ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΤΩΝ ΠΕΝΤΕ ΚΑΙ ΔΕΚΑ ΣΤΟΙ-
ΧΕΙΩΝ ΕΚ ΤΩΝ ΤΟΥ ΘΕΩΝΟΣ
συνουσιῶν τὸ δεύτερον.

Καὶ

ΒΑΡΛΑΑΜ ΜΟΝΑΧΟΥ ΑΡΙΘΜΗ-
τικὴ ἀπόδειξις τῶν γραμμικῶς ἐν τῷ
δευτέρῳ τῶν στοιχείων ἀπο-
δειχθέντων.

Id eſt,

EVCLIDIS QVINDECIM
elementorum Geometriæ ſecundũ: ex
Theonis commentarijs
Græcè, & Latinè.

Item,

Barlaam monachi Arithmetica demonſtra-
tio eorum, quæ in ſecundo libro elementorum
ſunt in lineis & figuris planis
demonſtrata.

Item,

Octo propoſitiones Stereometricæ, eiusdem cum præ-
cedentibus argumenti. Per Cunradum Da-
ſypodium, *ſcholæ Argentinen-*
ſis Profeſſorem.

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI, ET DOMINO, DOMINO NICOLAO CHRISTOPHERO RADZIVVIL, DVCI OLICÆ ET NIESVVISI, COMITI IN SCHIDLOVVIEZ, &c. PRÆCLAræ indolis, & optimæ ſpei Principi, ac Domino ſuo clementiſs: S. D.

Cunradus Daſypodius.

MENSE Aprili, Illuſtriſs: princeps, in lucem emiſi primum Euclidis Librum, cum perbreuibus meis ſcholijs, quibus ad percipiẽda Geometriæ elementa, harum diſciplinarum ſtudioſis viam pręparare, & aperire volui: memini etiam me tum promiſiſſe editionem ſecundi libri, vnà cum alijs quibuſdam ſcriptis: quod quidẽ nunc facere paratus ſum: non tan tum, vt ſi forſan aliquib. animus ſit diligentius aliquanto, & exactius velle Geometricas demonſtrationes cognoſcere, atq; perſpicere: noſtra qualicunq; adiuti opera, habeant in quo animum delectare ſuum, ſeq́; exercere poſſint: ſed & vt duo hi libri eiusdē doctrinæ, & inſtitutionis non ſeiungantur. Euclides enim propoſitione penultima libri primi quadrata laterum trianguli orthogonij examinauit: & tandem quam in primo inſtituerat libro doctrinam, ſub finem ſecundi de quadratis laterum triangulorum amblygoniorum, & oxygoniorum perficit, & abſoluit: ita vt vnus potius liber dici poſsit, quàm duo

duo diſtincti libri. Quia verò διαίρεσις com̃une eſt σύμπτωμα Geometriæ, & Arithmeticæ, idcirco demonſtrationibus Geometricis Arithmeticas, & ob ſimilitudinem cognationemq́ octo ſtereometricas propoſitiones adiunxi: quas Geometriæ ſtudioſis, maximo adiumento, & in difficilioribus quæſtionibus explicandis valde neceſſarias fore puto. quia non tantum differentias harum diſciplinarum diligenter inſpicere oportet: ſed & ipſarum cognitionem obſeruare. geometra nominat ὀρθογώνιον, figuram quæ duabus lineis rectis, angulum rectum continentibus, repræſentatur: arithmeticus verò ἐπίπεδον ἀριθμόν,

numerum, qui fit ex multiplica-
tione duorum numerorum in ſe.
vnde licet videre rectangulum,
ſuperficiem rectangulam, paral-
lelogrammon rectangulum, mul
tiplicationem, numerum planũ,
productum quod fit ex multipli-
catione unius numeri in alterum,
eandem habere ſignificationem.
ſicut Stereometra etiam habet
παραλληλεπίπεδον ὀρθογώνιον eiuſdem
cum præcedentibus naturæ. eo-
dem modo τετράγωνον, τετράγωνος ἀ-
ριθμὸς, κύβος, κύβος ἀριθμὸς, eandem
quidem & ſimilem habent vim:
ſed nõ eiusdem ſcientię ſunt ſub-
iecta. hæc, & ſimilia ſi obſeruen-
tur, et natura eorum acuratius in-
ueſtigetur, multum poſſunt ado-
leſcen-

leſcentum erudire ingenia: ſi vi-
deant, quæ omnibus mathemati-
cis ſcientijs ſint cõmunia, de qui-
bus in noſtris ſcholijs: quæ verò
non quidem omnibus, ſed aliqui-
bus: eorumq́ duo eſſe genera, vel
enim, vt res exemplo fiat manife-
ſtior, ex Geometria petita ad A-
rithmeticam applicantur: vel e-
contra ex arithmeticis illis demõ-
ſtrationibus tranſlata ſunt ad geo
metriam: deniq; quòd nonnulla
vniuſcuiusque ſcientiæ ſint pro-
pria. Hæc inquam, & his cogna-
ta, niſi quis diligenter perpendat,
& quæ quibus conueniant, quæ-
ue diſcrepent, aut ex quibus, quo-
modoue facta ſit demonſtratio,
non animaduertat: meritò ἀγεωμέ-

τεχνίτης dici poteſt, ſicuti & ille, qui οἰκονομίαν mathematicarũ ſcientiarũ non obſeruat, dum quæ con-genda ſunt, diſiungit, quæ diuer-ſa ſunt, aut in ſpecie tantum ſimi-lia, vnum congerit in locum: de-niq; is, qui, quæ diuerſarum ſunt ſcientiarum, vni attribuit ſcien-tiæ: aliaq; præcepta Geometra-rum negligit. Veteres certè ma-thematici, ſummo ſtudio in id in-cubuerunt, vt ſingula ſuo expli-carent loco, vt per conceſſa, & af-firmata demonſtrarent inſequen-tia: vt nihil pro certo, vero, & af-firmato reciperent, niſi cuius na-tura, ſubſtantiaq;, aut accidens a-liquod, per ſe manifeſtum eſſet, aut aliqua eius vera & certa alla-ta eſtæesset demonstratio. Itaq; qui se in his rectè & benè exercebunt, non tantum harum scientiarum sibi comparabunt cognitionem: sed & animum informabunt suum: vt eò etiam prudentiores iuxta Platonis, aliorumq; Philosophorum sententiam sint futuri: & in rebus benè gerendis instructiores: quando Geometrarum more, omnibus ponderatis, & ad amussim examinatis, id quod honestum & iustum, verumq; est, à turpi, iniquo, atq; falso discernēt. monemus igitur eos, qui Philosophorum scripta legere, animū acri & prudenti iuditio imbuere, mores benè & rectè informare cupiunt: hęc geometrica non ne-

gligant ſtudia: neq́ propter ſteri-
litatem, quæ prima fronte in his
apparet, ſe deterreri patiantur:
aut in ipſo curſu langueſcant: ſi-
quidem maior fructus, maiorq́
vtilitas ex his percipitur, quàm la
bores, quibus cognitio harum re
rum comparatur, ſint æſtimandi.
Imitandi potius nobis ſunt He-
bræi, Ægyptij, Græci, Latini, qui-
bus hæc ſtudia cordi fuere. Poſt-
quam enim à primis parentibus
Adamo, Setho, Noëo hæc fue-
runt poſteris tradita, & ab ipſo
Abrahamo, cæterisq́ Hebræis
Ægypti ſacerdotibus relicta: tan-
dem factum fuit, vt Græcorum,
& Latinorum Thaletis, Pytha-
goræ, Platonis, Ariſtotelis, Ar-
chime-

chimedis, reliquorumq; Philo-
ſophorum hęc facta ſint Gymna-
ſia: deniq; inſequentibus tempo-
ribus adeò vulgata fuerunt, vt in
his doctis Arithmeticorum aba-
cis, & in hoc erudito Geometra-
rum puluere, non ſolum pueri ha
rum artium & diſciplinarum ſtu-
dioſi exercerẽtur: ſed & opifices,
vt Pictores, Statuarij, Architecti
hæc optime ſcirent, & intellige-
rent. Dolendum itaq;, imò maxi-
me dolendum, quod hinc ab ali-
quot ſeculis adeo obſcurata, adeo
neglecta iacuerint excellentiſſ:
harum diſciplinarum ſtudia: aut
quod maius eſt, in tanta omnium
linguarum & artium luce, à mul-
tis hoc noſtro tempore, non dico

imperitis, sed doctis viris contemnantur, vt non modò pueris & opificibus hæc non amplius sint nota, sed viris humanioribus literis optimè imbutis: qui vt cæteri sibi persuadent, non alium fructum harum esse scientiarum, quàm vt puerorum exacuantur ingenia: nec prosint, nisi dum percipiuntur, deinceps verò nullum amplius habeant vsum. cuius sanè opinionis falsæ, & erroris culpam, non in scientias ipsas, sed potius in hominum ignauiam, & ignorantiã transferre debemus. quæ quidem latius, & clarius, si tempus locusq; pateretur, demõstrare possemus: sed cum neq; instituti sit nostri, de scientiarum mathe-

mathematicarum dignitate, & vtilitate verba facere: neque ea, quæ à multis fuſius tradita ſunt, repetere: finem his faciam: hæc mihi dum mei inſtituti rationem redderem, & quid potiſsimum traderem, explicarem, occurrebant. Fateor hæc non eſſe magna, neq; vllius ingenij, aut induſtriæ: ſed tamen non ingrata futura ſpero: neq; indigna patrocinio aliquo: & cum à multis hoc factitatum ſit, vt eum ſuorum laborum pàtronum eſſe velint: & ſub eius titulo atq; nomine ſua in lucem exire, qui patrocinari & velit, & poſsit: deniq; quem intelligunt eas artes, quas exercent: eaq; ſtudia, quibus ipſi incumbunt,

bunt amare, fouere, conseruare, aliosq́ʒ ad ea persequenda excitare: volui I. T. C. hos meos qualescunqʒ labores dedicare, quòd I. T. C. talem esse perceperim, qualem patronum sibi solent deligere, qui, vt dictum est, aliquid in publicum emittunt. Itaqʒ vnicè I. T. C. oro, vt his meis studiis patrocinari dignetur: quod si ab I. T. C. hoc impetraro, multum, imò magni quippiam me consequutum fuisse arbitrabor. Cætera viris syncero & æquo iuditio præditis dijudicanda committo: mihiq́ʒ satis erit ijs, quorũ instinctu, & voluntate hæc in publicum emitto, placuisse: & in studiosorum gratiam aliquid fecisse.

cisse. His me, meaq́ꝫ studia I. T. C. commendo: neq́ꝫ dubito quin etiam illa I. T. C. non ingrata sint futura. Calend: Iunij. Anno 1564.

I. T. C. deditiss:

Cunradus Dasypodius.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν, σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὅσα δήποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν· ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Ἔκθεσις.) Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ α, βγ, καὶ τετμήσθω ἡ βγ, ὡς ἔτυχε κατὰ τὰ δ, ε, σημεῖα. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ

ὑπό τε

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

DEFINITIONES.

OMne parallelogrammum rectāgulum contineri dicitur duabus lineis rectis, quæ angulum vnum rectum comprehendunt.

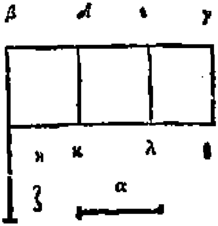
In omni verò parallelogrammo vnum ex illis, quæ circa diametrum sunt parallelogrā-mis quodcunq; id fuerit, cum duobus supplementis, nominetur gnomon.

PROPOSITIONES.

Propositio prima. Theorema.

DAtis duabus lineis rectis, quarū altera in quotcunq; partes sit secta; erit rectangulum, quod duæ illæ rectæ lineæ continent: æquale ijs rectangulis, quæ continentur ea linea, quæ secta non est, & omnibus alterius lineæ segmentis.

Explicatio dati.) *Sint duæ lineæ rectæ α, βγ, & secetur recta βγ, vt libuerit, in punctis δ, & ε.* (*Explicatio quæsiti.*) *Dico quòd rectangulum contentum rectis α,* ὑπό τε τῶν α, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α, δε, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν α, εγ. (Κατασκευή.) Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ β, τῇ βγ πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἡ βζ· καὶ κείσθω τῇ α ἴση ἡ βη· καὶ διὰ τοῦ η, τῇ βγ παράλληλος ἤχθω ἡ



ηθ· διὰ δὲ τῶν δ, ε, γ, τῇ βη παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δκ, ελ, γθ. (Ἀπόδειξις.) Ἴσον δή ἐστι τὸ βθ, τοῖς βκ, δλ, εθ. καὶ ἔστι τὸ μὲν βθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ ηβ, βγ. ἴση δὲ ἡ βη, τῇ α, τὸ δὲ βκ τὸ ὑπὸ τῶν α, βδ. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βδ. ἴση δὲ ἡ βη, τῇ α, τὸ δὲ δλ, τὸ ὑπὸ τῶν α, δε. ἴση γὰρ ἡ δκ, τουτέστιν ἡ βη, τῇ α. καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ εθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, εγ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α, βγ· ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν α βδ· καὶ τῷ ὑπὸ α, δε, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ α, εγ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα· τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν,

ἴσον

$\beta\gamma$: æquale sit rectangulis, quæ continentur rectis α, $\beta\delta$: & α, $\delta\varepsilon$, denique α & $\varepsilon\gamma$. (Delineatio.) Ducatur enim, & fiat ad punctũ β lineæ $\beta\gamma$ ad angulos rectos linea recta $\beta\zeta$: deinde rectæ α, fiat æqualis recta $\beta\eta$: atq; per punctum η, rectæ $\beta\gamma$ ducatur æquedistans recta $\eta\theta$: deniq; per puncta δ, ε, γ, rectæ $\beta\eta$ ducantur æquedistantes rectæ $\delta\kappa$, $\varepsilon\lambda$, $\gamma\theta$. (Demonstratio.) Rectangulum igitur $\beta\theta$, est æquale rectangulis $\beta\kappa$, $\delta\lambda$, $\varepsilon\theta$. verum rectangulum $\beta\theta$, est quod continetur rectis α, $\beta\gamma$. quia continetur rectis $\eta\beta$, $\beta\gamma$. sed recta $\beta\eta$, est æqualis rectæ α. $\beta\kappa$ autem rectangulum continetur rectis α, $\beta\delta$: quia rectis $\eta\beta$, $\beta\delta$ comprehenditur: & $\beta\eta$ est æqualis α. rectangulum etiam $\delta\lambda$, continetur rectis α, $\delta\varepsilon$: cum $\delta\kappa$, hoc est, $\beta\eta$ sit æqualis α lineæ rectæ. deniq; eodem modo rectangulum $\varepsilon\theta$, est id quod continetur rectis α, $\varepsilon\gamma$. Quare rectangulum contentum rectis α, $\beta\gamma$, est æquale rectangulis cõtentis rectis α, $\beta\delta$: & α, $\delta\varepsilon$: deniq; α, & $\varepsilon\gamma$. (Conclusio.) Si igitur datis duabus rectis, altera earũ in quotcunq; partes secetur: rectan-

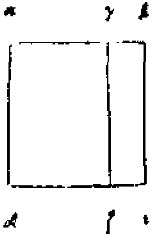
 gulum

ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις β. θεώρημα.

ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια: ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε, κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν βα, αγ περιεχομένου ὀρθογωνίου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, τὸ αδεβ: καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ, ὁποτέρᾳ τῶν αδ, βε παράλληλος ἡ γζ. (Ἀπόδειξις.) Ἴσον δὴ τὸ αε, τοῖς αζ, γε. καὶ ἐστι τὸ μὲν αε, τὸ ἀπὸ τοις αβ τετράγωνον: τὸ δὲ αζ τὸ ὑπὸ τῶν βα, αγ περιε-



χόμενον

gulum quod duæ illæ lineæ rectæ continent, est æquale rectangulis, quæ linea non secta, & quouis segmento continentur. quod erat demonstrandum.

Propositio II. Theorema.

SI recta linea vtcunque secta fuerit: rectangula quæ à tota & vtroque segmentorum continentur, sunt æqualia quadrato à tota illa linea descripto.

Explicatio dati.) Sit enim linea recta $\alpha\beta$ vtcunque secta in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ contentum, cum rectangulo rectis $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ contento, sit æquale quadrato à linea recta $\alpha\beta$ descripto. (Delineatio.) Describatur à linea recta $\alpha\beta$, quadratum $\alpha\beta$, $\delta\epsilon$, & per punctum γ ducatur vtrique $\alpha\delta$, $\beta\epsilon$, æquedistans recta $\gamma\zeta$. (Demonstratio.) Est igitur rectangulum $\alpha\epsilon$, æquale rectangulis $\alpha\zeta$, $\gamma\epsilon$. sed rectangulum $\alpha\epsilon$, est quadratum à linea recta $\alpha\beta$ descriptum: rectangulum verò $\alpha\zeta$, est id quod continetur rectis $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$. quia rectis

 $\delta\alpha$, $\alpha\gamma$

χόμενον ὀρθογώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν δα, αγ. ἴση δὲ ἡ αδ, τῇ αβ: τὸ δὲ γε, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ. ἴση γὰρ ἡ βε τῇ αβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βα, αγ, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αβ, βγ ἴσον ἐστί, τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε: τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια: ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις γ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε: τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον τὸ γδβε: καὶ ἤχθω ἡ εδ

ἐπὶ

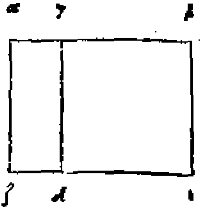
δα, αγ continetur. & αδ est æqualis rectæ αε: & rectangulum γε est quod continetur rectis αβ, βγ. quoniam βε æqualis est rectæ αβ. Quare rectangulum lineis εα, αγ contentum, cum rectangulo rectis αε, βγ contento: est æquale quadrato à recta αβ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta quædam vtcunque fuerit secta: rectangula quæ à tota, & vnoquoque segmento continentur, sunt æqualia quadrato à tota linea recta descripto. Id quod erat demonstrandum.

Propositio III. Theorema.

SI linea quædam recta vtcunque fuerit secta: rectangulum tota linea recta, & vno segmento contentum: est æquale rectangulo ipsis segmentis contento, & quadrato à prædicto segmento descripto.

