EUCLIDIS
SEX PRIMI ELEMENTORUM *GEOMETRICORUM* LIBRI,

In commodiorem formam contracti & demonstrati.

A P. GEÒRG: FOURNIER
è societate JESU.

Editio prioribus auctior
atq; castigatior.

LONDINI,
xcudebat *J. F.* impensis
Edwardi Story, apud quem prostant venales in celeberrima Academia *Cantabrigiensi.*
MDC L IV.

ILLUSTRISS. VIRO

Domino D.

NICOLAO FOUQUET,

REGI A SECRETIORIBUS Consiliis, Libellorumq; supplicum Magistro, Vicecomiti de Melun & de Vaux, &c.

QUam brevem vides, tam ponderosum dignitate Libellum ad te defero (Vir Illustrissime) quidem [illegible] perspicere quid EUCLIDES sibi velit, quid EUCLIDI huic attulerim, facilè potes. Ut autem hoc officii mei specimen tibi offerrem, duplex me caussa impulit; altera, à te; altera, à spectatissimo quondam viro, tota Gallia vivo, Parente tuo. A te quidem, quem summè nobilem, doctrina spectabilem, vita aequabilem, mirabilem, prudentia illustrem, exemplum pietatis, quem alia animi, corporisq; tui dotes (quas hoc loco commemorare pudor vetat non

sinit)

*stituit) Regi, regnique praecipuis ordi-
nibus gratiosum, amabilem omnibus
& quod his optabilius est, Deo prae-
potenti gratum, acceptumq; reddunt
Parenti vero tuo quam sit obstricta
nostra SOCIETAS, quam is ama-
bat unicè, quantum ipsi debeat Pari-
siense Collegium, quem Christianissi-
mus Rex Ludovicus, è duobus unum
esse jussit, qui edicto suo de Scholis
nostris instaurandis exequendo prae-
esset, ac nos Regia authoritate, in
docendi possessionem longo intervallo
recuperatam mitteret; hac inquam
& alia multa, est grati animi verbis
declarare, cùm re non possim Tametsi
quid privatim Ordinem nostrum tuo
parenti debere plurimum commemo-
rem, qui de patria universa, de
summis & infimis meritus sit sua
integritate, constantia, rerum geren-
darum scientia, & usu, omni denique
genere virtutum. Illarum tibi
imitationem cùm proposueris, magni
quiddam praestare videor, si votum
faciam, ut qui paternorum bonorum
heres es, idem omnia bonoris orna-
menta, singularemque imprimis ejus
ergo Ordinem nostrum universum
benevolentiam, cum reliqua hereditate
te cernas. Hoc tibi ut optem facit non
vulgare meum, atque totius SO-
CIETATIS studium erga te; Illu-
strissimumq; Bajonensem Antistitē,
fratrem Charissimum, non nobilissimae
tuae familiae modò sed etiam Ecclesiae
Gallicanae decus & ornamentum;*

cujus

cujus prudentiam, cæterasque virtutes Pontificias tanti facit Ludovicus Rex Christianissimus, ut imitandum illum omnibus regni sui Præsulibus admirandum multis luce pronunciaverit: Vt ita fore confidam, tuum jam magnum tam bonis initiis meritum facit,

Tibi addictissimus,

GEORGIVS FOVRNIER.

Quis autor hujus libri.

NOn unius modo ſed plurimorũ hominum vigiliis & induſtriæ, quo ũ alii aliis vixere temporibus, debetur hic Liber. De poſteritate bene meritus Euclides, qui ea, ſive Theoremata, ſive Problemata, quæ à majoribus acceperat, auctiora, & meliori digeſta ordine reliquit. Thales Mileſius, qui Princeps omnium Geometriam ex Ægypto in Græciam tranſtulit, demonſtravit angulum in ſemicirculo rectum eſſe: Trianguli Iſoſcelis angulos ad baſim eſſe æquales: & alia nonnulla invenit quæ in primo & tertio Elementorum Euclidis legimus & admiramur. Pythagoras Samius, qui Mathematicæ ludum pri-

mus

mus aperuit. Omnis trianguli dixit tres angulos duobus rectis esse aequales: tantisque elatus est laetitiis, ubi eam propositionem reperit, quae primo Elemento, ordine quadragesima septima habetur, ut musis cẽtũ boves immolarit. Theodorus Cyreneus multis adinventis Geometricam plurimum auxit supellectilem. Quis inventa à Crasisto explicet, in quo tanta vis erat ingenii, ut nullum non Geometricum Problema illico resolveret. Si Laertio credimus, Democritus Milesius, multa de lineis, ut vocant, irrationalibus scripsit, multa de solidis, multa de numeris: Certè illud extra controversiam, Eudoxum Gniduim quintum Elementum, quod appellant, de proportionibus, integrum fecisse, & invenisse. Theaetetus de quinque solidis, primus libros scripsit, & decimae propositionis decimi Elementorum inventor fuit.

Haec

Hæc à multis feliciter ex-
cogitata & dissipata passim,
annis ante Christum circiter
550. Hippocrates Chius in
Elementa Geometrica primus
compegit ordinavitq;. Postea
Leo Meoclidis auditor, illa
auxit: Tertius deinde Theu-
dius Magnes. Hos sequutus
est Hermotimus Colophonius,
qui ea fecit haud paulò ube-
riora. Tandem Euclides Me-
garensis, omnibus, partim à
se adinventis, partim ab aliis
acceptis, ultimam manum
his Eelementis apposuit, tanta
felicitate, & non tantum
Quintus, sed unus præcellen-
tiæ jure, Geometra sit appel-
latus. Insuper hoc ei laudis
testimonium singulare Pro-
clus, Pappus, cæte iqu Ma-
thematici tribuere, ut de eo,
quod de nemine mortalium
ante illum, dixerint, *nusquam
deceptus est*. Nec solum do-
ctrina Euclidis fuit admira-
tioni, sed etiam ipse ordo,
quem perturbare adhuc usus
est

eſt nemo: certè omnis demonſtrationis vim atque robur ſuperat, ipſique quodammodo Geometriæ firmitatem illam, qua ceteris diſciplinis antecſtat, dare videtur. Scripſit prætérea Phænomena, Optica Catoptrica, Muſica, Data, Conicorum libros 4. & tres Poriſmatum. Vitam ejus ad Ptolomæum uſq; primũ Ægypti Regem producunt Hiſtoriæ. An ſit idem cum Euclide ſectæ Megricæ authore, nos, quia parum conſtat, rem in medio relinquimus.

Porrò quemadmodũ Elemẽta appellantur ea, ex quibus omnia oriuntur, & fiunt, & in quæ eadẽ, cum intereunt, convertuntur, & tranſeunt; ſic propoſitiones eas quæ Mathematicis rebus efficiendis inſerviunt; & in qua, reſolvi poſſunt demonſtrationes Mathematicæ, dicimus Elementa Mathematica: vel certè quemadmodum qui literas & elementa novit, libros poteſt legere,

re, ita qui Geometriæ ele-
menta tenebit, fine labore
recurret & intelliget quæ
tractantur in Opticis, Astro-
nomicis, & aliis reconditiori-
bus Mathematicæ partibus.

EUCLIDIS.

EUCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM.

DEFINITIONES.

1. *Punctum est, cu-ius pars nulla.*

Quod la-gine su-periori s-fignum, ... cu ... sic omnia ... magnitu-dinis ex-pers, ... quod ... pia-... signum ... illius quod ... intelligi..., idem ... unica in numero, ... in ... loca...

EVCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM.

DEFINITIONES.

1. *Punctum est, cujus pars nulla.*

GRæcè legitur *σημεῖον* i. e. signum; cũ enim sit omnis magnitudinis extra, illud quod exterius pingitur, signum est illius quod mente concipitur; estq; idem quod unitas in numero, instans in tempore, & sonus in [illegible]

2. Linea

2. Linea vero longitudo non lata.

Linea talis nulla existit à parte rei, sed sicut punctum, ita & linea quam ducimus signum est illius quam mente concipimus. Si enim punctum quod concipimus moveretur & relinqueret sui vestigiū, illud esset linea, longum propter motum, non tamen latum, quia punctum à quo procedit omnis expers est extensionis.

3. Lineæ autē termini sunt puncta.

Id est longitudines ut longitudo est, principium & finis est punctum: quia magnitudinem non considerat mathematicus, nisi ut finitam. Unde cum infinitam lineam vocat Euclides, intelligit lineam

cujusvis:

cujusvis magnitudinis, seu indeterminatam.

4. Recta linea est, quae ex aequo sua interjacet puncta.

Sive cujus extrema obumbrant omnia media, ut dixit Plato: vel minima earum quae terminos habent eosdem, ut vult Archimedes. Cùm enim fluxu puncti concipiatur fieri linea, sic ex aequo inter sua puncta fluat, aut per brevissimum spatium, dicetur recta, Si punctum feratur uniformi motu & distantia à certo aliquo puncto, dicetur circularis; Si in motu hinc inde titubet, & hic depressior sit, alibi altior & extrema non obumbrent omnia media, dicetur, mixta. Hinc ingeniose dixit Aristoteles l. 1. de Coelo tex. 5, juxta triplicem hanc lineam, tres tantùm esse posse motus, duos simplices, rectum & circularem,

rem, tertium vero mixtum ex utroque.

5. Superficies verò est quæ longitudinẽ latitudinẽq; tantum habet.

Ut fluxu puncti producitur linea, prima species quantitatis continuæ, sic fluxu lineæ in transversum, produci concipitur superficies, secunda species: quæ potest dividi in longum ut linea, & præterea in latum. Umbram concipe, ait Proclus, superficiem concipies longam, & latam, nullo tamen modo profundam.

6. Superficiei autẽ extrema sunt lineæ.

Hæc definitio intelligenda est tantùm de superficie plana vel mixta, non autem de circulari. quando enim habet extremum,

...perficies. I
...tur, linea minim...
...in, ut linea.

7. Plana superficies, est quæ ex æquo suas interiacet rectas.

...dixi de linea recta, ...ut ea plana superficies sumenda.

8. Planus angulus, est duarum linearum in plano se mutuo tangentium, ...non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

...Curvilin... æquali ... Marcellin, ... se mutuo tangant. ... sunt, est alterius in alteram inclinatio. Unde sequitur ... quod si ... duæ lineæ ... debent, tangere, ...

extremum, lineam tantùm habet, non lineas.

7. Plana superficies, est quæ ex æquo suas interiacet rectas.

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana superficie sunt intelligenda.

8. Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuò tangentium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Hic causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt. Formalis, est alterius in alteram inclinatio. Unde sequitur quòd illæ duæ lineæ se debent tangere, ut

jaceant

jaceant in directum, id est ut unicam rectam constituant lineam, sed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas consistit in majori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3. *non esse necesse*, ut duæ lineæ post contactū productæ se mutuò secent, ut vult Pelletarius, id enim tantùm est verum in angulis rectilineis: sed sufficere, ut se tangant & mutuo inclinentur.

Denique si angulus ille sit in superficie plana, dicetur planus. In omni verò figura, licet quemlibet angulum tribus literis apellemus, ille tamen semper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. Cum autem continentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appelatur angulus.

Si utraq; curva, curvilineus: si curva altera, altera recta, mixtus.

10. Cum verò recta AB, super rectam CD, stans, eos qui sunt deinceps ABC, ABD, angulos, æquales inter se facit, rectus est uterq; æqualium angulorum, & insistens recta AB, perpendicularis vocatur ejus cui insistit CD.

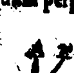
Tùnc angulus uterq; dicitur æqualis, quando recta AB, non

non magis in C, quam in D, inclinat.

Quod autem Græci dicunt κάθετος latinè redditur perpendicularis, frequentius tamen utuntur mathematici verbo græco quam latino, maxime in Optica: unde apud eos nihil usitatius quàm πρὸς κάθετον, imo latine reddunt Cathetum.

11. *Obtusus angulus EBC, est, qui major recto ABC.*

Nempe quia recta EB, majus recedit à subjecta CD, quàm perpendicularis AB.



12. *Acutus vero EBD, qui minor recto AB D.*

13. *Terminus est quod alicujus est extremum.*

Talia

Talia sunt, punctum, linea, superficies: nempe punctum lineæ, linea superficiei, & superficies corporis.

14. *Figura est quæ sub aliquo, vel sub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dicit sub aliquo, nempe quia circulum & ellipsim, unicus terminus, hoc est linea circularis comprehendit: ad rectilineas vero figuras plures semper termini requiruntur. Porro notabis debere terminos quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non vero tantum terminare. Unde sequitur 1. Quod lineæ nulla proprie est figura, cum puncta lineam non ambiant sed solum terminent. Sequitur 2. quod superficiei infinitæ vel corporis infiniti; si quod dari posset, figura nulla sit, 1. quia omnis figura debet ambire & comprehendere

prehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremum rei: Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?

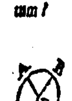
15. *Circulus est figura plana sub una linea A, B, C, comprehensa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum quæ intra figuram sunt posita, omnes cadentes rectæ DA, DB, DC, æquales inter se sunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphæricorum lib. 1. def. 1, & 2, idem habet, definitione verò 5. sic polum describit.

Polus

prehendere figurarum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem est extremum rei: Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?



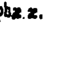
15. *Circulus est figura plana sub una linea A, B, C, comprehensa, que vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum qua intra figuram sunt posita, omnes cadentes recta DA, DB, DC, equales inter se sunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphæricorum lib. 1. def. 1, & 2, idem habet, definitione verò 5. sic polum describit.

Polus

Polus circuli in Sphæra, punctum in superficie sphæ- à quo omnes rectæ ad circu- peripheriam tendentes, 1. sun- inter se æquales. Ex quib- colliges inter centrum & po- lum hoc tantùm esse discrim- nis, quòd centrum concipia- tur intra figuram positum Polus verò in superfici- Sphæræ.



17. *Diamete- autem circul- est recta qua- dam AB, pe- centrum D, du- cta & terminata ex- utraque parte, à circul- peripheria A, & B, qua- & bifariam secat circu- lum.*

Hîc tria observabis 1. omne- diametros ejusdem circuli es- æquales inter se, cùm earu- medi-

medietates ex def. 15. sint æquales. 2. Quod sequitur ex 1. est quòd licet in circulo possint infinitæ duci rectæ non transeuntes per centrum, solæ tamen rectæ per centrum ductæ, & in peripheria terminatæ dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ verò inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cuiusque rei, ait Ptolemæus, in Analemmate, debet esse stata determinatáq; non indefinita. Unde non est quod mirentur tyrones, si in feminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est Diameter quod lineæ dimetiens vel in duo æquales dividens.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionem semicirculi sic coaptari ortioni reliquæ ut diameter

sit

sit utriusque basis. Si circumferentia una congruat penitus circumferentiae alteri, manifestum est illas duas portiones à diametro factas, esse inter se aequales, cum neutra aliam excedat. Si verò circumferentia unà non congruat cum altera, sed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectae ductae à centro ad circumferentiam erunt aequales & non erunt.

18. *Semicirculus autem est figura quae continetur sub diametro AB & sub ea linea ADB, quae aufertur de circuli peripheria.*

19. Segmentum circuli eſt figura quæ continetur ſub recta & circuli peripheria.

Per rectam hîc intellige omnem non diametrum, niſi item velis ſemicirculum dicere ſegmentum.

20. Rectilineæ figuræ ſunt quæ ſub rectis continentur.

21. Trilateræ quidẽ quæ ſub tribus.

22. Quadrilateræ vero quæ ſub quatuor.

23. Multilateræ autem quæ ſub pluribus quàm quatuor rectis comprehẽduntur.

24.Tri-

24. *Trilaterarum porro figurarum, æquilaterum triangulum est, quod tria latera habet æqualia.*

25. *Isosceles autem, quod duo tantùm habet æqualia* AB. AC.

Σκέλος, τὸ, crus Græcis est unde compositum ἰσοσκελὴς qui æqualibus est cruribus: τρίγωνον ἰσοσκελὲς quod è tribus lineis duas æquales habet quibus quasi cruribus insistit.

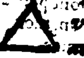
26. *Scalenum vero quod tria inæqualia habet latera.*

Triangulorũ hæ sunt species ex laterum ratione petitæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

27. *Ad hæc verò trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum* ABC.

28. *Amblygonium est quod habet obtusum angulum* ABC.

Ἀμβλὺς enim de obtuso & hebete dicitur propriè de ferro cujus acies est obtusa: unde, ἀμβλυγώνιον quod obtusum angulum habet ἀμβλεῖαν γωνίαν ἔχον.



29. *Oxygonium verò, quod tres acutos habet angulos.*

27. A[...]
ctorum vero tria-
nerum figu-
rum, recta[n]-
gulum quidem tri-
gulum est quod habe[t]
rectum angulum ABC.

28. Amb[ly]-
gonium [...]
quod ha[bet]
obtusum a[n]-
gulum AB[C].

Ἀμβλυγώνιον [...]
habens dicitur proprie [...]
ro cujus acies [...]
unde, ἀμβλυγώνιον [...]
obtusum angulum habe[ns] [...]
βλεῖαν γωνίαν ἔχον.

29. Oxygoni[um]
vero, quod [tres]
acutos habet a[n]-
gulos.

Nα.

Not. In omni triangulo, cujus duo quælibet latera expresse nominantur, solet reliquum latus a Mathematicis, basis dici, sive illud sit situ locum infimum occupet, sive supremum.

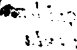
30. Quadrilaterarum autem figurarum quadratum est quod æquilaterum est & rectangulum.

31 Altera parte longior figura est, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

32 Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non

B 3

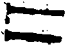
Ῥόμβος Græcis rota est, seu quiddam rotæ formam habens, à radice ῥέμβω id est quod gyrum circumago: apud Mathematicos tamen cum dicatur figura quadrangula & lateribus constans æqualibus, sed non etiam angulis, quæ ut apparet, nihil habet commune cũ rota & ad motũ circulare prorsus inepta est, multoq; adhuc magis ῥομβοειδὴς figura alia de qua proxime, Rhombo similis. Malim utramque figuram ita dictam à similitudine quam habet cum Rhombo pisce.



33. Rhomboides verò quæ adversa & latera & angulos æqualia inter se habens, neque æquilatera est, neque rectangula.

34. *Præter has autem reliqua quadrilatera, trapezia appellentur.*

Τράπεζα Græcis est mensa unde diminutivum τὸ τραπέζιον mensula, abaculus, hinc apud Mathematicos τὰ τραπέζια figura quadrilatere, quæ mensas aliquatenus referunt: Est vero Trapezium vel isosceles, vel scalenum vel irregulare.

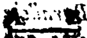


35. *Parallelæ sunt rectæ, quæ in eodem plano existentes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neutram mutuò incidunt.*

Ad hoc ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non sufficit ut productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectæ in transuersum positæ mediante aliqua, & non se tangentes, dicerentur parallelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, ut sint in eodem plano.

Postulata.

1. *Postuletur à quouis puncto A ad quoduis punctum B, rectam lineam AB, ducere.*



2. *Et*

2. *Et termi- natam rectam AB in conti- nuum ... producere, in C.*

3. *Et quouis centro & interuallo circulum describere.*

Communes notiones seu axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia.*
2. *Et si æqualibus æqualia adiecta sint, tota sunt æqualia.*
3. *Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.*
4. *Et si inæqualibus æqua-*

2. *Et terminatam rectam* AB *in continuum rectà producere, in* C.

3. *Et quovis centro & intervallo circulum describere,*

Communes notiones seu Axiomata.

Quæ eidem æqualia, inter se sunt æqualia.

Et si æqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt æqualia.

Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.

Et si inæqualibus

æqualia adjecta sint, tota sunt inæqualia.

5. Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.

6. Et quæ ejusdem duplicia, inter se sunt æqualia.

7. Et quæ ejusdem dimidia, inter se sunt æqualia.

8. Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.

Id est quæ collata, ita componuntur, ut pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem certæ & æquales congruunt, uti & anguli.

9. Et totum parte majus est.

10. Et omnes recti anguli æquales inter se sunt.

11. Si

11. *Si in duas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidens interiores & ad easdem partes angulos* BEF. EFD. *duobus rectis minores faciat; producta dua illa recta in infinitum, coincident inter se ad eas partes in quibus sunt anguli duobus rectis minores.*

Scio principium hoc obscurum quibusdam, & à Gemino & Proclo rejectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus communibus rejici, quod unus aut alter ei assensum negaret: porreret enim & nonũ expungere. Iam enim sunt aliqui Philosophi adeo subtiles, ut negent totum sua parte majus. His & illis sufficiat dicere Euclidem cæterosque omnes, hæc

hæc omnia ex sola terminorum notione, evidentia censuisse, & existimasse sensu communi carere, qui ea negaret. Ne scrupulus remaneat, illud demonstrat Clavius prop. 28. l. [illegible]

12. *Duæ rectæ spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

PRO-

PROPOSITIO I.

Super data recta terminata AB, triangulum æquilaterum ABC, constituere.

[illegible]

PRO-

PROPOSITIO I.

Super data recta terminata AB, *triangulum æquilaterum* ABC, *constituere.* *Problema 1.*

PRaxis. Ex centris A & B, spatio AB, describe a duos circulos & ex puncto sectionis C. duc b rectas CA, CB, & dico triangulum ABC, esse æquilaterum.

a 3. *Post.* b 1. *Post.*

Probatur Recta AC, æqualis est c rectæ AB; & CB. eidem c ergo rectæ A C CB sunt æquales rectæ AB. Ergo CA, CB, æquales sunt d inter se; & cum tertia AB. Ergo Triangulum ABC, est e æquilaterum. Quod erat faciendum.

c 15. *Def.* d 1. *Ax.* e 24. *Def.*

PRO-

PROPOSIT. II.

Ad datum punctum A data recta BC. *æqualem rectam* AG. *ponere.*

PRax. Jungantur a AC. In rectam AC. fac b triangulum æquilaterum CDA. centro C. spatio BC, duc c circulum: latus DC. produc d in E. centro D. spatio DE, duc majorem circulum: latus DA. produc in G. Recta AG. æqualis est rectæ CB.

Prob. Rectæ DA. DC. sunt e æquales. Rectæ DE. æqualis f rectæ DG. g Ergo recta AG. rectæ CE. Rursus, recta f CE. æqualis est rectæ CB. h Ergo AG. ipsi CB. Quicunque autem alii ponantur casus eadem semper erit constructio & demonstratio ut bene notat Clavius ex Proclo.

PRO-

PROPOSITIO III.

Datis duabus rectis inaequalibus A. *&* BC. *de majori* B. C. *minori* A. *aequalem rectam* BE. *detrahere.* *Prob. 3.*

Ras. Ad datum punctum B. datae rectae A. aequalem rectam DB. a pono. Centro spatio BD duco b circulum, bscissa BE. est aequalis ipsi

a 2. Prop.
b 3. Post.

Prob. Recta BE. est c ae-alis ipsi BD. quae ponitur aequalis ipsi A. Ergo abcis- BE. aequalis est e datae A. uod erat faciendum.

c 15. Def.
d Ex constr.
e 1. Ax.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Theo. 1

Si duo triangula A, *&* D, *duo latera, duobus lateribus æqualia habeant, utrumq; utriq;* hoc est AB, ipsi DE, & AC, ipsi DF, *habeant &* *angulum* A, *angulo* D, *æqualem sub æqualibus rectis contentum: Et Basim* BC, *basi* EF, *æqualem habebunt, & triangulum* ABC, *triangulo* DEF, *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erunt, uterque, utrique*, hoc est, angulus B, angulo E, & angulus C, angulo F, æqualis erit *sub quibus æqualia latera* AB, ipsi DE & AC ipsi DF, *subtenduntur*.

Prob.

PRob. Latus AB. lateri DE. & latus AC. ipsi DF. & angulus A, angulo D. ponuntur æquales; ergo si super ponantur, *a* congruent: ergo & basis BC. basi EF. congruet. Lineæ enim rectæ sibi congruunt, quarum extrema congruunt, aliàs non ex æquo ua puncta *b* interjacerent: Deinde si negas, earum una adat vel supra EF. in G. vel nfra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF. spatium comprehendunt, quod est contra 14 xioma. Bases igitur & omnia tera congruunt. Ergo & nguli, cum anguli non sint iud, *c* quam inclinationes sarum linearum, quæ supra onuntur congruere. Omnia era & anguli congruunt, rgo totum triangulum toti angulo est æquale. Quod it demonstrandum.

a 8. *Ax.*

b *Def.* 4.

c *Def.* 8.

PROB.

PROPOSITIO V.

Isoscelium triangulorum ABC. qui ad basim sunt anguli ABC. ACB. inter se sunt aequales & productis aequalibus rectis AB. AC. puta in D. & E. qui sub basi sunt anguli CBD. BCF. inter se aequales sunt.

PRaeparatio. Ex lineis AB, AC. productis, accipio aequalia BD, CF, & duco rectas CD. BF.

Prob. Triangulorum BAF, CAD, unum latus BA. Vni CA. & alterum FA. alteri DA. aequale est *a* Et angulus BAC. vtrique est communis: ergo Angulus ABF. aequalis est angulo ACD. & angulus AFB angulo ADC. & basis BF. basi CD. aequalis. Rursus in triangulis BCD. CBF latus CF. lateri BD. ponitur aequali & latus FB. probatum est aequale ipsi DC. & angulus D. angulo F. aequalis. Ergo *b* anguli CBD. BCF. infra basim sunt aequales Anguli: ABF. ACD. probati sunt aequales. Ergo si ex eis tollam angulos CBF. BCD. quos item probavi aequales, restabunt *c* aequales anguli ABC. ACB. supra basim. Thales fertur autor hujus propositionis.

Correlarium. Omne triangulum aequilaterum, est aequiangulum.

PROPOSITIO VI.

Si trianguli ABC. *duo anguli* ACB. *æquales inter se fuerint, & sub æqualibus angulis subtensa latera* AB. AC. *æqualia inter se erunt.* Th. 3.

Si negas: pars unius BD. a fiat æqualis alteri CA. hoc positoq; triangula DBC. ACB. se habent iuxta quartam, nam *latus* BC. commune & latera BD. CA. æqualia, & anguli DBC. ACB. æquales. Ergo & totum triangulum, æquale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. b

a 3. Prop.

b Ax. 9.

Coroll. Omne triangulum æquiangulum est æquilaterũ.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Super eadem recta AB, *duabus eisdem rectis* AC, BC, *aequales aliae duae rectae* AD, BD, *utraque utrique*, hoc est AC ipsi AD, & BC, ipsi BD, *non constituentur ad aliud & aliud punctum*, puta D, *ad easdem partes*, nam ex sua nihil impedit *eosdem terminos* B & A, *habentes, cum duabus initio ductis rectis.*

PRob. Quia si possint duci duae aliae, ducantur in D. ad a.5. Prop. Ergo triangulum CAD, a est Isosceles ergo anguli ACD. ADC aequales. Rursus triangulum CBD, a est Isosceles. Ergo b anguli B D C. BCD.

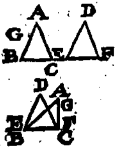
BCD. sunt æquales, cùm tamen angulus CDA, pars anguli totalis CDB, probatus sit æqualis totali angulo AC D. Idemque sequetur incommodum ubicumque statuatur punctum versus easdē partes: Nam si ponatur punctum intra triangulum in D. ut in secunda figura, ductis AD. BDF. BCE. & DC. sic dico, rectæ AD. AC. ponuntur æquales: ergo a anguli ADC. ACD. sunt æquales. Similiter BD. BC ponuntur æquales ergo anguli infra basim ECD. FDC. sunt æquales, ergo angulus FDC. major angulo ACD. & multo adhuc major erit angulus ADC. cùm jam ADC. ACD. probati fuissent æquales.

a 5. Prop.

Denique non potest statui punctum in parte alicuius lineæ ex datis, alioqui pars esset æqualis toti, contra. 9. ax.

BCD.

PROPOSITIO VIII.

Th. 5: 

Si duo triangula A. D. *duo latera duob⁹ lateribus* AB, DE, AC, DF, *æqualia habeant, alterum alteri: habeant etiam basim* BC, *basi* EF, *æqualem: & angulum* A, *angulo* D, *æqualem habebunt, sub æqualibus rectis contentum.*

PRob. Quia si congruant latera, congruent & anguli: cum, *a* angulus non sit aliud quam inclinatio duarun linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD, apex D, non cadat in A, sed in G, ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC, ducentur ad aliud punctum. Contra præcedentem.

a 8. Def.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Datũ angulũ rectilineum BAC. *bifariam secare.* Prob. 4.

PRax. Ex lateribus dati anguli BAC, sumo *a* rectam AD, & ipsi æqualem AE. supra basim DE, constituo *b* triangulum æquilaterum DEF, duco rectam AF, quam assero dividere bifariam angulum A. *a* 3. Prop. *b* 1. Prop.

Prob. Rectæ D, AE, ponuntur æquales: A F communis est, & basis DF, basi E, ponitur item æqualis, b ergo anguli DAF, FAE, sunt æquales. Ergo angulus BAC, divisus est bifariam: Quod faciendum erat. *b* 8. Prop.

PRO-

PROPOSITIO X.

Datam rectā terminatā GH bifariā secare.

PRax. Supra rectam GH, a constituo triangulum æquilaterum GAH, cujus angulum A, divido b. bifariam, & ducta recta AF, dico rectam GH, divisam bifariam in I.

Prob. Triangula GIA, HIA, sic habent juxta quartam ex constructione figuram: ergo habent bases GI, IH. æquales. Ergo recta GH, divisa est bifariam. Q.E.F.

PROP.

PROPOSITIO XI.

A Data recta DE, [illegible] puncto I. [illegible], ad rectos angulos, rectam lineam IA excitare.

[illegible]

PRO.

PROPOSITIO XI.

Data recta DE. *à puncto* I. *in ea dato, ad rectos angulos, rectam lineam* IA. *excitare.* Pr

PRax. Ex linea DE. à puncto I. sumo a partes hinc inde aequales I D. I E. in D E. b constituo triangulum aequilaterum DAE. à puncto A. ad punctum I. duco rectam, quam assero perpendicularem. a 3 Tr b 1 Pr

Prob. Latus D I, c I E est aequale lateri I E, & latus d DA, ipsi AE, & latus AI, commune. e Ergo anguli AID, AIE, erunt aequales, f ergo recti: ergo f AI perpendicularis. c Ex d 2 De e 8 Pr f 1 De

PRO.

