EVCLIDIS

Sex primi

ELEMENTORVM GEOMETRICORVM

Libri cum parte Vndecimi

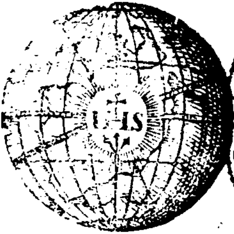
Ex maioribus CLAVII Commentariis in commodiorem formam contracti.

RERVMQ. MATHEMATICARVM

CHRISTOPHORI GRIENBERGERI OENOHALLENSIS

è Societate IESV

OPVSCVLVM PRIMVM.



ROMAE,

Apud Hæredem Bartholomæi Zanneti. 1629.

Superiorum permissu.

Mutius Vitellescus Societatis IESV Præpositus Generalis.

CVm Rerum Mathematicarum Opusculum primum Christophori Grienbergeri, nostræ Societatis Sacerdotis, aliquot eiusdem Societatis, quibus id commissum fuit, recognouerint; ac in lucem edi posse probauerint; facultatem concedimus, vt typis mandetur, si ita Reuerendissimo Domino Vicesgerenti, & Reuerendissimo P. Magistro Sacri Palatij videbitur. In quorum fidem has litteras manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus Romæ 7. Iunij 1629.

Mutius Vitellescus.

Imprimatur si videbitur Reuerendiss. P. M. Sac. Pal.

A. Episc. Bellicastren. Vicesg.

IVſſu Reuerendiſſimi Patris Nicolai Riccardi Sac. Palatij Magiſtri perlegi hunc Mathematicarum librum, & nihil contra fidem aut bonos mores inueni; propterea imprimendum iudico ad vtilitatem ſtudioſorum. Datum S. Mariæ ſuper Mineruam die 28. Iunij 1629.

F. Paulus Pyromallus S. Theol. Lect.

Imprimatur.

Fr. Nicolaus Riccardius Sac. Pal. Apoſt. Magiſter.

Illuſtriſſimo & Excellentiſſimo
PRINCIPI
IACOBO
Boncompagno
SORÆ DVCI.

Chriſtophorus Grienbergerus è Societatis IESV.
S. P. D.

EVCLIDES Clauij *Senior*, vniuerſa cum ſua Familia, (nimirum libris Elementorũ geometricorum omnibus, & copioſiſſimo Scholiorum, Commentariorumque famulatu) comitatus; Roma diſceſſit nuper longius; ſe ſeque in Tutelam Sereniſſimorum Ducum Sabaudiæ, non absque maturo Clauij consilio, iterum, iterumque dedit: At meus Euclides iste *Iunior*, atque ab impedimentis illis, quæ dixi, iam liberior, licèt ad maiora etiam itinera videatur expeditior, abire tamen longius, & ne *Soram* quidem proximam præteruehi permittitur. Te vnũ Dux Excellentissime, faustumque Boncompagni Nomen, literis, & literatis amicissimum, sibi eligat Patronum est necesse: alium enim eligere nec facile potest, nec omnino debet. Caussas priuatas non commemoro; sunt notæ Tibi, Tuisque. à quibus ea extant in me collata Benignitatis argumenta, quæ nullum tempus, rerum licet omnium edacissimum, exedere poterit. Neque alius est sensus cùm Societatis vniuersæ, tum

præ-

præsertîm Gymnasij huius Romani (melius dixerim Gregoriani) quod quantum vni GREGORIO XIII. debeat, in ipsa fronte, literis longè, latèque patentibus, exponit. Schola autem Mathematica tanto erit in posterum Tibi, Dux Inclyte, mecum obligatior, quo Euclidem suum apud te viderit esse pretiosiorem. Immo hoc ego mihi nomine plurimum semper gratulabor, quod exemplo Tuo, quem pridem omnes scimus Euclidis studiosissimum, Studiosi nostri, hæc ipsa studia, aggressuri sint alacrius, & si non felicitate pari, certe conatu non impari assecuturi. Vale.

AD

AD LECTOREM.

BENE & Abundè satisfecit Clauius studio mathematicæ ætatis suæ; quando scientiæ omnium candidissimæ adeo iacebant incultæ, atque neglectæ, vix vt nomen Geometriæ purioris extaret. Audiebatur quidem in Scholis, & in Posterioribus ab Aristotele sæpius repetebatur geometricum illud, quo asseritur; Tres angulos cuiuscunque Trianguli æquales esse duobus rectis: & fortassis nomen trianguli adhuc agnoscebatur; sed quid esset, tres angulos esse æquales duobus rectis, vix erat qui explicaret, & fortassis nemo qui demonstraret. Easdem voces feriêre quoque non semel aures Clauij, atque ad Geometriã iam olim à Natura factas etiam vulneravere: non enim sonos, sed verborum sensum, atque sententiã percipere cupiebant. Quare iam diu multumque solicitũ tandem P. Petrus Fonseca, quo tunc Conimbricæ vtebatur Magistro in Philosophia, (cuius mihi postea ad initium huius sæculi cõtigit interesse exequijs Olyssippone) eum in communem Collegij bibliothecam ad Euclidem illic iam diu latitantem, talemque hospitẽ auide expectantem amandat. Neque opus fuit longo circuitu: vltro statim seipsum suaque ei obtulit obsequia Euclides; tredecim Elemẽtorum libros coram expandit, Propositionem Aristoteli ita, vt diximus familiarem, ad tri-

gesimam

gesimam secundam primi libri legendam prae-buit, lectam explicauit, eamque rationibus adeo euidẽtibus confirmauit, nihil vt amplius dubij superesse videretur. Obstupuit primum Clauius tantam agnoscens, in re tam difficili, facilitatem, & claritatem tantam in tanta obscuritate; eoque statim amoris affectu Euclidem complexus est, vt eius amicitiam nunquam amplius deposuerit, immo id omni conatu procurârit, eum vt locum obtineret apud omnes, quem apud se amplissimum inuenerat.

Nihil igitur cunctatus, illicò ad instaurationem Geometriæ iacentis se se accinxit; prima eius fundamenta accuratissimè recognouit; infirmiora nouis substructionibus corroborauit: collapsa restituit, & quicquid ferè Elementorum reperit ab alijs additum, id omne quam diligentissime duos in tomos distribuit: vtque Geometriæ quamprimum succurreret, dedit in lucem vtrumque, deditque iterum iterumque copiosiores. Quo autem bono, quoue Lectorum emolumento, non dico. illud certum est, statim venustiorem solidioremque comparuisse in publico Geometriam. De me fatebor libenter, eius me lectitatione acquisiuisse, si quid hisce in Disciplinis assequutus sum, & puto nisi mea me fallat conscientia, aliquid etiam animi sui in me trãsfudisse; vt ipse quoque in hæc studia aliquid operis conferrem, rerumque mathematicarum studiosis, si quo modo possem, prodessem.

Sed ante omnia visum est subuenire, non tam alienæ quàm domesticæ necessitati, quam

nemo

nemo, est qui non agnoscat. Nam sine fundamentis, sublimiora præsertim ædificia quis diu stare posse credat? Commentarios Clauij omnes commendant: sed quotus quisque est, qui eo fruatur, quem commendat? Non quidem deerant viuente adhuc Clauio, Clauij: sed eo iam ante annum septimum supra decimum sublato è viuis, librorum etiam cæpit sentiri penuria; estque spes perexigua editionum posthumarum.

Recte igitur Germania Euclidem denuo Latinum fecit ex Græco. Duacum omissis ijs quæ rarius attinguntur in Scholis, ea saltem alimēta quibus Geometria iunior nutriri solet prouidit sibi. Idem fecit Ferraria. Quin & Neapolis, & cum Neapoli vniuersa Schola mathematica similibus subsidijs suam vellent leuare egestatem. Ego Romam & Romanum Gymnasium appello; quod licet præter Clauium in his disciplinis Doctorem alium neque debeat admittere, neque admittat, Clauiolum tamen aliquem tractabiliorem optimo iure exoptat.

Quare vt desiderijs, ne dicam querelis tam iustis, tandem finis imponatur; en ipse quoque vobis profero in lucem Elementorum Euclidis, & Commentariorum Clauij Compendiolum: nimirum sex libros priores, cum aliqua parte vndecimi: hoc est, ea quæ quotannis audire consueuistis. Atque ita non erit quod è Germania, Belgio alijsque partibus etiam Italiæ huiusmodi auxilia euocetis. Domi habebitis Clauiolum quē desiderastis; habebitis

etiam

etiam foris, qui vos vbique comitetur; q... se audita in publico, repetat in priuato, & paucioribus referat, quæ pluribus verbis ingesserat Clauius maior.

Neque videri debet alicui factum male, quod hic propositiones demonstrationesque recitentur stylo non prorsus Claniano. Nam hæc sunt propria Compendiorum priuilegia. Certe breuior est, & multo clarior Propositio, quæ simul proponitur & simul per figuram explicatur. Ita Pappus Alexandrinus in suis Collectionibus, ita alij complures magni Geometræ. Immo Clauius ipse hoc ipsum facit immediatè post Propositiones absolute positas, antequā demonstrationes aggrediatur.

Numerus vero Problematum atque Theorematum omnino fuit retinendus, ne citata à citatis discreparent: non tamen opus fuit obseruare ordinem in omnibus eundem. Saltem in quarto libro, vbi agitur de Inscriptione, & Circumscriptione figurarum, melius fuit aliquas coniungere, quam separare, vt Praxes, demonstrationesque omnibus essent communes.

Denique boni, vt spero, consulet Clauius maior, & veniam dabunt studiosi Lectores, si vno altereve in loco Clauius minor demonstratiunculam aliquam suam substituit non suæ; vt factum est ad primam, & secundam vndecimi: quæ quia alioquin videbantur vrgeri varijs instantijs, indigebant aliquo succursu, & quia per se sunt notissimæ, & in præcedentibus libris suppositæ, poterāt

etiam

etiam penitus omitti. Sed de huiusmodi iu-dicent Doctiores. Ego id præstare Deo adiuuante conatus sum, quod Studiosis vtile, gratumque fore, & sinceritati Geometriæ consonum existimaui.

De Problematibus id solum postremo loco aduerto; non esse quidem hic tractata pro dignitate, sufficienter tamen quo ad vsum quẽ habent in Elementis, qui in eo potissimum consistit, vt omnia illa quæ ad demonstrationem Theorematum assumuntur certa sint, & explorata; hoc est, vel ex Principijs, vel ex alijs propositionibus præmonstratis deducta.

Cum verò eadem Problemata tractantur per se, & gratia sui, longe aliter se habet eorum tractatio. Tunc enim Geometra non debet esse contentus monstrasse vnam viã, eamque qualemcunque; sed debet circumspicere, & tentare plures aditus, & ex omnibus semitis illam seligere, quæ planius, & compendiosius, ad solutionem Problematis intellectũ practicũ deducat. Iure igitur suo videntur Problemata postulare Opusculũ suum. Et sane per me obtineat licet, dumodo per gratiam eius liceat, sine quo nihil licet. qui si, vt cœpit fauere inchoatis, sic benefaueat progressibus, fieri poterit vt hoc Opusculũ quod iam solitarium est, & non tam primum quàm vnum, primum esse possit proprio ex Titulo, & ex enumeratione sequentium, principium fiat aliorum.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

DEFINITIONES.

Quibus vocabula Artis, & Termini in Elementis vsurpati explicantur.

DEFINITIO I. Punctum, est cuius pars nulla est.

2 Linea, vnius tantum dimensionis secundum longitudinem capax.

3 Lineæ termini sunt puncta.

4 Linea recta est, quæ ex æquo sua interiacet puncta.

Secundum Archimedem est minima earum quæ terminos habent eosdem. hoc est, breuissima extensio inter duo puncta.

5 Superficies est duarum dimẽsionum secundum longitudinem & latitudinẽ capax.

6 Superficiei autem extrema sunt lineæ.

7 Plana superficies est quæ ex æquo suas interiacet lineas.

Secundum Heronem cui omni ex parte cõgruit linea recta.

8 Planus angulus est duarum linearum in plano concurrentium, & non in directum iacentium (ita vt vna versus concursum & secundum naturam suam protracta non cõtinuetur cum altera) alterius ad alteram inclinatio.

9 Rectilineus angulus est, quem constituunt lineæ rectæ.

10 Angulus rectilineus rectus est quem facit linea alteri lineæ insistens, & ad vtramque partem æque inclinata. Et tales lineæ dicuntur sibi mutuo perpendiculares.

11 Obtusus angulus est qui recto maior est.

12 Acutus qui minor recto.

13 Terminus est, id quod alicuius extremum est.

14 Figura est, quæ sub vno vel pluribus terminis continetur.

15 Circulus est figura plana, vnica linea cõprehensa quæ peripheria appellatur, ad quam omnes rectæ ex quodam pũcto eductæ sunt æquales.

16 Hoc punctum centrum circuli vocatur.

17 Diameter est, quæ producta per centrũ diuidit circulum bifariam.

18 Vnde semicirculus, est figura contenta diametro, & semipheria.

19 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur.

20 Trilateræ, quæ sub tribus.

21 Quadrilateræ, quæ sub quatuor.

22 Reliquæ vocantur multilateræ,

Aequi-

23 Aequilaterum triangulum eſt, quod tria habet latera æqualia.

24 Iſoſceles quod duo.

25 Scalenum quod omnia tria habet inæqualia.

26 Rectangulum triangulum eſt, quod habet angulum rectum.

27 Amblygonium quod habet obtuſum.

28 Oxygonium quod omnes acutos.

29 Quadratum eſt quod æquilaterum, & rectangulum eſt.

30 Altera parte longior figura eſt rectangula non æquilatera.

Poteſt vno nomine vocari Oblonga, vel Oblongum.

31 Rhombus æquilatera eſt, non rectãgula.

32 Rhomboides habet latera, & angulos oppoſitos æquales, & neque æquilatera eſt, neque rectangula.

33 Reliquæ figuræ quadrilateræ vocantur Trapezia.

34 Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ cum in eodem ſint plano quantumcunque protractæ non poſſunt concurrere.

35 Parallelogrammum eſt figura quadrilatera habens latera oppoſita parallela.

36 In parallelogrammo propoſitionis 43. duo parallelogramma A H G B, G F D I, dicuntur circa diametrum A D exiſtere, & reliqua duo H C F G, G E B I, vocantur complementa.

PETITIONES seu POSTVLATA.

Sunt propositiones practicæ, & supponuntur vt per se notæ.

1 A Puncto ad punctum liceat lineam rectam ducere. id quod fit per conceptionem breuissimæ extensionis.

2 Et lineam rectam quantumlibet producere.

3 Item quouis centro, & interuallo eidem centro applicato, circulum describere.

AXIOMATA seu PRONVNCIATA.

Sunt Propositiones speculatiuæ, quæ non indigent demonstratione.

1 QVæ eidem æqualia, inter se sunt æqualia.

2 Si æqualibus adijciantur æqualia, fiunt æqualia.

3 Si ab æqualibus abijciantur æqualia, remanent æqualia.

4 Inæqualia cum æqualibus, faciunt inæqualia.

5 Aequalia ablata ex inæqualibus, relinquunt inæqualia.

6. 7. Dupla vel dimidia eiusdem, sunt æqualia.

Quæ

8 Quæ sibi mutuo congruunt sunt æqualia. debet aut talis congruentia constare intellectui.

9 Totum sua parte maius est.

10. 11. Duæ rectæ concurrentes, & se mutuo secantes, non habent aliquam partem communem.

12 Omnes recti anguli sunt æquales.

13 Et Euclidis 11. ponitur ad propositionem 28. sine qua non potest sufficienter concipi.

14 Duæ lineæ rectæ possunt quidem constituere angulum, sed non claudere spatium, aut constituere figuram.

15. 16. 17. 18. non sunt vsui in Elementis.

19 Omne totum est æquale suis partibus simul sumptis.

20 Si totum totius est duplum, & ablatum ablati, etiam reliquum est duplum reliqui. Sed hoc axioma non est necessarium, potest enim eius loco citari 19. quinti cuius demonstrationes non dependent ab alijs libris præcedentibus.

DE PROPOSITIONIBVS in genere.

PRopositiones, vel sunt Theoremata, vel Problemata. illa versantur circa quantitatem abstractam speculatiuè: ista practicè, quia habēt pro fine aliquod opus intellectuale, circa eandem quantitatem abstractam. Et ita ſumptæ propoſitiones ſunt propriè mathematicæ, & pure Geometricæ. Ad Theoremata reuocantur Pronunciata; ad Problemata Poſtulata. de quibus ſuperius.

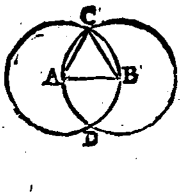
Problemata quæ fiunt per inſtrumenta non ſunt pure Geometrica; poſſunt tamen aliquo modo dici mathematica ſaltem illa, quæ vtũtur ſola Regula & Circino. Hæc enim duo inſtrumenta fundantur immediate in poſtulatis, hoc eſt in linea recta, & circulari.

Eodem poſſunt reduci etiam illa inſtrumẽta quæ fiunt per Regulam & Circinum. Reliqua vero referantur ad Mechanicam. ex quibus aliqua ſunt quidem vera, ſed nondum Geometrice demonſtrata; alia falſa, vel ſaltem dubia, quæ tamen ſubinde admittuntur, quia videntur ſatisfacere ſenſui.

Denique tam Problemata, quàm Theoremata proponuntur aliquando nomine Lemmatum, quæ præmittuntur vel ſubijciuntur propoſitionibus principalibus, quando ſunt neceſſaria, neque poſſunt commode citari.

PROPOSITIO I. PROBLEMA I.

Super data linea A B, triangulum Aequilaterum deſcribere.



Centro A, interuallo A B, deſcribatur per 3. poſtul. circulus C B D; & centro B eodem interuallo B A. alter

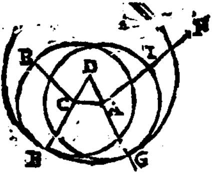
alter C A D, secans priorem v. g. in C; & ex C, ad A, B ducantur C A, C B, per postul. 1. Dico triangulum A B C esse æquilaterum. Est enim A C, æqualis A B, & B C, æqualis eidem per definitionem circuli; ergo æquales inter se, per 1. pron. atque adeo triangulum A B C, est æquilaterum per def. 23.

PROPOS. 2. PROBL. 2.

Ad datum punctum A datæ B C ponere lineam æqualem.

PROPOS. 3. PROBL. 3.

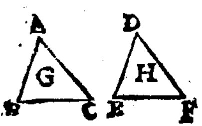
Ex maiori A H. minori B C æqualem abscindere.



PEr præcedentem describatur supra A C, triangulũ æquilaterum A C D, & cẽtro C, interuallo C B, per postul. 3. circulus B E secans protractam D C, in E. & rursus centro D, interuallo D E alius E G secans protractam D A in G, & tertius G I, descriptus ex A, interuallo A G, abscindat ex A H, rectam A I. Dico A I, æqualem esse datæ B C. Rectæ enim A I, est æqualis A G per definitionem circuli, A G æqualis C E quia D E, D G sunt æquales per eandem definitionem circuli, & ablatæ D A, D C sunt æquales per def. trianguli æquilateri: ergo per 3. pron. A G, & æqualis C E. Est autem eidem C E, per def. 15. æqualis B C, ergo tam A I, quàm A G, sunt æquales ipsi B C.

PROPOS. 4. THEOREMA 1.

Angulus A, sit æqualis Angulo D, & latus A B, æquale lateri D E. & A C, ipsi D F: Dico & basim B C, æqualem esse basi E F; & triangulũ G, æquale triangulo H, & angulum B, angulo E. quibus opponuntur æqualia latera A C, D F; & angulum C, angulo F, quibus opponuntur reliqua duo latera æqualia A B, D E.



FActa enim superpositione, A B, cõgruit D E, & angulus A, angulo D; & consequenter latus A C, lateri D F, propterea quod omnia ista sint æqualia ex hypothesi. Ergo & basis B C congruit basi E F; triangulum G triangulo H; angulus B, angulo E, & C ipsi F. & ideo omnia ista sunt inter se æqualia per 8. pron.

PROPOS. 5. THEOREMA 2.

Latus A B, sit æquale lateri A C, sintque producta ad D, E vtcunque: Dico tam angulos A B C, A C B, quàm D B C, E C B, esse æquales.

Per

PEr tertiam fiat A E æqualis A D; nectaturque per postul. 1. C D, B E. Eruntque per 3. pron. etiam B D, C E æquales; & in triangulis A B E, A C D erunt circa communem angulũ A, latera lateribus æqualia A B, ipsi A C, & A E, ipsi A D. Ergo per 4. basis B E, est æqualis C D; angulus A B E, angulo A C D, & A E B, angulo A D C. Rursus in triangulis B C E, C B D. circa æquales angulos E & D. Latus B E est æquale lateri C D, & C E ipsi B D. Ergo per eandem 4. angulus B C E, est æqualis C B E; & hi sunt duo anguli infra basim B C: & angulus C B E, æqualis BCD, & hi sublati ex æqualibus A C D, A B E relinquunt supra eandem basim æquales A C B, A B C.

Coroll. Hinc patet triangulum æquilaterum esse æquiangulum.

PROPOS. 6. THEOR. 3.

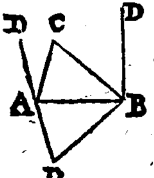
Angulus A B C, sit æqualis A C B: Dico latera A C, A B esse æqualia.

SI enim essent inæqualia, posset semper ex maiori v.g. A B, abscindi B D æqualis minori A C; atque ita fieret triangulum B C D, æquale triãgulo A B C, per 4. quia circa æquales angulos D B C, A C B, sunt latera lateribus æqualia.

Coroll. Ergo triangulum æquiangulum, erit quoque æquilaterum.

PROPOS. 7. THEOR. 4.

A D sit æqualis A C, & B D, æqualis sibi conterminæ B C; & A C, BC, conueniant ad C. Dico reliquas A D. B D ad partes C, non conuenire ad aliud punctum.



Aliter.

Triangulis A C B, A D B sit communis basis A B; & A D, æqualis A C, & B D, ipsi B C. Dico A B D, translatum in alteram partem coincidere prorsus cum triangulo ABC.

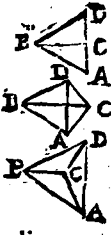
Euclides præmittit hanc propositionẽ octauæ, quam Proclus ita demõstrat, vt potius octaua præluceat septimæ.

PROPOS. 8. THEOR. 5.

Latus A B, sit æquale D B, & A C, ipsi D C, necnon basis B C, basi B C. Dico angulum A, æqualem esse angulo D.

Intelligantur coniuncta ad communem basim B C ita vt latera æqualia sint etiam contermina, sed ad partes diuersas, nectaturque A D, quæ vel transit per C, vt in primo casu; vel cadit inter B, C vt in secundo; vel extra vt in tertio. In primo propter æqualitatem laterum B D, B A, anguli A, D

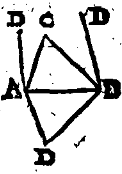
sunt



sunt æquales per 5. In secũdo, & tertio propter æqualitatem laterum A B, B D, sunt æquales anguli B A D, B D A; & propter æqualitatem laterum C D, C A sunt quoque æquales anguli C D A, C A D. Ergo in secundo casu totus angulus B A C erit æqualis toti B D C; & in tertio reliquus angulus B A C reliquo B D C.

Coroll. Et quia circa angulos æquales B D C, B A C sunt latera lateribus æqualia: erunt per 4. triangula æqualia; & reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

AD 7. PROPOSIT.



IN septima ponuntur eadem quæ in octaua. Ergo in triangulis A B D, A B C erunt anguli D A B, D B A, æquales angulis C A B, C B A. Et ideo in superpositione sibi mutuo cõgruent, & latus A D, coincidet cum A C, & B D, cum B C, atque adeo punctum D, cum puncto C.

PROPOS. 9. PROBL. 4.

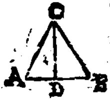
Datum angulum rectilineum B A C, bifariam secare.

ABscindantur per 3. æquales A D, A E, & supra D E fiat per 1. triangulũ æqui-

laterum D E F. Dico A F satisfacere proposito. Angulus enim F A D, est æqualis angulo F A E, per 8. quia duo latera F A, A D, sunt æqualia duobus F A, A E, & basis F D, basi F E.

PROPOS. 10. PROBL. 5.

Datam rectam A B bifariam secare.



Describatur per primã triangulum æquilaterum ABC, & recta C D secet per 9. angulum C, bifariam. Dico eandem C D, secare quoque bifariam A B. Est enim A D æqualis D B, per 4. quia circa æquales angulos ad C, sunt latera lateribus æqualia.

PROPOS. 11. PROBL. 6.

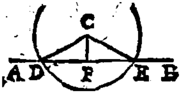
Ex puncto C, rectæ A B, erigere perpendicularem.

Accipiantur per 3. æquales C D, C E, & D E F, sit per 1. æquilaterum. Dico F C, esse perpendicularem. hoc est angulos ad C, esse æquales, ideoque per defin. 10. rectos. Sunt enim duo latera C F, C D, æqualia duobus C F, C E, & basis F D, æqualis F E. ergo per 8. F C D, æqualis angulo F C E.

PRO-

PROPOS. 12. PROBL. 7.

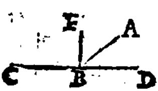
Ex puncto C, in datam A B, perpendicularem demittere.



CEntro C, describatur per 3. post. circulus secans A B vtcunque in D, E, & D E secetur per 10. bifariam in F. Dico C F, esse perpendicularē. quia F C, F D, sunt iterum æqualia lateribus F C, F E, & basis C D æqualis C E per defin. circuli. ergo.

PROPOS. 13. THEOR. 6.

Recta rectæ insistens, vel facit duos rectos, vel duobuc rectis æquales.

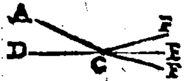


QVando E B insistens, est perpendicularis; certum est angulos EBC, E B D, esse rectos. At A B magis inclinata in vnam partem quàm in aliam, constituit saltem duos angulos ABC, A B D, æquales duobus E B C, E B D: quia tam isti, quàm illi sunt æquales tribus EBC, E B A, A B D.

PROPOS. 14. THEOR. 7.

C D, C E sunt vna linea continuata, cum alia A C, facit angulos A C D, A C E, æquales duobus rectis.

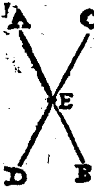
Si



SI enim C F, pars protractæ D C, caderet supra, vel infra C E; essent nihilominus per 13. anguli A C D, A C F, æquales duobus rectis, & æquales duobus A C D, ACE quod est absurdum.

PROPOS. 15. THEOR. 8.

A B, C D, secent se mutuo ad verticem E: Dico angulum A E C, æqualem esse D E B, & A E D, ipsi B E C.



NAm & A E, cum C D, & C E cum A B facit per 13. angulos duobus rectis æquales. & ideo A E D, A E C, æquales sunt duobus C E A, C E B; demptoque communi A E C, remanet A E D, æqualis C E B. Similis est ratiocinatio de angulis A E C, B E D.

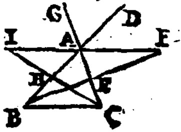
Coroll. 1. Hinc patet oẽs quatuor angulos ad punctũ E esse æquales quatuor rectis.

Coroll. 2. Immo quotcunque fuerint anguli ad E, omnes simul erunt quatuor rectis æquales.

PROPOS. 16. THEOR. 9.

Dico angulum externum C A D, trianguli ABC, maiorẽ esse vtrolibet interno, & opposito, tam A C B, quàm A B C.

Secto

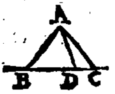


SEcto latere A C, bifariam in E, & ex protracta B E, sumptâ E F, æquali ipsi B E, & iunctâ F A: erunt per 15. æquales anguli B E C, F E A, & duo latera E B, E C, æqualia duobus E F, E A; & ideo per 4. angulus E A F, æqualis B C B. est autem externus C A D, maior quàm E A F. ergo idem externus est quoque maior B C E.

Protracto aut latere C A ad G, fit externus B A G, æqualis priori C A D per 15. & secto bifarium latere A B in H; factâq; H I, æquali H C, demonstratur, vt prius, angulum B A G, maiorem esse A B C, ergo & C A D, erit maior eodem.

Ex Proclo.

Si A B, A C, sunt æquales, quæuis alia A D, non erit eisdem æqualis.



SI enim A D esset æqualis, esset per 5. angulus C, æqualis B, & eidem B, esset æqualis A D B. ideoque æqualis A C D, quod est absurdum, quia A D B est externus, ideoque maior interno & opposito C.

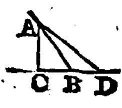
PRO-

PROPOS. 17. THEOR. 10.

Duo quilibet anguli trianguli, sunt minora duobus rectis.

PRoductis B C, B A, in D. E, efficitur per 16. externus A C D maior B, & ideo A C D, A C B maiores duobus A B C, A C B. Sunt autem illi æquales duobus rectis per 13. ergo isti sunt minores duobus rectis. Eadem est ratio de duobus angulis B A C, B C A. Pro duobus autem C A B, C B A assumẽdus est externus CAE.

Ex Proclo.



EX eodem puncto A, in C D, vna tantum cadit perpendicularis A C. Si enim præter A C, esset alia A B: essent duo anguli A C B, A B C, æquales duobus rectis, quod est absurdum.

Coroll. 1. Propter eandem causam, in triangulo non potest esse nisi vnus tam rectus, quàm obtusus.

Coroll. 2. Existente angulo A B C, acuto, perpendicularis A C, cadit ex parte anguli acuti. si enim caderet ex parte obtusi, qualis est A D; A B D, A D B, essent duobus rectis ma[illegible]

Coroll. 3. Duo anguli ad b[illegible] celij; & omnes tres trianguli æquilateri, sunt acuti.

PRO-

PROPOS. 18. THEOR. 11.

Maius latus A C, subtendit maiorem angulum A B C, & A B, minus minorē A C B.

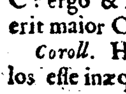
SI enim A D, fiat æqualis A B, erunt per 5. anguli ad basim B D, æquales, est autem per 16. A D B, maior C: ergo & A B D, & multo magis A B C, erit maior C.

Coroll. Hinc patet in Scaleno tres angulos esse inæquales.

PROPOS. 19. THEOR. 12.

Maiori angulo A B C opponitur maius latus A C, & minori C, minus latus A B.

SI enim latus A B in superiori figura foret æquale A C, essent prædicti anguli æquales, & si A B, esset maius; esset per præcedentem, contra hypothesim, angulus C, maior angulo A B C.



Coroll. Omnium rectarum AC, AC, AC, perpendicularis A B, est omnium breuissima; quia A B opponitur acutis, & A C, opponuntur recto.

PROPOS. 20. THEOR. 13.

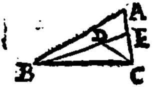
Du[illegible] anguli, sunt reliquo maior.

Late-

LAteribus C A, A B, sit æqualis C A D, hoc est A D, æqualis A B. Ergo ad basim B D, sunt per 5. anguli æquales. Estque A B D, minor D B C: ergo & A D B, seu C D B, est minor eodem, & per 19. B C, minor C D, hoc est minor duabus C A, A B, & ita de reliquis.