Explicatio dati.) Recta enim αβ, secetur vtcunque in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quòd rectangulum lineis αβ, βγ contentum, æquale sit rectangulo αγ, γβ rectis contento, atque quadrato à recta βγ descripto. (Delineatio.) Describatur à recta βγ, quadratum γδβε: & ducatur rectæ εδ ad pun-

ἐπὶ τὸ ζ· καὶ διὰ τοῦ α ὁποτέρᾳ τῶν γδ, βε παράλληλος ἤχθω ἡ αζ. (Ἀπόδειξις.) Ἴσον δή ἐστι τὸ αε, τοῖς αδ, γε. καὶ ἐστι τὸ μὲν αε, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν αβ, βε. ἴση δὲ ἡ βε, τῇ βγ, τὸ δὲ αδ, τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ δγ, τῇ γβ. τὸ δὲ δβ, τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστι τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Πρότασις δ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ

ἀπὸ

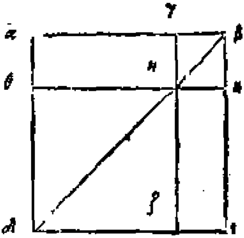
ctum vsque ζ: denique vtrique γδ, βε, per punctum α, ducatur æquedistans recta αζ. (Demonstratio.) Rectangulum igitur αε, est æquale rectangulis αδ, γε: atque rectangulum αε, est id quod continetur rectis αβ, βγ: quia rectis αβ, βε cõtinetur: sed βε æqualis est rectæ βγ: rectangulum etiam αδ, continetur rectis αγ, γβ: quia recta δγ, est æqualis rectæ γβ, & rectangulum δβ, est quadratum à γβ recta descriptum. Quare rectangulum quod αβ, βγ rectis continetur: est æquale rectangulo αγ, γβ rectis contento, cum quadrato à recta γβ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea secta vtcunque fuerit: rectangulum quod tota linea recta, & vno segmentorum continetur: est æquale rectangulis ipsis segmentis contento, atque quadrato à prædicto segmento descripto. Quod erat demonstrandum.

Propositio IIII. Theorema.

SI recta linea secta fuerit vtcunque,

ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἔσται τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αδεβ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βδ: καὶ διὰ μὲν τοῦ γ, ὁποτέρα τῶν αδ, εβ παράλληλος ἤχθω ἡ γζ: διὰ δὲ τοῦ η, ὁποτέρα τῶν αβ, δε, παράλληλος ἤχθω ἡ θκ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ γζ, τῇ αδ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ βδ: ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ βηγ: ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ αδβ. ἀλλ᾽ ἡ ὑπὸ αδβ, τῇ ὑπὸ αβδ ἐστὶν ἴση: ἐπεὶ καὶ



πλευquadratum à tota linea recta descriptum, erit æquale quadratis segmentorum, & rectangulo quod bis ipsis continetur segmentis.

Explicatio dati.) Recta enim linea aβ, secetur vtcunque in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadratum à recta linea aβ descriptum: æquale sit quadratis à lineis rectis aγ, γβ descriptis, & rectangulo quod bis continetur rectis aγ, γβ. (Delineatio.) A recta linea aβ describatur quadratum aδεβ: & fiat linea βδ: atque per punctum γ, vtrique lineæ rectæ aδ, εβ ducatur æquedistans recta γζ: præterea per punctum η, vtrique lineæ aβ, δε, ducatur æquedistans recta θκ. (Demonstratio.) Quoniam recta γζ, æquedistat rectæ aδ: & in eas incidit recta βδ: angulus igitur βηγ externus: æqualis est angulo aδβ interno sibi opposito: sed angulus aδβ, est æqualis angulo aβδ: quia & latus aβ, la-

πλευρὰ ἡ αβ τῇ αδ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ γηβ ἄρα γωνία, τῇ ὑπὸ ηβγ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ, πλευρᾷ τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ γβ, τῇ ηκ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ γη, τῇ κβ, καὶ ἡ ηκ ἄρα, τῇ κβ ἐστὶν ἴση. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γηκβ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ γη, τῇ βκ: καὶ εἰς αὐτὰς ἐνέπεσεν ἡ γβ: αἱ ἄρα ὑπὸ κβγ, ηγβ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ κβγ, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ηγβ. ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον, αἱ ὑπὸ γηκ, ηκβ ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ γηκβ: ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ, καί ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ τὸ θζ τετράγωνόν ἐστι, καί ἐστιν ἀπὸ τῆς θη: τοῦτ' ἔστιν ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα θζ, γκ τετράγωνα, ἀπὸ τῶν αγ, γβ εἰσί. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη τῷ ηε, καί ἐστι τὸ αη, τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ ηγ, τῇ γβ. καὶ τὸ ηε ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἐστὶ δὲ καὶ τὰ θζ, γκ τετράγωνα, ἀπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ θζ, γκ,

αη, ηε,

$\alpha\beta$, lateri $\alpha\delta$ est æquale. quare & angulus $\gamma\eta\beta$, angulo $\eta\beta\gamma$ est æqualis, latus etiam $\beta\gamma$, lateri $\gamma\eta$ est æquale. verum latus $\gamma\beta$, etiã est æquale lateri $\eta\kappa$, & $\gamma\eta$ latus lateri $\kappa\beta$. ergo & $\eta\kappa$ latus, lateri $\kappa\beta$ æquale erit. Figura igitur $\gamma\eta\kappa\beta$ est æquilatera. Dico quod etiam sit rectangula: quoniam recta $\gamma\eta$ æquedistat rectæ $\beta\kappa$, & in eas incidit recta $\gamma\beta$: anguli igitur $\kappa\beta\gamma$, $\eta\gamma\beta$ duobus rectis sunt æquales, & idcirco etiam anguli oppositi $\gamma\eta\kappa$, $\eta\kappa\beta$ duo erunt recti. quare $\gamma\eta\kappa\beta$ figura etiam est rectangula: demonstrata verò etiam est æquilatera: quare $\gamma\eta\kappa\beta$ est quadratum, et est à linea $\gamma\beta$ descriptum. Eisdem medijs demonstrabitur quòd $\theta\zeta$ figura, sit quadratum, & est à recta $\theta\eta$ descriptum, hoc est, à recta $\alpha\gamma$. quare quadrata $\theta\zeta$, $\gamma\kappa$ sunt à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ descripta. Quoniam verò rectangulum $\alpha\eta$, æquale est rectangulo $\eta\varepsilon$, & rectangulum $\alpha\eta$ continetur rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. rectángula igitur $\alpha\eta$, $\eta\varepsilon$ sunt æqualia rectangulo, quod bis continetur rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: & $\theta\zeta$, $\gamma\kappa$ quadrata descripta sunt à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. quatuor itaque ista $\theta\zeta$, $\gamma\kappa$,

$\alpha\eta$, $\eta\varepsilon$,

αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τε-
τραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ πε-
ριεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ θζ, γκ, αη,
ηε, ὅλον ἐστὶν τὸ αδεβ, ὅ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς αβ
τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγω-
νον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώ-
νοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχο-
μένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα
εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς
ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμη-
μάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμη-
μάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

Ἑτέρα δεῖξις.

Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετρά-
γωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώ-
νοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ. (Κατασ.) ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς κα-
ταγραφῆς. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βα,
τῇ αδ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβδ, τῇ ὑπὸ
αδβ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου, αἱ τρεῖς γω-
νίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. τοῦ αβδ ἄρα τρι-
γώνου

αη,ηε, æqualia sunt quadratis à rectis αγ, ϐγ descriptis: & rectangulo quod bis continetur rectis αγ,γϐ. sed quatuor ista θζ,γκ,αη, ηε, faciunt totum αδεϐ quadratum à recta linea αβ descriptum. quadratum igitur à linea recta αϐ descriptum, æquale est quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis: & rectangulo quod rectis αγ,γβ bis continetur. (Conclusio.) Si ergo recta linea secta vtcunq; fuerit, quadratum à tota descriptum, æquale est quadratis ab ipsis segmentis descriptis, & rectangulo bis ipsis segmentis contento. Id quod erat demonstrandum.

Alia demonstratio.

Explicatio quæsiti.) Dico q; quadratum à recta linea αϐ descriptū, æquale sit quadratis à rectis αγ,γϐ descriptis, & rectangulo quod αγ, ϐγ rectis bis continetur. (Delin.) Delineatio maneat eadē. (Demonstratio.) Quoniam ϐα recta, æqualis est rectæ αδ: idcirco et angulus αϐδ, angulo αδϐ æqualis est: & cùm in omni triangulo, tres anguli sint æquales duobus rectis: ideo trianguli αϐδ, tres

angu-

γώνου αἱ τρεῖς γωνίαι, αἱ ὑπὸ αβδ, αδβ, βαδ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαδ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αβδ, αδβ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί, καί εἰσιν ἴσαι. ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ αβδ, αδβ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βγη, ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τὸ α. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ γωνία, τῇ ὑπὸ γβη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ, τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν γβ, τῇ κη ἐστὶν ἴση: ἡ δὲ γη, τῇ βκ. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ, ἔχει δὲ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ γβκ γωνίαν. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ, καὶ ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ τὸ ζθ τετράγωνόν ἐστι. καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα γκ, θζ τετράγωνα ἐστι. καὶ ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ, καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τῷ αη τῷ εη: καί ἐστι τὸ αη τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ γη, τῇ γβ: καὶ τὸ εη ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ: ἐστὶ δὲ καὶ τὰ γκ, θζ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ, τὰ ἄρα γκ, θζ, αη, ηε

ἴσα

anguli $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$, $\beta\alpha\delta$ duobus rectis sunt æquales, sed angulus $\beta\alpha\delta$ est rectus: reliqui ergo $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$ vni angulo recto sunt æquales. vterq; igitur angulorum $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$ dimidia est pars recti: sed angulus $\beta\gamma\eta$ est rectus, quia angulo ad α sibi opposito æqualis est: reliquus ergo angulus $\gamma\eta\beta$ dimidia pars recti est. quare angulus $\gamma\eta\beta$, angulo $\gamma\beta\eta$ est æqualis. vnde & latus $\beta\gamma$, lateri $\gamma\eta$ est æquale. sed $\gamma\beta$ latus est æquale lateri $\kappa\eta$: et latus $\gamma\eta$, lateri $\beta\kappa$. erit igitur figura $\gamma\kappa$ æquilatera: sed angulus $\gamma\beta\kappa$ est rectus: figura igitur $\gamma\kappa$ est quadratū, & descriptum est à recta $\gamma\beta$. Iisdē medijs demonstrabitur, quod $\zeta\theta$ sit quadratum: & æquale quadrato, à recta $\alpha\gamma$ descripto. figuræ igitur $\gamma\kappa$, $\theta\zeta$ sunt quadrata: & sunt æqualia quadratis à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ descriptis. Cum autem rectangulum $\alpha\eta$ sit æquale rectāgulo $\eta\epsilon$, & rectangulū $\alpha\eta$ sit illud quod cōtinetur rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: nam $\gamma\eta$ est æqualis rectæ $\gamma\beta$: idcirco & $\epsilon\eta$ rectangulum erit æquale rectangulo $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ rectis cōtento. quare rectāgula $\alpha\eta$, $\eta\epsilon$ sunt æqualia rectāgulo quod $\alpha\gamma$, $\beta\gamma$ rectis ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ: ἀλλὰ τὰ γκ, θζ: καὶ τὰ αη, ηε. ὅλον ἐστὶ τὸ αε, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον. (Συμπέρασμα.) Τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. (Πόρισμα.) Ἐκ δὴ τούτων φανερόν ἐστιν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις: τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, τετράγωνά ἐστι.

Πρότασις ε. θεώρημα.

ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλοις τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ

περιε-

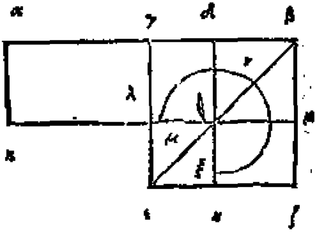
bis continetur: sed figuræ $\gamma\kappa, \theta\zeta$, *sunt æqualia quadratis à rectis* $\alpha\gamma, \gamma\beta$ *descriptis. Hæ igitur quatuor figuræ* $\gamma\kappa, \theta\zeta, \alpha\eta, \eta\epsilon$, *sunt æquales quadratis à rectis* $\alpha\gamma, \gamma\beta$ *descriptis, & rectangulo quod* $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ *rectis bis continetur: verum* $\gamma\kappa, \theta\zeta, \alpha\eta, \eta\epsilon$ *figuræ: constituunt totũ quadratum* $\alpha\epsilon$, *à recta linea* $\alpha\beta$ *descriptum. (Conclusio.) Quadratum igitur à recta linea* $\alpha\beta$ *descriptum; æquale est quadratis à rectis* $\alpha\gamma, \gamma\beta$ *descriptis, et rectãgulo quod rectis* $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ *bis continetur. Id quod demonstrandum erat. (Corollarium.) Ex his manifestum est, quod in quadratis figuris, parallelogramma quæ circa diametron sunt, sint quadrata.*

Propositio V. Theorema.

SI recta linea in æqualia & in inæqualia fuerit secta: rectangulum quod segmentis cõtinetur inæqualibus, cum quadrato quod à linea inter ipsa segmẽta posita describit: æquale est quadrato à dimidia linea descripto.

Explicatio dati.) Recta enim linea $\alpha\beta$, *secetur in partes æquales in puncto* γ, *& in partes inæquales in pũcto* δ. *(Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulũm rectis* $\alpha\delta$, $\delta\beta$

περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον τὸ γεζβ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε, καὶ διὰ μὲν τοῦ δ, ὁποτέρα τῶν γε, βζ παράλληλος ἤχθω ἡ δη.



διὰ δὲ τοῦ θ. ὁποτέρα τῶν γβ, εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ, καὶ πάλιν διὰ τοῦ α, ὁποτέρα τῶν γλ βμ, παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ γθ παραπλήρωμα τῷ θζ, παραπληρώματι· κοινὸν προσκείσθω τὸ δμ. ὅλον ἄρα τὸ γμ, ὅλῳ τῷ δζ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ γμ, τῷ αλ ἴσον ἐστίν. ἐπεὶ καὶ ἡ αγ, τῇ γδ ἴση ἐστί· καὶ τὸ αλ ἄρα, τῷ δζ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω τὸ γθ. ὅλον ἄρα τὸ αθ, τῷ δζ, καὶ δλ ἴσον ἐστί. ἀλλὰ τὸ μὲν αθ, τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ ἴσον ἐστίν. ἴση γὰρ ἡ δθ, τῇ δβ, τὸ δὲ ζδ, δλ, ἐστὶν ὁ μνξ γνώμων, καὶ ὁ μνξ ἄρα γνώμων,

ἴσος

contentum, cum quadrato à linea $\gamma\delta$ descripto, sit æquale quadrato à recta $\gamma\beta$ descripto. (Delineatio.) Describatur à recta linea $\beta\gamma$ quadratum $\gamma\epsilon\zeta\beta$: & fiat linea $\beta\epsilon$: atque per punctum δ vtrique rectæ $\gamma\epsilon$, $\beta\zeta$, ducetur æquedistans recta $\delta\eta$ per punctū etiam θ, vtrique rectæ $\gamma\beta$, $\epsilon\zeta$, æquedistans ducatur recta $\kappa\mu$: item per punctum α, rectis $\gamma\lambda$, $\beta\mu$ æquedistans ducatur recta $\alpha\kappa$. (Demonstratio.) Cum itaque supplementum $\gamma\theta$, supplemento $\theta\zeta$ æquale sit: commune addatur parallelogrammon $\delta\mu$. totum igitur $\gamma\mu$, toto $\delta\zeta$ erit æquale. sed $\gamma\mu$ rectangulum æquale est rectangulo $\alpha\lambda$, quia $\alpha\gamma$ recta, æqualis est rectæ $\gamma\beta$, & idcirco $\alpha\lambda$ rectangulum, erit æquale rectangulo $\delta\zeta$. commune addatur $\gamma\theta$. totum igitur rectangulum $\alpha\theta$, æquale est rectangulis $\delta\zeta$, $\delta\lambda$: sed rectangulum $\alpha\theta$, est ei quod continetur rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ æquale. quia recta $\delta\theta$, rectæ $\delta\beta$ æqualis, & $\zeta\delta$, $\delta\lambda$, efficiunt gnomonem $\mu\nu\xi$. quare $\mu\nu\xi$ gnomon, æqualis est ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδ, δβ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη. ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς γδ. ὁ ἄρα μνξ γνώμων, καὶ τὸ λη ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ μνξ γνώμων, καὶ τὸ λη· ὅλον ἐστὶ τὸ γεζβ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας· τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας,

καὶ τῆς

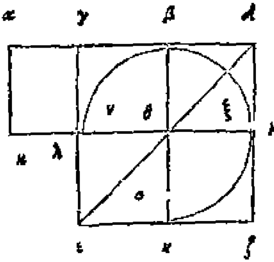
rectangulo αδ,δβ rectis contento. Commune addatur λη, quod æquale est quadrato à recta γδ descripto. itaq; μνξ gnomon, & λη quadratum, æqualia sunt rectangulo αδ,δβ rectis contento, & quadrato à recta γδ descripto. verum μνξ gnomon, & quadratum λη: faciunt ac constituunt totum quadratum γεζβ, quod est quadratum à recta γβ descriptum. Quare rectangulum αδ, δβ rectis contentum, cum quadrato à γδ descripto: æquale est quadrato à recta γβ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea fuerit secta in partes æquales, & in partes inæquales: rectangulum quod segmentis continetur inæqualibus totius lineæ rectæ, cum quadrato eius lineæ, quæ est inter segmenta, æquale est quadrato dimidiæ lineæ rectæ. Id quod erat demonstrandum.

Propositio VI. Theorema.

SI recta linea in duas partes æquales secta fuerit: & ei addatur alia quædam recta linea è directo: tum rectangulum quod tota & addita linea recta continetur cum quadrato à dimidia linea recta descripto: est æquale qua καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ τῆς ἡ αβ, τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ σημεῖον: προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα, ἐπ᾽ εὐθείας ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ.

(Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς γδ τετράγωνον τὸ γεζδ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε: καὶ διὰ μὲν τοῦ β σημείου, ὁποτέρα τῶν εγ, δζ,



παράλληλος ἤχθω ἡ βη: διὰ δὲ τοῦ θ σημείου, ὁποτέρα τῶν αβ, εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ. καὶ ἔτι διὰ τοῦ α ὁποτέρα τῶν γλ, δμ παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γβ: ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αλ, τῷ γθ. ἀλλὰ καὶ τὸ γθ τῷ θζ, ἴσον ἐστί: καὶ τὸ αλ ἄρα τῷ θζ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω

τὸ γμ

drato à linea composita ex dimidia, & adiecta, ac si esset vna tantum linea recta, descripto.

Explicatio dati.) *Recta enim linea* $\alpha\beta$, *secetur in duas æquales partes in puncto* γ: *& ei è directo adijciatur recta quædam linea* $\beta\delta$. *(Explicatio quæsiti.)* *Dico quod rectangulum rectis* $\alpha\delta$, $\delta\beta$ *contentum cum quadrato à recta* $\gamma\beta$ *descripto: æquale sit quadrato à recta* $\gamma\delta$ *descripto. (Delineatio.)* *Describatur enim à recta linea* $\gamma\delta$, *quadratum* $\gamma\epsilon\zeta\delta$: *& ducatur linea recta* $\delta\epsilon$: *atque per punctum* β, *vtrique lineæ rectæ* $\epsilon\gamma$, $\delta\zeta$, *ducatur æquedistans recta* $\beta\eta$: *item per punctum* θ, *vtrique rectæ* $\alpha\beta$, $\epsilon\zeta$, *ducatur æquedistans recta* $\kappa\mu$: *denique per punctum* α *vtrique rectæ* $\gamma\lambda$, $\delta\mu$ *æquedistans ducatur recta* $\alpha\kappa$. *(Demonstratio.)* *Quoniam nunc recta* $\alpha\gamma$, *æqualis est rectæ* $\gamma\beta$: *erit etiam rectangulum* $\alpha\lambda$, *rectangulo* $\gamma\theta$ *æquale, sed* $\gamma\theta$ *est æquale* $\theta\zeta$, *ergo & * $\alpha\lambda$ *rectangulum erit æquale rectangulo* $\theta\zeta$. *Commune addatur rectan-*

τὸ γμ. ὅλον ἄρα τὸ αμ, τῷ νξο γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλὰ τὸ αμ, ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ. ἴση γάρ ἐστιν ἡ δμ, τῇ δβ. καὶ ὁ νξο γνώμων, ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη, ὅ ἐστιν ἴσον, τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ νξο γνώμονι καὶ τῷ λη. ἀλλ' ὁ νξο γνώμων, καὶ τὸ λη, ὅλον ἐστὶ τὸ γεζδ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γδ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας· τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

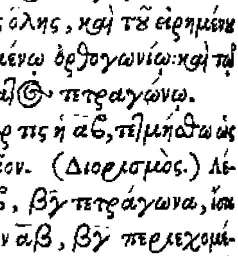
gulum $\gamma\mu$. totum igitur rectangulum $\alpha\mu$, erit $\nu\xi o$ gnomoni æquale: sed $\alpha\mu$ est rectangulum quod $\alpha\delta$, $\delta\beta$ rectis continetur. quia $\delta\mu$ recta est æqualis rectæ $\delta\beta$: ideo & $\nu\xi o$ gnomon, æqualis est rectangulo quod rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ continetur. commune addatur rectangulum $\lambda\eta$, quod æquale est quadrato à recta $\gamma\beta$ descripto. ergo rectangulum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ rectis contentum cum quadrato quod à recta $\beta\gamma$ describitur, est æquale $\nu\xi o$ gnomoni, & rectangulo $\lambda\eta$. verum $\nu\xi o$ gnomon, & rectangulum $\lambda\eta$: constituunt totum quadratum $\gamma\epsilon\zeta\delta$, quod est descriptum à recta $\gamma\delta$. rectangulum igitur $\alpha\delta$, $\delta\beta$, rectis contentum, cum quadrato à recta $\beta\gamma$ descripto, æquale est quadrato à recta $\gamma\delta$ descripto. (Cõclusio.) Si igitur recta linea secta fuerit in duas partes æquales, eiq; addatur è directo linea quædam recta, rectangulum quod tota recta cum ipsa adiecta, & ipsa linea adiecta continetur: cum quadrato quod à dimidia linea recta describitur: æquale est quadrato, quod à linea composita ex dimidia & adiecta, & ipsa adiecta tanquam vna esset linea describitur. quod erat demonstrandum.

Propo-

Πρότασις ζ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, τὸ αδεβ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη, τῷ ηε. κοινὸν προσκείσθω τὸ γζ. ὅλον ἄρα τὸ αζ, ὅλῳ τῷ γε ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα αζ, γε διπλάσια ἐστὶ τοῦ αζ. ἀλλὰ τὰ αζ, γε, ὁ κλμ ἐστὶ γνώμων,



καὶ

Propositio VII. Theorema.

SI recta linea secta vtcunque fuerit: quadratum quod à tota, & alterum quod à segmento describitur: ista duo inquam quadrata æqualia sunt, rectangulo quod tota linea recta, & prædicto segmento bis continetur: & quadrato reliqui segmenti.

Explicatio dati.) Recta enim linea $\alpha\beta$ secetur vtcunq; in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadrata à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descripta, sint æqualia rectangulo quod $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ rectis bis continetur, & quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto. (Delineatio.) Describatur enim à recta $\alpha\beta$ quadratum $\alpha\delta\epsilon\beta$, & perficiatur integra delineatio figuræ. (Demonstratio.) Quoniam rectangulum $\alpha\eta$, æquale est rectangulo $\eta\epsilon$: commune addatur rectangulum $\gamma\zeta$. totum igitur $\alpha\zeta$, toti $\gamma\epsilon$ est æquale. quare $\alpha\zeta$, $\gamma\epsilon$ rectangula dupla sunt rectanguli $\alpha\zeta$. sed rectangula $\alpha\zeta$, $\gamma\epsilon$, faciunt $\kappa\lambda\mu$, gnomonem, καὶ τὸ γζ τετράγωνον. ὁ κλμ ἄρα γνώμων, καὶ τὸ γζ, διπλάσια ἐστὶ τοῦ αζ. ἐστὶ δὲ τοῦ αζ διπλάσιον, καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ, ἴση γὰρ ἡ βζ, τῇ βγ. ὁ ἄρα κλμ γνώμων, καὶ τὸ γζ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ. κοινὸν προσκείσθω τὸ δη, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αγ τετράγωνον. ὁ ἄρα κλμ γνώμων, καὶ τὰ βη, ηδ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. ἀλλ' ὁ κλμ γνώμων, καὶ τὰ βη, ηδ τετράγωνα. ὅλον ἐστὶ τὸ αδεβ, καὶ τὸ γζ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

nem, & quadratum à recta $\gamma\zeta$ descriptum. Ergo $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & $\gamma\zeta$ quadratum sunt dupla rectanguli $\alpha\zeta$. verum rectanguli $\alpha\zeta$ duplum est rectangulum quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur: quia $\beta\zeta$ recta, æqualis est rectæ $\beta\gamma$. quare $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & quadratum $\gamma\zeta$, sunt æqualia rectangulo quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur. cõmune addatur $\delta\eta$, quod est quadratum à recta $\alpha\gamma$ descriptum. gnomon igitur $\kappa\lambda\mu$, & $\beta\eta$, $\eta\delta$ quadrata æqualia sunt rectangulo, quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur, & quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto. Verũ $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & $\beta\eta$, $\eta\delta$ quadrata, totum constituunt $\alpha\delta\epsilon\beta$, & $\gamma\zeta$, quæ sunt duo quadrata, à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descripta. Quare quadrata à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descripta, æqualia sunt rectangulo rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis cõtento, vnà cum quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea vtcunq; fuerit secta, quadratum à tota descriptum, & quadratum alterius segmenti, hæc duo inquam quadrata addita, æqualia sunt rectangulo quod tota & prædicto segmento continetur, & quadrato à reliquo segmento descripto. Id quod demonstrandũ erat.

Πρότασις η. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

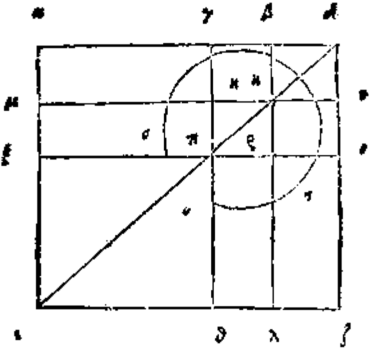
(Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ, βγ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας τῇ αβ, εὐθεῖα ἡ βδ· καὶ κείσθω τῇ γβ, ἴση ἡ βδ: καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αδ, τετράγωνον τὸ αεζδ: καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ γβ τῇ βδ, ἀλλ' ἡ μὲν βγ τῇ ηκ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ βδ, τῇ κν, καὶ ἡ ηκ τῇ κν ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ πρ, τῇ ρο ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν βγ, τῇ βδ, ἡ δὲ ηκ, τῇ κν, ἴσον ἄρα ἐστὶ

τὸ μὲν

Propositio VIII. Theorema.

SI recta linea secta vtcunque fuerit rectangulum, quod tota linea, & altero segmento quater continetur, cum quadrato à reliquo segmento descripto: æquale est quadrato quod à tota & prædicto segmento tanquam vna esset linea recta, describitur.

Explicatio dati.) Recta enim linea $\alpha\beta$, *secetur vtcunque in puncto* γ. *(Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis* $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ *quater contentum, cum quadrato à recta* $\alpha\gamma$ *descripto, æquale est quadrato à rectis* $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, *tanquam ab vna linea descripto. (Delineatio.) Nam recta* $\beta\delta$ *producatur* ἐπ' εὐθείας *rectæ* $\alpha\beta$: *& fiat rectæ* $\gamma\beta$, *æqualis recta* $\beta\delta$, *& à recta* $\alpha\delta$ *describatur quadratum* $\alpha\epsilon\zeta\delta$: *& ipsa figura duplicata delineatione describatur. (Demonstratio.) Quoniam recta* $\gamma\beta$, *æqualis est rectæ* $\beta\delta$: *& recta* $\gamma\beta$ *æqualis rectæ* $\eta\kappa$: *atque recta* $\beta\delta$, *æqualis rectæ* $\kappa\nu$: *idcirco etiam* $\eta\kappa$ *æqualis est rectæ* $\kappa\nu$. *Eadem ratione etiam* $\pi\rho$ *recta, æqualis est rectæ* ρo. *cum verò* $\beta\gamma$ *æqualis sit rectæ* $\beta\delta$, *& recta* $\eta\kappa$, *rectæ* $\kappa\nu$: *idcirco etiam rectangulum* $\gamma\kappa$, *æquale est*



τὸ μὲν γκ, τῷ κδ· τὸ δὲ ηρ τῷ ρν, ἀλλὰ τὸ γκ τῷ ρν ἐστὶν ἴσον. παραπληρώματα γὰρ τοῦ γο παραλληλογράμμου. καὶ τὸ αδ ἄρα τῷ νρ ἐστὶν ἴσον. τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ δκ, γκ, ηρ, ρν ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. τὰ τέσσαρα ἄρα, τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ γκ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ γβ, τῇ βδ· ἀλλ' ἡ μὲν βδ, τῇ βκ· τουτέστι τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ γβ, τῇ ηκ, τουτέστι τῇ ηπ ἴση ἐστί, καὶ ἡ γη ἄρα, τῇ ηπ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν γη, τῇ ηπ, ἡ δὲ πρ, τῇ ρο, ἴσον ἐστί, καὶ τὸ μὲν αη, τῷ μπ, τὸ δὲ πλ τῷ ρζ. ἀλλὰ τὸ μπ, τῷ πλ ἐστὶν ἴσον. παραπληρώματα γὰρ τοῦ μλ παραλληλογράμμου. καὶ τὸ αη ἄρα τῷ ρζ ἴσον ἐστὶ.

τὰ τέσ-

In numeris sic:

Sit $\alpha\beta$, 8. diuisa ὡς ἔτυχε in $\alpha\gamma$, 6. & $\gamma\beta$ .2. Rectangulum quater contentũ rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ sit 64. quadratum $\alpha\gamma$, sit 36. adde, sunt 100. Quadratum verò à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descriptum, ac si esset vna linea, nempe 10. est quad: 100.

	64. Rect:	10.	
	36. Quad:	10.	
	100.	100.	quad:

le est rectangulo $\kappa\delta$: & rectangulum $\eta\varrho$, rectangulo $\varrho\nu$: sed rectangulum $\gamma\kappa$ etiam est æquale rectangulo $\varrho\nu$. quia sunt supplementa parallelogrammi γo. quare $\kappa\delta$ etiam est æquale $\varrho\nu$. quatuor igitur hæc $\delta\kappa$, $\gamma\kappa$, $\eta\varrho$, $\varrho\nu$, inter se sunt æqualia, & idcirco ipsius $\gamma\kappa$ quadrupla. rursus quoniam $\gamma\beta$, æqualis est rectæ $\beta\delta$: verum $\beta\delta$ æqualis est $\beta\kappa$: hoc est $\gamma\eta$, & $\gamma\beta$ æqualis $\eta\kappa$, hoc est $\eta\varpi$: ergò & $\gamma\eta$ æqualis est rectæ $\eta\varpi$: & quia $\gamma\eta$, æqualis est rectæ $\eta\varpi$: $\varpi\varrho$ verò rectæ ϱo, ideo & $\alpha\eta$ rectangulum, rectangulo $\mu\varpi$ est æquale: & $\varpi\lambda$ rectangulum, rectangulo $\varrho\zeta$. verum $\mu\varpi$ rectangulum, æquale est rectangulo $\varpi\lambda$, quia sunt supplementa parallelogrammi $\mu\lambda$. Ergo & rectangulum $\alpha\eta$, rectangulo $\varrho\zeta$ est τὰ τέσσαρα ἄρα, τὰ αη, μπ, πλ, ρζ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. τὰ τέσσαρα ἄρα, τοῦ αη ἐστὶ τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ γκ, κδ, ηρ, ρν, τοῦ γκ τετραπλάσια. τὰ ἄρα ὀκτὼ ἃ περιέχει τὸν στυ γνώμονα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ακ. καὶ ἐπεὶ τὸ ακ, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βδ ἐστιν. ἴση γὰρ καὶ ἡ βκ, τῇ βδ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ακ. ἐδείχθη δὲ τοῦ ακ τετραπλάσιος, ὁ στυ γνώμων. τὰ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ ἴσα ἐστὶ, τῷ στυ γνώμονι. κοινὸν προσκείσθω τὸ ξθ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ στυ γνώμονι, καὶ τῷ ξθ. ἀλλ᾽ ὁ στυ γνώμων, καὶ τὸ ξθ, ὅλον ἐστὶ τὸ αεζδ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αδ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς αδ. τοῦτ᾽ ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ, καὶ βγ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

(Συμæquale. quatuor igitur hæc $\alpha\eta$, $\mu\varpi$, $\varpi\lambda$, $\varrho\zeta$, sunt inter se æqualia, & idcirco rectanguli $\alpha\eta$ quadrupla. Verum demonstratum est rectangula $\gamma\kappa$, $\kappa\delta$, $\eta\varrho$, $\varrho\nu$ esse quadrupla rectanguli $\gamma\kappa$. quare octo ista quæ $\sigma\tau\upsilon$ gnomoni sunt cōtenta, sunt etiā quadrupla rectanguli $\alpha\kappa$. & cum rectangulum $\alpha\kappa$, sit id quod $\alpha\beta$, $\beta\delta$ rectis cōtinetur, quia recta $\beta\kappa$, æqualis est rectæ $\beta\delta$. quare quod quater continetur rectis $\alpha\beta$, $\beta\delta$, quadruplum est rectanguli $\alpha\kappa$. sed rectanguli $\alpha\kappa$, demonstratus est gnomō $\sigma\tau\upsilon$ quadruplus. quare rectangula quæ rectis $\alpha\beta$, $\beta\delta$ quater continentur, sunt æqualia $\sigma\tau\upsilon$ gnomoni. commune addatur $\xi\theta$, quod est æquale quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto. rectangulum igitur rectis $\alpha\beta$, $\beta\delta$ quater contentum: cum quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto: æquale est $\sigma\tau\upsilon$ gnomoni, & $\xi\theta$: verum $\sigma\tau\upsilon$ gnomon, & $\xi\theta$, constituunt totum quadratū à recta $\alpha\delta$ descriptum. rectangulum igitur quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ quater continetur, cum quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto, est æquale quadrato à recta $\alpha\delta$ descripto, hoc est quadrato à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, tanquam

(Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε· τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου· ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις θ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα· τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

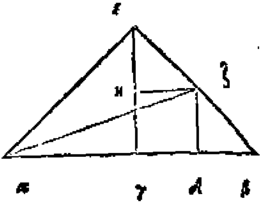
Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ τετμήσθω, εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ· εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. (Κατασκευή.) Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ γ, τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἡ γε· καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ, τῶν αγ, γβ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εα, εβ· καὶ διὰ μὲν τοῦ δ, τῇ εγ παράλληλος *esset vna linea descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea vtcunque fuerit secta: rectangulum quod à tota linea, & vno segmento continetur, cum quadrato à reliquo segmēto descripto: æquale est quadrato à tota & prædicto segmento, tanquam esset vna linea recta descripto. quod erat demonstrandum.*

Propositio IX. Theorema.

SI recta Linea fuerit secta in ęqualia, & in inæqualia: quadrata à segmentis inæqualibus totius lineæ rectę descripta, dupla sunt quadrati à dimidia descripti, & quadrati eius lineæ, quæ intra ipsas comprehenditur sectiones.

(Explicatio dati.) Recta enim linea $\alpha\beta$ secetur in æqualia in puncto γ, & in inæqualia in puncto δ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadrata à rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ descripta, dupla sint quadratorum à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ descriptorum. (Delineatio.) Ducatur à puncto γ, rectæ $\alpha\beta$ ad angulos rectos, linea recta $\gamma\varepsilon$: vtrique rectarum $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ fiat $\gamma\varepsilon$ æqualis: atque ducantur lineæ rectæ $\varepsilon\alpha$, $\varepsilon\beta$: item per pūctum δ, rectæ $\varepsilon\gamma$

 duca-



λος ἤχθω ἡ δζ· διὰ δὲ τοῦ ζ, τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ ζη· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αζ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε. ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ εαγ γωνία, τῇ ὑπὸ αεγ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ γ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αεγ, εαγ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν. ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ αεγ, εαγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γεβ, εβγ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστίν. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αεβ, ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ηεζ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ εηζ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, τῇ ὑπὸ εγβ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ εζη, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ηεζ γωνία, τῇ ὑπὸ εζη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ εη, πλευρᾷ τῇ ζη ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ β γωνία, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ζδβ. ἴση γὰρ πάλιν ἐστὶν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ εγβ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ βζδ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς.