PROPOSITIO XII.

Prob. 4

Super datam rectam infinitam DE. *à dato puncto* A. *quod in ipsa non est, perpendicularem rectam lineam* AI. *excitare.*

PRax. Centro A. duco circulum, qui secet rectam DE: à sectionibus duco rectas DA, EA, *a* divido DE, bifariam in I, & duco rectam AI. quam dico perpendicularem.

a 10. *Prop.*

Prob. Latera AD, AE, *b* sunt æqualia, *c* latus DI, æquale lateri IE, & AI. commune *d* ergo anguli AID, AIE, sunt æquales: *e* ergo recti: ergo AI. est perpendicularis.

b 15. *Def.* c *Ex const.* d 8 *Prop.* e 10. *Def.*

Hujus propositionis autor fertur Oenipides Chius annis ante Christum circiter 550.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Cùm recta AB, *vel* BE, *supra rectam* CD, *consistens,* ... *gulos facit: aut duos* ... *ctos* ABC, ABD, *aut* ... *obus rectis æquales* ... BC, EBD. *faciet.* Th. 6.

... Rob. Recta BB, cum re... cta DC, aut facit utrinque ... ales angulos & a consequenter rectos; aut non facit: ... on facit, b excitetur ex B. ... pendicularis BA. Quoniã ... ur angulo ABD, æquales ... nt ABE, EBD. Si utrisque ... us rectũ ABC, d erunt duo ... i ABC, ABD, æquales ... s angulis ABC, ABE, ...), & consequenter tres illi ... ales duobus rectis Q.E.P.

a 10. Def. b 11. Prop. c 13. Ax. d 2. Ax.

C PRO-

PROPOSITIO XIV.

Theo. 7.

Si ad aliquam rectam AC, *& in eo punctū* C, *dua recta* DC, CE, *non ad easdem partes ducta, eos qui sunt deinceps angulos* ACD, ACE, *duobus rectis aquales fecerint, in directum erunt inter se recta.* hoc est DCE, erit una linea recta.

PRob. Si rectæ DC, CE non jacent in directum, a jaceat CF, aut alia quæpiam. Ergo anguli ACD, ACF valent b duos rectos. Ergo c pars est æqualis toti. Nam prius ex hipothesi DCA, ACE. valebant duos rectos.

a Per. 2 Post.
b 13. Prop.
c Cont. ax. 9.

PRO:

PROPOSITIO XIV.

Th. 7.

Si ad quam ctam b & ad puncti duae rectae DC, CE, n easdem partes ducta qui sunt deinceps an ACD, ACE, duobu ctis aequales fecerint directum erunt inte rectae. hoc est DCE, una linea recta.

PRob. Si rectae DC, C non jacent in directu jaceat CF, aut alia quae m. Ergo anguli ACD, AC aleant b duos rectos. Erg ars est aequalis toti. N ius ex hipothesi DC CE. valebant duos rectos

PRO

PROPOSITIO XV.

Th.

Si duae rectae AB, CD, secent se invicem, angulos ad verticem AED, CEB. aequales inter se efficient.

PRob. Nam sive angulo AED, sive CEB, addatur angulus medius DEB, a erit aequalis duobus rectis, b ergo anguli CEB, AED, sunt aequales. Idemque fiet si angulo AEC, vel DEB, adjiciatur angulus AED. a 13. Prop. b 3. Ax.

Thales Milesius fertur autor hujus propositionis.

Corol. 1. Duae rectae secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis, quatuor angulos, quatuor rectis aequales.

Corol. 2. Omnes anguli, circa idem punctum constituti, aequales sunt quatuor rectis.

PROPOSITIO XVI.

Th 9.

Omnis trianguli, puta ABC, *uno latere* BA, *producto in* E, *externus angulus* EAC *utrolibet interno & opposito* C, *vel* B. *major est.*

a 16. Prop. PRob. Latus AC. *a* bisecetur in F, ducatur BG. ita ut BF. sit æqualis FG. Junge recta A G. eruntque triangula AFG. FBC. habent se juxta 4. nam latus *b* AF. habent
b Ex Const. lateri FC. & latus FG lateri FB, &
c 15. Pro. angulum AFG. *c* angulo BFC, æqualem *d* ergo & angulum GAF,
d Prop 4 angulo FCB, æqualem habebunt, ergo angulus totalis EAC; externus major est interno & opposito ACB. Quod si latus AB, bisecetur in L idem fiet & probabitur angulum externum DAB, majorem esse angulo ABC. Ergo cùm angulus EAC e sit æqualis angulo DAB. erit
e 15. Pr. angulus EAC, externus, major quolibet interno & opposito nempe angulo C. vel B.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Omnis tri- *Th. 10.*
anguli ABC.
duo anguli,
CA.CAB. vel alii quibet, *quocunque modo* [s]*mpti, duobus rectis sunt* [m]*inores.*

Rob. Producto BC. in D. externus angulus ACD, *a* *a 10. Prop.* [m]ajor est angulo A. vel. B. [E]t anguli ACD. ACB. *b* *b 13. Prop.* [va]lent tantum duos rectos, [er]go anguli B & C interni, [se]u CAB. BCA. sunt mi[nor]es duobus rectis. Idem di[co] de angulis A & B si pro[duc]am latus, BA.

[C]oroll. 1. In omni triangu[lo] cujus unus angulus fuerit [rect]us vel obtusus, reliqui [sunt] acuti.

[C]oroll. 2. Omnes anguli tri[ang]uli æquilateri & trianguli [Is]oscelis, anguli supra basim [sunt] acuti.

PROPOSITIO XVIII.

Th. 11.

Omnis trianguli ABC. *majus latus* AC. *majorem angulum* ABC. *subtendit*.

SI negas: Ex majori latere AC. *a* fac AD. æquale ipsi AB. duc rectam BD. *b* erunt anguli ABD. ADB. æquales. Est autem angulus ADB. hoc est ABD. externus & oppositus angulo C. *c* ergo major. Multo ergo major est totalis angulus ABC. angulo C. Major item est angulo A. nam fac CE. æqualem ipsi CB. *d* erunt anguli CEB. EBC. æquales, *e* & angulus CEB. hoc est EBC. major angulo A. *f* ergo angulus ABC. major angulo A. Q. E. D.

a 3. Prop.
b 5. Prop.
c 16. Prop.
d 5. Prop.
e 16. Prop.
f 9 Ax.

PRO-

PROPOSITIO XIX.

Omnis trianguli ABC *majus latus* A C. *sub majori angulo* ABC. *subtenditur.* Theor. 12.

SI negas latus A C. esse majus latere AB. sint æqualia: a ergo anguli B. & C. sunt æquales, contra hypothesin. Si latus AB. dicas majus latere A C. b ergo angulus C. major erit angulo B. contra hypoth. Idem dicam de latere BC. Ex quibus sic dico latus AC. nec minus est nec æquale lateribus AB. BC. ergo majus.

a 5. Prop.

b 18. Prop.

PROPOSITIO XX.

Omnis trianguli ABC. *duo latera*, puta AB. AC. *quomodocunque sumpta, reliquo* BC. *sunt majora.*

PRob. Produco CA. in D. sic ut AD. sit æquale ipsi AB. & proinde CD. æqualis ipsis CA. AB. ducta recta DB. sic dico Rectæ AD. AB. sunt æquales: b ergo æquales anguli D. & DBA. c. Major ergo utrolibet erit totus angulus DBC. sed hunc angulum subtendit latus CD. hoc est CA. AB. d ergo recta CD. hoc est CA. AB. major est quàm latus BC.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si super triangulo ABC, uno latere BC, ab extremitatibus duae rectae BD, DC, interius constitutae fuerint, hae constitutis reliquis trianguli duobus lateribus AB, AC, minores quidem erunt, majorem vero angulum continebunt, i. e. angulus D. major erit angulo A. 11, 14

Prob. 1a pars. Producto DB. in E. in triangulo BAE. duo latera BA, AE. a majora sunt tertio BE. a 20. ergo si addatur commune EC. erunt BA, AC. majora quam BE, EC. Prop. Eodem modo in triangulo CED. latera CE, ED. majora sunt tertio CD. ergo si commune addatur DB. erunt CE, EB. majora quam BD, DC. sed AB, AC. probatum sunt majora quam BE, EC. ergo majora quam BD, DC. Prob. 2. Angulus BDC externus b major est interno b 16. & opposito DEC, & hic major angulo A. interno & opposito, multo Prop. ergo major angulus BDC. angulo A. Q. E. P.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si super trianguli ABC, *uno latere* B C, *ab extremitatibus [d]uae rectae* BD, DC, *inte[r]ius constitutae fuerint, hae [c]onstitutae, reliquis trian[g]uli duobus lateribus* AB, [A]C, *minores quidē erunt, [m]ajorem vero angulum [c]ontinebunt*, i. e. angulus [BD]C major erit angulo A. Th. 14.

[P]Rob. 1. part. Producto DB, in E, in triangulo BAE. duo latera [B]A. AE. *a* majora sunt tertio BE. [er]go si addatur commune EC. [er]unt BA. AC. majora quam BE. [EC.] Eodem modo in triangulo [CE]D, latera CE. ED, majora sunt [ter]tio CD. ergo si commune ad[da]tur DB. erunt CE. EB. majora [qu]am BD.DC. sed AB.AC. probata [sun]t majora quā BE. EC. ergo ma[jor]a quā BD.DC. Prob. 2. Angulus [BD]C. externus *b* major est interno [&] opposito DEC, & hic major an[gul]o A. interno & opposito, multo [erg]o major angulus BDC. angu[lo] A Q. E. P. *a* 10. Prop. *b* 16. Prop.

PROPOSITIO XXII.

.3. *Ex tribus rectis* D F, FG, GH, *quæ sunt æquales tribus datis rectis* A, B, C, *triangulū* FIG, *constituere: oportet autem duas* DF, GH, *quomodocunq; sumptas, reliqua* FG, *esse majores:* [a] *quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunq; sumpta reliquo sunt majora.*

PRax. Datis rectis *ABC.* sume ipsis ordine æquales *DF. FG. GH.* cētro *F.* spatio *FD.* duc circulū *DI.* & centro *G.* spatio *GH.* duc aliū *HI.* iunge datas cum intersectione circulorum in *I.* lineis *FI. GI.* & factum esse quod petitur.

Prob. In triangulo *FIG.* rectaF*I.* æqualis est *b* ipsi *DF.* hoc est *A.* & *GI.* ipsi *GH.* hoc est *C.* & *GF.* ipsi *B.*

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Ad datam re[illegible] [illegible] AB, [illegible] C, *dato angulo rectilineo* DEF, [illegible] GCH, [illegible]

SUme in [illegible] D, [illegible] DI, [illegible] CGB [illegible] EDF [illegible] R. & G. [illegible] Hujus verò propositionis [illegible] Oenipodes Chius.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Ad datam rectam AB, *& punctum in ea* C, *dato angulo rectilineo* DE, *æqualem angulũ rectilineum* GCB, *constituere.* Prob. 9.

Sume in rectis EHEI. duo puncta utcunq;, puta D. & F. quæ recta DF. junges. um a fiat triangulum CGB. a 22. Prop. habens latera æqualia lateri-us trianguli EDF. singula ngulis: hoc facto triangula habent juxta propositionem ergo anguli E. & C. erunt quales. Hujus verò propotionis autor fertur Oenipedes hius.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Theo. 15

Si duo triangula ABC, DEF, *duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri,* hoc est AB, ipsi DF, & AC, ipsi DE, *angulum vero* A, *angulo* D, *majorem habuerint, sub æqualibus rectis contentum: & basim* BC, *basi* FE, *majorem habebunt.*

a 23. Prop. Si imagatur ad rectã FD & ad punctum in ea D. *a* fiat angulus FDG, æqualis angulo A. & latus DG, ipsi DE, hoc est, ipsi AC, sit æquale, *b* & consequenter, basis BC, basi EG, jungantur rectæ GE, GF, anguli DGE, DEG *c* æquales erunt. Ergo totus angulus FEG major quam DEG, major etiam erit quam DGE: & multo major quam FGE. *d* ergo recta GF, & huic æqualis BC, major est quam EF.

b 4. Prop.

c 5. Prop.

d 19. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXV.

Si duo triangula ABC DEF, duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri hoc est AB, ipsi ED, & AC, ipsi DF, *basim verò BC, basi EF, majorem habuerint: & angulum A, angulo D, majorem habebunt sub æqualibus rectis contentum.* Th.16.

Resp. Quia si angulus *A*. non est major angulo *D*. vel æqualis: vel minor: si æqualis: a ergo bases *BC*, *EF*. sunt æquales, quod est contra hypothesim. Si minor: cum latera *AB*. *AC*. sunt æqualia lateribus *DE*. *DF*. basis *EF*. b major erit base *BC*. contra hypothesim.

a 4. Prop.

b 24. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

Th. 17.

Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & unum latus uni lateri æquale, sive quod adjacet æqualibus angulis, sive quod uni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulũ reliquo angulo.

PRob. Sint in triangulis *ABC*. *DEF*. anguli *B*. & *C*. æquales angulis *E*. & *F*. sintque primo latera *BC*. *EF*. (quæ adjacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus *ED*. non est æquale ipsi *BA*. sit majus, & sumatur *EG*. æqua-

lis

lis, ipsi BA. tum ducta FG. duo latera triangulorum GBF. ABC. æqualia sunt, & anguli E & B. æquales contenti inter latera æqualia. Ergo anguli C & GFE. sunt æquales, quod esse non potest, nam angulus GFE. est pars ipsius DFE. qui æqualis ponebatur ipsi C. am ergo DE. major est quam BA. Sed neque minor, alias teri BA. eadem quæ prius pplicaretur demonstratio. Ergo æqualis. Ergo triangula BF. ABC. se habent juxta & latera lateribus, & anguli angulis correspondentibus sunt æquales.

Sint deinde latera AB. DE. bendentia æquales angulos & EFD. inter se æqualia, o altera BC. CA. ipsis EF. D. esse æqualia, & angulum angulo D æqualem. Si enim us EF. sit majus latere BC. rectam EG. æqualem ipsi C. duc rectam *DG.* quom igitur latera AB. BC.

BC. sunt æqualia ipsi DE. EG. & anguli B. & E. sunt æquales ex hypoth. erit angulus C.

4.Pr. angulo EGD. æqualis. [b] Igitur & angulus EGD. angulo EFD. erit æqualis, hoc est externus interno & opposito [c] quod est absurdum.

c. op. Non ergo latus BC. lateri EF. inæquale, ergo æquale; ergo triangula ABC DEF. se habent juxta 4. cum latus AB. ipsi DE. & BC. ipsi EF. & angulus B. angulo E. sit æqualis & consequenter basis AC. basi DF. Thales Milesius autor hujus.

PRO-

PROPOSITIO XXVII.

[illegible] AB, CD, [illegible] AGH, DGH, [illegible]

[illegible]

PRO-

PROPOSITIO XXVII.

Si in duas rectas AB. CD. *recta* EF *incidens, angulos alternos* AGH. DGH. *aequales inter se fecerit: parallelae erunt inter se rectae.* Theor. 18.

PRob. Si non sunt parallelae, a coibunt tandem, puta in *I.* & fiet triangulus *GIH.* cujus angulus externus *AGH.* erit b major interno & opposito *GHD.* cui tamen ex hypothesi erat aequalis. Idemque demonstrabitur si dicantur concurrere in K. Ergo non concurrunt. a Ergo sunt parallelae.

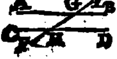
a 35. *Def.*

b 16. *Prop.*

PRO-

PROPOSIT. XXVIII.

Theo. 19



Si in duas rectas AB, CD, *recta* EF, *incidens, externum angulum* AGE, *interno & opposito & ad easdem partes* GHC, *æqualem fecerit: aut internos & ad easdem partes* AGH. GHC, *duobus rectis æquales fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.*

PRrobatur 1a. pars. Angulo *AGE* a æqualis est angulus *BGH*. angulus *CHG*. æqualis ponitur angulo *AGE*. b ergo alterni *BGH*. *GHC*. sunt æquales, c ergo rectæ *AB*. *CD*. sunt parallelæ.

a 15. Prop.
b 1. Ax.
c 27. Prop.

Probatur 2a Angulus *EGA* cũ angulo *AGF*. d valet duos rectos,

d 13. Prop.

PROPOSIT. XXII

Theo.19

Si ... recta ...

CD, EF, *...dens, externum an... AGE, interno & o... & ad easdem ... GHC, aequalem fu... aut internos & al... partes* AGH. GHC, *...bus rectis aequales fu... parallela erunt in... recta.*

PRobatur 1a. pars. h... *AGE* a aequalis est a... lus *BGH*, angulus *GHC* ... qualis ponitur angulo *A*... b ergo alterni *BGH. G*... sunt aequales, c ergo re... *AB. CD.* sunt parallelae ... Probatur 2a Angulus *EG*... cū angulo *AGF*. d valet ... rectis

a 15. Prop. b 1. ax. c 27. p.

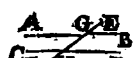
rectos, anguli *AGH. GHC.* ponuntur aequales duobus rectis: e ergo anguli *EGA. GHC.* sunt aequales. Ergo rectae *AB. CD.* sunt parallelae per priorem partem hujus.

Ex secundâ parte hujus propositionis, constat sufficienter de Veritate undecimi axiomatis.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Th. 20.



In parallelas rectas AB, CD, recta EF, incidens, 1, & alternos angulos BGH, GHC, aequales inter se facit, 2. & externum FGB, interno & opposito & ad easdem partes EHD, aequalem 3. & internos & ad easdē partes AGH, CHG, duobus rectis aequales.

Probatur 1. pars Anguli DHG. GHC. a valent duos rectos: anguli item DHG. BHG b valent duos rectos c ergo anguli BGH. GHC. sunt aequales.

Prob. 2. Anguli EGB. BGH. valent duos rectos: anguli BGH GHD,

GHD. valent duos rectos, ergo anguli EGB KHD. sunt æquales.

Prob. 3. Rectæ AB CD. ponuntur parallelæ: d ergo neque versus A neque versus B concurrent, ergo tam versus A, quam B, anguli interni ad easdem partes sunt æquales duobus rectis, e si enim ex aliqua parte essent minores ex ea concurrerent.

d 55. Def.

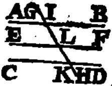
e 11. Ax.

Coroll. Omne parallelogrammum, habens unum angulum rectum, est parallelogrammum rectangulum.

PROP.

PROPOSITIO XXX.

Th. 21.



Quæ eidem rectæ EF, *parallelæ* AB CD, *& inter se sunt parallelæ.*

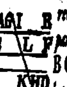
PRob. In has tres rectas in eodem plano positas si cadat recta *GH.* angulus *AIL.* æqualis erit angulo *ILF* a quia sunt alterni; & angulus externus *ILF.* angulo *LKD.* interno & opposito, b ergo anguli *AIL LKD.* sunt æquales, c ergo rectæ *AB. CD.* sunt parallelæ.

a 29. Prop.
b 1. Ax.
c 27. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XX

Theor.



Quia recta E... paralle... BCD intersecat... parallelæ.

PRob. In has tres ... in eodem plano ... cadat recta GH. angul... æqualis erit angulo ILH ... sunt alterni; & angul... ternus ILF, angulo ... interno & opposito, ... anguli AIL LKD, sunt æ... les, c ergo rectæ AB ... sunt parallelæ.

a 29. Prop.

b 1. Ax.

c 27. Prop.

PROPOSITIO XXXI.

A dato puncto G, data recta CD, parallelam rectam lineam AB, ducere.

Pro. 10.

EX G. in datam CD. duc rectam GH, utcunque; & angulo GHD. a constituatur æqualis ad G. nempe angulus HGA b erit recta AB, ipsi CD. parallela, quia anguli alterni AGA. DAG. sunt æquales.

a 2... Prop.

b 2... Prop.

PROPOSITIO XXXII.

Th. 22.

Omnis trianguli ABC, *uno latere* BC, *producto* in E, *externus angulus* ACE, *duobus internis & oppositis* ABC, BAC, *æqualis est: & trianguli, tres interni anguli* B, A, C, *duobus rectis æquales sunt.*

PRob. prima pars a Ducatur ex *C.* recta *CD.* parallela rectæ *AB.* tunc quia recta *AC.* cadat in parallelas A B. *CD.* angulus *A.* æqualis est alterno *ACD.* Et quia *BC.* cadit in easdem, angulus *ECD* externus b æqualis est interno *B.* Totalis ergo *ACE.* æqualis est duobus internis & oppositis *A B.*

a 31. Prop.

b 29. Prop.

Prob. 2. angulus *ACB*, cum externo

[e]terno ACE. *e* valet duos *e* 13 [re]ctos, sed angulus ACE *d* *Prop.* [æ]qualis est angulis A. & B. *d* 17 *Prop.* [er]go angulus C. cum angulis A & B valent duos rectos, [er]go tres anguli, &c. Hujus pro[p]ositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum an[t]e Christi 650.

Corol. 1. Omnes tres angu[l]i unius trianguli, sunt æqua[l]es tribus cujuscunque alterius [t]rianguli simul sumptis; & quando duo sunt æquales duobus, erit & reliquus reli[q]uo.

Corol. 2. In triangulo Isosceli rectangulo, anguli ad ba[s]im sunt semirecti.

Corol. 3 Angulus trianguli æquilateri est una tertia duo[r]um rectorum, vel duæ tertiæ [u]nius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot trian[g]ula, quot ipsa continet latera, [d]emptis duobus, & anguli triangulorum constituunt an[g]ulos figuræ.

Th.23. PROPOSITIO XXXII

Recta AC, BD quæ æquales & pa-rallelas AB CD, ad easdem partes con-jungunt: & ipsa æqua-les & parallela sunt.

PRob. Duc rectam *DA* quæ datas *AB.CD* jungat a tunc
a 29. Prop. anguli alterni *DAB*, *ADC* erunt æquales: latus *AB* ponitur æquale lateri *CD*. latus
b 4 Prob. *AD* est commune b ergo bases *AC DB* sunt æquales: c ergo anguli *CAD*. *ADB*. sunt
c 27. Prop. æquales: c ergo rectæ *AC* & *DB*. sunt parallelæ.

PRO-

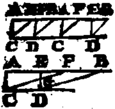
PROPOSIT. XXXIV.

Parallelogrammorum spatiorum AB CD. *quæ ex adverso & latera* AB. CD. AC. BD. *& anguli* AD. BC. *æqualia sunt inter se, & diameter* AD. *illa bifariam secat.* Tb. 24.

PRob. Rectæ *AB. CD.* ponuntur parallelæ, a ergo angulus *BAD.* angulo *CDA.* & angulus *CAD.* angulo *ADB.* sunt æquales, cum sint alterni. Ergo triangula *ABD. ACD.* habent duos angulos æquales alterum alteri, & ipsis commune latus *AD.* adjacet, b ergo reliqui anguli *B.* & *C.* sunt æquales, & reliqua latera, *AB.* ipsi *CD.* & *BD* ipsi *AC.* erunt æqualia, cum æqualibus angulis, nempe alternis opponantur. c Ergo triangula *ABD.* *ACD.* æqualia inter se. a 29. Prop. b 26. Prop. c 4 Prop.

PROPOSITIO XXXV

Th. 25.



Parallelogrāma AB. FD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB. CD. *constituta, inter se sunt æqualia.*

ID tribus modis potest contingere, si ut vides in
1. figura, sic dico rectæ AB.
a 1 Ax. FB. sunt a æquales. quia sunt
b 34. Prop. b æquales rectæ CD. Rectæ
c 34. Prop. AC. ED. sunt c æquales: angulus CAE. d æqualis est angulo
d 29. Prop. DFB externus interno & opposito, ergo triangulum
e 4. Prop. CAE. æquale est e triangulo
f 2. Ax. DFB. f addito ergo communi FCD. fient parallelogramma AECD, FBCD, æqualia.

Si ut in 2a. Rectæ AB. FB.

sint

equales ut prius: *f* dempta f 3 Ax.
igitur communi F E. erunt
æquales AF EB. Rectæ AC.
ED. sunt *g* æquales: anguli g 34
A & E. sun *h* æquales, *i* ergo Prop.
triangula FAC, BED. sunt h 29
æqualia: addito ergo communi Prop.
trapezio E F C D. parallelo- i 4
gramma A E C D. FBCD. Prop.
erunt *l* æqualia. l 2 Ax.

Si ut in 3a. idem repeto
Rectæ AE. FB sunt *m* æ- m 34
quales ipsi CD. *n* ergo & in- Prop.
ter se: ergo recta A.F. *o* æ- n 1 Ax.
qualis est Rectæ EB. Rectæ o 2 Ax.
AC. ED sunt *p* æquales, an- p 34
guli item E & A. sunt *q* æ- Prop.
quales, ergo triangula ACF q 29.
EDB. sunt *r* æqualia: ergo Prop.
utrique trapezio si addas r 4
commune C G D. & tollas Prop.
GEF triangulum similiter
commune: *s* parallelogramma
AD. CB. erunt æqualia.

PROPOSIT. XXXVI.

Pr. 26.

Parallelogrāma AE, HD. super æqualibus basibus CE, FD. & in iisdem parallelis ABCD *constituta, inter se æqualia.*

PRob. Connectantur parallelogramma rectis *CH, ED.* a quæ erunt æquales & parallelæ. Hoc pósito b parallelogrammum *AE* æquale est ipsi *CB.* & parallelogrammū *CB* ipsi *HD.* c ergo parallelogramma *AE. HD.* sunt æqualia.

a 34 Prop.
b 35 Prop.
c 1 Ax.

PROPOSIT. XXXVII.

Triangula ACD. FCD. *super eadem basi* CD. *& iisdem parallelis* ABCD. *constituta, sunt inter se aequalia.* Th. 29.

PRob. a Per D. ducas *DE.* parallelam rectæ *CA.* & *DB.* ipsi *CF.* parallelogramma *AD. CB.* b erunt æqualia: c sed eorum dimidia sunt triangula *ACD. FCD.* d ergo triangula *ACD. FCD.* sunt æqualia.

a 31 Prop.
b 35. Prop.
c 34 Prop.
d 7 Ax.

PROPOSIT. XXXVIII.

Triangula ACE. BFD *super aequalibus basibus* CE. FD. *& in iisdem parallelis* ABCD. *aequalia sunt inter se.*

a 31 Prop. b 36 Prop. c 34 Prop. d 7 axiom.

PRob. a Ducatur EG parallela ipsi AC. & FH ipsi BD. b erunt parallelogramma AE. BF. aequalia c H rum dimidia sunt triangula ACE & BFD. d Ergo sunt inter se aequalia.

PRO-

PROPOSIT. XL. PROPOSITIO XXXIX.

Æqualia triangula ABC. DBC. *super eadē basi* BC. *& ad easdem partes constituta, & in iisdem sunt parallelis.* Hoc est AD. est parallela BC.

PRob. Si negas AD & BC. esse parallelas; *a* sit AE. cui recta BD. producta occurrat in E. Ducta ergo recta CE *b* triangula ABC. EBC erunt æqualia, quod fieri nequit: nam triangulum DBC. ponebatur æquale triangulo ABC. Quod si dicas AF. & BC. esse parallelas, ea m repetetur demonstratio, & sequetur totum & partem esse æqualia.

a 31 Prop. *b 37 Prop.*

PROPOSITIO XL.

Th.30. 

Æquali triangula ABC. DEF *super æqualibus basibus* BC. EF. *& ad easdem partes constituta, & in iisdem sunt parallelis* AD. BF.

PRob Si negas rectas *AD*, *BF*, esse parallelas, sit *AG* cui occurrat *ED* producta in *G* Tunc ducta *GF*. erunt triangula *GEF ABC*. æqualia: ponebantur autem æqualia triangula *ABC*. *DEF* ergo totum *GEF* & pars *DEF*. eidem triangulo *ABC*. erunt æqualia.

a 33 Prop.

PROPOSITIO XLI.

Si parallelogrammum AE, CD, *cum triangulo* FCD, *basim* CD, *habuerint eandem, & in iisdem parallelis* AF, CD, *fuerit: parallelogrammum* CE, *duplum erit trianguli* FCD. Th. 31.

PRob. Ducatur diameter A D, Triangula F C D, ACD a sunt æqualia; Parallelogrammum CE, b est duplum trianguli ACD, c ergo & trianguli CFD.

a 37 Prop.
b 34 Prop.
c 6 Ax.

PRO-

PROPOSITIO XLII.

Prob.11

Dato triang[...] ABC, æquale pa[...] rallelogrammu[...] G, constituer[...] dato rectilineo angulo D.

DAti trianguli ABC, ba[...]sim BC, divide a bifa[...] in E ductaq; EA, b agatur pe[...] A recta AH parallela ipsi BC, ad punctum E, c facto angulo GEG, ipsi D æquali : d educatur ex C, recta CH ipsi EG, parallela, tunc figura GC, erit parallelogramma, cùm latus GH, ponatur parallelum ipsi EC, & latus CH, ipsi EG. Quod autem sit tale, quale petitur sic Prob. Triangula ABE AEC, sunt e æqualia: trianguli AEC est f dimidium parallelogrammi, super eadem basi EC, constitui: ergo totum triangulum ABC est g æquale parallelogrammo GC, habet autem parallelogrammum ex constructione angulum GEC. æqualē dato angulo D quod petebatur.

a 10. Prop.
b 31. p.
c 23 Prop.
d 31 Prop.
e 38 Prop.
f 41 Prop.
g 6 Ax.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.

Omnis parallelogrã mi, complementa eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, inter se sunt æqualia. Th.32

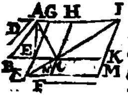
IN hac figura, parallelogramma circa diametrum sunt, FK. HB. complementa verò dicuntur parallelogramma AG. GC. Euclides verò dicit hæc complementa semper esse æqualia.

Prob. triangula BAD. BCD. sunt *a* æqualia: Itemq; triãgula BKG. GED & DHG ergo si ab æqualibus triangulis BAD. BCD. tollas æqualia, nempe BKG. ipsi BFG. & GHD. ipsi GED. complementa GA. GC. quæ remanent erunt æqualia QEP. *a* 34 Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLIV.