PROPOS. 21. THEOR. 14.

Duæ rectæ B D, C D, intra triangulum A B C, sunt minores lateribus conterminis A B, A C, & angulus B D C, maior A.

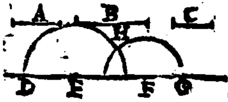


PRoductâ enim B D, in E; erunt per 20. BA, AE, maiora reliquo latere B E, ad iactâq. E C, duæ rectæ AB, A E C, maiores duabus BE, EC. Sunt aût & CE, ED, maiores CD, & additâ DB, duæ CE, E D B, sunt maiores duabus C D, D B. ergo A B, A C, sunt multo maiores duabus B D, D C. Porro angulus B D C, maior est D E C, per 16. & hic maior angulo E A B: ergo B D C, est multo maior E A B, seu B A C.

PROPOS. 22. PROBL. 8.

Ex tribus rectis A, B, C, quarum vnaquęque sit minor aggregato reliquarum; triangulum construere.

In



IN recta DG, sumantur DE, EF, FG, æquales tribus datis A,B,C, & centris E,F, interuallis E D, F G, describantur duo circuli se mutuo secantes in H. eruntque per defin. 15. E H, F H æquales ipsis E D, F G, hoc est ipsis A,C, estque E F, æqualis ipsi B. ergo .

PROPOS. 23. PROBL. 9.

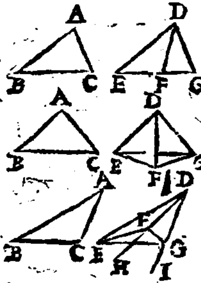
Ad punctum C, rectæ A B, constituendus sit angulus G C H, æqualis dato D E F.

DVcatur vtcunque D F, & fiat per 22. triangulum G C H habens latus C G, æquale lateri B D; C H æquale E F, & GH, æquale D F: sic enim necesse est angulum G C H per 8. æqualem esse, angulo D E F.

PROPOS. 24. THEOR. 15.

Latus A B, sit æquale lateri D E. & A C, ipsi D F; basis autem B C, maior sit basi E F: Dico angulum A, esse maiorem angulo E D F.

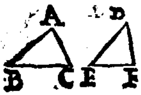
ANgulo A, fiat æqualis E D G, & D G, æqualis A C, nectaturque E G, quæ in primo casu continuatur cum E F, in 2. cadit



dit supra, & in 3. infra. In omnibus vero casibus recta E G, est per 4. æqualis basi B C. & in primo quidẽ casu manifestum est E G, ideoque & B C, maiorem esse E F. In secundo vero in triangulo isoscelio D F G, anguli ad basim F G. sunt per 5. æquales, estque D G F, maior sua parte E G F. ergo & D F G, multoque magis totus E F G, maior est eodem E G F. ideoque per 19. E G, hoc est B C, maior base E F. Denique in tertio in quo æquales D F, D G, sunt protractæ ad H, I, anguli infra basim F G sunt per 5. æquales; estque I G F, maior sua parte E G F. ergo & H F G, & multo magis E F G, maior est eodem E G F. & idcirco E G, seu B C, maior quàm E F vt prius.

PROPOS. 25. THEOR. 16.

Vice versa angulus A, maior est angulo D, quando basis B C maior est base E F, & reliqua latera reliquis æqualia, vt in præcedenti.



ESset enim per 4. basis B C, æqualis E F, si angulus A, posset esse æqualis angulo

angulo D, & B C, per 24. minor esset quàm E F, si A esset minor D.

PROPOS. 26. THEOR. 17.

Anguli B, C, sint æquales angulis E, F, & latus B C, ipsi E F; nimirum adiacens adiacenti; vel certe A B ipsi D E. quæ æqualibus angulis opponuntur: Dico & reliqua reliquis esse æqualia.

Sit primo B C æqualis E F, & DF si fieri potest sit maior AC. Sumptâ igitur F G, æquali ipsi A C; erunt circa æquales angulos C, F, latera A C, C B, æqualia lateribus G F, F E; ideoque per 4. angulus A B C, seu D E F, æqualis angulo G E F, quod est absurdum.

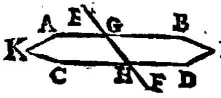
Secundo sit A B æqualis D E, & si fieri potest E F, sit maior B C. Sumptâ igitur E G, æquali ipsi B C; erit vt prius angulus B C A, hoc est E F D, æqualis E G D, internus externo contra 16.

Sunt igitur omnia latera omnibus æqualia, ideoque per 8. etiam reliqua æqualia.

PROPOS. 27. THEOR. 18.

Recta E F secet duas A B, C D, faciatque angulum A G H æqualem alterno DHG: Dico A B, C D, esse parallelas.

Sin



SIn minus cõcurrant in I. Cum igitur trianguli G H I, latus I G, ſit protractum; erit per 16. angulus externus AGF, maior interno & oppoſito I H G, quod eſt abſurdum. idem ſequitur ſi concurrerẽt ad K.

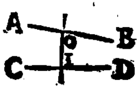
PROPOS. 28. THEOR. 19.

Eadem A B, C D, erunt quoque parallelæ, ſi conſtet externum A G E æquale eſſe interno C H G: vel duos internos A G H, C H G, æquales duobus rectis.

EX vtroque enim ſequitur alternum B G H, æqualem eſſe alterno C H G. Externo enim A G E æqualis eſt per 15. B G H, ad verticem G. & duo A G H, C H G ſunt per 13. æquales duobus H G A, H G B, eſtque H G A, communis. ergo reliquus H G B, æqualis eſt reliquo C H G, alternus alterno. ergo per 27. A B, C D, ſunt parallelæ.

Ex hac poſteriore parte conſtat ſufficienter veritas 13. pronunciati.

AXIOMA 13.



SI in duas rectas incidat recta O, I faciatq. duos angulos O, I, minores duobus rectis: duæ rectæ A B. C D, concurrent ad partes angulorum O,I.

PRO-

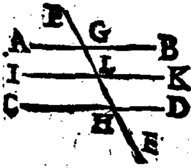
PROPOS. 29. THEOR. 20.

Duas parallelas A B, C D secet EF, in G, H. Dico alternum alterno; externum interno; & duos angulos internos esse duobus rectis æquales, conuertendo duas præcedentes.

NAm primo si alternus A G H esset maior alterno D H G, addito communi B G H essent duo D H G, B G H, minores duobus A G H, B G H, hoc est minores duobus rectis. & ideo per 13 axioma A B, C D, concurrerent ad partes B, D, quod est contra hypothesim. Ergo alterni sunt æquales, hoc est, B G H, ipsi C H G. Est autẽ per 15. B G H, æqualis A G E, ergo etiam externus A G E, erit æqualis interno CHG, & quia B G H, cum A G H, æquipollet per 13. duobus rectis, eruntque duo interni A G H, C H G æquales duobus rectis.

PROPOS. 30. THEOR. 21.

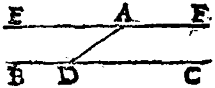
A B, C D, sint parallelæ eidem I K: Dico etiam ipsas esse parallelas inter se.



DVctâ enim EF erit per 29. B G K, equalis alterno I L G, & CHL, æqualis KLH: sed ILG, KLH, sunt per 15. æquales. ergo & alterni B G L, L, C H L sunt æquales, & per 27. A B, D parallelæ.

PROPOS. 31. PROBL. 10.

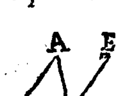
Per A, ducere parallelam datæ B C.



DVcta A D vtcunque, & facto per 23. angulo D A E, æquali alterno A D C, erit per 27. E A F, ipsi B C, parallela.

PROPOS. 32. THEOR. 21.

Externus angulus A C D, est æqualis duobus internis, & oppositis A, B: & omnes tres anguli cuiuscunque trianguli sunt æquales duobus rectis.



DVcatur per 30. C E, parallela A B; eritque per 29. E C A, æqualis alterno A, & externus E C D, æqualis interno B, & totus externus A C D, æqualis duobus internis A, B. Adiectoque communi A C B. erunt omnes tres interni A, B, C, æquales duobus A C D, A C B. hi autem sunt per 13. æquales duobus rectis. ergo & illi.

Coroll. 1. Ergo omnes tres anguli vnius trianguli sunt æquales tribus cuiuscunque alterius trianguli simul sumptis: & quando duo sunt æquales duobus, erit & reliquus reliquo æqualis.

Coroll. 2. In triangulo isosceli rectangulo; anguli ad basim sunt semirecti.

Coroll. 3. Angulus trianguli æquilateri est vna tertia duorum rectorum, vel duæ tertiæ vnius recti.

Ex Scholio.

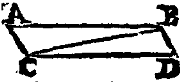
OMnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera demptis duobus; ita vt anguli triangulorum constituant angulos figuræ.

Cumque anguli cuiuscunque trianguli sint æquales duobus rectis, erunt omnes anguli figuræ rectilineæ æquales bis tot rectis, quot ipsa habet latera, demptis duobus.

Quot autem habet latera, tot habet angulos internos & externos. Ergo interni simul cum externis sunt æquales bis tot rectis quot sunt latera; quia quilibet externus cum suo interno æquiualet duobus rectis per 13. Interni autem soli, sunt æquales bis tot rectis quot sunt latera demptis duobus, quibus respondent quatuor recti; demptis igitur omnibus internis, remanebunt externi quatuor rectis æquales. & ideo omnium figurarum anguli externi simul sumpti, sunt æquales simul sumptis.

PROPOS. 33. THEOR. 23.

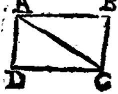
Sint A B, C D, æquales & parallelæ. Dico etiam A C, B D, esse æqua.es, & parallelas.



DVctâ enim B C, erunt per 29. alterni A B C, D C B æquales, & duo latera A B, B C, duobus B C, C D æqualia. ergo per 4. etiam basis B D, æqualis basi A C, & angulus A C B, æqualis alterno D C B, ideoque per 27. B D, parallela A C.

PROPOS. 34. THEOR. 24.

In parallelogrammo latera & anguli oppositi sunt æquales; & diameter secat ipsum bifariam.



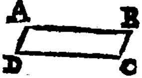
CVm enim per def. 35. latera A B, D C, necnon A D, B C sint parallela; erit per 29. angulus B A C æqualis D C A; & A C B, ipsi C A D. estque latus A C, ipsis adiacens commune. ergo per 26. AB, erit æquale CD, & A D, ipsi B C, & angulus B, angulo D, & triangulum A B C, triangulo A D C. Denique reliqui anguli A & C, sunt æquales quia constant ex æqualibus.

Ex

Ex Scholio.

Omne quadrilaterum habens latera opposita, vel angulos oppositos æquales, est parallelogrammum.

Sint primo A B, C D, & A D, B C, æquales. Ducta igitur A C, erant duo latera A B, B C, æqualia duobus CD, DA, & A C, basis erit communis. Vnde per 8. non solum angulus B angulo D, sed & angulus B A C, angulo D C A, & A C B, æqualis erit C A D, nimirum alterni alternis, atque adeo per 27. A B, erit parallela C D, & A D, ipsi B C.



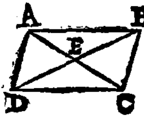
Secundo. Angulus A, sit æqualis C, & B, ipsi D; eruntque duo A, B, æquales duobus C, D, & duo A, D, æquales duobus C B. Sunt autem omnes quatuor æquales quatuor rectis per Scholium 32. ergo tam A, B, quàm A, D, erunt duobus rectis æquales, & ideo per 28. A B, C D, & A D, B C, erunt parallelæ.

Ex priore parte huius demonstrationis cõstat Quadratum, Rhombum, & Rhomboidem esse parallelogramma.

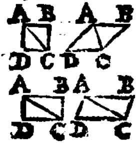
Ex posteriore constat idem de Quadrato, figura altera parte longiore, & Rhomboide.

Item.

In omni parallelogrammo diametri se mutuo secant bifariam: & in Quadrato & Rhõbo secant angulos bifariam; in figura altera parte longiore siue oblonga, & Rhomboide non bifariam: ijdemq. in quadrato, & oblongo sunt æquales, in Rhombo & Rhomboides inæquales.



Dico primo AC, BD, secari bifariam in E. Anguli enim EAD, EDA, sunt æquales angulis ECB, EBC, per 29. & latera adiacentia AD, BC, sunt æqualia per 34. ergo per 26. EA, est æqualis EC, & EB, æqualis ED.



Dico secundo in quadrato, & Rhombo angulos A, C secari bifariam à diametro AC. latera enim CA, AD, æqualia sunt lateribus AC, AB, & basis CD, basi CB. ergo per 8. angulus CAD, angulo CAB.

Dico tertio in oblongo, & Rhomboide, angulos A, C, secari à diametro AC non bifariam. Est enim angulus BAC, minor angulo BCA, per 18. & per 29. BCA, est æqualis alterno CAD. ergo BAC, minor est CAD.

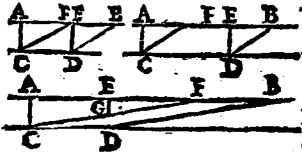
Dico quarto in quadrato, & oblongo diametros


metros AC, BD, esse æquales per 4. quia circa æquales angulos nempe rectos latera D A, D C, sunt æqualia lateribus B C, C D.


Dico 5. in Rhombo & Rhomboide diametrum A C, quæ subtendit minorem angulum D, minorem esse diametro B D, quæ subtendit maiorem C. Sunt autem D & C, inæquales, quia simul sunt æquales duobus rectis per 29. & per definitiones neuter est rectus. Cum enim latera D A, D C, sunt æqualia lateribus C B, C D, & angulus D minor angulo C, ex hypothesi; erit basis A C, minor base B D, per 24.

PROPOS. 35. THEOR. 25.

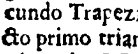
Parallelogramma A C D E, F C D B, super eadem basi C D, & inter easdem parallelas A B, C D, sunt æqualia.


IN primo casu coincidit pũctum F cum pũcto E; in secundo existit inter puncta A, E; in tertio inter puncta E, B. In omnibus autem tribus casibus angulus C A F æqualis est per 29. D E B, & per 34. A C æqualis D E, & A E, FB æquales eidem

C D, ideoque æquales inter ſe. & in ſecundo caſu auferendo intermediam F E relinquuntur æquales A F, E B. & in tertio fit idem addendo communem E F. Atque ita circa æquales angulos C A F, D E B, erunt duo latera C A, A F, æqualia duobus lateribus D E, E B, & idcirco per 4. triangulum C A F, erit æquale triangulo D E B. & in primo caſu addito triangulo C E D. in ſecundo Trapezio C F E D. & in tertio abiecto primo triangulo G E F, & poſtea adiecto triangulo C D G, fit parallelogrammum A C D E, æquale parallelogrammo F C D B.

PROPOS. 36. THEOR. 26.

Similiter parallelogramma A C D E, F G H B, ſuper æqualibus baſibus C D, G H. & inter eaſdem parallelas A B, C H, ſunt æqualia.

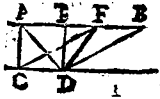


CVm enim C D, ſit æqualis G H, & eidem G H, æqualis per 34. F B, erunt C D, F B, æquales inter ſe, & parallelæ. ergo per 33. & C F, D B, ſunt parallelæ, & C D B F, parallelogrammum, cui per præcedentem ſunt æqualia A C D E, F G H B; quia illa ſunt ſuper eadem baſi C D. hæc ſuper baſi F B. ergo & A C D E æquale eſt parallelogrammo F G H B.

PRO-

PROPOS. 37. THEOR. 27.

Triangula A C D, F C D, super eadem basi CD, & inter easdem parallelas A B, CD, sunt æqualia.



Rectæ enim DE, DB, parallelæ ipsis A C, F C constituunt per 35. duo parallelogramma A C D E, F C D B æqualia, eademque per 34. dupla triangulorum A C D, F C D. ergo etiam triangula A C D, F C D, sunt æqualia.

PROPOS. 38. THEOR. 28.

Idem constat de triangulis A C D, E G H super æqualibus basibus C D, G H.

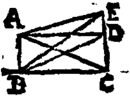
Quia sunt semisses æqualium parallelogrāmorum A C D B, F G H B.

Ex Scholio.

Recta igitur F H, secans basim G I, bifariam in H; secat etiam bifariam triangulum F G I.

PROPOS. 39. THEOR. 29.

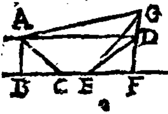
Triangula A B C, B C D, sint super communi basi B C, æqualia. Dico A D, esse parallelam B C.



Si minus, sic A E parallela, & secet C D, in E; eritque pro 37. triangulum B C E æquale eidem A B C: & ideo B C E, B C D, æqualia; quod est absurdum.

PROPOS. 40. THEOR. 30.

Idem dico quando triangula A B C, D E F sunt æqualia, & super æqualibus basibus B C, E F.



Si enim alia A G, esset parallela; triangula A B C, G E F, essent æqualia per 38. necnon GEF, DEF.

PROPOS. 41. THEOR. 31.

Parallelogrammum A B C D, & triangulum E B C, sint inter parallelas AE, BC: Dico parallelogrammũ duplũ esse triaguli.

Quia parallelogrammum A B est per 34. duplum trianguli A B C; & hoc est æquale triangulo E B C, per 37. Ergo.

PROPOS. 42. PROBL. 11.

Triangulo A B C, constituere parallelogrammum æquale, cum angulo D.

Basis B C, secetur bifariam in E: per 10. eritque per 38. triangulum A B C, duplum

plum trianguli A E C; & facto angulo C E F, æquali D, ductâque A F.G, parallela B C, & C G, parallela E F; factum erit parallelogrammum E G, duplum eiusdem trianguli A E C, per 41. & idcirco æquale triangulo A B C.

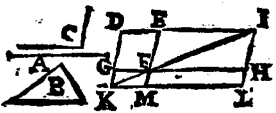
PROPOS. 43. THEOR. 32.

Complementa G B, G C, de quibus defin. 36. sunt æqualia.

TRiangulum enim A C D æquale est triangulo A D B, per 34. A G H, ipsi A G E; & G D F, ipsi G D I: Et ablatis A G H, G D F ex A C D, remanet complementum G C, & ablatis A G E, G D I ex A D B, remanet complementum G B. ergo.

PROPOS. 44. PROBL. 12.

Ad datam A, dato triangulo B; æquale parallelogrammum applicare, cum dato angulo C.



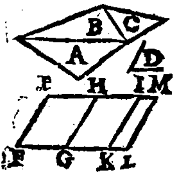
PEr 42. fiat parallelogrammũ G E, æquale triangulo B, cum angulo F, æquali C; & ex D E protracta

 suma-

sumatur E I, æqualis A, & I F, secet D G, in K, perficianturque reliqua parallelogramma: ex quibus complementum F L, est per 43 æquale complemento G E, hoc est triangulo B; & habet latus F H, æquale ipsi E I, hoc est, ipsi A; & angulum M F H æqualem angulo F, per 15. hoc est angulo C.

PROPOS. 45. PROBL. 13.

Dato rectilineo A, B, C: æquale parallelogrammum constituere, cum angulo D.



Distribuatur rectilineum in sua triangula A, B, C, ipsique A, fiat per 42. æquale parallelogrammum F H cum angulo F, æquali D: & aliud G I æquale ipsi B applicetur ad G H, cũ angulo G, æquali eidem D: denique ad K I applicetur K M ęquale ipsi C, & I K L; sit rursus æqualis angulo D: erunt F H, G I, K M simul æqualia rectilineo A, B, C. Quod autem F M, sit parallelogrammum probatur hoc modo. Angulus F est æqualis H G K, & duo H G K, H G F, sunt æquales duobus H G F, G F E, & hi duo sunt æquales duobus rectis per 29: ergo & illi, & ideo per 14. G F, G K, sunt vna linea: & eadem est ratio de K G, K L. immo eadem quoque de tribus E H, H I, I M; quia angulis F, G, K, sunt per 34. æquales, oppositi

H, I,

H, I, M. Cumque G H, sit æqualis & parallela E F, & K I, æqualis, & parallela G H, & L M, æqualis, & parallela ipsi K I: erunt etiam E F, L M, æquales & parallelæ, & per 33. F L, E M, erunt similiter æquales & parallelæ.

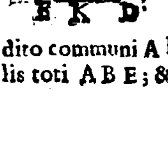
PROPOS. 46. PROBL. 14.

Super datam A B, quadratum describere.

ERigantur duæ perpendiculares A D, B C æquales ipsi A B: eritque per 33. etiam D C æqualis & parallela ipsi A B, & angulis rectis A, B, erunt per 34. æquales oppositi C, D. Hoc est figura A C, erit æquilatera, & rectangula.

PROPOS. 47. THEOR. 33.

In triangulo A B C, habente rectum ad A: Quadratum lateris B C, æquale est quadratis duorum laterum A B, A C.



DEscribantur per 46. quadrata B D, B G, C I: eritque per 14. tam B A I, quàm C A G vna linea recta quià anguli ad A, sunt recti. Et quia A B F, C B E sunt æquales; addito communi A B C, fit totus F B C, æqualis toti A B E; & ductis rectis F C, A E, &

A L K, parallela ipsi B E; erunt circa æquales angulos F B C, A B E duo latera F B, B C, æqualia duobus A B, B E. Quare triangulũ F B C, æquale erit triangulo A B E, per 4. Trianguli autem F B C duplum est quadratum B G, per 41. quia sunt super eadem basi B F, & inter easdem parallelas B F, C G: & trianguli A B E duplum est parallelogrammum B L K E; quia sunt super eadem basi B E, & inter parallelas B E, A K. Ergo parallelogrammum B L K E æquale est quadrato B G. Eodemque modo demonstratur alterum parallelogrammum L C D K, æquale esse quadrato C I. Totum igitur quadratum B D, erit æquale duobus quadratis B G, C I.

Ex Scholio.

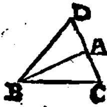
INuentio huius Theorematis tribuitur Pythagoræ; qui cum aduertisset in quibusdã numeris, quales sunt 3.4.5. duorum 3. & 4. quadratos 9. & 16. facere 25. quadratum tertij; voluit idem experiri in lineis, & inuenit ex tribus lineis ab huiusmodi numeris numeratis constitui semper triangulum rectangulum.

Inuentio autem huiusmodi numerorum ita se habet. Pro minimo sumatur quicũque numerus impar, v. g. 5. & ex eius quadrato 25, abijciatur 1. Reliqui enim numeri 24. medietas 12. erit secundus, & tertius erit 13.

vnitate maior. Vel sic: pro minimo sumatur par v. g. 6. & ex quadrato 9. hoc est ex quadrato numeri 3. qui est medietas numeri 6. abijciatur 1, eidemque addatur 1. eritque secundus numerus 8. & tertius 10.

PROPOS. 48. THEOR. 34.

Vice versa angulus A, est rectus, quando quadrata A B, A C sunt æqualia quadrato B C.



ERigatur ex puncto A super B A, perpendicularis A D, & æqualis A C; eritque per 47. quadratum B D, æquale quadratis A B, A D; hoc est, quadratis A B, A C: atque adeo quadrato B C; & ideo B D, erit æqualis B C. Et quia præterea duo latera A B, A D, sunt æqualia duobus A B, A C; erit angulus B A D æqualis B A C, sed ille est rectus; ergo & iste.

EVCLI-

3°

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

DEFINITIONES.

1 PArallelogrammum rectangulũ dicitur contineri sub duabus lineis rectis, quæ comprehendunt angulum rectum.

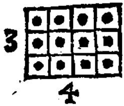
Ex Scholio.

RAtio est, quia in duabus illis lineis, & angulo recto, assignantur omnia illa, quibus datis datur ipsum rectangulum; nimirum longitudo, & latitudo, & angulus rectus, qui est solus ex omnibus angulis inuariabilis.

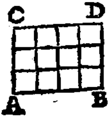
Alia ratio est, quia ex ductu huiusmodi linearum vnius in alteram, formatur optime conceptus ipsius rectanguli. Nam si duæ rectæ A B, A C contineant angulum rectum A, & A C intelligatur moueri per rectam A B ex A vsque ad B, ita vt semper ipsi A B, existat perpendicularis; describet punctum C tertiũ latus C D, & si eadem recta A C intelligatur aliquid post se relinquere, id erit superficies

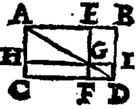
cies plana, inter A B, A C, C D, D E comprehenſa.

Habet etiam hæc comprehenſio rectanguli ſub duabus rectis, nec non hic ductus vnius lineæ in alteram, magnam affinitatem cum multiplicatione, vel ductu vnius numeri in alium. Sicut enim ex multiplicatione v. g.



3. in 4. producitur numerus 12. cuius vnitates poſſunt diſponi in forma rectanguli, diciturque idem numerus 12. contineri ſub duobus numeris 3. & 4. eo quod fiat ex ductu 3. in 4. ita quoque ſi A C, triū partium, ducatur in AB, 4. partium; producuntur 12. quadratula vnius partis, quæ conſtituunt totum rectangulum cōtentum ſub iiſdem duabus rectis A C, A B.





Secunda definitio. In parallelogrammo C B diuiſo in alia quatuor; duo complementa G C, G B, vna cū H E; conſtituunt Gnomonem F H E I, & cum parallelogrammo F I, conſtituunt Gnomonem H F I E,

PROPOS. 1. THEOR. 1.

Rectangulum contentum ſub A, & B C, quale eſt B C F G: æquale eſt ijs, quæ continentur ſub eadem A, ſeu B G, & ſingulis partibus rectæ B C.

Actis

AC tis enim per D, E ipsi B G parallelis D H, E I; distribuitur rectangulum BF in rectangula B H, D I, E F, quæ continentur sub B G, D H, EI, hoc est sub A; & sub partibus B D, D E, E C. Est autem per 19. pronunc. omne totum æquale suis partibus; ergo.

Applicatio ad numeros.

SIt B C, 10. segmenta B D, D E, E C. sint 5. 1. 4. & recta A vel B G, sit 6. Eritque rectangulum B F, seu numerus productus ex B G, 6. in B C, 10. numerus 60: & B G 6. in B D 5. erit 30: & DH 6. in DE 1. erit 6: & EI 6. in EC 4. erit 24. Et hæc omnia tria rectangula numerica collecta in vnam summam, faciunt eundem numerum 60. quem facit A 6. in B C 10. Et hoc modo applicari possunt numeris fere omnes propositiones sequentes.

PROPOS. 2. THEOR. 2.

B C, secta sit vtcunque in D: Dico quadratum B C æquale esse rectangulis contentis sub B C, B D, & sub B C, D C.

HAec non differt à præcedenti si B G, intelligatur æqualis ipsi B C. Rectangulum enim BE, hoc est quadratum ipsius B C, erit æquale rectangulo B F, contento sub

ſub B G, B D, hoc eſt B C, B D; & rectangulo D E, contento ſub D F, D C, hoc eſt ſub B C, D C.

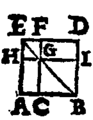
PROPOS. 3. THEOR. 3.

B C, ſit ſecta vtcunque in D: Dico rectangulum contentum ſub B C, & ſub vno ſegmentorum v g ſub B D, æquale eſſe quadrato B D, & rectangulo ſub ſegmentis B D, D C.

HAec quoque cõtinetur in prima, eſtque manifeſta ſi B G, ponatur æqualis B D. Sic enim B F, eſt quadratum ipſius B D; & D E, rectangulum ſub D F, ſeu B D, & D C.

PROPOS. 4. THEOR. 4.

A B, ſecta ſit vtcunque in C: Dico quadratum totius A B, æquale eſſe duobus quadratis A C, C B, & duobus rectangulis ſub ſegmentis A C, C B.



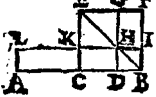
QVadratum totius A B, ſit A D, diameter B E; C G F, parallela A E; & H G I, parallela ipſius A B. Dico primo H F, C I, eſſe quadrata ſegmentorum, A C C B. Nam latera A B, A E, circa rectum A, ſunt æqualia; ergo per 2. Coroll. 32. anguli A E B, A B E ſunt ſemirecti: ſed iſtis ſunt æquales C G B, H G E, per 29: ergo omnes

nes quatuor sũt æquales,& per 6. primi HG, HE; & CB, CG æquales inter se,atque adeo H F, quadratum rectæ H G, quæ per 34 est æqualis A C, & C I, quadratum segmenti C B. Dico secundo rectangula A G, G D contineri sub ijsdem segmentis A C, C B. illud enim continetur sub A C C G, & C G, est æqualis C B; & G D continetur sub GF, GI, & G F, est æqualis G H, hoc est,AC, & G I, segmento C B. Quibus ita demonstratis manifesta est propositio.

Coroll. Hinc patet parallelogramma H F C I circa diametrum quadrati,esse quadrata.

PROPOS. 5. THEOR. 5.

A B secta sit bifariam in C, & non bifariam in D: Dico quadratum C B, æquale esse rectangulo A D B, vna cum quadrato CD.



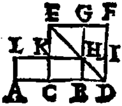
FActo quadrato C F, & ductis reliquis parallelis; erit per coroll. quartæ K G quadratum sectionis intermediæ C D, & DI quadratum segmenti D B; & rectangulum A H, erit illud quod continetur sub inæqualibus segmentis A D, D B, eo quod D H, sit æqualis D B. Dico hoc rectangulum A H, vna cum quadrato K G æquale esse quadrato CF. Complementũ.n. HC,est per 43.primi æquale complemento H F; adiectoque D I; rectangulum G B, æquale rectangulo B K.

Sed

Sed B K, eſt æquale K A per 35. primi: ergo KA, G B, ſunt æqualia, & vna cum C H, erit AH æquale Gnomoni GBK; & rurſus addito quadrato K G; erit A H, vna cum quadrato G K, æquale toti quadrato C F, quod componitur ex Gnomone, & quadrato K G.

PROPOS. 6. THEOR. 6.

Rectæ A B, ſectæ bifariam in C, adiecta ſit B D: Dico rectangulum A D B, vna cum quadrato C B, æquale eſſe quadrato ipſius C D.



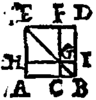
Conſtructio ſimilis eſt p̄cedenti. Dico rectangulum A I, quod continetur ſub A D, D I, hoc eſt ſub A D, D B, vna cum quadrato K G quod eſt quadratum rectæ C B, æquale eſſe quadrato C F. Nam C L, C H ſunt æqualia per 35. primi, & CH, H F æqualia per 43. ergo C L, æquale eſt H F; adiectoque communi C I, totum A I, æquale Gnomoni G I B K. Sed hic vna cum quadrato K G, æquiualet quadrato C F: ergo & A I, K G, æquiualent eidem.

PROPOS. 7. THEOR. 7.

A B, ſecta ſit vtcunque in C: Dico quadratum totius A B, nimirum A D, vna cum quadrato ſegmenti v. g. A C, hoc eſt vna cum quadrato H F, æquale eſſe rectangulo

B A C,

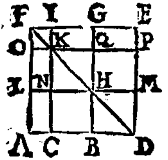
B A C, bis, hoc est duobus rectangulis A F, H D, vna cum quadrato C I, reliqui segmenti C B.



