OEUVRES POSTHUMES DE M^r ROHAULT.

A PARIS,
Chez GUILLAUME DESPREZ, ruë S. Jacques, à S. Prosper, & aux trois Vertus, au dessus des Mathurins.

M. DC. LXXXII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

A MONSEIGNEUR

D'ESTRÉES

EVESQUE, ET DUC DE LAON,

PAIR DE FRANCE,

COMTE D'ANISY.

MONSEIGNEUR,

Entre toutes les connoissances ausquelles l'Esprit humain se peut appliquer, il n'y en a point qui ayent plus de raport à la Religion que les Mathématiques. Toutes les Sciences se proposent également la recherche de la verité, mais il n'y a qu'elles seules qui se puissent vanter incontestablement de l'avoir atteinte. En effet, si la Religion, par les lumieres surnaturelles de la foy, nous fait jour à ce qui est au-dessus de la portée de nos esprits; Les Mathematiques, par le moyen de ce Flambeau interieur & naturel que Dieu a allumé en nous, & à la faveur des premieres veritez generales qui sautent d'abord aux yeux de tout le monde, *nous introduisent dans une longue suite de plusieurs autres veritez, qui en dépendent, & qui ne sont pas moins certaines que leurs principes. Cette raison seule doit suffire,* MONSEIGNEUR, *pour satisfaire le Public, sur le choix que j'ay fait d'un des plus illustres Princes de l'Eglise, pour luy consacrer un Ouvrage tout consacré luy-mesme à la verité ; Et qui appliquant nostre esprit à des objets qui n'ont rien qui flatte les sens, mais que nous ne laissons pas de trouver infiniment agreables, à cause des veritez qu'on y découvre, peut mesme contribuer en quelque façon au reglement de nos mœurs, en nous détachant des choses sensibles, qui sont les causes les plus ordinaires de leur corruption. Dés cette premiere ouverture que je donne de ma pensée, chacun sans doute y applaudit, & enchérissant mesme pardessus, me prévient déja sur tout ce que je puis avoir a dire à vostre gloire. Vostre illustre Nom,* MONSEIGNEUR, *comme un nouveau flambeau qui surprend & qui brille, fait voir tout d'un coup les nobles convenances qui se rencontrent en mon dessein, de mettre cet Ouvrage sous une si glorieuse protection. Le passage est aisé du rang à la Personne ; Et l'on n'a pas plûtost approuvé, de voir les veritez Mathematiques sous l'azile favorable d'un des plus sacrez dépositaires de celles de la Foy, qu'on les félicite, & moy avec elles, d'estre à l'abry d'un si beau Nom, où tout est également grand & solide, majestueux & éclatant. Une Ambassade dans la premiere Cour du Monde Chrestien, prolongée pour la quatriéme fois au delà des termes ordinaires, fait voir à tout l'univers, en la personne de Monseigneur vostre Pere, une fidelité sans reproche, une sagesse consommée, une capacité sans bornes. Ces Négociations reïterées de Monseigneur le Cardinal d'Estrées, vostre oncle, à Rome, par ordre de Sa Majesté, dans les* *conjonctures les plus délicates, où la Politique, aussi bien que la Nature, demande deux yeux, non pour voir plus clair, mais pour voir plus seurement, & avec plus d'étenduë, ne marquent-elles pas une distinction particuliere de merite, & une confiance entiere en la force & en la prudence de son génie. Et ne diroit-on pas, que le Monarque le plus éclairé que la France ait jamais eu, pleinement content & satisfait des services de ces deux illustres Freres, semble, au milieu de tant de grands sujets, n'en trouver pas-un digne de leur succeder, jusques à ce qu'associé à la Pourpre de l'un, & remplissant le mérite de tous les deux, vous alliez vous-mesme continuer à soûtenir la gloire de la France, & celle de vos Ancestres, sur cet auguste Théatre, uniquement destiné, ce semble, à ceux de vostre Nom. D'ailleurs, ces grands & fameux Exploits, par où Monseigneur le Mareschal, vostre Oncle, commença à se signaler, aussi tost que Sa Majesté l'eût honoré de la charge de Vice-Amyral, & que le bruit de ses canons a fait retentir par tout; Et sur tout ce prodige de valeur & de prudence qu'il fit paroistre à Tabako, (où tout ce qui sembloit devoir concourir à sa perte, la disposition des lieux, le grand nombre des Ennemis, celuy de leurs vaisseaux, la difficulté de les aborder, le canon pointé pour leur deffense, toute une Isle en un mot armée contre luy, ses blessures mesmes & ses naufrages, n'ont servy qu'à rendre sa vie plus illustre, & sa victoire plus glorieuse) font voir en sa personne tant de courage & d'intrépidité, de conduite & de bonne fortune tout ensemble, que ce monde-cy semble ne pas suffire aux grands & vastes desseins, & à toutes les genereuses & hardies entreprises de ceux de vostre Maison. Pardonnez, MONSEIGNEUR, cette double saillie de mon zele, qui ne sçauroit déplaire qu'à vostre modestie; mais qui* *agréera sans doute à ces premieres testes de tous les Ordres de l'Estat, qui vous ont veu soûtenir & présider avec tant d'éclat, dans la plus celebre Escole du monde ; où vous avez commencé à jetter les premiers fondemens, & faire concevoir les premieres esperances de cette grandeur & dignité que vous possedez, & de toutes les autres qui vous attendent, & ausquelles vous pouvez si legitimement aspirer. J'ose mesme dire, que l'on a déja veu briller en vous par avance, toutes les marques & tous les caracteres de cette future grandeur, dans ces premiers essais de generosité, de justice, & de graces, que vous avez fait paroistre, dés l'entrée de vostre Episcopat. Il est bon, MONSEIGNEVR qu'il en reste quelque marque à la posterité; & que ceux qui honoreront dans les siecles à venir la memoire de feu Monsieur Rohault, (que Messieurs vos Freres, les Marquis de Cœuvres & de Temines, avec les plus grands de la Cour, n'ont pas autrefois dedaigné d'avoir pour maistre) sçachent, qu'elle a esté assez chere à un Prélat de vostre rang, non seulement pour agréer que ses Ouvrages posthumes parussent sous son nom ; mais pour donner aussi accez à ses plus proches, pour se justifier devant vous, & pour vous obliger à marquer de la joye de leur innocence. J'en avois entrepris la deffense, comme beau-pere du deffunt, & j'en devrois partager la reconnoissance avec les vivans, si vos bontez ne m'engageoient à estre entierement & sans partage, & avec une véneration tres profonde.*

MONSEIGNEVR,

De vostre Grandeur

Le tres-humble & tres-obeïssant
Serviteur, CLERSELIER.

PREFACE.

JE ne doute point qu'il n'y ait bien des gens qui trouveront à redire au titre que j'ay mis à la teste de ce Livre, *Oeuvres posthumes de Monsieur Rohault*, & à qui ce frontispice ne plaira pas. Et si par hazard vous qui lisez cecy estiez de ce nombre, comme cela pourroit bien-estre, je veux bien vous avertir icy dés l'entrée, que ny vous, ny tous ceux qui pourroient vous ressembler, ne serez pas les premiers qui y auront trouvé à redire, puis que moy-mesme je l'ay condamné, & qu'il ne m'a pas plû.

Mais aussi à dire le vray, ce n'est pas une chose si facile que l'on pourroit peut-estre s'imaginer, que de donner à un Livre un titre qui luy convienne, & qui luy convienne justement; Et mesme j'ose dire, qu'aprés s'estre bien donné de la peine pour en chercher un, il est presque impossible de pouvoir jamais rencontrer au gré de tout le monde.

C'est donc comme une necessité que le titre d'un Livre soit contrôlé; mais qu'il le soit à la bonne heure; pourveu que d'ailleurs le corps en soit bon, & ne contienne rien que de vray & de raisonnable, l'on ne doit pas s'en mettre fort en peine, ny chicaner beaucoup là dessus.

Or je puis assurer qu'en prés de cent feüilles que ce Livre contient, & par consequent en prés de huit cens pages, il n'y a rien qui ne soit entierement conforme à la raison, & qui la puisse choquer le moins du monde. Chaque page, chaque ligne, chaque mot, sont autant de veritez, dont nous sommes convaincus par la lumiere naturelle, comme estant les réponses vives & nettes de cette lumiere interieure, qui ne manque jamais de nous éclairer & de nous instruire, toutes les fois que nous la consultons, par l'attention que nous sommes obligez de prester aux choses que nous voulons bien concevoir, & que nous ne sommes point honteux d'apprendre. Aussi, n'est-ce que faute de cette attention (comme l'a fort bien dit un celebre Auteur de ce temps) que nous tombons tous les jours en de lourdes fautes, soit en approuvant ce que nous n'entendons point, soit en contredisant les veritez les plus certaines, mais que nous ne voulons pas sçavoir, & ausquelles nous ne donnons pas toute l'application qu'il faut pour les comprendre ; parce qu'elles sont contraires à d'anciens préjugez dont nous ne voulons pas nous deffaire, & dans la possession desquels nous sommes bien aises de nous maintenir, pour joüir paisiblement de nostre maistrise, & couvrir par ce moyen nostre ignorance.

Ce n'est pas que je ne sceusse fort bien quel titre il auroit fallu mettre à ce Livre, pour qu'il luy convinst justement ; Mais ce titre n'auroit pas esté au gré du Libraire ; Et comme pour l'ordinaire il arrive de la contestation entre les Libraires & les Auteurs sur la disposition du titre, ceux-cy n'ayant en veuë que la conformité qu'il doit avoir avec le texte, afin que l'un ne démente pas l'autre, & ceux-là au contraire ne se souciant pas beaucoup de cette conformité, mais voulant quelque chose de specieux, qui puisse exciter la curiosité des Lecteurs, & leur en attirer plusieurs, il ne faut pas s'estonner si l'un est quelquefois obligé de ceder à l'autre, pour s'ajuster ensemble, & accorder leurs differens.

Or personne ne peut douter que tout l'interest que peut avoir un Libraire dans l'impression d'un Livre, ne soit son interest propre & particulier, qui est, que le Livre dont il entreprend l'impression ait du debit, qu'il ait cours dans le monde, & qu'il ne luy demeure pas sur les bras, renfermé dans un magazin, pour estre rongé des vers, & mangé par la poussiere, plûtost que devoré par l'avidité d'un grand nombre de curieux ; comme sans doute il se le promet

quand

quand il commence une impreſſion ; C'eſt pourquoy il a eſté juſte de le contenter icy ; Et c'eſt ce que j'ay prétendu faire par le titre que j'ay mis à la teſte de ce Livre.

Mais quelqu'un tournant là deſſus icy le feüillet, pour voir donc ce titre ſpecieux que je dis avoir mis à la teſte de ce Livre, (ne ſe reſſouvenant plus quel il eſt) & ne trouvant que trois ou quatre mots fort ſimples & fort communs, croira peut-eſtre que je me ſuis oublié de mon deſſein, ou que j'ay retenu, comme un ſecret que je n'ay pas voulu divulguer, ce titre ſpecieux dont je parle ; ou bien peut-eſtre qu'aprés luy avoir ingenûment confeſſé que je n'en ſçay point d'autre que celuy qu'il porte, il ne pourra pas s'empeſcher de s'emporter contre moy, en m'accuſant de mauvaiſe foy & d'ignorance ; de mauvaiſe foy, en ce que ſçachant, comme j'ay dit, le juſte titre que l'on devoit mettre à ce Livre, je ne l'y ay pas voulu mettre ; Et d'ignorance, en ce qu'il n'eſt pas poſſible que tout autre titre que l'on y auroit pû mettre, ne fuſt pour le moins auſſi ſpecieux que celuy que j'y ay mis, & peut-eſtre meſme plus au gouſt de tout le monde ; Où enfin, peut-eſtre qu'aprés eſtre un peu revenu de ſon emportement, pour m'en faire une eſpece d'excuſe, & me rendre quelque juſtice, ayant appris par le bruit commun que je ne paſſe pas dans le monde pour un homme de mauvaiſe foy, ny tout à fait ignorant, il me priera de bonne grace que je luy dévelope donc le miſtere qu'il juge devoir eſtre renfermé dans ce titre, pour meriter ſous des termes ſi ſimples le nom de ſpecieux ; Et en cela je confeſſe qu'il aura quelque raiſon ; Et c'eſt auſſi ce que je vais tâcher de faire dans la ſuite, pour le retirer de la peine où cela l'aura mis.

La réputation que Monſieur Rohault s'eſtoit acquiſe de ſon vivant eſtoit devenuë ſi grande, & ſon nom ſi celebre, qu'il eſtoit connu non ſeulement dans tout ce Royaume, mais meſme dans toute l'Europe. Et quoy que depuis ſa mort juſqu'au jourd'huy il ſe ſoit écoulé prés de dix années, pendant leſquelles il ſemble que ſa memoire auroit dû ſe perdre, n'ayant rien parû de luy depuis ce temps-là; neanmoins comme l'estime qu'il avoit laissée de luy en mourant, faisoit aisément croire à tout le monde, qu'il n'estoit pas possible qu'un homme comme luy se fust tenu sans rien faire, ensorte qu'il ne fust rien resté, & qu'on eust, pour ainsi dire, tout ensevely & enterré avec luy en le mettant dans le tombeau; cela a fait que les plus curieux & les plus vigilans se sont aussi-tost soigneusement informez s'il n'avoit point laissé quelques écrits aprés sa mort; Et le bruit s'estant répandu par tout qu'il en avoit laissé quelques-uns; j'ay depuis ce temps-là esté si souvent & si puissamment sollicité par les instantes prieres d'une infinité de personnes de toutes sortes de conditions, & par les lettres frequentes que j'ay receuës de toutes parts, d'en vouloir faire part au public, que je n'ay pû m'en deffendre, ny me délivrer mesme de leurs pressantes sollicitations & importunitez, qu'en satisfesant à leur desir.

C'est donc ce Livre, ou plûtost ce Recüeil de plusieurs divers petits Traittez de Mathematique, qui paroist aujourd'huy; Mais si javois mis à sa teste, ce titre qu'il devroit porter, cela luy auroit fait perdre une bonne partie de l'estime qu'on en avoit conceu auparavant sans le voir, & auroit de beaucoup refroidy l'ardeur & la curiosité de plusieurs. Car il y a par tout un si grand nombre de Livres de Mathematique, & où tout ce que l'on sçauroit dire touchant cette matiere est si bien & si amplement déduit, qu'il ne semble pas possible qu'on puisse là dessus rien desirer davantage. C'est pourquoy pour ne pas tant se découvrir d'abord, & laisser à deviner aux curieux quels peuvent estre ces ouvrages de Monsieur Rohault, il a fallu déguiser un peu le titre; & au lieu de nommer chaque Traitté par son nom, on a esté obligé de les comprendre tous ensemble sous ce titre general & specieux, d'*Oeuvres posthumes de Monsieur Rohault*: Or ces termes generaux d'*Oeuvres posthumes* emportent avec soy, & font concevoir quelque chose de grand, quand celuy qui en est l'Auteur est d'un grand nom, comme est sans doute celuy de Monsieur

Rohault ; particulierement chez les Estrangers ; où la jalousie ne regne point, & qui pour cela en ont toûjours fait beaucoup d'estime ; Et ce sont eux qu'un Libraire a principalement à ménager, à cause que le plus souvent c'est d'eux qu'il tire son plus grand profit.

Au reste, ce n'est pas sans peine & sans travail que Monsieur Rohault s'estoit acquis cette grande réputation. Il est vray que la Nature par un avantage tout singulier luy avoit donné un esprit tout à fait méchanique, fort propre à inventer & à imaginer toutes sortes d'Arts & de Machines ; & avec cela des Mains artistes & adroites, pour executer tout ce que son imagination luy pouvoit representer. Aussi se faisoit-il un plaisir d'aller dans les boutiques de toutes sortes d'ouvriers, pour les voir travailler chacun de leur mestier, & pour y considerer avec attention les divers outils dont ils se servoient pour l'exécution de leurs ouvrages ; Et c'estoit une des choses qu'il admiroit le plus, & enquoy l'industrie de l'esprit humain luy paroissoit plus merveilleuse, d'avoir pû inventer tant de sortes d'instrumens, qui rendent le travail aisé, & sans quoy il seroit impossible de venir à bout d'aucun ouvrage. Mais comme son génie surpassoit de beaucoup en invention & en adresse celuy de la plus-part des ouvriers, aussi leur donnoit-il souvent de bons avis, soit pour la construction de leurs outils, soit pour faciliter leur travail & diminuer leur peine, & il ne leur disoit rien de particulier, qu'il ne mist aussi-tost la main à l'œuvre, pour leur apprendre luy-mesme à le mettre en pratique.

Ce naturel ingenieux & pénetrant dont la nature l'avoit doüé, luy rendoit si facile tout ce à quoy il s'appliquoit, qu'il n'avoit presque trouvé aucune difficulté à apprendre les Mathematiques ; & pour cela il ne luy avoit point fallu de Maistre ; C'est pourquoy les ayant, pour ainsi dire, comme inventées de luy-mesme, il les possedoit parfaitement. Aussi est-ce ce qui luy donnoit un grand avantage par dessus tous ceux qui comme luy faisoient profession de les enseigner, & qui faisoit qu'on le préferoit aux autres, à cause de la netteté & facilité que cela luy donnoit pour s'expliquer ; Je le pourrois icy certifier moy-mesme, ayant esté son disciple comme les autres, si je ne craignois que mon témoignage ne passast pour suspect ; Mais il en a eu tant d'autres de toutes conditions, & des plus qualifiez du Royaume, soit de la robbe, soit de l'épée, soit de la Cour, qui ne feroient pas de difficulté de le certifier comme moy, s'il en falloit venir à cette preuve de fait, que je ne feins point de dire icy hardiment, que l'usage & l'exercice luy avoient ouvert l'esprit à une maniere d'enseigner, si aisée, si claire, & avec cela si particuliere, qu'il n'y en avoit point qui approchast de luy, & qui luy fust en cela comparable.

Aussi s'il m'est icy permis de faire entrer dans ses loüanges une chose qui n'a esté qu'en projet, mais qui n'a point eu d'execution ; Si la mort ne nous l'eust pas si-tost ravy, il estoit sur le point de recevoir le plus grand honneur qu'il pouvoit jamais avoir en sa vie, puisqu'on le destinoit à estre le Précepteur de Monseigneur le Dauphin, pour luy enseigner les Mathematiques & la Philosophie, aussi-tost que le cours de ses Estudes l'auroit conduit jusques-là. Et ce que je dis icy à sa gloire, & que j'avance sans autre preuve que ma bonne foy, n'est pourtant pas une chose si difficile à croire ; L'exemple de Messieurs les Princes de Conty, qu'on luy avoit mis entre les mains dés leur bas âge, pour leur former l'esprit de bonne-heure, & fortifier leur raison, avant qu'elle se pust corrompre par les fausses idées d'une vaine Philosophie, & qui donnoient à la Cour de si belles marques de cette ouverture d'esprit, & du progrés qu'ils faisoient tous les jours sous sa conduite, pouvoit bien estre un motif capable de faire venir cette pensée à ceux qui avoient alors la direction sur les Estudes de Monseigneur.

Mais quand bien mesme ce que je dis n'auroit esté qu'une vaine présomption de Monsieur Rohault, & une fausse imagination dont il se seroit laissé flatter sur de trop légeres conjectures, il me suffit pour moy que je n'avance icy rien de moy mesme, & que je n'aye apris de fort bonne part. Et à l'égard de Monsieur Rohault, quand il se seroit trompé dans sa pensée, cela ne pourroit rien faire contre luy, ny porter aucun préjudice à sa réputation ; puis que cela mesme en supposeroit une en luy assez bien establie, pour que l'on pust jetter les yeux sur luy, comme sur une personne capable de remplir un poste si honorable. Et de vray, quoy que cela n'ayt point eu d'effet, soit parce que la mort l'a prévenu, soit parce que cela ne devoit point estre, cela neantmoins n'a pas empesché que sa réputation ne se soit estenduë fort loin, & n'a rien diminué de l'éstime qu'on en avoit.

Mais aprés tout, il n'est pas fort mal-aisé de deviner d'où luy est venu cette grande estime ; les causes en sont trop publiques pour pouvoir estre ignorées ; Chacun sçait qu'il avoit l'honneur d'enseigner la plus grande partie des jeunes gens de la premiere qualité ; ce qui le faisoit connoistre à la Cour ; Et comme les esprits y sont beaucoup plus raffinez qu'ailleurs, que l'on y épargne moins les gens, & que les défauts y sont plus relevez ; Si sa Methode d'enseigner n'en avoit esté tout à fait exempte, il seroit bien-tost devenu la fable & la risée de la Cour, & n'auroit pas manqué d'estre baffoüé & meprisé de tout le monde. Mais quand on a veu que les plus grands, à l'envy les uns des autres, luy confioient l'instruction de leurs Enfans, cela a fait que chacun à leur exemple l'a voulu avoir pour maistre ; jusques-là mesme, que plusieurs qui portoient le bonnet, & qui professoient publiquement dans les Colleges, n'ont point eu honte de devenir ses disciples ; Bien plus, sa reputation ayant passé les limites de ce Royaume, & s'estant répanduë dans les pays estrangers, il luy en venoit de toutes parts, & en si grand nombre, qu'il ne pouvoit plus suffire à tous.

Toutesfois ce n'est pas encore de là qu'il a tiré sa plus grande gloire. Les Conferences publiques qu'il faisoit une fois toutes les semaines, où se trouvoient des personnes de toutes sortes de qualitez & conditions, Prélats, Abbez, Courtisans, Docteurs, Médecins, Philosophes, Géometres, Regens, Escoliers, Provinciaux, Estrangers, Artisans, en un mot des personnes de tout âge, de tout sexe, & de toute profeſſion, & où il prononçoit preſqu'autant d'oracles, qu'il faiſoit de réponſes aux difficultez qui luy eſtoient propoſées indifferemment par toutes ſortes de perſonnes, l'avoient mis dans une ſi grande réputation, qu'il s'en eſt trouvé pluſieurs, les uns par curioſité, pour ſe donner la ſatisfaction de l'entendre, les autres par jalouſie, pour juger de ſa doctrine & tâcher de la combattre, qui ont quitté leur païs, & entrepris de grands voyages.

La Méthode que Monſieur Rohault gardoit dans ſes Conferences, eſtoit d'y expliquer l'une apres l'autre toutes les queſtions de Phyſique, en commençant par l'eſtabliſſement de ſes principes, & deſcendant enſuite à la preuve de ſes effets les plus particuliers & les plus rares. Pour cela il faiſoit d'abord un diſcours d'environ une heure, lequel n'eſtoit point eſtudié, & où il diſoit ſimplement ce que ſon ſujet luy fourniſſoit ſur le champ; C'eſt pourquoy il permettoit à un chacun de l'interrompre, quand il arrivoit que ce qu'il avoit dit, ou n'avoit pas eſté aſſez bien compris, ou que quelqu'un trouvoit quelque objection à y faire; Et alors avec une patience & moderation que j'ay cent fois admirée, & dont luy ſeul eſtoit capable, il écoutoit paiſiblement tout ce qu'on luy vouloit objecter, pour extravagant qu'il puſt-eſtre, ſans jamais interrompre celuy qui parloit; & apres avoir ſatisfait à ſes objections, il reprenoit le fil de ſon diſcours où il l'avoit quitté, & continuoit à expliquer le reſte de la matiere qu'il avoit entrepriſe. Apres quoy la diſpute eſtoit ouverte à tout le monde, non pas une diſpute tumultueuſe, qui ſe paſſaſt ſimplement en bruit, mais une diſpute paiſible & honneſte, où chacun propoſoit modeſtement & nettement les difficultez qu'il avoit remarquées ſur la matiere qui avoit eſté agitée ce jour là, afin de s'en inſtruire, & de remporter du fruit de ces Conferences; Et pour l'ordinaire la diſpute finiſſoit dés la premiere réponſe qu'il y faiſoit; Car apres avoir reconnu par les difficultez qu'on luy avoit propoſées, ce qui avoit manqué à ſa premiere explication, il réſumoit ſi bien & dans un ſi bel ordre tout ce qu'on luy avoit objecté, &

y répondoit avec tant de netteté & de lumiere, que ceux qui les luy avoient proposées, & tous les autres ſpectateurs de la diſpute, n'ayant rien à répliquer, s'en retournoient ſi ſatisfaits de ſes réponſes qu'il s'attiroit l'admiration de tout le monde. J'en appelle icy à témoin des milliers de perſonnes qui ont aſſiſté pluſieurs-fois à ſes Conferences, & qui ayant alors eſté charmez de la juſteſſe & de la beauté de ſes réponſes, & n'en ayant pas encore perdu le ſouvenir, le regrettent encore tous les jours.

Mais ce qui a rendu ſon nom plus recommandable & plus celebre, eſt cette Méthode ſimple & facile dont il ſe ſervoit pour expliquer les plus difficiles & plus curieuſes queſtions de Phyſique ; comme la Lumiere, les Couleurs, l'Arc-en-ciel, les Lunettes, le flus & reflus de la Mer, les proprietez de l'Ayman, la pezanteur de l'Air, les queſtions du Vuide, & quantité d'autres ; Car à l'entendre parler là deſſus, vous euſſiez dit qu'il eſtoit de concert avec la Nature, & qu'elle prenoit plaiſir à luy découvrir ſes ſecrets ; qu'elle luy avoit fait voir les differentes parties dont les corps ſont compoſez, & luy avoit appris quels effets devoient ſuivre de la communication de leurs mouvemens ; Car il feſoit comme toucher au doigt tout ce qu'il diſoit ſur ces matieres ; Et afin qu'il n'en puſt reſter aucun doute, il y joignoit pour preuves quantité de belles experiences, qu'il feſoit devant tout le monde, & dont le plus ſouvent il feſoit prévoir les effets à chacun (enſuite des principes qu'il avoit auparavant établis) avant meſme que d'en venir à l'épreuve.

C'eſt ainſi qu'aprés avoir prouvé & étably pour principe la pezanteur de l'Air, il feſoit voir que tous ces effets que l'on a coutume d'attribuer à la crainte du Vuide, n'en ſont que de ſimples dépendances, dont les conſequences ſe tirent d'elles-meſmes, & ſans beaucoup de raiſonnement. Et pour le faire comprendre, & toucher, pour ainſi dire, au doigt & à l'œil, il avoit fait faire tout expres quantité de Tuyaux de verre, de toutes ſortes de façons, qu'il rempliſſoit de diverſes liqueurs, ſelon les differens effets qu'il vouloit prouver ; mais celle dont il se servoit le plus, & qui luy estoit la plus commode pour ses experiences, estoit le Vif-argent ; Car comme une fort petite quantité contrepeze à beaucoup d'eau, & à une bien plus grande quantité d'Air, il pouvoit commodement, & avec des tuyaux d'une médiocre grandeur, faire voir par experience la plus grande partie des effets qui résultent de cette pezanteur.

Or entre tous ces Tuyaux, il en avoit inventé un d'une construction tout à fait ingenieuse & particuliere, semblable à peu prés à la figure dont les Anatomistes se servent pour representer la grande Artere ascendante & descendante ; par le moyen duquel il faisoit voir en mesme temps deux effets tout contraires, & pour cela mesme fort surprenans, de la pezanteur de l'Air : Car aprés avoir remply ce tuyau de Vif-argent, & fait toutes les céremonies requises pour faire qu'en se vuidant d'une partie dans un vaisseau, il en restast dedans la hauteur de deux pieds trois pouces, comme il arrive d'ordinaire, on avoit le plaisir de voir en mesme temps monter le Vif-argent dans un petit tuyau renfermé dans la branché d'enhault, & descendre celuy qui estoit resté dans la branche d'embas, aussi-tost que par une fort petite ouverture, faite seulement avec la pointe d'une épingle, on avoit donné moyen à l'Air grossier d'entrer dans ce tuyau. Or cette seule experience est une preuve si manifeste de la pezanteur de l'Air, & prouve en mesme temps si manifestement que c'est cette pezanteur qui produit tous ces effets merveilleux qu'on attribuë ordinairement à la crainte du Vuide, qu'il faut se boucher les yeux, ou n'en avoir point, pour en douter.

Sa maniere d'expliquer la Lumiere & les Couleurs estoit aussi admirable ; & si ceux qui veulent que les Couleurs soient des Accidens Réels, & qui voudroient mesme en faire un article de nostre foy, luy avoient fait l'honneur d'assister eux mesmes à ses explications, & veu les experiences dont il se servoit pour en découvrir la nature, & faire voir que ce ne sont que des modifications differentes de la Lumiere, selon qu'elle tombe sur des Corps dont les parties

ont

ont diverſes figures & differens mouvemens, & que de là elle rejaillit vers nos yeux avec les diverſes modifications qu'elle a receuës des Corps ſur leſquels elle eſt tombée, je doute fort qu'ils euſſent voulu aprés cela traiter d'heretiques ceux qui ne les regardent du coſté des objets, que comme des differentes modifications de la matiere, & du coſté de celuy qui les aperçoit, que comme des ſentimens en luy, qu'il raporte aux objets qui les ont excitez.

Ce principe ſuppoſé, il ne rendoit pas ſeulement raiſon, mais des preuves ſenſibles, de tout ce qu'il y a de plus ſingulier & de plus merveilleux dans l'Arc-en-ciel, & que Mr Deſcartes avant luy a expliqué ſi admirablement dans ſes Méteores; Car par le moyen de certaines fioles, ou bouteilles de verre, pleines d'eau, il feſoit remarquer les endroits par où les rayons de lumiere, qui ſe changent en couleur, entrent dans le verre, les lieux où ils ſe réflechiſſent, & ceux par où ils ſortent pour venir de là fraper nos yeux, avec les modifications qu'ils ont receu de ces diverſes reflexions & refractions, d'où réſulte en nous le ſentiment des Couleurs, Quelquefois meſme il avoit l'induſtrie de faire paroiſtre dans ſa chambre un Arc-en-ciel artificiel, par le moyen d'une pluye qu'il avoit l'adreſſe de répandre aux lieux où il devoit paroiſtre, ſelon l'endroit où le Soleil eſtoit alors; & de le recevoir ſur une toile bien blanche & bien unie; où ſes Couleurs ſe peignant fort exactement, donnoient le moyen aux ſpectateurs de les pouvoir conſiderer avec ſoin & exactitude.

Je n'aurois jamais fait, ſi je voulois parcourir toutes les diverſes experiences dont il ſe ſervoit pour juſtifier ſes raiſonnemens. Mais entre toutes celles qu'il communiquoit au public, il n'y en avoit point qui ſurpriſt avec plus d'eſtonnement l'eſprit des ſpectateurs, qui leur donnaſt davantage d'admiration, & qui excitaſt plus vivement leur curioſité, que celle de l'Ayman. Auſſi quand on ſçavoit qu'il en devoit expliquer les proprietez, & en faire les experiences, il y accouroit tant de monde, que non ſeulement la ſalle où il les faiſoit, mais toute ſa maiſon, n'eſtoit pas capable de le contenir.

Il avoit pour cela une boiste, où estoit renfermé tout ce qui luy estoit necessaire pour faire ses experiences ; d'où il tiroit chaque piece l'une aprés l'autre, selon l'effet où la proprieté qu'il vouloit prouver, & l'experience que pour cela il avoit à faire. Et quoy qu'il ne dist rien en cela que ce qu'il avoit apris de Monsieur Descartes ; néanmoins, comme il rendoit les choses sensibles par le moyen de ses experiences, & que sa Methode de les expliquer estoit differente de la sienne, cela fesoit que l'on eust dit qu'il en eust esté l'inventeur. Car Monsieur Descartes s'est simplement contenté de rendre raison de toutes les proprietez de l'Aiman qui luy estoient connuës, & que les curieux avant luy avoient observées ; mais il ne s'est pas mis en peine de les mettre dans un ordre qui en fit connoistre la liaison & la dépendance ; Or c'est ce que Monsieur Rohault fesoit dans ses explications publiques ; où aprés avoir rendu raison de trois ou quatre proprietez les plus communes de l'Ayman, il en déduisoit toutes les autres par une suite si necessaire, qu'il n'y avoit personne dans l'assemblée qui ne les remarquast aussi bien que luy, & qui n'en prévist l'effet, avant que d'en venir à l'experience.

Ces sortes de preuves si claires, si convaincantes, & si sensibles, fort differentes de ces vertus & qualitez occultes dont les autres Philosophes ont coûtume de se servir pour rendre raison de ce qu'ils ignorent, justifient ce me semble bien clairement la verité des principes dont elles dépendent ; car le moyen de pouvoir tirer un si grand nombre de consequences justes, & que les effets verifient, d'un si petit nombre de Principes, si ces Principes n'estoient veritables. Et n'est-ce pas une chose bien estrange, que ces principes estant clairs à l'esprit, que la raison en estant convaincuë, & que personne n'ayant pû découvrir le moindre effet de la nature auquel ils contrarient, depuis tant de temps qu'on les examine, il y ait cependant aujourd'huy des gens assez imprudens pour se servir du plus auguste & du plus incomprehensible de nos misteres pour les combattre, & pour tâcher d'en déduire, s'ils pouvoient, la fausseté. Ces personnes ne prennent pas garde sans doute aux inconveniens qui s'en ensuivent ; puis que contre leur dessein, ce qu'ils font ne sert qu'à fournir des armes à nos adversaires ; & peut mesme estre capable d'ébranler la foy des Fideles, & de faire chanceler ceux qui ne sont pas encore bien affermis dans leur croyance : Car comme nous sommes tous hommes, c'est à dire raisonnables, avant que d'estre Chrestiens, ce qui persuade la raison, entre plûtost dans l'esprit, que ce qui nous est enseigné par la Foy. Outre que tout ce qu'ils disent n'estant fondé que sur des suppositions fausses, il n'y a rien de plus injuste & de plus dangereux, que de faire combattre la verité contre la verité, c'est à dire la Foy contre la raison bien éclairée, puis que l'une n'est jamais, & ne peut mesme jamais estre contraire à l'autre. C'est pourquoy il suffiroit pour toute réponse de leur dire en un mot qu'ils n'entendent point ce qu'ils combattent, & que tout ce qu'ils disent n'a aucun fondement de verité ; mais nous verrons tantost ce que nous aurons à leur objecter & peut-estre aussi à leur répondre.

Monsieur Rohault voyant donc sa reputation suffisamment établie, & que dans la profession qu'il faisoit, il n'avoit plus rien à ménager pour l'établissement de sa fortune, crût ne devoir plus refuser au public la satisfaction qu'il desiroit de luy, de mettre au jour son traité de Physique ; afin qu'on n'eust plus la peine de copier ses écrits, ny de faire des remarques particulieres sur ce qu'il avoit traité dans ses Conferences publiques ; comme le fesoient la plus-part de ses Auditeurs au sortir de ces Conferences, pour ne pas laisser échaper de leur memoire ce qu'ils luy avoient entendu dire, & profiter par ce moyen de ses leçons.

Ce desir mesme si naturel à l'homme, d'acquerir de la gloire, desir qui n'est point blâmable, quand les moyens en sont loüables & honnestes, le fit aussi résoudre à contenter là dessus le public. Bien plus, il jugea mesme qu'il y alloit alors de son honneur de ne pas differer davantage :

Car voyant que ces écrits estoient entre les mains d'une infinité de personnes,& qu'estant ainsi passez de main enmain ils estoient devenus méconnoissables, par les fautes que chaque copiste avoit adjoûtées à celles qui s'estoient rencontrées dans son Original ; outre que n'ayant mis luy-mesme dans ces écrits, qu'autant qu'il en falloit pour donner à ses disciples l'envie d'apprendre, mais ne s'y estant pas assez expliqué & estendu, pour pouvoir d'eux-mesmes en tirer une parfaite connoissance, sans avoir besoin de l'explication du Maistre, il prit enfin la résolution de faire imprimer ce Traité, & d'y mettre la derniere main.

Or comme l'on met toûjours une grande difference entre ce que l'on ne fait que pour soy & pour le cabinet, & ce que l'on fait pour estre vû par le public ; Aussi ceux qui avoient vû ces écrits particuliers qui couroient de luy dans le monde, ont bien sceu remarquer qu'il y avoit bien de la difference entre son Livre & ces Ecrits. Mais il ne s'en faut pas beaucoup estonner ; car ceux-cy n'estoient que comme le projet & le broüillon de l'ouvrage parfait qu'il meditoit de faire un jour, & qu'enfin l'on a veu paroistre ; où comme il avoit deux sortes de personnes à contenter, les curieux & les difficiles, il a tâché de travailler de telle sorte, que les uns n'y pussent trouver rien à reprendre, & les autres rien à desirer.

C'est pourquoy pour satisfaire au desir & à la curiosité des premiers, il a traité dans son Livre toutes les questions les plus curieuses de la Physique ; Et en les examinant chacune à part, il s'est donné la peine de descendre jusques aux circonstances les plus particulieres, n'ayant rien oublié en chacune qui pust meriter sa réflexion, & luy ayant donné tout le jour dont elle est capable. Ce qui fait que tout le monde s'estonne comment il a pû en si peu de mots expliquer un si grand nombre de choses, traiter en si peu de pages un si grand nombre de questions, & de faire de chaque article presqu'autant de résolutions.

Mais comme le nombre des fâcheux l'emporte de beaucoup par dessus l'autre, qu'ils sont plus pointilleux & plus à craindre, & qu'il eſt tres-difficile de les pouvoir contenter tous, chacun ayant des veuës particulieres touchant l'examen qu'il fait d'un Livre; car les uns s'attachent à la diction, les autres à l'ornement du diſcours, quelques-uns vont au fond de la matiere, d'autres examinent la verité des principes, d'autres conſiderent l'enchaînement qu'ils ont & qu'ils doivent avoir avec les ſujets auſquels on les applique, d'autres par des veuës d'intereſt ne remarquent que les endroits les plus foibles & les plus négligez, pour avoir dequoy le faire mépriſer, & d'autres enfin par jalouſie ou par un faux zele y cherchent dequoy faire décrier & rendre ſuſpect l'Auteur & ſa doctrine; Auſſi ce ſont eux que Monſieur Rohault a eu principalement en veuë dans la compoſition de ce Traité-là, afin de tâcher ſinon de les contenter tous, au moins de ſe mettre hors de priſe, & de pouvoir ſe rendre ce témoignage à ſoy-meſme, d'y avoir fait tout ſon poſſible; & heureuſement il eſt arrivé que le ſuccez a ſurpaſſé ſon attente.

Car premierement pour ce qui eſt de la diction, tout le monde demeure d'accord que les termes en ſont propres, bien choiſis, & en uſage; enſorte qu'il n'y en a point qui bleſſent l'oreille, ny qui laiſſent l'eſprit du Lecteur en ſuſpens ſur le ſens & la ſignification qu'ils renferment. Et pour ce qui regarde la politeſſe & l'ornement du diſcours, la matiere qu'il y traite n'en demande point d'autre, qu'une énonciation pure, nette, & qui ne ſoit point embaraſſée; Et c'eſt ce qu'il eſt aiſé d'y remarquer, chaque choſe y eſtant en ſa vraye place; où ce qui précede n'attend pas ſa clarté & ſon intelligence de ce qui ſuit; & où ce qui ſuit eſt compris & contenu dans ce qui précede, comme dans ſon principe; & ainſi chaque choſe y eſtant en ſon rang, & dans ſon ordre, tout y paroiſt avec une grace & une beauté tout à fait naturelle.

Quant à ceux qui ſont capables de juger du fond de la matiere, d'examiner les principes dont elle dépend & qui la ſoûtiennent, & de comprendre l'enchaînement & les conſequences qui la prouvent, ce ſont eux principalement que Monsieur Rohault a toûjours souhaitté d'avoir pour juges ou pour arbitres. Car comme il estoit à présumer que des personnes d'esprit n'auroient pas voulu agir autrement que de bonne foy, il ne luy pouvoit arriver à leur égard que l'une de ces deux choses, ou de les avoir pour ses approbateurs, ou de les avoir pour des censeurs, & l'une ou l'autre ne luy pouvoit estre que tres-avantageuse ; Car s'il arrivoit qu'il les eust pour approbateurs, c'estoit se rendre eux-mesmes les Paranymphes de son Livre, c'estoit ouvertement & par leur exemple persuader les autres des veritez qu'il contient, c'estoit enfin leur en faire concevoir bonne opinion, & le confirmer luy-mesme dans la sienne ; Et au contraire, s'il arrivoit qu'il deust les avoir pour censeurs, c'estoit adjoûter un nouveau moyen de s'instruire à ceux dont il avoit coûtume de se servir : Et à dire la verité, il auroit fort souhaitté d'en rencontrer plusieurs qui eussent bien voulu avoir cette bonté ou cette complaisance pour luy, que de luy faire connoistre ses fautes, luy montrer en quoy il se seroit mépris, & luy marquer ce qu'il auroit dû mettre dans son Livre pour le rendre plus parfait qu'il n'est.

Mais personne n'a jamais voulu luy rendre ce bon office. Tant s'en faut, tout le monde l'a receu avec tant d'aplaudissement & d'aprobation, que de son vivant une infinité de personnes de qualité & de merite luy en sont venu faire leurs complimens & conjoüissances ; Et depuis sa mort, j'ay receu moy-mesme de toutes parts tant de témoignages de l'estime que chacun en fait, & en reçois encore tous les jours, qu'on peut dire qu'il n'y a gueres de Livre de ce genre qui soit si universellement approuvé.

Au reste, on ne sçauroit gueres apporter de meilleur témoignage de cette estime generale que chacun en fait, que de voir qu'il a déja esté icy imprimé pour la quatriéme fois ; que nos libraires tâchent par tout de le contrefaire, que dans les païs estrangers il s'imprime publiquement, & que déja on l'a traduit en plusieurs langues. Nos professeurs mesme ne font point de scrupule d'en tirer une partie de leurs plus belles démonstrations, de l'indiquer à leurs

Ecoliers comme un des meilleurs Livres qui ayt paru depuis long-temps sur une semblable matiere, & d'en faire un des principaux ornemens de leur cabinet & biblioteque.

Cependant, nonobstant cette generale & universelle approbation, comme la Science & la Vertu engendrent souvent l'envie & la jalousie, il s'est trouvé des personnes assez indiscrettes, ou plûtost assez malicieuses, pour faire courir de mauvais bruits, & de l'Auteur & de son Livre; De celuy-cy, ayant eu l'effronterie & l'impudence d'écrire contre la verité, que la doctrine qu'il contient avoit esté trouvée si dangereuse & si mauvaise, qu'on l'avoit fait brûler par la main d'un boureau; Et à l'égard de l'Auteur, certains esprits mal-faits & emportez, ont eu pour luy si peu de respect & de retenuë, qu'ils n'ont pas feint, en presence de Monsieur de Blampignon Docteur de Sorbonne, Curé de saint Mederic son Pasteur, de rendre sa foy suspecte, & de le traiter d'heretique, au sujet du plus saint & du plus auguste de nos Mysteres, l'accusant de ne pas croire la Transubstantiation. Ce qui fit que Monsieur de Blampignon, qui d'ailleurs estoit assuré de la foy de Monsieur Rohault, pour s'estre plusieurs fois entretenu avec luy sur ce Mystere, se crût obligé, lorsqu'il luy porta le saint Viatique, pour avoir des témoins qui pussent comme luy répondre de sa foy, de l'interroger en presence de toute la compagnie qui assista à cette pieuse & triste ceremonie, sur les principaux articles de nostre croyance, & entr'autres sur celuy de la Transubstantiation; luy demandant publiquement, s'il ne croyoit pas cette conversion miraculeuse qui se fait en ce Sacrement, de toute la substance du pain en la substance du Corps, & de toute celle du vin en la substance du Sang de Nostre Seigneur Jesus-Christ, que l'Eglise appelle Transubstantiation. Aquoy Monsieur Rohault répondit, qu'à la verité il estoit un tres-grand pécheur; mais qu'il n'avoit jamais douté de tout ce que la Foy nous enseigne, & particulierement touchant ce Mystere; qu'il pouvoit se ressouvenir des entretiens qu'ils avoient eu autrefois là dessus ensemble, & qu'il n'ignoroit pas qu'elle estoit sur cela ſa foy ; Mais qu'il voyoit bien que la demande qu'il luy feſoit, ne venoit que des mauvais diſcours qu'on luy avoit tenus de luy ſur ce point ; Dequoy il s'eſtonnoit d'autant plus, que ſi ce reproche, de ne pas croire la Tranſubſtantiation, pouvoit tomber ſur quelqu'un, c'eſtoit moins ſur luy que ſur beaucoup d'autres ; puis que ſelon ſes principes meſmes, la Tranſubſtantiation eſtoit tellement renfermée dans ce myſtere, que s'il n'y en avoit point, il ſeroit impoſſible que le Corps de JESUS-CHRIST y fuſt, ny par conſequent JESUS-CHRIST meſme ; Mais qu'il confeſſoit avec toute l'Egliſe, qu'il y avoit en ce myſtere une veritable Tranſubſtantiation du pain au Corps, & du vin au Sang de Noſtre Seigneur JESUS-CHRIST, & que cet article de noſtre foy, feſoit un des articles de ſa croyance. Cette réponſe de Monſieur Rohault, ou plûtoſt cette profeſſion publique de ſa foy, contenta fort Monſieur de Blampignon, tant parce que le ſalut de ſon parroiſſien luy eſtoit cher, que parce qu'il eſtoit bien ayſe d'avoir des témoins qui comme luy euſſent dequoy pouvoir confondre ou détromper ceux qu'ils pourroient encore à l'avenir entendre mal parler de luy touchant ce Myſtere. Et ce qu'il avoit préveu luy arriva ainſi qu'il l'avoit penſé : Car dés le même jour, il rencontra un de ces médiſans, ou du moins un de ceux que d'autres avoient ſéduit par leurs calomnies, lequel ayant appris qu'il avoit porté le ſaint Viatique à Monſieur Rohault, ne manqua pas de luy en faire reproche, & de luy dire qu'il s'eſtonnoit fort, qu'un homme éclairé comme luy, ſe fuſt tellement laiſſé ſurprendre & abuſer, que d'avoir adminiſtré ce Sacrement à une perſonne qui ne croyoit pas la préſence réelle du Corps de JESUS-CHRIST au ſaint Sacrement, puis qu'il ne croyoit pas la Tranſubſtantiation. Aquoy il fut ayſé à Monſieur de Blampignon de répondre, qu'il auroit fort ſouhaitté de l'avoir eu luy-meſme, il n'y avoit qu'un moment, pour témoin de la foy de Monſieur Rohault touchant ce Myſtere ; qu'il ne doutoit point qu'il n'euſt eſté bien joyeux, & meſme fort édifié, de luy entendre faire là deſſus ſa confeſſion de

foy,

foy, laquelle il luy avoit fait faire publiquement, avant que de luy administrer le saint Viatique; Que sans doute cela l'auroit détrompé, & l'auroit obligé en mesme temps de détromper ceux qui pouvoient luy avoir inspiré ces mauvais sentimens. Au reste, ce que je dis icy n'est pas un conte fait à plaisir; c'est une verité, dont il est aysé à un chacun de s'éclaircir; puis que Monsieur de Blampignon est encore vivant; lequel ne refusera pas de le certifier, si l'on veut se donner la peine de s'en aller informer à luy.

Puis donc que Monsieur Rohault n'a trouvé jusques-icy que des approbateurs de ses Ouvrages; & que ceux qui ont osé mal parler de luy & de son Livre, ont esté reconnus pour des injustes calomniateurs; ce n'est pas sans raison ny fondement, que j'ay dit au commencement de cette Préface, qu'un Livre qui porte son nom, ne peut que donner la pensée de quelque grand Ouvrage, quand d'ailleurs on ne s'en explique point. C'est pourquoy j'ay mis pour titre à ce recueil. *Oeuvres posthumes de Monsieur Rohault*, pour exciter par là la curiosité de plusieurs, les attirer chez le Libraire, & les obliger par ce moyen de le feüilletter d'un bout à l'autre, pour voir ce qu'il contient, la maniere dont les choses y sont traitées, & la difference qu'il y a entre ce Livre & les autres qui traitent de semblables matieres; car je m'assure qu'il y en aura peu, qui aprés l'avoir veu, s'en retournent les mains vuides.

Comme Monsieur Rohault n'est pas le seul de qui l'on a tenu de mauvais discours, & rendu la foy suspecte; Mais qu'il y en a eu d'assez imprudens & indiscrets, que de condamner hardiment, & par des livres publics, la doctrine de Monsieur des Cartes, comme contraire à la foy, & conforme aux erreurs de Calvin, l'on ne doit pas trouver mauvais, si ayant esté mis au rang & à la teste des Cartesiens, pour lever le scandale & les mauvais soupçons que cela a pû faire naistre dans l'esprit de quelques-uns, touchant leur foy & leur doctrine, je dis icy

Premierement, pour ce qui regarde leur Religion, Que graces à Dieu ils sont fort bons Catholiques, qu'ils ne chan-

õ

celent point dans leur foy ; qu'ils ont pour l'Eglise, & pour les décisions des Conciles, toute la soûmission que l'on sçauroit desirer des Fideles les plus zelez & les plus simples ; qu'ils n'examinent jamais les veritez de la foy par leurs principes, comme pour juger ce qu'ils doivent croire ou ne pas croire ; mais qu'au contraire ils s'assurent & se confirment dans leurs principes, parce qu'ils voyent qu'ils sont plus conformes aux articles de nostre foy, aux décisions des Conciles, au sentiment des Peres, à la Tradition, & à la veritable Theologie, que ne le sont ceux qui sont communement receus ; ce qu'il ne leur seroit pas fort difficile de vérifier, si on vouloit leur permettre d'en faire la preuve.

Et pour ce qui regarde leur doctrine, je croy pouvoir dire que ceux qui l'ont publiquement décriée ne l'ont jamais bien entenduë ; qu'ils leur attribuent cent absurditez dont ils ne demeurent pas d'accord, & qu'ils les font parler tout autrement qu'ils ne pensent ; Car s'ils en avoient le moins du monde de connoissance, bien loin de les blâmer, & d'invectiver comme ils font contr'eux, ils se rendroient peut-estre à leur sentiment, & seroient les premiers à approuver la maniere avec laquelle ils s'expliquent sur le mystere dont il s'agit, & dont ils veulent leur faire un crime ; laquelle maniere n'est nullement celle qu'ils combattent, & qu'ils revestent de cent extravagances, qui la rendent sans doute fort ridicule. Mais en verité, il me semble que ceux qu'ils attaquent ainsi, ont donné d'assez bonnes marques de la justesse de leur Esprit, pour ne leur pas attribuer des visions, & des chimeres, si hors de sens & de comprehension.

Aussi, bien loin de cela, l'explication que Monsieur Descartes donne luy-mesme à ce mystere, est si naturelle & si simple, & avec cela si conforme à ce que la foy nous enseigne, au sentiment des Peres, & aux décisions des Conciles ; & résoult si clairement les plus grandes difficultez qui s'y rencontrent ; Que tout mystere de foy qu'il est, la raison n'en est point choquée, & ne trouve rien qui l'effarouche ; Ensorte qu'il seroit peut-estre du bien de l'Eglise qu'elle fust serieusement examinée par ceux qui ont l'autorité en main, & qui ont droit d'en juger. Car si une fois elle estoit receuë, il seroit impossible que toutes les héresies ne tombassent par terre ; & qu'il pust y avoir d'autre croyance touchant ce mystere, que celle de l'Eglise Catholique, Apostolique & Romaine ; Desorte que ny l'impanation des Lutheriens, ny la figure des Calvinistes, ny toute autre héresie que ce puisse estre, ne pourroit résister à la force & à la clarté de cette explication.

Cependant pour faire voir par quelque exemple que ce n'est pas temerairement qu'ils avancent ces choses ; & que des principes dont ils se servent l'on en peut tirer des consequences fort justes pour nous fortifier dans la foy, & pour la conduite & le reglement de nos mœurs ; & qu'au contraire, de ceux de ces feseurs de livres, on en peut tirer de tout opposées ; prenons pour exemple ce qui les effarouche le plus, & qui les fait tant crier contre Monsieur Descartes & sa doctrine.

S'il est vray, comme Monsieur Descartes le prétend, que l'essence de la Matiere, ou du Corps, consiste dans l'estenduë en longueur, largeur & profondeur, il n'est pas difficile de comprendre que l'Ame de l'homme, ou ce principe interieur qui est en luy capable de penser, est une substance distincte du Corps. Car il est visible que l'estenduë, de quelque maniere qu'on la conçoive taillée & remuée, ne peut jamais ny raisonner, ny vouloir, ny mesme sentir ; Ainsi, ce qui est en nous qui pense, est necessairement une Substance distinguée du Corps.

Les connoissances, les volontez, les sentimens actuels, sont actuellement des manieres d'estre de quelque Substance ; Or toutes les divisions qui arrivent à la Matiere, ou à l'estenduë, ne produisent en elle que des figures ; Et tous ses mouvemens, ne produisent autre chose que des raports de distance ; l'Estenduë n'est pas capable d'autres modifications. Donc nostre pensée, nostre desir, nos sentimens de plaisir & de douleur, sont des manieres d'Estre d'une substance qui n'est point corps; Donc l'Ame de l'homme est distinguée du corps. Et cela posé, voicy de quelle maniere l'on peut démontrer qu'elle est Immortelle.

Jamais aucune substance ne s'aneantit par les forces ordinaires de la Nature; car comme la Nature ne peut faire quelque chose de rien, aussi ne peut-elle réduire quelque chose à rien.

Les manieres des Estres peuvent s'aneantir, par exemple, la rondeur d'un corps se peut détruire; car ce qui est rond peut devenir quarré; Mais cette rondeur n'est pas un Estre, une Chose, une Substance; ce n'est qu'un raport d'égalité, dans la distance qui est entre les parties qui terminent ce Corps, & celle qui en est le centre; Ainsi ce raport changeant, la rondeur n'est plus; mais la Substance ne peut-estre réduite à rien.

Or par les raisons que je viens de dire, l'Ame n'est point une maniere d'estre du corps; Donc elle est immortelle. Et quoy que nostre corps se dissolve en une infinité de parties de differente nature, & que la construction de ses organes se rompe, l'Ame ne consistant point dans cette construction, ny dans aucune autre modification de la Matiere, il est évident que la dissolution, ny mesme l'anéantissement de la substance du corps humain (suposé que cet anéantissement fust veritable) ne peut anéantir la substance de nostre Ame.

Voicy encore une autre preuve de l'immortalité de l'ame fondée sur le mesme principe.

Quoy que le corps humain ne puisse estre réduit à rien, à cause que c'est une substance, il peut neanmoins mourir, & toutes ses parties se peuvent dissoudre, parce que l'estenduë se peut diviser. Or l'Ame estant une substance distinguée de l'estenduë, elle ne peut estre divisée; car on ne sçauroit diviser une pensée, un desir, un sentiment de douleur & de plaisir, de mesme que l'on peut diviser un quarré en deux ou en quatre triangles; Donc la substance de l'Ame est indissoluble, incorruptible, & par consequent immortelle; parce qu'elle n'a point d'estenduë.

Voila de veritables démonstrations, qui convainquent l'Esprit de tout homme qui veut estre attentif; & ausquelles il faut se rendre, ou renoncer à la raison.

Mais si, comme le prétendent ces auteurs inconnus, l'essence du corps consiste dans quelqu'autre chose que dans l'estenduë, comment convaincront-ils les libertins, que nostre Ame n'est ny Materielle ny Mortelle? Ils leur soûtiendront, que ce quelqu'autre chose en quoy ils disent que consiste l'essence du corps est capable de penser, & que la substance qui pense est la mesme que celle qui est estenduë. Que s'ils leur nient; ils leur feront voir que c'est sans raison, puis que selon leur principe, le corps estant autre chose que de l'estenduë, ils n'ont point d'idée distincte de ce que ce peut-estre; Et qu'ainsi ils ne peuvent sçavoir, si cette chose inconnuë n'est point capable de penser. Ceux qui ont tant soit peu de discernement peuvent voir aysement les dangereuses consequences qui se peuvent tirer de là.

C'est pourquoy ceux qui font un crime à nos Philosophes, de ce qu'ils démontrent que l'estenduë n'est point une maniere d'estre, mais l'essence mesme du Corps, ou de la Matiere, devroient penser aux fâcheuses consequences qu'on peut tirer de leurs principes; & ne pas renverser la principale, ou mesme la seule démonstration que l'on peut avoir de la distinction qui est entre l'Ame & le Corps. Car enfin la distinction de ces deux parties de nous-mesmes, prouvée par des idées claires & distinctes, comme l'ont fait nos Philosophes en plusieurs endroits, est de toutes les veritez celle qui est la plus féconde & la plus necessaire, soit pour la Philosophie, soit pour la Théologie, soit aussi pour la Morale chrestienne.

Il est donc bien important, lors qu'il s'agit de l'establissement de quelque principe, de prendre garde de ne rien admettre qui ne soit clair à l'esprit; c'est la clarté qui nous persuade, qui nous convainc, & qui nous assure de la verité; sans cela l'on ne peut s'assurer de rien. Mais quand un principe est clair, toutes les consequences le sont aussi; l'on en voit aysement la suite & la liaison; Et comme les veritez s'entretiennent toutes, & qu'elles ne sont point contraires les unes aux autres, l'on ne sçauroit tirer de consequence contraire à la Religion, d'un principe qui est évdent. Mais lors qu'un principe n'eſt pas évident, qu'il eſt obſcur, qu'il ne porte aucune idée de ſoy à l'eſprit, & qu'il a par conſequent la vraye marque de la fauſſeté, il n'y a rien de plus facile à ceux qui ſçavent tant ſoit peu l'art de raiſonner, que d'en tirer des conſequences contraires à la foy. Deſorte que s'il eſtoit permis de rendre ſuſpecte la foy des autres hommes, par des conſequences tirées des principes dont ils ſont perſuadez ; comme il n'y a point d'homme qui ne ſe trompe en quelque choſe, & qui ne prenne pour vray ce qui ne l'eſt pas, il n'y en a point auſſi que l'on ne puſt traiter d'héretique. Et ainſi, c'eſt ouvrir la porte à une infinité de quereles & de diſputes, que de laiſſer aux hommes la liberté de rendre ſuſpecte la foy de ceux qui en matiere de philoſophie ne ſont pas de leur ſentiment. Auſſi je ne puis comprendre, comment ſur des conſequences que l'on des-avoüe, on ſe plaiſt de faire paſſer pour héretiques, des perſonnes qui ſont tres-ſoûmiſes à l'Egliſe, & à toutes ces déciſions.

Chacun ſçait que l'on doit diſtinguer la Théologie d'avec la Philoſophie, les articles de noſtre Foy d'avec les opinions des hommes, les veritez que Dieu apprend à tous les Chreſtiens par une autorité viſible, de celles qu'il ne découvre qu'à quelques perſonnes en recompenſe de leur attention & de leur travail. Des choſes qui dépendent de principes ſi differens ne doivent pas ſans doute eſtre confonduës. L'on ne doute point auſſi qu'il ne faille faire ſervir les ſciences humaines à la Religion, chacun en demeure d'accord ; mais cela ſe doit faire dans un eſprit de paix & de charité, ſans ſe condamner les uns les autres, tant que l'on convient des veritez que l'Egliſe a décidées ; car c'eſt ainſi que la verité ſe découvrira, & qu'adjoûtant de nouvelles découvertes à celles des anciens, toutes les ſciences ſe perfectionneront de plus en plus.

Mais l'imagination de la plus-part des hommes ne s'accommode pas des nouvelles découvertes ; La nouveauté des ſentimens, meſme les plus avantageux à la Religion, les effraye ; Et ils ſe familiariſent facilement avec les principes les plus faux, & les plus obſcurs, pourveu que quelque ancien les ait avancez. Et lors qu'ils ſe ſont ainſi familiariſez avec ces principes, quelqu'obſcurs qu'ils ſoient, ils les trouvent évidens, & les regardent comme tres-utiles quoy qu'ils ſoient tres dangereux. Ils s'accoûtument meſme ſi bien, à dire & à écouter ce qu'ils ne conçoivent point, & à ſe défaire d'une difficulté réelle par une diſtinction imaginaire, qu'ils demeurent toûjours tres-ſatisfaits de leurs fauſſes idées, & ne ſçauroient meſme ſouffrir qu'on leur parle un langage qui ſoit clair & diſtinct : Semblables en cela à ces perſonnes qui ſortant d'un lieu obſcur apprehendent la lumiere, & ne peuvent la ſupporter, s'imaginant qu'on les aveugle, lors meſme que l'on tâche de diſſiper les tenebres qui les environnent.

Ainſi, quoy que Monſieur Rohault ait fait voir pluſieurs fois dans ſes Conferences publiques, par pluſieurs juſtes raiſonnemens & conſequences, qu'il eſt dangereux de ſoûtenir, par exemple, que les beſtes ont une Ame plus noble que le Corps ; cependant, comme cette opinion eſt ancienne, & que la plus-part des hommes ſont accoûtumez à la croire ; & que celle qui luy eſt contraire, & qui ne les fait conſiderer que comme des machines, a le caractere de la nouveauté ; ceux qui jugent de la dureté des opinions, plûtoſt par la frayeur & la ſurpriſe qu'elles produiſent dans l'imagination, que par l'évidence & la lumiere qu'elles répandent dans l'eſprit, ne manqueront pas de regarder cette opinion des Carteſiens comme dangereuſe ; Et ils condamneront bien plûtoſt ces Philoſophes comme temeraires, qu'ils ne feront ceux-là meſmes qui ſoûtiennent que les beſtes ſont capables de raiſonner.

Delà vient, que ſi dans une compagnie, quelque perſonne un peu grave vient à dire d'un ton ſerieux, ou plûtoſt avec cet air que répand ſur le viſage, l'imagination, lors qu'elle eſt ſurpriſe & effrayée par quelque choſe d'extraordinaire ; *En verité les Carteſiens ſont d'étranges gens, ils ſoûtiennent que les beſtes n'ont point d'Ame ; I'apprehende fort que bien-toſt ils n'en diſent autant de l'homme* ; Cela ſeul ſera ſuffiſant pour perſuader pluſieurs perſonnes que cette opinion eſt dangereuſe ; il n'y a point de raiſons qui puiſſent empeſcher l'effet de ce diſcours ſur les imaginations foibles. Et ſi par hazard il ne ſe trouve dans la compagnie quelque eſprit vif & enjoüé, qui en faſſe voir le ridicule, & qui par un air fier & reſolu ne raſſure la compagnie de la peur qu'on luy aura faite, les Carteſiens auront beau ſe tourmenter, ils n'effaceront jamais par leurs raiſonnemens l'impreſſion qu'on aura donnée d'eux & de leur doctrine.

Cependant il n'y auroit rien de plus facile que de faire voir l'extravagance de ce diſcours, il n'y auroit ſimplement qu'à mettre la definition à la place du definy. Car ſi par exemple, quelqu'un diſoit ſerieuſement, *Les Carteſiens ſont d'eſtranges gens, ils diſent que les beſtes ne penſent ny ne ſentent point ; I'apprehende fort que bien-toſt ils n'en diſent autant de Nous* ; Certainement on ſe mocqueroit d'une perſonne qui avanceroit un tel diſcours, & chacun jugeroit ayſement que ſon apprehenſion ſeroit fort impertinente, & fort mal-fondée. Car que les beſtes ſoient tout ce que l'on voudra, qu'elles penſent ou qu'elles ne penſent point, qu'elles ſentent ou qu'elles ne ſentent point, cela ne prouve & ne conclud rien à noſtre égard, & n'empeſche pas que nous ne ſoyons ce que nous ſommes, & que chacun ne ſoit convaincu de ſa propre penſée, & de ſon propre ſentiment.

Mais la plus-part des hommes ne ſont pas capables de démeſler les moindres équivoques ; principalement lors que leur imagination eſt effrayée par l'idée de quelque nouveauté qu'on repreſente comme dangereuſe. Outre que l'air, & les manieres avec leſquelles on dit les choſes, nous perſuadent ſans peine, & ſouvent meſme avec plaiſir ; mais la verité ne ſe découvre point ſans quelque application d'eſprit, dont plus de la moitié du monde n'eſt pas capable.

Mais je ne m'apperçois pas que cette Préface eſt déja ſi longue, que je crains meſme qu'elle ne ſoit ennuyeuſe, & cependant je n'ay encore rien dit de mon ſujet, n'ayant juſques icy parlé que du titre qu'il porte ; Cela pourtant ne s'eſt pas fait ſans raiſon ; Car voyant que je n'avois que fort peu de choses à dire touchant le corps de ce Livre, qui neanmoins est assez gros, j'ay cru qu'il ne luy falloit pas mettre une teste qui luy fust tout à fait disproportionnée; Et pour avoir de la matiere, je me suis un peu estendu sur les loüanges de l'auteur; soit pour laisser à la posterité ce petit monument de sa gloire, soit pour deffendre sa personne & sa doctrine des insultes de ses envieux.

Je viens maintenant à mon sujet, dont je n'ay que deux mots à dire.

Ce Livre n'est autre chose qu'un Recueil de plusieurs different Traitez de Mathematique, que Monsieur Rohault avoit coûtume d'enseigner à ceux qui luy fesoient l'honneur de vouloir bien l'avoir pour Maistre. Il n'est pas necessaire que je les désigne tous icy par leur nom, puis que cela se verra cy-aprés par la Table; Je puis dire seulement, que bien que ces Traitez soient tres communs, les choses y sont touchées d'une maniere qui n'est pas commune. Car Monsieur Rohault avoit cela de particulier, que ne s'estant jamais appliqué a beaucoup approfondir ces parties de Mathematiques, qui estant d'une trop grande & trop profonde spéculation, & abstraction, sont de peu d'usage parmy le monde (quoy que sans doute ce soient pourtant celles qui font davantage paroistre la grandeur de l'Esprit humain, & jusques où peut aller sa capacité & son estenduë) mais s'estant uniquement attaché à celles qui entrent plus dans le commerce des hommes, & dont il est presque impossible de se pouvoir passer; Aussi s'estoit-il estudié à les bien comprendre, & particulierement à trouver des manieres propres à les faire bien concevoir aux autres.

C'est ce que je me promets que l'on reconnoistra facilement icy, par les expressions simples & propres dont il se servoit pour les donner à entendre à ses auditeurs. Aussi, quoy que les divers Traitez qui sont contenus dans ce Livre soient dans les mains de plusieurs; neanmoins l'on trouvera bien de la difference entre ces mesmes Traitez, tels qu'ils sont icy, & leurs copies, ou pour mieux dire leurs premiers crayons; Car on ne les donne pas icy simplement comme il les donnoit luy-mesme à ses disciples ; mais comme il les leur expliquoit dans ses leçons particulieres. Si bien que ceux qui voudront se rendre tant soit peu attentifs, pourront aysément d'eux-mesmes, & sans autre maistre que l'esprit de Monsieur Rohault qui y regne par tout, entendre tout ce qui est contenu dans ce gros Livre.

J'espere aprés cela que chacun trouvera que ce Livre ne sera pas d'une mediocre utilité pour le public, puis que toutes sortes de personnes y pourront trouver dequoy s'instruire. Les jeunes Gentils-hommes y pourront apprendre les premiers Elemens de la Géometrie ; puis passer de là aux Fortifications ; où ils verront les differentes manieres de fortifier les places, tant regulieres qu'irregulieres, les avantages qu'il y faut ménager, les égards qu'il faut avoir à toutes les choses du dedans & du dehors ; ils verront, entre ces differentes manieres, qu'elles sont les plus parfaites, en quoy elles le sont, pourquoy elles ne le sont pas toûjours, & quand l'une doit estre préferée à l'autre. Mais ils y apprendront aussi, que la maniere d'attaquer d'aujourd'huy ; les grandes ruines que font les bombes, les carcasses, & le canon ; & surtout que la vigueur, & la generosité extraordinaire de nos Generaux, de nos Capitaines, & de nos Soldats, fait qu'il n'y a plus de places imprenables.

Ceux qui voudront se donner au Negoce ou aux affaires, & y agir en gens de bien & d'honneur, y pourront apprendre à bien tenir leurs livres, & dresser leurs comptes ; à ne se point laisser tromper, & à ne point aussi tromper les autres, par quelque erreur de calcul, ou impreveuë, ou malicieuse : Car ce n'est pas d'aujourd'huy que l'on sçait, que pour faire une grande fortune, & s'enrichir aux dépens d'autruy, il ne faut voir les choses qu'à demy, & non pas voir si clair ; Une conscience bien éclairée est un obstacle invincible & impenetrable au mal.

Les Artisans pourront aussi par le moyen des Méchaniques se former eux-mesmes l'esprit, & se rendre capables de bien exercer leurs Arts ; & s'ils ont un peu de génie & d'industrie, cela leur ouvrira l'esprit pour inventer de nouvelles

Machines, fabriquer de nouveaux Instrumens, & faciliter ainsi les moyens d'executer leurs Ouvrages.

Je n'ay plus qu'une chose à faire observer, qui est, qu'ayant tâché de mettre chaque Traité dans l'ordre & dans le rang où il doit estre, il est arrivé neanmoins que celuy qui devroit estre le premier, est icy le dernier. Dequoy je n'ay point d'autre raison à rendre, sinon que comme c'estoit celuy où Monsieur Rohault s'estoit le moins estendu & expliqué, & par consequent où il avoit laissé plus de choses, au soin de celuy qui pourroit un jour travailler à le mettre en estat de paroistre au jour, je l'ay reservé pour le dernier, afin de me donner le loisir d'y pouvoir bien penser, tandis qu'on imprimeroit les autres Traitez; Mais il n'y a rien de plus facile, que de passer par dessus les autres, & de lire ce Traité là le premier.

Si je ne m'estois point déja trop estendu, je pourrois icy faire remarquer les grands avantages que l'on peut tirer des Mathematiques, & particulierement de la Géometrie. C'estoit mesme le premier dessein que je m'estois proposé, afin de donner quelque estenduë à cette Préface, & me fournir de la matiere dequoy pouvoir proportionner la teste de ce Livre avec le reste du corps; Mais ayant depuis consideré qu'il estoit important de disculper Monsieur Rohault, & moy avec luy, des reproches qui nous estoient faits par ceux qui se donnoient la liberté de rendre publiquement suspecte la foy du Maistre & des Disciples, par les mauvaises consequences qu'ils tiroient de leurs principes, cela m'a fait changer de dessein, & m'a determiné à celuy que j'ay pris. Si j'y ay bien ou mal réussi je laisse à chacun à en juger. Mais au moins je puis assurer avec sincerité, que ce n'est que le desir de deffendre la verité, & de repousser la calomnie, en fesant connoistre la pureté de leur Foy & de leur Doctrine, qui me l'a fait entreprendre.

TABLE
DES TRAITEZ CONTENUS en ce Livre.

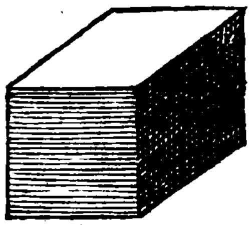
LES

LES SIX PREMIERS LIVRES DES ELEMENS D'EUCLIDE.

LIVRE PREMIER.

ON ne peut pas douter qu'il n'y ait des Eſtres étendus en longueur, largeur, & profondeur; Et c'eſt ce qu'on appelle *Corps* ou *Solide*.

En examinant en particulier un de ces Corps, comme celuy qui eſt icy repreſenté, qui reſſemble à un dé à joüer, il eſt certain que l'on y reconnoiſt un Deſſus, un Deſſous, un Devant, un Derriere, & des Coſtez.



Puis ne conſiderant que le Deſſus de ce Corps, on peut aſſurer, ſans craindre de ſe tromper, qu'il a de la longueur & de la largeur, & point du tout de profondeur; Et c'eſt ce qu'on appelle *Superficie* ou *Surface*.

Enſuite, conſiderant l'une des extremitez de cette ſuperficie, l'on n'y remarque que de la longueur, ſans largeur ny profondeur; Et c'eſt ce qu'on appelle *une Ligne.*

Enfin, conſiderant l'extremité de l'une de ces lignes, on reconnoiſt que c'eſt une choſe qui n'a ny longueur, ny largeur, ny profondeur; & c'eſt ce qu'on appelle *un Point.*

Ainſi, il eſt indubitable qu'il y a des Superficies, des Lignes, & des Points; mais il eſt certain auſſi que c'eſt ſeulement par la penſée que les points ſont ſeparez des lignes, les lignes des ſuperficies, & les ſuperficies des corps, ou ſolides; Ce qu'il ſuffit de remarquer icy pour établir le fondement & la verité des définitions ſuivantes.

Mais auparavant, comme dans les Sciences dont nous avons à traiter, on ne doit rien avancer qui ne ſoit clair à l'eſprit, & qui ne ſoit fondé en preuves, & que ſouvent pour la preuve des propoſitions qu'on examine, on ſe ſert de Definitions, de Demandes, d'Axiomes, de Theorêmes, de Problêmes, de Lemmes, & de Corollaires, il eſt bon d'expliquer icy ce que l'on entend par ces termes.

Definition, eſt une explication claire & préciſe de la ſignification des mots, ou des choſes que les mots ſignifient.

Demande, eſt une propoſition, qui eſtant claire & certaine, eſt ſupoſée vraye, pour n'eſtre pas obligé de la démontrer.

Axiome, eſt une propoſition ſi évidente d'elle-meſme, que l'eſprit n'en peut douter, & qui pour cela n'a pas beſoin de preuve.

Theorême, eſt une propoſition qui contient quelque proprieté à démontrer.

Problême, eſt une propoſition qui contient la preuve de quelque choſe qui eſtoit à faire, ou à trouver.

Lemme, eſt une propoſition qui n'eſt miſe au lieu où elle eſt, que pour ſervir de preuve à d'autres qui ſuivent.

Corollaire, eſt une propoſition qui ſuit d'une autre qu'on vient de prouver.

DEFINITIONS.

1. Un Point, eſt ce qui n'a ny longueur, ny largeur, ny profondeur; & qui par conſequent n'a ny étenduë, ny parties.
2. Une Ligne, eſt une étenduë en longueur, ſans largeur ny profondeur.
3. Les Extremitez d'une Ligne, ſont les points qui la terminent.
4. Une Ligne Droite, eſt une ligne qui a toutes ſes parties également poſées entre ſes extremitez ; enſorte que l'une ne s'éleve & ne s'abaiſſe point plus que l'autre.

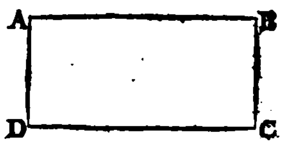
Par exemple, la ligne AB eſt une ligne droite, par ce qu'elle a toutes ſes parties tellement poſées entre ſes extremitez A, & B, que pas une n'eſt plus élevée, ny plus abaiſſée que l'autre.

5. Une Ligne Courbe, eſt une ligne qui n'a pas toutes ſes parties également poſées entre ſes extremitez.

Par exemple, la ligne CD eſt une ligne courbe ; parce qu'elle a quelques-unes de ſes parties, comme E, & F, qui ne ſont pas également poſées entre ſes extremitez, & dont l'une s'eleve ou s'abaiſſe plus que l'autre.

6. Une Superficie, ou Surface, eſt une étenduë en longueur & largeur, ſans profondeur.

Par exemple, l'étenduë qui eſt renfermée entre les lignes AB, BC, CD, & DA, eſt une ſuperficie, parce qu'elle a de la longueur & de la largeur, & qu'elle n'a point de profondeur.



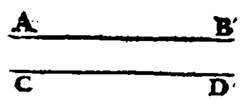
7. Les Extremitez d'une Superficie, ſont les lignes dont elle eſt bornée.
8. Une Superficie Plane, ou un Plan, eſt une ſuperficie qui a toutes ſes parties également poſées entre ſes extremitez; en ſorte que l'une ne s'éleve & ne s'abaiſſe point plus que l'autre, comme icy ABCD.

9. Une Superficie Courbe, eſt une ſuperficie qui n'a pas toutes ſes parties également poſées entre ſes extremitez, & dont l'une s'éleve ou s'abaiſſe plus que l'autre.
10. Une Superficie Convexe, eſt une ſuperficie courbe, conſiderée du coſté qu'elle s'éleve.
11. Une Superficie Concave, eſt une ſuperficie courbe, conſiderée du coſté qu'elle s'enfonce ou s'abaiſſe.

Ainſi, la ſuperficie d'un globe eſt une ſuperficie courbe, laquelle conſiderée par le dehors eſt convexe, & conſiderée par le dedans eſt concave.

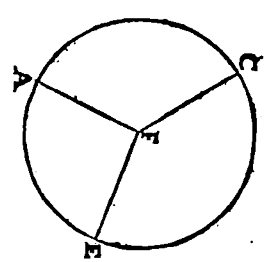
12. Des Lignes Paralleles, ſont des lignes droittes qui ſont ſur un meſme plan, & qui eſtant prolongées de part & d'autre à l'infiny, ne ſe rencontrent jamais, & ſont toûjours également diſtantes.

Par exemple, les lignes AB, CD, ſont paralleles, par ce qu'elles ſont ſur un meſme plan, & qu'eſtant prolongées de part & d'autre à l'infiny, elles ne ſe rencontreront jamais, & ſeront toûjours également diſtantes.



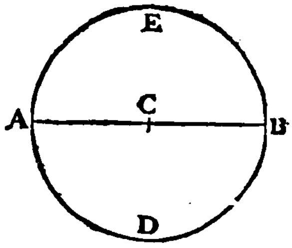
13. Le Terme, eſt l'extremité de quelque grandeur.
14. Une Figure, eſt ce qui eſt environné de termes.
15. Un Cercle, eſt une figure plane, bornée d'une ſeule ligne courbe, qu'on nomme circonference, au dedans de laquelle il y a un point, qu'on nomme centre, duquel toutes les lignes droites menées à la circonference ſont égales entr'elles.

Par exemple, la figure ACE eſt un cercle, parce que c'eſt une figure plane, qui eſt bornée d'une ſeule ligne courbe, à ſçavoir AEC, & qu'au dedans il y a un point, à ſçavoir F, duquel toutes les lignes droites, comme FA, FC, FE, qui ſont menées à la circonference, ſont égales entr'elles.



16. Le Diametre d'un Cercle, eſt une ligne droitte qui paſſe par le centre, & qui ſe termine de part & d'autre à la circonference.

Par exemple, au cercle ADBE, la ligne droite AB, eſt un diametre, parce qu'elle paſſe par le centre C, & que ſes extremitez A, & B, ſe terminent de part & d'autre à la circonference.



17. Un Arc de Cercle, eſt une partie de la circonference d'un cercle, comme BE.

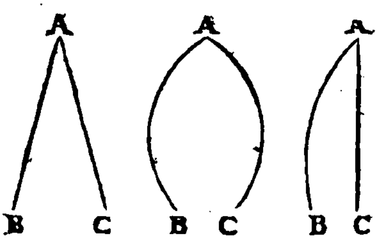
Si la circonference d'un cercle eſt diviſée en 360. parties égales, chacune de ces parties s'appelle Degré, dont la 60. partie s'appelle Minute, &c.

18. Un Demy Cercle, eſt une figure compriſe du diametre du cercle, & de la moitié de la circonference, comme AEB.

19. Un Angle, eſt l'inclinaiſon de deux lignes qui ſe rencontrent en un point non directement; ou pour mieux dire, c'eſt l'eſpace qui eſt compris entre deux lignes ainſi inclinées.

Ainſi, les lignes BA, CA, qui ſont inclinées l'une vers l'autre, & qui ſe rencontrent non directement au point A, forment ce qu'on appelle un angle.

20. Les Coſtez d'un Angle, ſont les lignes qui forment l'angle.



21. La Pointe, ou le Sommet d'un Angle, eſt le point où ſe rencontrent les deux coſtez de l'angle.

L'on déſigne quelquefois un angle par une ſeule lettre, que l'on met au ſommet; & quelquefois par trois, & alors celle qui marque le ſommet ſe doit mettre au milieu; Ainſi, pour déſigner par trois lettres l'angle A, l'on dit l'angle BAC, ou bien l'angle CAB.

22 Un Angle Rectiligne, eſt un angle compris de deux lignes droites.

23. Un Angle Curviligne, eſt un angle compris de deux lignes courbes.

24. Un Angle Mixte, eſt un angle compris d'une ligne droite & d'une ligne courbe; comme on peut voir en la figure precedente.

Comme l'angle rectiligne eſt d'un plus grand uſage que les deux autres, c'eſt de luy que l'on entendra parler cy-apres, lors qu'on parlera ſimplement d'un angle, ſans en déſigner l'eſpece.

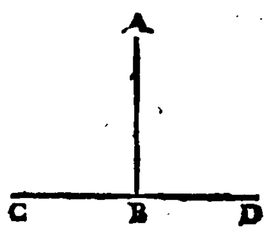
25. La Quantité ou la Grandeur d'un Angle, eſt le nombre des degrez que contient l'arc que ſes coſtez comprennent, d'un cercle qui a ſon ſommet pour centre.