Prob. 11



Ad datam rectam F, dato triangulo ABC, æquale parallelogrammum CM, applicare in dato angulo rectilineo D.

a 42. Prop. CONstitue triangulo ABC, æquale parallelogrammum CG, habens angulũ GEC æqualem b 2 Prop. angulo dato D. tum producas BC, in K, ſicut CK ſit b æqualis datæ c 31 Prop. F. per K. agatur c KI parallela ipſi CH occurrens GH, productæ in I, Deinde ex I, ducatur per C, diameter IC, occurrens rectæ CE productæ in L, & per L ducatur LM, parallela ipſi EK, ſecans IK, productam in M, producatúrque HC, in F, dico parallelogrammũ CM, eſſe quod petitur.

d 34 Prop. Prob. Complementa GC, CM, ſunt d æqualia, complementum e 42 Prop. GC, eſt e æquale triangulo ABC, ergo & complementum CM, habet autem lineam CK, e æqualem f 28 Prop. datæ F, & angulũ CNM, æqualẽ f angulo HKC, qui f æqualis eſt angulo GEC, qui ponitur æqualis dato angulo D. ergo parallelogrammum CM, æquale eſt triangulo ABC, & habet lineam CK, æqualem datæ F, & angulum CNM, æqualem dato D. quod petebatur.

PRO-

PROPOSITIO [illegible]

Probl

[illegible] angulo rectilineo D.

a 42. Prop. Constitue [illegible] æquale parallelo[illegible] habens angulũ GEC [illegible] angulo dato D. [illegible] in K, ficut CK [illegible]
b 2 Prop.
c 31 Prop. F per K. agatur c KI [illegible] ipsi CH occurrens GH, [illegible] in I, Deinde ex I, [illegible] diameter IC, occurrens [illegible] productæ in L, & per [illegible] LM, parallela ipsi EK, [illegible] productam in M. produ[illegible] HC, in F, dico parallelo[illegible] CM, esse quod petitur.

d 34 Prop. Prob. Complementa GC. sunt d æqualia, com[illegible] GC, est e æquale triangul[illegible]
e 42 Prop. ergo & complementum CK [illegible] bet autem line CK, e [illegible]
f 28 Prop. datæ F, & angulũ CNM, [illegible] f angulo HKC, qui f æqua[illegible] angulo GEC, qui ponitur æ[illegible] lis dato angulo D. ergo para[illegible] grammum CM, æquale est [illegible] gulo ABC, & habet lineam [illegible] æqualem datæ F, & angu[illegible] CNM, æqualem dato D. q[illegible] petebatur.

PR[illegible]

PROPOSITIO XLV.

Dato rectilineo AD. æquale parallelogrammum ED. constituere, in dato rectilineo angulo F.

Divide rectilineũ in triãgula recta CB, a fiat parallelogrãmũ EI, æquale triãgulo BCD, in angulo H, æquali ipsi F, supra latus GI, a fiat parallelogrammũ GD, æquale triangulo ABC, habens in I, angulum GID, æqualem ipsi H, & factum est quod petitur. a [illegible]

Prob. Rectæ EH KD, b eidẽ GI, b ideoq; & inter se sunt c parallelæ c & d æquales: ãgulus GID, e æqualis est ãgulo EHI, f angulus EHI, cum angulo HIG, valent duos rectos, ergo & anguli GIH, GID, valent duos rectos: ergo g lineæ HI, ID, jacent in directum, similiterq; EG, GK & cum æqualibus HI, EG, æquales additæ sunt ID, GK, totæ HD, EK, sunt æquales: ergo figura ED, est parallelogrammum cujus partes sunt æquales partibus dati rectilinei in quo angulus H, æqualis da[illegible] F, ergo, &c.

PR[illegible]

PROPOSITIO XLVI

Prob. 14.

A data re-
cta AB. *qua-*
dratum ABC
D. *describen-*

a 11 Prop. EX A & B a erige perpendiculares CA, DB æquales ipsi AB junganturque recta CD. & factum est quod petitur.

b 10 Def. c 28 Prop. d Ex const. e 33 Prop. Prob. b Anguli A & B sunt recti; ergo rectæ AC, BD sunt c parallelæ: Utraque d est æqualis ipsi AB. ergo & inter se; e ergo & AB. & CD, parallelæ, sunt æquales ergo AC. CD. DB. sunt æquales & figura est pa-

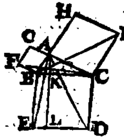
f 34 Prop. rallelogramma; cumque anguli A & B. sint recti f erunt etiam oppositi C & D. recti, ergo figura AB. CD. est quadratum. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XLVII.

In Rectangulis triangulis B A C. *quadratum* BD. *quod à latere* BC. *rectum angulum* BAC. *subtendente describitur, æquale est eis quæ à lateribus* BA. AC. *rectum angulum* BAC. *continentibus, describuntur quadratis* BG. CH. Th. 13

Prob. Ex puncto A. ducatur[a] rectam AL. parallelam ipsi BE, & ducantur rectæ AD. BI. hoc posito triangula ACD. ICB. se habent juxta duo latera CD. AC.[b] sunt æqualia ipsis BC. CI. & anguli contenti ICB, ACD. æquales; cum anguli I C A, BCD. a 13. Prop. b 30 Def.



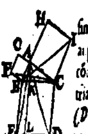
B C D. sint *b* recti, anguli *ACB* communi, ergo triangula *A CD BCI.* sunt æqualia. *c* Sed

c 41 Prop:

triangulum *ACD.* est dimidium paralellogrãmi *LC* cum sint supra eandem basim *CD* & inter easdem paralelas *AL. CD.* & triangulum *ICB* dimidium est quadrati *GH.* ob eandem causam *d* Ergo quadratum *GH* est æquale parallelogrammo *LC.* cum eorum dimidia sint æqualia.

d 6. Ax.

Jam ducatur recta *AE FC.* dico triangula *FBC. ABE* esse adhuc æqualia, cum se habeant juxta 4. & triangulum *ABE* esse dimidii parallelogrammi *BL.* sicut triangulũ *FBC.* dimidiũ quadrati *BG* ergo quadratum *BG* est æquale parallelogrãmi *BL.* Totũ ergo quadratum *BD* æquale est quadratis *BG. CH.* quod erat probandũ. *Hujus propositionis auctor fertur Pythagoras Samius.*



Bi fint id a gra cō triangu CD Bi æqu.in,

c 41 Prop: triangulum CD. ab parallelogrāmi LC supra eandem basim inter easdem paralelo CD, & t ingulum KB dium est quadrati GHB dem ca sim. d Ergo q tum GH est æquale pa grammo L C. cum dimidia sint æqualia.

d 6. Ax. Jam ducātur rectæ A dico triangula FBC AB adhuc æqualia,cum sin juxta c. & triangulum A esse dimidi parallelogra BL.sicut t iāgu ū FBC dui quadrati BG ergo qu tum BG est æq ue pa gr ā nō BL. To ū ergo qu tum BD æquale est qu BG.CH. quod erat probar

Hujus propositionis autor tur Pythagoras Samius.

PROPOSIT. XLVIII

Si qua dratū qu ab uno la terum CB *trianguli* CAB. *describi tur, æquale sit eis quæ reliquis duobus triangu lis lateribus* AB. AC. *de scribuntur quadratis contentus angulus* CAB *sub reliquis duobus trian guli lateribus* AB. AC. *rectus est.*

PRob a ducatur ex A. ipsi AB. perpendicularis AD. ipsi AC. æqualis, jungatur que recta DB. hoc posito sic dico b angulus DAB rectus est, c ergo quadratum rectæ DB. æquale est quadratis e- ctarum BA. AD. vel AC.

Jam

Jam quadratum ipsius CB. ... hypoth. æquale ... it quadratis eorundem CA AB ergo ...

d 1. Ax. CB BD sunt æquales. Ergo triangula CAB ADB habent

e 8 Prop. tria latera æqualia. Ergo habent & angulos æquales, qui æqualibus lateribus respondent. Ergo si angulus DAB, rectus est, erit etiam rectus CAB. cùm latera DA BC sint æqualia.

EUCLIDIS

EVCLIDIS ELEMENTUM II.

DEFINITIONES.

I.

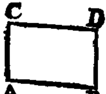
Omne parallelogrammum rectangulum ABCD. contineri dicitur sub duabus rectis AB, BD, quæ rectum comprehendunt angulum ABD.

Quemadmodum in circulo cognita diametro, tota ejus vis cognoscitur, sic expositis duabus lineis quæ angulum rectum continent in parallelogrammo rectangulo, tota ejus quantitas innotescit, parietum latitudine & longitudine. Ob-

j. aut
ipsa ...
hypot.
. itaque

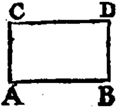
41. tendent CA AB la
Ax. CB BD inter aequ
triangula CAB ABD
8 tria latera aequalia h
Prop. bent & angulos aequ
aequalibus lateribus
dent. Ergo si angu
maius est, erit ...
CAB, cùm latera
sint aequalia.

EVCLIDIS
ELEMENTUM II.
DEFINITIONES.
I.



Omne parallelogrammũ rectangulum ABCD. *contineri dicitur sub duabus rectis* AB, BD, *quae rectum comprehendunt angulum* ABD.

Quemadmodum in circulo cognita diametro, tota ejus area cognoscitur, sic expressis duabus lineis quae angulum rectum continent in parallelogrammo rectangulo, statim tota ejus quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo. Ob-



Observa 1. Illud parallelogrāmū dici rectangulū quod unū habet angulū rectum. Si enim unus est rectus *abe*; tunc & reliqui recti

a 29.1.
b 34.1.

Observa 2. In sequentibus nomine rectanguli, Euclidem semper intelligere parallelogrammum rectangulum licet vis nominis id non exigat.

3 Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quæ per diametrum opponuntur. At oppositum parallelogrammum appellant AD.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inveniri ejus aream ex multiplicatione numeri unius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum, Similiterque cognita area rectanguli & uno laterum, inveniri alterum latus si dividatur numerus areæ per numerum lateris dati, quotiens, enim erit latus quæsitum.

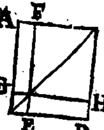
II.

II.

PROP.

guli rectum. Si enim ... rectus abe...
a 29.1. b 34.1. Observa 1. In ... nomine rectanguli ... semper intelligere p... grammum rectangu... vis nominis id non ...
3 Geometras omne ... logrammum expri... continuum nominant ... quae per diametrum ... tur. At oppositum ... grammum appellant ...
4. Cognitis lateribus ... guli, inveniri ejus are... multiplicatione numeri ... lateris in numerum ... lateris circa eundem angu... Similiterque cognita are... ctanguli & uno laterum ... niri alterum latus si divid... numerus areae per numer... lateris dati, quotiens, ... erit latus quaesitum.

II.



Omnis Parallelogrammi spatii unumquodlibet eorum quae circa diametrum illius sunt, parallelogrammum, cum duobus complementis gnomon vocetur.

IN parallelogrammo AD. parallelogrammum GE. cum duobus complementis GF. EH. vocatur γνωμῶν, quod Latine normam sonat; ejus enim speciem nobis exhibet.

PROP.

PROPOSITIO I.

Th. 11

Si fuerint duæ rectæ G. AB. *secetur; quæ altera ipsarum* AB. *in quotcunque segmenta* AE. EB. *comprehensum rectangulum* CB. *sub duabus rectis* AC. hoc est G. & AB. *æquale est comprehensis rectangulis* CE. FB *quæ sub insecta* CA. *& quolibet segmentorum* EA. EB.

PRob. Ex punctis A & B
a 11. erige a perpendiculares AC.
& 3. 1. BD. æquales datæ G. & ducatur recta CD. sicque fiat
b 28. 1. b c ex lineis CA. hoc est G &
c 34. 1. AB. Rectangulum CB. recta AB. utcunque divide in E, & fiat d EF, parallela & æqualis

lis ipsi AC, erunt CE, FB, rectangula. Nam angulus FEB, rectus est, e quia æqua- lis ipsi A, & consequenter f reliqui anguli, & latera g lateribus oppositis æqualia. Hæc autem duo rectangula CE, BF, simul sumpta sunt æqualia totali BC, hoc est partes toti b Q.E.P.

e 29.1.
f 28.1.
g 34.1.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2. divide 6. in 2. & 4. dico 12. numerum productum ex 6. in 2. æqualem esse duobus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

b 19.4.

E PRO-

PROPOSIT. II.

Th. 2.

Si recta linea AB, *secta sit, utcunque* puta in C, & D, *Rectangula* EC, GD, HB, *comprehensa sub tota* AE, hoc est AB, & *quolibet segmentorũ* AC, CD, DB, *aequalia sunt ei, quod à tota* AB, *fit quadrato* AF.

a 46. 1
b 31. 1.
& 3. 1

PRob. Ex AB. fiat a quadratum EB. ex C. & D. erigantur b CG. DH. parallelæ & æquales ipsi AE. hoc posito, erit rectangulum EC. comprehensum sub tota AE.

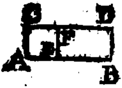
c 30
Def.

c hoc est AB & segmento AC & eodẽ modo rectãgula GD. HB. sub tota & utrolibet segmentorum. Cum ergo rectangula

rangula EC. GD HB sint d d 19. 1.
partes omnes suo toti quadrato AF. æquales, patet rectangula comprehensa sub AB, hoc est AB & segmentis AC. CD. DB. æqualia esse quadrato lineæ AB Q. E. P.

In numeris divide 10. in 7. & 3 dico 70 & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & 3. æqualia esse 100. quadrato numeri 10.

PROPOSIT. III.



Si recta linea AB, *secta sit utcunq; in* E. *Rectangulum* CB, *sub tota* AB, *& uno segmentorum* AC, *hoc est* AE, *comprehensum, æquale est & rectangulo* FB, *quod sub segmentis* BE, FE, *hoc est* EA, *comprehenditur, & illi quod à prædicto segmento* AE, *describitur quadrato* CE.

PRob. Datam AB, seco utcunque in E, ex punctis AEB. erigo *a* perpendiculares
a 11. 1. AC, EF, BD, parallelas *b* inter se & æquales segmento
b 31. 1. *c* 3. 1. AE. tum duc... *c* ctam à puncto C, ad D, quæ erit parallela *e* ipsi AB Hoc posito sic
e 33. 1. dico, AC, est æqualis *d* ipsi
d Ex const. AB, ergo rectangulum AD,

cst

est comprehensum sub tota AB, & vno segmentorum AC. hoc est AB. Rursus FB. est ᵈ æqualis ipsi BA. ergo rectangulum FB. est comprehensum sub segmentis BE. BF. hoc est AB. Denique parallelogrammum AF. quadratum est ᶜ cum AC. EF. sint ᵈ perpendiculares ipsi AB. & eidem æquales. Ergo cum rectangulum AD æquale sit quadrato AF. & rectangulo FB. patet rectangulum sub tota AB & segmento AB æquale esse rectangulo comprehenso sub segmentis AB. BB. & quadrato prædicti segmenti AB. Q. E. P.

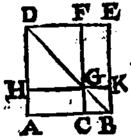
31. 1

In numeris divide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7. æqualis est numero 21. qui ex 7. in 3. producitur, vna cum 49. quadrato prioris partis 7.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Th. 4.



Si recta linea AB, secta sit utcunq; in C, quadratum AE, quod à tota AB, describitur, æquale erit & quadratis HF, CK, quæ à segmentis AC, CB, describuntur, & ei quod bis sub segmentis AC, CB, comprehenditur rectangulo, nempe rectangulis AG, GE.

a 46. 1 PRob. Super datam AB, fiat a quadratum AB, ducas diametrum DB, ex C, fiat CF, parallela b rectæ BE. secans diametrum

b 31. 1. in G. per quod age HK. parallelam b ipsi AB. hoc posito sic dico Trianguli ADB. latera AD. AB

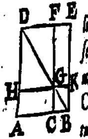
c 30 Def. sunt c æqualia, ergo anguli ADB. ABD. sunt d æquales, ergo semi-

d 5. 1. recti, e cùm angulus A. sit rectus.

e 32. 1. Itemque dicendum de triangulo EDB.

PROPOSITIO I

Th. 4. Si r



secu
secti
utru
C, p
tu

quod à tota AB, &
tur, æquale erit
dratis HF, CK,
segmentis AC, CB,
buntur, & ei quæ
segmentis AC, CB,
prehenditur rect
nempe rectangulis
GE.

a 46.1 PRob. Super datam AB quadratum AE, ducta trum DB, ex C, fiat CF la b rectæ BE. secans
b 31.1. in G, per quod age HK lam b ipsi AB, hoc posito Trianguli ADB. latera AD
c 30 Def. sunt c æqualia, ergo anguli ABD, sunt d æquales, ergo
d 5.1. recti, e cùm angulus A.
e 32.1. Itemque dicendum de

EDB. Rursus angulus DFG, rectus
f est, angulus FDG, ostensus est f 29.1
semirectus, ergo angulus FGD,
etiam semirectus g est, ergo la- g 32.1.
tera DF, FG, sunt h æqualia: sed h 6.1.
ipsis etiam sunt æqualia i latera i 34.1.
opposita DH, HG, ergo paralle-
logrammum FH, quadratum k est. k 30
Eadem de causa quadratum erit Def.
CK, ergo HF, CK quadrata sunt
segmentorum AC, CB, cùm latus
HG, sit æquale ipsi CB. Similiter
rectangula AG, GE, continentur
sub segmentis AC, CB, quia CG,
GK, sunt æquales ipsi CB, cum
CK, sit quadratum & GF, item
æqualis rectæ HG, ob quadratum
HF, hoc est rectæ AC. Igitur cum
quadratum AE, sit æquale qua-
dratis AF, CK, & rectangulis
AG, GE, verum est quadratum
AE, super datam AB, æquale esse
quadratis segmentorum AC, CB,
& rectangulo comprehenso sub
iisdem segmentis, bis sumpto.

Si dividas 6 in 4. & 2. quadratum 6. hoc est 36 æquale est quadratis partium 4. & 2. hoc est 16. & 4. una cum numero 8. bis repetito, qui fit à partibus 2. & 4. in se multiplicatis.

PRO-

PROPOSITIO V.

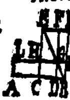
Th. 5.

Si recta linea AB, secetur in æqualia C, & non æqualia D. Rectangulum LD, sub inæqualibus totius AB, segmentis AD, DG, hoc est DB, comprehensum, unà cum quadrato HF, quod ab intermedia sectionum CD, æquale est ei quod à dimidia CB, describitur quadrato CI.

PRob. Super dimidia CB, fiat
a 46.1. a quadratũ CI, ductaq; di-
b 31.1. ametro BE, agatur b per D, recta DF, ipsi BI parallela: ex eadem recta BI, sume BK, æqualẽ ipsi DB, & per punctũ K, b, agatur KL, ipsi AB, parallela & addatur AL, paralle- la ipsi BK, hoc posito sic dico, trianguli ECB, angulus C,
c 30 Def. rectus est c & latera CE, CB,
d 5.1. æqualia, ergo d anguli E, & B,
e 32.1. sunt æquales. Ergo e semirecti.
f 29.1. Itẽ, ergo f anguli CEB, IBE, sunt æquales & semirecti e ob eandem rationẽ. Rursus in parallelogrãmo DI, angulus DBI, rectus est ex cõstructione, ergo f angulus BDF, rectus. Nunc

PROPOSITIO

Scholio



fem ia
l,6 m
ia D lib
lun 11
inæqualia

sit AB, segmentis AD, Dis
DB, comprehensum, vni
drato HF. quod ab interme
nem CD, æquale est a p
midia CB, describitur qua

PRob. Super dimidia C
a 46.1. a quadratū CI, dub
b 31.1. ametro BB, agatur b p
recta DF, ipsi BI paral
eadem recta BI, sume B
quale ipsi DB, & per p
K, b agatur KL, ipsi AB
rallela & addatur AL, pa
la ipsi BK, hoc posito in
trianguli BCB, angulus
e 30 Def. rectus est c & latera CE, C
d 5. 1. æqualia, ergo d anguli E, B
e 32.1. sunt æquales. Ergo e semire
f 29.1. Itē, ergo f anguli CEB, IB
sunt æquales & semirecti
eandem rationē. Rursus in p
rallelogrāmo DI, angulus
BI, rectus est ex cōstructione
ergo f angulus BDF, rectus

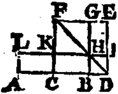
Nu

Nunc in triangulo BDG, angulus D, rectus est: angulus DBG, probatꝰ est semirectus, ergo & angulus BGD, semirectus est: ergo g latera BD, g 6. 1.
DG, sunt æqualia: ergo est rectangulum ID, est sub inæ- b 1.
qualibus segmentis AD, DG, def. 2.
hoc est DB, contentū. Eodem modo demonstrabitur parallelogrāmū HF, esse quadratum supra segmentū intermedium HG, hoc est CD, nam rectangulū LC, æquale est ipsi DI, cum utrūq; sit æquale ipsi CK nam LC, & CK, sunt i supra i 36. 1
æquales bases & inter easdem parallelas: CG, vero & GI, sunt complementa k æqualia, k 43. 1.
quibus si addas cōmune DK, erunt æqualia CK, & DI, cætera autem nempe HF, CG sunt communia.

Divide 10. æqualiter in 5. & 5. inæqualiter in 7. & 3. eritq; numerꝰ 21 ex 7. in 3. unà cum quadrato numeri intermedii 2. quod est 4. æquale quadrato dimidii 5. hoc est numero 25.

PROPOSIT. VI.

Tb. 7.



Si recta linea AB, secetur bifariam C, eique recta quadam BD, in rectum adjiciatur, rectangulum A I, comprehensum sub tota AB, cum adjecta BD, & sub adjecta DI hoc est BD, una cum quadrato KG, à dimidia KH, hoc est CB, æquale est quadrato CE, à linea CD, quæ tum ex dimidia CB, tum ex adjũcta BD, copomnitur tanquã una linea, descripto.

a 46.1. PRob Super rectam *CD*, a fiat quadratum *CE*, per *B*, b 31.1. age *BG*, parallelam b ipsi *DE*, sume *DI*, æqualem ipsi *DB*, & ex *I*, age *IL*, parallelam & æqualem ipsi *DA*, jungaturq; recta

recta *LA*, quo facto sic dico Rectangla *LG*, *KB*, sunt inter easdem parallelas & supra æquales bases, *b* ergo æqualia. Ibidem *KB*, *c* æquale est complementum *HE*, ergo erit & *HE*, æquale ipsi *LG* & additis communibus *CH*, *BI*, gnomon *GD*, *IC*, æqualis erit toti rectangulo *AI*, quod continetur sub tota *AB*, cum adjecta *BD*, & sub adjecta *DI*, hoc est *BD*. Jam vero gnomon *GD*, *IC*, adjecto quadrato *KG*, partis dimidiæ *KH*, *d* hoc est *CB* sit æqualis quadrato ipsius *CD*, quæ est pars dimidia cum adjuncta. Ergo parallelogrammum *AI*, adjecto eodem quadrato *KG*, fiet æquale eidem quadrato *CE*.

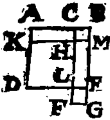
b 36 1.
c 43.1.
d 34.1.

In numeris 10. secentur bifariâ in 5. & 5. addatur & numerus 2. numerus 24. qui producitur ex toto composito 12. in adjunctû 2. una cum quadrato 25. quadrato dimidiis æqualis est 49. quadrato numeri 7. qui ex dimidio 5. & adjecto 2. componitur.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Th. 7.



Si recta linea AB. *secetur utcumque in* C. *quod à tota* A B. *fit, quodque ab uno segmentorum* CB. *utraque simul quadrata* AE. EF. *æqualia sunt & illi quod bis sub tota* AB. *& dicto segmento* CB. *comprehenditur rectangulo* AM. MF. *& ei quod a reliquo segmento* AC. *fit quadrato* HD.

a 46.1. PRob. super AB, a fiat quadratum AE, sume BM, æqualem ipsi CB, ducanturque

b 36.1. CL, MK, b parallelæ ipsis BE, AB, produc BE, in G, sic

c 2 Ax. ut EG, sit æqualis ipsi BM, c hinc

PROPOSITIO V

Th.7.

Si n... ... A B ... *quodque ab uno seg... torum CB. utrius... mul quadrata AE ... æqualia sunt & illi... bis sub tota AB. & ... segmento CB. compre... ditur rectangulo ... MF. & ei quod a reli... segmento AC. fit qua... to HD.*

ᵃ 46.1. PRob. Super AB, ᵃ fiat q... dratum AE, sume BM, ... qualem ipsi CB, ducan... ᵇ 31.1. CL, MK, ᵇ parallelæ ipsi... BE, AB, produc BE, in G, ... ex. ut EG, sit æqualis ipsi BM, ... hinc

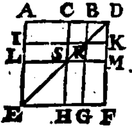
hinc erit *MG*, æqualis ipsi *BE*, fiat quadratum *EF*, hoc posito quadratum totius *AB* quod est *AE*, cum quadrato segmenti *CB*, ᵈ hoc est *EF*, æqualia sunt rectangulis *AM*, *MF*, (quæ sumuntur sub tota *AB*, & segmento *BC*, cum *BM*, sit ipsi *BC*, æqualis & in rectangulo *MF*, latera *MG*, *FG*, sunt æqualia ipsis *BE*, *BM*, hoc est *AB*, *CB*, vna cum quadrato alterius segmenti *AG*, quod est KL, totum videlicet partibus omnibus. ᵈ *Ex const.*

Divide 6. in 4. & 2. quadratum totius 6. nempe 36. vnà cum quadrato ipsius 2. hoc est 4. æqualia sunt numero 40. qui fit ex numero 6. bis ducto in 2. hoc est 24. vnà cum quadrato alterius partis 4. quod est 16.

PRO-

PROPOSIT. VIII.

Th. 8.



Si recta linea AB, *secetur utcunque in* C, *rectangulum* IB, *quater comprehensum sub tota* AB, *& uno segmentorum* BR, *hoc est* BC, *cum eo quod à relicto segmento* AC, *hoc est* LS, *fit quadrato* LH, *æquale est ei quod à tota* AB, *& dicto segmento* BD, *hoc est* BC, *tanquã ab una* AD, *describitur quadrato* AF.

PRob. Rectæ *AB*, sectæ in *C*, adjiciatur in rectũ *BD*, ipsi *BC*, æqualis. Super tota *AB* & adjuncta *BD*, hoc est super *AD*, fiat quadratum *ED*, ex punctis *B* & *C* duc rectas *BG*, *CH*, ipsi *DF*. parallelas, acceptisq; *DK*, *KM*, ipsis *DB*, *BC*, æqua-

æqualibus, duc rectas *KI, ML*, ipsi *DA*, parallelas. Hoc posito sic dico, circa *R*, cõstituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi *BC*, sunt *a* æqualia. Ducta diametro *ED*, complementa *AR, RF*, *b* sunt æqualia, suntq; rectangula sub tota *AB* & uno segmento *BR*, hoc est *BC*, eodemq; modo *IS, SG*, sũt complementa æqualia, quibus si addas quadrata æqualia *SR*, *BK*, fiet rectangula duobus præcedentibus æqualia cum sint inter easdem parallelas & æquales bases, ergo quatuor illa rectangula sunt sub tota & uno segmẽto. Quod si quatuor illis rectãgulis addas quadratũ *LH*, alterius partis *LS*, hoc est *AC*. vides illa omnia simul sumpta esse æqualia quadrato *ED*, quod fit supra *AD*.

a Ex const.

b 31.1.

Si 6. secentur in 4. & 2. ducatur quater numerus 6. in 2. fient 48. & addatur quadratũ ipsius 4 hoc est 16. fiet numerus 64 æqualis quadrato ipsius 8 qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2. Prop.

PROPOSIT. IX.

Th. 9.

Si recta linea AB. secetur in aequalia in C. & non aequalia in D. quadrata, quae ab inaequalibus totius segmentis AD. D B. fiunt, dupla sunt, & ejus quod à dimidia AC. & ejus quod ab intermedia sectionum CD. fit quadratorum.

PRob. Secetur recta AB, aequaliter in C, & non aequaliter in D. Ex C, erigatur CE, perpendicularis ipsi AB, & aequalis ipsi CA, vel CB, ducanturq; rectae AE, EB. Deinde ex D, erigatur DF, ipsi EC, parallela secans EB, in F, & jungatur recta GF, ipsi CD, parallela, ducaturq; recta AF, hoc posito: trianguli *a* Isoscelis ACE, anguli A & E sunt *b* aequales *c* & semirecti, cum angulus ACB. sit rectus. Idem dicendum de triangulo ECB. ergo totus angulus AEB. rectus est. Jam in triangulo EGF,

a Ex const.
b 5.1.
c 32.1.

EGF. angulus G. *d* æqualis est an- d 29.1.
gulo C. *e* ergo rectus, ergo anguli
E. & F. *b* æquales *e* quia angulus E. e 6.1.
semirectus est: *e* ergo latera GE.
GF. æqualia. Æqualis etiam utri-
que est CD, *a* cum GD, sit paral-
lelogrammum. Igitur si ab æqua-
libus CE, CB, tollantur æqualia
GE, CD, recta CG, *f* hoc est DF, f 34.1.
ipsi DB, æqualis erit.

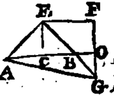
Nunc sic rem probo, quadratum
rectæ AF, *g* æquale est quadratis g 47.1.
partium inæqualium AD, DB, hoc
est DF, Idem quadratum rectæ
AF, *g* æquale est quadratis AE,
EF, quæ quadrata dupla sunt qua-
dratorum rectorum AC, dimidiæ
& CD, partis sectionibus inter-
jectæ. Cum enim AC, CE, sint
pares & AE, det quadratum utri-
usque quadratis æquale, efficiet
duplum quadrati ipsius AC, simi-
literque EF, dat duplum quadrati
ipsius GF. seu CD, ergo quadra-
tum ipsius AF, hoc est partium in-
æqualium AD, & DF, hoc est DB,
duplum sunt quadratorum AC,
partis dimidiæ & CD, lineæ secti-
onibus interjectæ. Q. E. P.

Divide 10. in 5. & 5. & in 7. &
3. media sectio 2. quadrata 49. &
9. partium inæqualium 7. & 3. sunt
duplum quadratorum 25. & 4. par-
tis dimidiæ 5. & sectionis 2.

