos.20. Similia polygona in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis: Et polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.



SInt polygona similia ABCDE,FGHIk, habentia angulos æquales BAE,GFK. Itẽm angulos B,G, & sic deinceps: habeant autem latera proportionalia circa angulos æquales; vt quidem AB,ad BC,ita

FG, ad GH; & vt BC, ad CD, ita G H, ad H I, &c. Dico primum, hæc polygona diuidi in triangula similia, quæ sint numero æqualia. Ab angulis enim B A E, G F K, rectæ educantur ad singulos angulos oppositos, quæ sint AC, AD, FH, FI; diuisaque erunt polygona in triangula numero æqualia. Quoniam vero angulus B, æqualis est angulo G, ex hypothesi, & circa ipsos latera proportionalia; æquiangula erunt triangula ABC, FGH. & eadem ratione ostendetur de omnibus triangulis in quibus resoluitur.



Dico præterea, triangula hæc esse homologa totis polygonis, hoc est, ita esse quodlibet triangulum in vno polygono ad suum correspondens triágulum in altero polygono, vt polygonum ad polygonum. Quoniam enim similia sunt triangula AB C, FGH, erit eorum proportio duplicata proportionis homologorum laterum AC, FH Atque eodem argumento proportio triangulorum ACD, FHI, duplicata erit proportionis eorundem laterum homologorum AC, FH. Quare vt triangulum A B C, ad triangulum F G H, ita erit triangulum A C D, ad

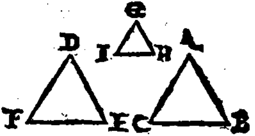
trian-

triangulum FHI, cum vtraque hæc proportio triangulorum sit duplicata eiusdem proportionis lateris AC, ad latus FH. Neque dissimili ratione concludetur quoque esse triangulum ADE, ad triangulum FIK, vt ACD, ad FHI. Atque ita deinceps, si plura fuerint triangula. Sunt igitur proportionalia triangula vnius polygoni cum triangulis alterius, ita vt triangula vnius sint antecedentia, & triangula alterius consequentia proportionũ. Vt autẽ vnũ antecedens ad vnum consequens, *a* ita sunt omnia antecedẽtia ad omnia consequentia. Igitur vt quodlibet triangulũ vnius polygoni ad sibi respondens triangulum alterius, ita erit totũ polygonũ ad totum polygonũ; ideoque triãgula homologa erunt totis polygonis.

Dico postremo, polygona inter se proportionem habere duplicatam eius, quam habent latera homologa. Cum enim sit, vt triangulum ABC, ad triãgulum FGH, ita polygonum AB C D E, ad polygonum FGHIK; Triangulum vero A B C, ad triangulum FGH, habeat proportionem duplicatam eius, quam habent latera homologa AB, FG, hoc est, eandem, quam habet A B, ad illam tertiam inuentam; habebunt quoque polygona inter se proportionem duplicatam proportionis eorundem laterum homologorum A B, F G, hoc est, eandem, quam habet AB, ad illam tertiam inuentam. Itaque similia polygona in similia triangula diuiduntur, &c. Quod demonstrandum erat.

a 12. quint.

Theorema 15. Propositio. 21. Quæ eidem rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia.

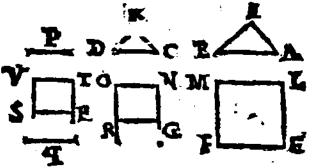


Sint rectilinea ABC, DEF, rectilineo GHI, similia. Dico, & ipsa inter se esse similia. Cum enim propter similitudinem, anguli rectilinei A B C, æquales sint angulis rectilinei GHI; Item eadem de causa anguli rectilinei D E F, æquales angulis eiusdem rectilinei GHI; a erunt anguli rectilinei ABC, æquales angulis rectilinei D E F. Rursus cum ob eandem similitudinem, latera rectilinei ABC, proportionalia sint lateribus rectilinei GHI, ea videlicet ijs, quæ circum æquales sunt angulos: Item eandem ob causam, latera rectilinei DE F, proportionalia lateribus eiusdem rectilinei GHI, b erunt quoque latera rectilinei A B C, lateribus rectilinei DEF, proportionalia, ea nimirum ijs, quæ angulos ambiunt æquales. Atque adeo per definitionem, similia existent rectilinea ABC, D E F. Quæ igitur eidem rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia. Quod erat ostendendum.

Theo-

a 1 pron. b 11. quin.

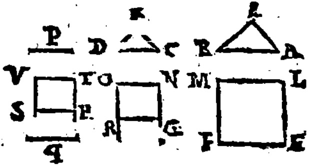
Theor. 16. Propos. 22. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: Et ab eis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erunt. Et si à rectis lineis similia similiterque descripta rectilinea, proportionalia fuerint: ipsæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.



