ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΤΩΝ ΠΕΝΤΕ ΚΑΙ ΔΕΚΑ ΣΤΟΙ-
ΧΕΙΩΝ ΕΚ ΤΩΝ ΤΟΥ ΘΕΩΝΟΣ
συνουσιῶν τὸ δεύτερον.

Καὶ

ΒΑΡΛΑΑΜ ΜΟΝΑΧΟΥ ΑΡΙΘΜΗ-
τικὴ ἀπόδειξις τῶν γραμμικῶς ἐν τῷ
δευτέρῳ τῶν στοιχείων ἀπο-
δειχθέντων.

Id est,

EVCLIDIS QVINDECIM
elementorum Geometriæ secundũ: ex
Theonis commentarijs
Græcè, & Latinè.

Item,

Barlaam monachi Arithmetica demonstra-
tio eorum, quæ in secundo libro elementorum
sunt in lineis & figuris planis
demonstrata.

Item,

Octo propositiones Stereometricæ, eiusdem cum præ-
cedentibus argumenti. Per Cunradum Da-
sypodium, *scholæ Argentinen-*
sis Professorem.

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI, ET DOMINO, DOMINO NICOLAO CHRISTOPHERO RADZIVVIL, DVCI OLICÆ ET NIESVVISI, COMITI IN SCHIDLOVVIEZ, &c. PRÆCLARæ indolis, & optimæ ſpei Principi, ac Domino ſuo clementiſs: S. D.

Cunradus Daſypodius.

MENSE Aprili, Illuſtriſs: princeps, in lucem emiſi primum Euclidis Librum, cum perbreuibus meis ſcholijs, quibus ad percipiēda Geometriæ elementa, harum diſciplinarum ſtudioſis viam pręparare, & aperire volui: memini etiam me tum promiſiſſe editionem ſecundi libri, vnà cum alijs quibusdam ſcriptis: quod quidē nunc facere paratus ſum: non tan tum, vt si forsan aliquib. animus sit diligentius aliquanto, & exactius velle Geometricas demonstrationes cognoscere, atque perspicere: nostra qualicunque adiuti opera, habeant in quo animum delectare suum, seque exercere possint: sed & vt duo hi libri eiusdē doctrinæ, & institutionis non seiungantur. Euclides enim propositione penultima libri primi quadrata laterum trianguli orthogonij examinauit: & tandem quam in primo instituerat libro doctrinam, sub finem secundi de quadratis laterum triangulorum amblygoniorum, & oxygoniorum perficit, & absoluit: ita vt vnus potius liber dici possit, quàm duo

duo diſtincti libri. Quia verò διαίρεσις cōmune eſt σύμπτωμα Geometriæ, & Arithmeticæ, idcirco demonſtrationibus Geometricis Arithmeticas, & ob ſimilitudinem cognationemq́; octo ſtereometricas propoſitiones adiunxi: quas Geometriæ ſtudioſis, maximo adiumento, & in difficilioribus quæſtionibus explicandis valde neceſſarias fore puto. quia non tantum differentias harum diſciplinarum diligenter inſpicere oportet: ſed & ipſarum cognitionem obſeruare. geometra nominat ὀρθογώνιον, figuram quæ duabus lineis rectis, angulum rectum continentibus, repræſentatur: arithmeticus verò ἐπίπεδον ἀριθμὸν, numerum, qui ſit ex multiplicatione duorum numerorum in ſe. vnde licet videre rectangulum, ſuperficiem rectangulam, parallelogrammon rectangulum, multiplicationem, numerum planũ, productum quod ſit ex multiplicatione unius numeri in alterum, eandem habere ſignificationem. ſicut Stereometra etiam habet παραλληλεπίπεδον ὀρθογώνιον eiuſdem cum præcedentibus naturæ. eodem modo τετράγωνον, τετράγωνος ἀριθμὸς, κύβος, κύβος ἀριθμὸς, eandem quidem & ſimilem habent vim: ſed nõ eiusdem ſcientię ſunt ſubiecta. hæc, & ſimilia ſi obſeruentur, et natura eorum acuratius inueſtigetur, multum poſſunt ado-

leſcen-

leſcentum erudire ingenia: ſi videant, quæ omnibus mathematicis ſcientijs ſint cõmunia, de quibus in noſtris ſcholijs: quæ verò non quidem omnibus, ſed aliquibus: eorumq́ꝫ duo eſſe genera, vel enim, vt res exemplo fiat manifeſtior, ex Geometria petita ad Arithmeticam applicantur: vel econtra ex arithmeticis illis demõſtrationibus translata ſunt ad geometriam: deniq; quòd nonnulla vniuſcuiusque ſcientiæ ſint propria. Hæc inquam, & his cognata, niſi quis diligenter perpendat, & quæ quibus conueniant, quæue diſcrepent, aut ex quibus, quomodoúe facta ſit demonſtratio, non animaduertat: meritò ἀγεωμέτρητος τεχνίτης dici poteſt, ſicuti & ille, qui οἰκονομίαν mathematicarũ ſcientiarũ non obſeruat, dum quæ congenda ſunt, diſiungit, quæ diuerſa ſunt, aut in ſpecie tantum ſimilia, vnum congerit in locum: deniq; is, qui, quæ diuerſarum ſunt ſcientiarum, vni attribuit ſcientiæ: aliaq́; præcepta Geometrarum negligit. Veteres certè mathematici, ſummo ſtudio in id incubuerunt, vt ſingula ſuo explicarent loco, vt per conceſſa, & affirmata demonſtrarent inſequentia: vt nihil pro certo, vero, & affirmato reciperent, niſi cuius natura, ſubſtantiaq́;, aut accidens aliquod, per ſe manifeſtum eſſet: aut aliqua eius vera & certa allata eſta eſſet demonſtratio. Itaq; qui ſe in his rectè & benè exercebunt, non tantum harum ſcientiarum ſibi comparabunt cognitionem: ſed & animum informabunt ſuum: vt eò etiam prudentiores iuxta Platonis, aliorumq; Philoſophorum ſententiam ſint futuri: & in rebus benè gerendis inſtructiores: quando Geometrarum more, omnibus ponderatis, & ad amuſsim examinatis, id quod honeſtum & iuſtum, verumq; eſt, à turpi, iniquo, atq; falſo diſcernẽt. monemus igitur eos, qui Philoſophorum ſcripta legere, animũ acri & prudenti iuditio imbuere, mores benè & rectè informare cupiunt: hęc geometrica non negligant ſtudia: neq; propter ſterilitatem, quæ prima fronte in his apparet, ſe deterreri patiantur: aut in ipſo curſu langueſcant: ſiquidem maior fructus, maiorq; vtilitas ex his percipitur, quàm labores, quibus cognitio harum rerum comparatur, ſint æſtimandi. Imitandi potius nobis ſunt Hebræi, Ægyptij, Græci, Latini, quibus hæc ſtudia cordi fuere. Poſtquam enim à primis parentibus Adamo, Setho, Noëo hæc fuerunt poſteris tradita, & ab ipſo Abrahamo, cæteriſq; Hebræis Ægypti ſacerdotibus relicta: tandem factum fuit, vt Græcorum, & Latinorum Thaletis, Pythagoræ, Platonis, Ariſtotelis, Archimechimedis, reliquorumq; Philosophorum hęc facta sint Gymnasia: deniq; insequentibus temporibus adeò vulgata fuerunt, vt in his doctis Arithmeticorum abacis, & in hoc erudito Geometrarum puluere, non solum pueri harum artium & disciplinarum studiosi exercerētur: sed & opifices, vt Pictores, Statuarij, Architecti hæc optime scirent, & intelligerent. Dolendum itaq;, imò maxime dolendum, quod hinc ab aliquot seculis adeo obscurata, adeo neglecta iacuerint excellentiss: harum disciplinarum studia: aut quod maius est, in tanta omnium linguarum & artium luce, à multis hoc nostro tempore, non dico

impe-

imperitis, ſed doctis viris contemnantur, vt non modò pueris & opificibus hæc non amplius ſint nota, ſed viris humanioribus literis optimè imbutis: qui vt cæteri ſibi perſuadent, non alium fructum harum eſſe ſcientiarum, quàm vt puerorum exacuantur ingenia: nec proſint, niſi dum percipiuntur, deinceps verò nullum amplius habeant vſum. cuius ſanè opinionis falſæ, & erroris culpam, non in ſcientias ipſas, ſed potius in hominum ignauiam, & ignorantiã transferre debemus. quæ quidem latius, & clarius, ſi tempus locusq; pateretur, demõſtrare poſſemus: ſed cum neq; inſtituti ſit noſtri, de ſcientiarum