PRO-

PROPOSIT. X.

Th. 10.



Si recta linea AB, *secetur bifariam in* C, *adjiciatur autem ei in recta* BO, *quod à tota* AB, *cum adjuncta* BO, *utraque simul quadrata* AO, BO, *duplicia sunt & ejus quod à dimidia* AC *& ejus quod à composita* CO, *ex dimidia* CB, *& adjuncta* BO *tanquam ab una describitur quadratorum.*

PRob Ex C, erigatur perpendicularis CE, æqualis ipsi AC, vel CB, junganturque rectæ AE, BB, ex E, fiat EF, parallela ipsi CO per O, ducatur OF, parallela ipsi CE, occurrens rectæ EB. In G. jungaturq; recta AG Ostendetur ut propositione 9. angulum AEB, esse rectum & CEB, semirectum, ideòque

PROPOSIT I

Theo.

Si
lin
b sec
sim
C, a

atur autem ei a
BO, quod à tota A
adjuncta BO, atra
mul quadrata AO,
duplicia sunt &
quod à dimidia AC
quod à composita C
dir idia CB, & adj
BO tanquam ab u
scribitur quadratu

PRob Ex C, erigatur
pendicularis CE, æ
lis ipsi AC, vel CB, &
tur rectæ *AE, EB, et E*
EF, parallela ipsi CO p
ducatur OF, parallel
CE, occurrens recti El
G, jungaturque recta AG
stendetur ut propositum
angulum AEB, esse rectum
CEB, semirectum, idq

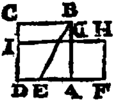
a ejus alterum ECF, semire- a 29.1.
ctum. Est autem b angulus F, b 34.1.
rectus c ergo & angulus FEG, c 32.1.
semirectus est d ergo rectæ d 6.1.
EF, FG, æquales. Eadem ra-
tione æquales sunt rectæ BO,
OG. His ita positis dico, qua-
dratum rectæ AE, e duplum e 47.1.
est quadrati dimidiæ AC, f 34.1.
eodemque modo quadratum
EG, duplum est quadrati
EF, hoc f est CO, hoc est di-
midiæ CB, & adjunctæ BO,
quadratum AG, æquivalet
quadratis AE, EG, ergo qua-
dratum AG, equivalet duplo
quadrati AC, & dupli quadrati
CO, sed idem quadratū AG,
æquale est quadrato AO, quod
fit à tota AB, & adjūcta BO,
& quadrato OG, quod fit ab
adjuncta OG hoc est BG. Er-
go quadrata AO, OB, æqui-
valent dupla quadratorū AC,
& CO quod erat probandū.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati numeri 169. & 9. numerorū 13 & 3. dupli sunt numerorum quadratorū 25 & .24. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Prob. 1.



Datam rectam AB. *secare, ut comprehensum sub tota* AB. *hoc est* CB. *& altero segmentorum* BG. *rectangulum* CG. *æquale sit ei* FG. *quod à reliquo segmento* GA. *fit quadrato* GF.

PRaxis. Ad punctum A. excita perpendicularē AD æqualem datæ AB. eam seca bifariam in E. duc rectam EB. & ipsi æqualem facias EA. productam in F. tunc si ex AB. abscindas AG æqualem ipsi AF. quæsita sectio erit G. Ad demonstrationem vero, supra datam AB perficies quadratum AC. & supra rectam AF. quadratum FG. & rectam HG. produces in I. hoc posito sic dico. Recta DA.

PROPOSITIO I

Probl.

Dum quadratum ... secun... comp... sum sub tota AB. ... CB. & altero seg... rum BG. rectang... CG. aequale sit ... quod à reliquo seg... GA. fit quadrat...

PRaxis. Ad puncta... excita perpendicular... aequalem datae AB. ... bifariam in E. duc ... EB. & ipsi aequalem ... EA. productam in F. ... ex AB. abscindas AG ... lem ipsi AF. quaesita ... erit G. Ad demonstration... vero, supra datam AB ... cies quadratum AC. & ... rectam AF. quadratum F... & rectam HG. producas ... hoc posito sic dico. Recta DA.

DA. a secta est bisariam in E. eique in rectum adjecta est AF. b ergo rectangulum FI. quod factum est sub tota DA. & adjecta AF. & sub adjecta FH. hoc est FA. una cum quadrato mediae EA. aequalis sunt quadrato EF. hoc est EB. quia ponuntur aequales. Jam quadratum EB c aequale est quadratis BA. AE. ergo quadrata BA. AE. sunt aequalia rectangulo FI. & quadrato EA. Ergo si commune quadratum AE. tollas, rectangulum FI. remanebit aequale quadrato AB. hoc est AC. Quod si ab aequalibus AC. FI tollas commune AI. remanebit CG. rectangulum sub tota CB. hoc est BA. & altero segmentorum GB. aequale quadrato GF. quod fit à reliqua parte GA. quod erat faciendum.

a Ex. const.
b 6.2.
c 47.1.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Tb. 11.

In amblygoniis triangulis ABC, *quadratum quod fit à latere* AC, *angulum obtusum* B, *subtendente, majus est quadratis quæ fiunt à lateribus* AB, BC, *obtusum* B, *comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi, & ab uno laterum* CB, *quæ sunt circa angulum obtusum in quod cum protractum fuerit puta in* D, *cadit perpendicularis* AD, *& ab assumpta exterius linea* AD, *sub perpendiculari* AD, *propè angulum obtusum* ABC.

Vult igitur in propositâ figura, quadratum lateris AC, æquale esse quadratis

AB,

AB BC & rectangulo ex lineis *CB, DB* bis sumpto. Sic autem probatur. Recta *C D*, divisa est utcumq; in *B*, a ergo quadratum rectæ *CD*, æquale est quadratis rectarum *CB*, *BD*, & rectangulo comprehenso bis sub *DB, BC* Adde commune quadratum rectæ *DA*, erunt duo quadrata rectarum *CD, DA*, æqualia tribus quadratis *DA, DB, CB*, & rectangulo comprehenso bis sub *DB, BC*, sed quadratum rectæ *AC*, æquivalet quadratis *AD, DC*, igitur & quadratum rectæ *AC*, æquale erit tribus quadratis rectarum *AD, BD BC*, & rectangulo comprehenso bis sub *DB BC*, Nunc quadratum rectæ *AB*, æquale est quadratis ipsarum *BD DA*, ergo quadratum rectæ *AC*, æquale est quadratis rectarum *CB, BA*. & rectangulo bis contento sub *CB, BD*. In triangulo igitur, &c. 4. 2.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Th. 12.

In Oxygoniis triangulis AC *quadratū à latere* AB. *acutum angulum* C. *subtendente, minus est quadratis quæ fiunt à lateribus* BC.CA *acutum angulum* C. *comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi & ab uno laterum* BC. *quæ sunt circa angulum acutum: & ab assumpta interius linea* DC. *sub perpendiculari, prope acutum angulum* C.

Prob. Constituta ut vides figura: recta BC, divisa est utcunq; in D, ergo per 7.2. quadra-

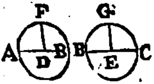
quadrata rectarum *BC*, *DC*, æqualia sunt rectangula bis sumpto sub rectis *BC*, *CD*, & quadrato reliqui segmenti *BD*. Addo utrisque commune quadratum rectæ *DA*, sic tria quadrata *BC*, *DC*, *DA*, æqualia sunt quadratis duobus *BD*, *DA*, & rectangulo bis sumpto sub *BC*. *DC*. Nunc quadratis duobus *DC*. *DA*, a æquale est quadratum *AC*. Ergo duo quadrata rectarum *BC*, *CA*, æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub *BC*, *DC*, & quadratis *BD*, *DA*, a hoc est *AB*. Ergo quadratum rectæ *BA*, minus est quadratis *AC*, *CB*, rectangulo bis sumpto sub rectis *BC*, *DC*, quod erat probandum. a 47.1.

F PRO

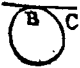
rum nemo negârit in demonstrationibus quantitatis continuæ majoris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse uti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Unde robur suum non accipit demonstratio à numeris sed lucem tantum. Et vero iis usus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

EUCLIDIS

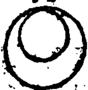
EVCLIDIS
ELEMENTUM III.
DEFINITIONES.



1 *Æquales circuli sunt, quorum diametri AB, BC, sunt æquales: vel quorum, quæ ex centris DE, recta lineæ DF, EG, sunt æquales.*

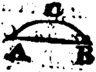


2. *Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat,* puta in *B, si producatur in C, circulum non secat.*



3. *Circuli se mutuo tangere dicuntur, qui sese mutuo tangentes in A. sese mutuo non secant.*

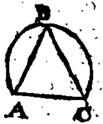
4. *In circulo æqualiter distare à centro rectæ dicuntur, cum perpendiculares DE. DF. à centro D. ad ipsas AB. GK. ductæ æquales sunt, longius autem abesse dicitur GH. in quam major perpendicularis DI. cadit.*



5. *Segmentum circuli, est figura quæ sub recta AB. & cir-*

guli peripheria ACB. comprehenditur.

6. Segmenti autẽ angulus est CAB quĩ sub recta linea AB. & circuli peripheria CA. comprehenditur.



7. In segmento autem angulus est ABC. cum in segmenti circumferentia sumptum fuerit punctum quodpiam B. & ab eo in terminos recta AC. quæ est basis segmenti, rectæ BA. BC. fuerint adjunctæ, is inquam angulus ABC. ab adjunctis illis rectis BA. BC. comprehensus.

F 4   8. *Cum*

8. Cum vero cõprehendentes angulũ DAB, rectæ AD, AB, aliquam assumunt peripheriam BCD, illi angulus dicitur insistere.

9. Sector circuli est, cum ad ipsius circuli centrum A, angulus BAC, fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis AB, AC angulum BAC, continentibus & à peripheria BC, ab illis assumpta.

10. Simi-

10. Similia circuli segmenta sunt ABC, DEF, quæ angulos BAC, EDF, capiunt æquales, aut in quibus anguli CBA, FED, inter se sunt æquales. Dicendum potius fuisset, quæ sunt in eadem ratione ad suos circulos: & fuisset propositio facienda, quod quæ angulos æquales faciunt & sunt similia, & probaretur, quia similibus insistunt peripheriis.

PROPOSITIO I.

Prob. 1

Dati circuli ABC, centrum F, reperire.

a 10.1. Recxis. Ductam utcunque lineam AC, a divide bifariam in E. Ad punctum E, b 11.1. erige perpendicularem attingentem ambitum in B, & D, hanc BD, bifariam c seca in F, punctum F, erit centrum circuli.

Prob. Non est aliud punctum in recta BD, c cum centrum ibi c 15. 1. Def. sit tamen ubi linea secatur bifariam. Neque erit extra rectam BD. Sit enim in G, ducanturque GA, GE, GC, Latera GA, d Ex const. AE, sunt æqualia ipsis GC, GE, & GE commune. Ergo e 8.1. tota triangula e sunt æqualia, & anguli GEA, GEC, æquales. f Ergo angulus GEA, re- f 10.1. Def. ctus: quod esse non potest g Ex const. cum ejus partialis FEA g sit rectus.

PRO-

PROPOSIT. II.

Si in circuli ABC, *peripheria, duo quælibet puncta* AC, *accepta fuerint, recta* AC, *quæ ad ipsa puncta adjungitur, intra circulũ* ABC, *cadet.* Th. 1.

Prop. Si non cadat intra, cadat extra, sitq; recta ADC. Centro a 1.3.
E, *a* reperto, ducantur rectæ EA, EC, ED, secétque ED, peripheriam in B. Quia autem trianguli EA DC, (qui rectilineus ut vis ponitur) latera EA, EC, sunt *b* æqualia, *c* erunt anguli EADC, ECDA, æquales. Est autem externus ADE, *d* major interno DCE, & per consequens quam EAD. Ergo AE, & ei *b* æqualis EB, *e* major erit quam ED, pars toto. Non ergo recta ex A, ad C, ducta, extra circulum cadet, ergo intra.

b 15.1. Def.

c 5.1.

d 16.1.

e 19.1.

PRO.

PROPOSIT. III.

Th. 2.

Si in circulo CBD, *recta quadam* CE, *per centrum* A, *rectam quandam* BD, *non per centrum, bifariam in* F *secet, & ad (angulos) rectos eam secabit: Et si ad rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.*

a 15. d. 1. PRob. 1a. pars. Ductis à centro A. a æqualibus rectis AB, AD, triangula ABF,
b 8. 1. AFD, habent omnia latera æqualia, singula singulis: b ergo
c 10. anguli AFB, AFD, sunt æ-
d 15. 1. quales, c ergo recti.

Prob. 2a. pars. Latera AB,
d 5. 1. AD, sunt æqualia: angulus
e Ex. ABD, d æqualis est angulo
const. ADB, & AFB, e ipsi AFD.
f 26. 1. f Ergo latera BF, FD sunt æqualia.

Prob.

PROPOSIT. E

Th. 2.

Si in o CBD, quæ per ce A, rectam quandam non per centrum, ... unam in F secet, & ... gulos) rectos eam ... Et si ad rectos ea ... bifariam quoque ... cabit.

a 15. d 1. Prob. 1a. pars. Di centro A. a æqual ctis AB, AD, triangul AFD, habent omnia æqualia, singula singuli b 8. 1. anguli AFB, AFD, in æquales, c ergo recti. c 10. d 1. c Prob. 2a. pars. Lateral AD, sunt æqualia: ang ABD, d æqualis est ang ADB, & AFB, e ipsi AF d 5. 1. e Ex. concl. f Ergo latera BF, FD in æqualia. f 26. 1.

PROPOSIT. IV.

Si in circulo ADB, duæ rectæ AB, CD, sese invicem secent, non per centrum F, extensæ, non sese bifariam secant. Th. 3.

PRob. Vis ut altera tantum per centrum transeat & alia non: a ergo altera alterã non secabit bifariam. Vis ut neutra transeat. Ex centro F, in punctum sectionis E, duco rectam FE, & sic dico. Vis rectas EA, EB, esse æquales, b Ergo anguli FEA, FEB, sunt recti. Similiterque vis rectas EC, ED, esse æquales, b ergo angulus FEC, rectus quod repugnat, cum sit pars recti FEB.

a 15. d 1.

b 3. 3.

PRO-

PROPOSITIO V.

Th. 4.

Si duo circuli DCB, ECB, *sese mutuo secent in* B, *&* C. *non erit illorum idem centrum* A.

PRob. Ductis rectis *AB*, *AD*, hæ erunt æquales, cum sint à centro ad circumferentiam. Rectæ etiam *AE*, *AD*, erunt æquales, cum etiam ducantur à centro ad circumferentiam: pars toti quod repugnat.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Si duo circuli AB, CB; *sese mutuo interius tangant in* B, *eorum non erit idem centrum* D. Th. 5.

PRob Ductis *BD*, *DG*, lineæ *DA*, est æqualis lineæ *D B*, cum sint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ *DG*, *DB*, sunt æquales ob eandem causam. Ergo *DA*, *DC*, erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

PROPOSITIO VII.

Tb. 6.

Si in circuli diametro AB, *sumatur aliquod punctum* G, *quod non sit centrum circuli: & a puncto* G, *quædam rectæ* GC, GD, GE, GN, *in circulum cadant: maxima quidem erit* GA, *in qua centrum* F, *minima vero reliqua* GB, *aliorum vero, semper ejus, quæ per centrum ducitur, propior* GC, *remotiore* GD, *major erit: solum autem duæ rectæ* GE, GN, *ab illo puncto* G, *æquales in circulum cadunt ad utrasq;* (partes) *minimæ.*

PROP.

PRob. 1. pars. Ductis rectis FC, FD, FE, FN, ex centro F, duo latera CF, FG, trianguli CFG, a majora sunt tertio CG, at hæc sunt æqualia toti GA, ergo GA, est majus quam GC.

Prob. 2. Latera EG, GF, trianguli EGF, a majora sunt tertio a 20.1 AF, ergo majora sunt quam sit linea FB, quæ est æqualis ipsi FE, ergo si dematur utriq; communis recta GF, remanebit GE, major quam GB.

Prob. 3. Triangula CFG, DFG, habent latera FC, ED, æqualia & latus FG, commune, angulus vero CFG, major est angulo DFG, b 24.1. totum parte: ergo latus CG, b majus erit quam DG,

Prob. 4. Facto angulo GFN, c 4.1. æquali GFE, GN, GE, erunt c æquales. Nec à puncto G, aliæ duci possunt æquales ipsis GE, GN, erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter majores vel minores, per tertiam partem hujus.

PRO-

PROPOSIT. VIII.

Th. 7.

Si extra circulum D EH, *sumatur punctum quodpiam* A, *& à puncto ad circulum ducantur rectæ quædam AF, AG, AH, quarum una quidem per centrum L, reliquæ verò ut libet: In cavam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima* (erit) *quæ per centrum L,* (ducitur) *aliarum vero semper propior* (ei) *quæ per centrũ L, remotiore major erit. In convexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est illa*

illa quæ inter punctum A, & diametrum BH, *(ponitur) aliarum vero ea quæ propior est minima AB, remotiore semper minor est, Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto A, cadent in circulum ad utraque minimæ AB, latera.*

PRob. 1. pars. Ductis rectis LG, LF, duo latera AL. LG, hoc est LH, a majora sunt tertio AG, ergo AH, major erit quam AG. a 19. 1

Prob. 2. Latera AL, LG, trianguli ALG, sunt æqualia lateribus LF, LA, trianguli ALF, angulus autem ALG, major est angulo ALF b ergo latus AG, majus est latere AF. b 24. 1

Prob. 3. Ductis rectis, LC, LD, duo latera AC, LC, trianguli a majora sunt tertio AL, demantur æqualia LB, LC,

LC, remanebit AC, major quam BA.

Prob. 4. Quia intra triangulum ALD, duæ rectæ AC, CL, junguntur: c erunt lateribus trianguli minores,

c 21.1. dempris igitur æqualibus LC, LD, remanebit DA, major quam CA.

Prob. 5. Facto angulo ALI, æquali ALC, duo triangula

d 4.1. illa d erunt æqualia, ergo latera AI, AC, æqualia: neq; alia duci potest recta, his æqualis, erit enim semper propior minimæ AB, vel remotior & consequenter e major vel minor.

e 21.1.

PRO-

PROPOSIT. IX.

Si intra circulum BCD, *sumptum sit aliquod punctum* A, *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB, AC, AD, *acceptum punctum, centrum est circuli.* Tb.8.

PRob. Ductis rectis BC, CD, divisisque bifariam per rectas AE, AF, triangula ADF, ACF, *a* erunt æqualia, ergo anguli DFA, AFC, æquales, *b* ergo recti: ergo in lineaFA, est *c* circuli centrum. Rursus cum idem sit de triangulis ACE, ABE, in recta AE, erit circuli centrum. Cum vero non sit in duobus locis, debet esse ubi se intersecant.

a 8. 1.
b 10 def. 1.
c 1. 3.

PRO-

PROPOSITIO X.

Th. 9.

Circulus AEF, *non secat circulum* FDC, *per plura puncta quam duo.*

PRob. Secet enim, in tribus si vis Circuli EFC, centro G, a invento, ducantur rectæ GA, GC, GF, quæ quia (unt) æquales, & attingunt ambitum circuli utriusq; punctum G, b erit etiam centrum circuli utriusque, quod est absurdum per 5. hujus.

a 1. 3.

b 9. 3.

PRO-

PROPOSIT. XI.

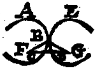
Si duo circuli ABC, AED, *contingant se-se interius* A, *& sumpta fuerint eorum centra* G, F, *ad eorum centra adjuncta recta linea* FA, *& producta, in contactum* A, *cadet circulorum.* Th. 10.

PRob. Ducta recta DE, conjungens eorum centra, non incidat in contactũ, à puncto F. centro circuli ADE, ducatur recta FA, & puncto G centro circuli ABC, ducatur GA, duo latera GF, GA, a majora sunt tertio FA ergo majora latera FD, cum FA, FD, ducantur à centro ad circumferentiam, dempto ergo communi FG, remanebit GA, majus, latere GD. Est autem GA, æqualis lateri GB, ergo GB, majus erit quam GD, pars toto. a 20

Pro-

PROPOSIT. XII.

Th. 11.



Si duo circuli ABC, E B D, contigant se invicem exterius B, quæ adjungitur ad eorum centra, per contactum trahetur.

PRob. Si neges: sit recta FG, centra conjungens. Ductis FB, GB, latera BF, a 20.1. BG, a majora sunt tertio FG, quod tamen majus probatur illis: nam FG, FB, sunt æqualia, cum sint à centro ad peripherium: similiterque GD, GB, ergo si illis addas CD, majus erit FG, quam FB, GB, ergo GF, non est recta jungens centra.

PRO-

PROPOSIT. X

PROPOSITIO XIII.

Th. 11.

Sin
culi
E
conta
invicem exterius
adjungitur ad cen
tra, per contactum
tur.

Th. 13.

***Circulus** circulum non tangit in pluribus punctis, quam uno, sive intus, sive extra tangat.*

PRob. Si negas
FG, centra
Ductis FB, GB,
a 20. 1. *BG, a majora*
quod tamen majus
illis nam FG, FB,
lla, cum sint à centro
pherium: similiterque
GB, ergo si illis
majus erit FG, quam
GB, ergo GF, non di
jungens centra.

PRob. Tangat enim in duobus, puta A, & C, centrum debebit esse in linea, quæ [a] junget contactum circulorum; utriusque autem non [b] potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra puta G & H, quod fieri non potest, cum linea in unico puncto possit tantum secari bifariam.

a 11. & 12. 3.
b 6. 3.

PROPOSITIO XIV.

Th.13. 

In circul ABC, *æqua les rectæ* AB, DC, *æqual ter distant à centro* E, *& æqualiter distantes à centro, sunt sibi invicem æ*
a 12.1. *quales.*

b 3.3. PRob. A centro E, in rectas AB,
C D, a duc perpendiculares
c 47.1. EF,EG, rectæ AB, CD, secabuntur
erunt bifariam. Junctis EA, ED,
quadratum rectæ ED, c est æquale
le quadratis rectarum DG, G
d 4def. Demptis ergo æqualibus EA,ED,
3. AF, GD, remanebit recta FE,
æqualis rectæ EG, & consequen-
ter rectæ AB, CD, d æqualiter
distant à centro.
Prob. 2. pars. Ex probatis qua-
drata EG,GD, sunt æqualia qua-
dratis EF, FA,& quadratum EG,
e 7.Ax. æquale quadrato EF, ergo qua-
dratum FA, æquale est quadra-
to GD, e ergo recta BA, æqualis
est, rectæ DC.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Th. 14.

In circulo AB. CD. *maxima quidē est diameter* AF. *aliorum vero semper propior centro* G. *erit major remotiore* CD.

PRob 1. pars. Ductis GB, GE, duo latera GB, GB, trianguli GBB, a majora sunt a 20.1 tertio BB, at hæc sunt æqualia diametro AF, ergo AF, major est quam BB.

Prob. 2. Ductis rectis GC, GD, duo latera GC, GD, sunt æqualia lateribus GB, GE, angulus vero BGB, major est angulo CGD, b ergo b 24.1. latus BB, majus latere CD.

PROPOSIT. XVI.

Th. 15.

¹ *Quae ab ex-tremitate dia-metri AC, a rectos angulo linea EF, ducitur, cad extra circulum ABC.* ² *& in locum inter ipsam EF, & circumferentiam AHB, altera recta GA non cadet:* ³ *& semicir-culi angulus DAB, ma-jor erit omni acuto angu-lo rectilineo:* ⁴ *reliquu autem EAH, minor.*

PRob. 1 pars. Si non cade extra, cadat intra ut rect BA. Tunc trianguli ADB,
a 15. d 1. duo latera DA, DB, a sun aequalia, ergo anguli DAB,
b 5. 1. DBA, b sunt aequales, quod esse non potest per 17.1. poni-tur enim angulus DAB, re-ctus, ergo, &c.

P. ob.

Prob. 2. Vis posse duci GA, ducatur: ^{c} in eam ex centro D, potest ducere perpendicularem DG, ducatur: tunc cum angulus DGA, sit rectus, minor recto ^{d} erit DAG, ac proinde latus DG, minus latere DA, per 19. 1. totum videlicet parte, quod est absurdum. (c 12. 1.) (d 17. 1.)

Prob. 3. Ut fieret angulus major angulo DAB, deberet duci recta inter rectam EA, & peripheriam AB, quod jam probavi fieri non posse.

Prob 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAB, duceretur recta inter AE, & peripheriam AB, quod ut jam dixi fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectum ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in unico puncto geometrice tangere: nam si plura tangeret, caderet ^{e} intra circulum. (e 2. 3.)

PRO.

PROPOSITIO XVII.

Prob. 2.

A dato puncto 

E A, *rectam lineam* AC, *ducere, quæ datum tangat circulum* BCD.

PRaxis. Centro D. spatio A, fiat pars circuli AE, ducatur recta DA, & ad punctum B, excitetur perpendicularis BE, junganturque rectæ DE, à puncto A. ducatur recta AC, hanc dico tangere circulum BCD.

Prob. Triangula ADC, BED, se habent juxta 4.1. cum latera DA, DE, DB, DC, sint *a* æqualia & angulus D, communis. Brgo cum angulus EBD, sit rectus, rectus etiam erit DCA, ergo recta AC, *b* tanget circulum.

a 15. 1. Def.

b 16. 3.

PRO-

PROPOSIT. XVIII.

Si aliqua recta AB, tangat circulum DCE, à centro vero D, ad contactum C, quedam recta DG, adjungatur: qua adjungitur, DC, perpendicularis erit ad eam qua continget AB. Th. 16

PRob. Si negas: sit alia, puta DB, ergo cum angulus B, ponatur rectus, minor recto a erit angulus C, ergo latus DC. b majus erit latere DB, pars toti quod est absurdum. a 17.1. b 19.1.

PROPOSIT. XIX.

Fi. 17. 

Si circulus EDC, *contingat aliqua recta* AB, *à contactu vero* C, *tangenti* AB, *ad rectos angulos recta linea* EC, *ducta sit, inducta* EC, *erit centrum circuli* D.

PRob. Si negas, sit ubi est F, ducta FC, ipsi AB, a 18.3. erit perpendicularis, ergo angulus rectus FCB, recto DCB, erit æqualis, pars toti quod est absurdum.

PRO-

PROPOSIT. XX.

In circulo DFGA Th. 18
angulus BEC, ad centrum E, duplex est anguli BAC, ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria BC, basis angulorum.

PRob. Id tribus potest modis contingere. Includant 1. rectæ AB, AC, rectas EB, EC, ductaque AF, per centrum E, duo latera EA, EB, erunt æqualia *a* a 5. 1.
ergo anguli EBA, EAB, æquales: angulus autem BEF, duobus EAB, EBA, *b* est æqualis, ergo duplus b 32. 1.
anguli BAE, idem dic de angulo FEC, respectu anguli EAC, ergo totus BEC, totius BAC, erit duplus.

2. Rectæ DC, DG, non includant rectas EG, EB, cum latera ED, EB, sint æqualia anguli EDB, EBD, *c* erunt æquales. His c 5. 1.
autem duobus, angulus GEB, est *d* æqualis. Ergo idem erit d 32. 1.
duplus anguli GDB.

3. Triangula BEC, BDC, sese intersecent, ducaturque recta DG, per centrum E, totus angulus GEC, erit duplus totius GDC, angulus vero GEB, duplus est anguli GDB, ergo reliquum BEC, duplum erit reliqui BDC, quod erat probandum.

Prop.

PROPOSIT. XXI.

Th. 19.

In circulo AD, CB, qui in eodem segmento BC, sunt anguli BAC, BDC, sunt inter se æquales.

a 20.3. PRob. Angulus BEC, a est duplus anguli BAC, & duplus anguli BDC, b ergo

b 1. Ax. anguli BAC. BDC, sunt inter se æquales.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Quadrilaterorum in circulo ABCD, (descriptorum) oppositi anguli DCB, BAD, duobus rectis sunt aequales. Th. 20.

PRob. Diametris AC, DB, ductis, anguli ADB, ACB, in eadem portione a sunt æquales, similitérque anguli BAC, BDC, ergo totus angulus ADC, est æqualis angulis BCA, BAC, sed anguli BCA, BAC, cum tertio ABC b valent duos rectos, ergo angulus ADC, æqualis ipsis BCA, BAC, cum angulo ABC, valebit duos rectos. Idem de aliis oppositis dicetur, Ergo, &c.

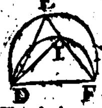
a 21.3.

b 32.1.

PRO-

PROPOSIT. XXIII.

Th. 22.



Super eadem recta DF, duo segmenta circulorum similia DIF, DEF, & inaequalia, non constituentur ad easdem partes.

PRob. Sint enim si fieri potest DIF, DEF, similia segmenta, ductis rectis ED, EF, ID, anguli DIF, DEF, a erunt aequales, quod est absurdum per 1.6 1.

a 10. Def. 3.

PRO.

PROPOSIT. XXIV.

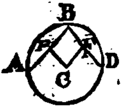
Super Pr.22. *æqualibus rectis AB, EF, similia segmenta circulorum sunt inter se æqualia.*

PRob. Collocetur AB, super DF, *a* congruent: si non a 8. Ax. congruant segmenta vel unum totum extra aliud cadet, quod est absurdum per 23. vel cadet partim intra partim extra & sic circulus circulum secabit in pluribus punctis quam duobus, quod repugnat per 10.3.

PRO-

PROPOSIT. XXV.

Prob. 3.



Circuli ABD, segmento dato ABD, describere circulum, cujus est segmentum.

PRax. Accipiantur in dato segmento tria puncta A B D, ductisque rectis AB, BD, a divisisque bifariam & ad angulos rectos per rectas CE, CF, punctum C, in quo se intersecant erit centrum.

a 10. & 11. 1.

Prob. Per 1. 3. centrum est in utraque CE, CF, ergo ubi se intersecant. Circuli enim unius unicum tantum potest esse centrum.

PRO-

PROPOSIT. XXVI.