SInt primum quatuor rectæ AB,CD,EF,GH,proportionales,vt quidē AB,ad CD,ita EF, ad GH: Constituanturque super AB, CD, duo quæcunque rectilinea similia similiterque descripta ABI,CDk; Item super E F, G H. alia duo quæcunque rectilinea simil'a similiterque descripta. EFML, GHON. Dico & hæc rectilinea esse proportionalia, vt quidem ABI,ad CDK,ita EM, ad GO. a Inueniatur.n. rectis AB,CD, tertia proportionalis P, & rectis EF, GH, tertia proportionalis Q. b eritque ex æquo,vt A B,ad P,ita EF,ad Q: Vt autem AB,ad P,ita est rectilineum ABI,ad rectilineum CDK,simile similiterque descriptum,ex corollario propositionis 20. huius

a 11.sex. b 22.quin

ius lib. vel si fuerint triangula, ex coroll. propos. 19. Et eadem ratione, vt EF, ad Q, ita rectilineum EM,



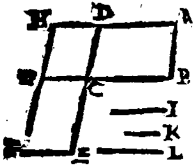
ad rectilineum GO: c Igitur vt A B I, ad C D K, ita erit EM, ad GO Quod est propositum.

Deinde sint ABI, CDK, EM, GO, rectilinea proportionalia. Dico quatuor rectas AB, CD, EF, GH, esse quoque proportionales, vt quidem AB, ad CD, ita EF, ad GH. d Inueniatur enim tribus rectis A B, CD EF, quarta proportionalis R S, super quam describatur rectilineum RSVT, simile rectilineo FM, similiterque positum; e & ob id rectilineo G O. Quoniam igitur est, vt A B, ad CD, ita E F, ad R S; erit quoque, vt iam est ostensum, vt ABI, ad CDk, ita EM, ad RV. Vt autem ABI, ad CDk, ita quoque ponitur EM, ad GO. f Igitur erit vt EM, ad RV, ita EM, ad G O; g Atque idcirco æqualia erunt RV, GO. Quæ cum sint similia similiterque posita, consistent necessario, vt mox ostendemus, super rectas RS, GH, æquales. h Quare erit vt EF, ad RS, ita EF, ad

c 11 quin. d 12 sex. e 21. sex. f 9. quin. g 9 quin. h 7 quin.

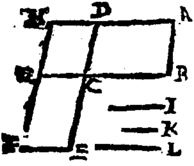
ad GH. Ponitur autem EF, ad RS, vt AB, ad CD. Igitur erit quoque vt AB, ad CD, ita EF ad GH. Quamobrem si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 17. Propos. 23. Aequiangula parallelogramma inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur.



Sint parallelogramma æquiangula AC, CF, habentia angulos BCD ECG, æquales. Dico proportionē eorum esse, compositam ex duabus pportionibus, quas habent duo latera vnius circa angulū æqualem, ad duo latera alterius circa angulū æqualem, ita vt antecedentia proportionum sint in vno Parallelogrammo, & consequentia in altero; hoc est, proportionem AC, parallelogrammi ad parallelogrammum CF, compositam esse ex proportionibus rectæ BC, ad CG, rectam, & rectæ DC, ad rectam CE; Vel etiam ex proportionibus rectæ BC, ad rectam CE, & rectæ DC, ad rectam CG. Ideft, si sumantur tres lineæ I, k, L, ita vt I, ad k, sit, sicut BC, latus ad latus CG, & k, ad L, vt latus DC, ad latus CE; ita esse parallelogrammum AC, ad parallelogrāmum CF, vt est recta I, ad rectam L: ac proinde cum ex defin. 5. huius lib. proportio I, ad L, cōponi dicatur

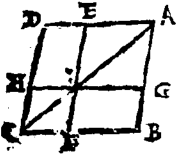
tur ex proportionibus I,ad K,& k,ad L; proportionem quoque parallelogrammi AC,ad parallelogrãmum CF, dici compositam esse ex eisdem proportionibus, hoc est, ex proportionibus BC, ad CG, & DC,ad CE. Coniungantur enim parallelogrãma ad angulos æquales, ita vt BC, CG. efficiant vnam lineam rectam: Quo posito, cum anguli BCD, ECG. sint æquales, erunt & DC,CE, vna recta linea, vt ad propos. 15 lib. 1. ex Proclo demonstratã est Producantur deinde AD, FG, donec conueniant in H; Sumptaque recta I, quacunque, *a* inueniatur tribus BC,CG. & I, quarta proportionalis K: Item tribus DC,CE, & K, quarta proportionalis L. Quoniã igitur est, *b* vt DC, ad CG, ita AC, ad CH. Vt autẽ BC, ad CG, ita posita est I, ad K. *c* erit quoque vt AC, ad CH, ita I, ad k. Eodemque argumento ostendes esse, vt HC, ad CF, ita k, ad L. Nam vt DC, ad CE, *d* ita est HC, ad CF. Cum ergo posita sit K, ad L, vt DC, ad CE, erit quoque HC, ad CF, vt k, ad L: Ex æquo igitur erit, vt AC, ad CF, ita I, ad L Sed proportio I, ad L, per 5. defin. huius lib. componitur ex proportionibus BC, ad CG, & DC, ad CE Ex his eisdẽ ergo proportionibus componetur quoque proportio parallelogrammi AC, ad parallelogrammum CF. Eademq; ratio-



a 12. sexti. b 1 sexi. c 11. quin. d 1 sex.

ratione ostendemus, proportionem AC, ad CF, cõponi ex proportionibus BC, ad CE, & D C, ad C G, dummodo parallelogramma ita coniungantur ad angulos æquales, vt BC, CE, efficiant vnam rectam lineã, &c. Æquiangula itaque parallelogramma inter se rationẽ habent, &c. Quod erat ostẽdendum.