Et ainſi, pour déterminer la quantité ou la grandeur d'un angle, il ne faut que décrire un cercle dont le ſommet de l'angle ſoit le centre; puis il faut ſçavoir combien de degrez contient l'arc de ce cercle compris entre ſes deux coſtez, & le nombre de ces degrez en determinera la grandeur.

D'où il ſuit qu'un angle eſt d'autant plus grand, que cet arc comprend un plus grand nombre de degrez.

26. Une Ligne Perpendiculaire, eſt une ligne droitte, qui tombant ſur une autre ligne droitte, fait de part & d'autre des angles égaux.

Ainſi, la ligne AB eſt perpendiculaire à la ligne CD; parce qu'elle tombe de telle ſorte ſur cette ligne, qu'elle fait les angles ABC, & ABD égaux entr'eux.

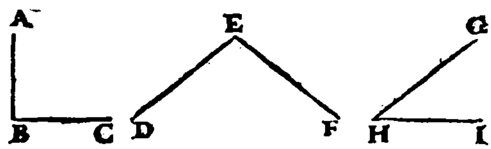


Quand une ligne droitte tombe à l'extremité d'une autre ligne droite, elle ne laiſſe pas de luy eſtre perpendiculaire, ſi cette autre ligne eſtant prolongée, elle fait avec elle des angles de part & d'autre égaux entr'eux.

Si une ligne eſt perpendiculaire à une autre, cette autre reciproquement luy eſt auſſi perpendiculaire; ainſi, les deux lignes AB, CD, ſont perpendiculaires l'une à l'autre.

27. Un Angle Droit, eſt un angle compris de deux lignes droites perpendiculaires l'une à l'autre; comme l'angle ABC.

28. Un Angle Obtus, est un angle plus grand qu'un droit, comme l'angle DEF.



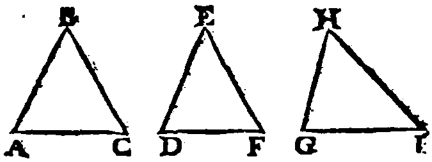
29. Un Angle Aigu, est un angle plus petit qu'un droit, comme l'angle GHI.

30. Une Figure Rectiligne, est une figure comprise ou bornée de plusieurs lignes droittes; Et c'est de celle-là seule, & du cercle, dont il est parlé dans ces Elemens.

31. Les Costez d'une Figure Rectiligne, sont les lignes droittes dont elle est bornée.

32. Un Triangle, est une figure comprise de trois lignes droittes, comme ABC.

Le Triangle consideré selon ses Costez, se divise en trois especes, sçavoir, en Triangle Equilateral, en Isoscele, & en Scalene.



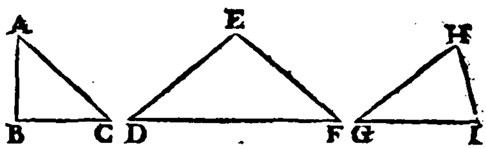
33. Un Triangle Equilateral, est un triangle qui a ses trois costez égaux, comme ABC.

34. Un Triangle Isoscele, est un triangle qui a deux de ses costez égaux, comme DEF.

35. Un Triangle Scalene, est un triangle qui a ses trois costez inégaux, comme GHI.

Le Triangle consideré selon ses angles, se divise aussi en trois especes, sçavoir, en triangle Rectangle, en Ambligone, & en Oxigone.

36. Un Triangle Rectangle, est un triangle qui a un angle droit, comme ABC.



37. Un Triangle Ambligone, ou obtus-angle, est un triangle qui a un angle obtus, comme DEF.

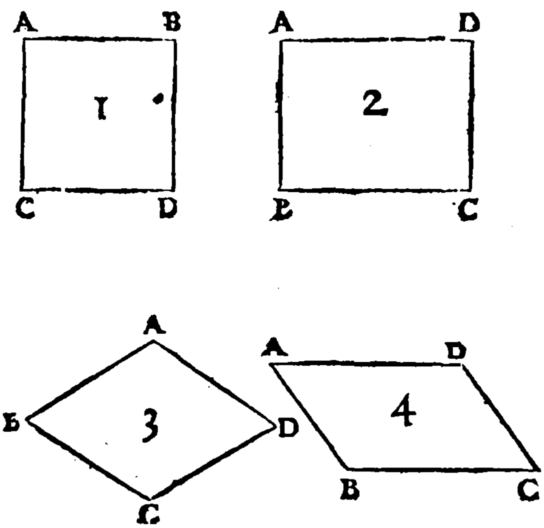
28. Un Triangle Oxigone, ou aigu-angle, est un triangle qui a les trois angles aigus, comme GHI.

39. La Baze d'un Triangle, est le costé qui soûtient l'an-

gle que font ses deux autres costez.

Ainsi, en tout triangle, chaque costé peut estre considéré comme la baze ; C'est ainsi que la baze d'un triangle rectangle est le costé qui soûtient l'angle droit.

40. Un Parallelogramme, est une figure comprise ou bornée de quatre lignes droittes, dont les costez opposez sont paralleles.



Ainsi, les figures qui sont icy marquées ABCD, sont des parallelogrammes, par ce que chacune est comprise de quatre lignes droittes, dont les costez opposez, comme AB, CD, sont paralleles.

Il y a quatre sortes de Parallelogrammes, sçavoir, le Quarré, le Rectangle (ou le quarré long) le Rhombe, & le Rhomboïde.

41. Un Quarré, est un parallelogramme, qui a les quatre costez égaux, & les quatre angles droits, comme ABCD. 1.

42. Un Rectangle, ou un quarré long, est un parallelogramme, qui a les quatre angles droits, & les costez opposez égaux entr'eux, comme ABCD. 2.

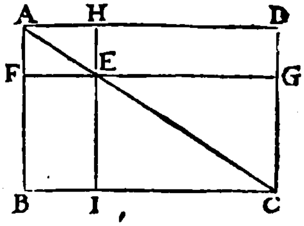
43. Un Rhombe, est un parallelogramme, qui a les quatre costez égaux, & les angles opposez égaux entr'eux, comme ABCD. 3.

44. Un Rhomboïde, est un parallelogramme, qui a les costez & les angles opposez égaux entr'eux, comme ABCD. 4.

45. La Diagonale, ou le Diametre, d'un Parallelogramme,

me, eſt une Ligne droite, tirée de l'un des Angles de ce Parallelogramme, à celuy qui luy eſt oppoſé.

Ainſi la Ligne AC, eſt la Diagonale ou le Diametre du Parallelogramme ABCD.

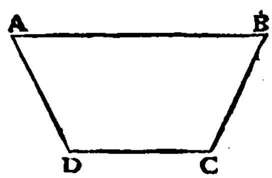


46. Les Parallelogrammes à l'entour du Diametre d'un autre Parallelogramme, ce ſont deux Parallelogrammes, dont les Diagonales, priſes chacune à part, font partie de ce Diametre, & priſes enſemble, font le Diametre Total.

Ainſi les Parallelogrammes AFEH, & EICG, ſont des Parallelogrammes qui ſont allentour du Diametre du Parallelogramme ABCD; parce que leurs Diagonales AE, EC, priſes chacune à part, font partie du Diametre AC, & priſes enſemble font ce Diametre Total.

47. Les Supplémens des Parallelogrammes qui ſont allentour du Diametre d'un autre Parallelogramme, ce ſont deux Parallelogrammes, par leſquels ce Diametre ne paſſe point, & qui avec les deux autres qui ſont allentour du Diametre, compoſent cet autre Parallelogramme Total; Comme ſont icy les Parallelogrammes FBIE, EHDG, leſquels avec ceux qui ſont allentour du Diamettre font le Parallelogramme Total ABCD.

48. Un Trapeze, eſt une Figure compriſe de quatre Lignes droittes, dont les coſtez oppoſez, ou pour le moins deux de ces coſtez, ne ſont point Paralleles; Comme ABCD eſt un Trapeze; parce que ſes deux coſtez oppoſez AD, BC, ne ſont point Paralleles.



Et ainſi un Trapeze eſt une Figure de quatre coſtez, qui n'eſt point Parallelogramme.

DEMANDES.

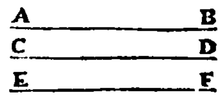
1. Que d'un Point donné à un autre Point donné l'on

puiſſe mener une Ligne droitte.
2. Que l'on puiſſe prolonger tant que l'on voudra une Ligne droitte donnée & terminée.
3. Que l'on puiſſe décrire un Cercle de quelque Centre & de quelque Intervalle que ce ſoit.
4. Que toute Grandeur donnée puiſſe eſtre augmentée ou diminuée.

AXIOMES.

1. Les Grandeurs égales à une meſme Grandeur ſont égales entr'elles.

Ainſi les Lignes AB, EF, qui ſont chacune égales à la Ligne CD, ſont égales entr'elles.



2. Si à des Grandeurs égales on adjoûte des Grandeurs égales, les Tous ſeront égaux.
3. Si de Grandeurs égales on retranche des Grandeurs égales, les Reſtes ſeront égaux.
4. Si à des Grandeurs inégales on adjoûte des Grandeurs égales, les Tous ſeront inégaux.
5. Si de Grandeurs inégales on retranche des Grandeurs égales, les Reſtes ſeront inégaux.
6. Les Grandeurs qui ſont doubles, ou triples, ou quadruples &c. d'une meſme Grandeur, ou de Grandeurs égales, ſont égales entr'elles.
7. Les Grandeurs qui ſont moitié, ou tiers, ou quart &c. d'une meſme Grandeur, ou de Grandeurs égales, ſont égales entr'elles.
8. Les Grandeurs qui conviennent enſemble, ſont égales entr'elles.

C'eſt à dire, par exemple, que ſi deux Grandeurs eſtant miſes l'une ſur l'autre, ſe peuvent tellement ajuſter, que l'une n'excede point l'autre, mais la couvre préciſement, ces deux Grandeurs ſont égales entr'elles.

9. Le Tout eſt égal à toutes ſes parties priſes enſemble.
10. Le Tout eſt plus grand qu'une de ſes parties.

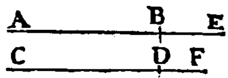
11. Les Angles droits sont égaux entr'eux.

12. Deux Lignes droites n'enferment point un espace.

13. Si deux Lignes droites se coupent l'une l'autre, elles se couperont en un Point.

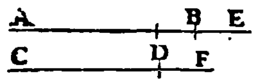
14. Si deux Lignes droites se rencontrent non directement en un Point, estant prolongées, elles se couperont l'une l'autre en ce mesme Point.

15. Si a des Grandeurs égales, on adjoûte des Grandeurs inégales, l'excez des Toutes sera le mesme que l'excez des Adjoûtées.



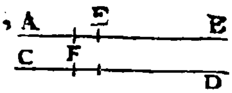
Ainsi, si l'on suppose que les Lignes AB, CD, sont égales, & qu'on leur adjoûte les Lignes inégales BE, DF, l'excez dont la Toute AE, surpassera la Toute CF, sera égal à l'excez, dont l'Adjoûtée BE, surpasse l'Adjoûtée DF.

16. Si a des Grandeurs inégales on adjoûte des Grandeurs égales, l'excez des Toutes sera le mesme que l'excez des premieres.



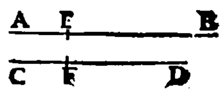
Ainsi, si l'on suppose que les Lignes AB, CD, sont inégales, & qu'on leur adjoûte les Lignes égales BE, DF, l'excez dont la Toute AE, surpassera la Toute CF, sera le mesme que celuy dont AB, surpasse CD.

17. Si de Grandeurs égales on retranche des Grandeurs inégales, l'excez des Grandeurs qui restent, sera égal à l'excez des grandeurs retranchées.



Ainsi, si l'on suppose que les Lignes AB, CD, sont égales, & qu'on en retranche les parties inégales AE, CF, l'excez dont le reste FD, surpassera le reste EB, sera égal à l'excez dont AE, surpasse CF.

18. Si de Grandeurs inegales, on retranche des Grandeurs égales, l'excez des Restes sera le mesme que l'excez des Toutes.



Ainsi, si l'on suppose que les Lignes AB, CD, sont inegales, & qu'on en retranche les parties égales AE, CF, l'excez dont le

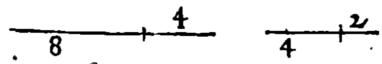
Reste EB, surpassera le Reste FD, sera le mesme que celuy dont la Toute AB, surpasse la Toute CD.

19. Si une Grandeur est double d'une autre, & l'Adjoûtée de l'Adjoûtée, le Tout sera double du Tout.

Ainsi, si a une Ligne de 8. pieds, qui est double d'une Ligne de 4. pieds, l'on adjoute une Ligne de 4. pieds, qui est double d'une Ligne de 2. pieds, le Tout 12. pieds, sera double du Tout 6. pieds.

20. Si une Grandeur est double d'une autre, & la Retranchée de la Retranchée, le Reste sera double du Reste.

Ainsi, une Ligne de 12. pieds estant double d'une Ligne de 6. pieds, si l'on retranche 4. pieds de la plus grande, & 2. pieds de la plus petite, les 8. pieds qui resteront en l'une, seront doubles des 4. qui resteront en l'autre.



LIVRE PREMIER.

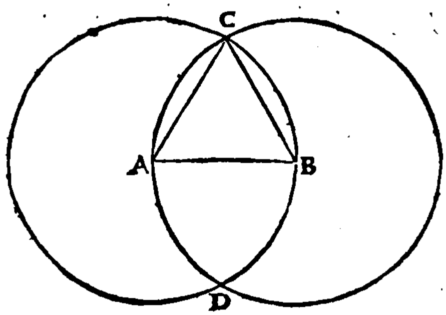
PROPOSITION I.

PROBLEME I.

Sur une Ligne droite donnée & terminée, décrire un Triangle Equilateral.

Je suppose que l'on donne la ligne droite AB, qui est terminée; & je propose de décrire sur cette Ligne un Triangle Equilateral. Pour le faire.

Décrivez du centre A, & de l'Intervalle AB, le Cercle CBD; décrivez aussi du Centre B, & de l'Intervalle BA, le Cercle DAC; ce Cercle coupera l'autre aux deux points C, & D; de l'un de ces points, par exemple de C, menez les deux Lignes droites CA, CB; Ces deux Lignes avec la Ligne AB, feront un Triangle; & je dis que ce Triangle sera Equilateral. Pour le prouver.

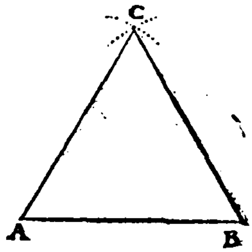


La Ligne AB, & la Ligne AC, sont les rayons du Cercle CBD; donc elles sont égales entr'elles; De mesme, la Ligne BA, & la Ligne BC, sont les rayons du Cercle DAC, donc elles sont aussi égales entr'elles; Par consequent la

Ligne AC, & la Ligne BC, qui sont égales à une mesme, à sçavoir AB, sont égales entr'elles, par le premier Axiome. Ainsi le Triangle ABC, qui est décrit sur la Ligne droite donnée AB, est Equilateral; ce qu'il falloit faire, & démonstrer.

Remarque.

Pratique de cette proposition. Ouvrez le compas de l'Intervalle AB; puis des points A, & B, comme Centres, décrivez deux Arcs de Cercle, qui s'entrecoupent au point C, & menez du Point C, les Lignes droites CA, CB, & le Triangle ABC, sera Equilateral.

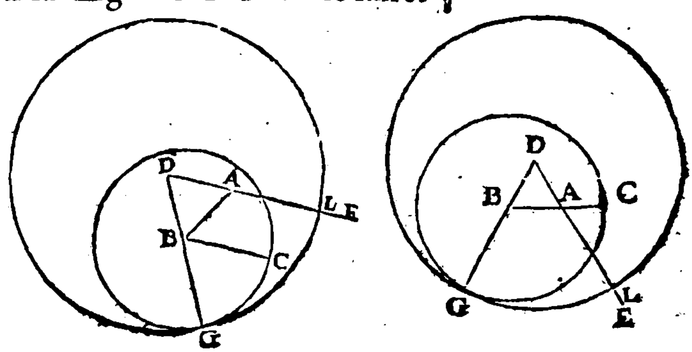


PROPOSITION II.

PROBLEME II

D'un Point donné mener une Ligne droite égale à une Ligne droite donnée.

JE suppose que l'on donne le point A, & la Ligne droitte BC; & je propose de tirer du Point A, une Ligne droitte égale à la Ligne BC. Pour le faire.



De l'une des extremitez de la Ligne BC, par exemple, du Point B comme Centre, & de l'Intervalle BC, décrivez le Cercle CG; puis du Point A, au point B, menez la Ligne droitte AB; décrivez ensuite sur cette Ligne, par la Proposition précedente, le Triangle Equilateral ABD; prolongez apres cela le costé DB, jusqu'à ce qu'il rencontre la circonference du Cercle CG, en quelque point, comme G; prolongez aussi la Ligne DA, indefiniment vers E; enfin du Centre D, & de l'Interval DG, décrivez le Cercle GL; ce Cercle coupera la Ligne indefinie DE, en quelque point, comme L; cela estant, je dis que la Ligne AL, qui part du Point donné A, est égale à la Ligne droitte donnée BC; Pour le prouver.

La Ligne DL, & la Ligne DG, sont les rayons du Cercle GL; donc elles sont égales entr'elles; maintenant si de ces deux Lignes on retranche les parties DA, DB, qui sont égales, parce que ce sont les costez d'un Triangle equilateral, les restes AL, & BG, seront égaux entr'eux, par le 3. Ax. D'ailleurs, la Ligne BC, & la Ligne BG, sont les rayons du Cercle CG; donc elles sont aussi égales entr'elles; Par consequent la Ligne AL, & la Ligne BC, qui sont égales à une mesme, à sçavoir BG, sont égales entr'elles, par le 1. Ax. Nous avons donc d'un Point donné mené une Ligne droite, égale à une Ligne droite donnée; ce qu'il falloit faire & démonstrer.

Remarque.

Pratique de cette proposition. Il faut prendre avec le compas la grandeur de la Ligne donnée, puis le transportant au point donné, y mener une Ligne égale à son ouverture.

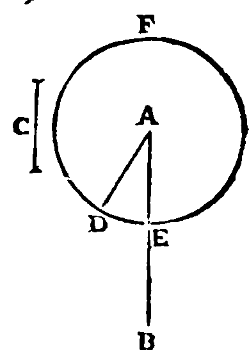
PROPOSITION III.

PROBLEME III.

Deux Lignes droittes inegales estant données, retrancher de la plus grande une partie égale à la plus petite.

JE suppose que les deux Lignes droittes AB, & C, soient données, & que AB, soit la plus grande; & je propose de retrancher de AB, une partie égale à C; Pour le faire.

De l'une des extremitez de la Ligne AB, par exemple du Point A, menez par la proposition precedente la Ligne droitte AD, qui soit égale à C; puis du centte A, & de l'Intervalle AD, décrivez le Cercle DEF; ce Cercle coupera la Ligne AB, au Point E; cela estant, je dis que la partie AE, qui est, retranchée de AB, est égale à C; Pour le prouver.



La Ligne AE, & la Ligne AD, sont les rayons du Cercle DEF; donc elles sont égales entr'elles; mais la Ligne AD, par la construction, est égale à la Ligne C; donc la Ligne AE, qui est égale à la Ligne AD, est aussi égale à la Ligne C, par le premier Axiome; ce qu'il falloit faire & démonstrer.

Remarque.

Pratique de cette Proposition. Il faut prendre avec le Compas la grandeur de la plus petite, & la retrancher de la plus grande.

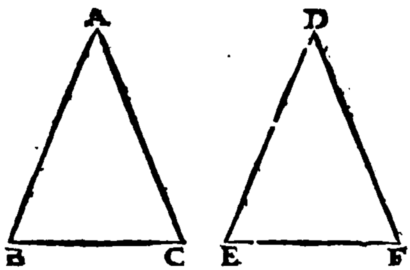
PROPOSITION

PROPOSITION IV.

THEOREME I.

Si deux Triangles ont deux Coſtez égaux à deux Coſtez, chacun au ſien, & l'Angle compris de ces deux Coſtez égal à l'Angle ; la Baze ſera égale à la Baze ; les deux autres Angles ſeront égaux aux deux autres Angles, chacun au ſien ; & tout le Triangle ſera égal, à tout le Triangle.

JE ſuppoſe que dans les deux Triangles ABC, DEF, le Coſté AB ſoit égal au Coſté DE, le Coſté AC au Coſté DF, & que l'Angle A, compris des deux Coſtez AB, AC, ſoit égal à l'Angle D, compris des deux Coſtez DE, DF; Cela étant, je dis que la Baze BC, eſt égale à la Baze EF ; que l'Angle B, eſt égal à l'Angle E ; l'Angle C à l'Angle F ; & enfin que tout le Triangle ABC, eſt égal à tout le Triangle DEF ; Pour le prouver.



Tranſportez par penſée le Triangle DEF, ſur le Triangle ABC, en ſorte que vous faſſiez tomber le Coſté DE, ſur le Coſté AB, & les extremitez D, & E, ſur les extremitez A, & B ; ce qui ſe peut faire, puiſque ces deux Lignes ſont ſuppoſées égales. Enſuite dequoy, puis que l'Angle D, eſt égal à l'Angle A, par ſuppoſition, il s'enſuit que le Coſté DF, tombera ſur le coſté AC ; & puis que la Ligne DF, eſt ſuppoſée égale à la Ligne AC, il s'enſuit que l'extremité F, tombera ſur l'extremité C ; ainſi les Points E, & F, qui ſont les extremitez de la Baze EF, tombant sur les points B & C, qui sont les extremitez de la Baze BC, il s'ensuit que la Baze EF, tombera sur la Baze BC, par la 4. Défin. & par consequent ces deux Lignes, qui conviennent ensemble, sont égales entr'elles, par le 8. Ax. D'ailleurs, puis que l'Angle E, convient avec l'Angle B, il s'ensuit qu'il luy est égal; & puis que l'Angle F, convient avec l'Angle C, il s'ensuit aussi qu'il luy est égal; & enfin puis que le Triangle DEF, convient avec le Triangle ABC, il s'ensuit que ces deux Triangles sont aussi égaux entr'eux, par le huitiéme Axiome; Qui est tout ce qu'il falloit démonstrer.

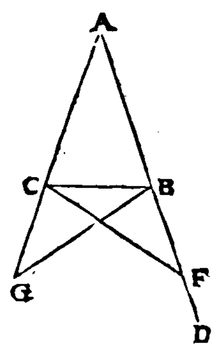
PROPOSITION V.

THEOREME II.

Si un Triangle est Isoscele, les Angles sur la Baze sont égaux entr'eux; & ses Costez estant prolongez, les Angles sous la Baze seront aussi égaux entr'eux.

JE suppose que le Triangle ABC, soit Isoscele, & que ses Costez AB, AC, soient égaux; cela estant, je dis premierement que les Angles ABC, & ACB, qui sont sur la Baze BC, sont égaux entr'eux; Pour le prouver.

Prolongez le costé AC, autant qu'il vous plaira, par exemple, jusqu'au Point G; puis prolongez le costé AB, indefiniment; ensuite retranchez, par la troisiéme Proposition, du Costé AB prolongé, la partie AF, égale à AG; menez apres cela une Ligne droitte du point C au Point F, & une autre du Point B au Point G.

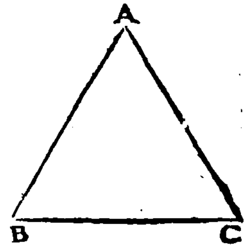


Cette construction supposée, comparez le Triangle BAG, avec le Triangle CAF; le Costé AB du premier Triangle, est égal au Costé AC du second, par supposition; le Costé AG du mesme premier Triangle est égal au costé AF du second, par construction. Voilà donc deux Costez, sçavoir AB, AG, égaux à deux Costez, AC, AF; de plus l'Angle compris des deux Costez AB, AG, est égal à l'Angle compris des deux autres Costez AC, AF, parce que c'est l'Angle A, qui est commun aux deux Triangles. Partant il suit par la Proposition precedente, que la Baze BG est égale à la Baze CF, que l'Angle G est égal à l'Angle F, & que l'Angle ABG est égal à l'Angle ACF; Maintenant, puis que les Lignes AG, AF, ont esté faites égales, si on en retranche les parties AC, AB, qui sont supposées egales, les restes CG, BF, seront égaux entr'eux. Comparez maintenant le Triangle CGB, avec le Triangle BFC, le Costé CG, du premier Triangle, est égal au Costé BF, du second, puis que ce sont les restes de grandeurs égales; le Costé GB, est égal au Costé FC, cela a desia esté prouvé; l'Angle G, compris des deux Costez CG, GB, est égal à l'Angle F, compris des deux Costez BF, FC, cela a aussi esté prouvé; d'où il suit, par la mesme Proposition precedente, que l'Angle GCB, est égal à l'Angle FBC, & l'Angle GBC, égal à l'Angle FCB; si donc nous ostons ces deux Angles égaux GBC, & FCB, des deux Angles ABG, ACF, qui ont esté prouvez égaux, les Angles restans ABC, & ACB, seront égaux entr'eux, par le troisiéme Axiome; Or ces Angles ABC, ACB, sont les Angles sur la Baze BC, du Triangle Isoscele ABC; partant, si un Triangle est Isoscele les Angles sur la Baze sont égaux entr'eux; Ce qu'il falloit démonstrer.

Ie dis en second lieu, que les Costez égaux AB, AC, du Triangle Isoscele ABC, estant prolongez, les Angles sous la Baze BC, seront aussi égaux entr'eux; car ces Angles ne sont autres que les Angles GCB, & FBC, qui ont desia esté prouvez égaux. Ainsi en tout Triangle Isoscele les Angles sur la Baze, & les Angles sous la Baze, sont égaux entr'eux; Ce qu'il falloit démonstrer.

Corollaire.

Il ſuit de cette Propoſition qu'un Triangle Equilateral, tel que je ſuppoſe icy le Triangle ABC, eſt auſſi Equiangle, c'eſt à dire qu'il a ſes trois Angles égaux.

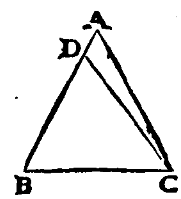


Car puis que les Coſtez AB, AC, ſont égaux; il s'enſuit par cette 5. Propoſition que les Angles B, & C, ſont égaux entr'eux; de meſme, puiſque les Coſtez BA, BC, ſont égaux, il s'enſuit auſſi que les Angles A, & C, ſont égaux entr'eux; Ainſi les Angles A, & B, eſtant égaux au troiſiéme C, il s'enſuit qu'ils ſont tous trois égaux entr'eux; & partant que le Triangle Equilateral ABC, eſt Equiangle.

PROPOSITION VI.

THEOREME III.

Si un Triangle à deux Angles égaux entr'eux, les Coſtez qui les ſoûtiennent ſont auſſi égaux entreux.



JE ſuppoſe que dans le Triangle ABC, les Angles ABC, & ACB, ſoient égaux entr'eux; Cela eſtant, je dis que les Coſtez AB, AC, qui ſoûtiennent ces deux Angles ſont auſſi égaux.

Car ſi ces deux Coſtez AB, AC, n'étoient pas égaux entr'eux, il s'enſuivroit que l'un ſeroit plus grand que l'autre; Poſons que ce ſoit AB; retranchez donc, par la troiſiéme Propoſition, du Coſté AB, la partie BD, égale à AC, & menez la Ligne CD; Comparez enſuite le Triangle DBC, avec le Triangle ACB, le coſté DB du premier Triangle, eſt égal au Coſté AC du ſecond, par conſtruction ; le Coſté BC, eſt commun aux deux Triangles ; de plus l'Angle B, compris des deux Coſtez DB, BC, eſt égal à l'Angle ACB, compris des deux autres Coſtez AC, CB, par ſuppoſition ; Donc par la quatriéme Propoſition, le Ttiangle DBC, ſeroit égal au Triangle ABC, c'eſt à dire la partie au tout ; ce qui eſt impoſſible. Il eſt donc impoſſible que le Coſté AB, ſoit plus grand que le Coſté AC ; on prouvera de meſme que le Coſté AC, ne ſçauroit eſtre plus grand que le Coſté AB ; & ainſi les deux Coſtez AB, AC, ſont égaux entr'eux; Ce qu'il falloit démonſtrer.

Corollaire.

Il ſuit de cette Propoſition que tout Triangle Equiangle, c'eſt à dire qui à ſes trois angles égaux, comme nous ſuppoſons icy le Triangle ABC, eſt auſſi Equilateral.

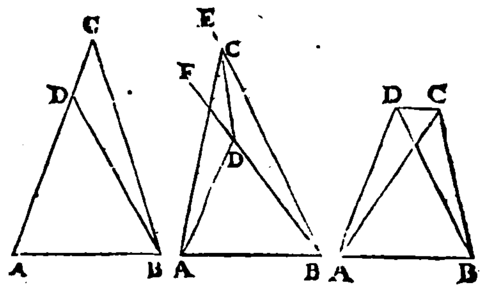
Car de ce que les Angles B, & C, ſont égaux, ſes deux coſtez AB, AC, qui les ſoûtiennent s'enſuivent égaux : De meſme, de ce que les Angles A & B, ſont égaux, les deux Coſtez AC, BC, qui les ſoûtiennent s'enſuivent auſſi égaux ; d'où il ſuit que les deux coſtez AB, BC, qui ſont égaux au troiſiéme AC, ſont égaux entr'eux, par le premier Axiome. Et partant que le Triangle ABC, eſt Equilateral.

PROPOSITION VII.

THEOREME IV.

Si des extremitez d'une Ligne droitte, on méne deux Lignes droittes, qui se rencontrent en un Point, on ne pourra pas des mesmes extremitez, & de mesme part, mener deux autres Lignes droittes égales aux deux premieres, chacune a la sienne, qui se rencontrent en un autre point.

JE suppose que des extremitez de la Ligne droitte AB, on méne les deux Lignes droittes AC, BC, qui se rencontrent au Point C; & je dis que des mesmes extremitez A, & B, l'on ne sçauroit méner de mesme part, à sçavoir vers C, deux autres Lignes droittes égales aux deux premieres AC, BC, chacune a la sienne,



(c'est à dire, en sorte que celle qui part du Point A, soit égale à AC, & celle qui part du Point B, soit egale à BC) qui se rencontrent en un autre Point, qu'au Point C.

Car si elles se pouvoient rencontrer ailleurs qu'au Point C, il faudroit que le Point de leur rencontre fust ou sur l'un des Costez AC, BC, du Triangle ABC, ou dans ce Triangle, ou hors ce Triangle.

Premierement, ce Point de rencontre ne peut estre sur l'un des Costez AC, BC, par exemple en D; autrement il s'ensuivroit que AD, seroit égal à AC, c'est à dire la partie au tout, ce qui est absurde & impossible.

Secondement, ce Point de rencontre ne peut aussi estre dans le Triangle ABC; Car supposé qu'il pust estre en D; ménez à ce Point D, les Lignes AD, BD, puis du Point D, au Point C, menez la Ligne DC; enfin prolongez BC, BD, vers E, & vers F; Cette construction supposée, puis que dans le Triangle ACD, les Costez AC, AD, sont supposez égaux, il s'ensuit, par la cinquiéme Proposition, que les deux Angles ACD, & ADC, sont aussi égaux. Or l'Angle ECD, est plus grand que l'Angle ACD, qui n'est que sa partie, il est donc aussi plus grand que son égal ADC, & à plus forte raison que l'Angle FDC, qui n'est encore que partie de ADC; Maintenant puis que les Costez BC, BD, du Triangle BCD, sont supposez égaux, & qu'ils sont prolongez vers E, & vers F, il s'ensuit, par la cinquiéme Proposition, que les Angles ECD, FDC, qui sont sous la Baze sont égaux entr'eux. Mais nous avons déja prouvé que l'Angle ECD, estoit plus grand que l'Angle FDC; Ainsi il s'ensuivroit que deux Angles seroient égaux & inegaux, ce qui est impossible. Il est dont impossible que ce point de rencontre puisse estre dans le Triangle ABC.

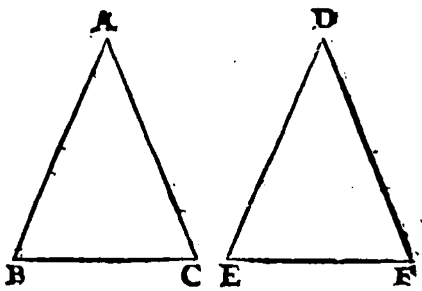
Enfin ce Point de rencontre ne peut estre hors du Triangle ABC; Car supposé qu'il pust estre en D, ménez à ce point D, les lignes AD, BD; puis du Point D, au Point C, menez la ligne DC. Cette construction supposée, puis que les Costez AC, AD, du Triangle ACD, sont supposez égaux, il s'ensuit par la cinquiéme Proposition, que les Angles ACD, & ADC, sont aussi égaux. Or l'Angle BCD, est plus grand que l'Angle ACD, qui n'est que sa partie, il est donc aussi plus grand que son égal, ADC, & à plus forte raison que sa partie BDC; Maintenant, puis que dans le Triangle BDC, les Costez BC, BD, sont supposez égaux, il s'ensuit par la cinquieme Proposition que les Angles BCD, & BDC, qui sont sur la Baze sont égaux entr'eux; mais nous venons de prouver que l'Angle BCD, estoit plus grand que l'Angle BDC; donc il s'ensuivroit que l'Angle BCD, &

l'Angle BDC, seroient tout ensemble égaux & inégaux. Ce qui est absurde & impossible ; Il est donc impossible que ce Point de rencontre puisse estre hors du Triangle ABC, mais nous avons aussi prouvé qu'il ne peut estre ny dans le Triangle, ny sur ses Costez, excepté au Point C; il s'ensuit donc que le Point de rencontre de ces deux Lignes ne peut estre ailleurs qu'au point C, Ce qu'il falloit démonstrer.

PROPOSITION VIII.

THEOREME V.

Si deux Triangles ont deux Costez égaux à deux Côtez, chacun au sien, & la Baze égale à la Baze, l'Angle compris de ces Costez égaux sera aussi égal à l'Angle.



JE suppose que dans les deux Triangles ABC, DEF, le Costé AB, soit égal au Costé DE, le Côté AC, au Costé DF, & la Baze BC, à la Baze EF ; cela estant, je dis que l'Angle A, compris des deux Costez AB, AC, est égal à l'Angle D, compris des deux Costez DE, DF ; Pour le prouver.

Transportez par pensée le Triangle ABC, sur le Triangle DEF, en sorte que vous fassiez tomber la Baze BC, sur la Baze EF, & les extremitez B, & C, sur les extremitez E, & F, ce qui se peut faire, puisque BC, & EF, sont supposées égales. Cela estant, considerez que des extremitez de la Ligne EF, partent deux Lignes droittes ED, FD, qui se rencontrent au Point D, & que des mesmes

extremitez

extremitez partent deux autres Lignes droittes BA, & CA, qui leur sont égales, chacune a la sienne, par supposition, & qui se rencontrent aussi en un Point; Partant, par la Proposition precedente, ces deux Lignes ne peuvent pas se rencontrer en un autre Point qu'au Point D; D'où il suit que le Point A, tombera sur le Point D; que la Ligne AB, tombera sur DE; la Ligne AC, tombera sur DF; & qu'ainsi l'Angle A, conviendra avec l'Angle D; & partant qu'il luy est égal; Ce qu'il falloit démontrer.

Corollaire.

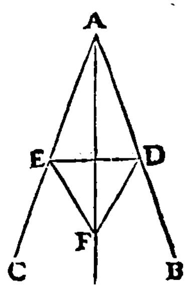
Puis que par la démonstration precedente il a esté prouvé que le Triangle ABC, convenoit avec le Triangle DEF, outre que nous avons conclu que les Angles A, & D, estoient égaux entr'eux, nous pouvons encore conclure que les deux Angles B, & C, sont égaux aux deux Angles E, & F, chacun au sien; & que tout le Triangle ABC, est égal à tout le Triangle DEF.

PROPOSITION IX.

PROBLEME IV.

Couper en deux également un Angle Rectiligne donné.

JE suppose que l'Angle Rectiligne BAC, soit donné, & je propose de le couper en deux également. Pour le faire, Prenez sur les Costez AB, AC, deux parties égales AD, AE; menez du Point D, au Point E, la Ligne Droitte DE; décrivez sur la Ligne DE, par la premiere Proposition, le Triangle Equilateral DEF; menez du Point A, au Point F, la Ligne Droitte AF; Cela estant je dis que cette Ligne AF, coupe l'Angle BAC, en deux également. Pour le prouver.



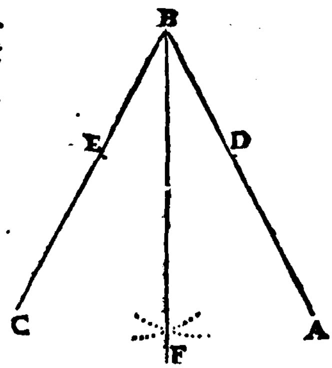
Comparez le Triangle DAF, avec le Triangle EAF;

le Costé AD, est égal au Costé AE, par construction, le Costé AF, leur est commun; la Baze DF, est égale à la Baze EF, puis que ces deux Lignes sont les Costez d'un Triangle Equilateral; Partant par la Proposition précédente l'Angle DAF, est égal à l'Angle EAF; Et par consequent l'Angle BAC, est coupé en deux également; Ce qu'il falloit faire, & démontrer.

Corollaire.

Il suit de cette Proposition qu'on peut couper un Angle Rectiligne donné en 4. 8. 16. 32. 64. & ainsi de suite en doublant toûjours: Car apres l'avoir divisé en deux également, il n'y a qu'à diviser chaque moitié en deux parties égales, puis la moitié de la moitié, &c.

Remarque.



Pratique de cette proposition. Appliquez vostre compas au Point B; & l'ayant ouvert à discrerion, marquez les Points E, & D; puis avec la mesme ou autre ouverture, mettez vostre compas au Point E, & décrivez vers F, un Arc de Cercle; & sans changer d'ouverture transportez vostre compas au Point D, & décrivez un autre Arc qui coupe le premier au Point F; Enfin menez par le Point B, & le Point F, une Ligne Droitte; & cette Ligne coupera l'Angle donné en deux également.

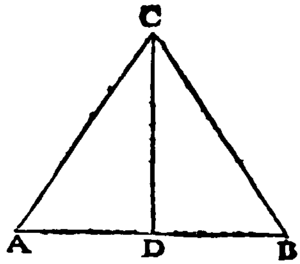
PROPOSITION X.

PROBLEME V.

Couper en deux également une Ligne Droitte donnée, & terminée.

JE suppose que l'on donne la Ligne Droitte AB, qui est terminée, & je propose de la couper en deux parties égales. Pour le faire.

Décrivez sur la Ligne AB, le Triangle Equilateral ACB, par la 1. Prop. puis, par la Proposition précedente, coupez l'Angle ACB, en deux également par la Ligne Droitte CD, cette Ligne coupera la Ligne AB, au Point D; Cela estant, je dis qu'elle sera coupée en deux parties égales. Pour le prouver.



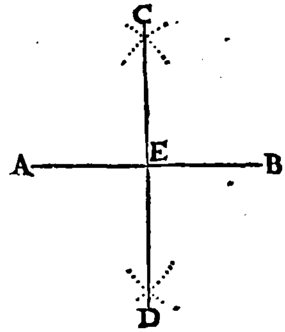
Comparez le Triangle ACD, avec le Triangle BCD; le costé AC, est égal au costé BC, parce que ce sont les costez d'un Triangle Equilateral; le costé CD, est commun aux deux Triangles; Voila donc les deux Costez AC, CD, égaux aux deux costez BC, CD, chacun au sien; De plus l'Angle ACD, compris de ces deux costez, est égal à l'Angle BCD, compris des deux autres, par construction; Donc par la 4. Prop. la Baze AD, est égale à la Baze BD; Et ainsi la Ligne donnée AB, est coupée en deux également; Ce qu'il falloit faire, & démontrer.

Corollaire.

Il suit de cette Proposition qu'on peut couper une Ligne Droitte donnée en 4. 8. 16. 32. 64. &c. & ainsi de suitte, en doublant toûjours; car apres l'avoir coupée en deux également, il ne faut que couper derechef chaque moitié en deux parties égales, puis la moitié de la moitié, &c.

Remarque.

Pratique de cette Propoſition. Appliquez voſtre compas à l'une des extremitez de la Ligne donnée ; & le tenant ouvert plus que de la moitié de cette Ligne, décrivez deux Arcs de Cercle vers C, & vers D ; Tranſportez voſtre compas à l'autre extremité, & avec la meſme ouverture decrivez deux autres Arcs qui coupent les deux premiers aux Points C, & D ; puis du point C, au point D, menez une Ligne Droitte ; cette Ligne coupera la Ligne AB, en deux parties égales au Point E.



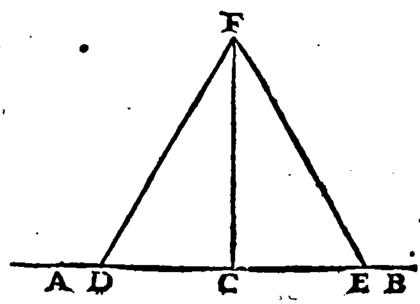
PROPOSITION XI.

PROBLEME VI.

D'un Point donné dans une Ligne Droitte élever une Ligne Perpendiculaire.

JE ſuppoſe que la Ligne AB, ſoit donnée, & le Point C, dans cette Ligne ; Et je propoſe d'élever du Point C, une Ligne Perpendiculaire à AB. Pour le faire,

Prenez ſur la Ligne AB, de part & d'autre du Point C, deux parties égales CD, CE ; Décrivez ſur la Ligne DE, par la 1. Prop. le Triangle Equilateral DFE ; Menez du Point C, au Point F, la Ligne Droitte CF ; Cela eſtant, je dis que cette Ligne

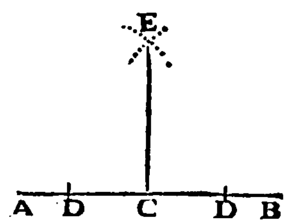


CF, qui part du Point donné C, est Perpendiculaire à la Ligne donnée AB; Pour le prouver.

Comparez le Triangle DCF, avec le Triangle ECF, le Costé CD, est égal au Costé CE, par construction, le Costé CF, est commun aux deux Triangles; Voila donc deux Costez CD, CF, égaux à deux Costez EC, CF, chacun au sien; Deplus la Baze DF, est égale à la Baze EF, parce que ce sont les Costez d'un Triangle Equilateral; Partant (par la 8. Prop.) l'Angle DCF, compris des deux Costez du premier Triangle, est égal à l'Angle ECF, compris des deux Costez de l'autre Triangle; Et ainsi la Ligne CF, qui tombe sur AB, & qui fait des Angles de part & d'autre égaux entr'eux, est perpendiculaire; Nous avons donc d'un Point donné dans une Ligne Droitte, élevé une Perpendiculaire; Ce qu'il falloit faire, & démontrer.

Remarque.

Pratique de cette Proposition. Appliquez vostre compas au Point C, & le tenant ouvert comme il vous plaira, marquez de part & d'autre de la Ligne donnée les deux Points D & D; Ouvrez apres cela un peu davantage vostre compas, & le mettant successivement aux Points D & D, décrivez avec cette ouverture deux Arcs de Cercle qui s'entrecoupent au Point E; puis du Point C, au Point E, menez la Ligne Droitte CE; Et cette Ligne sera Perpendiculaire à la Ligne donnée.



Si le Point donné estoit à l'extremité de la Ligne, il la faudroit prolonger, & pratiquer ensuitte ce qui vient d'estre dit. Il y a encore une autre maniere d'élever une Perpendiculaire à l'extremité d'une Ligne Droitte, qui sera enseignée cy-apres,

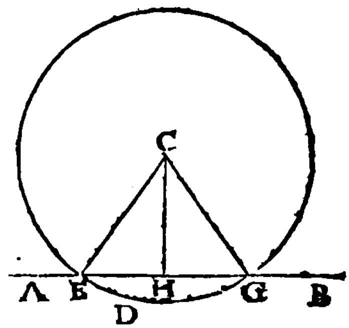
PROPOSITION XII.

PROBLEME VII.

D'un Point donné hors d'une Ligne Droitte indeterminée, abaisser sur cette Ligne, une Ligne Perpendiculaire.

JE suppose qu'on donne la Ligne Droitte AB, qui est indeterminée, & le Point C, hors de cette Ligne; Et je propose d'abaisser du Point C, une Ligne Perpendiculaire à AB. Pour le faire.

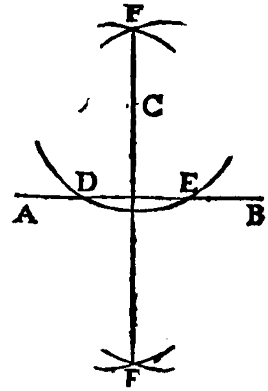
Prenez au delà de la Ligne AB, un Point tel qu'il vous plaira, comme D; puis du Centre C, & de l'Intervalle CD, décrivez un Cercle; Ce Cercle coupera la Ligne AB, aux Points E, & G; Coupez apres cela (par la 10. Prop.) la partie EG en deux également au Point H; Menez du Point C, au Point H, la Ligne Droitte CH; Cela estant, je dis que cette Ligne CH, qui tombe du Point donné C, sur la Ligne AB, luy est Perpendiculaire. Pour le prouver.



Menez les Lignes Droittes CE, CG, & comparez le Triangle EHC, avec le Triangle GHC, le Costé EH, est égal au Costé GH, parce que la Ligne EG, a esté coupée en deux également; le Costé HC, est commun aux deux Triangles; Voila donc les deux Costez EH, HC, égaux aux deux GH, HC; De plus la Baze CE, est égale à la Baze CG, parce que ce sont les rayons d'un mesme Cercle; Partant (par la 8. Prop.) L'Angle CHE, compris des deux premiers Costez, est égal à l'Angle CHG, compris des deux autres. D'où il suit que la Ligne CH, qui tombe sur AB, & qui fait des Angles de part & d'autre égaux entr'eux, eſt Perpendiculaire à AB; Ainſi nous avons d'un Point donné hors d'une Ligne Droitte indeterminée, abaiſſé ſur cette Ligne une Ligne perpendiculaire; Ce qu'il falloit faire, & démontrer.

Remarque.

Pratique de cette Propoſition. Appliquez voſtre compas au Point donné C, & décrivez un Cercle de tel Intervalle qu'il coupe la Ligne AB, aux deux Points D, & E; puis ouvrant tant ſoit peu le compas, & l'appliquant ſucceſſivement aux deux Points D, & E, Décrivez d'une part ou d'autre de la Ligne AB, deux Arcs qui s'entrecoupent au Point F; enfin par le Point F, & par le Point C, menez une Ligne Droitte qui rencontre la Ligne AB; & cette Ligne ſera Perpendiculaire à la Ligne donnée.

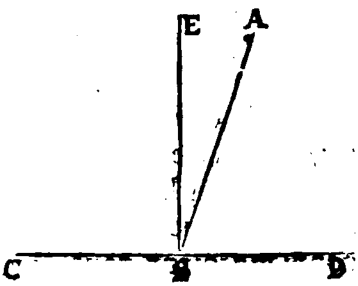


PROPOSITION. XIII.

THEOREME VI.

Quand une Ligne Droitte tombe ſur une autre Ligne Droitte, où elle fait deux Angles Droits, ou deux Angles égaux à deux Droits.

JE ſuppoſe que la Ligne Droitte AB, tombe ſur la Ligne Droitte CD; Cela eſtant, je dis que les deux Angles ABC, ABD, ſont Droits, ou égaux à deux Droits.



Car, ou la Ligne Droitte AB, eſt Perpendiculaire à CD, où elle ne l'eſt pas; Si elle eſt Perpendiculaire, en ce cas, il est évident que les deux Angles ABC, & ABD, sont deux Angles Droits; Si AB n'est pas Perpendiculaire à CD, élevez (par la 11. Prop.) la Ligne BE, qui luy soit Perpendiculaire; Cela estant, les Angles EBC, EBD, sont deux Angles Droits; Mais les deux Angles ABC, ABD, pris ensemble sont égaux aux deux Angles EBC, EBD, avec lesquels ils conviennent; Donc ils sont égaux à deux Droits; Ce qu'il falloit démontrer.

I. Corollaire.

Il suit de cette Proposition, que si la quantité de l'un des deux Angles que fait une Ligue Droitte en tombant sur une autre, est connuë, on connoistra facilement la quantité de l'autre; Car il n'y aura qu'à oster la quantité connuë de la valeur de deux Angles Droits, & le reste sera la quantité de l'autre; Comme par exemple, si l'Angle ABC, estoit connu de 110. degrez, en ostant cette quantité de 180. degrez, le reste 70. degrez seroit la quantité de l'Angle ABD.

II. Corollaire.

Il suit encore de cette Proposition, que si deux Lignes Droittes s'entrecoupent, les quatre Angles qu'elles feront, vaudront quatre Angles Droits; Car deux de ces Angles pris ensemble, & à costé l'un de l'autre, valent deux Droits, par cette Proposition, & les deux restans valent aussi deux Droits, par la mesme raison.

III. Corollaire.

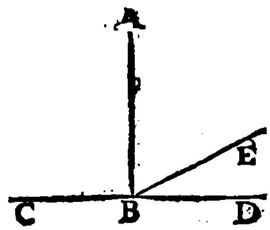
Il suit derechef, que si d'un Point pris dans un Plan, on tiroit tant de Lignes Droittes que l'on voudra sur ce Plan, tous les Angles que feroient toutes ces Lignes, pris ensemble, vaudroient quatre Angles Droits; estant certain qu'ils conviendroient tous, avec les quatre Angles que feroient deux

deux Lignes Droittes qui s'entrecouperoient en ce mesme Point.

PROPOSITION XIV.

THEOREME VII.

Si a un Point de quelque Ligne Droitte se rencontrent deux autres Lignes Droittes, faisant avec elle de part & d'autre deux Angles égaux à deux Droits, ces deux Lignes se rencontreront directement.



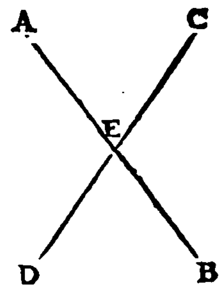
JE suppose, que les deux Lignes Droittes CB, DB, se rencontrent au Point B de la Ligne Droitte AB, & qu'elles font de part & d'autre de cette Ligne les deux Angles ABC, & ABD, égaux a deux Droits; Cela estant, Je dis que ces deux Lignes se rencontrent directement, c'est à dire, qu'elles ne font ensemble qu'une seule Ligne Droitte.

Car si CB, ne concouroit pas directement avec DB, Il s'ensuivroit que CB, estant prolongée vers D, passeroit au dessus ou au dessous de DB; Supposons si vous voulez qu'elle passe au dessus vers E; Cela estant, la Ligne CBE, estant Droitte, & la Ligne AB, tombant dessus, il s'ensuivroit, par la precedente Proposition, que les deux Angles ABC, & ABE, vaudroient deux Angles Droits; Mais, par la supposition les deux Angles ABC, & ABD, valent aussi deux Droits; donc les Angles ABC, & ABE, seroient égaux aux deux Angles ABC, & ABD, c'est à dire la Partie au tout, ce qui est impossible. Il est donc impossible que la Ligne CB, estant prolongée passe au dessus de DB. On prouvera qu'il s'ensuivroit la mesme absurdité, ſi on pretendoit que CB, eſtant prolongée duſt paſſer au deſſous de DB ; Et partant les Lignes CB, DB, ſe rencontrent directement, ou ne font qu'une Ligne Droitte ; Ce qu'il falloit demonſtrer.

PROPOSITION XV.

THEOREME VIII.

Si deux Lignes Droittes s'entrecoupent, les Angles opposez au Sommet ſeront égaux entr'eux.



JE ſuppoſe que les deux Lignes Droittes AB, CD, s'entrecoupent au Point E, au tour duquel elles font quatre Angles ; Cela eſtant, Je dis que les Angles AEC, DEB, qui ſont oppoſez au Sommet ſont égaux entr'eux.

Car puis que la Ligne AE, tombe ſur CD, Il s'enſuit, (par la 13. Prop.) que les Angles AEC, AED, ſont égaux à deux Droits ; De meſme DE, tombant ſur AB, les deux Angles AED, DEB, ſont égaux à deux Droits ; Partant les deux Angles AEC, AED, ſont égaux aux deux Angles AED, DEB ; Oſtant donc l'Angle AED, qui leur eſt commun, les Angles reſtans AEC, DEB, qui ſont oppoſez au Sommet, s'enſuivent égaux ; On prouvera par un ſemblable raiſonnement que les Angles AED, & CEB, qui ſont auſſi oppoſez au Sommet ſont égaux entr'eux ; Donc ſi deux Lignes s'entrecoupent, les Angles qu'elles font oppoſez au Sommet, ſont égaux entr'eux ; Ce qu'il falloit demonſtrer.

Remarque.

Nous pouvons icy établir une Propoſition, qui peut en quelque façon paſſer pour la Converſe de la precedente, à ſçavoir ; que ſi deux Lignes Droittes, venant de part & d'autre d'une autre Ligne droitte ſe rencontrent à un meſme Point de cette Ligne, & font avec elle les Angles oppoſez au Sommet égaux, ces deux Lignes ſe rencontrent directement. Par exemple.

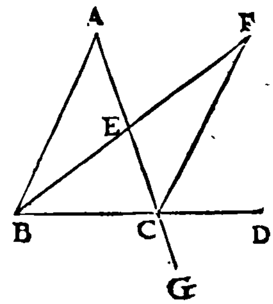
Poſons que les deux Lignes Droittes CE, DE, viennent de part & d'autre de la Ligne Droitte AB, ſe rencontrer au Point E, en ſorte qu'elles faſſent les Angles AEC, DEB, oppoſez au Sommet égaux entr'eux ; Cela eſtant, je dis que ces deux Lignes concourent directement.

Car puiſque les Angles AEC, DEB, ſont ſuppoſez égaux, en leur adjoûtant l'Angle commun AED, il s'enſuivra que les deux Angles AEC, AED, pris enſemble, ſeront égaux aux deux autres BED, AED, auſſi pris enſemble. Or puis que la Ligne DE, tombe ſur la Ligne Droitte AB ; Les deux Angles BED, AED, valent deux Droits, par la 13. Prop. Partant les deux Angles AEC, AED, valent auſſi deux Droits ; Et par conſequent, par la Propoſition precedente, les deux Lignes CE, DE, concourent directement.

PROPOSITION XVI.

THEOREME IX.

Si le Costé d'un Triangle est prolongé, l'Angle exterieur sera plus grand que chacun des deux opposez interieurs.



JE suppose qu'au Triangle ABC, le Costé BC, soit prolongé vers D; Cela estant, je dis premierement que l'Angle exterieur ACD, est plus grand que l'Angle interieur CAB, qui luy est opposé alternativement. Pour le prouver.

Coupez la Ligne AC, en deux parties égales au Point E; Menez par le Point B, & par le Point E, la Ligne Droitte indeterminée BF; Retranchez de cette Ligne, la Partie EF, égale à EB; & du Point C, au Point F, menez la Ligne Droitte CF. Cela posé.

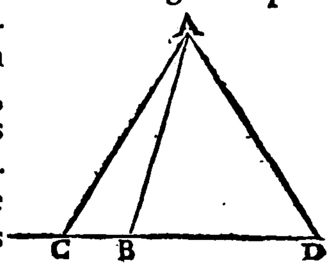
Comparez le Triangle CEF, avec le Triangle AEB; Le Costé EC, du premier Triangle, est égal au Costé EA, du second, puis que la Ligne AC, a esté coupée en deux également; Le Costé EF, a esté fait égal au Costé EB; Voilà donc les deux Costez CE, EF, égaux aux deux Costez AE, EB, chacun au sien. De plus l'Angle CEF, compris des deux Costez CE, EF, est égal à l'Angle AEB, compris des deux autres Costez; parce que ces deux Angles sont opposez au Sommet: Partant par la 4. Prop. la Baze sera égale à la Baze, & les autres Angles égaux aux autres Angles chacun au sien, c'est à dire que l'Angle ECF, ou ACF, sera égal à l'Angle EAB, ou CAB; Or l'Angle ACD, est plus grand que l'Angle ACF, qui n'est que sa partie; Il est donc aussi plus grand que l'Angle CAB; Ce qu'il falloit demonstrer.

Je dis en second lieu, que le mesme Angle exterieur ACD, est plus grand que l'autre Angle interieur ABC, qui luy est simplement opposé. Pour le prouver.

Continuez la Ligne AC, vers G ; l'Angle BCG, est exterieur, & son Opposé alternativement est ABC ; Donc parce qui vient d'estre dit dans la premiere partie de cette Proposition, l'Angle BCG, est plus grand que l'Angle ABC ; Or par la Proposition precedente, l'Angle ACD, est égal à l'Angle BCG, qui luy est opposé au Sommet ; Partant l'Angle ACD, est aussi plus grand que l'Angle ABC ; Ce qu'il falloit demonstrer.

Corollaire.

Il suit de cette Proposition que d'un mesme Point comme A, pris où l'on voudra hors d'une Ligne Droitte, par exemple CD, on ne peut mener vers cette Ligne-là plus de deux Lignes Droittes égales entr'elles ; Car si on pretendoit qu'on en pût mener trois, comme AC, AB, AD ; de ce que les deux Lignes AB, AD, seroient égales ; il s'ensuivroit, par la 5. Prop. que l'Angle ABD, seroit égal à l'Angle D ; Mais puis que les Lignes AC, & AD, seroient aussi égales, il s'ensuivroit aussi que l'Angle ACD, seroit égal au mesme Angle D ; Partant les deux Angles ACD, ABD, qui seroient égaux à l'Angle D, seroient égaux entr'eux, c'est à dire qu'un Angle exterieur seroit égal à son Opposé interieur, ce qui est impossible par la proposition precedente ; Il est donc impossible que d'un Point pris hors d'une Ligne Droitte, on puisse mener sur cette Ligne-là, plus de deux Lignes Droittes égales entr'elles.

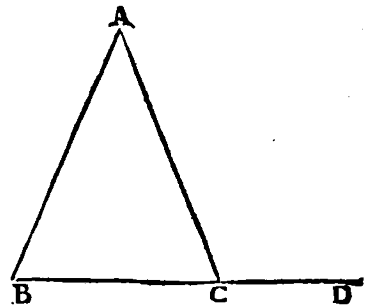


PROPOSITION XVII.

THEOREME X.

En tout Triangle, deux Angles tels que l'on voudra, pris ensemble, valent moins que deux Angles Droits.

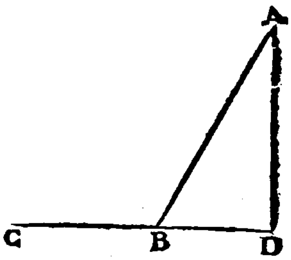
JE suppose le Triangle ABC, Et je dis que deux Angles de ce Triangle tels que l'on voudra, comme ABC, & ACB, pris ensemble, valent moins que deux Angles Droits. Pour le prouver.



Prolongez la Ligne BC, (aux extremitez de laquelle sont ces deux Angles) vers tel costé qu'il vous plaira, comme vers D; L'Angle ACD, est exterieur, & l'Angle ABC, est son Opposé interieur; Donc, par la Proposition precedente l'Angle ABC, est plus petit que l'Angle ACD; Et partant les deux Angles ABC, & ACB, pris ensemble, seront moindres que les deux Angles ACD, & ACB, pris aussi ensemble; Or par la 13. Prop. les deux Angles ACD, & ACB, valent deux Droits; Donc les deux autres ABC, & ACB, valent moins que deux Droits. On prouvera de mesme que ACB, & BAC; ou bien ABC, & BAC, valent moins que deux Droits; Et partant deux Angles d'un Triangle pris comme l'on voudra, valent ensemble moins que deux Droits. Ce qu'il falloit démontrer.

I. *Corollaire.*

Il ſuit de cette Propoſition, que d'un meſme Point comme A, on ne peut faire tomber ſur une Ligne Droitte, par exemple ſur CD, qu'une ſeule Perpendiculaire; Car s'il en pouvoit tomber deux, comme par exemple AD, AB, il s'enſuivroit que chacun des deux Angles ABD, & ADB, ſeroient Droits, & qu'ainſi deux Angles d'un Triangle, ne ſeroient pas moindres que deux Droits; Ce qui eſt contre la Propoſition precedente.

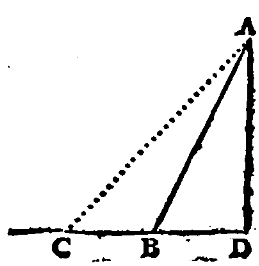


II. *Corollaire.*

Il ſuit encore, que ſi un Angle d'un Triangle eſt Droit, ou Obtus, chacun des deux autres ſera Aigu; Car chacun de ceux-cy eſtant pris avec celuy qui eſt déja Droit, ou Obtus, il s'en doit faire un Tout, moindre que deux Angles Droits. Partant, ſi l'on en oſte celuy qui eſt Droit, ou Obtus, le reſtant ſera moindre qu'un Droit, C'eſt à dire Aigu.

III. *Corollaire.*

Il ſuit en troiſiéme lieu, que ſi une Ligne Droitte, comme AB, tombant ſur une autre Ligne Droitte, comme CD, fait d'une part un Angle Obtus, comme ABC, & de l'autre part un Angle Aigu, comme ABD, en prenant quelque Point dans la Ligne AB, par exemple A, d'où l'on faſſe tomber une Perpendiculaire ſur CD, cette Perpendiculaire tombera de la part de l'Angle Aigu, comme vous voyez icy que



tombe la Ligne AD ; Car si l'on pretendoit que cette Perpendiculaire pût tomber de la part de l'Angle Obtus, comme tombe AC, l'Angle ACB, s'ensuivroit droit. Et d'ailleurs l'Angle ABC, estant supposé Obtus, il s'ensuivroit que deux Angles d'un mesme Triangle, ne seroient pas moindres que deux Droits ; Ce qui est contre la precedente Proposition.

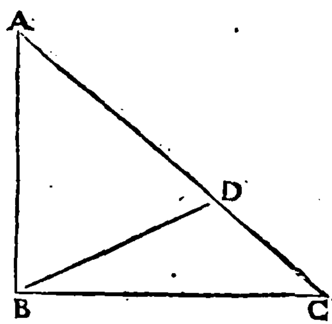
IV. Corollaire.

Il est enfin évident que les trois Angles d'un Triangle Equilateral, ou les deux Angles égaux d'un Triangle Isocelle, sont Aigus ; Car ces Angles estant égaux, si l'un d'eux estoit Droit ou Obtus, les autres le seroient aussi ; Et ainsi deux Angles d'un Triangle ne seroient pas moindres que deux Droits ; ce qui est impossible comme il vient d'estre demonstré.

PROPOSITION XVIII.

THEOREME XI.

En tout Triangle, le plus grand Costé soûtient le plus grand Angle.



JE suppose que dans le Triangle ABC, le Costé AC, soit plus grand que le Costé AB ; Cela étant, je dis que l'Angle ABC, est plus grand que l'Angle C, Pour le prouver.

Retranchez de AC, la partie AD, égale à AB, & menez la Ligne Droitte BD ; le Costé CD, du Triangle BCD, est prolongé vers A, donc par la 16. Prop. l'Angle exterieur ADB, est plus grand que son Opposé interieur

rieur C; D'ailleurs, puis que AD, eſt égal à AB, les Angles ABD, &ADB, ſont égaux, par la 5. Prop. Or l'Angle ABC, eſt plus grand que l'Angle ABD, qui n'eſt que ſa Partie; Il ſera donc auſſi plus grand que l'Angle ADB, & à plus forte raiſon que l'Angle C, qui a eſté prouvé moindre que ADB; Ce qu'il falloit demonſtrer.

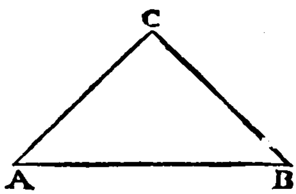
PROPOSITION XIX.

THEOREME XII.

En tout Triangle, le plus grand Angle eſt ſoûtenu par le plus grand Coſté.

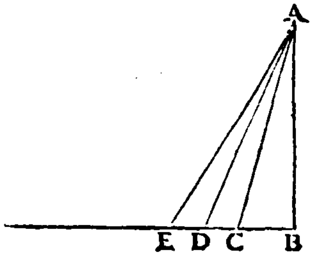
JE ſuppoſe que dans le Triangle ABC, l'Angle C, ſoit plus grand que l'Angle B; Cela eſtant, Je dis que le Coſté AB, qui ſoûtient le plus grand Angle, eſt plus grand que AC, qui ſoûtient le plus petit.

Car ſi AB, n'eſtoit pas plus grand que AC, il s'enſuivroit qu'il luy ſeroit égal, ou moindre; s'il luy eſtoit égal, les Angles B, & C, ſeroient égaux, par la 5. Prop. ce qui eſt contre la Suppoſition. S'il eſtoit plus petit, le Coſté AC, ſeroit plus grand, & par la Propoſition precedente l'Angle B, ſeroit plus grand que l'Angle C; Ce qui eſt encore contre la Suppoſition; Et partant le Coſté AB, ne pouvant eſtre ny égal, ny plus petit que AC, il s'enſuit qu'il eſt plus grand. Ce qu'il falloit démontrer.



Corollaire.

Il ſuit de cette Propoſition, que ſi d'un Point hors d'une Ligne Droitte, on fait tomber ſur cette Ligne tant de Lignes Droittes que l'on voudra, comme AB, AC, AD, AE, l'une deſquelles ſçavoir AB, ſoit Perpendiculaire, cette Perpendiculaire ſera la plus petite de toutes : Car elle ſoûtiendra neceſſairement un Angle Aigu, comme ſont C, D, E ; au lieu que les autres ſoûtiendront un Angle Droit, comme eſt B.

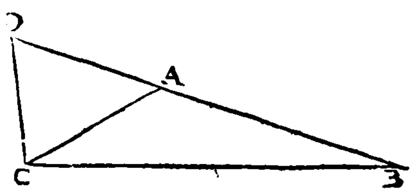


PROPOSITION XX.

THEOREME XIII.

En tout Triangle, deux Coſtez tels que l'on voudra, pris enſemble, ſont plus grands que le troiſiéme.

JE ſuppoſe le Triangle ABC ; Et je dis que deux de ſes Coſtez, tels que l'on voudra, comme AB, AC, pris enſemble, ſont plus grands que le troiſiéme BC ; Pour le prouver.



Prolongez le Coſté AB, vers D, puis ayant fait AD, égal à AC, menez la Ligne Droitte DC ; Cela poſé ; Au Triangle ADC, les Coſtez AC, AD, ſont égaux, par conſtruction ; Donc, par la 5. Prop. l'Angle ACD, eſt égal à l'Angle D ; Or l'Angle BCD, eſt plus grand que ACD, qui n'eſt que ſa Partie ; Donc il eſt auſſi plus grand que l'Angle D, ſon égal.

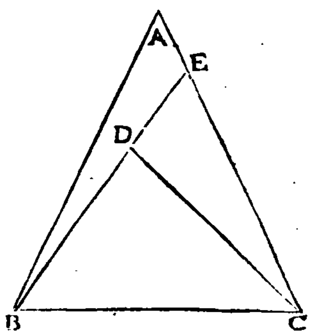
Maintenant, puisque dans le Triangle BDC, l'Angle BCD, est plus grand que l'Angle D, Il s'ensuit par la Proposition precedente, que le Costé BD, est plus grand que le Costé BC; Or les deux Costez BA, AC, du Triangle ABC, sont égaux à BD, par construction; Donc les deux Costez BA, AC, pris ensemble, sont plus grands que BC; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXI.

THEOREME XIV.

Si des extremitez d'un Costé de quelque Triangle, on mene deux Lignes Droittes qui se rencontrent au dedans d'Iceluy, ces deux Lignes seront plus petites que les deux autres Costez de ce Triangle; Mais elles feront un plus grand Angle.

JE suppose le Triangle ABC, & ayant pris un de ses Costez à discretion, comme BC, je mene les deux Lignes Droittes BD, CD, qui se rencontrent en dedans au Point D; Cela estant, je dis, 1°. que ces deux Lignes BD, CD, sont plus petites que les deux Costez BA, AC. Pour le prouver.



Prolongez BD, jusques en E; cela posé; Dans le Triangle BAE, les deux Costez BA, AE, sont plus grands que le troisiéme BE, par la Proposition precedente; donc en leur adjoûtant EC, commun, il s'ensuit que BA, AE, EC, c'est à dire BA, AC, sont plus grands que BE, EC; De mesme au Triangle CED, les deux Costez CE, ED, sont plus grands que le troisiéme CD; Donc en leur adjoûtant DB, commun, Il s'enſuit que CE, ED, DB, C'eſt à dire BE, EC, ſont plus grands que BD, CD ; Mais il a déja eſté prouvé que BA, AC, ſont plus grands que BE, EC ; Donc à plus forte raiſon BA,AC, ſont plus grands que BD, CD ; Ce qu'il falloit demonſtrer.

Je dis en ſecond lieu que l'Angle BDC, eſt plus grand que l'Angle BAC ; Pour le prouver.

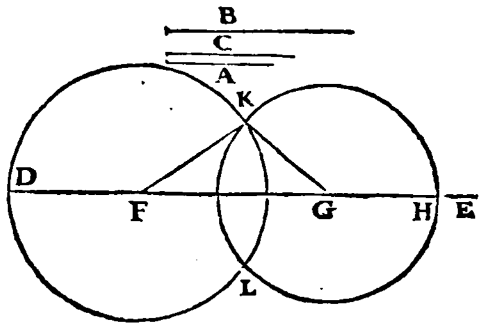
Le Coſté ED, du Triangle CED, eſt prolongé vers B, & l'Angle BDC, eſt exterieur ; donc par la 16. Prop. il ſera plus grand que ſon Oppoſé interieur DEC, ou BEC ; De meſme, le Coſté AE, du Triangle BAE, eſt prolongé vers C, partant l'Angle exterieur BEC, eſt plus grand que ſon Oppoſé interieur BAE, ou BAC ; Mais il a déja eſté prouvé que l'Angle BDC, eſt plus grand que l'Angle BEC ; Donc à plus forte raiſon l'Angle BDC, eſt plus grand que l'Angle BAC ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXII.

PROBLEME VIII.

Décrire un Triangle qui ait les trois Coſtez égaux à trois Lignes Droittes données, qui ſoient telles que deux d'entr'elles, priſes enſemble, ſoient plus grandes que la troiſiéme.

JE ſuppoſe qu'on donne les trois Lignes Droittes A, B, C, deux deſquelles, telles que l'on voudra, comme A, & C, priſes enſemble, ſont plus grandes que la troiſiéme B; Cela eſtant, je propoſe de décrire un Triangle qui ait les trois Coſtez égaux à ces trois Lignes données, chacun à la ſienne ; Pour le faire.



Menez la Ligne Droitte indeterminée DE ; Prenez ſur cette Ligne, la partie DF, égale à l'une de ces trois Lignes Droittes données, par exemple à A ; Prenez enſuite la partie FG, égale à l'une des deux reſtantes, par exemple à B ; Prenez enfin la partie GH, égale à la troiſiéme C ; Décrivez un Cercle du centre F, & de l'Intervalle FD ; Décrivez un autre Cercle du centre G, & de l'Intervalle GH ; Ce ſecond Cercle coupera le premier aux deux Points K, & L ; Prenez l'un de ces deux Points, par exemple K, duquel menez deux Lignes Droittes aux Points F, & G ; Cela eſtant, je dis que le Triangle FGK, a les trois Coſtéz égaux aux trois Lignes Droittes données A, B, C ; Pour le prouver.

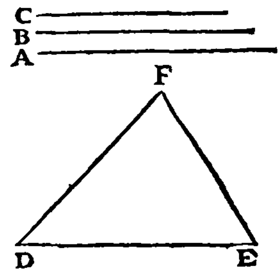
1° Les Lignes FK, FD, ſont égales, eſtant les Rayons d'un meſme Cercle ; Mais FD, a eſté faite égale à la Ligne A ; Donc FK, luy eſt auſſi égale.

2° Le Coſté FG, par la conſtruction, eſt égal à la Ligne B.

3° Les Lignes GK, GH, ſont auſſi égales, eſtant les Rayons d'un meſme Cercle ; Mais GH, a eſté faite égale à la Ligne C ; donc la Ligne GK, eſt auſſi égale à la Ligne C ; Et partant le Triangle FGK, a les trois coſtez égaux aux trois Lignes Droittes données A, B, C ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Remarque.

Pratique de cette Propoſition. Suppoſons qu'on donne les trois Lignes A, B, C ; deux deſquelles priſes comme l'on voudra ſont plus grandes que la troiſiéme.



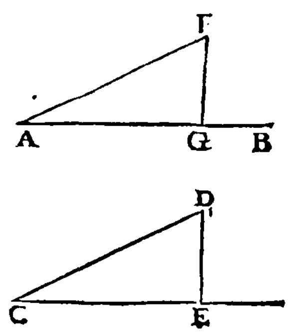
Prenez avec le compas la grandeur de la Ligne A, & la tranſportez en DE ; Prenez en ſuite la grandeur de la Ligne B, & appliquant le compas au Point D, décrivez un Arc de Cercle vers F; Prenez auſſi la grandeur de la Ligne C, & tranſportant le compas au Point E, décrivez encore un Arc de Cercle qui coupe le premier au Point F ; Enfin tirez les Lignes FD, FE, & le Triangle DEF, aura ſes trois Coſtez égaux aux trois Lignes données.

PROPOSITION XXIII.

PROBLEME IX.

Une Ligne Droitte eſtant donnée, & un Point en icelle ; tirer de ce Point une Ligne, qui faſſe avec la Ligne donnée, un Angle égal à un Angle Rectiligne donné.

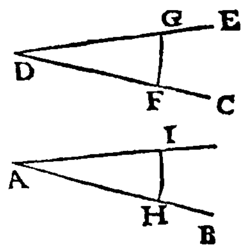
JE ſuppoſe que la Ligne donnée ſoit AB, que le Point donné en icelle ſoit A, & que l'Angle donné ſoit C ; Et je propoſe de tirer du Point A, un Ligne Droitte qui faſſe avec AB, un Angle égal à l'Angle C ; Pour le faire.



Prenez ſur les Lignes CD, CE, tels Points qu'il vous plaira, comme D, & E, & menez la Ligne Droitte DE; Puis ayant pris AG, égal à CE, achevez par la propoſition precedente de décrire le Triangle AGF, qui ait les trois costez égaux aux trois costez du Triangle CDE, sçavoir les deux Costez AG, AF, égaux aux deux costez CE, CD, & la Baze FG, égale à la Baze DE ; D'où il suit, par la 8. Prop. que l'Angle A, est égal à l'Angle C ; Ce qu'il falloit faire.

Remarque.

Pratique de cette Proposition. Supposons que l'on donne le Point A, dans la Ligne Droitte AB, avec l'Angle D; Appliquez le pied du compas au Point D, & de tel Intervalle qu'il vous plaira décrivez l'Arc FG; puis transportant le compas ainsi ouvert au Point A, décrivez l'Arc HI ; Cela fait prenez avec le compas la distance FG, & la transportez de H, en I ; Tirez enfin par le Point A, & par le Point I, la Ligne Droitte AI, & alors l'Angle A, sera égal à l'Angle D.



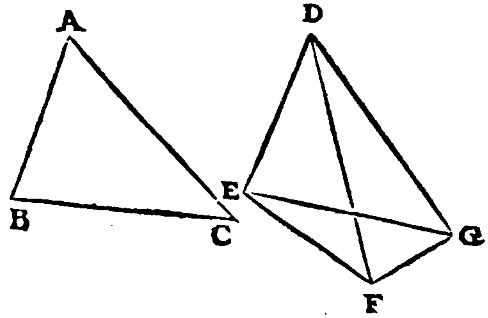
PROPOSITION XXIV.

THEOREME XV.

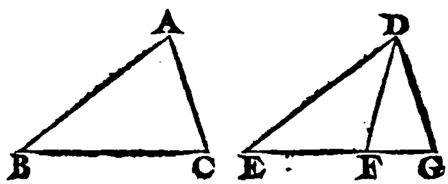
Si deux Triangles ont deux Costez égaux à deux Costez, chacun au sien, & que l'un d'iceux ait l'Angle compris de ces Costez égaux plus grand que l'autre, la Baze sera aussi plus grande que la Baze.

JE suppose que dans les deux Triangles ABC, DEF, le Costé AB, soit égal au Costé DE, le Costé AC, au Costé DF, mais que l'Angle A, soit plus grand que l'Angle EDF ; Cela estant, je dis que la Baze BC, sera plus grande que la Baze EF ; Pour le Prouver.

Tirez par la Propoſition precedente la Ligne DG, qui faſſe avec DE, l'Angle EDG, égal à l'Angle A ; cette Ligne DG, tombera hors le Triangle DEF, puis que l'Angle EDF, eſt ſuppoſé plus petit que l'Angle A ; Faites enſuite DG, égale à DF, ou à AC, ſon égale, & menez la LigneDroitte EG ; cette Ligne paſſera neceſſairement ou au deſſus du Point F, ou par le Point F, ou audeſſous ; Penſons qu'elle paſſe au deſſus, comme icy, & tirons la Ligne FG ; Maintenant en comparant les Triangles DEG, & ABC, les deux Coſtez ED, DG, ſont égaux aux deux Coſtez BA, AC, chacun au ſien, & l'Angle EDG, égal à l'Angle A, par conſtruction ; Partant la Baze EG, eſt égale à la Baze BC, par la 4. Prop. Deplus au Triangle DFG, les deux Coſtez DF, DG, ſont égaux, par conſtruction ; Donc par la 5. Prop. les Angles DFG, DGF, ſur la Baze s'enſuivent égaux ; Or l'Angle EFG, eſt plus grand que l'Angle DFG, qui n'eſt que ſa partie, il eſt donc auſſi plus grand que l'Angle DGF, & à plus forte raiſon que l'Angle EGF, qui n'eſt que partie de DGF ; Cela eſtant, puis qu'au Triangle EFG, l'Angle EFG, eſt plus grand que l'Angle EGF ; Il s'enſuit par la 19. Prop. que le Coſté EG, qui ſoûtient le plus grand Angle, eſt plus grand que le Coſté EF, qui ſoûtient le plus petit ; Mais BC, eſt égal à EG, comme il a eſté prouvé ; Partant BC, eſt plus grand que EF.



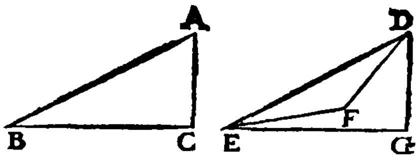
Penſons maintenant que la Ligne EG, paſſe par le Point F, comme dans cette Figure ; auquel cas on monſtrera comme cy-deſſus que EG, eſt égal à BC ; Or



EG,

EG, eſt plus grand que EF, qui n'eſt que ſa partie ; donc BC, ſera auſſi plus grand que la Ligne EF.

Penſons en troiſiéme lieu que la Ligne EG, paſſe au deſſous du Point F, comme icy ; auquel cas la Ligne EG, ſera toûjours prouvée égale à BC ; Or les Lignes DF,



FE, qui ſont menées dans le Triangle DEG, ſont plus petites que les deux DG, GE, par la 21. Prop. Donc ſi de ces deux Tous inégaux on oſte les parties DF, DG, qui ſont égales, par conſtruction, le reſte EF, s'enſuivra moindre que le reſte EG ; & partant moindre que ſon égal BC; ainſi de quelque façon que tombe la Ligne EG, cette Ligne, ou ſon égale BC, ſera toûjours plus grande que EF ; Ce qu'il falloit démontrer.

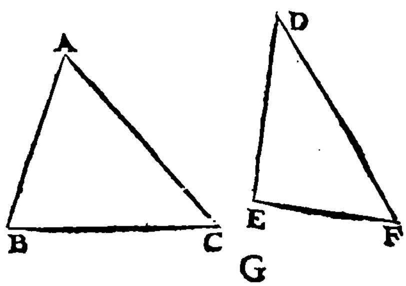
PROPOSITION XXV.

THEOREME XVI.

Si deux Triangles ont deux coſtez égaux à deux coſtez, chacun au ſien, & la Baze plus grande que la Baze, ils auront auſſi l'Angle compris de ces coſtez égaux plus grand que l'Angle.

JE ſuppoſe que dans les deux Triangles ABC, DEF, le Coſté AB, ſoit égal au Coſté DE, le Coſté AC, au Coſté DF, & que la Baze BC, ſoit plus grande que la Baze EF ; Cela eſtant, je dis que l'Angle A, eſt plus grand que l'Angle D.