In æqualib9 circulis ABC, DEF, æquales anguli G, & H, B, & E, æqualibus peripheriis AC, DF, insistunt, sive ad centra G, & H, sive ad peripherias B, & E, constituti sint. Th.23.

PRima pars. Prob. Trianguli AGC, latera GA, GC, & angulus G, ponuntur æqualia lateribus HD, HF, & angulo H, a ergo bases AC, DF, sunt æquales. b Ergo peripheriæ AC, DF, erunt etiam æquales. a 4.1. b 24.3.

Prob. Anguli ABC, DEF, ponuntur æquales, c ergo segmenta ABC, DEF, sunt similia, d ergo æqualia, cum a rectæ AC, DF, sint æquales. remanebunt segmenta AC, DF, e æqualia. c def. 10.3. d 23.3. e 3 Ax.

PRO.

PROPOSIT. XXVII.

Th. 24.

In æqualibus circulis ABC, DEF, anguli, qui in æqualibus peripheriis AC, DF, insistunt, sunt inter se æquales, sive ad centra G, & H, sive ad peripherias B, & E, constituti, insistant.

PRob. Si non sint æquales, sit alter major, puta AGC, a 23.1. a fiatque AGI, ipsi DHF, æ b 26.3. qualis, peripheria AI, erit b æqualis peripheriæ DF, sed peripheria DF, ponitur æqualis ipsi AC, ergo AC, & AI, erunt æquales, pars toti: I c 7. Ax. dem c dic de angulis B, & E, d 20.3. cum G, & H, d sint eorum dupli.

PROP.

PROPOSIT. XXVIII.

Th. 25.

In æqualibus circulis ABC, DEF *æquales rectæ* AC, DF, *æquales peripherias* AC, DF, ABC, DEF, *auferunt, majorem quidem majori, minorem autem minori.*

PRob. Ductis rectis *GA*, *GC*, *HD*, *HF*, triangula, *AGC*, *DHF*, a sunt æqualia. a 8.1.
Ergo angulus *G*, angulo *H*, est æqualis, ergo peripheria *AC*, *DF*, b æquales c ergo reliquæ *ABC*, *DEF*, sunt æquales. b 26.3. c 3.Ax.

PROPOSIT. XXIX.

Tb.26.

In æqualibus circulis ABC, DEF, *æquales peripherias* ABC, DEF, AC, DF, *æquales rectæ* AC, DF, *subtendunt.*

PRob. Ductis rectis *GA*, *GC*, *HD*, *HF*, anguli *G*, &
a 27.3. *H*, a erunt æquales: latera etiam *GA*, *GC*, *HD*, *HF*, sunt æqualia ex suppositione: ergo
b 4.1. bases *AC*, *DF*, b erunt æquales.

PRO-

PROPOSIT. XXX.

Datam peripheriam ABC secare bifariam puta in B. Prob.4.

Praxis. Ducatur recta AC, eam divide *a* bifariam in D, per perpendicularem BD, erit peripheria secta bifariam in B. *a* 10.1.

Prob. Ductis rectis AB, CB, triangula ABD, DBC, se habent iuxta 4.1. ergo latera AB, CB, sunt æqualia. *b* Ergo peripheriæ quas subtendunt sunt æquales. *b* 28.3.

PROPOSIT. XXXI.

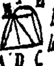
Tb.27. 

[1] *In circulo ABCE, angulus ABC, qui in semicirculo, rectus est:* [2] *qui autem in majore segmento BCA, minor recto:* [3] *qui vero in minore segmento BEC, major recto:* [4] *& insuper angulus CBA,* ex recta CB, & peripheria BA, *majoris segmenti, recto quidem major est;* [5] *minoris autem segmenti angulus EBC,* qui ex peripheria EB, & recta BB, *minor est recto.*

PRob. 1. pars. Centro D. ductis rectis DA.DB.DC.
5.1. anguli DAB. DBA. *a* erunt æqua-

PROPOSIT. III

16.17.



Ha in ... BCE ... lus ... qui ... circulo, rectus est: autem in majore se... to B C A, minor ... qui vero in mi... mento BEC, major ... & insuper ... CBA, ex recta ... peripheria BA, ... segmenti, recto ... major est; minor ... tem segmenti ... EBC, qui ex perip... EB, & recta BB, ... est recto.

PRob. 1. pars. Con... ductis rectis DA. DB. ... anguli DAB. DBA. ...

æquales; itemq; anguli DCB. DBC. ergo totalis angulus ABC. est æqualis angulis A. & DCB. sed his b est æqualis FBC. ergo angulus ABC. c est rectus. b 32.1. c 13.1.

Prob. 2. Angulus ABC. est rectus, ergo angulus ACB. in majore segmento d est minor recto. d 32.1.

Prop. 3. Fiat quadrilaterū BA. angulus A. e minor est recto, ergo angulus BEC. in minori segmento f est major recto. e per 22 partem hujus. f 22 3.

Prob. 4. Angulus ex peripheria AB. & recta CB. est major angulo composito ex rectis AB. BC. totum videlicet parte.

Prob 5. Angulus compositus ex peripheria BB. & recta CB. minor est angulo composito ex recta FB, BC. pars toto. Hujus propositionis autor fertur Thales Milesius annis ante Christum. 650.

Prop.

PROPOSIT. XXXII.

Th.28.

Si circulum CEF, tetigerit aliqua recta AB, à tactu autem C, ducatur quadam recta, secans circulum DC, vel EC, anguli quos ad tangentem AB faciet, erunt æquales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus id est angulus ACE, æqualis est angulo F, & angulus BCE, angulo G.

PRob. Ducta perpendiculari DC, cum angulus ACD, sit rectus, angulus qui
a 31.3. fieret in semicirculo, illi esset æqualis: si vero non sit rectus ut ACE, primo duc rectam DC, per centrum, deinde accipe in peripheria aliquod

quod punctum puta G, ducanturque rectæ DE, EG, GC, cũ angulus DEC, in semicirculo [b] sit rectus, reliqui duo puta ECD, EDC, [c] valent vnum rectum: sed anguli ACE, & ECD, valent etiam vnum rectum, cum recta DC, sit perpendicularis. dempto igitur communi ECD, remanebit ACE, æqualis angulo EDC, qui [d] æqualis est angulo CFE, ergo & angulus ACE, angulo CFE, æqualis. Rursus, cum quadrilateri DG, anguli in circulo oppositi EDC, EGC, [e] valeant duos rectos, sicut & anguli ACE, ECB, qui [f] valent etiam duos rectos & angulus CDE, sit [g] æqualis ACE, remanebit angulus G, angulo ECB, æquali.

[b] 31.3. [c] 32.1. [d] 27.3. [e] 22.3. [f] 13.1. [g] per 1. partem hujus.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Prob. 5.

Super data recta AB, portionem circuli describere, quæ capiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.

SI datus angulus sit rectus, qualis est *E*, recta *AB*, divisa bifariam in *D*, centro *D*, spatio *DA*, si fiat semicirculus *AFGB*, ductis rectis
a 31.3. *AG*, *GB*, angulus *G*, a erit æqualis dato angulo *E*, quia erit in semicirculo. Si angulus sit acutus ut *C*, fiatque data recta *BA*, ad punctum *A*, fit
b 23.1. angulus *DAB*, b æqualis angulo *C*, ductaque ad punctum *A*, perpendiculari *FA*, fiat angulus *EBA* æqualis angulo
c 6.1. *EAB*, latera *EB*, *EA*, c erunt æqualia.

PROPOSIT.

linea æqualem.

SI datus angulus ... qualis est E, ... divisa bifariam in ... D, spatio DA, fiat ... culus AFGB, du... a 31.3. AC, CB, angulus ... qualis dato angulo ... erit in semicirculo. Si ... lus sit acutus ut C, fiat ... recta BA, ad punctum ... b 23.1. angulus DAB, æqual... gulo C, ductaque ad pu... A, perpendiculari FA, ... angulus EBA, æqualis ... 6.1. EAB, latera EB, EA, ...

æqualis, quare si puncto H. spacio HA, fiat circulus, transibit per punctum B. Quo posito sic probatur. Cum recta BA, sit diameter, & recta DA, ad ejus extremum sit ei perpendicularis, d tanget circulum; ergo angulus DAB, æqualis erit angulo cuicunque, qui fit in alterna circuli portione, e sed ita angulo AGB æqualis: ergo portio AHGB, continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus sit obtusus puta H, eadem erit demonstratio: angulus enim AIB, ipsi H, erit f æqualis.

d per coroll. 16.3.
e 32.3.

PROPOSIT. XXXIV.

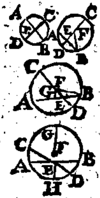
A dato circulo AB C, segmentum CBA, abscindere, capiens angulum B, æqualem dato angulo rectilineo D. Prob. 4.

Ducatur tangens EF, ad a punctum A, b fiat angulus CB, æqualis dato D, portio ABC, c capiet angulum B, æqualem dato.

a 17.3.
b 23.1.
c 32.1.

PROPOSIT. XXXV.

Th. 29.



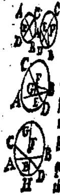
Si in circulo AB BC, duæ rectæ AB CD, se mutuo in E, secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, AE EB, æquale est ei quod sub segmentis alterius CE, ED, comprehenditur rectangulo.

PRob. 1. Rectæ ABCD, secent se in centro E; rectangulum unius alteri erit æquale: cum omnes rectæ sint æquales.

2. Sola CD, transeat per centrum F, dividatque rectam AB, bifariam in E, *a* ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB, quo facto; cum recta CD, secetur in æqualia in F, & non æqualia in E, erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE, ED, cum quadrato segmenti intermedii FE, *b* æquale quadrato dimidiæ FD, vel FB, sed quadratum FB, est æquale quadratis BE, F. ... FB, est æquale rectangulo CE, ED,

a 3. 3.
b 5. 2.
c 47. 1.

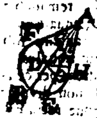
ED, cum quadrato EF. Dempto igitur communi FE, remanebit rectangulum CE,ED, æquale quadrato BF, hoc est rectangulo sub EB,EA, cum ponantur æquales.



3. Recta CD, transiens per centrum F, rectam AB non dividat bifariam in E, ductaque recta FB, & perpendiculari FG, rectangulum sub CE,ED, cum quadrato FE, *d* æquale quadrato FD, vel FB, *d 5.2.*
rectangulum etiam sub AE,EB, cum quadrato GE, d est æquale quadrato GB, adde quadratum FG, cum quadratum FB, fit æquale quadratis FG, GB, erit rectangulum AE,EB, cum quadratis EG,GF, æquale quadrato FB, hoc est rectangulo CE,ED, & quadrato FE; ergo cum quadratum FE, sit æquale quadratis FG, GE, si ab uno demas FE, & ab alio EG, GF, remanebunt æqualia rectangula CE,ED, & AE,EB.

4. Si neutra transeat per centrum, & se secent utcunque, ducatur ad intersectionem E, recta GH, transiens per centrum: cum rectangulum sub CE, ED, sit æquale ei quod sub HE, EG. Idemq; AE, *e per 3. partem hujus.*
EB, sit æquale ipsi GE, EH, erunt æqualia rectangula sub CE, ED, & AE, EB.

PROPOSIT. XXXVI.

Th. 30. 

Si extra circulum BHE, sumatur punctum aliquod A, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ, & ipsarum quidem AB, secet circulum, altera vero AF, tangat in F. Quod sub tota secante AB, & exteriusque assumpta AC, inter punctum A, & convexam peripheriam, comprehenditur, rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente AF, describitur quadrato.

PRob. Transeat 1°. recta AB, per centrum D, ductaque recta DF, cum recta CB, bifariam secta sit in D, & ei rectæ AC, adjiciatur, rectangulum sub AB, & AC, contenti unà cum quadrato DC, vel DF, a æquale est ei quod à DC, cum AC, tanquã una linea fit quadrato. Sed quadratũ DA, b est æquale quadratis DF, & FA, ergo dempto communi FD, remanebit quadratũ FA, æquale rectangulo sub AB, & CA.

a 6.2.

b 47.1. & 18.3

2. Si recta AE, non transeat per centrum, centro D, duc

per-

perpendicularem DG, a hæc [a 3.3.] secabit etiam BI, bifariam in G, cum igitur recta BI, sit secta bifariam in G, & ei IA adjiciatur, erit rectangulum sub AB, & sub AI, cum quadrato GI, æquale quadrato GA, addito igitur quadrato DG, erit rectangulum sub AB, & sub IA, cum quadratis IG, GD, hoc est quadrato DI, æquale quadrato DA; sed DA, est æquale quadratis FA, FD, demptis ergo æqualibus DF, DI, remanebit quadratum FA, æquale rectangulo sub AB, & AI.

Corol. 1. Hinc sequitur, si a puncto quovis extra circulum sumpto, plures rectæ, circulum secantes ducantur, rectangula comprehensa sub totis lineis & partibus exterioribus, inter se esse æqualia.

Corol. 2. Duæ rectæ, ab eodem puncto ductæ, quæ circulum tangunt, sunt inter se æquales.

Corol. 3. Ab eodem puncto extra circulum sumpto, duci tantum possunt duæ rectæ quæ circulum tangant.

PROPOSIT. XXXVII.

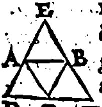
Th. 31. 

Si extra circulum EHIF, sumatur punctum aliquod A ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ AF, AB, vel AE, & harum quidem AB, secet circulum: illa autem AF, incidat: sit autem quod sub tota secante AB, & exterius assumpta CA, inter punctum & convexam peripheriam, æquale ei quod ab incidente AF, describitur incidens ipsa circulum tanget.

a 17.3. PRob. a Duc tangentẽ AH, & ad H, rectam DH, cum
b 36.3. ergo quadratum AH, b sit æquale rectangulo sub AB, CA & idem rectangulum sub AB, CA, ponatur æquale quadrato FA, lineæ FA, HA, erunt æquales, latera item FD, HD, sunt æqualia & basis AD, communis, ergo tota triangu-
c 8.1. la c sunt æqualia. Ergo cum
d 18.3. angulus AHD, sit rectus, recta etiam erit AFD, ergo AF, circulũ tãget per corol. 16. 3.

EUCLIDIS

EVCLIDIS
ELEMENTVM IV.
DEFINITIONES.



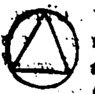
1. *Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, ejus figura, qua inscribitur, anguli, singula latera ejus qua inscribitur, tangunt.*

Ut triangulum ABC, inscriptum est triangulo DEF, quia anguli A, B, C, tangunt latera DE, EF, DF.

2. Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula ejus quæ circumscribitur, latera, singulos, ejus figuræ angulos, tetigerint, circum quam illa describitur.

Ut triangulum DEF, dicitur propriè describi circa triangulum ABC, quia singula latera majoris triangli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia ut impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi sufficit, ut bene advertit illustrissimus Princeps Flussates Candalla, ut nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planum figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

3. Figura

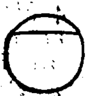


3. Figura autẽ rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, ejus figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.

4. Figura vero rectilinea circa circulũ describi dicitur, cum singula latera ejus quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.

5. Similter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria, singula latera tangit ejus figuræ in qua inscribitur.

6. Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit ejus figuræ, quam circumscribit, angulos.



7. Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum ejus extrema in circuli peripheria fuerint.

PRO

PROPOSIT. I.

In dato circulo ABC, accõmodare rectam BA, æqualem datæ rectæ D, quæ circuli diametro BC, non ſit major a. Probl. 1.

a 15.3.

Dati circuli ducta diametrum BC, ſi data recta D, æqualis ſit diametro BC, factum eſt quod petitur. Si D, minor ſit diametro; b abſcindatur BE, æqualis ipſi D, & centro B, ſpatio E, fiat circulus BA; juncta enim recta BA, aptata erit c in circulo BAC, & d æqualis erit ipſi BE, & conſequenter ipſi D.

b 3.1.
c 7. def. 4.
d 15. def. 1.

PRO-

PROPOSIT. II.

Prob. 2.

In dato circulo AHB, triangulum ABC, describere dato triangulo DEF, aequiangulum.

a 16.3. Fiat tangens GH, ad punctum A, fiat angulus HAG, b aequalis angulo E, & GAB, angulo F; ducta recta BC, factum esse quod petitur.

Prob. Angulus HAC, aequalis est c angulo B. & similiter angulus GAB, angulo C, ergo & angulus E, angulo B, & angulus F, angulo C, & consequenter angulus D, angulo A, d aequalis. Ergo triangulum triangulo aequiangulum descripsi in dato circulo.

b 23.1.

c 32.3.

d 32.1.

PROP.

PROPOSITIO III.

Circa datum circulũ ABC, describere triangulũ LMO, æquiangulum dato triangulo D, F, H. Prob. 3

Dati trianguli latus EF, produc in G, & H, angulo DFH, æqualis fiat ad centrum angulus CIB, & angulo DEG, angulus AIB, & ad puncta ABC, ducas perpendiculares quæ tangentes erunt scilicet MO, ML, LO, & coeuntes petitum triangulum constituent. Quod enim concurrant patet, nam uterque angulorum ad A, & uterque eorum qui sunt ad C, est rectus, ergo si intelligantur duci lineæ AC, erunt duo anguli versus O, minores duobus rectis, ergo in illam partem protractæ tangentes, concurrent similiterque aliæ in alias partes protractæ, ergo fiet trian-

a 23.1

b 11.1

c Ex 16.3

d 11. Ax.

triangulum circa datum circulum. Quod autem sit dato triangulo æquiangulum, sic probo. In quadrilatero CIBM, anguli ad B, & C, e sunt recti: ergo reliqui CIB, CMB, duobus rectis sunt æquales: probatur, concipe duci rectam IM, duo triãgula IMB, IMC,

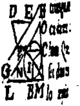
e 18.3.

f habent angulos æquales quatuor rectis, ergo cum duo ad C, & B, sint recti, reliqui sunt duobus rectis æquales. Jam angulus CIB, æqualis ponitur ipsi DFH, ergo angulus CNB, æqualis est angulo DFA, g cum anguli circa latus DF, valeant duos rectos: eodemque modo ostendi potest in quadrilateris AIBL, AICO, angulos L, & O, æquales angulis A, & D. Ergo circa datum, &c.

f 32.1.

g 13.1.

PRO-



utrique ... circuli ... C ... fit ... lo ... sic pat...

quadrilatero CIBI, ...
e 18.3. ... ad B, & C, ...
dit: ergo reliqui CI...
duobus rectis fu...
probatur, concipe ...
IM, duo triãgula IM...
f 32.1. f habent angulo...
quatuor rectis, ergo ...
ad G, & B, fint recti ...
funt duobus rectis ...
Jam angulus CIB, ...
ponitur ipsi DFH, ...
lus CNB, æqualis ...
g 13.1. lo DFA, g cum angu...
latus DF, valeant duo...
eodemque modo osten...
test in quadrilatero ...
AICO, angulos L, I ...
æquales angulis A, ...
Ergo circa datum, &c.

PROPOSITIO IV.

In dato triangulo ABC, circulum GEF describere. Prob. 4.

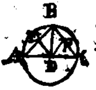
D[a]Ivide duos ejus angulos B. & C, bifariam per rectas CD, BD & è puncto in quo concurrent puta D, [b] ducas perpendiculares DE, DG, DF, ad tria latera dati trianguli. & quia triangulorum FCD, GCD, angulus C, unius, ponitur æqualis angulo C, alterius. & uterque angulorum G, & F, rectus est, & latus CD, commune: linea DG, [c] erit æqualis lineæ DF, similiterq; ostendetur rectas DE, DF, esse æquales. Posito ergo centro in D, descriptus circulus spatio DG, [d] transibit per puncta EGF, & quia per coroll. 15.3. unaquæque linearum AB, BC, CA, tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

a 9.1.
b 12.1.
c 26.1.
d 9.3.

PRO-

PROPOSIT. V.

Prob. 5.



Circa datū triangulū ABC, circulum describere.

Cuiuscunque; dati trianguli, duo aliqua latera puta AB, BC,[a] diuide bifariā in E, & F, [b] ad quę puncta excitabis perpendiculares quę coibunt in D, vel intra triangulū vel in tertio latere, vel extra (recta enim EF, facit angulos DEF, DFE, minores duobus rectis, ergo coibunt) duc praeterea rectas DB, DA, DC. Nunc quia triangulorū BED, AED, latera BE, EA, sunt aequalia & DE, commune & anguli ad E, recti, erunt & bases AD, DB, aequales. Eodemq; modo erunt aequales bases DB, DC, centro igitur D, spatio DB, ducetur circulus ABC, qui transibit per puncta A, B, C. Circa datum ergō triangulū, circulum descripsimus.

a 10. 1.
b 11. 1.

c 4. 1.

PROPOSITIO VI.

In dato circulo ABCD, *quadratum describere.* Prob. 6.

DUcantur duæ diametri AC, BD, secantes se ad angulos rectos in centro E, & jungantur rectæ AB, BC, CD, DA, & factum est quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad centrum E, ponuntur recti, & quatuor lineæ EA, EB, EC, ED, æquales: a ergo & quatuor bases AB, BC, CD, DA, sunt æquales. a 4. 1. Omnia ergo quadrati latera sunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti sunt omnes in semicirculo; b ergo recti: Erit igitur AB, CD, quadratum per definitionem 30. 1. b 31. 3.

PRO-

PROPOSIT. VII.

Prob. 7

Circa datum circulũ quadratũ describere.

DUctis duabus diametris *AC*, *BD*, secantibus se ad rectos in centro E, per earum extrema si ducantur perpendiculares FG, FI, IH, HG coëuntes perimum dabunt quadratum.

Prob. Anguli quatuor ad E, ponuntur recti, sicut & anguli ad

a 28. 1. ABCD, *a* ergo rectæ FG, BD, HI. sunt parallelæ, similiterq; rectæ

b 34. 1. FI, AC, CH *b* ergo figura FGIH, est parallelogramma. Angulus

c 34. 1. ACH, est rectus, *c* ergo angulus HGA, est rectus; eodem modo ostendetur angulos F, I, H, esse rectos.

De lateribus sic dico, latus IH, est æquale lateri BD, & latus HG, lateri AC, hoc est DB. ergo latera IH, sunt æqualia, ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratum cujus latera circulum tangunt per corol. 16. pr. 3. Ergo circa datum, &c.

Pro-

PROPOSI

Dictis ducibus diametris ... centro E, per eam ... ducantur perpendiculares FI, IH, HG ... dabunt quadratum.

Prob. Anguli ... ABCD, ... FI, AC CH ... est parallelogramma ... ACH, est rectus, ... HGA, est rectus, ... ostenderetur anguli ... rectos.

De lateribus sic ... est æquale lateri ... lateri AC, hoc est DB ... IH, sunt æqualia, ... latera sunt æqualia ... quadratum cujus latera ... tangunt per corol. 16 ... circa datum, &c.

PROPOSIT. VIII.

In dato quadrato, circulũ describere. Prob. 8.

Latera quadrati a divide bifariam in ABCD, duc rectas AC, BD, secantes se in puncto E, quod dico esse centrum circuli, qui si describatur spatio EB, erit quod petitur. a 10.1.

Prob. Rectæ AF, IC, sunt parallelæ & æquales, ergo rectæ AC, FI, b sunt parallelæ & æquales & similiter rectæ AC, HG, eodemq; modo rectæ FG, IH, ipsi BD, c sunt igitur parallelogramma FE, EI, EH, EG. Nunc sic dico, Rectæ BF, FA, AG, sunt æquales cum sint medietates æqualiũ: ipsis vero d sunt æquales rectæ BE, EA, ED, ergo rectæ BE, EA, ED sũt æquales e Ergo E, est centrum, ex quo si spatio EA, describatur circulus, tanget puncta ABCD, & consequenter omnia quadrati latera per coroll. pr. 16. l. 3. f cum anguli ad ABCD, sint recti. In dato ergo, &c.

b 33.1. c 34.1. d 34.1. e 9.3. f 29.1.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Prob. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.

DUcantur diametri AC, BD, secantes se in puncto E, quod dico esse centrum describendi circuli.

Prob. Rectæ AB, AD, sunt æquales *a* ergo & anguli AB

a 5. 1.
b 31. 3. D, ADB Angulus BAD, *b* est
c 32. 1. rectus. *c* ergo anguli ABD, ADB, sunt singuli semirecti. Similiter quilibet partialium angulorũ ad AB, CD, est semirectus, ergo omnes inter se

d 6. 1. æquales. *d* Ergo latera EA, EB, EC, ED, æqualibus angulis subtensa sunt æqualia.

e 9. 3. *e* Ergo E, est centrum circuli qui si describatur spatio EA, transibit per puncta quadrati ABCD. ergo circa datũ, &c.

PRO-

PROPOSIT. X.

Isosceles triangulum ABD, constituere, quod habeat utrumque eorum qui ad basim sunt, angulorum B, & D, duplum reliqui A. Prob. 10

Sume rectam quamlibet AB quæ sic ᵃ dividatur in C, ut rectangulum sub AB, BC, æquale sit quadrato rectæ AC, tum centro A, spatio B, ducatur circulus, in quo ᵇ accommodetur recta BD, æqualis ipsi AC, junganturque recta AD, dico triangulum ABD, fore isosceles, cum rectæ AB, AD, sint æquales, & angulo ad basim B & D, duplos reliqui A, quod sic probo.

a 11.2.

b 1.4.

Ducta recta CD, ᶜ describe circulum ACD, circa triangulum DAC, rectangulum sub AB,BC, æquale ponitur quadrato CA, ergo & quadrato BD Ergo cum à puncto B, ducatur secans BA, ab recta BD, ab eodem puncto ducta incidens,

c 5.4.

a 37.3. incidens in circulū ACD, d in tanget in D, ergo angulus CD

e 32.3. B, e æqualis est ipsi A, in alterno segmento, ergo communi CDA, additos duo anguli A, & CDA, æquales sunt duobus BDC, & CDA hoc est toti ADB, vel ABD. Nunc angulus externus BCD

f 32.1. duobus internis A, & ADC, f æqualis est, ergo idem BCD, erit æqualis ipsi CBD, vel AD

g 6.1. B, ergo rectæ DC, DB, g æquales, cùm æquales angulos subtendant. Sed BD, ponitur æqualis ipsi CA, ergo CD, CA, æquales erunt; ergo anguli A, & CDA,

h 5.1. h æquales. Ergo externus angulus BCD, duplus est ipsius A. ergo ejusdem quoque dupli sunt BCD, ADB. cum singuli externo BCD. æquales sint. Triangulum ergo, &c.

PRO-

PROPOSIT. XI.

In dato circulo EHFG pentagonũ æquilaterũ & æquiangulum inscribere. Prob. 11

Fiat a triangulum Isosceles quicunque, cujus anguli ad basim sint dupli ejus qui ad verticem & ipsi æquiangulus. b inscribatur in dato circulo sitq; EFG. Utrumq; angulum ad basim divide bifariam ductis rectis IF, HG, & quinque puncta E, H, F, G, I, junge lineis totidem, & factũ esse quod petitur, sic probo. Quinq; anguli FEG, EGH, HGF, IFG, EFI, ponuntur æquales, c ergo arcus quibus insistunt sunt æquales. d ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias subtendunt. Arcus EH, æqualis est arcui EG, ergo si addas communem HF, erunt peripheriæ EHF, HFG, æquales, & reliqua segmenta FG, IE, GI, EH, æqualia, e ergo anguli EHF, HFG, æquales. Idemq; dicendum de reliquis. Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscriptũ. Q. E. F.

a 10. 4.
b 2. 4.
c 26. 3.
d 29. 3.
e 27. 3.

PRO-

PROPOSIT. XII.

Prob. 12.

Circa datum circulum ABCD, pentagonum GHIKL, aequilaterum & aequiangulum describere.

Quasi juxta propositionẽ 11. inscripsissem pentagonum in dato circulo, reperiã centrũ F, & notabo in peripheria quinque semidiametros FA, FB, &c. quinque puncta angularia ABCDE, & ex iisdem punctis *a* ducam tangentes
a coroll. 16.3. quae *b* concurrent in punctis GH IKD, à quibus si duxero ad centrũ
b 11. Ax. rectas GF, IF, sic demonstrabo pentagonum esse quod petitur. Et primo, quidem quod anguli omnes sint aequales. In quadrilatero AF
c 32.1. BH, quatuor anguli *c* valent quatuor rectos cum cujuslibet trianguli AHF, HFB, tres anguli valeant duos rectos; similiterque in quadrilatero BF, CI, & sic de aliis: ergo cum anguli A, & B, sint recti, anguli AHB, AFB, valent duos rectos, similiterque anguli BIC, CFB, & sic de aliis. Sed an-
d 27.3. guli AFB, BFC, sunt *d* aequales ob aequales arcus, ergo reliqui H, & I, sunt aequales, idemque dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt aequales.

PROP.

Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo. Quadratum FI, e est æquale quadratis tam e 47.1.
ipsarum FB, BI, quam ipsarum IC, CF, sublatis ergo quadratis æqualibus FB, FC, remanent æqualia quadrata BI, IC, ergo rectæ BI, IC, sunt æquales. Nunc anguli FBI, FCI, & continentia latera sunt æqualia, ergo se habent juxta 4. ergo anguli BIF, FIC, sunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis CFK, KFD, & de aliis omnibus. Ergo cum anguli BFC, CFD, f sint æquales, & an- f 27.3.
guli IFC, CFK, sint eorum dimidia, æquales erunt anguli IFC, CFK, Ergo cum in triangulis IFC, CFK, anguli IFC, CFI, æquales sint duobus angulis CFK, FCK, alter alteri & latus FC, sit commune, reliqua latera g erunt æ- g 26.1.
qualia. Ergo rectæ IC, CK, sunt æquales, & dimidiæ ipsius IK, eadem modo ostendam IH, esse dimidiam ipsius LH, & sic de aliis ergo cum dimidiæ IC, IB, ostensæ sint æquales, erunt tota latera IH, IK, æqualia, idemque dicendum de aliis.

PROPOSIT. XIII.