ἴση

ducatur æquedistans recta $\delta\zeta$: per punctum etiam ζ, rectæ $\alpha\beta$ æquedistans ducatur recta $\zeta\eta$: & postremo fiat recta $\alpha\zeta$. (Demõstratio.) Cum itaq; recta $\alpha\gamma$, rectæ $\gamma\epsilon$ sit æqualis, etiã angulus $\epsilon\alpha\gamma$, angulo $\alpha\epsilon\gamma$ æqualis erit, sed angulus ad punctum γ est rectus, reliqui igitur anguli $\alpha\epsilon\gamma$, $\epsilon\alpha\gamma$ vni angulo recto sunt æquales. vterq; igitur angulorum $\alpha\epsilon\gamma$, $\epsilon\alpha\gamma$: dimidia est recti anguli pars. per eadem demonstrabitur, quod vterq; angulorum $\gamma\epsilon\beta$, $\epsilon\beta\gamma$ dimidia sit recti pars. totus igitur angulus $\alpha\epsilon\beta$ est rectus, et quia angulus $\eta\epsilon\zeta$ dimidia est pars anguli recti, angulus verò $\epsilon\eta\zeta$ rect⁹, quia $\epsilon\gamma\beta$ angulo interno sibi opposito æqualis est, idcirco reliquus angulus $\epsilon\zeta\eta$, etiam est dimidia recti pars. quare angulus $\eta\epsilon\zeta$, æqualis est angulo $\epsilon\zeta\eta$: vnde etiam latus $\epsilon\eta$, lateri $\zeta\eta$ est æquale. rursus quoniam angulus ad punctum β dimidia est recti pars, & angulus $\zeta\delta\beta$ rectus. quia iterum angulo $\epsilon\gamma\beta$ interno sibi opposito est æqualis. reliquus igitur angulus $\beta\zeta\delta$ dimidia recti pars erit. quare etiam anἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ β γωνία, τῇ ὑπὸ δζε. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ δζ πλευρᾷ τῇ δβ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ, τῷ ἀπὸ τῆς γε. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αγ, γε τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αγ, γε, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εα τετράγωνον. ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ αγε γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εα, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ εη, τῇ ηζ: ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εη, τῷ ἀπὸ τῆς ηζ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν εη, ηζ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν εη, ηζ τετραγώνοις, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εζ τετράγωνον, διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ηζ. ἴση δὲ ἡ ηζ, τῇ γδ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εζ διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αε, διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αε, εζ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αε, εζ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αζ τετράγωνον. ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ αεζ γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αζ τετράγωνον, διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ

τῶν

gulus qui est ad punctum β, angulo δζβ est æqualis, vnde & latus δζ, lateri δβ est æquale. & quia recta αγ, æqualis est rectæ γε: idcirco & quadratum à recta αγ descriptū, æquale etiā est quadrato à recta γε descripto. quadrata igitur à rectis αγ, γε descripta dupla sunt quadrati αγ: verum quadratis à lineis rectis αγ, γε descriptis æquale est quadratum à recta εα descriptū: quia angulus αγε est rectus. quadratum igitur ab αε descriptum, duplū est quadrati à recta αγ descripti. Rursus quoniam recta εη æqualis est rectæ ηζ: idcirco & quadratum à recta εη descriptum, æquale est quadrato à recta ηζ descripto. Ergo quadrata à rectis εη, ηζ descripta dupla sunt, quadrati ab εζ recta descripti: sed quadratis, quæ à rectis εη, ηζ describuntur, æquale est quadratum à recta εζ descriptum. Ergo quadratum à recta εζ descriptum, duplum est quadrati à recta ηζ descripti. sed ηζ æqualis est rectæ γδ. quare quadratum à recta εζ descriptum, duplum est quadrati à recta γδ descripti. sed & quadratum à recta αε descriptum, duplum etiam est quadrati à recta αγ descripti. quadrata igitur à rectis αε, εζ descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum: sed illis quadratis αε, εζ, æquale est quadratum à recta αζ descriptum: quia angulus αεζ est rectus. quare quadratum à recta αζ descriptum: duplum est quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. huic autē quadrato αζ,

æquaτῶν ᾱγ, γ̄δ: τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ᾱζ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ᾱδ, δζ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ δ γωνία. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ᾱδ, δζ, διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ᾱγ, γ̄δ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ δζ, τῇ δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ᾱδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν ᾱγ, γδ τετραγώνων. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα: διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ι. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας: τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα: διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ᾱβ, τετμήσθω

δίχα

æqualia sunt quadrata à rectis αδ, δζ descripta. quia angulus ad punctum δ, est rectus. quadrata igitur à rectis αδ, δζ descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorũ: sed δζ æqualis est rectæ δϐ. Ergo quadrata à rectis αδ, δϐ descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. (Conclusio.) Si igitur linea recta fuerit in æqualia & in inæqualia dissecta, quadrata à segmentis totius lineæ rectæ inæqualibus descripta: dupla sunt quadrati à dimidia descripti, et quadrati lineæ rectæ inter segmenta inclusæ. id quod demonstrandum erat.

Propositio X. Theorema.

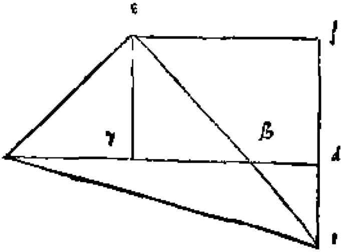
SI recta linea dissecta fuerit in partes duas æquales, & adijciatur ei recta quædam linea è directo: tum quadratum quod à tota cum adiecta describitur, & quadratum ab adiecta descriptum, hæc duo quadrata coniuncta, dupla sunt quadrati à dimidia linea descripti, & quadrati à recta ex dimidia & adiecta composita, tanquam esset vna linea recta descripti.

Explic. dati.) Recta enim quædã linea αϐ

secetur

δίχα κατὰ τὸ γ, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων.

(Κατασκευή.) Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ γ σημείου τῇ αβ, πρὸς ὀρθὰς ἡ γε:



καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρα τῶν αγ, γβ: καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αε, εβ· καὶ διὰ μὲν τοῦ ε, τῇ αδ παράλληλος ἤχθω ἡ εζ. διὰ δὲ τοῦ δ, τῇ γε παράλληλος ἤχθω ἡ δζ. (Ἀπόδειξις τῆς κατασκευῆς.) Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας, τὰς εγ, ζδ: εὐθεῖα τις ἐνέπεσεν ἡ εζ: αἱ ὑπὸ γεζ, εζδ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ ζεβ, εζδ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ᾽ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν. αἱ ἄρα εβ, ζδ ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ βδ μέρη συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήsecetur in duas partes æquales in puncto γ: & adijciatur ei ἐπ' εὐθείας recta quædam $\beta\delta$. (Explicatio quæsiti.) dico quod quadrata à rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ descripta, dupla sint quadratorum à rectis $\alpha\delta$, $\gamma\delta$ descriptorum. (Delineatio.) Ducatur enim à puncto γ, rectæ $\alpha\beta$ ad angulos rectos linea recta $\gamma\epsilon$: & fiat vtriq; rectarum $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ æqualis: atq; ducantur lineæ rectæ $\alpha\epsilon$, $\gamma\beta$: item per punctum ϵ, rectæ $\alpha\delta$ ducatur æquedistans rectæ $\epsilon\zeta$: item per punctum δ, rectæ $\gamma\epsilon$ æquedistans ducatur recta $\delta\zeta$. (Demonstratio iam factæ delineationis.) Et quia in lineas rectas æquedistantes $\epsilon\gamma$, $\zeta\delta$: incidit quædam recta $\epsilon\zeta$: anguli igitur $\gamma\epsilon\zeta$, $\epsilon\zeta\delta$ duobus rectis sunt æquales. atq; idcirco anguli $\zeta\epsilon\beta$, $\epsilon\zeta\delta$ duobus rectis minores. quæ verò rectæ angulos duob. rectis minores faciunt si, protractæ fuerint, concurrent. rectæ igitur $\epsilon\beta$, $\zeta\delta$, protractæ in partibus β & δ concurrent: protrahantur βεβλήσθωσαν, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ η· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αη. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε, ἴση ἐστὶν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αεγ, τῇ ὑπὸ εαγ. καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ γ. ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν, ἑκατέρα τῶν ὑπὸ εαγ, αεγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γεβ, εβγ, ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεβ. καὶ ἐπεὶ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστὶν ἡ ὑπὸ εβγ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ δβη. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ βδη ὀρθή. ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ δγε, ἐναλλὰξ γάρ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δηβ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἡ ἄρα ὑπὸ δηβ, τῇ ὑπὸ δβη ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βδ, πλευρᾷ τῇ ηδ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ εηζ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ ζ. ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ γ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ζεη, ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ εηζ γωνία, τῇ ὑπὸ ζεη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ηζ, πλευρᾷ τῇ εζ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ εγ τῇ γα, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εγ τετράγωνον, τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν εγ, γα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ

ἀπὸ

bantur, & concurrant in puncto η: & fiat linea recta αη. (Demonstratio.) Quia recta αγ, æqualis est rectæ γε, angulus idcirco αεγ, etiam est æqualis angulo εαγ, & angulus ad punctũ γ est rectus. quare dimidia recti pars est vterq; angulorum εαγ, αεγ. Per eadem etiam demonstrabitur, quod vterq; angulorũ γεβ, εβγ dimidia recti pars sit. quare angulus αεβ, est rectus, & quia angulus εβγ, dimidia recti pars est: etiã angulus δζη dimidia recti pars erit: sed angulus ζδη est rectus, quia angulo δγε est æqualis. cum sint permutati: reliquus igitur angulus δηβ dimidia pars recti est. quare angulus δηζ, angulo δζη est æqualis. vnde & latus βδ, lateri αδ, est æquale. Rursus quoniam angulus εηζ, dimidia pars recti est, & angulus ad punctum ζ rectus: quia angulo sibi opposito ad punctum γ est æqualis. reliquus igitur angulus ζεη dimidia pars recti est: ergo angulus εηζ, æqualis est angulo ζεη. quare & latus ηζ lateri εζ est æquale. & quia recta εγ, rectæ γα est æqualis, erit etiam quadratum à recta εγ descriptum, æquale quadrato ab αγ recta descripto. quadrata igitur à rectis εγ, γα descripta dupla sunt quadrati à recta γα descripti. verum quadratis ab εγ, γα ἀπὸ τῆς γα τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν εγ, γα, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εα. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εα τετράγωνον, διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ηζ, τῇ εζ: ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζη τετράγωνον, τῷ ἀπὸ τοῦ ζε τετραγώνῳ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ζη, ζε διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ: τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ηζ, ζε: ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εη τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εη διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ. ἴση δὲ ἡ εζ, τῇ γδ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εη τετράγωνον, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς γδ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εα, διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αε, εη τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αε, εη τετραγώνοις, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αη τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αη, διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ: τῷ δὲ ἀπὸ τῆς αη, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δη. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δη τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ δη, τῇ δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων.

(Συμrectis, æquale est quadratum ab εα recta descriptum. quare quadratum à recta εα, duplum est quadrati à recta αγ descripti. rursus quoniam recta ηζ, æqualis est rectæ εζ, æquale etiam erit quadratum à recta ζη, quadrato à recta εζ descripto. quare quadrata à rectis ζη, ζε descripta, dupla sunt quadrati à recta εζ descripti: quadratis verò ηζ, ζε: æquale est quadratum à recta εη descriptum. quadratum igitur à recta εη descriptum, duplum est quadrati à recta εζ descripti: sed recta εζ, æqualis est rectæ γδ. quadratum igitur à recta εη, duplum est quadrati à recta γδ descripti. Verum demonstratum est, quod quadratum à recta εα descriptum, duplum sit quadrati à recta αγ descripti. quadrata itaque à rectis αε, εη descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. quadratis verò à rectis αε, εη descriptis, æquale est quadratum à recta αη descriptum: quare quadratum à recta αη descriptum, duplum est quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. quadrato autem à recta αη descripto, æqualia sunt quadrata à rectis αδ, δη descripta. quare quadrata à rectis αδ, δη descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. verum recta δη, est æqualis rectæ δβ. quadrata igitur à rectis αδ, δβ, descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ de-

 scripto-

(Συμπέρασμα.) Εὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, σὺν τῇ προσκειμένῃ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ια. Πρόβλημα.

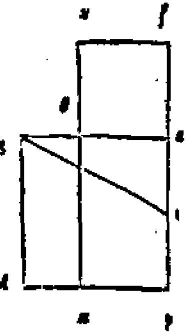
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ᾱβ. (Διορισμός.) Δεῖ δὴ τὴν ᾱβ τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ᾱβ τετράγωνον τὸ ᾱβγδ· καὶ τετμήσθω ἡ ᾱγ δίχα κατὰ τὸ ε σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε, καὶ διήχθω *ſcriptorum. (Cõcluſio.) Si igitur recta linea ſecta fuerit in partes duas æquales, eiq; adijciatur quædam linea recta ἐπ' εὐθείας (è directo) quadratũ à tota cum adiecta: & quadratum ab ipſa adiecta hæc inquam duo ſimul quadrata: dupla ſunt quadrati à dimidia deſcripti, & eius quadrati quod deſcribitur à recta, compoſita & facta ex dimidia, & adiecta, tanquam eſſet quadratum ab vna linea recta deſcriptum. id quod demonſtrandum erat.*

Propoſitio XI. Problema.

DAtam lineam rectam ita ſecare, vt rectangulum quod tota linea recta, & altero ſegmento continetur, æquale ſit quadrato à reliquo ſegmento deſcripto.

Explicatio dati.) Sit data linea recta αβ. (Explicatio quæſiti.) Recta igitur αβ, ita ſecanda eſt, vt rectangulum quod tota & altero ſegmento cõtinetur, æquale ſit quadrato à reliqua linea recta deſcripto. (Delin:) Deſcribatur à recta linea αβ quadratum αβγδ: & ſecetur recta αγ, in duas partes æquales in puncto ε: ac ducatur recta βε: extenda-



ἤχθω ἡ γα ἐπὶ τὸ ζ· καὶ κείσθω τῇ βε ἴση ἡ εζ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αζ τετράγωνον τὸ ζθ· καὶ διήχθω ἡ ηθ ἐπὶ τὸ κ. (Διορισμὸς τῆς κατασκευῆς.) Λέγω ὅτι ἡ αβ τέτμηται κατὰ τὸ θ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι, τῷ ἀπὸ τῆς αθ τετραγώνῳ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ αγ, τέτμηται δίχα κατὰ τὸ ε· πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ αζ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ εζ τῇ εβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε τετραγώνου· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εβ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς εβ, ἴσα ἐστὶ, τὰ ἀπὸ τῶν βα, αε. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ α γωνία. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα, αε. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ

τῆς

tur etiam recta $\gamma\alpha$, ad punctum ζ: & fiat recta $\beta\epsilon$, æqualis rectæ $\epsilon\zeta$: præterea à recta $\alpha\zeta$ describatur quadratum $\zeta\theta$: denique extendatur recta $\eta\theta$ ad punctum vsque κ. (Explicatio iam factæ delineationis.) Dico quod recta $\alpha\beta$ sit secta in puncto θ: vt rectangulum quod continetur rectis $\alpha\beta$, $\beta\theta$: æquale sit quadrato quod describitur à recta $\alpha\theta$. (Demonstratio.) Quoniam recta $\alpha\gamma$, secta est in duas partes æquales in puncto ϵ: eique est adiecta recta $\alpha\zeta$. rectangulum igitur quod cōtinetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$, cum quadrato quod à recta $\alpha\epsilon$ describitur, æquale erit quadrato quod à recta $\epsilon\zeta$ describitur: sed recta $\epsilon\zeta$, est æqualis rectæ $\epsilon\beta$. ergo rectangulum quod continetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$ cum quadrato quod describitur à recta $\alpha\epsilon$, æquale est quadrato descripto à recta $\epsilon\beta$: sed quadrato à recta $\epsilon\beta$ descripto, sunt æqualia duo quadrata à rectis $\beta\alpha$, $\alpha\epsilon$ descripta. quoniam angulus ad punctū α est rectus. rectangulum igitur quod continetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$, cum quadrato à recta $\alpha\epsilon$ descripto, æquale est quadratis à duabus rectis $\beta\alpha$, $\alpha\epsilon$ descriptis. Comuτῆς αε. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ, τετραγώνῳ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γζ, ζα τὸ ζκ. ἴση γὰρ ἡ αζ, τῇ ζη. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ αδ. τὸ ἄρα ζκ, ἴσον ἐστὶ τῷ αδ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ακ. λοιπὸν ἄρα τὸ ζθ, τῷ θδ ἴσον ἐστί. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν θδ, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ. ἴση γὰρ ἡ αβ, τῇ βδ: τὸ δὲ ζθ, τὸ ἀπὸ τῆς αθ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς θα τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Η ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, τέτμηται κατὰ τὸ θ: ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς θα τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πρότασις ιβ. θεώρημα.

ΕΝ τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον: μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό

τε μιᾶς

ne auferatur quadratum à recta αε descriptũ. reliquum igitur rectangulum rectis γζ, ζα comprehensum, æquale est quadrato à recta αϐ descripto. verum rectangulum quod continetur rectis γζ, ζα, est rectāgulum ζκ: quia αζ recta, est æqualis rectæ ζη. quadratum verò à recta αϐ descriptum, est ipsum quadratũ αδ. Ergo ζκ quadratum est æquale quadrato αδ. Commune auferatur ακ. reliquum igitur quadratum ζθ, est æquale reliquo rectangulo θδ. est autem rectangulum θδ, id quod comprehenditur rectis αβ, ϐθ: quia recta αϐ, æqualis est rectæ ϐδ: quadratum verò ζθ, id quod à recta αθ describitur. Quare rectangulum quod rectis αϐ, ϐθ continetur, æquale est quadrato à recta θα descripto. (*Conclusio.*)

Recta igitur data αβ, diuisa est in puncto θ, hac ratione, vt rectangulũ quod rectis αβ, βθ continetur, sit æquale quadrato à recta θα descripto. quod faciendum erat.