Car ſi cela n'eſtoit, il luy ſeroit égal, ou plus petit ;

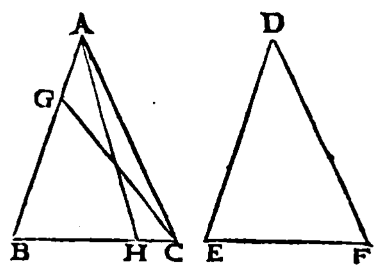


Mais il ne peut luy estre égal ; parce qu'il s'ensuivroit que la Baze BC, seroit égale à la Baze EF, par la 4. Prop. Ce qui est contre la Supposition ; Il ne peut non plus estre plus petit, car il s'ensuivroit que la Baze EF, seroit plus grande que la Baze BC, par la Proposition precedente ; ce qui est aussi contre la Supposition ; Donc l'Angle A, est plus grand que l'Angle D. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVI.

THEOREME XVII.

Si deux Triangles ont deux Angles égaux à deux Angles, chacun au sien, & un Costé égal à un Costé, sçavoir, ou celuy aux extremitez duquel sont les Angles égaux, ou celuy qui soûtient l'un de ces Angles, ils auront aussi les deux autres Costez égaux, chacun au sien, & l'autre Angle égal à l'autre Angle, & tout le Triangle sera égal à tout le Triangle.



JE suppose que dans les deux Triangles ABC, DEF, l'Angle B, soit égal à l'Angle E, l'Angle ACB, à l'Angle F, & que le Costé BC, soit égal au Costé EF, aux extremitez desquels sont les Angles égaux ; Cela estant, je dis que le Costé AB, est égal au Costé DE, le Costé AC, au Costé DF, que l'Angle BAC, est égal à l'Angle D ; Et enfin que tout le Triangle ABC, est égal à tout le Triangle DEF.

Car si AB, n'estoit pas égal à DE, il s'ensuivroit que l'un de ces deux Costez seroit plus grand que l'autre ; Pensons si vous voulez que ce soit AB ; en ce cas retranchez de AB, la partie BG, égale à ED ; Puis tirez la Ligne CG ; Maintenant comparant le Triangle GBC, au Triangle DEF, le Costé GB, sera égal au Costé ED, par construction, le Costé BC, est égal au Costé EF, & l'Angle B, égal à l'Angle E, par Supposition ; Donc par la 4. Prop. la Baze sera égale à la Baze, & l'Angle GCB, égal à l'Angle F ; Mais l'Angle ACB, est supposé égal à l'Angle F ; ainsi il s'ensuivroit que l'Angle GCB, & l'Angle ACB, seroient égaux entr'eux, c'est à dire la partie au tout, ce qui est impossible ; Il est donc impossible, que le Costé AB, soit plus grand que le Costé DE ; On prouvera de mesme que DE, ne sçauroit estre plus grand que AB, donc ces deux Costez AB, DE, sont égaux ; Ensuite dequoy, puis que, par la Supposition, le Costé BC, est égal à EF, & l'Angle B, égal à l'Angle E, Il s'ensuit par la 4. Prop. que la Baze AC, est égale à la Baze DF, que l'Angle BAC, est égal à l'Angle D ; Et enfin que tout le Triangle ABC est égal à tout le Trlangle DEF ; Ce qu'il falloit démontrer.

Supposons maintenant que le Costé AB, qui soûtient l'Angle ACB, & le Costé DE, qui soûtient l'Angle F, sont égaux entr'eux ; Cela estant, je dis que le Costé BC, est égal à EF, le Costé AC, égal à DF, que l'Angle BAC, est égal à l'Angle D ; Et enfin que tout le Triangle ABC est égal à tout le Triangle DEF.

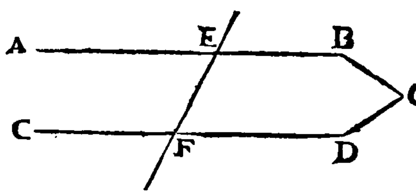
Car si BC, n'estoit pas égal à EF, il s'ensuivroit que l'un de ces deux Costez seroit plus grand que l'autre. Pensons que ce soit BC ; auquel cas retranchez de BC, la partie BH, égale à EF, & tirez la Ligne AH ; Maintenant comparant le Triangle ABH, au Triangle DEF, le Coste BH, sera égal au Costé EF, par construction ; le Costé AB, est égal au Costé DE, & l'Angle B, égal à l'Angle E, par Supposition. Partant par la 4. Prop. la Baze sera égale à la Baze, & l'Angle AHB, sera égal à l'Angle F ; Or l'Angle ACB, est supposé égal à l'Angle F, donc l'Angle AHB, seroit égal à l'Angle ACB, c'est à dire l'Angle exterieur à son Opposé Interieur ; ce qui est impoſſible par la 16. Prop. Il n'eſt donc pas vray que le Coſté BC, ſoit plus grand que EF ; On prouvera de même que EF, n'eſt pas plus grand que BC ; Partant ces deux Coſtez BC, EF, ſont égaux ; Mais le Coſté AB, eſtant ſuppoſé égal à DE, & l'Angle ABC, égal à l'Angle E, il s'enſuit par la 4. Prop. que la Baze AC, eſt égale à la Baze DF, que l'Angle BAC, eſt égal à l'Angle D, & enfin que tout le Triangle ABC, eſt égal à tout le Triangle DEF ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVII.

THEOREME XVIII.

Si une Ligne Droitte tombant ſur deux Lignes Droittes fait les Angles oppoſez alternativement égaux entr'eux, ces deux Lignes ſeront paralleles entr'elles.

JE ſuppoſe que les deux Lignes AB, CD, ſont Droittes ; & que la Ligne EF, tombant deſſus fait les deux Angles CFE, & FEB, qui ſont alternativement oppoſez, égaux entr'eux ; Cela étant, je dis que les Lignes AB, CD, ſont paralleles.



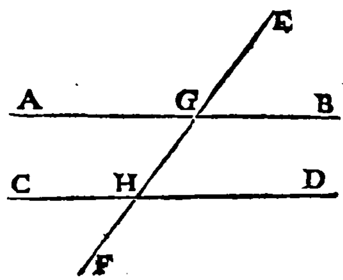
Car ſi elles ne ſont pas paralleles, ces deux Lignes eſtant prolongées d'une part ou d'autre ſe pourront rencontrer. Penſons que ce ſoit vers G ; En ce cas les deux Lignes EG, FG, avec la Ligne EF, formeront le Triangle EFG, dont le Coſté GF, ſe trouve prolongé vers C ; Partant par la 16. Prop. l'Angle exterieur CFE, ſera plus grand que ſon Oppoſé alternativement FEB ; Ce qui eſt contre la Suppoſition ; Donc les deux Lignes AB, CD, ſont paralleles ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVIII.

THEOREME XIX.

Si une Ligne Droitte tombant ſur deux Lignes Droittes fait l'Angle exterieur égal à ſon Oppoſe Interieur de meſme part, ou bien les deux Interieurs de meſme part égaux à deux Droits, ces deux Lignes ſeront paralleles entr'elles.

JE ſuppoſe que les deux Lignes AB, CD, ſont Droittes, & que la Ligne EF, tombant deſſus, & les coupant aux Points G, & H, faſſe l'un des Angles exterieurs comme EGA, égal à l'Angle GHC, qui eſt ſon Oppoſé Interieur de meſme part. Cela eſtant, je dis que les Lignes AB, CD, ſont paralleles.



Car par la 15. Prop. l'Angle HGB, eſt égal à l'Angle EGA; Mais l'Angle EGA, eſt égal à l'Angle GHC, par Suppoſition; Partant l'Angle HGB, eſt égal à l'Angle GHC, qui eſt ſon Oppoſé alternativement. D'où il ſuit, par la Prop. precedente, que les Lignes AB, CD, ſont paralleles; Ce qu'il falloit démontrer.

Je ſuppoſe en ſecond lieu que les deux Angles AGH, & GHC, qui ſont les deux Oppoſez Interieurs de meſme part, ſoient égaux à deux Droits; Cela eſtant je dis encore que les deux Lignes AB, CD, ſont paralleles.

Car puis que les deux Angles AGH, & GHC, ſont égaux à deux Droits, il s'enſuit qu'ils ſont égaux aux deux Angles AGH, & HGB, qui valent auſſi deux Droits, par la 13. Prop. Donc ſi de ces deux Tous qui ſont Egaux l'on oſte l'Angle AGH, qui leur eſt commun, les Angles reſtans GHC, & HGB, qui ſont oppoſez alternativement ſeront égaux; Et partant, par la Propoſition precedente, les deux Lignes AB, CD, ſont paralleles; Ce qu'il falloit démontrer.

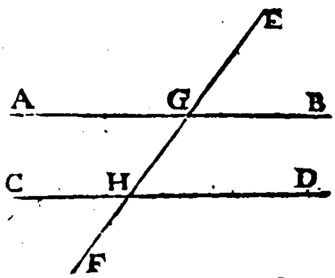
Remarque.

Si on ſuppoſoit que la Ligne AB, inclinaſt tant ſoit peu par l'extremité A, vers la Ligne CD, & qu'ainſi l'Angle AGH, devenant un peu plus petit, les deux Angles AGH, & GHC, pris enſemble valuſſent moins que deux Droits; En ce cas il eſt évident que les Lignes AB, CD, ne ſeroient point paralleles, mais qu'eſtant prolongées elles ſe rencontreroient du Coſté où ces deux Angles valent moins que deux Droits; Et partant nous pouvons eſtablir icy cette verité, Que ſi une Ligne Droitte, tombant ſur deux Lignes Droittes, fait les deux Angles Interieurs de meſme part moindres que deux Droits, ces deux Lignes ne ſont point paralleles; & qu'eſtant prolongées elles ſe rencontreront du Coſté où ces deux Angles valent moins que deux Droits.

PROPOSITION XXIX.

THEOREME XX.

Si une Ligne Droitte tombe sur deux Lignes Droittes paralleles, elle fera les Angles opposez alternativement égaux entr'eux, l'Angle exterieur égal à son Opposé Interieur de mesme part; Et les deux Interieurs de mesme part égaux à deux Droits.



JE suppose que les deux Lignes Droittes AB, CD, soient paralleles, & que la Ligne Droitte EF, tombe dessus, & les coupe aux Points G, & H; Cela estant, je dis premierement que les Angles opposez alternativement, tels que sont AGH, & GHD, sont égaux entr'eux.

Autrement il faudroit que l'un de ces deux Angles fust plus petit que l'autre; Pensons que ce soit AGH; auquel cas AGH, pris avec GHC, vaudroit moins que GHD, pris avec le mesme GHC; Mais GHD, & GHC, valent deux Droits par la 13. Prop. Partant AGH, & GHC, vaudront moins que deux Droits; Et ainsi il s'ensuivroit, par la remarque precedente, que ces Lignes AB, CD, ne seroient point paralleles; Ce qui est contre la Supposition; L'Angle AGH, ne peut donc pas estre plus petit que l'Angle GHD; On prouvera de mesme que l'Angle GHD, ne peut pas estre plus petit que l'Angle AGH; Donc ces deux Angles sont égaux entr'eux; Ce qu'il falloit démontrer.

Je dis en second lieu, que l'Angle Exterieur EGB, est égal à son opposé Interieur de mesme part sçavoir GHD.

Car par la 15. Prop. EGB, est égal à AGH, qui luy est opposé au Sommet ; Or par ce qui vient d'estre prouvé, AGH, est égal à GHD ; Partant EGB, est aussi égal à GHD ; Ce qu'il falloit démontrer.

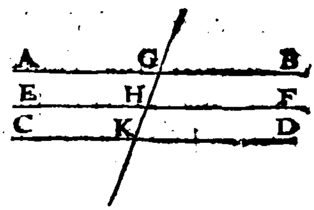
Je dis enfin que les deux Angles Interieurs de mesme part, comme BGH, & GHD, sont égaux à deux Droits.

Car par ce qui vient d'estre prouvé l'Angle GHD, est égal à l'Angle AGH ; Et partant GHD, pris avec HGB, vaudra autant que AGH, pris avec HGB ; Or, par la 13. Prop. AGH, & HGB, valent deux Droits ; Donc GHD, & HGB, valent aussi deux Droits ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXX.

THEOREME XXI.

Les Lignes Droittes paralleles a une mesme, sont paralleles entr'elles.



JE suppose que les Lignes AB, CD, sont paralleles à la Ligne EF ; Cela estant, je dis que ces Lignes sont paralleles entr'elles ; Pour le prouver.

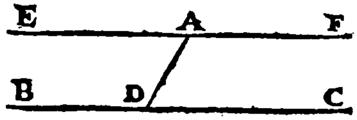
Tirez la Ligne Droitte GK, qui coupe ces trois Lignes aux Points G, H, K ; Ensuite dequoy, puis que les Lignes AB, EF, sont paralleles, par Supposition, & que GK, tombe dessus, il s'ensuit, par la 29. Prop. que les Angles AGH, & GHF, qui sont opposez alternativement, sont égaux entr'eux ; De mesme puis que les Lignes EF, CD, sont aussi supposées paralleles, & que la mesme Ligne GK, tombe dessus, il s'ensuit, par la mesme Prop. que l'Angle exterieur GHF, est égal à son Opposé Interieur HKD ; ainsi les deux Angles AGH, & HKD, qui sont égaux à un mesme, sont égaux entr'eux ; Or

Or ces Angles ſont oppoſez alternativement ; Donc par la 23. Prop. les deux Lignes AB, CD, ſont paralleles ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXI.

PROBLEME X.

Par un Point donné mener une Ligne Droitte parallele à une Ligne Droitte donnée.



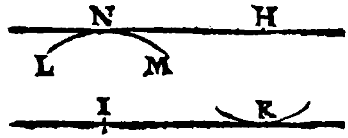
JE ſuppoſe que le Point donné ſoit A, & la Ligne Droitte donnée, BC ; & je propoſe de mener par le Point A, une Ligne, qui ſoit parallele à BC ; Pour le faire.

Tirez du Point A, à tel Point qu'il vous plaira de la Ligne BC, la Ligne Droitte AD, qui faſſe avec BC, un Angle tel qu'il vous plaira, comme ADC ; Menez enſuitte par le Point A, la Ligne Droitte EAF, qui faſſe avec AD, l'Angle EAD, égal à l'Angle ADC ; Cela eſtant, je dis que la Ligne EF, eſt parallele à BC.

Car les Angles EAD, ADC, qui ſont oppoſez alternativement, ſont égaux, par conſtruction ; Partant par la 29. Prop. les Lignes EF, BC, ſont paralleles ; Ce qu'il falloit faire, & démontrer.

Remarque.

Pratique de cette Propoſition. Poſons que la Ligne IK, ſoit donnée, & que le Point donné ſoit H ; Mettez le pied du compas au Point H, & l'ouvrez de telle ſorte qu'en décrivant un Arc de Cercle, il raze la Ligne IK ; Cela fait, tranſportez le compas ainſi ouvert à un Point de la Ligne IK, comme I, & décrivez de la part du Point H, l'Arc LNM, puis tirez part le Point H, une Ligne Droitte qui raze l'Arc LNM, & alors cette Ligne NH, ſera parallele à la Ligne IK.

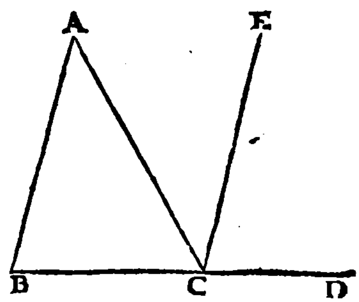


PROPOSITION XXXII.

THEOREME XXII.

En tout Triangle, un des Coſtez eſtant prolongé l'Angle Exterieur eſt égal aux deux Oppoſez Interieurs ; & les trois Angles d'un Triangle ſont égaux à deux Droits.

JE ſuppoſe que du Triangle ABC, le Coſté BC, ſoit prolongé vers D ; Cela eſtant, je dis premierement que l'Angle Exterieur ACD, eſt égal aux deux Oppoſez Interieurs A, & B, pris enſemble. Pour le prouver.



Menez par le Point C, la Ligne Droitte CE, parallele à AB, par la Prop. precedente ; Cela poſé, puis que les Lignes AB, CE, ſont paralleles, & que la Ligne AC, tombe deſſus ; Il s'enſuit, par la 29. Prop. que l'Angle ACE, eſt égal à l'Angle A, qui luy eſt oppoſé alternativement.

De meſme, puis que les Lignes AB, CE, ſont paralleles, & que la Ligne BD, tombe deſſus ; Il s'enſuit par la meſme 29. Prop. que l'Angle Exterieur ECD, eſt égal à ſon oppoſé Interieur B ; Et partant l'Angle total ACD, eſt égal aux deux Angles A, & B ; Ce qu'il falloit démontrer.

Je dis en ſecond lieu que les trois Angles du Triangle ABC, ſont égaux à deux Droits.

Car il vient d'eſtre prouvé que les deux Angles A, & B, ſont égaux à l'Angle ACD ; Or l'Angle ACD, avec l'Angle ACB, ſont égaux à deux Droits, par la 13. Prop. Donc les deux Angles A, & B, avec l'Angle ACB, ſont auſſi égaux à deux Droits ; Ce qu'il failloit démontrer.

I. Corollaire.

Il ſuit premierement de cette Propoſition que les trois Angles d'un Triangle pris enſemble ſont égaux aux trois Angles d'un autre Triangle, pris auſſi enſemble ; Car les trois Angles de l'un valent deux Droits, de meſme que les trois Angles de l'autre.

II. Corollaire.

Il ſuit en ſecond lieu, que ſi deux Angles d'un Triangle ſont égaux à deux Angles d'un autre Triangle, le troiſiéme ſera auſſi égal au troiſiéme.

III. Corollaire.

Il ſuit en troiſiéme lieu, que ſi l'un des Angles d'un Triangle eſt Droit, les deux autres valent autant qu'un Droit.

IV. *Corollaire.*

Il ſuit enfin, que ſi deux Angles d'un Triangle ſont connus, le troiſiéme ſera auſſi connu ; Car ce troiſiéme eſt le reſte de deux Droits.

Remarque.

Par cette Propoſition nous pouvons déterminer à combien d'Angles Droits ſont égaux tous les Angles d'une Figure Rectiligne ; Car ſi de l'un des Angles de cette Figure l'on tire à tous les autres Angles autant de Lignes Droittes qu'il eſt poſſible de former de Triangles, cette Figure ſera diviſée en pluſieurs Triangles, chacun deſquels valant deux Droits, l'on ſçaura la valeur des Angles de cette Figure, puis qu'ils ſont les meſmes que ceux de tous ces Triangles. Ainſi parce qu'une Figure de quatre coſtez ſe peut reſoudre en deux Triangles ; Il s'enſuit que ſes quatre Angles valent quatre Angles Droits ; Et parce qu'une Figure de cinq coſtez ſe peut reſoudre en trois Triangles, ſes cinq Angles valent ſix Angles Droits &c. Et d'autant que toute Figure de pluſieurs Coſtez ſe peut reſoudre en autant de Triangles qu'elle a de Coſtez, moins deux, nous devons conclure que tous les Angles d'une Figure Rectiligne ſont égaux à deux fois autant d'Angles Droits qu'elle a de Coſtez, moins deux ; Ainſi les Angles d'un Decagone valent 16. Angles Droits, ceux d'un Dodecagone valent vingt Angles Droits, & ceux d'un Chiliogone, ou d'une Figure de mille Coſtez valent 1996. Angles Droits.

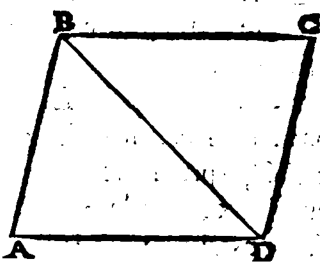
PROPOSITION XXXIII.

THEOREME XXIII.

Si deux Lignes Droittes ſont égales & paralleles, les Lignes Droittes qui joignent leurs extremitez de meſme part, ſont auſſi égales & paralleles.

JE ſuppoſe que les Lignes AD, BC, ſont égales & paralleles, & que leurs extremitez ſont jointes de meſme part par les Lignes Droittes AB, DC; Cela eſtant, je dis que ces Lignes AB, DC; ſont auſſi égales & paralleles: Pour le prouver.

Du Point B, au Point D, tirez la Ligne Droitte BD; Cela poſé, puis que les Lignes Droittes AD, BC, ſont paralleles, & que la Ligne BD, tombe deſſus, il s'enſuit, par la 29. Prop. que les Angles ADB, & CBD, qui ſont oppoſez alternativement ſont égaux entr'eux; Comparant enſuitte les Triangles ABD, & CBD, le Coſté AD, eſt égal au Coſté BC, par Suppoſition, le Coſté BD, eſt commun, l'Angle ABD, eſt égal à l'Angle CBD, comme il vient d'eſtre prouvé; Partant la Baze AB, eſt égale à la Baze CD, & l'Angle ABD, égal à l'Angle CDB, par la 4. Prop. Or ces deux Angles ABD, & CDB, ſont oppoſez alternativement; Donc par la 29. Prop. les Lignes AB, DC, ſont auſſi paralleles; Ce qu'il falloit démontrer.

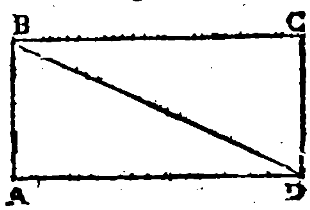


PROPOSITION XXXIV.

THEOREME XXIV.

En tout Parallelogramme les Costez & les Angles opposez sont égaux entr'eux, & la Diagonale le coupe en deux également.

JE suppose que AC, est un Parallelogramme, & que BD, est la Diagonale; Cela estant, je dis que le Costé AB, est égal à son Opposé CD; Le Costé AD, égal à son Opposé BC; Que l'Angle A, est égal à son Opposé C, & que l'Angle ABC, est égal à son Opposé ADC; Et enfin que le Triangle ADB, est égal au Triangle CDB, & qu'ainsi la Diagonale le coupe en deux également.



Car puis que les Lignes AB, CD, sont les Costez opposez d'un mesme Parallelogramme, il s'ensuit qu'elles sont paralleles; Et par consequent la Ligne BD, tombant dessus, les Angles ABD, & BDC, qui sont opposez alternativement, sont égaux entr'eux, par la 29. Prop. Par la mesme raison, les deux Angles ADB, & CBD, qui sont opposez alternativement, sont aussi égaux entr'eux; Ainsi les deux Triangles ABD, BDC, ont deux Angles égaux à deux Angles, chacun au sien, & le Costé BD, aux extremitez duquel sont les Angles égaux, est commun. Partant par la 26. Prop. les deux autres Costez AB, AD, sont égaux aux deux autres Costez CD, CB, chacun au sien, sçavoir AB, à CD, & AD, à CB; l'Angle A, est égal à l'Angle C; Et tout le Triangle ABD, est égal à tout le Triangle CBD; Enfin puis que les deux Angles ABD, & CBD, ont esté separement prouvez égaux aux deux Angles CDB, & ADB, il est évident que l'Angle total ABC, est égal à l'Angle total ADC ; Qui eſt tout ce qu'il falloit démontrer.

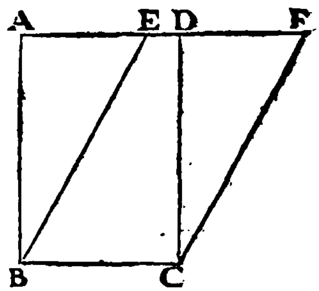
Corollaire.

Il ſuit de cette Propoſition qu'en tout Parallelogramme, ſi un Angle eſt Droit, les trois autres le ſont auſſi. Car puis que les deux Angles Internes d'un Parallelogramme ſont égaux à deux Droits, ſi l'un eſt Droit l'autre l'eſt auſſi ; Et par conſequent auſſi leurs Oppoſez.

PROPOSITION XXXV.

THEOREME XXV.

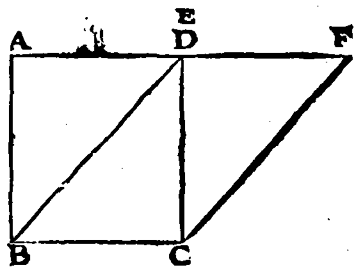
Les Parallelogrammes conſtituez ſur une meſme Baze, & entre meſmes Paralleles, ſont égaux entr'eux.



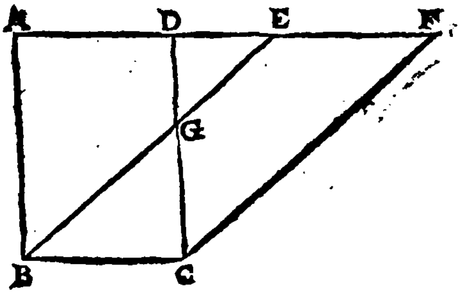
JE ſuppoſe que les Parallelogrammes AC, BF, ſont ſur une meſme Baze, à ſçavoir BC, & entre meſmes Paralleles AF, BC; Cela eſtant, je dis que ces deux Parallelogrammes ſont égaux entr'eux. Pour le prouver.

Cette Suppoſition peut avoir trois cas ; Car ou le Point E, tombera entre A, & D, où il tombera ſur le Point D, ou au delà du Point D.

Au premier cas, le Coſté AD, eſt égal au Coſté BC, qui eſt ſon Oppoſé dans le Parallelogramme AC ; De meſme le Coſte EF, eſt égal au meſme Coſté BC, qui eſt auſſi ſon Oppoſé dans le Parallelogramme BF ; Donc AD, & EF, ſont égaux ; Et ſi l'on en oſte la Partie ED, qui leur eſt commune, les reſtes AE, DF, ſeront égaux entr'eux ; De plus dans le meſme Parallelogramme AC, le Coſté AB, eſt égal au Coſté DC, qui eſt ſon Oppoſé ; Mais puis qu'ils ſont paralleles, & que la Ligne AF, tombe dessus, l'Angle Exterieur CDF, est égal à son Opposé Interieur BAE, par la 29. Prop. D'où il suit que les deux Triangles BAE, CDF, ont deux costez égaux à deux costez chacun au sien, & l'Angle compris de ces costez égal à l'Angle ; Et partant par la 4. Prop. ces deux Triangles BAE, CDF, sont égaux entr'eux ; C'est pourquoy si on leur adjoûte à chacun le Trapeze EBCD, il s'ensuivra que le Triangle BAE, avec ce Trapeze, sera égal au Triangle CDF, avec ce mesme Trapeze, c'est à dire le Parallelogramme AC, au Parallelogramme BF ; Ce qu'il falloit démontrer.



Au second cas, où le Point E, tombe sur le Point D, on prouvera de mesme que le Costé AD, est égal au Costé EF, le Costé AB, au Costé DC, que l'Angle Exterieur CDF, est égal à son Opposé Interieur BAE, & que le Triangle BAE, est égal au Triangle CDF ; C'est pourquoy si on leur adjoûte une chose commune, à sçavoir le Triangle EBC ; Il s'ensuivra que le Parallelogramme AC, sera égal au Parallelogramme BF ; Ce qu'il falloit démontrer.



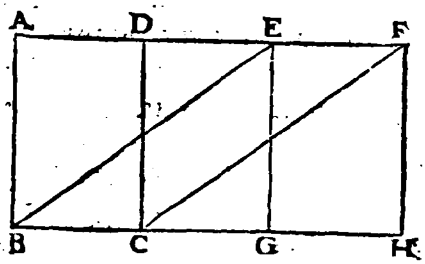
Au troisiéme cas, on prouvera de mesme, que AD, est égal à EF ; & en leur adjoûtant la Partie commune DE, la toute AE, sera égale à la Toute DF ; On prouvera aussi que le Costé AB, est égal au Costé DC, que l'Angle Exterieur D, est égal à son Opposé Interieur A, & que le Triangle BAE, est égal au Triangle CDF ; Donc si on oste de ces deux Triangles, le Triangle commun DGE ; le Trapeze ABGD, restera égal au Trapeze EGCF ; A quoy si l'on l'on adjoûte le Triangle GBC, il s'ensuivra que le Trapeze ABGD, avec ce Triangle, sera égal au Trapeze EGCF, avec ce mesme Triangle, c'est à dire que le Parallelogramme AC, sera égal au Parallelogramme BF ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXVI.

THEOREME XXVI.

Les Parallelogrammes constituez sur Bazes Egales, & entre mesmes Paralleles, sont égaux entr'eux.

JE suppose que les Parallelogrammes AC, EH, sont constituez sur Bazes Egales, sçavoir BC, GH, & entre mesmes Paralleles, AF, BH ; Cela estant, je dis que ces deux Parallelogrammes sont égaux entr'eux. Pour le prouver.

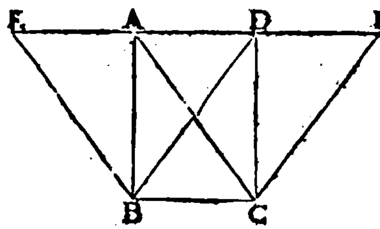


Menez du Point B, au Point E, la Ligne BE, & du Point C, au Point F, la Ligne CF ; Cela posé, BC, est égal à GH, par Supposition ; EF, est aussi égal à GH, estant les Costez opposez d'un mesme Parallelogramme ; Donc BC, est égal à EF ; D'ailleurs BC, EF, sont supposées paralleles ; Donc par la 33. Prop. les Lignes Droittes BE, CF, qui joignent leurs extremitez sont aussi égales & paralleles ; Et par consequent la Figure BF, est un Parallelogramme ; Or ce Parallelogramme est sur la mesme Baze, & entre mesmes Paralleles, que le Parallelogramme AC ; Donc, par la Prop. precedente les deux Parallelogrammes AC, BF, sont égaux entr'eux ; Mais ce mesme Parallelogramme BF, & le Parallelogramme EH, estant sur une mesme Baze, à sçavoir EF, & entre mesmes Paralleles, sont aussi égaux entr'eux ; Et partant les Parallelogrammes AC, EH, qui ont égaux au Parallelogramme BF, sont égaux entr'eux; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXVII.

THEOREME XXVII.

Les Triangles constituez sur une mesme Baze, & entre mesmes Paralleles, sont égaux entr'eux.



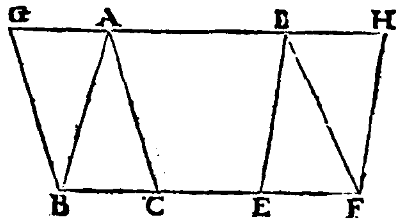
JE suppose que les Triangles ABC, DBC, sont sur une mesme Baze, à sçavoir BC, & entre mesmes Paralleles EF, BC; Cela estant, je dis que ces deux Triangles sont égaux entr'eux. Pour le prouver.

Menez par le Point B, la Ligne Droitte BE, parallele à AC, & par le Point C, la Ligne Droitte CF, parallele à BD, par la 31. Prop. Cela posé, il s'ensuit que les Figures AB, DC, sont des Parallelogrammes, dont les Lignes AB, DC, sont les Diagonales; Et partant par la 34. Prop. les Triangles ABC, DBC, en sont les moitiez; Or les Parallelogrammes AB, DC, estant sur une mesme Baze, à sçavoir BC, & entre mesmes Paralleles EF, BC, sont égaux entr'eux, par la 35. Prop. Donc les Triangles ABC, DBC, qui en sont les moitiez, sont aussi égaux entr'eux; Ce qu'il falloit démonstrer.

PROPOSITION XXXVIII.

THEOREME XXVIII.

Les Triangles constituez sur Bazes Egales, & entre mesmes Paralleles, sont égaux entr'eux.



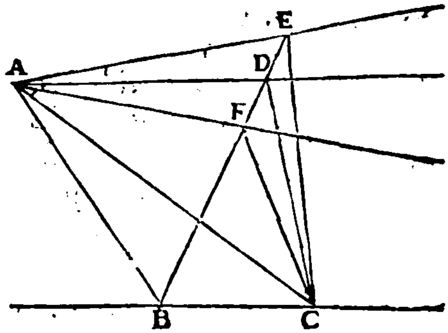
JE suppose que les Triangles ABC, DEF, sont sur Bazes Egales sçavoir BC, EF, & entre mesmes Paralleles, GH, BF ; Cela estant, je dis que ces deux Triangles sont égaux entr'eux. Pour le prouver.

Menez par le Point B, la Ligne Droitte BG, parallele à AC, & par le Point F, la Ligne Droitte FH, parallele à ED, par la 31. Prop. Cela posé, il s'ensuit que les Figures AB, DF, sont des Parallelogrammes, dont les Lignes AB, DF, sont les Diagonales ; Et partant par la 34. Prop. les Triangles ABC, DEF, en sont les moitiez ; Or les Parallelogrammes AB, DF, estant sur des Bazes Egales, BC, EF, & entre mesmes Paralleles BF, GH, sont égaux entr'eux, par la 36. Prop. Donc les Triangles ABC, DEF, qui sont leurs moitiez, sont aussi égaux entr'eux ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXIX.

THEOREME XXIX.

Les Triangles Egaux constituez sur une mesme Baze & de mesme part, sont entre mesmes Paralleles.



JE suppose que les Triangles ABC, DBC, sont égaux, qu'ils sont constituez sur une mesme Baze, à sçavoir BC, & qu'ils sont de mesme part; Cela estant, je dis que ces Triangles sont entre mesmes Paralleles, c'est à dire que si par le Point A, & le Point D, on mene la Ligne Droitte AD, cette Ligne sera parallele à BC; En voicy la preuve.

Car si elle n'estoit pas Parallele, on pourroit par le Point A, mener une autre Ligne parallele à BC, par la 31. Prop. & cette Ligne passeroit ou au dessus ou au dessous de AD. Pensons donc premierement qu'elle passe au dessus, s'il est possible, comme fait icy AE; Puis prolongez la Ligne BD, jusqu'à ce qu'elle rencontre la Ligne AE, au Point E, & tirez la Ligne CE; Cela posé les deux Triangles ABC, EBC, estant sur une mesme Baze & entre mesmes Paralleles seroient égaux entr'eux, par la 37. Prop. Mais par la Supposition le Triangle DBC, est égal au mesme Triangle ABC; Donc le Triangle EBC, seroit égal au Triangle DBC, qui n'est que sa partie, ce qui est impossible; Il est donc impossible qu'une Ligne menée par le Point A, parallele à la Ligne BC, passe au dessus de la Ligne AD.

Pensons maintenant que cette Parallele passe au dessous de AD, comme fait icy AF, & menez la Ligne Droitte CF ; Cela posé le Triangle FBC, seroit égal au Triangle ABC, par la 37 Prop. Mais par la Supposition le Triangle DBC, est égal au mesme Triangle ABC ; Donc le Triangle FBC, seroit égal au Triangle DBC, c'est à dire, la Partie au Tout, ce qui est impossible. Cette Parallele ne peut donc pas passer au dessous de AD, ny au dessus, comme il a esté prouvé ; Donc il ne peut pas y en avoir d'autre que AD ; Et partant AD, est parallele à BC ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XL.

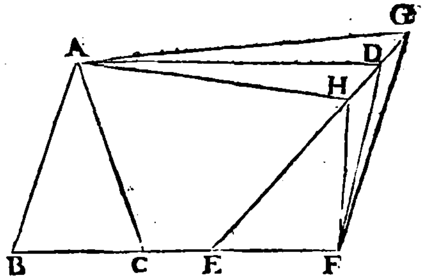
THEOREME XXX.

Les Triangles Egaux, constituez sur Bazes Egales, & de mesme part, sont entre mesmes paralleles.

JE suppose que les Triangles ABC, DEF, sont égaux, qu'ils sont constituez sur Bazes Egales, à sçavoir BC, EF, & qu'ils sont de mesme part ; Cela estant, je dis qu'ils sont entre mesmes Paralleles ; C'est à dire que si par le Point A, & par le Point D, on mene la Ligne Droitte AD, cette Ligne sera Parallele à BF ; Envoicy la preuve. *Voyez la Figure cy-dessous.*

Car si elle n'estoit parallele, on pourroit par le Point A, mener une autre Ligne parallele à BF, par la 31. Prop. & cette Ligne passeroit ou au dessus ou au dessous de AD; Pensons donc premierement qu'elle passe au dessus, s'il est possible, comme fait icy AG, puis prolongez la Ligne ED, jusqu'à ce qu'elle rencontre la Ligne AG, au Point G, & menez la Ligne FG ; Cela posé, les deux Triangles ABC, GEF, estant sur Bazes égales, BC, EF, & entre mesmes Paralleles, seroient égaux entr'eux par la 38.

Prop. Mais par la Suppoſition le Triangle DEF, eſt égal au meſme Triangle ABC ; Donc le Triangle GEF, ſeroit égal au Triangle DEF, qui n'eſt que ſa Partie, ce qui eſt impoſſible ; Il eſt donc impoſſible qu'une Ligne menée par le Point A, parallele à BF, paſſe au deſſus de AD.

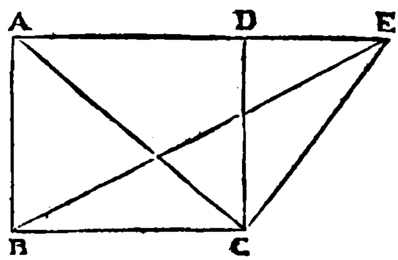


Penſons maintenant que cette Parallele paſſe au deſſous de AD, comme fait icy AH, & menez la Ligne Droitte FH ; Cela poſé, le Triangle HEF, ſeroit égal au Triangle ABC, par la 38. Prop. Mais par la Suppoſition le Triangle DEF, eſt égal au meſme Triangle ABC ; Donc le Triangle HEF, ſeroit égal au Triangle DEF, c'eſt à dire la Partie au Tout, ce qui eſt impoſſible ; Cette Parallele ne peut donc pas paſſer au deſſous de AD ; ny au deſſus, comme il a eſté prouvé ; Donc il ne peut pas y en avoir d'autre que AD ; Et partant AD, eſt parallele à BF ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLI.

THEOREME XXXI.

Si un Parallelogramme & un Triangle sont constituez sur une mesme Baze, & entre mesmes Paralleles, le Parallelogramme sera double du Triangle.



Je suppose que le Parallelogramme AC, & le Triangle EBC, soient constituez sur une mesme Baze, à sçavoir BC, & entre mêmes Paralleles AE, BC ; Cela estant, je dis que le Parallelogramme est double du Triangle. Pour le prouver.

Menez la Diagonale AC ; Cela posé, puis que les Triangles ABC, EBC, sont sur la mesme Baze BC, & entre mesmes Paralleles AE, BC, ils sont égaux, par la 37. Prop. Or le Triangle ABC, est moitié du Parallelogramme AC, d'autant que la Diagonale AC, le coupe en deux également, par la 34. Prop. Donc le Triangle EBC, est aussi moitié du Parallelogramme AC ; Et par consequent le Parallelogramme AC, est double du Triangle EBC ; Ce qu'il falloit démontrer.

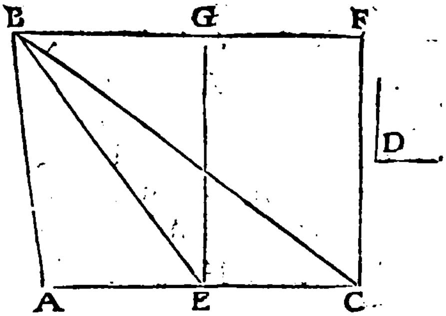
Remarque.

Par là il est aussi évident que si un Parallelogramme & un Triangle estoient constituez sur Bazes Egales, & entre mesmes Paralleles, le Parallelogramme seroit double du Triangle.

PROPOSITION XLII.

PROBLEME XI.

D'écrire un Parallelogramme égal à un Triangle donné; & qui ait un Angle égal à un Angle Rectiligne donné.



JE suppose que l'on donne le Triangle ABC, & l'Angle Rectiligne D; Cela estant, je propose de décrire un Parallelogramme égal au Triangle ABC, & qui ait un Angle égal à l'Angle D; Pour le faire.

Coupez l'un des Costez de ce Triangle, par exemple AC, en deux également au Point E, & de ce Point tirez par la 23. Prop. la Ligne EG, qui fasse avec EC, l'Angle CEG, égal à l'Angle donné D; tirez aussi par la 31. Prop. du Point C, la Ligne CF, parallele à EG; Enfin menez par le Point B, la Ligne BF, parallele à AC; Cela posé, je dis que la Figure EF, est un Parallelogramme, que ce Parallelogramme est égal au Triangle ABC, & qu'il a un Angle égal à l'Angle donné D; Pour le prouver.

Puis que CF, est parallele à EG, & que GF, est parallele à EC, Il est évident que la Figure EF, est un Parallelogramme, qui a l'Angle CEG, égal à l'Angle donné D, par construction; si bien qu'il reste seulement à prouver qu'il est égal au Triangle ABC. Pour le prouver.

Du Point B, au Point E, menez la Ligne Droitte BE; Cela posé, puis que les Triangles BAE, BEC, sont sur des Bazes Egales, AE, EC, & entre mesmes Paralleles, BF, AC, ils sont égaux entr'eux, par la 38. Prop. par consequent le Triangle ABC, qui est composé de ces deux

Triangles

Triangles, eſt double du Triangle BEC ; Mais le Parallelogramme EF, eſt auſſi double de ce meſme Triangle BEC, par la Prop. précedente, puis qu'il eſt ſur la meſme Baze, & entre meſmes Paralleles ; Donc le Triangle ABC, & le Parallelogramme EF, qui ſont doubles d'une meſme choſe, ſont égaux entr'eux ; Ce qu'il falloit faire, & démontrer.

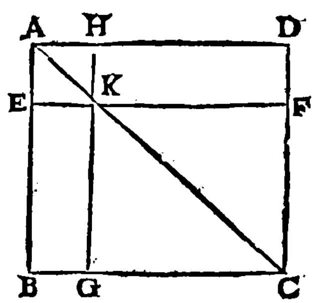
Remarque.

La pratique de cette Propoſition conſiſte ſeulement à faire un Parallelogramme ſur la moitié de la Baze d'un Triangle, & entre meſmes Paralleles ; C'eſt pourquoy nous pouvons établir comme une verité Geometrique, que tout Parallelogramme conſtitué ſur la moitié de la Baze d'un Triangle, & entre meſmes Paralleles, eſt égal à ce Triangle.

PROPOSITION XLIII.

THEOREME XXXII.

En Tout Parallelogramme, les Supplemens des Parallelogrammes qui ſont allentour du Diametre ſont égaux entr'eux.



JE ſuppoſe que la Figure AC, eſt un Parallelogramme, dont le Diametre eſt AC, allentour duquel ſont les Parallelogrammes AK, KC; Cela eſtant, je dis que les Supplemens KB, KD, ſont égaux entr'eux; Pour le prouver.

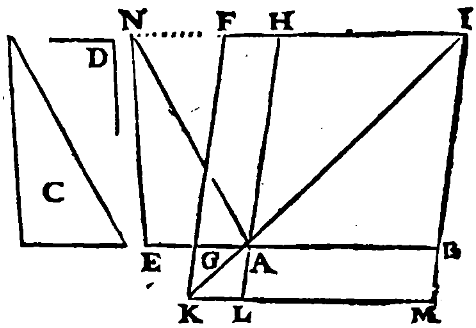
Puis que par la 34. Prop. le Diametre AC, coupe le Parallelogramme AC, en deux également, le Triangle ABC, eſt égal au Triangle ACD ; De meſme, les Parallelogrammes AK, KC, estant coupez en deux également par leurs Diametres AK, KC, le Triangle AEK, est égal au Triangle AKH, & le Triangle KGC, égal au Triangle KCF ; Si donc des Triangles ABC, ACD, qui sont égaux, nous ostons choses égales, sçavoir du Triangle ABC, les deux Triangles AEK, KGC ; & du Triangle ACD, les deux Triangles AKH, KCF, les restes, qui sont les Supplemens KB, KD, seront égaux entr'eux ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLIV.

PROBLEME XII.

Sur une Ligne Droitte donnée décrire un Parallelogramme égal à un Triangle donné, & qui ait un Angle égal à un Angle Rectiligne donné.

JE suppose qu'on donne la Ligne Droitte AB, le Triangle C, & l'Angle Rectiligne D ; Cela estant, je propose de décrire sur AB, un Parallelogramme égal au Triangle C, & qui ait un Angle égal à l'Angle D ; Pour le faire.



Prolongez AB, vers E, & aprés avoir fait AE, égal à un des costez du Triangle C, achevez par la 22. Prop. de décrire le Triangle AEN, égal au Triangle C ; puis par la 42. Prop. décrivez le Parallelogramme AF, égal au Triangle AEN, & qui ait l'Angle HAG, égal à l'Angle D ; Prolongez aprés cela FG, & HA, indefiniment vers K, & vers L ; Prolongez de mesme FH, indefiniment vers I ; & ayant mené par le Point B, la Ligne IBM, parallele à FG, par la 31. Prop. tirez du Point I, où les Lignes IBM, & FHL, se rencontrent, la Ligne Droitte IAK, si longue, qu'elle rencontre la Ligne FGK, au Point K; Enfin menez par le Point K, la Ligne Droitte KLM, parallele à AB, par la 31. Prop. Cela posé, je dis que la Figure AM qui est décrite sur la Ligne Droitte donnée AB, est un Parallelogramme; que ce Parallelogramme est égal au Triangle donné C; & qu'il a un Angle égal à l'Angle donné D; Pour le prouver.

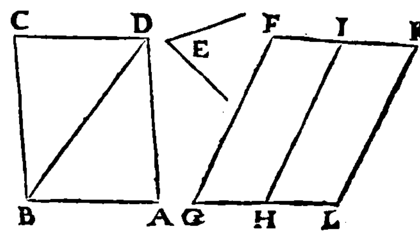
Puis que les Lignes AB, LM, & les Lignes AL, BM, sont paralleles, par construction, il s'ensuit que AM, est un Parallelogramme; Et puis que FI, KM, sont paralleles à AB, elles sont paralleles entr'elles, par la 30. Prop. De plus, les Lignes IBM, FGK, ayant aussi esté faites Paralleles, il est évident que la Figure FM, est un Parallelogramme; Dans lequel les Parallelogrammes AM, AF, estant les Supplemens des Parallelogrammes qui sont allentour du Diametre, il s'ensuit qu'ils sont égaux entr'eux, par la 43. Prop. Or, par la construction, AF est égal au Triangle AEN; Donc AM, est aussi égal au Triangle AEN; Mais ce Triangle a esté fait égal au Triangle C; D'où il suit que le Parallelogramme AM, est aussi égal au Triangle C; D'ailleurs, par la 15. Prop. l'Angle LAB, est égal à l'Angle HAG, qui a esté fait égal à l'Angle D; Et partant l'Angle LAB, est aussi égal à l'Angle D; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XLV.

PROBLEME XIII.

Décrire un Parallelogramme égal à une Figure Rectiligne donnée, & qui ait un Angle égal à un Angle Rectiligne donné.

JE suppose qu'on donne la Figure Rectiligne ABCD, & l'Angle Rectiligne E ; Cela estant, je propose de décrire une Parallelogramme égal à la Figure ABCD, qui ait un Angle égal à l'Angle E ; Pour le faire.



Menez la Ligne Droitte BD, afin de resoudre la la Figure ABCD, en deux Triangles ; Puis, par la 42. Prop. décrivez le Parallelogramme IG, égal à l'un des Triangles, par exemple à ABD, & qui ait l'Angle FGH, égal à l'Angle E ; Ensuite, par la 44, Prop. décrivez sur la Ligne HI, le Parallelogramme IL, égal au second Triangle BCD, & qui ait aussi l'Angle IHL, égal à l'Angle E ; Cela posé, je dis que la Figure FL, composée de ces deux Parallelogrammes, est un Parallelogramme égal à la Figure ABCD ; & qui a un Angle égal à l'Angle donné E ; Pour le prouver.

Les Parallelogrammes qui sont les Parties de la Figure FL, estant égaux aux Triangles qui sont les Parties de la Figure ABCD, Il est évident que la Figure FL, est égale à la Figure ABCD ; Deplus, la Figure FL, a l'Angle FGL, égal à l'Angle donné E ; Il ne reste donc plus qu'à prouver que les deux Parallelogrammes IG, IL, composent ensemble un seul Parallelogramme. Pour le prouver.

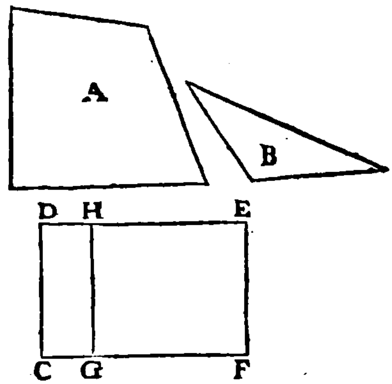
Les deux Costez FG, KL, sont égaux & paralleles, estant égaux & paralleles à IH ; Supposé donc que FK, & GL soient des Lignes Droittes, elles seront aussi égales & paralleles entr'elles, par la 33. Prop. puis qu'elles joignent des Lignes Droittes égales & paralleles. Or je prouve que les Lignes FK, & GL, sont des Lignes Droittes. Premierement, l'Angle G, & l'Angle IHL, sont égaux entr'eux, par const. Si donc on leur adjoute l'Angle commun GHI, les deux Angles G, & GHI, seront égaux aux deux Angles qui ont le Point H pour sommet; Mais les deux Angles G,& GHI, sont égaux à deux Droits, par la 29. Prop. Donc les deux Angles qui ont le Point H pour Sommet sont égaux à deux Droits ; Et partant les Lignes GH, & LH, qui concourent à un mesme Point, font une Ligne Droitte. De mesme, l'Angle K, & l'Angle FIH, sont égaux entr'eux, puisqu'ils sont opposez aux Angles G, & IHL, qui sont égaux entr'eux ; Si donc on leur adjoûte l'Angle commun HIK, les deux Angles K, & HIK, seront égaux aux deux Angles qui ont le Point I pour Sommet ; Mais les deux Angles K, & HIK, sont égaux à deux Droits, par la 29. Prop. Par consequent les deux Angles qui ont le Point I, pour Sommet, sont égaux à deux Droits ; & partant les Lignes FI, & KI, qui concourent à un mesme Point, font une Ligne Droitte. D'où il suit que FL, est un Parallelogramme ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

I. Remarque.

Si la Figure donnée eust eu plus de quatre Costez, il auroit fallu la diviser en tous les Triangles dont elle auroit pû estre composée ; Puis, aprés avoir fait (comme il vient d'estre dit) le Parallelogramme FGLK, égal à deux de ces Triangles, il auroit encore fallu décrire sur LK, un Parallelogramme égal à un autre Triangle, & ayant un Angle au Point K égal à l'Angle donné E ; & ainsi continuer autant de fois de suitte qu'il y auroit eu de Triangles.

II. *Remarque.*

Ensuite de la Proposition précedente, si deux Figures Rectilignes Inégales sont données, l'on pourra trouver l'excez de la plus grande par dessus la plus petite ; Par exemple, si les Figures A & B, sont données, entre lesquelles A, est plus grande que B, il n'y aura qu'à décrire le Parallelogramme CE, égal à la Figure A ; puis décrire sur le costé CD, le Parallelogramme CH, égal à la Figure B ; Car alors il est évident que le Parallelogramme GE, sera l'excez de la Figure A, par dessus la Figure B.

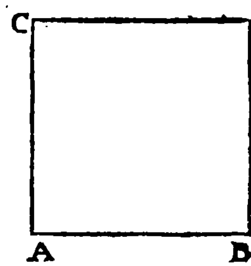


PROPOSITION XLVI.

PROBLEME XIV.

Sur une Ligne Droitte donnée décrire un Quarré.

JE suppose que la Ligne Droitte donnée soit AB, & je propose de décrire sur cette Ligne un Quarré. Pour le faire.



Elevez au Point A, la Ligne Droitte AC, Perpendiculaire à AB, par la 11. Prop. & faites AC, égale à AB ; Puis menez par le Point C, la Ligne CD, Parallele à AB, & par le Point B, la Ligne BD, parallele à AC, par la 31. Prop. Cela posé, je dis que la Figure ACDB, qui est décrite sur la Ligne Droitte donnée AB, est un Quarré. Pour le prouver.

Puis que ABCD, eſt une Figure de quatre coſtez, dont les Oppoſez ont eſté faits paralleles, il s'enſuit que c'eſt un Parallelogramme ; Et par conſequent ſes Coſtez oppoſez ſont égaux, par la 34. Prop. Ainſi CD, eſt égal à AB ; Mais AC, eſt auſſi égal à AB, par conſtruction, Donc CD, eſt auſſi égal à AC ; De meſme BD, eſt égal à AC ; & partant BD, eſt auſſi égal aux deux autres coſtez AB, CD ; D'où il ſuit que le Parallelogramme AD, a ſes quatre coſtez égaux. D'ailleurs, puis que les Lignes AB, CD, ſont paralleles, & que AC, tombe deſſus ; Il s'enſuit par la 29. Prop. que les deux Angles Interieurs A, & C, ſont égaux à deux Droits ; Or l'Angle A eſt droit, par conſtruction ; Donc l'Angle C, eſt auſſi Droit ; Et parce qu'en tout Parallelogramme les Angles oppoſez ſont égaux, les Angles B, & D, qui ſont oppoſez à des Angles Droits, ſont auſſi Droits ; Et par conſequent le Parallelogramme AD, eſt un Quarré ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

I. Remarque.

Il s'enſuit de là, que tout Parallelogramme, qui a deux coſtez égaux allentour d'un Angle Droit, eſt un Quarré.

II Remarque.

Il ſuit auſſi de là, qu'en tout Parallelogramme un Angle eſtant droit, les trois autres le ſont auſſi.

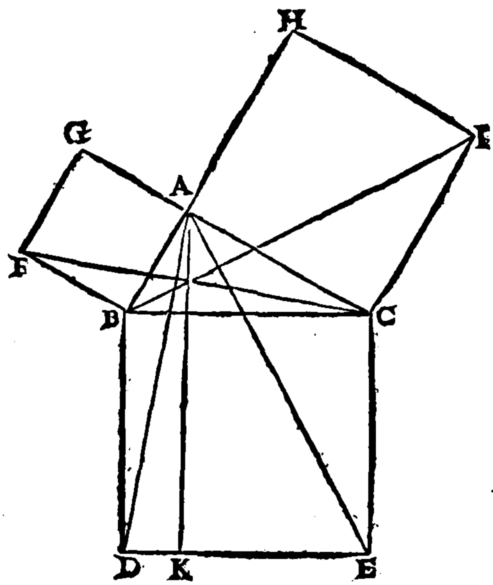
III. Remarque.

Comme les Grandeurs qui conviennent ſont égales entr'elles, il ſuit auſſi aſſez évidemment, que ſi deux Lignes ſont égales, leurs Quarrez ſeront auſſi égaux ; & que ſi deux Quarrez ſont égaux, les Lignes ſur leſquelles ils ſont décrits, ſeront auſſi égales.

PROPOSITION XLVII.

THEOREME XXXIII.

Aux Triangles Rectangles, le Quarré du costé qui soûtient l'Angle Droit, est égal aux Quarrez des deux autres costez.



JE suppose que le Triangle ABC, est Rectangle, que l'Angle BAC, est droit, & que sur ses trois costez on ait décrit les trois Quarrez BE, FA, AI; Cela estant, je dis que le Quarré BE, décrit sur le costé BC, qui soûtient l'Angle Droit BAC, est égal aux deux autres Quarrez FA, AI, décrits sur les deux autres Costez AB, AC; Pour le prouver.

Menez par le Point A, la Ligne Droitte AK, parallele à BD, ou à CE, & menez les Lignes Droittes AD, AE, CF, BI; Cela posé, puis que l'Angle BAC, est droit, par Supposition, & que l'Angle BAG, qui est un des Angles du Quarré FA, est aussi droit, Il s'ensuit par la 14. Prop. que les Lignes GA, AC, concourent directement; De mesme, puis que l'Angle CAB, est droit, & que l'Angle CAH, du Quarré AI, est aussi droit, Il s'ensuit aussi que les Lignes BA, AH, concourent directement; Maintenant,

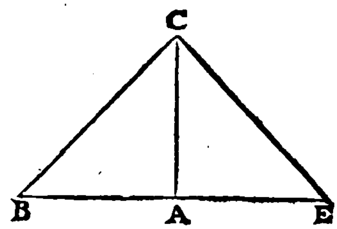
Maintenant, puis que les Lignes BF, GC, qui ſont les Coſtez oppoſez du Parallelogramme ou du Quarré FA, ſont Paralleles, Il s'enſuit par la 41. Prop. que le Parallelogramme FA, eſt double du Triangle FBC, puis qu'ils ſont conſtituez ſur une meſme Baze FB, & entre meſmes Paralleles FB, GC ; De meſme, puis que les Lignes AK, BD, ſont paralleles, par conſtruction, il s'enſuit que le Parallelogramme BK, eſt double du Triangle ABD, eſtant tous deux conſtituez ſur la meſme Baze BD, & entre meſmes Paralleles BD, AK. Comparant maintenant le Triangle CBF, avec le Triangle ABD, le Coſté CB du premier, eſt égal au Coſté BD du ſecond, puis que ce ſont les coſtez d'un meſme Quarré, FA ; Par la meſme raiſon, le Coſté BF du premier, eſt égal au Coſté AB du ſecond ; Si bien que ces deux Triangles ont deux Coſtez égaux à deux Coſtez, chacun au ſien ; De plus l'Angle CBF, composé d'un Angle Droit, & de l'Angle ABC, eſt égal à l'Angle ABD, qui eſt auſſi composé d'un Angle droit, & du meſme Angle ABC ; Donc par la 4. Prop. le Triangle CBF, eſt égal au Triangle ABD ; Et ainſi le Parallelogramme BK, & le Quarré FA, qui ſont doubles de choſes égales, ſont égaux entr'eux, par le 6. Ax. De meſme, puis que les Lignes IC, HB, qui ſont les Coſtez oppoſez du Parallelogramme ou du Quarré AI, ſont paralleles, Il s'enſuit par la 41. Prop. que le Parallelogramme AI, eſt double du Triangle ICB ; De meſme, puis que les Lignes AK, CE, ſont paralleles, par conſtruction, Il s'enſuit que le Parallelogramme CK, eſt double du Triangle ACE, puis qu'ils ſont conſtituez ſur une meſme Baze, CE, & entre meſmes Paralleles, CE, AK. Comparant maintenant le Triangle BCI, avec le Triangle ACE, le Coſté CI du premier, eſt égal au Coſté AC du ſecond, puis que ce ſont les coſtez d'un meſme Quarré, AI ; Par la meſme raiſon, le Coſté CB du premier, eſt égal au Coſté CE du ſecond ; Deplus, l'Angle ICB, compris des deux coſtez du premier Triangle, eſt égal à l'Angle ACE, compris des deux coſtez du ſecond, chacun de ſes

Angles estant composé d'un Angle droit, & de l'Angle ACB ; Donc par la 4. Prop. le Triangle ICB, est égal au Triangle ACE ; Et par consequent, le Parallelogramme CK, & le Quarré AI, qui sont doubles de choses égales, sont égaux entr'eux ; Mais il a déja esté prouvé auparavant, que le Parallelogramme BK, est égal au Quarré FA ; Donc le Quarré BE, qui convient avec les deux Parallelogrammes BK, CK, ou plûtost qui est la mesme chose, est égal aux deux Quarrez FA, AI, pris ensemble ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLVIII.

THEOREME XXXIV.

Si le Quarré de l'un des costez d'un Triangle est égal aux Quarrez des deux autres costez, l'Angle compris de ces deux autres costez est droit.



JE suppose qu'au Triangle ABC, le Quarré du Costé BC, soit égal aux Quarrez des deux autres Costez AB, AC ; Cela estant, je dis que l'Angle CAB, compris des deux Costez AB, AC, est Droit. Pour le prouver.

Elevez au Point A, la Ligne AE, Perpendiculaire à AC, & faites cette Ligne AE, égale à AB ; Puis tirez la Ligne Droitte CE ; Cela posé.

Puisque le Triangle ACE, est Rectangle, il s'ensuit par la Proposition precedente, que le Quarré du Costé CE, qui soûtient l'Angle Droit CAE, est égal aux deux Quarrez de CA, & de AE, ou de AB son égal ; Mais par la Supposition, le Quarré du Costé BC, est aussi égal aux deux Quarrez de CA, & de AB ; Donc le Quarré de BC, & le Quarré de CE, sont égaux entr'eux, par le premier

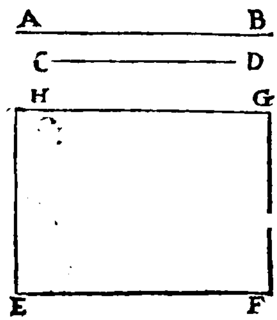
Ax. Et partant les Lignes BC, CE, qui ſont leurs coſtez ſont égales entr'elles, par la troiſiéme Remarque de la 46. Prop. Comparant maintenant le Triangle ABC, avec le Triangle ACE, le Coſté AB, eſt égal au Coſté AE ; Le Coſté AC, eſt commun aux deux Triangles ; Deplus la Baze BC, vient d'eſtre prouvée égale à la Baze CE ; Donc par la 8. Prop. l'Angle CAB, eſt égal à l'Angle CAE ; Mais l'Angle CAE, eſt droit par conſtruction, donc l'Angle CAB, eſt auſſi droit ; Ce qu'il falloit demontrer.

LIVRE SECOND.

DEFINITIONS.

I. LE Rectangle de deux Lignes Droittes, est un Parallelogramme, dont les deux Costez allentour de l'un de ses Angles, sont égaux à ces deux Lignes droittes.

Ainsi le Rectangle des deux Lignes Droittes AB, CD, est le Rectangle EG, qui à l'un de ses costez, sçavoir EF, égal à AB, & l'autre sçavoir EH, égal à CD.



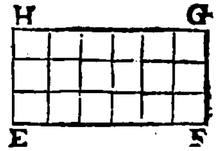
Et ainsi, tout Parallelogramme Rectangle est compris de deux Lignes Droittes, qui font l'Angle Droit.

Remarque.

Pour mesurer la quantité de la Surface d'un Rectangle, il faut se servir d'une petite mesure connuë, telle qu'on voudra, par exemple, d'une Toise quarrée, d'un Pié quarré, d'un Pouce quarré, & voir combien de ces Toises, de ces Piez, ou de ces Pouces quarrez, contient ce Rectangle.

Ainsi, pour trouver la mesure, ou la quantité, de la Surface du Rectangle EG, il faut diviser chacun de ses costez en Toises, en Piez, ou en Pouces, & multiplier l'un par l'autre, & le produit vous donnera ce que vous cherchez.

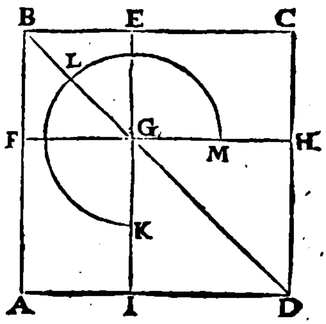
Par exemple, posé que le Costé EF, contienne six Toises, & le Costé EH, en contienne trois, multipliant l'un par l'autre cela fait 18. Toises quarrées, qui est la mesure de la Surface de ce Rectangle.



Et si le Rectangle dont on veut sçavoir la mesure est un Quarré; Il faut sçavoir combien un de ses Costez contient de Toises, de Piez, ou de Pouces, & le multiplier par luy-mesme, & le produit vous en donnera la mesure.

II. Un Gnomon, est une partie d'un Parallelogramme, composée d'un des Parallelogrammes qui sont allentour du Diametre, & des deux Supplemens.

Ainsi dans le Quarré ABCD, le Quarré FE, avec les deux Supplemens AG, GC, est un Gnomon.

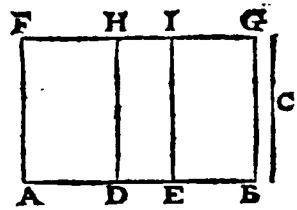


Et pour le désigner, on décrit une portion de Cercle, semblable à KLM, que l'on fait passer par ce Quarré, & par ces deux Supplemens, & que l'on marque avec trois lettres, comme est icy marqué le Gnomon KLM.

PROPOSITION I.

THEOREME I.

Si de deux Lignes Droittes, l'une est coupée en tant de parties que l'on voudra, les Rectangles compris de la non-coupée, & de chacune des parties de la coupée, sont égaux au Rectangle des deux toutes.



JE ſuppoſe que des deux Lignes AB, & C, la premiere AB, ſoit coupée, comme l'on voudra, par exemple, aux points D, & E; Cela eſtant, je dis, que les Rectangles compris de la non coupée C, & de chacune des parties de la coupée, ſçavoir AD, DE, EB, pris enſemble, ſont égaux au Rectangle des deux Toutes AB, & C. Pour le prouver.

Elevez au Point A, la Ligne Droitte AF, perpendiculaire à AB, par la 11. du 1. & égale à C, par la 3. du 1. Puis, par les Points F, & B, menez les Lignes FG, BG, paralleles à AB, & à AF, par la 31. du 1. Elevez aux Points D, & E, les Lignes Droittes DH, EI, perpendiculaires à AB, qui ſeront auſſi paralleles à AF; Cela poſé.

Puiſque AF, eſt égale à C, Il eſt évident que le Parallelogramme AG, eſt le Rectangle des deux Toutes AB, & C; Il eſt d'ailleurs évident que le Rectangle AH, eſt compris de la non-coupée C, ou de ſon égale AF, & de AD, qui eſt la premiere partie de la coupée AB. Deplus, les Lignes DH, & EI, eſtant égales à AF, par la 34. du 1. ou à C ſon égale, les Parallelogrammes DI, EG, ſont les Rectangles compris de la non-coupée C, & de chacune des autres parties de la coupée AB; Or tous ces Rectangles AH, DI, EG, conviennent avec le Rectangle AG; Donc ils luy ſont égaux par le 8. Axiome. Ce qu'il falloit démontrer.

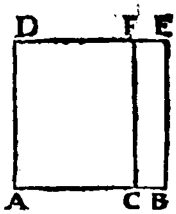
Remarque.

Pour verifier cecy en nombres ; Prenez par exemple les deux nombres 10. & 6. Divisez 10. en trois parties, telles qu'il vous plaira, comme 5. 3. & 2. multipliez 10. par 6. Il viendra 60. qui sera le Rectangle des deux nombres entiers ; Aprés cela multipliez aussi 5, 3, & 2, par 6. & il viendra 30, 18, & 12. qui seront les Rectangles du nombre entier 6. & de chacune des parties du nombre 10. Enfin adjoûtez les trois Rectangles 30, 18, & 12. & la somme sera 60. qui est égale au Rectangle compris des deux nombres entiers 10. & 6.

PROPOSITION II.

THEOREME II.

Si une Ligne Droitte est coupée comme l'on voudra, les Rectangles compris de la Toute & de chacune de ses Parties, sont égaux au Quarré de la Toute.



JE suppose que la Ligne AB, soit coupée comme l'on voudra, par exemple, au Point C ; Et je dis que les Rectangles compris de la Toute AB, & de chacune de ses Parties AC, CB, pris ensemble, sont égaux au Quarré de AB ; Pour le prouver. Décrivez sur AB, le Quarré AE, par la 46. du 1. & élevez au Point C, la Ligne CF, perpendiculaire à AB, qui sera aussi parallele à AD, ou à BE ; Cela posé.

Puisque AD, est égale à AB, le Parallelogramme AF, est le Rectangle compris de la Toute AB, & de la partie AC ; De mesme CF, estant égale à AD, ou à son égale AB, le Parallelogramme CE, est le Rectangle compris de la Toute AB, & de son autre partie CB ; Or les Rectangles AF, CE, conviennent avec le Quarré AE, qui a esté fait sur la Toute AB ; Donc ces Rectangles sont égaux à ce Quarré ; Ce qu'il falloit démontrer.

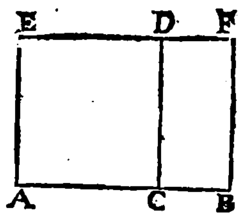
Remarque.

Pour verifier cecy dans un nombre ; Prenez par exemple, 10. & le divisez en deux parties, comme 7. & 3. Cela estant, le Rectangle du nombre entier 10. & de sa partie 7. est 70. Le Rectangle du mesme nombre 10. & de son autre partie 3. est 30. adjoûtez ces deux nombres, cela fait 100. Lequel nombre est égal au Quarré de 10.

PROPOSITION III.

THEOREME III.

Si une Ligne Droitte est coupée comme l'on voudra, le Rectangle de la Toute, & de l'une de ses Parties, est égal au Rectangle des deux Parties, & au Quarré de la Partie premierement prise.



JE suppose que la Ligne AB, soit coupée comme l'on voudra, par exemple au Point C ; Cela estant, je dis que le Rectangle de la Toute AB, & de l'une de ses Parties, par exemple AC, est égal au Rectangle des deux Parties AC, CB, & au Quarré de la Partie AC, qui avoit esté premierement prise. Pour le prouver.

Elevez au Point A, la Ligne AE, perpendiculaire à AB, & égale à AC ; Menez par le Point E, la Ligne EF, parallele à AB, & par le Point B, la Ligne BF, parallele à AE ; & au Point C, élevez la Ligne CD, Perpendiculaire à AB, qui sera aussi parallele à AE, ou à BF ; Cela posé.

Puisque AE, est égale à AC, il s'ensuit que AD, est le Quarré

Quarré de AC ; Par la 1. Remarque de la 46. du 1. Et puisque CD, est égale à AE, ou à AC, son égale, Il s'ensuit que CF, est le Rectangle des deux Parties AC, CB ; Or le Quarré AD, & le Rectangle CF, conviennent avec AF, qui est le Rectangle de la Toute AB, & de la Partie AC ; Donc le Rectangle AF, est égal au Rectangle CF, & au Quarré AD ; Ce qu'il falloit démontrer.

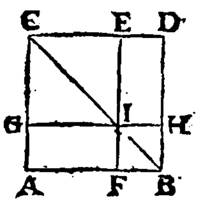
Remarque.

Pour verifier cecy dans un nombre ; Prenez par exemple 10. divisez-le en deux Parties comme 7. & 3. Cela estant, le Rectangle des deux Parties 7. & 3. est 21. le Quarré de la premiere Partie 7. est 49. adjoûtez ces deux nombres, cela fait 70. Lequel nombre est égal au Rectangle du nombre entier 10. & de sa premiere Partie 7.

PROPOSITION IV.

THEOREME IV.

Si une Ligne Droitte est coupée comme l'on voudra, le Quarré de la Toute est égal aux deux Quarrez des Parties, & a deux Rectangles faits des deux Parties.



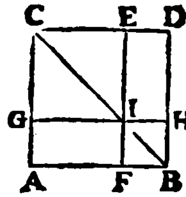
JE suppose que la Ligne AB, soit coupée comme l'on voudra, par exemple au Point F ; Cela estant, je dis que le Quarré de la Toute AB, est égal aux deux Quarrez des Parties AF, FB, & à deux Rectangles faits de ces deux Parties. Pour le prouver.

Décrivez sur la Ligne AB, le Quarré AD ; menez la Diagonale CB ; Elevez au Point F, la Ligne FE, Perpendiculaire à AB, qui sera aussi parallele à AC, & à BD ; & par le Point I, où la Ligne FE, coupe la Diagonale CB,

M

menez la Ligne Droitte GIH, parallele à AB ; Cela posé.

Puisque les Lignes AC, AB, qui sont les costez du Quarré AD, sont égales, Il s'ensuit par la 5. Prop. du 1. que le Triangle ABC, a les Angles ABC, & ACB, sur la Baze BC, égaux entr'eux ; D'ailleurs, les Lignes GH, & AB, estant Paralleles, & la Ligne CIB, tombant dessus, l'Angle Exterieur GIC, est égal à son opposé Interieur ABC, par la 29. du 1. Or l'Angle ACB, est égal à l'Angle ABC ; Donc l'Angle ACB, ou GCI, est égal à l'Angle GIC ; Et par consequent dans le Triangle CGI, les Costez CG, GI, qui soûtiennent ces deux Angles, sont égaux entr'eux, par la 6. du 1.



D'ailleurs, puisque dans le Parallelogramme GE, l'Angle GCE, est Droit, estant un des Angles du Quarré AD, Il s'ensuit par la 2. Remarque de la 46. Prop. du 1. que ce Parallelogramme GE, à ses quatre Angles Droits ; Et puisque les deux Costez CG, GI, qui sont allentour d'un de ces Angles Droits, sont égaux entr'eux ; Il s'ensuit par la 1. Remarque de la mesme Prop. que ce Parallelogramme CE, est le Quarré de GI, ou de son égale AF. De mesme, puisque les Lignes AC, FE, sont paralleles, & que la Ligne BIC, tombe dessus, l'Angle Exterieur FIB, est égal à son opposé Interieur ACB ; Mais l'Angle ABC, est égal à ACB, donc l'Angle ABC, ou FBI, est égal à l'Angle FIB ; Et par consequent dans le Triangle BFI, les deux Costez FI, FB, qui les soûtiennent sont aussi égaux entr'eux ; D'où il suit que le Parallelogramme FH, qui a deux costez égaux allentour de l'Angle Droit IFB, est le Quarré de la Partie FB. Deplus, AI, ID, sont deux Parallelogrammes Rectangles, puisque leurs Costez opposez sont paralleles, & que les Angles A, & D, estant Droits, tous les autres le sont aussi ; Or AI, est le Rectangle de AF, FI, ou bien de AF, FB ; & ID, est le Rectangle de DH, HI, ou de leurs égales AF, FB ; Mais ces deux Rectangles AI, ID, avec les deux Quarrez GE, FH, conviennent avec le Quarré

AD ; Donc ce Quarré leur est égal. Ce qu'il falloit démontrer.

I. Remarque.

Il suit de cette Proposition, Que quand deux Lignes Droittes paralleles aux costez d'un Quarré coupent la Diagonale de ce Quarré en un mesme Point, les Parallelogrammes qui se font allentour du Diametre sont des Quarrez.

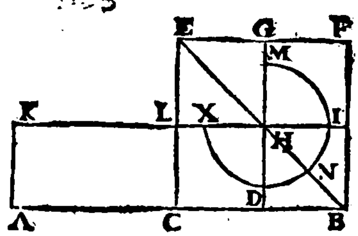
II. Remarque.

Pour verifier cecy dans un nombre ; Prenez par exemple 10. & le divisez en deux Parties comme 7. & 3. Cela estant, le Quarré de 7. est 49. le Quarré de 3. est 9. le Rectangle des deux Parties 7. & 3. est 21. Ce mesme Rectangle pris encore une fois est encore 21. adjoûtez ces deux Quarrez & ces deux Rectangles, cela fait 100. Lequel nombre est égal au Quarré du nombre entier 10.

PROPOSITION V.

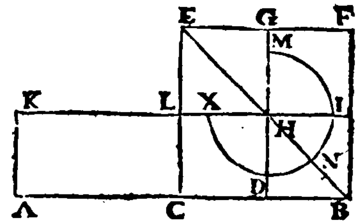
THEOREME V.

Si une Ligne Droitte est coupée en deux Parties égales, & en deux Inégales, le Rectangle compris des deux Parties Inégales, avec le Quarré de la Partie du milieu, sont egaux au Quarré de la moitié de la Toute.



JE suppose que la Ligne Droitte AB, soit coupée en deux parties égales au Point C, & en deux Inégales Point D ; Cela estant, je dis que le Rectangle compris des deux parties Inégales AD, DB, avec le Quarré de la Partie du milieu CD, sont égaux au Quarré de la moitié de la Toute CB ; Pour le prouver.

Decrivez sur CB, le Quarré CF ; tirez la Diagonale BE; Elevez au Point D, la Ligne DG, Perpendiculaire à AB, qui sera aussi parallele à BF, & à CE ; Puis, par le Point H, ou la Ligne DG, coupe la Diagonale, menez la Ligne Droitte IHK, parallele à BA ; Enfin menez par le Point A, la Ligne AK, parallele à CE ; Cela posé.



Il suit de la 1. Remarque sur la Proposition precedente que LG, est un Quarré, à sçavoir celuy de LH, ou de son égale CD ; Par la mesme raison, DI est aussi un Quarré ; & partant DH, est égale à DB ; Par consequent le Rectangle AH, est le Rectangle compris des deux Parties Inégales AD, DB ; De sorte qu'il ne s'agit plus que de prouver que le Rectangle AH, avec le Quarré LG, sont égaux au Quarré CF ; Pour le prouver.

Les Rectangles CH, HF, sont égaux entr'eux par la 43. du 1. Si donc on leur adjoûte le Quarré DI, les Rectangles CI, DF, seront aussi égaux entr'eux ; Mais le Rectangle AL, est égal à CI, par la 36. Prop. du 1. donc il est aussi égal à DF ; Maintenant, si à ces deux choses égales, on adjoûte le Rectangle CH, le Rectangle AH, sera égal au Gnomon MNX ; Et si l'on adjoûte à ce Rectangle & à ce Gnomon, le Quarré LG, le Rectangle AH, & le Quarré LG, pris ensemble, seront égaux au Gnomon MNX, & au Quarré LG, pris aussi ensemble ; Or ce Gnomon & ce Quarré composent le Quarré CF ; Donc le Rectangle AH, avec le Quarré LG, sont égaux au Quarré CF ; Ce qu'il falloit démontrer.

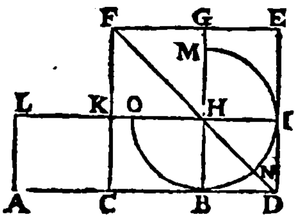
Remarque.

Pour verifier cecy dans un nombre ; Prenez par exemple 20. Divisez ce nombre en deux parties égales 10. & 10. & en deux Inégales 17. & 3. Cela estant, le nombre du milieu sera 7. Multipliez maintenant 17. par 3. le Produit est 51. Quarrez le nombre 7. vous aurez 49. Ces deux nombres joints ensemble font 100. qui est le Quarré de 10. ou de la moitié de 20.

PROPOSITION VI.

THEOREME VI.

Si une Ligne Droitte est coupée en deux parties égales, & qu'on luy adjoûte directement une autre Ligne Droitte, le Rectangle compris de la Toute & de l'adjoûtée, comme d'une seule Ligne, & de l'Adjoûtée, avec le Quarré de la moitié de la Toute, sont égaux au Quarré de la moitié de la Toute & de l'adjoûtée, comme d'une seule Ligne.

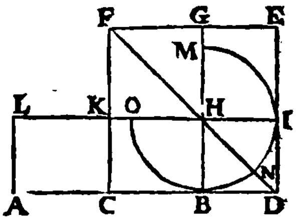


JE suppose que la Ligne Droitte AB, soit coupée en deux Parties égales au Point C, & qu'on luy adjoûte directement la Ligne BD; Cela estant, je dis que le Rectangle compris de AD, BD, avec le Quarré de CB, sont égaux au Quarré de CD; Pour le prouver.

Décrivez sur la Ligne CD, le Quarré CE; tirez la Dia-Diagonale DF; Elevez au Point B, la Ligne BG, Perpendiculaire à AD, qui sera aussi parallele à DE, & à CF; Puis, par le Point H, où la Ligne BG, coupe la Diagonale, menez la Ligne IHL, parallele à AD; Enfin menez par le Point A, la Ligne AL, parallele à CF; Cela posé.

Puisque par la premiere Remarque de la 4. Prop. BI est un Quarré, DI est égale à BD, & ainsi le Rectangle AI, est le Rectangle compris de AD, BD.

Par la mesme Remarque, KG est aussi un Quarré, & le Quarré de KH, ou de son égale CB ; Desorte qu'il ne s'agit plus que de montrer que le Rectangle AI, avec le Quarré KG, sont égaux au Quarré CE. Pour le prouver.



Les Rectangles AK, & CH, qui sont constituez sur Bazes égales , & entre mesmes Paralleles sont égaux entr'eux, par la 36. Prop. du 1. Mais les Rectangles HE, & CH, sont aussi égaux entr'eux par la 43. Prop. du 1. & ainsi le Rectangle AK, & le Rectangle EH, qui sont égaux à un mesme Rectangle, sont égaux entr'eux; Si donc on leur adjoûte le Rectangle CI, le Rectangle AI, sera égal au Gnomon MNO ; Maintenant, si on adjoûte à ce Rectangle & à ce Gnomon le Quarré KG, le Rectangle AI, avec le Quarré KG, sera égal au Gnomon MNO, avec ce mesme Quarré KG ; Or ce Gnomon & ce Quarré composent le Quarré CE ; Donc le Rectangle AI, & le Quarré KG, sont égaux au Quarré CE ; Ce qu'il falloit démontrer.

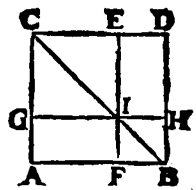
Remarque.