Prob. 13

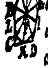
In dato pentagono quod est æquilaterũ & æquiangulum, circulum inscribere.

a 9. 1. 5. Dividantur bifariam duo anguli proximi BAE, ABC, rectis AF, BF, quæ coibunt, puta in F, cum b 11. Ax. alius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF, FBC, æqualia sunt latera BA, BC, & BF, commune, & anguli ad B, c sunt pares, anguli BAF, d BCF, & bases AF, CF, erunt æquales. Cum igitur anguli BAE, BCD, ponantur æquales, & BAF, dimidiũ sit anguli BAE, erit & BCF, dimidiũ anguli BCD. Hic ergo angulus & reliqui in orbem secti

c Ex constr.

d 4. 1.

secti sunt bifariam. Ducantur
similiter ex F. ad singula
pentagoni latera perpendicu-
lares FG, FH, &c. Qui tri-
angulorum GFB, BFL, duo
anguli GB, GBF, duobus
FLB, FBL sunt æquales, &
latus FB, commune, æqualia
etiam e erunt latera FG, FL, e 26.1
& his FK, FI, FH, quare
centro F, spatio FG, f & f 15.
ducatur circulus, transibit per def. 1.
puncta H, I, K, L, existentia
in lateribus pentagoni, g quæ g coroll.
etiam tanget circulum, cum 16.3.
sint super extremitates diame-
tri ad rectos constitutæ.



13. PRO-

PROPOSIT. XIV.

Pro.14

Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere,

a 9.1. ANgulos A, & B, a dividò bifariam rectis A F, FB, quæ alicubi b concurrent,

b 11. Ax. puta in F, hinc ad reliquos angulos duco rectas FD, FC, FB, quæ eos secare bifariam probatur, ut in proxima propositione. Ergo cum anguli totales ponantur æquales,

c 6.1 æquales erunt dimidii, & c consequenter æquales FA, FB, bisq; æquales omnes rectæ FC, FD, FE. Ergo centro F, spatio FA, descriptus circulus, transibit per angulos pentagoni, nec ullum ejus latus d

d 2. 3. secabit, cum omnia cadant intra circulum.

Prop.

PROPOSIT. XV.

In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inscribere. Prob. 15

Si diameter *AD*, centro *D*, spatio semidiametri *DG*, fiat circulus *CGE*, secans datum circulum in *C*, & *E*, per centrum *G*, ductis *CF*, *EB*, jungantur *AB*, *BC*, *CD*, &c. eritque inscriptum hexagonũ æquilaterũ, & æquiangulum.

Prob. Rectæ *GC*, *GD*, à centro *G*, & rectæ *CD*, *DG*, à centro *D*, sunt æquales, ergo triangulum *DGC*, est æquilaterum, a Ergo & æquiangulũ. a 5.1.
Hi tres anguli, b valent duos rectos, ergo quilibet eorum est pars tertia duorum rectorũ. Similiterq; angulus *DGA*. Ergo cum *CGE*, *HGF*, c va- c 13.3.

leant duos re-ctos, EGF, erit etiam pars ter-tia duorum re-ctorum. Sed
d 15.1. illis d æquales sunt anguli ad verticem. Ergo sex anguli ad centrū G, sunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferen-tiæ AB, BC, &c. quibus insi-
e 26. & 29.3. stunt e sunt æquales. Est ergo hexagonum æquilaterum. Quod vero sit æquiangulum patet, cū omnium angulorum medietates sint ostensæ æqua-les & constare duabus tertijs duorum rectorum.

Corol. *Hexagoni latus, æqua-le est semidiametro.*

PRO.

ROPOSIT. XVI.

In dato circulo quindecagonum & aequilaterū & aequiangulum, describere. Pro.16

INscribe in dato circulo pentagonum aequilaterum AEFGH, a 11.4.
& eidem ad punctum A, b inscribe triangulum aequilaterum ABC b 2.4.
hoc posito cum tertiam partem circumferentiae c subtendat AB, c 26.3.
hoc est quinque quindenas, duo vel 28.3.
vero pentagoni latera, AE, EF, earundem quindecimarum subtendant sex. Si ab ipsis AE,EF, subtendentibus sex, ipsam AB, subtendentem quinq; tollas, supererit BF, subtendes unam decimamquintam totius. Ergo si quatuordecim ei aequales in circulo; d accommodentur erit quindecagonum aequilaterum & Aequiangulum e cum singuli anguli subtendant arcus aequales tredecim laterum quindecagoni, Q. E.F. d 1.4. e 27.3.

EUCLIDIS

ELEMENTUM V.

Hujus Elementi quinti Vitruvius autorē prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonē comitatus est in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum metitur majorem.

ID est, quæ aliquoties sumpta, majorem ipsā præcise constituit: sic unitas, est pars ternarii, quia ter sumpta facit ternarium. Atq; hæc est pars propriè

propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota*. Impropriè verò dicta pars, est *quæ aliquoties sumpta, vel suum totum excedit, vel ab eo deficit*. sic binarius numerus est, impropriè dicta pars septenarii, quia ter sumptus, deficit; quater autem sumptus excedit, atq; hæc pars dicitur *Aliquanta*. Imo Euclides lib. 7. non vocat partẽ sed partes, & benè, quia quatuor non est pars numeri sex, sed ejus duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita, metitur vel excedit suum totum.*

Similiter & si definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conveniãt quantitati continuæ; quæ sola propriè secundùm Philosophũ appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini, sic forte commodius potuisset exprimi. *Pars est minor* *quantitas, quæ metitur majorem.* Ut ut sit, in sequentibus, partis nomine utar, cum in quantitate continua tum in discreta; imò brevitatis gratia frequentius utar numeris, quos tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est major, quam metitur minor.*

Multiplex idem est ac multum simplex, quando videlicet unum simplex, hoc est, pars metitur multum, hoc est majorem quantitatem: sic 12 est multiplex ipsius 6 & 2 bis enim continet 6, sexies vero 2 sex autem respectu duodenarii dicitur *submultiplex.* *Æquemultiplices* dicuntur quantitates quæ æquè multoties continent suas submultiplices, ut 9. respectu 3. & 12. respectu

ſpectu 4. quia prima quantitas ſecundam ter continet, & ſimiliter tertia quartam. Hinc vides quomodo pars & multiplex ſint relata.

3. *Ratio eſt duarum quãtitatum ejuſdem generis, mutua quædam ſecundùm menſuarum habitudo.*

QUod Euclid. dixit λόγος, hoc Campanus vertit Proportio, melius aliis Ratio. Senſus vero hic eſt, quando duæ quantitates ejuſdem generis, ut duo numeri, duæ lineæ, duæ ſuperficies, duo ſolida (nec enim linea cum ſuperficie, aut linea alba cum ſonora, ut ſic, poſſunt conferri, cum ſint diverſi generis) inter ſe comparantur, ſecundùm capacitatem hoc eſt exceſſum, defectum aut æqualitatem, appellatur hæc comparatio aut habitudo mutua Ratio.

tio. Observabis verò, requiri semper duas quantitates, nihil enim habet rationem ad se ipsum, & decempeda solitariè considerata nec major est, minor, aut æqualis.

Hinc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur, secundùm quam una quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum excessu. Si enim una partem tantum alterius continet ut bipeda tripedam, minor inæqualitas sive minor ratio appellatur: si adæquate totam ut sexpeda sexpedam, æqualitas dicitur: si denique plusquam totam ut sexpeda bipedam, major inæqualitas seu major ratio dicitur. Cùm autem in omni ratione duo sint termini *Antecedens* & *Consequens* qui ad invicem referuntur; ille in nominativo efferri solet, hic in alio casu: exempli gratia linea sex palmorum est dupla lineæ trium: antecedens est linea

linea sex palmorum: consequens, lineæ trium. Excessus antecedentis supra consequentem vel consequentis supra antecedentem dicitur *Differentia terminorum*. *Ratio Rationalis* est quæ est inter quantitates commensurabiles & numeris potest exprimi, ut ratio dupla, tripla, &c. *Ratio Irrationalis* est ea quæ est inter magnitudines quarum nulla est communis mensura quæ ullo numero possit exprimi: exempli gratia inter latus quadrati & ejus diametrum.

4. *Proportio est rationum similitudo.*

Græcè dicitur *ἀναλογία*. Sensus verò hic est. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitatum dicitur ratio: Ita similitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio. Ex gr. Cum similis sit ratio 1 ad 4 quæ 9.

ad

ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem, quia est similitudo rationum.

Proportio dividitur in *Arithmeticam*, *Geometricam*, & *Musicam*. *Arithmetica est quando tres vel plures numeri per eandē differentiā progrediuntur* ut hi numeri 4. 7. 10. est enim differentia 4. & 7. æqualis differentiæ 7. & 10. hæc proportio dicitur Arithmetica, quia invenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1, 2, 3, 4, 5, &c.

Geometrica est similitudo rationum quæ fit inter tres, vel plures quantitates ut inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similis rationi 6. ad 18. nam utraque ratio est tripla. Hæcque sola est propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

Proportio musica est quando

ad 3. ideo in e
quantitatem discr
quia est simi
num.

Proportio Ari
thmetica, Geo
Musica. Arithm
de tres vel plures
eandem differenti
ut hi numeri 4. 7. 1
differentia 4. & 1
differentiae 7. &
proportio dicitur
quia invenitur inter
in ordine suo numeri
pura 1, 2, 3, 4, 5, &c.

Geometrica est
tionum quae fit inter
plures quantitates ut
meros 2. 6. 18. et
2. ad 6. similis ratio
18, nam utraque ratio
pla. Haeque sola est
dicta proportio, & quae
definit Euclides.

Proportio musica est

do tres magnitudines ita ordinantur, ut eadem sit ratio primae ad tertiam, quae differentiae primae & secundae, ad differentiã secundae est tertia, ut 3. 4. 6. Sunt in proportione musica quia eadem est ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quae differentiae primi & secundi, quae est 1. ad differentiam secundi & tertii, quae est 2. dicitur vero harmonica, quia consonantes facit sonos inter quos invenitur.

5. Rationem habere inter se quantitates dicuntur, quae possunt multiplicatae sese mutuo superare.

Quia ratio est duarum quãtitatũ ejusdẽ generis mutua secundùm mensurã habitudo, propterea quantitates quae rationem habent inter se debent esse tales ut se mutuo superare possint, nam quantitas

quantitas quæ metitur alià potest eam superare, hinc.

Colligitur 1°. Inter lineam & superficiem, inter superficié & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineú & contactus, nullam esse rationem, quia quantumvis horum unum multiplices, nunquam tamen aliud superabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati esse rationé, quia ita potest multiplicari ut latus excedat diagonalem, sed hæc ratio dicitur irrationalis, quia non potest exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curvilinea & rectilinea esse rationem, cum inter ea sit æqualitas & inæqualitas, nam Hippocrates Chius Lunulam crescentem, & Archimedes Parabolá quadravit, & Proclus inter angulos rectilineos & curvilineos æqualitatem demonstravit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. In

6. In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundã, & tertia ad quartam, cum prima & tertia æquimultiplicia, à secũdæ & quartæ æquimultiplicibus, qualiscunq; sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroq;, vel unà deficiunt, vel uni æqualia sunt, vel unà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.

A Signo ostendit Euclides quomodo possimus cognoscere utrum quatuor quantitates sint in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiã. 2°. Æquemultiplica secundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ,

quartæ, & vide, utrum quotiescunque multiplex primæ deficit à multiplici secundæ; vel æqualis est, vel excedit, etiam multiplex tertiæ unà deficiat à multiplici quartæ, vel æqualis sit vel excedat: tunc enim si id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates esse in eadem ratione, si non fiat, nega esse.

8	6	12	9
4	2	6	3
A	B	C	D

Exemplum: volo scire utrũ hæ quantitates A, B, C, D, sint proportionales: 1°. æquemultiplico A, & C, puta per binarium. 2°. æquemultiplico B, & D, puta per ternarium, ut factum vides superius: tertio confero multiplicẽ 1æ. 8. cum multiplici secundæ 6. & multiplicẽ tertiæ 12 cum multiplici quartæ 9. & videõ non

non tantùm multiplicem secundæ deficere à multiplici primæ, sed & multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12	12	18	18
4	2	6	3
A	B	C	D

Deinde iterum æquemultiplico *A*, & *C*, puta per ternarium: similiter æquemultiplico *B*, & *D*, puta per senarium; eadem est ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices, tum video, multiplicem primæ æqualem esse multiplici secundæ: & multiplicem tertiæ, multiplici quartæ.

8	16	12	24
4	2	6	3
A	B	C	D

Tertio æquemultiplico *A*, & *C*, puta per binarium, æque-

mulplico

multiplico etiam B, & D, per octonarium & aliud multiplicem primæ 8 deficere à multiplici secundæ 16. & multiplicem tertiæ 12. à multiplici quartæ 24. & quia qualitercunq; æquemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primæ ad multiplicem secundæ, ut se habet multiplex tertiæ ad multiplicem quartæ, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt æquales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primum in eadem ratione esse ad secundam, in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	B	C	D

Alterum exemplum. Proponantur aliæ quatuor A B C D, 1°. æquemultiplico A, A, & C, puta per quaternariũ. 2°. æquemultiplico B, & D, puta per quinarium. 3°. Video multiplicem primæ 16. superare multiplicem secundæ 15. multiplicem verò tertiæ 24. superari à multiplici quartæ 25. quare concludo duas quantitates non esse in eadem ratione, quia si essent in eadem ratione quadruplum tertiæ superaret quadruplum 4æ. Sicut quadruplum primæ, superat quadruplũ secundæ. Id enim fieri debet qualiscunque sit multiplicatio. Quare licet duplum primæ superet duplum secundæ, & similiter duplum tertiæ superet duplum quartæ. Tamen non potest inde colligi quod sint proportionales quia ut sint proportionales oportet ita fieri facta quavis multiplicatione.

SCOLHIUM.

Hæc sunt quæ ad verbi & sensum. Eu lidis nunc

nunc occurrunt. Quod ad rem ipsam, nunquam judicavi definitionem illam posse inservire tyronnibus, cum tradatur per obscurius. Sic itaq; illā aliter enuncio. *Quatuor quantitates dicuntur esse proportionales, cum prima eodem modo continet secundam vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates esse proportionales, est primam ita se habere ad secundam, sicut tertia se habet ad quartam: hoc autem aliud nihil est, quàm primam ita esse majorem vel minorem secunda, sicut tertia major est vel minor quarta. Si autem res ita se habet, prima eodem modo continebit secundam, vel à secunda continebitur quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet secundam,

dam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartã vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem convenire tum quantitatibus rationalibus, tùm irrationalibus. Superest tantum explicandus ille modus continentiæ vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet 2m. aut continetur à secũda toties exactè, quoties tertia continet quartam, aut continetur à 4a. exactè, ita ut pars nulla supersit, v.g. linea duorum pedum toties continet lineam unius pedis, quoties linea 6. pedũ, continet lineã 3. pedum. Similiterque linea unius pedis toties continetur in linea duorum pedum quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, ille modus conti-
nentiæ

nentiæ vel contentionis dicitur idem cum prima secundæ, & tertia quartam æque continet & præterea eandem partem, vel easdem partes; vel cum prima, cum tali sui parte aut talibus partibus continetur in secunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur, in quarta. Ut linea 10. pedum continet ter ties lineam 3. pedum & talem insuper ejus partem quoties lineam 6. pedum qualemve ejus partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum & insuper trientem ipsius ternarii, sicut linea 20. pedum continet ter 6. & insuper trientem ipsius senarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales ejus partes, quoties lineá 10 pedũ qualesve ejus partes cõtinet linea 24. Rursus linea 3 pedũ cũ tali sui parte, cõtinetur in linea 10 pedũ, sicut linea

6 pedum

pedũ cum tali sui parte continetur in linea 20 pedum. Similiter linea 5 pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12 pedum, sicut linea 10 pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. Eandem autem habentes rationem quantitates, vocentur proportionales.

NAm quæ habent eandem rationem, habent rationum similitudinem seu proportionem. Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continuè proportionales: secus autem dicuntur tantùm proportionales ut 4. 2. 6. 3.

8. *Cum verò æquè multiplicium, multiplex prima excesserit multiplicē secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicē quartæ: tunc prima ad secundam majorē rationem habere dicetur, quam tertia ad quartam.*

16.	15.	24.	25.
4.	3.	6.	5.
A	B	C	D.

PUtà si proponantur quatuor quantitates A B C D. quia quadruplum primæ superat quintuplum secundæ, quadruplum autem tertiæ; non superat quintuplum quartæ, dicemus majorem esse rationem primæ ad secundam; quam tertiæ ad quartam.

9. Pro-

9. Proportio verò in tribus ad minimum terminis consistit.

Cum proportio sit rationum similitudo: ratio autem sit duarum magnitudinum ejusdem generis comparatio, quarum una dicitur antecedens, alia consequens; in proportione, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo consequentia: quia tamen medius terminus potest esse consequens primæ & antecedens secundæ rationis, propterea proportio potest esse in tribus terminis, nimirum quæ continua est ut 16. 8. 4. quæ vero non est continua postulat quatuor terminos ut 16.4.12.3.

16. 12. 4
4. 3.
A B C

10. *Cùm autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam. At cum quatuor quantitates proportionales fuerint; prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam: & semper deinceps uno amplius, quandiu proportio extiterit.*

DIfferunt ratio dupla & ratio duplicata, itemq; ratio tripla & ratio triplicata, ut, ista ostendunt exempla,

64.	16.	4.	1.
A	B	C	D.

Primum sint quatuor quantitates A. B. C. D. cõtinuè propor-

proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipsis una ratio duplicata & una triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam triplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla, Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplcata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates quatuor
1. 2. 4. 8.
E. F. G. H. continuè proportionales, erit prima subdupla secundæ. Secunda tertiæ. Tertia quartæ: Erit tamen ratio primæ ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad secundam. Erit item ratio primæ ad quartam, tripla rationis quam habet prima

ad secundam, nec tamen est prima dupla tertiæ sed ejus subquadrupla: nec prima est tripla quartæ sed ejus suboctupla.

Uno verbo discrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur esse ratio dupla, nisi una præcisè bis alteram contineat, dicitur autem esse ratio duplicata, quamcumque habeant inæqualitatem, modo bis ea reperiatur comparatio, quæ est inter primum & secundum terminos; & triplicata si tertiò eadem inveniatur.

II. Homologæ quantitates dicuntur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.

SI proportionales sunt 1. 4. 8. 32. A B C D. & ut prima ad secundam, ita, tertia ad quartam: homologæ dicentur prima & tertia inter se, secunda

secunda item & quarta inter se, quia easdem vices gerunt prima & tertia, & similiter secunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius suis locis demonstrabuntur.

12. *Alterna ratio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.*

QUia Geometræ quinque diversas conclusiones colligunt ex una quatuor quantitatum proportione, propterea quinq; modos quinq; illarum conclusionũ nunc definit Euclides. Prima est alterna, hoc est permutata ratio, seu permutando quantitates & comparando ipsas antecedentes inter se, & ipsas consequentes inter se.

9. 3. 6. 2.
A. B. C. D.

Puta ex eo quod proportionales sunt ABCD esque ut A. ad B. ita C. ad D. inferam ergo permutando ut A. ad C. ita B. ad D.

13. *Inversa ratio est sumptio consequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut consequentem.*

SEcunda species seu modus argumentandi dicitur inversa ratio, quando consequens instar antecedentis sumitur, invertendo scilicet terminos proportionis, & ad antecedēs velut ad cōsequens comparatur. Nam quia est ut

9 A. ad 3 B. ita 6 C. ad 2 D. Ergo

invertendo inferam ut 3 B. ad

9 A. ita 2 D. ad 6 C.

14. *Com-*

14. *Compositio rationis, est sumptio antecedentis cum consequente, ceu unius ad, ipsum consequentem.*

TErtia species dicitur compositio rationis, cum antecedens simul cum consequente instar unius sumitur, & ad consequens comparatur.

Sic, Quia est ut $\overset{9}{A}$ ad $\overset{3}{B}$. ita $\overset{6}{C}$. ad $\overset{2}{D}$. ergo componendo erit, ut $\overset{12}{AB}$ ad $\overset{3}{B}$ ita $\overset{8}{CD}$ ad $\overset{2}{D}$.

15. *Diviso rationis, est sumptio excessus, quo consequentem superat antecedens, ad ipsum consequentem.*

HOc est, est comparatio differentiæ terminorum cum alterutro ipsorum.

9 3 6 2
Ut quia est ut A ad B ita C ad D, erit dividẽdo ut 6 ad 3 ita 4 ad 2. vel ut 6 ad 9 ita 4 ad 6.

16. *Conversio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequentem.*

HOc est, comparatio unius termini cum differentia terminorum.

9 3 6 2
Ut quia est ut A ad B ita C ad D. Erit convertendo rationem ut 9. ad 6. ita 6. ad 4. vel ut 3. ad 6. ita 2. ad 4. Unde vides quod conversio est divisionis inversio.

17 *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur & in eadem ratione: cum ut in*

in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad ultimam se habebit. vel,

Sumptio extremorum, per subductionem mediorum. Ut, si sint plures magnitudines

12   4
A B C

& aliæ totidem

6   2
D E F binæ & binæ in eadē ratione, hoc est ut 12 A. ad B. quidpiam, ita 6 D. ad E. quidpiam, & ut B. ad C. ita E. ad F. erit ex æquo ut in prioribus 12 A. ad ultimam 4 C. ita in posterioribus 6 D. ad 2 F. Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hic non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet autem

9 3 6 2
Ut quia est ut A ad B ita C ad D.
erit dividendo ut 6 ad 3 ita 4 ad 2.
vel ut 6 ad 9 ita 4 ad 6.

16. *Conversio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequentem.*

HOc est, comparatio unius termini cum differentia terminorum.

9 3 6 2
Ut quia est ut A ad B ita C ad D.
Erit convertendo rationem
ut 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel ut 3. ad 6. ita 2. ad 4.
Unde vides quod conversio est divisionis inversio.

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur & in eadem ratione: cum ut*

in

in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad ultimam se habebit. vel,

Sumptio extremorum, per subductionem mediorum. Ut, si sint plures magnitudines

12 4
A B C

& aliæ totidem

6 2
D E F binæ & binæ in eadē ratione, hoc est ut

12 6
A. ad B. quidpiam, ita D. ad E. quidpiam, & ut B. ad C. ita E. ad F. erit ex æquo ut in

12 4
prioribus A. ad ultimam C.

6 2
ita in posterioribus D, ad F. Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hic non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet autem

tem æqualitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum: hos duæ sequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio est, cum fuerit quemadmodũ antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; fuerit etiam ut consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.*

Dicitur ordinata proportio, quia duæ partes proportionis eundem servant suarum rationum ordinem.

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F

Exemplum; esto utrinque

non æqualis rati
modos æquatur:
portione plerim
inter quantitates
sequentes definiti
cant.

18. *Ordinata pr*
est, cum fuerit
modo antecedens a
sequentem, ita ant
ad consequentem;
etiam ut consequ
aliud quidpiam, ita
sequens ad aliud q
am.

Dicitur ordinata pr
tio, quia duæ prop
portiones eandem seru
arum rationum ordine

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F

Exemplum; esto ut

partis prima ratio est dupla, secunda ratio est sesquialtera, Concluditur quod ut est

12 A. ad 4 C. ita est 6 D. ad 2 F.

19. *Perturbata autem proportio est, cum tribus positis magnitudinibus, & aliis quæ sint his multitudine pares; ut in primis quidem magnitudinibus se habet antecedens ad consequentem. Ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: ut autem in primis magnitudinibus, consequens ad aliud quidpiam; sic in secundis magnitudinibus quidpiam ad antecendente.*

Hoc est, cùm ut in primis, prima se habet ad secundam, ita in secundis secunda ad ad tertiam, & ut in primis secunda ad tertiam, ita in secundis prima se habet ad secundam, dicitur hæc proportio perturbata, qui una proportionis pars non servat ordinem rationum alterius partis: Exemplum esto

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialteram.

In secunda parte sequitur.

Concluditur tamen perinde atque in proportione ordinata.

Quod ut est

	12		4
	A	ad	C
Sic est	6		2
	D	ad	F

PRO

ad tertiam, & ut a
secunda ad tertiam
secunda prima ad
secundam, dicitur
portio perturbata,
proportionis puta
ordinem minora
partis. Exemplum

12	6	4
A	B	C
6	4	3
D	E	F

In prima propositione
ratio dupla præced
teram.

In secunda parte
Concluditur
de æque in proportione
pata.

Quod ut est

	12		4
	A	ad	C
Sic est	6		2
	D	ad	F

PROPOSIT. I.

3.	1.	3.	1.
A.	B.	C.	F.
6.	2.		
C.	H.		

Si sint quotcumque magnitudines quotcumque magnitudinum æqualium numero, singulæ singularum, æque multiplices; quam multiplex est unius una magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium. Theo. 1

ID est quia *a* æque multiplices sunt A, ad E, & C, ad F. Si A. & C. jungantur in G. similiterque E. & F. in H. quam multiplex erat A ipsius E. & C. ipsius F. tam multiplex erit G. ipsius H. *a Def.* 2. 5.

Prob. Majora aut minora non *a* sunt tota, quam suæ omnes partes propriè dictæ. Ergo non potest totum aggregatum G, plures vel pauciore numero continere tota aggregatum H, quam A, & C, partes omnes totius H. Et vero quoties E, numerat A, & F, numerat C, toties H, numerat G, hoc est ter. *Id* vero intelligendum non tantum de multiplici increscente, sed etiam de decrescente, & mixto.

PRO-

PROPOSITIO II.

Th 2. 6 3 4 2 *Si prima A. secun-*
A. B. C. D. *da B, æquè fuerit*
9 6 15 10 *multiplex, atque ter-*
E. F. G. H. *tia C, quarta D. fu-*
erit autem & quinta E, secunda B, æquè multiplex, atque sexta F, quartæ D, erit & composita prima cum quinta E, nempe G, secundæ B, æque multiplex, atque tertia C, cum sexta F, nempe H, quartæ D.

PRob. Ex hypothesi secunda B, & quarta D, pari numero continentur in suis multiplicibus A, & C nempe bis. Similiterque eadem secunda B, & quarta D, pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E, & F, nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiã pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A, & B. ut fiat G. similiterque F. & C. ut fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PRO-

PROPOSITIO III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si sit prima Th. 3. A, *secunda* B, *aequè multiplex, atque tertia* C, *quarta* D, *sumantur autem aeque multiplices* E, & F, *primae* A, & *tertiae* C, *erit ex aequo sumptarum, utraq; utriusq; aeque multiplex, altera quidem* E, *secundae* B, *altera autem* F, *quartae* D.

PRob. Ponuntur B. & D. aequaliter contineri in singulis A. & C. ergo aequaliter a continentur etiam in iisdem a 1. 5.
pari numero multiplicatis in E. & F.

PRO-

PROPOSITIO IV.

4 2 6 3
A B C D
8 6 12 9
E F G H

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: etiam æque multiplices primæ & tertiæ, ad æque multiplices secundæ & quartæ, juxta quamvis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si, prout inter se respondent, ita sumptæ fuerint.

Th.4.

POsita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc propositionē sic breviter perstringo. Si prima A, ad secundam B, habuerit eam rationem, quam habet tertia C, ad quartam D, sumanturque primæ A, & tertiæ C, æque multiplices E, & G. Item secundæ B, & quartæ D, iisdem vel aliis æque multiplicibus F, & H, erit E, multiplex ipsius A ad F, multiplicē ipsius B. sicut G, multiplex tertiæ C, ad H, multiplicem quartæ

PROPOSITIO

4 2 6 3 Si pr
A B C D secun
8 6 12 9 dra s
E F G H
ratione.

tia ad quartam: &
Th.4 quæ multiplicium
tertiæ, ad eque m
tes secundæ & q
juxta quamcu m
cationem, eand
bunt rationem,
inter se respon
sumpta fuerint

Posita & explicata
nobis definitione
positione sic breviter
Si prima A, ad sec
habeent eam rationem
bet tertia C, ad quart
rantur que prima A, & te
eque multiplices E, & G
secundæ B, & quartæ D
aliis æque multiplicibus
erit E, multiplex ipsius A
multiplicē ipsius B. sicut
plex tertie C, ad M,

quartæ D. idque juxta non unam tantum aut alteram multiplicationem, sed juxta quamcumque, ut ibi diximus, & multiplicia primæ & tertiæ non solum unà deficient à multiplicibus secundæ & quartæ, aut unà æqualia erunt, aut unà excedent, sed præterea eandem quoque habebunt rationem.

Ratio est, quia ex definit. 6. idem est quatuor magnitudines in eadem esse ratione & earum æque multiplicia vel unà deficere vel unà excedere, vel unà æqualia esse. Idemque est vel conferre singulas B. & D. ad singulas A. & C. atque B & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter se numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conversæ. Nam si A. est ita majus ipso B. sicut C. ipso D. est evidens B. ita minus fore ipso A. sicut D. ipso C. minus est. Nec minus foret evidens si A. & C. sumpta essent æqualia, aut minora ipsis B. & D.

PRO-

PROPOSITIO V.

E	4	F	2	
Th. 5. C	8	D	4	
A	12	B	6	

Si magnitudo A, magnitudinis B, ita multiplex fuerit, ut ablata C, ablatæ D, etiam reliqua E, reliquæ F, ita multiplex erit, ut tota A, totius B.

PAtet. Sit enim A, duplum ipsius B, & pars ablata C, dupla similiter partis ablatæ D, ergo si residua E, non est duplex residuæ F, omnes partes totius B, non continentur in omnibus partibus totius A, sicut totum in toto. Est ergo residua residuæ ita multiplex, ut tota totius.

PRO-

PROPOSITIO VI.

G 2	H 3		G 8	H 12			
E 10	F 15		B 4	F 6			
A 12	B 18		A 12	B 18			
C 2	D 3		C 2	D 3			

Si duæ magnitudines A & B. *duarum magnitudinum* C & D. *sint æque multiplices: & detractæ quædam* EF. *sint earundem* CD. *æque multiplices. Reliquæ* GH. *iisdem* CD. *aut æquales sunt aut æque multiplices.* Th. 6.

PRob. C & D. in totis A, & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis E & F. æqualiter continentur ex hypothesi: *a* ergo æqualiter etiam continebuntur in reliquis G. & H. Ergo reliquæ eisdem, aut æquales, sunt aut æque multiplices. *a* 5.5.

PRO-

PROPOSITIO VII.