mathe-

mathematicarum dignitate, & vtilitate verba facere: neque ea, quæ à multis fuſius tradita ſunt, repetere: finem his faciam: hæc mihi dum mei inſtituti rationem redderem, & quid potiſsimum traderem, explicarem, occurrebant. Fateor hæc non eſſe magna, neq; vllius ingenij, aut induſtriæ: ſed tamen non ingrata futura ſpero: neq; indigna patrocinio aliquo: & cum à multis hoc factitatum ſit, vt eum ſuorum laborum patronum eſſe velint: & ſub eius titulo atq; nomine ſua in lucem exire, qui patrocinari & velit, & poſsit: deniq; quem intelligunt eas artes, quas exercent: eaq; ſtudia, quibus ipſi incumbunt,

bunt amare, fouere, conſeruare, aliosq́ ad ea perſequenda excitare: volui I. T. C. hos meos qualeſcunq; labores dedicare, quòd I. T. C. talem eſſe perceperim, qualem patronum ſibi ſolent deligere, qui, vt dictum eſt, aliquid in publicum emittunt. Itaq; vnicè I. T. C. oro, vt his meis ſtudiis patrocinari dignetur: quod ſi ab I. T. C. hoc impetraro, multum, imò magni quippiam me conſequutum fuiſſe arbitrabor. Cætera viris ſyncero & æquo iuditio præditis diiudicanda committo: mihiq́ ſatis erit iis, quorũ inſtinctu, & voluntate hæc in publicum emitto, placuiſſe: & in ſtudioſorum gratiam aliquid feciſſe.

cisse. His me, meaq; studia I. T. C. commendo: neq; dubito quin etiam illa I. T. C. non ingrata sint futura. Calend: Iunij. Anno 1564.

I. T. C. deditiss:

Cunradus Dasypodius.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν, σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὅσα δηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν: ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Ἔκθεσις.) Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ α, βγ, καὶ τετμήσθω ἡ βγ, ὡς ἔτυχε κατὰ τὰ δ, ε, σημεῖα. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ

ὑπό τε

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

DEFINITIONES.

Omne parallelogrammum rectãgulum contineri dicitur duabus lineis rectis, quæ angulum vnum rectum comprehendunt.

In omni verò parallelogrammo vnum ex illis, quæ circa diametrum sunt parallelográmis quodcunque id fuerit, cum duobus supplementis, nominetur gnomon.

PROPOSITIONES.

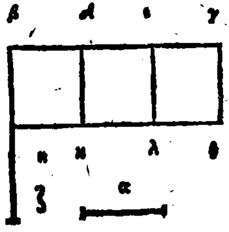
Propositio prima. Theorema.

DAtis duabus lineis rectis, quarũ altera in quotcunque partes sit secta: erit rectangulum, quod duæ illæ rectæ lineæ continent: æquale ijs rectangulis, quæ continentur ea linea, quæ secta non est, & omnibus alterius lineæ segmentis.

Explicatio dati.) Sint duæ lineæ rectæ α, βγ, & secetur recta βγ, vt libuerit, in punctis δ, & ε. (Explicatio quæsiti.) Dico quòd rectangulum contentum rectis α,

A βγ:

ὑπό τε τῶν α, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ: καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α, δε, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν α, εγ. (Κατασκευή.) Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ β, τῇ βγ πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἡ βζ: καὶ κείσθω τῇ α ἴση ἡ βη: καὶ διὰ τοῦ η, τῇ βγ παράλληλος ἤχθω ἡ ηθ: διὰ δὲ τῶν δ, ε, γ, τῇ βη παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δκ, ελ, γθ. (Ἀπόδειξις.) Ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ βθ, τοῖς βκ, δλ, εθ. καὶ ἔστι τὸ μὲν βθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ ηβ, βγ. ἴση δὲ ἡ βη, τῇ α, τὸ δὲ βκ τὸ ὑπὸ τῶν α, βδ. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βδ. ἴση δὲ ἡ βη, τῇ κ, τὸ δὲ δλ, τὸ ὑπὸ τῶν α, δε. ἴση γὰρ ἡ δκ, τοῦτ' ἐστιν ἡ βη, τῇ α. καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ εθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, εγ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α, βγ: ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν α βδ: καὶ τῷ ὑπὸ α, δε, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ α, εγ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα: τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν,

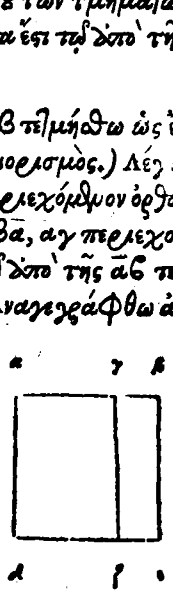


$\beta\gamma$: æquale sit rectangulis, quæ continentur rectis α, $\beta\delta$: & α, $\delta\varepsilon$, denique α & $\varepsilon\gamma$. (Delineatio.) Ducatur enim, & fiat ad punctũ β lineæ $\beta\gamma$ ad angulos rectos linea recta $\beta\zeta$: deinde rectæ α, fiat æqualis recta $\beta\eta$: atq; per punctum η, rectæ $\beta\gamma$ ducatur æquedistas recta $\eta\theta$: deniq; per puncta δ, ε, γ, rectæ $\beta\eta$ ducantur æquedistantes rectæ $\delta\kappa$, $\varepsilon\lambda$, $\gamma\theta$. (Demonstratio.) Rectangulum igitur $\beta\theta$, est æquale rectangulis $\beta\kappa$, $\delta\lambda$, $\varepsilon\theta$. verum rectangulum $\beta\theta$, est quod continetur rectis α, $\beta\gamma$. quia continetur rectis $\eta\beta$, $\beta\gamma$. sed recta $\beta\eta$, est æqualis rectæ α. $\beta\kappa$ autem rectangulum continetur rectis α, $\beta\delta$: quia rectis $\eta\beta$, $\beta\delta$ comprehenditur: & $\beta\eta$ est æqualis α. rectangulum etiam $\delta\lambda$, continetur rectis α, $\delta\varepsilon$: cum $\delta\kappa$, hoc est, $\beta\eta$ sit æqualis α lineæ rectæ. deniq; eodem modo rectangulum $\varepsilon\theta$, est id quod continetur rectis α, $\varepsilon\gamma$. Quare rectangulum contẽtum rectis α, $\beta\gamma$, est æquale rectangulis cõtentis rectis α, $\beta\delta$: & α, $\delta\varepsilon$: deniq; α, & $\varepsilon\gamma$. (Conclusio.) Si igitur datis duabus rectis, altera earũ in quotcunq; partes secetur: rectanἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις β. θεώρημα.

ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια: ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε, κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν βα, αγ περιεχομένου ὀρθογωνίου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, τὸ αβδε: καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ, ὁποτέρᾳ τῶν αδ, βε παράλληλος ἡ γζ. (Ἀπόδειξις.) Ἴσον δὴ τὸ αε, τοῖς αζ, γε. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν αε, τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον: τὸ δὲ αζ τὸ ὑπὸ τῶν βα, αγ περιε-



χόμενον

gulum quod duæ illæ lineæ rectæ continent, est æquale rectangulis, quæ linea non secta, & quouis segmento continentur. quod erat demonstrandum.

Propositio II. Theorema.

SI recta linea vtcunque secta fuerit: rectangula quæ à tota & vtroque segmentorum continentur, sunt æqualia quadrato à tota illa linea descripto.

Explicatio dati.) Sit enim linea recta $\alpha\beta$ vtcunque secta in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ contentum, cum rectangulo rectis $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ contento, sit æquale quadrato à linea recta $\alpha\beta$ descripto. (Delineatio.) Describatur à linea recta $\alpha\beta$, quadratum $\alpha\beta$, $\delta\epsilon$, & per punctum γ ducatur vtrique $\alpha\delta$, $\beta\epsilon$, æquedistans recta $\gamma\zeta$. (Demonstratio.) Est igitur rectangulũ $\alpha\epsilon$, æquale rectangulis $\alpha\zeta$, $\gamma\epsilon$. sed rectangulum $\alpha\epsilon$, est quadratum à linea recta $\alpha\beta$ descriptum: rectangulum verò $\alpha\zeta$, est id quod continetur rectis $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$. quia rectis χόμενον ὀρθογώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν δα, αγ. ἴση δὲ ἡ αδ, τῇ αβ: τὸ δὲ γε, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ. ἴση γὰρ ἡ βε τῇ αβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βα, αγ, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αβ, βγ ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε: τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια: ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις γ. θεώρημα.

ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε: τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον τὸ γδ βε: καὶ ἤχθω ἡ εδ

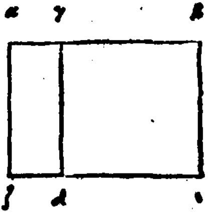
ἐπὶ

$\delta\alpha$, $\alpha\gamma$ continetur. & $\alpha\delta$ est æqualis rectæ $\alpha\beta$: & rectangulum $\gamma\varepsilon$ est quod continetur rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$. quoniam $\beta\varepsilon$ æqualis est rectæ $\alpha\beta$. Quare rectangulum lineis $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ contentum, cum rectangulo rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ contento: est æquale quadrato à recta $\alpha\beta$ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta quædam vtcunque fuerit secta: rectangula quæ à tota, & vnoquoque segmento continentur, sunt æqualia quadrato à tota linea recta descripto. Id quod erat demonstrandum.

Propositio III. Theorema.

SI linea quædam recta vtcunque fuerit secta: rectangulum tota linea recta, & vno segmento contentum: est æquale rectangulo ipsis segmentis contento, & quadrato à prædicto segmento descripto.

Explicatio dati.) Recta enim $\alpha\beta$, secetur vtcunque in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quòd rectangulum lineis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ contentum, æquale sit rectangulo $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ rectis contento, atque quadrato à recta $\beta\gamma$ descripto. (Delineatio.) Describatur à recta $\beta\gamma$, quadratum $\gamma\delta\beta\varepsilon$: & ducatur recta $\varepsilon\delta$ ad pun-



ἐπὶ τὸ ζ: καὶ διὰ τοῦ α ὁποτέρᾳ τῶν γδ, βε παράλληλος ἤχθω ἡ αζ. (Ἀπόδειξις.) Ἴσον δή ἐστι τὸ αε, τοῖς αδ, γε. καὶ ἐστι τὸ μὲν αε, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν αβ, βε. ἴση δὲ ἡ βε, τῇ βγ, τὸ δὲ αδ, τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ δγ, τῇ γβ. τὸ δὲ δβ, τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ: καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις δ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ

ἀπὸ

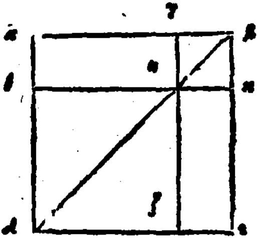
ctum vſq; ζ: deniq; vtriq; γδ, βε, per punctum α, ducatur æquediſtans recta αζ. (Demonſtratio.) Rectangulum igitur αε, eſt æquale rectangulis αδ, γε: atq; rectangulum αε, eſt id quod continetur rectis αβ, βγ: quia rectis αβ, βε cõtinetur: ſed βε æqualis eſt rectæ βγ: rectangulum etiam αδ, continetur rectis αγ, γβ: quia recta δγ, eſt æqualis rectæ γβ, & rectangulum δβ, eſt quadratum à γβ recta deſcriptum. Quare rectangulum quod αβ, βγ rectis continetur: eſt æquale rectangulo αγ, γβ rectis contento, cum quadrato à recta γβ deſcripto. (Concluſio.) Si igitur recta linea ſecta vtcunq; fuerit: rectangulum quod tota linea recta, & vno ſegmentorum continetur: eſt æquale rectangulis ipſis ſegmentis contento, atq; quadrato à prædicto ſegmento deſcripto. Quod erat demonſtrandum.

Propoſitio IIII. Theorema.

SI recta linea ſecta fuerit vtcunq;,

ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἔσται τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

(Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.



(Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αδεβ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βδ: καὶ διὰ μὲν τοῦ γ, ὁποτέρᾳ τῶν αδ, εβ παράλληλος ἤχθω ἡ γζ: διὰ δὲ τοῦ η, ὁποτέρᾳ τῶν αϐ, δε, παράλληλος ἤχθω ἡ θκ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ γζ, τῇ αδ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ βδ: ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ϐηγ: ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ αδϐ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ αδϐ, τῇ ὑπὸ αβδ ἐστὶν ἴση: ἐπεὶ καὶ πλευquadratum à tota linea recta descriptum, erit æquale quadratis segmentorum, & rectangulo quod bis ipsis continetur segmentis.

Explicatio dati.) Recta enim linea αβ, secetur vtcunq; in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadratum à recta linea αϐ descriptum: æquale sit quadratis à lineis rectis αγ, γβ descriptis, & rectangulo quod bis continetur rectis αγ, γβ. (Delineatio.) A recta linea αϐ describatur quadratum αδεϐ: & fiat linea βδ: atq; per punctum γ, vtriq; lineæ rectæ αδ, εβ ducatur æquedistans recta γζ: præterea per punctum η, vtriq; lineæ αϐ, δε, ducatur æquedistans recta θκ. (Demonstratio.) Quoniam recta γζ, æquedistat rectæ αδ: & in eas incidit recta βδ: angulus igitur βηγ externus: æqualis est angulo αδβ interno sibi opposito: sed angulus αδβ, est æqualis angulo αβδ: quia & latus αϐ, la-

πλευρὰ ἡ αβ τῇ αδ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ γηβ ἄρα γωνία, τῇ ὑπὸ ηβγ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ, πλευρᾷ τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ γβ, τῇ ηκ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ γη, τῇ κβ, καὶ ἡ ηκ ἄρα, τῇ κβ ἐστὶν ἴση. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γηκβ. Λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ γη, τῇ βκ: καὶ εἰς αὐτὰς ἐνέπεσεν ἡ γβ: αἱ ἄρα ὑπὸ κβγ, ηγβ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ κβγ, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ηγβ. ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον, αἱ ὑπὸ γηκ, ηκβ ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ γηκβ: ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ, καὶ ἔστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ τὸ θζ τετράγωνον ἐστὶ, καὶ ἔστιν ἀπὸ τῆς θη: τουτέστιν ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα θζ, γκ τετράγωνα, ἀπὸ τῶν αγ, γβ εἰσί. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη τῷ ηε, καὶ ἐστὶ τὸ αη, τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ ηγ, τῇ γβ. καὶ τὸ ηε ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἐστὶ δὲ καὶ τὰ θζ, γκ τετράγωνα, ἀπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ θζ, γκ,

αη, ηε,

$\alpha\beta$, lateri $\alpha\delta$ est æquale. quare & angulus $\gamma\eta\beta$, angulo $\eta\beta\gamma$ est æqualis, latus etiam $\beta\gamma$, lateri $\gamma\eta$ est æquale. verum latus $\gamma\beta$, etiã est æquale lateri $\eta\kappa$, & $\gamma\eta$ latus lateri $\kappa\beta$. ergo & $\eta\kappa$ latus, lateri $\kappa\beta$ æquale erit. Figura igitur $\gamma\eta\kappa\beta$ est æquilatera. Dico quod etiam sit rectangula: quoniam recta $\gamma\eta$ æquedistat rectæ $\beta\kappa$, & in eas incidit recta $\gamma\beta$: anguli igitur $\kappa\beta\gamma$, $\eta\gamma\beta$ duobus rectis sunt æquales, & idcirco etiam anguli oppositi $\gamma\eta\kappa$, $\eta\kappa\beta$ duo erunt recti. quare $\gamma\eta\kappa\beta$ figura etiam est rectangula: demonstrata verò etiam est æquilatera: quare $\gamma\eta\kappa\beta$ est quadratum, et est à linea $\gamma\beta$ descriptum. Eisdem medijs demonstrabitur quòd $\theta\zeta$ figura, sit quadratum, & est à recta $\theta\eta$ descriptum, hoc est, à recta $\alpha\gamma$. quare quadrata $\theta\zeta$, $\gamma\kappa$ sunt à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ descripta. Quoniam verò rectangulum $\alpha\eta$, æquale est rectangulo $\eta\epsilon$, & rectangulum $\alpha\eta$ contineatur rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. rectangula igitur $\alpha\eta$, $\eta\epsilon$ sunt æqualia rectangulo, quod bis continetur rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: & $\theta\zeta$, $\gamma\kappa$ quadrata descripta sunt à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. quatuor itaque ista $\theta\zeta$, $\gamma\kappa$,

$\alpha\eta$, $\eta\epsilon$.

αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ θζ, γκ, αη, ηε, ὅλον ἐστὶν τὸ αδεβ, ὅ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἑτέρα δεῖξις.

Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Κατασ.) ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βα, τῇ αδ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβδ, τῇ ὑπὸ αδβ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου, αἱ τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. τοῦ αβδ ἄρα τριγώνου

γώνου

αη, ηε, æqualia sunt quadratis à rectis αγ, βγ descriptis: & rectangulo quod bis continetur rectis αγ, γβ. sed quatuor ista θζ, γκ, αη, ηε, faciunt totum αδεβ quadratum à recta linea αβ descriptum. quadratum igitur à linea recta αβ descriptum, æquale est quadratis à rectis αγ, γβ descriptis: & rectangulo quod rectis αγ, γβ bis continetur. (Conclusio.) Si ergo recta linea secta vtcunque fuerit, quadratum à tota descriptum, æquale est quadratis ab ipsis segmentis descriptis, & rectangulo bis ipsis segmentis contento. Id quod erat demonstrandum.

Alia demonstratio.

Explicatio quæsiti.) Dico quod quadratum à recta linea αβ descriptũ, æquale sit quadratis à rectis αγ, γβ descriptis, & rectangulo quod αγ, βγ rectis bis continetur. (Delin.) Delineatio maneat eadẽ. (Demonstratio.) Quoniam βα recta, æqualis est rectæ αδ: idcirco et angulus αβδ, angulo αδβ æqualis est: & cùm in omni triangulo, tres anguli sint æquales duobus rectis: ideo trianguli αβδ, tres anguγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι, αἱ ὑπὸ αβδ, αδβ, βαδ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαδ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αβδ, αδβ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί, καί εἰσιν ἴσαι. ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ αβδ, αδβ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βγη, ἴση γὰρ ἐστὶ τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τὸ α. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ γωνία, τῇ ὑπὸ γβη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ, τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλ᾽ ἡ μὲν γβ, τῇ κη ἐστὶν ἴση: ἡ δὲ γη, τῇ βκ. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ, ἔχει δὲ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ γβκ γωνίαν. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ, καί ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ τὸ ζθ τετράγωνόν ἐστι. καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα γκ, θζ τετράγωνά ἐστι. καί ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ, καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τῷ αη τῷ εη: καί ἐστι τὸ αη τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ γη, τῇ γβ: καὶ τὸ εη ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ: ἐστὶ δὲ καὶ τὰ γκ, θζ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ, τὰ ἄρα γκ, θζ, αη, ηε

ἴσα

anguli $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$, $\beta\alpha\delta$ duobus rectis sunt æquales, sed angulus $\beta\alpha\delta$ est rectus: reliqui ergo $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$ vni angulo recto sunt æquales. vterq; igitur angulorum $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$ dimidia est pars recti: sed angulus $\beta\gamma\eta$ est rectus, quia angulo ad α sibi opposito æqualis est: reliquus ergo angulus $\gamma\eta\beta$ dimidia pars recti est. quare angulus $\gamma\eta\beta$, angulo $\gamma\beta\eta$ est æqualis. vnde & latus $\beta\gamma$, lateri $\gamma\eta$ est æquale. sed $\gamma\beta$ latus est æquale lateri $\kappa\eta$: et latus $\gamma\eta$, lateri $\beta\kappa$. erit igitur figura $\gamma\kappa$ æquilatera: sed angulus $\gamma\beta\kappa$ est rectus: figura igitur $\gamma\kappa$ est quadratũ, & descriptum est à recta $\gamma\beta$. Iisdẽ medijs demonstrabitur, quod $\zeta\theta$ sit quadratum: & æquale quadrato, à recta $\alpha\gamma$ descripto. figuræ igitur $\gamma\kappa$, $\theta\zeta$ sunt quadrata: & sunt æqualia quadratis à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ descriptis. Cum autem rectangulum $\alpha\eta$ sit æquale rectãgulo $\eta\epsilon$, & rectangulũ $\alpha\eta$ sit illud quod cõtinetur rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: nam $\gamma\eta$ est æqualis rectæ $\gamma\beta$: idcirco & $\epsilon\eta$ rectangulum erit æquale rectangulo $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ rectis cõtento. quare rectãgula $\alpha\eta$, $\eta\epsilon$ sunt æqualia rectãgulo quod $\alpha\gamma$, $\beta\gamma$ rectis ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ: ἀλλὰ τὰ γκ, θζ: καὶ τὰ αη, ηε. ὅλον ἐστὶ τὸ αε, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον. (Συμπέρασμα.) Τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. (Πόρισμα.) Ἐκ δὴ τούτων φανερόν ἐστιν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις: τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, τετράγωνα ἐστί.

Πρότασις ε. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλοις τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ

περιε-

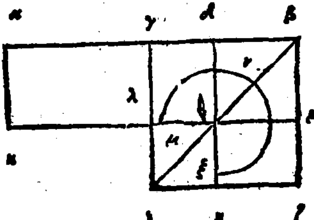
bis continetur: sed figuræ γκ, θζ, sunt æqualia quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis. Hæ igitur quatuor figuræ γκ, θζ, αη, ηε, sunt æquales quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis, & rectangulo quod αγ, γϐ rectis bis continetur: verum γκ, θζ, αη, ηε figuræ: constituunt totũ quadratum αε, à recta linea αϐ descriptum. (Conclusio.) Quadratum igitur à recta linea αϐ descriptum; æquale est quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis, et rectãgulo quod rectis αγ, γϐ bis continetur. Id quod demonstrandum erat. (Corollarium.) Ex his manifestum est, quod in quadratis figuris, parallelogramma quæ circa diametron sunt, sint quadrata.

Propositio V. Theorema.

SI recta linea in ęqualia & in inæqualia fuerit secta: rectangulum quod segmentis cõtinetur inæqualibus, cum quadrato quod à linea inter ipsa segmẽta posita describit: ęquale est quadrato à dimidia linea descripto.

(Explicatio dati.) Recta enim linea αϐ, secetur in partes æquales in puncto γ, & in partes inæquales in pũcto δ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis αδ, δϐ

περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ



ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον τὸ γεζβ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε, καὶ διὰ μὲν τοῦ δ, ὁποτέρα τῶν γε, βζ παράλληλος ἤχθω ἡ δη. διὰ δὲ τοῦ θ. ὁποτέρα τῶν γβ, εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ, καὶ πάλιν διὰ τοῦ α, ὁποτέρα τῶν γλ βμ, παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ γθ παραπλήρωμα τῷ θζ, παραπληρώματι: κοινὸν προσκείσθω τὸ δμ. ὅλον ἄρα τὸ γμ, ὅλῳ τῷ δζ ἴσον ἐστὶν. ἀλλὰ τὸ γμ, τῷ αλ ἴσον ἐστὶν. ἐπεὶ καὶ ἡ αγ, τῇ γβ ἴση ἐστί: καὶ τὸ αλ ἄρα, τῷ δζ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω τὸ γθ. ὅλον ἄρα τὸ αθ, τῷ δζ καὶ δλ ἴσον ἐστί. ἀλλὰ τὸ μὲν αθ, τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ ἴσον ἐστὶν. ἴση γὰρ ἡ δθ, τῇ δβ, τὸ δὲ ζδ, δλ, ἐστὶν ὁ μνξ γνώμων, καὶ ὁ μνξ ἄρα γνώμων,

ἴσος

contentum, cum quadrato à linea $\gamma\delta$ descripto, sit æquale quadrato à recta $\gamma\beta$ descripto. (Delineatio.) Describatur à recta linea $\beta\gamma$ quadratum $\gamma\epsilon\zeta\beta$: & fiat linea $\beta\epsilon$: atq; per punctum δ vtriq; rectæ $\gamma\epsilon$, $\beta\zeta$, ducetur æquedistans recta $\delta\eta$ per punctũ etiam θ, vtriq; rectæ $\gamma\beta$, $\epsilon\zeta$, æquedistans ducatur recta $\kappa\mu$: item per punctum α, rectis $\gamma\lambda$, $\beta\mu$ æquedistans ducatur recta $\alpha\kappa$. (Demonstratio.) Cum itaq; supplementum $\gamma\theta$, supplemento $\theta\zeta$ æquale sit: commune addatur parallelogrammon $\delta\mu$. totum igitur $\gamma\mu$, toto $\delta\zeta$ erit æquale. sed $\gamma\mu$ rectangulum æquale est rectangulo $\alpha\lambda$, quia $\alpha\gamma$ recta, æqualis est rectæ $\gamma\beta$, & idcirco $\alpha\lambda$ rectangulum, erit æquale rectangulo $\delta\zeta$. commune addatur $\gamma\theta$. totum igitur rectangulum $\alpha\theta$, æquale est rectangulis $\delta\zeta$, $\delta\lambda$: sed rectangulum $\alpha\theta$, est ei quod continetur rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ æquale. quia recta $\delta\theta$, rectæ $\delta\beta$ æqualis, & $\zeta\delta$, $\delta\lambda$, efficiunt gnomonem $\mu\nu\xi$. quare $\mu\nu\xi$ gnomon, æqualis est ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδ, δβ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη. ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς γδ. ὁ ἄρα μνξ γνώμων, καὶ τὸ λη ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ μνξ γνώμων, καὶ τὸ λη: ὅλον ἐστὶ τὸ γεζβ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας: τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας,