DVo enim rectangula A F, H D sunt æqualia Gnomonomi C H F I, & quadrato H F: addito ergo quadrato C I, erunt duo rectangula A F, H D, & quadratum C I æqualia Gnomoni, & duobus quadratis H F, C I. Gnomon autem & quadratum C I, faciunt quadratum A D. Ergo quadrata A D, H F, sunt æqualia duobus rectangulis A F, H D, & quadrato C I.

PROPOS. 8. THEOR. 8.

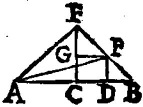
Rectæ A B, sectæ vtcunque in C adijciatur BD, æqualis v. g. segmento B C. Dico quadratum totius A D, æquale esse quatuor rectangulis A B C, seu A B D, & quadrato reliqui segmenti A C.



COnstructio est similis superioribus, & A E est quadratum totius A D: O I, quadratum segmenti A C: N Q, B M, sunt quadrata æqualia B C, B D, qualia sunt etiam quadrata C H, H P. Vnde constat vnum ex quatuor rectangulis esse A H, quia continetur sub A B, B H quæ est æqualis B C. Secundum est L Q: quia continetur sub L H, H Q, H Q, quæ ſunt iterum æquales ipſis A B, B C: Tertium eſt H E, contentum ſub H G, H M, quæ etiam ſunt æquales eiſdem A B, B C. Quartum denique conſtituunt K G, B M, quia K G, eſt æquale Q E per 36. primi & quadratum B M, eſt æquale quadrato H P. Cùm igitur hæc quatuor rectangula conſtituant Gnomonem qui cum quadrato O I, facit totum quadratum A E; manifeſtum eſt totum quadratum A E, æquale eſſe quatuor rectangulis A B C, & quadrato ſegmẽti A C.

PROPOS. 9. THEOR. 9.

Recta A B ſecta ſit bifariam in C, & non bifariam in D: Dico quadrata inæqualium ſegmentorum A D, D B, dupla eſſe quadratorum ex A C, C D.



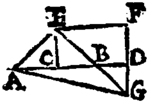
Perpendicularis C E ſit æqualis C A, vel C B: eruntque A C E, E C B. Iſoſcelia rectangula, & quatuor anguli ad baſes A E, E B erunt per ſecundum coroll. 32. ſemirecti, & totus A E B, rectus. Rurſus perpendicularis D F, ſecet E B, in F, & F G, ſit parallela C D: eruntque etiam F D B, F G E, rectangula; & quia anguli D B F, G E F, ſunt ſemirecti, erũt & reliqui D F B, G F E ſemirecti, & per 6. primi D F, æqualis D B, & E G æqualis G F, vel C D. Vnde per 47 primi quadratum rectæ A E, æquale eſt quadratis

C A,

C A, C E, & duplum quadrati A C. Et quadratum E F duplum quadrati G F, vel C D, & duo quadrata AE, E F, hoc est quadratum AF, vel loco istius, duo quadrata A D, DF. vel duo AD, DB, dupla quadratorum AC, CD.

PROPOS. 10. THEOR. 10.

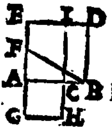
A B secta bifariam in C, adijciatur quæcunque B D. Dico duo quadrata A D, D B dupla esse duorum A C, C D.



Constructio est eadem cum præcedente, & angulus A E G, rectus, & A C E, E G F, B G D triãgula rectangula Isoscelia, & ideo quadrata A E, E G, dupla quadratorum A C, E F, hoc est, quadratorum A C, C D. duobus autem quadratis A E, E G, est per 47. primi æquale quadratum A G; & quadrato A G sunt æqualia A D, D G, hoc est A D, D B. Ergo etiam duo quadrata A D, D B sunt dupla quadratorum A C, C D.

PROPOS. 11. PROBL. 1.

Rectam A B ita secare in C, vt rectangulum A B C, sit æquale quadrato segmenti A C.



Quadratum ipsius A B, sit A D; & latus A E, bifariam sectum in F; & recta F G, æqualis ipsi F B; & A C æqualis A G; persiperficiaturque. quadratum A H; & H I, sit protracta H C: eritque E H, rectangulum contentum sub E G, G H hoc est, sub E G, G A. Hoc autem rectangulum vna cum quadrato A F æqualia sunt per 6. quadrato F G, hoc est, quadrato F B; & per 47. primi quadratis A B, A F: ergo rectangulũ E H, cum quadrato A F, æquale est quadratis AB, AF, hoc est, quadrato AD, & quadrato rectæ AF. Dempto igitur quadrato communi A F, remanebit quadratum A H, hoc est, quadratũ segmenti A C, æquale rectangulo C D, hoc est, rectangulo contento sub tota A B, & reliquo segmento C B.

PROPOS. 12. THEOR. 11.

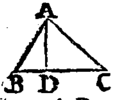
In triangulo A B C, sit angulus B, obtusus; ita vt perpendicularis A D per schol. 17. primi cadat extra triangulum: Dico quadratum lateris A C, excedere quadrata laterum A B, B C, gemino rectangulo C B D.

QVadratum enim C D, est per 4. æquale quadratis B C, B D, & gemino rectangulo C B D. addito ergo quadrato A D; erunt duo C D, D A, hoc est, per 47. primi quadratum A C, æquale geminato rectangulo C B D, & tribus quadratis C B, B D, D A. Quadratis autem B D, D A, æquale est quadratum A B. ergo quadratum A C, æquale

æquale est duobus quadratis A B, B C, vnà cum geminato rectangulo C B D.

PROPOS. 13. THEOR. 12.

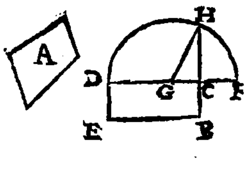
In triangulo A B C, sit angulus C, acutus; eritque saltem alter reliquorum acutus, v. g. B: & ideo perpendicular A D, cadet intra triangulum. Dico quadratum lateris A B, minus esse quadratis A C, B C, geminato rectangulo B C D.



QVadrata enim B C, C D, sunt per 7. æqualia gemino rectangulo B C D, & insuper quadrato B D. Ergo addito quadrato A D: Erunt tria quadrata B C, C D, A D, vel duo B C, A C, æqualia rectangulo gemino B C D, & duobus quadratis B D, D A, quibus est æquale quadratum A B. Ergo solum quadratum A B, minus est duobus quadratis B C, A C prædicto gemino rectangulo B C D.

PROPOS. 14 PROBL. 2.

Dato rectilineo A, æquale quadratum exhibere.



PEr 42. vel 45. primi fiat rectilineo A æquale rectangulum B D, ipsique

ſique C B ſumatur æqualis G F; & centro G, circa totam D F, deſcribatur ſemicirculus, eumque ſecet B C in H. Dico quadratum C H, æquale eſſe rectangulo D B, hoc eſt, rectilineo A. Rectangulum enim D C F, hoc eſt D B, vna cum quadrato G C, æquale eſt, per 5. quadrato G F, hoc eſt, quadrato G H. Sed huic ſunt per 47. primi, æqualia quadrata C H, C G. Ergo hæc duo quadrata, ſunt æqualia dicto rectangulo D B, & quadrato G C; demptoque communi quadrato G C, remanebit quadratum C H æquale rectangulo D G, hoc eſt, rectilineo A.

EVCLIDIS ELEMENTVM TERTIVM.

DEFINITIONES.

1 AEquales circuli sunt, quorum diametri, vel semidiametri sunt æquales.

2 Linea recta tangit circulũ, quem tangendo non secat.

3 Circulus circulum tangit, quem tangendo non secat.

4 A B, C D dicuntur æqualiter distare à centro G; cũ perpendiculares GH, GI, sunt æquales.

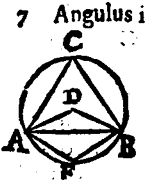
Cũ vero v. g. perpendicularis G K, maior est quàm G H; dicitur E F, magis distare à centro, quàm AB.

5 Segmentum circuli, est figura quæ sub recta linea, & peripheria circuli comprehenditur.

6 Segmenti autem angulus est, qui fit à recta, & peripheria; angulus quem facit peripheria ADB, cum recta AB, ad punctum A, vel B.

7 An-

7 Angulus in segmento v. g. in segmento



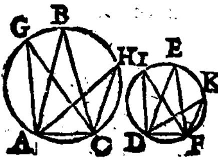
A C B A, est angulus rectilineus A C B, cum angulus C est ad peripheriam, & latera C A, C B. pertingunt ad terminos basis A B.

8 Tam angulus rectilineus A C B ad peripheriam, quàm A D B ad

centrum, dicitur insistere peripheriæ A B, quam intercipiunt lineæ rectæ continentes angulos C, D.

9 Figura autem mixta A B D, & contenta peripheria A B, & duabus rectis A D, B D coeuntibus in centro D, appellatur Sector.

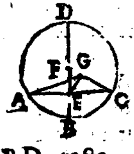
10 Similia circuli segmenta sunt, in qui-



bus anguli iuxta definit. 7. sunt æquales. & satis est si vel vnus A B C, sit æqualis vni D E F, quia per 21. huius etiam reliqui sunt æquales, quia omnes in eodem segmento sunt æquales.

PROPOS. 1. PROBL. 1.

Dati circuli centrum reperire.



RECta B D, secans aliam A C bifariam, & ad angulos rectos in E, secetur bifariam in F. Dico F, esse centrum. Si enim F non est centrum, sit aliud G, extra ipsam B D: recta enim B D, semel tantum secatur bifariam in puncto F. Nectantur G A, G C, G E, eruntq. duo latera G E, E A, æqualia duobus G E, E C, & per 15. def. primi basis G A, basi G C. ergo per 8. primi G E C, G E A, sunt æquales, & recti, & rectus G E C, æqualis recto D B C; quod est absurdum.

Coroll. Ergo in quauis recta, quæ aliam secat bifariam, & ad angulos rectos, est centrum circuli; atque adeo in communi earundem concursu.

PROPOS. 2. THEOR. 1.

Recta A B, nectens dua puncta peripheriæ A, B cadit intra circulum.

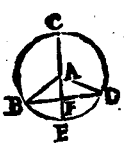
EX centro C, ad A B ducantur semidiametri C A, C B; & ad quoduis aliud punctum D, recta C D. Erunt igitur per 5. primi, C A B, C B A æquales. Est autem per 16. primi C D A maior

maior C B A, ergo etiam maior quàm CAD; ideoque per 19. primi CQ minor ſemidiametro CA.

Coroll. Ergo linea tangens, tangit circulum in vnico puncto.

PROPOS. 3. THEOR. 2.

Diameter C A E ſecans aliam B D, non per centrum ductam bifariam, ſecat ad angulos rectos: & vice verſa, ſecans ad angulos rectos; ſecat bifariam.



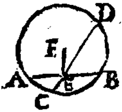
IN prima enim hypotheſi duo latera A F, F B ſunt æqualia duobus A F, F D, & baſis A B, baſi A D. ergo per 8. primi angulus A F B æqualis eſt angulo A F D.

In ſecunda, præter angulos rectos ad F, erũt per 5. primi æquales A B D, A D B, & latus A F iſtis oppoſitum commune: ergo per 26. primi, latus F B erit æquale lateri F D.

Coroll Eodem modo in omni triangulo iſoſceli A B D; recta A F ſecans bifariã baſim B D, ſecat ipſam ad angulos rectos; & ſecans ad angulos rectos, ſecat bifariam.

PROPOS. 4. THEOR. 3.

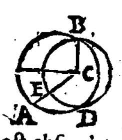
Extra centrum, nullæ lineæ ſe mutuo ſecant bifariam.



SI enim A B, C D sectæ essent bifariam in E; recta F E, ducta ex centro F, esset per 3. perpendicularis ad vtrãque, & anguli F E A, F E C, essent æquales, quod est absurdum.

PROPOS. 5. THEOR. 4.

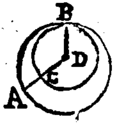
Circuli se mutuo secantes non habent idem centrum.



SI fieri potest commune centrum sit C. Ergo C B, erit semidiameter communis, eique erunt æquales aliæ C A, C E; ideoque æquales inter se, quod est absurdum.

PROPOS. 6. THEOR. 5.

Etiam se mutuo tangentium, non est idem centrum.



PRopter eandem causam, quia D B, esset communis, & D A, D C, æquales essent eidem D B, & æquales inter se.

PROPOS. 7. THEOR. 6.

Si ex puncto excentrico I, educantur A F I B, per centrum F, & aliæ I C, I D, I E, vtcũque: erit I F A omnium maxima; I B, mini-

minima; I C maior I D. & eidem v. g. IE vna tantum poterit esse æqualis ex altera parte maximæ, vel minimæ.

PRimo. FI, FC sunt per 20. primi, maiores I C, sed F I, F C, sunt æquales F I, F A. ergo I A, maior est I C, &c.

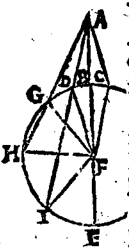
Secundo I F, F C, sunt æquales I F, F D; & angulus I F C, maior I F D. ergo per 24. primi I C maior quàm I D, &c.

Tertio I F, I E, sunt maiores F E, hoc est, F B, dempta igitur communi I F, remanet I E maior I B.

Quarto si angulo B F E, fiat æqualis B F G: erunt circa ipsos latera I F, F E; æqualia lateribus I F, F G. ergo per 4. primi & basis IE, basi IG, & nulla alia. reliquæ enim omnes sunt maiores vel minores ex præmissis.

PROPOS. 8. THEOR. 7.

Ex puncto A extra circulum posito, ducantur quotcunque rectæ A B F E per centrũ F, A D I, A G H vtcunque, tam ad concauam peripheriam, quàm ad conuexam: Dico A E esse maximam eductarum ad concauam; A B, minimam eductarum ad conuexam; A I, maiorem esse A H, & A G maiorem A D: ipsique v. g. A D, vnam tantum aliam posse esse æqualem.



PRimo . A F , F I, sunt per 20. primi , maiores A I. ergo & A F E, quæ est æqualis ipsis A F , F I , &c.

Secundo . AD, DF sunt maiores AF . ergo demptis æqualibus F D , F B ; remanebit A D, maior quàm A B &c.

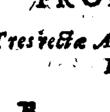
Tertio A F , F I sunt æquales A F, F H; sed angulus AFI, maior A F H . ergo per 24. primi A I, maior quàm A H &c.

Quarto . duæ A D , D F, sunt per 21. primi, minores duabus A G, G F ; & G F, D F, sunt æquales : ergo A D , minor quàm A G , &c.

Quinto , angulus A F C, fit æqualis AFD. ergo per 4 primi AD, erit æqualis A C, quia circa æquales angulos latera A F, F D , sunt æqualia lateribus A F , F C .

PROPOS. 9. THEOR. 8.

Tres rectæ A B , A C , A D , sint æquales ; Dico A esse centrum .



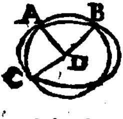
REctæ C B, C D , secentur bifariam in E , F , & ducantur A E, A F; eruntque duo latera A E, E B , æqualia duobus A E , E C, & basis A B , æqualis A C . ergo per 8. primi anguli A E B, A E C, sunt æquales, & recti : & per coroll.

primæ

primæ huius, in E A, erit centrum circuli; ſed propter eandem cauſam debet eſſe in F ergo centrum eſt A.

PROPOS. 10. THEOR. 9.

Circulus circulum ſecat duntaxat in duobus punctis.



SI enim fieri poteſt ſint tria puncta B,A,C; & centrum vnius ſit D. Cum ergo tria puncta B, A, C, ſint communia; erunt etiam ad alterius circuli peripheriam tres rectæ D B, D A, D C, æquales; ideoque D centrum erit vtriuſque, quod eſt contra 5. huius.

PROPOS. 11. THEOR. 10.

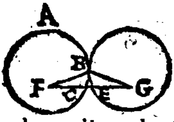
Recta coniungens centra duorum circulorum ſe mutuo tangentium interius, tranſit per contactum.

PVnctum contactus ſit A, centrum interioris circuli G, exterioris F; & recta F G, ſi fieri poteſt non tranſeat per A, ſed interiorem ſecet in B, exteriorem in E. Eruntque G A, G B, æquales, adiectâque F G, erunt A G, GF æquales FB; ſed A G, G F ſunt maiores A F, per 20. primi. ergo etiam F B, maior eſt quàm AF, hoc eſt, maior quàm F E. quod eſt abſurdum.

idem ſequeretur ex altera parte, ſi F, poneretur eſſe centrum interioris, & G exterioris, etiamſi puncta C, D, vel B, E, ponerentur coincidere in vnum.

PROPOS. 12. THEOR. 11.

Recta coniungens centra duorum circulorum ſe mutuo tangentium exterius; tranſit per contactum.

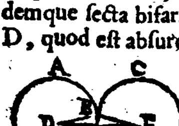


SI enim F G, coniungens centra F, G, non tranſit per contactum B, ſed ſecet circulos in C, E. erunt duo latera F B, G B, vel æqualia, vel minora tertio F C E B; quod eſt contra 20. primi.

PROPOS. 13. THEOR. 12.

Contactus circulorum; eſt vnicum punctum.

SI duo eſſent puncta contactus v. g. A, B; recta C D, coniungens contra C, D, per 11. huius tranſiret per vtrũque, eſſetque A C D B, communis diameter, eademque ſecta bifariam in duobus punctis C, D, quod eſt abſurdum.



Si autem duo circuli ſe mutuo tangerent in duobus punctis B, F, exterius, vna, eademque D E, tran-

transiret per vtrumque, per 12. vel certe FD, F E, essent æquales ipsi D E, vel B D. B E æquales ipsi D F E, quæ omnia sunt absurda.

PROPOS. 14. THEOR. 13.

Ad æquales A B, C D, cadunt æquales perpendiculares E F, E G: & A B, C D, sunt æquales; quando perpendiculares E F, E G sunt æquales.

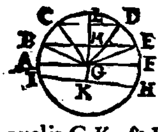
PErpendiculares enim E F, E G, secant A B, C D, bifariam per 3. huius; & ideo A F, D G, semisses æqualium, sunt æquales. & quia æqualibus quadratis semidiametrorum E A, E D æqualia sunt per 47. primi, quadrata A F, F E; & quadrata D G, G E: necesse est hæc duo, illis duobus esse æqualia, & demptis æqualibus A F, D G, remanere æqualia quadrata E F, E G, & rectas E F, E G æquales.

Vice versa, si ex duobus quadratis E F, F A, quæ sunt æqualia duobus E G, G D, quia sunt æqualia quadratis E A, E D; tollantur æqualia E F, E G, remanent æqualia quadrata FA, G D, ipsæque AF, D G æquales. Est autem per 3. huius A F medietas totius A B, & D G medietas totius D C. ergo A B, DC sunt æquales.

PROPOS. 15. THEOR. 14.

Applicatarum in circulo maxima est diame-

ter, v.g. A G F; & H I centro propinquior, maior est remotiore C D.



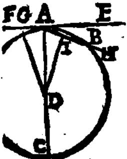
DVcantur perpendiculares G K, G L, quarum illa erit per def. 4. huius minor ista, & ideo ex G L poterit abſcindi G M, æqualis G K; &, B E, æquidiſtans ipſi C D, erit per 14. huius æqualis I H. Nectantur præterea G B, G C, G D, G E; eruntque per 20. primi, duo latera G B, G E maiora, reliquo B E, ſed G B, G E ſunt æquales diametro A F. ergo.

Quod autem H I, ſit maior C D; patet per 24. primi, quia latera G B, G E, ſunt æqualia G C, G D, & angulus B G E, maior C G D.

PROPOS. 16. THEOR. 15.

Recta F A E diametro A D C perpendicularis in A, tota cadit extra circulum: & angulus contingentiæ E A B, non poteſt diuidi per lineam rectam: Angulus etiam ſemicirculi C A B maior eſt, & reliquus contingentiæ minor omni angulo rectilineo acuto.

PRimo. Ad quodlibet punctum G, rectæ E F, ducatur ex centro D, recta D G. Quoniam igitur rectus A, maior eſt acuto D G A; erit per 19. primi D G, maior ſemi-



semidiametro D A; & G, extra circulum &c.

Secundo. Dico rectam A H, eductam ex A, vtcunque infra A E, secare circulum. Angulo enim B A H, fiet po eit æqualis A D I, ad centrum D, per 23. primi, & D I, concurrit necessario cum A H, v. g. in I, quia duo I A D, I DA, sunt minores duobus rectis, quia sunt æquales recto D A E, & ideo necesse est D I A, esse rectum & per 19. primi D I, minorem esse semidiametro D A, atque adeo punctum I, nec non totam A I, esse intra circulum; & rectam A H nequaquam cadere inter rectam A E, & peripheriam A B,

Tertio. Dico angulum semicirculi CAB, maiorem esse acuto C A H. quia præter acutum, continet angulum, segmenti quod abscindit eadem A H.

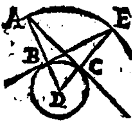
Quarto. Dico angulum contingentiæ cõtentum recta A E, & peripheria A B, minorem esse quolibet acuto E A H. Hic enim continet angulum contingentiæ, & simul angulum seguenti abscissi à recta A H.

Coroll. Hinc patet rectam E F si cum diametro C A, ad punctum A, constituat rectos C A E, C A F; tangere circulum in puncto A.

PRO-

PROPOS. 17. PROBL. 2.

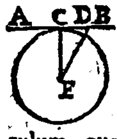
Ex A, ducere rectam, quæ tangat circulum B C.



Centro D intervallo D A, describatur alius circulus, vel arcus A E, eumque secet perpendicularis B E, in E; & D E, secet circulum in C: dico A C, tangere circulum in C. Est enim per 4. primi angulus D C A, æqualis recto D B E, quia circa angulum D duo latera DC, DA, sunt æqualia duobus D B, D E.

PROPOS. 18. THEOR. 16.

A B tangat circulum in C: Dico semidiametrum E C, esse perpendicularem ad A B.



Nam si alia E D, esset perpendicularis; esset E D C, rectus, & ECD, acutus, & per 19. primi, E D minor semidiametro E C; punctumque D, intra circulum. quod est contra hypothesim.

PROPOS. 19. THEOR. 17.

Recta C E constituat cum tangente A B, angulum rectum A C E. Dico C E transire per centrum.

Si

SI enim E, non eſt centrum, ſit F. ergo per antecedentem rectus F C A, æqualis erit recto E C A. quod eſt abſurdum.

PROPOS. 20. THEOR. 18.

Angulus B D C, ad centrum D; duplus eſt B A C, anguli ad peripheriam; cum fuerit eadem peripheria baſis angulorum.

IN primo caſu anguli EDC, EDB, ſunt dupli angulorũ D A C, D A B; quia triangula D A C, D A B, ſunt Iſoſcelia; & E D C, E D B, ſunt per 32. primi æquales duobus internis, & oppoſitis.

In 2. propter eandem cauſam B D C, duplus eſt anguli B A C.

In 3. totus E D C, duplus eſt totius E A C; & ablatus E D B, ablati E A B; ergo reliquus B A C, duplus reliqui B A C.

PROPOS. 21. THEOR. 19.

Qui in eodem ſegmento ſunt anguli, quales ſunt A D B, A C B, A E B; ſunt inter ſe æquales.

RAtio eſt, quia vnus & idem angulus A F B, ad centrum, eſt duplus angulorum, A D B, A C B, A E B.

Vnde

Vnde sapienter Euclides definit vltima definitione similitudinem segmentorum, per æqualitatem huiusmodi angulorum.

Ex Scholio.

Recta A B, subtendat ad easdem partes duos angulos æquales A D B, A E B: Dico puncta A, B, E, D esse ad peripheriam eiusdem circuli. Si enim peripheria A B E, non transit per D, secet rectam B D, vltra vel citra punctum B, in F ductâ igitur A F, erunt per demonstrata anguli A F B, A E B, in eodem segmento A B F A, æquales. & consequenter etiam A F B, A D B æquales. quod est absurdum, vnus enim est altero maior per 16. primi, quia vnus est externus, & alter internus & oppositus.

PROPOS. 22. THEOR. 20.

Quadrilateri A B C D inscripti circulo, anguli oppositi sunt æquales duobus rectis.

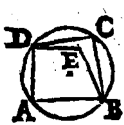
Anguli enim A C B, A D B, sunt æquales per 21. huius, & similiter A B D, A C D. & idcirco A B D, A D B simul æquales toti B C D: adiectoque

B A D;

B A D; duo B C D, B A D, sunt æquales tribus angulis trianguli A B D; quos constat esse duobus rectis æquales per 32. primi, &c. Simili enim modo ostenditur idem de duobus angulis A B C, A D C.

Ex Scholio.

In quadrilatero A B C D, duo anguli A, C, vel duo B, D, sint æquales duobus rectis, Dico quatuor puncta A, B, C, D esse ad peripheriam circuli.

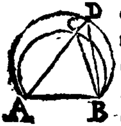


SI enim circulus A B D, non transit per C, transeat vltra vel citra, & in eo sumatur aliquod punctum E, quod non sit in rectis B C, D C. Erunt igitur per 22. iam demonstratam etiam duo anguli A, E æquales duobus rectis, & æquales duobus A, C; & dempto communi A, remanebunt æquales E & C, quod est contra 21. primi. ductâ enim B D, erit angulus B E D, vel intra vel extra triangulum B C D, ideoque vel maior, vel minor angulo C.

PROPOS. 23. THEOR. 21.

Segmenta similia, & super eadem basi constituta sunt æqualia.

SI enim in superpositione non sibi penitus congruunt; aliqua recta A C D, secabit vnius peripheriam in C, alterius in D; fierque



que angulus externus A C B, maior interno C D B, quod est contra hypothesin, anguli enim similium segmentorum debent esse æquales.

PROPOS. 24. THEOR. 22.

Idem verum est quando bases sunt æquales.

PROPOS. 25. PROBL. 3.

Dati segmenti A B C, centrum reperire.

DVæ rectæ A B, A C, quæ non sint parallelæ secentur bifariam in D, E; & ex D, E erigantur perpendiculares D F, E F, in quibus necessario existit centrum circuli per coroll. primæ huius, nimirum in communi concursu F.

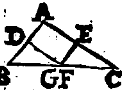
Eodem modo describitur circulus per quęlibet alia tria puncta A, B, C, vel etiam circa triangulum: dummodo puncta non existāt in vna linea recta.

Quod autem prædictæ perpendiculares E F, D F, concurrant probatur in sequenti lemmate.

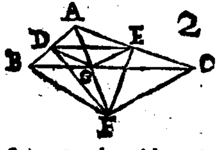
Lemma.

Perpendiculares secantes latera trianguli bifariam, concurrunt ad vnum punctum.

IN primo triangulo A B C, angulus A est rectus; in secundo obtusus; & in tertio

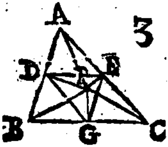


tio ſunt omnes acuti. in omnibus autem, ſectum eſt latus A D, bifariam in D, & D G parallela lateris A C, occurrit baſi B C, in G; & G E eſt parallela A B; & ex his procreatur parallelogrammum A D G E, in quo latera oppoſita D G, A E, & A D,



2

G E, & D B, ſunt æqualia per 34. primi; & per 29. angulus E G C, æqualis interno B, & G E C, G D B, æquales inter ſe; quia ſunt æquales eidem A. Et quia angulis E G C, G E C adiacet latus G E, & B D ipſi G E æquale, adiacet duobus G B D, G D B; erit per 26. primi G C, æqualis G B, & G D, æqualis E C; atque adeo E C, æqualis ipſi A E. Atque hæc ſunt communia.



3

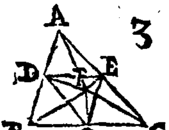
Iam vero in prima figura perpendiculares D F, E F, concidunt cum parallelis D G, G E, eo quod etiam anguli G D B, G E C ſint æquales recto A. Vnde conſtat etiam perpendiculares D F, E F concurrere, & concurſum F eſſe punctum G, in quo baſis B C, ſecta eſt bifariam: ita vt in hoc caſu non ſit opus ducere tertiam perpendicularem quæ deberet erigi ex puncto G, ſuper B C.

In ſecundo vero caſu perpendiculares D F,

E F,

2

EF, concurrunt infra BC. Cum enim angulus GDB, æqualis sit obtuso A; & BDF sit rectus, recta DF, cadit necessario inter DG, & DB, & similiter EF cadit inter EC, EG. vnde concursus non potest non esse infra BC: concursum autem probat recta DE, quæ ex duobus rectis ad D, E demit duos ADE, AED. & ideo reliqui FDE, FED, sunt duobus rectis minores; ex quo sequitur concursus per 13. Axioma.



3

In tertio casu perpendiculares DF, EF, cadunt inter DA, DG, & inter AE, EG, quia anguli BDF, CEF sunt maiores angulis GDB, GEC, qui sunt æquales acuto A, & ideo concursus F est intra triangulum ABC.

Denique in vtroque casu tertia perpendicularis coincidit cum recta FG. Nam primo FB, est æqualis FA, per 4. primi; quia circa rectos FDA, FDB. sunt duo latera FD DA, æqualia duobus FD, DB. secundo FC. æqualis est eidem FA, eandem ob caussam, assumendo triangula FEA, FEC. ergo etiã FC, est æqualis FB, sunt autem etiã duo latera FG, GB, æqualia duobus FG, GC. ergo per octauam primi, anguli FGB, FGC erunt æquales & recti. atque adeo

omnes

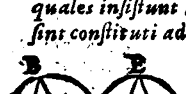
omnes tres perpendiculares concurrent ad cō-
mune punctum F. quod erat demonstrandum.

Pro figuris regularibus plurium laterum po
nitur aliud Lemma huic simile ad octauam
propositionem quarti.

Cæterum in propositione 25. non est necesse vt rectæ A C, A B, habeāt punctum A, commune, dummodo non sint parallelæ. Et licet hic concursus perpendiculariū demonstratus sit duntaxat in triangulis; idē tamen sequitur si duæ lineæ ducātur vtcūque dummodo non sint parallelæ quales sunt A H, C I. Nam productæ constituunt cum AC, triangulum A C B, & perpendiculares D G, F G concurrunt in G. ergo etiam perpendiculares K M, L M, quæ secant A H, C I, bifariam concurrunt alicubi in M, cum sint parallelæ ipsis D G, F G, &c.

PROPOS. 26. THEOR. 23.

In eodem, vel in æqualibus circulis anguli æquales insistunt æqualibus peripherijs, siue sint constituti ad centrū, siue ad peripheriā.



Sint primo æquales anguli ad centra G H. Cum igitur circa eosdem sint quatuor semidiametri æquales, erit per 4. primi basis A C, æqualis basi D F. & quia ijdem anguli G, H, sunt per 20. huius

dupli

dupli A B C, D E F: ideoque super æqualibus basibus segmenta A B C, D E F, similia, erunt per 24. huius eadem segmenta æqualia, & peripheria A B C, D E F, nec non reliquæ A C, D F æquales.

Deinde si anguli B, E ponantur æquales; necesse est etiam G,H esse æquales. ergo &c.

PROPOS. 27. THEOR. 24.

Quando arcus D F, A C sunt æquales, sunt quoque tam anguli ad centra G,H, quàm anguli B, E, ad peripheriam æquales.