Pour verifier cecy dans un nombre ; Prenez par exemple 10. divisez ce nombre en deux Parties égales 5. & 5. adjoûtez 3. à 10. cela fera 13. Cela estant, le Rectangle de 13. & de 3. est 39. Le Quarré de la moitié 5. est 25. Or 39. & 25. font 64, qui est aussi la valeur du Quarré du nombre 8. composé de la moitié 5. & du nombre adjoûté 3.

PROPOSITION VII.

THEOREME VII.

Si une Ligne Droitte est coupée comme l'on voudra, le Quarré de la Toute, & le Quarré de l'une de ses Parties, sont égaux au Quarré de l'autre Partie & a deux Rectangles faits de la Toute, & de la Partie premierement prise.



JE suppose que la Ligne AB, soit coupée comme l'on voudra au Point F ; Cela estant, je dis que le Quarré de la Toute AB, & le Quarré de l'une de ses Parties, par exemple de AF, sont égaux au Quarré de l'autre Partie FB, & a deux Rectangles faits de la Toute AB, & de la Partie AF, qui avoit esté premierement prise. Pour le prouver.

Décrivez sur la Ligne AB, le Quarré AD ; menez la Diagonale BC ; Elevez au Point F, la Ligne FE, perpendiculaire à AB, qui sera aussi parallele à AC, & à BD ; Puis, par le Point I, ou la Ligne FE, coupe la Diagonale, menez la Ligne GIH, parallele à BC, Cela posé.

Puisque AD, est un Quarré, AC est égale à AB ; & par consequent le Rectangle AE, est compris de la Toute AB, & de sa Partie AF ; D'ailleurs, puisque FH, & GE, sont des Quarrez, par la premiere Remarque de la 4. Prop. le Rectangle GD, compris de CD, qui est égale à AB, & de CG, qui est égale à GI, ou à AF, est aussi compris de AB, & de AF ; De sorte qu'il ne s'agit plus que de prouver que le Quarré AD, & le Quarré GE, sont égaux au Quarré FH, & aux deux Rectangles AE, & GD ; Pour le prouver.

Le Quarré AD, est déja égal au Quarré FH, & aux deux Rectangles AE, ID, pris ensemble, par le 8. Ax. Si donc on leur adjoûte le Quarré commun GE, il s'ensuivra que le Quarré AD, & le Quarré GE, seront égaux au Quarré FH, au Rectangle AE, au Rectangle ID, & au Quarré GE; Mais le Rectangle ID, & le Quarré GE, composent ensemble le Rectangle GD; Et partant le Quarré AD, & le Quarré GE, sont égaux au Quarre FH, & aux deux Rectangles AE, & GD; Ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

Pour verifier cecy dans un nombre; Prenez par exemple 10. & le divisez en 7. & 3. Cela estant, le Quarré du nombre entier 10. est 100. Le Quarré de la Partie 7. est 49. Ces deux Quarrez font ensemble 149. D'ailleurs le Quarré de l'autre Partie 3. est 9. le Rectangle compris du nombre entier 10. & de la Partie premierement prise 7. est 70. Le mesme Rectangle pris une seconde fois est encore 70. Or 9, 70. & 70. font aussi 149.

PROPOSITION VIII.

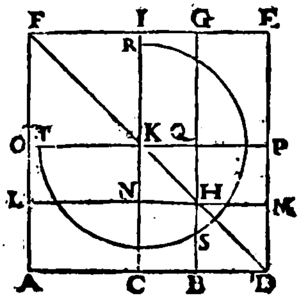
THEOREME VIII.

Si une Ligne Droitte est coupée comme l'on voudra, quatre fois le Rectangle compris de la Toute & de l'une de ses Parties, avec le Quarré de l'autre Partie, sont égaux au Quarré de la Toute & de la Partie premierement prise comme d'une seule Ligne.

JE suppose que la Ligne AB, soit coupée, comme l'on voudra au Point C; Cela estant, je dis que quatre fois le Rectangle de AB, CB, avec le Quarré de l'autre Partie AC, sont égaux au Quarré de la Toute AB, & de la Partie premierement prise CB, comme d'une seule Ligne. Pour le prouver.

Continuez

Continuez AB, vers D, & faites BD, égale à BC, puis ayant décrit sur la Ligne AD, le Quarré AE, menez la Diagonale DF ; Elevez aux Points B, & C, les Perpendiculaires BG, & CI, qui seront aussi paralleles à AF, & à DE ; Et par les Points H, & K, où BG, & CI, coupent la Diagonale DF, menez les Lignes LHM, & OKP, paralleles à AD ; Cela posé.



Premierement par la premiere Remarque de la 4. Prop. BM, & LG, sont des Quarrez ; Ensuite dequoy NQ, & OI, sont aussi des Quarrez ; Or puisque BM, est un Quarré, la Ligne BH, est égale à BD, laquelle ayant esté faite égale à BC, Il s'ensuit que la Ligne BH, est égale à BC ; Et ainsi que le Rectangle CH, est un Quarré ; Et d'autant que les Quarrez BM, & CH, ont le Costé BH, commun, il s'ensuit que ces deux Quarrez sont égaux entr'eux ; Et par la mesme raison les Quarrez CH, & NQ sont aussi égaux, puisqu'ils ont le Costé NH, commun ; D'où il suit que les Quarrez BM, NQ, sont égaux entr'eux, puisqu'ils sont tous deux égaux à CH ; Cela estant, HM, est égal à HQ, puisque ce sont les costez de Quarrez égaux ; Et partant HP, est encore un Quarré égal aux trois autres ; Ensuite dequoy il est évident que les Rectangles AH, & LQ, sont compris de la Toute AB, & de sa Partie BC ; Et puisque par la 43. Prop. du 1. le Rectangle HE, est égal au Rectangle AH, il s'ensuit que le Rectangle HE, est aussi compris de AB, & de BC ; D'ailleurs les Rectangles IQ, & GP, estant sur des Bazes égales KQ, QP, & entre mesmes Paralleles IE, & KP, sont égaux entr'eux, par la 36. Prop. du 1. Si donc on leur adjouste les Quarrez égaux BM, & QM, Il s'ensuivra que OI, pris avec BM, sera équivalent à GP, pris avec QM, c'est à dire au seul Rectangle GM, ou HE ; Et ainsi le Gnomon RST, est égal à quatre fois le Rectangle compris de AB, BC ; Maintenant si à ces deux choses égales on adjoûte le Quarré OI, qui est le Quarré de OK, ou de AC, son égale, il s'ensuivra que quatre fois le Rectangle de AB, BC, avec le Quarré de AC, sont égaux au Gnomon RST, avec le Quarré OI; Or ce Gnomon & ce Quarré, composent ensemble le Quarré AE; Donc quatre fois le Rectangle de AB, BC, avec le Quarré de AC, sont égaux au Quarré AE; Ce qu'il falloit démontrer.

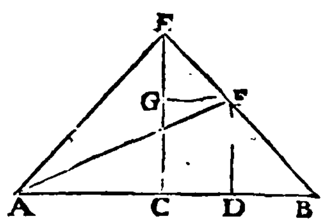
Remarque.

Pour verifier cecy dans un nombre; Prenez par exemple 8. & le divisez en 6. & 2. Cela estant, le Rectangle du nombre entier 8. & de sa Partie 2. est 16. & quatre fois ce Rectangle est 64. D'ailleurs le Quarré de l'autre Partie 6. est 36. Or 64. & 36. font 100. Ce que vaut aussi le Quarré du nombre 10. qui est composé du premier nombre 8. & de sa Partie premierement prise, à sçavoir 2.

PROPOSITION IX.

THEOREME IX.

Si une Ligne Droitte est coupée en deux Parties égales, & en deux Inégales, les Quarrez des deux Parties Inégales sont doubles du Quarré de la moitié de la Toute, & du Quarré de la Partie du milieu.



JE suppose que la Ligne AB, soit coupée en deux Parties égales au Point C, & en deux Inégales au Point D; Et que la Partie du milieu soit CD; Cela estant, je dis que les Quarrez des deux Parties Inégales AD, DB, sont doubles du Quarré de la moitié AC, & du Quarré de la Partie du milieu CD ; Pour le prouver.

Elevez au Point C, la Ligne CE, Perpendiculaire à AB, & égale à AC ; Menez au Point E, les Lignes Droittes AE, BE ; Elevez aussi au Point D, la Ligne DF, Perpendiculaire à AB ; & du Point F, où la Ligne DF, coupe BE, abaissez la Ligne FG, Perpendiculaire à CE, qui sera aussi Parallele à CD ; Enfin du Point A, au Point F, menez la Ligne Droitte AF ; Cela posé.

Puisque par la construction le Triangle ACE, est Isoscele, les Angles AEC, & EAC, sur la Baze AE, sont égaux entr'eux ; Et puisque l'Angle ACE, est Droit, les deux Angles AEC, EAC, qui sont égaux, valent chacun un Demy-droit ; Et par la mesme raison les Angles CEB, CBE, valent aussi chacun un Demy-droit ; Par consequent l'Angle AEB, ou AEF, qui est composé de deux de ces Angles, est droit ; Deplus, puisque dans le Triangle EGF, l'Angle EGF, est Droit, & que l'Angle GEF, vaut un demy-droit, l'Angle EFG, vaut aussi un Demy-droit ; D'où il suit que les deux Costez GE, GF, qui les soûtiennent sont égaux entr'eux, par la 6. Prop, du 1. De mesme, puisque dans le Triangle FDB, l'Angle FDB, est droit, & que l'Angle B, vaut un Demy-droit ; L'Angle DFB, vaut aussi un Demy-droit ; Par consequent les Costez DF, DB, qui les soûtiennent, sont égaux entr'eux.

Ensuite dequoy, puisque le Costé AE, soûtient l'Angle Droit ACE, son Quarré est égal aux Quarrez de AC, & de CE, par la 47. Prop. du 1. Et puisque ces deux Quarrez sont égaux, il s'ensuit que le Quarré de AE, est double du Quarré de AC ; De mesme, puisque le Costé EF, soûtient l'Angle droit EGF, son Quarré est égal aux Quarrez de EG, & de GF ; Et puisque ces deux Quarrez sont égaux, il s'ensuit que le Quarré de EF, est double du Quarré de GF, ou de son égale CD ; Et ainsi les deux Quarrez de AE, & de EF, sont doubles des deux Quarrez de AC, & de CD ; Or le Quarré de AF, qui soûtient l'Angle Droit AEF, est égal aux deux Quarrez de AE, & de EF ; Donc le Quarré de AF, est double des deux Quarrez de

AC, & de CD ; Mais les deux Quarrez de AD, & de DF, qui comprennent l'Angle Droit ADF, sont égaux au Quarré de AF ; Donc les deux Quarrez de AD, & de DF, ou de BD, son égale, sont doubles des deux Quarrez de AC, & de CD ; Ce qu'il falloit démontrer.

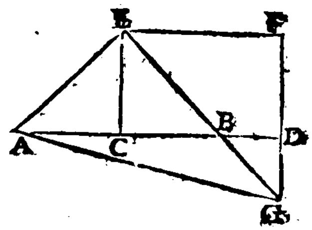
Remarque.

Pour verifier cecy dans un nombre ; Prenez par exemple 12. Divisez ce nombre en deux Parties égales 6. & 6. & en deux Inégales 10. & 2. Cela estant le nombre du milieu sera 4. maintenant les Quarrez des deux parties Inégales sont 100. & 4. qui ensemble font 104. D'ailleurs le Quarré de la moitié 6. est 36. le Quarré de la Partie du milieu 4. est 16 ; 16. & 36. font 52. qui n'est que la moitié de 104. où dont 104. est le double.

PROPOSITION X.

THEOREME X.

Si une Ligne Droitte est coupée en deux Parties égales, & qu'on luy adjoûte directement une autre Ligne Droitte, le Quarré de la Toute & de l'adjoûtée comme d'une seule Ligne, avec le Quarré de l'adjoûtée, sont doubles du Quarré de la moitié de la Toute, & du Quarré de la moitié de la Toute & de l'Adjoûtée comme d'une seule Ligne.



JE suppose que la Ligne AB, soit coupée en deux Parties égales au Point C, & qu'on luy adjoûte directement la Ligne BD ; Cela estant, je dis que le Quarré de AD, & le Quarré de BD, pris ensemble, sont doubles des deux Quarrez de AC, & de CD ; Pour le prouver.

Elevez au Point C, la Ligne CE, perpendiculaire à AB, & égale à AC, ou à CB ; Du Point A, au Point E, menez la Ligne Droitte AE ; Puis par le Point D, menez la Ligne FDG, parallele à EC, ou perpendiculaire à AD ; & par le Point E, la Ligne EF, parallele à CD ; tirez du Point E, par le Point B, la Ligne Droitte EBG, si longue qu'elle rencontre la Ligne FDG, au Point G ; Enfin du Point A, au Point G, menez la Ligne Droitte AG, Cela posé.

Puisque les Lignes AC, CE, sont égales, les Angles CAE, CEA, sur la Baze, sont égaux entr'eux ; Or l'Angle ACE, est Droit ; Donc les Angles CAE, CEA, valent chacun un Demy-droit ; Demesme, puisque dans le Triangle ECB, les Costez CE, CB, sont égaux, & que l'Angle ECB, est Droit, chacun des Angles CEB, & CBE, vaut un Demy-droit ; Et par consequent l'Angle AEB, est Droit ; Maintenant les Angles CBE, & DBG, qui sont opposez au sommet sont égaux entr'eux ; Mais l'Angle CBE, vaut un Demy-Droit ; Donc l'Angle DBG, vaut aussi un Demy-Droit ; Deplus, dans le Triangle BDG, l'Angle D, est Droit, Donc l'Angle DGB vaut aussi un Demy-droit. Et partant les Costez DB, DG, qui soûtiennent les Angles DBG, DGB, sont égaux entr'eux, par la 8. du 1. De mesme, dans le Triangle EFG, l'Angle F, est droit, puisqu'il est opposé à l'Angle C ; Mais l'Angle EGF, vaut un Demy-droit ; Donc l'Angle GEF, vaut aussi un Demy-droit ; Et partant les Costez FE, FG, qui les soûtiennent sont aussi égaux entr'eux, par la 6. du 1.

Ensuite dequoy, Puisque du Triangle ACE, l'Angle ACE, est droit, le Quarré de AE, est égal aux deux Quarrez de AC, & de CE, par la 47. du 1. Et puisque ces Lignes sont égales, le Quarré de AE, est double du Quarré de AC ; De mesme, puisque du Triangle EFG, l'Angle EFG, est droit, le Quarré de EG, est égal aux deux Quarrez de EF, & de FG ; Et puisque ces Lignes sont égales, le Quarré de EG, eſt double du Quarré de EF, ou de ſon égale CD ; De ſorte que les deux Quarrez de AE, & de EG, ſont doubles des deux Quarrez de AC, & de CD ; Or le Quarré de AG, qui ſoûtient l'Angle Droit AEG, eſt égal aux deux Quarrez de AE, & de EG ; Donc le Quarré AG, eſt double des Quarrez de AC, & de CD; Mais les Quarrez de AD, & de DG, qui comprennent l'Angle Droit ADG, ſont égaux au Quarré de AG ; Donc les Quarrez de AD, & de DG, ou de BD, ſon égale, ſont doubles des Quarrez de AC, & de CD ; Ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

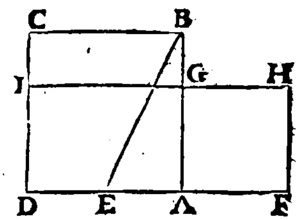
Pour verifier cecy dans un nombre ; Prenez par exemple 10. diviſez ce nombre en deux Parties égales 5. & 5. Adjoûtez 2. à 10. cela ſera 12. Cela eſtant le Quarré de 12. eſt 144. le Quarré de 2. eſt 4. ces deux nombres font enſemble 148. D'ailleurs le Quarré de 5. eſt 25. le Quarré de 7. eſt 49. Ces deux nombres font enſemble 74. qui eſt la moitié de 148. ou dont 148. eſt le double.

PROPOSITION XI.

PROBLEME I.

Couper une Ligne Droitte donnée, de telle ſorte que le Rectangle de la Toute & de l'une de ſes Parties ſoit égal au Quarré de l'autre Partie.

JE ſuppoſe que la Ligne Droitte donnée ſoit AB ; & je propoſe de la couper de telle ſorte que le Rectangle de la Toute AB, & de l'une de ſes Parties, ſoit égal au Quarré de l'autre Partie ; Pour le faire.



Décrivez ſur AB, le Quarré AC ; Coupez le Coſté AD, en deux également au Point E ; du Point E, au Point B, menez la Ligne Droitte EB ; Prolongez EA, vers F, & faites EF, égale à EB ; Décrivez ſur AF, le Quarré AH, & prolongez le Coſté HG, juſqu'en I ; Cela eſtant, je dis que la Ligne AB, eſt coupée au Point G, comme il a eſté propoſé, c'eſt à dire de telle ſorte que le Rectangle de la Toute AB, & de ſa Partie BG, eſt égal au Quarré de l'autre Partie AG, Pour le prouver.

Puiſque la Ligne DA, eſt coupée en deux Parties égales au Point E, & que la Ligne AF, luy eſt adjoûtée, le Rectangle de DF, & de FA, ou de FH, ſon égale, C'eſt à dire le Rectangle DH, avec le Quarré de la moitié EA, ſont égaux au Quarré de EF, ou de ſon égale EB, par la 6. Prop. ; Or les Quarrez de AB, & de EA, ſont égaux au Quarré de EB, par la 47. Prop. du 1. Donc le Rectangle DH, & le Quarré de EA, ſont égaux aux Quarrez de AB, & de EA ; Oſtant donc le Quarré de EA, de ces deux Tous égaux, auſquels il eſt commun, il reſtera le Rectangle DH, égal au Quarré de AB, c'eſt à dire au Quarré AC ; Que ſi maintenant de ce Rectangle & de ce Quarré, qui ſont égaux, l'on oſte le Rectangle DG, qui leur eſt commun, il reſtera le Quarré AH, égal au Rectangle IB ; Or le Quarré AH, eſt le Quarré de AG, & le Rectangle IB, eſt le Rectangle compris de CB, ou de AB, ſon égale, & de BG ; Il eſt donc vray de dire que la Ligne AB, a eſté coupée, comme il a eſté propoſé ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

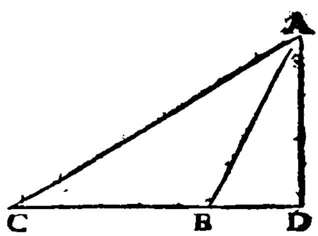
Remarque.

Il eſt impoſſible d'exprimer en nombre la quantité des Parties AG, GB, de la Ligne AB, coupée ſuivant la Prop. précedente ; parce que quelque nombre de Parties qu'on puiſſe attribuer à la Ligne AB, Il eſt impoſſible que AG, ou GB, contienne un nombre déterminé de ces Parties.

PROPOSITION XII.

THEOREME XI.

Aux Triangles Ambligones, le Quarré du costé qui soûtient l'Angle Obtus, est plus grand que les Quarrez des deux autres Costez, de la quantité de deux Rectangles, chacun desquels est compris de l'un des costez allentour de l'Angle Obtus, à sçavoir de celuy sur lequel estant prolongé tombe la Perpendiculaire de l'Angle opposé, & de la Partie comprise entre cette Perpendiculaire, & l'Angle Obtus.



JE suppose qu'au Triangle ABC, l'Angle ABC, soit Obtus; Cela estant, aprés avoir prolongé l'un des costez allentour de l'Angle Obtus, comme CB, vers D, & avoir abaissé de l'Angle A, la Ligne AD, Perpendiculaire à CD, Je dis que le Quarré de AC, est plus grand que les deux Quarrez de CB, & de BA, de la quantité de deux Rectangles, chacun desquels sera compris de CB, & de BD; Pour le prouver.

La Ligne CD, estant coupée au Point B, il s'ensuit par la 4. Prop. que le Quarré de la Toute CD, est égal aux deux Quarrez des deux Parties CB, BD, & a deux Rectangles compris de ces deux mesmes Parties; Donc si à ces deux Tous égaux l'on adjoûte le Quarré de DA, il s'ensuivra que les Quarrez de CD, & de DA, seront égaux aux trois Quarrez de CB, de BD, & de DA, & à deux Rectangles compris de CB, & de BD; Mais le Quarré de

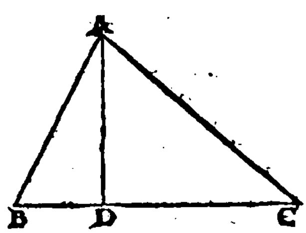
AC,

AC, par la 47. Prop. du 1. est égal aux deux Quarrez de CD, & de DA ; Donc le Quarré de AC, est égal aux trois Quarrez de CB, de BD, & de DA, & à deux Rectangles compris de CB, & de BD ; D'ailleurs le Quarré de BA, est égal aux deux Quarrez de BD, & de DA ; Prenant donc le Quarré de BA, au lieu de ces deux Quarrez, Il s'ensuivra que le Quarré de AC, sera égal aux deux Quarrez de CB, & de BA, & a deux Rectangles compris de CB, & de BD ; Et ainsi le Quarré de AC, est plus grand que les deux Quarrez de CB, & de BA, de la quantité de deux Rectangles compris de CB, & de BD ; Ce qu'il falloit demontrer.

PROPOSITION XIII.

THEOREME XII.

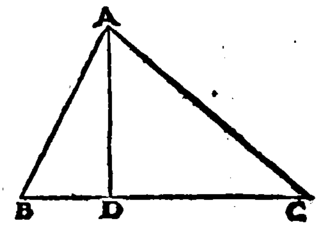
Aux Triangles Oxigones, le Quarré du Costé qui soûtient l'Angle Aigu, est plus petit que les Quarrez des deux autres Costez, de la quantité de deux Rectangles, chacun desquels est compris de l'un des Costez allentour de l'Angle Aigu, à sçavoir de celuy sur lequel de l'Angle opposé tombe la Perpendiculaire, & de la Partie comprise entre cette Perpendiculaire & l'Angle Aigu.



O

JE suppose qu'au Triangle ABC, l'Angle C, soit Aigu, & qu'ayant fait tomber de l'Angle A, la Ligne AD, Perpendiculaire à la Ligne BC, qui est l'un des Costez qui comprend l'Angle Aigu, cette Perpendiculaire tombe entre B, & C ;

Cela estant, je dis que le Quarré du Costé AB, qui soûtient l'Angle Aigu C, est plus petit que les deux Quarrez des deux autres Costez A , BC, de la quantité de deux Rectangles, chacun desquels sera compris du Costé BC, qui est allentour de l'Angle Aigu C, & sur lequel de l'Angle opposé tombe la Perpendiculaire AD, & de la Partie DC, comprise entre cette Perpendiculaire & l'Angle Aigu ; Pour le prouver.



La Ligne BC, estant coupée au Point D, Il s'ensuit par la 7. Prop. que le Quarré de la Toute BC, & le Quarré de l'une de ses Parties, à sçavoir DC, sont égaux au Quarré de l'autre Partie BD, & à deux Rectangles compris de BC, & de DC ; Si donc à ces deux Tous égaux l'on adjoûte le Quarré de AD, Il s'ensuivra que les trois Quarrez de BC, de DC, & de AD, seront égaux aux deux Quarrez de BD, & de AD ; & à deux Rectangles compris de BC, & de DC ; Donc si nous prenons le Quarré de AC, au lieu des deux Quarrez de DC, & de AD, ausquels il est égal, par la 47. Prop. du 1. Il s'ensuivra que les deux Quarrez de BC, & de AC, seront égaux aux deux Quarrez de BD, & de AD, & a deux Rectangles compris de BC, & de DC ; D'ailleurs le Quarré de AB, est égal aux deux Quarrez de BD, & de AD ; Prenant donc ce seul Quarré au lieu des deux autres, il s'ensuivra que les deux Quarrez de BC, & de AC, seront égaux au Quarré de AB, & a deux Rectangles compris de BC, & de DC ; D'où il suit que les deux Quarrez de BC, & de AC, sont plus grands que le seul Quarré de AB, de la quantité de deux Rectangles compris de BC, & de DC; ou ce qui est la mesme chose que le Quarré de AB, est moindre que les deux Quarrez de AC, & de BC, de la quantité de deux Rectangles compris de BC, & de DC; Ce qu'il falloit démontrer.

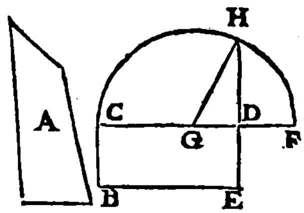
PROPOSITION XIV.

PROBLEME II.

Décrire un Quarré égal à une Figure Rectiligne donnée.

JE suppose que la Figure Rectiligne A, soit donnée ; Et je propose de décrire un Quarré égal à cette Figure. Pour le faire.

Décrivez premierement par la 45. Prop. du 1. le Parallelogramme Rectangle BD, égal à la Figure donnée A ; Prolongez le Costé CD, vers F, & Faites DF, égal à DE ; Coupez la Ligne CF, en deux également au Point G, Décrivez un demy Cercle du Centre G, & de l'Intervalle GC, ou GF ; Enfin prolongez la Ligne ED, jusqu'à ce qu'elle rencontre la Circonference du Cercle au Point H ; Cela estant, je dis que le Quarré de la Ligne DH, est égal à la Figure Rectiligne A ; Pour le prouver.



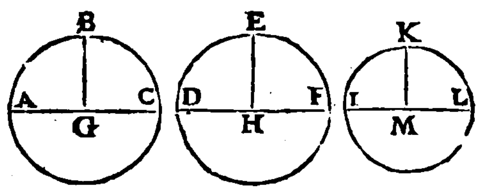
Du Point G, au Point H, menez la Ligne Droitte GH ; Cela posé.

Puisque la Ligne CF, est coupée en deux Parties égales au Point G, & en deux Inégales au Point D, Il s'ensuit par la 5. Prop. que le Rectangle compris des deux Parties Inégales CD, DF, C'est à dire le Rectangle BD, & le Quarré de la Partie du milieu GD, sont égaux au Quarré de la moitié de la Toute, GF, ou de son égale GH ; Mais ce Quarré GH, est égal aux Quarrez de GD, & de DH, par la 47. Prop. du 1. Donc le Rectangle BD, & le Quarré de GD, sont égaux aux deux Quarrez de GD, & de DH ; Et partant si de ces deux Tous égaux l'on oste le Quarré de GD, qui leur est commun, les Restés à sçavoir le Rectangle BD, & le Quarré de DH, seront égaux ; Mais le Rectangle BD, a esté fait égal à la Figure Rectiligne donnée A ; Donc le Quarré de DH, est aussi égal à cette Figure ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

LIVRE TROISIE'ME.

DEFINITIONS.

1. LEs Cercles égaux, ſont des Cercles dont les Diametres ſont égaux, ou dont les Lignes Droittes menées du Centre à leurs Circonferences ſont égales.

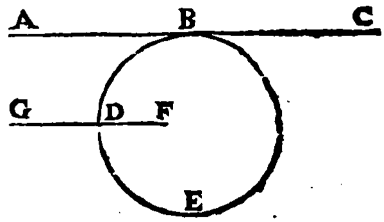


Ainſi les Cercles ABC, DEF, ſont égaux, parce que leurs Diametres AC, DF, font égaux ; ou parce que les Lignes Droittes GB, HE, qui ſont menées du Centre à leurs Circonferences ſont égales ; Mais les Cercles DEF, IKL, ſont Inégaux, parce que leurs Diametres DF, IL, ſont Inégaux, ou parce que les Lignes Droittes HE, MK, qui ſont menées du Centre à leurs Circonferences ſont Inégales.

2. La Tangente d'un Cercle, ou la Ligne qui le touche, eſt une Ligne Droitte qui touche ſa Circonference de telle ſorte, qu'eſtant prolongée elle ne la coupe point, & n'entre point dans le Cercle.

Ainſi la Ligne AB, eſt la Tangente du Cercle BDE, parce qu'elle touche ſa Circonference de telle ſorte au

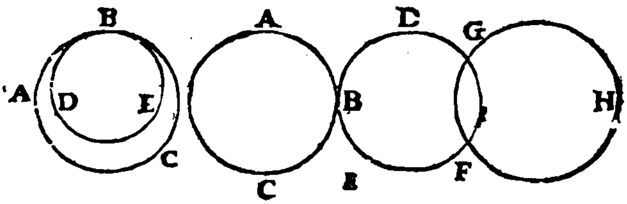
Point B, qu'estant prolongée elle ne la coupe point, & n'entre point dans le Cercle.



3. La Secante d'un Cercle, ou la Ligne qui le coupe, est une Ligne Droitte qui touche tellement sa Circonference qu'estant prolongée elle la coupe, & entre dans le Cercle.

Ainsi la Ligne GD, est la Secante du Cercle BDE, parce qu'elle touche tellement sa Circonference au Point D, qu'estant prolongée, elle la coupe, & entre dans le Cercle.

4. Des Cercles sont dits se toucher l'un l'autre, quand leurs Circonferences se touchent sans se couper.



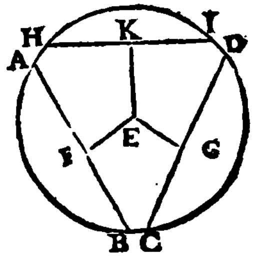
Ainsi les Cercles ABC, DBE, sont dits se toucher l'un l'autre, parce que leurs Circonferences se touchent tellement au Point B, qu'elles ne se coupent point.

5. Deux Cercles sont dits se couper l'un l'autre, lorsque leurs Circonferences ne se touchent pas simplement, mais qu'ils entrent reciproquement l'un dans l'autre.

Ainsi les Cercles FGD, FGH, sont dits se couper l'un l'autre, parce que leurs Circonferences ne se touchent pas simplement, mais que ces Cercles entrent reciproquement l'un dans l'autre.

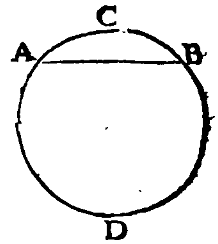
6. La distance d'une Ligne Droitte au Centre d'un Cercle, est la Ligne Droitte qui part du Centre de ce Cercle, & qui tombe Perpendiculairement sur cette Ligne.

Ainsi la distance de la Ligne AB, au Centre du Cercle ABD, est la Ligne EF, qui part du Centre E, & qui tombe perpendiculairement sur AB; D'où il suit que les deux Lignes Droittes AB, CD, ſont également diſtantes du Centre E, parce que leurs diſtances EF, EG, ſont égales ; Mais que la Ligne HI, eſt plus éloignée de ce meſme Centre, parce que ſa diſtance EK, eſt plus grande que celle des autres.



7. La Soutendante, ou la corde d'un Arc de Cercle, eſt la Ligne Droitte bornée des deux extremitez de cet Arc.

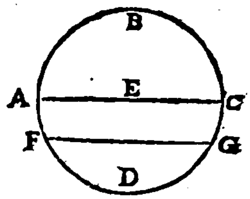
Ainſi la Ligne Droitte AB, eſt la Soutendante, ou la corde de l'Arc ACB, parce qu'elle eſt bornée de ſes deux extremitez A, & B.



Il eſt évident que la meſme Ligne AB, eſt auſſi la Soutendante de l'Arc ADB ; Si bien que la Ligne Droitte qui eſt la Soutendante d'un Arc, eſt auſſi la Soutendante du Complement au Cercle entier de cet Arc.

8. Un Segment, ou une portion de Cercle, eſt une Figure compriſe d'un Arc de Cercle, & de ſa Soutendante.

Ainſi les Figures ABC, FBG, FDG, ſont des Segmens ou des Portions de Cercles, parce chacune de ces Figures eſt compriſe d'un Arc de Cercle & de ſa Soutendante.



9. La Baze d'un Segment de Cercle, eſt la Ligne Droitte qui ſoûtient ce Segment & qui le borne.

Ainſi la Ligne FG, eſt la Baze du Segment FBG, & du Segment FDG, parce qu'elle les ſoûtient & les borne.

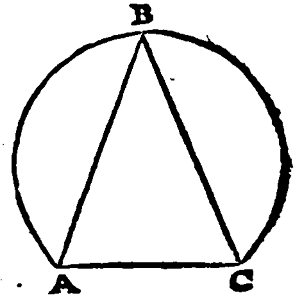
10. L'Angle du Segment, eſt l'Angle mixte compris de l'Arc du Segment & de ſa Baze.

Ainſi l'Angle Mixte compris de l'Arc FD, & de la Ligne FG, eſt l'Angle du Segment FDG.

11. L'Angle au Segment, ou l'Angle dont le Segment eſt

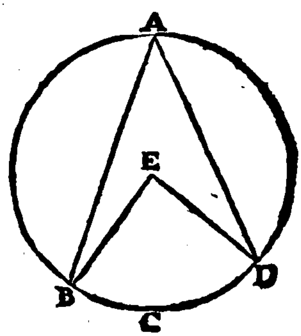
capable, eſt un Angle compris de deux Lignes Droittes qui partent d'un Point de l'Arc du Segment, & qui about tiſſent aux deux extremitez de ſa Baze.

Ainſi l'Angle ABC, eſt un Angle au Segment, ou l'Angle dont le Segment ABC, eſt capable, parce qu'il eſt compris des deux Lignes Droittes BA, BC, qui partent du Point B, de l'Arc du Segment, & aboutiſſent aux deux extremitez de ſa Baze A, & C.



12. Un Angle au Centre d'un Cercle, eſt un Angle compris de deux Lignes Droittes qui partent du Centre d'un Cercle, comme l'Angle BED.

13. Un Angle à la Circonference d'un Cercle, eſt un Angle compris de deux Lignes Droittes qui partent d'un Point de la Circonference du Cercle, comme l'Angle BAD.



14. Quand l'Angle que font deux Lignes Droittes qui partent du Centre d'un Cercle, ou d'un meſme Point de la Circonference, a pour Baze un Arc de ce Cercle, cét Angle eſt dit s'appuyer ſur cét Arc.

Ainſi l'Angle BED, ou l'Angle BAD, eſt dit s'appuyer ſur l'Arc BCD.

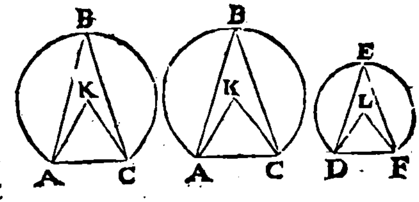
15. L'Arc ſur lequel s'appuye un Angle, ou qui luy ſert de Baze, eſt l'Arc compris entre les deux Coſtez de l'Angle.

Ainſi l'Arc BCD, eſt l'Arc ſur lequel s'appuyent les Angles BAD, BED, ou bien eſt la Baze de ces Angles, parce que cet Arc eſt compris entre leurs Coſtez.

16. Un Secteur de Cercle, eſt une Figure compriſe de deux Lignes Droittes qui font un Angle au Centre, & de la Partie de la Circonference que ces deux Lignes em-

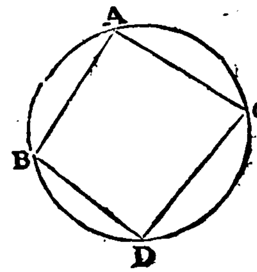
braſſent, comme cy-deſſus la Figure EBCD, eſt un Secteur de Cercle.

17. Des Segmens ſemblables, ſont des Segmens qui ſont capables d'Angles égaux.



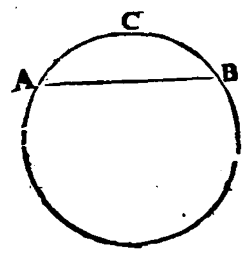
Ainſi les Segmens marquez ABC, & DEF, ſont des Segmens qui s'appellent ſemblables, parce que les Angles ABC, & DEF, dont ils ſont capables, ſont égaux; Mais ces meſmes Segmens ne laiſſent pas d'eſtre Inégaux, parce que l'un eſt plus grand que l'autre; Au lieu que les deux Segmens marquez ABC, ſont ſemblables, & égaux, parce que non ſeulement ils ſont capables d'Angles égaux, mais auſſi parce que l'un n'eſt pas plus grand que l'autre.

18. Une Figure Rectiligne eſt ditte Inſcritte dans un Cercle, lorſque le Sommet de chacun de ſes Angles eſt dans la Circonference du Cercle.



Ainſi la Figure ABCD, eſt inſcrite dans le Cercle ABCD, parce que tous les Sommets de ſes Angles A, B, C, D, ſont dans la Circonference de ce Cercle.

19. Une Ligne Droitte eſt ditte eſtre dans un Cercle, lorſque ſes extremitez ſe terminent à la Circonference.



Ainſi la Ligne AB, eſt ditte eſtre dans le Cercle ABC.

PROP.

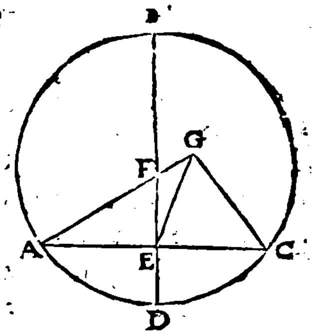
PROPOSITION I.

PROBLEME I.

Trouver le Centre d'un Cercle donné.

JE suppose que l'on donne le Cercle ABC, & je propose d'en trouver le Centre. Pour le trouver.

Menez dans ce Cercle la Ligne droitte AC, qui coupe la Circonference où il vous plaira, comme aux Points A, & C ; Divisez la Ligne AC, en deux également au Point E, par la 10. du 1. Et par ce Point menez la Ligne BED, Perpendiculaire à AC, par la 11. du premier ; Enfin coupez la Ligne BD, en deux également au Point F ; Cela estant, je dis que le Point F, est le Centre du Cercle ABC. Pour le prouver.



Premierement il est évident que tout autre Point que F, pris dans la Ligne BD, ne peut estre le Centre, puisque cet autre Point ne diviseroit pas la Ligne BD, en deux également ; C'est pourquoy si le Centre n'estoit pas au Point F, Il faudroit qu'il fust en quelque Point hors de la Ligne BD ; Pensons si vous voulez qu'il soit au Point G ; Menez donc les Lignes Droittes GA, GE, GC ; Cela posé.

Comparez le Triangle AEG, avec le Triangle CEG ; le Costé AE du premier, est égal au Costé EC du second, par construction ; le Costé EG, est commun aux deux Triangles, & la Baze GA, seroit égale à la Baze GC, puisqu'elles seroient tirées du Centre à la Circonference ; Ainsi par la 8. du 1. l'Angle AEG, seroit égal à l'Angle CEG, & la Ligne GE, seroit Perpendiculaire à AC, par la

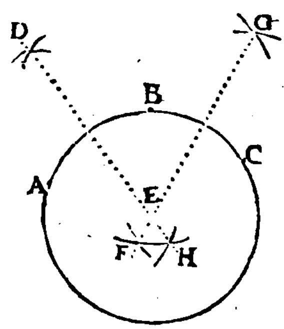
26. Definition du 1. Et partant les Angles GEA, GEC, seroient Droits ; Mais par la construction l'Angle AEB, est droit ; Donc il s'ensuivroit que l'Angle AEB, & l'Angle AEG, seroient égaux ; C'est à dire la Partie au Tout, ce qui est impossible ; Il est donc impossible que le Centre du Cercle ABC, soit hors la Ligne BD ; Et partant le Point F, est le Centre du Cercle ABC ; Ce qu'il falloit trouver.

I. Remarque.

Il suit de-là, que si dans un Cercle, une Ligne Droitte en coupe une autre qui se termine à sa Circonference, en deux également & perpendiculairement, cette Ligne Droitte passera par le Centre du Cercle.

II. Remarque.

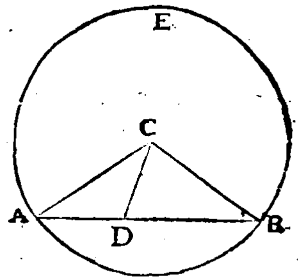
Pratique de cette Proposition. Prenez dans la Circonference du Cercle ABC, trois Points, tels qu'il vous plaira, comme A, B, C ; Mettez successivement vostre Compas à deux de ces Points A, & B, & de mesme Intervalle décrivez deux Arcs de Cercle qui s'entrecoupent aux Points D, & H, Puis par ces Points menez la Ligne Droitte DH ; Cela fait, mettez derechef successivement le pied du Compas aux Points B, & C, & de mesme Intervalle décrivez encore deux Arcs de Cercle qui s'entrecoupent aux Points G, & F ; Enfin menez par ces deux Points la Ligne GF, si longue qu'elle rencontre la Ligne DH, au Point E, alors le Point E, sera le Centre qu'il falloit trouver.



PROPOSITION II.

THEOREME I.

Si ayant pris deux Points dans la Circonference d'un Cercle, on mene de l'un à l'autre une Ligne Droitte, elle tombera dans le Cercle.



JE suppose que dans la Circonference du Cercle ABE, l'on prenne deux Points tels qu'on voudra, comme A, & B, & que du Point A, au Point B, on mene la Ligne Droitte AB ; Cela estant, je dis que cette Ligne tombera dans ce Cercle. Pour le prouver.

Menez du Centre C, aux extremitez de la Ligne AB, les Lignes Droittes CA, CB, Puis ayant pris à discretion dans la Ligne AB, un Point entre A, & B, comme par exemple D, menez la Ligne Droitte CD ; Cela posé.

Les Lignes CA, CB, qui partent du Centre C, & vont se borner à sa Circonference sont égales ; Ainsi les Angles CAB, CBA, sont égaux entr'eux, par la 5. du 1 ; Mais l'Angle CDB, est exterieur au respect du Triangle ADC, Donc par la 16. du 1. il est plus grand que son Opposé Interieur CAD ; Et par consequent aussi que son égal CBD ; D'où il suit, par la 19. du premier, que le Costé CD, est plus petit que le Costé CB, qui soûtient un plus grand Angle ; Et puisqu'il est plus petit son extremité D, est dans le Cercle ; Mais d'autant que le Point D, a esté pris à discretion dans la Ligne AB, & que la mesme chose se peut prouver de tout autre Point de cette Ligne, il suit que cette Ligne toute entiere est dans le Cercle ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION III.

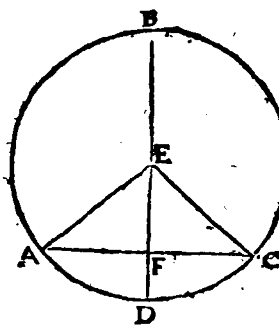
THEOREME II.

Si dans un Cercle, une Ligne Droitte passe par le Centre, & coupe en deux également une autre Ligne Droitte qui n'y passe point, elle la coupera Perpendiculairement ; Et si elle la coupe Perpendiculairement, elle la coupera en deux également.

JE suppose premierement que la Ligne Droitte BD, qui est dans le Cercle ABC, passe par le Centre E, & qu'elle coupe en deux également au Point F, la Ligne AC, qui n'y passe point ; Cela estant, je dis que la Ligne BD, coupe la Ligne AC, Perpendiculairement. Pour le prouver.

Menez les Lignes Droittes AE, EC, Cela posé.

Dans les Triangles AFE, & CFE, le Costé AF, est égal au Costé FC, par Supposition ; Le Costé FE, est commun à ces deux Triangles ; De plus la Baze EA, est égale à la Baze EC, par la definition du Cercle ; Donc par la 8. du 1. l'Angle AFE, est égal à l'Angle CFE, & la Ligne BD, est Perpendiculaire à AC, par la 26. Definition du 1. Ce qu'il falloit démontrer.



Je suppose en second lieu, que la Ligne BD, qui passe par le Centre du Cercle, coupe la Ligne AC, perpendiculairement ; Cela estant, je dis qu'elle la coupe aussi en deux également. Pour le prouver.

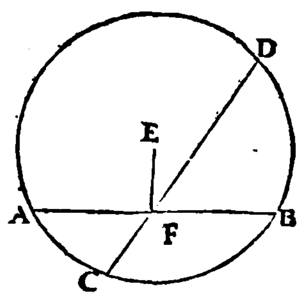
Puisque les Lignes EA, EC, sont égales, par la definition du Cercle, les Angles EAC, & ECA, sont égaux par la 5. du 1; D'ailleurs puisque la Ligne BF, est perpendiculaire à la Ligne AC, les deux Angles EFA, EFC, sont aussi égaux; Si bien que les deux Triangles EFA, EFC, ont deux Angles égaux à deux Angles chacun au sien, le Costé EF, qui est commun aux deux, soûtient des Angles égaux; Partant par la 26. du 1. le Costé AF, est égal au Costé FC; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IV.

THEOREME III.

Si dans un Cercle, deux Lignes Droittes qui ne passent pas par le Centre s'entrecoupent, elles ne se couperont pas l'une l'autre en deux également.

JE suppose que dans le Cercle ABD, les deux Lignes Droittes AB, CD, qui ne passent point par le Centre se coupent l'une l'autre au Point F; Cela estant, je dis qu'elles ne se coupent pas toutes deux en deux Parties égales. Pour le prouver.

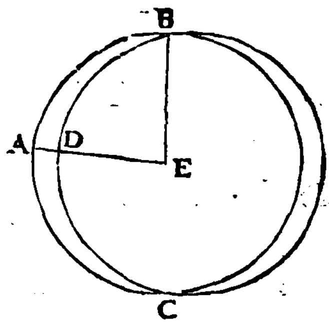


S'il estoit possible que chacune de ces deux Lignes fust coupée en deux Parties égales, il s'ensuivroit par la Proposition precedente, qu'en menant du Centre E, au Point F, la Ligne Droitte EF, cette Ligne seroit Perpendiculaire à chacune des deux autres AB, CD; Et par consequent que les Angles AFE, & CFE, seroient droits, & égaux entr'eux, & qu'ainsi la Partie seroit égale au tout, ce qui est impossible; Il est donc impossible que les Lignes AB, CD, se coupent toutes deux en deux Parties égales; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION V.

THEOREME IV.

Si deux Cercles se coupent l'un l'autre, ils n'auront pas un mesme Centre.



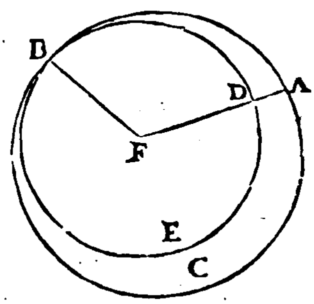
JE suppose que les deux Cercles ABC, BDC, se coupent l'un l'autre aux Points B, & C, Cela estant, je dis qu'ils n'ont pas un mesme Centre. Pour le prouver.

S'il estoit possible qu'ils eussent tous deux un mesme Centre, à sçavoir E ; en menant de ce Point une Ligne Droitte à l'un des Points où ces deux Cercles s'entrecoupent, par exemple au Point B, & une autre Ligne Droitte en quelqu'autre Point, comme A, qui les coupast tous deux ; De ce que le Point E, seroit Centre du Cercle ABC, il s'ensuivroit que les Lignes EA, EB, seroient égales ; D'ailleurs, de ce que ce mesme Point seroit aussi le Centre du Cercle BDC, il s'ensuivroit que les Lignes ED, EB, seroient aussi égales ; Si bien que les deux Lignes EA, ED, qui seroient égales à une mesme, à sçavoir à EB, seroient égales entr'elles ; C'est à dire que le Tout ne seroit pas plus grand que sa Partie ; Ce qui est impossible, Il est donc impossible que les deux Cercles ABC, BDC, ayent un mesme Centre ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VI.

THEOREME V.

Si deux Cercles se touchent l'un l'autre en dedans, ils n'auront pas un mesme Centre.



JE suppose que le Cercle BDE, touche le Cercle ABC, en dedans au Point B, Cela estant, je dis que ces deux Cercles n'ont pas un mesme Centre. Pour le prouver.

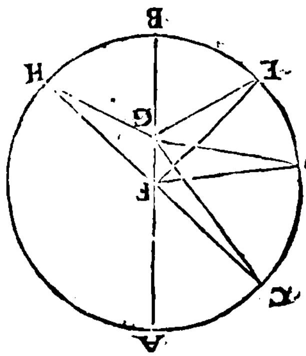
S'il estoit possible qu'ils eussent tous deux un mesme Centre, à sçavoir F, menant de ce Centre au Point de leur attouchement la Ligne Droitte FB ; Puis une autre Ligne Droitte à quelqu'autre Point de la Circonference du Cercle ABC, par exemple au Point A ; De ce que le Point F, seroit le Centre du Cercle ABC, il s'ensuivroit que les Lignes FA, FB, seroient égales ; Et parce que ce mesme Point seroit aussi le Centre du Cercle BDE, il s'ensuivroit que les Lignes FD, FB, seroient aussi égales ; Et ainsi les Lignes Droittes FA, FD, qui seroient égales à la mesme FB, seroient égales entr'elles ; C'est à dire que le Tout ne seroit pas plus grand que sa Partie, ce qui est impossible ; Il est donc impossible que les deux Cercles ABC, BDE, ayent un mesme Centre ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VII.

THEOREME VI.

Si ayant pris un Point, autre que le Centre, dans un Cercle, on mene de ce Point tant de Lignes Droittes que l'on voudra, jusqu'à la Circonference, la plus grande de toutes est celle qui passe par le Centre, & la plus petite est le reste du Diametre. Quant aux autres Lignes, la plus proche de celle qui passe par le Centre, est plus grande qu'une autre qui en est plus éloignée; Enfin de part & d'autre de la plus petite, on ne sçauroit mener de ce mesme Point plus de deux Lignes Droittes égales entr'elles.

JE suppose que dans le Cercle ADB, dont le Centre est F, on ait pris à discretion le Point G, different du Centre F, & que de ce Point on ait mené à la Circonference plusieurs Lignes Droittes comme GA, GC, GD, GE, GB, entre lesquelles GA, passe par le Centre F; Et GB, acheve le Diametre AB; Cela estant, je dis premierement que la Ligne GA, est la plus grande de toutes. Pour le prouver.



Menez du Centre F, aux Points C, D, E, les Lignes Droittes FC, FD, FE; Cela posé.

Au Triangle GFC, les deux Costez GF, FC, sont plus grands que le troisiéme GE, par la 20. du 1; Donc si au lieu de FC, on prend FA, qui luy est égale par la Definition du Cercle, les deux Lignes GF, FA, ou la Toute GA, GA, sera plus grande que GC ; On prouvera de mesme que la Ligne GA, est plus grande que les Lignes GD, GE ; mais GA, est aussi plus grand que GB, puisque GA, est plus grand que le Demy-diametre du Cercle, & que GB, est plus petit ; Et partant la Ligne GA, est la plus grande de toutes.

Je dis en second lieu, que la Ligne GB, est la plus petite de toutes ; Pour le prouver.

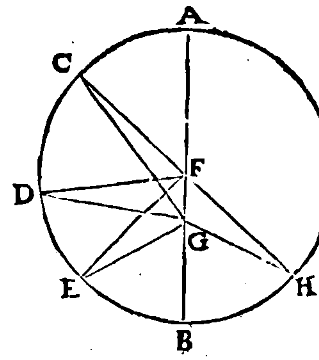
Au Triangle EGF, les deux Costez FG, GE, sont plus grands que le troisiéme FE, par la 20. du 1 ; Ils sont donc aussi plus grands que la Ligne FB, qui luy est égale ; Si donc de ces deux Tous inégaux on oste la Partie FG, qui leur est commune, Il s'ensuivra que le reste GE, sera plus grand que le reste GB, & ainsi que GB, est plus petit que GE ; On prouvera de mesme que GB, est plus petit que GD, ou GC ; Et partant la Ligne GB, est la plus petite de toutes.

Je dis en troisiéme lieu, que la Ligne GC, qui est la plus proche de la Ligne GA, qui passe par le Centre, est plus grande qu'une autre plus éloignée, par exemple que GD, ou GE ; Pour le prouver.

Comparez les deux Triangles CFG, & DFG, le Costé CF du premier Triangle, est égal au Costé FD du second, par la Definition du Cercle, le Costé FG, est commun à ces deux Triangles ; Deplus l'Angle CFG, compris des deux Costez du premier Triangle, est plus grand que l'Angle DFG, compris des deux costez du second, puis qu'il n'est que sa Partie ; Ainsi par la 24. du 1. la Baze GC, est plus grande que la Baze GD ; On prouvera de mesme que GD, est plus grand que GE ; Et ainsi la Ligne GC, qui approche le plus de la Ligne qui passe par le Centre est plus grande qu'une autre plus éloignée.

Je dis en quatriéme lieu, qu'on ne sçauroit mener du Point G, de part & d'autre de la Ligne GB, plus de deux Lignes Droittes égales entr'elles ; ou bien qu'on n'en sçauroit mener une troisiéme égale aux deux autres. Pour le prouver.

Menez du Point F, la Ligne FH, qui fasse avec FB, l'Angle BFH, égal à l'Angle BFE, & du Point G, au Point H, menez la Ligne Droitte GH ; Cela poſé.

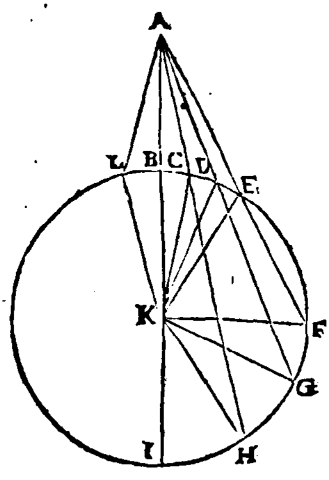


Les Triangles GFH, & GFE, ont les deux Coſtez GF, FH, égaux aux deux Coſtez GF, FE, & l'Angle GFH, compris des deux Coſtez du premier Triangle, eſt égal à l'Angle GFE, compris des deux autres, par conſtruction ; Donc la Baze GH, eſt égale à la Baze GE, par la 4. du 1 ; Ainſi voilà deux Lignes Droittes égales menées du Point G, depart & d'autre de la Ligne GB ; Mais qu'on ne puiſſe pas en mener une troiſiéme égale aux deux autres, cela eſt évident, par ce qui a déja eſté prouvé ; Car cette Ligne ou approchera plus prés du Point B, & ainſi elle ſera plus petite que GH, ou elle en ſera plus éloignée, & ainſi elle ſera plus grande ; Qui eſt tout ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VIII.

THEOREME VII.

Si d'un Point pris hors d'un Cercle on mene tant de Lignes Droittes que l'on voudra, qui se terminent à la Circonference concave du Cercle, la plus grande de toutes est celle qui passe par le Centre ; & celle qui en est plus proche est plus grande qu'une autre qui en est plus éloignée ; Tout au contraire, de celles qui tombent sur la Circonference convexe, celle qui estant prolongée passe par le Centre est la plus petite de toutes, & celle qui en est plus proche est plus petite qu'une autre qui en est plus éloignée ; Enfin de part & d'autre de la plus petite, on ne sçauroit mener de ce même Point plus de deux Lignes Droittes égales entr'elles.



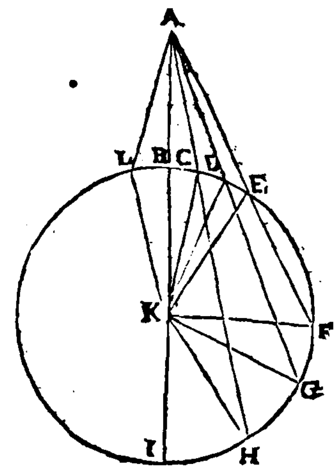
JE suppose que du Point A, pris à discretion, hors du Cercle BCD, on ait mené plusieurs Lignes Droittes AF, AG, AH, AI, qui se vont terminer à sa Circonference concave, & que la Ligne AI, passe par le Centre K ; Cela estant, je dis premierement que la Ligne AI, est la plus grande de toutes. Pour le prouver.

Menez du Centre K, les Lignes Droittes KF, KG, KH ; Cela posé.

Au Triangle AKH, les deux Costez AK, KH, sont plus grands que le troisiéme AH, par la 20. du 1; Or AK, & KH, sont égaux à AK, & à KI, ou à la Toute AI; Ainsi la Ligne AI, est plus grande que la Ligne AH; On prouvera de mesme que la Ligne AI, est plus grande que la Ligne AG, & que la Ligne AF; Donc la Ligne AI, est la plus grande de toutes.

Je dis en second lieu, que la Ligne AH, qui est la plus proche de la Ligne AI, qui passe par le Centre, est plus grande qu'une autre plus éloignée, par exemple que AG, ou AF; Pour le prouver.

Aux Triangles AKH, & AKG, les deux Costez AK, KH, sont égaux aux deux Costez AK, KG, chacun au sien; Mais l'Angle AKH, est plus grand que l'Angle AKG, qui n'est que sa Partie, Donc par la 24, du 1; La Baze AH, est plus grande que la Baze AG; On prouvera de mesme que la Ligne AG, est plus grande que la Ligne AF, & ainsi la Ligne AH, qui approche le plus de la Ligne qui passe par le Centre, est plus grande qu'une autre plus éloignée.



Je dis en troisiéme lieu, qu'entre les Lignes AB, AC, AD, AE, qui partent du Point A, & qui tombent sur la Circonference convexe du Cercle BCD, la plus petite de toutes est la Ligne AB, qui estant prolongée passe par le Centre K; Pour le prouver.

Menez du Centre K, les Lignes Droittes KC, KD, KE; Cela posé.

Au Triangle AKC, le Costé AK, est moindre que les deux Costez KC, AC, par la 20. du 1; Donc si de ces deux Tous inégaux on oste des Parties égales, à sçavoir KB, & KC, le reste AB, sera plus petit que le reste AC; On prouvera de mesme que la Ligne AB, est plus petite que AD, ou AE ; Et partant elle eſt la plus petite de toutes.

Je dis en quatriéme lieu, qu'entre les Lignes AC, AD, AE, celle qui approche deplus prés de la Ligne AB, eſt plus petite qu'une autre plus éloignée ; Pour le prouver.

Les Lignes AC, KC, ſont menées des extremitez de la Ligne AK, qui eſt un des coſtez du Triangle AKD, & ſe rencontrent dans ce Triangle ; Donc par la 21. du 1. les Lignes AC, KC, ſont plus petites que les Lignes AD, KD ; Si donc de ces deux Tous inégaux on oſte les Parties égales KC, KD, le reſte AC, ſera plus petit que le reſte AD ; On prouvera de meſme que AD, eſt plus petit que AE ; Et ainſi de toutes ces Lignes, celle qui eſt la plus proche de la Ligne AB, eſt plus petite qu'une autre plus éloignée.

Je dis enfin qu'on ne ſçauroit mener du Point A, de part & d'autre de la Ligne AB, plus de deux Lignes Droittes égales entr'elles ; ou bien qu'on n'en ſçauroit mener une troiſiéme égale aux deux autres. Pour le prouver.

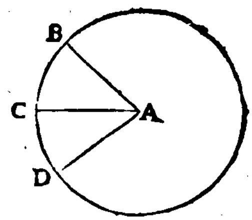
Menez du Centre K, la Ligne KL, qui faſſe avec KA, l'Angle AKL, égal à l'Angle AKC, & du Point L, au Point A, menez la Ligne Droitte LA. Cela poſé.

Les deux Triangles AKL, AKC, ont les deux Coſtez AK, KL, égaux aux deux Coſtez AK, KC, chacun au ſien ; Et l'Angle AKL, compris des deux Coſtez du premier Triangle, eſt égal à l'Angle AKC, compris des deux autres coſtez, par conſtruction ; Donc la Baze AL, eſt égale à la Baze AC, par la 4. du 1 ; Ainſi voilà deux Lignes Droittes égales menées du Point A, de part & d'autre de la Ligne AB ; Mais qu'on ne puiſſe pas en mener une troiſiéme égale aux deux autres, cela eſt évident, par ce qui a déja eſté prouvé ; Car cette Ligne ou approchera plus prés de la Ligne AB, & ainſi elle ſera plus petite ; ou elle en ſera plus éloignée, & ainſi elle ſera plus grande ; Qui eſt tout ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IX.

THEOREME VIII.

Si ayant pris un Point dans un Cercle, l'on peut mener de ce Point à la Circonference du Cercle plus de deux Lignes Droittes égales entr'elles, ce Point là est le Centre du Cercle.



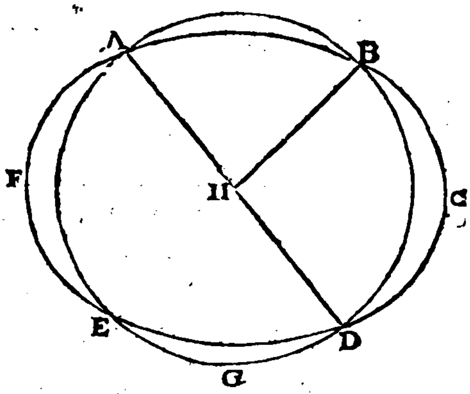
JE suppose que dans le Cercle BCD, l'on ait pris le Point A, & qu'ayant mené de ce Point à la Circonference les trois Lignes Droittes AB, AC, AD, ces trois Lignes se trouvent égales. Cela estant, je dis que le Point A, est le Centre de ce Cercle.

Car si cela n'estoit, Il s'ensuivroit que d'un Point pris dans un Cercle, lequel Point ne seroit pas le Centre, on pourroit mener à la Circonference plus de deux Lignes Droittes égales entr'elles; Ce qui est impossible par la 7. Prop. Par consequent le Point A, est le Centre de ce Cercle; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION X.

THEOREME IX.

Si deux Cercles ſe coupent l'un l'autre, ils ne ſe couperont pas en plus de deux Points.



Je ſuppoſe que les deux Cercles ABDGE, & ABCDEF, ſe coupent l'un l'autre ; Cela eſtant, je dis qu'ils ne ſe coupent pas en plus de deux Points; Pour le prouver.

Suppoſons s'il eſt poſſible qu'ils ſe coupent l'un l'autre aux trois Points A, B, D ; Cela poſé.

Trouvez par la premiere Propoſition le Centre du Cercle ABDGE, & que le Centre ſoit H, puis de ce Centre menez à ces trois Points A, B, D, les Lignes Droittes HA, HB, HD ; Cela poſé.

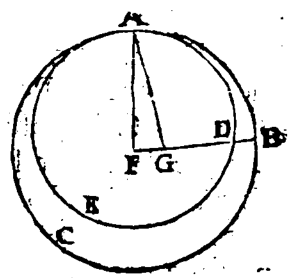
Puiſque le Point H, eſt le Centre du Cercle ABDGE, les Lignes HA, HB, HD, qui partent de ce Centre & ſe vont terminer à ſa Circonference, ſont égales entr'elles ; & puiſque ces trois meſmes Lignes partent auſſi d'un Point pris dans le Cercle ABCDEF, & qu'elles vont ſe terminer à ſa Circonference, le Point H, eſt auſſi le Centre du Cercle ABCDEF ; & ainſi il s'enſuivroit que deux Cercles qui ſe coupent l'un l'autre auroient un meſme Centre, ce qui eſt impoſſible par la 5. Prop. Il eſt donc impoſſible que deux Cercles qui ſe coupent l'un l'autre ſe puiſſent couper en plus de deux Points ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

THEOREME X.

Si un Cercle en touche un autre en dedans, la Ligne Droitte menée par leurs Centres estant prolongée, passera par le Point de leur attouchement.

JE suppose que le Cercle ADE, touche le Cercle ABC, en dedans au Point A ; Cela estant, je dis que si on mene par leurs Centres une Ligne Droitte, cette Ligne estant prolongée passera par le Point de leur attouchement ; ou ce qui est la mesme chose, que si on mene du Point F, Centre du Cercle ABC, au Point A, qui est le Point de leur attouchement, la Ligne Droitte FA, le Centre du Cercle ADE, se rencontrera dans cette Ligne.

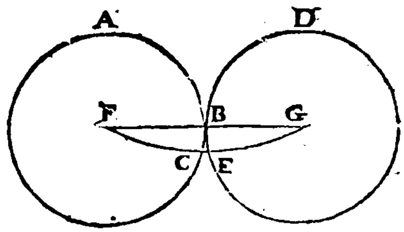


Car si cela n'estoit, le Centre du Cercle ADE, seroit en quelque Point hors de la Ligne FA ; Qu'il soit donc au Point G, s'il est possible ; En ce cas, si l'on mene par le Point F, & par le Point G, la Ligne Droitte FGDB, elle coupera la Circonference des deux Cercles ailleurs qu'au Point de leur attouchement ; Puis menant du Point G, au Point A, la Ligne Droitte GA, cette Ligne avec les deux autres FG, FA, composera le Triangle FGA, dont les deux Costez FG, GA, feront plus grands que le troisiéme FA, par la 20. du 1. Ils feront donc aussi plus grands que son égale FB ; Si donc de ces deux Tous inégaux on oste la Partie commune FG, le reste GA, sera plus grand que le reste GB ; Mais puisque le Point G, est le Centre du Cercle ADE, la Ligne GD, est égale à GA ; Et ainsi la Ligne GD, sera aussi plus grande que la Ligne GB, c'est c'eſt à dire la Partie que le Tout ; Ce qui eſt impoſſible; Il eſt donc impoſſible que le Centre du Cercle ADE, ſoit hors de la Ligne FA ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XII.

THEOREME XI.

Si deux Cercles ſe touchent l'un l'autre par dehors, la Ligne Droitte menée d'un Centre à l'autre paſſera par le Point de leur attouchement.



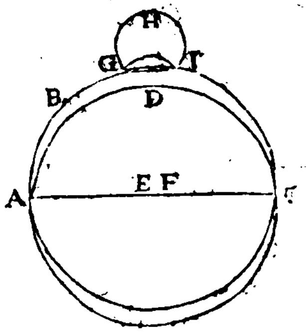
Je ſuppoſe que les Cercles ABC, DBE, ſe touchent l'un l'autre par dehors au Point B, & que du Centre de l'un au Centre de l'autre on ait mené la Ligne Droitte FG ; Cela eſtant, je dis que cette Ligne paſſe par le Point de leur attouchement.

Car ſi cela n'eſtoit, elle paſſeroit par ailleurs ; Poſons donc, s'il eſt poſſible, qu'elle paſſe par les Points C, & E, & qu'ainſi la Ligne FCEG, ſoit une Ligne Droitte ; Cela eſtant, les deux Lignes BF, BG, ne concoureront pas directement, & ainſi feront un Angle au Point B, & avec la troiſiéme FCEG, feront un Triangle, dont les deux Coſtez BF, BG, ſeront enſemble plus grands que le troiſiéme FCEG, par la 20. du 1. Mais les Lignes FC, GE, ſont égales à BF, BG, par la Definition du Cercle ; Donc ces mêmes Lignes FC, GE, ſeroient auſſi plus grandes que la Ligne entiere FCEG, c'eſt à dire la Partie que le Tout, ce qui eſt impoſſible ; Il eſt donc impoſſible que la Ligne qui eſt menée par les Centres F, & G, paſſe par un autre Point que B ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XIII.

THEOREME XII.

Si un Cercle en touche un autre, soit en dedans, soit en dehors, il ne le touchera pas a plus d'un Point.



JE suppose premierement que le Cercle ADC, touche le Cercle ABC, en dedans ; Cela estant, je dis qu'il ne le touche pas à plus d'un Point.

Car si cela n'estoit, il pourroit le toucher à plus d'un Point ; Posons donc, s'il est possible, qu'il le touche aux deux Points A, & C ; Si cela est, puisque par la 6. Prop. deux Cercles dont l'un touche l'autre en dedans, n'ont pas un mesme Centre, les deux Cercles ABC, ADC, auront chacun leur Centre particulier, par exemple E, & F ; Et puisque par la 11. Prop. la Ligne menée par les Centres de deux Cercles, dont l'un touche l'autre en dedans, estant prolongée, passe par le Point de leur attouchement, il s'ensuivra que la Ligne EF, estant prolongée de part & d'autre passera par les Points A, & C ; Ensuite dequoy, puisque le Point E, est le Centre du Cercle ABC, la Ligne EA, & la Ligne EC, sont égales ; Mais la Ligne FA, est plus grande que EA, qui n'est que sa Partie ; Donc elle est aussi plus grande que la Ligne EC ; & à plus forte raison que la Ligne FC ; D'ailleurs puisque le Point F, est le Centre du Cercle ACD, la Ligne FA, & la Ligne FC, sont aussi égales ; Si bien que les deux Lignes FA, FC, sont ensemble égales, & inégales, ce qui est impossible ; Il est donc impossible qu'un Cercle, qui en touche un autre en dedans, le touche à plus d'un Point.

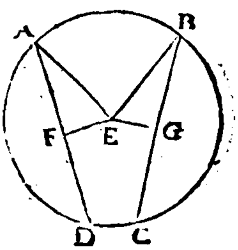
Je suppose en second lieu que le Cercle GHI, touche le Cercle ABC, par dehors ; Cela estant, je dis qu'il ne le sçauroit toucher à plus d'un Point.

Car par exemple, s'il le pouvoit toucher aux deux Points G, & I, puisque ces deux Points seroient dans la Circonference de ces deux Cercles, en menant du Point G, au Point I, la Ligne Droitte GI, elle devroit par la 2. Prop. tomber dans l'un & dans l'autre de ces deux Cercles ; ce qui est impossible, puisque l'un est supposé hors de l'autre ; Il est donc impossible que le Cercle GHI, touche le Cercle ABC, a plus d'un Point ; Qui est tout ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XIV.

THEOREME XIII.

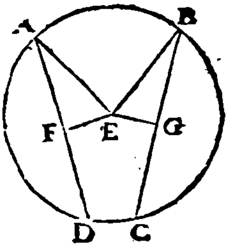
Dans un Cercle, les Lignes Droittes égales sont également distantes du Centre ; Et celles qui sont également distantes du Centre sont égales entr'elles.



JE suppose que dans le Cercle ABCD, les deux Lignes Droittes AD, BC, sont égales entr'elles ; Cela estant, je dis que ces deux Lignes sont également distantes du Centre E ; C'est à dire que si du Centre E, l'on abaisse sur ces Lignes les Perpendiculaires EF, EG, par la 12. du 1. ces Perpendiculaires sont égales entr'elles ; Pour le prouver.

Menez les deux Lignes Droittes EA, EB ; Cela posé.

Puisque les Lignes EF, EG, partent du Centre E, & qu'elles tombent perpendiculairement sur AD, & sur BC, Il s'ensuit que ces deux Lignes sont coupées par elles en deux également, par la 3. Prop. Et partant AF, est la moitié de AD, & BG, la moitié de BC ; D'où il suit que les deux Lignes AF, & BG, ſont égales par le 7. Ax. du 1. D'ailleurs, puiſque le Triangle AFE, eſt Rectangle, les deux Quarrez de AF, & de FE, ſont égaux au Quarré de AE, ou de ſon égale EB, par la 47. du 1. Mais puiſque le Triangle EGB, eſt auſſi Rectangle, les deux Quarrez de BG, & de EG, ſont auſſi égaux au Quarré de EB ; Et partant les deux Quarrez de AF, & de FE, ſont égaux aux deux Quarrez de BG, & de EG ; Si donc de ces deux Tous égaux on oſte les Quarrez de AF, & de BG, qui ſont égaux, puiſque les deux Lignes dont ils ſont les Quarrez ſont égales, les reſtes à ſçavoir le Quarré de EF, & le Quarré de EG, ſeront égaux entr'eux ; D'où il ſuit que les deux Lignes EF, EG, ſont égales entr'elles ; Par la 3. Remarque de la 46. du 1.



Je ſuppoſe en ſecond lieu, que dans le meſme Cercle ABCD, les deux Lignes Droittes AD, BC, ſont également diſtantes du Centre E, C'eſt à dire que les Perpendiculaires EF, EG, qu'on a abaiſſées du Centre E, ſur ces deux Lignes, ſont égales ; Cela eſtant, je dis que ces deux Lignes AD, BC, ſont égales entr'elles ; Pour le prouver.

Menez les deux Lignes Droittes EA, EB, Cela poſé.

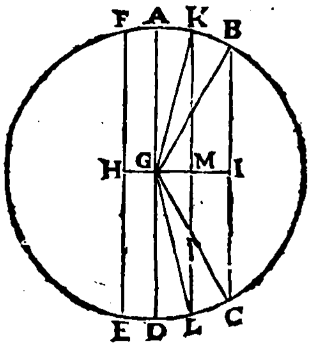
Puiſque le Triangle AEF, eſt Rectangle, les deux Quarrez de EF, & de FA, ſont égaux au Quarré de EA, ou de ſon égale EB ; Mais les deux Quarrez de EG, & de GB, ſont auſſi égaux au Quarré de EB ; Donc les deux Quarrez de EF, & de FA, ſont égaux aux deux Quarrez de EG, & de GB ; Si donc de ces deux Tous égaux on oſte les Quarrez de EF, & de EG, qui ſont égaux, puiſque les deux Lignes dont ils ſont les Quarrez ſont ſuppoſées égales, les reſtes à ſçavoir le Quarré de FA, & le Quarré de GB, ſeront égaux entr'eux ; d'où il ſuit que les deux Lignes FA, GB, ſont égales entr'elles, par la 3. Remarque de la 46. du 1. Mais par la 3. Prop. les Lignes AD, & BC, ſont doubles de FA, & de GB, donc ces deux Lignes AD, &

BC, ſont égales entr'elles ; Qui eſt tout ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XV.

THEOREME XIV.

Si on mene pluſieurs Lignes Droittes dans un Cercle la plus grande de toutes eſt le Diametre, & celle qui approche le plus prés du Centre eſt plus grande que celle qui en eſt plus éloignée.



JE ſuppoſe que dans le Cercle ABCD, on ait mené pluſieurs Lignes Droittes comme AD, BC, FE ; que AD, ſoit le Diametre, & que FE ſoit plus prés du Centre G, que n'eſt la Ligne BC ; Cela eſtant, je dis premierement que AD, eſt la plus grande de toutes, Pour le prouver.

Abaiſſez du Centre G, ſur FE, & ſur BC, les Perpendiculaires GH, GI, Cela poſé.

Puiſque BC, eſt ſuppoſée plus éloignée du Centre G, que n'eſt pas FE, la Ligne GI, eſt plus grande que GH, par la 6. Definition ; Retranchez donc de GI, la Partie GM, égale à GH, & menez par le Point M, la Ligne Droitte KML, Perpendiculaire à GI ; Enfin tirez les Lignes Droittes KG, GB, GL, GC, Cela poſé.

Au Triangle KGL, les deux Coſtez KG, GL, ſont plus grands que le Troiſiéme KL, par la 20. du 1 ; Or KG, & GL, ſont égaux à GA, & à GD, ou au Diametre AD ; Donc le Diametre AD, eſt plus grand que la Ligne KL ; Mais par la Conſtruction KL, eſt égale à FE, puiſqu'elle eſt autant éloignée du Centre G, que la Ligne FE, partant le Diametre AD, est plus grand que la Ligne FE; On prouvera de mesme que AD, est plus grand que BC; Et ainsi le Diametre du Cercle est la plus grande de toutes les Lignes qu'on peut mener dans un Cercle.

Je dis en second lieu, que la Ligne FE, ou son égale KL, qui est plus prés du Centre G, que n'est pas BC, est plus grande que BC; Pour le prouver.

Aux deux Triangles KGL, & BGC, les deux Costez KG, GL, sont égaux aux deux Costez BG, GC, chacun au sien; Mais l'Angle KGL, est plus grand que l'Angle BGC, qui n'est que sa Partie, Donc par la 24. du 1. la Baze KL, est plus grande que la Baze BC; Qui est tout ce qu'il falloit démontrer.

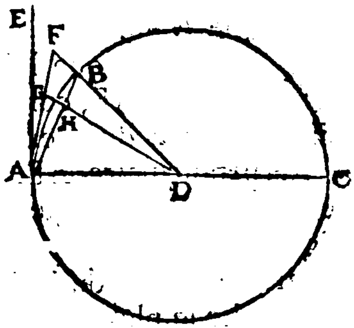
PROPOSITION XVI.

THEOREME XV.

Si on éleve une Perpendiculaire à l'extremité du Diametre d'un Cercle elle touchera le Cercle sans le couper; Et de l'extremité du Diametre on ne pourra pas mener une Ligne Droitte qui soit entre la Perpendiculaire & la Circonference. Deplus l'Angle Mixte compris de la Circonference & du Diametre, est plus grand que tout Angle Rectiligne Aigu; & l'Angle Mixte, compris de la Circonference & de la Perpendiculaire est plus petit que tout Angle Rectiligne Aigu.

JE suppose qu'à l'extremité A, du Diametre AC, du Cercle ABC, on a élevé la Perpendiculaire AE; Cela estant, je dis premierement que cette Perpendiculaire touche le Cercle sans le couper.

Car si cette Perpendiculaire coupoit le Cercle, comme fait icy la Ligne AB ; en menant du Centre D, au Point où cette Perpendiculaire couperoit le Cercle, par exemple au Point B, la Ligne Droitte DB ; les Angles DAB, DBA, seroient égaux par la 5. du 1. Mais l'Angle DAB, est Droit, par construction, par consequent l'Angle DBA, seroit aussi Droit ; Ce qui est impossible, par la 17. du 1. Il est donc impossible qu'une Ligne Droitte élevée perpendiculairement à l'extremité du Diametre d'un Cercle, coupe ce Cercle ; Et par consequent il est vray qu'elle le touche sans le couper ; & ainsi qu'elle est hors le Cercle.

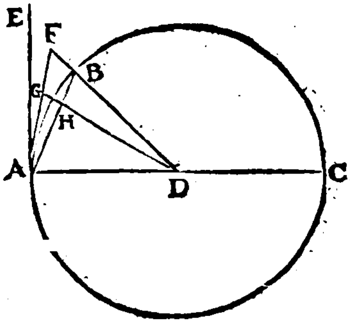


Je dis en second lieu, que de l'extremité A, on ne peut pas mener une Ligne Droitte qui soit entre la Perpendiculaire AE, & la Circonference AB.

Car si l'on prétendoit qu'on en pût mener une, par exemple AF, comme cette Ligne ne seroit pas perpendiculaire au Diametre AC, ce Diametre ne luy seroit pas non plus Perpendiculaire; Donc en tirant du Centre D, une Ligne perpendiculaire à AF, cette Ligne tombera en quelque Point de la Ligne AF, par exemple au Point G, & ce Point sera different du Point A, & par consequent hors le Cercle ; D'où il s'ensuivra que la Ligne DG, qui passera au delà de la Circonference sera plus grande que DA ; Si bien que dans le Triangle DAG, l'Angle DAG, qui est soûtenu du Costé DG, sera plus grand que l'Angle DGA, qui est soûtenu du Costé DA, qui est plus petit ; Or l'Angle DGA, est droit par construction, donc l'Angle DAG, sera plus grand qu'un Droit ; Et ainsi deux Angles d'un Triangle vaudroient plus de deux Droits, ce qui est impossible par la 17. du 1. Il est donc impossible de pouvoir mener du Point A, une Ligne Droitte qui se trouve entre la Perpendiculaire AE, & la Circonference AB.

Je dis en troisiéme lieu, que l'Angle BAD, compris de la Circonference AB, & du Diametre AD, est plus grand que tout Angle Rectiligne Aigu.

Car si on mene du Point A, une Ligne Droitte, & qu'on l'approche le plus prés qu'il est possible de la Perpendiculaire AE, afin de faire par ce moyen le plus grand Angle Rectiligne Aigu qu'il est possible, il s'ensuivra par ce qui vient d'estre prouvé, que cette Ligne tombera dans le Cercle, & partant qu'elle fera avec le Diametre AC, un Angle plus petit que l'Angle Mixte BAD; Lequel par consequent est plus grand que tout Angle Rectiligne Aigu.



Je dis enfin, que l'Angle de Contingence BAE, compris de la Circonference du Cercle, & de la Perpendiculaire AE, est plus petit que tout Angle rectiligne Aigu.

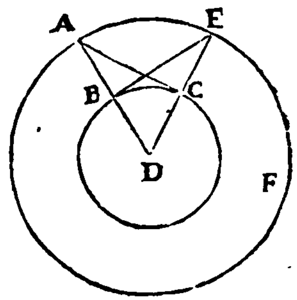
Car si on mene du Point A, une Ligne Droitte, & qu'on l'approche le plus prés qu'il est possible de la Perpendiculaire AE, afin de faire par ce moyen le plus petit Angle Rectiligne Aigu qu'il est possible, il s'ensuivra de mesme, par ce qui a esté déja prouvé, que cette Ligne tombera dans le Cercle, & partant qu'elle fera avec la Ligne AE, un Angle plus grand que l'Angle de Contingence BAE; Lequel par consequent est plus petit que tout Angle Rectiligne Aigu; Qui est tout ce qu'il falloit démontrer.

PROP.

PROPOSITION XVII.

PROBLEME II.

D'un Point donné hors d'un Cercle mener une Ligne Droitte qui touche le Cercle.



JE suppose qu'on donne le Point A, hors le Cercle BC, & je propose de mener du Point A, une Ligne Droitte qui touche le Cercle BC ; Pour le faire.