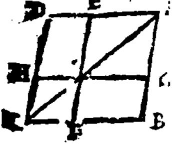
Theor. 18. Propos. 24. In omni parallelogrammo, quæ circa diametrum sunt, parallelogramma, & toti, & inter se sunt similia.



Esto parallelogrammũ A B C D, in quo ducatur diameter A C, & per quodlibet eius punctum I, ducantur duæ rectæ EF, GH, parallelæ lateribus parallelogrammi. Dico parallelogramma FG, FH. circa diametrũ, similia esse & toti parallelogrammo, & inter se se. Quod enim æquiangula sint toti, facile ostendetur: Nam angulus G A E, idem est, qui angulus B A D; *a* & angulus externus A E I, æqualis interno ADC; & angulus A C I, externus interno ABC. & angulus E I G, externus interno B F I; & hic externus interno B C D. Quare æquiangulum est E G, parallelogrammum parallelogrammo BD: Et eadem ratione eidem B D, æquiangulum

a. 29. pri.

lum erit FH. Quod autem latera circa æquales angulos habeant proportionalia lateribus totius. hoc modo demonstrabimus. Cum triangulum A G I æquiangulum sit triangulo A B C, & triangulum A E I, triangulo A D C, vt perspicuum est ex 29. propos. lib. 1. vel etiam ex coroll. propos 4. huius lib. *b* erit vt AB, ad BC, ita AG, ad G I, atque ita latera circa æquales angulos B. & G. proportionalia sunt. Rursus *c* erit vt BC, ad CA, ita GI, ad I A; Item vt CA, ad CD, ita IA, ad IE. *d* Ex æquo igitur, vt BC, ad *e* CD, ita est GI, ad IE, ac propterea, & latera circa æquales angulos B C D, G I E, proportionalia existunt. Non aliter demonstrabuntur latera, circa reliquos angulos æquales, esse proportionalia. Quare per definitionem. simile erit parallelogrammum E G, toti parallelogrammo BD. Eadem arte ostendes parallelogrammum F H, simile esse eidem parallelogrammo B D; *e* atque adeo, & ipsa inter se similia erunt. In omni ergo parallelogrammo, quæ circa diametrum sunt, &c. Quod erat ostendendum.

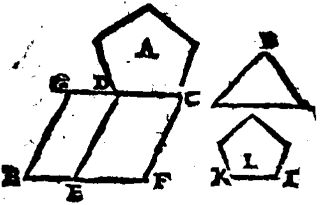


Pro-

b 4. sexti. *c* 4. sex. *d* 22. quin. *e* 21 sex.

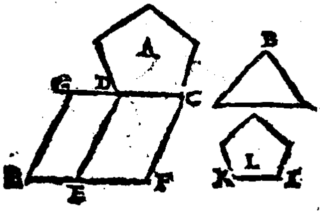
Probl. 7. Propos. 25. Dato rectilineo simile similiterque positum, & alteri dato aquale idem constituere.

SInt data duo rectilinea A. & B; sitque constituendum aliud rectilineum, quod simile quidem sit ipsi A, æquale vero ipsi B Super CD, vnum latus



rectilinei, cui simile debet constitui, *a* constituatur parallelogrammum C E, in quouis angulo, æquale rectilineo A; Et super rectam DE, in angulo EDG, qui æqualis sit angulo DCF, parallelogrammum D H, æquale ipsi B, eritque tam CDG quam FEH, linea vna recta, vt demonstratum est propos. 45. lib. 1. *b* Inueniatur iam inter rectas C D, DG, media proportionalis I K; *c* super quam constituatur rectilineum L, simile ipsi A, similiterque positum. Dico L, æquale esse alteri rectilineo B cũ enim sint proportionales tres rectę CD, Ik, DG; erit per coroll. prop. 19. vel 20. huius lib. vt CD, prima ad DG, tertiã, ita

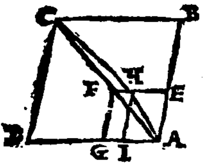
ita A, rectilineum super primam C D, ad rectilineũ L, super I K, secundam simile similiterque descri-



ptum: *a* Vt autem CD, ad DG, ita est parallelogrammum C E, ad parallelogrammum D H, eiusdem altitudinis. *b* Igitur erit vt C E, ad D H, ita A, ad L. *c* Vt autem CE ad DH, ita est A, ad B: *propterea* quod parallelogrammum CE, rectilineo A; & parallelogrammum DH, rectilineo B, constructum est æquale. *d* Quare erit vt A, ad B, ita A, ad L; *e* propterea que æqualia erunt rectilinea B, & L; Est autem & L, simile ipsi A, similiterque positum per constructionem. Dato igitur rectilineo simile similiterque positum, & alteri dato æquale idem constituimus. Quod erat faciendum.