24	24	8	*Equales AB,*
A	B	C	*ad eandem C,*
12	12	4	*eandẽ habent*

rationem: & eadem C, ad æquales A B.

Th 7. PAtet ex terminis. Geometrice verò ut demonstretur, concipe magnitudinem C bis sumi, quasi diceretur, ut se habet A. ad C. it B. ad C. hoc posito sic dico, 12. & 12. æque multiplica primæ magnitudinis A. & tertiæ B. a sunt æqualia. Jam sumatur quodcunque multiplex ipsius C. puta 8. Ergo cũ æque multiplicia ipsorũ A. & B quocunq; modo multiplicentur, sint æqualia semper: vel unà deficient à multiplici C, vel unà æqualia ei unt, vel una excedent, ut in assũpto exemplo. b Ergo in eadem sunt ratione. Eodem modo dicam multiplicem ipsius C. puta 8. vel minorem esse 12. & 12. æque multiplicibus A. & B vel utrisque æqualem vel minorem.

a 6. Ax.

b Def. 6. 5.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

16 8 4 — A B C — 6 4 8

Inequaliũ magnitudinum A, B, major A, ad eandem C, majorem rationem habet, quam minor B. Et eadem C, ad minorem B, majorem habet rationem, quam ad majorem A. Theo. 8.

PROB. Prima pars. Si A, esset æqualis B, vel si A. & B. æqualiter continerent C, eandem rationem haberent a ad C. & C, eandem ad A. & B. per præcedentem: sed major ponitur A, hoc est pluries continere C. ergo per definitionem 8. A. majorem habebit rationem ad C. Prob. 2. Et quia C. pluries continetur ab A. quam à B. minorem habebit ad A. rationem quam ad B, per 8. def. a 6 Def.

PROPOSITIO IX.

Th. 9. A B C *Quæ* AB, *ad*
15 15 4 *eandem* C, *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB, *eadem* C, *eandem habet rationem, hæ quoque* AB, *æquales sunt inter se.*

SI enim dicas A. esse majus quam B. *a* ergo major erit ratio majoris A. ad eandem C. quam minoris B. ad eandem C. Item major ratio ipsius C. ad B. quam ad A. quod est contra *hypothesim.*

a 8.5.

PROP.

PROPOSIT. X.

16	8	4
A	B	C

Earum magnitudinũ AB, quæ ad eandẽ C, habent rationem: quæ A, rationẽ majorẽ habet, hæc major est: ad quam autem B, eadem C, majorem rationem habet, hæc B, minor est. Th.10.

SI enim B, esset æqualis aut major quam *a* haberent A & B, eandem rationem ad C. vel B, *b* haberet majorem, quod est contra hypothesim. Item si C, habet majorem rationem ad A, quam ad B, minor est A, quam B, vel utrumque, quod dixi, sequetur absurdum. Hæc convertit 8.

a 7.5. *b* 8.5.

E PROPOSITIO XI.

Th. 11.

	27		18		36
G	36	I	24	H	48
	18		12		24
A	9	E	6	C	12
B	6	F	4	D	8
	24		16		32
K	30	M	24	L	48
	12		8		36

Quæ ii- dem sunt eadem ra- tiones, & inter se sunt eadẽ.

SInt rationes A, ad B & C, ad D, eædem, rationi E, ad F, etiam A ad B, & C, ad D, eædem inter se erunt Prob. per 6. def. hujus. Si enim sumantur ad omnes antecedentes A, C, E, æquemultiplices GHI, & ad consequentes B DF, æquemultiplices KLM, semper vel unà deficient, vel unà æquales erunt, vel unà excedent, ut patet in schemate.

PRO-

PROPOSIT. XII.

4	2	6	3
A	B	C	D
10		5	
AC		BD	

Si sint quotcunq; magnitudines proportionales A B C D. quemadmodum se habuerit una antecedentium A. ad unam consequentium B, ita omnes antecedentes AC; ad omnes consequentes BD. Th. 12.

Quod Prop. 1. de proportione multiplici demonstratur, hic de omni proportione etiã irrationali ostenditur, per eandẽ primã & defin. 6. si sumantur antecedentiũ & consequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis est, quia cum tota nihil sint aliud quam omnes suæ partes, quæ erit ratio A, ad B, & C, ad D, eadem erit & AC, ad BD.

PROPOSIT. XIII.

Th. 13. 6 4 3 2 4 3
A B C D E F

Si prima A, ad secundam B, eandem habuerit rationem, quam tertia C, ad quartam D, tertia vero ad quartam, majorem habuerit rationem, quam quinta E, ad sextam F, prima quoq; A, ad secundam B, majorem rationem habebit, quam quinta E, ad sextam F,

PRob. Rationes A, ad B, & C, ad D, sunt similes ex hypoth. ut hic sesquialteræ. Ratio C, ad D, major est quam E, ad F, sesquitertia. Ergo ratio A, ad B, major est quam E, ad F, per 11, & patet à signo cum denominator A, ad B, 1. $\frac{1}{2}$ 2, sit major quã E, ad F 1, $\frac{1}{3}$.

PRO-

PROPOSIT. XIV.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

Si prima A ad secundam B, eandem habuerit rationem, quam tertia C, ad quartam D, prima vero A, quam tertia C, major fuerit, erit & secunda B, major quam quarta D. Quod si prima A, fuerit æqualis tertiæ C, erit & secunda B, æqualis quartæ D. Si vero minor, & minor erit. Th. 14

PRob. Sit A, major, C, minor, a ergo ratio A, ad B, major est quam C, ad B. Rursus est C, ad D, sicut A, ad B, ratio autem A, ad B, b major ergo est, quam C, ad B, b major ergo est ratio C, pri- a 8.5. b 13.5.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

d 10.5.

mi ad D, secundum quam C, quinti ad B, sexti. Minor ergo est D, quam B.

e 7.5. Sit A, æqualis C, erit ergo A ad B, ut C, ad D, & quia C, ad D, & C, ad B,
f 9.5. rationes eædem sunt rationi A, ad B, erunt quoque C, ad D, & C, ad B, eædem inter se.

Sit A, quam C, minor, major erit ratio C, ad B, quam A,
f 13.5. ad B, & cum minor sit ratio C, primi ad D secundum, quam C, quinti ad B, sexti,
g 10.5. minor erit B, quam D.

PRO-

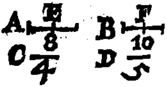
PROPOSIT. XV.

A 5 B 7 *Partes A* Th. 15.
C 25 D 35 *B, cum pariter multiplicibus CD, in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.*

SIc A, pars ipsius C, & B, ipsius D, continet C, toties A quoties D, continet ipsam B. Quia ergo ut una antecedentium A, ad unam consequentium B, ita *a* omnes antecedentes C, ad omnes consequentes D. Ergo ut C, ad D, ita A, ad B. *a* 12.5.

PROPOSIT. XVI.

Tb.16.



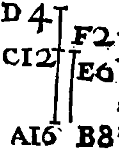
Si quatuor magnitudines ABCD, proportionales fuerint & vicissim proportionales erunt.

HOc est, si sit A, ad C, sicut B, ad D, erit permutando ut A, ad B, ita C, ad D.

Prob. Supponamus enim A, continere C, bis sicut B, continet D, si dividamus A, in E, bifariam & B, in F, erit E, æqualis C, & F, æqualis D, sed ut E, ad F, sic dupla A, ad B, per 12. Ergo ut dupla A, ad duplam B, sic C, æqualis ipsi E, ad D, æqualem ipsi F

PROP.

PROPOSIT. XVII.



Th: 17.

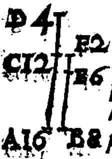
Si compositæ magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoq; divisæ proportionales erunt.

HOc eſt A, compoſitum ex CD, & B, ex EF, dentur: & ſit ut A, 16. ad ſui partem D 4. ita B, 8. ad F, 2. erit & ut C, 12. ad D, 4. ita E, 6. ad F, 2.

Id probant. Theon & alii per æquemultiplices. Dibualdus, quod alias ſequeretur partem eſſe æqualem toti. Nos ſic breviter A. & B, ponuntur proportionales *a* ergo ſimili ratione continent partes D, & F, puta quater, ergo ſi eædem è ſuis ſingulæ totis auferantur, ſimiliter in [illegible] duis AC, BE, continebuntur: ergo ut erit AC, ad CD, ita BE, ad EF, *a* 4 def.

PROPOSIT. XVIII.

Th. 18.



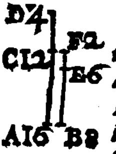
Si divisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoq; compositæ proportionales erunt.

SI, ut DC, ad CA, ita FE, ad EB, Erit & AD, ad DC, ut BF, ad BF.

Prob. Ex hypothesi partes AC, BE, simili ratione continent partes DC, FE, ergo si hæ illis addantur, tota AD, BF, adhuc simili ratione continebunt suas partes DC, FE.

PRO-

PROPOSIT. XIX.



Si quemadmodum totum A. ad totum B, ita ablatumCD, se habuerit ad ablatum EF, & reliquum CA, ad reliquũ EB, aut totum AD, ad totum BF, se habebit. Th.15.

PRob AD, BF, CD, EF, ponantur proportionales; erit a ergo ut FB, ad EF, ita AD, ad CD. Ergo b erit ut FE, ad EB, ita DC, ad CA. Ergo ut FB, ad DC, ita BE, ad AC, hoc est ut tota AD, ad totam BF, cum posita sit AD, ad BF, ut CD, ad EF.

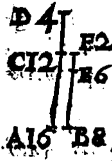
a 16.5
b 17.5

Brevius, quia aliter omnes partes essent maiores omnibus partibus, quam totum toto.

Pro-

PROPOSIT. XVIII.

Th. 18.



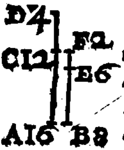
Si divisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque composita proportionales erunt.

Sit ut DC, ad CA, ita FE, ad EB, Erit & AD, ad DC, ut BF, ad EF.

Prob. Ex hypothesi partes AC, EB, simili ratione continent partes DC, FE, ergo si hæ illis addantur, tota AD, BF, adhuc simili ratione continebunt suas partes DC, FE.

PRO-

PROPOSIT. XIX.



Si quemadmodum totum A, ad totum B, ita ablatum CD, se habuerit ad ablatum EF, & reliquum CA, ad reliquũ EB, aut totum AD, ad totum BF, se habebit. Th.19.

PRob. AD, BF, CD, EF, ponuntur proportionales; erit a ergo ut FB, ad BF, ita AD, ad CD. Ergo b erit ut FE, ad EB, ita DC, ad CA, Ergo ut FE, ad DC, ita BE, ad AC, hoc est ut tota AD, ad totam BF, cum posita sit AD, ad BF, ut CD, ad EF.

a 16.5
b 17.5.

Brevius, quia aliter omnes partes essent majores omnibus partibus, quam totum toto.

Pro-

PROPOSIT. XX.

Tb. 20. | 12 9 6 *Si sint tres*
A B C *magnitudines*
8 6 4 *ABC, & aliæ*
D E F *DEF, ipsis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur (hoc est ut A, ad B, ita D, ad E, & ut B, ad C, ita E, ad F.) Ex æquo autem prima A, quam tertia C, major fuerit, erit & quarta D. quam sexta F, major. Quod si prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

a 8. 5. T Rob. Sit major A, quam C, a ergo major erit ratio ipsius A, ad B, quam C, ad B,

est

est autem ut A, ad B, ita D, ad E, & ut B, ad C, ita E, ad F. Ergo convertendo est ut C, ad B, ita F, ad E. Ergo D. ad E, majorem b habet rationem quam F, ad E, quare b 13.5.
major c est D, quam F. Haud c 10.5.
secus concludam si A, ipsi C, æqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus, non de tribus tantum.

PRO-

PROPOSIT. XXI.

Th. 21. 18 12 4 *Si sint tres*
A B C *magnitudines*
27 9 6 *ABC, & ipsis*
D E F *aequales numero DEF, quae bina & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio (hoc est ut A, ad B, sic E, ad F, & ut B, ad C, sic D, ad E.) Ex aequo autem prima A, quam tertia C, major fuerit: erit & quarta D, quam sexta F, major. Quod si prima tertiae fueirit aequalis, erit & quarta aequalis sextae, sin illa minor, hac quoq; minor erit.*

Prob.

PROPOSIT. I

Thus 18 12 4 Si ſ
A B C magn
27 9 6 ABC, i
D E F æquales
ni DEF.

Bina & in eadem r
ſumantur, ſuerit
turbata earum pr
(hoc eſt ut A, ad
E, ad F, & ut B,
ſic D, ad E.) Si
autem prima A,
tertia C, major ſ
erit & quarta D
ſexta F, major.
prima tertiæ fuer
qualis, erit & quar
qualis ſextæ, ſin illa
nor, hæc quoq; minor

In

PRob. Sit A, major quam C, ergo A ad B, majorem a habet rationem quam C, ad B; Eſt autem ut A, ad B, ita E, ad F. Ergo b major eſt ratio E, ad F, quam C, ad B. Et quia ut B, ad C, ita D, ad E, ergo convertendo ut C, ad B, ita E, ad D. Ergo major eſt ratio E, ad F, quam E, ad D. c Ergo major eſt D, quam F. Idem oſtendetur ſi A minor ſit aut æqualis.

a 8.5.
b 13.5.
c 10.5.

PRO-

PROPOSIT. XXII.

Th. 22.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

Si fuerint quotcunq; magnitudines ABC, & aliæ ipsis æquales numero DEF, quæ bina in eadem ratione sumantur (hoc est ut A, ad B, ita D, ad E, & ut B, ad C, ita E, ad F,) & ex æqualitate in eadẽ ratione erunt. Hoc est erit A, ad C, sicut D, ad F.

PRob. Sumantur ipsarum ABC, æquemultiplicia GHI, & ipsarum DEF, æquemultiplicia LMN, cum simplicia sint in eadem ratione A, ad B, ut D, ad E, & B, ad
a 15.5. C, ut F, ad F, *a* erunt eorum multiplicia G, ad H, & H, ad I, ut L, ad M, & M, ad N. Ergo si quotvis magnitudines GHI, & aliæ totidem LMN, binæ sumantur in ea-
b 10.5. dem ratione quarum *b* primæ ultimam in utroque ordine simul excedunt, æquantur, vel deficiunt,
c 6 *def.* earum simplices A, ad C, *c* erunt ut D, ad F.

PROPOSIT. XXIII.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si fuerint tres magnitudines ABC, aliæque ipsis æquales numero DEF, quæ bina in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata earum ratio (hoc est sit A, ad B, ut E, ad F, & ut ad B, ad C, ita D, ad E) etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt (hoc est ut A, C, ita D, ad F.) Th:23.

PRob. a Si A, excedit C, æquatur vel deficit, D excedet F, æquabitur, vel deficiet. b Idemque, fiet in æquemultiplicibus. Ergo ex c æqualitate in d eadem ratione est ut A, ad C, ita D, ad F.

a 21.5. b 15.5. c 17. Def. d 4 Def.

PROPOSIT. XXIV.

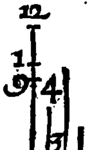
4	2	6	
A	B	C	
3	10	15	
D	E	F	
14	21		
G	H		

Th. 24. *Si prima A, ad secundam B, eandem habuerit rationem, quã tertia C, ad quartã D, habuerit autem & quinta E, ad secundam B, eandem rationem quam sexta F, ad quartam D. Etiam G, composita prima cum quinta, ad secundã B, eandem habebit rationem, quam H, tertia cum sexta, ad quartam D,*

PRob. Ex hypothesi B, est talis pars singularum A, & E, qualis est D, singularũ a 18. 5. C, & F, Ergo a erit quoque B, talis pars compositarum A, & E, in G, qualis est ipsarum CF, compositarum in H.

PRO-

PROPOSIT XXV.



Si quatuor magnitudines A B C D, proportionales fuerint: maxima A, & minima D, reliquis duabus B C, majores erunt. Th. 25.

PRob. Ex hypot. ut A, ad B, ita C, ad D, sit A, major, ab ea auferatur A 9. æqualis ipsi C, & à B, tollatur B 3. æqualis minimæ D. Erit igitur ut totalis A 12, ad partialem A 9 ita totalis B 4. ad partialem B 3. & a reliqua 9. 12. scilicet 3. ad reliquam 3, 4. scilicet 1. ut A 12. ad B 4. Itaque major erit 3, quam 1. Ex 3. abscindatur 9. 1. hoc est 1. æqualis 3, 4. hoc est 1. Ergo A 1. hoc est 10. continet magnitudines C 9. & 3. 4. hoc est 1. Ergo A 1. & D, hoc est 13. æquales sunt magnitudinibus C 9, & B 4. Ergo si addatur 1. 12. hoc est 2, magnitudo A 12. & D 3. hoc est 15. majores sunt quam B 4. & C 9, hoc est 13. a 19. 5.

PRO

PROPOSIT. XXVI.

Th. 26. 8 4 5 3 ABCD *Si prima A, ad secundam B, habuerit majorem rationem, quàm tertia C, ad quartam D, habebit convertendo, secunda B, ad primam A, minorem rationem, quam quarta D, ad tertiam C.*

Hæc & reliquæ octo propositiones cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quam indicando propositiones Euclidis, in quibus virtute continentur.

Hanc vero, propositione 4. hujus elementi contineri, patet manifestè.

PRO-

PROPOSIT. XXVII.

8 4 5 3 *Si prima A.* Th.27.
A B C D *ad secundã B, habuerit majorem rationem, quam tertia C, ad quartã D, habebit quoq; vicissim prima A, ad tertiam C, majorem rationem, quam secunda B, ad quartam D.*

Continetur prop. 16.

PROPOSIT. XXVIII.

Hæc & reliquæ di... sitiones cum ... elidis, eas non aliter ... strabimus quam in propositiones Euclidis ... bus virtute continet. Hanc vero, proposi... hujus elementi contin... tet manifestè.

8 4 5 3
A B C D
E 12 F 8

Si prima A, ad secundam B, habuerit majorem rationem, quam tertia C, ad quartam D, habebit quoque composita prima cum secunda E, ad secundam B, majorem rationem, quam composita tertia cum quarta F, ad quartam D. Th.28.

Continetur prop. 18.

PROPOSIT. XXIX.

Th. 29.

8	4	5	3
A	B	C	D
E	12	F	8

Si composita E, prima cum secunda, ad secundā B, majorē habuerit ratiōē, quàm composita F, tertia cum quarta, ad quartam D, habebit quoq; dividēdo, prima A, ad secundā B, majorem rationē quam tertia C, ad quartam D.

Continetur prop. 17.

PROPOSIT. XXX.

Th. 30.

8	4	5	3
A	B	C	D
E	12	F	8

Si composita F prima cum secunda, ad secundam B. habuerit majorem rationem, quam composita F, tertia cum quarta, ad quartam D, habebit per conversionem rationis, prima cum secunda E, ad primam A, minorem rationem quam tertia cum quarta F, ad tertiam C.

Continetur prop. 19.

PROP.

PROPOSIT. XXXI.

16	8	4
A	B	C
9	5	3
D	E	F

Si ſint tres magnitudines ABC, & alia ipſis æquales numero DEF, ſitque major ratio prima priorum A, ad ſecundam B, quam prima poſteriorum D, ad ſecundam E. Item ſecunda priorum B, ad tertiam C, major quam ſecunda poſteriorum E, ad tertiā F, erit quoq; ex æqualitate major ratio prima priorum A, ad tertiam C, quam prima poſteriorum D, ad tertiam F. T5.31.

Continetur prop. 20. & 21.

PRO-

PROPOSIT. XXXII.

Th. 32.

16	8	4
A	B	C
9	6	4
D	E	F

Si sint tres magnitudines ABC, & alia ipsis æquales numero DEF, sitque major ratio prima priorũ A, ad secundã B, quã secunda posteriorum E, ad tertiã F. Itẽ secunda priorũ B, ad tertiã C, quàm prima posteriorũ D. ad secundam E. Erit quoq; ex æqualitate, major ratio prima priorũ A, ad tertiã C, quam prima posteriorum D, ad tertiam F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSIT. XXXIII.

Th. 33.

12	6
A	B
4	3
C	D
8	3
E	F

Si fuerit major ratio totius A, ad totũ B, quã ablati C, ad ablatum D, erit & reliqui E, ad reliquum F, major ratio, quam totius A, ad totum B.

Contin. prop. 18.

PRO

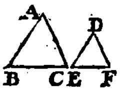
PROPOSIT. XXXIV.

12 8 4 6 5 3
A B C D E F

Si sint A B C D E F *quotcũque magnitudines ABC, & aliæ ipsis æquales numero DEF, sitq; major ratio primæ priorum A, ad primã posteriorũ D, quam secundæ B, ad secundã E, & hæc B, ad E, major, quã tertia C, ad tertiã F, & sic deinceps: habebunt omnes priores simul ABC ad omnes posteriores simul DEF, majorem rationem, quã omnes priores BC, relicta prima A, ad omnes posteriores, EF, relicta quoq; prima D, minorem autẽ, quã prima priorũ A, ad primã posteriorum F, majorẽ deniq; etiã quam ultima priorum C, ad ultimam posteriorum F,* Th.34.

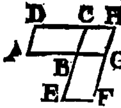
EUCLIDIS ELEMENTUM VI.

DEFINITIONES.



1. Similes figuræ rectilineæ sũt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiã latera, quæ circũ angulos æquales, proportionalia.

Duas conditiones requirit, 1. ut anguli sint æquales singuli singulis, ut hic A. & D, B, & E, C, & F, 2°. ut latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est ita se habeat BA, ad AC, ut ED, ad DF, quod si ita um harum altera desit, non dicentur similes. Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.

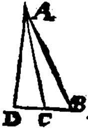


2. *Reciprocæ autem figuræ sunt; cum in utraque figura, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

Hoc patet maximè in parallelogrammis & triangulis: nam, si qua ratione AB, est ad BG, in eadem sit BE, ad BC, erunt reciprocæ figuræ. nam in utroque est antecedens & consequens diversarum rationum.

3 *Secundùm extremum & mediam rationem, recta AB, secta esse dicitur, cum ut tota AB, ad majus segmentū AC, ita majus AC, ad minus CB, se habuerit.*

Ob miram sui utilitatem, hæc proportio, divina communiter appellatur.



4. *Altitudo cujusq; figura, est linea perpendicularis AD, à vertice ad basim deducta.*

Cum ut ait Ptol. lib. de Anal. mensura cujusq; rei debeat esse stata, merito Eucl. à perpendiculari altitudinem petit cujusvis figuræ, sola enim perpendicularis est statæ & certæ longitudinis: hanc vero altitudinem lib. 1. vocavit esse in iisdem parallelis.

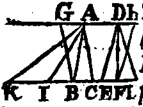
5. *Ra-*

5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam effecerint rationem.

Quod Euclides vocat quantitates rationum, solent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis; sic 4. est denominator rationis quadruplæ, 3. triplæ. Ratio igitur ex rationibus componi dicitur, quando harũ denominatores seu quantitates rationum inter se multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus: nam sex componitur ex denominatore duplæ 2. & triplæ 3. inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis sextuplæ compositæ.

PROPOSITIO I.

Theorema 1.



Triangula ABC, DEF & parallelogram. CG, DF, quorum ª eadem fuerit altitudo GH, BF, ita se habent inter se, ut bases BC, EF.

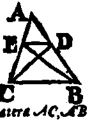
a def. 4.

IDest, eam inter se habent rationem quam bases. Prob. Triangula ejusdem altitudinis a possunt inter parallelas constitui: b tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ majorem majora, quæ minorem minora. Idemq; c est de æquemultiplicibus. Ergo absolutè triangula se habent ut bases, similiterque parallelogramma; cum sint dupla d triangulorum.

a def. 4. b 36.1. c 15.5. d 34.1.

PRO-

PROPOSIT. II.



Si ad unum trianguli ABC, latus CB, parallela ED, ducatur, hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera AC, AB. Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta DE, per sectiones ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus CB. Th: 2.

PRob. Ductis duabus rectis EB, DC, a erunt triangula EDC, EDB, super eandē basim ED, & inter easdē parallelas ED, CB, æqualia. b Ergo ut AED, ad ECD, ita AE, ad IC, c (sunt enim in eadem altitudine) & ut ADE, ad DEB, ita AD, ad DB. d ergo ut AE, ad EC, ita AD, ad DB. Ponantur vero latera AC, AB, proportionaliter secta in ED, cum AED, ad DEC, eandem habeat rationem, quam ad EDB, (nam est ut AE, ad EC, sic AD, ad DB, cum triangula sint ejusdem altitudis) erunt DEC, EDB, e æqualia, & quia sunt in eadē basi f erunt inter parallelas. Pro-

a 37.1
b 1.6.
c def. 4
d 7.5.
e 9.5.
f 39.1

PROPOSIT. III.

Th. 3.

Si trianguli ABC, angulus A, bifariã sectus sit: secans autem angulum recta AD, secet & basim BC, basis segmenta BD, DC, eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera BA, AC, & si basis segmenta BD, DC, eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera BA, AC, recta AD, quæ à vertice A, ad sectionẽ D, producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum A.

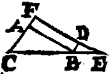
a 31. 1. PRob. Ad punctũ B. a agitur BE, ipsi DA. parallela, cui

cui CA, producta [b] occurrat in E, tunc erit EBA, [c] æqualis alterno BAD, & E, externo DAC, ergo cum anguli BAD, CAD, æquales ponantur, erunt anguli EBA, & A, æquales, & rectæ BA, AE, [d] æquales. Ergo cum in triangulo EBG, rectæ DA, BE, parallelæ sint, ut EA, hoc est BA, ad AC, [e] ita BD, ad DC; Sit rursus ut BA, ad AG, sic BD, ad DC, ut autem BD, ad DC, ita [f] est EA, ad AC. [g] Ergo ut BA, ad AC, ita EA, ad AC, [h] æquales, ergo BA, EA, & [i] anguli ABE, & E. Cum ergo ABE, alterno BAD, æqualis sit & E, externo DAC, erunt anguli BAD, DAC, æquales.

b 17. & 29.1.
c 29.1.
d 6.1.
e 2.6.
f 2.6.
g 11.5.
h 9.5.
i 5.1.

PROPOSIT. IV.

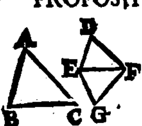
Th 5.



Æquiangulorum triangulorum ACB, DBE, proportionalia sunt latera (hoc est ut AC, ad CB, ita DB, ad BE,) *quæ circa æquales angulos C, & B, & homologa sunt latera BA, ED, quæ æqualibus angulis C, & B, subtenduntur.*

Prob Sic in directum statue rectas CB, BE, ut angulus extern. DBE, interno C, sit æqualis: tunc
a 28.1. DB, & AC, *a* erunt parallelæ: similiterque ED, BA, cum anguli
b 29.1. E, & ABC, sint æquales Et quia
c 17.1. anguli ACB, ABC hoc *b* est DEB, minores sunt *c* duobus rectis, si
d Ax. producantur ED, CA, convenient,
11. *d* puta in F. *e* Eritque DA, paral-
e 34.1. lelogrammum. Cum igitur in triangulo FCE, rectæ DB, FC, sint
f 2.6. parallelæ *f* erit ut ED, ad DF, hoc est BA, ita EB, ad BC. Cumque BA, EF, sint item parallelæ, erit CB, ad BE, ut CA, ad AF, hoc est BD, & ut AB, ad BE, ita FD, hoc est AB, ad DE.

PROPOSIT. V.



Si duo triangula ABC, DEF, latera AB, BC, proportionalia (ipsis *DE, EF,*) *habuerint, erunt æquiangula, eosdemq; angulos, DA, EB, CF, habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.* Th. 5.

PRob. Super recta EF, ad punctũ E, *a* ponatur angulus FEG, angulo B, æqualis & ad F, alius ipsi C, & consequenter reliquus G, reliquo A; *b* æqualis, sicque fiant triangula ABC, EFG, æquiangula: Tunc circa æquales angulos A, & G, *c* erunt proportionalia latera AB, ad AC, ut GE, ad GF, & AB, ad BC, ut GE, ad EF, & AC, ad CB, ut GF, ad FE, sed trianguli DEF, latera in eadem ratione supponũtur, æqualia; *d* ergo erit DE, ipsi EG, & DF, ipsi FG, & triangula DEF, EFG, *e* æqualia, & *f* consequenter DEF, æquiangulum ipsi ABC.

a 23.1. *b* 32.1. *c* 4.6. *d* 9.5. *e* 8.1. *f* Ax.1.

PRO-

PROPOSITIO VI.

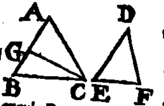
Th. 6.

Si duo triangula ABC, DEF, unũ habeant æqualem angulũ A, D, & latera circa eum proportionalia (ut BA, ad AC, ita ED, ad DF,) erunt æquiangula, angulosq; habebunt æquales B E, C F, quibus homologa latera BA, ED, AC, DF, subtenduntur.

PRA d rectã EF, ãgulos FE G, EFG, fac æquales ipsis B C, erit & G, æqualis A, quia
a 4.6. ergo æquiangula sunt ABC, GEF, a erunt ut AB, ad AC, ita GE, ad GF proportionalia,
b 11.& 9.5. sed sunt etiam proportionalia AB, AC, & DE, DF, b sunt ergo latera DE, DF, ipsis GE, GF, æqualia. Cumq; basis E
c 8.1. F, sit communis, triangula D
d Ax 1 EF, EFG, c æquiangula sunt, d ergo etiam æquiangula AB C, DEF.

Prop.

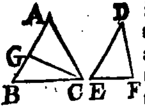
PROPOSIT. VII.



Si duo triangula ABC, DEF, unū angulum A, uni angulo D, æqualem, circum autem alteros angulos C, F, latera proportionalia habeant (ut AC, ad CB, ita DF, ad FE,) reliquorum vero B, E, simul utrumque, aut minorem, aut non minorem, recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos ACB, DEF, circum quos sunt proportionalia latera, & angulos B, & E, æquales. Th. 7.