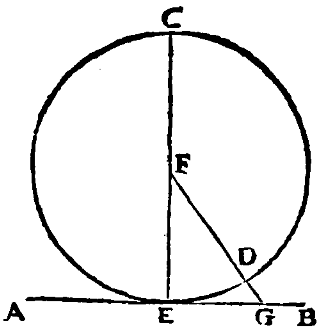
Du Point A, au Centre D, menez la Ligne Droitte AD ; & du Centre D, & de l'Intervalle DA, décrivez le Cercle AEF ; puis du Point B, où la Ligne Droitte AD, couple le Cercle BC, élevez la Ligne Droitte BE, perpendiculaire à AD ; de mesme du Point E, ou la Ligne BE, coupe le Cercle AEF, au Centre D, menez la Ligne Droitte ED ; Enfin du Point A, au Point C, ou la Ligne DE, coupe la Circonference du Cercle BC, menez la Ligne Droitte AC ; Cela estant, je dis que la Ligne AC, qui part du Point donné A, touche le Cercle BC ; Pour le prouver.

Les Triangles ADC, EDB, ont les deux Costez AD, DC, égaux aux deux Costez ED, DB, chacun au sien, & l'Angle D, compris de ces Costez égaux est commun ; Donc par la 4. du 1. la Baze est égale à la Baze, & l'Angle ACD, est égal à l'Angle EBD ; Or l'Angle EBD, est Droit par construction ; donc l'Angle ACD, est aussi Droit ; Et partant par la Proposition précedente, la Ligne AC, qui est élevée perpendiculairement à l'extremité du Diametre DC, touche le Cercle BC ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XVIII.

THEOREME XVI.

Si une Ligne Droitte touche un Cercle, & que du Centre à l'attouchement on mene une autre Ligne Droitte, cette Ligne sera Perpendiculaire à la Touchante.



JE suppose que la Ligne Droitte AB, touche le Cercle EDC, au Point E, & que du Centre F, on mene au Point de l'attouchement E, la Ligne Droitte FE ; Cela estant, je dis que la Ligne FE, est Perpendiculaire à la Touchante AB.

Car si FE, n'estoit pas Perpendiculaire à AB, on pourroit par la 12. du 1. du Point F, abaisser sur AB, une Perpendiculaire, comme FG, laquelle, allant rencontrer la Ligne AB, en un autre Point que celuy de l'attouchement, passera au delà de la Circonference du Cercle, & par consequent sera plus grande que FD, qui est bornée à cette Circonference, ou que son égale FE ; Si bien que dans le Triangle FEG, l'Angle FEG, qui est soûtenu du Costé FG, sera plus grand que l'Angle FGE, qui est soûtenu du Costé FE, qui est plus petit ; Or l'Angle FGE, est Droit, par cette fausse construction ; Donc l'Angle FEG, sera plus grand qu'un Droit ; Et ainsi deux Angles d'un Triangle vaudroient plus de deux Droits ; ce qui est impossible, par la 17. du 1. Il est donc impossible que la Ligne FE, ne soit pas Perpendiculaire à AB, Ce qu'il falloit démontrer.

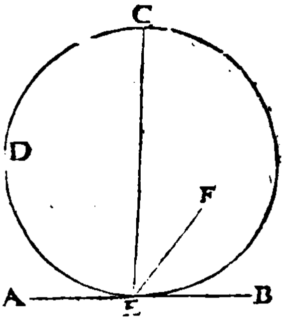
PROPOSITION XIX.

THEOREME XVII.

Si une Ligne Droitte touche un Cercle, & que du Point de l'attouchement on éleve une Perpendiculaire, elle passera par le Centre.

JE suppose que la Ligne Droitte AB, touche le Cercle CDE, au Point E, & que de ce Point on éleve la Ligne Droitte EC, Perpendiculaire à AB ; Cela estant, je dis que cette Ligne passe par le Centre, ou ce qui est la mesme chose, que le Centre du Cercle se rencontre dans la Ligne EC.

Car si cela n'estoit, le Centre de ce Cercle seroit en quelque Point hors de cette Ligne, par exemple, au Point F ; Tirant donc de ce Point à celuy de l'attouchement la Ligne Droitte FE ; cette Ligne, par la Proposition precedente, sera Perpendiculaire à AB ; Et partant l'Angle AEF, sera Droit ; mais l'Angle AEC, est déja Droit, par Supposition ; ainsi l'Angle AEF, seroit égal à l'Angle AEC, c'est à dire le tout à sa Partie ; ce qui est impossible ; Il est donc impossible que le Centre du Cercle CDE, soit hors de la Ligne EC ; Laquelle par consequent passe par le Centre ; Ce qu'il falloit démontrer.

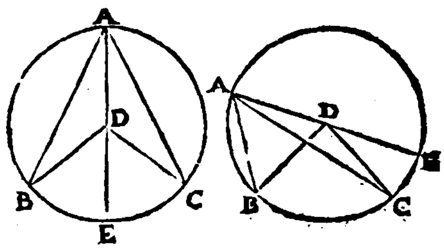


PROPOSITION XX.

THEOREME XVIII.

Au Cercle, l'Angle du Centre est double de l'Angle de la Circonference, quand ils s'appuyent tous deux sur un mesme Arc, où qu'ils ont une mesme Portion de Circonference pour Baze.

JE suppose que dans le Cercle ABC, l'Angle BDC, qui est au Centre D, & l'Angle BAC, qui est à la Circonference s'appuyent tous deux sur un mesme Arc, & ont la mesme portion de Circonference pour Baze, à sçavoir BC ; Cela estant, je dis que l'Angle BDC, est double de l'Angle BAC ; Pour le prouver.



Menez par les Points A, & D, la Ligne Droitte ADE ; Cela posé.

Au Triangle ADB, les deux Costez DA, DB, sont égaux, par la Definition du Cercle ; Donc par la 5. du 1. les deux Angles DAB, & DBA, sont égaux entr'eux ; Or l'Angle exterieur BDE, est égal aux deux Angles DAB, & DBA, par la 32. du 1. donc l'Angle BDE, est double de l'Angle BAD ; de mesme, au Triangle ADC, les deux Costez DA, DC, sont égaux, par consequent les deux Angles DAC, & DCA, sont aussi égaux ; Or l'Angle EDC, est aussi égal aux deux Angles DAC, & DCA ; donc il est double de l'Angle DAC ; Si donc à l'Angle BDE, on adjoûte l'Angle EDC, & à l'Angle BAD, on adjoûte l'Angle DAC, l'Angle BDC, sera double de l'Angle BAC, par le 19. Ax. du 1. Ce qu'il falloit démontrer.

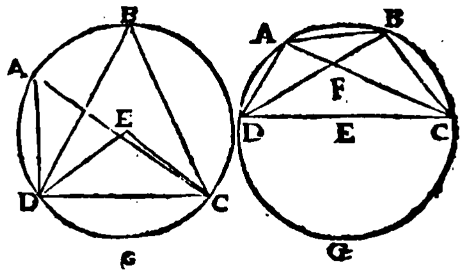
Que si le Point A, avoit esté pris comme dans cette seconde Figure, on auroit prouvé de mesme, que l'Angle BDE, est double de l'Angle BAD, & que l'Angle CDE, est double de l'Angle CAD ; Ensuite dequoy ostant l'Angle CAD de l'Angle BAD, & l'Angle CDE, de l'Angle BDE, l'Angle restant BDC, sera double de l'Angle restant BAC, par le 20. Ax. du 1. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXI.

THEOREME XIX.

Au Cercle, les Angles qui sont dans un mesme Segment, ou qui s'appuyent sur un mesme Arc, sont égaux entr'eux.

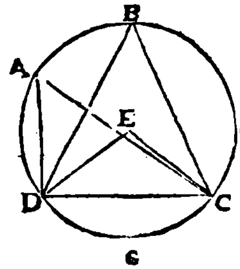
JE suppose que dans le Cercle ABCD, les deux Angles DAC, DBC, soient dans le mesme Segment DABC, ou, (ce qui est la même chose) qu'ils s'appuyent tous deux sur le mesme Arc DGC ; Cela estant, je dis que ces deux Angles DAC, DBC, sont égaux entr'eux. Pour le prouver.

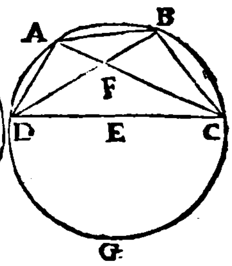


Comme tout Segment de Cercle est plus ou moins grand qu'un Demy-cercle; Supposons premierement que le Segment DABC, soit plus grand que le Demy-cercle ; Cela supposé, menez du Centre E, aux extremitez de la Baze du Segment D, & C, les Lignes Droittes ED, EC ; Cela posé.

L'Angle DEC, qui est au Centre est double de l'Angle DAC, qui est à la Circonference, par la Prop. precedente, & par la mesme raison il est aussi double de l'Angle DBC; Et partant les deux Angles DAC, & DBC, qui sont chacun moitié d'un mesme Angle, sont égaux entr'eux.

Supposons en second lieu, que le Segment DABC, soit plus petit que le Demy-cercle ; Cela supposé, du Point A, au Point B, menez la Ligne Droitte AB ; Cela posé.



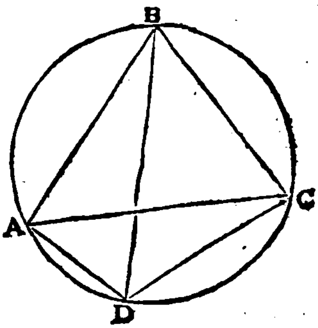


Puisque le Segment DABC, est plus petit que le Demy-cercle, il s'ensuit que le Segment DGC, est plus grand que le Demy-cercle, & à plus forte raison le Segment AGB ; D'où il suit que les Angles ADB, ACB, qui sont dans le Segment AGB, sont égaux entr'eux, par ce qui vient d'estre prouvé. D'ailleurs, les Angles AFD, BFC, sont aussi égaux entr'eux, par la 15. du 1. Par consequent les deux Triangles AFD, BFC, ont deux Angles égaux à deux Angles chacun au sien ; Et partant le troisiéme DAF, ou DAC, est égal au troisiéme FBC, ou DBC, par le 2. Corollaire de la 32. du 1 ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXII.

THEOREME XX.

Les Figures de quatre Costez inscrites au Cercle, ont les Angles Opposez égaux à deux Droits.



JE suppose que la Figure ABCD, soit inscritte dans le Cercle ABCD ; Cela estant, je dis que les Angles Opposez, comme BAD, & BCD, sont égaux à deux Droits ; Pour le prouver.

Menez les deux Lignes Droittes AC, & BD ; Cela posé.

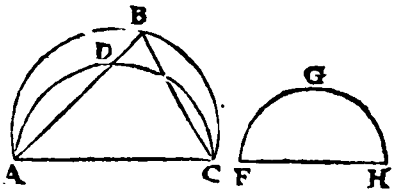
L'Angle BAC, & l'Angle BDC,

s'appuyent sur le mesme Arc BC, donc ils sont égaux, par la Proposition precedente ; L'Angle CAD, & l'Angle CBD, s'appuyent aussi sur un mesme Arc, à sçavoir DC, donc ils sont aussi égaux ; Partant les deux Angles BAC, & CAD, ou l'Angle total BAD, est égal aux deux Angles DBC, & BDC ; Mais ces deux Angles, pris avec le troisiéme BCD, valent deux Droits par la 32. du 1. Donc l'Angle BAD, pris avec le mesme Angle BCD, valent aussi deux Droits ; On prouvera par la mesme raison que les deux Angles ABC, & ADC, sont égaux à deux Droits; Qui est ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIII.

THEOREME XXI.

Si deux Portions de Cercles sont semblables & inégales leurs Bazes ne seront pas égales.



IE suppose que les deux Portions de Cercles ABC, FGH, soient semblables & inégales ; Cela estant, je dis que leurs Bazes AC, FH, ne sont pas égales.

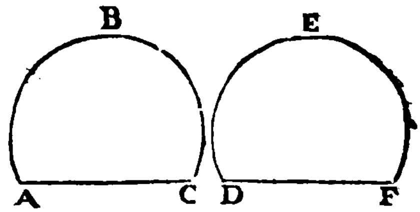
Car si ces Bazes estoient égales en transportant par pensée le Segment ou portion de Cercle FGH, sur le Segment ABC, on pourroit faire convenir la Baze FH, avec la Baze AC ; Et d'autant que le Segment FGH, est supposé inégal au Segment ABC, l'Arc FGH, ne conviendroit pas avec l'Arc ABC ; C'est pourquoy l'Arc FGH, tomberoit en quelqu'autre endroit, comme par exemple à l'endroit ADC ; Tirant donc la Ligne Droitte ADB, qui coupe ces Arcs aux Points D, & B, & menant les Lignes Droittes CB, CD, il s'ensuivra que puisque les Segmens ADC, ABC, ſont ſuppoſez ſemblables, les Angles ADC, ABC, qui ſont dans ces Segmens ſeront égaux entr'eux, par la definition des Segmens ſemblables ; Et ainſi l'Angle ADC, qui eſt exterieur au reſpect du Triangle DBC, ſeroit égal à ſon Oppoſé Interieur DBC ; Ce qui eſt impoſſible par la 16. du 1. Donc ſi deux Portions de Cercles ſont ſemblables & inégales, leurs Bazes ne ſeront pas égales ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIV.

THEOREME XXII.

Si deux Segmens, ou deux Portions de Cercles, ſemblables, ont pour Bazes des Lignes Droittes égales, ils ſeront égaux entr'eux.

IE ſuppoſe que les deux Segmens ABC, DEF, ſoient ſemblables, & que leurs Bazes AC, DF, ſoient égales ; Cela eſtant, je dis que ces deux Segmens ſont égaux entr'eux.

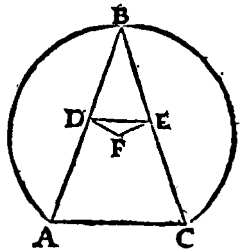


Car s'ils eſtoient Inégaux, il s'enſuivroit que deux Segmens ſemblables & inégaux auroient des Bazes égales ; Ce qui eſt impoſſible par la Prop. precedente ; Donc ces deux Segmens ſont égaux ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXV.

PROBLEME III.

Vne Portion de Cercle estant donnée décrire le Cercle duquel elle est Portion.



JE suppose que la Portion de Cercle ABC, soit donnée, & je propose de décrire le Cercle entier, duquel elle est Portion ; c'est à dire que je propose de trouver le Centre du Cercle, duquel la Portion ABC, est donnée ; Pour le faire.

Prenez à discretion dans la Circonference ABC, trois Points, par exemple A, B, C ; Menez les deux Lignes Droittes AB, BC ; Coupez chacune de ces Lignes en deux également aux Points D, & E ; De chacun de ces Points élevez une Perpendiculaire, sçavoir DF, EF ; Cela estant, je dis que ces deux Perpendiculaires se rencontreront ; & que le Point de leur Rencontre, à sçavoir F, est le Centre du Cercle, dont ABC, est une Portion ; Pour le prouver.

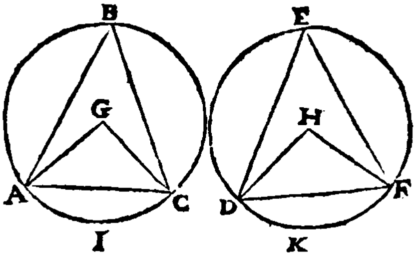
Du Point D, au Point E, menez la Ligne Droitte DE, Cela posé.

Puisque les Angles BDF, & BEF, sont Droits, par construction, les Angles EDF, & DEF, qui n'en sont que les parties sont moindres que deux Droits ; Et partant les deux Lignes DF, EF, se doivent rencontrer, par la Remarque de la 28. 1. Ensuitte dequoy, il s'ensuit par la 1. Remarque de la premiere Prop. de ce Livre, que le Point F, est le Centre cherché ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVI.

THEOREME XXIII.

Aux Cercles Egaux, les Angles Egaux s'appuyent sur Circonferences Egales, soit qu'ils soient constituez au Centre, ou à la Circonference.



IE suppose que les Cercles ABC, DEF, soient égaux, & que les Angles AGC, DHF, qui sont constituez au Centre, ou les Angles ABC, DEF, qui sont constituez à la Circonference, soient aussi égaux entr'eux ; Cela estant, je dis que les Arcs AIC, DKF, sur lesquels ces Angles s'appuyent, sont égaux entr'eux ; Pour le prouver.

Menez les Lignes Droittes AC, DF ; Cela posé.

Puisque les Cercles ABC, DEF, sont supposez égaux, Il s'ensuit que les Costez AG, GC, du Triangle AGC, sont égaux aux deux Costez DH, HF, du Triangle DHF, Deplus l'Angle AGC, est supposé égal à l'Angle DHF ; Partant la Baze AC, est égale à la Baze DF, par la 4. du 1. Ainsi nous avons deux Segmens de Cercles ABC, DEF, qui sont semblables, puisqu'ils sont supposez capables d'Angles égaux ; & qui d'ailleurs ont pour Bazes des Lignes Droittes égales, sçavoir AC, DF ; Et partant ces deux Segmens sont égaux, par la 24. Prop. D'où il suit que si on les oste des deux Cercles entiers qui sont supposez égaux, les Arcs restans AIC, DKF, seront égaux entr'eux ; Ce qu'il falloit démontrer.

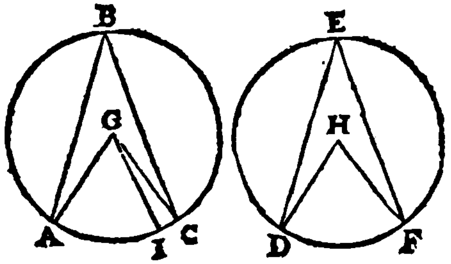
PROPOSITION XXVII.

THEOREME XXIV.

Aux Cercles Egaux, les Angles qui s'appuyent sur Circonferences Egales sont égaux entr'eux, soit qu'ils soieut constituez au Centre, ou à la Circonference.

JE suppose que les Cercles ABC, DEF, soient égaux, & que les Arcs AC, DF, soient aussi égaux ; Cela estant, je dis premierement que les Angles AGC, DHF, qui sont constituez aux Centres G, & H, & qui s'appuyent sur ces deux Arcs sont égaux entr'eux.

Car s'ils n'estoient pas égaux, il faudroit que l'un de ces Angles fust plus grand que l'autre ; Posons donc que ce soit l'Angle AGC ; si cela est, par la 23. du 1. on pourra en retrancher une partie, comme AGI, égale à DHF ; Ensuite dequoy, par la Prop. precedente, l'Arc AI, sera égal à l'Arc DF ; Mais l'Arc AC, est déja supposé égal à l'Arc DF ; Ainsi l'Arc AI, & l'Arc AC, seroient égaux entr'eux, c'est à dire la Partie au Tout, ce qui est impossible ; Il est donc impossible que l'Angle AGC, soit plus grand que l'Angle DHF ; On prouvera de mesme que l'Angle DHF, n'est pas plus grand que l'Ang'e AGC; Et partant ces deux Angles sont égaux ; Ce qu'il falloit démontrer.



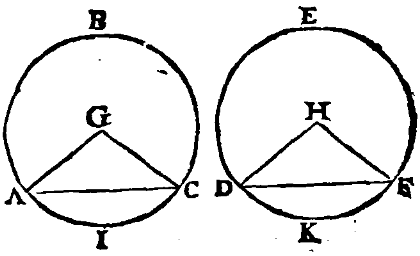
Je dis en second lieu, que les Angles ABC, DEF, qui sont à la Circonference, & qui s'appuyent sur ces mesmes Arcs, sont égaux entr'eux.

Car par la 20. Prop. ces deux Angles ABC, DEF, ſont moitié des Angles AGC, DHF, qui viennent d'eſtre prouvez égaux ; Et partant les deux Angles ABC, DEF, ſont égaux entr'eux, par le 7. Ax. du 1. Ce qu'il falloit démonſtrer.

PROPOSITION XXVIII.

THEOREME XXV.

Aux Cercles Egaux les Lignes Droittes Egales ſoûtiennent Circonferences Egales.



JE ſuppoſe que les Cercles ABC, DEF, ſoient égaux, & que les Lignes AC, DF, qui ſont les Soûtendantes des Arcs AIC, & DKF, ſoient égales ; Cela eſtant, je dis que les Arcs AIC, & DKF, ſont egaux entr'eux. Pour le prouver.

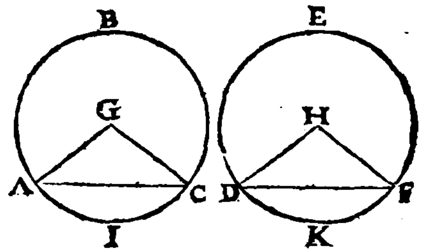
Menez des Centres G, & H, les Lignes Droittes GA, GC ; HD, HF ; Cela poſé.

Les Coſtez GA, GC, du Triangle AGC, ſont égaux aux Coſtez HD, HF, du Triangle DHF, par la Definition des Cercles égaux. Deplus la Baze AC, eſt égale à la Baze DF, par ſuppoſition, donc l'Angle AGC, eſt égal à l'Angle DHF, par la 8, du 1 ; D'où il ſuit par la 26. Prop. que les Arcs AIC, & DKF, ſur leſquels ils s'appuyent ſont égaux entr'eux ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIX.

THEOREME XXVI.

Aux Cercles Egaux les Circonferences Egales ont ont leurs Soutendantes égales.



JE ſuppoſe que les Cercles ABC, DEF, ſoient égaux, & que les Arcs ou Circonferences AIC, DKF, ſoient auſſi égales ; Cela eſtant, je dis que les Lignes AC, & DF, qui en ſont les Soutendantes ſont égales entr'elles ; Pour le prouver.

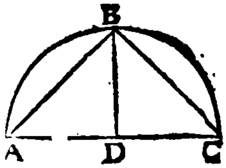
Menez des Centres G, & H, les Lignes Droittes GA, GC ; HD, HF, Cela poſé.

Puiſque les Cercles ABC, DEF, ſont ſuppoſez égaux, les deux Coſtez GA, GC, du Triangle AGC, ſont égaux aux deux Coſtez HD, HF, du Triangle DHF ; D'ailleurs l'Angle AGC, compris des deux Coſtez du premier Triangle, eſt égal à l'Angle DHF, compris des deux Coſtez du ſecond, puiſque les Arcs, ſur leſquels ils s'appuyent, ſont égaux par ſuppoſition ; Et partant la Baze AC, eſt égale à la Baze DF, par la 4. du 1. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXX.

PROBLEME IV.

Couper en deux également un Arc de Cercle donné.



JE ſuppoſe que l'Arc de Cercle ABC, ſoit donné ; & je propoſe de le couper en deux parties égales ; Pour le faire.

Du Point A au Point C, menez la Ligne Droitte AC, coupez cette Ligne en deux également au Point D, Elevez au Point D, la Perpendiculaire DB, qui rencontre l'Arc au Point B ; Cela eſtant, je dis que cet Arc eſt coupé en deux également, c'eſt à dire que l'Arc AB, eſt égal à l'Arc BC ; Pour le prouver.

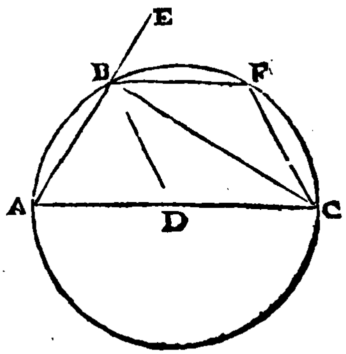
Menez les Lignes Droittes AB, BC ; Cela poſé.

Le Coſté AD, du Triangle ABD, eſt égal au coſté DC, du Triangle CDB, par conſtruction ; Le Coſté BD, eſt commun à ces deux Triangles ; Deplus l'Angle ADB, eſt égal à l'Angle CDB, par conſtruction ; Donc la Baze AB, eſt égale à la Baze BC, par la 4. du 1. Et par conſequent les Arcs AB, BC, que ces deux Bazes ſoûtiennent, ſont égaux entr'eux, par la 28. Prop. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XXXI.

THEOREME XXVII.

Au Cercle, l'Angle qui est au Demy-cercle est droit; celuy qui est au plus grand Segment est plus petit qu'un Droit; & celuy qui est au plus petit Segment est plus grand qu'un Droit; Deplus, l'Angle du plus grand Segment est plus grand qu'un Droit; Et l'Angle du plus petit Segment est plus petit qu'un Droit.



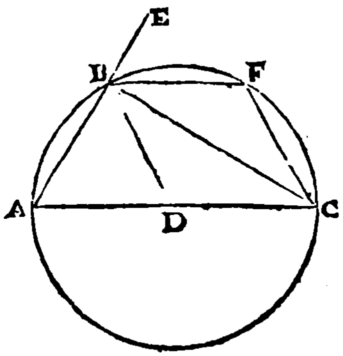
JE suppose qu'au Cercle ABC, D soit le Centre, & ADC, le Diametre, & qu'ayant pris dans le Demy-cercle le Point B, à discretion, on a mené de ce Point aux extremitez du Diametre les deux Lignes Droittes BA, BC, qui font l'Angle au Demy-cercle ABC; Cela estant, Je dis premierement que l'Angle ABC, est Droit; Pour le prouver.

Menez du Point D, au Point B, la Ligne Droitte DB, & continuez la Ligne AB, vers E; Cela posé.

Au Triangle ABD, les Costez DA, DB, sont égaux, par la definition du Cercle; Donc l'Angle ABD, est égal à l'Angle BAD, par la 5. du 1. De mesme, au Triangle DBC, les Costez DB, DC, estant égaux, l'Angle DBC, est égal à l'Angle BCD; Et ainsi l'Angle total ABC, est égal aux deux Angles BAD, BCD; D'ailleurs, l'Angle exterieurEBC, est égal à ces deux mesmes Angles BAC, BCD, parla 32. du 1. Partant l'Angle ABC, & l'Angle EBC, sont égaux entr'eux; Et par consequent la Ligne BC, est perpendiculaire à AE, & l'Angle ABC, est Droit; Ce qu'il falloit démontrer.

Je dis en ſecond lieu, que l'Angle BAC, qui eſt au plus grand Segment CAB, eſt plus petit qu'un Droit. Pour le prouver.

Au Triangle ABC, les deux Angles ABC, & BAC, ſont plus petits que deux Droits, par la 17. du 1. Or il vient d'eſtre prouvé que l'Angle ABC, eſt Droit ; Donc l'Angle BAC, eſt moindre qu'un Droit ; Ce qu'il falloit encore démontrer.



Je dis en troiſiéme lieu, que l'Angle BFC, qui eſt au plus petit Segment CFB, eſt plus grand qu'un Droit. Pour le prouver.

La Figure de quatre Coſtez ABFC, eſt inſcritte au Cercle, & ainſi les deux Angles oppoſez BAC, & BFC, ſont égaux à deux Droits, par la 22. Prop. Mais il vient d'eſtre prouvé que l'Angle BAC, eſt moindre qu'un Droit, donc l'Angle BFC, eſt plus grand qu'un Droit. Ce qu'il falloit encore démontrer.

Je dis en quatriéme lieu, que l'Angle du plus grand Segment, c'eſt à dire l'Angle Mixte CBA, qui eſt compris de la Ligne Droitte BC, & de la Circonference BA, eſt plus grand qu'un Droit ; Pour le prouver.

L'Angle Mixte CBA, eſt plus grand que l'Angle Rectiligne ABC, qui n'eſt que ſa partie ; Or l'Angle ABC, eſt Droit, comme l'on vient de prouver ; donc l'Angle Mixte CBA, eſt plus grand qu'un Droit ; Ce qu'il falloit démontrer.

Je dis enfin que l'Angle du plus petit Segment, c'eſt à dire l'Angle Mixte CBF, qui eſt compris de la Ligne Droitte CB, & de la Circonference BF, eſt plus petit qu'un Droit ; Pour le prouver.

L'Angle Mixte CBF, eſt plus petit que l'Angle Rectiligne CBE, dont il n'eſt que partie ; Or l'Angle CBE, eſt Droit, comme l'on vient de prouver, donc l'Angle Mixte CBF,

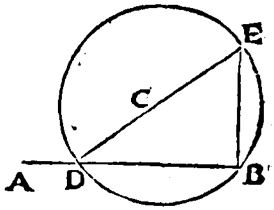
CBF, eſt plus petit qu'un Droit, Ce qui reſtoit à démontrer.

Remarque.

Cette Propoſition nous donne un moyen facile pour élever une Perpendiculaire à l'extremité d'une Ligne Droitte donnée.

Suppoſons que la Ligne Droitte donnée ſoit AB, & qu'à ſon extremité B, il faille élever une Perpendiculaire; Pour le faire.

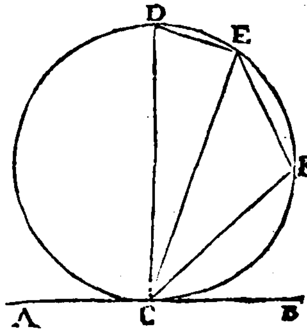
Prenez quelque Point, comme C, audeſſus de la Ligne AB, puis du Point C, comme Centre, & de l'Intervalle CB, décrivez le Cercle EBD, ce Cercle coupera la Ligne AB, en quelqu'autre Point, comme D; Par ce Point D, & par le Centre C, menez la Ligne Droitte DCE; Enfin du Point E, au Point B, menez la Ligne Droitte EB, & cette Ligne ſera Perpendiculaire à AB; Car puiſque l'Angle B, eſt au Demy-cercle, Il eſt Droit.



PROPOSITION XXXII.

THEOREME XXVIII.

Si une Ligne Droitte touche un Cercle, & que du Point de l'attouchement on mene une Ligne Droitte qui le coupe, l'Angle que fait de part & d'autre la Coupante avec la Touchante, est égal à l'Angle dont le Segment alterne est capable.



JE suppose que la Ligne AB, touche le Cercle CDE, au Point C, & que de ce Point on a mené la Ligne Droitte CE, qui coupe le Cercle en deux Segmens, sçavoir CDE, & CFE ; Cela estant, je dis premierement que l'Angle BCE, que la Coupante faite d'une part avec la Touchante, est égal à l'Angle dont le Segment alterne CDE, est capable ; Pour le prouver.

Elevez au Point C, la Ligne CD, perpendiculaire à AB, & du Point D, au Point E, menez la Ligne Droitte DE, laquelle fera avec CD, l'Angle CDE, dont le Segment CDE, est capable ; Si bien qu'il s'agit de montrer que l'Angle CDE, est égal à l'Angle BCE ; Pour le prouver.

Puisque la Ligne AB, touche le Cercle, & que CD, a esté élevée perpendiculairement au Point de l'attouchement, Il s'ensuit par la 19. Prop. qu'elle passe par le Centre, & par consequent qu'elle en est le Diametre, & que le Segment CFED, est un Demy-cercle ; d'où il suit que l'Angle CED, qui est au Demy-cercle est droit par la 18. Prop. Et d'autant que les trois Angles du Triangle CDE, sont égaux à deux Droits, par la 32. du 1. Il s'ensuit que les deux Angles CDE, & DCE, sont égaux à un Droit, c'est à dire à l'Angle BCD ; Si donc de ces deux Tous qui ſont égaux on oſte l'Angle DCE, qui leur eſt commun, il reſtera l'Angle BCE, égal à l'Angle CDE ; Ce qu'il falloit démontrer.

Je dis en ſecond lieu, que l'Angle ACE, que la Coupante CE, fait avec la Touchante AB, eſt égal à l'Angle dont le Segment alterne CFE, eſt capable, c'eſt à dire que ſi dans l'Arc CFE, on prend à diſcretion quelque Point comme F, d'où l'on mene les Lignes Droittes FC, FE, l'Angle ACE, ſera égal à l'Angle CFE ; Pour le prouver.

La Figure de quatre Coſtez CDEF, eſtant inſcritte au Cercle, les deux Angles oppoſez CDE, CFE, ſont égaux à deux Droits, par la 22. Prop. Mais les Angles ACE, BCE, ſont auſſi égaux à deux Droits par la 31. du 1. Partant les deux Angles CDE, CFE, ſont égaux aux deux Angles BCE, ADE ; Si donc de ces deux Tous qui ſont égaux, on oſte les Angles CDE, & BCE, qui viennent d'eſtre prouvez égaux, l'Angle reſtant CFE, ſera égal à l'Angle reſtant ACE ; Ce qu'il falloit démontrer.

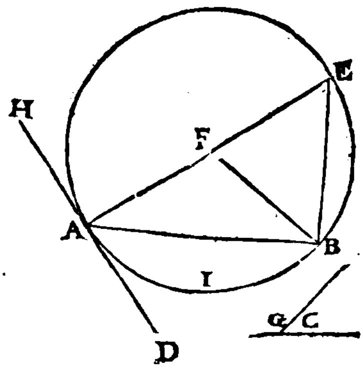
PROPOSITION XXXIII.

PROBLEME V.

Sur une Ligne Droitte donnée, décrire une portion de Cercle capable d'un Angle Egal à un Angle Rectiligne donné.

JE ſuppoſe que la Ligne Droitte AB, ſoit donnée, & que l'Angle Rectiligne C, ſoit auſſi donné ; & je propoſe de décrire ſur AB, une portion de Cercle capable d'un Angle Egal à l'Angle C ; Pour le faire.

Menez la Ligne Droitte HAD, qui faſſe avec AB, l'Angle BAD, égal à l'Angle C; Elevez au Point A, la Ligne AE, perpendiculaire à HD ; Puis tirez du Point B, la Ligne Droitte BF, qui faſſe avec AB, l'Angle ABF, égal à l'Angle FAB ; Enfin du Centre F, & de l'Intervalle FA, décrivez un Cercle;



Cela estant, je dis que la Circonference de ce Cercle passera par le Point B, & que le Segment AEB, sera capable d'un Angle égal à l'Angle C, c'est à dire qu'ayant mené la Ligne BE, l'Angle AEB, sera égal à l'Angle C ; Pour le prouver.

Puisque les Angles FAB, FBA, sont égaux, par construction, les deux Costez FA, FB, qui les soûtiennent sont aussi égaux par la 6. du 1. D'où il suit que la Circonference du Cercle qui est décrit du Centre F, & de l'Intervalle FA, passe aussi par le Point B; D'ailleurs puisque la Ligne AFE, passe par le Centre F, du Cercle AEB ; Il s'ensuit qu'elle en est le Diametre, & puisque la Ligne HAD, luy est perpendiculaire, il s'ensuit que cette Ligne HAD, touche ce Cercle, par la 16. Prop. Or la Ligne AB, part du Point de l'attouchement & coupe le mesme Cercle ; Donc par la Proposition precedente, l'Angle BAD, qu'elle fait avec la Touchante est égal à l'Angle AEB, dont le Segment alterne AEB, est capable ; Mais l'Angle BAD, a esté fait égal à l'Angle C, donc l'Angle AEB, est aussi égal à l'Angle C ; Ce qu'il falloit démontrer.

Si l'Angle donné eust esté Obtus, comme l'Angle G, il auroit toûjours fallu faire la mesme construction que cydessus ; Mais au lieu de prendre la Portion AEB, il auroit fallu prendre la Portion AIB, comme estant celle qui est capable d'un Angle Egal à l'Angle donné G.

Si l'Angle donné eust esté droit, il n'auroit fallu que décrire un Demy-cercle sur la Ligne donnée AB, Car le Demy-Cercle est capable d'un Angle Droit, par la 31. Prop. Ainsi dans tous les cas possibles nous avons sur une Ligne Droitte donnée décrit un Segment, ou une portion de Cercle, capable d'un Angle Rectiligne donné ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

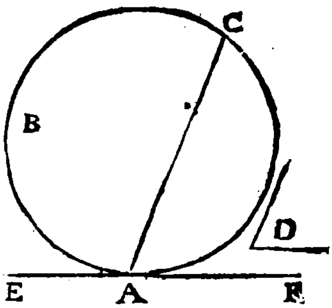
PROPOSITION XXXIV.

PROBLEME VI.

D'un Cercle donné, retrancher un Segment capable d'un Angle Egal à un Angle Rectiligne donné.

JE suppose que le Cercle ABC, soit donné, & que l'Angle Rectiligne D, soit aussi donné ; Et je propose de retrancher du Cercle ABC, un Segment capable d'un Angle Egal à l'Angle D ; Pour le faire.

Menez la Ligne Droitte EAF, qui touche le Cercle au Point A ; Puis par la 23. du 1. tirez du Point A, dans le Cercle la Ligne Droitte AC, qui fasse avec AF, l'Angle FAC, égal à l'Angle D ; Cela estant, je dis que le Segment ABC, est capable d'un Angle Egal à l'Angle Rectiligne donné D ; Pour le prouver.



Par la 23. Prop. l'Angle dont le Segment ABC, est capable est égal à l'Angle FAC ; Or par la construction l'Angle FAC, est égal à l'Angle D ; Partant l'Angle dont le Segment ABC, est capable est égal à l'Angle D ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

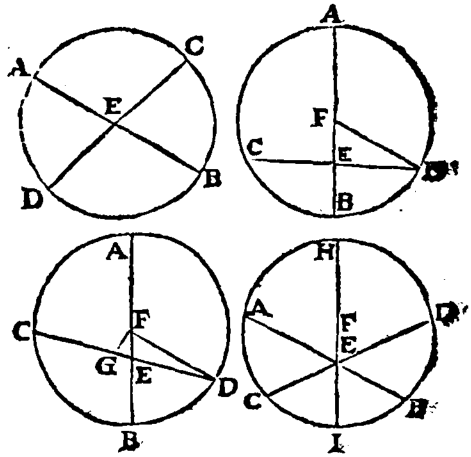
PROPOSITION XXXV.

THEOREME XXIX.

Si dans un Cercle deux Lignes Droittes se coupent l'une l'autre, le Rectangle compris des deux Parties de l'une, est égal au Rectangle compris des deux Parties de l'autre.

Je suppose que dans le Cercle ACBD, les deux Lignes Droittes AB, CD, se coupent l'une l'autre au Point E; Cela estant, je dis que le Rectangle compris des deux Parties AE, EB, de la Ligne AB, est égal au Rectangle compris des deux Parties CE, ED, de la Ligne CD.

Cette Prop. peut avoir quatre cas; Car premierement il se peut faire que les deux Lignes qui s'entrecoupent passent par le Centre; Secondement il se peut faire qu'il n'y en ait qu'une qui y passe, & qu'elle coupe l'autre en deux Parties égales; Troisiémement il se peut faire que celle qui passe par le Centre coupe l'autre en deux Parties Inégales; Enfin il se peut faire que ny l'une ny l'autre ne passe par le Centre.



Supposons donc 1. que les deux Lignes AB, CD, passent par le Centre; Cela posé, comme les deux Parties AE, EB, sont égales aux deux Parties CE, ED, par la Definition du Cercle, il est évident que le Rectangle compris des deux premieres, est égal au Rectangle compris des deux autres.

Supposons en second lieu que la Ligne AB, passe par le Centre F, & qu'elle coupe CD, qui ny passe point, en deux Parties égales ; Cela estant, je dis que le Rectangle de AE, EB, est égal au Rectangle de CE, ED ; Pour le prouver.

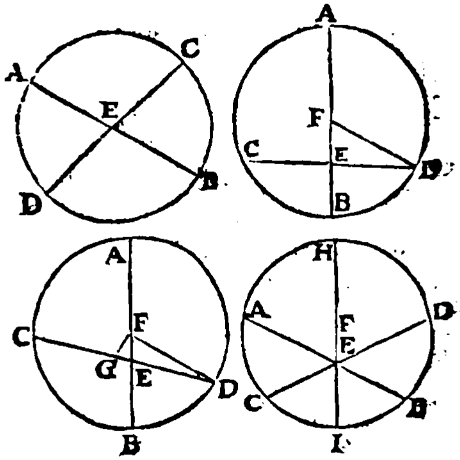
Menez du Centre F, au Point D, la Ligne Droitte FD ; Cela posé.

Puisque la Ligne AB, est coupée en deux également au Point F, & en deux inégalement au Point E ; Il s'ensuit par la 5. Prop. du 2. que le Rectangle compris de AE, EB, avec le Quarré de FE, est égal au Quarré de FB, ou de son égale FD ; Mais puisque FE, qui passe par le Centre, coupe CD, en deux également, elle la coupe aussi perpendiculairement par la 3. Proposition donc l'Angle FED, est Droit ; Par consequent par la 47. du 1. les deux Quarrez de FE, & de ED, sont égaux au Quarré de FD ; Et ainsi le Rectangle compris de AE, EB, avec le Quarré de FE, est égal aux deux Qurrez de FE, & de ED ; Si donc de ces deux Tous qui sont égaux, on oste le Quarré de FE, qui leur est commun, il restera le Rectangle compris de AE, EB, égal au Quarré de ED ; Mais puisque les Lignes CE, ED, sont égales, le Quarré de ED, n'est autre chose que le Rectangle, compris de CE, ED ; Et partant le Rectangle compris de AE, EB, est égal au Rectangle compris de CE, ED.

Supposons en troisiéme lieu, que la Ligne AB, passe par le Centre F, & qu'elle coupe CD, qui ny passe point, en deux Parties inégales ; Cela estant, je dis encore que le Rectangle de AE, EB, est égal au Rectangle de CE, ED ; Pour le prouver.

Abaissez du Centre F, la Ligne FG, Perpendiculaire à CD ; au moyen dequoy, la Ligne CD, sera divisée en deux également, par la 3. Prop. Puis du Point F, au Point D, menez la Ligne Droitte FD ; Cela posé.

Puisque AB. est coupée en deux Parties égales au Point F, & en deux Inégales au Point E, il s'ensuit par la 5. Prop. du 2. que le Rectangle de AE, EB, avec le Quarré de FE, eſt égal au Quarré d FB, ou de ſon égale FD; Mais par la 47. du 1. le Quarré de FE, eſt égal aux deux Quarrez de FG, & de GE; De meſme, le Quarré de FD, eſt égal aux deux Quarrez de FG, & de GD; Si donc au lieu du Quarré de FE, on prend les deux Quarrez de FG, & de GE; Et au lieu du Quarré de FD, on prend les deux Quarrez de FG, & de GD, il s'enſuivra que le Rectangle de AE, EB, avec les deux Quarrez de FG, & de GE, ſera égal aux deux Quarrez de FG, & de GD; Et partant oſtant de ces deux Tous qui ſont égaux le Quarré de FG, qui leur eſt commun, Il reſtera le Rectangle compris de AE, EB, avec le Quarré de GE, qui ſera égal au Quarré de GD; D'ailleurs puiſque CD, eſt coupée en deux Parties égales au Point G, & en deux Inégales au Point E, le Rectangle de CE, ED, avec le Quarre de GE, eſt égal au Quarré de GD, par la 5. Prop. du 2. Et ainſi le Rectangle de AE, EB, avec le Quarré de GE, eſt égal au Rectangle de CE, ED, avec le Quarré de GE; Oſtant donc le Quarré de GE, qui leur eſt commun; Il s'enſuivra que le Rectangle de AE, EB, ſera égal au Rectangle de CE, ED.



Suppoſons enfin que ny l'une ny l'autre de ces deux Lignes AB, CD, ne paſſe par le Centre; Cela eſtant, je dis encore que le Rectangle de AE, EB, eſt égal au Rectangle de CE, ED; Pour le prouver.

Menez par le Centre F, & par le Point E, la Ligne Droitte HFEI; Cela poſé.

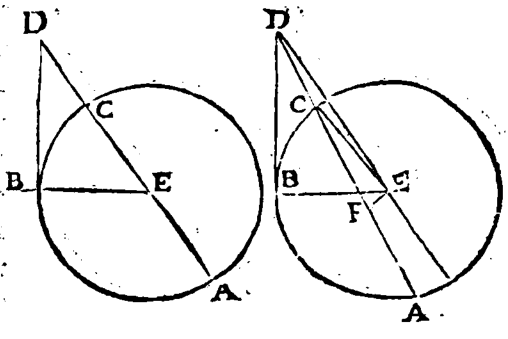
De quelque façon que la Ligne HI, coupe AB, Il s'enſuit par ce qui vient d'eſtre démontré que le Rectangle de AE, EB, eſt égal au Rectangle de HE, EI; De meſme auſſi

aussi de quelque façon que HI, coupe CD, Il s'ensuit que le Rectangle de DE, EC, est égal au mesme Rectangle de HE, EI ; Et ainsi le Rectangle de AE, EB, & le Rectangle de DE, EC, qui sont égaux à un mesme Rectangle, sont égaux entr'eux ; Qui est tout ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXVI.

THEOREME XXX.

Si d'un Point pris à discretion hors d'un Cercle, on tire deux Lignes Droittes, dont l'une le touche, & l'autre le coupe, & se va terminer à sa Circonference concave, le Rectangle compris de toute la Coupante, & de sa Partie hors du Cercle, sera égal au Quarré de la Touchante.



JE suppose qu'on ait pris à discretion le Point D, hors du Cercle ABC, & que de ce Point on ait tiré la Ligne Droitte DB, qui touche le Cercle au Point B, & la Ligne Droitte DA, qui le coupe, & va se terminer à sa Circonference concave ; Cela estant, je dis que le Rectangle compris de AD, DC, est égal au Quarré de DB.

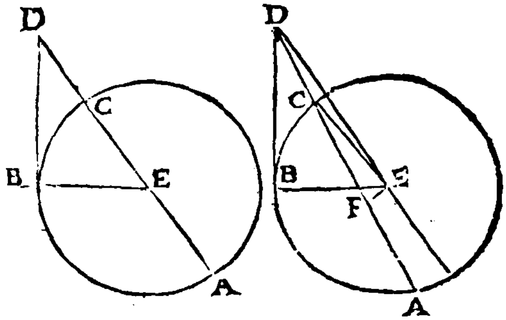
Cette Proposition peut avoir deux cas ; Car ou la Ligne DA, passe par le Centre, ou elle n'y passe point.

Supposons donc 1. qu'elle passe par le Centre ; Cela supposé.

Menez du Centre E, au Point B, la Ligne Droitte EB ;

Cette Ligne par la 18. Prop. ſera Perpendiculaire à la Touchante DB ; D'où il ſuit que l'Angle EBD, ſera Droit ; Cela poſé.

Puiſque la Ligne AC, eſt coupée en deux également au Point E, & que la Ligne CD, luy eſt adjoûtée ; Il s'enſuit que le Rectangle compris de AD, DC, avec le Quarré de EC, ou de ſon égale EB, eſt égal au Quarré de ED, par la 6. Prop. du 2. Mais le Quarré de ED, eſt égal aux deux Quarrez de EB, & de DB, par la 47. du 1. Par conſequent le Rectangle compris de AD, DC, avec le Quarré de EB, eſt égal aux deux Quarrez de EB, & de DB ; Si donc de ces deux Tous, qui ſont égaux, on oſte le Quarré de EB, qui leur eſt commun, il reſtera le Rectangle compris de AD, DC, qui ſera égal au Quarré de DB ; Ce qu'il falloit démontrer.



Suppoſons maintenant que la Ligne DA, ne paſſe point par le Centre ; Cela eſtant, je dis encore que le Rectangle de AD, DC, eſt égal au Quarré de DB. Pour le prouver.

Menez du Centre E, au Point B, la Ligne Droite EB, cette Ligne par la 18. Prop. ſera Perpendiculaire à DB ; De ce meſme Centre abaiſſez la Ligne EF, Perpendiculaire à AD, cette Ligne EF, par la 3. Prop. coupera la Partie AC, qui eſt dans le Cercle en deux également ; Enfin de ce meſme Point menez les deux Lignes Droittes EC, ED, Cela poſé.

Puiſque la Ligne AC, eſt coupée en deux Parties égales au Point F, & que la Ligne CD, luy eſt adjoûtée ; Il s'enſuit par la 6. Prop. du 2. que le Rectangle compris de AD, DC, avec le Quarré de CF, eſt égal au Quarré de DF ; Si donc à ces deux Tous qui ſont égaux, on adjoûte le Quarré de FE, Il s'enſuivra que le Rectangle de AD, DC,

& les deux Quarrez de CF, & de FE, seront égaux aux deux Quarrez de DF, & de FE ; Or les deux Quarrez de CF, & de FE, sont égaux au Quarré de EC, ou de son égale EB, par la 47. du 1. Et de mesme les deux Quarrez de DF, & de FE, sont égaux au Quarré de ED ; Si donc au lieu des deux Quarrez de CF, & de FE, on prend le Quarré de EB ; Et au lieu des deux Quarrez de DF, & de FE, on prend le Quarré de ED ; Il s'ensuivra que le Rectangle compris de AD, DC, avec le Quarré de EB, sera égal au Quarré de ED ; Mais les deux Quarrez de DB, & de EB, sont aussi égaux au Quarré de ED, par la 47. du 1. Donc le Rectangle de DA, DC, & le Quarré de EB, sont ensemble égaux aux deux Quarrez de DB, & de EB ; Si donc de ces deux Tous, qui sont égaux, on oste le Quarré de EB, qui leur est commun ; Il restera le Rectangle de DA, DC, égal au Quarré de DB ; Ce qu'il falloit démontrer.

I. Corollaire.

Il suit de cette Proposition, que si d'un Point pris à discretion hors d'un Cercle, on mene tant de Lignes Droittes que l'on voudra, qui coupent le Cercle, & qui aillent se terminer à sa Circonference concave, le Rectangle compris d'une de ces Coupantes, telle que l'on voudra, & de sa Partie hors du Cercle, sera égal au Rectangle compris de telle autre Coupante que l'on voudra, & de sa Partie hors du Cercle ; Car chacun de ces Rectangles est égal au Quarré de la Touchante, qui seroit menée de ce mesme Point.

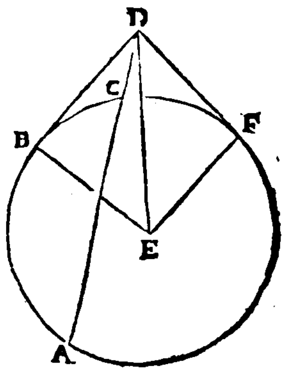
II. Corollaire.

Il suit encore, que si d'un Point pris à discretion hors d'un Cercle, on mene deux Lignes Droittes qui le touchent, elles seront égales entr'elles ; Car le Quarré de chacune de ces Lignes est égal au Rectangle d'une Coupante, & de sa Partie hors du Cercle ; Et ainsi chacun de ces Quarrez est égal à l'autre ; D'où il suit que les Lignes qui en sont les Costez sont égales, par la 3. Remarque de la 46. du 1.

PROPOSITION XXXVII.

THEOREME XXXI.

Si d'un Point pris à discretion hors d'un Cercle, on mene deux Lignes Droites, dont l'une coupe le Cercle, & va se terminer à sa Circonference concave, & l'autre atteint le Cercle, & que le Rectangle compris de toute la Coupante, & de sa Partie hors du Cercle, soit égal au Quarré de celle qui atteint le Cercle, celle-cy touchera le Cercle.



JE suppose que du Point D, pris à discretion hors du Cercle ABC, on ait mené les deux Lignes Droittes DA, DB, dont l'une à sçavoir DA, coupe le Cercle, & se termine à sa Circonference concave ; Et l'autre à sçavoir DB, atteint le Cercle, & que le Rectangle compris de DA, DC, soit égal au Quarré de DB ; Cela estant, je dis que cette Ligne DB, touche le Cercle ; Pour le prouver.

Menez du Point D, la Ligne Droitte DF, qui touche le Cercle ; Puis du Centre E, menez les Lignes Droittes EB, ED, EF ; Cela posé.

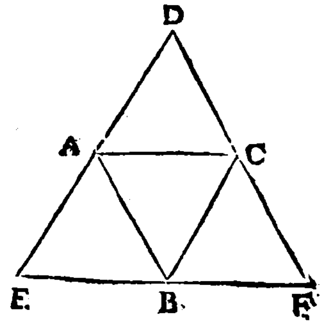
Puisque du Point D, partent les deux Lignes Droittes DA, DF ; que DA, coupe le Cercle, & se termine à sa Circonference concave ; & que DF, le touche ; Il s'ensuit par la Proposition precedente, que le Quarré de DF, est égal au Rectangle de DA, DC ; Mais le Quarré de DB, est supposé égal au mesme Rectangle ; Partant le Quarré de DB, & le Quarré de DF, sont égaux entr'eux ; Et par consequent ces deux Lignes qui en sont les Costez sont aussi égales entr'elles : D'ailleurs la Ligne BE, est égale à la Ligne FE, par la definition du Cercle ; Si bien que les deux Triangles DBE, DFE, ont deux Costez égaux à deux Costez chacun au sien, & la Baze DE, commune ; Partant par la 8. du 1. l'Angle DBE, est égal à l'Angle DFE ; mais l'Angle DFE, est Droit, par la 18. Prop. Donc l'Angle DBE, est aussi Droit. D'où il suit par la 16. Prop. que la Ligne DB, touche le Cercle ABC ; Ce qu'il falloit démontrer.

LIVRE QVATRIE'ME
DES
ELEMENS DE GEOMETRIE.

DEFINITIONS.

1. VNE Figure Rectiligne eſt ditte eſtre inſcritte dans une autre Figure Rectiligne, quand le Sommet de chacun des ſes Angles touche un des Coſtez de la Figure dans laquelle elle eſt inſcritte.

Ainſi le Triangle ABC, eſt dit eſtre inſcrit dans le Triangle DEF, parce que le Sommet de chacun de ſes Angles A, B, C, touche un des Coſtez du Triangle DEF.



2. Une Figure Rectiligne eſt ditte eſtre circonſcritte à une autre Figure Rectiligne, quand chacun de ſes Coſtez paſſe par le Sommet d'un des Angles de la Figure à laquelle elle eſt circonſcritte.

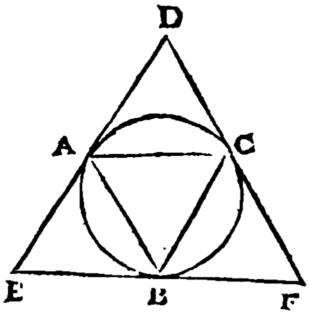
Ainſi le Triangle DEF, eſt dit eſtre circonſcrit au Triangle ABC, parce que chacun des Coſtez du Triangle DEF, passe par le Sommet d'un des Angles du Triangle ABC.

3. Une Figure Rectiligne est ditte estre inscritte au Cercle, quand le Sommet de chacun de ses Angles touche la Circonference du Cercle auquel elle est inscritte.

Ainsi le Triangle ABC, est inscrit dans le Cercle ABC.

4. Une Figure Rectiligne est ditte estre circonscritte à un Cercle, quand chacun de ses Costez touche le Cercle auquel elle est circonscritte.

Ainsi le Triangle DEF, est circonscrit au Cercle ABC, parce que chacun des Costez du Triangle DEF, touche le Cercle ABC.



5. Un Cercle est dit estre inscrit dans une Figure Rectiligne, quand sa Circonference touche chacun des Costez de la Figure dans laquelle il est inscrit.

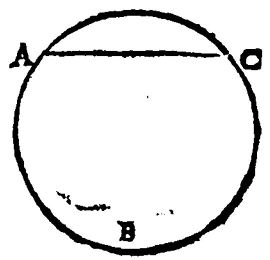
Ainsi le Cercle ABC, est inscrit dans le Triangle DEF.

6. Un Cercle est dit estre circonscrit à une Figure Rectiligne, quand sa Circonference passe par le Sommet de chaque Angle de la Figure à laquelle il est circonscrit.

Ainsi le Cercle ABC, est circonscrit au Triangle ABC.

7. Une Ligne Droitte est dite estre appliquée à un Cercle, quand ses extremitez sont dans la Circonference du Cercle.

Ainsi la Ligne AC, est appliquée au Cercle ABC.



8. Un Polygone, est une Figure comprise de plusieurs Lignes Droittes.

9. Un Pantagone, est une Figure comprise de cinq Lignes Droittes.

10. Un Hexagone, est une Figure comprise de six Lignes Droittes.

11. Un Heptagone, de sept.

12. Un Octogone, de huit.

13. Un Enneagone, de neuf.

14. Un Decagone, de dix.

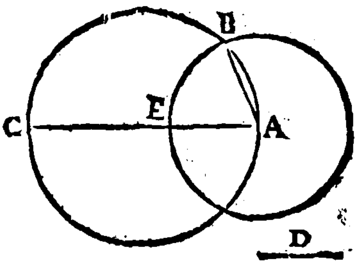
15. Un Endecagone, de onze.
16. Un Dodecagone, de douze, &c.

PROPOSITION I.

PROBLEME I.

A un Cercle donné, appliquer une Ligne Droitte Egale à une Ligne Droitte donnée, laquelle ne soit pas plus grande que le Diametre du Cercle.

JE suppose que le Cercle ABC, soit donné, & que la Ligne D, qui n'est pas plus grande que le Diametre du Cercle, soit aussi donnée ; Et je propose d'appliquer au Cercle ABC, une Ligne Droitte égale à la Ligne D ; Pour le faire.



Menez dans ce Cercle le Diametre AC, lequel par la Supposition est ou égal, ou plus grand que la Ligne donnée D ; Cela posé.

S'il est égal, la chose est faite, & la Ligne appliquée ; puisque le Diametre AC, est supposé égal à la Ligne donnée D ; S'il est plus grand, retranchez-en la Partie AE, égale à la Ligne D ; Puis du Centre A, & de l'Intervalle AE, décrivez le Cercle AEB, lequel coupera la Circonference de l'autre Cercle au Point B ; Enfin du Point A, au Point B, menez la Ligne Droitte AB ; Cela estant, je dis que la Ligne AB, qui est appliquée au Cercle ABC, est égale à la Ligne donnée D ; Pour le prouver.

La Ligne AB, & la Ligne AE, partent toutes deux du Point A, qui est le Centre du Cercle AEB, & vont se terminer à sa Circonference, par consequent elles sont égales entr'elles ; Or la Ligne AE, est égale à la Ligne donnée

D,

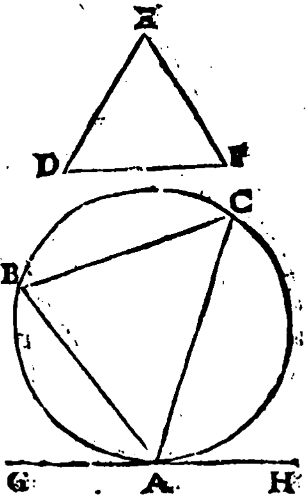
D, par construction, donc la Ligne AB, est aussi égale à la Ligne D ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION II.

PROBLEME II.

Dans un Cercle donné, inscrire un Triangle Equiangle à un Triangle donné.

JE suppose que le Cercle ABC, & le Triangle DEF, soient dónnez ; Et je propose d'inscrire dans ce Cercle, un Triangle qui soit Equiangle au Triangle DEF ; pour le faire.



Menez par la 27. du 3. la Ligne Droitte GAH, qui touche le Cercle au Point A ; Puis du Point A, menez la Ligne Droitte AB, qui fasse avec AG, l'Angle BAG, égal à l'Angle D, du Triangle DEF ; De ce mesme Point menez la Ligne Droitte AC, qui fasse avec AH, l'Angle HAC, égal à l'Angle F ; Enfin du Point B, au Point C, menez la Ligne Droitte BC ; Cela posé, je dis que le Triangle ABC, inscrit au Cercle ABC, est Equiangle au Triangle DEF ; Pour le prouver.

Puisque la Ligne GAH, touche le Cercle au Point A, & que la Ligne AB, qui part du Point de l'attouchement, le coupe, l'Angle GAB, que la Coupante fait avec la Touchante, sera égal à l'Angle ACB, qui est au Segment alterne, par la 32. Prop. du 3. Mais l'Angle GAB, est égal à l'Angle D, par construction ; Donc l'Angle ACB, est aussi égal à l'Angle D ; De mesme, la Ligne AC, coupant le Cercle, l'Angle HAC, qu'elle fait avec la Touchante, eſt égal à l'Angle ABC, qui eſt dans le Segment alterne ; Mais l'Angle HAC, eſt égal à l'Angle F, par conſtruction ; Donc l'Angle ABC, eſt auſſi égal à l'Angle F ; Et ainſi le Triangle ABC, a deux Angles égaux à deux Angles du Triangle DEF ; Par conſequent le troiſiéme BAC, eſt égal au troiſiéme C, par la 32. du 1. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

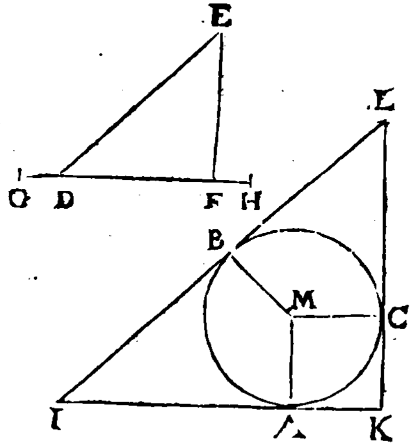
PROPOSITION III.

PROBLEME III.

Allentour d'un Cercle donné, décrire un Triangle Equiangle à un Triangle donné.

JE ſuppoſe que le Cercle ABC, & le Triangle DEF, ſoient donnez ; & je propoſe de décrire allentour du Cercle ABC, un Triangle qui ſoit Equiangle au Triangle DEF ; Pour le faire.

Prolongez de part & d'autre l'un des Coſtez du Triangle, par exemple DF, vers G, & vers H ; Puis du Centre M, tirez à diſcretion à quelque Point de la Circonference la Ligne Droitte MA ; De ce meſme Centre, menez la Ligne Droitte MB, qui faſſe avec MA, l'Angle AMB, égal à l'Angle EDG, par la 23. du 1. De ce meſme Point menez la Ligne MC, qui faſſe avec MA, l'Angle AMC, égal à l'Angle EFH ; Cela fait, tirez par les Points A, B, C, trois Lignes Droittes IAK, IBL, KCL, perpendiculaires aux Lignes MA, MB, MC ; Ces



trois Lignes formeront un Triangle ; Que je dis estre circonscrit au Cercle ABC, & estre Equiangle au Triangle DEF ; Pour le prouver.

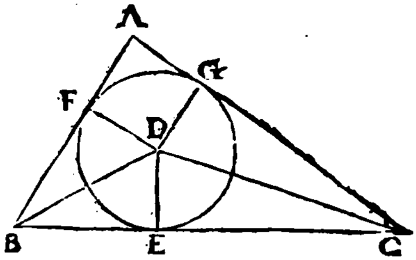
Puisque chacune de ces Lignes IK, IL, KL, est perpendiculaire à l'extremité du Diametre du Cercle, ces Lignes touchent le Cercle par la 16. du 3. Et ainsi le Triangle IKL, est circonscrit à ce Cercle ; Si bien qu'il ne reste plus qu'à prouver qu'il est Equiangle au Triangle DEF ; Pour le prouver.

Les quatre Angles de la Figure AMBI, valent quatre Droits, par le Corollaire de la 32. du 1. ; Or les deux Angles MAI, MBI, sont Droits par construction; Donc les deux Angles AMB, AIB, sont aussi égaux à deux Droits ; D'ailleurs les Angles EDG, EDF, sont égaux à deux Droits, par la 13. du 1. Partant les deux Angles AMB, AIB, sont égaux aux deux Angles EDG, EDF ; Si donc de ces deux Tous qui sont égaux, on oste les Angles AMB, & EDG, qui sont égaux par construction, l'Angle AIB, restera égal à l'Angle EDF ; De mesme, les quatre Angles de la Figure AMCK, valent quatre Droits ; Or les deux Angles MAK, MCK, sont Droits par construction, donc les deux restans AMC, AKC, valent ensemble deux Droits ; Mais les Angles EFH, EFD, valent aussi deux Droits ; Ainsi les deux Angles AMC, AKC, sont égaux aux deux Angles EFH, EFD ; Si donc de ces deux Tous qui sont égaux, on oste les Angles AMC, & EFH, qui sont égaux par construction, l'Angle AKC, restera égal à l'Angle EFD ; Et ainsi le Triangle ILK, à deux Angles égaux à deux Angles du Triangle DEF ; Par consequent le troisiéme ILK, est égal au troisiéme DEF, par la 32. du 1. D'où il suit que le Triangle ILK, que nous avons circonscrit au Cercle ABC, est Equiangle au Triangle DEF ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION IV.

PROBLEME IV.

Dans un Triangle donné, décrire un Cercle.



JE suppose que le Triangle ABC, soit donné; Et je propose d'y inscrire un Cercle; Pour le faire.

Coupez par la 9. du 1. l'un des Angles de ce Triangle, par exemple ABC, en deux également par la Ligne Droitte BD; Coupez de mesme un autre Angle, comme ACB, en deux également par la Ligne Droitte CD; Du Point D, où les deux Lignes BD, CD, se rencontrent, abaissez sur l'un des Costez de ce Triangle, par exemple sur BC, la Perpendiculaire DE; Enfin du Centre D, & de l'Intervalle DE, décrivez un Cercle; & je dis qu'il sera inscrit au Triangle ABC; Pour le Prouver.

Abaissez du Point D, les Lignes Droittes DF, DG, perpendiculaires aux deux autres Costez AB, AC; Cela posé.

Aux Triangles BDE, & BDF, l'Angle EBD, est égal à l'Angle FBD, par construction; l'Angle DEB, est égal à l'Angle DFB, estant tous deux Droits, par construction; Deplus, le Costé BD, est commun à ces deux Triangles; Et partant le Costé DF, est égal au Costé DE, par la 26. du 1. De mesme, aux Triangles CGD, & CED, l'Angle GCD, est égal à l'Angle ECD, par construction; l'Angle DGC, est égal à l'Angle DEC, ces deux Angles estant droits, par construction; Deplus, le Costé DC, est commun à ces deux Triangles; Et partant le costé DG, est égal au Costé DE, par la 26. du 1. Et ainsi les trois Lignes

DE, DF, DG, sont égales entr'elles. Par consequent le Cercle EFG, qui est décrit du Centre D, & de l'Intervalle DE, passe aussi par les extremitez des Lignes FD, DG ; Or Puisque les Costez AB, BC, CA, du Triangle ABC, sont perpendiculaires aux extremitez des trois Demy-diametres DF, DE, DG, il s'ensuit par la 16. du 3. qu'ils touchent le Cercle EFG ; Et par consequent que ce Cercle est inscrit dans le Triangle ABC, par la 5. Definition ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

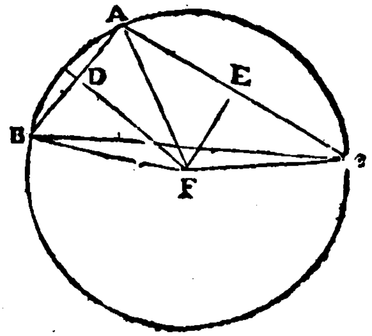
PROPOSITION V.

PROBLEME V.

Allentour d'un Triangle donné, décrire un Cercle.

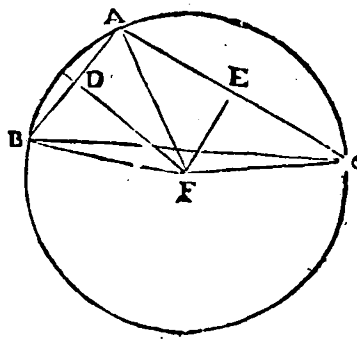
JE suppose que le Triangle ABC, soit donné ; Et je propose de décrire un Cercle allentour de ce Triangle ; Pour le faire.

Coupez par la 10. du 1. un des Costez de ce Triangle, par exemple AB, en deux également au Point D, & de ce Point élevez la Perpendiculaire DF, par la 11. du 1 ; Coupez de mesme un autre Costé, comme par exemple AC, en deux également au Point E, & de ce Point élevez aussi la Perpendiculaire EF ; Maintenant du Point F, où les Lignes DF, EF, se rencontrent, menez la Ligne Droitte FA, au Sommet de l'un des Angles de ce Triangle ; Enfin du Centre F, & de l'Intervalle FA, décrivez un Cercle ; Cela estant, je dis que ce Cercle est décrit allentour du Triangle ABC ; Pour le prouver.



Du Point F, aux Sommets des deux autres Angles B, &

C, menez les deux Lignes Droittes FB, FC ; Cela posé.

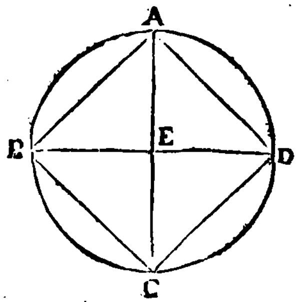


Aux Triangles BDF, & ADF, le Costé BD, est égal au Costé AD, par construction, le Costé DF, leur est commun ; Deplus, l'Angle BDF, est égal à l'Angle ADF, ces deux Angles estant Droits, par construction ; Et partant la Baze FB, est égale à la Baze FA, par la 4 du 1 ; De mesme, aux Triangles CEF, & AEF, le Costé CE, est égal au Costé AE, par construction, le Costé EF, leur est commun, & l'Angle CEF, est égal à l'Angle AEF, ces deux Angles estant Droits, par construction ; Partant la Baze FC, est égale à la Baze FA ; Et ainsi les trois Lignes FB, FA, FC, sont égales entr'elles ; Par consequent le Cercle qui est décrit du Centre F, & de l'Intervalle FA, passe aussi par les extremitez des Lignes FB, FC ; Or les extremitez des Lignes FA, FB, FC, sont les Sommets des Angles du Triangle ABC ; Et par consequent ce Cercle est décrit allentour du Triangle ABC, par la 6. Definition ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION VI.

PROBLEME VI.

Dans un Cercle donné, décrire un Quarré.



JE suppose que le Cercle ABC, soit donné ; & je propose d'y inscrire un Quarré ; Pour le faire.

Par le Centre E, menez le Diametre AEC, coupez ce Diametre à Angles Droits par un autre Diametre, comme BED ; Puis menez les Lignes AB, BC, CD, & DA, ces quatre Lignes formeront une Figure de quatre Costez inscrite au Cercle; Cela estant, je dis que cette Figure est un Quarré. Pour le prouver.

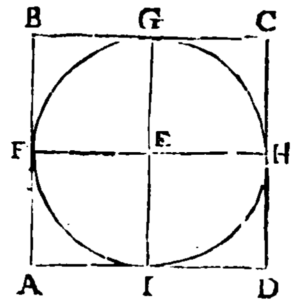
Puisque les quatre Angles qui sont autour du Centre E, sont Droits par construction, les quatre Arcs sur lesquels ils s'appuyent sont égaux entr'eux, par la 26. du 3. Et par consequent les quatre Soutendantes AB, BC, CD, DA, sont égales entr'elles, par la 29. du 3. D'ailleurs, chacun des Angles de la Figure ABCD, estant au Demy-cercle, est Droit, par la 31. du 3. Et par consequent cette Figure ABCD, qui est comprise de quatre Costez Egaux, & qui a ses quatre Angles Droits, est un Quarré; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION VII.

PROBLEME VII.

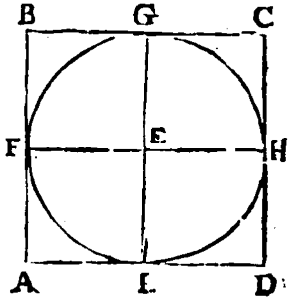
Allentour d'un Cercle donné, décrire un Quarré.

Je suppose que le Cercle FGHI, soit donné; Et je propose de décrire un Quarré allentour de ce Cercle; Pour le faire.



Menez tel Diametre qu'il vous plaira, par exemple FEH; Coupez ce Diametre à Angles Droits par un autre Diametre, comme GEI; Puis par la 31. du 1. menez par les Points F, & H, les Lignes Droittes AFB, DHC, paralleles à GI, ou perpendiculaires à FH, & par les Points G, & I, les Lignes Droittes BGC, AID, paralleles à FH, ou perpendiculaires à GI; Ces quatre Lignes AB, BC, CD, DA, formeront une Figure de quatre Costez; Cela estant, je dis que cette Figure est un Quarré, qui est décrit allentour du Cercle FGHI; Pour le prouver.

Puiſque les Lignes AB, CD, ſont paralleles à GI, elles ſont paralleles entr'elles ; De meſme, puiſque les Lignes BC, AD, ſont paralleles à FH, elles ſont auſſi paralleles entr'elles ; Et par-conſequent les Figures ABCD, ABGI, GCDI, BCHF, & AFHD, ſont des Parallelogrammes ; Et partant les Lignes BC, AD, ſont égales au Diametre FH, ou à ſon égale GI, par la 34. du 1 ; Et de meſme, les Lignes AB, CD, ſont auſſi égales à GI ; D'où il ſuit que les quatre



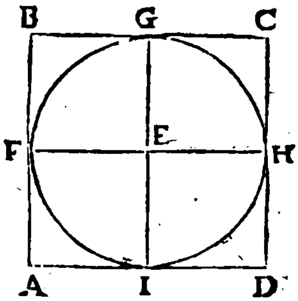
Coſtez du Parallelogramme ABCD, ſont égaux entr'eux. Deplus, puiſque la Figure AFEI, eſt un Parallelogramme, par conſtruction, & que l'Angle FEI, a eſté fait Droit ; il s'enſuit que ſon Oppoſé FAI, eſt auſſi Droit, par la 34. du 1 ; On prouvera de meſme, que les Angles FBG, GCH, & HDI, ſont auſſi Droits ; Et partant la Figure ABCD, eſt un Quarré, qui touche le Cercle donné ; puiſque par la 16. du 3. chaque Coſté eſt perpendiculairement élevé à l'extremité du Diametre ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROP.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME VIII.

Dans un Quarré, décrire un Cercle.



JE suppose que le Quarré ABCD, soit donné, & je propose d'inscrire un Cercle dans ce Quarré ; Pour le faire.

Coupez les Costez du Quarré ABCD, en deux également, aux Points F, G, H, I ; Menez les Lignes Droittes FH, GI ; Puis du Point E, où ces deux Lignes se coupent, & de l'Intervalle EF, décrivez le Cercle FGHI ; Cela estant, je dis que ce Cercle est inscrit dans le Quarré ABCD ; Pour le prouver.

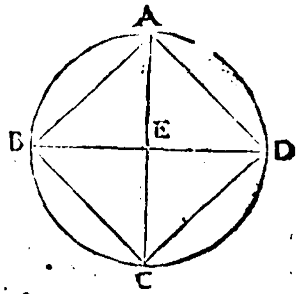
Puisque les Lignes AD, BC, sont égales & paralleles, leurs Moitiez AI, BG, sont aussi égales & paralleles ; D'où il suit par la 33. du 1. que les Lignes AB, IG, sont aussi égales & paralleles ; De mesme, puisque AB, DC, sont égales & paralleles, leurs moitiez AF, DH, sont aussi égales & paralleles ; D'où il suit que les Lignes AD, FH, sont aussi égales & paralleles ; Et par consequent les Figures EA, EB, EC, ED, sont des Parallelogrammes ; D'où il suit que la Ligne EI, est égale à AF ; Que EF, est égale à BG ; Que EG, est égale à CH ; Et que EH, est égale à DI ; Ainsi ces quatre Lignes EI, EF, EG, EH, qui sont égales à des choses égales, sçavoir aux moitiez des Costez d'un Quarré, sont égales entr'elles ; Et le Cercle qui est décrit du Centre E, & de l'Intervalle EI, passe aussi par les Points F, G, H ; D'ailleurs, puisque l'Angle BGI, est égal à son Opposé A, par la 34. du 1 ; Que l'Angle CHF, est égal à son Opposé B ; Que l'Angle DIG, est égal à son Opposé C ; Et enfin que l'Angle AFH, est égal à son Opposé D, Ces quatre Angles sont Droits, leurs Opposez estant Droits, par Suppoſition ; D'où il ſuit que les Lignes AB, BC, CD, DA, touchent le Cercle FGHI, par la 16. du 3. Et partant ce Cercle eſt inſcrit dans le Quarré ABCD ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION IX.

PROBLEME IX.

Allentour d'un Quarré donné, décrire un Cercle.

JE ſuppoſe que le Quarré ABCD, ſoit donné ; Et je propoſe de décrire un Cercle allentour de ce Quarré ; Pour le faire.



Menez les deux Diagonales AC, BD ; Puis du Point E, où elles ſe coupent, & de l'Intervalle EA, décrivez un Cercle ; Cela eſtant, je dis que ce Cercle eſt décrit allentour du Quarré ABCD ; Pour le prouver.

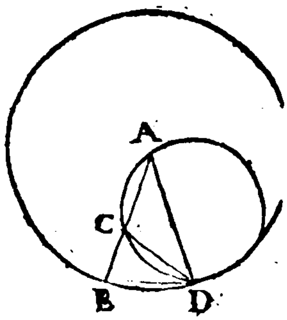
Puiſqu'au Triangle ABD, les deux Coſtez BA, AD, ſont égaux par Suppoſition, les Angles ABD, ADB, ſont auſſi égaux, par la 5. du 1. Et puiſque l'Angle BAD, eſt ſuppoſé Droit, les deux Angles ABD, ADB, valent chacun un Demy-droit ; On prouvera de meſme que chacun des autres Angles qui ſont autour des Points A, B, C, D, eſt Demy-droit ; Enſuite dequoy, puiſqu'au Triangle AEB, les deux Angles EAB, EBA, ſont égaux, les deux Coſtez EA, EB, qui les ſoûtiennent, ſont auſſi égaux, par la 6. du 1. On prouvera de meſme que EC, eſt égal à EB ; & que ED, eſt égal à EC ; Et partant ces quatre Lignes EA, EB, EC, ED, ſont égales entr'elles ; D'où il ſuit que le Cercle qui eſt décrit du Centre E, & de l'Intervalle EA, paſſe par les extremitez des Lignes EB, EC, ED ; Et par conſequent qu'il eſt décrit allentour du Quarré ABCD, par la Definition 6. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION X.

PROBLEME X.

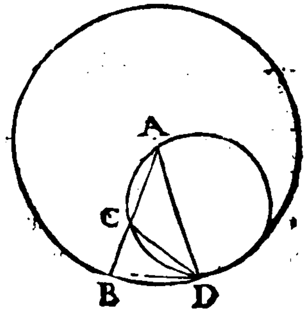
Décrire un Triangle Isoscele qui ait chacun des Angles sur la Baze double de l'autre.

Pour le faire. Menez une Ligne Droitte de telle longueur qu'il vous plaira, comme par exemple AB, coupez cette Ligne au Point C, de telle sorte, que le Rectangle de AB, BC, soit égal au Quarré de AC, par la 11. du 2. Décrivez un Cercle du Centre A, & de l'Intervalle AB; Puis appliquez à la Circonference de ce Cercle la Ligne Droitte BD, égale à AC, par la 1. Prop. Enfin menez la Ligne Droitte AD; Cela estant, je dis que le Triangle ABD, est Isoscele, & que chacun de ses Angles ABD, ADB, qui sont sur la Baze BD, est double de l'Angle BAD; Pour le prouver.



Du Point C, au Point D, menez la Ligne Droitte CD; Et par la 5. Prop. allentour du Triangle ACD, décrivez un Cercle; Cela posé,

Puisque les Lignes AB, AD, sont égales, par la definition du Cercle, le Triangle ABD, est Isoscele; D'ailleurs, puisque par la construction le Rectangle compris de AB, BC, est égal au Quarré de AC, ce mesme Rectangle sera aussi égal au Quarré de BD, qui a esté faite égale à AC; Ainsi nous avons le Point B, hors du Cercle ACD, d'ou partent les deux Lignes Droittes BA, BD, l'une desquelles à sçavoir BA, coupe le Cercle, & l'autre à sçavoir BD, l'atteint ; enforte que le Rectangle compris de BA, & de sa Partie BC, qui est hors du Cercle, est égal au Quarré de BD, qui l'atteint ; Par consequent par la 37. du 3. la Ligne BD, touche le Cercle ACD ; Et d'autant que la Ligne Droitte DC, part du Point de l'attouchement D, & coupe le Cercle, Il s'ensuit que l'Angle CDB, que fait cette Coupante avec la Touchante, est égal à l'Angle CAD, qui est au Segment alterne, par la 32. du 3. Si donc on leur adjoûte l'Angle commun ADC; Il s'ensuivra que l'Angle total ADB, sera égal aux deux Angles ADC, CAD ; Mais par la 32. du 1. l'Angle BCD, est égal aux deux Angles ADC, & CAD ; Partant l'Angle BCD, est égal à l'Angle ADB. Maintenant, le Triangle ABD, estant Isoscele, l'Angle ABD, est égal à l'Angle ADB, par la 5. du 1. Partant l'Angle ADB, ou son égal CBD, est aussi égal à l'Angle BCD ; D'où il suit, par la 6. du 1. que le Costé CD, est égal au Costé BD ; Mais BD, a esté fait égal à AC ; Partant les deux Lignes AC, CD, sont égales entr'elles ; D'où il suit par la 5. du 1. que l'Angle CDA, est égal à l'Angle CAD, ou BAD ; Mais il a déja esté prouvé que l'Angle CDB, estoit égal à l'Angle CAD; Partant l'Angle total ADB, ou son égal ABD, est double de l'Angle BAD ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.