Theo-

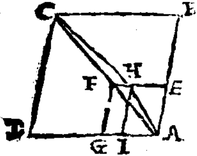
Theor. 19. Propos. 26. Si à parallelogrammo parallelogrammum ablatum sit, & simile toti, & similiter positum, communem cum eo habens angulum; hoc circum eandem cum toto diametrum consistit.



EX parallelogrammo BD, abscissum sit parallelogrammum EG, simile ei similiterq; positum, habens cum ipso angulum communem EAG. Dico EG, consistere circa diametrum totius BD. Ducantur enim rectæ AF, CF, quæ si fuerint vna linea recta, perspicuum est, cum AF, sit diameter ipsius EG, & AC, diameter ipsius BD, parallelogrammum EG consistere circa diametrũ AFC, totius parallelogrammi. Quod si AF, CF, non dicantur efficere lineam rectam, ducatur totius parallelogrammi diameter AC, secans latus EF, in H, puncto, per quod ipsi FG, parallela agatur HI. Quoniam igitur parallelogramma BD, EI, sunt circa eãdem diametrũ AHC; *a* ipsa erunt similia, similiterque posita. *b* Quare erit vt BA, ad AD, ita EA, ad AI. Sed vt BA, ad AD, ita quoque est EA, ad AG, quod parallelogramma BD, EG, ponantur etiã similia, similiterq; posita. *c* Igitur erit vt EA, ad AI, ita EA, ad AG.

a 24. sex. b 1. def. sex. c 11. quin.

A G. *d* Ac propterea æquales erunt rectæ A I, A G, pars, & totum: quod est absurdum.

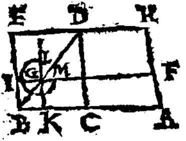


Quod si dicatur recta A H C. secare alterum latus FG. Tunc ducta HI, parellela ipsi EF, *e* erunt rursus similia parallelogramma BD, IG, similiterque posita. *f* Quare erit vt D A, ad AB, ita GA, ad AI: Sed vt DA, ad AB, ita quoque est G A, ad A E, ob similitudinem parallelogrammorũ BD, EG. *g* Igitur erit vt GA, ad AI, ita GA, ad AE. *h* ideoque æquales erunt rectæ AI, A E; pars & totum: Quod est absurdum. Constituunt ergo rectæ A F, F C, vnam rectam lineam; hoc est, ducta diameter A C, transit per punctum F; & ducta diameter A F, cadit in punctum C. Itaque si à parallelogrammo parallelogrammum ablatum sit, &c. Quod erat demonstrandum.

Theorema 20. Propositio 27. Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam lineam applicatorum, deficientiumque figuris parallelogrammis similibus similiterque positis ei, quod à dimidia describitur; maximum id est, quod ad dimidiam applicatur, parallelogrammum simile existens defectui.

Detur

d 9. quin. *e* 24. sext. *f* 1. def. sext. *f* 11. quin. *g* 9. quin.



DEtur recta AB, diuisa bifariam in C, superq; eius dimidiam BC, constituatur quodcunque parallelo grāmum CDEB, cuius diameter BD. Si igitur cōpleatur totū parallelogrammum ABEH, erit parallelogrammum AD, super dimidiam AC, consistens, applicatum secundum AB, deficiens parallelogrammo CE, & existens simile defectui CE. Dico parallelogrammum AD, ad dimidiam AC, applicatum deficiensq; parallelogrammo CE, maximum esse omnium, quæ secundum AB. rectam applicantur, deficiuntq; parallelogrammis similibus similiterq; positis ipsi CE. Sūpto n. puncto G, vtcunque in diametro BD, & ductis per G, rectis FGI, KG, quę sint parallelæ rectis AB, BE; erit parallelogrammum FK, secundum rectam AB, applicatum deficiens parallelogrammo KI, *a* quod ipsi CE simile est, similiterq; positum, cum sit circa eandem cum CE, diametrum. *b* Quoniam vero complementa CG, GE, æqualia sunt, si addatur cōe KI, erunt quoque æqualia CI, KE: *c* Est autem CI, æquale ipsi CF. propter bases æquales AC, CB. Igitur & CF, KE, æqualia erunt; additoque communi CG, ęqualia erunt parallelogrammum AG, & gnomon LM. Quare cū CE, maius sit gnomone

P LM,

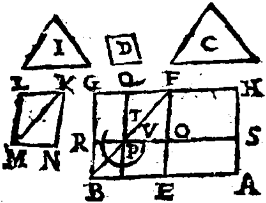
a 14 sex. *b* 43 pri. *c* 36. pri.

LM. (continet .n. CE, præter gnomonem, parallelogrammũ adhuc DG) erit quoq; AD. *d* ęquale existens ipsi CE, ꝓpter bases æquales AC, CB, maius quam parallelogrammũ AG, eodem parallelogrãmo DG. Eodemque modo ostendetur AD, maius esse omnib. parallelogrammis, quæ ita secundum rectam AB, applicantur, vt punctum G, sit inter pũcta B, & D, hoc est, quæ occupant maiorem lineam semisse AC, habentq; minorem altitudinẽ quam AD; dummodo defectus similes sint ipsi CE.