SI enim angulus A G C, esset maior D HF, ipsique DHF, fieret æqualis A G I, arcus A I, esset æqualis DF, per 26. huius, hoc est, ipsi AC, quod est absurdũ. Similis est ratio de angulis B, E.

PROPOS. 28. THEOR. 25.

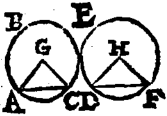
In eodem, vel æqualibus circulis, æquales rectæ subtendunt æquales peripherias.

ERunt enim per 8. primi anguli G, H, æquales, quia circa ipsos sunt quatuor semidiametri æquales; & insuper basis AC, ponitur æqualis basi D F. ergo per 26. huius, arcus A C, est æqualis D F, & reliquus A B C, reliquo D E F.

PRO-

PROPOS. 29. THEOR. 26.

Peripherias æquales subtēdūt rectæ æquales.



QVia per 27. huius erit etiā angulus G, æqualis H, si peripheria A C, sit æqualis D F, & per 4. primi basis A C, æqualis basi DF, propter quatuor semidiametros æquales.

PROPOS. 30. PROBL. 4.

Datam peripheriam A B C, bifariam secare.

HOc præstat recta B D B, quæ subtensam A C, secat bifariam, & ad angulos rectos in D. quia circa rectos sunt latera B D, D A, æqualia lateribus B D, D C. Et idcirco per 4 primi basis AB, æqualis B C; & per 28. huius, arcus B A, æqualis B C.

PROPOS. 31. THEOR. 27.

Angulus in semicirculo rectus est; in maiore minor; in minore maior recto. Angulus quoque segmenti maioris maior est recto, & minoris minor.

DIco primo angulum A B C in semicirculo A B C, esse rectum. Angulus enim A D B, duplus est D B C, & C D B, duplus

D B A,

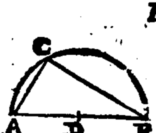
D B A, eo quod triangula A B D, D B C, sint Isoscelia. sed illi dupli sunt æquales duobus rectis, ergo D B A, D B C, constituent rectum A B C.

Dico 2. in maiori segmento C A B, angulos esse acutos. In eodem .n. segmento est quoque angulus B A C, qui est acutus, quia A B C, est rectus. huic autem B A C, sunt omnes reliqui in eodem segmento æquales per 21. huius. Ergo

Dico 3. angulum B E C, in minori segmento B E C, esse obtusum. In quadrilatero enim A B E C, oppositi E, A, sunt æquales duobus rectis per 22. huius, & A est acutus. ergo E obtusus.

Denique reliquæ duæ partes sunt manifestæ; quia angulus segmenti maioris nempe angulus mixtus C B A, componitur ex recto A B C, & angulo segmenti quod abscindit recta A B. Et protractâ A B, in F, fit angulus rectus C B F, maior angulo segmenti minoris nempe mixto C B E.

Ex Scholio.



Vice versa, dico angulum rectum, v.g. A C B, esse ad semicirculum, hoc est, si recta A B, ducta vtcunque secetur bifariam in D, & centro D, circa A B describatur semicirculus, ipsam transire per C.

Si

SI enim punctum C esset in alio segmento, angulus A C B, non esset rectus; sed obtusus, vel acutus, vt demonstratum est.

PROPOS. 32. THEOR. 28.

Recta A B, tangat circulum in C, & C D, secet eundem in C, D: Dico angulo A C D, æquales esse angulos in alterno segmento D E C; & angulo D C B, angulos in alterno segmento C F D.

SI C D, non transit per centrum H, transeat C H E: eruntque per 18. huius E C A, E C B, recti, & ipsis erunt æquales C G E, C D E, in alternis segmentis, hoc est, in semicirculis quos abscindit diameter C E.

Deinde quoniam C D E, rectus est; erunt D E C, D C E, vni recto, nempe toti E C A æquales, per 32. primi, demptoque communi D C E, reliquus D E C, in alterno segmento, æqualis erit reliquo A C D, ad punctum contactus C.

Denique in quadrilatero E D F C, anguli oppositi D F C, C E D, sunt per 22. huius æquales duobus rectis, hoc est, duobus D C A, D C B. Sed D C A, æquales est D E C. ergo reliquus D F C, in alterno segmento, est æqualis reliquo D C B, ad contactum C.

PROPOS. 33. PROBL. 5.

Super data recta AB, describere segmentum circuli, capiens angulum dato æqualem.

PRimo, quando angulus datus est rectus, certum est segmentum esse semicirculum.

Secundo, quando angulus datus est acutus v. g. C, tunc constituatur ipsi æqualis B A D, & ex A, super A D erigatur perpendicularis A E, & in puncto B fiat angulus A B F, æqualis B A E: eruntque F A, F B, æquales, & F, centrum circuli A G B K; & angulus A G B, in segmento A B G A, erit æqualis angulo B A D, ad punctum contactus A. Nam propter rectum D A E, recta D A, tangit circulum per 16. huius. Est autem B A D, æqualis C. ergo etiam A G B, est æqualis C.

Tertio, quando angulus datus v. g. H, est obtusus, accipiatur eius loco acutus G. Descripto enim segmento A G B; habebitur reliquum A K B, & angulus K, erit æqualis H, quia per 22. huius G, & H, æquivalent duobus rectis, hoc est, duobus C, H. C autem est æqualis G, ergo K, æqualis H.

PROPOS. 34. PROBL. 6.

A dato circulo abscindere segmentum, quod capiat angulum æqualem dato v. g. D.

Duca-

DVcatur tangens E A F, & angulus E A C, fiat æqualis D. angulus enim A B C, in alterno segmento C B A, erit per 32. huius æqualis angulo E A C, hoc est, angulo D.

PROPOS. 35. THEOR. 29.

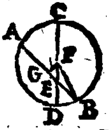
Si in circulo duæ rectæ se mutuo secent: rectangula sub segmentis erunt æqualia.

PRimo quando intersectio fit in centro, omnia segmenta sunt semidiametri, & rectangula sub segmentis sunt quadrata æqualia.

Secundo, quando C D, transit per centrum F, & secat A B, bifariam, atque adeo ad angulos rectos in E, per 3. huius. Tunc recta C D, erit secta bifariam in F, & non bifariam in E; & per 5. secundi, rectangulum C E D, vna cum quadrato E F, erit æquale quadrato F D, hoc est quadrato F B, & per Pythagoricam, quadratis B E, E F: ablatoque communi E F, remanebit quadratum B E æquale rectangulo CED. Quadratum autem B E, est idem cum rectangulo A E B. ergo rectangulũ sub segmentis AE, E B, est æquale rectangulo contento sub segmentis C E, E D.

Tertio. Quando C D, transiens per centrum F, non secat bifariam A B, in E, secabitur

bitur bifariam in alio puncto G, & F G, erit ad A B, perpendicularis; & per 5. secundi rectangulum A E B, vna cum quadrato E G, erit æquale quadrato G B; adiectoque quadrato G F, erit idem rectangulum A E B, cum quadratis E G, G F, hoc est, cum quadrato E F, æquale quadratis G B, G F, hoc est, quadrato F B. Huic autem quadrato F B, seu F D, ostendimus æquale esse rectangulum C E D, vna cum eodem quadrato E F, ablato igitur quadrato E F; remanebunt rectangula C E D, A E B, æqualia.



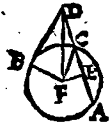
Quarto, & vltimo, neutra transeat per centrum: dico nihilominus rectangula A E B, C E D, esse æqualia, quia vtrumque debet esse æquale rectangulo G E H, per casus antecedentes, ducendo G E H, per centrum F.

PROPOS. 36. THEOR. 30.

Si ex puncto D, recta D B, tangat circulum; & alia D C A, secet: Rectangulum A D C, erit æquale quadrato D B.

Transeat primo recta DCA, per centrum F. Quoniam igitur AC, secta est bifariam in F, ipsique addita C D: ergo per 6. secundi, rectangulum A D C, cũ qua-

quadrato F C, æquale est quadrato F D, hoc est, per 47. primi, quadratis D B, B F. Sunt autem F C, F B, æqualia. ergo & reliqua, nimirum rectangulum A D C, & quadratum D B. sunt æqualia.



Secundo, recta D C A, non transeat per centrum F, sed recta F E, sit ad ipsam perpendicularis, atque adéo per 3. huius, secet eius segmentum C D, bifariam in E. Quare iterum per 5. secundi, rectangulum A D C, cum quadrato E C, erit æquale quadrato E D: adiectoque quadrato E F; erit idem rectangulũ A D C, cum duobus quadratis E C, E F, hoc est, cum quadrato F C, æquale quadratis E D, E F, hoc est, quadrato F D. Quadrato autem F D, sunt æqualia quadrata D B, B F, & B F, est æquale FC. ergo etiã reliqua erunt æqualia: nempe rectangulum ADC, & quadratũ D B.

Coroll. 1. Hinc manifestum est, si à puncto D, ducantur plurimæ rectæ circulum secantes; rectangula sub totis, & sub segmentis inter punctum, & conuexam peripheriam interceptis, esse æqualia: quia omnia sunt eidem quadrato tangentis æqualia.

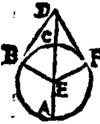
Coroll. 2. Constat etiam duas tangentes ex eodem puncto ductas, esse æquales.

Coroll. 3. Ex eodem puncto solum duci duas tangentes.

Coroll.4. Si duæ rectæ æquales circulo incidant, & vna tangat, etiam aliam tangere.

PROPOS. 37. THEOR. 31.

Quod si constet rectangulum A D C, æquale esse quadrato D B: recta D B, incidens circulo erit tangens.

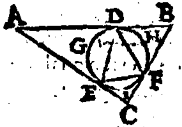


DVcatur tangens D F, & nectatur E F; quæ ad D F, erit per 19. perpendicularis, & quia eidem rectangulo A D C, æqualia sunt quadrata D F, D B, erunt etiam ipsa æqualia, & rectę D F, D B, ęquales. Cumque duo latera E F, F D, sint æqualia duobus E B, B D, & E D, sit basis communis: erit per 8. primi angulus E B D, æqualis recto F. & ideo per 16. huius D B, tangent circulum, quod erat demonstrandum.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

DEFINITIONES.



1 Figura rectilinea, v. g. DEF dicitur inscribi figuræ A B C: cum anguli D, E, F attingunt latera figuræ A B C.

2 A B C, dicitur circumscribi figuræ D E F: cum latera figuræ A B C, attingunt angulos figuræ D E F.

3 Vt rectilineum D E F dicatur inscriptũ circulo, debent anguli D, E, F, esse ad peripheriam G H I.

4 Vt autem rectilineum A B C, dicatur circulo circumscriptum; debent latera rectilinei, tangere circulum.

5 Item circulus erit figuræ A B C, inscriptus; cũ figurę latera contigerint circulum.

6 Denique circulus erit figuræ D E F, circumscriptus; cum peripheria transierit per angulos D, E, F.

7 Recta linea dicitur coaptari circulo; cum eius termini fuerint ad circuli peripheriã.

PROPOS. 1. PROBL. 1.

In dato circulo, datæ rectæ D, (quando id fieri poterit iuxta 15. tertij) coaptare æqualem.

Ex diametro B C abſcindatur B E, æqualis D, per 3. primi; & centro B, interuallo B E, deſcribatur arcus ſecans datum circulum in A. Recta enim B A, erit æqualis B E, per defin. circuli, & æqualis ipſi D, per primam pronunc.

PROPOS. 2. PROBL. 2.

In dato circulo inſcribere triangulum, dato triangulo D E F æquiangulum.

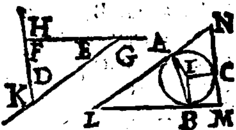
Ad punctum contactus A, cum tangente G H, fiat angulus G A B, æqualis F; & H A C, æqualis E. Dico triangulū A B C, ipſi D E F, eſſe æquiangulum: Angulus enim C, eſt per 32. tertij, æqualis G A B, ſeu F; & angulus B, æqualis H A C, hoc eſt E. ergo per 32. primi, etiam reliquus reliquo.

Nota. Si hoc modo inſcribatur æquilaterum, circulum diuidi in tres partes æquales.

PRO-

PROPOS. 3. PROBL. 3.

Circulo circumscribere triangulum, cuicunque D E F æquiangulum.



Externis G,H, fiant in centro I, æquales A I B, B I C: eritque reliquus AIC, æqualis reliquo K, quia per 15. primi, omnes anguli ad I, & per 32. eiusdem omnes externi G,H,K, sunt æquales quatuor rectis. Demum ducantur per A, B, C, tres tangentes quæ concurrent ad tria puncta L, M, N. Cum enim I A L, I B L, sint recti; erunt B A L, A B L, minores duobus rectis; & ideo per 13. Axioma A L, B L, concurrent versus L: & ita de reliquis. Dico angulum L, æqualem esse E. Omnes enim anguli quadrilateri A I B L, sunt per 32 primi æquales quatuor rectis. cum igitur duo ad A,B, sint recti: reliqui I & L, erant æquales duobus rectis, hoc est duobus G, E: sed A I B,& G, sunt æquales. ergo etiam L & F, &c. eadem enim est ratio de reliquis.

Nota in triangulo æquilatero, & similiter in omnibus alijs figuris regularibus, omnes externos esse inter se æquales. Atque ita etiã anguli ad centrum I, erunt æquales, & per ipsos secabitur circulus in partes æquales.

PROPOS. 4. PROBL. 4.

Intra triangulum A B C, circulum describere.

DVo anguli B, C secentur bifariam, & B D, C D, concurrant ad D: Dico tres perpendiculares DE, D F, D G, esse æquales &c. Anguli enim D E B, D B E, sunt æquales D F B, D B F; & D B rectis E, F oppositum, est commune. ergo per 26. primi, perpendicularis D E, æqualis est D F. Est autem eidem etiam æqualis DG: eo quod C, sectus sit bifariam, & F, G. sint recti, & C D, communis. ergo omnes tres sunt æquales, & circulus descriptus per E, F, G; tanget latera per 16. tertij.

PROPOS. 5. PROBL. 5.

Triangulo A B C, circulum circumscribere.

HOc problema re ipsa non differt à prop. 25. tertij, vbi docuimus per tria puncta data, qualia hic sunt A, B, C. describere circulum. perpendiculares enim D F, E F, quæ secant quælibet duo latera A B, A C, bifariam; necessario concurrunt in quæsito centro F.

PRO-

PROPOS. 6. PROBL. 6.

Dato circulo quadratum inscribere.

DVæ diametri AC,BD,ſint inuicem perpendiculares in centro E: Dico quadrilaterum A B C D, eſſe quadratum. Quatuor enim angulis rectis ad centrum reſpondent per 26. tertij, quatuor arcus æquales; & quatuor arcus æquales ſubtendunt quatuor lineæ æquales AB,BC,CD, DA per 29. eiuſdem. Denique quatuor anguli ad A,B,C,D, per 31. tertij, ſunt æquales; quia ſint in quatuor ſemicirculis.

PROPOS. 10. PROBL. 10.

Eſtque Lemma ad ſequentem.

Triangulum Iſoſceles conſtituere, cuius vterque æqualium angulorum ſit duplus reliqui.

PEr 11. ſecundi ſecetur quæuis A B, ita, vt rectangulum A B C, æquale ſit quadrato A C; & centro A, interuallo A B deſcribatur circulus, vel arcus, eique applicetur per 1. huius BD, æqualis AC, & per 5. huius deſcribatur circulus circa triangulum A D C, quem recta B D, tanget in D, per 37. tertij; quia rectangulum A B C, æquale

eſt quadrato B D, eo quod B D æqualis ſit A C, & per 32. eiuſdem, angulo B D C, ad contactum D, æqualis erit in alterno ſegmēto angulus C A D; adiectoque communi C

D A, erunt duo C A D, C D A, æquales toti A D B; & quia duobus C A D, C D A, æqualis eſt per 32. primi externus D C B; huic erit æqualis A D B, ſeu A B D: & in triangulo D C B, erunt per 6. primi, D B, D C, æquales. eſtque D B, æqualis C A; ergo C A, æqualis C D, & per 5. primi anguli C A D, C D A, æquales; & D C B, nec non A D B, vel A B D, duplus ipſius B A D. ergo &c.

PROPOS. 11. PROBL. 11.

Circulo Pentagonum Regulare inſcribere.

PEr ſecundam huius inſcribatur circulo triangulum E F G, æquiangulum triangulo A B D, propoſitionis antecedentis, & G H, F I, ſecent angulos E F G, E G F, biſariam. Hac enim ratione erunt omnes quinque anguli F E G, I F E, I F G, H G E, H G F, æquales; quia E F G, E G F, ſunt dupli F E G: & ideo per 26. tertij quinque arcus F G, E I, I G, E H, H F, ſunt æquales; & quinque rectæ ipſos ſubtendentes æquales per 29. eiuſdem; &

omnes

omnes quinque anguli æquales per 27. quia ſicut H E I, inſiſtit tribus arcubus æqualibus H F G I. ita quoque reliqui inſiſtunt totidem æqualibus.

PROPOS. 15. PROBL. 15.

Circulo Hexagonum regulare inſcribere.

SEmidiametro A G, applicentur æquales A B, A C, eruntque A G C, A B G, triãgula æquilatera; & tam angulus A G C, quàm A G B, erit per 32. primi vna tertia duorum rectorum. Productâ autem C G, in E, fiunt omnes tres A G C, A G B, B G E æquales duobus rectis. ergo B G E, erit reliqua pars tertia, & omnes tres erunt æquales: & totidem alij erunt eiſdem æquales ad verticẽ G. Et ideo inſiſtent ſex arcubus æqualibus, & arcus ſubtendent ſex rectæ æquales; & omnes ſex anguli erunt æquales; quia ſicut E D F, inſiſtit quatuor arcubus æqualibus E B A C F, ita reliqui.

PROPOS. 16. PROBL. 16.

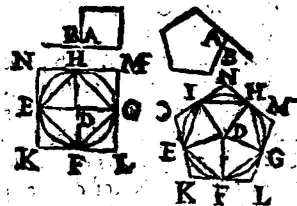
Circulo inſcribere Quintidegagonum regulare.

INſcribatur triangulũ æquilaterum A B C, per 2. huius, & per 11. pentagonum A D E F G.

BFG. Qualium igitur partium 15. est tota circumferentia, talium 5. erit AB; & talium trium AG, & AGF, 6: atque adeo talium partium erit vna, arcus BF; hoc est vna decimaquinta.

PROPOS. & PROBL. 7. & 12.

Circulo Quadratum, & Pentagonum regulare circumscribere.



VT praxis sit omnibus figuris ipsique etiam triangulo cõmunis, Angulus quadrati, vel pentagoni internus sit A, externus B; quibus in figuris regularibus cõstat reliquos esse æquales; & externo B, fiant ad centrum D, æquales quatuor pro quadrato, & quinque pro pentagono, id quod potest fieri, quia omnes anguli externi cuiuscunque figuræ æquiualẽt quatuor rectis per 32. primi; & hoc ipso diuisus erit circulus in quatuor, vel quinque partes æquales, & lineæ subtendentes arcus æquales constituent quadratum EFGH, vel pentagonum EFGHI, regulare, & circulo inscriptum, vt patet ex demonstrationibus 16. & vndecimæ. Inuentis autem punctis E F G &c. circumscribitur circulo quadratum, vel

vel pentagonum per tangentes ſicut in tertia circumſcriptum eſt triangulum, & ſicut ibi ita etiam hic demonſtratur omnes angulos K L M &c. eſſe æquales internis A, quia v.g. in quadrilatero E D F K, propter duos rectos E, F, reliqui duo D & K ſunt æquales duobus rectis, hoc eſt duobus A, B, & quia D, factus eſt æqualis B, ſequitur K, æqualem eſſe A. Latera vero K L, L M, &c. eſſe æqualia probatur hoc modo. Tangentes K E, K F, & ſimiliter L F, L G, &c. ſunt æquales per 2. coroll. 36. tertij. ergo omnia triangula E K F, F L G, &c. ſunt iſoſcelia, & ad æquales baſes E F, F G, &c. ſunt anguli angulis æquales; eo quod etiam K, L, &c. ſint æquales. & ideo per 26 primi erunt etiam omnia latera E K, K F, F L, &c. æqualia, nec non duo KF, FL, duobus L G, G M, &c. æqualia.

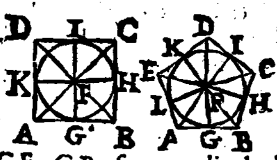
PROPOS. & PROBL. 8. & 13.

In Quadrato, & Pentagono, circulum inſcribere.

Triangulo inſcriptus eſt circulus prop. 4. diuidendo duos angulos bifariam, id quod etiam habet locum in omnibus figuris regularibus. Rectæ enim B F, C F, diuidentes bifariam angulos v. g. B, C, concurrunt neceſſario intra figuram alicubi in F, per lemma quod ſequitur; & perpendiculares F G, F H, F I, &c. ductæ ex puncto F. in ſingula latera ſunt æquales; idque demonſtratur eo-

dem

dem modo, quo in quarta quod attinet tres perpendiculares F G, F H, F I, pro reliquis vero præmonstrandum est, etiam reliquas F D, F E, F A, secare reliquos angulos D, E, A bifariam.



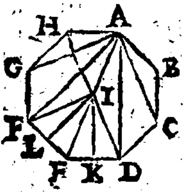
Dico igitur angulum FDC æqualem esse F BC. Nam circa æquales FC B, F C D, duo C F, C B, sunt æqualia duobus lateribus C F, C D. ergo per 4. primi angulus C D F, æqualis est C B F. hic autem est medietas totius B, ipsique B æqualis est totus D: ergo etiam F D. secat bifarium angulum D. & ita de reliquis. eodem enim modo, & ordine proceditur ad reliquos, & tandem per 26. primi demonstratur reliquas perpendiculares F K, F L, &c æquales esse tribus F G, F H, F I. quia v. g. in triangulis F D I, F D K, præter rectos ad I, K, anguli ad D, sunt æquales, & latus F D, rectis oppositum est commune. quare circulus descriptus centro F interuallo F G, transit per reliqua puncta H, I, K, L, & in iisdem tangit latera figuræ datæ.

Lemma.

In figura regulari, & primo in figura laterũ numero parium v.g. in octogono: Dico primo rectam A E, ductam ad angulos oppo-

sitos

sitos A, F, vtrumque angulum secare bifariam.



EX eodē enim puncto A, ducantur reliquæ rectæ ad reliquos angulos, ita vt fiāt ad vtramque partem rectæ A E, tria triangula. Erunt primo duo triangula A G H, A C B, penitus æqualia per 4. primi, quia circa æquales angulos H, B, latera lateribus sunt æqualia; hoc est *basis* A G erit æqualis AC, & angulus H A G, angulo B A C; & H G A, angulo B C A: & isti duo dempti ex totis G, B, qui etiam sunt æquales, relinquunt alios duos A G F, A C D, æquales: Et circa istos erūt iterum duo latera duobus æqualia, ideoque per 4. & basis A F, æqualis basi A D, & angulus F A G, æqualis D A C, & G F A æqualis C D A. Denique eodem modo demonstratur angulum A E F, æqualem esse angulo A E D, & E A F, ipsi E A D. Patet igitur rectā A E, secare angulum E bifariam; immo & angulum B A H; quia ad vtramque partem rectæ E A, sunt tres anguli tribus æquales.

Dico 2. rectam E I transire per A, si bifariam secet angulum E. Debet enim coincidere cum recta AE, quam ostendimus eundem angulum E secare bifariam.

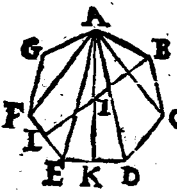
Dico

Dico 3. si duę rectæ E I, D I, bifariam secent duos angulos E, D, ipsas concurrere intra figuram. Anguli .n. figurarum regularium sunt minores duobus rectis. ergo & semisses I E D, I D E; & ideo per 13. Axioma E I, D I, concurrent; & quia transeunt per angulos oppositos, concurrunt intra figuram.

Dico 4. etiam duas perpendiculares L I, K I, quæ bifariam secant latera E F, E D, cōcurrere in I. Nectantur enim L I, K I. Cum igitur in triangulo I E D, anguli sint æquales; erunt I E, I D, æquales: sunt autem etiam I K, K E æqualia duobus lateribus I K, K D, ergo per 8. primi anguli ad K, sunt recti. Rursus duo latera I E, E L, sunt æqualia duobus I E, E K, & anguli contenti æquales. ergo per 4. primi angulus L, est æqualis recto K. Quoniam igitur perpendiculares prædictæ necessario coincidunt cum istis L I, K I concurrunt etiam ipsæ in I.

In figura autem laterum imparium.

V. g. in Heptagono; dico primo rectam A K, quæ secat angulum A, bifariam, secare etiam bifariam latus oppositum E D. Ducantur A F, A G, A E, A D: & secta E D, bifariam in K, nectatur A K. demonstrabitur, vt prius, A E, A D esse æquales. Sunt autem



autem & A K, K E æqualia lateribus A K, K D, ergo per 8. primi anguli ad K, sunt recti, & K A E, K A D. æquales. sunt autem iuxta demonstrationẽ præcedentem, etiam reliqui duo E A F, F A G, æquales duobus D A C, C A B. ergo & totus K A G, toti K A B, & ideo recta secans angulum A bifariam coincidit cum A K, secatque similiter latus E D bifariam, & ad angulos rectos in puncto k.

Dico 2. vice versa perpendicularem K I, secare bifariam angulum A. Coincidit enim necessario cum illa quam ostendimus secare bifariam angulum A.

Dico 3. Duas A I, B I, secantes bifariam angulos A, B, concurrere intra figuram v. g. in I. ratio est quia debent secare latera opposita bifariam.

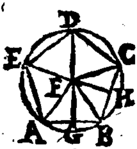
Dico 4. Ad idem punctum I coire perpendiculares L I, K I, si bifariam secent latera B F, E D. Vtraque enim coincidit necessario cum illis quæ secant bifariã angulos A, B.

PROPOS. & PROBL. 9. & 14.

Quadrato, & Pentagono regulari circulum circumscribere.

Secentur duo latera A B, B C bifariam in G, H, sintque G F, H F, perpendiculares,

res, hoc est, idem fiat hic quod in propositione 5. factum est, in descriptione circuli circa triangulum: concurrent dictæ perpendiculares intra figuram ad F, per lemma præmissum. & tres lineæ F A, F B; F C, ostendentur esse æquales sicut in 5. Nam circa æquales angulos ad G, sunt latera lateribus æqualia, & similiter circa



rectos ad H. Ergo per 4. primi F A, F C, sunt æquales eidem F B, atque adeo omnes tres æquales inter se; & triangula A B F, B C F, isoscelia habentia æquales angulos ad bases A B, B C. Dico easdem FA, FB, FC, immo & reliquas F D, F E, secare bifariam angulos A, B, C, D, E. Sunt enim FB, BC æqualia lateribus F B, B A, & basis F C, æqualis F A. ergo per 8. primi angulus F B C, æqualis est F B A. hoc est vterque erit semissis totius B. Sunt autem iisdem æquales F A B, F C B. ergo etiam isti sunt semisses angulorũ A, C. & quia rursus circa æquales F C B, F C D, latera F C, C B, æqualia sunt lateribus F C, C D: erit 4. etiam F D, æqualis F B, & angulus F D C, æqualis F B C. hoc est, etiã F D C, erit semissis totius D. eodemque modo demonstrabitur F E, esse æqualem F C; & angulum F E D, esse semissem totius E, &c. Cum igitur omnes rectæ F A, F B, F C, F D, F E, &c. sint æqua-

æquales. si centro F, interuallo F A describatur circulus, transibit per reliqua puncta B, C, D, E, &c.

Scholium.

EX his patet inscriptionem quidem figurarum intra circulum esse plerisque figuris regularibus peculiarẽ, reliquas vero inscriptiones & circumscriptiones esse vniuersales.

Peculiares sunt omnes illæ quas tradit Euclides nimirum inscriptio trianguli, quadrati, pentagomi, hexagoni & quintidecogoni intra circulum, hoc est diuisio circuli in 3. 4. 5. 6. & 15. partes ęquales: possunt tamen aliquæ esse vniuersales. Nam ex prædicta diuisione possunt fieri infinitæ aliæ, praxi omnibus communi. nimirum per continuam bisectionem arcuum bifariam. Beneficio enim quadrati inscribitur octogonum: figura 16. laterum, 32. laterum, 64. 128. &c. & similiter beneficio Pentagoni figura 10. laterum 20. 40. 80. &c. & ita de reliquis.

Inscriptio vero Heptagoni, Nonagoni, 11. laterum 13. &c. adhuc desideratur; quia nondum est repertum problema, & constructio trianguli isoscelij cuius vterlibet angulorum æqualium sit triplus quadruplus &c. reliqui anguli, quorum beneficio inscriberentur circulo heptagonum nonagonũ &c. eo modo quo descriptum est pentagonum. Et beneficio heptagoni & nonagoni inscriberetur figura 63. laterum, sicut inscriptum fuit ab Euclida quintidecagonum.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

DEFINITIONES.

1 Pars, scilicet aliquota est, quæ metitur suum totum præcise.
2 Ipsum vero totum vocatur multiplex suæ partis aliquotæ. v. g. 3. est pars aliquota numeri 12. & 12. multiplex numeri 3.
3 Ratio est duarum magnitudinum, eiusdem generis, mutua quædam secundum quantitatem habitudo.
4 Rationum aut similitudo, est Proportio, vel potius proportionalitas. Exempli gratia relatio 2. ad 1. vel 4. ad 2. vocatur ratio, & quia eadem est relatio 2. ad 1. & 4. ad 2. idcirco inter 2. & 1. & inter 4. & 2. dicitur esse proportio.
5 Eiusdem generis magnitudines sunt illæ quæ multiplicatæ se mutuo possunt superare. tales non sunt lineæ, & superficies; superficies, & corpus; angulus contingentiæ, & angulus rectilineus. Quid aut sentiendum sit de angulis segmentorum consule Clauium. Neque verum est quod aliqui

qui dicunt recti ad curuum non esse proportionem. Sunt enim quadratæ nonnullæ lunulę, & ab Archimede quadrata est: Parabola figura mixta ex curuo & recto.

6 Vt eadem sit ratio A ad B, & C ad D, debent ęquemultiplices antecedentium A, C, v. g. E, F, quęcunque illę sint, duplę, triplę, quadruplę, &c. respectu quarumcunque ęquęmultiplicium consequentiũ B, & D. hoc est respectu G, H; quę etiam possunt esse duplę, triplę, &c. habere hanc conditionem, vt E, F vna sint ęquales ipsis G, H, vel vna excedant, vel vna deficiant, hoc est quando E est ęqualis ipsi G, etiam F, sit ęqualis H, quando E, est maior, quàm G, etiam F sit maior quàm H, & quando E, est minor quàm G, etiam F sit minor quàm H.

E	A	B	G
	3	6	
F	C	D	H
	4	8	

7 Eandem proportionem habentes magnitudines vocantur proportionales.

8 Quòd si in exemplo defin. 6. deprehenderetur aliquam multiplicem B, maiorem quidem esse multiplici G, at ęquimultiplicem F non esse maiorem H. tunc A ad B, dicetur habere maiorem rationem quàm C ad D.