καὶ τῆς

rectangulo αδ, δβ rectis contento. Commune addatur λη, quod æquale est quadrato à recta γδ descripto. itaque μνξ gnomon, & λη quadratum, æqualia sunt rectangulo αδ, δβ rectis contento, & quadrato à recta γδ descripto. verum μνξ gnomon, & quadratum λη: faciunt ac constituunt totum quadratum γεζβ, quod est quadratum à recta γβ descriptum. Quare rectangulum αδ, δβ rectis contentum, cum quadrato à γδ descripto: æquale est quadrato à recta γβ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea fuerit secta in partes æquales, & in partes inæquales: rectangulum quod segmentis continetur inæqualibus totius lineæ rectæ, cum quadrato eius lineæ, quæ est inter segmenta, æquale est quadrato dimidiæ lineæ rectæ. Id quod erat demonstrandum.

Propositio VI. Theorema.

SI recta linea in duas partes æquales secta fuerit: & ei addatur alia quædam recta linea è directo: tum rectangulum quod tota & addita linea recta continetur cum quadrato à dimidia linea recta descripto: est æquale qua καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ τῆς ἡ αβ, τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ σημεῖον· προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα, ἐπ᾽ εὐθείας ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ.

(Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς γδ τετράγωνον τὸ γεζδ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε· καὶ διὰ μὲν τοῦ β σημείου, ὁποτέρᾳ τῶν εγ, δζ, παράλληλος ἤχθω ἡ βη· διὰ δὲ τοῦ θ σημείου, ὁποτέρᾳ τῶν αβ, εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ. καὶ ἔτι διὰ τοῦ α ὁποτέρᾳ τῶν γλ, δμ παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γβ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αλ, τῷ γθ. ἀλλὰ καὶ τὸ γθ τῷ θζ ἴσον ἐστί· καὶ τὸ αλ ἄρα τῷ θζ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω

τὸ γμ

drato à linea composita ex dimidia, & adiecta, ac si esset vna tantum linea recta, descripto.

Explicatio dati.) Recta enim linea αϐ, secetur in duas æquales partes in puncto γ: & ei è directo adijciatur recta quædam linea βδ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis αδ, δβ contentum cum quadrato à recta γβ descripto: æquale sit quadrato à recta γδ descripto. (Delineatio.) Describatur enim à recta linea γδ, quadratum γεζδ: & ducatur linea recta δε: atq; per punctum β, vtriq; lineæ rectæ εγ, δζ, ducatur æquedistans recta βη: item per punctum θ, vtriq; rectæ αϐ, εζ, ducatur æquedistans recta κμ: deniq; per punctum α vtriq; rectæ γλ, δμ æquedistans ducatur recta ακ. (Demonstratio.) Quoniam nunc recta αγ, æqualis est rectæ γβ: erit etiam rectangulum αλ, rectangulo γθ æquale, sed γθ est æquale θζ, ergo & αλ rectangulum erit æquale rectangulo θζ. Commune addatur rectan-

 gulum

τὸ γμ. ὅλον ἄρα τὸ αμ, τῷ νξο γνώμονι ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ αμ, ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ. ἴση γὰρ ἐστὶν ἡ δμ, τῇ δβ· καὶ ὁ νξο γνώμων, ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη, ὅ ἐστιν ἴσον, τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ νξο γνώμονι καὶ τῷ λη. ἀλλ' ὁ νξο γνώμων, καὶ τὸ λη, ὅλον ἐστὶ τὸ γεζδ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γδ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας· τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

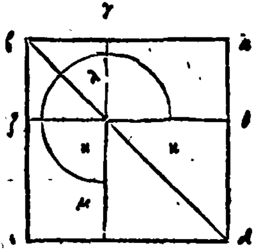
gulum $\gamma\mu$. totum igitur rectangulum $\alpha\mu$, erit $\nu\xi o$ gnomoni æquale: sed $\alpha\mu$ est rectangulum quod $\alpha\delta$, $\delta\beta$ rectis continetur. quia $\delta\mu$ recta est æqualis rectæ $\delta\beta$: ideo & $\nu\xi o$ gnomon, æqualis est rectangulo quod rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ continetur. commune addatur rectangulum $\lambda\eta$, quod æquale est quadrato à recta $\gamma\beta$ descripto. ergo rectangulum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ rectis contentum cum quadrato quod à recta $\beta\gamma$ describitur, est æquale $\nu\xi o$ gnomoni, & rectangulo $\lambda\eta$. verum $\nu\xi o$ gnomon, & rectangulum $\lambda\eta$: constituunt totum quadratum $\gamma\epsilon\zeta\delta$, quod est descriptum à recta $\gamma\delta$. rectangulum igitur $\alpha\delta$, $\delta\beta$, rectis contentum, cum quadrato à recta $\beta\gamma$ descripto, æquale est quadrato à recta $\gamma\delta$ descripto. (Cōclusio.) Si igitur recta linea secta fuerit in duas partes æquales, eiq́ addatur è directo linea quædam recta, rectangulum quod tota recta cum ipsa adiecta, & ipsa linea adiecta continetur: cum quadrato quod à dimidia linea recta describitur: æquale est quadrato, quod à linea composita ex dimidia & adiecta, & ipsa adiecta tanquam vna esset linea describitur. quod erat demonstrandum.

Propo-

Πρότασις ζ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, τὸ αδεβ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη, τῷ ηε. κοινὸν προσκείσθω τὸ γζ. ὅλον ἄρα τὸ αζ, ὅλῳ τῷ γε ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα αζ, γε διπλάσια ἐστὶ τοῦ αζ. ἀλλὰ τὰ αζ, γε, ὁ κλμ ἐστὶ γνώμων,



καὶ

Propositio VII. Theorema.

SI recta linea secta vtcunque fuerit: quadratum quod à tota, & alterum quod à segmento describitur: ista duo inquam quadrata æqualia sunt, rectangulo quod tota linea recta, & prædicto segmento bis continetur: & quadrato reliqui segmenti.

Explicatio dati.) Recta enim linea αβ secetur vtcunq; in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadrata à rectis αβ, βγ descripta, sint æqualia rectangulo quod αβ, βγ rectis bis continetur, & quadrato à recta αγ descripto. (Delineatio.) Describatur enim à recta αβ quadratum αδεβ, & perficiatur integra delineatio figuræ. (Demonstratio.) Quoniam rectangulum αη, æquale est rectangulo ηε: commune addatur rectangulum γζ. totum igitur αζ, toti γε est æquale. quare αζ, γε rectangula dupla sunt rectanguli αζ. sed rectangula αζ, γε, faciunt κλμ, gnomonem.

καὶ τὸ γζ τετράγωνον. ὁ κλμ ἄρα γνώμων, καὶ τὸ γζ, διπλάσια ἐστὶ τοῦ αζ. ἐστὶ δὲ τοῦ αζ διπλάσιον, καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ, ἴση γὰρ ἡ βζ, τῇ βγ. ὁ ἄρα κλμ γνώμων, καὶ τὸ γζ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ. κοινὸν προσκείσθω τὸ δη, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αγ τετράγωνον. ὁ ἄρα κλμ γνώμων, καὶ τὰ βη, ηδ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. ἀλλ᾽ ὁ κλμ γνώμων, καὶ τὰ βη, ηδ τετράγωνα. ὅλον ἐστὶ τὸ αδεβ, καὶ τὸ γζ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ᾽ ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

nem, & quadratum à recta $\gamma\zeta$ descriptum. Ergo $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & $\gamma\zeta$ quadratum sunt dupla rectanguli $\alpha\zeta$. verum rectanguli $\alpha\zeta$ duplum est rectangulum quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur: quia $\beta\zeta$ recta, æqualis est rectæ $\beta\gamma$. quare $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & quadratum $\gamma\zeta$, sunt æqualia rectangulo quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur. cõmune addatur $\delta\eta$, quod est quadratum à recta $\alpha\gamma$ descriptum. gnomon igitur $\kappa\lambda\mu$, & $\beta\eta$, $\eta\delta$ quadrata æqualia sunt rectangulo, quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur, & quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto. Verũ $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & $\beta\eta$, $\eta\delta$ quadrata, totum constituunt $\alpha\delta\epsilon\beta$, & $\gamma\zeta$, quæ sunt duo quadrata, à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descripta. Quare quadrata à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descripta, æqualia sunt rectangulo rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis cõtento, vnà cum quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea vtcunq; fuerit secta, quadratum à tota descriptum, & quadratum alterius segmenti, hæc duo inquam quadrata addita, æqualia sunt rectangulo quod tota & prædicto segmento continetur, & quadrato à reliquo segmento descripto. Id q; demonstrandũ erat.