Prob. 8. Propos. 28. Ad datam lineam rectam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ similis sit alteri parallelogrammo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicãdum est, non maius esse eo, quod ad dimidiam applicatur, cum similes fuerint defectus, & eius, quod ad dimidiam applicatur, & eius cui simile deesse debet.

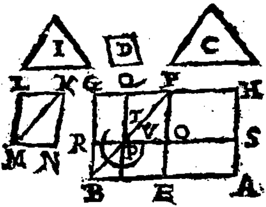
AD datam rectam lineam AB, dato rectilineo C, applicandum sit parallelogrammum ęquale deficiens parallelogrammo, quod sit simile dato alteri parallelogrammo D, Secta AB, bifariam in E, super medietatem EB, *a* describatur parallelogrammum EFGB, simile ipsi D, similiterque positum, & compleatur totum parallelogrammum AHGB. Si igitur AF, æquale est ipsi

ipsi C, cum sit applicatum ad A B, deficiens



parallelogrammo EG, simili ipsi D; factum erit, qđ iubetur. Si aūt AF maius est quam C. (Neq; enim minus esse debet. Nam cum propos. præcedentē, ipsum sit omnium applicatorū maximum, dummodo defectus sint similes, nō posset applicari vllū ad AB; quod esset ipsi C. æquale, sed oīa essent minora. Propterea adiunxit Euclides; Oportet autem datū rectilineum, &c.) erit quoq; sibi æquale EG, maius quam C. Sit igitur maius rectilineo I (Qua vero ratione excessus duorū rectilineorum sit inquirendus, dictum est ad propos. 45. lib. 1.) *b* & cōstituatur parallelogrammum KLMN, simile quidē similiterq; positum ipsi D, seu ipsi EG, æquale vero excessui inuēto I; vt sit EG, æquale rectilineo C, & parallelogrammo KM, simul; & ob id maius quam KM. Cum igitur ob similitudinem sit vt EF, ad FG, ita NK, ad KL; erunt quoq; latera EF, FG.

maiora lateribus NK, ad k L. *Si* .n. his illa forent æqualia, vel minora esset etiam EG, æquale ipsi N L, vel minus, vt constat. Quare abscissis rectis F O, FQ. quæ sint ęquales ipsi kN, KL, & cōpleto paral-

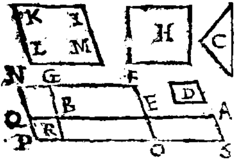


lelogrammo FQPO; erit hoc ipsi LN, æquale, & ꝑ. idē simile similiterq. positū, & *a*propterea ipsi EG: *a* atq; adeo circa eandē diametrū cū EG, consistet, quæ sit BF. Productis iā rectis QP, OP, erit parallelogrammū AP, ad rectam AB, applicatū deficiens parallelogrāmo PB, *b* qđ simile est ipsi EG. similiterq; positū, & ꝑpterea ipsi D. Dico igitur AP, equale esse ipsi C. rectilineo. *c*Nā cū P G, æquale sit cōplemento PE; si addatur cōe PB, erit & BQ, æquale ipsi EB, hoc est, ipsi ES, *d* qđ æquale est ipsi E R. ꝑpter bases æquales EA, EB. Quare si æqualibus AO, BQ, cōe addatur EP, erit AP, æquale gnomoni TV. Sed gnomon TV, æquali est rectilineo C, (Nā

a ex, *b* 24 sex. *c* 43 pri. *d* 36. pri.

cum EG, parallelogrammum æquale sit ipsi C, vnà cum LN; si auferantur æqualia QO, LN, remanebit gnomon TV, ipsi C, æqualis.) Igitur & AP, eidē C, æquale erit. Ad rectam ergo AB, applicatum est parallelogrammo AP, deficiens parallelogrammo PB, quod simile est dato parallelogrammo D, & æquale existens rectilineo dato C. Quod faciendum erat.

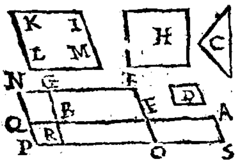
Problem. 9. Propos. 29. Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, quæ similis sit parallelogrammo alteri dato.



AD datam rectã lineam AB, dato rectilineo C, applicãdum sit parallelogrammum æquale, excedens parallelogrammo, quod simile sit dato alteri parallelogrammo. D. Diuisa A B, bifariam in E; *a* super dimidiam E B, construatur parallelogrammum E F G B, simile ipsi D, similiterque positum. *b* Deinde rectilineo C, & parallelogrammo EG, cõstituatur quadratum H, æquales; *c* cui quidem fiat parallelogrammũ I K L M, æquale simile vero ipsi E G, similiterque positum; eritque propterea IkLM, maius quam EF