9 Termini proportionales vt minimum sunt tres, possunt enim consequens terminus prioris rationis esse antecedens, se-

quentis

quentis vt contingit in proportione continua. In diſcreta vero requiruntur vt minimum quatuor termini.

10 Non habet vſum in hoc libro, & reſpõdet quintę definitioni libri ſexti.

11 Homologę magnitudines ſunt antecedentes, antacedentibus; & conſequentes conſequentibus,

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius ſuis locis demonſtrantur.

12 Primus modus eſt Ratio Alterna, ſeu permutata. Quando ex eo quod vt A ad B; ita & C ad D, infertur, ergo permutando, vt A ad C. antecedens ad antecedentem, ita eſt B ad D conſequens ad conſequentem.

A	B
C	D
A	C
B	D

13 Secundus modus eſt ratio Inuerſa. Quando ex eo quod vt A ad B ita eſt C ad D, infertur, ergo conuertendo, vel inuertendo vt B, ad A, ita eſt D ad C.

A	B
C	D
B	A
D	C

14 Tertius modus eſt Cõpoſitio rationis. Quando ex eo quod vt A ad B ita eſt C ad D; infertur. Ergo componendo vt AB ſimul, ad eandem B, ita & C D ſimul ad eandem D.

A	B
C	D
AB	B
CD	D

Quar-

15 Quartus modus eſt Diuiſio rationis. Quando ex eo quod vt A B ſimul ad partem B, ita ſunt C D ſimul, ad partem D; infertur. Ergo diuidendo vt pars A, ad eandem partem B, ita reliqua pars C, ad eandem D.

AB	B
CD	D
A	B
C	D

16 Quintus modus eſt Conuerſio rationis. Quando ex eo quod vt AB, ſimul ad partem B, ita ſunt CD, ad partem D; infertur. Ergo per conuerſionē rationis vt A B, ſimul ad reliquam partem A, ita C D, ſimul ad reliquam partem C.

AB	B
CD	D
AB	A
CD	C

17 Sextus modus eſt ratio ex Aequalitate. Quando ſunt plures termini ex vna parte, & totidem ex alia parte, & infertur eadem ratio extremorum: eſtque duplex.

18 Ordinata eſt quando v. g. vt A ad B, ita fuerit D ad E; & vt B ad C, ita E ad F; & hinc infertur. Ergo ex æqualitate ordinata vt A ad C, ita D ad F.

A B C	D E F
A C	D F

19 Perturbata eſt quando fuerit vt A ad B, ita E ad F, & vt B ad C, ita D ad E; inferturque iterum. Ergo ex æqualitate perturbata vt A ad C, ita D ad F.

PROPOS. 1. THEOR. 1.

Sint quotcunque magnitudines v. g. A, B, totidem magnitudinem C, D, æquemultiplices: Dico A, B, simul tam esse multiplices ipsarum C, D, simul, quàm est A, ipsius C.

EFG	HIK
A	B
C	D

SI enim in A sunt v.g. tres magnitudines E, F, G, æquales ipsi C; erunt etiam in B, totidem magnitudines H, I, K æquales ipsi D: & E, H, simul æquales erunt ipsi C, D, semel; & F, I, secundo; & G, H, tertio. atque adeo quoties A, continet C, toties E, F, G, H, I, K, hoc est, A & B simul, continebunt C, D simul.

PROPOS. 2. THEOR. 2.

Sint A & C, æquemultiplices ipsarum B & D; & aliæ E, F sint earundem B, D æquemultiplices: Dico A, E simul, & C, F simul, esse earundem B, & D, æquemultiplices.

AE	CF
B	D

SI enim æqualibus multitudinibus A, C, addãtur æquales multitudines E, F; fiunt A, E simul, & C, F simul, æquales multitudines earundem B, D.

PRO-

PROPOS. 3. THEOR. 3.

A, B sint æquemultiplices magnitudinum C, D; & E, F æquemultiplices æquimultiplicium A, B: Dico E, F earundem C, D esse æquemultiplices.

GHI		KLM
E A		B F
C		D

SI enim in E, sunt v.g. tres partes G, H, I æquales ipsi A, erũt totidem K, L, M in F, æquales ipsi B. Cumq. G, K, sint æquales ipsi A, B, erunt G, K ipsarum C, D. æquemultiplices. sunt autem & H, L, eandem ob causam, earundem æquemultiplices. ergo per præcedentem G, H simul, & K, L simul, sunt earundem C, D æquemultiplices; & quia etiam I, M sunt earundem æquemultiplices; erunt per eandem omnes G, H, I, & omnes K, L, M, hoc est, E & F, æquemultiplices ipsarum C, D.

PROPOS. 4. THEOR. 4.

Vt A ad B, ita sit C, ad D; & E, F sint æquemultiplices antecedentium A, C; & G, H vtcunque æquemultiplices consequẽtium B, D: Dico esse vt E ad G, ita F ad H.

I	E. A	B. G	L		
K	F. C	D. H	M		

IPsarum enim E, F sumantur quæcunque æquemultiplices I,

E 2 K, &

K, & aliæ quæcunque æquemultiplices L,M, ipſarum G, H. Ergo per præcedentem I, K, erunt æquemultiplices ipſarum A, C; & L, M æquemultiplices ipſarum B,D, atque adeo per defin. *6*. I,K, erunt vel vna æquales ipſis L, M, vel vna excedent, vel vna deficient. Sunt autem I, K æquemultiplices ipſarum E, F, & L, M æquemultiplices ipſarum G, H. Ergo per eandem ſextam definitionem, erit quoque vt E ad G, ita F ad H.

Demonſtratio rationis Conuerſæ.

Coroll. Ex eadem definitione probatur eadē facilitate ratio Conuerſa. Nam ſi vt A ad B, ita fuerit C ad D; & ipſarum A, C, ſumantur æquemultiplices E, F, & aliæ G, H æquemultiplices quæcunque ipſarum B, D: erunt per defin. *6*. E, F vel vna æquales ipſis G, H, vel vna excedent, vel vna deficient; immo & vice verſa G & H, vel vna erunt æquales, vel vna excedent, vel vna deficient ab E,F. Vnde ſequitur per eandem definitionem, vt B ad A, ita eſſe D ad C.

E	A	B	G
F	C	D	H

PROPOS. 5. THEOR. 5.

Quàm eſt multiplex magnitudo A B, magnitudinis C D, tam ſit ablata A, multiplex ablatæ C: Dico etiam reliquam B, tam eſſe multiplicem reliquæ D, quàm eſt tota totius, vel ablata ablatæ.

Quàm

A B
E C D

QVàm est multiplex tota totius, vel ablata A ablatæ C, tam sit B, multiplex alicuius magnitudinis E. Ergo per primam, A, B simul, tam erunt multiplices ipsarum C, E simul, quàm est A ipsius C, vel quàm est A B simul, ipsarum C D. Atque ita A B simul, sunt æquemultiplices tã ipsarum C E, quàm ipsarum C, D. & ideo C, E sunt æquales C, D; vt ablata communi C, remanebit D, æqualis E, sed B, ita est multiplex ipsius E vt ablata A, ablatæ C. ergo etiam B, ita erit multiplex ipsius D, vt A ipsius C, vel A B, ipsarum C D.

PROPOS. 6. THEOR. 6.

A B, C D, sint æquemultiplices magnitudinum E & F; & A, C ablatæ, sint earundem E, F æquemultiplices: Dico reliquas B, D, vel esse æquales ipsis E, F; vel earundem æquemultiplices.

A B E
C D F

HIs enim positis erunt in A B, C D, partes ipsis E, F, magnitudine & numero æquales: & similiter tot erunt in A, quot in C, ablato ergo numero partium A, C remanebit æqualis numerus partium in B, D æqualium eisdem E, F.

PROPOS. 7. THEOR. 7.

Aequales A, B, ad eandem C, habent eandem rationem: & C eandem ad æquales A, B.

D E
A B
C
F

NAm æquimultiplices antecedentiū A,B v.g. D, E, sunt æquales, & ideo vel vna sunt æquales ipsi F multiplici ipsius C, vel vna deficiunt, vel vna excedunt. Ergo per defin. 6. vt A ad C, ita est B ad C. Et vice versa multiplex F, vel vna erit æqualis æquimultiplicibus D, E, vel vna excedet, vel vna deficiet; eritque per eandem defin. 6. vt C ad A, ita C ad B.

PROPOS. 8. THEOR. 8.

Sint duæ magnitudines A B maior & A minor (potest enim minor concipi vt pars maioris) & tertia sit quæcunque C. Dico maiorem A B, ad C, habere maiorem rationem, quàm minor A, ad eandem C.

E D
A B
C
F G

SVmantur ipsarum B, & A, æquemultiplices D, E, hac lege, vt D, maior sit quàm C, & E, non minor. Quoniam igitur D, E sunt æquemultiplices duarum B, A; erunt per primam huius D, E simul, ita multiplices totius A B, vt est E, multiplex minoris A. Capiatur quoque F G multi-

multiplex ipsius C. proxime maior E. dempta igitur G, quæ intelligitur æqualis C, reliqua F, non erit maior quàm E. est autem & D maior quàm C, hoc est quàm G, ergo tota D E maior est tota F G. Quare cum D E, & E, sint æquemultiplices ipsarum A B maioris, & A minoris, & F G, ipsius C, quæ est instar duarum consequentium, sitque E D multiplex primæ A B, maior quidem multiplice secundæ C, hoc est maior quàm F G, sed multiplex tertiæ A, hoc est E, non maior F G, multiplice quartæ C: Erit per 8. definitionem maior ratio A B, ad C, quàm A ad eandem C.

Et vice versa C ad A B, habebit minorem quàm ad A, quia vicissim, est quidem F G maior quàm E; sed non est maior quã D E.

PROPOS. 9. THEOR. 9.

Siue A, & B, eandem habeant rationem ad C: siue C eandem ad A & B; semper A & B, erunt æquales.

A B
C

SI enim A, maior foret quàm B, non haberent rationẽ eandem ad C, per præcedentem, quod est contra hypothesim. Neque C haberet eandem ad A, B.

PROPOS. 10. THEOR. 10.

Si A ad C maiorem rationem habeat, quàm B, ad eandem C. Erit A, maior quam B.

Et vice versa si C ad A habet maiorem quam ad B; erit B, maior quàm A.

A B C

SI enim A esset æqualis B; non haberet proportionem maiorem ad C, & si esset minor haberet minorem per antecedentes. Et è cõtrario C, ad A, & B haberet eandem si A & B, essent æquales & si A, esset maior quàm B; haberet C ad A, minorem, quod est absurdũ.

PROPOS. 11. THEOR. 11.

Si A ad B, & C ad D, eadem sit ratio, quæ E ad F: erunt etiam ipsæ eædem inter se.

G	I	H
A	E	C
B	F	D
K	M	L

SInt G, I, H æquemultiplices A, E, C, & K, M, L æquemultiplices ipsarum B, F, D. Quoniam igitur vt E ad F, ita est tam A ad B, quàm C ad D. ergo per def. 6. quando I, est æqualis, maior, vel minor quàm M, erunt quoque G & H æquales ipsis K & L, vel vna deficient, vel vna excedẽt; & ideo per eandem sextam definitionem A, B; C, D, sunt proportionales, hoc est, vt A ad B, ita est C ad D.

PROPOS. 12. THEOR. 12.

Si fuerit vt A ad B, ita C ad D, & ita E ad F, &c. erunt omnes antecedentes ad omnes consequentes, & vna ad vnam v.g. vt A ad B.

Suman-

G	H	I
A	C	E
B	D	F
K	L	M

SVmantur G, H, I æquemultiplices antecedentiũ, & K, L, M vtcunque ęquemultiplices consequentium: ita vt per primam huius tam sint mul tiplices G, H, I, ipsarum A, C, E simul, quàm est G ipsius A; & K, L, M ipsarum B, D, F ita multiplices, vt k ipsius B. Deinde quoniam rationes A ad B, C ad D, E ad F, sunt eædem, ergo quando G, est æqualis, maior, vel minor, quàm K, erit etiã H, & I æqualis, maior, vel minor quàm L & M. Atque adeo quando G maior est; minor, vel æqualis ipsi K, erant omnes G, H, I maiores, minores, vel æquales omnibus K, L, M. Sunt autem G, & G, H, I, æquemultiplices A, & A, C, E, & K, & K, L, M æquemultiplices B, & B, D, F. ergo per defin. 6. vt A, ad B, ita sunt omnes A, C, E, ad omnes B, D, F.

PROPOS. 13. THEOR. 13.

Si A ad B eandem rationem habuerit quàm C ad D; at C ad D, maiorem quàm E ad F: etiam A ad B, habebit maiorem, quàm E ad F.

G	H	I
A	C	E
B	D	F
K	L	M

SVmptis enim æquemultiplicibus, vt in præcedenti; erit per def. 6. G, semper maior quàm K. quando H, maior est quàm L: at per octauam definitionem quando H, maior eſt quàm L, non ſemper I eſt maior quàm M. Ergo etiam I, poteſt eſſe non maior quàm M, quando G maior eſt quàm K, & ideo per eandem defin. 8. maior erit ratio A ad B, quàm E ad F.

PROPOS. 14. THEOR. 14.

Vt A ad B, ita ſit C ad D: Dico A & B, vel vna eſſe æquales ipſis C, D, vel vna excedere, vel vna deficere.

A B C D

EXiſtente enim A, v.g. maiore ipſa C. ratio A ad B maior eſt, quàm C ad B, per 8. huius. Sed vt A ad B, ita eſt C ad D. Ergo maior eſt ratio C ad D, quàm C ad B; ideoque per 10. maior erit B, quàm D. ſimillima eſt ratiocinatio in reliquis.

PROPOS. 15. THEOR. 15.

Partes A, B, cum æquemultiplicibus C, D; ſunt in eadem ratione.

E F G H I K

C D

A B

SInt enim exempli gratia in C, tres partes æquales ipſi A, nimirum E, F, G. Erunt ergo totidem in D, nempe H, I, K, æquales ipſi B, vtque A ad B, ita erit E ad H, F ad I, & G ad K; & per 12. vt E ad H, hoc eſt vt A ad B, ita erunt omnes E, F, G, ad oẽs H, I, K, hoc eſt, ita erit C, ad D.

PRO-

PROPOS. 16. THEOR. 16.

Ratio Alterna.

Vt A, ad B, ita sit C ad D: Dico permutando vt A ad C, ita esse B ad D: & hoc quando omnes quatuor magnitudines sunt eiusdem generis.

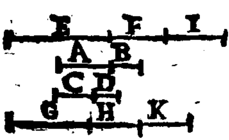
E G
A C
B D
F H

SInt E, F æquemultiplices ipsarum A, B; & G, H. vtcunque equemultiplices ipsarum C, D. Ergo vt A ad B, ita erit, per antecedentem, E ad F; & vt C ad D, ita G ad H; & per 11. vt E ad F, ita G ad H; & per 14. E & F, erunt vel vna æquales ipsis G, H, vel vna excedent, vel vna deficient, perque def. 6. vt A ad C, ita erit B ad D, sunt enim E, F æquemultiplices antecedentium, & G, H, æquemultiplices consequentium.

PROPOS. 17. THEOR. 17.

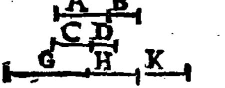
Diuisio Rationis.

Vt A B, ad B, ita sit C D, ad D; Dico diuidendo esse vt A, ad B, ita C ad D.



SVmantur E, F; G, H, omnes æquemultiplices ipsarum A, B, C, D. eritque per primam huius aggregatũ E

F tam multiplex totius A B, quàm est E ipsius A, & G H, tam multiplex totius C D, quàm G, ipsius C. Sed E & G, sunt æquemultiplices ipsarum A, C. ergo etiam E F, & G H, sunt æquimultiplices totarum A B, C D. Sint quoque aliæ I, K, earundẽ B, D æquemultiplices. ergo per secundam, etiam F, I, & H, K, erunt earundem B, D æquemultiplices: Cum igitur



E F, G H, sint ęquemultiplices antecedentium A B, C D, & F I, H K, consequentium B D. ergo per def. *6.* E F, & G H, vel vna erunt æquales, vel vna deficient, vel vna excedent multiplices F I, H K. Quando autem E F, & G H sunt maiores quàm *F I*, *H K*, tunc demptis communibus F, H, remanent E, G, maiores quàm I & K, & quando sunt minores, vel ęquales, remanent maiores, vel æquales. suntque E, G ęquemultiplices ipsarum A, C, & I, K ipsarum B, D, ergo per eandem defin. *6.* erit vt A ad B, ita C ad D.

PROPOS. 18. THEOR. 18.

Compositio rationis.

Vt A B, ad B C, ita sit D E, ad E F: Dico componendo, vt A C, ad B C, ita esse D F, ad E F.

Sin minus sit vt A C, ad B C, ita D F, ad F G, minorem E F. Ergo diuidendo vt

A B,

A B, ad B C, ita erit D G, ad G F. Sed ita ponebatur etiam D E, ad E F: ergo vt D E, ad E F, ita erit D G, ad G F. Sed prima D E, minor est quàm D G. ergo tunc per 14. huius etiã E F, minor est quàm G F, quod est absurdum. Quod si vt A C, ad B C, ita esset D F, ad F G, maiorem ipsa E F, sequeretur E F, esse maiorem G F, quæ ponebatur maior.

PROPOS. 19. THEOR. 19.

Vt tota A B, ad totum C D, ita sit ablata A, ad ablatam C: Dico ita quoque esse reliquam B, ad reliquam D.

A B C D

ERit enim per 16. permutando vt A B, ad A, ita C D, ad C; & diuidendo vt B, ad A, ita D ad C; & iterum permutando vt B ad D, ita A ad C, vel A B ad C D.

Conuersio rationis.

Coroll. Vt A B ad B, ita sit C D ad D: ergo diuidendo vt A ad B, ita erit C ad D; & conuertendo, vt B ad A, ita D ad C; & componendo vt B A ad A, ita D C ad C, & hoc est argumentari per conuersionem rationis.

PROPOS. 20. THEOR. 20.

Vt A ad B, ita sit D ad E; & vt B ad C, ita

E ad

E ad F: Dico primas A, D, vel esse vna æquales extremis C, F; vel maiores, vel minores.

A B C
D E F

QVando enim A, C, sunt æquales, tunc A & C habent eandem proportionem ad B. Sed vt A ad B, ita est D ad E, & vt C ad B, ita est conuertendo F ad E. ergo etiam vt D ad B, ita est F ad E; & idcirco per 9. D, & F, sunt æquales. similis est ratio in reliquis casibus.

PROPOS. 21. THEOR. 21.

Vt A ad B, ita sit E ad F; & vt B ad C, ita D ad E: Dico iterum A & D, vel vna esse æquales extremis C, F, vel vna maiores, vel vna minores.

A B C
D E F

QVando A maior est quàm C, tunc A, ad B habet maiorem proportionem quàm C ad B; sed vt A ad B, ita est E ad F; & vt C ad B, ita est conuertendo E ad D. ergo E ad F, habet maiorem rationem quàm E ad D, & ideo per 10. D, maior est quàm I. & ita de reliquis casibus.

PROPOS. 22. THEOR. 22.

Aequalitas ordinata.

Sit rursus vt in 20. vt A ad B, ita D ad E; & vt

& vt B ad C, ita E ad F: ita vt proportio sit ordinata etiam in pluribus terminis. Dico ex æqualitate ordinata, vt A ad C, ita eße D ad F.

A B C N D E F O
G I L H K M

IPſarum A, D, ſint æquemultiplices G, H; ipſarum B, E æquemultiplices I, K; & L, M, æquemultiplices ipſarum G F. Ergo per 4. vt G ad I, ita eſt H ad K; & vt I ad L, ita K ad M; & per 20. primæ G, H, erunt vna æquales, vel maiores, vel minores extremis L, M. & ideo per 6. defin. vt A ad C; ita erit D ad F.

Quod ſi præterea, vt C ad N, ita fuerit F ad O; ſequeretur primo per demonſtrationẽ præmiſſam vt A ad C, ita eſſe D ad F, & quia vt A ad C, ita eſt D ad F, & vt C ad N, ita F ad O. ergo per eandem erit iterum, vt A ad N, ita D ad O, &c.

PROPOS. 23. THEOR. 23.

Aequalitas perturbata.

Vt A ad B, ita ſit E ad F; & vt B ad C, ita ſit perturbate D ad E: Dico ex æqualitate perturbata, vt A ad C, ita eſſe D ad F.

A B C N O D E F
G H K I L M

SInt G, H, I, æquæmultiplices trium A, B, D, & K, L, M, æquemultiplices reliquarum. Ergo

per

per 15. vt A ad B, ita est G ad H; & vt E ad F, ita L ad M, sed vt A ad B, ita est E ad F. ergo vt G ad H, ita est L ad M. Item per quartam vt H ad K, ita est I ad L. Cum ergo vt G ad H, ita sit L ad M; & vt H ad K, ita I ad L. ergo per 21. G & I, vel vna erunt æquales ipsis K, M, vel maiores, vel minores. & per def. 6. vt A ad C, ita erit D ad F. & si vt C ad N, ita foret alia O ad D, &c. sequeretur eodem modo, vt A ad N, ita esse O ad F.

PROPOS. 24. THEOR. 24.

Vt A ad B, ita sit C ad D; & vt E ad B, ita F ad D: Dico vt A E simul, ad B, ita esse C F simul ad D.

A E   C F
B   D

NAm couertendo, erit quoque vt B ad E, ita D ad F, & sic A, B, E, & totidem C, D, F, erunt ordinatè proportionales. Quare vt A ad E, ita erit per 22. C ad F, & Componendo vt A E ad E, ita C F ad F. & sic erunt iterum tres A B, E, & B, & tres C F, F, & D, ordinatè proportionales iterũq. per 22. vt AE ad B, ita erit CF ad D.

PROPOS. 25. THEOR. 25.

Si quatuor magnitudines A B, C D, A, C, proportionales fuerint & A B maxima, ideoque C minima: maxima, & minima simul, erunt reliquis maiores.

Con-

Concipiantur tertia A & quarta C vt partes primæ A B, & secundæ C D. Cum igitur ſit vt A B ad C D, ita ablata A ad ablatam C; erit per 19. reliqua B ad reliquam D, vt tota A B ad totam C D. Sed A B ponitur maior C D. ergo per 14. B erit maior D. Additis ergo A, C; erunt A, B, C, maiores quàm A, C, D.

Propoſitiones ab alijs additæ.

PROPOS. 26. THEOR. 26.

Ratio A ad B, ſit maior ratione C ad D: Dico conuertendo B ad A, minorem eſſe D ad C.

A B E C D

Nam vt C ad D, ita ſit E ad B: eritque etiam ratio A ad B, maior ratione E ad B; ideoq. per 10. A maior quàm E; & per 8. ratio B ad A, minor quàm B ad E, hoc eſt, quàm D ad C.

PROPOS. 27. THEOR. 27.

Ratio A ad B, ſit maior ratione C ad D: Dico permutando A ad C, maiorem eſſe B ad D.

A B E C D

Sit iterum vt C ad D, ita E ad B: eritque vt in precedente A, maior quàm

quàm E. Quare maior erit ratio A ad C, quàm E ad C. sed vt E ad C, ita est permutando B ad D. ergo maior est A ad C, quàm B ad D.

PROPOS. 28. THEOR. 28.

Ratio A ad B, maior sit ratione C ad D: Dico componendo A B, ad B, maiorem esse C D, ad D.

A B C D
E

VT C ad D, ita sit E ad B; eritque iterum A maior quàm B; & A B maior quàm E B; & per 8. ratio A B ad B, maior ratione E B ad B, hoc est, ratione C D ad D, quia componendo vt E B ad B, ità est C D ad D.

PROPOS. 29. THEOR. 29.

Ratio A B ad B, sit maior ratione C D ad D: Dico diuidendo A ad B, maiorem esse C ad D.

A B C D
E

VT C D ad D, ita sit EB ad B: eritque A B maior quàm E B; & dempta communi B, erit A, maior quàm E, & per 8. ratio A ad B, maior ratione E ad B, hoc est C ad D, quia diuidendo vt C ad D, ita est E ad B.

PRO-

PROPOS. 30. THEOR. 30.

Ratio A B ad B, sit maior ratione C D ad D: Dico per conuersionem rationis, A B ad A, minorem esse C D ad C.

A B   C D

Nam diuidendo per 29. erit quoque A ad B maior, quàm C ad D; & conuertendo per 26. B ad A, minor quàm D ad C; & cōponendo per 28. AB ad A minor CD ad C.

PROPOS. 31. THEOR. 31.

Ratio A ad B, sit maior D ad E; & B ad C, maior E ad F: Dico ex æqualitate ordinata, A ad C, maiorem esse, D, ad F.

A   D
B   E
C   F
G
H

Vt E ad F, ita sit G ad C; & vt D ad E, ita H ad G. Quoniam igitur B ad C, maior est quàm E ad F, seu G ad C, erit B maior G; & ratio A ad G, maior ratione A ad B. est autem A ad B, maior ratione D ad E, hoc est H ad G. ergo A ad G, maior est ratione H ad G; & A maior quàm H. Quare ratio A ad C, maior est ratione H ad C, vt autem H ad C, ita vt ex æqualitate ordinata D ad F. ergo etiam A ad C, maior est ratione D ad F.

Idem verum est in pluribus terminis; possunt enim reduci ad 3. sicut factum est in 22.

PRO.

PROPOS. 32. THEOR. 32.

Maior ſit ratio A ad B, quàm E ad F; & B ad C, maior quàm D ad E: Dico ex æqualitate perturbata, A ad C, maiorem eſſe ratione D ad F.

A	D
B	E
C	F
G	
H	

VT D ad E, ita ſit G ad C; & H ad G, vt E ad F: eritque ratio B ad C, maior ratione D ad E, hoc eſt, G ad C; ideoque B maior quàm G; & ratio A ad G, maior quàm A ad B, per 8. Sed hæc maior eſt quàm E ad F, ſeu H ad G. ergo A ad G, multo eſt maior ratione H ad G, & A maior quàm H, & ideo ratio A ad C, maior ratione H ad C. Sed vt H ad C, ita eſt ex æqualitate D ad F. ergo A ad C, maior eſt ratione D ad F.

PROPOS. 33. THEOR. 33.

Ratio totius A B ad totam C D, maior ſit ratione ablatæ A, ad ablatam C: Dico rationem reliquæ B ad reliquam D, maiorem eſſe totius ad totam.

A B   C D

NAm permutando per 27. erit maior ratio A B ad A, quàm C D ad C; & per conuerſionem rationis, hoc eſt per 30. ratio A B ad B, minor ratione C D ad D; iterumque permutando A B ad C D, minor ratione B ad D.

PRO-

PROPOS. 34. THEOR. 34.

Si sint quotcunque magnitudines A, B, C, & aliæ D, E, F, ipsis numero æquales, sitque maior ratio A ad D, quàm B ad E; item B ad E, maior quàm C ad F: Dico rationem A B C ad omnes D E F maiorem esse ratione B C, ad E F; minorem quàm A ad D; & maiorem quàm C ad F.

A	D
B	E
C	F

CVm enim maior sit A ad D, quàm B ad E; erit per 27. permutando maior A ad B, quàm D ad E; & componendo per 28. A B ad B, maior quàm D E ad E; & iterum permutando, maior A B ad D E, quàm ablatę B ad ablatam E. Quare per 33. reliquæ A ad reliquam D, maior erit quàm AB ad DE. Eademque ratione, erit B ad E, maior quàm totius B C ad totam E F. multo igitur maior erit A ad D, quàm B C totius ad totam E F; & permutando A ad B C, maior quàm D ad E F; & componendo A B C ad B C, maior quàm D E F ad E F. & rursus permutando omniũ A B C ad omnes D E F, maior quàm B C ad E F, quod est primum.

Cumque A B C ad D E F, sit maior quàm B C ad E F, erit per 33. reliqua A ad reliquã D, maior quàm totius A B C, ad totum DEF, quod est secundum.

Rursus ex eo quod ratio B ad E, maior est quàm C ad F, sequitur permutando B ad C,

esse

esse maiorem E ad F; & componendo totius B C ad C, maiorem totius E F ad F. & rursus permutando B C ad E F, maiorem C ad F. est autem ratio A B C ad D E F, maior quàm B C ad E F, vt ostendimus, multo ergo maior erit A, B, C ad D, E, F, quàm C ad F, *quod est tertium*.

A	D	Iam vero sit quoque C ad F, maior quàm G ad H. Eritque
B	E	per demonstrata maior ratio B
C	F	ad E, quàm B C G ad E F H;
G	H	multo igitur maior A ad D,

quàm B C G ad E F G; & permutando A ad B C G, maior quàm D ad E F H, & componendo maior A B C G ad B C G, quàm D E F H ad E F H; & permutando A B C G ad D E F H, maior quàm B C G ad E F H, quod est primum.

Cumque sit maior ratio totius A B C G ad totam D E F H, quam ablatæ B C G ad ablatam E F H; erit & reliquæ A ad reliquam D, maior totius A B C G ad totam D E F H, quod est secundum.

Quoniam vero vt in tribus demonstratum est maior est B C G ad E F H, quàm G ad H, & maior A B C G ad D E F H, quàm B C G ad E F H: multo maior erit A B C G ad D E F H, quàm vltimæ G ad vltimam H, & ita de pluribus.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

DEFINITIONES.

1 SImiles figuræ rectilineæ sunt, quæ angulos angulis habent æquales, & circa ipsos latera lateribus proportionalia.

2 Reciprocæ sunt, cum in utraque antecedentes, & consequentes rationum termini fuerint.

3 Linea v. g. A B, secta erit media & extrema ratione cum tota A B cum partibus A C, C B fuerint cōtinuè proportionatas.

A C B

4 Altitudo figuræ, est linea perpendicularis, à vertice in basim ducta.

5 Ratio duarum magnitudinum dicitur composita ex tot rationibus, quot inter easdem continuantur.

A B C D

hoc est si inter A, C intercedat B; proportio A ad C dicitur composita, ex ratione A ad B, & B ad C; siue huiusmodi rationes interiectæ sint eædem, siue non.

Eodem-

Eademque ratio A ad D componi dicitur, ex rationibus A ad B, B ad C, & C ad D. propterea quod dictæ rationes inter terminos A, D, continuentur per interiectos terminos B, C.

Defin. 10. *Libri* 5.

A B C D Qvando omnes proportiones interiectæ sunt eædem; tunc ratio A ad C dicitur per compendium esse duplicata proportionis A ad B: eo quod eadem ratio sit bis continuata per communem terminum B, & A ad D, dicitur triplicata eiusdem, quia ter continuatur per terminos B, C. &c.

Scholium.