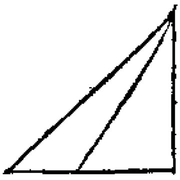
Propositio XII. Theorema.

IN triangulis amblygoniis (id est, obtusum habentibus angulum) quadratũ quod describitur à latere, obtusum angulum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum

 angu

τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ἐφ᾽ ἣν ἐκβληθεῖσαν, ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ, ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ β σημείου, ἐπὶ τὴν γα ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν βα, αγ τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γδ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ α σημεῖον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γδ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ



τῶν γα, αδ τετραγώνοις· καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ, δβ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα, αδ, δβ, τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ

τῶν

angulum continentium: rectangulo quod bis continetur latere vno obtusum angulum continēte, in quod si producatur, perpendicularis cadit: & recta intercepta externè ab ipsa perpendiculari ad angulum obtusum.

Explicatio dati.) Sit triangulus amblygonius αβγ: cuius angulus βαγ sit obtusus: & ducatur à puncto β, ad rectam γα productā, & extensam perpendicularis recta βδ. (Explicatio quæsiti.) Dico quòd quadratum à latere βγ descriptum, maius sit quadratis laterum βα, αγ, rectangulo quod bis continetur rectis γα, αδ. (Demonstratio.) Quoniam recta γδ, vtcunq; secta est in puncto α: quadratum igitur à recta γδ descriptum, æquale est quadratis à lateribus γα, αδ descriptis, & rectangulo γα, αδ lateribus bis contento. commune addatur quadratum à recta δβ descriptum. itaq; quadrata à rectis γδ, δβ descripta, æqualia sunt quadratis à rectis γα, αδ, δβ descriptis, & rectangulo bis, rectis γα, αδ contento. verum quadratis à rectis

γδ, δβ

τῶν γδ, δβ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τὸ δ γωνία. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αδ, δβ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα, αβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον, τῶν ἀπὸ τῶν γα, αβ τετραγώνων, μεῖζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα)

Ἐν ἄρα ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος καταπίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ιγ. θεώρημα.

ΕΝ τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν

ὀξεῖαν

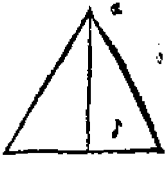
γδ, δϐ descriptis, æquale est quadratum à recta γϐ, quia angulus ad pūctum δ est rectus, & quadratis à lineis rectis αδ, δβ descriptis, æquale est quadratum à recta αϐ descriptum. Quare quadratum à recta βγ descriptum, æquale est quadratis à rectis γα, αϐ descriptis, & rectangulo quod rectis γα, αδ bis continetur, idcirco & quadratum à recta γβ descriptum, maius est quadratis à lineis rectis γα, αϐ descriptis: rectangulo quod rectis γα, αδ bis continetur. (Conclusio.) In triangulis igitur amblygonijs, quadratum quod describitur à latere obtusum angulum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum illum angulum continentium, rectangulo quod bis continetur vno ex lateribus angulum obtusum continentibus, in quod cadit perpendicularis si productum fuerit: & linea recta intercepta ad angulum obtusum ab ipsa perpendiculari. quod demonstrandū erat.

Propositio XIII. Theorema.

IN triangulis oxygonijs, quadratum descriptum à latere acutum angulum subtendente.

ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετρα-
γώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς
τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθε-
τος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑ-
πὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ ὀξεῖαν ἔχων τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν: καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ α σημείου ἐπὶ τὴν βγ κάθετος ἡ αδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αγ τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν γβ, βα τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Ἀπόδειξις) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γβ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ δ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ, βδ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ,



καὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς αδ τετράγωνον. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ, βδ, δα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αδ, δγ τετραγώνοις.

ἀλλὰ

dente, minus est quadratis laterum acutum illum angulum continentium, rectangulo quod bis continetur vno latere eorum, quæ acutum continent angulum, & in quod ipsa cadit perpendicularis: & linea interne ab ipsa perpendiculari intercepta, ad ipsum angulũ acutum.

Explicatio dati.) Sit triangulus ὀξυγώνιος αβγ, habens acutum angulum ad punctum β, & ducatur à puncto α, ad lineam rectam βγ perpendicularis recta αδ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadratum à recta αγ descriptum, sit minus quadratis laterum γβ, βα: rectangulo quod γβ, βδ rectis bis continetur. (Demonstratio.) Quoniam recta γβ vtcunq; secta est in puncto δ. quadrata igitur à rectis γβ, βδ descripta, æqualia sunt rectangulo quod rectis γβ, βδ bis continetur, & quadrato à recta δγ descripto. Commune addatur quadratum à recta αδ descriptum. quadrata igitur à rectis γβ, βδ δα descripta, æqualia sunt rectangulo quod bis continetur rectis γβ, βδ, & quadratis à lineis rectis αδ, δγ descriptis. Verum quadratis ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν βδ, δα, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῇ δ γωνία. τοῖς δ' ἀπὸ τῶν αδ, δγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν γβ, βα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς αγ, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ. ὥστε μόνον τὸ ἀπὸ τῆς αγ ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν γβ, βα τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν βγ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα) Ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου, πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ιδ. Πρόβλημα.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

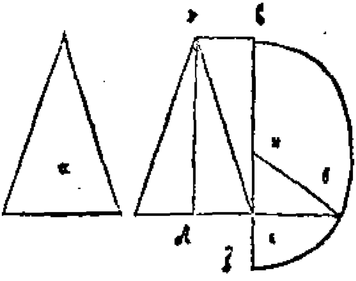
Ἐκθε

dratis à rectis βδ, δα descriptis, æquale est quadratum à recta αβ descriptum. quia angulus ad δ punctum est rectus. quadratis verò à rectis αδ, δγ descriptis, æquale est quadratum à recta αγ descriptum. itaq; rectangula quæ rectis γβ, βα continentur, æqualia sunt quadrato à recta αγ descripto, & rectangulo γβ, βδ rectis bis contento. erit igitur vnicum quadratum à recta αγ descriptum minus, quadratis à rectis γβ, βα descriptis rectangulo quod rectis βγ, βδ bis continetur. (Conclusio.) In triangulis igitur ὀξυγωνίοις, quadratum quod describitur à latere subtendente angulum acutum, minus est quadratis laterum angulum illum acutum continentium, rectangulo, quod bis continetur vno ex lateribus angulum illum acutum continentibus, in quod perpendicularis cadit: & linea internè intercepta à perpendiculari ad angulum illum acutum. quod erat demonstrandũ.

Propositio XIIII. Problema.

DAtæ figuræ rectilineæ æquale quadratum constituere.

Ἔκθεσις.) Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ α. (Διορισμός.) Δεῖ δὴ τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι. (Κατασκευή.) Συνεστάτω τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ βδ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν



ἡ βε, τῇ εδ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συνίσταται γὰρ τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον τὸ βδ. εἰ δὲ οὔ, μία τῶν βε, εδ μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ βε, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ζ: καὶ κείσθω τῇ εδ ἴση ἡ ζε: καὶ τετμήσθω ἡ ζβ δίχα κατὰ τὸ η: καὶ κέντρῳ μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ηβ, ηζ, ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ βθζ: καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ δε, ἐπὶ τὸ θ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ βζ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ ε. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ περιεχόμενον

ριεχό-

(Explicatio dati.) Sit data figura rectilinea α. (Explicatio quæsiti.) Datæ igitur rectilineæ figuræ α, constituendũ est æquale quadratum. (Delineatio.) Constituatur datæ figuræ rectilineæ α, æquale parallelogrammum rectangulum $\beta\delta$. Si itaq; recta $\beta\varepsilon$, æqualis est rectæ $\varepsilon\delta$, factum est id quod iussum erat. quia datæ figuræ rectilineæ α, æquale est factum quadratum $\beta\delta$. sin minus, vna ex his rectis $\beta\varepsilon$, $\varepsilon\delta$ sit maior, ponatur $\beta\varepsilon$ maior, eaq; producatur ad punctum vsq; ζ: & fiat recta $\varepsilon\delta$ æqualis recta $\zeta\varepsilon$: secetur recta $\zeta\beta$ in duas partes æquales in puncto η: postea cẽtro η, interuallo vel $\eta\beta$, vel $\eta\zeta$ describatur semicirculus $\beta\theta\zeta$: producaturq; recta $\delta\varepsilon$, ad punctum vsq; θ: fiatq; recta $\eta\theta$. (Demonstratio.) Quoniam recta $\beta\zeta$ secta est in partes quidem æquales in puncto η, in partes verò inæquales in puncto ε. rectangulum igitur quod continetur rectis $\beta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, cum quadrato à recta $\varepsilon\eta$ descripto, æquale est quadrato à recta $\eta\zeta$ descripto. sed recta $\eta\zeta$ æqualis est rectæ $\eta\theta$. rectangulum igitur rectis $\beta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$ contentum ριεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εη τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ηζ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ ηζ, τῇ ηθ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ηε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ηθ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ηθ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν θε, ηε τετράγωνα. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ηε, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν θε, ηε. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ηε τετράγωνον. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βε, εζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν βε, εζ, τὸ βδ ἐστίν. ἴση γὰρ ἡ εζ, τῇ εδ. τὸ ἄρα βδ παραλληλόγραμμον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ ἀναγραφομένῳ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα)

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ α ἴσον τετράγωνον συνίσταται, τὸ ἀπὸ τῆς εθ ἀναγραφησόμενον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ΤΕΛΟΣ.

cum quadrato à recta ηε descripto, æquale est quadrato à recta ηθ descripto. verum huic quadrato à recta ηθ descripto, æqualia sunt quadrata à rectis θε, ηε descripta. Rectangulum igitur rectis βε, εζ contentum, cum quadrato à recta ηε descripto, hæc inquam sunt æqualia quadratis à rectis θε, ηε descriptis. Commune auferatur quadratum à recta ηε descriptum. reliquum igitur rectangulum quod rectis βε, εζ continetur, æquale est quadrato à recta εθ descripto: sed rectangulum βε, εζ rectis contentum est rectangulum βδ: quia εζ recta æqualis est εδ rectæ. quare parallelogrammum βδ, æquale est quadrato ab εθ recta descripto. (Conclusio.) Datæ igitur figuræ rectilineæ α, constitutum est æquale quadratum à recta εθ descriptum. Quod faciendum erat.

FINIS.

ΒΑΡΛΑΑΜ ΜΟΝΑΧΟΥ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ, ΤΩΝ γραμμικῶς ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν στοιχείων ἀποδειχθέντων.

ΟΡΟΙ.

Ἀριθμὸν, ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγω: ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδες: τοσαυτάκις συντεθεὶς ὁ πολλαπλασιαζόμενος ποιήσῃ τινα: ὃν καὶ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδας.

Καλῶ δ' αὐτὸν τὸν ἐκ τούτων γενόμενον ἐπίπεδον.

Τετράγωνον δὲ ἀριθμὸν λέγω, τὸν γενόμενον ἀπό τινος ἑαυτὸν πολλαπλασιάσαντος.

Ἀριθμὸν ἀριθμοῦ μέρος λέγω: τὸν ἐλάττονα τοῦ μείζονος, ἄν τε μετρεῖ, ἄν τε μὴ μετρεῖ τὸν μείζονα.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ὄντων διαιρεθῇ ὁ ἕτερος αὐτῶν εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμούς: ὁ ἐκ

τῶν

BARLAAM MONACHI, ARITHMETICA DEMONstratio eorum, quæ Euclides libro secundo suorum elementorum in lineis & figuris planis demonstrauit.

DEFINITIONES.

NVmerum dico multiplicare alium numerum: quando quot in eo qui multiplicat sunt vnitates: toties numerus multiplicandus, compositus: producit aliquem numerum: quem secũdum vnitates quæ sunt in numero multiplicante metitur.

Illum verò qui ex eiusmodi multiplicatione producitur, nomino planum.

Quadratũ voco numerum, qui fit ex multiplicatione alicuius numeri in seipsum.

Deniq; numerum alterius numeri partem esse dico: minorem maioris, siue minor maiorem metiatur: siue non metiatur.

PROPOSITIONES.

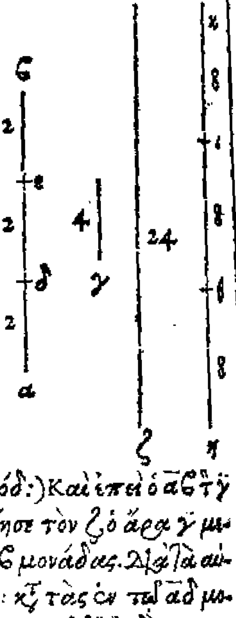
Propositio prima. Theorema.

SI duobus propositis numeris, alter illorũ diuidatur in aliquot numeros quotquot

 sint:

τῶν ἐξ ἀρχῆς δύο ἀριθμῶν ἐπίπεδος ἀριθμός· ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τοῦ ἀδιαιρέτου, καὶ ἑκάστου τῶν μερῶν τοῦ διαιρεθέντος γινομένοις ἐπιπέδοις.

Ἔκθεσις.) Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ ἡ $\overline{αβ}$, γ· καὶ διῃρήσθω ὁ αβ, εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμούς, τοὺς $\overline{αδ}$, δε, εβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τοῦ γ, $\overline{αβ}$ ἐπίπεδος· ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τῶν γ, $\overline{αδ}$: γ, δε: γ, εβ ἐπιπέδοις. (Κατασκ.) Ἔστω γὰρ ἐκ μὲν τῶν γ, αβ, ὁ ζ: ἐκ δὲ τῶν γ, $\overline{αδ}$ ὁ ηθ: ἐκ δὲ τῶν γ, δε, ὁ θι: ἐκ δὲ τῶν γ, εβ ὁ ικ: (Ἀπόδ.) Καὶ ἐπεὶ ὁ $\overline{αβ}$ τὸν γ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζ, ὁ ἄρα γ μετρεῖ τὸν ζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ $\overline{αβ}$ μονάδας. Ἀλλὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸν ηθ μετρεῖ: κατὰ τὰς ἐν τῷ $\overline{αδ}$ μονάδας: τὸν δὲ θι κατὰ τὰς ἐν τῷ δε: τὸν δὲ ικ: κατὰ τὰς ἐν τῷ εβ μονάδας. Ὅλον ἄρα τὸν ηκ



μετρεῖ

sint: numerus planus, qui fit ex multiplicatione duorũ ab initio propositorũ numerorum, erit æqualis numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numeri non diuisi, & vnaquaq; parte numeri diuisi.

Ἔκθεσις.) *Sint duo numeri αβ, & γ: ac diuidatur numerus αβ in quotcunq; alios numeros, vtpote αδ, δε, εβ.* (Διορισμός.) *Dico quod numerus planus qui fit ex numerorum γ, & αβ multiplicatione: æqualis sit numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numerorum γ, & αδ: item γ, & δε: deniq; γ, & εβ.* (Κατασκευή.) *Sit enim ζ numerus planus ex multiplicatione numerorum γ, & αβ productus: ηθ verò ex multiplicatione γ, & αδ: θι verò ex multiplicatione γ, & δε: deniq; ex multiplicatione γ, & εβ producatur numerus ικ.* (Ἀπόδειξις.) *Cum itaq; numerus αβ multiplicando numerum γ, produxit numerum ζ: idcirco numerus γ, metitur numerum ζ, iuxta vnitates quæ sunt in numero αβ. Per eadem demonstrabimus, quod numerus γ etiam metiatur numerum ηθ, penes vnitates, quæ sunt in numero αδ: numerum verò θι per vnitates quæ sunt in numero δε: deniq; numerum ικ, secũdum vnitates quæ sunt in numero εβ.*

μετρεῖ ὁ γ̄ · κατὰ τὰς ἐν τῷ ᾱβ̄ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν ζ κατὰ τὰς ἐν τῷ ᾱβ̄ μονάδας. ἑκάτερος ἄρα τῶν ζ, η̄κ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιος τοῦ γ̄. οἱ δὲ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ζ τῷ η̄κ. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ζ. ὁ ἐκ τῶν γ, αβ ἐπίπεδος, ὁ δὲ η̄κ, ὁ συγκείμενος ἐκ τε τοῦ γ̄, καὶ ἑκάστου τῶν ᾱδ, δε, εβ ἐπιπέδων. ὁ ἄρα ἐκ τῶν γ, ᾱβ̄ ἐπίπεδος ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τε τοῦ γ̄, καὶ ἑκάστου τῶν ᾱδ, δε, εβ ἐπιπέδοις. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα δύο ἀριθμῶν ὄντων: διαιρεθῇ ὁ ἕτερος αὐτῶν εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμούς: ὁ ἐκ τῶν ἐξ ἀρχῆς δύο ἀριθμῶν ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τε τοῦ ἀδιαιρέτου, καὶ ἑκάστου τῶν μερῶν τοῦ διαιρεθέντος ἐπιπέδοις, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις β. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ: δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ γινόμενοι ἐκ τε τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν, συναμφότεροι ἴσοι εἰσὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετραγώνῳ.

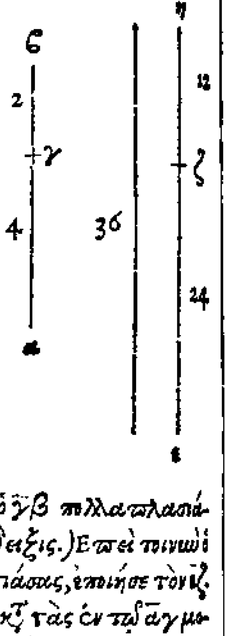
Ἐκθε-

Quare numerus γ totum numerum ηκ metitur iuxta vnitates, quæ sunt in numero αβ. verum metiebatur antea numerum ζ, penes vnitates quæ sunt in numero αβ. Vterque igitur numerus ζ, & ηκ æqualiter est multiplex numeri γ. Numeri verò qui eiusdem numeri æqualiter sunt multiplices, æquales inter se sunt. ergo numerus ζ, æqualis est numero ηκ. sed numerus ζ, est numerus planus, ex multiplicatione γ & αϐ productus. alter verò numerus ηκ, compositus ex numero γ non diuiso, & vnoquoque plano numero αδ, δε, εϐ. (Συμπέρασμα.) *Si igitur fuerint duo numeri, quorum alter diuisus sit in quoscunque alios numeros: tum numerus planus qui fit ex multiplicatione duorum ab initio propositorum numerorum: æqualis est numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numeri non secti, & singulis partibus eius numeri qui diuisus & sectus est. Quod erat demonstrandum.*

Propositio II. Theorema.