G 2 GB,

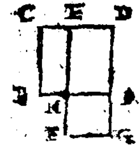
GB, quandoquidem æquale est quadrato H, quod constructũ est rectilineo C, vna cum parallelogrammo E G, æquale. Cum igitur ob similitudinem M K E G, sit vt M I, ad I K, ita E F, ad F G, erunt quoque latera M I, I K, lateribus E F, F G, maiora. Si enim illa his forent æqualia, vel minora, esset quoq; M K, vel æquale ipsi E G, vel minus vt perspicuũ est. Productis igitur F E, F G, vt rectæ F O, F N, æquales sint rectis I M, I K, & cõpleto parallelogrãmo O N; erit hoc simile similiterq; positum ipsi E G, cũ sit æquale ipsi M K, & simile, similiterq; positum. *d* Quare O N, E G, circa eandẽ diametrum cõsistent. Productis iã A B, G B, ad Q R; & P O, donec cũ A S, ipsi F O, parallela cõueniant in S, erit parallelogrammũ A P, applicatũ ad rectã A B, excedens parallelogrãmo O R, *e* qđ simile est ipsi E G, ac propterea ipsi D. Dico igitur A P, æquale esse rectilineo C. *f* Nam cum A O, E R, sint æqualia, *g* & E R, æquale complemento B N, erit & A O, ipsi B N, æquale. Addito ergo communi O Q, fiet A P, æquale gnomoni E P G. Atqui gnomon E P G, æqualis est rectilineo C. (Nam cum M k, hoc est, O N, æquale sit rectilineo C, vna cum E G; si auferatur commune E G, remanebunt æqualia gno-



d 26. sex. *e* 24 sex. *f* 36 pri. *g* 43 pri. mon

mon EFG, & rectilineum C.) Igitur & AP, æquale erit rectilineo C. Ad datam ergo rectam A B, dato rectilineo C, æquale parallelogrammum applicatū est AP, excedens parallelogrammo R Q, quod simile est alteri dato D. Quod faciendum erat.

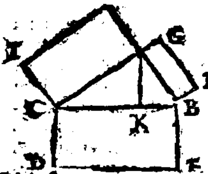
Probl. 10. Propos. 30. Propositam rectam lineam terminatam extrema, ac media ratione secare.



Sit recta A B, secanda extrema ac media ratione. Descripto super eam quadrato ABCD; *a* ad latus DA, applicetur rectangulum D F, æquale quadrato A C, & excedens parallelogrammo A F, simili ipsi quadrato, ita vt sit AF, quoque quadratum, cum quadrato solum quadratum sit simile. Secet autem recta E F, rectam AB, in H. Dico A B, in H, sectam esse extrema ac media ratione. Cum .n. æqualia sint D F, & AC, si dematur cōe A E, remanebunt æqualia G H, HC, quæ cum habeant angulos æquales AHF, B HE, vtpote rectos, *b* erunt latera circa illos reciproca, hoc est, erit vt EH, hoc est, vt A B, ipsi EH, æqualis, ad HF, hoc est, ad AH, ipsi HF, æqualem, vt AH, ad H B. Quare cum sit, vt tota A B, ad segmentum AH, ita segmentum AH, ad segmentum HB, secta est A B, extrema ac media ratione, per definitionem. Propositam ergo rectam lineam terminatam, &c. Quod erat faciendum.

a 29. sex. b 14. sex.

Theor. 21. Propos. 31. In rectangulis triangulis, figura quauis à latere rectum angulum subtendente descripta, æqualis est figuris, quæ priori illi similes, & similiter positæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur.



Triangulum rectangulum sit ABC, habens angulum B A C, rectum; describaturque super BC, quæcunque figura rectilinea BCDE, a cui similes similiterque positæ super A B, A C, constituantur A B F G, A C IH. Dico figuram B D, æqualem esse duabus figuris A F, AI. Demissa .n. ex A, ad BC, perpendiculari AK, erit per corollarium propos. 8. huius lib. vt BC, ad C A, ita CA, ad CK. Quare vt BC, ad CK, prima linea ad tertiam, ita figura BD, super primam, ad figuram C H, super secundam similem similiterque positã, per coroll. propos. 19. vel 20. huius lib. & conuertendo vt CK, ad BC, ita figura CH, ad figuram BD. Non secus ostendetur, esse quoque vt BK, ad B C, ita figuram B G; ad figuram B D; cum tres lineæ B C, BA, BK, sint quoque proportionales &c. Quoniam igitur est vt C k, prima quantitas ad B C secundam, ita CH. tertia ad BD quartam; Item vt Bk, quinta quantitas ad BC, secundã, ita BG, sexta ad B D, quar-

a 18. sex. b 24 quin.

D, quartam; *b* erit vt prima CK, cum quinta Bk, ad BC, secundam, ita tertia CH, cum sexta BG, ad BD, quartam: Sunt autem prima Ck, & quinta B K, simul æquales secundæ BC. Igitur tertia CH, & sexta B G, simul æquales quoque erunt quartæ B D, Quod est propositum.