IN duabus istis definitionibus explicandis multus quidem fuit Clauius, non tamen superfluus. Quinta enim quæ definit compositionem rationum, suæ debuit restitui integritati, & quorundam expositiones falsæ fuere detegendæ, & reijciendæ. Nam quod in vulgari definitione habetur, denominatorem rationis compositæ, fieri ex multiplicatione denominatorum rationum componentium, non est Definitio, sed Theorema, neque eo in sensu vsurpatur ab Euclide, alijsque Geometris, vt videre est ad propositionem 23. in qua ostenditur, rationem parallelogrammorum

rum, componi ex rationibus laterum, quæ ſunt circa angulos æquales, continuando dictas rationes componētes in tribus terminis, & demonſtrando rationem primi ad tertium, quam Euclides per definitionem 5. vult eſſe compoſitam ex intermedijs, eandem eſſe cum ratione, quam habet parallelogrammum ad parallelogrammum. Vnde manifeſte colligitur definitionem compoſitionis vulgatam nō eſſe ex ſententia Euclidis poſitam, ſed ab alio aliquo immutatam. Ex ſenſu enim compoſitionis vero, non poteſt aliud inferri niſi quod rationes componentes poſitæ inter duos terminos habentes dictam rationem compoſitam, poſſint continuari, ſaltem eo ordine quo pronunciantur. Quod autem interponi poſſint ad libitum videtur potius petendum à Theoremate peculiari, quàm à definitione generali. Atque hoc eſt quod hic peculiari lemmate demonſtrandum ſuſcepi.

Lemma.

SI ratio v.g. A ad B dicatur compoſita, v.g. ex rationibus a. e. i: Dico eandē componi, ex eiſdem quocunque ordine poſitis. Hoc eſt, inter duos terminos A,B licitum eſſe cōtinuare dictas rationes toties, quoties poſſunt inter ſe mutare locum. iuxta Regulam ad initium Spheræ poſitam, vbi Clauius diſputat de numero, & ordine Elementorum. eſtque ſequens

Regula mutationum.

SVmantur tot numeri in ſerie naturali, quot ſunt res propoſitæ: multiplicati .n. inuicem producunt ſummam mutationũ: quæ pro duabus rebus eſt 2. pro tribus 6 pro quatuor 24. pro quinque 120. &c. vt videre eſt in calculo hic adiecto; & manifeſtius in quatuor exemplis ad ſingulas mutationes extenſis, quorum conſideratio, & comparatio plurimum facit ad abbreuiandam demonſtrationem.

	Mutat.	Ser. nat.	Res
		1	A
pro duabus	2	2	B
pro tribus	6	3	C
pro quatuor	24	4	D
pro quinque	120	5	E
	&c.	&c.	&c.

Pri-

Primum exemplum duarum rerum.

	a		e
1	a e	2	e a

Secundum exemplum trium rerum.

	a		e		i
1	a e i	3	e a i	5	i a e
2	a i e	4	e i a	6	i e a

Tertium exemplum quatuor rerum.

	a		e		i		o
1	a e i o	7	e a i o	13	i a e o	19	o a e i
2	a e o i	8	e a o i	14	i a o e	20	o a i e
3	a i e o	9	e i a o	15	i e a o	21	o e a i
4	a i o e	10	e i o a	16	i e o a	22	o e i a
5	a o e i	11	e o a i	17	i o a e	23	o i a e
6	a o i e	12	e o i a	18	i o e a	24	o i e a

Quartum exemplum quinque rerum.

	a		e		i		o		u
1	a e i o u	25	e a i o u	49	i a e o u	73	o a e i u	97	u a e i o
2	a e i u o	26	e a i u o	50	i a e u o	74	o a e u i	98	u a e o i
3	a e o i u	27	e a o i u	51	i a o e u	75	o a i e u	99	u a i e o
4	a e o u i	28	e a o u i	52	i a o u e	76	o a i u e	100	u a i o e
5	a e u i o	29	e a u i o	53	i a u e o	77	o a u e i	101	u a o e i
6	a e u o i	30	e a u o i	54	i a u o e	78	o a u i e	102	u a o i e
7	a i e o u	31	e i a o u	55	i e a o u	79	o e a i u	103	u e a i o
8	a i e u o	32	e i a u o	56	i e a u o	80	o e a u i	104	u e a o i
9	a i o e u	33	e i o a u	57	i e o a u	81	o e i a u	105	u e i a o
10	a i o u e	34	e i o u a	58	i e o u a	82	o e i u a	106	u e i o a
11	a i u o e	35	e i u a o	59	i e u a o	83	o e u a i	107	u e o a i
12	a i u e o	36	e i u o a	60	i e u o a	84	o e u i a	108	u e o i a

13	a o e i u	37	e o a i u	61	i o a e u	85	o i a e u	109	u i a e o
14	a o e u i	38	e o a u i	62	i o a u e	86	o i a u e	110	u i a o e
15	a o i e u	39	e o i a u	63	i o e a u	87	o i e a u	111	u i e a o
16	a o i u e	40	e o i u a	64	i o e u a	88	o i e u a	112	u i e o a
17	a o u e i	41	e o u a i	65	i o u a e	89	o i u a e	113	u i o a e
18	a o u i e	42	e o u i a	66	i o u e a	90	o i u e a	114	u i o e a
19	a u e i o	43	e u a i o	67	i u a e o	91	o u a e i	115	u o a e i
20	a u e o i	44	e u a o i	58	i u a o e	92	o u a i e	116	u o a i e
21	a u i e o	45	e u i a o	69	i u e a o	93	o u e a i	117	u o e a i
22	a u i o e	46	e u i o a	70	i u e o a	94	o u e i a	118	u o e i a
23	a u o e i	47	e u o a i	71	i u o a e	95	o u i a e	119	u o i a e
24	a u o i e	48	e u o i a	72	i u o e a	96	o u i e a	120	u o i e a

F 3 In

In primo exemplo, videre eſt duas ſeries in tranſuerſum, notatas literis a,e, & ſub ſingulis mutationes ſingulas. & duas in vniuerſum, quia ſingulæ literæ non poſſunt occupare primum locum ſæpius, quàm ſemel.

In ſecundo exemplo, ſunt tres ſeries, in trãſuerſum, denominatæ à tribus literis a,e,i, & ſub ſingulis ſunt duæ mutationes. quia ſingulæ literæ poſſunt occupare primum locum bis, hoc eſt toties quod in primo exemplo erant mutationes in vniuerſum. vnde in ſecundo exemplo ſunt mutationes 6.

In 3. exemplo ſunt quatuor ſeries tranſuerſæ denominatæ à quatuor literis a, e, i, o, & infra ſingulas ſunt 6. mutationes, & in vniuerſum 24.

In 4. exemplo ſunt quinque tranſuerſæ ſeries denominatæ à quinque literis a,e, i,o, u, & ſub ſingulis, mutationes 24. quæ multiplicatæ per quinque faciunt 120. &c.

Altera conſideratio eſt, quod in ſecundo exemplo, primæ duæ literæ ſerierum a, e. In tertio, primæ tres ſerierum a, e, i, & in quarto, primæ quatuor ſerierum a, e, i, o. ſint eædem, licet non eodem ordine poſitæ. & idem verum eſt de poſterioribus literis vltimarum ſerierum, quæ in 2. exemplo ſunt iterum duæ a, e, in 3. tres a, e, i, in 4. quatuor a, e, i, o.

Poſtremo. in omnibus ſeriebus præter literas quæ primum locum occupant reliquæ ſunt eædem, cum ijs quæ ponuntur in capite.

Ex

Ex his generalibus conſiderationibus, formatur lemmatis demonſtratio, eademq. quo ad præcipuas partes communis, hoc modo.

Pro omnibus exemplis termini rationis cõpoſitæ erunt A, B, & componentes erunt vel duæ a, e, vel tres a, e, i; vel quatuor a, e, i, o, vel quinque a, e, i, o, u, &c. ita vt per def. 5. inter A, B poſſint continuari; vel duæ rationes a, e, per vnum terminũ intermedium C, vel tres a, e, i, per duos C, D, vel quatuor a, e, i, o, per tres C, D, E, vel quinque a, e, i, o, u, per quatuor C, D, E, F.

a e
A C B

a e i
A C D B

a e i o
A C D E B

a e i o u
A G D E F B

Demonſtratio primi exempli.

1 | a e
| A C B

2 | e a
| G I H

DEinde pro primo exemplo præter terminos A C B, quibus contínuãtur duæ rationes a, e, continuentur in alijs tribus terminis G, I, H, eædem proportiones ordine mutato, ita vt ratio G ad I, ſit e, & ratio I ad H, ſit a. Dico rationes A ad B, & G ad H, eſſe eaſdem. Cum enim vt A ad C; ita ſit I ad H; & ſicut C ad B, ita G ad I: ergo per æqualitatem ordinatam, erit quoque vt A ad B, ita G ad H;

ſed G ad H componitur per defin. 5. ex rationibus e, a. ergo etiam A ad B, componitur ex eiſdem. hoc eſt ratio A ad B, componitur, tam ex rationibus a, e, quàm ex rationibus e, a.

Demonſtratio 2. exempli.

		a		e		i	
1	A		C		D		B
		e		a		i	
3	G		I		K		H
		i		a		e	
5	G		I		K		H

IN ſecundo exẽplo pręter terminos A C D B, quibus cõtinuantur rationes a, e, i. primi caſus ſecundi exempli ſuperius poſiti, continuentur in alijs quatuor terminis G I K H rationes e, a, i, vt habentur in tertio caſu, & rationes i, a, e, vt habentur in quinto.

Quoniam igitur in primo & tertio caſu inter A D, & G K continuantur duæ rationes a, e vtcunque; ergo per demonſtrationem primi exempli, vt A ad D, ita erit G ad K, vt autem D ad B, ita eſt K ad H; ergo per æqualitatem vt A ad B, ita erit G ad H.

In quinto vero caſu quoniam rationes a, e ſunt continuatæ inter poſteriores tres terminos I K H; ideo vt A ad D, ita erit I ad H, & quia prætcrea vt D ad B, ita eſt G ad I, erit rurſus per æqualitatem vt A ad B, ita G ad H. Cum igitur G ad H in tertio caſu cõponatur ex rationibus e, a, i; & in quinto ex ratio-

rationibus i, a, e, manifeſtum eſt eandem rationem A ad B, non ſolum componi ex a,e,i; ſed etiam ex e,a,i; & i,a,e.

Reliqui caſus 2. 4. & 6. reducũtur ad tres priores 1. 3. & 5. mediante tertia conſideratione, ex qua conſtat in ſingulis ſeriebus, primas literas eſſe eaſdem, & reliquas quotcunque ſint non differre niſi poſitione. tales ſunt in ſerie a, literæ e, i, in ſerie e literæ a, i, & in ſerie i literæ a, e. Quæ ſicut in præcedenti demonſtratione ex eo quod in 1. & 3. caſu componentes a e. e a ſunt ſimiles, & reliqua vtrobique eſt eadem litera i, oſtenſum eſt, vt A ad B, ita eſſe G ad H. ita etiã hic, quoniam in 1. & 2. caſu e i, i e ſunt ſimiles, & reliqua a, eadem, valet eadem conſequentia, hoc eſt, vt A ad B, ita eſſe G ad H; ſi inter A B, per C D, continuentur rationes a, e, i, primi caſus; & inter G H, per I & K, rationes a, e, i, ſecundi caſus.

	a	e	i	
1	A	B	C	D
	e	a	i	
3	G	I	K	H
	e	i	a	
4	G	I	K	H

Similiter ſi per G I K H continuentur rationes e a i, e i a tertij & quarti caſus; vt G ad H in 3. caſu, ita erit G ad H, in 4. Vt autẽ G ad H, in 3. caſu, ita oſtendimus eſſe A ad B, in primo caſu. Ergo etiam vt A ad B, ita erit G ad H, in 4. caſu.

Denique in 5. & 6. caſu omnia ſunt ſimilia, & conſequenter manet etiam demonſtratum totum secundum exemplum. hoc est rationem A ad B, componi ex rationibus a e i quocunque ordine positis.

Demonstratio reliquorum exemplorum.

In reliquis exemplis non est alia differentia quàm quod in ipsis rationes componentes sint plures tribus. Methodus autem demonstrandi est eadem. Rationes enim componentes quæ habentur in capite singularum serierum, reducuntur ad rationes primo loco propositas, & ad has reliquæ quæ sub ijsdem capitalibus, subijciuntur, non aliter quàm factum est in præcedenti exemplo.

Corollarium.

HVic licentiæ permutandi rationes cõponentes, puto corollariorum titulo annecti posse non inutiliter nonnulla eodem spectantia.

Primum est. Compositionis campum patere latissime, vt vt appareant rari qui ipsum peruagentur. Omnis enim ratio proposita quamuis non componatur ex quibuslibet, cõponitur tamen ex quotlibet; immo vnam tantum si demas, componitur ex quotlibet & quibuslibet. Sint duæ magnitudines A, B, habentes quamcũque rationem, inter quas statuan-

a	e	i	o	
A	C	D	E	B

ſtatuantur quotcunque, & aliæ quæcunque magnitudines eiuſdem generis C, D, E. eritque ex vi defin. 5. ratio A ad B compoſita ex rationibus A ad C, C ad D, D ad E, & E ad B. Neque dubium eſt, ſi priores tres fuiſſent v. g. rationes datæ a e i easdem continuari poſſe à magnitudine A, per aliquos terminos C D E, vſque ad E atque ita ſolum manere poſtremam rationem o, inter E & B; quæ ſola non poteſt aſſignari ad arbitrium, ſed determinatur eo ipſo quod reliquæ ſint continuatæ per terminos C, D, E.

2. *Coroll.* Certum eſt eaſdem rationes cõponere eaſdem, & eaſdem componi ex eiſdẽ. hoc enim ſequitur ex definitione immediate. Quare ſi ratio A ad B, & F ad G, eſt eadem, & prior A ad B. ſit compoſita ex a e i o erit etiam F ad G ex iiſdem compoſita. & vice verſa, nulla habita ratione ordinis, quod attinet rationes componentes.

a	e	i	o	
A	C	D	E	B
u	a			
A	L	C		
i	e	a	o	
F	H	I	K	G

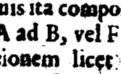
3. *Coroll.* Et hinc deducitur hæc alia conſequentia. Si rationes a e i o per terminos C D E ſint continuatæ inter A B; & inter F G per terminos HIK, fuerint cõtinuatæ eædem; & hoc modo permutatæ i e a o: ita & cõſtet ſicut A ad C, ita eſſe I ad K, vt C ad D ita H ad I; vt D ad E, ita F ad H; ſequitur etiã reliquas E ad B & K ad G eſſe eaſdẽ.

4. Co-

4. *Coroll.* Si a e i o componant rationes A ad B, & F ad G, vt in præcedenti exẽplo abijciaturque vtrinque ratio a, reliquæ non component quidem rationem A ad B, vel F ad G, component tamen aliquam aliam eandem.

5. *Coroll.* In eodem exemplo si ratio v. g. A ad C, hoc est ratio a, dicatur composita ex alijs v. g. ex rationibus u a; ita vt ratio A ad L sit ratio u, & L ad C sit a. sequitur non solum rationem A ad B componi ex rationibus u a e i o, sed etiam rationem F ad G. Item si dematur vtrinque ratio a, etiam compositas ex reliquis u e i o esse easdem. quamuis ita composita non sit eadem cum ratione A ad B, vel F ad G. Huiusmodi argumentationem licet videre apud Pappum lib. 7. propos. 142.

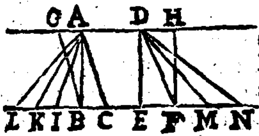
6 Parallelogrammũ A D cum non occupat totam lineam A B, sicut occupat parallelogrammum A F; dicitur deficere, vel deficiens. Parallelogrammũ vero A F, quod occupat A B maiorẽ A C, dicitur excedere, vel excedens, parallelogrammo C F.



PROPOS. I. THEOR. I.

Triangula A B C, D E F; item parallelogrãma C G, E H, inter easdem parallelas, eiusdemque altitudinis; sunt inter se vt basis B C, ad basim E F.

Sint



Sint B I, I K, K L æquales BC, & F M, M N æquales E F: hoc eſt B L, F N ſint baſium multiplices; nectanturque A I, AK, AL, DM, DN; Eruntque triangula A B I, A I K, A K L per 38. primi æqualia, ipſi ABC, & ſimul tā multiplicia eiuſdē, quàm eſt B L multiplex baſis BC, ſimiliter, triangula D F M, D M N, tam erunt multiplicia trianguli D E F, quàm eſt baſis F N, baſis E F. Quando autem B L æqualis eſt F N, ſemper triangulū A B L eſt æquale triangulo D F N; & quando B L maior eſt quàm F N, etiam triangulum eſt maius triangulo; & quando minus, minus. Quare per 6. defin. vt B C, ad E F, ita eſt triangulum A B C, ad triangulum D E F.

Parallelogramma autem C G, E H ſunt dupla triangulorum A B C, D E F per 41. primi. ergo per 15. quinti, vt triangulum ad triangulum, hoc eſt, vt baſis B C, ad baſim E F, ita eſt parallelogrammum ad parallelogrammum.

PROPOS. 2. THEOR. 2.

In triangulo A B C, D E ſit parallela B C: Dico latera A B, A C ſecta eße proportionaliter in D & E: & quando ſecta ſunt proportionaliter; rectam D E eſſe parallelam B C.

Ductæ

DVctæ enim B E, C D faciunt per 37 primi, æqualia triangula D E B, E D C; & ideo per 7. quinti habent eandem rationem ad triangulum A D E. Sed ratio D E B, ad A D E, est vt basis B D, ad basim D A: quia triangula E B D, E D A, sunt eiusdem altitudinis: & ratio E D C, ad A D E, est vt basis C E, ad A E, vt demonstratum est in præcedenti. Ergo per 11. quinti vt D B, ad D A, ita est C E ad E A.

Vice versa si vt A D ad D B, ita sit A E ad EC; habebit triangulum A D E ad triangula D E B, E D C rationem eandem. & idcirco eadem triangula D E B, E D C, erunt æqualia. & DE, BC parallelæ per 39. primi.

PROPOS. 3. THEOR. 3.

Recta A D secet angulum B A C, bifariam: Dico vt A B ad A C, ita esse segmentum B D ad D C. Et vice versa, si vt A B ad A C, ita sit B D ad D C: Dico A D secare angulum B A C bifariam.

SIt B E parallela A D, & occurrat C A in E. Ergo per 29. primi, anguli A E B, A B E sunt æquales æqualibus D A C, D A B: & ideo per 6. primi A B, A E sunt æquales. Vt autem A E ad A C, ita est per 2. B D ad DC. ergo

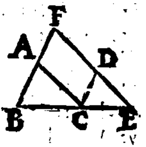
etiam

etiam vt A B ad A C, ita eſt B D ad D C.

Deinde ſuppoſita eadem conſtructione, ſi ſit vt B D ad D C, ita A B ad A C; cum per per ſecundam, etiam A E ad A C ſit vt B D ad D C; erit quoque vt A B ad AC, ita A B ad eandẽ AC; & idcirco AB, AE, ſunt æquales; & anguli ad baſim B E æquales. Eſt autem propter parallelas A D, E B, D A C, æqualis ipſi A E B, & D A B ipſi A B E. ergo etiam iſti ſunt æquales.

PROPOS. 4. THEOR. 4.

Triangula A B C, D C E, ſint æquiangula: Dico circa æquales angulos A, D latera A B, A C eſſe proportionalia lateribus D C, D E &c. & Homologa ſubtendere angulos æquales.



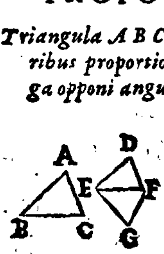
Latera B C, C E adiacentia æqualibus angulis, continuentur in eadem recta B C E; ita vt ABC ſit æqualis D C E & A C B, ipſi D E C, ſic enim erunt A B, D C, & A C, D E parallelæ; & E D, B A protractæ conſtituent parallelogrammum C F; eritque A C æqualis F D, & A F, ipſi C D, per 34. primi, & per 2. huius erit, vt AB ad AF, hoc eſt ad C D, ita B C ad C E. & permutando vt A B ad B C, ita C D ad C E. item vt B C ad C E, ita eſt F D, ſeu CA ad E D; & iterum permutando vt B C ad C A, ita C E ad

E ad E D. Denique ex eo quod vt A B ad B C, ita est C D ad C E, & vt B C ad C A, ita C E ad E D, sequitur ex æqualitate ordinata, vt A B ad A C, ita esse C D ad D E. Atque ex hac ipsa demonstratione est manifestum, tam antecedentes terminos, quàm consequentes, hoc est homologos, opponi angulis æqualibus.

Coroll. Constat etiam parallelam C D vel A C, abscindere ex toto triangulo F B E, triangulum simile.

PROPOS. 5. THEOR. 5.

Triangula A B C, D E F habeãt latera lateribus proportionalia: Dico latera homologa opponi angulis æqualibus.



ANgulis B, C, fiant æquales G E F, G F E: eritque per 32. primi reliquus G æqualis reliquo A, & per 4. huius erunt circa æquales angulos latera lateribus proportionalia, hoc est, vt A B ad BC, ita erit G E ad E F. Vt autem A B ad B C, ita ponitur esse D E ad E F. ergo etiam vt G E ad EF, ita erit DE ad eandem E F. & ideo per 9. quinti G E, D E erunt æquales. neque aliter demonstrabitur GF æqualis DF, atque ita erunt duo latera G E, G F, æqualia duobus lateribus D E, D F. estque basis E F cõmunis. ergo per octauam primi, non solum angu-

angulus D erit æqualis angulo G, sed etiam reliqui reliquis: & quidem illi erunt æquales, quibus homologa latera opponuntur: & quia G E F est æquiangulum A B C, erunt etiam A B C, D E F dicto modo æquiangula.

PROPOS. 6. THEOR. 6.

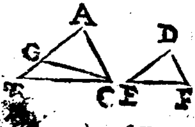
Circa æquales angulos B, & D E F, sint latera proportionalia: Dico triangula esse æquiangula, & angulis æqualibus subtendi latera homologa.

Fiat iterum triangulum G E F æquiangulum triangulo A B C, vt in præcedenti; eritque iterum G E æqualis D E, & quia circa æquales angulos D E F, G E F latera D E, E F sunt æqualia lateribus G E, E F: erunt triangula D E F, G E F, penitus æqualia. Sed G E F est ipsi A B C æquiangulum; ergo & D E F. & ideo per 4. huius habebunt etiam reliqua latera circa reliquos angulos proportionalia &c.

PROPOS. 7. THEOR. 7.

In triangulis A B C, D E F, sint æquales anguli A, D; & latera A C, C B proportionalia lateribus D F F E; & reliqui anguli B, E sint minores, vel non minores recto: Dico triangula esse æquiangula.

Sint



Sint primo anguli F, B minores recto, & si fieri potest angulus A C B sit maior angulo F. Facto igitur angulo A C G æquali ipsi F; erunt duo triangula ACG, D F E æquiangula, & per 4. huius, erit vt D F ad F E, ita A C ad C G, sed vt D F ad F E, ita ponitur A C ad C B. ergo vt AC ad C G, ita eadem A C ad C B. & propterea C G, C B, erunt per 9. quinti æquales, & anguli C B G, C G B æquales per 5 primi. Est autem B acutus, sicut est E. ergo etiam C G B. reliquus vero C G quem ostendimus æqualem A C, erit obtusus. quod est absurdum.

Si autem anguli B, E ponerentur esse non minores recto; essent in triangulo isoscelio C B G ad basim duo anguli obtusi, quod est similiter absurdum. Quare necesse est angulum A C B æqualem esse angulo F: & per præcedentem, triangula esse æquiangula, & similia.

PROPOS. 8. THEOR. 8.

In triangulo A B C sit angulus A rectus, & A D, ad basim perpendicularis: Dico triangula A D B, A D C esse similia toti.

Est enim rectus A D B, æqualis recto B A C; & B est communis. ergo reliquus æqua-

æqualis est reliquo. similiter A D C, æqualis est B A C; & C communis. ergo.

Coroll. Hinc sequitur per quartam huius, BD, DA, DC, esse continue proportionales; & A B esse mediam proportionalem inter B, BD; & AC mediam inter BC, CD.

PROPOS. 9. PROBL. 1.

A data recta A B, partem imperatam auferre. v.g. duas tertias.

SVmantur in alia A C, tres partes æquales A D, D E, E F, & duæ partes tertiam sint A D E. Ducta igitur F B, & E G, ipsi F B parallela; erit A G duæ tertiæ totius A B, per 2. huius, quia ut A F ad A E, ita est A B ad A G.

PROPOS. 10. PROBL. 2.

Secta A B utcunque in C, D: aliam E F similiter secare.

REctæ E H, H I, I G, sumantur æquales partibus A C, C D, D B; & per H, I ducantur parallelæ ipsi G F; eritque per secundam huius, ut E H ad H I, ita E M ad ML; & ducta alia H O N parallela ipsi E F, ut H I ad I G, ita erit H O ad O N, hoc est M L ad

LF,

L F, quia per 34. primi H O, O N sunt æquales M L, L F.

PROPOS. 11. PROBL. 3.

Datam rationem A B ad A C; continuare.

IPsi A C sumatur æqualis B D, ipsique B C agatur parallela D E: eritque C E tertia proportionalis, quia vt A B ad B D, hoc est, ad A C, ita est per 2. huius A C ad C E.

PROPOS. 12. PROBL. 4.

Tribus datis A B, B C, A D quartam proportionalem adiungere.

IPsi B D agatur parallela C E; eritque vt A B ad B C ita A D ad D E.

PROPOS. 13. PROBL. 5.

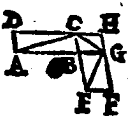
Inter datas A B, B C, mediam proportionalem inuenire.

CIrca A C compositam ex A B, B C describatur centro E, semicirculus: Perpendicularis enim B D erit per corollarium octauæ huius, media proportionalis inter A B, B C.

PRO-

PROPOS. 14. THEOR. 9.

Parallelogramma B D, B F sint æqualia, & anguli ad B sint æquales: Dico latera esse reciprocè proportionalia, vt A B ad B G, ita esse B E ad B C. & si latera circa æquales angulos dicto modo sint proportionalia: parallelogramma æqualia esse.



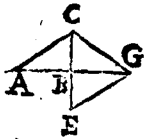
CONiungantur parallelogramma ad angulum B, ita vt A B, B G sint continuæ, hac enim ratione erunt etiam B F, B C continuæ per 14. primi. Ex concursu autem D C, F G in H, fit tertium parallelogrammum B H, eiusdem altitudinis cum parallelogrammis BD, B F: Et idcirco per primam huius, vt B D ad B H, ita erit A B ad B G: vtque B F ad B H, ita B E ad B C. Sed B D & B F, ad B H, est vna eademque proportio per 7. quinti, ergo etiam vt A B ad B G, ita erit B E ad B C.

Vice versa, si fuerit vt A B ad B G, ita BE ad B C; habebunt B D, B F eandem proportionem ad B H; ideoque B F, B D, erunt æqualia per 9. quinti.

PROPOS. 15. THEOR. 10.

Eadem est ratio de triangulis A B C, B G E, si sint æqualia, habeantque æquales angulos ad B.

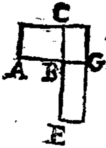
Possunt



Possunt enim copulari ad angulũ B, vt parallelogrãma, & referri ad tertiũ triangulum B G C, vt videre est tã in superiori figura, quàm in ista.

PROPOS. 16. THEOR. 11.

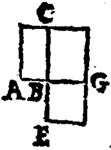
Si quatuor lineæ proportionales fuerint; æqualia erunt parallelogramma rectangula quæ fiunt ab intermediis, & extremis. Et si hæc sint æqualia, quatuor lineæ erunt proportionales.



Haec propositio nullo negotio reducitur ad decimamquartam. Si enim AB, BG, BE, B C sint proportionales; iam est demonstratum B D, B F, esse æqualia: & si B D, B F, sint æqualia, quatuor rectas A B, B G, B E, B C; esse proportionales.

PROPOS. 17. THEOR. 12.

Si fuerint tres proportionales; rectangulum sub extremis erit æquale quadrato intermediæ. & si hoc illi fuerit æquale, latus quadrati erit medium proportionale inter latera rectanguli.

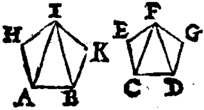


Haec non differt à præcedenti, si in præcedenti duæ intermediæ intelligantur esse æquales:

quales: ita vt quatuor proportionales sint A B, B G, B E, B C; & B G, B E, sint æquales.

PROPOS. 18. PROBL. 6.

Super datam A B, rectilineo C D G F E simile rectilineum describere.



DIstribuatur rectilineum datũ in sua triangula, & super A B fiat primo triangulum A B I æquiangulum triangulo C D F: tum super A I, & B I fiant alia A I H, B I K æquiangula triangulis C F E, D F G &c. ita vt sicut F C D, F C E constituunt totum angulum C, ita I A B, I A H constituant totum A, & ita de reliquis: Dico etiam circa eosdem angulos, latera esse proportionalia. Per quartam enim huius vt E C ad C F, ita est H A ad A I; & vt C F ad C D, ita I A ad A B, ergo ex æqualitate ordinata, vt H A ad A B, ita & E C ad C D &c.

PROPOS. 19. THEOR. 13.

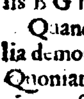
Similia triangula sunt in duplicata ratione laterum homologorum.

SIt A B C simile triangulo D E F, & latera homologa sint B C, E F; sitque tertia proportionalis B G: ita vt iuxta definitionem

10. quinti, proportio B C ad B G, sit duplicata proportionis B C ad E F: Dico rationem trianguli A B C ad D E F, esse rectæ B C, ad B G.

Quando triangula sunt æqualia, hoc est, quando B C, E F, necnon tertia proportionalis B G sunt æquales, res est manifesta.

Quando vero latera B C, E F sunt inæqualia demonstratur, hoc modo. Iungatur A G. Quoniam igitur angulus B est æqualis E; & propter similitudinem triangulorum, vt A B ad B C, ita est D E ad E F; & permutando vt A B ad D E, ita B C ad E F; hoc est E F ad B G: erunt circa angulos æquales B, E, latera reciproce proportionalia. Quare per 14. triangula A B G, D E F erunt æqualia; & per 7. quinti, vt triangulum A B C, ad A B G, ita erit idem triangulum ABC ad D E F. vt aũt ABC ad ABG, ita est per 1. huius, B C ad BG. ergo ABC ad DEF erit vt BC ad BG.

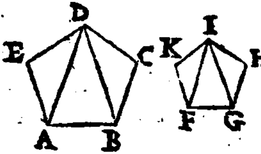


Corollarium. Hinc sequitur si tres lineæ A, B, C fuerint proportionales; vt prima ad tertiam, ita esse triangulum A super primam, ad simile triangulum B supra secundã.

PROPOS. 20. THEOR. 14.

Similia Poligona A B C D E, F G H I K, in similia triangula resoluuntur, & numero æqualia, & homologa totis, & polygona habent roem duplicatã laterum homologorũ.

Nam



Nam eo ipso quo Polygona ponũtur esse similia, necesse est & angulos esse æquales, & latera circa æquales angulos proportionalia. Quare vt D E ad E A, sic erit I K ad K F; ideoque per 6. triangula A D E, F I K similia, & anguli E D A, E A D, æquales angulis K I F, K F I. est autem totus A, æqualis toti F; ergo & reliquus D A B, æqualis reliquo I F G. Iam sic, vt A D ad A E, ita est I F ad F K; & vt A E ad A B, ita F K ad F G. ergo ex æqualitate, erit quoque vt A D ad A B, ita I F ad F G. ideoque rursus per 6. triangula D A B, I F G, similia. Atque in hunc modum proceditur ad reliqua.