SI numerus aliquis diuisus fuerit in alios duos numeros: tum numeri plani qui fiũt ex multiplicatione totius, & vtriusque partis, hi ambo coniuncti: erunt æquales quadrato numero totius numeri propositi.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ διῃρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοί, ὅτι ἐκ τῶν αβ, αγ: καὶ ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ συντιθέντες: ἴσοι εἰσὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ὁ γὰρ αβ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν δ: ὁ δὲ αγ, τὸν αβ πολλαπλασιάσας: ποιείτω τὸν εζ: τὸν δὲ αὐτὸν αβ καὶ ὁ γβ πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν ζη. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ τοίνυν ὁ αγ τὸν αβ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν εζ. ὁ ἄρα αβ μετρεῖ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ, τὸν αβ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζη: ὁ ἄρα αβ μετρεῖ τὸν ζη, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας.



Ἔκθεσις.) Diuidatur enim numerus αβ, in duos alios numeros αγ, γβ. (Διορισμὸς.) Dico quod duo numeri plani qui fiunt ex multiplicatione αβ, & αγ. deinde αβ, & βγ: hi inquam compositi, æquales sint quadrato numero, qui fit ex multiplicatione numeri αβ in seipsum. (Κατασκευή.) Numerus enim αβ seipsum multiplicãdo, producat numerum δ: numerus etiam αγ, multiplicando numerum αβ, producat numerũ εζ: rursus numerus γβ, multiplicando eundem numerum αβ: faciat numerum ζη. (Ἀπόδειξις.) Cum itaq; αγ numerus multiplicando numerum αβ, produxerit numerum εζ. igitur numerus αβ metitur numerum εζ secundum vnitates quæ sunt in numero αγ. Rursus quoniam γβ numerus, multiplicauit αβ numerum: & produxit numerum ζη: idcirco αβ metietur numerum ζη secundum vnitates quæ sunt in numero γβ. verum idem numerus αβ metiebatur antea quoq; numerum εζ, iuxta vnitates quæ sunt in numero αγ. Ergo numerus αβ, totum numerũ εη metietur iuxta vnitates quæ in ipso αβ sunt.

νάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ τὸν αδ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζη: ὁ ἄρα αβ μετρῆ τὸν ζη, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ αδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν δ: μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν δ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ἑκάτερον ἄρα τῶν δ, εα: μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶν ὁ δ τοῦ αβ: τοσαυταπλάσιον ἐστὶ καὶ ὁ εη τοῦ αβ. οἱ δὲ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι ἀριθμοὶ: ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ δ, τῷ εη. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν δ, ὁ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, ὁ δὲ εη, συντεθεὶς ἐκ δύο ἐπιπέδων ἀριθμῶν, τῶν ἐκ τῶν αβ, βγ, βα, αγ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ, ἐκ δύο ἐπιπέδων, τῶν ἐκ τῶν αβ, βγ, βα, αγ. (Συμπέρασμα) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῆ: δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοί, οἱ γινόμενοι ἐκ τε τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν συναμφότεροι ἴσοι εἰσὶν τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

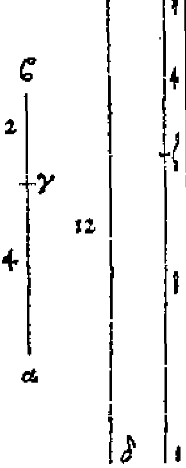
προτα-

$\alpha\beta$ sunt. Præterea quoniã $\alpha\beta$ numerus multiplicando seipsum, produxit numerum δ: idcirco numerus $\alpha\beta$, metietur seipsum iuxta vnitates quas in seipso continet. Quare metietur vtrunq, scilicet numerum δ, & numerum $\epsilon\eta$: per vnitates quæ in ipso $\alpha\beta$ numero sunt. Quotuplex igitur numerus δ, est numeri $\alpha\beta$: totuplex etiam est numerus $\epsilon\eta$, numeri $\alpha\beta$. Numeri verò qui eiusdem sunt æqualiter multiplices, inter se æquales sunt. Quare numerus δ, est æqualis numero $\epsilon\eta$: & numerus δ, est quadratus factus ex $\alpha\beta$ numero. numerus verò $\epsilon\eta$ factus & compositus ex duobus numeris planis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$: & $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$. Numerus itaq; quadratus ex $\alpha\beta$ numero: æqualis est numero plano, composito ex numeris $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$. (Συμπέρασμα.) Si igitur aliquis numerus diuisus fuerit in duos numeros alios: tum numeri plani qui fiunt ex multiplicatione totius, & vtriusq; partis: hi ambo coniuncti, erunt æquales quadrato numero totius propositi numeri. quod demonstrandum erat.

Propo-

Πρότασις γ. θεώρημα.

ΕΑν ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμοὺς, ὁ ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ, σὺν τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου μέρους τετραγώνῳ.



Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ διῃρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ, ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ὁ γὰρ αβ πολλαπλασιάτω τὸν γβ, καὶ ποιήτω τὸν δ: ὁ δὲ αγ, τὸν γβ πολλαπλασιάτω, καὶ ποιήτω τὸν εζ: ὁ δὲ γβ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιήτω τὸν ζη. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ αβ τὸν γβ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν δ: ὁ ἄρα γβ, μετρεῖ τὸν

δ, κα

Propositio III. Theorema.

SI numerus aliquis diuidatur in duos numeros: numerus planus qui fit ex multiplicatione totius & vnius partis: æqualis est numero plano, facto ex partibus, & numero quadrato, producto ex parte prædicta.

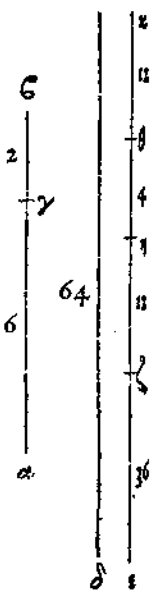
Ἔκθεσις.) *Sit enim numerus αϐ, qui diuidatur in duos numeros αγ, γβ.* (Διορισμός.) *Dico quòd numerus planus, qui fit ex multiplicatione numerorum αϐ, ϐγ: æqualis sit numero plano facto ex multiplicatione numerorum αγ, γβ: & quadrato ex γβ numero producto.* (Κατασκευή.) *Numerus enim αϐ, multiplicando numerum γβ, producat numerum δ. deinde αγ numerus, multiplicando numerum γβ: producat numerum εζ. deniq; γβ numerus, multiplicando seipsum producat numerum ζη.* (Ἀπόδειξις.) *Cum igitur numerus αβ, multiplicando numerum γβ, produxerit numerum δ: idcirco numerus γϐ, metitur numerum δ, iuxta vnitates quæ sunt in numero αϐ. Ad hæc quoniam numerus αγ multiplicauit numerum γβ: & produxit numerū εζ. ergo γϐ numerus, metitur numerum εζ iuxta vnita-*

δ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αϛ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ αγ, τὸν γϛ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν εζ· ὁ ἄρα γϛ, μετρεῖ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζη. μετρεῖ ἄρα ὁ γβ τὸν ζη, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ γβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν δ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αϛ μονάδας. ἰσάκις ἄρα ὁ γβ, ἑκάτερον τῶν δ, εη μετρεῖ. οἱ δὲ ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις μετρούμενοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ δ, τῷ εη, καὶ ἐστὶν ὁ μὲν δ, ὁ ἐκ τῶν αϛ, βγ ἐπίπεδος. ὁ δὲ εη, ὁ ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπίπεδος, σὺν τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπίπεδος, ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ: καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς τυχόντας διαιρεθῇ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ, σὺν τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου μέρους τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Προταtes quæ ſunt in numero αγ. Rurſus quoniam γϐ numerus, multiplicauit ſeipſum: & produxit numerum ζη. ergo numerus γϐ, metitur numerū ζη, iuxta vnitates quæ in ſeipſo ſunt. Verum antea idem numerus γϐ, etiam metiebatur numerum εζ iuxta vnitates quæ in ipſo ſunt αγ numero. Totus itaq; numerus γϐ, metitur totum numerum εη, per vnitates quæ ſunt in numero αϐ. ſed & numerum δ, metiebatur penes vnitates, quæ ſunt in numero αϐ. Quare numerus γϐ æqualiter metitur vtrunq; numerum, nempe numerum δ, & numerum εη. Quos verò idem numerus æqualiter metitur: æquales inter ſe ſunt. idcirco numerus δ, eſt æqualis numero εη: ſed numerus δ, eſt planus, factus ex multiplicatione numerorum αβ, βγ: numerus verò εη, eſt numerus ex multiplicatione numerorum αγ, γβ, procreatus: & quadrato numeri γβ. Quapropter numerus planus, factus ex multiplicatione αγ, γβ numerorum: æqualis eſt numero plano ex αγ, γβ numeris producto: & quadrato numeri γβ. (Concluſio.) Si igitur numerus aliquis diuidatur in duos numeros: numerus planus, qui fit ex multiplicatione totius, & vnius partis: æqualis eſt numero plano, facto ex partibus, & numero quadrato producto ex parte prædicta. quod demonſtrandum erat.

Πρότασις δ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμούς· ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος· ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν μερῶν τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ.



Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ, διαιρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, τετράγωνος. ἴσος ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ αβ τετράγωνος ὁ δ: ἀπὸ δὲ τοῦ αγ, ὁ εζ: ἀπὸ δὲ τοῦ γβ, ὁ ηθ: ἐκ δὲ τῶν αγ, γβ ἑκάτερος τῶν ζη, θκ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ τοίνυν ὁ αγ, ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν εζ· ὁ ἄρα αγ, μετρεῖ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονά-

Propositio IIII. Theorema.

SInumerus aliquis in duos numeros diuisus fuerit: quadratus numerus totius, æqualis est quadratis partium: & numero plano, qui generatur, atq; fit ex multiplicatione partium bis facta.

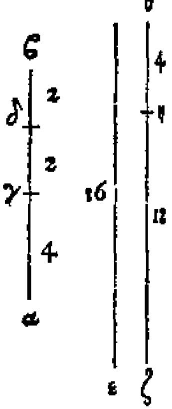
Ἔκθεσις.) *Sit enim numerus* αϐ, *qui diuidatur in duos numeros* αγ, γϐ. (Διορισμός.) *Dico quod quadratus numerus totius* αϐ *numeri: æqualis sit quadratis partium, seu numerorum* αγ, γβ: *& numero plano facto ex multiplicatione numerorum* αγ, γϐ *bis repetita.* (Κατασκ:) *Fiat itaq; quadratus numer⁹ ex multiplicatione totius numeri* αϐ *in seipsum, et sit numerus* δ. *deĩde fiant etiã quadrati numeri ex multiplicatione* αγ *in seipsum numerus* εζ: *et ex multiplicatione* γϐ *in seipsum numerus* ηθ. *deniq; ex multiplicatione numerorum* αγ, γβ *fiat vterq; numerus planus* ζη, θκ. (Ἀπόδειξις.) *Cum itaq; numerus* αγ *multiplicando seipsum produxerit numerum* εζ, *idcirco* αγ *numerus, metitur numerum* εζ *iuxta vnitates quæ sunt in seipso. cum etiam* γϐ *numerus, multiplicauerit nu-*

μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ, τὸν γα πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν ζη: μετρεῖ ἄρα τὸν ζη, ὁ αγ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αγ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. ὁ ἄρα αβ πολλαπλασιάσας τὸν αγ, ἐποίησε τὸν εη. ὁ εη ἄρα ἐπίπεδός ἐστιν ὁ ἐκ τῶν βα, αγ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ὁ ηκ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ. ὃ ἐστιν ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος ὁ δ. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμοὺς, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ δύσι τοῖς ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν ἐπιπέδοις. ἴσος ἄρα ὁ δ, τῷ εκ. ἀλλὰ μὴν ὁ εκ, συγκείμενός ἐστιν ἔκ τε τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνων: καὶ τοῦ δὶς ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδου. ὁ δὲ δ, ὑπάρχει ὁ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς, διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμοὺς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν μερῶν τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

numerum γα, & produxerit numerum ζη. Ergo αγ numerus, metitur numerum εη pe- res vnitates quæ sunt in numero γβ. verum antea metiebatur etiam numerum εζ, per vnitates quæ sunt in numero αб, & propterea numerus αб, multiplicans numerum αγ, produxit numerum εη, eamq́ ob causam numerus ει, est numerus planus factus ex multiplicatione numerorum βα, αγ. Simili modo demonstrabimus, quod numerus κκ sit planus factus ex multiplicatione numerorum αβ, βγ. Præterea numerus Δ, est quadratus numeri αβ. quod si verò numerus aliquis diuisus fuerit in duos numeros: quadratus totius numeri æqualis est duobus numeris planis, qui ex multiplicatione totius & vtrarumq́ partium fiunt. quare numerus Δ quadratus, æqualis est numero ικ plano. Verum numerus ικ, compositus est ex quadratis numerorum αγ, γβ: & numero plano, qui ex multiplicatione numerorum αγ, γβ bis facta producitur: numerus verò Δ quadratus totius numeri αβ. Quare numerus quadratus factus ex multiplicatione numeri αβ in seipsum: æqualis est quadratis numeris, numerorum αγ, γβ partium: & numero plano ex multiplicatione numerorũ αγ, γβ bis facta, producto. (Conclusio) Si igitur numerus aliquis in duos numeros diuisus fuerit: quadratus numerus totius, æqualis est quadratis partium: & numero plano ex multiplicatione partiũ bis facta producto. quod demonstrandum erat.

Πρότασις ε. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς δίχα διαιρεθῇ: διαιρεθῇ δὲ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς: ὁ ἐκ τῶν ἀνίσων μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνῳ.



(Ἔκθεσις.) Ἔστω γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ: καὶ διῃρήσθω δίχα μὲν εἰς τοὺς αγ, γβ: ἀνισαχῇ δὲ εἰς τοὺς αδ, δβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνου. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ γβ τετράγωνος ὁ ε: ἐκ δὲ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος ὁ ζη. ἀπὸ δὲ τοῦ δγ τετράγωνος ὁ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ βγ ἀριθμὸς διῄρηται εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς βδ, δγ. ἐστὶν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ βγ τετράγωνος, τουτέστιν ὁ ε: ἴσος τοῖς ἀπὸ τῶν βδ, δγ τετραγώνοις, μετὰ τοῦ

δὶς

Propositio V. Theorema.

SI numerus aliquis par, diuisus fuerit in duas partes æquales: deinde idem numerus rursus diuidatur in partes inæquales: numerus planus qui fit ex multiplicatione partiũ inæqualium, cum quadrato numeri interpositi: æqualis est quadrato dimidij numeri.

Ἔκθεσις.) *Sit enim αβ numerus par, diuisus in duos æquales numeros αγ, γβ: & in duos numeros inæquales αδ, δβ.* (Διορισμός.) *Dico quod quadratus numerus, qui fit ex multiplicatione dimidij numeri γβ in seipsum: æqualis sit numero plano, qui fit ex multiplicatione numerorum αδ, δβ inæqualium: & quadrato numeri γδ interpositi.* (Κατασκ.) *Fiat quadratus numerus ex multiplicatione numeri γβ dimidij in seipsum, & sit numerus ε. Planus verò ex multiplicatione αδ, δβ numerorum inæqualium, numerus ζη: deniq; numeri δγ intercepti, fiat quadratus numerus κθ.* (Ἀπόδειξις.) *Quoniam numerus βγ diuisus est in βδ, δγ numeros. idcirco quadratus numeri βγ: hoc est numerus ε, æqualis est quadratis numerorum βδ, δγ: & numero plano, qui fit ex multiplicatione numerorum βδ, δγ bis facta.* (Κατασκευὴ τῆς ἀποδείξεως.)