Πρότασις η. θεώρημα.

ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

(Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ $\overline{\alpha\beta}$, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ $\overline{\gamma}$ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν $\overline{\alpha\beta}$, $\beta\gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\gamma}$ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\beta}$, $\beta\overline{\gamma}$ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ᾽ εὐθείας τῇ $\overline{\alpha\beta}$, εὐθεῖα ἡ $\beta\delta$: καὶ κείσθω τῇ $\gamma\beta$, ἴση ἡ $\beta\delta$: καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\delta}$, τετράγωνον τὸ $\overline{\alpha\epsilon\zeta\delta}$: καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\gamma\beta$ τῇ $\beta\delta$, ἀλλ᾽ ἡ μὲν $\beta\gamma$ τῇ $\overline{\eta\kappa}$ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ $\beta\delta$, τῇ $\kappa\nu$, καὶ ἡ $\overline{\eta\kappa}$ τῇ $\kappa\nu$ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ $\pi\rho$, τῇ ρo ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν $\beta\gamma$, τῇ $\beta\delta$, ἡ δὲ $\eta\kappa$, τῇ $\kappa\nu$, ἴσον ἄρα ἐστὶ

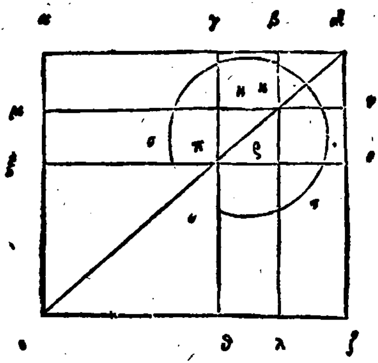
τὸ μὲν

Propositio VIII. Theorema.

SI recta linea secta vtcunque fuerit rectangulum, quod tota linea, & altero segmento quater continetur, cum quadrato à reliquo segmento descripto: æquale est quadrato quod à tota & prædicto segmento tanquam vna esset linea recta, describitur.

Explicatio dati.) Recta enim linea αβ, secetur vtcunque in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis αβ, βγ quater contentum, cum quadrato à recta αγ descripto, æquale est quadrato à rectis αβ, βγ, tanquam ab vna linea descripto. (Delineatio.) Nam recta βδ producatur ἐπ' εὐθείας rectæ αβ: & fiat recta γβ, æqualis rectæ Ϭδ, & à recta αδ describatur quadratum αεζδ: & ipsa figura duplicata delineatiõe describatur. (Demõstratio.) Quoniã recta γβ, æqualis est rectæ Ϭδ: & recta γϬ æqualis rectæ ηκ: atque recta βδ, æqualis rectæ κν: idcirco etiam ηκ æqualis est rectæ κν. Eadem ratione etiam πϛ recta, æqualis est rectæ ϛο. cum verò βγ æqualis sit rectæ βδ, & recta ηκ, rectæ κν: idcirco etiam rectangulum γκ, æquale est

 le est



τὸ μὲν γκ, τῷ κδ· τὸ δὲ ηρ τῷ ρν, ἀλλὰ τὸ γκ τῷ ρν ἐστὶν ἴσον. παραπληρώματα γὰρ τοῦ γο παραλληλογράμμου. καὶ τὸ αδ ἄρα τῷ νρ ἐστὶν ἴσον. τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ δκ, γκ, ηρ, ρν· ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. τὰ τέσσαρα ἄρα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ γκ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ γβ, τῇ βδ· ἀλλ' ἡ μὲν βδ, τῇ βκ· τουτ' ἐστὶ τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ γβ, τῇ ηκ, τουτ' ἐστὶ τῇ ηπ ἴση ἐστί, καὶ ἡ γη ἄρα, τῇ ηπ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν γη, τῇ ηπ, ἡ δὲ πρ, τῇ ρο, ἴσον ἐστί, καὶ τὸ μὲν αη, τῷ μπ, τὸ δὲ πλ τῷ ρζ. ἀλλὰ τὸ μπ, τῷ πλ ἐστὶν ἴσον. παραπληρώματα γὰρ τοῦ μλ παραλληλογράμμου. καὶ τὸ αη ἄρα τῷ ρζ ἴσον ἐστί.

τὰ τέσ-

In numeris sic:

Sit $\alpha\beta$, 8. diuisa ὡς ἔτυχε in $\alpha\gamma$, 6. & $\gamma\beta$ .2. Rectangulum quater contentū rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ sit 64. quadratum $\alpha\gamma$, sit 36. adde, sunt 100. Quadratum verò à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descriptum, ac si esset vna linea, nempe 10. est quad: 100.

	64. Rect:	10.	
	36. Quad:	10.	
	100.	100.	quad:

le est rectangulo $\kappa\delta$: & rectangulum $\eta\varrho$, rectangulo $\varrho\upsilon$: sed rectangulum $\gamma\kappa$ etiam est æquale rectangulo $\varrho\upsilon$. quia sunt supplementa parallelogrammi γo. quare $\kappa\delta$ etiam est æquale $\varrho\upsilon$. quatuor igitur hæc $\delta\kappa$, $\gamma\kappa$, $\eta\varrho$, $\varrho\upsilon$, inter se sunt æqualia, & idcirco ipsius $\gamma\kappa$ quadrupla. rursus quoniam $\gamma\beta$, æqualis est rectæ $\beta\delta$: verum $\beta\delta$ æqualis est $\beta\kappa$: hoc est $\gamma\eta$, & $\gamma\beta$ æqualis $\eta\kappa$, hoc est $\eta\varpi$: ergo & $\gamma\eta$ æqualis est rectæ $\eta\varpi$: & quia $\gamma\eta$, æqualis est rectæ $\eta\varpi$: $\varpi\varrho$ verò rectæ ϱo, ideo & $\alpha\eta$ rectangulum, rectangulo $\mu\varpi$ est æquale: & $\varpi\lambda$ rectangulum, rectangulo $\varrho\zeta$. verum $\mu\varpi$ rectangulum, æquale est rectangulo $\varpi\lambda$, quia sunt supplementa parallelogrammi $\mu\lambda$. Ergo & rectangulum $\alpha\eta$, rectangulo $\varrho\zeta$ est τὰ τέσσαρα ἄρα, τὰ αη, μπ, πλ, ρζ ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. τὰ τέσσαρα ἄρα, τοῦ αη ἐστὶ τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ γκ, κδ, ηρ, ρν, τοῦ γκ τετραπλάσια. τὰ ἄρα ὀκτὼ ἃ περιέχει τὸν σ τ υ γνώμονα, τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ ακ. καὶ ἐπεὶ τὸ ακ, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βδ ἐστιν. ἴση γὰρ καὶ ἡ βκ, τῇ βδ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ ακ. ἐδείχθη δὲ τοῦ ακ τετραπλάσιος, καὶ ὁ σ τ υ γνώμων. τὰ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ ἴσα ἐστὶ, τῷ σ τ υ γνώμονι. κοινὸν προσκείσθω τὸ ξθ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου· ἴσον ἐστὶ τῷ σ τ υ γνώμονι, καὶ τῷ ξθ. ἀλλ' ὁ σ τ υ γνώμων, καὶ τὸ ξθ, ὅλον ἐστὶ τὸ αεζδ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αδ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιων, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς αδ. τοῦτ' ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ, καὶ βγ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

(Συμæquale. quatuor igitur hæc αη, μϖ, ϖλ, ρζ, sunt inter se æqualia, & idcirco rectanguli αη quadrupla. Verum demonstratum est rectangula γκ, κδ, ηρ, ρν esse quadrupla rectanguli γκ. quare octo ista quæ στυ gnomoni sunt cõtenta, sunt etiã quadrupla rectanguli ακ. & cum rectangulum ακ, sit id quod αϐ, ϐδ rectis cõtinetur, quia recta ϐκ, æqualis est rectæ ϐδ. quare quod quater continetur rectis αϐ, ϐδ, quadruplum est rectanguli ακ. sed rectanguli ακ, demonstratus est gnomõ στυ quadruplus. quare rectangula quæ rectis αβ, βδ quater continentur, sunt æqualia στυ gnomoni. commune addatur ξθ, quod est æquale quadrato à recta αγ descripto. rectangulum igitur rectis αϐ, ϐδ quater contentum: cum quadrato à recta αγ descripto: æquale est στυ gnomoni, & ξθ: verum στυ gnomon, & ξθ, constituunt totum quadratũ à recta αδ descriptum. rectangulum igitur quod rectis αϐ, ϐγ quater continetur, cum quadrato à recta αγ descripto, est æquale quadrato à recta αδ descripto, hoc est quadrato à rectis αϐ, ϐγ, tanquam

(Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε· τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου· ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις θ. θεώρημα.