PRob. Sit enim B, & E, minor recto, tunc si anguli ACB, & F, non sunt æquales, sit ACB, major quam F, fiatq; ipsi F, æqualis ACG, cum igitur angulus A, angulo D, ponatur æqualis *a* erit & reliquus AGC, reliquo E, æqualis, ideoque triangula AGC, DEF, æquiangula erunt. *b* Ergo ut AC, ad CG, ita erit DF, ad FE, sed ut DF, ad FE, ita

a 32. 1.
b 4. 6.



ita ponitur AC, ad CB, ut *c* igitur AC ad CG, ita AC,

c 11.5.

d 6.5. ad CB, ac propterea *d* æquales CG, CB, & *e* anguli CB

e 5.1. G, CGB. æquales; cum igitur angulus B, sit recto minor, erit & CGB, minor recto, &

f 13.1. ei deinceps AGC, *f* major recto. Est autem ostensus angulus AGC, angulo E, æqualis. Major igitur est recto angulus E, qui minor ponebatur.

Jam sit angulus B, & E recto non minor, probabitur ut prius rectas CB, CG, esse

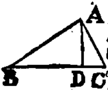
g 5.1. æquales, & *g* consequenter angulos CBG, CGB, esse

h 17.1 æquales, & non minores duobus rectis *h* quod est absurdú. Non ergo inæquales sunt anguli ACB, & F, sed æquales, & consequenter reliqui

i 32.1. anguli B, & E, *i* æquales, quod erat probandum.

PRO-

PROPSIT. VIII.



Si in triangulo rectangulo BAC, ab angulo recto A, in basim BC, perpendicularis AD, ducta fit: quæ ad perpendicularem triangula ADC, ADB, tum toti triangulo ABC, tum ipsa ADC, ADB, inter se sunt similia. Th 8.

PRob In triangulis ABC, BAD. anguli BAC, ADB recti sunt, & angulus B, communis, ergo *a* reliqui ACB, BAD æquales. ergo triangula ABC, ADB, *b* similia. Non aliter ostendetur ADC, simile ABC, & ADC, triangulo ADB. *a* 32.1. *b* 1.def.

Coroll. 1 *Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.*

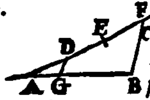
c Nam ut BD, ad DA, ita DA, ad DC, quod est rectam DA, esse mediam proportionalem inter basis partes BD, DC. *c* 4.6.

Cor. 2. Hinc etiam patet ut omnibet laterum angulum rectum ambientium, medium proportionale inter totam basim & illud segmentū basis quod ei lateri adjacet.

PRO-

PROPOSIT. IX.

Prob. 1.



A data recta A B, imperatam partē, puta tertiam, AG, auferre.

PRax. Ex A, ducatur recta AC, utcunq; faciens angulum, & ex AC, sumatur quævis pars, puta, AD, & duæ aliæ addantur æquales DE, E F, jungatur FB, cui ex D, parallela fiat DG, eritque ablata AG, pars tertia ipsius AB.

Prob. In triangulo AFB, lateri BF, parallela est linea G
a 2.6. D, a ergo erit ut FD, ad DA,
b 18.5. ita BG, ad GA, & b componendo ut FA, ad DA, ita BA, ad GA. Est autem AD, pars tertia ipsius AF. Ergo AG, erit pars tertia ipsius AB.

PRO-

PROPOSIT. X.

Datam rectā infectam AB, similiter secare, ut data altera recta AC, secta fuerit in D, & E. Prob.

PRax. Jungantur datæ lineæ in A, connectantur recta BC, & ex D, & E, agantur DF, EG, ipsi CB, parallelæ, & factum est quod petitur.

Prob. In triangulo ABC, ductæ sunt DF, EG, parallelæ lateri BC, a ergo ut AD, ad DE, ita AF, ad FG: Proportionales ergo sunt partes AF, FG, partibus AD, DE. Jam si ducatur DH, parallela ipsi AB, erit ut DE, ad EC, ita D I, ad IH, b hoc est FG, ad GB: quare proportionales sunt partes FG, GB, partibus DE, EC. a 2.6. b 34.1.

Prop.

PROPOSIT. XI.

Prob. 3

Datis duabus rectis AB, AC, tertiā proportionalem CE, invenire.

PRax. Ex datis AB. AC. fac angulum CAB; junge utramque recta CB, produc latera AB, AC, sume ipsi AC, æqualem BD, duc DE, ipsi BC, parallelam Recta CE, erit tertia proportionalis quæsita.

Prob. Rectæ BC, DE, sunt parallelæ: *a* ergo ut se habet AB, ad BD, ita AC, ad CE. Est autem BD, ipsi AC, æqualis: *b* ergo ut se habet AB, ad AC, ita BD, hoc est AC, ad CE, quod est CE, tertiam esse proportionalem.

a 2.6.
b 7.5.

Pro-

PROPOSIT. XII.

Tribus datis rectis AB, BC, AD, quartam proportionalē DE, invenire. Prob. 4

PRax. Ex datis, duas AC, BC, in directum colloca, ex reliqua AD, & totali AC fac angulum DAC, junge rectā BD, & fac ipsi parallelam CE, quarta DE, proportionalis erit.

Prob. CE, BD, sunt parallelæ: a ergo ut se habet AB, ad BC, ita AD, ad DE. Ergo DE, quarta est proportionalis. a 2.6.

PRO-

PROPOSIT. XIII.

Prob.3.

Datis duabus rectis AB,BC, mediam proportionalem BD, invenire.

PRax. Colloca in directum *AB,BC*, super *AC*, duc semicirculum *ADC*. In *B* excita perpendicularem *BD*, ad sectionem semicirculi, illa erit quæsita.

Prob. Ductis rectis *AD,CD*,

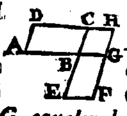
a 31.3. a erit angulus, *ADC*, in semicirculo rectus, & à vertice *D*, ad basim *AC*, ducta

b 8.6. perpendicularis *DB*, b facit ergo duo triangula æquiangula;

c 4.6. c ergo proportionalia, ergo ut *AB*, ad *BD*, ita *BD*, ad *BC*, est ergo *BD*, media proportionalis inter *AB,BC*.

Pro-

PROPOSIT XIV.



Æqualiū AB, BE, & unū ABC, uni EBG, æqualem habentiū angulum, parallelogr. reciproca sunt latera AB, BG, EB, BC, quæ circū æquales angulos: & quorū parallelogr. unū angulum uni angulo, æqualem habentiū, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia. Th. 9.

Prob. Jungātur parallelogr. ad angulū æqualē B ita ut AB, & BG, jaceant in directū, a jacebunt & reliquæ EB, BC, perficiatur parallelogrāmū BH, ergo ut FB, ad BH, ita b erit BD, ad BH, sed ut FB, ad BH, ita c est EB, ad BC, & ut DB, ad BH, ita AB, ad BG. Igitur ut EB, ad BC, d ita est AB, ad BG.

a 14.1. 15.1. b 7.5. c 1.6. d 11.5.

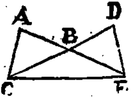
Prob. 2. pars. Ex hypoth. EB, ad BC, est ut AB, ad BG, ergo e FB, ad BH, est ut DB, ad BH, f ergo parallelogramma æqualia sunt.

e 1.6. f 9.5.

Prop.

PROPOSIT. XV.

Th 10.

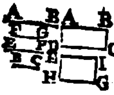


Æqualium ABC, DBE, & unum uni B, æqualem habentium angulum, triangulorum, reciproca sunt latera ut AB, ad BE, ita DB, ad BC, quæ circum æquales angulos B, & quorum triangulorum unum angulum uni, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.

PRob. Sic junge triangula ad angulum æqualem *B*, ut *AB*, *BE*. Jaceant in directum, ducta *C*
a 7.5. *E*, a erit ut *ABC*, ad *BCE*, ita *D*
BE, ad *BCE*, sed ut *ABC*, ad *BC*
b 1.6. *E*. ita *AB*, ad *BE*, & ut *DBE*, ad *BCE*, b ita *BD*, ad *BC*, paritérque demonstratur *ABC*, *DBE*, esse æqualia, si sit ut *AB*, ad ad *BE*, ita *DB*, ad *BC* Nam cum ponatur ut *AB*, ad *BE*, ita *DB*, ad *BC*, & ut *AB*, ad *BE*, ita triangulum *ABC*, ad *BCE*, & ut *DB*, ad *BC*, ita *DBE*, ad *BCE*, erit ut *AB*
C, ad *BCE*, ita *DBE*, ad *BCE*,
c 9.5. ergo triangula *ABC*, *DBE* c sunt æqualia.

PRO-

PROPOSIT. XVI.



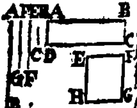
Si quatuor rectæ AF E B, proportionales fuerint: quod sub extremis AB, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod sub mediis EF. FG. cõprehenditur, rectãgulo EG. Et si sub extremis AB. BC. cõprehensũ rectangulũ AC. æquale fuerit ei quod sub mediis FG. EF. continetur rectãgulo EG. illæ quatuor rectæ proportionales sunt. Th. 11.

PRob. 1a. pars. Anguli recti B, & I, sunt æquales, & ut se habet AB, ad IG, ita EI, ad BC, ergo latera circa æquales angulos B, & I, sunt reciproca, a ergo parallelogramma AC EG, sunt æqualia. a 14.6.

Pr. 2. Æqualia sunt rectãgula A, C, EG, & habent angulos æquales, nempe rectos B, & I, ergo b latera circa hos angulos erũt reciprocæ. b 14.6.

PROPOSIT. XVII.

Th. 12.



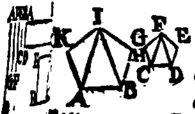
Si tres rectæ AFB, sint proportionales: quod sub extremis AB, BC, comprehenditur rectangulum AC, æquale est ei, quod à media F, describitur quadrato EG. Et si sub extremis AB, BC, comprehensum rectangulum AC, æquale sit ei quod à media F, describitur quadrato EG, illæ tres rectæ proportionales erunt.

PRob. 1a. part. Sume rectam EF, æqualem ipsi FG, erunt quatuor rectæ AFEB, proportionales, eritque quadratum EG, comprehensum sub mediis FG; EF, ergo rectangulum AC, æquale erit quadrato EG. 16.6.

Prob. 2. Quadratum EG, mediæ EF, (vocemus parallelogrammum) rectangulo AC, sub externis AB, BC, æquale ponitur, & habent angulos æquales, ergo latera ut proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca.

PROP.

PROPSIT. XVIII.



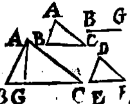
Super data recta AB, data rectilineo CDEFG, simile, similiterque positum rectilineũ ABHIK, describere. Prob. 6.

DAtum rectilineum resolve in triangula, ductis rectis puta CF, DF. ad punctum A, *a* fiat angulus IAB, æqualis ipsi FCD, & ipsi FDC, æqualis IBA, & *b* consequenter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triangula FCD, IAB, & similia *c* & ut CF, ad AI, ita CD, ad AB, Ad rectam *AI*, fac similiter triangulum *IKA*, æquiangulum triangulo *FGC*, & quia anguli *BAI*, *BAK* æquales sunt angulis *DCF*, *FCG*, totale *KAB*, *GCD*, æquales erunt, & latera proportionalia: Idemque repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo jacent absolvantur, sicque totum rectilineum toti rectilineo *d* simile erit, & super datam *AB*, similiter descriptum.

a 32.1.
b 32.1.
c 4.6.
d 1 *def.* 6

PROPOST. XIX.

Th.13.



Similia triangula ABC, DEF, inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.

QUando triangula sunt æqualia, hoc est quando BC, EF, necnon tertia proportionalis BG, sunt æquales, res est manifesta.

Quando vero latera BC, EF, sunt inæqualia, demonstratur hoc modo. Sit BC, latus, latere EF, majus, & ex BC, abscindatur *a* rectis BC, EF, tertia proportionalis BG, ducaturq; recta AG. Quia igitur angulus B, est æqualis E, & propter similitudinem

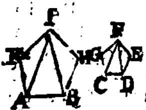
a 11.6.

em triangulorum, ut AB, ad BC, ita DE, ad EF, & permutando ut AB, ad DE, ita BC, ad EF, hoc est EF, ad BG, erunt circa angulos æquales B, E, latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangula ABC, DEF, erunt æqualia; & per 7. quinti, ut triangulum ABC, ad ABG, ita erit idem triangulum ABC, ad DEF, ut autem ABC, ad ABG, ita est per 1. hujus BC, ad BG. Ergo ABC, ad DEF, erit ut BC, ad BG.

Corollarium. Si tres lineæ fuerint proportionales, ut prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulũ super secundam.

PROPOSIT. XX.

Th. 14.



Similia polygona in similia triangula dividuntur, & numero æqualia & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

Sint polygona similia ABHK, CDFG, habentia angulos æquales K, G, itemque I, F, & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, ut A B, ad BH, ita CD, ad DF, &c.

Dico 1. illa dividi in triangula similia & numero æqualia. Prob. ab angulis I, & F, ductis rectis ad angulos oppositos AB, CD, divisa erunt illa polygona in triangula numero æqualia. Quod etiam in figura.

Prob. Anguli K & G, sunt æquales, & circa ipsos latera sunt pro-
6.6. portionalia, a ergo æquiangula sunt triangula IKA, FGC, ergo similia. Eadem rationem erunt similia

ſimilia triangula IHB, FED Et *b* quia eſt ut IB, ad BH, ita FD, ad DE, ut autem HB, ad BA, ita E D, ponitur ad DC, *c* erit ex æquo ut IB, ad BA, ita FD ad DC, & quoniam angulus HBA, ipſi EDC eſt æqualis, & abſciſſis HBI, ablato EDF, erunt reliqui IAB, FDC, æquales. *d* Ergo triangula IBA, FDC, æquiangula erunt & ſimilia, eademq; ratio de omnibus. *b* 4.6. *c* 22.5. *d* 6.6.

Dico 2. quod ſicut unum triangulum ad triangulum ſibi reſpondentis alterius polygonis ita eſſe polygona tota inter ſe.

Prob. Quia omnia triangula ſunt ſimilia, ſingulis, *e* ergo ſunt in duplicatâ ratione laterum homologorum; cumque ſingula ſingulis proſſint proportionalia, ſicut in triangulo unius ſunt omnia antecedentia, in alio conſequentia proportionum, *f* ut unum antecedens eſt ad unum conſequens, ita omnia ad omnia. Eſt ergo polygonum ad polygonum ut triangulum ad triangulum, ergo ea triangula ſunt totis homologa, & quia triangula ſunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB, CD. *e* 19.6. *f* 12.5.

N 3 Prop.

PROPOSIT. XXI.

Th. 15.

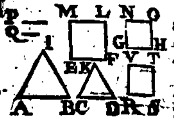
Quæ eidem recti- sunt GHI, sunt similia ABC, DEF, & inter se sunt similia.

PRob. Anguli *A*, & *D*, ponuntur æquales uni *G*, ergo & inter se, eodemque modo singuli singulis: a latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus ejusdem tertii sunt proportionalia, ergo cum habeant angulos æquales & latera circa eos proportionalia, b sunt similia.

a 11. 5.
b 1. def. 6.

PRO-

PROPOSIT. XXII.



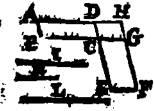
Si quatuor rectæ AB, CD, EF, GH, proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta ABI, CDK, & MF, HN proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ rectæ proportionales erunt. Th. 16.

PRob. *a* Sumatur ipsarum AB, & CD, tertia proportionalis P, & ipsarum EF, & GH, tertia Q, *b* erit ut AB, ad P, ita triangulum IAB, ad triangulum KCD, id est in ratione duplicata, & ut EF, ad Q, ita MF, ad NH, sed ut AB, ad CD, ita EF, ad GH, & ut CD, ad P, ita GH, ad Q, *c* Ergo ex æquo ut AB, ad P, ita EF, ad Q, *d* ergo ut ABI, ad CDK, ita MF, ad NH. Item vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectæ super quas positæ sunt proportionales erunt: nam ratio unius figuræ ad alteram *e* est rectæ ad rectam duplicata, *f* ergo ratio laterum eadem erit, nempe ut AB, ad CD, ita EF, ad GA, ergo illarum latera proportionalia sunt.

a 11.6. *b* 19.6. *c* 22.5. *d* 11.5. *e* 19. & 20.6. *f* 7.5.

PROPOSIT. XXIII.

Th. 17.

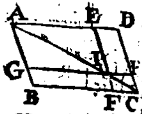


Aequiangula parallelogramma AC, CF, inter se rationem habent eam, quae ex lateribus componitur BC, ad CG, & EC, ad CD,

SInt parallelogramma AC, CF, habentia angulos ad C, aequales & ita disposita ut DC, ipsi CE, & BC, ipsi CG, a iaceat in directum, compleaturque parallelogrammum CH. b Cum ergo sit ut AC, ad CH, ita BC, ad CG, & c ut CH ad CF, ita DC, ad CE, ratio enim AC, ad CF, c componitur ex intermediis AC, ad CH, & CH, ad CF, componetur quoque eadem ratio AC, ad CF, ex rationibus BC, ad CG, & DC, ad CE, quae illis intermediis sunt aequales.

a Per conversam 15.1.
b 1.6.
c def.5.

PROPOSIT. XXIV.



Th. 18.

In omni parallelogr. AD, qua circa diametrum AC, sunt parallelogra mma GE, FH, & toti DB, & inter se sunt similia.

PArallelogrammum GE, habet angulum A, communem cum toto: angulus externus ABI, æqualis est interno ADC, similiterque angulus AGI, angulo ABC, & angulus EIG, angulo EFB, & angulus IFB, angulo FCH, ergo parallelogramma GE, FH, & toti & inter se sunt æquiangula. Quod autem latera circa æquales angulos sint etiam proportionalia sic probo. a Triangula AGI, ABC, sunt æquiangula similiterque triangula AEI, ADC, erit b ergo ut AB, ad BC, ita AG, ad GI, & ut BC, ad CA, ita GI, ad IA, item ut CA, ad CD, ita IA, ad IE. c Ergo ex æquo ut BC, ad DC, ita est GI, ad IF, ad IE, ergo latera circa æquales angulos BCD, GIE, sunt proportionalia. Idemque demonstrabitur de lateribus circa alios angulos & de parallelogrammo FH, ergo similia.

a 29. 1.
b 4. 6.
c 22. 5.

PROPOSIT XXV.

Prob. 7.

Dato rectilineo A simile, similiterq; positum, & alteri dato B æquale, L; constituere.

PR x. Al dati rectilinei A latus CD, *a* fiat rectangulum CF, æquale ipsi A, Producatur CD, versus G, super DE, in angulo EDG, fiat rectangulũ DH, *b* æquale ipsi B, *c* fiat inter CD, DG, media proportionalis IK, super quam fiat *d* rectilineũ L, simile ipsi A, similiter que positum, eritq; rectilineum L, æquale dato B, & simile ipsi A.

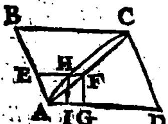
a 45. 1.
b 44. 1.
c 13. 6.
d 18. 6.

Prob. rectæ CD, IK, DG, *e* sunt proportionales: *f* ergo erit ut prima CD, ad tertiam DG, ita rectilineum super primam, id est A, ad rectilineum super secundã, id est L, sed ut CD, ad DG, *g* ita paral. CE, hoc est A, ad DH, *h* hoc est B, *i* ergo erit ut A, ad B, ita A, ad L, ; Ideoq; rectilinea B, & L, e. sunt æqualia.

e Ex const.
f 19. & 20. 6.
g 1. 6.
h 11. 5.
i 9. 5.

PRO-

PROPOSIT. XXVI.



Si à parallelogr. BD, parallelogrammum EG, ablatum sit, & simile toti, & similiter positum, communem cum eo habens angulum EAG, hoc circa eandem cum toto diametrum AC, consistet. Th. 18.

SI neges; sit alia AHC. Agatur ex H, recta HI, parallela FG, tunc parallelogramma BD, EI, circa eandē diametrum AHC, a erunt similia: b quare erit ut BA, ad AD, ita EA, ad AI. Sed ut BA, ad AD, ita est EA, ad AG, cum BD, EG, ponantur similia. c Igitur erit ut EA, ad AI, ita EA, ad AG. d Ac propterea æquales AI, AG, pars & totum.

a 24. 6.
b 1. def. 6.
c 11. 5.
d 9. 5.

Prop.

PROPOSIT. XXVII.

Th. 19.

Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur: maximum id est, quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.

Super AC, semissem totius AB, applicatũ sit parallelogrammũ AD, ita ut à toto AE deficiat parallelogrãmo CE, quod semper est æquale est & simile ipsi AD. Deinde

Deinde ad quodvis aliud segmentũ AK, sit applicatũ aliud parallelogrāmũ AG, ita deficiens, ut defectus sit parallelogrammũ KI, simile ipsi CE, hoc est circa communem diametrũ BGD. Euclides dicit AG, minus esse parallelogrammo AD, & probatur.

1. Quando punctum K, est inter CB, tunc parallelogrammum LH, quod est a æquale ipsi LE, majus est quam GC, quia LE, majus est quã OE, & GE, GC, sunt b æqualia. Addito ergo LA, erit AD, majus quam AG.

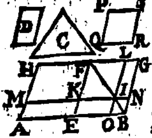
a 36.1.
b 43.1.

Quando verò punctum K, est inter AC, tunc DF, DI, sunt æqualia, quia sunt super æquales bases & DI, DK, sunt æqualia complementa, ergo & DF, DK, sunt æqualia, & GH, minus DK, adjectoq; communi KH, totum AG, minus toto AD.

PRO-

PROPOSIT. XXVIII.

Prob. 8



Ad datā rectā AB, dato rectilineo C, æquale parallelogrāmū AI applicare: deficiente figura parallelogrāma ON, quæ similis sit alteri parallelogrāmo dato D. Oportet autem datum rectilineum C, cui æquale applicandum est AI, non majus esse eo, quod ad dimidiam AE, applicatur, cum similes fuerint defectus, & eius quod ad dimidiam applicatur, & eius cui simile deesse debet.

a 18,6. RECTĀ AB, ut prius bisf. ca in E, super mediā EB, fac parallelogrāmum EG, simile ipsi D, similiterq; positum: & comple parallelogrāmū BH, si EH, ipsi C, est æquale, factum est quod petitur, nam est applicatū ad AB, & deficit parallelogrāmo EG, simili ipsi
b 36,1. D. Si EH, & ipsi æquale b EG sit majus quā C, (nam minus
c 27,6. esse non debet cum EH, sit c maximū eorum quæ applicari possunt

possunt ab AB, unde si esset EG, minus ipso C, nullũ aliud applicari posset ab AB, ipsi C, æquale, proptereaq; addit Euclides oportet autem, &c.) si inquam sit majus, d rep.ria quantitate excessus,[e] fac o parallelogrãmo PR, æquale excessui & simile similiterq; positũ ipsi D, & parallelogrãmo PR, aliud æquale similiter positum CL, f quod erit circa diametrum, sicq; remanebit gnomon LBK, æquale rectilineo C. Jam productis LI, KI, erit parallelogrãmũ AI, ad rectã AB, applicatũ & deficiens parallelogrammo ON g simili ipsi EG, hoc est ipsi D. Quod autem AI, si æquale ipsi C. sic probo. Complementa LN, KO, h sunt æqualia, ergo addito communi NO, erit OG. æquale ipsi B N hoc est AK. Ergo si æqualibus AK, OG, addas cõmune KO, erit AI, æquale gnomoni LBK, hoc est rectilineo C, ut probavi.

d 44 1. aut arte quacunque.
e 25.6.
f 44.1.
g 24.1
h 43.1.

PRO-

PROPOSIT. XXIX.

Prob. 9.

Ad datā rectā AB, dato rectilineo C, aquale parallelogrammum applicare, excedens rectam datam AB figura parallelogramma PO, qua sit similis dato alteri parallelogrammo D.

a 18.6. SUper rectam EB, mediam datæ AB, a fiat parallelogrammum ED, simile ipsi D, similiterque positum: tum rectilineo C, & parallelogrā-
b 25.6. mo EC, fiat b æquale aliud parallelogrammum NM, simile ipsi D, habeatque angulum EFC, cum parallelogrāmo EC. Completis igitur paral-

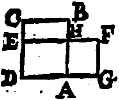
parallelogrammis QB, NB, PO, cum NM, sit positum æquale ipsis EC, & D, ablato communi EC, gnomon ERC, ipsi C, erit æqualis. Et quia æqualia sunt QE, NB, & æqualis NB, BM, si loco ipsius BM, substituatur æquale QB, erit parallelogrammum AR, æquale gnomoni ERC, ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB, applicatum est parallelogramm. AR, æquale dato rectilineo C, excedens rectam AB, figura parallelogramma PO, quæ similis est dato parallelogramo D. cum sit circa eandem diametrum cum ipsi EG quod positum est simile ipsi D. Ad datam ergo, &c.

c 36.1. d 41.1

PRO.

PROPOSIT. XXX.

Pro.30



Propositam rectã terminatam AB, extrema ac media ratione secare in H.

a 11.2. DIvidatur AB, in H, ita ut rectangulum CH, sub tota AB, & segmento BH, sit æquale quadrato AF, alterius segmenti AH, tunc enim tres
b 17.6. rectæ, proportionales b erunt, & erit ut tota BA, ad AH, ita AH, ad HB. Ergo AB, secta
c 3.def. est in H, c secundum extremam & mediam rationem.

PRO-

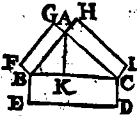
PROPOSIT.

Pro.30

extrema ac me-
ae secare in H.

a 11.2. D ividatur AB
ut rectangul
tota AB, & segme
æquale quadrato AH
segmenti AH, erit
b 17.6. rectæ proportionali
& erit ut tota BA, a
AH, ad HB. Ergo AB
c 3.def. est in H, e secundum
mam & mediam rat

PROPOSIT. XXXI.



In triangulis rectangulis ABC, figura quævis BD, descripta à subtendente BC rectum angulum BAC, æqualis est figuris FA, AI, quæ priori illi similes & similiter positæ à lateribus BA, CA, rectum angulum continentibus, describitur. Th.20.

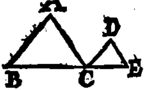
Poligonæ figuræ FA, AI, BD, ponuntur similes *a* ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione, in qua essent eorumdem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA, AC, *b* habeant rationem æqualitatis cum tertio BC, habebunt & polygona FA, AI, rationē æqualitatis cum tertio BD, *c* ergo eidem erunt æqualia.

a 20.6.
b 47.1.
c 9.5.

PRO-

PROPOSIT. XXXII.

Th. 21.



Si duo triangula ABC DCE, quæ duo latera AB, AC, duobus lateribus CD, DE, proportionalia habeant, secundum unum angulum ACD, compofita fuerint, ita ut homologa eorũ latera AB, DC, AC, DE, sint etiã parallela, tunc reliqua illorum triangulorum latera BC, CE, in rectam lineã BE, collocata reperientur.

PRob. Latera homologa AB, DC, AC, DE, ponuntur parallela, *a* ergo anguli alterni A, & ACD, sunt æquales & D, eidem ACD, ergo A, & D, æquales. Hos æquales

a 29. 1.

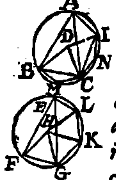
æquales angulos circumstant latera proportionalia ex hypoth. b ergo triangula sunt æquiangula, habentque æquales angulos B, & DCE, additis ergo æqualibus A, & ACD, erunt B, & A, duobus angulis DCE, ACD, hoc est angulo ACE, æquales. Ergo addito communi ACB, erunt tres anguli ABC, duobus ACE, ACB, æquales, c illi autem tres valent duos rectos, ergo & hi duo. Ergo d BC, CE, unam rectam constituunt.

b 6.6.
c 32.1.
d 14.1.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Tb:22.



In æqualibus circulis DB, HF, anguli A, E, D, H, eandem habent rationem, cum ipsis peripheriis BC, FG, quibus insistunt: sive ad centra D, H, sive ad peripherias A, E, constituti insistant: insuper vero & sectores BDC, FHG, quippe qui ad centra insistunt.

a 1.4. PRob. Ductis BC, FG, ad C, a applica CI, æqualem ipsi BC, & ad G, & K, GK, KL, æquales singulas ipsi FG, ductis ID, DH, LH, sic dico; rectæ BC, CI, poonrtæ ar æquales, b ergo & arcus BC, CI c ergo & anguli BDC, CDI æquales. Idemque est de arcubus FG, GK, KL, & angulis ad H, qui ipsis insistunt. Ergo quam multiplex est arcus BCI, ipsius BC, tam multiplex erit angulus BDI, ipsius BDC, & quam multiplex arcus FGKL, ipsius FG, tam multiplex erit angulus FHL, ipsius FHG, d ergo si arcus BCI, FGKL, sint æquales, erunt & anguli BDI, FHL, æquales. Si eorum arcuum unus sit maior, maior erit & angulus, si minor, minor. e Ergo cum æquemultiplicia vel una excedant, vel una deficiant, quæ erit ratio arcus BG, ad FG, eadem erit anguli BDG, ad FHG. Et quia anguli ad D, & H, sunt f dupli angulorum ad A, & E, g eadem erit ratio angulorum A, & E, quæ D, ad H, & sic eadem anguli A, ad angulum E, quæ arcus BC, ad arcũ FG.

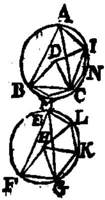
b 28.3.
c 27.3.
d 27.3.
e 6.def.5.
f 20.3.
g 15.5.

Rursus in æqualibus segmen-

tis

b 27.3

i 24.3.



tis BG, GI, fiant anguli BMC, CNI b æquales erunt, cum insistant æqualibus arcubus BAC, CB, AI ergo similia sunt segmenta BMC, CNI, & æqualia, cum sint super æquales BC, CI, additis ergo triangulis BDC, CDI, quæ æqualia sunt, erunt sectorum BDC, CDI, æquales. Ergo tam multiplex est sector BDI, sectoris BDC, quam multiplex arcus BCI, arcus BMC. Idem ostendetur de sectore FHL. Ergo si æqualis sit arcus BCI, arcui FGL, sector quoq; BDI, æqualis erit sectori FHL, si deficiet, si excedat excedet. Ergo quæ est ratio arcus BC, ad arcum FG, eadem erit & sectoris BDC, ad sectorem FHG, quod erat prob.

Laus Deo, B.V. & S. Ignat.