δὶς ἐκ τῶν βδ, δγ. (Κατασκευὴ τῆς ἀποδείξεως.) Ἔστω οὖν ἀπὸ μὲν τοῦ βδ τετράγωνος ὁ κλ: ἀπὸ δὲ τοῦ δγ ὁ νξ. ἐκ δὲ τῶν βδ, δγ ἑκάτερος τῶν λμ, μν. ὅλος ἄρα ὁ κξ ἴσος ἐστὶ τῷ ε. Καὶ ἐπεὶ ὁ βδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν κλ: μετρεῖ ἄρα αὐτὸν, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γδ, τὸν δβ πολλαπλασιάσας τὸν λμ ἐποίησε. ὁ ἄρα δβ μετρεῖ τὸν λμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γδ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν κλ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας: ὅλον ἄρα τὸν κμ μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἴσος δὲ ὁ γβ τῷ γα. ὁ ἄρα δβ, μετρεῖ τὸν κμ κατὰ τὰς ἐν τῷ γα μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γδ πολλαπλασιάσας, τὸν δβ ἐποίησε τὸν μν. ὁ ἄρα δβ, μετρεῖ τὸν μν, κατὰ τὰς ἐν τῷ δγ μονάδας, ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν κμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν κν μετρεῖ ὁ βδ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας. ὑπόκειται γάρ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ζη, τῷ κν. οἱ γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ ηθ τῷ νξ ἴσος. ἑκάτερος γὰρ ὑπόκειται ἀπὸ τοῦ γδ τετράγωνος. ὅλος ἄρα ὁ κξ, ὅλῳ τῷ ζθ ἴσος

ἐστὶν

Sit igitur quadratus numeri βδ, numerus κλ: numeri verò δγ, sit quadratus numerus νξ: deniq; ex multiplicatione numerorum βδ, δγ: fiat vterq; numerus λμ, & μν. Itaq; totus numerus κξ, æqualis est numero ι. Quoniam nunc numerus βδ multiplicando seipsum, produxit numerum κλ: idcirco metitur eum per vnitates, quæ sunt in seipso. præterea cum numerus γδ, multiplicans numerum δβ, produxerit numerum λμ: eam ob causam δβ numerus metitur etiam numerum λμ, penes vnitates quæ sunt in numero γδ. verum antea metiebatur quoq; numerum κλ per vnitates quæ in seipso sunt. Quare numerus δβ, metitur totum numerum κμ iuxta vnitates, quæ sunt in numero γβ. Sed numerus γβ æqualis est numero γα. numerus igitur δβ, numerum κμ metitur per vnitates, quæ sunt in numero γα. Rursus quoniam numerus γδ, multiplicando numerum δβ, produxit numerum μν: idcirco δβ numerus, metitur numerum μν, per vnitates quæ sunt in numero γδ. Verum antea metiebatur numerum κμ, iuxta vnitates, quæ sunt in numero αγ. Numerus igitur βδ metitur totum numerum κν, per vnitates quæ sunt in numero αδ. illud enim est propositum. Quare numerus ζη, æqualis est numero κν. nam numeri qui eiusdem sunt æqualiter multiplices æquales inter se sunt: sed numerus ηθ, est æqualis numero νξ. nam vterq; proponitur esse quadratus numeri γδ. totus itaque κξ, toto ζθ æqualis est. verum

nume-

ἐστιν. ἐστὶ δὲ καὶ τῷ ε ὁ κζ ἴσος. καὶ ὁ ζθ ἄρα τῷ
ε ἴσος ἐστί. καὶ ἐστιν ὁ μὲν ζθ, ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ
ἐπίπεδος: μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ δγ τετραγώνου. ὁ δὲ
ε, ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αδ,
δβ ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ δγ τετραγώ-
νου, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ.
(Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς,
διαιρεθῇ δίχα: διαιρεθῇ δὲ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθ-
μοὺς: ὁ ἐκ τῶν ἀνίσων μερῶν ἐπίπεδος: με-
τὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα: προ-
στεθῇ δέ τις αὐτῷ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου, σὺν τῷ
προσκειμένῳ: καὶ τοῦ προσκειμένου ἐπίπεδος,
μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου: ἴσος
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου, ἔκ τε τοῦ ἡμίσε-
ος, καὶ τοῦ προσκειμένου τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἄρτιος γὰρ ἀριθμὸς ὁ αβ, διῃρή-
σθω

numero ε, æqualis est numerus κξ. Ergo & ζθ numerus æqualis est numero ε, & numerus ζθ est numerus planus, ex multiplicatione numerorum αδ, δβ factus: cum quadrato numeri δγ. numerus verò ε quadratus numeri γβ. (Συμπέρασμα.) Quare planus numerus factus ex multiplicatione numerorum αδ, δβ inæqualium cum quadrato numeri δγ intercepti: æqualis est quadrato numeri γβ dimidij. Si itaque numerus par diuisus fuerit in partes duas æquales: & idem rursus in partes diuidatur inæquales: numerus planus, qui fit ex multiplicatione partium inæqualium, cum quadrato numeri interpositi: æqualis est quadrato dimidij numeri. Quod erat demonstrandum.

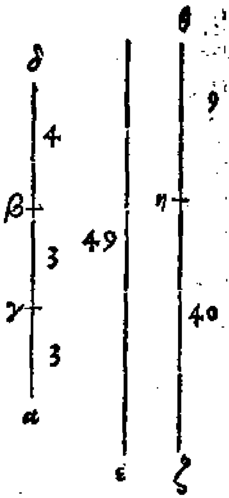
Propositio VI. Theorema.

SI numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, & adijciatur ei aliquis alius numerus: tum planus numerus, qui fit ex multiplicatione numeri totius cum adiecto, & numeri adiecti, vnà cum quadrato dimidij numeri; æqualis est quadrato, numeri ex dimidio & numero adiecto compositi.

Ἔκθεσις.) *Par enim numerus αβ, diuida-*

tur in

σθω δίχα εἰς τοὺς αγ, γβ ἀριθμούς: καὶ προσκείσθω αὐτῷ ἕτερός τις ἀριθμὸς ὁ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ γδ τετράγωνος ὁ ε, ἐκ δὲ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος ὁ ζη: ἀπὸ δὲ τοῦ γβ τετράγωνος ὁ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ γδ, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν δβ, βγ: μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν δβ, βγ. ἔστω ἀπὸ μὲν τοῦ βδ ὁ κλ: ἐκ δὲ τῶν δβ, βγ, ἑκάτερος τῶν λμ, μν: ἀπὸ δὲ τοῦ βγ ὁ νξ. ὅλος ἄρα ὁ κξ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. καὶ ἔστιν ἀπὸ τοῦ γδ τετράγωνος ὁ ε. ὁ ἄρα κξ: ἴσος ἐστὶ τῷ ε. καὶ ἐπεὶ ὁ βδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν κλ πεποίηκε. ὁ ἄρα βδ, μετρεῖ τὸν κλ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ



tur in duos numeros æquales $\alpha\gamma$, $\gamma\epsilon$: ei $\widetilde{q}$ adijciatur alius numerus $\beta\delta$. (Διορισμός.) Dico quòd numerus planus, ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\epsilon$ factus, cum quadrato numeri $\gamma\beta$: æqualis sit quadrato numeri $\gamma\delta$. (Κατασκευή.) Sit enim quadratus numerus numeri $\gamma\delta$, numerus ϵ: planus vero ex numerorum $\alpha\delta$, $\delta\epsilon$ multiplicatione factus, numerus $\zeta\eta$: deniq; quadratus numeri $\gamma\epsilon$, numerus $\eta\theta$. (Ἀπόδειξις.) Quoniam quadratus numeri $\gamma\delta$, æqualis est quadrato numerorum $\delta\epsilon$, $\epsilon\gamma$, cum plano numero, qui fit ex multiplicatione numerorum $\delta\epsilon$, $\epsilon\gamma$ bis facta. sit quadratus numeri $\epsilon\delta$, numerus $\kappa\lambda$: plani verò ex multiplicatione numerorum $\delta\beta$, $\epsilon\gamma$ bis facta, vterq; numerorum $\lambda\mu$, $\mu\nu$. quadratus deniq; numeri $\beta\gamma$ numerus $\nu\xi$. Totus igitur $\kappa\xi$, æqualis erit quadrato numeri $\gamma\delta$. sed quadratus numeri $\gamma\delta$ est numerus ϵ. Ergo numerus $\kappa\xi$, æqualis est numero ϵ. Et cū numerus $\beta\delta$ multiplicando seipsum, produxerit numerum $\kappa\lambda$. ergo numerus $\beta\delta$ metitur numerum $\kappa\lambda$, iuxta vnitates, quæ in seipso sunt.

μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν λμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ
γβ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν κμ μετρεῖ ὁ δβ,
κατὰ τὰς ἐν τῷ γδ μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ δβ μετρεῖ
τὸν μν, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας.
ἴσος δὲ ὁ γε, τῷ γα, ὑπόκειται γδ. ὅλον ἄρα
τὸν κν, μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας.
ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν ζη μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ
τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας, ὑπόκειται γὰρ
ὁ ζη ἐκ τῶν αδ, δβ. ἴσος ἄρα ὁ ζη, τῷ κν.
ἐστὶ δὲ καὶ ὁ θη τῷ νζ ἴσος. ἑκάτερος γάρ ἐστιν
ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος. ὅλος ἄρα ὁ ζθ
τῷ κζ ἐστὶν ἴσος. ὁ δὲ κζ ἀπεδείχθη τῷ ε ἴσος·
καὶ ὁ ζθ ἄρα τῷ ε ἴσος ἐστί. καί ἐστιν ὁ μὲν
ζθ: ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνου.
ὁ δὲ ε, ὁ ἀπὸ τοῦ γδ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν
αδ, δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τοῦ γδ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.)
Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς διαιρεθῇ δίχα:
προστεθῇ δέ τις αὐτῷ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου σὺν τῷ
προσκειμένῳ, καὶ τοῦ προσκειμένου ἐπίπεδος,
μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου, ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ
τοῦ προσκειμένου τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

sunt: verum metitur etiam numerum $\kappa\mu$ per vnitates quae sunt in $\gamma\beta$ numero. quare numerus $\delta\beta$ totum numerum $\kappa\mu$ metitur penes vnitates, quae sunt in numero $\gamma\delta$. sed & numerus $\delta\beta$, metitur numerũ $\mu\nu$ per vnitates quae sunt in numero $\gamma\beta$: & numerus $\gamma\beta$, est aequalis numero $\gamma\alpha$. illud enim proponitur. Ergo numerus $\delta\beta$, totum numerum $\kappa\nu$ metitur iuxta vnitates quae sunt in numero $\alpha\delta$. verum numerus $\delta\beta$ metitur etiam numerum $\zeta\kappa$ per vnitates quae sunt in numero $\alpha\delta$: quia proponitur numerum $\zeta\kappa$, esse planum ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$ $\delta\beta$ factum. Quare numerus $\zeta\kappa$ erit aequalis numero $\kappa\nu$ sed $\theta\kappa$ numerus etiam est aequalis numero $\nu\zeta$. quia vterque est numerus quadratus numeri $\gamma\beta$. Totus igitur $\zeta\theta$ numerus, aequalis est $\kappa\zeta$ numero: & $\kappa\zeta$ numerus, demõstratus est aequalis esse numero ϵ. Itaque $\zeta\theta$ numerus etiam erit aequalis numero ϵ, & numerus $\zeta\theta$ est numerus planus, ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ factus: cum quadrato numeri $\beta\gamma$: numerus verò ϵ, quadratus numeri $\gamma\delta$. Quare numerus planus, ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$, cum quadrato numeri $\gamma\beta$: aequalis est quadrato numeri $\gamma\delta$. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus par, diuisus fuerit in duos numeros aequales, & adijciatur ei aliquis alius numerus, tum numerus planus, qui fit ex multiplicatione totius numeri cum adiecto, & numeri adiecti, vnà cum quadrato dimidij numeri: aequalis est quadrato numeri compositi ex dimidio, & adiecto. Quod demonstrandum erat.

Πρότασις ζ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς διαιρεθῇ, εἰς δύο ἀριθμούς, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος, μετὰ τοῦ ἀφ' ἑνὸς τῶν μερῶν τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ εἰρημένου μέρους, ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου.

β

8
8
64 quad: totius.

3

5
5
γ
25 quad: partis.

5

8 8
5 5
40 40
80 planus bis facta multipl.

3
3
α
9 quad: reliq: part:

64 quad: totius αβ.
25 quad: partis αγ.
89.

80 planus bis facta.
9 quad: reliq: partis βγ.
89.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ, διῃρήσθω εἰς τοὺς αγ, γβ ἀριθμούς. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι

οἱ ἀπὸ

Propositio VII. Theorema.

SI numerus aliquis diuidatur in duos numeros, quadratus numeri totius cũ quadrato vnius partis: æqualis est numero plano, ex multiplicatione totius numeri, & prędictæ partis bis facta, cum quadrato partis reliquæ.

β	8		64	*quad: totius αβ.*
	8		25	*quad: partis αγ.*
	64	*quad: totius.*	89.	
3	5		80	*planus bis facta.*
	5		9	*quad: reliq: partis βγ.*
γ	25	*quad: partis.*	89:	

	8	8
5	5	5
	40	40

80 *planus bis facta multipl.*

	3	
	3	
α	9	*quad: reliqu: part.*

Ἔκθεσις.) *Numerus αβ, diuidatur in numeros αγ, γβ.* (Διορισμός.) *Dico quod nu-*

οἱ ἀπὸ τῶν βᾱ, ᾱγ τετράγωνοι ἴσοι εἰσὶν τῷ
δὶς ἐκ τῶν βᾱ, ᾱγ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ
τοῦ βγ τετραγώνου. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ
ὁ ἀπὸ τοῦ ᾱβ τετράγωνος, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ
τῶν βγ, γα, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα. κοι-
νὸς προσκείσθω ὁ ἀπὸ τοῦ ᾱγ τετράγωνος.
ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ βᾱ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ᾱγ: ἴσος
ἐστὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ ᾱγ τετραγώνοις. καὶ ἔτι
τῷ ἀπὸ τοῦ γβ, μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν βγ, γᾱ.
καὶ ἐπεὶ ἅπαξ ἐκ τῶν βᾱ, ᾱγ: ἴσος ἐστὶ τῷ
ἅπαξ ἐκ τῶν βγ, γα, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γα τε-
τραγώνου. ὁ ἄρα δὶς ἐκ τῶν βᾱ, ᾱγ: ἴσος ἐστὶ
τῷ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ
τοῦ γα τετραγώνων. κοινὸς προσκείσθω ὁ ἀ-
πὸ τοῦ βγ τετράγωνος. δύο ἄρα τετράγω-
νοι ἀπὸ τοῦ ᾱγ· καὶ εἷς ἀπὸ τοῦ γβ, μετὰ τοῦ
δὶς ἐκ τῶν βγ, γα: ἴσοι εἰσὶν τῷ δὶς ἐκ τῶν
βᾱ, ᾱγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ
τετράγωνος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ᾱγ τετραγώ-
νου: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν βᾱ, ᾱγ, μετὰ τοῦ
ἀπὸ τοῦ λοιποῦ γβ μέρους τετραγώνου. (Συμ-
πέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς
δύο ἀριθμοὺς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος,

μετὰ

meri quadrati numerorum $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$: æquales sunt numero plano, ex multiplicatione numerorum $\beta\bar{\alpha}$, $\bar{\alpha}\gamma$ bis facta, cum quadrato numeri $\beta\gamma$. (Ἀπόδειξις.) Cum enim quadratus numeri $\alpha\beta$, sit æqualis quadratis numerorum $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, & numero plano ex multiplicatione numerorũ $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ bis facta: communis addatur quadratus numeri $\alpha\gamma$. Ergo quadratus numeri $\alpha\beta$, cum quadrato numeri $\alpha\gamma$: æqualis est duobus quadratis numeri $\alpha\gamma$, & vno quadrato numeri $\gamma\beta$: cum numero plano, ex multiplicatione numerorum $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ bis facta. Quoniam verò numerus planus, ex multiplicatione $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ numerorum semel facta: æqualis est numero plano ex multiplicatione $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ semel facta, vnà cum quadrato $\gamma\alpha$. numerus itaq; ex multiplicatione $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ bis facta: æqualis erit numero ex multiplicatione $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ bis facta: cum duobus quadratis numeri $\gamma\alpha$. Communis addatur quadratus numerus $\beta\gamma$. ergo duo quadrati numeri $\alpha\gamma$, & vnus quadratus numeri $\gamma\beta$: cum numero plano, ex multiplicatione $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ bis facta: sunt æquales numero plano, ex numerorum $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ multiplicatione bis facta, cum quadrato numeri $\gamma\beta$. Quare quadratus numeri $\alpha\beta$, cum quadrato numeri $\alpha\gamma$: est æqualis numero plano, ex multiplicatione $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ numerorum bis facta cũ quadrato numeri $\gamma\beta$. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus aliquis diuidatur in duos numeros: quadratus totius numeri, cum quadrato huius par-μετὰ τοῦ ἀφ' ἑνὸς τῶν μερῶν τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ εἰρημένου μέρους ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις η. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ· ὁ τετράκις ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ προειρημένου μέρους ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ, διῃρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ τετράκις ἐκ τῶν αβ, βγ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῶν αβ, βγ ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνῳ. (Κατασκ.) Κείσθω γὰρ τῷ βγ ἀριθμῷ, ἴσος ὁ βδ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ αδ, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αβ, βδ τετραγώνοις· καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βδ ἐπιπέδῳ· καὶ ἐστὶν ὁ βδ ἴσος τῷ βγ. ἐστὶν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ἴσος τοῖς ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετραγώνοις· καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ. τὰ δὲ ἀπὸ *partis: æqualis est numero plano ex multiplicatione totius numeri, & prædictæ partis bis facta, cum quadrato reliquæ partis. quod erat demonstrandum.*

Propositio VIII. Theorema.

SI numerus diuidatur in duos numeros: tum planus numerus, ex multiplicatione totius, & vnius partis quater facta, cum quadrato partis reliquæ: est æqualis quadrato totius & prædictæ partis tanquam esset quadratus vnius numeri.

Ἔκθεσις.) *Numerus enim αβ, diuidatur in duos numeros αγ, γβ.* (Διορισμὸς) *Dico quod numerus planus, ex multiplicatione numerorum, αβ, βγ quater facta, cum quadrato numeri αγ: æqualis sit quadrato numeri αβ, βγ tanquam vnius esset numeri quadratus.* (Κατασκευή.) *Fiat enim numero βγ, æqualis numerus βδ.* (Ἀπόδειξις.) *Quoniam nunc quadratus numeri αδ, æqualis est quadratis numerorum αβ, βδ: & numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βδ bis repetita. denique numerus βδ, æqualis sit numero βγ. idcirco quadratus numeri αδ, æqualis est quadratis numerorum αβ, βγ, & numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βγ bis facta, & quadrato numeri αγ. quadrata* β

8	8	8	8
2	2	2	2
16	16	16	16

2

+γ 64 *planus ex quater facta multiplicatione.*

6
6
36 *quad: reliq:*

6

10
10
100 *quad. totius & part:*

64
36
100 *planus & quad: reliq:*

α

τῶν αβ, βγ τετράγωνα: ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ: καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνῳ: ἔστιν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ἴσος τῷ τετράκις ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ: καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνῳ. καὶ ἔστιν ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, βγ, ὡς ἀφ' ἑνός. ὁ γὰρ βδ, ἴσος ἐστὶ τῷ βγ, ἔστιν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, βγ ὡς ἀφ' ἑνὸς τε-

τράγω-

8 8 8 8
2 2 2 2
16 16 16 16

64 *planus ex quaterfacta multiplicatione.*

6
6
36 *quad: reliq:*

10
10
100 *quad: totius & partis.*

64
36
100 *planus, & quad: reliq:*

autem numerorum αβ, βγ, sunt æqualia numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βγ bis repetita, & quadrato numeri αγ. quare numerus quadratus numeri αδ, erit æqualis numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βγ quater repetita, & quadrato numeri αγ. sed quadratus numeri αδ, est quadratus numerorum αβ, βγ, tanquam esset vnius numerus. quia numerus βδ, est æqualis numero βγ. Quare quadratus αβ, βγ numerorum, tanquam esset vnius numeri quadratus, æqualis est numero plano

 ex

τετράγωνος· ἴσος τῷ τετράκις ἐκ τῶν $\overline{αβ}$, $\overline{βγ}$, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ $\overline{αγ}$. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ· ὁ τετράκις ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ προειρημένου μέρους, ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις θ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς διαιρεθῇ δίχα, ἔτι δὲ διαιρεθῇ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς· οἱ ἀπὸ τῶν ἀνίσων ἀριθμῶν τετράγωνοι· διπλάσιοί εἰσι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου.