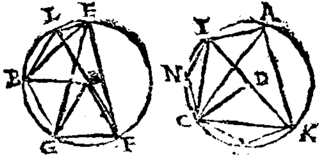
Theor. 22. Propos. 32. Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, secundum vnum angulum composita fuerint, ita vt homologa eorum latera sint etiam parallela: tum reliqua illorum triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

HAbent triangula ABC, DCE latera A B, AC, lateribus D C, D E. proportionalia, vt quidem A B, ad AC, ita DC, ad DE, componanturque ad angulum ACD, ita vt latera homologa AB:DC; Item AC DE, inter se sint parallela. Dico duo latera reliqua B C, C E, rectam componere lineam. Cum .n. parallelæ sint AB, DC, *a* erit angulus A, alterno ACD, æqualis: Eademque ratione angulus D, eidem ACD, æqualis erit; ac propterea A, & D, inter se quoque existent æquales. Quoniam igitur triangula ABC, DCE, habent latera circa æquales angulos A, & D, proportionalia; ipsa *b* erunt inter se æquiangula, habebuntq; æquales angulos B, & DCE. Additis ergo æqualibus A, & ACD, erunt duo

a 29. pri. *b* 6. sex.

duo anguli B, & A, duobus angulis DCE, ACD, hoc eſt angulo ACE, æquales. Rurſus addito cõi ACB, fient tres anguli trianguli ABC, duobus angulis ACE, ACB, æquales: Sed illi tres æquales ſunt duobus rectis. Ergo & duo ACE, ACB, duobus erunt rectis æquales: Atque idcirco BC, CE, vnam rectam lineam conſtituent. Itaque ſi duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 23. Propoſ. 33. In æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem cum peripherijs, quibus inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant: Inſuper vero, & ſectores, quippe qui ad centra conſiſtunt.



SInt duo circuli æquales ABC, EFG, quorum cẽtra D, H, ſumanturq; ex circulis duo arcus quicunque BC, FG, quibus ad centra quidem inſiſtant anguli BDD, FHG, ad circumferentias vero anguli BAC, FEG. Dico eſſe, vt arcum BC, ad arcum FG, ita angulum BDC, ad FHG, & BAG, ad FEG, & ſectore BDC, ad ſectorem FHG. a Applicentur enim

a 1. quar. in

in circulis æquales CI, quidem ipsi BC, & ipsi F G, GK, kL. Æquales igitur erunt *b* arcus, quibus hæ rectæ insistunt, ergo & anguli *c* ad centra æquales inter se erunt BDC.& CDI, similiter FHG,& GHL, &c. ergo æque multiplices sunt arcus, & anguli ad centra, cum sint diuisa in partes æquales, & spacia ad centra,& arcus, si ergo arcus se excedent, vel æquales erunt, similiter,& anguli, *d* ergo vt se habet arcus BC, ad FG, ita angulus BDC, ad FHG, & hoc idem de spacio, vt arcus ad arcum, ita spacium ad spacium. ergo etiam vt angulus BDE, ad F G H, ita dimidium *f* BAC, ad dimidium FEG.

Constituantur iam in segmentis B C, C I, anguli BMC,CNI, *g* qui æquales erunt, cum insistant arcubus æqualibus BAC, CBAI. Quare similia erunt segmenta BMC,CNI *h* atque adeo inter se æqualia, propterea quod sunt super rectas BC, CI, æquales. Additis igitur triangulis BDC, C D I, quæ æqualia quoque sunt, fient sectores BDC, C D I, æquales. Quaptopter tam multiplex erit sector BDI, sectoris BDC, quam est multiplex arcus BCI, ipsius arcus B C. Similiter ostendemus sectorem FHL, tam multiplicem esse sectoris FHG, quam multiplex est arcus FGKL, ipsius arcus F G. Quoniam vero si arcus B CI, æqualis fuerit arcui FGKL, sector quoque BDI, sectori FHL, æqualis est; (vt in sectoribus BDC. C DI, ostensum fuit,) & si maior, maior, & si minor, minor: Deficient propterea vna arcus BCI, & sector BDI,

b 28 ter. c 27 ter. d 6. def. quin. f 20. ter. g 27. ter. h 24. ter.

BDI, æque multiplicia primæ magnitudinis BC, & tertiæ BDC, ab arcu FGKL, & ſectore FHL, æque multiplicibus ſecundæ magnitudinis FG, & quartæ FHG, vel vna æqualia erunt: vel vna excedent ſi ea ſumantur, quæ inter ſe reſpondent. Quamobrem quæ proportio eſt arcus BC, primæ magnitudinis, ad arcum FG, ſecundam magnitudinem, ea erit ſectoris BDC, tertiæ magnitudinis, ad ſectorem FHG, quartam magnitudinem. In æqualibus ergo circulis anguli eandem habent rationem cum peripherijs, &c. Quod demonſtrandum erat.

FINIS.

LIBRI STAMPATI DALLI TVRRINI, *Rossi, e Neri.*

MIssale Romano foglio ordinario disteso nuouo in legno.

I con figure in rame.

Detto in 4. con figure in rame.

Breuiario Romano 8. Mondo con linee disteso in legno nuouo.

Detto con figure in rame.

Detto Papino in 8. picciolo legno nuouo.

Detto S. Pietro in legno 8. ordinario.

Offitio Romani in 12. nuouo con Confessionario in fine.

Detto in 24. con detto.