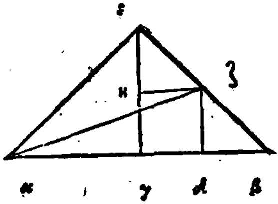
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα· τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ τετμήσθω, εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ· εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσια ἐστὶ, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. (Κατασκευή.) Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ γ, τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἡ γε· καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ, τῶν αγ, γβ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εα, εβ· καὶ διὰ μὲν τοῦ δ, τῇ εγ παράλληλος *esset vna linea descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea vtcunq; fuerit secta: rectangulum quod à tota linea, & vno segmento continetur, cum quadrato à reliquo segmēto descripto: æquale est quadrato à tota & prædicto segmento, tanquam esset vna linea recta descripto. quod erat demonstrandum.*

Propositio IX. Theorema.

SI recta Linea fuerit secta in ęqualia, & in inæqualia: quadrata à segmentis inæqualibus totius lineæ rectę descripta, dupla sunt quadrati à dimidia descripti, & quadrati eius linęæ, quæ intra ipsas comprehenditur sectiones.

Explicatio dati.) Recta enim linea $\alpha\beta$ secetur in æqualia in puncto γ, & in inæqualia in puncto δ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadrata à rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ descripta, dupla sint quadratorum à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ descriptorum. (Delineatio.) Ducatur à puncto γ, rectæ $\alpha\beta$ ad angulos rectos, linea recta $\gamma\epsilon$: vtriq; rectarum $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ fiat $\gamma\epsilon$ æqualis: atq; ducantur lineæ rectæ $\epsilon\alpha$, $\epsilon\beta$: item per pūctum δ, rectæ $\epsilon\gamma$



λος ἤχθω ἡ δζ· διὰ δὲ τοῦ ζ, τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ ζη· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αζ. (Απόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε. ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ εαγ γωνία, τῇ ὑπὸ αεγ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ γ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αεγ, εαγ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν. ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ αεγ, εαγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γεβ, εβγ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αεβ, ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ηεζ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ εηζ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, τῇ ὑπὸ εγβ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ εζη, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ηεζ γωνία, τῇ ὑπὸ εζη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ εη, πλευρᾷ τῇ ζη ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ β γωνία, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ζδβ. ἴση γὰρ πάλιν ἐστὶν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ εγβ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ βζδ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς.

ἴση

ducatur æquedistans recta $\delta\zeta$: per punctum etiam ζ, rectæ $\alpha\beta$ æquedistans ducatur recta $\zeta\eta$: & postremo fiat recta $\alpha\zeta$. (Demõstratio.) Cum itaque recta $\alpha\gamma$, rectæ $\gamma\epsilon$ sit æqualis, etiã angulus $\epsilon\alpha\gamma$, angulo $\alpha\epsilon\gamma$ æqualis erit, sed angulus ad punctum γ est rectus, reliqui igitur anguli $\alpha\epsilon\gamma$, $\epsilon\alpha\gamma$ vni angulo recto sunt æquales. vterque igitur angulorum $\alpha\epsilon\gamma$, $\epsilon\alpha\gamma$: dimidia est recti anguli pars. per eadem demonstrabitur, quod vterque angulorum $\gamma\epsilon\beta$, $\epsilon\beta\gamma$ dimidia sit recti pars. totus igitur angulus $\alpha\epsilon\beta$ est rectus, et quia angulus $\eta\epsilon\zeta$ dimidia est pars anguli recti, angulus verò $\epsilon\eta\zeta$ rectus, quia $\epsilon\gamma\beta$ angulo interno sibi opposito æqualis est, idcirco reliquus angulus $\epsilon\zeta\eta$, etiam est dimidia recti pars. quare angulus $\eta\epsilon\zeta$, æqualis est angulo $\epsilon\zeta\eta$: vnde etiam latus $\epsilon\eta$, lateri $\zeta\eta$ est æquale. rursus quoniam angulus ad punctum β dimidia est recti pars, & angulus $\zeta\delta\beta$ rectus. quia iterum angulo $\epsilon\gamma\beta$ interno sibi opposito est æqualis. reliquus igitur angulus $\beta\zeta\delta$ dimidia recti pars erit. quare etiam anἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ β γωνία, τῇ ὑπὸ δζβ. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ δζ, πλευρᾷ τῇ δβ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ, τῷ ἀπὸ τῆς γε. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αγ, γε τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αγ, γε, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εα τετράγωνον. ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ αγε γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εα, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ εη, τῇ ηζ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εη, τῷ ἀπὸ τῆς ηζ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν εη, ηζ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν εη, ηζ τετραγώνοις, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εζ τετράγωνον, διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ηζ. ἴση δὲ ἡ ηζ τῇ γδ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εζ διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αε, διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αε, εζ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αε, εζ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αζ τετράγωνον. ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ αεζ γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αζ τετράγωνον, διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ

τῶν

gulus qui est ad punctum β, angulo $\delta\zeta\beta$ est æqualis. vnde & latus $\delta\zeta$, lateri $\delta\beta$ est æquale. & quia recta $\alpha\gamma$, æqualis est rectæ $\gamma\epsilon$: idcirco & quadratum à recta $\alpha\gamma$ descriptũ, æquale etiã est quadrato à recta $\gamma\epsilon$ descripto. quadrata igitur à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\epsilon$ descripta dupla sunt quadrati $\alpha\gamma$: verum quadratis à lineis rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\epsilon$ descriptis, æquale est quadratum à recta $\epsilon\alpha$ descriptũ: quia angulus $\alpha\gamma\epsilon$ est rectus. quadratum igitur ab $\alpha\epsilon$ descriptum, duplũ est quadrati à recta $\alpha\gamma$ descripti. Rursus quoniam recta $\epsilon\eta$ æqualis est rectæ $\eta\zeta$: idcirco & quadratum à recta $\epsilon\eta$ descriptum, æquale est quadrato à recta $\eta\zeta$ descripto. Ergo quadrata à rectis $\epsilon\eta$, $\eta\zeta$ descripta dupla sunt, quadrati ab $\epsilon\zeta$ recta descripti: sed quadratis, quæ à rectis $\epsilon\eta$, $\eta\zeta$ describuntur, æquale est quadratum à recta $\epsilon\zeta$ descriptum. Ergo quadratum à recta $\epsilon\zeta$ descriptum, duplum est quadrati à recta $\eta\zeta$ descripti. sed $\eta\zeta$ æqualis est rectæ $\gamma\delta$. quare quadratum à recta $\epsilon\zeta$ descriptum, duplum est quadrati à recta $\gamma\delta$ descripti. sed & quadratum à recta $\alpha\epsilon$ descriptum, duplum etiam est quadrati à recta $\alpha\gamma$ descripti. quadrata igitur à rectis $\alpha\epsilon$, $\epsilon\zeta$ descripta, dupla sunt quadratorum à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ descriptorum: sed illis quadratis $\alpha\epsilon$, $\epsilon\zeta$, æquale est quadratum à recta $\alpha\zeta$ descriptum: quia angulus $\alpha\epsilon\zeta$ est rectus. quare quadratum à recta $\alpha\zeta$ descriptum: duplum est quadratorum à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ descriptorum. huic autẽ quadrato $\alpha\zeta$,

æquaτῶν αγ, γδ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς αζ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δζ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ δ γωνία. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δζ, διπλάσια ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ δζ τῇ δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. (Συμπέρασμα) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα· τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα· διπλάσια ἐστὶ τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ι. θεώρημα.