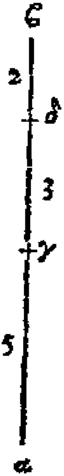
(Ἔκθεσις.) Ἄρτιος γὰρ ἀριθμὸς ὁ $\overline{αβ}$, δίχα διῃρήσθω εἰς τοὺς $\overline{αγ}$, $\overline{γβ}$ ἀριθμούς· εἰς ἀνίσους δὲ διῃρήσθω εἰς τοὺς $\overline{αδ}$, $\overline{δβ}$. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι οἱ ἀπὸ τῶν $\overline{αδ}$, $\overline{δβ}$ τετράγωνοι· διπλάσιοί εἰσι τῶν ἀπὸ τῶν $\overline{αγ}$, $\overline{γδ}$ τετραγώνων. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ $\overline{αβ}$, εἰς ἴσους μὲν διῄρηται εἰς τοὺς $\overline{αγ}$, $\overline{γβ}$, εἰς ἀνίσους δὲ εἰς τοὺς $\overline{αδ}$, $\overline{δβ}$. ὁ ἄρα ἐκ τῶν $\overline{αδ}$, $\overline{δβ}$, *ex multiplicatione numerorum αβ, βγ quater repetita, & quadrato numeri αγ. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus diuidatur in duos numeros: tum planus numerus qui fit ex multiplicatione totius, & vnius partis quater repetita, cum quadrato partis reliquæ: est æqualis quadrato totius & prædictæ partis, tanquam esset quadratum vnius numeri. quod erat demonstrandum.*

Propositio IX. Theorema.

SI numerus diuidatur in duos numeros æquales, atque iterum in partes diuidatur inæquales: numeri quadrati numerorum inæqualium, dupli sunt quadrati eius, qui fit ex multiplicatione dimidij in seipsum, cum quadrato numeri inter ipsos intercepti.

Ἔκθεσις.) *Numerus enim αβ, qui est par, diuidatur in numeros αγ, γβ, æquales: & in numeros αδ, δβ inæquales.* (Διορισμός.) *Dico quòd quadrati numerorum αδ, δβ, dupli sint quadratorum qui fiunt ex multiplicatione numerorum αγ, γδ in seipsos.* (Ἀπόδειξις.) *Cũ enim numerus αβ sit numerus par, diuisus etiã sit in numeros αγ, γβ: æquales, & postea in αδ, δβ numeros inæquales. numerus itaq; planus ex multiplicatione numerorum αδ, δβ factus,*

cum



8	2
8	2
64 *quad:*	4 *quad:*

64
4
68 *quad: inæqual:*

5	68 (2.
5	34
25 *quad: dimidij.*	

3	25
3	9
9 *qua: intercep:*	34 *quad: dimid: & intercepti.*

δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γδ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνῳ. ὁ δὶς ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνων: διπλάσιός ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου. Καὶ ἐπεὶ ὁ αβ, δίχα διῄρηται εἰς τοὺς αγ, γβ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ, τετράγωνος: τετραπλάσιος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου. καὶ ἐπεὶ ὁ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ δγ: διπλάσιός ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ γα. ἐὰν δὲ ὦσι δύο ἀριθcum quadrato numeri $\delta\gamma$: est æqualis quadrato numeri $\alpha\gamma$. Ergo numerus planus ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ bis facta cum duobus quadratis numeri $\gamma\delta$: duplus est quadrati, numeri $\alpha\gamma$. Cum etiam $\alpha\beta$ numerus sit diuisus in duos numeros $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ æquales: idcirco quadratus numeri $\alpha\beta$, quadruplus est numeri quadrati, ex multiplicatione numeri $\alpha\gamma$ in seipsum facti. Adhæc cum numerus planus, ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ bis repetita factus, cum duobus quadratis numeri $\delta\gamma$ duplus sit numeri quadrati ex $\gamma\alpha$ numero: cumq; duo fuerint numeri, quorum alter eiusdem numeri sit quadruplus: alter verò eiusdem duplus: tum quadruplus numeri dupli erit duplus. Quare quadratus numeri $\alpha\beta$, duplus est numeri ex numerorũ $\alpha\delta$, $\delta\beta$ multiplicatione bis facta procreati, cum duobus quadratis numeri $\delta\gamma$. idcirco numerus, qui ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum bis facta producitur: dimidio minor est quadrato numeri $\alpha\beta$. quadrato nempe numero bis repetito multiplicatione

numeri

ἀριθμοὶ, ὁ μὲν ἕτερος αὐτῶν τοῦ αὐτοῦ τετραπλάσιος ὁ δ' ἕτερος διπλάσιος: ὁ τετραπλάσιος διπλάσιός ἐστι τοῦ διπλασίου. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ, διπλάσιός ἐστι τοῦ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ δγ. ἔστιν ἄρα ὁ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ ἐλάττων ἡμίσεος, τοῦ ἀπὸ τοῦ αβ, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ δγ. καὶ ἐπεὶ ὁ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν αδ, δβ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αβ. ὁ ἄρα συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν αδ, δβ: μείζων ἐστὶν ἡμίσεος τοῦ ἀπὸ τοῦ αβ, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ δγ. καὶ ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραπλάσιος. ὁ ἄρα συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν αδ, δβ: μείζων ἐστὶ διπλασίου τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ δγ. Διπλάσιος ἄρα ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα, ἐπεὶ δὲ διαιρεθῇ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς: οἱ ἀπὸ τῶν ἀνίσων ἀριθμῶν τετράγωνοι: διπλάσιοί εἰσι τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμισείας τετραγώνου, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

numeri $\delta\gamma$ in seipsum facta. & quia numerus ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum bis facta, cum numero composito, & producto ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$: equalis est quadrato numeri $\alpha\beta$. idcirco numerus qui componitur ex quadratis numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$, maior est dimidio quadrati numeri $\alpha\beta$: numero quadrato numeri $\delta\gamma$ bis repetito. & est quadratus numeri $\alpha\beta$, quadrati numeri $\alpha\gamma$ quadruplus. Quare compositus numerus ex quadratis numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$: maior est duplo quadrati numeri $\alpha\gamma$: numero quadrato numeri $\delta\gamma$ bis repetito. Quare duplus est quadratorum, ex multiplicatione numerorum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ bis factorum. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus diuidatur in duos numeros æquales: & iterum in numeros inæquales: numeri quadrati numerorum inæqualium dupli sunt quadrati eius, qui fit ex multiplicatione dimidij in seipsum, cum quadrato numeri inter ipsos intercepti. quod demonstrandum erat.

Propo-

Πρότασις ι. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῷ ἕτερος ἀριθμὸς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ: καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου οἱ συναμφότεροι τετράγωνοι διπλάσιοι εἰσὶ τοῦ ἀπὸ ἡμίσεος τετραγώνου: καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνου.

δ	8		2		
	8		2		
2 ‒ β	64 quad: αδ.		4 quad: δβ.		
	5				
3	5				
γ	25 quad: γδ dimidij, & adiecti.				
3	3	25	64		
	3	9	4	68	
α	9 quad: dimid: αγ.	34.	68.	34	(2.

Ἔκθεσις.) Ἔστω γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ, καὶ διῃρήσθω δίχα εἰς τοὺς αγ, γβ: καὶ προσκείσθω αὐτῷ ἕτερός τις ἀριθμὸς ὁ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι οἱ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι, διπλάσιοί εἰσι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τε-

τραγώ-

Propositio X. Theorema.

SI numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, eiq; addatur alius aliquis numerus: tum numerus quadratus totius cū adiecto, & quadratus numeri adiecti: hi duo quadrati numeri coniuncti: dupli sunt quadratorum numerorum, scilicet quadrati dimidij, & quadrati eius, qui est compositus ex numero dimidio, & adiecto, ac si vnius numeri quadratus esset.

δ 8 2
2 8 2
β 64 *quad: αδ.* 4 *quad: δβ.*
5
3 5
γ 25 *quad: γδ dimidij, & adiecti.*
3 3 25 64
3 9 4 68
α 9 *quad: dimid: αγ.* 34. 68. 34 (2.

Ἔκθεσις.) *Sit enim αβ numerus par, & diuidatur in duas partes æquales αγ, γβ numeros: eiq; adijciatur alius numerus βδ.* (Διορισμός.) *Dico quod numeri quadrati numerorum αδ, δβ dupli sint numerorū quadra-*

τετραγώνων. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ ἀριθμὸς ὁ αδ, διήρηται εἰς τοὺς αβ, βδ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι· ἴσοι εἰσὶν τῷ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αβ τετραγώνου. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, ἴσος ἐστὶ τέσσαρσι τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, ἴσος γάρ ἐστιν ὁ αγ, τῷ γβ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι· ἴσοι εἰσὶ τῷ τε δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, καὶ τέσσαρσι τοῖς ἀπὸ τῶν βγ, γα. καὶ ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ. ὁ ἄρα δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ γβ· ἴσος ἐστὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ γδ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι· ἴσοι εἰσὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ γδ· καὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ αγ. διπλάσιοι ἄρα εἰσὶν τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ προσκειμένου· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δβ, ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ γδ, ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ τετράγωνος μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου· διπλάσιος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου

ἔκ τε

lorum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$. (Ἀπόδειξις.) Cum enim numerus $\alpha\delta$, diuisus sit in numeros $\alpha\beta$, $\beta\delta$: idcirco numeri quadrati numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ æquales sunt numero plano ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ bis repetita facto, cum quadrato numeri $\alpha\beta$. sed quadratus numeri $\alpha\beta$, æqualis est quatuor quadratis numerorum $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: quia $\alpha\gamma$ est æqualis $\gamma\beta$ numero: idcirco etiam quadrati numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$: æquales sunt numero plano ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum bis facta productio: & quatuor quadratis numerorum $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$. Cum verò planus numerus ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum factus, cum quadrato numeri $\gamma\beta$: æqualis sit quadrato numeri $\gamma\delta$. idcirco numerus ex multiplicatione $\alpha\delta$ $\delta\beta$ numerorum bis repetita factus, cum duobus quadratis numeri $\gamma\beta$: est æqualis quadrato numeri $\gamma\delta$. Quare quadrati numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$: æquales erunt duobus quadratis numeri $\gamma\delta$: & duobus quadratis numeri $\alpha\gamma$. ergo erunt dupli quadratorum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ numerorum, & quadratus numeri $\alpha\delta$, est quadraἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς δίχα διαιρεθῇ, προστεθῇ δέ τις αὐτῷ ἕτερος ἀριθμὸς, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου, οἱ συναμφότεροι τετράγωνοι: διπλάσιοί εἰσι τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου, καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

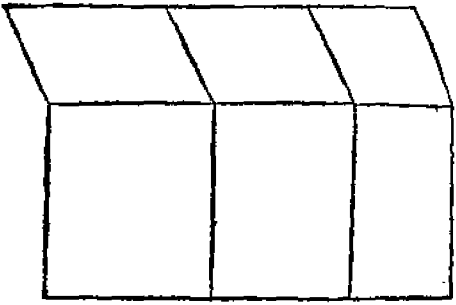
ΤΕΛΟΣ.

tus totius, & adiecti numeri: quadratus verò δζ, est quadratus numeri adiecti. quadratus etiam numeri γδ, est quadratus numeri compositi ex dimidio & adiecto. (Συμπέρασμα.) Quare si numerus par diuisus fuerit in duos numeros æquales: eiq; addatur alius aliquis numerus, tum numerus quadratus totius & adiecti, cum quadrato adiecti duplus est quadratorum dimidij, & eius, qui compositus est ex dimidio & adiecto, ac si vnius numeri quadratus esset. Quod erat demonstrandum.

FINIS.

Theoremata octo, quibus nonnulla ex præcedentibus demonstrantur Στερεωμετρικῶς.

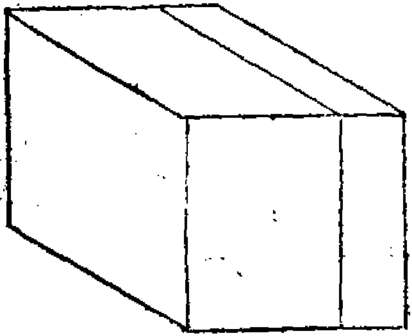
Theorema primum.



SI fuerint duæ lineæ rectæ, quarum vna quidem sit integra, altera vero in quotcunque partes diuisa: quod sub integra bis, & altera illa semel continetur solidum parallelepipedon rectangulum, est æquale ijs solidis parallelepipedis rectangulis, quæ sub integra bis, & singulis segmentis semel continentur.

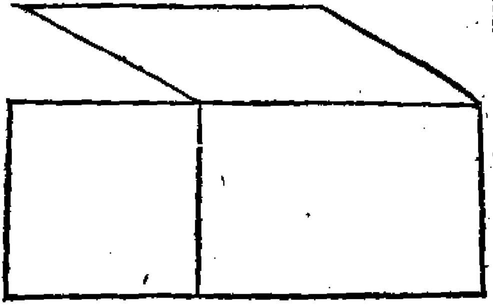
Theo-

Theorema secundum.



SI fuerit linea recta dissecta ὡς ἔτυχε, quæ sub tota bis, & singulis segmentis semel continentur solida parallelepipeda rectangula, sunt æqualia ei, qui ex tota fit cubo.

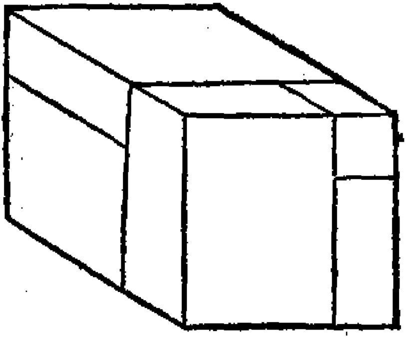
Theorema tertium.



SI recta linea fuerit dissecta ὡς ἔτυχε, quod sub tota, & vno segmento bis continetur solidum parallelopipedon rectangulum: est, æquale solido parallelepipedo rectangulo, quod continetur sub eodem illo segmento bis, & reliquo semel, vna cum eo, qui ab eodem segmento est, cubo.

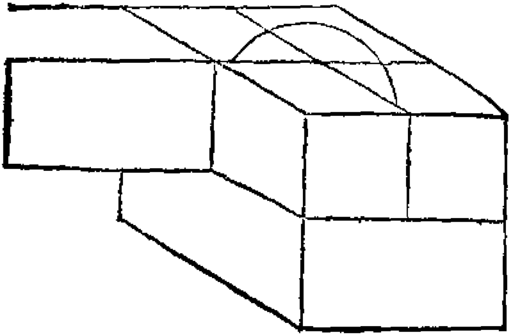
Theo-

Theorema quartum.



SI recta linea fuerit dissecta ὡς ἔτυχε, qui à tota est cubus, est æqualis ijs cubis, qui sunt à segmentis, vnà cum solidis parallelepipedis rectangulis, quæ sub tota & duobus segmentis continentur ter.

Theorema quintum.

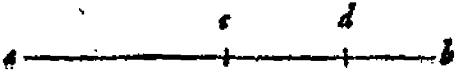


SI recta linea fuerit dissecta in duo æqualia, & in duo inæqualia, quod sub maiore segmento semel, & minore bis continetur solidum parallelepipedon rectangulum, vnà cũ duobus solidis parallelepipedis rectangulis, quorum vnum quidem sub dimidia bis, & ea quæ sectionibus interiacet semel, alterum verò sub minore segmento semel, & ea quæ sectionibus interiacet bis, continetur: est æquale ei, qui à dimidia est cubo.

Theo-

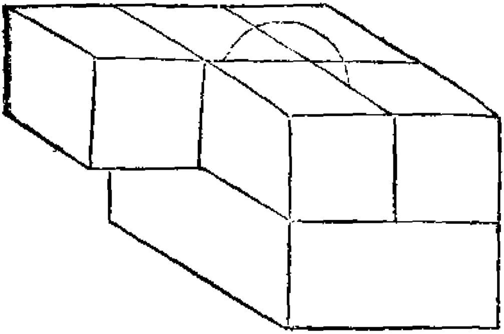
Theorema sextum.

SI recta linea fuerit dissecta in duo æqualia, & in duo inæqualia, solidum parallelepipedon rectangulum quod sub maiore segmento bis, & minore semel continetur, nunc quidem est æquale cubo, qui est à dimidia, nunc verò maius eo, nunc autem minus.



Theo-

Theorema septimum.

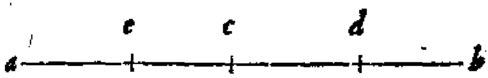


SI recta linea fuerit dissecta δίχα, & adiecta ipsi fuerit alia quædã recta ἐπ' εὐθείας: solidum parallelepipedon rectangulum, quod sub tota cum adiecta semel, & ea quæ adiecta est bis continetur, vnà cum duobus solidis parallelepipedis rectangulis, quorum vnum quidem sub dimidia bis, & adiecta semel, alterum verò sub dimidia cum adiecta bis, tanquam linea vna, & dimidia semel continetur, est æquale cubo qui est à dimidia cum adiecta, tanquam linea vna.

Theore-

Theorema octauum.

SI recta linea fuerit dissecta δίχα, & ei adiecta fuerit alia quædam ἐπ' εὐθείας: solidum parallelepipedon rectãgulum, quod sub tota cum adiecta bis, & ea quæ adiecta est semel continetur, nunc quidem est æquale cubo, qui est à dimidia cum adiecta tanquam linea vna, nunc verò maius eo, nunc autem minus.



Has

Has octo propositiones stereometricas sub finem annexas esse volui: vt videatur, quomodo ista de qua diximus κοινωνία τῶν ἐπιστημῶν sit intelligenda: & quod διαίρεσις se in corporibus ita, vt in figuris planis habeat: sed ipsas demonstrationes propter temporis angustiam annectere nõ potui: verum quamprimum se occasio offeret: non tantum has suis demonstrationibus instructas edam: sed & plura adiungam: ne videar bonis & studiosis, quibus hęc scribo, defuisse adolescentibus.

FINIS.

ARGENTORATI APVD Christianum Mylium.
1564.