Remarque.

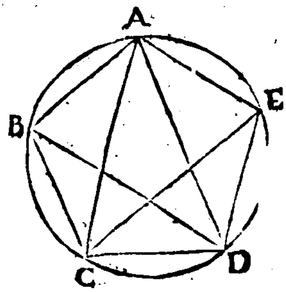
Ensuite de cette Proposition, il est aisé de montrer, que si l'on divise le Rayon du Cercle en la moyenne & extreme raison, c'est à dire, ensorte que le Rectangle compris de tout le Rayon & de la moindre partie, soit égal au Quarré de la plus grande partie, le costé du Decagone inscrit dans le Cercle, sera égal à cette plus grande partie.

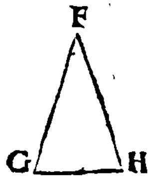
Car, puisque les trois Angles d'un Triangle, valent autant que deux Droits ; Il eſt évident que ſi on diviſe deux Angles Droits en cinq parties égales, deux de ces parties ſeront la quantité de l'Angle ABD, du Triangle ABD, de la Propoſition precedente ; Que deux autres parties ſeront la quantité de l'Angle ADB ; & que la cinquiéme partie qui reſte, ſera la quantité de l'Angle BAD, lequel par conſequent ſera la dixiéme partie des quatre Angles Droits que valent tous les Angles qu'on peut faire autour du Point A ; D'où il ſuit que l'Arc BD, eſt auſſi la dixiéme partie de la Circonference du Cercle ; Or la Ligne Droitte BD, eſt la Soutendante de cet Arc, & elle a eſté faite égale à AC, qui eſt la plus grande partie du Rayon AB, coupé enſorte que le Rectangle compris de AB, BC, eſt égal au Quarré de AC ; Donc il eſt vray de dire que la Soutendante de la dixiéme partie du Cercle, ou ce qui eſt la meſme choſe, le Coſté du Decagone inſcrit au Cercle, eſt égal à la plus grande partie du Rayon, diviſé en la moyenne & extréme raiſon.

PROPOSITION XI.

PROBLEME XI.

Dans un Cercle donné, décrire un Pentagone Equilateral & Equiangle.





JE suppose que le Cercle ABCDE, soit donné ; Et je propose d'y inscrire un Pentagone Equilateral, & Equiangle ; Pour le faire.

Décrivez par la Proposition précedente le Triangle Isoscele FGH, qui ait chacun des Angles sur la Basse double du 3. Puis par la 2. Prop. décrivez dans le Cercle ABCDE, le Triangle ACD, Equiangle au Triangle FGH ; Coupez les Angles ACD, ADC, en deux également par les Lignes Droittes CE, DB, & menez les Lignes Droittes CB, BA, AE, ED ; Cela estant, je dis que le Pentagone ABCDE, qui est inscrit au Cercle donné, est Equilateral & Equiangle. Pour le prouver.

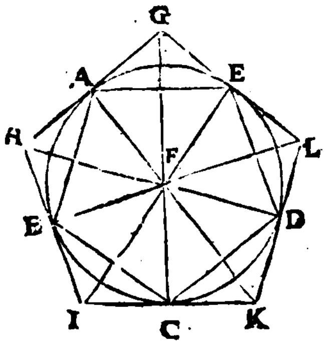
Puisque le Triangle FGH, est Isoscele, & qu'il a les Angles G, & H, sur la Baze, doubles de l'Angle F, & que le Triangle ACD, luy est Equiangle, Il a aussi les Angles ACD, ADC, sur la Baze double de l'Angle CAD; Or chacun de ces Angles ayant esté coupé en deux également, les Angles DCE, ECA, ADB, BDC, qui en sont les moitiez sont égaux entr'eux, & égaux aussi à l'Angle CAD ; D'où il suit par la 26. du 3. que les cinq Arcs AB, BC, CD, DE, EA, sont égaux, & par la 29. du 3. que les cinq Lignes Droittes AB, BC, CD, DE, EA, sont égales ; Et par consequent que le Pentagone ABCDE, est Equilateral.

Mais ce Pentagone eſt auſſi Equiangle, puiſque par la 27. du 3. chacun de ſes Angles s'appuye ſur des Arcs égaux, ſçavoir ſur trois fois la cinquiéme partie de la Circonference du Cercle ; Nous avons donc dans un Cercle donné, décrit un Pentagone Equilateral & Equiangle ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XII.

PROBLEME XII.

Allentour d'un Cercle donné, décrire un Pentagone Equilateral & Equiangle.



JE ſuppoſe que le Cercle ABCDE ſoit donné ; & je propoſe de décrire allentour de ce Cercle un Pentagone Equilateral & Equiangle ; Pour le faire.

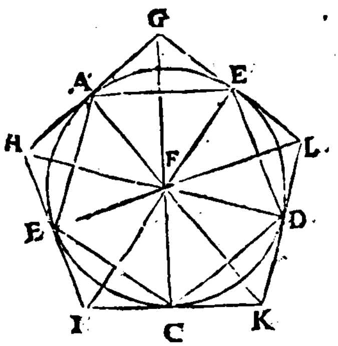
Décrivez premierement dans ce Cercle par la Propoſition precedente le Pentagone ABCDE, Equilateral & Equiangle ; Menez du Centre F, aux Points A, B, C, D, E, les Lignes Droittes FA, FB, FC, FD, FE, & par les extremitez de ces Lignes, menez les Lignes Droittes GH, HI, IK, KL, LG, qui leur ſoient perpendiculaires ; Cela eſtant, je dis que ces Lignes ſe rencontreront ; que le Pentagone qu'elles formeront ſera circonſcrit au Cercle donné ; & qu'il ſera Equilateral & Equiangle. Pour le prouver.

Premierement, puiſque les Angles GAE, & GEA, ſont partie des Angles Droits GAF, GEF, ils ſeront moindres que deux Droits ; Et partant, par le Corollaire de la 28. du 1. les Lignes AG, EG, ſe rencontreront, & ainſi des autres.

Deplus, puisque les Lignes GH, HI, IK, KL, LG, sont perpendiculaires aux extremitez du Diametre du Cercle; Il s'ensuit, par la 16. Prop. du 3. qu'elles touchent le Cercle, & qu'ainsi le Pentagone GHIKL, est circonscrit au Cercle donné.

Maintenant pour prouver que ce Pentagone GHIKL, est Equilateral, menez les Lignes Droittes FG, FH, FI, FK, FL; Cela posé.

Puisque le Pentagone ABCDE, est Equilateral, par construction ; il s'ensuit que les cinq Arcs, AB, BC, CD, DE, EA, que ces Costez égaux soûtiennent, sont égaux entr'eux, & que les cinq Angles AFB, BFC, CFD, DFE, EFA, qui s'appuyent sur ces Arcs sont aussi égaux entr'eux; par la 27. du 3. D'ailleurs, puisque l'Angle FAG, est Droit, par construction, les deux Quarrez de FA, & de AG, sont égaux au Quarré de FG, par la 47. du 1. Mais l'Angle FEG, estant aussi Droit, les deux Quarrez de FE, & de EG, sont égaux au mesme Quarré de FG ; Partant les deux Quarrez de FA, & de AG, sont égaux aux deux Quarrez de FE, & de EG ; Ostant donc de ces deux Tous, qui sont égaux, les Quarrez de FA, & de FE, qui sont égaux,



(parce que ce sont les Quarrez de deux Demy-diametres du Cercle) le Quarré de AG, sera égal au Quarré de EG ; Et partant les Lignes AG, EG, sont égales entr'elles. On prouvera de mesme que la Ligne AH, est égale à HB, la Ligne BI, à IC, la Ligne CK, à KD, & la Ligne DL, à LE ; Or comparant le Triangle AFG, avec le Triangle EFG, les deux Costez AF, FG, sont égaux aux deux Costez EF, FG ; Et la Baze AG, égale à la Baze EG ; Partant par la 8. du 1. l'Angle AFG, est égal à l'Angle EFG ; Desorte que chacun des Angles AFE, & AGE, est coupé en deux également ; On prouvera de mesme que les Angles AFB, BFC, CFD

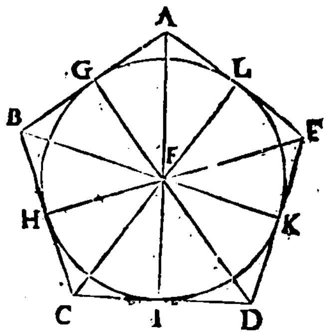
CFD, DFE, & les Angles AHB, BIC, CKD, DLE, sont coupez en deux également ; D'où il suit, que tous les Angles qui sont au tour du Point F, qui sont tous moitié de choses égales, sont égaux entr'eux. Comparant maintenant les Triangles FAG & FAH, les Angles AFG & FAG, sont égaux aux Angles AFH & FAH, chacun au sien, & le Costé AF, aux extremitez duquel sont ces Angles, leur est commun ; Partant par la 26. du 1. l'Angle AGF, est égal à l'Angle AHF, & le Costé AG, au Costé AH. On prouvera de mesme, que l'Angle BHF, est égal à l'Angle BIF ; l'Angle CIF, à l'Angle CKF ; l'Angle DKF, à l'Angle DLF ; l'Angle ELF, à l'Angle EGF ; Comme aussi que la Ligne HB, est égale à IB ; la Ligne IC, à CK ; la Ligne KD, à DL ; & la Ligne LE, à EG ; Ensuite dequoy, GH & LG sont égales, estant doubles de AG, & de GE, qui ont esté prouvées égales ; GH & HI sont égales, estant doubles de AH, & de HB, qui ont esté prouvées égales ; HI & IK sont égales, estant doubles de BI, & de IC, qui ont esté prouvées égales ; IK & KL sont égales, estant doubles de CK, & de KD, qui ont esté prouvées égales ; Et enfin KL & LG sont égales, estant doubles de DL, & de LE, qui ont esté prouvées égales, si bien que le Pentagone GHIKL, est Equilateral.

D'ailleurs, puisque les Angles HGL, & GHI, sont doubles des Angles AGF, & AHF, qui ont esté prouvez égaux, Ils sont aussi égaux entr'eux. On montrera de mesme, que l'Angle GHI, est égal à l'Angle HIK ; l'Angle HIK, à l'Angle IKL ; & l'Angle IKL, à l'Angle KLG ; Et partant le Pentagone GHIKL, est Equiangle ; Nous avons donc décrit allentour d'un Cercle donné un Pentagone Equilateral & Equiangle ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME XIII.

Dans un Pentagone donné, qui est Equiangle & Equilateral, décrire un Cercle.



JE suppose que le Pentagone ABCDE, Equilateral & Equiangle, soit donné; & je propose d'y inscrire un Cercle; Pour le faire.

Coupez par la 9. du 1. les deux Angles BAE, & ABC, qui se suivent, en deux également, par les Lignes Droittes AF, BF; Et du Point F, où ces Lignes se rencontrent, abaissez sur un des Costez la Perpendiculaire FG; Puis du Centre F, & de l'Intervalle FG, décrivez un Cercle; Cela estant, je dis que ce Cercle est inscrit dans le Pentagone donné; Pour le prouver.

Abaissez du Point F, les Lignes FH, FI, FK, FL, perpendiculairement sur les Costez BC, CD, DE, EA; Cela posé.

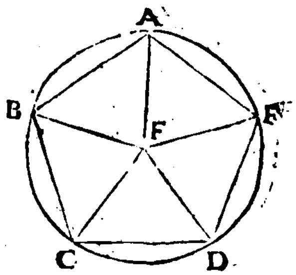
Puisque le Pentagone ABCDE, est supposé Equilateral, le Costé AB, du Triangle AFB, est égal au Costé BC, du Triangle CBF; le Costé FB, est commun à ces deux Triangles; & l'Angle ABF, est égal à l'Angle CBF, par Construction; Donc l'Angle BAE, est égal à l'Angle BCF; Or l'Angle BAF, est moitié de l'Angle BAE, qui est égal à BCD, puisque le Pentagone est supposé Equiangle; Partant l'Angle BCF, est aussi moitié de l'Angle BCD; Et par consequent les deux Angles BCF, & DCF, sont égaux entr'eux. On prouvera de mesme, que l'Angle CDF, est égal à l'Angle FDE, & l'Angle DEF, à l'Angle FEA;

Maintenant, comparant les Triangles FBG, & FBH, l'Angle FBG, vient d'estre prouvé égal à l'Angle FBH, & l'Angle FGB, est égal à l'Angle FHB, estant tous deux Droits, par construction, & le Costé FB, est commun à ces deux Triangles ; Partant FH, est égale à FG, par la 26. du 1 ; On prouvera de mesme, que la Ligne FI, est égale à FH ; la Ligne FK, à FI ; & la Ligne FL, à FK ; Par consequent les cinq Lignes FG, FH, FI, FK, & FL, sont toutes égales, & le Cercle qui est décrit du Centre F, & de l'Intervalle FG, passe aussi par les extremitez de toutes les autres ; Et chacune d'elles est un Demy-diametre de ce Cercle ; Or les Costez du Pentagone ABCDE, sont élevez perpendiculairement aux extremitez de ces Demy-diametres ; Partant par la 16. du 3. ces Costez touchent le Cercle ; Et par consequent ce Cercle est inscrit dans le Pentagone donné ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XIV.

PROBLEME XIV.

Allentour d'un Pentagone donné, qui est Equilateral & Equiangle, décrire un Cercle.

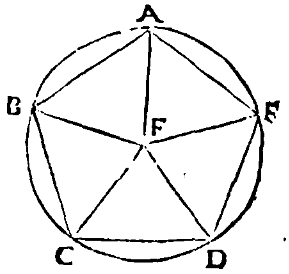


JE suppose que le Pentagone ABCDE, Equilateral & Equiangle soit donné ; & je propose de décrire un Cercle allentour de ce Pentagone ; Pour le faire.

Coupez les deux Angles BAE, & ABC, qui se suivent, en deux également, par les Lignes Droittes AF, BF ; Puis du Point F, où ces deux Lignes se rencontrent, & de l'Intervalle FA, décrivez un Cercle ; Cela estant, je dis que ce Cercle est décrit allentour du Pentagone ABCDE ; Pour le prouver.

Menez les Lignes Droittes FC, FD, FE ; Cela posé.

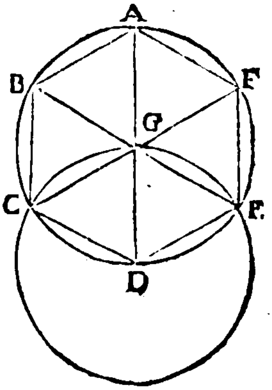
Par un raisonnement semblable à celuy de la Proposition précedente, on prouvera que les Angles BCD, CDE, & DEA, sont coupez en deux également ; Les Angles BAE, & ABC, le sont aussi par construction ; Or les cinq Angles du Pentagone estant égaux, les dix Angles, qui en sont les moitiez, sont aussi égaux ; D'où il suit, que puisqu'au Triangle ABF, les Angles FAB, FBA, sont égaux, les deux Costez FA, FB, qui les soûtiennent sont aussi égaux, par la 6. du 1. On prouvera de mesme, que la Ligne FC, est égale à FB ; la Ligne FD, à FC ; la Ligne FE, à FD ; De sorte que les cinq Lignes FA, FB, FC, FD, FE, sont égales entr'elles ; Par consequent le Cercle qui est décrit du Centre F, & de l'Intervalle FA, passe aussi par les extremitez des Lignes FB, FC, FD, FE, c'est à dire par les Sommets des Angles du Pentagone ; Et partant ce Cercle est décrit allentour du Pentagone donné ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.



PROPOSITION XV.

PROBLEME XV.

Dans un Cercle donné, décrire un Hexagone Equilateral & Equiangle.

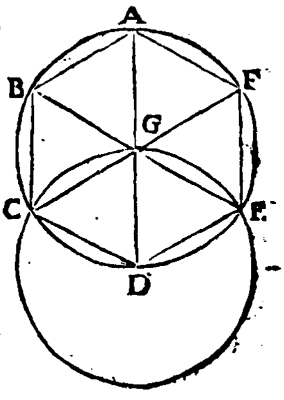


JE suppose que le Cercle ACE, soit donné ; & je propose d'y inscrire un Hexagone Equilateral & Equiangle ; Pour le faire.

Menez un Diametre tel qu'il vous plaira, par exemple AGD ; Puis du Point D, & de l'Intervalle DG, décrivez le Cercle CGE, ce Cercle coupera le premier aux Points C, & E ; Menez par ces Points les Diametres CGF, & EGB ; Puis menez les six Lignes Droittes AB, BC, CD, DE, EF, FA ; Cela estant, je dis que l'Hexagone ABCDEF, qui est inscrit au Cercle donné, est Equilateral & Equiangle. Pour le prouver.

Par le raisonnement de la premiere Prop. du 1. On prouvera que les deux Triangles DGC, DGE, sont Equilateraux, & par la 5. du 1. on prouvera qu'ils sont Equiangles ; Et partant par la 32. du 1. chacun de leurs Angles vaut le tiers de deux Droits. Or par la 31. du 1. les deux Angles CGE, & EGF, valent deux Droits ; Partant si on oste l'Angle CGE, l'Angle restant EGF, vaudra aussi le tiers de deux Droits ; Et ainsi les trois Angles CGD, DGE, EGF, sont égaux entr'eux ; Mais les Angles AGF, AGB, BGC, qui leur sont opposez au Sommet, leur sont égaux, par la 15. du 1. Donc les six Angles qui sont autour du Centre G, sont tous égaux ; D'où il suit par la 26. du 3. que les six Arcs sur lesquels ils s'appuyent sont égaux ; Et par la 29. du 3.

que les six Lignes Droittes AB, BC, CD DE, EF, FA, qui les soûtiennent sont égales ; Par consequent l'Hexagone ABCDEF, est Equilateral.



Maintenant, qu'il soit équiangle, celasuit de la 27. du 3. Car chacun de ces six Angles s'appuye sur un Arc qui contient quatre fois la 6. partie de la Circonference du Cercle ; Ainsi nous avons dans un Cercle donné décrit un Hexagone Equilateral & Equiangle ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Corollaire.

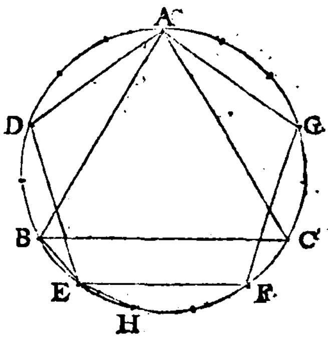
Il suit de cette Proposition, que le Costé de l'Hexagone est égal au Rayon du Cercle auquel il est inscrit ; Puisque chaque Costé a esté prouvé égal au Demy-diametre.

PROPOSITION XVI.

PROBLEME XVI.

Dans un Cercle donné, décrire un Quindecagone Equilateral & Equiangle.

JE suppose que le Cercle ADBC, soit donné ; & je propose d'y inscrire un Quindecagone Equilateral & Equiangle ; Pour le faire.



Décrivez premierement un Triangle Equilateral ; Puis par la 2. Prop. décrivez dans le Cercle donné, le Triangle ABC, Equiangle à ce Triangle Equilateral ;

Décrivez ensuite par la 11. Prop. dans ce mesme Cercle le Pentagone ADEFG, Equilateral & Equiangle, & menez du Point B, au Point E, la Ligne Droitte BE ; Cela estant, je dis que cette Ligne BE, est le costé du Quindecagone demandé ; Pour le prouver.

Puisque le Triangle ABC, est Equiangle, par construction, il est aussi Equilateral, par les 5. & 6. du 1. Et partant les trois Arcs ADB, BEC, & CGA, que ses Costez soûtiennent sont égaux, par la 28. du 3. Et chacun d'eux est la 3. partie de la Circonference du Cercle ; D'ailleurs, puisque le Pentagone ADEFG, est Equilateral, par construction, les cinq Arcs que ses Costez soûtiennent, sont aussi égaux, & chacun d'eux est la cinquiéme partie de la Circonference du Cercle. Or puisque l'Arc ADB, est la 3. partie de la Circonference, on peut luy appliquer cinq Costez du Quindecagone ; Et puisque l'Arc AD, en est la cinquiéme partie, on luy en peut appliquer trois ; Par consequent on peut en appliquer six aux deux Arcs AD, DE ; Mais nous avons montré qu'on en peut appliquer cinq à l'Arc ADB, Par consequent on en peut appliquer un à l'Arc BE, Et ainsi la Ligne Droitte BE, qui luy est appliquée est le Costé du Quindecagone. D'où il suit, qu'en appliquant quinze Lignes égales à BE, à toute la Circonference du Cercle, on a le Quindecagone demandé ; Et ainsi nous avons dans un Cercle donné décrit un Quindecagone Equilateral.

Deplus, puisque chacun des Angles de ce Quindecagone, comme BEH, s'appuye sur un Arc qui soûtient treize fois la 15. partie de la Circonference du Cercle, tous ces Angles s'ensuivent égaux, par la 27. du 3. Et par consequent ce Quindecagone est aussi Equiangle ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

LIVRE CINQVIE'ME DES ELEMENS DE GEOMETRIE.

DEFINITIONS.

1. UNE Grandeur eſt ditte en meſurer une autre, lors qu'eſtant priſe un certain nombre de fois, elle l'égale, & la meſure préciſément.

Ainſi une Ligne de quatre piez, eſt ditte meſurer une Ligne de 20. piez, parce que la Ligne de 4. piez, eſtant priſe cinq fois, égale juſtement celle de 20. piez; mais une Ligne de 6. piez n'eſt pas ditte meſurer une Ligne de 20. piez; parce que la Ligne de 6. piez, eſtant priſe tant de fois que l'on voudra, ne la meſure pas préciſément.

2. Une Partie *aliquote* d'une Grandeur, eſt une Partie de cette Grandeur qui la meſure préciſément.

Ainſi une Ligne de 4. piez, eſt une Partie aliquote d'une Ligne de 20. piez.

La Partie aliquote prend ſon nom & ſa dénomination du nombre de fois qu'elle meſure la Grandeur dont elle eſt Partie; ou bien du nombre des Parties égales, dans leſquelles

quelles elle divise cette Grandeur.

Ainsi, une Partie qui mesure une Grandeur deux fois, s'appelle un demy, & s'écrit ainsi $\frac{1}{2}$; Une Partie qui mesure une Grandeur trois fois, s'appelle un Tiers, & s'écrit ainsi $\frac{1}{3}$; Une Partie qui mesure une Grandeur quatre fois, s'appelle un Quart, & s'écrit ainsi $\frac{1}{4}$ &c.

3. Une Partie *aliquante* d'une Grandeur, est une Partie de cette Grandeur qui ne la mesure pas précisément.

Ainsi une Ligne de six piez est une Partie Aliquante d'une Ligne de vingt piez.

Quelquefois une Partie aliquante d'une Grandeur à des Parties aliquotes qui mesurent la Grandeur dont elle est Partie, comme par exemple 8, qui est une Partie aliquante de 12, a pour Partie aliquote 4, qui est le Tiers de 12. dont 8. par consequent sont les deux Tiers, puisqu'il contient deux fois 4. que l'on écrit ainsi $\frac{2}{3}$.

Les Parties, soit aliquotes, soit aliquantes, s'appellent fractions du Tout dont elles sont Parties ; Et en les marquant, comme nous venons de faire, le Caractere de dessus s'appelle le Numerateur de la fraction, & celuy de dessous s'appelle le Dénominateur.

4. Des Parties pareilles, ou semblables, de deux Grandeurs, ce sont des Parties, dont l'une est en comparaison de sa Grandeur, ou de son Tout, ce que l'autre est en comparaison du sien.

Ainsi 3, & 5. sont des Parties semblables de 12. & de 20. parce que comme 3. est le Quart de 12. de mesme 5. est le Quart de 20.

Il est bon de remarquer icy, que si on oste des Parties semblables de deux Grandeurs, les Restes en seront des Parties semblables.

Ainsi 3. qui est le Quart de 12. estant osté de 12. & 5. qui est le Quart de 20. estant osté de 20. Les Restes 9. & 15. sont des Parties semblables de 12. & de 20. à sçavoir, les trois Quarts.

5. Une Grandeur est ditte multiple d'une autre Grandeur, lorsqu'elle la contient un certain nombre de fois pré-

cisément ; & celle qui est contenuë s'appelle Sous-multiple ; laquelle sert de mesure à l'autre.

Ainsi une Ligne de 20. piez est Multiple d'une Ligne de 4. piez, & une Ligne de 4. piez est Sous-multiple d'une Ligne de 20. piez ; parce que comme l'une contient, l'autre est contenuë, justement 5. fois ; & ainsi l'une sert de mesure à l'autre.

6. Des Equimultiples de plusieurs Grandeurs, ce sont des Grandeurs qui contiennent également celles dont elles sont dittes Equimultiples, ou qui sont également mesurées par elles.

Ainsi deux Lignes, dont l'une est de 20. piez, & l'autre de 15. piez, sont Equimultiples de deux autres Lignes, dont l'une est de 4. piez & l'autre de 3. piez ; parce que comme 20. est mesuré 5. fois par 4. aussi 15. est mesuré 5. fois par 3.

Il est évident que si a des Equimultiples de deux Grandeurs on adjoûte d'autres Equimultiples, les Tous seront encore Equimultiples.

De mesme si des Equimultiples de deux Grandeurs l'on oste des Equimultiples, les Restes seront encore Equimultiples de ces Grandeurs, ou leur seront égaux.

7. Raison, c'est le raport qui est entre deux Grandeurs de mesme Genre, comparées l'une à l'autre selon leur quantité.

Les Grandeurs de mesme Genre, comme sont deux Lignes, deux Surfaces, deux Corps, s'appellent Homogenes.

Les Grandeurs de divers Genre, comme une Ligne & une Surface, une Surface & un Corps, s'appellent Eterogenes.

Or le rapport qui est entre deux Grandeurs de mesme Genre, lorsqu'on les compare l'une à l'autre, pour sçavoir comment & combien de fois l'une contient l'autre, ou l'autre est contenuë, s'appelle *Raison*.

Et d'autant qu'on ne peut pas dire comment & combien de fois une Grandeur est contenuë dans une autre qui n'est pas de mesme Genre, cela fait qu'il n'y a point de Raison entre des Grandeurs de divers Genre.

De mesme, d'autant que c'est une proprieté particuliere aux Grandeurs finies, de pouvoir servir de mesure, & de pouvoir estre mesurées, & qu'on ne peut pas dire qu'une Grandeur infinie contienne tant de fois une grandeur finie, ny qu'une Grandeur finie soit contenuë tant de fois dans une Grandeur infinie ; De là vient aussi qu'il n'y a point de Raison entre une Grandeur finie & une infinie, encore qu'on les suppose toutes deux de mesme Genre.

8. Les Termes d'une Raison, sont les deux Grandeurs que l'on compare ensemble.

9. L'Antecedent d'une Raison, est le premier Terme des deux que l'on compare l'un à l'autre.

10. Le Consequent d'une Raison, est le second Terme des deux que l'on compare.

Ainsi comparant 15. à 10. l'Antecedent est 15. & le Consequent est 10.

11. La Raison d'Egalité, est une Raison où l'Antecedent est égal au Consequent.

12. La Raison d'inegalité, est une Raison où l'Antecedent n'est pas égal au Consequent.

13. La Raison d'inegalité Majeure, est une Raison où l'Antecedent est plus grand que le Consequent.

14. La Raison d'inegalité Mineure, est une Raison où l'Antecedent est plus petit que le Consequent.

15. La Raison Rationelle, ou la Raison de nombre à nombre, est celle où l'on peut exprimer par nombre combien de fois l'Antecedent contient le Consequent, ou combien de fois il est contenu dans le Consequent. Telle est la Raison qui est entre une Ligne de 6. piez, & une Ligne de 4. piez, où l'Antecedent contient le Consequent une fois & demy ; ou celle qui est entre une Ligne de 2. piez, & une Ligne de 4. piez, où l'Antecedent est contenu deux fois dans le Consequent.

16. La Raison Irrationelle, ou Sourde, est celle où il est impossible d'exprimer par nombre combien de fois l'Antecedent contient le Consequent, où combien de fois il est contenu dans le Consequent ; comme la Raison qui est en-

tre le Costé d'un Quarré & sa Diagonale ; qui est telle, qu'encore que chaque Ligne à part ait plusieurs Parties Aliquotes, il n'y en a pourtant pas une de celles qui mesurent l'une, qui puisse mesurer l'autre ; & ainsi on ne sçauroit exprimer par nombre le raport qui est entre ces deux Lignes.

17. La quantité d'une Raison d'inegalité majeure, est le nombre qui exprime comment & combien de fois l'Antecedent contient le Consequent.

Ainsi comparant une Grandeur de 12. piez avec une Grandeur de 6. piez, la quantité de cette Raison est 2. d'autant que 12. piez contiennent 6. piez deux fois, & cette Raison s'appelle Double ; De mesme, comparant 12. à 4. la quantité de cette Raison est 3. d'autant que 12. contient 4. trois fois, & cette raison s'appelle Triple ; De mesme encore, comparant 12. à 8. la quantité de cette Raison est un & demy, d'autant que 12. contient 8. une fois & demy, & cette Raison s'appelle Sesquialtere, &c.

18. La quantité d'une Raison d'inegalité mineure, est le nombre qui exprime comment & combien de fois l'Antecedent est contenu dans le Consequent, ou qu'elle Partie il est du Consequent.

Ainsi comparant une Grandeur de 6. piez, avec une de 12. piez, la quantité de cette Raison est un demy, parce que 6. piez, sont la moitié de 12. piez, & cette Raison s'appelle Sous-double ; De mesme, comparant 4. à 12. la quantité de cette Raison est un tiers, d'autant que 4. est le Tiers de 12. Et cette Raison s'appelle Sous-triple ; Et de mesme encore, comparant 8. à 12. la quantité de cette Raison est deux Tiers, d'autant que 8. sont les deux Tiers de 12. Et cette Raison s'appelle Sous-sesquialtere.

Par là, il paroist que deux Raisons sont égales, lorsque l'Antecedent de l'une contient son Consequent, comme l'Antecedent de l'autre contient le sien ; ou bien lorsque l'Antecedent de l'une est contenu dans son Consequent, comme l'Antecedent de l'autre est contenu dans le sien.

Ainsi la Raison de 15. à 10. est égale à la Raison de 12. à 8.

parce que comme 15. contient 10. une fois & demy, de mesme 12. contient 8. une fois & demy.

Mais une Raison est plus grande qu'une autre, lorsque l'Antecedent de la premiere contient plus de fois son Consequent, que l'Antecedent de la seconde ne contient le sien; ou bien lorsque l'Antecedent de la premiere est une plus grande Partie de son Consequent, que l'Antecedent de la seconde ne l'est du sien.

Ainsi la Raison de 15. à 5. est plus grande que la Raison de 12. à 6. parce que l'Antecedent 15. contient son Consequent 5. trois fois, au lieu que l'Antecedent 12. ne contient son Consequent 6. que deux fois; Tout au contraire la Raison de 6. à 12. est plus grande que la Raison de 5. à 15. parce que l'Antecedent 6. est la moitié de son Consequent 12. au lieu que l'Antecedent 5. n'est que le tiers de son Consequent 15.

19. Proportion, c'est la ressemblance ou l'égalité de deux Raisons.

Ainsi il y a Proportion entre ces quatre Grandeurs
15.——10.——12.——8.
Parce que la Raison de 15. à 10. est la mesme, ou est égale à la Raison de 12. à 8; ou comme l'on dit communément, parce que 15. est à 10. comme 12. est à 8.

20. Des Grandeurs Proportionelles, sont celles entre lesquelles il y a Proportion.

Ainsi les Grandeurs 15.—10.—12.—8. sont proportionelles; Car comme 15. contient 10. une fois & demy, ainsi 12. contient 8. une fois & demy.

21. La Proportion continuë, est celle où le Consequent de la premiere Raison sert d'Antecedent à la seconde.

Ainsi il y a Proportion continuë entre ces trois Grandeurs 18.—12.—8. Parce que 18. est à 12. comme 12. est à 8. où l'on voit que 12. qui est le Consequent de la premiere Raison, est l'Antecedent de la seconde.

22. La Proportion non continuë, est celle où l'Antecedent de la seconde Raison est different du Consequent de la premiere.

Telle est la Porportion qui est entre ces quatre Grandeurs: 15.—10.—12.—8. Parce que 12. qui est l'Antecedent de la seconde Raison, est different de 10. qui est le Consequent de la premiere.

23. Les Termes homologues d'une Proportion, sont ceux qui tiennent le mesme rang, ou qui sont de mesme nom, dans une Proportion.

Ainsi dans la Proportion précedente, les deux Antecedens 15. & 12. & les deux Consequents 10. & 8, sont des Termes homologues, parce qu'ils tiennent le mesme rang, & ont un mesme nom, dans cette Proportion.

Remarquez que la Proportion, dont il a esté parlé jusques icy, s'appelle Geometrique, pour la distinguer d'une autre, qu'on nomme Arithmetique; laquelle se rencontre entre trois Grandeurs, dont la premiere surpasse la seconde, ou en est surpassée, d'une quantité égale à celle dont cette seconde surpasse la troisiéme, ou en est surpassée; ou bien entre quatre Grandeurs, dont la premiere surpasse la seconde, ou en est surpassée, d'une quantité égale à celle dont la troisiéme surpasse la quatriéme, ou en est surpassée.

Ainsi la Porportion qui se rencontre entre ces trois Grandeurs, 16.—12.—8. est une Proportion Arithmetique, parce que comme la premiere surpasse la seconde de quatre, de mesme aussi la seconde surpasse la troisiéme de quatre.

Ainsi la Proportion qui se rencontre entre ces quatre Grandeurs 15.—10.—7.—2. est encore une Proportion Arithmetique, parce que comme la premiere surpasse la seconde de 5. de mesme aussi la troisiéme surpasse la quatriéme de 5.

Comme la Proportion Geometrique est la principale, & d'un plus grand usage que la Proportion Arithmetique, c'est aussi de celle-là dont nous entendrons parler, quand nous parlerons simplement de Proportion.

24. Conclure en Raison Inverse, ou en changeant les Termes, c'est de quatre Grandeurs qui sont proportionelles, conclure que le Consequent de la premiere Raison est à son Antecedent, comme le Consequent de la seconde est au sien; Ou ce qui est la mesme chose, c'est changer les

Termes des Raiſons, & faire que le Conſequent devienne l'Antecedent, & l'Antecedent le Conſequent.

Ainſi aprez avoir montré que 15. eſt à 10. comme 12. eſt à 8. ſi l'on vient à dire, donc 10. eſt à 15. comme 8. eſt à 12 ; Cela s'appelle conclure en Raiſon Inverſe.

Or il eſt évident que ſi quatre Grandeurs ſont proportionnelles, elles ſont encore proportionelles en Raiſon Inverſe ; Car s'il eſt vray que l'Antecedent de la premiere Raiſon contienne ſon Conſequent, de meſme que l'Antecedent de la ſeconde contient le ſien ; Il eſt vray auſſi que le Conſequent de la premiere eſt contenu dans ſon Antecedent, de meſme que le Conſequent de la ſeconde eſt contenu dans le ſien.

Ou bien au contraire, ſi l'Antecedent de la premiere Raiſon eſt contenu dans ſon Conſequent, de meſme que l'Antecedent de la ſeconde eſt contenu dans le ſien ; Il eſt vray auſſi que le Conſequent de la premiere Raiſon contient ſon Antecedent, de meſme que le Conſequent de la ſeconde contient le ſien ; Car contenir & eſtre contenu ſont Termes relatifs, qui s'entendent & qui s'expliquent l'un par l'autre.

25. Conclure en Raiſon Alterne, c'eſt de quatre Grandeurs qui ſont proportionelles, conclure que l'Antecedent de la premiere raiſon eſt à l'Antecedent de la ſeconde, comme le Conſequent de la premiere eſt au Conſequent de la ſeconde.

Ainſi, apres avoir montré que 15. eſt à 10. comme 12. eſt à 8. ſi l'on vient à dire, donc 15. eſt à 12. comme 10. eſt à 8. Cela s'appelle conclure en Raiſon Alterne.

Quelques-uns eſtiment que ſuppoſé que quatre Grandeurs ſoient proportionelles, il eſt évident qu'on peut conclure qu'elles ſont proportionelles en Raiſon Alterne.

Neanmoins, il faut remarquer qu'on ne peut valablement conclure en Raiſon Alterne, à moins que les quatre Grandeurs ne ſoient de meſme genre ; Car par exemple, ſi on ſuppoſoit qu'une Ligne fuſt à une autre Ligne, comme une Superficie eſt à une autre Superficie, on ne pourroit pas pour cela conclure que la premiere Ligne seroit à la premiere Superficie, comme la seconde Ligne est à la seconde Superficie, estant évident, par ce qui a esté dit cy-dessus, qu'il n'y a point de raison d'une Ligne à une Superficie.

26. Conclure en composant, c'est de quatre Grandeurs qui sont proportionelles, conclure que la somme de l'Antecedent & du Consequent de la premiere Raison, est au seul Consequent de cette premiere Raison, comme la somme de l'Antecedent & du Consequent de la seconde Raison, est au seul Consequent de cette seconde Raison.

Ainsi, aprés avoir montré que 15. est à 10. comme 12. est à 8. si l'on vient à dire, donc 25. est à 10. comme 20. est à 8. Cela s'appelle conclure en composant.

Or il est évident que si quatre Grandeurs sont proportionelles, on peut conclure en composant, qu'elles sont aussi proportionelles; Car conclure en composant, n'est autre chose que composer de nouveaux Antecedens, qui contiennent leurs Consequens une fois plus que les premiers Antecedens ne les contenoient; Or par la supposition, les premiers Antecedens contenoient également leurs Consequens; D'où il suit, que les nouveaux Antecedens les doivent encore contenir également; Et ainsi ces quatre Grandeurs doivent estre encore proportionelles.

27. Conclure en divisant, c'est de quatre Grandeurs qui sont proportionelles, conclure que l'excez du premier Antecedent par dessus son Consequent, est à son Consequent, comme l'excez du second Antecedent par dessus son Consequent, est aussi à son Consequent.

Ainsi aprés avoir montré que 15. est à 10. comme 12. est à 8. si l'on vient à dire, donc 5. est à 10. comme 4. est à 8. Cela s'appelle conclure en divisant.

Il est encore évident que si quatre Grandeurs sont proportionelles, on peut conclure en divisant qu'elles sont aussi proportionelles. Car conclure en divisant, n'est autre chose que composer de nouveaux Antecedens, qui contiennent leurs Consequens une fois moins que les premiers Antecedens ne les contenoient. Or par la Supposition les premiers

premiers Antecedens contenoient également leurs Consequens ; D'où il suit que les nouveaux Antecedens les doivent encore contenir également ; Et ainsi ces quatre Grandeurs doivent estre encore proportionelles.

28. Conclure par conversion de Raison, C'est de quatre Grandeurs qui sont proportionelles, conclure que l'Antecedent de la premiere Raison est à son excez par dessus son Consequent, comme l'Antecedent de la seconde est à son excez par dessus le sien.

Ainsi, aprés avoir montré que 15. est à 10. comme 12. est à 8. si l'on vient à dire, donc 15. est à 5. comme 12. est à 4. Cela s'appelle conclure par conversion de Raison.

Il est encore évident que si quatre Grandeurs sont proportionelles, on peut conclure par conversion de Raison qu'elles sont aussi proportionelles ; Car puisque, par Supposition, les Antecedens contiennent également les Consequens, c'est une necessité que les Consequens soient des Parties semblables des Antecedens ; Si donc on oste les Consequens des Antecedens, les restes seront encore des Parties semblables des mesmes Antecedens ; Et par consequent les Antecedens les contiendront également, & la Raison qui sera entr'eux sera semblable.

29. Raison composée, c'est une Raison dont la Quantité resulte de la Multiplication de la Quantité de plusieurs autres Raisons.

Pour bien entendre cette Definition, considerez par exemple ces trois Grandeurs, 24. 6. 2. : Et remarquez que la premiere estant Quadruple de la seconde, & la seconde estant Triple de la troisiéme, & par consequent la quantité de la Raison de la premiere à la seconde estant 4. & celle de la seconde à la troisiéme estant 3. Il est vray de dire que la premiere Grandeur, comparée à la troisiéme, en est le Quadruple du Triple, ou la contient quatre fois trois fois, c'est à dire douze fois ; Si bien que la quantité de la Raison de la premiere Grandeur à la troisiéme est 12. Or cette Raison Dodecuple, qui resulte de la Multiplication de la quantité des deux Raisons particulieres 4. & 3. est ditte composée de ces deux Raisons.

Il suit delà, que si on dispose à discretion tant de Grandeurs que l'on voudra, la Raison de la premiere à la derniere, sera composée de toutes les Raisons moyennes & particulieres, qu'ont entr'elles toutes ces Grandeurs, estant comparées de suitte l'une à l'autre. Ainsi, ayant disposé à discretion ces quatre Grandeurs, 24, 6, 3, 12. la Raison de 24. à 12. (qui est une Raison double) est composée de celles de 24. à 6. de 6. à 3. & de 3. à 12; Et de fait, multipliant l'un par l'autre 4, 2, & $\frac{1}{4}$ (qui sont les quantitez de ces Raisons) le produit, qui est 2. est la quantité de la Raison de 24. à 12.

Remarquez que comme le mesme produit qui resulte de la Multiplication de deux nombres, peut resulter de la Multiplication de deux autres, aussi une mesme Raison peut estre composée de plusieurs Raisons differentes; Ainsi par exemple la Raison Dodecuple que nous avons veu cy-dessus estre composée de la Quadruple & de la Triple, peut aussi estre composée de la Sextuple & de la Double.

Maintenant, si les Raisons qui se trouvent entre plusieurs Grandeurs d'une part, sont égales ou semblables à celles qui se rencontrent entre plusieurs autres Grandeurs d'une autre part, chacune à la sienne; Il est évident que la Raison composée des premieres Raisons, doit estre égale à la Raison composée des autres semblables; estant necessaire que les mesmes Quantités ou les mesmes Nombres multipliés deux fois, produisent le mesme nombre ou la mesme quantité.

Ainsi, si l'on suppose d'une part ces trois Grandeurs 24. 6. 2. & d'autre part ces trois autres Grandeurs 36. 9. 3. entre lesquelles les mesmes Raisons, sçavoir la Quadruple & Triple, se rencontrent, c'est une necessité que la Raison de 24. à 2. soit semblable à la Raison de 36. à 3. puisque la Quantité de chacune de ces Raisons resulte de la Multiplication de 4. par 3.

30. Raison doublée, c'est une Raison composée de deux Raisons semblables.

Ainsi supposant trois Grandeurs continuëment proportionelles, telles que sont celles-cy, 64. 16. 4; Puis comparant la premiere à la troisiéme, la Raison qui se trouve entre ces deux Grandeurs, 64. & 4. (laquelle est composée des deux Raisons semblables de 64. à 16. & de 16. à 4.) s'appelle Raison doublée de 64. à 16.

31. Raison triplée, c'est une Raison composée de trois Raisons semblables.

Ainsi, supposant quatre Grandeurs continuëment proportionelles, comme sont les suivantes 64. 16. 4. 1; Puis comparant la premiere à la quatriéme, la Raison qui se trouve entre ces deux Grandeurs, 64. & 1. (laquelle est composée des trois Raisons semblables de 64. à 16; de 16. à 4, & de 4. à 1;) s'appelle Raison triplée de 64. à 16.

32. Proportion ordonnée, c'est l'arrangement de plusieurs Grandeurs d'une part, & d'autant d'autres Grandeurs d'une autre part, disposées de telle sorte, que la premiere du premier Ordre soit à la seconde, comme la premiere du second Ordre est à la seconde; Puis la seconde du premier Ordre à la troisiéme, comme la seconde du second Ordre à la troisiéme; Et la troisiéme du premier Ordre à la quatriéme, comme la troisiéme du second est à la quatriéme, & ainsi de suite.

Ainsi, ayant mis d'une part les quatre Grandeurs suivantes 12. 4. 2. 8. & d'autre part ces quatre autres 30. 10. 5. 20. qui sont disposées de telle sorte, que la premiere 12. est à la seconde 4; comme la premiere 30. est à la seconde 10; Que la seconde 4. est à la troisiéme 2. comme la seconde 10. est à la troisiéme 5; Et que la troisiéme 2. est à la quatriéme 8. comme la troisiéme 5. est à la quatriéme 20; Cet arrangement s'appelle Proportion ordonnée.

33. Proportion troublée, c'est l'arrangement de plusieurs Grandeurs d'une part, & d'autant d'autres Grandeurs d'une autre part, disposées de telle sorte que la premiere du premier Ordre soit à la seconde, comme la penultiéme du second Ordre est à la derniere; Puis la seconde du premier Ordre à la troisiéme, comme l'antepenultiéme du second Ordre à la penultiéme, & ainsi de suite.

Ainsi, ayant mis d'une part les trois Grandeurs 12. 4. 2; & d'autre part ces trois autres 18. 9. 3. qui sont disposées de telle sorte, que la premiere 12. est à la seconde 4. comme la penultiéme 9. est à la derniere 3; Et que la seconde 4. est à la troisiéme 2. comme l'antépenultiéme 18. à la penultiéme 9; Cét arrangement s'appelle Proportion troublée.

34. Conclure en Raison égale, c'est (aprés avoir supposé que quelques Grandeurs d'une part, & autant d'autres d'une autre part sont proportionelles, soit en Proportion ordonnée, soit en Proportion troublée) conclure que la premiere d'une part est à la derniere, comme la premiere de l'autre part est à la derniere.

Ainsi, dans l'exemple qui a esté cy-dessus rapporté de la Proportion ordonnée, conclure que la premiere Grandeur 12. est à la derniere 8. comme la premiere 30. est à la derniere 20; Ou bien, dans l'exemple de la Proportion troublée, conclure que la premiere Grandeur 12. est à la derniere 2. comme la premiere 18. est à la derniere 3; Cela s'appelle conclure en Raison égale.

Il est certain qu'on peut fort bien conclure en Raison égale, c'est à dire qu'on peut fort bien conclure, que la Raison de la premiere Grandeur à la derniere d'une part, est semblable à la Raison de la premiere Grandeur à la derniere de l'autre part; Car chacune de ces Raisons est composée des Raisons moyennes & particulieres qu'il y a entre ces Grandeurs, lesquelles Raisons sont supposées égales, ou les mesmes, & qui par consequent doivent produire une mesme quantité.

Ainsi dans cét exemple de la Proportion ordonnée 12. 4. 2. 8; 30. 10. 5. 20; La Raison de 12. à 8. est composée de la Raison triple, de la Double, & de la Sous-quadruple; Et de mesme la Raison de 30. à 20. est composée de la Raison Triple, de la Double, & de la Sous-quadruple, qui sont les mesmes.

De mesme aussi dans cet exemple de la Proportion troublée 12. 4. 2; 18. 9. 3; La Raison de 12. à 2. est composée de la Raison Triple, & de la Double; ou resulte de la

Multiplication 3. par 2 ; Et de mesme la Raison de 18. à 3. est composée de la Raison Double & de la Triple ; ou resulte de la Multiplication de 2. par 3. qui sont les mesmes, & doivent par consequent produire une mesme Quantité.

Encore que toutes les manieres de conclure, dont il a esté parlé cy-dessus, paroissent fort justes & convaincantes à tous ceux qui les examinent avec un peu d'attention ; Neantmoins Euclide a jugé à propos de les démontrer, aussi bien que quelques autres veritez aussi faciles ; Et c'est à quoy il employe le cinquiéme Livre de ces Elemens ; Mais il présuppose les trois Axiomes suivans, qui à dire le vray ne sont pas plus évidens que les choses à la preuve desquelles il les employe.

Axiomes.

1. Si de quatre Grandeurs proportionelles, l'on prend à discretion des Equimultiples des deux Antecedens, comme aussi des deux Consequens, les Equimultiples des deux Antecedens seront toûjours, ou plus grands, ou plus petits, ou égaux à ceux des Consequens.

Ainsi, de ces quatre Grandeurs, qui sont proportionelles, 15. 10. ; 12. 8 ; Prenant à discretion des Equimultiples de 15. & de 12 ; comme aussi de 10. & de 8. Si l'Equimultiple de 15. surpasse l'Equimultiple de 10. l'Equimultiple de 12. surpassera l'Equimultiple de 8 ; ou bien si l'Equimultiple de 15. est égale à l'Equimultiple de 10. l'Equimultiple de 12. sera aussi égale à l'Equimultiple de 8 ; Ou enfin si l'Equimultiple de 15. est moindre que l'Equimultiple de 10. l'Equimultiple de 12. sera aussi moindre que l'Equimultiple de 8.

2. Tout au contraire, si quatre Grandeurs sont telles, qu'en prenant à discretion des Equimultiples de la premiere & de la troisiéme, c'est à dire des deux Antecedens, & de la seconde, & de la quatriéme, c'est à dire des deux Consequens ; Il arrive que l'Equimultiple de la premiere ne puisse jamais estre égale à l'Equimultiple de la seconde,

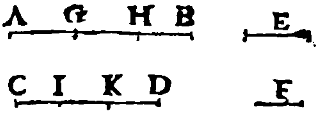
ſans que l'Equimultiple de la troiſiéme ne ſoit auſſi égale à l'Equimultiple de la quatriéme ; Ou que l'Equimultiple de la premiere ne puiſſe jamais ſurpaſſer l'Equimultiple de la ſeconde, ſans que l'Equimultiple de la troiſiéme ne ſurpaſſe celle de la quatriéme ; Ou enfin que l'Equimultiple de la premiere ne puiſſe jamais eſtre moindre que l'Equimultiple de la ſeconde, ſans que l'Equimultiple de la troiſiéme ne ſoit auſſi moindre que celle de la quatriéme ; alors ces quatre Grandeurs ſont proportionelles. Ainſi parce que ces circonſtances arrivent toûjours en ces quatre Grandeurs. 15. 10 : 12. 8. elles ſont proportionelles.

3. Enfin, ſi quatre Grandeurs ſont telles, qu'en prenant à diſcretion des Equimultiples de la premiere & de la troiſiéme, comme auſſi de la ſeconde & de la quatriéme, il puiſſe quelquefois arriver, que l'Equimultiple de la premiere ſurpaſſera l'Equimultiple de la ſeconde, ſans que l'Equimultiple de la troiſiéme ſurpaſſe celle de la quatriéme ; alors ces quatre Grandeurs ne ſont pas proportionelles ; Et il y a plus grande Raiſon de la premiere à la ſeconde, que de la troiſiéme à la quatriéme. Ainſi ces quatre Grandeurs, 12, 6 ; 7, 5, ne ſont pas proportionelles ; & il y a plus grande Raiſon de 12. à 6. que de 7. à 5. Car prenant à diſcretion des Equimultiples de 12. & de 7. par exemple 24. & 14. comme auſſi de 6. & de 5. par exemple 18. & 15. Il arrive que l'Equimultiple de 12. ſçavoir 24. ſurpaſſe 18. Equimultiple de 6, ſans que l'Equimultiple de 7. ſçavoir 14. ſurpaſſe 15. Equimultiple de 5.

PROPOSITION I.

THEOREME I.

S'il y a tant de Grandeurs que l'on voudra Equimultiples d'autant d'autres Grandeurs, chacune à la ſienne, comme l'une ſera Multiple de l'une, ainſi les Toutes ſeront Multiples des Toutes.



JE ſuppoſe qu'il y ait d'une part deux Grandeurs, ſçavoir AB, CD, & d'autre part deux autres Grandeurs, ſçavoir E, & F ; Et que AB, ſoit autant Multiple de E, que CD, eſt Multiple de F ; Cela eſtant, je dis que comme AB, eſt Multiple de E, ou CD, Multiple de F ; De meſme AB, & CD, priſes enſemble, ſont Multiples de E, & de F, priſes auſſi enſemble : Pour le prouver.

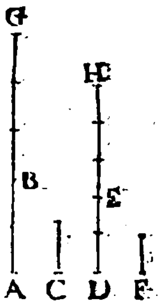
Concevez que AB, ſoit diviſée en trois Parties égales à E, ſçavoir AG, GH, HB ; & CD, en trois Parties égales à F, ſçavoir CI, IK, KD, ce qui eſt poſſible, puiſque AB, & CD, ſont ſuppoſées Equimultiples de E, & de F ; Cela poſé.

Puiſque AG, eſt égale à E, & que CI, eſt égale à F ; Il s'enſuit que AG, & CI, priſes enſemble ſeront égales à E, & à F, priſes auſſi enſemble ; De meſme GH, & IK, priſes enſemble, ſeront auſſi égales à E, & à F, priſes enſemble ; Et ainſi de ſuite ; Et parce que AB, & CD, ſont ſuppoſées Equimultiples de E, & de F, & qu'ainſi le nombre des Parties de AB égales à E, eſt égal au nombre des Parties de CD égales à F, autant de fois que l'on pourra prendre dans AB, une Partie égale à E, autant de fois on pourra prendre dans AB, & CD, des Parties égales à E, & à F ; Et par conſequent, comme AB, eſt Triple de E, ainſi AB, & CD, priſes enſemble, ſont Triples de E, & de F, priſes auſſi enſemble ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION II.

THEOREME II.

Si la premiere Grandeur eſt autant Multiple de la ſeconde, que la troiſiéme l'eſt de la quatriéme, & la cinquiéme encore autant Multiple de la ſeconde, que la ſixiéme l'eſt auſſi de la quatriéme, la Grandeur composée de la premiere & de la cinquiéme ſera autant Multiple de la ſeconde, que la composée de la troiſiéme & de la ſixiéme le ſera de la quatriéme.



JE ſuppoſe ces ſix Grandeurs AB, C, DE, F, BG, EH, & que la premiere AB, ſoit autant Multiple de la ſeconde C, que la troiſiéme DE, l'eſt de la quatriéme F ; Et que la cinquiéme BG, ſoit encore autant Multiple de la ſeconde C, que la ſixiéme EH, l'eſt auſſi de la quatriéme F ; Cela eſtant, je dis que la Grandeur compoſée de la premiere & de la cinquiéme, ſçavoir AG, eſt autant Multiple de la ſeconde C, que la Grandeur DH, compoſée de la troiſiéme, & de la ſixiéme, l'eſt de la quatriéme F ; Pour le prouver.

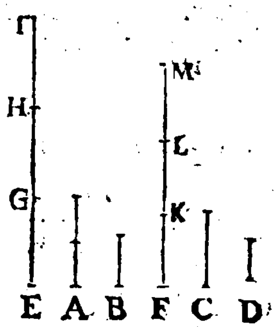
Puiſque AB, & DE, ſont Equimultiples de C, & de F, le nombre des Parties que AB contient égales à C, eſt égal au nombre des Parties que DE contient égales à F ; De meſme, puiſque BG, & EH, ſont encore Equimultiples de C, & de F, le nombre des Parties que BG contient égales à C, eſt auſſi égal au nombre des Parties que EH contient égales à F ; Si donc aux nombres égaux des Parties de AB, & de DE, on adjoûte les nombres égaux des Parties de de BG, & de EH, il s'ensuivra que le nombre des Parties que la Toute AG contiendra égales à C, sera égal au nombre des Parties que la Toute DH contiendra égales à F, c'est à dire que AG, sera autant Multiple de C, que DH, le sera de F ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION III.

THEOREME III.

Si la premiere Grandeur est autant Multiple de la seconde, que la troisiéme l'est de la quatriéme, & qu'on prenne des Equimultiples de la premiere & de la troisiéme, l'Equimultiple de la premiere sera autant Multiple de la seconde, que l'Equimultiple de la troisiéme le sera de la quatriéme.

JE suppose ces quatre Grandeurs A, B, C, D, dont la premiere à sçavoir A, est autant Multiple de la seconde B, que la troisiéme C, l'est de la quatriéme D ; Je suppose deplus qu'on ait pris les Grandeurs EI, & FM, Equimultiples de la premiere A, & de la troisiéme C ; Cela estant, je dis que EI, est autant Multiple de la seconde B, que FM, l'est de la quatriéme C ; Pour le prouver.



Concevez que EI, soit divisée en trois Parties égales à A, sçavoir, EG, GH, HI ; & FM en trois Parties égales à C, sçavoir FK, KL, LM ; Cela posé.

Puisque EG est égale à A, & FK égale à C, Il s'ensuit que EG, & FK, contiennent autant de fois B, & D, que A, & C, les contiennent ; Il en est de mesme des Parties GH, & KL, & ainsi de suitte. Or puisque la premiere

Grandeur EG, est autant Multiple de la seconde B, que la troisiéme FK, l'est de la quatriéme D ; & que la cinquiéme GH, est encore autant Multiple de la seconde B, que la sixiéme KL, l'est de la quatriéme D ; Il s'ensuit, par la Proposition precedente, que la Grandeur EH, composée de la premiere & de la cinquiéme, est autant Multiple de la seconde B, que la Grandeur FL, composée de la troisiéme & de la sixiéme l'est de la quatriéme D ; Ensuite dequoy prenant EH, & FL, pour la premiere & troisiéme Grandeur ; Et HI, & LM, pour la cinquiéme & la sixiéme ; On conclura de mesme que EI, est autant Multiple de B, que FM, l'est de D ; Ce qu'il falloit démontrer.

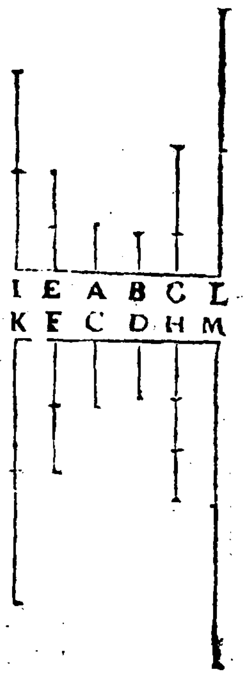
PROPOSITION IV.

THEOREME IV.

Si quatre Grandeurs sont proportionelles, & qu'on prenne à discretion des Equimultiples de la premiere & de la troisiéme, comme aussi des Equimultiples de la seconde & de la quatriéme, il y aura mesme Raison de l'Equimultiple de la premiere à l'Equimultiple de la seconde, que de l'Equimultiple de la troisiéme à l'Equimultiple de la quatriéme.

JE suppose que A, soit à B, comme C, est à D ; & qu'on ait pris à discretion E, & F, Equimultiples de la premiere A, & de la troisiéme C ; Comme aussi G, & H, Equimultiples de la seconde B, & de la quatriéme D ; Cela estant, je dis qu'il y a mesme Raison de E, Equimultiple de la premiere, à G, Equimultiple de la seconde, que de F, Equimultiple de la troisiéme, à H, Equimultiple de la quatriéme ; Pour le prouver.

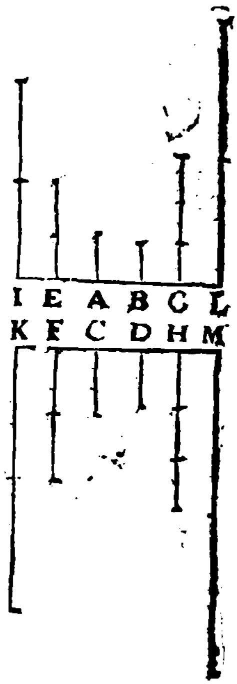
Prenez I, & K, Equimultiples de E, & de F ; Prenez aussi L, & M, Equimultiples de G, & de H ; Cela posé,



Puisque E, considerée comme premiere Grandeur, est autant Multiple de A, considerée comme seconde, que F, troisiéme, l'est de C, quatriéme ; & qu'on a pris les Grandeurs I, & K, Equimultiples de E, & de F ; Il s'ensuit par la Proposition precedente, que I, & K, sont aussi Equimultiples de A, & de C, c'est à dire de la premiere & de la troisiéme des quatre que nous avons supposées Proportionelles ; De mesme G, & H, estant Equimultiples de B, & de D ; Et L, & M, ayant esté prises Equimultiples de G, & de H, Il s'ensuit que L, & M, sont Equimultiples de B, & de D, c'est à dire de la seconde & de la quatriéme des quatre que nous avons supposées proportionelles ; Par consequent, par le premier Axiome de ce Livre, si l'Equimultiple I, surpasse l'Equimultiple L, l'Equimultiple K, surpassera l'Equimultiple M ; Si elle est égale, l'autre sera égale, si elle est moindre, l'autre sera aussi moindre ; Cela estant, puisque I, & K, ont esté prises Equimultiples de E, & de F, premiere & troisiéme des quatre Grandeurs qu'il s'agit de prouver estre proportionelles ; Et que L, & M, ont esté prises Equimultiples de G, & de H, seconde & quatriéme de ces quatre Grandeurs, il s'ensuit par le second Axiome qu'elles sont en effet proportionelles ; & qu'ainsi il y a mesme Raison de E, à G, que de F, à H ; Ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

Par cette mesme Methode on peut aisément prouver que si quatre Grandeurs sont proportionelles, elles seront encore proportionelles en Raison Inverse, Par exemple si A, est à B, comme C est à D, on prouvera aisément que B, sera à A, comme D, est à C ; Car aprés avoir pris E, & F, Equimultiples de A, & de C, premiere & troisiéme Grandeurs des quatre qui sont supposées Proportionelles ; Puis G, & H, Equimultiples de B, & D, seconde & quatriéme ; On conclura, par le premier Axiome de ce Livre, que si E est égale à G, F sera égale à H ; Si E surpasse G, F surpassera H ; Et si E, est moindre que G, F sera moindre que H ; Or si cela est vray, il est donc vray aussi, que si G, est égale à E, H sera égale à F ; Si G, est moindre que E, H sera moindre que F ; Et si G, surpasse E, H surpassera aussi F ; Considerant donc maintenant B, comme premiere Grandeur, A comme seconde, D comme troisiéme, & C comme quatriéme, on conclura par le second Axiome que ces quatre Grandeurs sont proportionelles en Raison Inverse, c'est à dire que B est à A, comme D est à C ; Ce qu'il falloit démontrer.



PROPOSITION V.

THEOREME V.

Si une Grandeur est autant Multiple d'une autre Grandeur, que la Retranchée l'est de la Retranchée, le Reste sera autant Multiple du Reste que la Toute l'est de la Toute.

JE suppose que AB, est autant Multiple de CD, que la Retranchée AE, l'est de la Retranchée CF ; Cela estant, je dis que le Reste EB, est autant Multiple du Reste FD,

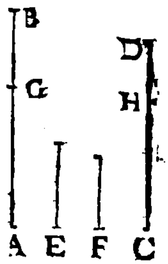
que la Toute AB, l'eſt de la Toute CD ; Pour le prouver.

Poſons que GA, ſoit autant Multiple de FD, que AE, l'eſt de CF ; ou que AB, l'eſt de CD ; Il s'enſuivra, par la 1. Prop. de ce Livre, que GE, ſera autant Multiple de CD, que AE, l'eſt de CF ; Or AB eſt ſuppoſée autant Multiple de CD, que AE l'eſt de CF ; Donc GE, eſt autant Multiple de CD, que AB, l'eſt auſſi de CD ; Et par conſequent les Grandeurs GE, & AB, qui ſont Equimultiples d'une meſme Grandeur, ſont égales entr'elles ; Si donc on oſte la Partie AE, qui leur eſt commune, le Reſte GA, ſera égal à EB ; Or GA, a eſté poſé autant Multiple de FD, que AB, l'eſt de CD ; Et partant EB, eſt autant Multiple de FD, que AB, l'eſt de CD ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VI.

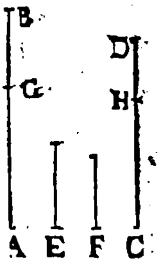
THEOREME VI.

Si deux Grandeurs ſont Equimultiples de deux autres Grandeurs, & qu'on en retranche des Equimultiples, les Reſtes ſeront Equimultiples de ces meſmes Grandeurs, ou ils leur ſeront égaux.



JE ſuppoſe que les deux Grandeurs AB, CD, ſoient Equimultiples des deux autres Grandeurs E, & F, & qu'on en ait retranché AG, & CH, Equimultiples des meſmes Grandeurs E, & F ; Cela poſé, je dis que les Reſtes GB, & HD, ſont Equimultiples de E, & de F, ou qu'ils leur ſont égaux ; Pour le prouver.

Puiſque AB, & CD, ſont Equimultiples de E, & de F, il y a dans AB, autant de Parties égales à E, qu'il y en a dans CD d'égales à F ; Et puiſque AG, & CH, ſont auſſi Equimultiples de E, & de F, Il y a auſſi dans AG, autant de Parties égales à E, qu'il y en a dans CH, d'égales à F ; Si donc des deux nombres égaux de Parties qui sont contenuës dans AB, & dans CD, on oste les nombres égaux de Parties qui sont contenuës dans AG, & dans CH, Il s'ensuit qu'il restera dans GB, autant de Parties égales à E, qu'il en restera dans HD, d'égales à F ; Et par consequent s'il en reste plusieurs dans GB, & dans HD, ces Restes seront Equimultiples de E, & de F ; Que s'il n'en reste qu'une, ces Restes leur seront égaux ; Ce qu'il falloit démontrer.

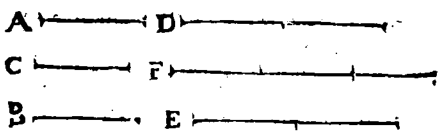


PROPOSITION VII.

THEOREME VII.

Les Grandeurs Egales ont mesme Raison à une mesme Grandeur ; & une mesme Grandeur à mesme Raison à des Grandeurs Egales.

JE suppose que les deux Grandeurs A, & B, sont egales ; Cela estant, je dis premierement que la Raison de A, à C, est la même que celle de B, à C ; Pour le prouver.



Prenez à discretion les Grandeurs D, & E, Equimultiples de la premiere Grandeur A, & de la troisiéme B ; Prenez encore à discretion la Grandeur F, Equimultiple de la seconde & quatriéme C ; Cela posé.

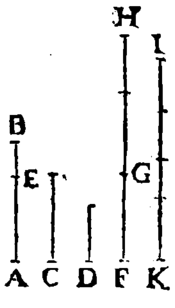
Puisque les Grandeurs D, & E, sont Equimultiples des deux Grandeurs égales A, & B, elles sont aussi égales entr'elles ; Et par consequent si D, est égale à F, E luy est aussi égale, Si D, est plus grande que F, E est aussi plus grande que F ; Enfin si D est moindre que F, E est aussi moindre que F ; D'où il suit que A, est à C, comme B, est à C, par le 2. Ax. Ce qu'il falloit premierement démontrer.

Je dis en second lieu qu'il y a mesme Raison de C, à A, que de C, à B ; Car puisque A est à C, comme B est à C ; En Raison Inverse (par le Corollaire de la 4. Prop. de ce Livre) C est à A, comme C est à B ; Ce qu'il falloit aussi démontrer.

PROPOSITION VIII.

THEOREME VIII.

Si deux Grandeurs sont Inégales, la plus grande aura plus grande Raison a une mesme Grandeur, que la plus petite ; Et au contraire, cette mesme Grandeur aura plus grande Raison à la plus petite, qu'à la plus grande.

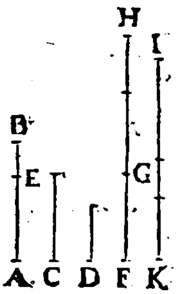


JE suppose que les deux Grandeurs AB, & C soient Inégales, & que AB, soit la plus grande ; Cela estant, je dis premierement que AB, a plus grande Raison à D, que C n'a à D ; Pour le prouver.

Retranchez de AB, la Partie AE, égale à C ; Puis prenez HG, & GF, Equimultiples de AE, & de EB ; de telle sorte que chacune des deux Grandeurs HG, GF, surpasse la Grandeur D ; Prenez encore la Grandeur IK, tellement Multiple de D, qu'elle soit plus grande que HG, mais plus petite que HF ; Or cela se peut faire aisément ; Car puisque GF, surpasse D, il est aisé de multiplier D, ensorte qu'il surpasse HG, sans qu'il surpasse HF ; Cela posé.

Puisque HG, & GF, sont Equimultiples de AE, & de EB, il s'ensuit par la 1. Prop. que HF, est autant Multiple de la Toute AB, que HG, l'eſt de AE, ou de ſon égale C.

Conſiderant dont icy ces quatre Grandeurs AB premiere, D ſeconde, C troiſiéme, & derechef D quatriéme. & que les Grandeurs HF, HG, ſont Equimultiples de la premiere AB, & de la troiſiéme C; Et que IK, eſt Equimultiple de la ſeconde & de la quatriéme D; Puiſque HF, Multiple de la premiere AB, ſurpaſſe IK Multiple de la ſeconde D; ſans que HG Multiple de la troiſiéme C, ſurpaſſe IK, Multiple de la quatriéme, qui eſt la meſme D; Il s'enſuit par le 3. Ax. que la premiere Grandeur AB, à plus grande Raiſon à la ſeconde D, que la troiſiéme C, n'a à la quatriéme, c'eſt à dire à la meſme Grandeur D; Ce qu'il falloit premierement démontrer.



Je dis en ſecond lieu que la Grandeur D, à plus grande Raiſon à la plus petite C, qu'elle n'a à la plus grande AB; Pour le prouver.

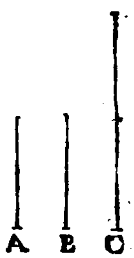
Conſiderant maintenant D, comme premiere & troiſiéme Grandeur, C, comme ſeconde, & AB, comme quatriéme; Puiſque IK. Multiple de la premiere D, ſurpaſſe HG Multiple de la ſeconde C, ſans que IK Multiple de la troiſiéme D, ſurpaſſe HF, Multiple de la quatriéme AB; Il s'enſuit par le 3. Ax. que D, a plus grande Raiſon à la plus petite C, que la meſme D, n'a à la plus grande AB; Ce qu'il falloit encore démontrer.

PROPOSITION IX.

THEOREME IX.

Les Grandeurs qui ont mesme Raison à une mesme Grandeur, sont égales entr'elles ; Et celles ausquelles une mesme Grandeur à mesme Raison, sont aussi égales entr'elles.

JE suppose premierement, que les deux Grandeurs A, & B, ayent mesme Raison à la mesme Grandeur C ; Cela estant, je dis que ces deux Grandeurs A, & B, sont égales entr'elles.



Car si cela n'estoit, il faudroit que l'une fust plus grande que l'autre ; Et cela estant, il s'ensuivroit, par la Proposition précedente, que la plus grande auroit plus grande Raison à la Grandeur C, que n'auroit la plus petite ; ce qui est contre la Supposition ; l'une n'est donc pas plus grande que l'autre, Et par consequent elles sont égales.

Je suppose en second lieu, qu'une mesme Grandeur, comme C, ait mesme Raison à deux Grandeurs, comme A, & B ; Cela estant, je dis que ces deux Grandeurs A, & B, sont aussi égales entr'elles.

Car si cela n'estoit, il faudroit que l'une fust plus petite que l'autre ; Et cela estant, il s'ensuivroit, par la Proposition precedente, que la Grandeur C, auroit plus grande Raison à celle qui seroit plus petite, qu'elle n'auroit à la plus grande ; ce qui est contre la Supposition ; l'une n'est donc pas plus petite que l'autre ; Et par consequent elles sont égales ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION X.

THEOREME X.

De deux Grandeurs, celle qui a plus grande Raison à une mesme, est la plus grande ; Et au contraire, celle à laquelle une mesme à plus grande Raison, est la plus petite.

JE suppose premierement, que des deux Grandeurs A & B, A à plus grande Raison à C, que B n'a à C ; Cela estant, je dis que A, est plus grand que B ; Pour le prouver.


A B C

Si A, n'estoit pas plus grand que B, il faudroit qu'il luy fust égal, où qu'il fust plus petit que B ; s'il luy estoit égal, il s'ensuivroit par la 7. Prop. que A, & B, auroient mesme Raison à C ; ce qui est contre la supposition ; A, n'est donc pas égal à B ; Que si A, estoit plus petit que B, il s'ensuivroit, par la 8. Prop. que A auroit moindre Raison à C, que B n'a à C ; ce qui est aussi contre la Supposition ; A n'est donc pas aussi plus petit que B ; Par consequent A est plus grand que B ; Ce qu'il falloit démontrer.

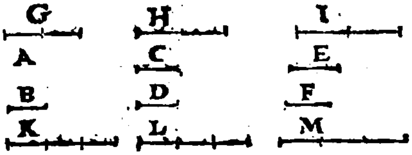
Je suppose en second lieu, que C a plus grande Raison à B, que C n'a à A ; Cela estant, je dis que B, est plus petit que A.

Car si cela n'estoit, il faudroit que B, fust égal à A, où qu'il fust plus grand ; S'il estoit égal, il s'ensuivroit, par la 7. Prop. qu'il y auroit mesme Raison de C à B, que de C à A ; ce qui est contre la Supposition ; B n'est donc pas égal à A ; Que si B estoit plus grand que A ; Il s'ensuivroit, par la 8. Prop. qu'il y auroit plus grande Raison de C à A, que de C à B ; ce qui est encore contre la Supposition ; B, n'est donc pas aussi plus grand que A ; Par consequent B, est plus petit que A ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

THEOREME XI.

Les Raisons qui sont semblables à une mesme, sont semblables entr'elles.



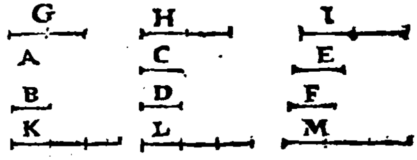
JE suppose que A soit à B, comme C est à D; Et de plus que comme C, est à D, ainsi E soit à F; Cela estant, je dis que comme A, est à B, ainsi E, est à F; Pour le prouver.

Prenez à discretion G, H, I, Equimultiples, des Antecedens A, C, E; Prenez de mesme à discretion, K, L, M, Equimultiples des Consequens B, D, F; Cela posé.

Puisque les quatre Grandeurs A, B, C, D, sont proportionelles, & que G, & H, sont les Equimultiples de la premiere & de la troisiéme, & que K, & L, sont les Equimultiples de la seconde & de la quatriéme, Il s'ensuit, par le 1. Ax. que G ne pourra estre égal à K, que H ne soit égal à L; ou que G ne pourra surpasser K, que H ne surpasse L; ou enfin que G ne pourra estre moindre que K, que H ne soit aussi moindre que L; Mais puisque les quatre Grandeurs C, D, E, F, sont aussi proportionelles, & que H, & I, sont les Equimultiples de la premiere & de la troisiéme Grandeur, & que L, & M, sont les Equimultiples de la seconde & de la quatriéme, Il s'ensuit aussi, par le 1. Ax. que H ne sçauroit estre égal à L, que I ne soit égal à M; ou que H ne sçauroit estre plus grand que L, que I ne soit plus grand que M, ou enfin que H ne sçauroit estre moindre que L, que I ne soit aussi moindre que M; Et partant

Ee ij

G ne pourra estre égal à K, que I ne soit égal à M ; où bien G ne pourra estre plus grand que K, que I ne soit plus grand que M ; ou bien enfin G ne pourra estre moindre que K, que I ne soit aussi moindre que M.



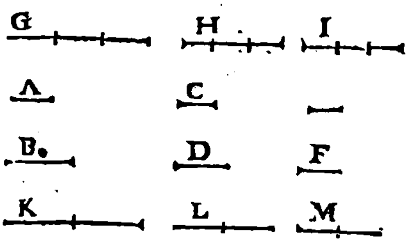
Mais G, & I, sont les Equimultiples de la premiere & de la troisiéme des quatre Grandeurs qu'il s'agit de prouver estre proportionelles; & K, & M, sont les Equimultiples de la seconde & de la quatriéme. D'où il suit, par le 2. Ax. que ces quatre Grandeurs A, B, E, F, sont proportionelles, c'est à dire, que A est à B, comme E est à F ; Ce qu'il falloit démontrer,

PROPOSITION XII.

THEOREME XII.

Si tant de Grandeurs que l'on voudra sont proportionelles, comme l'un des Antecedens sera à son Consequent, ainsi tous les Antecedens pris ensemble seront à tous les Consequens pris ensemble.

Je suppose que A soit à B, comme C est à D, & E à F ; Cela estant, je dis que comme l'un des Antecedens A, est à son Consequent B, ainsi tous les Antecedens A, C, E, pris ensemble, sont à tous les Consequens B, D, F, pris aussi ensemble. Pour le prouver.



Prenez à discretion G, H, I, Equimultiples des Antecedens A, C, E; Prenez de mesme à discretion K, L, M, Equimultiples des Consequens B, D, F ; Cela posé.

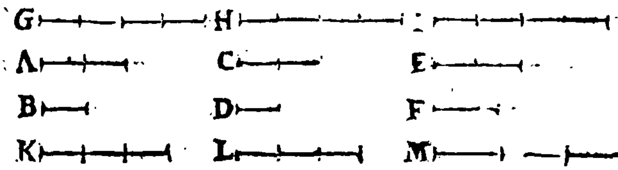
Il s'ensuit, par la 1. Prop. qu'autant que la Grandeur G est Multiple de la Grandeur A, autant aussi les Grandeurs G, H, I, prises ensemble, sont Multiples des Grandeurs A, C, E, prises aussi ensemble ; Et qu'autant que la Grandeur K, est Multiple de la Grandeur B, autant les Grandeurs K, L, M, prises ensemble, sont Multiples des Grandeurs B, D, F, prises aussi ensemble ; D'ailleurs, puisque A est à B, comme C est à D ; & que G, & H, sont Equimultiples de la premiere & troisiéme, & K, & L, Equimultiples de la seconde & quatriéme ; Il suit, par le 1. Ax. que si G est égal à K, H sera égal à L ; ou que si G surpasse K, H surpassera L ; ou enfin que si G est moindre que K, H sera aussi moindre que L ; Mais puisque C est à D, comme E est à F, & que H, & I, sont Equimultiples de la premiere & de la troisiéme de ces Grandeurs, & L, & M, Equimultiples de la seconde & de la quatriéme, H ne sçauroit aussi estre égal à L, que I ne soit égal à M ; ou bien H ne sçauroit surpasser L, que I ne surpasse M ; ou enfin H ne sçauroit estre moindre que L, que I ne soit aussi moindre que M ; Par consequent G ne sçauroit estre égal à K, que G, H, I, prises ensemble, ne soient aussi égales à K, L, M, prises aussi ensemble ; Ou bien G ne sçauroit surpasser K, que G, H, I, ne surpassent K, L, M ; Ou enfin G ne sçauroit estre moindre que K, que G, H, I, ne soient moindres que K, L, M ; Mais G, d'une part, & G, H, I, d'autre part, sont Equimultiples de la premiere A, & de la troisiéme A, C, E, des quatre Grandeurs qu'il s'agit de prouver estre Proportionelles ; Comme aussi K, d'une part, & K, L, M, d'autre part, sont Equimultiples de la seconde B, & de la quatriéme B, D, F, de ces quatre Grandeurs ; D'où il suit, par le 2. Ax. qu'elles sont proportionelles ; & ainsi, que comme A est a B, ainsi A, C, E, prises ensemble, sont à B, D, F, prises aussi ensemble ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XIII.

THEOREME XIII.

Si la premiere Grandeur est à la seconde ; comme la troisiéme est à la quatriéme ; mais que la troisiéme ait plus grande Raison à la quatriéme, que la cinquiéme à la sixiéme : Il y aura aussi plus grande Raison de la premiere à la seconde, que de la cinquiéme à la sixiéme.

JE suppose les six Grandeurs A, B, C, D, E, F, & que la premiere A, soit à la seconde B, comme la troisiéme C, est à la quatriéme D ; mais que la Raison de C, à D, soit plus grande que celle de la cinquiéme E, à la sixiéme F ; Cela estant, je dis que A a plus grande Raison à B, que E n'a à F ; Pour le prouver.



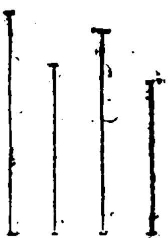
Puisque A, est à B, comme C, est à D ; Il s'ensuit, par le 1. Ax. qu'en prenant à discretion des Equimultiples de la premiere & troisiéme Grandeur, & des Equimultiples de la seconde & de la quatriéme ; Jamais l'Equimultiple de C, ne surpassera l'Emultiple de D, que l'Equimultiple de A, ne surpasse aussi l'Equimultiple de B ; Mais puisqu'il y a plus grande Raison de C, à D, que de E, à F, si l'on prend à discretion des Equimultiples de la premiere & de la troisiéme, & des Equimultiples de la seconde & de la quatriéme ; Il se pourra faire que l'Equimultiple de C, surpassera l'Equimultiple de D, sans que l'Equimultiple de E, surpasse l'Equimultiple de F ; Partant il se pourra faire aussi qu'ayant pris à discretion des Equimultiples de A, & de E, (qui sont la premiere & la troisiéme des quatre Grandeurs qu'il s'agit de prouver n'estre pas proportionelles,) & de mesme des Equimultiples de B, & de F, qui sont la seconde & la quatriéme, il se pourra, dis-je, faire que l'Equimultiple de la premiere A, surpassera l'Equimultiple de la seconde B, sans que l'Equimultiple de la troisiéme E surpasse l'Equimultiple de la quatriéme F; D'où il suit, par le 3. Ax. qu'il y a plus grande Raison de A, à B, que de E, à F; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XIV.