Detto in 32. grandi lettera grossa con detto.

Detto in 32. grandi ordinarij.

Detto in 32. picciolo con detto legno.

Detto in 32. picolo rame.

Detto in 64. con detto.

Detto in 128. piccolissimi in forma nuoua.

Detto in 16 vn'officio solo.

Detto da Dozzina, ò sia da Patti lettera grossa, 16.

Offitio di S. Francesco per Breuiarij Papino in 8. picciolo, quali possono seruire anco per Breuiarij ordinari in 8.

Detto per Breuiarij in 16.

Horæ Diurnæ S, Augustini. 24,

Offitio

Offitio Santi di Spag. per Breuiarij in 8. ordinarij.
Detto per Breuiarij in 8. picolo Papino, e possono seruire anco per Breuiarij in 16.
Inni nuoui li più compiti 8.
Offitio Santi nuoui compiti. 8.
Messe da morto in foglio grande legno
Dette con figure di rame.
Offitio settimana santa in 32. picolo con le dichiarationi del Calamato.
Decisiones Regni Napol. Regentis Franc. S. Felicio 1. & 2. tomo & additioni a suoi luoghi foglio.
Tract. de Conc. Cred. Rodriquez cõ additioni 4.
Scaccia de Appellat. cum additiones & Decis. Rotæ Rom. fog.
Io. del Castillo de vsufructu 1. e 2 par. cõ addit. fog.
Controuersiæ de Can Elect. Franc. maria Sam. fog.
Lucerna Regularium Io. Maria Nouario, con nouiss. Tract. de Priuilegijs Religiosorum. 4.
Io. Ægidij Trulench in Præcepta decalogi & Ecclesiæ tom. 2. fog.
Pract. Visitandi Infirmos. Iacobo Mancino cum nouiss. addit. 8.
Afforismi d'Ippocrate. 16.
Catechismo Rom. 8.
Concilio Tridentino. 8.
Scrutino Sacerdotale. 12.
Index lib. Prohib. cũ Elenchus vsque anno 1644.
Complementum Artis Exorcistica cum nouiss. Tract. de modo interrogand Dæmonum. 8.

Deci-

Decisiones Cathaloniæ. Io.Petrus Fontanella.f.
Suma Censurarum Ant. Glianes 24.cum addit.
Tract. de modo Articulandi e Probandi. Marcelo Calà cum addit. Ricij. 4.
Bona[illegible] de Elect. Pontifici foglio & [illegible]
Br[illegible] otitia ad Confessar. Iosepho Augustino. 24. c[illegible] dit.
A[illegible] to del Bignagmi. 4.
Orationi Sacre dell'Azzolini con gionta in 12.
Panegirici Sacri del Tesauro 12.
Stato dell'anime del Purgatorio de fanciulli nel Limbo, de Beati in Cielo e de Dannati nell'Inferno del P. Roa con gionta. 12.
Sermoni sopra le figure del Purgatorio del P. Steffano Pepe prima e seconda parte in 4.
Detto seconda parte separata, 4.
Vita di Suor Maria Maddalena de Pazzi 4, con gionta.
Dictionario Ciceroniano, 8.
Introductio in Geographia. Philippi Cluuerij. 24. con gionta.
Prosodia B[illegible]oniense P. Riciolo. 12.
Istoria del Caualier Perduto di Pace Pasini. 4.
Calloandro smascherato di Gio. Ambrosio *Marini*.
Idem Gare de [illegible]perati 12.
Elucidario Poetico in 12.
Epistole Eroiche del Bruni. 24.
Geneologia de gli Dei del Bocaccio con l'Elucidario Poetico, & vn nuouo Rimario, e sillabario
del

del Nisielli in quarto.

Istorie Memorabili de nostri tẽpi di Alessandro Zilioli tomi 3. in 4.

Lettere Amorose di Margherita Costi Rom. 8.

Lettere di buone feste del Maia Ma[illegible]rdone, & altri Auttori. 8.

Maddalena Conuertita del Brignole. 2.

Oficina Istorica dell'Astolfi con le no[illegible] delle cose più memorabili del mondo di Lucio [illegible]mpelio Volgare in 4.

Politica Massima Declamationi del Pelegrini. 12

Sindicato di Tiberio Imperatore del Gucci. 12.

Sucessi differenti del Vesc. di Belley tradotti. 12.

Raguagli del Regno d'Amore. 12.

Sfogamenti d'Ingegno del Minozzi. 12.

Diuozioni alla Madonna del Martegiani. 32.

Aggiustamento ò corrispondenza dei Pesi, e delle misure con tutte le Città del Mondo. 8.

Euclide Elemẽt. Testo 12. cõ figure a suoi luoghi

Detto in 16. nuoua impressione.

Carro Trionfale de Predicatori del P. Bona. 12.

Trattato nuouo di formar squadroni con vna sol Regola 16.

Altri Libri hauti loro la Impressioni intiere.

Epitaffij Giocosi del Loredano prima seconda & terza Centuria.

Epigramata Io. Oden 18. amsterdam.

Dolcezze amare di Vito Canaldo. 12.

L. e M. del P. 4.