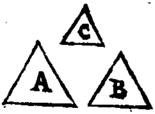
Demum quoniam omnium istorum triangulorum latera homologa sunt proportionalia, hoc est vt A E ad F K, ita A B ad F G; & B C ad G H, &c. ipsaque triangula similia habeant per 19. rationem duplicatã laterum homologorum; manifestum est, etiam ipsa triangula esse proportionalia, hoc est, vt A D E ad F I K, ita A B D ad F G I, &c. Quare per 12. quinti, vt vnum triangulum v. g. A D E ad F I K, ita erunt omnia simul ad omnia. & ideo triangulum v. g. A D E erit homologum Polygono A C E, & triangulum F I K, homologum polygono F H K.

Tertia denique propositionis pars sequitur ex dictis. Polygonum enim ad polygonum est, vt triangulum A B D, ad F G I: ratio autem trianguli ad triangulum, est duplicata laterum homologorum A B, F G per 19. ergo & polygonorum.

Coroll. Vt ergo prima trium proportionalium ad tertiam, ita est polygonum supra primam ad polygonum simile supra secundam.

PROPOS. 21. THEOR. 15.

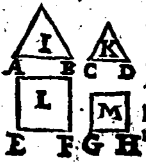
Eidem rectilineo similia; sunt inter se similia.



NAm similia eidem, sunt eidem æquiangula. Ergo A, B æquiangula ipsi C, sunt æquiangula inter se; ideoque per 4. similia.

PROPOS. 22. THEOR. 16.

Vt A B ad C D, ita sit E F ad G H; sintque I, K rectilinea similia: & L, M similia vt libet: Dico I, K; L, M, esse proportionalia. & vice versa.

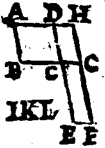


PRoportio enim I ad K, est duplicata proportionis A B ad C D, vel E F ad G H, per 19. vel 20. Est autem & ratio L ad M, duplicata eiusdem

dem rationis E F ad G H. ergo vt I ad K, ita est L ad M. Vice versa. si vt I ad K, ita est L ad M; erit quoque vt A B ad C D, ita E F ad G H: quia rationes I ad K, & L ad M, quæ sunt eædem, sunt duplicatæ rationis A B ad C D, & E F ad G H, quæ proinde debent esse quoque eædem.

PROPOS. 23. THEOR. 17.

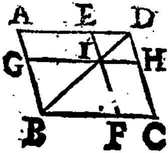
Parallelogramma æquiangula vt C A, C F: habent rationem compositam ex ratione lateris C B ad C G, & ratione lateris C D ad C E.



PArallelogramma CA, CF, cōponantur ad angulum C vt in 16. Vtque B C ad C G, ita sit quædam I ad K; & vt C D ad C E, ita K ad L, hoc est rationes laterum sint continuatæ in tribus terminis I, K, L. Ergo per def. 5. ratio composita ex ratione laterum erit ratio I ad L. Dico vt I ad L, ita esse CA ad C F. Nam vt C B ad C G, hoc est vt I ad K, ita est per primam C A ad C H; & vt C D ad C E, hoc est vt K ad L, ita C H ad C F. ergo ex æqualitate, vt I ad L, ita est CA ad CF.

PROPOS. 24. THEOR. 18.

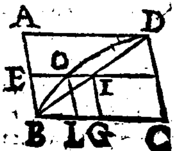
Parallelogramma F G, H E, existentia circa diametrum D B; sunt similia toti A C.



SVnt enim æquiangula quia habent communes angulos ad B & D. vide Schol. 34 primi. Deinde per 4. huius vt B A ad A D, ita eſt B G ad G I. item vt B A ad B D, ita B G ad B I, vt autem B D ad B C. ita eſt B I ad B F. ergo ex æquo, vt B A ad B C, ita eſt B G ad B I. Eodemque modo demonſtrantur reliqua latera circa reliquos angulos eſſe proportionalia.

PROPOS. 26. THEOR. 19.

Parallelogramma ſimilia A C, E G; exiſtant ad communem angulum B: Dico eadẽ exiſtere circa communem diametrum B I D.

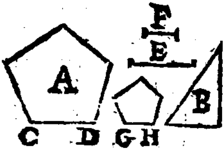


SI enim diameter ſecaret E I, in alio puncto O. Eſſet etiam parallelogrammum L E, ſimile ipſi A C, per præcedentem, vtque B A ad A D, hoc eſt, vt B E ad E I, ita eſſet B E ad E O. & ideo per 9. quinti E I, E O, eſſent æquales.

PROPOS. 25. PROBL. 7.

Dato rectilineo A; conſtruere aliud ſimile, & alteri B, æquale.

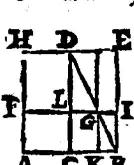
PEr vltimam ſecundi ipſis A, B, fiant æqualia quadrata, quorum latera ſint E, F; & vt



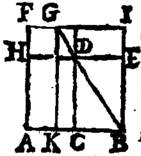
& vt E ad F, sic fiat C D ad G H; & super GH fiat per 18. figura similis A, dico ipsam æqualem esse figuræ B. Nam per 22. vt quadratum E, ad quadratum F, hoc est, vt A ad B, ita est idem A, ad simile rectilineum ipsius G H. Ergo per 9. quinti G H, & B, sunt æqualia.

PROPOS. 27. THEOR. 20.

Super A C semissem totius A B, applicatum sit parallelogrammum A D, ita vt à toto A E deficiat parallelogrammo C E, quod semper est æquale & simile ipsi A D. Deinde ad quoduis aliud segmentum A K, sit applicatum aliud parallelogrammum A G ita deficiens, vt defectus sit parallelogrammum K I, simile ipsi C E, hoc est circa communem diametrum B G D: Dico A G minus esse parallelogrammo A D.



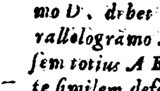
QVando punctũ K est inter C, B, tunc parallelogrammum L H, quod per 36. primi est æquale L E, maius est quã G C: quia L E maius est quàm G E, & G E, G C, sunt complementa æqualia per 43. primi. Addito ergo L A, erit A D, maius A G.



Quando vero punctum K, est inter A,C; tunc D F, D I sunt æqualia, quia sunt super æqualibus basibus, & DI,DK, æqualia, quia sunt compleméta. ergo & D F, D K, sunt æqualia, & G H minus D K; adiectoque communi K H; totum A G, minus toto A D.

PROPOS. 28. PROBL. 8.

Ad datam A B applicare parallelogrammum A I deficiens, & æquale rectilineo C; ita vt defectus P N, sit similis parallelogrammo D. debet autem C non esse maius parallelogramo A F applicato ad A E, semissem totius A B, & defectum E G, habente similem defectui P N, vel D iuxta præcedentem.



Differentia inter A F, vel E G, & C sit O, ipsique O sit æquale L K, & simile ipsi D, vel E G; sintque L K, E G, circa communem angulum E F G. ideoque per 26. circa communem diametrum B I F. Dico A I, cuius defectus est P N, similis D, esse æquale ipsi C.

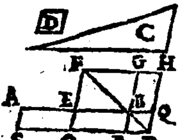
Quoniam enim C & O, hoc est, C & L K, æquantur ipsi E G, necesse est gnomonem K N P L, æquari ipsi C. Sed gnomoni æquale

est

est A I; vt patet, si æqualibus A L, E N, addantur æqualia complementa E I, I G. ergo A I, est æquale ipsi C.

PROPOS. 29. PROBL. 9.

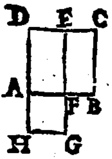
Ad datam rectam A B, dato rectilineo C, applicare parallelogrammum æquale, cum excessu simili ipsi D.



Secta A B, bifariam in E, fiant circa communem angulum F, E G, O H, similia ipsi D & E G, sit applicatũ ad E B & O H, sit æquale ipsi E G, & C, simul, hac enim ratione gnomon E R Q G, erit æqualis eidem C. Sed gnomoni æquale est S Q vt patet si æqualibus A O, O B, seu æqualibus A O, B H, addatur commune O Q. Ergo S Q, excedens parallelogrammo R Q, simili D, est æquale rectilineo C.

PROPOS. 30. PROBL. 10.

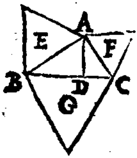
Rectam A B, secare ratione media & extrema.



Ad A D, latus quadrati A B C D, applicetur per 29. eidem quadrato æquale rectangulum D G, ita vt excessus sit quadratum A G. Ablato enim communi A E, remanebit F C, æquale quadrato A G, & per 14. erit vt B C, seu AB, ad A H, ita AH hoc est A F ad F B.

PROPOS. 31. THEOR. 21.

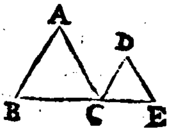
In triangulo A B C sit rectus A; & E, F, G, sint rectilinea similia: Dico E, F, simul, æqualia esse ipsi G.



DEmissâ enim perpendiculari A D, fiunt B C, C A, C D; necnon B C, B A, B D continuè proportionales per coroll. 8. & per coroll. 19. & 20. vt C D ad B C, ita erit F ad G. item vt B D ad eandem B C, ita E ad idem rectilineum G. Ergo per 24. quinti, vt C D, B D simul, ad BC, ita erunt F, E simul ad G. sed C D, B D, æquantur ipsi B C. ergo etiam F, E, adæquant G.

PROPOS. 32. THEOR. 22.

Vt A B ad A C, ita sit D C ad DE; & A B, D C, sint parallelæ, & similiter A C, DE; & C punctum sit commune: Dico B C, C D. esse in directum.

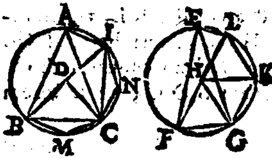


QVoniam enim circa angulos A, D, qui sunt æquales eidem A C D, per 29. primi, latera sunt

sunt proportionalia, sequitur per 6. angulum B, æqualem esse D C E. Additis ergo A & A C D. erit A C E, æqualis duobus A, B. Sicut ergo A, B cum A C B, sunt æquales duobus rectis per 32. primi: ita erunt etiam duo A C E, A C B. & ideo B C, C D, erunt vna recta per 14. eiusdem.

PROPOS. 33. THEOR. 23.

In æqualibus circulis, tam anguli B A C, F E G, ad peripheriam, quam B D C, F H G, ad centra: necnon sectores B D C, F H G eandem habent rationem quam peripheriæ B C, F G.



ARcus B C I, sit vtcunque multiplex ipsius B C, & F G K L multiplex ipsius F G. Cum igitur anguli insistentes æqualibus peripherijs sint æquales; tam erunt multiplices anguli B D C, C D I ipsius B D C, quam est arcus B C I multiplex peripheriæ B C: & similiter anguli F H G, G H K, K H L, & arcus F G K L, erũt æquemultiplices anguli F H G, & arcus F G. Et quando arcus B C I, est æqualis, maior, vel minor arcu F G K L; erunt etiam anguli B D C, C D I, æquales, maiores, vel minores angulis F H G, G H K, K H L.

& ideo per 6. defin. quinti, erit vt arcus BC, ad F G, ita angulus B D C, ad F H G : immo & angulus BAC, ad angulum F E G; eo quod sint semisses angulorum B D C, F H G, per 20. tertij.

Pro sectoribus fiant anguli B M C, C N I: qui sunt æquales, quia insistũt æqualibus peripherijs, quas abscindunt æquales, arcus BC. C I. Vnde per 24. tertij segmenta B M C, C N I, sunt æqualia. sunt autem & triangula B D C, C D I, æqualia, propter æqualitatem laterum. Ergo & sectores BDCM, CDIN. Eruntque prædicti sectores, & arcus B C I, æquemultiplices sectoris B D C M, & arcus B C. Et eodem modo erunt sectores F H G, G H K, K H L, & arcus F G K L, æquemultiplices sectoris F H G, & peripheriæ F G. Et idcirco rursus per 6. defin quinti, vt B C, ad F G, ita erit sector B D C, ad sectorem F H G.

Coroll. 1. Hinc manifestum est, sic esse sectorem ad sectorem, vt est angulus ad angulum.

Coroll. 2. Item vt est angulus ad centrum circuli ad quatuor rectos, ita peripheria anguli, ad totam circumferentiam.

De

De reliquis libris.

IN prioribus sex libris versata est Euclidis opera circa lineas, angulos, & figuras planas. Aggressurus autem figuras solidas, cum videret earum tractationem indigere lineis commensurabilibus, & incommensurabilibus, & hæ supponerent cognitionem numerorum: idcirco libro 7. 8. & 9. præmittit nonnullas affectiones numerorum, & in 10. agit de lineis commensurabilibus, & incommensurabilibus. & tandem in 11. aggreditur solida. & in 12. & 13. prosequitur quinque corpora regularia diligentius, & in particulari. De quibus etiam agunt 14. & 15. qui attribuuntur Hypsicli Alexandrino, & 16. quem addidit Franciscus Flussata.

Ego hîc consulto omitto corpora regularia, & ea solum ex 11. attingo quæ propriè sunt Elementa Solidorum.

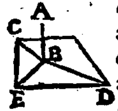
EX LIBRO VNDECIMO.

DEFINITIONES.

1 SOlidum est quod trinam dimensionem habet, secundum longitudinem, latitudinem, & profunditatem.

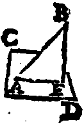
2 Solidi extremum est superficies.

3 Linea recta A B, recta est, seu perpendicularis ad planum CD, cum ad omnes rectas B C, B D, B E concurrentes in eodem plano ad B, recta est, & perpendicularis.



4 Planum A B, rectum est ad planum C D; cum omnes O H, I K, quæ in plano A B, sunt perpendiculares ad communem sectionem B E, rectæ sunt ad planum C D.

5 Angulus inclinationis, quo recta A B, inclinatur ad planum C D, est angulus B A E, quam BA, facit cum A E, ducta per punctum



ctum E, in quod cadit perpendicularis B E.

6 

Plani A B, inclinati ad planum C D; inclinationis angulus eſt F G H, cum G F, G H, ſunt perpendiculares ad communem interſectionē E B.

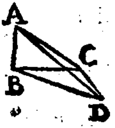
7 Planum ad planum dicitur inclinatum ſimiliter, cum dicti inclinationum anguli fuerint æquales.

8 Parallela plana ſunt quæ non poſſunt concurrere.

9 Similes ſolidæ figuræ ſunt, quæ ſimilibus, & multitudine æqualibus planis continentur.

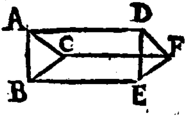
10 Similes, & æquales ſunt, quæ planis ſimilibus, & multitudine, magnitudineque æqualibus continentur.

11 Solidus angulus eſt inclinatio plurium linearum non in eodem plano concurrentium; & ideo continetur pluribus angulis planis, quàm duobus. Qualem conſtituunt tres lineæ A B, A C, A D ad concurſum A, & tres anguli plani B A D, D A C, C A B.



12 Pyramis eſt figura ſolida, v.g. A B C D E, quæ continetur planis A B C D, D A E, A E B, B E C, C E D, ab vno plano A B C D, conſtituta ad vnum punctum E.

13 Priſma eſt figura ſolida planis contenta; quorum



quorum duo aduerſa A B C, D E F, ſunt æqualia, ſimilia, & parallela: reliqua vero B E F C; F C A D; A D E B; parallelogramma.

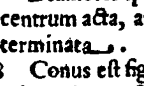
14 Sphæra eſt tale ſolidum, quale intelligitur formari à ſemicirculo circa diametrum fixam, integrè reuoluto.

15 Axis eſt illa diameter fixa.

16 Centrum ſphæræ, eſt idem quod ſemicirculi circumducti.

17 Diameter ſphæræ, eſt quæuis linea per centrum acta, atque ad ſphæræ ſuperficiem terminata.

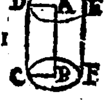
18 Conus eſt figura ſolida, qualem format triangulum rectangulum A B C, cum circulus A B, in ſeipſum integrè reuoluitur. eſtque



orthogonius quando latera A B, B C, ſunt æqualia, amblygonius, quando B C, maius eſt, quàm A B. & oxygonius, quando minus.

Ab Apollonio in conicis traditur alia coni definitio vniuerſalior.

20 Baſis coni, eſt circulus quem in reuolutione deſcribit B C. Superficies coni, quam deſcribit A C; & A, eſt vertex coni.



21 Cylindrus eſt figura ſolida formata à parallelogrammo rectangulo

gulo v. g. A B C D, circa A B, integrè reuoluto.

22 Axis, est ipsa A B, manens.

23 Bases sunt circuli descripti à lateribus A D, B C. reliquum autem C D, describit superficiem cylindricam.

24 Similes coni, & cylindri, sunt quorum axes & daimetri basium sunt proportionales.

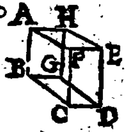
25 Cubus est figura solida sub sex quadratis æqualibus contenta.

26 Tetraedrum, quæ sub quatuor triangulis æquilateris, & æqualibus continetur.

27 Octaedrum, quæ sub octo triangulis æqualibus, & æquilateris.

28 Dodecaedrum, quæ sub 12. pentagonis æqualibus, & æquilateris.

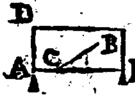
29 Icosaedrum, quæ sub 20. triangulis æqualibus, & æquilateris.

30 

Parallelepipedum, est figura solida sex figuris quadrilateris contenta, ita vt aduersæ sint parallelæ.

PROPOS. 1. THEOR. 1.

Si lineæ rectæ pars v. g. A C existat in plano D F; reliqua C B, non existit in sublimi.



SI enim C B esset in sublimi, tota recta A C B non attingeret superficiem D F; ergo

ergo non esset plana. iuxta defin. 7. primi secundum Heronem.

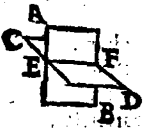
PROPOS. 2. THEOR. 2.

Rectæ AB, CD, se mutuo secantes in E, & similiter omne triangulum; existunt in vno plano.

DVcatur BD, & circa DC, intelligatur circumduci planum; quo transeunte per B, erunt DB, EC, in eodem plano cum CD. ergo &c.

PROPOS. 3. THEOR. 3.

Duorum planorum AB, CD, communis sectio EF; est linea recta.

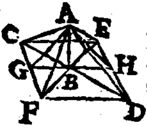


PVncta enim E, F, sunt cōmunia, ergo & recta EF. debet enim EF, per defin. 7. primi extendi tam per planũ AB, quàm CD.

PROPOS. 4. THEOR. 4.

Si recta AB, duabus CD, EF, perpendiculariter insistat ad concursum B: erit AB, ad planum CEDF, recta.

FIat BC, æqualis BD, & BF, æqualis BE; nectanturque FC, ED; & ductâ GBH vtcunque per B, nectantur AF, AG, AC,



AC, AE, AH, AD. Eritque primo F C, æqualis E D, & angulus B F C, angulo B E D per 4. primi; quia circa æquales angulos ad verticem B, latera B C, B F sunt æqualia lateribus B D, B E.

2. Latera B G, G F, sunt æqualia lateribus B H, H E, per 26 primi, quia B F, B E, sunt æquales, & adiacent angulis æqualibus.

3. A C, A D, sunt æquales, per 4. primi; quia circa rectos ad B, A B, B C, sunt æquales A B, B D. & simili argumento sunt æquales A F, A E.

4. Angulus A F C, est æqualis AE D, per 8. primi; quia A F, F C sunt æquales A E, E D, & basis A C, basi A D.

5. A G, A H, sunt æquales per 4. primi; quia circa æquales angulos A F G, A E H, sunt latera lateribus æqualia.

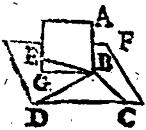
6. Per 8, primi anguli A B G, A B H sunt æquales & recti, quia A B, B G sunt æquales A B, B H, & basis A G, basi A H.

Eodemque modo demonstratur eandem A B perpendicularem esse ad quascunque alias G B H.

PROPOS. 5. THEOR. 5.

Recta A B, insistat tribus B C, B D, B E, ad angulos rectos: Dico omnes tres in vno plano esse.

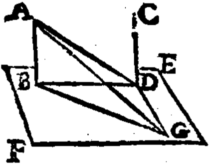
Si



SI enim B E non est in plano D F, in quo sunt B D, B C; erit saltem in eodem cum recta AB, nempe in A G, quod cum F D, intelligatur facere communem sectionem B G. Quoniam igitur A B, recta est ad planum F D, per 4. huius; erit eadem A B, etiam perpendicularis ad B G, per defin. 3. atque ita anguli A B G, A B E, recti erunt & æquales quod est absurdum.

PROPOS. 6. THEOR. 6.

Rectæ A B, C D, sint rectæ ad planum E F: Dico ipsas esse parallelas.

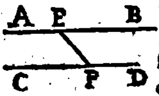


IVngantur AD, BD, & in plano E F, recta D G, sit perpendicularis ad B D, & æqualis A B; nectanturque B G, A G. Eritque primo B G, æqualis A D, per 4. primi; quia circa rectos B, D, sunt B D, B A, æquales B D, D G. secundo B G, B A sunt æquales A D, D G, & basis A G est communis; ergo angulus AD G est æqualis A B G. Sed hic est rectus per defin. 3. ergo & ille, & quia per eandem defin. 3. eadem G D est quoque recta ad C D. Erit igitur eadem D G, recta ad tres B D, A D, D C. & ideo per præcedentem eædem tres

tres sunt in vno plano. Sed & A B, est in eodem cum B D, D G plano, ergo etiam A B, C D, sunt in vno plano, & propter rectos A B D, C D B, sunt per 29. primi parallelæ.

PROPOS. 7. THEOR. 7.

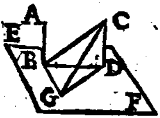
Parallelas A B, C D, nectat vtcunque E F: Dico omnes tres esse in vno plano.



NAm A B, C D, sunt in eodem plano per defin. 34. primi, & E F, in eodem per 7. defin. secundum Heronem.

PROPOS. 8. THEOR. 8.

Rectæ A B, C D, sint parallelæ, & C D sit recta ad planum E F: Dico etiam A B rectam esse ad planum E F.



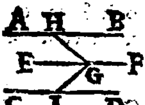
COnstructio est similis sextæ. hoc est B G fit perpendicularis ad B D, & æqualis CD, &c. Quoniam igitur circa rectos C D B, G B D, B D, D C, sunt æquales D B, B G; erit basis B C, æqualis GD, per 4. primi. & quia rursus D C, D G, sunt æquales C B, B G, & C G, communis; erit per 8. primi C B G, æqualis recto C D G. Atque ita G B, erit perpendicularis ad duas B D, B C; ideoque per 4. recta ad planum

C B D,

C B D. & quia in eodem existit A B, erit recta A B, perpendicularis ad B G, per defin. 3. Est autem eadem A B, etiam recta ad B D; ergo per 4. recta est ad planum G B D. hoc est ad planum E F.

PROPOS. 9. THEOR. 9.

Quæ eidem sunt parallelæ etiam si sint in diuersis planis; sunt nihilominus parallelæ inter se.



QVando A B, C D, sunt parallelæ eidem E F, & omnes in eodem plano, iam propositio est demonstrata ad 30. primi. Hic ergo AB, EF, sint in vno, & C D, E F, in alio plano: & GH, G I, sint perpendiculares ad E F. eritque per 4. E F recta ad planum H G I. & quia A B, C D, sunt eidem E F, parallelæ; erunt etiam A B, C D, ad idem planum rectæ, per 8. & per 6. parallelæ inter se.

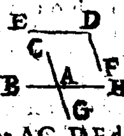
PROPOS. 10. THEOR. 10.

Rectæ A B, A C, concurrentes in A, sint parallelæ rectis D E, D F, concurrentibus in D: Dico angulos B A C, E D F, esse æquales, vel æquiualere duobus rectis.

IN priori figura A B, A C, & D E, E F sunt parallelæ, & similiter positæ: item A H, A G, sunt parallelæ eisdem D B, E F; sed

sed non similiter positæ, quia A H, A G, sunt sursum, & D E, D F deorsum: Dico in vtroque casu angulos B A C, H A G æquales esse angulo B D F. Quando AH, AG

non sunt similiter positæ, erunt saltem protractæ similiter positæ, quales sunt A B, A C, quarum illa fiat æqualis D E, & hæc æqualis D F; nectanturque reliquæ lineæ: ex quibus B E, C F, erunt eidem A D parallelæ, & æquales per 33. primi; & ideo æquales & parallelæ inter se; & quia easdem coniungunt rectæ B C, E F erunt etiam per eandem 33. B C, E F æquales, & parallelæ. Et quia in triangulis BAC, EDF, præter bases B C, E F æqualia sunt latera A B, AC, lateribus D E, DF; erit per 8. primi angulus B A C, necnon H A G, æqualis angulo E D F.



In posteriore figura rectæ AB, AH, sunt iterum parallelæ rectæ D E; & A C, AG, parallelæ rectæ D F, & quidem AB, D E positæ sunt similiter, at AC, D F dissimiliter; est enim D F, deorsum, at AC sursum: item AG, D E, sunt positæ similiter, sed AH est ad dextram puncti A, & D E, ad sinistram puncti D; Dico in hoc casu tam angulum BAC, quàm HAG, constituere angulos duobus rectis æquales, cũ DEF. Productâ enim C A, quæ nõ est similiter posita cum D F, fit etiam A G, similiter posita. &

ideo

ideo per demonstrata in prioribus casibus angulus BAG, est æqualis angulo E D F; adiectoque communi BAC, fiunt duo BAC, BAG æquales duobus BAC, E D F, illi autem duo sunt æquales duobus rectis, per 13. primi: ergo etiam isti duo sunt æquales duob. rectis. idemque demonstratur eodem modo de duobus angulis E D F, HAG.

PROPOS. 11. PROBL. 1.

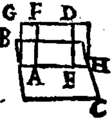
A puncto A, in sublimi, ad planum B C, perpendicularem ducere.

IN plano BC, ducatur quæuis DE, in quam ex A, demittatur perpendicularis A F, per 12. primi; & G F H sit perpendicularis ad eandem D E in plano B C, & in hac cadat alia perpendicularis ex A, nempe A I: dico ipsam esse rectam ad planum B C Sit enim K I L parallela D E, sicut ergo D F, recta est ad planum A F I, per 4. ita erit quoque K I L, per 8. hoc est angulus A I L, erit rectus. Est autem & A I H, rectus. ergo per 4. A I, est recta ad planum B C, in quo existunt G H, K I.

PROPOS. 12. PROBL. 2.

Ad datum planum B C, à puncto A, perpendicularem excitare.

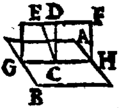
Ex



EX alio puncto D, demittatur perpendicularis per præcedentem nempe D E; & per E, A, ducatur H A; & in plano D E A, ducatur per A, ipsi D E, parallela A F: eritque AF, recta ad B C, per 8.

PROPOS. 13. THEOR. 11.

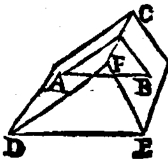
Ex puncto C, vna tantum linea est perpendicularis ad planum A B.



SI enim essent duæ CD, C E; essent parallelæ per 6. quod est absurdum, quia cõcurrunt in C.

PROPOS. 14. THEOR. 12.

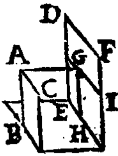
Eadem A B sit recta ad duo plana C D, C E: Dico eadem plana esse parallela.



NAm si concurrunt, & in communi sectione F C, sumatur quoduis punctum L, nectanturque A L, B L: Erunt in triangulo A B L, duo anguli LAB, LBA, per defin. 3. recti, contra 17. primi.

PROPOS. 15. THEOR. 13.

In plano B C, rectæ A B, A C, sint parallelæ rectis D E, D F, in alio plano F E: Dico ipsa plana esse parallela.



EX A, ducatur in planum E F, perpendicularis A G, per 11. & per G ducantur G H, G I, parallelæ D E, D F, quæ per 9. erunt quoque parallelæ AB, AC: & ideo per 29. primi, anguli G A B, A G H erunt duobus rectis æquales. & quia A G H rectus est, erit & GAB, rectus. immo & GAC, AG I, erunt similiter recti; ideoque eadem A G erit ad vtrumque planum recta, & per præcedentem BAC, E D F, erunt plana parallela.

PROPOS. 16. THEOR. 14.

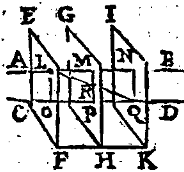
Si duo plana parallela A B, C D, secentur plano E E: communes sectiones E H, G F, erunt parallelæ.

SI enim concurrerent v. g. in I; concurrerent etiam ipsa plana, quod est contra hypothesim.

PRO-

PROPOS. 17. THEOR. 15.

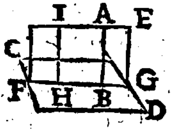
Si duæ lineæ A B, C D, secentur planis parallelis E F, G H, I K, in L, M, N; & O, P, Q; secabuntur similiter.



IVngatur L Q, occurrens plano G H in R, à quo ad M, & P, ducantur R M, R P; eritque per præcedentem R M, parallela N Q, & R P parallela L O; & ideo per 2. sexti vt L R, ad R Q, ita erit tam L M, ad M N, quàm O P, ad P Q, &c.

PROPOS. 18. THEOR. 16.

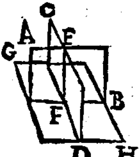
Sit A B, recta ad planum C D: Dico omnia plana per A B, ducta esse recta ad planum C D.



PEr A B, sit ductum planum E F, faciens cum C D, communem sectionem G B F, & H I, sit parallela A B, in plano A B F: quæ per 8. erit quoque recta ad planum C D; & ita de omnibus alijs rectis H I. ergo per defin. 4. planum E F, rectum est ad C D.

PROPOS. 19. THEOR. 17.

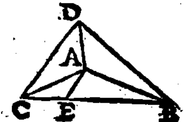
Si plana A B, C D, sint recta ad planum G H: erit quoque eorundem communis sectio E F, ad idem planum recta.



QVæ enim educitur in plano A B, perpendicularis ad D F, ea est recta ad planum G H per defin. 4. & similiter ea, quæ educitur ex eodem puncto F, perpendicular ter super B F, in plano C D, est recta ad idem planum G H. Ergo per 11. F E, F E sunt vna linea, hoc est, communis sectio F E, erit ad G H, recta.

PROPOS. 20. THEOR. 18.

Angulus solidus A, contineatur tribus angulis planis B A C, C A D, D A B: Dico quoslibet duos esse reliquo maiores.



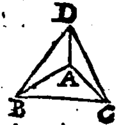
QVando omnes tres sunt æquales, manifesta est propositio. quando duo sunt æquales, & tertius minor; similiter. quando vero BAC est maximus probatur reliquos BAD, CAD esse ipso maiores hoc modo. Fiat BAE æqualis BAD, & A E æqualis AD; Et ducta vtcunque B E C iungantur B D, C D. Eruntque B E, E D,

æqua-

æquales per 4. primi. Duo [illegible] D B, D C, sunt per 20. primi [illegible] B C; demptis ergo æqualibus B D, [illegible] manebit C D, maior C E, & angulus D A C, erit maior CAE, per 24. primi, quia CA, AD, sunt æquales CA, AE, & basis C D, maior basi C E. Quare DAC, DAB, simul sunt maiores CAE, EAB; hoc est, toto BAC.