THEOREME XIV.

Si, de quatre Grandeurs Proportionelles, la premiere est plus grande que la troisiéme, la seconde sera aussi plus grande que la quatriéme, si Egale égale, si Moindre moindre.

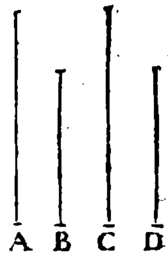
JE suppose que les quatre Grandeurs A, B, C, D, soient proportionelles, & premierement que la premiere A, soit plus grande que la troisiéme C; Cela estant, je dis que la seconde B, est aussi plus grande que la quatriéme D; Pour le prouver.


A B C D

Puisque A, est plus grand que C, il y a plus grande Raison de A, à B, que de C, à B, par la 8. Prop. Or la Raison de A, à B, est la mesme que celle de C, à D, par Supposition; Il y a donc aussi plus grande Raison de C, à D, que de C, à B; Et partant, par la 10. Prop. D sera plus petit que B, ou B plus grand que D; Ce qu'il falloit démontrer.

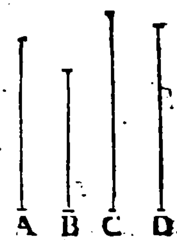
Je suppose en second lieu, que de ces quatre Grandeurs proportionelles A, B, C, D, la premiere A, soit égale à la troisiéme C; Cela estant, je dis que la seconde B, est aussi égale à la quatriéme D; Pour le prouver.

Puiſque A, eſt égal à C, il y a meſme Raiſon de A, à B, que de C, à B, par la 7. Prop. Or la Raiſon de A, à B, eſt la meſme que celle de C ; à D ; Il y a donc auſſi meſme Raiſon de C, à D, que de C, à B ; Et partant par la 9. Prop. les Grandeurs B, & D, ſont égales ; Ce qu'il falloit démontrer.



Je ſuppoſe enfin que de ces quatre Grandeurs proportionelles A, B, C, D, la premiere A, ſoit moindre que la troiſiéme C ; Cela eſtant, je dis que la ſeconde B, eſt auſſi moindre que la quatriéme D ; Pour le prouver.

Puiſque A, eſt moindre que C, il y aura moindre Raiſon de A, à B, que de C, à B, par la 8. Prop. Or la Raiſon de A, à B, eſt la meſme que celle de C, à D ; Il y aura donc auſſi moindre Raiſon de C, à D, que de C, à B ; Et partant par la 10. Prop. B ſera moindre que D ; Qui eſt tout ce qu'il falloit démontrer.



PROPOSITION XV.

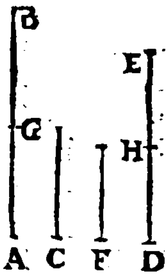
THEOREME XV.

Si deux Grandeurs ſont Equimultiples de deux autres Grandeurs, elles ſeront entr'elles comme les Grandeurs dont elles ſont Equimultiples.

JE ſuppoſe que les deux Grandeurs AB, DE, ſoient Equimultiples des deux autres Grandeurs C, & F ; Sçavoir AB, Equimultiple de C, & DE, Equimultiple de F ; Cela eſtant, je dis que AB, eſt à DE, comme C, eſt à F ; Pour le prouver.

Puiſque AB, & DE, ſont Equimultiples de C, & de F ; Il y a dans AB, autant de Parties égales à C, qu'il y en a dans DE, d'égales à F ; Donc, par la 7. Prop. la premiere des

des Parties de AB à mesme Raison à la premiere de DE, que la seconde de AB à la seconde de DE, & que la troisiéme à la troisiéme, & ainsi de suite, s'il y en a, & cette Raison est la mesme que celle de C à F ; Deplus, puisque nous avons dans AB plusieurs Grandeurs qui sont toutes en mesme Raison à autant d'autres dans DE ; Il s'ensuit par la 12. Prop. que toutes les Parties de AB prises ensemble, sont à toutes les Parties de DE prises aussi ensemble (ce qui est la mesme chose que la Toute AB est à la Toute DE) comme une seule Partie de AB, est à une seule Partie de DE ; Or une seule Partie de AB, a esté montrée estre à une seule Partie de DE, comme C est à F ; Partant AB est à DE, comme C est à F ; Ce qu'il falloit démontrer.



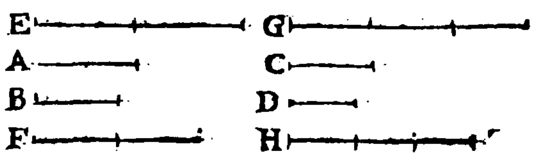
PROPOSITION XVI.

THEOREME XVI.

Si quatre Grandeurs sont proportionelles, elles le seront encore en Raison Alterne.

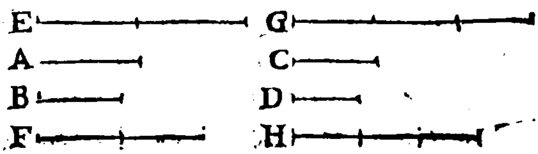
IE suppose que A soit à B, comme C est à D ; Cela estant, je dis que ces Grandeurs sont encore proportionelles en Raison alterne ; C'est à dire que A est à C, comme B est à D ; Pour le Prouver.

Prenez des Equimultiples telles qu'il vous plaira de A & de B, comme par exemple E, & F ; Prenez encore des Equimultiples telles aussi qu'il vous plaira de C, & de D, comme G & H ; Cela posé.



EE

Il s'ensuit par la Prop. precedente, que E est à F, comme A est à B ; & que G est à H, comme C est à D ; Or par la Supposition, A est à B, comme C est à D ; Partant par la 11. Prop. E est à F, comme G est à H ; D'où il suit par la 14. Prop. que si E est plus grand que G, F sera plus grand que H ; Si Egal, Egal ; Si Moindre, Moindre ; Or est-il que E, & F, sont les Equimultiples de la premiere & de la troisiéme des quatre Grandeurs qu'il s'agit de prouver estre proportionelles ; & que G & H sont les Equimultiples de la seconde & de la quatriéme ; Donc par le 2. Ax. ces quatre Grandeurs sont proportionelles ; Et ainsi il y a mesme Raison de A à C, que de B à D ; Ce qu'il falloit démontrer.



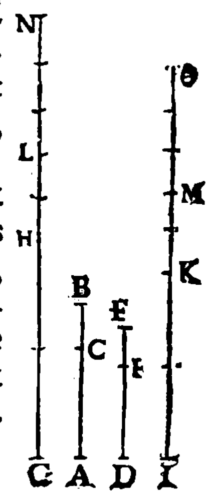
PROPOSITION XVII.

THEOREME XVII.

Si des Grandeurs composées sont proportionelles, en divisant elles seront aussi proportionelles.

IE suppose que AB est à BC, comme DE est à EF ; Cela estant, je dis qu'en divisant elles seront encore proportionelles ; c'est à dire qu'il y aura mesme Raison de AC à CB, que de DF à FE ; Pour le prouver.

Prenez à discretion les Grandeurs GH, & IK Equimultiples de AC, & de DF ; Puis prenez HL, & KM, Equimultiples de CB, & de FE, & autant Multiples de ces Grandeurs que GH, & IK, le sont de AC, & de DF ; Prenez derechef à discretion LN, & MO, Equimultiples de CB, & de FE ; Cela posé.

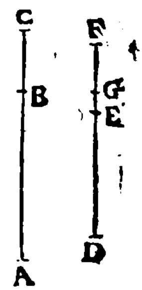


Puisque GH, & HL, sont Equimultiples de AC, & de CB ; Il s'ensuit par la 1. Prop. que GL sera autant Multiple de AB, que GH l'est de AC ; Or GH est autant Multiple de AC, que IK l'est de DF ; Donc GL est autant Multiple de AB, que IK l'est de DF ; D'ailleurs, IK & KM sont Equimultiples de DF, & de FE, donc par la 1. Prop. autant que IK est Multiple de DF, autant IM est Multiple de DE ; Et par consequent GL & IM s'ensuivent Equimultiples de AB, & de DE, qui sont la premiere & la troisiéme des quatre Grandeurs qui sont supposées proportionelles ; Deplus HL, considerée comme premiere Grandeur, est autant Multiple de CB seconde, que KM troisiéme, l'est de FE quatriéme ; Et LN, cinquiéme Grandeur, est autant Multiple de CB seconde ; que MO, sixiéme Grandeur, l'est de FE quatriéme ; Partant par la seconde Prop. HN, sera autant Multiple de CB, que KO l'est de FE ; c'est à dire que HN, & KO, sont encore Equimultiples de la seconde & de la quatriéme Grandeur des quatre que nous avons supposé estre Proportionelles ; Ainsi par le 1. Ax. si GL est égale à HN ; IM sera égale à KO ; Si GL, surpasse HN ; IM, surpassera KO ; & si GL est moindre que HN ; IM, sera moindre que KO ; C'est pourquoy en retranchant des deux Grandeurs GL, & HN, la Partie HL, qui leur est commune ; & des deux Grandeurs IM, & KO, la Partie KM, qui leur est aussi commune ; Il sera encore vray de dire que si GH est égale à LN, IK sera égale à MO ; Si GH surpasse LN, IK surpassera MO ; Et si GH est moindre que LN, IK sera moindre que MO ; Mais GH, & IK, sont les Equimultiples de la premiere AC, & de la troisiéme DF, des quatre Grandeurs qu'il s'agit de prouver estre proportionelles, & LN, & MO, sont aussi les Equimultiples de la seconde CB, & de la quatriéme FE ; Donc par le second Axiome, ces quatre Grandeurs sont proportionelles ; Et ainsi il y a mesme Raison de AC à CB, que de DF à FE ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XVIII.

THEOREME XVIII.

Si des Grandeurs divisées sont proportionelles ; en composant elles seront encore proportionelles.



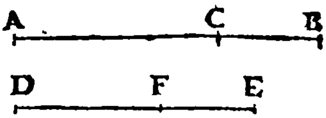
JE suppose que la Grandeur AB, soit à la Grandeur BC, comme la Grandeur DE est à la Grandeur EF ; Cela estant, je dis qu'en composant ces Grandeurs seront encore proportionelles, c'est à dire, que comme AC sera à BC, ainsi DF sera à EF.

Car si cela n'estoit, il faudroit que AC fust à BC, comme DF est à une autre Grandeur que EF ; Posons, si vous voulez, que cette autre Grandeur soit GF, auquel cas par la Prop. precedente ; Il s'ensuivroit en divisant que comme AB est à BC, ainsi DG seroit à GF ; Mais comme AB est à BC, ainsi DE est à EF, par supposition ; Partant par la 11. Prop. DG seroit à GF, comme DE est à EF ; Or DG, qui est la premiere de ces quatre Grandeurs, est plus grande que la troisiéme DE ; Donc par la 14. Prop. la seconde GF seroit plus grande que la quatriéme EF, & ainsi la Partie seroit plus grande que le Tout, ce qui est impossible ; Il est donc impossible que comme AC est à BC, ainsi DF soit à une autre que EF ; Et partant AC est à BC, comme DF est à EF ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XIX.

THEOREME XIX.

Si le Tout est au Tout, comme le Retranché au Retranché, le Reste sera aussi au Reste, comme le Tout est au Tout.



JE suppose que le Tout AB soit au Tout DE, comme le Retranché AC est au Retranché DF; Cela estant, je dis que le Reste CB est au Reste FE, comme le Tout AB est au Tout DE; Pour le prouver.

Puisque AB est à DE, comme AC est à DF, en Raison alterne AB sera à AC, comme DE est à DF, par la 16. Prop. Et en divisant CB sera à AC, comme FE est à DF; Par la 17. Prop. & derechef en Raison alterne CB sera à FE, comme AC est à DF; Or AC est à DF, comme AB est à DE, par supposition; Donc CB est à FE, comme AB est à DE; Et ainsi, si le Tout &c. Ce qu'il falloit démontrer.

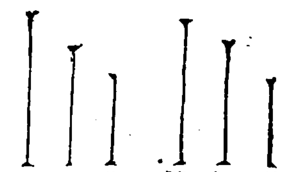
Remarque.

On démontre icy la verité de cette maniere de conclure, que nous avons cy-devant appellée par conversion de Raison. Supposons par exemple, que AB est à CB, comme DE est à FE; Cela estant, je dis par conversion de Raison que AB sera à AC, comme DE est à DF; Car puisque AB est à CB, comme DE est à FE, en divisant AC sera à CB, comme DF est à FE; Et en Raison inverse CB sera à AC, comme FE est à DF; Et derechef en composant AB sera à AC, comme DE est à DF; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XX.

THEOREME XX.

Si trois Grandeurs d'une part, & trois d'une autre, prises deux à deux en Proportion ordonnée, sont en mesme Raison, & qu'en Raison égale la premiere d'une part soit plus grande que la troisiéme, la premiere de l'autre part sera aussi plus grande que la troisiéme; si égale, égale; si moindre, moindre.



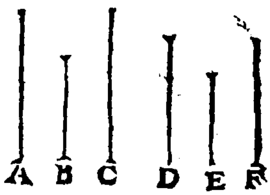
JE suppose que les trois Grandeurs A, B, C, d'une part, & les trois D, E, F, d'autre part, soient proportionelles en proportion ordonnée; c'est à dire, que A soit à B, comme D est à E; & que B soit à C, comme E est à F; Cela estant, je dis premierement que si A est plus grand C, D sera aussi plus grand que F; Pour le prouver.

Puisque A est plus grand que C, il y aura plus grande Raison de A à B, que de C à B, par la 8. Prop. Or la Raison de D à E, est la mesme que celle de A à B, Il y aura donc plus grande Raison de D à E, que de C à B; Mais puisque B est à C, comme E est à F, en Raison Inverse, la Raison de C à B, est la mesme que celle de F à E; Il y a donc plus grande Raison de D à E, que de F à E; Et partant par la 10. Prop. D sera plus grand que F; Ce qu'il falloit démontrer.

Je suppose en second lieu que A soit égal à C; Cela estant, je dis que D sera égal à F.

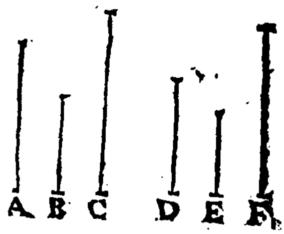
Car puisque A est égal à C, il y aura mesme Raison de A à B, que de C à B; Or la Raison de A à B, est la même que de D à E; Donc il y aura mesme Raison de D à E, que de C à B; Mais puisque B est à C, comme E est à F;

En Raiſon Inverſe C eſt auſſi à B, comme F eſt à E ; Il y a donc meſme Raiſon de D à E, que de F à E ; Et partant par la 9. Prop. D ſera égal à F ; Ce qu'il falloit démontrer.



Je ſuppoſe enfin que A ſoit moindre que C ; Cela eſtant, je dis que D ſera moindre que F.

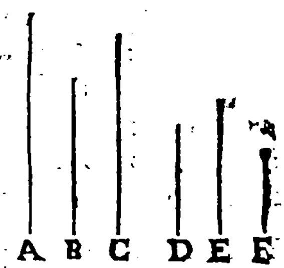
Car puiſque A eſt moindre que C, il y aura une moindre Raiſon de A à B, que de C à B, par la 8. Prop. Or la Raiſon de A à B, eſt la meſme que celle de D à E ; il y a donc une moindre Raiſon de D à E, que de C à B ; Mais puiſque B eſt à C, comme E eſt à F, En Raiſon Inverſe il y aura meſme Raiſon de C à B, que de F à E ; Il y a donc une moindre Raiſon de D à E, que de F à E ; Et partant par la 10. Prop. D ſera moindre que F ; Ce qu'il falloit démontrer.



PROPOSITION XXI.

THEOREME XXI.

Si trois Grandeurs d'une part, & trois d'une autre, prises deux à deux en Proportion troublée, sont en mesme Raison, & qu'en Raison égale la premiere d'une part soit plus grande que la troisiéme, la premiere de l'autre part sera aussi plus grande que la troisiéme; si Egale, égale; si Moindre, moindre.



JE suppose que les trois Grandeurs A, B, C, d'une part, & les trois D, E, F, d'autre part, soient proportionelles en Proportion troublée; c'est à dire, que A soit à B, comme E est à F, & que B soit à C, comme D est à E; Cela estant, je dis premierement, que si A est plus grand que C, D sera aussi plus grand que F; Pour le prouver.

Puisque A est plus grand que C, il y aura plus grande Raison de A à B, que de C à B; Or la Raison de A à B, est la mesme que celle de E à F; Il y aura donc plus grande Raison de E à F, que de C à B; Mais puisque B est à C, comme D est à E; En Raison Inverse E est à D, comme C est à B, Il y aura donc plus grande Raison de E à F, que de E à D; Et partant par la 10. Prop. D sera plus grande que F; Ce qu'il falloit démontrer.

Par un semblable raisonnement on montrera que si A est égal à C, D sera égal à F; Et que si A est moindre que C, D sera aussi moindre que F; Si donc trois Grandeurs d'une part &c. Ce qu'il falloit démontrer.

PROP.

PROPOSITION XXII.

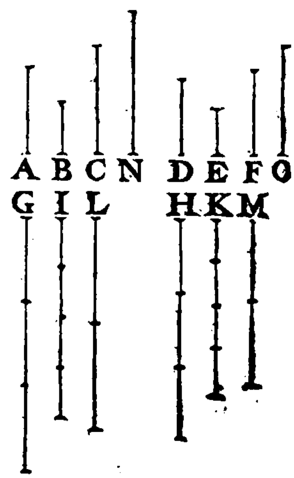
THEOREME XXII.

Si tant de Grandeurs que l'on voudra d'une part, & autant d'une autre, prises deux à deux en proportion ordonnée, sont en mesme Raison, en Raison égale, elles seront proportionelles.

IE suppose d'une part trois Grandeurs, comme A, B, C, & d'autre part trois autres Grandeurs, comme D, E, F, tellement disposées que A soit à B, comme D est à E; & B à C, comme E à F; Cela estant, je dis qu'en Raison égale il y aura mesme Raison de A à C, que de D à F; Pour le prouver.

Prenez à discretion G, & H, Equimultiples de A, & de D; Puis I, & K, Equimultiples de B, & de E; Et enfin L & M, Equimultiples de C & de F; Cela posé.

Puisque A est à B, comme D est à E, & que G & H sont Equimultiples de la premiere & de la troisieme, & I, & K, Equimultiples de la seconde & de la quatriéme; Il s'ensuit par la 4. Prop. que G est à I, comme H est à K; De mesme, puisque B est à C comme E est à F, & que I & K, sont Equimultiples de la premiere & de la troisiéme, & L & M, Equimultiples de la seconde & de la quatriéme; Il s'ensuit aussi par la quatriéme Prop. que I est à L, comme K est à M; Si bien que nous avons d'une part trois Grandeurs G, I, L, & d'autre part trois autres Grandeurs H, K, M, lesquelles prises deux à deux en Proportion ordonnée sont proportionelles; Partant par la 20. Prop. si G est plus grand que L, H sera aussi plus grand que M ; Si G est égal à L, H sera aussi égal à M ; Et si G est moindre que L, H sera aussi moindre que M ; Mais G, & H, sont les Equimultiples de la premiere, & de la troisiéme des quatre Grandeurs qu'il s'agit de prouver estre proportionelles ; Et L, & M, sont aussi les Equimultiples de la seconde & de la quatriéme ; Donc par le 2. Ax. ces quatre Grandeurs sont proportionelles ; & ainsi il y a mesme Raison de A à C, que de D à F ; Ce qu'il falloit démontrer.

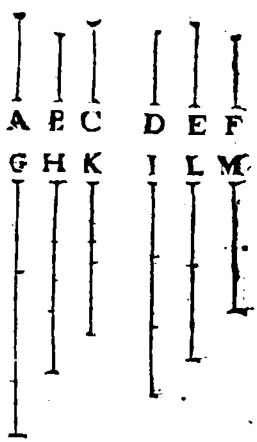


Maintenant, s'il y avoit plus de trois Grandeurs de chaque costé, & que par exemple, il y en eût quatre d'une part & quatre d'une autre, ensorte que C fust à N, comme F est à O, on prouveroit aisément, ensuite de ce qui vient d'estre démontré de trois Grandeurs, que A seroit à N, comme D seroit à O ; Car ne considerant point la seconde Grandeur de part ny d'autre, Et supposant, comme il vient d'estre prouvé, que A est à C, comme D est à F, & que C est à N, comme F est à O ; Comme il n'y auroit plus alors que trois Grandeurs de chaque costé, il s'ensuivroit que A seroit à N, comme D seroit à O ; Donc si tant de Grandeurs que l'on voudra d'une part, & autant d'une autre, prises deux à deux sont en mesme Raison, en Raison égale, elles seront proportionelles ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIII.

THEOREME XXIII.

Si trois Grandeurs d'une part, & trois d'une autre, prises deux à deux en Proportion troublée, sont en mesme Raison, en Raison égale, elles seront proportionelles.

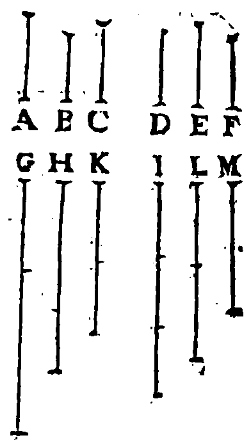


JE suppose que les trois Grandeurs A, B, C, d'une part, & les trois D, E, F, d'autre part, soient proportionelles, en proportion troublée ; C'est à dire que A soit à B, comme E est à F ; & que B soit à C, comme D est à E ; Cela estant, je dis qu'en Raison égale, il y aura même Raison de A à C, que de D à F ; Pour le prouver.

Prenez à discretion G & I Equimultiples de A, & de D ; & K & M Equimultiples de C, & de F ; Puis prenez H autant Multiple de B, que G l'est de A, & L autant Multiple de E, que M l'est de F. Cela posé.

Puisque G & H sont Equimultiples de A, & de B ; Il s'ensuit par la 15. Prop. que G sera à H, comme A est à B ; Or A est à B, comme E est à F ; Donc G sera à H, comme E est à F ; Mais puisque L & M sont Equimultiples de E & de F, E est à F, comme L est à M ; Partant G sera à H, comme L est à M ; D'ailleurs, puisque B est à C, comme D est à E, & que H, & I, ont esté prises Equimultiples de la premiere & de la troisiéme de ces quatre Grandeurs, & que K & L, ont esté prises Equimultiples de la seconde & de la quatriéme ; Il s'ensuit par la 4.

Prop. que H est à K, comme I est à L; Si bien que nous avons d'une part trois Grandeurs G, H, K, & d'autre part trois autres Grandeurs I, M, lesquelles prises deux à deux en Proportion troublée sont proportionelles; Partant par la 21. Prop. si G est plus grand que K, I sera plus grand que M; Si G est égal à K, I sera égal à M; Ou enfin si G est moindre que K, I sera moindre que M; Mais G, & I, sont les Equimultiples de la premiere & de la troisiéme des quatre Grandeurs qu'il s'agit de prouver estre proportionelles; & K & M, sont aussi les Equimultiples de la seconde & de la quatriéme; Donc par le 2. Ax. ces quatre Grandeurs sont proportionelles; Ce qu'il falloit démontrer.

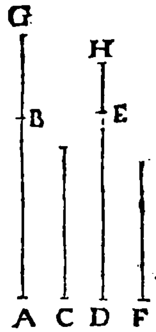


PROPOSITION XXIV.

THEOREME XXIV.

Si la premiere Grandeur est à la seconde, comme la troisiéme est à la quatriéme, & la cinquiéme à la seconde, comme la sixiéme à la quatriéme; la Composée de la premiere & de la cinquiéme sera à la seconde, comme la composée de la troisiéme & de la sixiéme sera à la quatriéme.

JE suppose que la premiere Grandeur AB soit à la seconde C, comme la troisiéme DE est à la quatriéme F; & que la cinquiéme BG soit encore à la seconde C, comme la sixiéme EH est à la quatriéme F; Cela estant, je dis que la Grandeur AG, composée de la premiere & de la cinquiéme, est à la seconde C, comme la Grandeur DH, composée de la troisiéme & de la sixiéme, est à la quatriéme F ; Pour le prouver.

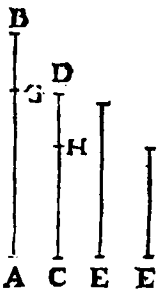


Puisque BG est à C, comme EH est à F ; En Raison Inverse C est à BG, comme F est à EH. Maintenant, AB est à C, comme DE est à F par supposition ; C est à BG, comme F est à EH, comme il vient d'estre prouvé ; Donc par la 22. Prop. en Raison égale, AB est à BG, comme DE est à EH ; Deplus, en composant AG est à BG, comme DH est à EH ; BG est à C, comme EH est à F, par supposition ; Partant en Raison égale AG est à C, comme DH est à F ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXV.

THEOREME XXV.

Si quatre Grandeurs sont proportionelles, la plus grande & la plus petite prises ensemble sont plus grandes que les deux autres prises aussi ensemble.

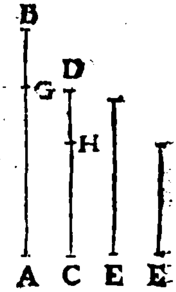


JE suppose que AB soit à CD, comme E est à F ; & que AB soit la plus grande, & par consequent F la plus petite ; Cela estant, je dis que les Grandeurs AB & F prises ensemble, sont plus grandes que CD & E prises aussi ensemble ; Pour le prouver.

Retranchez de AB, la Partie AG égale à E, & de CD, la Partie CH, égale à F ; Cela posé.

La Toute AB sera à la Toute CD, comme la Retranchée AG est à la Retranchée CH ; Donc par la 19. Prop. le Reste GB sera au Reste HD, comme la Toute est à la Toute ; Or la Toute AB est supposée plus grande que CD ; Partant le Reste GB sera aussi plus grand que le Reste

HD ; Si donc aux deux Grandeurs égales AG & E, on adjoûte les Grandeurs égales F & CH ; Il s'ensuivra que le Tout composé de AG, & de F, sera égal au Tout composé de E & de CH ; Que si maintenant on adjoûte à ces deux Tous des Grandeurs Inégales, sçavoir GB d'un costé, & HD de l'autre ; Il s'ensuivra que le Tout composé de AB & de F sera plus grand que le Tout composé de CD, & de E ; Ce qu'il falloit démontrer.



PROPOSITION XXVI.

THEOREME XXVI.

Si la premiere Grandeur a plus grande Raison à la seconde que la troisiéme à la quatriéme ; En Raison Inverse tout aucontraire la seconde aura moindre Raison à la premiere que la quatriéme à la troisiéme.

JE suppose qu'il y ait plus grande Raison de A à B, que de C à D ; Cela estant, je dis qu'en Raison Iuverse, tout aucontraire la Raison de B à A, est moindre que celle de D à C ; Pour le prouver.

Supposons qu'il y ait mesme Raison de E à B, que de C à D ; Cela posé.

Puisqu'il y a plus grande Raison de A à B, que de C à D, par supposition, Il y a donc aussi plus grande Raison de A à B, que de E à B, & par consequent A est plus grand que E, par la 10. Prop. D'où il suit que la Raison de B à A, est moindre que celle de B à E, par la 8. Prop. Mais puisque par la Supposition E est à B, comme C est à D, en Raison Inverse B est à E, comme D à C, Donc la Raison de B à A, est aussi moindre que celle de D à C ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVII.

THEOREME XXVII.

Si la premiere Grandeur a plus grande Raiſon à la ſeconde que la troiſiéme à la quatriéme ; En Raiſon Alterne la premiere aura auſſi plus grande Raiſon à la troiſiéme que la ſeconde à la quatriéme.

JE ſuppoſe qu'il y ait plus grande Raiſon de A à B, que de C à D ; Cela eſtant, je dis qu'en Raiſon Alterne il y a auſſi plus grande Raiſon de A à C, que de B à D ; Pour le prouver.

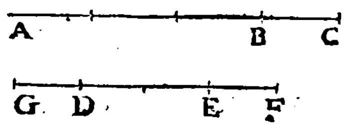
Suppoſons qu'il y ait meſme Raiſon de E à B, que de C à D ; Cela poſé.

Puiſqu'il y a plus grande Raiſon de A à B, que de C à D, par Suppoſition, Il y a donc auſſi plus grande Raiſon de A à B, que de E à B ; Et par conſequent A eſt plus grand que E, par la 10. Prop. D'où il ſuit qu'il y a plus grande Raiſon de A à C, que de E à C ; Par la 8. Prop. Mais puiſque par la Suppoſition E eſt à B, comme C eſt à D, en Raiſon Alterne E eſt à C, comme B eſt à D ; Donc il y a auſſi plus grande Raiſon de A à C, que de B à D ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVIII.

THEOREME XXVIII.

Si la premiere Grandeur a plus grande Raison à la seconde, que la troisiéme à la quatriéme ; En composant la Composée de la premiere & de la seconde aura aussi plus grande Raison à la seconde que la Composée de la troisiéme, & de la quatriéme n'aura à la quatriéme.



JE suppose qu'il y ait plus grande Raison de la premiere Grandeur AB à la seconde BC, que de la troisiéme DE, à la quatriéme EF ; Cela estant, je dis qu'en composant il y a aussi plus grande Raison de la Toute AC à BC, que de la Toute DF à EF ; Pour le prouver.

Supposons que AB soit à BC, comme GE est à EF ; Cela posé.

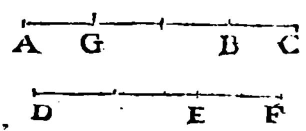
Puisqu'il y a plus grande Raison de AB à BC, que de DE, à EF, par Supposition ; il y a donc aussi plus grande Raison de GE à EF, que de DE à EF ; & par consequent GE est plus grand que DE ; Mais puisque par la Supposition AB est à BC, comme GE est à EF ; en composant AC est à BC, comme GF est à EF ; Mais puisque GF est plus grand que DF, il y a plus grande Raison de GF à EF, que de DF à EF, par la 8. Prop. Donc il y a aussi plus grande Raison de AC à BC, que de DF, à EF ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROP.

PROPOSITION XXIX.

THEOREME XXIX.

Si la Composée de la premiere & de la seconde a plus grande Raison à la seconde, que la Composée de la troisiéme & de la quatriéme n'a à la quatriéme ; En divisant, la premiere aura aussi plus grande Raison à la seconde, que la troisiéme à la quatriéme.



JE suppose ces quatre Grandeurs AB premiere, BC seconde, DE troisiéme, EF quatriéme, & qu'il y ait plus grande Raison de la Composée de la premiere & de la seconde, sçavoir AC, à la seconde BC, que de la Composée de la troisiéme & de la quatriéme, sçavoir DF, à la quatriéme EF ; Cela estant, je dis qu'en divisant il y a aussi plus grande Raison de AB à BC, que de DE à EF ; Pour le prouver.

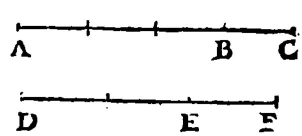
Supposons que GC soit à BC, comme DF est à EF ; Cela posé.

Puisqu'il y a plus grande Raison de AC à BC, que de DF à EF, par Supposition, Il y a donc aussi plus grande Raison de AC à BC, que de GC à BC ; Et par consequent AC est plus grand que GC, par la 10. Prop. Ostant donc de ces deux Grandeurs Inégales BC, qui leur est commun, le Reste AB sera plus grand que le Reste GB ; Et par consequent il y a plus grande Raison de AB à BC, que de GB à BC, par la 8. Prop. Mais puisque par Supposition GC est à BC, comme DF est à EF, en divisant GB est à BC, comme DE est à EF ; Donc il y a aussi plus grande Raison de AB à BC, que de DE à EF ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXX.

THEOREME XXX.

Si la Composée de la premiere & de la seconde a plus grande Raison à la seconde, que la Composée de la troisiéme & de la quatriéme n'a à la quatriéme; Par conversion de Raison tout aucontraire, la Composée de la premiere & de la seconde aura moindre Raison à la premiere, que la Composée de la troisiéme & de la quatriéme n'aura à la troisiéme.



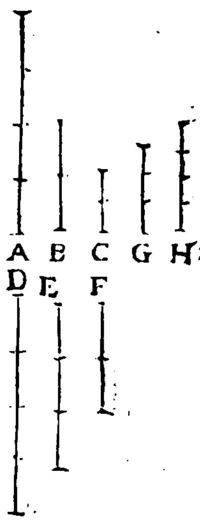
JE suppose ces quatre Grandeurs AB premiere, BC seconde, DE troisiéme, EF quatriéme, & qu'il y ait plus grande Raison de la Composée de la premiere & de la seconde sçavoir AC à la seconde BC; que de la Composée de la troisiéme & de la quatriéme, sçavoir DF, à la quatriéme EF; Cela estant, je dis que par conversion de Raison, AC aura moindre Raison à AB, que DF n'aura à DE; Pour le prouver.

Puisque par Supposition, il y a plus grande Raison de AC à BC, que de DF à EF; en divisant, il y a aussi plus grande Raison de AB à BC, que de DE à EF; par la 19. Prop. Par consequent en Raison Inverse, il y a moindre Raison de BC à AB, que de EF à DE, par la 26. Prop. Et partant en composant, il y a aussi umoindre Raison de AC à AB, que de DF à DE; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXI.

THEOREME XXXI.

S'il y a trois Grandeurs d'un costé & trois d'un autre, & qu'il y ait plus grande Raison de la premiere à la seconde, & de la seconde à la troisiéme d'une part, que de la premiere à la seconde, & de la seconde à la troisiéme de l'autre part ; en Raison égale, il y aura aussi plus grande de la premiere à la troisiéme d'une part, que de la premiere à la troisiéme de l'autre part.



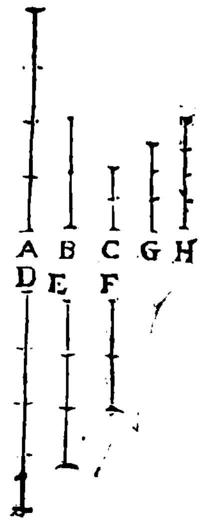
JE suppose d'une part trois Grandeurs, comme A, B, C, & d'autre part trois autres Grandeurs comme D, E, F ; & qu'il y ait plus grande Raison de A à B, que de D à E ; & de B à C, que de E à F ; Cela estant, je dis qu'en Raison égale, il y a aussi plus grande Raison de A à C, que de D à F ; Pour le prouver.

Supposons que G soit à C, comme E est à F ; Cela posé.

Puisqu'il y a plus grande Raison de B à C, que de E à F, par supposition, il y a donc aussi plus grande Raison de B à C, que de G à C ; Et par consequent B est plus grand que G, par la 10. Prop. Donc par la 8. Prop. il y a plus grande Raison de A à G, que de A à B ; Mais par la Supposition, il y a plus grande Raison de A à B, que D à E ; Donc à plus forte Raison, il y a plus grande Raison de A à G, que de D à E.

Supposons maintenant que H soit à G, comme D est à

E ; Il y aura donc aussi plus grande Raison de A à G, que de H à G, & par consequent A est plus grand que H, par la 10. Prop. D'où il suit, qu'il y a plus grande Raison de A à C, que de H à C, par la 8. Prop. Mais puisque par Supposition, D est à E, comme H est à G ; & que E est à F, comme G est à C, en Raison égale, H est à C, comme D est à F, par la 22. Prop. Donc il y a aussi plus grande Raison de A à C, que de D à F ; Ce qu'il falloit démontrer.



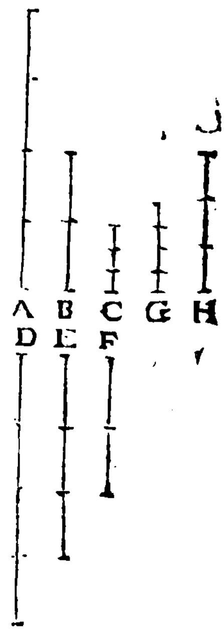
PROPOSITION XXXII.

THEOREME XXXII.

S'il y a trois Grandeurs d'un costé & trois d'un autre, & qu'il y ait plus grande Raison de la premiere à la seconde, & de la seconde à la troisiéme d'une part, que de la seconde à la troisiéme, & de la premiere à la seconde de l'autre part, en Raison égale, il y aura aussi plus grande Raison de la premiere à la troisiéme d'une part, que de la premiere à la troisiéme de l'autre part.

JE suppose d'une part trois Grandeurs comme A, B, C, & d'autre part, trois autres Grandeurs comme D, E, F ; & qu'il y ait plus grande Raison de A à B, que de E à F, & de B à C, que de D à E ; Cela estant, je dis qu'en Raison égale, il y a aussi plus grande Raison de A à C, que de D à F ; Pour le prouver.

Supposons que G soit à C, comme D est à E ; Cela posé, Puisqu'il y a plus grande Raison de B à C, que D à E, par supposition, il y a donc aussi plus grande Raison de B à C, que de G à C ; & par consequent B est plus grand que G, par la 10. Prop. Donc par la 8. Prop. Il y a plus grande Raison de A à G, que de A à B ; Mais par la Supposition, il y a plus grande Raison de A à B, que de E à F, donc à plus forte raison, il y a plus grande Raison de A à G, que de E à F.

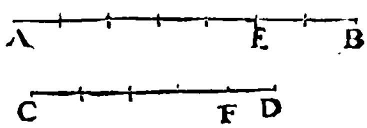


Supposons maintenant que H soit à G, comme E est à F ; Il y aura donc aussi plus grande Raison de A à G, que de H à G ; Et par consequent A est plus grand que H, par la 10. Prop. D'où il suit, qu'il y a plus grande Raison de A à C, que de H à C, par la 8. Prop. Mais puis que par Supposition D est à E, comme G est à C, & que E est à F, comme H est à G, en Raison égale H est à C, comme D est à F, par la 23. Prop. Donc il y a aussi plus grande Raison de A à C, que de D à F ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXIII.

THEOREME XXXIII.

S'il y a plus grande Raison du Tout au Tout, que du Retranché au Retranché, il y aura aussi plus grande Raison du Reste au Reste, que du Tout au Tout.



Je suppose qu'il y ait plus grande Raison de la Toute AB à la Toute CD, que de la Retranchée AE à la Retranchée

CF ; Cela estant, je dis qu'il y a aussi plus grande Raison du Reste EB au Reste FD, que de la Toute AB à la Toute CD, Pour le prouver.

Puisqu'il y a plus grande Raison de AB à CD, que de AE à CF, par supposition, donc en Raison alterne, Il y a aussi plus grande Raison de AB à AE, que de CD à CF, par la 27. Prop. Et par conversion de Raison tout aucontraire, il y a moindre Raison de AB à EB, que de CD à FD, par la 30. Prop. Donc en Raison alterne, il y a aussi moindre Raison de AB à CD, que de EB à FD, ou pour parler en d'autres termes, Il y a plus grande Raison de EB à FD, c'est à dire du Reste au Reste, que de AB à CD, c'est à dire du Tout au Tout ; Ce qu'il falloit démontrer.

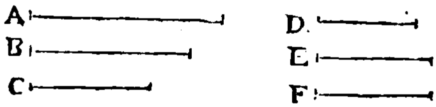
PROPOSITION XXXIV.

THEOREME XXXIV.

S'il y a tant de Grandeurs que l'on voudra d'un costé & autant d'un autre, & qu'il y ait plus grande Raison de la premiere d'une part, à la premiere de l'autre part, que de la seconde à la seconde ; Et aussi plus grande Raison de la seconde à la seconde, que de la troisiéme à la troisiéme, & ainsi de suite ; la Composée de toutes les Grandeurs d'un costé, aura plus grande Raison à la Composée de toutes les Grandeurs de l'autre, que (la premiere estant Retranchée de part & d'autre) le Reste n'aura au Reste ; Mais elle aura moindre Raison que la premiere à la premiere ; & plus grande Raison que la derniere à la derniere.

JE suppose d'une part trois Grandeurs comme A, B, C, & d'autre part, trois autres Grandeurs comme D, E, F,

& qu'il y ait plus grande Raiſon de A à D, que de B à E ; & encore plus grande Raiſon de B à E, que de C à F ; Cela eſtant, je dis que la compoſée de ABC, à plus grande Raiſon à la Compoſée de DEF, que le Reſte BC n'a au Reſte EF ; mais qu'elle a moindre Raiſon que A n'a à D ; Et plus grande Raiſon que C n'a à F ; Pour le prouver.



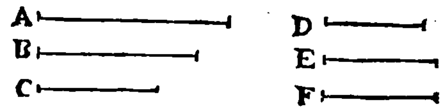
Puiſqu'il y a plus grande Raiſon de A à D, que de B à E, par Suppoſition ; Donc en Raiſon alterne, il y a auſſi plus grande Raiſon de A à B, que de D à E, par la 27. Prop. Et en compoſant, il y a auſſi plus grande Raiſon de AB pris enſemble à B, que de DE pris enſemble à E, par la 28. Prop. Et derechef en Raiſon alterne, il y a encore plus grande Raiſon de la Toute AB à la Toute DE, que de B à E ; Et puiſqu'il y a plus grande Raiſon de la Toute AB à la Toute DE, que de la Retranchée B à la Retranchée E ; Il y a par conſequent auſſi plus grande Raiſon de la Reſtante A à la Reſtante D, que de la Toute AB à la Toute DE, par la Propoſition precedente ; Par la meſme Raiſon, il y a auſſi plus grande Raiſon de B à E, que de la Toute BC à la Toute EF ; Donc à plus forte Raiſon, il y a auſſi plus grande Raiſon de A à D, que de la Toute BC à la Toute EF ; & en Raiſon alterne, il y a plus grande Raiſon de A à la Toute BC, que de D à la Toute EF ; Et en compoſant, il y a auſſi plus grande Raiſon de la Toute ABC au Reſte BC, que de la Toute DEF au Reſte EF, par la 28. Prop. Enfin en Raiſon alterne, il y a plus grande Raiſon de la Toute ABC à la Toute DEF, que du Reſte BC au Reſte EF ; Ce qu'il falloit premierement démontrer.

Je dis en ſecond lieu, qu'il y a moindre Raiſon de la Toute ABC à la Toute DEF, que de A à D ; Pour le prouver.

Puiſqu'il y a plus grande Raiſon de la Toute ABC à la Toute DEF, que de la Retranchée BC à la Retranchée EF ; Par conſequent, il y a auſſi plus grande Raiſon de la

Restante A à la Restante D, que de la Toute ABC à la Toute DEF, par la Prop. precedente ; Ce qu'il falloit démontrer.

Je dis en troisiéme lieu, qu'il y a plus grande Raison de la Toute ABC à la Toute DEF, que de C à F ; Pour le prouver.



Puisqu'il y a plus grande Raison de B à E, que de C à F, par Supposition, Donc en Raison alterne, il y a aussi plus grande Raison de B à C, que de E à F, par la 27. Prop. Et en composant, il y a plus grande Raison de la Toute BC à C, que de la Toute EF à F, par la 28. Prop. Donc derechef en Raison alterne, il y a plus grande Raison de la Toute BC à la Toute EF, que de C à F ; Mais il a esté prouvé qu'il y a plus grande Raison de la Toute ABC à la Toute DEF, que de BC à EF, Donc à plus forte raison, il y a plus grande Raison de la Toute ABC à la Toute DEF, que de C à F ; Ce qu'il falloit encore démontrer.

Que s'il y avoit quatre ou plusieurs Grandeurs de part & d'autre, on prouveroit aisément la mesme chose en suivant la mesme voye.

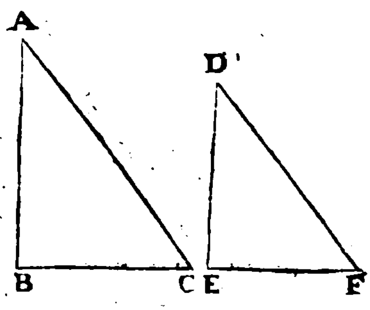
LIVRE

LIVRE SIXIE'ME
DES
ELEMENS DE GEOMETRIE.

DEFINITIONS.

1. LEs Figures Semblables, ſont celles qui ont les Angles égaux, chacun au ſien ; & les coſtez allentour des Angles égaux, proportionnaux.

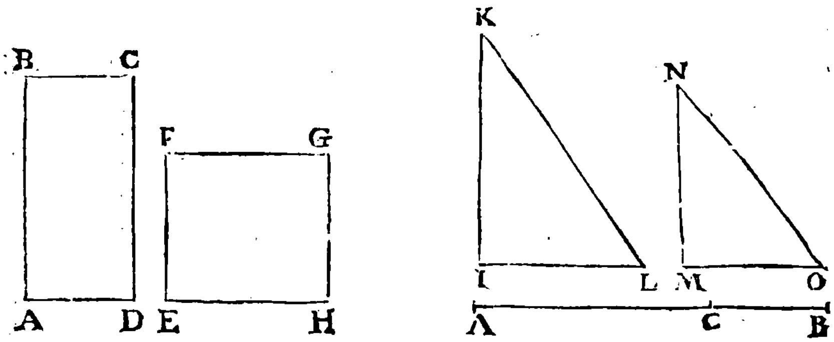
Ainſi, ſuppoſé que dans les deux Triangles ABC, DEF, l'Angle A ſoit égal à l'Angle D, l'Angle B à l'Angle E, & l'Angle C à l'An- F ; Et d'ailleurs que AB ſoit à AC, comme DE à DF ; que AC ſoit à CB, comme DF à FE ; & que AB ſoit à BC, comme DE eſt à EF ; ces deux Triangles ſeront ſemblables.



2. Les Figures Réciproques, ſont celles qui ont les Coſtez allentour des Angles égaux, tellement Proportionnaux, que le premier & quatriéme terme de la Proportion ſe

trouvent dans l'une, & le second & troisiéme se trouvent dans l'autre.

Ainsi, les Parallelogrammes ABCD, EFGH, seront des Figures Réciproques, si comme AB est à EF, ainsi FG est



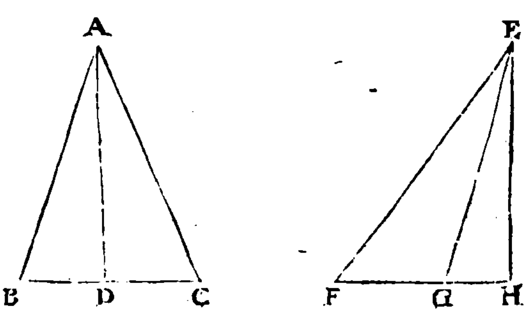
à BC. De mesme, les deux Triangles IKL, MNO, seront des Figures Réciproques, si comme IK est à MN, ainsi MO est à IL.

3. Une Ligne droitte est ditte estre divisée en Moyenne & Extreme Raison, quand la Toute est à la plus grande Partie, comme la plus grande Partie est à la plus petite.

Ainsi, la Ligne AB, sera ditte estre divisée en Moyenne & Extrême Raison, si elle est tellement divisée au Point C, que la Toute AB soit à la Partie AC, comme AC est à CB.

4. La hauteur d'une Figure est la Perpendiculaire tirée du Sommet sur la Baze.

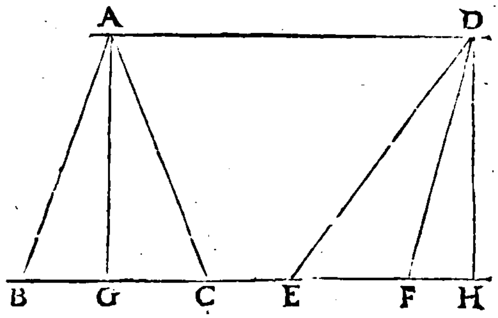
Ainsi, la hauteur du Triangle ABC est la Perpendiculaire AD, qui est tirée du Sommet A sur la Baze BC; De mesme, la hauteur du Triangle EFG est la Per-



pendiculaire EH, qui tombe du Sommet E sur la Baze FG, prolongée.

Il est important pour la suitte de remarquer icy, que si deux Figures qui ont leurs Bazes dans une mesme Ligne droitte & de mesme part, sont de mesme hauteur, elles sont entre-mesmes Paralleles ; Et que si elles sont entre mêmes Paralleles, elles sont de mesme hauteur.

Je suppose que les Triangles ABC, DEF, qui ont leurs Bazes BC, EF, dans la mesme Ligne droitte BH, & de mesme part, soient de mesme hauteur, c'est à dire que les Lignes AG, DH, qui sont abbaissées des Points A, & D, perpendiculairement sur BH, soient égales ; Cela estant, je dis que ces Triangles ABC, DEF, sont entre mesmes paralleles, c'est à dire qu'en tirant par les Points A, & D, la Ligne droitte AD, cette Ligne est parallele à la Ligne BH.



Car puisque les Lignes AG, DH, sont Perpendiculaires à BH, les Angles AGH, & DHG, sont Droits ; & partant, par la 28. du 1. les Lignes AG, DH, sont paralleles ; D'ailleurs elles sont supposées Egales ; Donc par la 33. du 1. les Lignes droittes AD, GH, qui joignent leurs extremitez sont paralleles ; Ce qu'il falloit démontrer.

Je suppose en second lieu, que les Lignes AD, BH, entre lesquelles sont les deux Triangles ABC, DEF, sont paralleles ; Cela estant, je dis que les deux Lignes AG, DH, qui marquent la hauteur de ces deux Triangles, sont égales entr'elles.

Car puisque les Lignes AG, DH, sont Perpendiculaires à BH, elles sont paralleles ; D'ailleurs, les Lignes AD, GH, sont supposées paralleles, ainsi la Figure AGHD, est un Parallelogramme, & par la 34. du 1. les Costez opposez

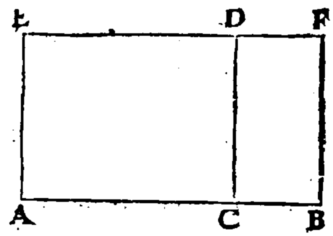
AG, DH, sont égaux ; Ce qu'il falloit encore démontrer.

5. Un Parallelogramme est dit estre appliqué à une Ligne droitte, quand il a pour Baze, ou pour l'un de ses Costez, cette Ligne droitte proposée.

Ainsi le Parallelogramme AD qui a pour Baze la Ligne droitte proposée AC est dit estre appliqué à cette Ligne.

6. Un Parallelogramme *Défaillant*, est un Parallelogramme, dont la Baze est plus petite que la Ligne proposée, sur laquelle il est dit estre appliqué.

Ainsi, le Parallelogramme AD, est un Parallelogramme *Défaillant* ; à cause que sa Baze AC est plus petite que la Ligne proposée AB, à laquelle il est dit estre appliqué, du Reste CB.



7. Le Défaut d'un Parallelogramme Défaillant, est un Parallelogramme qui a pour Baze le Reste de la Ligne proposée, & qui avec le Défaillant fait un Parallelogramme total.

Ainsi, dans cette Figure, le Parallelogramme CF est le Défaut du Parallelogrãme AD; à cause qu'il a pour Baze le Reste CB, est qu'il compose avec AD le Parallelogramme total AF.

8. Un Parallelogramme *Excedant*, est un Parallelogramme total, dont la Baze est plus grande que la Ligne proposée, à laquelle il est dit estre appliqué.

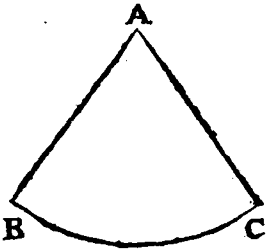
Ainsi, le Parallelogramme AF est un Parallelogramme *Excedant* ; à cause que sa Baze AB est plus grande que la Ligne proposée AC, à laquelle il est dit estre appliqué, de la Partie CB.

9. L'Excez d'un Parallelogramme Excedant, est un Parallelogramme qui a pour Baze la Partie dont il excede, & qui estant retranché du Parallelogramme total, le Reste est un Parallelogramme justement appliqué à la Ligne proposée.

Ainsi, le Parallelogramme CF est cét excez ; à cause qu'il a pour baze la Partie Excedante CB, & qu'estant retranché du Parallelogramme total AF, il reste le Parallelogramme AD, qui est justement appliqué à la Ligne proposée AC,

10. Un Secteur de Cercle, est une Figure comprise de deux Demy-diametres & d'une Partie de la Circonference.

Ainsi, la Figure ABC, est un Secteur de Cercle, parce qu'elle est comprise des deux Demy-diametres AB, AC, & d'une partie de la Circonference, BC.

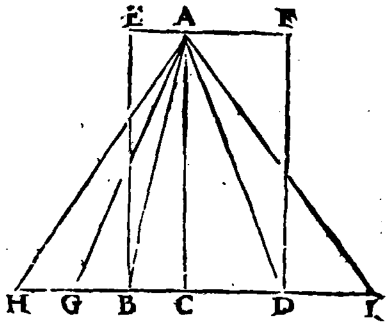


PROPOSITION I.

THEOREME I.

Les Triangles & les Parallelogrammes de mesme hauteur, sont entr'eux en mesme Raison que leurs Bazes.

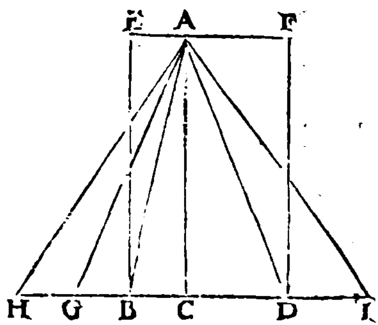
JE suppose 1o. Que les deux Triangles ABC, ACB, soient de mesme hauteur; Cela estant, je dis que comme la Baze BC, est à la Baze CD, ainsi le Triangle ABC, est au Triangle ACD; Pour le prouver.



Prolongez la Ligne BD, qui est composée des deux Bazes, indefiniment vers H, & vers I; Puis ayant pris d'une part plusieurs Parties égales à BC, comme BG, GH; & d'autre part plusieurs Parties égales à CD, comme DI, menez les Lignes droittes AG, AH, AI; Cela posé.

Puisque les Triangles ABC, ABG, AGH, sont sur Bazes égales, sçavoir CB, BG, GH, & entre mesmes Paralleles, comme il a esté prouvé cy-devant, ils sont égaux ent'eux, par la 38. du 1. Et par consequent autant de fois que la Ligne HC, contient la Ligne BC, autant de fois le Triangle

ACH, contient le Triangle ABC ; & ainsi la Ligne HC, & le Triangle ACH, sont Equimultiples de la premiere & de la troisiéme des quatre Grandeurs que je dis estre proportionelles ; De mesme, puisque les Triangles ACD, ADI, sont sur Bazes égales, sçavoir CD, DI, & entre-mesmes paralleles, ils sont aussi égaux entr'eux ; Et par consequent autant de fois que la Ligne CI contient CD, autant de fois le Triangle ACI, contient le Triangle ACD ; & ainsi la Ligne CI, & le Triangle ACI, sont Equimultiples de la seconde & de la quatriéme des quatre Grandeurs que je dis estre proportionelles ; Or si la Ligne HC est égale à CI, le Triangle ACH, est égal au Triangle ACI, par la 38. du 1. Si la Ligne HC est plus grande que CI, le Triangle ACH est plus grand que le Triangle ACI ; & si la Ligne HC est plus petite que CI, le Triangle ACH est aussi plus petit que le Triangle ACI ; D'où il suit par le second Axiome du 5. que comme la premiere Grandeur BC est à la seconde CD, ainsi la troisiéme ABC est à la quatriéme ACD ; Ce qu'il falloit démontrer.



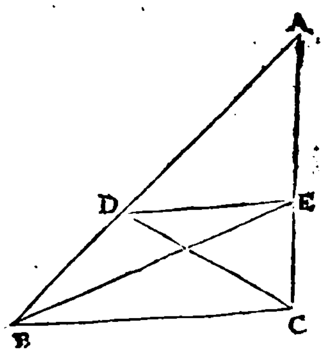
Je suppose en second lieu, que les Parallelogrammes AEBC, & ACDF, soient de mesme hauteur ; Cela estant, je dis que comme la Baze BC est à la Baze CD, ainsi le Parallelogramme AEBC est au Parallelogramme ACDF ; Pour le prouver.

Par ce qui vient d'estre démontré, la Baze BC est à la Baze CD, comme le Triangle ABC est au Triangle ACD ; Mais ces Triangles sont les moitiez de ces Parallelogrammes, par la 41. du 1. Donc le Triangle ABC est au Triangle ACD, comme le Parallelogramme AEBC est au Parallelogramme ACDF, par la 15. Prop. du 5. Et partant, comme la Baze BC est à la Baze CD, ainsi le Parallelogramme AEBC eſt au Parallelogramme ACDF ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION II.

THEOREME II.

Si une Ligne droitte menée dans un Triangle eſt Parallele à l'un de ſes Coſtez, & coupe les deux autres, elle les coupera proportionellement ; Et ſi elle coupe deux de ſes Coſtez proportionellement elle ſera Parallele au troiſiéme.

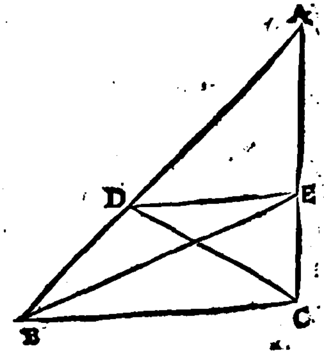


JE ſuppoſe 1°. que dans le Triangle ABC, la Ligne droitte DE, ſoit menée parallele au Coſté BC, & qu'elle coupe les deux autres Coſtez AB, AC ; Cela eſtant, je dis que ces deux Coſtez ſont coupez proportionellement, c'eſt à dire que comme AD eſt à DB, ainſi AE eſt à EC ; Pour le prouver.

Menez les Lignes droittes BE, DC ; Cela poſé.

Puiſque les Triangles DBE, DCE, ſont ſur une meſme Baze, à ſçavoir DE, & entre-meſmes Paralleles BC, DE, ils ſont égaux entr'eux, par la 36. du 1. D'ailleurs, puiſque les Triangles ADE, BDE, ſont de meſme hauteur ; Il s'enſuit par la Propoſition precedente que la Baze AD eſt à la Baze DB, comme le Triangle ADE eſt au Triangle BDE, ou à ſon égal CED ; Mais les Triangles ADE, CED, eſtant de meſme hauteur, Il s'enſuit auſſi que le Triangle ADE eſt au Triangle CED, comme la Baze AE eſt à la Baze EC ; Partant par la 11. Prop. du 5. AD eſt à DB, comme AE eſt à EC ; Ce qu'il falloit démontrer.

Je ſuppoſe en ſecond lieu, que la Ligne DE coupe de telle sorte les deux Costez AB, AC, que AD soit à DB, comme AE est à EC ; Cela estant, je dis que la Ligne DE est parallele à BC ; Pour le prouver.



Puisque les Triangles ADE, BDE, sont de mesme hauteur, ils sont entr'eux comme leurs Bazes, par la 1. Prop. donc le Triangle ADE, est au Triangle BDE, comme AD est à DB ; Mais par la Supposition AD est à DB, comme AE est à EC ; Donc le Triangle ADE est au Triangle BDE, comme AE est à EC ; D'ailleurs, puisque les Triangles ADE, CED, sont de mesme hauteur, la Baze AE est à la Baze EC, comme le Triangle ADE est au Triangle CED ; Partant le Triangle ADE est au Triangle BDE, comme le mesme Triangle ADE est au Triangle CED ; D'où il suit par la 9. Prop. du 5. que les Triangles BDE, & CED, sont égaux ; Mais ils sont sur une mesme Baze, à sçavoir DE ; Donc par la 39. du 1. les Lignes DE, BC, entre lesquelles ils sont, sont paralleles ; Ce qu'il falloit démontrer.

Corollaire.

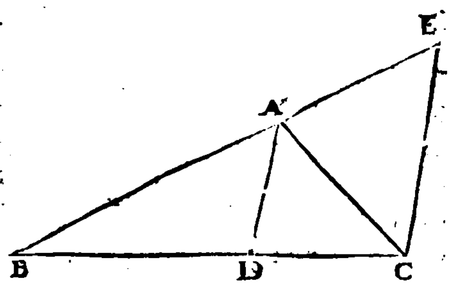
De ce que AD est à DB, comme AE est à EC, Il s'ensuit en Raison Inverse, que DB est à DA, comme EC est à EA ; Et en Raison Alterne, que DB est à EC, comme DA est à EA ; Et en composant, que AB est à AD, comme AC est à AE.

PROP.

PROPOSITION III.

THEOREME III.

Si l'Angle d'un Triangle est coupé en deux également par une Ligne droitte qui coupe aussi la Baze, elle la coupera proportionellement aux deux autres Costez; Et si elle coupe la Baze proportionellement aux deux autres Costez, elle divisera l'Angle en deux également.



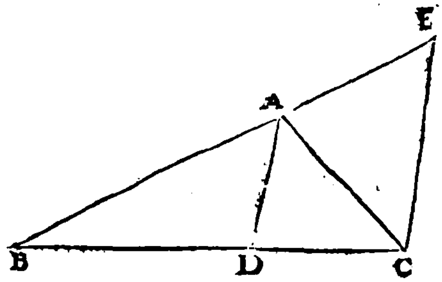
JE suppose 1°. Que l'Angle BAC, du Triangle ABC, soit coupé en deux également par la Ligne droitte AD, qui coupe la Baze BC, au Point D; Cela estant, je dis qu'elle la coupe proportionellement aux deux autres Costez, c'est à dire que BD est à DC, comme BA est à AC; Pour le prouver.

Prolongez la Ligne BA, vers E, & menez par le Point C, la Ligne CE parallele à AD; Cela posé.

Puisque les Lignes AD, EC, sont paralleles, & que la Ligne AC, tombe dessus, l'Angle ACE est égal à son Opposé alternativement DAC, par la 29. du 1. De mesme, puisque les Lignes AD, EC, sont paralleles, & que la Ligne BAE, tombe dessus, l'Angle Interieur AEC est égal à son exterieur BAD, par la 29. du 1. Mais par la Supposition, les deux Angles BAD, DAC, sont égaux; donc les deux Angles ACE, AEC, sont égaux entr'eux; D'où il suit par la 6. du 1. que les deux Costez AE, AC, qui les soûtiennent, sont aussi égaux entr'eux; D'ailleurs, puisque la

Ligne AD, qui est menée dans le Triangle BEC, est parallele au Costé EC, Il s'ensuit par la Prop. precedente, que comme BD est à DC, ainsi BA est à AE, ou à AC, son égale ; Ce qu'il falloit 1°. démontrer.

Je suppose en second lieu, que la Ligne AD, qui coupe l'Angle BAC, coupe la Baze BC, proportionellement aux deux autres Costez ; c'est à dire que BD est à DC, comme BA est à AC ; Cela estant, je dis que l'Angle BAC, est coupé en deux également. Pour le prouver.

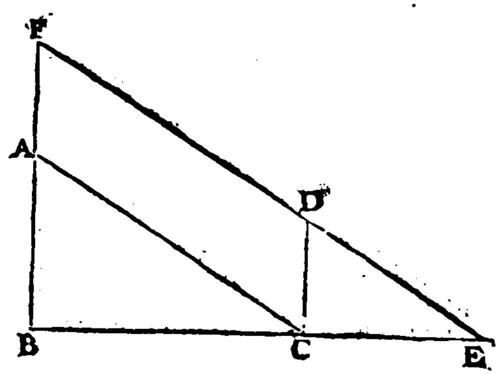


Puisque dans le Triangle BEC, la Ligne AD, est menée parallele au Costé EC, BA est AE, comme BD est à DC, par la Prop. precedente ; Mais par la Supposition, BD est à DC, comme BA est à AC ; Partant BA est à AE, comme BA est à AC, par la 11. Prop. du 5. D'où il suit, par la 9. Prop. du 5. que les Lignes AE, AC sont égales ; Et par consequent par la 5. Prop. du 1. les Angles ACE, & AEC, sont égaux entr'eux ; Or puisque les Lignes AD, EC, sont paralleles, & que la Ligne AC, tombe dessus, l'Angle DAC est égal à son Alterne ACE, par la 29. Prop. du 1. De mesme, puisque les Lignes AD, EC, sont paralleles, & que la Ligne BAE tombe dessus, l'Angle Exterieur BAD, est égal à son Opposé Interieur AEC ; Mais les deux Angles ACE, AEC, sont égaux entr'eux, comme il a esté prouvé, donc les deux Angles BAD, DAC, sont aussi égaux entr'eux, Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IV.

THEOREME IV.

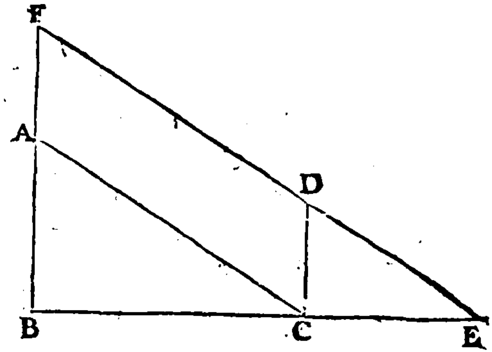
Les Triangles Equiangles ont les Costez allentour des Angles égaux Proportionaux.



JE suppose que les Triangles ABC, & DCE, soient Equiangles, c'est à dire, que l'Angle ACB soit égal à l'Angle DEC, que l'Angle CBA soit égal à l'Angle ECD, & que l'Angle BAC soit égal à l'Angle CDE; Cela estant, je dis que les Costez de ces Triangles qui sont autour des Angles égaux, sont Proportionaux, c'est à dire que DE est à EC, commme AC est à CB; que EC est à CD, comme CB est à BA; & que CD est à DE, comme BA est à AC; Pour le prouver.

Disposez ces deux Triangles ABC, DCE, ensorte que les deux Lignes BC, CE, se rencontrent directement; Puis continuez les Costez ED, BA, vers F; Cela posé.

Puisque par la Supposition l'Angle DEC est égal à l'Angle ACB, les deux Angles B, & E, valent moins que deux Droits par la 17. Prop. du 1. Et partant les deux Lignes ED, BA, estant prolongées vers F, se rencontreront; D'ailleurs, puisque la Ligne droitte BCE, tombe sur les deux Lignes droittes EF, CA, & que l'Angle Exterieur ACB est égal à son Opposé Interieur E, par Supposition, Ces deux Lignes EF, CA, sont paralleles, par la 28. du 1. De mesme, puisque la Ligne droitte BCE, tombe sur les deux Lignes droittes CD, BF, & que l'Angle Exterieur DCE, est égal à son Opposé Interieur B, par Supposition; Ces deux Lignes CD, BE, sont aussi paralleles; Et par consequent la Figure ACDF, est un Parallelogramme; D'où il suit que DF est égale à CA, & CD égale à AF, par la 34. du 1; Maintenant, puisque CD, est parallele à BF, Il s'ensuit par la 2. Prop. que comme ED est à DF, ou à CA son égale, ainsi EC est à CB; Et en Raison Alterne, comme ED est à EC, ainsi CA est à CB; De mesme, puisque CA est Parallele à EF, Il s'ensuit par la 2. Prop. que comme EC est à CB, ainsi FA, ou CD son égale est à AB; Et en Raison Alterne, comme EC est à CD, ainsi CB est à AB; Nous avons donc d'une part trois Grandeurs DE, EC, CD, & d'autre part trois autres Grandeurs AC, CB, BA, lesquelles prises deux à deux sont proportionelles; Partant en Raison égale, comme la premiere DE est à la derniere DC, ainsi la premiere AC est à la derniere AB; Et ainsi dans les Triangles Equiangles, les Costez qui sont allentour des Angles égaux sont Proportionnaux; Ce qu'il falloit démontrer.



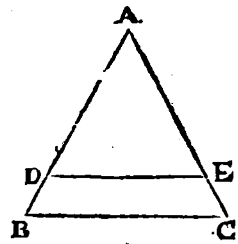
I. Corollaire.

Il suit de là que les Triangles Equiangles sont Semblables.

II. Corollaire.

Il suit encore de là que si on mene dans un Triangle une Ligne droitte parallele à l'un des Costez, Elle retranchera un Triangle Semblable au Total.

Ainsi, si dans le Triangle ABC, on mene la Ligne DE, parallele à BC, le Triangle ADE sera Semblable au Total ABC ; Car, par la 29. du 1. l'Angle ADE est égal à l'Angle B, & l'Angle AED est égal à l'Angle C ; Et l'Angle A est commun à ces deux Triangles, donc ils sont Equiangles, & par consequent Semblables.

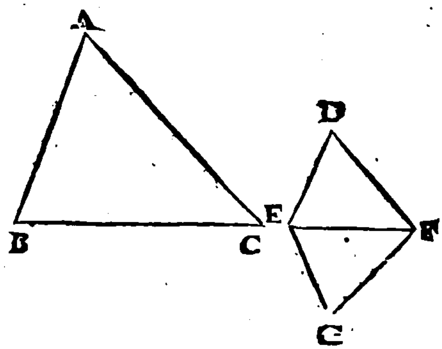


PROPOSITION V.

THEOREME V.

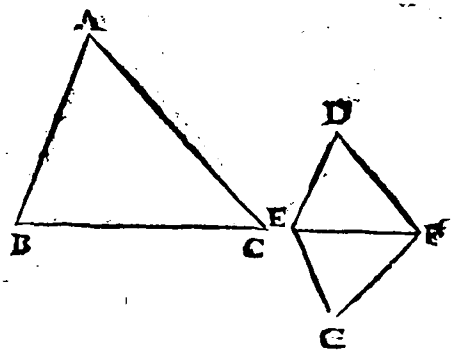
Les Triangles qui ont leurs Costez proportionaux sont Equiangles.

Je suppose que dans les Triangles ABC, DEF, AB soit à BC, comme DE est à EF, que BC soit à CA, comme EF est à FD, & enfin que AB soit à AC, comme DE est à DF ; Cela estant, je dis que ces deux Triangles ABC, DEF, sont Equiangles ; Pour le prouver.



Faites au Point E, l'Angle FEG égal à l'Angle B, & au Point F ; l'Angle EFG égal à l'Angle C ; Cela estant, l'Angle G sera égal à l'Angle A, par la 32. du 1. & les deux Triangles ABC, & EFG, seront Equiangles ; Cela posé.

Puisque ces deux Triangles sont Equiangles, par la Proposition precedente, EF est à EG, comme BC est à BA ; Mais BC est à BA, comme EF est à ED, par Supposition, Partant, par la 11. Prop. du 5. EF est à EG, comme EF



est à ED ; Et par consequent les Lignes EG, ED, sont égales, par la 9. Prop. du 5. De mesme, EF est à FG, comme BC est à CA ; Mais BC est à CA, comme EF est à FD ; partant EF est à FG, comme EF est à FD, & par consequent les Lignes FG, FD, sont égales, par la 9. Prop. du 5. Maintenant, puisqu'aux Triangles EFD, EFG, les deux Costez EF, ED sont égaux aux deux Costez EF, EG, chacun au sien, & la Baze FD égale à la Baze FG, le Triangle EFD est en tout égal au Triangle EFG, par la 8. du 1 ; Mais le Triangle EFG est Equiangle au Triangle ABC, par construction ; donc le Triangle EFD est aussi Equiangle au Triangle ABC ; Ce qu'il falloit démontrer.

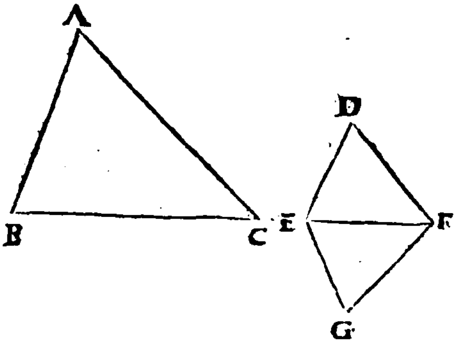
PROPOSITION VI.

THEOREME VI.

Si deux Triangles ont un Angle égal à un Angle, & les Costez d'allentour proportionnaux, ils seront Equiangles.

JE suppose que dans les deux Triangles ABC, DEF, l'Angle B soit égal à l'Angle DEF, & que comme BC est à BA, ainsi EF soit à ED ; Cela estant, je dis que le Triangle ABC est Equiangle au Triangle DEF ; Pour le prouver.

Faites l'Angle FEG égal à l'Angle B, & l'Angle EFG égal à l'Angle C, Cela estant, l'Angle G sera égal à l'Angle A, par la 32. Prop. du 1. & les deux Triangles ABC, EFG, seront Equiangles ; Cela posé.

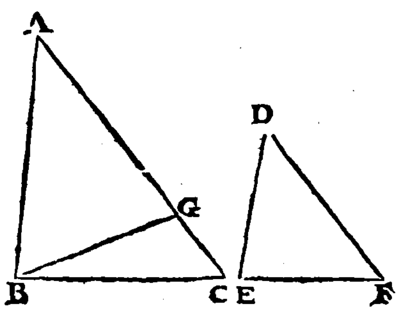


Puisque ces deux Triangles sont Equiangles EF est à EG, comme BC est à BA, par la 4. Prop. Or BC est à BA, comme EF est à ED, par supposition ; Donc EF est à EG, comme EF est à ED ; Et partant par la 9. Prop. du 5. les Costez ED, & EG, sont égaux ; Maintenant aux Triangles EFD, EFG, les deux Costez EF, ED, sont égaux aux deux Costez EF, EG, chacun au sien, & l'Angle FED égal à l'Angle FEG, pusqu'ils sont tous deux égaux à l'Angle B ; Partant par la 4. du 1. le Triangle EFD est égal en tout au Triangle EFG ; Mais le Triangle EFG est Equiangle au Triangle ABC, par construction ; donc le Triangle EFD est aussi Equiangle au Triangle ABC ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VII.

THEOREME VII.

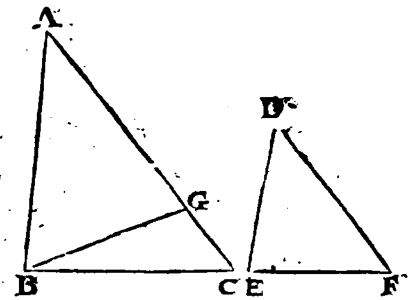
Si deux Triangles ont un Angle Egal à un Angle, & les Costez qui sont allentour d'un autre Angle proportionaux, (le troisiéme Angle de l'un estant de mesme espece que celuy de l'autre) ces deux Triangles seront Equiangles.



JE suppose que dans les deux Triangles ABC, DEF, l'Angle A soit égal à l'Angle D ; que le Costé AB soit au Costé BC, comme le Costé DE est au Costé EF ; Et deplus que l'Angle C soit de mesme espece que l'Angle F ; C'est à dire, que si l'Angle F, est droit, obtus, ou aigu comme icy, l'Angle C, le soit aussi; Cela estant, je dis que le Triangle ABC est Equiangle au Triangle DEF; Et premierement, je dis que l'Angle ABC est égal à l'Angle E; Pour le prouver.

Si l'Angle ABC n'estoit pas égal à l'Angle E; Il s'ensuivroit que l'un seroit plus grand que l'autre, supposons que ce soit ABC; Cela posé.

Retranchez de cet Angle, l'Angle ABG égal à l'Angle E, par la 23. du 1. Et puisque l'Angle A est égal à l'Angle D, par supposition, le troisiéme BGA sera égal au troisiéme F, & ainsi les deux Triangles ABG, & DEF, seront Equiangles; Desorte que si l'Angle F, est aigu comme icy, l'Angle BGA,



sera aussi aigu, & par consequent son Complement a deux Droits BGC sera obtus; D'ailleurs, puisque les deux Triangles ABG, & DEF, sont Equiangles, le Costé AB sera à BG, comme DE est à EF, par la 4. Prop. Mais DE est à EF, comme AB est à BC, par supposition; Donc AB est à BG, comme AB est à BC; D'où il suit, par la 9. Prop. du 5. que les deux Costez BG, BC, sont égaux, & par la 5. Prop. du 1. que l'Angle BGC est égal à l'Angle C; Mais l'Angle C, a esté supposé aigu, donc l'Angle BGC sera aussi aigu; Mais cet Angle a déja esté prouvé obtus; Et ainsi l'Angle BGC, seroit ensemble obtus & aigu; Ce qui est impossible; Il est donc impossible que les Angles C, & F estant aigus, l'Angle ABC soit plus grand que l'Angle E.

Que si l'on eust supposé au commencement que les Angles C & F, eussent esté obtus, on auroit prouvé de mesme que l'Angle BGA, auroit esté obtus; Et par consequent que son Supplement a deux Droits BGC, auroit esté aigu;

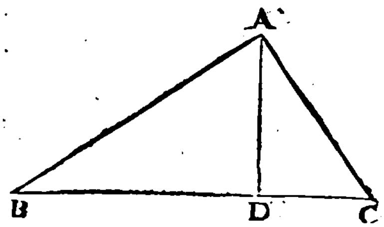
puis

Puis monstrant que cet Angle BGC, seroit aussi égal à l'Angle obtus C, Il seroit arrivé que l'Angle BGC auroit dû estre Aigu & obtus tout ensemble ; Ce qui est impossible ; Si bien qu'il est absolument impossible que l'Angle ABC soit plus grand que l'Angle E ; Et comme l'on peut prouver de mesme que l'Angle E ne sçauroit estre plus grand que l'Angle ABC, Il s'ensuit que ces deux Angles sont égaux ; Mais l'Angle A est égal à l'Angle D, par supposition ; Par consequent les deux Angles C, & F, sont aussi égaux, par la 32. du 1. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VIII.

THEOREME VIII.

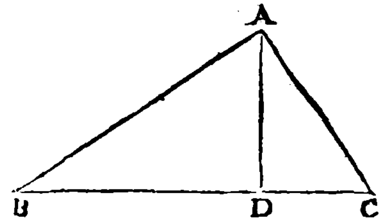
Si de l'Angle droit d'un Triangle Rectangle on abaisse une Perpendiculaire sur la Baze, elle le divisera en deux autres Triangles, qui seront Semblables entr'eux, & au Total.



JE suppose que le Triangle ABC, soit Rectangle, & que de l'Angle droit BAC, on abaisse la Ligne droitte AD perpendiculaire à la Baze BC ; Cela estant, je dis premierement que les deux Triangles ABD, ADC, dans lesquels le Triangle ABC, est divisé, luy sont Semblables ; Pour le prouver.

Au Triangle ABD, l'Angle BDA, est droit, & égal à l'Angle BAC ; Deplus l'Angle B est commun aux deux Triangles ABD, & ABC ; Par consequent le troisiéme BAD est égal au troisiéme BCA ; Et ainsi ces deux Triangles sont Equiangles & Semblables, par la 4. Prop. & par la 1. Définition.

De meſme, au Triangle ADC, l'Angle ADC, eſt Droit, & égal à l'Angle BAC ; Deplus, l'Angle C eſt commun aux deux Triangles ADC, & ABC ; & par conſequent le troiſiéme DAC eſt égal au troiſiéme CBA ; Et ainſi ces deux Triangles ſont Equiangles & Semblables ; Ce qu'il falloit démontrer.



Je dis en ſecond lieu, que les deux Triangles ABD, & ADC, ſont ſemblables entr'eux ; Pour le prouver.

L'Angle ADB eſt égal à l'Angle ADC, eſtant Droits, par conſtruction ; L'Angle ABD a eſté prouvé égal à l'Angle DAC, & l'Angle BAD à l'Angle ACD ; Et partant, ces deux Triangles ſont Equiangles & Semblables ; Ce qu'il falloit démontrer.

Corollaire.

Il ſuit de cette Propoſition, que ſi de l'Angle Droit d'un Triangle Rectangle on abaiſſe une Perpendiculaire ſur la Baze, elle ſera Moyenne proportionnelle entre les deux Parties de la Baze, C'eſt à dire que commme une des Parties de la Baze ſera à cette Perpendiculaire, ainſi cette Perpendiculaire ſera à l'autre Partie ; Car puiſque les deux Triangles ADB, ADC, ſont ſemblables, les Coſtez allentour de leurs Angles Droits doivent eſtre Proportionnaux, par la 4. Prop. Et partant, comme BD eſt à DA, ainſi DA eſt à DC.

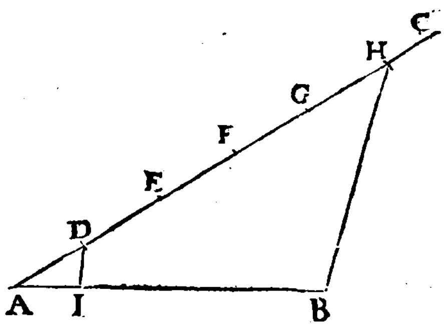
PROPOSITION IX.

PROBLEME I.

Vne Ligne Droitte estant donnée en retrancher une Partie demandée.

JE suppose que la Ligne Droitte AB soit donnée, & je propose d'en retrancher une Partie demandée, comme par exemple la cinquiéme Partie; Pour le faire.