PROPOS. 21. THEOR. 19.

Omnes anguli plani continentes angulum solidum, simul sumpti: sunt minores quatuor rectis.



SOlidus A, contineatur primo tribus planis angulis B A C, C A D, D A B. Ductis ergo B C, C D, D B; erunt tres anguli solidi ad puncta B, C, D; & duo plani anguli A B C, A B D, erunt per præcedentem maiores tertio C B D; & ita de reliquis: *ita vt* sex anguli ABC, ABD, ACB, ACD, ADB, ADC, sint maiores tribus CBD, BDC, DCB, hoc est, maioris duobus rectis. Dicti autem sex anguli vna cum tribus ad A, sunt æquales *6.* rectis, per 32. primi. demptis ergo *6.* illis qui sunt maiores duobus rectis, remanebunt isti tres ad verticem A, minores quatuor rectis.

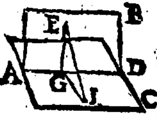
Secundo contineatur solidus A quinque angulis planis: eruntque omnes quinque in pentagono B C D E F per 32. primi *6.* rectis

 æqua-

...ctes, & 10. anguli A B C, A B F, A C B, A C D, ADC, ADE, &c. erunt sex rectis maiores, sicut in præcedenti demonstratione. Omnes autem 10. vna cum 5. angulis ad A, sunt 10. rectis æquales. sublatis ergo 10. illis qui sunt maiores sex rectis, remanebant 5. ad A, minores quatuor rectis. & ita de alijs.

PROPOS. 38. THEOR. 33.

Planum A B, sit rectum ad planum A C, & ex puncto E plani A B, in planum A C, cadat perpendicularis E G: Dico E, esse ad communem sectionem A D.

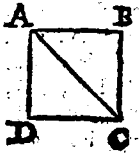


SI minus, sit alia perpendicularis E I, & I G, sit perpendicularis ad A D, ideoque per 4. defin. recta ad planum A B, & perpendicularis ad E G, in triangulo igitur E G I erunt duo recti E G I, E I G; quod est contra 17. primi.

PRO-

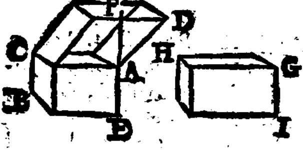
PROPOSITIONES ALIAE ex ijsdem Elementis depromptæ, quarum demonstrationes, hoc compendium Clauio relinquit.

EX X.



PRopos. 117. In quadratis diameter & latus sũt lineę incommensurabiles. Hoc est proportio diametri A C, ad latus A B, nullà ratione potest exhiberi numeris; Nulla enim datur earundem rectarum AC, A B, mensura communis.

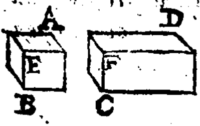
EX XI.



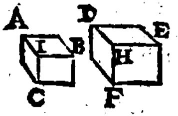
PRopos. 29. 30. & 31. Solida parallelepipeda super eadẽ, vel super ęqualibus basibus constituta & in eadem altitudine; sunt æqualia.

Talia sunt parallelepipeda A B, C D habentia communem basim A C, & æquales altitudines A E, A F.

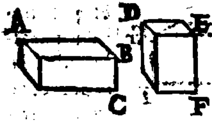
Item parallelepipeda A B, H I, habentia æquales bases A C, G H, & æquales altitudines A E, G I.



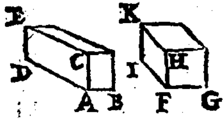
Propos. 32. Solida parallelepipeda A B, C D, sub eadem vel æquali altitudine B E, C F, inter se sunt vt basis A E, ad basim D F.



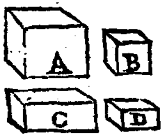
Propos. 33. Similia solida parallelepipeda, v. g. A B C, D E F, in quibus tria plana A B, B C, C A, circa angulum solidum I, sunt similia tribus planis D E, E F, F D, circa angulum solidum H, æqualem ipsi I, sunt in triplicata ratione laterum homologorum qualia sunt C I, F H. Hoc est si ratio C I, ad F H, continuetur vsque ad quartum terminum, vt primus ad quartum ita erit parallelepipedum A B C, ad parallelepipedum D E F.



Propos. 34. Aequalium parallelepipedorum A B C, D E F, bases & altitudines reciprocantur. Hoc est vt basis A B, ad basim D E; ita est altitudo E F, ad altitudinem B C. Et vice versa si vt A B, ad D E, ita est E F, ad B C, parallelepipeda sunt æqualia.



[illegible] parallelepip[illegible] circa angulum [illegible] A, tria latera A B, A C, A D, sint continuè proportionalia : & in parallelepipedo G K, circa angulum F æqualem ipsi A, omnia tria latera F G, F H, F I, sint æqualia mediæ proportionali AC, erunt parallelepipeda D E, G K, æqualia.



Propos. 37. Si fuerit vt recta A ad B, ita C ad D. fuerintque parallelepipeda A, B inter se similia; & parallelepipeda C, D inter se similia, erit quoque vt parallelepipedum A ad B, ita C ad D, & vice versa.

EX XII.

Propos. 1. Quæ in circulis polygona similia, inter se sunt vt à diametris quadrata.

Propos. 2. Circuli inter se sunt vt à diametris quadrata.

Propos. 5. & 6. Eiusdem altitudinis Pyramides tam Triangulares, quàm Polygonæ: inter se sunt, vt bases.

Propos. 8. Similes pyramides sunt in triplicata rõe laterum homologorum, vt dictum est Prop. 33. vndecimi de parallelepipedis.

.. A equalium pyramidũ recipro-
cantur bases, & altera.

Propos. 10. Conus tertia pars est Cylindri eiusdem basis, & altitudinis.

Propos. 11. Tam Coni, quàm Cylindri eiusdem altitudinis, inter se sunt vt bases.

Propos. 12. Tam Coni, quàm Cylindri similes, sunt in triplicata ratione diametrorum.

Propos. 15 Tam Conorum quàm Cylindrorum æqualium reciprocantur altitudines & bases.

Propos. 16. Sphæræ sunt in triplicata ratione diametrorum.

ELEN-

ELENCHVS PROPOSITIONVM SEX LIBRORVM EVCLIDIS

Sicut habentur apud Clauium.

PROPOSITIONES Libri Primi.

1 SVper data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.

2 Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, de maiore æqualem minori rectam lineam detrahere.

4 Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrumque vtrique, habeant vero & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum: Et basim basi æqualem habebunt; eritque triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales

... , vterque vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

5 Isoscelium triangulorum, qui ad basim sunt, anguli inter se sunt æquales: Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt, anguli inter se æquales erunt.

6 Si trianguli duo anguli æquales inter se fuerint: Et sub æqualibus angulis subtensa latera æqualia inter se erunt.

7 Super eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales, vtraque vtrique, non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos cum duabus initio ductis rectis lineis habentes.

8 Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus, vtrumque vtrique, æqualia; habuerint vero & basim basi æqualem: Angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.

9 Datum angulum rectilineum bifariam secare.

10 Datam rectam lineam finitam bifariam secare.

11 Data recta linea, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

12 Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto, quod in ea non est, perpendicularem rectam deducere.

13 Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos facit: Aut duos rectos, aut

aut duobus rectis æquales efficiet.

14 Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ eos, qui sunt deinceps, angulos duobus rectis æquales fecerint: in directum erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.

15 Si duæ rectæ lineæ se mutuo secuerint, angulos ad verticem æquales inter se efficient.

16 Cuiuscunque trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno, & opposito maior est.

17. Cuiuscunque trianguli duo anguli [illegible]bus rectis sunt minor[illegible], [illegible] sumpti.

18 Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.

19 Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.

20 Omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta.

21 Si super trianguli vno latere, ab extremitatibus duæ rectæ lineæ interius constitutæ fuerint: hæ constitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem vero angulum continebunt.

22 Ex tribus rectis lineis, quæ sint tribus datis rectis lineis æquales, triangulum constituere. Oportet autem duas reliqua esse maiores omnifariam sumptas: quoniam vniuscuiusque trianguli duo latera

contrariam sumpta reliquo sunt maiora.

23 Ad datam rectam lineam, datumque in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

24 Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrumque vtrique, angulum vero angulo maiorem sub æqualibus rectis lineis contentum: Et basim basi maiorem habebunt.

25 Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrumque vtrique, basim vero basi maiorem: Et angulum sub æqualibus rectis lineis contentum angulo maiorem habebunt.

26 Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrumque vtrique, vnumque latus vni lateri æquale, siue quod æqualibus adiacet angulis, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur: Et reliqua latera reliquis lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

27 Si in duas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos æquales inter se fecerit: Parallelæ erunt inter se illæ rectæ lineæ.

28 Si in duas rectas lineas recta incidens linea externum angulum interno, & opposito, & ad easdem partes, æqualem fecerit, aut internos, & ad easdem partes duobus rectis æquales: Parallelæ erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.

29 In parallelas rectas lineas recta incidens linea: Et alternatim angulos inter se æquales efficit; & externum interno, & opposito,& ad easdem partes æqualem; & internos, & ad easdem partes, duobus rectis æquales facit.

30 Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ, & inter se sunt parallelæ.

31 A dato puncto, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.

32 Cuiuscunque trianguli vno latere producto, externus angulus duobus internis, & oppositis est æqualis: Et trianguli tres interni anguli duobus sunt rectis æquales.

33 Rectæ lineæ quæ æquales, & parallelas lineas ad partes easdem coniungunt: Et ipsæ æquales, & parallelæ sunt.

34 Parallelogrammorum spatiorum æqualia sunt inter se, quæ ex aduerso & latera,& anguli: Atque illa bifariam secat diameter.

35 Parallelogramma super eadem basi,& in eisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

36 Parallelogramma super æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

37 Triangula super eadem basi constituta, & in eisdẽ parallelis, inter se sunt ęqualia.

38 Triangula super æqualibus basibus constituta, & in eisdem parallelis, inter se sunt æqualia.

39 Triangula æqualia super eadem basi, &

ad

ad easdem partes constituta in eisdem sunt parallelis.

40 Triangula æqualia super æqualibus basibus, & ad easdem partes constituta: in eisdem sunt parallelis.

41 Si parallelogrammum cum triangulo eandem basim habuerit, in eisdemque fuerit parallelis: Duplum erit parallelogrammum ipsius trianguli.

42 Dato triangulo æquale parallelogrammum cõstituere in dato angulo rectilineo.

43 In omni parallelogrammo, complementa eorum, quæ circa diametrum sunt, parallelogrammorũ, inter se sunt æqualia.

44 Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo rectilineo.

45 Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo.

46 A data recta linea quadratũ describere.

47 In triangulis rectangulis, quadratum, quod à latere rectum angulum subtendente describitur, æquale est eis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur, quadratis.

48 Si quadratum, quod ab vno laterũ trianguli describitur, æquale sit eis, quæ à reliquis trianguli lateribus describuntur, quadratis: Angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus est.

PRO-

PROPOSITIONES
Libri Secundi.

1 SI fuerint duæ rectæ lineæ, seceturque ipsarum altera in quotcunque segmenta: Rectangulum comprehensum sub illis duabus rectis lineis, æquale est eis, quæ sub insecta, & quolibet segmentorum comprehenduntur, rectangulis.

2 Si recta linea secta sit vtcunque: Rectangula, quæ sub tota, & quolibet segmentorum comprehenduntur, æqualia sunt ei, quod à tota fit, quadrato.

3 Si recta linea secta sit vtcunque: Rectangulum sub tota, & vno segmentorum comprehensum, æquale est & illi, quod sub segmentis comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à prædicto segmento describitur, quadrato.

4 Si recta linea secta sit vtcunque: Quadratum, quod à tota describitur, æquale est & illis, quæ à segmentis describuntur, quadratis, & ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo.

5 Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia: Rectangulum sub inæqualibus segmentis totius comprehensum, vna cum quadrato, quod ab intermedia sectionum, æquale est ei, quod à dimidia describitur, quadrato.

6 Si

6 Si recta linea bifariam secetur, & illi recta quædam linea in rectum adijciatur; Rectangulum comprehensum sub tota cum adiecta, & adiecta, vna cum quadrato à dimidia æquale est quadrato à linea, quæ tum ex dimidia, tum ex adiecta componitur, tanquam ab vna, descripto.

7 Si recta linea secetur vtcunque; Quod à tota quodque ab vno segmentorum, vtraque simul quadrata, æqualia sunt & illi, quod bis sub tota, & dicto segmento comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à reliquo segmento fit, quadrato.

8 Si recta linea secetur vtcunque: Rectãgulum quater comprehensum sub tota, & vno segmentorum, cum eo, quod à reliquo segmento fit, quadrato, æquale est ei, quod à tota, & dicto segmento, tanquam ab vna linea describitur, quadrato.

9 Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia: Quadrata, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt, simul duplicia sunt & eius, quod à dimidia, & eius quod ab intermedia sectionum fit, quadrati.

10 Si recta linea secetur bifariam, adijciatur autem ei in rectum quæpiam recta linea: Quod à tota cum adiuncta, & quod ab adiuncta, vtraque simul quadrata, duplicia sunt & eius, quod à dimidia, & eius, quod à composita ex dimidia & adiuncta, tanquam ab vna, descriptum fit, quadrati.

11 Datam rectam lineã secare, vt comprehensum

hensum sub tota, & altero segmentorum rectangulum, æquale sit ei, quod a reliquo segmento fit, quadrato.

12 In amblygonijs triangulis, quadratum, quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis, quæ fiunt à lateribus obtusum angulum, comprehendentibus, rectangulo bis comprehenso & ab vno laterum, quæ sunt circa obtusum angulum, in quod, cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab assumpta exterius linea sub perpendiculari prope angulum obtusum.

13 In oxygonijs triangulis, quadratum à latere angulum acutum subtendente, minus est quadratis, quæ fiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenso & ab vno laterum, quæ sunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab assumpta interius linea sub perpendiculari prope acutum angulum.

14 Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

PROPOSITIONES Libri Tertij.

1 DAti circuli centrum reperire.

2 Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint: Recta linea, quæ

quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum cadet.

3 Si in circulo recta quædam linea per cẽtrum extensa, quandam non per centrum extensam bifariam secet: Et ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos eam secet, bifariã quoque eam secabit.

4 Si in circulo duæ rectę lineæ sese mutuo secent non per centrum extensæ: Sese mutuo bifariam non secabunt.

5 Si duo circuli sese mutuo secent, non erit illorum idem centrum.

6 Si duo circuli sese mutuo interius tangant, eorum non erit idem centrum.

7 Si in diametro circuli quodpiam sumatur punctum, quod circuli centrum non sit, ab eoque puncto in circulum quædam rectæ lineæ cadant: Maxima quidem erit ea, in qua centrum; minima vero reliqua; aliarum vero propinquior illi, quæ per centrum ducitur, remotiore semper maior est: Duæ autem solum rectæ lineæ æquales ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ, vel maximæ.

8 Si extra circulum sumatur punctũ quodpiam, ab eoque puncto ad circulum deducantur rectæ quędam lineę, quarum vna quidem per centrum protendatur, reliquę vero vt libet: In cauam peripheriam cadẽtium rectarum linearum maxima quidem est illa, quæ per centrum ducitur; aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum

transit,

transit, remotiore semper maior est: In conuexam vero petipheriam cadētium rectarum linearum minima quidem est illa, quæ inter punctum, & diametrum interponitur; aliarum autem ea, quæ propinquior est minimæ, remotiore semper minor est: Duæ autem tantum rectæ lineæ æquales ab eo puncto in ipsum circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ, vel maximæ.

9 Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadāt plures, quam duæ, rectæ lineæ æquales: Acceptum punctū centrū est ipsius circuli.

10 Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

11 Si duo circuli sese intus contingant, atque accepta fuerint eorum centra: Ad eorum centra adiuncta recta linea, & producta, in contactum circulorum cadet.

12 Si duo circuli sese exterius contingant, linea recta, quæ ad centra eorum adiungitur per contactum transibit.

13 Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quàm vno, siue intus, siue extra tangat.

14 In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro: & quę ęqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

15 In circulo maxima quidem linea est diameter; aliarum autem propinquior centro, remotiore semper maior.

16 Quæ ab extremitate diametri cuiusque

circuli

circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadet; & in locum inter ipsam rectam lineam & peripheriam cōprehensum, altera recta linea non cadet: Et semicirculi quidem angulus, quouis angulo acuto rectilineo maior est; reliquus autem minor.

17 A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.

18 Si circulum tangat recta quępiam linea, à centro autem ad contactum adiungatur recta quædã linea: quæ adiuncta fuerit, ad ipsam contingentem perpendicularis erit.

19 Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à contactu autem recta linea ad angulos rectos ipsi tangenti excitetur: In excitata erit centrum circuli.

20 In circulo, angulus ad centrum duplex est anguli, ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria basis angulorum.

21 In circulo, qui in eodem segmento sunt, anguli sunt inter se æquales.

22 Quadrilaterorum in circulis descriptorum anguli, qui ex aduerso, duobus rectis sunt æquales.

23 Super eadem rectá linea, duo segmenta circulorum similia, & inæqualia, non constituentur ad easdem partes.

24 Super ęqualibus rectis lineis, similia circulorum segmenta sunt inter se æqualia.

25 Circuli segmento dato, describere circulum, cuius est segmentum.

26 In æqualibus circulis, æquales anguli æqualibus peripherijs insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant.

27 In æqualibus circulis, anguli, qui æqualibus peripherijs insistunt, sunt inter se æquales, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant.

28 In æqualibus circulis, æquales rectæ lineæ equales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori.

29 In æqualibus circulis, æquales peripherias, æquales rectæ lineæ subtendunt.

30 Datam peripheriam bifariam secare.

31 In circulo angulus, qui in semicirculo, rectus est: qui autem in maiore segmento, minor recto: qui vero in minore segmẽto, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

32 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum secans: Anguli, quos ad cõtingentem facit, æquales sunt ijs, qui in alternis circuli segmentis consistunt, angulis.

33 Super data recta linea describere segmentum circuli, quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

34 A dato circulo segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

35 Si in circulo duæ rectę lineæ sese mutuo secuerint, rectangulum comprehensum sub segmen-

segmentis vnius, æqualis erit ei, quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur, rectangulo.

36 Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum ſecet, altera vero tangat: Quod ſub tota ſecante, & exterius inter punctum, & conuexam peripheriam aſſumpta comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente deſcribitur, quadrato.

37 Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, âb eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum ſecet, altera in eum incidat, ſit autem, quod ſub tota ſecante, & exterius inter punctum & conuexam peripheriam aſſumpta, comprehenditur rectangulum, æquale ei, quod ab incidente deſcribitur quadrato; Incidens ipſa circulum tanget.

PROPOSITIONES *Libri Quarti.*

1 IN dato circulo rectam lineam accommodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro non ſit maior.

2 In dato circulo triangulum deſcribere dato triangulo æquiangulum.

3 Circa datum circulum triangulum deſcribere dato triangulo æquiangulum.

4 In

4 In dato triangulo circulum inſcribere.

5 Circa datum triangulum circulum deſcribere.

6 In dato circulo quadratum deſcribere.

7 Circa datum circulum quadratum deſcribere.

8 In dato quadrato circulum deſcribere.

9 Circa datum quadratum circulum deſcribere.

10 Iſoſceles triangulum conſtituere, quod habeat vtrumque eorum, qui ad baſim ſunt angulorum, duplum reliqui.

11 In dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inſcribere.

12 Circa datum circulum pentagonũ equilaterum, & æquiangulum deſcribere.

13 In dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inſcribere.

14 Circa datum pentagonum equilaterum, & æquiangulum circulum deſcribere.

15 In dato circulo hexagonum, & æquilaterum, & æquiangulum inſcribere.

16 In dato circulo quintidecagonum, & æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.

PROPOSITIONES Libri Quinti.

1 SI ſint quotcũque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum, æquemultiplices: quam

quam multiplex sit vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt, & omnes omnium.

2 Si prima secundæ æque fuerit multiplex, atque tertia quartæ; fuerit autem & quinta secundæ æquemultiplex, atque sexta quartæ: Erit & composita prima cum quinta, secundæ æquemultiplex, atque tertia cum sexta, quartæ.

3 Si sit prima secundæ æquemultiplex, atque tertia quartæ; sumantur autem æquemultiplices primæ, & tertiæ: Erit & ex æquo sumptarum vtraque vtriusque æquemultiplex, altera quidem secundæ, altera autem quartæ.

4 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: Etiam æquemultiplices primæ & tertię, ad æquemultiplices secundę & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumptæ fuerint.

5 Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, atque ablata ablatæ: Etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.

6 Si duæ magnitudines duarum magnitudinum sint æque multiplices, & detractæ quædam sint earundem æquemultiplices. Et reliquæ eisdem aut æquales sunt, aut æque ipsarum multiplices.

7 Aequales ad eandem, eandem habent rationem: Et eadem ad æquales.

8 In-

8 Inæqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quam minor: Et eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales sunt inter se: Et ad quas eadem eandem habet rationem, eæ quoque sunt inter se æquales.

10 Ad eandem magnitudinem rationem habentium, quæ maiorem rationem habet, illa maior est; Ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

11 Quę eidem sunt eædem rationes, & inter se sunt eædem.

12 Si sint magnitudines quotcunque proportionales: quemadmodum se habuerit vna antecedentium ad vnam consequentiũ, ita se habebunt omnes antecedentes ad omnes consequentes.

13 Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; tertia vero ad quartam, maiorem rationem habuerit, quàm quinta ad sextam. Prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.

14 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem quàm tertia ad quartam; prima vero, quàm tertia, maior fuerit; Erit & secunda maior, quàm quarta. Quod si prima fuerit æqualis tertiæ, erit & secunda æqualis quartæ: Si vero minor, & minor erit.

15 Partes cum pariter multiplicibus in eadem sunt ratione, si prout sibi mutuo respondent, ita sumantur.

16 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint; Et vicissim proportionales erunt.

17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt.

18 Si diuisæ magnitudines sint proportionales; hæ quoque compositæ proportionales erunt.

19 Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum se habuerit ad ablatum: Et reliquum ad reliquum, vt totum ad totum, se habebit.

20 Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur; ex æquo autem prima quam tertia, maior fuerit; Erit & quarta quam sexta, maior. Quod si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ: Sin illa minor, hæc quoque minor erit.

21 Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur, fueritque perturbata earum proportio; ex æquo autem prima, quam tertia maior fuerit; Erit & quarta, quam sexta, maior. Quod si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextę: sin illa minor, hæc quoque minor erit.

22 Si sint quotcunque magnitudines, & aliæ ipsis

ipsis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione sumantur: Et ex æqualitate in eadem ratione erunt.

23 Si sint tres magnitudines, aliæque ipsis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata earum proportio: Etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

24 Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; habuerit autem & quinta ad secundam eandem rationem, quam sexta ad quartam: Etiam composita prima cum quinta, ad secundam, eandem habebit rationem, quam tertia cum sexta, ad quartam.

25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: Maxima & minima reliquis duabus maiores erunt.

26 Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem, quam tertia ad quartam: habebit conuertendo secunda ad primam minorem proportionem, quàm quarta ad tertiam.

27 Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem, quàm tertia ad quartam: Habebit quoque vicissim prima ad tertiam maiorem proportionem, quàm secunda ad quartam.

28 Si prima ad secundam habuerit maiorem proportionem, quàm tertia ad quartam. Habebit quoque composita prima cum secunda, ad secundam, maiorem proportio-

portionem, quam composita tertia cum quarta, ad quartam.

29 Si composita prima cum secunda ad secundam maiorem habuerit proportionem, quàm composita tertia cum quarta, ad quartam: Habebit quoque diuidendo prima ad secundam, maiorem proportionem, quàm tertia ad quartam.

30 Si composita prima cum secunda ad secundam habuerit maiorem proportionem, quàm composita tertia cũ quarta ad quartam: Habebit per conuersionem rationis, prima cũ secunda ad primam, minorẽ proportionẽ, quàm tertia cum quarta ad tertiã.

31 Si sint tres magnitudines, & alia ipsis æquales numero, sitque maior proportio primæ priorum ad secundam, quam primę posteriorum ad secundam: Item secundæ priorum ad tertiam maior, quàm secundæ posteriorum ad tertiam: Erit quoque ex æqualitate, maior proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ posteriorum ad tertiam.

32 Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, sitque maior proportio primæ priorum ad secundam, quàm secundæ posteriorum ad tertiam; Item secundæ priorum ad tertiam maior, quàm primæ posteriorum ad secundam: Erit quoque ex æqualitate, maior proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ posteriorum ad tertiam.

33 Si

33 Si fuerit maior proportio totius ad totum, quàm ablati ad ablatum: Erit & reliqui ad reliquum maior proportio, quàm totius ad totum.

34 Si sint quotcunque magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, sitque maior proportio primæ priorum ad primam posteriorum, quam secundæ ad secundam; & hæc maior, quàm tertiæ ad tertiam, & sic deinceps: Habebunt omnes priores simul ad omnes posteriores simul, maiorem proportionem, quàm omnes priores, relicta prima, ad omnes posteriores, relicta quoque prima; minorem autem, quàm prima priorum ad primam posteriorum, maiorem denique etiam, quàm vltima priorum ad vltimam posteriorum.

PROPOSITIONES Libri Sexti.

1 Triangula & parallelogramma, quorum eadem fuerit altitudo, ita se habent inter se, vt bases.

2 Si ad vnum trianguli latus parallela ducta fuerit recta quædam linea: hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint; quæ ad sectiones adiuncta fuerit recta linea, erit ad reliquum ipsius trianguli latus parallela.

3 Si trianguli angulus bifariam sectus sit, secans autem angulum recta linea secuerit & basin: Basis segmenta eandem habebunt rationem quàm reliqua ipsius trianguli latera. Et si basis segmenta eandem habeãt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera: Recta linea, quæ à vertice ad sectionem producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum.

4 Aequiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & homologa sunt latera, quæ æqualibus angulis subtenduntur.

5 Si duo triangula latera proportionalia habeant: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, sub quibus homologa latera subtenduntur.

6 Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula, æqualesque habebunt angulos, sub quibus homologa latera subtenduntur.

7 Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, circum autem alios angulos latera proportionalia habeant; reliquorum vero simul vtrumque aut minorem, aut non minorem recto: Aequiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, circum quos proportionalia sunt latera.

8 Si in triangulo rectangulo ab angulo recto

cto in basin perpendicularis ducta sit: Quę ad perpendicularem triangula tum toti triangulo, tum ipsa inter se similia sunt.

9 A data recta linea imperatam partem auferre.

10 Datam rectam lineam insectam similiter secare; vt data altera recta secta fuerit.

11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem adinuenire.

12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinuenire.

14 Aequalium, & vnum vni æqualem habentium angulum, parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorũ vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.

15 Aequalium, & vnum vni æqualem habentium angulum, triangulorum, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum triangulorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.

16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquale est ei, quod sub medijs comprehenditur, rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum

æquale

ęquale fuerit ei, quod sub medijs continetur rectangulo: illę quatuor rectę lineę proportionales erunt.

18 Si tres rectæ lineæ sint proportionales: quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquale est ei, quod à media describitur, quadrato. Et si sub extremis comprehensum rectangulũ æquale sit ei, quod à media describitur, quadrato: illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

18 A data recta linea dato rectilineo, simile similiterque positum rectilineum describere.

19 Similia triangula inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.

20 Similia polygona in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis: Et polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

21 Quæ eidem rectilineo sunt similia; & inter se sunt similia.

22 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: Et ab eis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erunt. Et si à rectis lineis similia similiterque descripta rectilinea, proportionalia fuerint; ipsæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.

23 Aequiangula parallelogramma inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur.

24 In omni parallelogrammo, quæ circa dia-

diametrum sunt, parallelogramma & toti, & inter se sunt similia.

25 Dato rectilineo simile similiterque positum, & alteri dato æquale idem constituere.

26 Si à parallelogrammo parallelogrammum ablatum sit & simile toti, & similiter positum, communem cum eo habens angulum: hoc circum eandem cum toto diametrum consistit.

27 Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam lineam applicatorum, deficientiumque figuris parallelogrammis similibus similiterque positis ei, quod à dimidia describitur: maximum id est, quod ad dimidiam applicatur, parallelogrammum simile existens defectui.

28 Ad datam lineam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ similis sit alteri parallelogrãmo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, non maius esse eo, quod ad dimidiam applicatur, cum similes fuerint defectus & eius, quod ad dimidiam applicatur, & eius, cui simile deesse debet.

29 Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare excedens figura parallelogramma, quæ similis sit parallelogrammo alteri dato.

30 Propositam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione secare.

31 In

31 In rectangulis triangulis, figura quæuis à latere rectum angulum subtendente descripta, æqualis est figuris, quæ priori illi similes, & similiter positæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur.

32 Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, secundum vnum angulum composita fuerint, ita vt homologa eorum latera sint etiam parallela: tum reliqua illorum triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

33 In æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem cum peripherijs, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Insuper vero & sectores, quippe qui ad centra consistunt.

FINIS.

Errata Correcta

Pag.	Lin.	Errata	Correcta
8	2	& æqualis	est æqualis
9	14	C B E.	C B D.
13	14	duobue	duobus
16	26	A D E.	A D B.
18	16	adiactaque	adiectaque
19		*In figura* Prop. 22. ducantur rectæ HE, HF,	
21	10	æquale	æqualem
23	24	B G A	B G L
26	11	D C B	C B D
27	7	erant	erunt
28	6	ijdemque	eædemque
31	13	E G H	F G H
32	1	Sic	Sit
	3	pro	per
	18	A B	A B C D
50	15	angulus	qualis est angulus
56	11	maior A F H	maior est A F H
63	20	B A	B D
64	13	punctum B	punctum D
65	7	angulis	anguli
71	22	in maiore	in maiore segmēto
72	30	ipsam	ipsum
73	26	æquales	æqualis
81	23	L & F	L & E
86	29	16. & vndecimæ	6. & vndecimæ
92	26	erit 4.	erit per 4.
	30	totius D,	totius D, & FD est æqualis F B.
95	12	æquæmultipliciū	æquemultiplicium
96	14	its & C.	ita est C.
101	10	vt ablata	& ablata
105	24	Ita vt	ita est
118	13	ad E F G.	ad F F H
119	15	proportionatæ	proportionales
120	1	Eademque	Item
134		*In figura* Prop. 3. pro F. ponatur E	
138	14	C G.	C G A.
144	16	per 14.	per 15.
	31	roem	rationem
154	25	peripheria	peripheriam

Errata *Correcta*

Pag.	*Lin.*		
163	2	DG.	DA.
165	30	DEF.	EDF.
167	*In figura* Prop. 14. *in linea* FC. *deest* litera L.		
182	6	eadem	eandem