Tirez du Point A, la Ligne droitte indeterminée AC, qui fasse avec AB, tel Angle qu'il vous plaira; Puis ayant pris la Partie AD, à discretion, prenez de suitte quatre autres Parties, sçavoir DE, EF, FG, GH égales à AD, ensorte que la Ligne AD soit la cinquiéme Partie de AH;



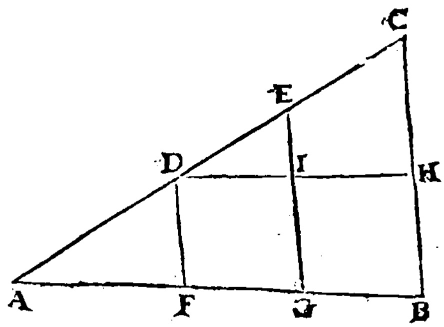
Menez apres cela du Point H, au Point B, la Ligne droitte HB; & par le Point D, menez la Ligne droitte DI, parallele à HB; Cela estant, je dis que la Ligne AI, est la Partie demandée; C'est à dire qu'elle est la cinquiéme Partie de AB; Pour le prouver.

Puisque DI est parallele à HB, Il s'ensuit par la 2. Prop. que AI est à IB, comme AD est à DH; & en composant AB est à AI, comme AH est à AD; Et en Raison Inverse AI est à AB, comme AD est à AH; Or AD est la cinquiéme Partie de AH, par construction, donc AI sera aussi la cinquiéme Partie de AB; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION X.

PROBLEME II.

Vne Ligne Droitte estant donnée, la couper Semblablement à une autre Ligne Droitte donnée & coupée.



JE suppose que les deux Lignes droittes AB, AC, soient données, & que AC, soit coupée en trois Parties, sçavoir AD, DE, EC; Et je propose de couper la Ligne AB, Semblablement à la Ligne AC; C'est à dire ensorte que ses Parties soient entr'elles en mesme Raison que les Parties AD, DE, EC; Pour le faire.

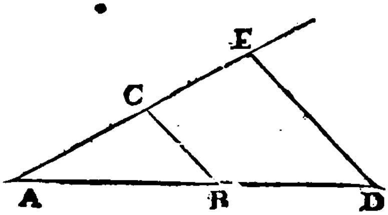
Disposez ces deux Lignes, ensorte qu'elles se rencontrent au Point A, & fassent un Angle tel qu'il vous plaira, comme BAC; & apres avoir mené du Point C au Point B, la Ligne droitte CB, tirez par les Points D & E, les Lignes droittes DF, EG, paralleles à CB & entr'elles; & par le mesme Point D, menez aussi la Ligne droitte DH parallele à FB; Cela estant, je dis que la Ligne droitte AB, est coupée Semblablement à la Ligne AC, aux Points F, & G; Pour le prouver.

Puisque dans le Triangle AEG, la Ligne droitte DF est menée parallele à EG, Il s'ensuit par la 2. Prop. que AF est à FG, comme AD est à DE; Et puisque la Ligne DH est parallele à FB, Il s'ensuit que les Figures FI, GH, sont des Parallelogrammes; Et qu'ainsi les Costez FG, GB, sont égaux aux Costez opposez DI, IH; Et partant que FG est à GB, comme DI est à IH ; Or puisque dans le Triangle DCH, la Ligne EI est menée parallele à CH ; DI est à IH, comme DE est à EC, par la 2. Prop. Et partant FG est à GB, comme DE est à EC ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XI.

PROBLEME III.

Deux Lignes Droittes estant données, en trouver une troisiéme qui leur soit proportionnelle.



JE suppose que les deux Lignes Droittes AB, AC, soient données, & je propose de trouver une troisiéme Ligne qui leur soit proportionnelle ; Pour le faire.

Disposez les deux Lignes droittes AB, AC, ensorte qu'elles se rencontrent au Point A, & fassent un Angle tel qu'il vous plaira, comme BAC ; Prolongez ces mesmes Lignes indefiniment vers D, & vers E ; & aprés avoir pris BD égale à AC, & tiré du Point B au Point C, la Ligne droitte BC, menez par le Point D, la Ligne droitte DE parallele à BC, qui coupe la Ligne AE au Point E ; Cela estant, je dis que la Ligne CE, est la troisiéme proportionnelle qu'il s'agit de trouver ; Pour le prouver.

Puisque dans le Triangle DAE, la Ligne droitte BC est menée parallele à DE, Il s'ensuit, par la 2. Prop. que AB est à BD ou à son égale AC, comme AC est à CE ; Et partant CE est troisiéme proportionelle aux deux Lignes droittes données AB, AC ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

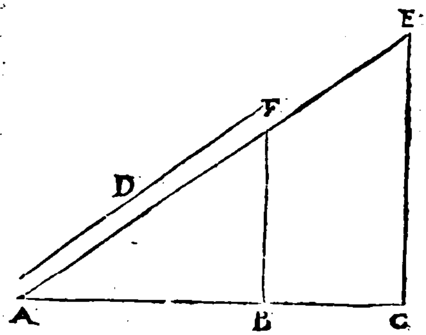
PROPOSITION XII.

PROBLEME IV.

Trois Lignes Droittes estant données, en trouver une quatriéme qui leur soit proportionnelle.

JE suppose que les rrois Lignes droittes AB, BC & D, soient données, & je propose de trouver une quatriéme Ligne qui leur soit proportionnelle ; Pour le faire.

Disposez la premiere Ligne AB, & la seconde BC, ensorte qu'elles se rencontrent directement au Point B ; tirez du Point A, la Ligne indefinie AE, qui fasse avec AC, un Angle tel qu'il vous plaira, comme CAE ; Puis ayant pris AF, égale à la Ligne droitte donnée D, & mené la Ligne droitte FB ; Tirez par le Point C, la Ligne CE parallele à FB, qui coupe la Ligne AE au Point E ; Cela estant, je dis que la Ligne FE est la quatriéme proportionelle qu'il s'agit de trouver ; Pour le prouver.



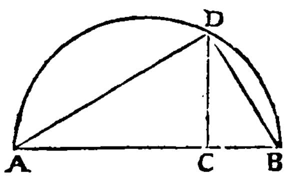
Puisque dans le Triangle CAE, la Ligne FB est menée parallele à EC, Il s'ensuit par la 2. Prop. que AB est à BC, comme AF ou D son égale est à FE ; Et partant FE est cette quatriéme Ligne qu'il falloit trouver, proportionnelle aux trois Lignes Droittes données ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME V.

Deux Lignes droittes estant données, trouver une Moyenne proportionnelle.

JE suppose que les deux Lignes Droittes AC, CB, soient données, & je propose de leur trouver une Moyenne proportionelle, c'est à dire, je propose de trouver une Ligne qui ait cette Proportion avec les deux autres, que comme AC, sera à cette Ligne, ainsi cette Ligne soit à CB ; Pour le faire.



Disposez les deux Lignes Droittes AC, CB, en telle sorte qu'elles se rencontrent directement; Puis décrivés sur AB, le demy Cercle ADB ; & élevez au Point C la Ligne perpendiculaire CD, qui rencontre sa circonference au Point D ; Cela estant, je dis que la Ligne CD est Moyenne proportionnelle entre AC, & CB ; Pour le prouver.

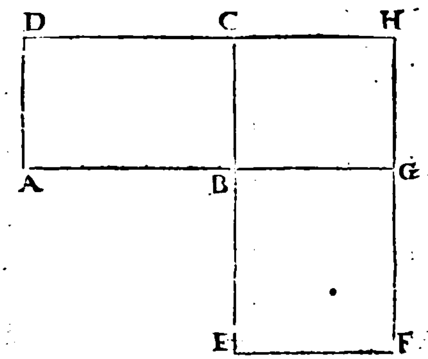
Menez les Lignes droittes AD, DB ; Cela posé.

Puisque l'Angle ADB, est au Demy-cercle, il est Droit par la 31. Prop. du troisiéme ; Et partant par le Corollaire de la 8. Prop. CD est Moyenne proportionnelle entre AC, & CB ; C'est à dire que comme AC est à CD, ainsi CD est à CB ; Ce qv'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XIV.

THEOREME IX.

Si deux Parallelogrammes Egaux ont un Angle Egal à un Angle, les Costez allentour des Angles Egaux seront reciproquement proportionnaux; Et si deux Parallelogrammes ont un Angle égal à un Angle, & les Costez allentour des Angles égaux reciproquement proportionnaux, Ils seront égaux.



JE suppose premierement que les deux Parallelogrammes ABCD, BEFG, soient égaux, & que les Angles ABC, EBG, soient aussi égaux; Cela estant, je dis que les Costez allentour de ces Angles sont reciproquement proportionnaux; C'est à dire que comme AB est à BG, ainsi EB est à BC, Pour le prouver.

Disposez les deux Parallelogrammes ABCD, BEFG, ensorte que leurs Costez AB, BG, se rencontrent directement au Point B; & prolongez les Costez DC, FG, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent au Point H; Cela posé.

Puisque les Angles ABC, & EBG, sont égaux, par Supposition, les Lignes CB, & EB, se rencontrent directement, par la 14. du 1; D'ailleurs, puisque les Lignes DH, AG, sont paralleles, & que CE, HF, sont aussi paralleles, CG, est un Parallelogramme; Maintenant, puisque les Parallelogrammes DB, CG, sont de mesme hauteur, Ils sont entr'eux comme leurs Bazes, par la 1. Prop. C'est à dire que AB

AB est à BG, comme le Parallelogramme DB est au Parallelogramme CG ; Si donc au lieu du Parallelogramme DB on prend le Parallelogramme BF, qui luy est égal, par supposirion, Il s'ensuivra que AB sera à BG, comme le Parallelogramme BF est au Parallelogramme CG ; Or ces deux Parallelogrammes estant de mesme hauteur, BF est à CG, comme EB est à BC ; Partant, par la 11. Prop. du 5. AB est à BG, comme EB est à BC ; Ce qu'il falloit démontrer.

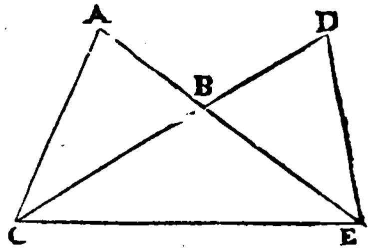
Je suppose en second lieu, que les Parallelogrammes ABCD, & BEFG, ayent l'Angle ABC égal à l'Angle EBG, & que le Costé AB soit au Costé BG, comme le Costé EB est au Costé BC ; Cela estant, je dis que ces deux Parallelogrammes sont égaux entr'eux ; Pour le prouver.

La mesme préparation que dessus estant supposée ; puisque les Parallelogrammes DB, CG, sont de mesme hauteur, le Parallelogramme DB, est au Parallelogramme CG, comme AB est à BG, par la 1. Prop. Or AB est à BG, comme EB est à BC, par supposition ; Partant DB est à CG, comme EB est à BC ; D'ailleurs, puisque les Parallelogrammes BF, CG, sont aussi de mesme hauteur, comme EB est à BC, ainsi BF, est à CG ; Partant comme DB est à CG, ainsi BF est encore à CG ; D'où il suit par la 9. Prop. du 5. que ces deux Parallelogrammes DB, BF, sont égaux entr'eux. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XV.

THEOREME X.

Si deux Triangles égaux ont un Angle égal à un Angle, les Costez allentour des Angles égaux seront reciproquement proportionnaux ; Et si deux Triangles ont un Angle égal à un Angle, & les Costez allentour des Angles égaux reciproquement porportionnaux, Ils seront égaux.



JE suppose 1°. que les deux Triangles ABC, DBE, soient egaux, & que les Angles ABC, DBE, soient aussi égaux ; Cela estant, je dis que les Costez allentour de ces Angles sont reciproquement proportionnaux ; C'est à dire que comme AB est à BE, ainsi DB est à BC ; Pour le prouver.

Disposez les deux Triangles ABC, DBE, ensorte que leurs Costez AB, & BE, se rencontrent directement au Point B ; & du Point C au Point E, menez la Ligne droitte CE ; Cela posé.

Puisque les Angles ABC, & DBE, sont égaux, par Supposition, les Costez CB, & DB, concourent directement, par la 14. du 1. D'ailleurs, puisque les Triangles ABC & BCE, sont de mesme hauteur, Ils ont entr'eux comme leurs Bazes, par la 1. Prop. Et partant AB est à BE, comme le Triangle ABC est au Triangle BCE ; Mais le Triangle ABC est au Triangle BCE, comme son Egal DBE est au mesme Triangle BCE ; Partant AB est à BE, comme le Triangle DBE est au Triangle BCE ; Mais ces deux Triangles sont de mesme hauteur, Et par consequent le Triangle DBE est au Triangle BCE, comme la Baze DB est à la Baze BC, par la 1. Prop. D'où il suit que AB est à BE, comme DB est à BC ; par la 11. du 5. Ce qu'il falloit démontrer.

Je suppose en second lieu, que les Triangles ABC & DBE, ayent l'Angle ABC, égal à l'Angle DBE, & que AB soit à BE, comme DB est à BC ; Cela estant, je dis que ces deux Triangles sont égaux entr'eux ; Pour le prouver.

La mesme préparation que dessus estant supposée ; Puis que les Triangles ABC, & BCE, sont de mesme hauteur, le Triangle ABC est au Triangle BCE, comme AB est à BE, par la 1. Prop. Or AB est à BE, comme DB est à BC, par Supposition, Donc le Triangle ABC est au Triangle BCE, comme DB est à BC, par la 11. du 5 ; D'ailleurs, parce que les Triangles DBE, & BCE, sont de mesme hauteur, comme DB est à BC, ainsi le Triangle DBE est au Triangle BCE ; Partant, le Triangle ABC est au Triangle BCE, comme le Triangle DBE est au mesme Triangle BCE ; D'où il suit par la 9. Prop. du 5. que ces deux Triangles ABC, & DBE, sont égaux entr'eux ; Ce qu'il falloit démontrer.

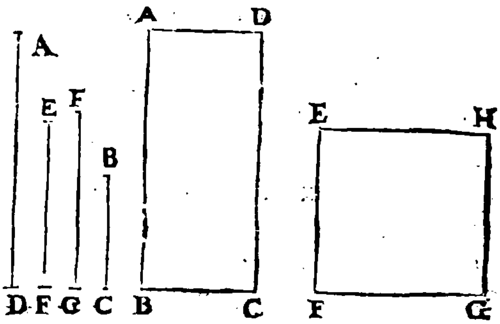
PROPOSITION XVI.

THEOREME XI.

Si quatre Lignes Droittes sont proportionnelles, le Rectangle des Extremes sera égal au Rectangle des Moyennes ; Et si le Rectangle des Extremes est égal au Rectangle des Moyennes, les quatre Lignes Droittes seront proportionnelles.

JE suppose 1o. que les quatre Lignes Droittes AB, EF, FG, BC, soient proportionnelles, ensorte que AB & BC soient les Extremes, & que EF & FG, soient les

Moyennes; D'ailleurs, je suppose que le Rectangle ABCD soit fait des Extremes AB, BC, & que le Rectangle EFGH soit fait des Moyennes EF, FG; Cela estant, je dis que ces deux Rectangles sont égaux entr'eux; Pour le prouver.



Puisque tous les Angles de ces Rectangles sont Droits, Ils ont un Angle égal à un Angle; Et deplus, il est supposé que AB, costé du premier Rectangle est à EF, costé du second, comme FG costé du second, est à BC, costé du premier; Et partant, Ils sont égaux, par la 14. Prop. Ce qu'il falloit démontrer.

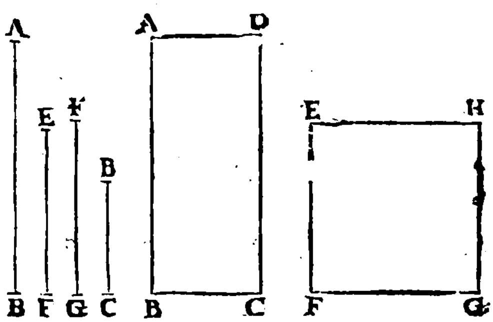
Je suppose en second lieu, les quatre Lignes Droittes AB, EF, FG, BC, & que le Rectangle ABCD, compris des Extremes AB, BC, soit égal au Rectangle EFGH, compris des Moyennes EF, FG; Cela estant, je dis que ces quatre Lignes sont proportionnelles; C'est à dire que AB est à EF, comme FG est à BC; Pour le prouver.

Puisque les deux Rectangles ABCD, EFGH, sont égaux, & que leurs Angles sont Droits, Ils ont un Angle égal à un Angle, D'où il suit, par la 14. Prop. que les Costez allentour des Angles égaux sont reciproquement proportionnaux; C'est à dire que AB, costé du premier Rectangle est à EF, costé du second, comme FG, costé du mesme second, est à BC, costé du premier, Et qu'ainsi ces quatre Lignes sont proportionnelles; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XVII.

THEOREME XII.

Si trois Lignes Droittes sont proportionnelles, le Rectangle des deux Extremes sera égal au Quarré de la Moyenne; Et si le Rectangle des Extremes est égal au Quarré de la Moyenne, les trois Lignes Droittes seront proportionnelles.



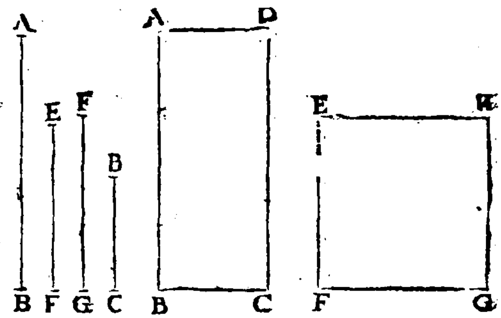
JE suppose 1°. que les trois Lignes Droittes AB, EF, BC, soient proportionnelles, que le Rectangle ABCD soit compris des deux Extremes AB, BC, & que le Quarré EFGH soit celuy de la Moyenne EF; Cela estant, je dis que le Rectangle ABCD est égal au Quarré EFGH; Pour le prouver.

Faites la Ligne FG égale à EF; Cela posé.

Puisque la Ligne FG est égale à EF, les quatre Lignes Droittes AB, EF, FG, BC, sont proportionnelles par supposition, & partant par la Prop. precedente, le Rectangle ABCD qui est fait des deux Extremes, sera égal au Rectangle EFGH, qui est fait des deux Moyennes; mais puisque les Moyennes EF, FG, sont égales, leur Rectangle est le mesme que le Quarré de la Moyenne; Sçavoir EFGH; Et partant le Rectangle des Extremes est égal au Quarré de la Moyenne; Ce qu'il falloit démontrer.

Je suppose en second lieu, que le Rectangle ABCD, compris des deux Extremes AB, BC, soit égal au Quarré

EFGH, Quarré de la Moyenne EF ; Cela estant, je dis que les trois Lignes AB, EF, BC, sont proportionnelles. Pour le prouver.



Puisque les deux Rectangles ABCD, & EFGH, sont égaux, & que leurs Angles sont Droits, Ils ont un Angle égal à un Angle ; D'où il suit, par la 14. Prop. que leurs Costez sont reciproquement proportionnaux ; C'est à dire que AB, Costé du premier Rectangle, est à EF, Costé du second, comme FG, Costé du second, ou son Egal EF est à BC, Costé du premier ; Et ainsi ces trois Lignes sont proportionnelles ; Ce qu'il falloit démontrer.

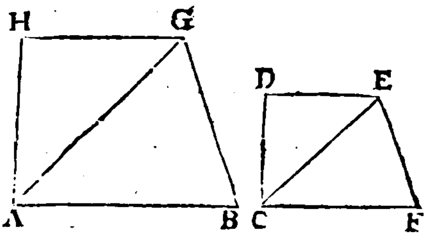
PROPOSITION XVIII.

PROBLEME VI.

Sur une Ligne Droitte donnée, décrire une Figure Rectiligne Semblable, & Semblablement posée à une Figure Rectiligne donnée.

JE suppose que la Ligne AB, & la Figure Rectiligne CDEF soient données, & je propose de décrire sur la Ligne AB une Figure Semblable à CDEF, & Semblablement posée, c'est à dire qui soit telle, que dans la Figure qui est à décrire, la Ligne AB soit un Costé homologue à un Costé de la Figure donnée, comme par exemple à CF ; Pour le faire.

Prenez un des Angles de la Figure donnée tel qu'il vous plaira, comme par exemple C, & du Point C, menez aux autres Angles autant de Lignes Droittes que vous pourrez, telle qu'eſt CE, pour reſoudre toute la Figure en Triangles ; Cela fait, menez des Points A, & B, les Lignes Droittes AG, BG, qui faſſent avec AB, les Angles GAB, & GBA, égaux aux Angles ECF, & EFC, chacun au ſien ; Puis menez des Points A, & G, les Lignes Droittes AH, GH, qui faſſent avec AG, les Angles HAG, & HGA, égaux aux Angles DCE, & DEC, & ainſi de ſuitte, s'il y avoit encore d'autres Triangles dans la Figure CDEF ; Cela eſtant, je dis que la Figure ABGH, décritte ſur la Ligne donnée AB, eſt Semblable & Semblablement poſée à la Figure CDEF ; Pour le prouver.



Premierement, de ce que par la Conſtruction chaque Triangle de l'une des Figures a deux Angles égaux à deux Angles d'un Triangle de l'autre Figure, le troiſiéme Angle de chaque Triangle d'une Figure s'enſuit égal au troiſiéme Angle de chaque Triangle de l'autre Figure, & partant tous les Angles des deux Figures eſtant égaux chacun au ſien, les deux Figures ſont Equiangles.

Deplus, puiſque les Triangles ABG, & CFE, ſont Equiangles, Il s'enſuit par la 4. Prop. que GB eſt à BA, comme EF eſt à FC ; & de meſme que AB eſt à AG, comme CF eſt à CE ; Mais puiſque les Triangles AGH, & CED, ſont auſſi Equiangles, AG eſt à AH, comme CE eſt à CD ; Et partant en Raiſon égale, AB eſt à AH, comme CF eſt à CD ; De meſme AH eſt à HG, comme CD eſt à DE ; Donc enfin en Raiſon égale, GB eſt à GH, comme EF eſt à ED ; Et ainſi les deux Figures ABGH, & CDEF, qui ſont Equiangles, & qui ont leurs Coſtez autour des Angles égaux proportionnaux, ſont Semblables, & Semblablement poſées ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

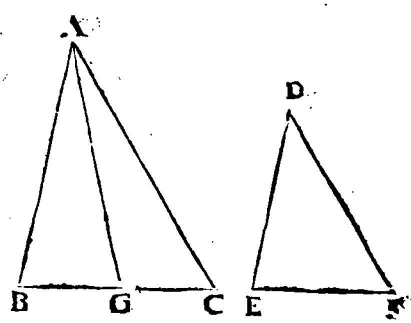
PROPOSITION XIX.

THEOREME XIII.

Les Triangles Semblables sont entr'eux en Raison doublée de leurs Costez de mesme Raison.

IE suppose que les Triangles ABC, & DEF, soient Semblables, que l'Angle BAC, soit égal à l'Angle D, l'Angle B, à l'Angle E, & l'Angle C, à l'Angle F ; Cela estant, je dis que les Triangles ABC, & DEF, sont l'un à l'autre en Raison doublée de leurs Costez de mesme Raison, c'est à dire, qu'ayant trouvé une troisiéme proportionnelle aux deux Costez BC, EF, le Triangle ABC sera au Triangle DEF, comme BC, sera à cette troisiéme proportionnelle, par exemple à BG ; Pour le prouver.

Menez du Point A au Point G, la Ligne Droitte AG ; Cela posé.



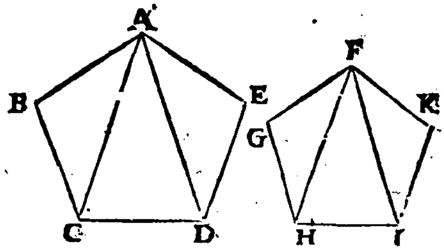
Puisque les Triangles ABC, & DEF, sont Semblables, AB est à BC, comme DE est à EF ; Et partant en Raison Alterne AB est à DE, comme BC est à EF ; Mais BC est à EF, comme EF est à BG, par construction, Donc AB est à DE, comme EF est à BG ; Et ainsi les deux Triangles ABG, & DEF, ont un Angle égal à un Angle, sçavoir B, égal à E, & les Costez allentour de ces Angles reciproquement proportionnaux, D'où il suit qu'ils sont égaux, par la 15. Prop. Et partant le Triangle ABC sera au Triangle DEF, comme le mesme Triangle ABC est au Triangle ABG ; Or ces deux Triangles estant de mesme hauteur, le Triangle ABC est au Triangle ABG, comme BC

BC est à BG, par la 1. Prop. Par consequent le Triangle ABC, est aussi au Triangle DEF, comme BC est à BG, c'est à dire en Raison doublée de BC à EF ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XX.

THEOREME XIV.

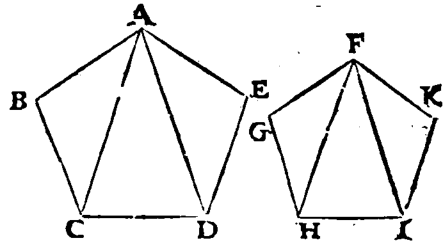
Les Poligones Semblables peuvent estre divisez dans un nombre égal de Triangles Semblables entr'eux, & proportionnaux à leurs Tous ; Et ces Poligones sont l'un à l'autre en Raison doublée de leurs Costez de mesme Raison.



JE suppose que les Poligones ABCDE, & FGHIK, soient Semblables ; ensorte que l'Angle A soit égal à l'Angle F ; l'Angle B à l'Angle G ; l'Angle C à l'Angle H ; l'Angle D à l'Angle I ; & l'Angle E à l'Angle K ; Et deplus que AB soit à BC, comme FG à GH ; que BC soit à CD, comme GH à HI, que CD soit à DE, comme HI à IK ; Et enfin que DE soit à EA, comme IK est à KF ; ou bien en Raison alterne que AB soit à FG, comme BC est à GH ; que BC soit à GH, comme CD est à HI ; que CD soit à HI, comme DE est à IK ; & enfin que DE soit à IK, comme EA est à KF ; Cela estant, je dis premierement qu'on peut diviser le Poligone ABCDE, en autant de Triangles que le Poligone FGHIK ; Pour le prouver.

Prenez dans les deux Poligones deux Angles égaux, comme l'Angle A, & l'Angle F, & tirez des Points A, & F, aux autres Angles autant de Lignes Droittes que vous pourrez, comme AC, AD, FH, FI ; Cela posé.

Puisque le nombre des Angles du Poligone ABCDE est égal au nombre des Angles du Poligone FGHIK ; Il est évident qu'il n'y aura ny plus ny moins de Triangles dans l'un que dans l'autre.



Je dis en second lieu, que chaque Triangle du Poligone ABCDE est Semblable à un Triangle du Poligone FGHIK, par exemple, que le Triangle ABC est Semblable au Triangle FGH ; le Triangle ACD au Triangle FHI, & le Triangle ADE au Triangle FIK ; Pour le prouver.

Puisque l'Angle B est égal à l'Angle G, & que le Costé AB est au Costé BC, comme FG à GH, par Supposition, Il s'ensuit par la 6. Prop. que les deux Triangles ABC, & FGH, sont Semblables, & Equiangles ; On prouvera de mesme que les deux Triangles ADE, & FIK, sont aussi Semblables, & Equiangles ; Et quant aux Triangles ACD, & FHI, puisque les Angles BCD, & GHI, sont égaux par Supposition, si on en retranche les Angles BCA, & GHF, qui ont esté prouvez égaux, les Angles Restans ACD, & FHI, seront aussi égaux entr'eux ; De mesme, si des Angles CDE, & HIK, qui sont égaux par Supposition, on retranche les Angles ADE, & FIK, qui ont esté prouvez égaux, les Angles Restans ADC, & FIH, seront aussi égaux entr'eux ; & ainsi les deux Triangles ACD, & FHI, sont Equiangles par la 32. du 1. & par consequent Semblables ; Et partant chaque Triangle d'un des Poligones, est Semblable à un Triangle de l'autre Poligone ; Ce qu'il falloit démontrer.

Je dis en troisiéme lieu, que les Triangles des deux Poligones sont proportionnaux à leurs Tous, c'est à dire, que comme un Triangle est à son Semblable, ainsi un des

Poligones est à l'autre. Pour le prouver.

Puisque les Triangles ABC, & FGH, sont Semblables, le premier est au second, en Raison doublée du Costé BC, au Costé GH, par la Proposition precedente ; Or puisque BC est à GH, comme CD est à HI, par Supposition, la Raison doublée de BC à GH, est la mesme que la Raison doublée de CD à HI ; Donc le Triangle ABC est au Triangle FGH, en Raison doublée de CD à HI ; Mais le Triangle ACD estant Semblable au Triangle FHI, l'un est aussi à l'autre en Raison doublée de CD à HI ; Et partant le Triangle ABC est au Triangle FGH, comme le Triangle ACD est au Triangle FHI ; De mesme le Triangle ADE estant semblable au Triangle FIK, l'un est à l'autre en Raison doublée de DE à IK ; ou bien parce que DE est à IK, comme CD est à HI ; le Triangle ADE est au Triangle FIK, en Raison doublée de CD à HI, c'est à dire, comme le Triangle ACD est au Triangle FHI, ou comme le Triangle ABC au Triangle FGH, puisque ces Triangles sont aussi entr'eux en Raison doublée de CD à HI, comme il a esté prouvé ; Puis donc que nous avons d'une part plusieurs Triangles, & autant d'autres d'une autre part, qui sont entr'eux en mesme Raison ; Il suit par la 12. du 5. que comme chaque Triangle d'une part est à son Semblable de l'autre part, ainsi tous les Triangles d'une part sont à tous les Triangles de l'autre, c'est à dire, ainsi l'un des Poligones est à l'autre Poligone, Ce qu'il falloit encore démontrer.

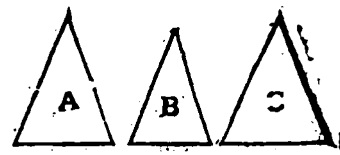
Je dis en dernier lieu, que le Poligone ABCDE est au Poligone FGHIK, en Raison doublée de leurs Costez de mesme Raison, par exemple en Raison doublée de CD à HI ; Pour le prouver.

Le Poligone ABCDE est au Poligone FGHIK, comme chaque Triangle est à son Semblable, comme il vient d'estre prouvé ; Or chaque Triangle est à son Semblable en Raison double de CD à HI ; comme il a aussi esté prouvé, donc le Poligone ABCDE est au Poligone FGHIK, en Raison doublée de CD à HI ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXI.

THEOREME XV.

Les Figures Rectilignes Semblables à une mesme, sont Semblables entr'elles.



JE suppose que la Figure Rectiligne A soit Semblable à la Figure Rectiligne B ; Et que la Figure Rectiligne C, soit aussi Semblable à la Figure Rectiligne B ; Cela estant, je dis que les deux Figures A & C, sont Semblables entr'elles ; Pour le prouver.

Puisque les deux Figures A, & B, sont Semblables, les Angles de la Figure A, sont égaux aux Angles de la Figure B, par la 1. Definition ; & puisque la Figure C est Semblable à la Figure B, les Angles de la Figure C, sont aussi égaux aux Angles de la mesme Figure B ; Et partant les Angles de la Figure A, sont égaux aux Angles de la Figure C ; D'ailleurs, puisque les Figures A, & B, sont Semblables, les Costez qui sont allentour des Angles de la Figure A, sont proportionnaux aux Costez qui sont allentour des Angles qui leur sont égaux dans la Figure B, par la 1. Definition ; Et de mesme, puisque les Figures B, & C, sont Semblables, les Costez qui sont autour des Angles de la mesme Figure B, sont aussi proportionnaux aux Costez qui sont autour des Angles qui leur sont égaux dans la Figure C ; D'où il suit que les Costez qui sont autour des Angles de la Figure A, sont proportionnaux aux Costez qui sont autour des Angles qui leur sont égaux dans la Figure C ; Et partant les Figures A & C sont Semblables ; Ce qu'il falloit démontrer.

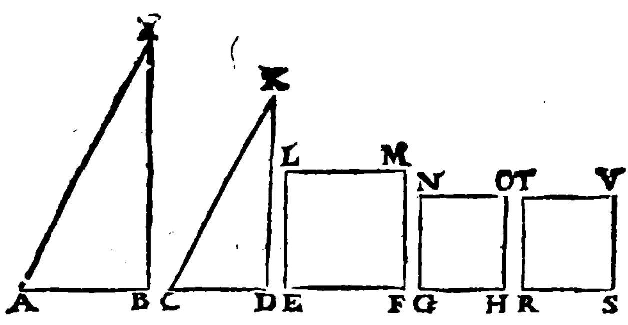
PROPOSITION XXII.

THEOREME XVI.

Si quatre Lignes Droittes sont proportionnelles, les Figures Semblables & Semblablement posées sur ces Lignes, seront aussi proportionnelles ; Et si quatre Figures Semblables & Semblablement posées sur quatre Lignes Droittes sont proportionnelles, ces quatre Lignes Droittes seront aussi proportionnelles.

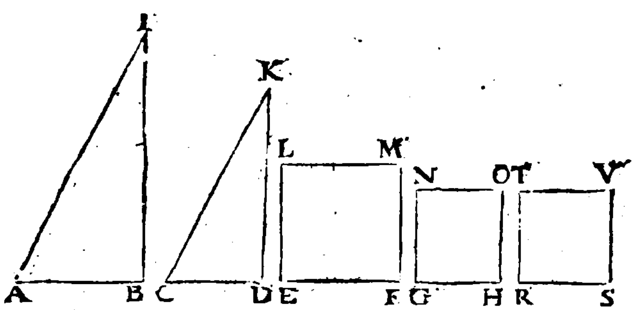
JE suppose premierement que les quatre Lignes AB, CD, EF, GH, soient proportionnelles, & que les Figures ABI, CDK, & les Figures EM, GO, soient Semblables & Semblablement posées sur ces quatre Lignes ; Cela estant, je dis que ces quatre Figures sont proportionnelles, c'est à dire que ABI est à CDK, comme EM est à GO ; Pour le prouver.

Puisque les Figures ABI, & CDK, sont Semblables, ABI



est à CDK, en Raison doublée de AB à CD, par la 20. Prop. Et puisque AB est à CD, comme EF est à GH, par Supposition, la Raison doublée de AB à CD, est la mesme que la Raison doublée de EF à GH ; De mesme, puisque les Figures EM, & GO, sont Semblables, EM est à GO, en Raison doublée de EF à GH ; Partant la Figure ABI est à la Figure CDK, comme la Figure EM est à la Figure GO, par la 11. du 5. Ce qu'il falloit démontrer.

Je suppose en second lieu, que les quatre Figures ABI, CDK, EM, GO qui sont Semblables & Semblablement posées sur les quatre Lignes Droittes AB, CD, EF, GH, soient proportionnelles ; Cela estant, je dis que ces quatre Lignes sont aussi proportionnelles ; Pour le prouver.



Supposons que RS, soit une quatriéme Proportionnelle aux trois Lignes Droittes AB, CD, EF, par la 12. Prop. & que la Figure RSVT, décritte sur cette Ligne, soit Semblable & Semblablement posée à la Figure EM, ou à GO, par la 18. Prop. Cela posé.

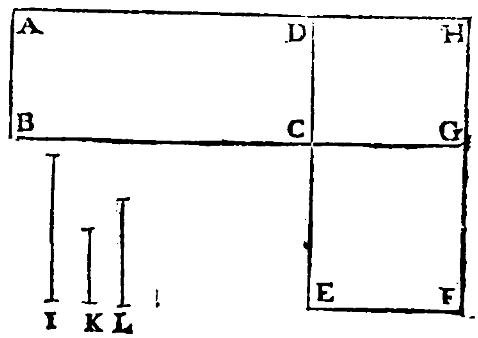
Par ce qui vient d'estre demontré, comme ABI sera à CDK, ainsi EM sera à RV ; Mais ABI est aussi à CDK, comme EM est à GO, par Supposition ; D'où il suit, par la 9. Prop. du 5. que les Figures GO, & RV, sont égales ; Mais elles sont aussi Semblables par construction ; Partant les Lignes GH, RS, sur lesquelles elles sont décrittes ; sont égales ; Comme donc la Ligne RS, est une quatriéme Proportionnelle aux trois Lignes AB, CD, EF, la Ligne GH, sera aussi une quatriéme proportionnelle aux mesmes Lignes, c'est à dire, que AB sera à CD, comme EF, à GH ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIII.

THEOREME XVII.

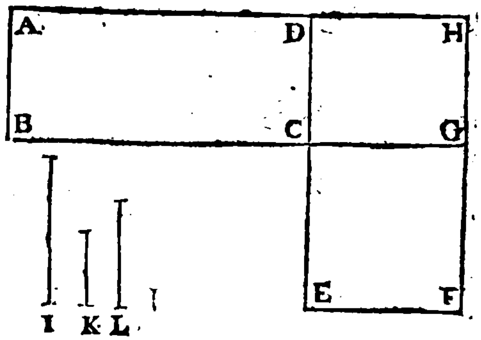
Les Parallelogrammes Equiangles sont entr'eux en Raison Composée de celle de leurs Costez.

JE suppose que les Parallelogrammes AC, & CF, soient Equiangles, & que l'Angle BCD soit égal à l'Angle ECG ; Cela estant, je dis que le Parallelogramme AC est au Parallelogramme CF, en Raison composée de BC, à CG, & de DC, à CE ; Pour le prouver.



Disposez ces deux Parallelogrammes ensorte que leurs Costez BC, CG, se rencontrent directement au Point C ; par mesme moyen les deux autres Costez DE, CE, concoureront aussi directement, par la 14. du 1. Prolongez les Costez AD, FG, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent au Point H ; Puis ayant pris à discretion la Ligne I, faites par la 12. Prop. que comme BC est à CG, ainsi la Ligne I, soit à la Ligne K ; & comme DC est à CE, ainsi la Ligne K soit à la Ligne L ; Cela posé.

Puisque les Lignes AH, BG, sont paralleles, & que les Lignes ED, FH, sont aussi paralleles, la Figure DG, est un Parallelogramme ; Et puisque les Parallelogrammes AC, DG, sont de mesme hauteur, AC est à DG, comme BC à CG, par la 1. Prop. Mais comme BC est à CG, ainsi I est à K, par construction ; Donc AC est à DG, comme I est à K ; De mesme, puisque les Paralle-



logrammes DG, CF, ſont de meſme hauteur, DG eſt à CF, comme DC eſt à CE ; Or DC eſt à CE, comme K eſt à L, par conſtruction. Partant DG eſt à CF, comme K eſt à L. Nous avons donc trois Grandeurs AC, DG, & CF, d'une part, & trois Grandeurs I, K, L, d'autre part, leſquelles priſes deux à deux ſont proportionnelles ; Partant en Raiſon égale elles ſeront encore proportionnelles, par la 22. Prop. du 5. Et ainſi le Parallelogramme AC ſera au Parallelogramme CF, comme I eſt à L. ; Mais la Raiſon de I à L eſt compoſée des Raiſons de I à K, & de K à L, qui ſont les meſmes que les Raiſons de BC à CG, & de DE à CF ; Donc le Parallelogramme AC eſt au Parallelogramme CF, en Raiſon compoſée de BC à CG, & de DC à CE ; Ce qu'il falloit démontrer.

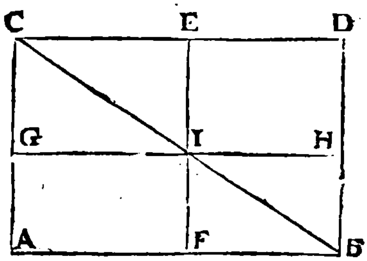
PROPOSITION XXIV.

THEOREME XVIII.

En tout Parallelogramme, les Parallelogrammes qui ſont allentour du Diametre, & qui ont un Angle commun avec luy, luy ſont Semblables, & Semblables entr'eux.

JE ſuppoſe le Parallelogramme ABDC, & que les Parallelogrammes GE, FH, ſoient allentour de ſon Diametre BC, & deplus qu'ils ayent les Angles B, & C, communs avec luy ; Cela eſtant, je dis premierement que les deux Parallelogrammes GE, FH, ſont Semblables au Parallelogramme

gramme AD, Pour le prouver.



Les Angles GCE, & FBH, qui sont les Opposez dans le Parallelogramme AD, sont égaux entr'eux, par la 34. Prop. du 1. Or les Angles GIE, & FIH, sont égaux à ces premiers Angles, puis qu'ils leur sont aussi opposez dans les Parallelogrammes GE, & FH ; Et partant ces quatre Angles sont égaux entr'eux ; Desorte que les trois Parallelogrammes AD, GE, FH, ont déja chacun deux Angles égaux à deux Angles ; D'ailleurs, puisque les Lignes AB, GH, sont paralleles par supposition, & que la Ligne Droitte CGA, tombe dessus, l'Angle Exterieur CGI est égal à son Opposé Interieur A, par la 29. Prop. du 1. De mesme, puisque les Lignes AC, FE, sont Paralleles, & que la Ligne BA, tombe dessus, l'Angle Exterieur IFB est encore égal à son Opposé Interieur A ; Et ainsi les trois Angles G, A, F, sont égaux entr'eux ; Et parce que l'Angle E est égal à son Opposé G ; que l'Angle D est égal à son Opposé A ; & que l'Angle H est égal à son Opposé F, par la 34. Prop. du 1. Ces trois Angles E, D, H, sont aussi égaux entr'eux. Voilà donc encore les deux Angles Restans d'un de ces Parallelogrammes, égaux aux deux Angles Restans de chacun des deux autres ; Et par consequent ces trois Parallelogrammes sont Equiangles : Deplus, les Triangles CGI, & CAB, qui ont déja les Angles G, & A, égaux, ayant encore l'Angle GCI, commun, sont Equiangles, par la 32. Prop. du 1. Et partant par la 4. Prop. CG est à GI, comme CA est à AB ; Si bien que les Parallelogrammes GE & AD, estant Equiangles & leurs Costez allentour des Angles égaux proportionnaux, l'un est Semblable à l'autre ; De mesme, les Triangles IFB, & CAB, qui ont déja les Angles F, & A égaux, ayant encore l'Angle FBI, commun, sont aussi Equiangles, par la 32. Prop. du 1. Et partant, par la 4.

Prop. IF est à FB, comme CA est à AB ; Si bien que les Parallelogrammes FH,& AD,estant aussi Equiangles & leurs Costez allentour des Angles égaux proportionnaux, l'un est aussi Semblable à l'autre ; Ce qu'il falloit démontrer.

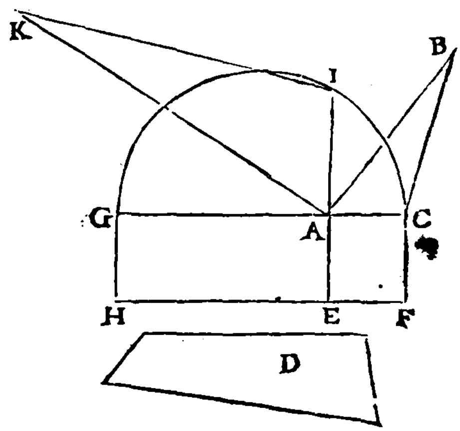
Je dis en second lieu, que les Parallelogrammes GE, & FH, sont Semblables entr'eux.

Car puisqu'ils sont tous deux Semblables au Parallelogramme AD, Il s'ensuit par la 21. Prop. qu'ils sont aussi Semblables entr'eux ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXV.

PROBLEME VII.

Deux Figures Rectilignes estant données, en décrire une troisiéme, Semblable à l'une, & Egale à l'autre.



JE suppose que les deux Figures ABC, & D, soient données, & je propose d'en décrire une troisiéme, Semblable à la Figure ABC, & égale à la Figure D, Pour le faire.

Décrivez par la 44. & 45. Prop. du 1. sur la Ligne AC, le Parallelogramme Rectangle AF, égal à la Figure ABC; Puis décrivez sur AE, le Parallelogramme AH, égal à la Figure donnée D ; Apres cela décrivez sur GC, le demy Cercle GIC ; & apres avoir élevé au Point A, la Perpendiculaire AI, si longue qu'elle rencontre la Circonference au Point I, décrivez par la 18. Prop. sur AI, la Figure AIK, semblable à la Figure donnée ABC ; Et alors je dis que cette Figure AIK, sera égale à la Figure donnée D ; Pour le prouver.

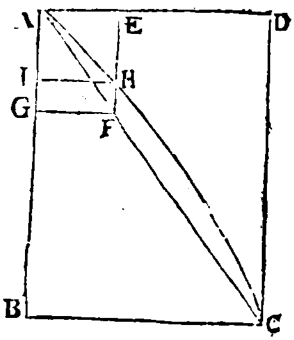
La Ligne AI est moyenne proportionnelle entre AC, & AG, par la 13. Prop. c'est à dire que AC est à AI, comme AI est à AG ; Et par consequent AC est à AG, en Raison doublée de AC à AI ; Or les Figures ABC, & AIK, estant Semblables, l'une est à l'autre en Raison doublée de AC à AI, par la 19. & 20. Prop. Donc la Figure ABC est à la Figure AIK, comme AC est à AG ; D'ailleurs, puisque les Parallelogrammes AF, AH, sont de mesme hauteur, comme AC est à AG, ainsi AF est à AH ; Partant la Figure ABC est à la Figure AIK, comme le Parallelogramme AF est au Parallelogramme AH ; Et en Raison Alterne la Figure ABC est au Parallelogramme AF, comme la Figure AIK est au Parallelogramme AH ; Or la Figure ABC est égale au Parallelogramme AF, par construction ; Donc la Figure AIK est aussi égale au Parallelogramme AH ; Mais le Parallelogramme AH est égal à la Figure donnée D, par construction ; Donc la Figure AIK est aussi égale à la Figure donnée D ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XXVI.

THEOREME XIX.

Si d'un Parallelogramme, on retranche un Parallelogramme Semblable & Semblablement posé au Total, & ayant un Angle commun avec luy, le Parallelogramme retranché sera allentour du Diametre du Parallelogramme Total.

JE suppose que du Parallelogramme ABCD, l'on ait retranchée le Parallelogramme GE, qui luy est Semblable & Semblablement posé, & qui a l'Angle GAE, commun avec luy ; Cela estant, je dis que le Parallelogramme GE est allentour du Diametre du Parallelogramme Total BD, c'est à dire qu'en menant une Ligne droitte du Point A, au Point C, elle passera par l'Angle F ; Pour le prouver.



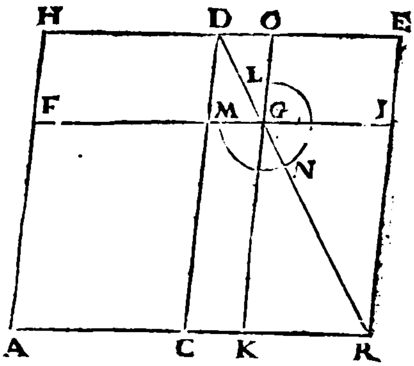
Si cela n'estoit, il faudroit que cette Ligne passast par quelqu'autre Point que par le Point F ; Supposons donc, s'il est possible, que ce soit par le Point H, comme fait icy AHC ; Cela posé.

En tirant la Ligne HI parallele à AE, Il s'ensuivroit que le Parallelogramme IE seroit allentour du Diametre du Parallelogramme BD ; Or ces deux Parallelogrammes ont l'Angle IAE, commun ; Et partant par la Proposition precedente, le Parallelogramme IE seroit Semblable au Total BD ; Mais le Parallelogramme GE est supposé Semblable au Total BD, par consequent le Parallelogramme IE, & le Parallelogramme GE seroient Semblables, par la 21. Prop. Et partant le Costé IH seroit au Costé IA, comme le Costé GF est au Costé GA ; Or IH est égal à GF, puisqu'ils sont les Costez opposez du Parallelogramme GH ; Et partant IA seroit aussi égal à GA, par la 14. Prop. du 5. c'est à dire la Partie au Tout, ce qui est impossible ; Il est donc impossible que la Ligne droitte menée du Point A au Point C, passe par ailleurs que par le Point F ; Et par consequent le Parallelogramme GE, est allentour du Diametre du Parallelogramme BD ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVII.

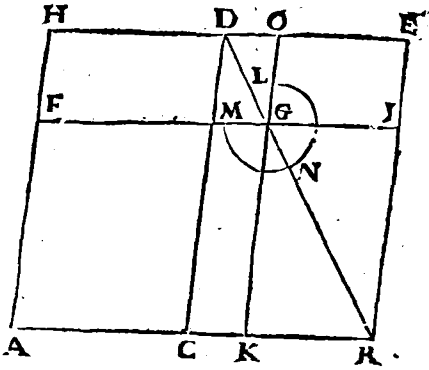
THEOREME XX.

Si on applique à une Ligne droitte tant de Parallelogrammes que l'on voudra, chacun desquels défaille d'un Parallelogramme Semblable à un autre qui est déja décrit sur la moitié de cette Ligne, le plus grand de tous sera celuy qui sera décrit sur l'autre moitié, lequel sera égal & semblable au Défaut.



JE suppose que la Ligne Droitte AB, soit donnée qu'elle ait esté coupée en deux également au Point C, & que sur la moitié CB, l'on ait décrit le Parallelogramme CE, & qu'aprés cela l'on ait achevé de décrire sur la Ligne AB le Parallelogramme AE ; Par ce moyen, il sera vray de dire que le Parallelogramme AD sera appliqué à la moitié de la Ligne Droitte AB, & défaudra du Parallelogramme CE, décrit sur l'autre moitié, & auquel il est égal, par la 36. Prop. du 1. Cela estant, je dis que le Parallelogramme AD est le plus grand de tous ceux qui peuvent estre appliquez sur la Ligne AB, & Défaillans d'un Parallelogramme Semblable au Parallelogramme CE, qui avoit esté auparavant décrit sur la moitié CB ; Pour le prouver.

Tirez le Diametre DB, & ayant pris à discretion dans ce Diametre le Point G, menez par le Point G, la Ligne FGI parallele à AB, & la Ligne KGO parallele à CD ; Cela posé,



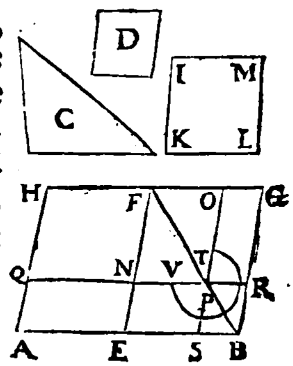
Le Parallelogramme AG sera appliqué à la Ligne AB, & défaudra du Parallelogramme KI, lequel, par la 24. Prop. sera Semblable au Parallelogramme CE ; Il s'agit donc de montrer que le Parallelogramme AD, est plus grand que le Parallelogramme AG ; Pour le prouver.

Les Supplemens GE & CG, sont égaux, par la 34. du 1 ; Si donc on leur adjoûte le Parallelogramme KI, le Parallelogramme KE sera égal au Parallelogramme CI ; Or le Parallelogramme AM est aussi égal au Parallelogramme CI, puisqu'ils sont sur Bazes égales & entre mesmes paralleles, par la 36. Prop. du 1. Partant le Parallelogramme KE est égal au Parallelogramme AM ; Donc en leur adjoûtant le Parallelogramme commun CG, Il s'ensuivra que le Gnomon LNM, sera égal au Parallelogramme AG ; Or le Parallelogramme CE est plus grand que le Gnomon LNM, qui n'est que sa Partie ; Et par consequent, il est plus grand que le Parallelogramme AG ; D'où il suit que le Parallelogramme AD qui est égal au Parallelogramme CE, est aussi plus grand que le Parallelogramme AG ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXVIII.

PROBLEME VIII.

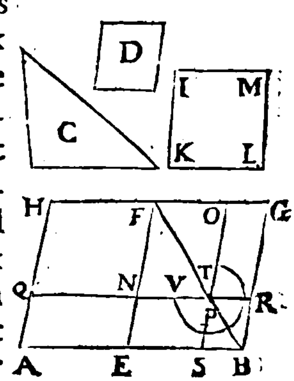
Vne Ligne Droitte estant donnée, y appliquer un Parallelogramme égal à une Figure Rectiligne donnée, & Défaillant d'un Parallelogramme Semblable à un Parallelogramme donné; Mais il faut que la Figure donnée ne soit pas plus grande qu'un Parallelogramme qui estant appliqué à la moitié de la Ligne donnée seroit Semblable au Parallelogramme donné.



JE suppose que la Ligne Droitte AB, la Figure C, & le Parallelogramme D, soient donnez, & que cette Figure ne soit pas plus grande que le Parallelogramme AF, qui est décrit sur la moitié de la Ligne AB, & qui est Semblable au Parallelogramme donné D; Et je propose d'appliquer à la Ligne AB, un Parallelogramme égal à la Figure donnée C, & Défaillant d'un Parallelogramme Semblable au Parallelogramme Donné D; Pour le faire.

Décrivez sur EB, moitié de la Ligne Donnée, le Parallelogramme EG, Semblable au Parallelogramme Donné D; Puis achevez de décrire sur la Ligne AB, le Parallelogramme AG; Par ce moyen AF sera un Parallelogramme appliqué à la Ligne AB, & Défaillant du Parallelogramme EG, Semblable au Parallelogramme Donné D; Or ce Parallelogramme AF, qui est décrit sur la moitié de la Ligne AB, où il est égal à la Figure Donnée C, où il est plus grand; Car il ne doit pas estre plus petit par la supposition; S'il est égal on aura fait ce qu'il falloit faire, s'il est plus grand, trouvez par le Corollaire de la 45. Prop. du 1. l'excez dont cette Figure C, eſt ſurpaſſée par le Parallelogramme AF, ou par EG, qui luy eſt égal, par la 36. Prop. du 1. Puis par la 25. Prop. décrivez le Parallelogramme KM, égal à cét excez, & qui ſoit ſemblable au Parallelogramme Donné D; Puis ayant pris FO égale à IM, & FN égale à IK, menez par le Point O, la Ligne OS parallele à FE, & par le Point N, la Ligne QR parallele à AB, alors je dis que le Parallelogramme AP qui eſt appliqué à la Ligne Donnée AB eſt égal à la Figure Donnée C, & que le Parallelogramme SR, dont il eſt Défaillant, eſt Semblable au Parallelogramme Donné D; Pour le Prouver.

Puiſque les Parallelogrammes EG & KM ont eſté faits Semblables au Parallelogramme Donné D, Ils ſont Semblables entr'eux, par la 21. Prop, & l'Angle NFO eſt égal à l'Angle KIM; D'ailleurs les Lignes FO, FN, ayant eſté priſes égales aux Lignes IM, IK, le Parallelogramme NO eſt égal & Semblable au Parallelogramme KM; Et par conſequent auſſi au Parallelogramme EG, avec lequel ayant l'Angle NFO, commun, Il s'enſuit par la 26. Prop. que ces deux Parallelogrammes ſont allentour du meſme Diametre; Et partant, tirant la Ligne Droitte FB, elle paſſera par l'Angle P; D'ailleurs le Parallelogramme NO eſtant égal au Parallelogramme KM, qui eſt l'excez dont le Parallelogramme EG ſurpaſſe la Figure donée C, Il s'enſuit que le Gnomon TV eſt égal à la Figure donnée C; Maintenant les Supplemens EP, & PG, ſont égaux, par la 43. du 1. Donc en leur adjoûtant le Parallelogramme commun SR, le Parallelogramme ER, ſera égal au Parallelogramme SG; Or le Parallelogramme AN eſt égal au Parallelogramme ER, par la 36. du 1. Donc le Parallelogramme AN eſt auſſi égal au Parallelogramme



gramme

gramme SG ; Si donc on adjoûte à ces deux Tous le Parallelogramme EP, Il s'ensuivra que le Parallelogramme AP, sera égal au Gnomon TV ; Mais le Gnomon TV, a esté prouvé égal à la Figure donnée C ; Donc le Parallelogramme AP est aussi égal à la Figure Donnée C ; Deplus, le Parallelogramme SR, estant allentour du Diametre du Parallelogramme EG, luy est Semblable, par la 24. Prop. Il est donc aussi Semblable au Parallelogramme Donné D, par la 21. Prop. Qui est tout ce qu'il falloit faire & démontrer.

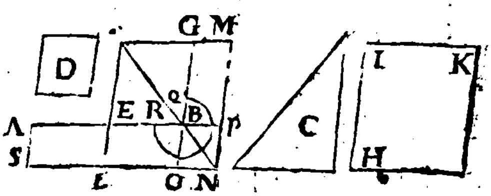
PROPOSITION XXIX.

PROBLEME IX.

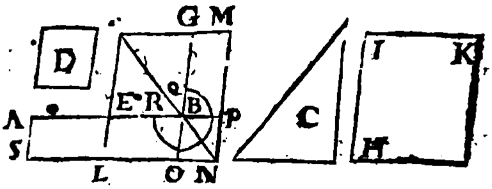
Vne Ligne Droitte estant donnée, y appliquer un Parallelogramme égal à une Figure Rectiligne donnée, & excedant d'un Parallelogramme Semblable à un Parallelogramme donné.

JE suppose que la Ligne Droitte AB, la Figure C, & le Parallelogramme D, soient donnez ; & je propose d'appliquer à la Ligne AB, un Parallelogramme égal à la Figure Donnée C, & excedant d'un Parallelogramme Semblable au Parallelogramme Donné D ; Pour le faire.

Coupez la Ligne AB, en deux également au Point E ; & sur la moitié EB, décrivez par la 18. Prop. le Parallelogramme EG semblable au Parallelogramme



Donné D ; Puis ayant décrit, par la 45. Prop. du 1. & par la 25. Prop. de ce Livre, le Parallelogramme HIK, égal à la Figure Donnée C, & au Parallelogramme EG, pris ensemble, & Semblable au Parallelogramme Donné D; Prolongez le Costé FG, vers M, & FE, vers L, ensorte que FM soit égal à IK, & FL à IH; Cela fait, menez par le Point M, la Ligne MN, parallele à FL; par le Point L, la Ligne LN parallele à AB; & par le Point A, la Ligne AS parallele à FL; Et prolongez la Ligne AB, jusqu'en P, & la Ligne LN, jusqu'à ce qu'elle rencontre la Ligne AS au Point S; Cela estant, je dis que le Parallelogramme SP, qui est appliqué à la Ligne Donnée AB, est égal à la Figure D; & que le Parallelogramme OP, dont il est excedant, est Semblable au Parallelogramme Donné D; Pour le prouver:

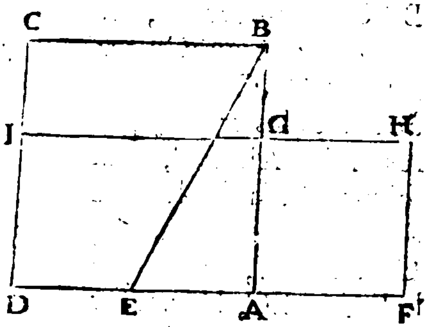


Puisque les Parallelogrammes EG, & HK, ont esté faits Semblables au Parallelogramme Donné D, Ils sont Semblables entr'eux, par la 21. Prop. & l'Angle GHK est égal à l'Angle EFG; Et d'autant que les Costez FL, FM, du Parallelogramme, LM, ont esté pris égaux aux Costez HI, IK, du Parallelogramme HK, le Parallelogramme LM est égal & Semblable au Parallelogramme HK; & par consequent aussi Semblable au Parallelogramme Donné D, & au Parallelogramme EG; Deplus, les Parallelogrammes LM, & EG, estant Semblables, & ayant l'Angle F commun, ils sont allentour du mesme Diametre FBN, par la 26. Prop. D'ailleurs, le Parallelogramme LM estant égal au Parallelogramme HK, qui a esté fait égal à la Figure Donnée C, & au Parallelogramme EG; Il s'ensuit que le Parallelogramme LM est aussi égal à la Figure Donnée C, & au Parallelogramme EG; Et par consequent que le Gnomon QR est égal à la Figure Donnée C; Maintenant, d'autant que par la 43. du 1. le Supplement GP est égal au Supplement EO, & que le Parallelogramme AL est égal à EO, par la 36. du 1. Il s'ensuit que le Parallelogramme AL est aussi égal au Supplement GP; Et partant en leur adjoûtant le Parallelogramme commun LP, le Parallelogramme SP sera égal au Gnomon QR ; Or ce Gnomon a esté prouvé égal à la Figure Donnée C ; Partant le Parallelogramme SP, qui est appliqué à la Ligne Droitte Donnée AB, est égal à la Figure Donnée C ; Et d'autant que le Parallelogramme OP, dont le Parallelogramme SP excede, est Semblable au Parallelogramme LM, par la 24. Prop. Il est aussi Semblable au Parallelogramme Donné D ; Qui est tout ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XXX.

PROBLEME X.

Couper une Ligne Droitte Donnée, selon la moyenne & extréme Raison.



JE suppose que la Ligne Droitte AB soit Donnée ; Et je propose de la couper selon la moyenne & extrême Raison ; Pour le faire.

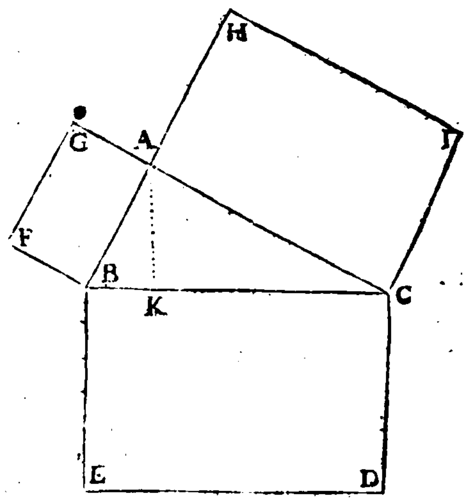
Décrivez sur la Ligne AB le Quarré AC ; coupez le Costé AD en deux également au Point E ; du Point E au Point B menez la Ligne Droitte EB ; prolongez la Ligne EA, vers F, & prenez EF égale à EB ; Ensuite, décrivez sur AF le Quarré AH, & prolongez HG vers I ; Cela estant, je dis que la Ligne AB est coupée au Point G, selon la moyenne & extrême Raison ; C'est à dire que AB est à AG, comme AG est à GB ; Pour le prouver.

Par cette Construction, & par le Raisonnement de la 11. Prop. du 2. Il est évident que le Rectangle IB est égal au Quarré AH ; D'où il suit par la 14. Prop. de ce Livre, que comme CB ou AB son égale est à AG, ainsi GH ou AG son égale est à GB ; Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROPOSITION XXXI.

THEOREME XXI.

Si sur les trois Costez d'un Triangle Rectangle sont décrites trois Figures Semblables & Semblablement posées, celle qui est décritte sur le Costé qui soûtient l'Angle Droit, est égale aux deux autres.



JE suppose que le Triangle ABC soit Rectangle, que l'Angle BAC soit Droit, & que sur les trois Costez AB, BC, CA, soient décrittes les trois Figures FA, AI, EC, qui soient Semblables & Semblablement posées ; Cela estant, je dis que la Figure EC, décrite sur le Costé BC, qui soûtient l'Angle Droit BAC, est égale aux deux autres FA, & AI ; Pour le prouver.

Abaissez du Point A, la Ligne Droitte AK, perpendiculaire à la Ligne BC ; cette Ligne AK, par la 8. Prop. divisera le Triangle ABC, en deux Triangles Semblables entr'eux, & au Total, & les Costez AB, BC, CA, qui soûtiennent chacun un Angle Droit, seront homologues, ou de mesme Raison ; Ensuite dequoy, par la 19. Prop. le

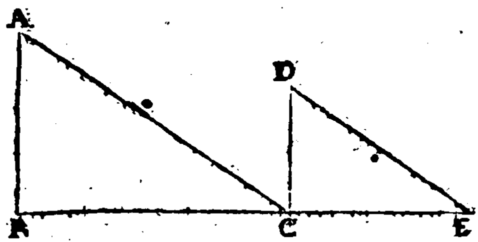
Triangle AKB est au Triangle ABC, en Raiſon doublée de AB, à BC ; Or les Figures FA, EC, qui ſont ſuppoſées Semblables, ſont auſſi l'une à l'autre en Raiſon doublée de AB à BC, par la 20. Prop. de ce Livre. Et partant le Triangle AKB est au Triangle ABC, comme la Figure FA eſt à la Figure EC ; D'ailleurs le Triangle AKC eſt au Triangle ABC, en Raiſon doublée de AC à BC, par la 19. Prop. Mais par la 20. Prop. la Figure AI eſt auſſi à la Figure EC, en Raiſon doublée de AC à BC ; Partant le Triangle AKC eſt au Triangle ABC, comme la Figure AI eſt à la Figure EC ; Nous avons donc le Triangle AKB, premier Grandeur, qui eſt au Triangle ABC, ſeconde Grandeur, comme la Figure FA, troiſiéme Grandeur, eſt à la Figure EC, quatriéme ; Deplus, nous avons le Triangle AKC, cinquiéme Grandeur, qui eſt à la ſeconde ABC, comme la Figure AI, ſixiéme Grandeur, eſt à la quatriéme EC ; Partant par la 24. Prop. du 5. comme la premiere Grandeur AKB, & la cinquiéme AKC, priſes enſemble, ſont à la ſeconde ABC ; ainſi la troiſiéme FA, & la ſixiéme AI, priſes enſemble, ſont à la quatriéme EC ; Or la premiere AKB, & la cinquiéme AKC, priſes enſemble, ſont égales à la ſeconde ABC, puiſqu'elles conviennent ; Donc la troiſiéme FA, & la ſixiéme AI, priſes enſemble, ſont auſſi égales à la quatriéme EC ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXII.

THEOREME XXII.

Si deux Triangles, qui ont deux Costez proportionnaux à deux Costez, sont disposez de telle sorte qu'ils fassent un Angle, & que leurs Costez homologues soient Paralleles, les deux autres Costez se rencontreront directement.

JE suppose que dans les deux Triangles ABC, & DCE, le Costé AB soit au Costé AC, comme le Costé DC est au Costé DE ; & que ces deux Triangles soient disposez de telle sorte qu'ils fassent l'Angle ACD, & que leurs Costez homologues soient paralleles, c'est à dire que le Costé AB soit parallele au Costé DC, & le Costé



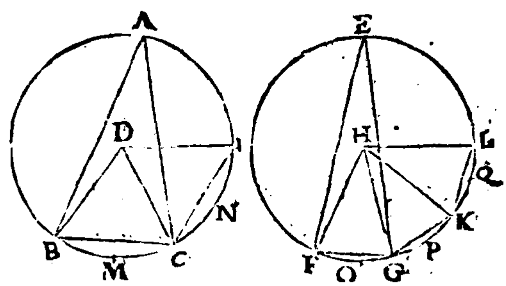
AC au Costé DE; Cela estant, je dis que les deux autre Costez BC, CE, se rencontreront directement ; Pour le prouver.

Puisque la Ligne Droitte AC, tombe sur les Lignes AB, DC, qui sont paralleles par supposition, l'Angle ACD est égal à l'Angle A, qui luy est Opposé alternativement, par la 29. Prop. du 1. De mesme, puisque la Ligne Droitte CD tombe sur les deux Paralleles AC, DE, l'Angle D est égal à son Opposé alternativement ACD ; Et partant les deux Angles A, & D, sont égaux entr'eux ; Et puisque les Costez qui sont allentour de ces Angles sont proportionnaux, par supposition, les deux Triangles ABC, & DCE, sont Equiangles, par la 6. Prop. Par consequent l'Angle B est égal à l'Angle DCE, & l'Angle ACB, égal à l'Angle E ; Maintenant, puisque l'Angle DCE est égal à l'Angle B, si l'on adjoûte à l'un l'Angle ACD, & à l'autre l'Angle A, qui sont égaux, les deux Angles DCE, & ACD, ou bien l'Angle seul ACE, sera égal aux deux Angles B, & A, & en leur adjoûtant derechef l'Angle commun ACB, Il s'ensuivra que les deux Angles ACE & ACB seront égaux aux trois Angles du Triangle ABC, c'est à dire à deux Droits, par la 32. du 1. D'où il suit par la 14. Prop. du 1. que les deux Lignes BC, CE, se rencontrent directement ; Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXXIII.

THEOREME XXIII.

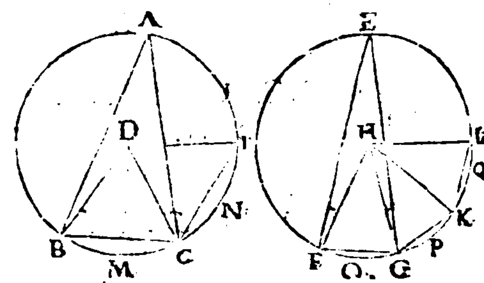
Aux Cercles Egaux, les Angles constituez au Centre, ou à la Circonference, sont entr'eux comme les Arcs qui les soûtiennent ; & les Secteurs sont aussi entr'eux comme ces Arcs.



JE suppose que les deux Cercles ABC, & EFG, soient égaux, & que les Angles BDC, & FHG, soient constituez au Centre de ces deux Cercles ; Cela estant, je dis que l'Angle BDC est à l'Angle FHG, comme l'Arc BC est à l'Arc FG ; Pour le prouver.

Menez une Ligne Droitte du Point B, au Point C, & une autre Ligne Droitte du Point F au Point G ; Puis appliquez à la Circonference du Cercle ABC, autant de Lignes qu'il vous plaira, égales à BC, telle qu'est par exemple la Ligne CI ; De mesme, appliquez à la Circonference du Cercle EFG, autant de Lignes qu'il vous plaira, égales à FG, telles que sont GK, KL, & tirez les Lignes Droittes DI, HK, KL ; Cela posé.

Puisque les Lignes Droittes BC, CI, sont égales, les Arcs BC, CI, dont elles sont les Soutendantes, sont égaux, par la 28. Prop. du 3. Ensuitte dequoy, les Angles BDC, & CDI, sont aussi égaux, par la 27. Prop. du mesme Livre ; Desorte que l'Angle BDI est au-



tant Multiple de l'Angle BDC, qui est la premiere des quatre Grandeurs qu'il s'agit de montrer estre proportionnelles, que l'Arc BCI est Multiple de l'Arc BC, qui est la troisiéme de ces mesmes Grandeurs ; D'ailleurs, puisque les Lignes Droittes FG, GK, KL, sont égales, les Arcs FG, GK, KL, dont elles sont les Soutendantes, sont égaux, par la 28. Prop. du 3. Ensuitte dequoy, les Angles FHG, GHK, KHL, sont aussi égaux, par la 27. Prop. du mesme Livre ; Desorte que l'Angle FHL est autant Multiple de l'Angle FHG, qui est la seconde des quatre Grandeurs qu'il s'agit de montrer estre proportionnelles, que l'Arc FGKL est Multiple de l'Arc FG, qui est la quatriéme de ces mesmes Grandeurs ; Or si l'Angle BDI est égal à l'Angle FHL, l'Arc BCI s'ensuit égal à l'Arc FGKL, par la 26. Prop. du 3. Et si l'Angle BDI est plus grand que l'Angle FHL, l'Arc BCI est aussi plus grand que l'Arc FGKL ; Et enfin si l'Angle BDI est moindre que l'Angle FHL, l'Arc BCI est aussi moindre que l'Arc FGKL ; Et partant, par le 2. Axiome du 5. ces quatre Grandeurs sont proportionnelles, c'est à dire que l'Angle BDC est à l'Angle FHG, comme l'Arc BC est à l'Arc FG ; Ce qu'il falloit premierement démontrer.

Je

Je dis en second lieu, que les Angles BAC, & FEG, qui sont constituez à la Circonference de ces Cercles, sont encore entr'eux comme l'Arc BC est à l'Arc FG ; Pour le prouver.

Les Angles BAC, & FEG, sont les moitiez des Angles BDC, & FHG, par la 20. Prop. du 3. Et par consequent, par la 15. Prop. du 5. l'Angle BAC est à l'Angle FEG, comme l'Angle BDC est à l'Angle FHG ; Or l'Angle BDC est à l'Angle FHG, comme l'Arc BC est à l'Arc FG, comme il a esté prouvé ; Et partant, l'Angle BAC est à l'Angle FEG, comme l'Arc BC est à l'Arc FG ; Ce qu'il falloit démontrer.

Je dis en troisiéme lieu, que le Secteur DBMC est au Secteur HFOG, comme l'Arc BC est à l'Arc FG ; Pour le prouver.

Puisque les Lignes BC, CI, sont égales, & que les Arcs BC, CI, qu'elles soûtiennent sont égaux, Il s'ensuit que les Segmens BMC, & CNI, sont aussi égaux entr'eux ; Aquoy si on adjoûte les Triangles BDC, & CDI, qui sont égaux, par la 4. Prop. du 1. les Secteurs DBMC, & DCNI, seront aussi égaux entr'eux ; Desorte que l'Arc BCI est autant Multiple de l'Arc BC, qui est la premiere des quatre Grandeurs qu'il s'agit de montrer estre proportionnelles, que le Secteur DBCI est Multiple du Secteur DBMC, qui est la troisiéme de ces mesmes Grandeurs ; On prouvera de mesme que l'Arc FGKL est autant Multiple de l'Arc FG, qui est la seconde des quatre Grandeurs qu'il s'agit de montrer estre proportionnelles, que le Secteur HFGKL est Multiple du Secteur HFOG, qui est la quatriéme de ces mesmes Grandeurs ; Or si l'Arc BCI est égal à l'Arc FGKL, le Secteur DBCI est aussi égal au Secteur HFGKL ; Si l'Arc est plus grand que l'Arc, le Secteur est plus grand que le Secteur ; & si l'Arc est moindre que l'Arc, le Secteur est aussi moindre que le Secteur ; Donc par le 2. Axiome du 5. Ces quatre Grandeurs sont proportionnelles ; c'est à dire que le Secteur DBMC est au Secteur HFOG, comme l'Arc BC est à l'Arc FG ; Ce qui restoit à démontrer.

I. Corollaire.

Puisque l'Angle d'un Secteur est à l'Angle d'un autre Secteur, comme l'Arc de l'un est à l'Arc de l'autre, & que l'Arc est à l'Arc, comme le Secteur est au Secteur, Il s'ensuit que comme l'Angle est à l'Angle, ainsi le Secteur est au Secteur.

II. Corollaire.

Deplus, puisque le Cercle est composé de tous les Secteurs qui peuvent estre autour de son Centre, Il est évident que comme la quantité des quatre Angles Droits qui peuvent estre autour du Centre, est à la quantité de l'Angle du Secteur, ainsi la quantité de tout le Cercle, est à la quantité du Secteur.

FIN.

à bout ; Elle luy fournira toûjours de nouvelle matiere de quoy exercer sa curiosité ; Mais en voilà ce me semble autant & plus qu'il n'en faut pour la necessité ; C'est à dire, pour pouvoir s'acquitter avec honneur de toutes les Charges & de tous les emplois ausquels un Homme du monde, d'affaires, ou de negoce puisse estre appliqué.

FIN

Fautes à corriger.

Preface. page 24. l. 18. lisez ses.
Page 120. la Figure est renversée.
Pag. 139. il manque à la Figure la ligne CD, qu'il faut tirer.
Pag. 147. ligne 13 lisez on ait mené.
Pag. 152. l. 16 mettez ainsi les virgules. AEB, diametre ;
Pag. 15e. l. 14. mettez ces virgules, , par la troisiéme Proposition ;
Pag. 218. l. 25. lisez grand
Pag. 270. l. 25. lisez, ils sont entr'eux.
Pag. 284. l 19. lisez de DC
Pag. 291. lisez 292.
Pag. 294. l. 10. lisez figure C, & ligne 19. lisez HIK.
Nota. il manque une F à la figure, il l'y faut mettre, FN.
Pag. 332 l'Angle A de la premiere fig. devroit estre plus ouvert. en la 2. fig. tracez la ligne AC.
Pag. 365. l 9. *lisez parallelipipede.*
Pag. 18 . lisez 381.
Pag. 386. l. 29. lisez plus seurement.
Pag. 400. l. 1 .. effacez DGE
Pag. 441. il manque une F à la figure. AY, AF.
Pag. 451 l. 11 lisez 8. toises , & ligne 17. lisez 8. toises,
Pag. 456. l. 11. lisez , qui se flanque.
Pag. 459. l. 30. lisez donnant à AC.
Pag. 462. l. 27. lisez, lesquels, & lig. 34. effacez de.
Pag. 465. il manque à la fig la ligne FT, perpendiculaire à A2, il la faut tirer;
Pag. 475. l. 2. lisez, haute.
Pag. 511. l. 24. effacez , en.
Pag. 541. mettez un E au poids.
Pag. 569. l 26. lisez quelle.
Pag. 572. l. 24 lisez ML.
Pag 590. l. 24. lisez, ce qui , & lig. 25. lisez par tout,
Pag. 631. l. 25. lisez difference.
Pag. 648. l. 21 lisez particulieres.
Pag. 684. l. penultieme, lisez, & où
Pag 709. l. 5. lisez, la preuve.
Pag. 715. l. 19. lisez, cela fera 20. f.
Pag. 748. l. 18. lisez que ce traité
Pag. 752. l. 1. lisez, sans en

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre; A nos Amez & Feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlements, Maistres des Requestes ordinaires de nostre Hostel, Prevost de Paris, Baillifs, Seneschaux, leurs Lieutenans, & autres nos Justiciers & Officiers qu'il appartiendra; Salut. Nostre cher & bien amé JACQUES ROHAULT, s'estant toute sa vie appliqué à l'étude de la Philosophie & des Mathematiques, Nous a tres-humblement remontré qu'il auroit composé plusieurs Traitez qu'il desireroit faire imprimer & donner au public s'il en avoit nos Lettres sur ce necessaires; entr'autres *un Traité de Physique, ou de la Science naturelle, & celuy de Cosmographie, veus par le Sieur de Mezeray nostre Conseiller & Historiographe; Les quinze Livres des Elemens de Geometrie d'Euclide, L'Arithmetique Pratique; la Resolution des Triangles Rectilignes & Spheriques; la Geometrie Pratique; les Fortifications, les Mechaniques, & la Perspective.* A CES CAUSES, voulant donner audit sieur Rohault des marques de l'estime particuliere que nous faisons de sa Personne, pour l'exciter à continuer ses recherches, Nous luy avons permis & accordé, Permettons & accordons par ces presentes, de faire imprimer lesdits Traitez par tel Libraire ou Imprimeur du nombre des reservez qu'il voudra choisir, en tel volume, caractere, & autant de fois que bon luy semblera, pendant le temps de dix ans, à commencer du jour que chaque Traité sera achevé d'imprimer pour la premiere fois en vertu des presentes; Iceux vendre & debiter par tout nostre Royaume. Faisons défenses à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre & distribuer lesdits Traitez, sous quelque pretexte que ce soit, mesme d'impression étrangere, & autrement, sans le consentement de l'Exposant ou de ses ayans cause, sur peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, amende arbitraire, despens, dommages & interests. A la charge d'en mettre deux Exemplaires de chacun en nostre Bibliotheque publique, un en nostre Cabinet des Livres de nostre Chasteau du Louvre, & un de chacun en celle de nostre tres-cher & feal Chevalier Chancelier de France le Sieur Seguier, à peine de nullité des presentes: Du contenu desquelles, Vous mandons & enjoignons faire joüir l'Exposant & ses ayant cause, pleinement & paisiblement, faisant cesser tous troubles & empêchemens; Voulons qu'en mettant au commencement ou à la fin desdits Traitez, un extrait desdites presentes elles soient tenuës pour deuëment signifiées, Mandons au premier nostre Huissier ou Sergent faire pour l'execution desdites presentes, toutes significations, défenses, saisies, & autres Actes requis & necessaires, sans demander autre permission, nonobstant Clameur de Haro, Chartre Normande, & autres Lettres à ce contraires: Car tel est nostre plaisir. Donné à Saint Germain en Laye le treiziéme jour d'Avril, l'an de grace mil six cens soixante-dix; Et de nostre regne le vingt-septiéme; *Et plus bas*; Par le Roy en son Conseil, D'ALENCE', avec paraphe; Et scellé du grand sceau de cire jaune.

Registré dans le Livre de la Communauté des Marchands Libraires Imprimeurs & Relieurs de cette Ville de Paris, suivant & conformément à l'Arrest de la Cour de Parlement du 8. Avril 1653. le 30 Avril 1670.
Signé ANDRE' SOUBRON Syndic.

La veuve dudit Sieur ROHAULT a cedé le droit qu'elle avoit dans ledit Privilege à GUILLAUME DESPREZ Marchand Libraire, pour en joüir suivant & conformément au traité fait entr'eux.

Les Livres des Elemens d'Euclide & les autres Traitez qui suivent, ont estez achevez d'imprimer pour la premiere fois le 12. Octobre 1682.