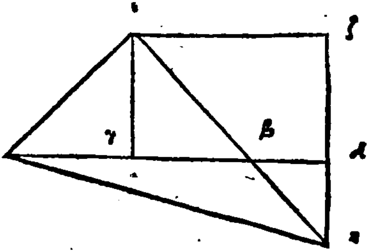
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δὲ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα· διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω δίχα *æqualia sunt quadrata à rectis αδ, δζ descripta. quia angulus ad punctum δ, est rectus. quadrata igitur à rectis αδ, δζ descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorũ: sed δζ æqualis est rectæ δϐ. Ergo quadrata à rectis αδ, δϐ descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. (Conclusio.) Si igitur linea recta fuerit in æqualia & in inæqualia dissecta, quadrata à segmentis totius lineæ rectæ inæqualibus descripta: dupla sunt quadrati à dimidia descripti, et quadrati lineæ rectæ inter segmenta inclusæ. id quod demonstrandum erat.*

Propositio X. Theorema.

SI recta linea dissecta fuerit in partes duas æquales, & adijciatur ei recta quædam linea è directo: tum quadratum quod à tota cum adiecta describitur, & quadratum ab adiecta descriptum, hæc duo quadrata coniuncta, dupla sunt quadrati à dimidia linea descripti, & quadrati à recta ex dimidia & adiecta composita, tanquam esset vna linea recta descripti.

Explic. dati.) Recta enim quædã linea αϐ secetur δίχα κατὰ τὸ γ, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων.



(Κατασκευή.) Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ γ σημείου τῇ αβ, πρὸς ὀρθὰς ἡ γε: καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν αγ, γβ: καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αε, εβ: καὶ διὰ μὲν τοῦ ε, τῇ αδ παράλληλος ἤχθω ἡ εζ. διὰ δὲ τοῦ δ, τῇ γε παράλληλος ἤχθω ἡ δζ. (Ἀπόδειξις τῆς κατασκευῆς.) Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας, τὰς εγ, ζδ: εὐθεῖα τίς ἐνέπεσεν ἡ εζ: αἱ ὑπὸ γεζ, εζδ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ ζεβ, εζδ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν. αἱ ἄρα εβ, ζδ ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ βδ μέρη συμπεσοῦνται. ἐκβεβλή-

secetur in duas partes æquales in puncto γ: & adijciatur ei ἐπ' εὐθείας recta quædam $\beta\delta$. (Explicatio quæsiti.) dico quod quadrata à rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ descripta, dupla sint quadratorum à rectis $\alpha\delta$, $\gamma\delta$ descriptorum. (Delineatio.) Ducatur enim à puncto γ, rectæ $\alpha\beta$ ad angulos rectos linea recta $\gamma\epsilon$: & fiat vtrique rectarum $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ æqualis: atque ducantur lineæ rectæ $\alpha\epsilon$, $\gamma\beta$: item per punctum ϵ, rectæ $\alpha\delta$ ducatur æquedistans recta $\epsilon\zeta$: item per punctum δ, rectæ $\gamma\epsilon$ æquedistans ducatur recta $\delta\zeta$. (Demonstratio iam factæ delineationis.) Et quia in lineas rectas æquedistantes $\epsilon\gamma$, $\zeta\delta$: incidit quædam recta $\epsilon\zeta$: anguli igitur $\gamma\epsilon\zeta$, $\epsilon\zeta\delta$ duobus rectis sunt æquales. atque idcirco anguli $\zeta\epsilon\beta$, $\epsilon\zeta\delta$ duobus rectis minores. quæ verò rectæ angulos duob. rectis minores faciunt si, protractæ fuerint, concurrent. rectæ igitur $\epsilon\beta$, $\zeta\delta$, protractæ in partibus β & δ concurrent: protrahantur βεβλήσθωσαν, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ η· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αη. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε, ἴση ἐστὶν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αεγ, τῇ ὑπὸ εαγ. καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ γ. ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν, ἑκατέρα τῶν ὑπὸ εαγ, αεγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γεβ, εβγ, ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεβ. καὶ ἐπεὶ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ εβγ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ δβη. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ βδη ὀρθή. ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ δγε, ἐναλλὰξ γάρ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δηβ ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ἡ ἄρα ὑπὸ δηβ, τῇ ὑπὸ δβη ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βδ, πλευρᾷ τῇ ηδ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ εηζ ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ ζ. ἴση γὰρ ἐστὶ τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ γ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ζεη, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ εηζ γωνία, τῇ ὑπὸ ζεη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ηζ, πλευρᾷ τῇ εζ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ εγ τῇ γα, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εγ τετράγωνον, τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν εγ, γα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ

ἀπὸ

bantur, & concurrant in puncto η: & fiat linea recta αη. (Demonstratio.) Quia recta αγ, æqualis est rectæ γε, angulus idcirco αεγ, etiam est æqualis angulo εαγ, & angulus ad punctũ γ est rectus. quare dimidia recti pars est vterq; angulorum εαγ, αεγ. Per eadem etiam demonstrabitur, quod vterq; angulorũ γεβ, εβγ dimidia recti pars sit. quare angulus αεβ, est rectus, & quia angulus εβγ, dimidia recti pars est: etiã angulus δϛη dimidia recti pars erit: sed angulus ϛδη est rectus, quia angulo δγε est æqualis. cum sint permutati: reliquus igitur angulus δηβ dimidia pars recti est. quare angulus δηϛ, angulo δϛη est æqualis. vnde & latus βδ, lateri αδ est æquale. Rursus quoniam angulus εηζ, dimidia pars recti est, & angulus ad punctum ζ rectus: quia angulo sibi opposito ad punctum γ est æqualis. reliquus igitur angulus ζεη dimidia pars recti est: ergo angulus εηζ, æqualis est angulo ζεη. quare & latus ηζ, lateri εζ est æquale. & quia recta εγ, rectæ γα est æqualis, erit etiam quadratum à recta εγ descriptum, æquale quadrato ab εγ recta descripto. quadrata igitur à rectis εγ, γα descripta dupla sunt quadrati à recta γα descripti. verum quadratis ab εγ, γα

D rectis

ἀπὸ τῆς γα τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν εγ, γα, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εα. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εα τετράγωνον, διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ηζ, τῇ εζ: ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζη τετράγωνον, τῷ ἀπὸ τῆς ζε τετραγώνῳ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ζη, ζε διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ: τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ηζ, ζε: ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εη τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εη διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ. ἴση δὲ ἡ εζ, τῇ γδ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εη τετράγωνον, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς γδ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εα, διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αε, εη τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αε, εη τετραγώνοις, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αη τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αη, διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ: τῷ δὲ ἀπὸ τῆς αη, ἴση ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δη. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δη τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ δη, τῇ δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων.

(Συμrectis, æquale est quadratum ab εα recta descriptum. quare quadratum à recta εα, duplum est quadrati à recta αγ descripti. rursus quoniam recta ηζ, æqualis est rectæ εζ, æquale etiam erit quadratum à recta ζη, quadrato à recta εζ descripto. quare quadrata à rectis ζη, ζε descripta, dupla sunt quadrati à recta εζ descripti: quadratis verò ηζ, ζε: æquale est quadratum à recta εη descriptum. quadratum igitur à recta εη descriptum, duplum est quadrati à recta εζ descripti: sed recta εζ, æqualis est rectæ γδ. quadratum igitur à recta εη, duplum est quadrati à recta γδ descripti. Verum demonstratum est, quod quadratum à recta εα descriptum, duplum sit quadrati à recta αγ descripti. quadrata itaque à rectis αε, εη descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. quadratis verò à rectis αε, εη descriptis, æquale est quadratum à recta αη descriptum: quare quadratum à recta αη descriptum, duplum est quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. quadrato autem à recta αη descripto, æqualia sunt quadrata à rectis αδ, δη descripta. quare quadrata à rectis αδ, δη descripta, dupla sunt quadratorũ à rectis αγ, γδ descriptorũ. verũ recta δη, est æqualis rectæ δβ. quadrata igitur à rectis αδ, δβ, descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ de-

(Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, σὺν τῇ προσκειμένῃ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ια. Πρόβλημα.

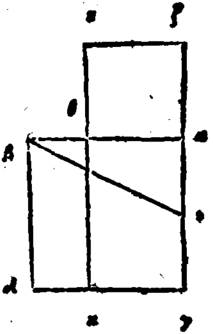
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ $\overline{αβ}$. (Διορισμός.) Δεῖ δὴ τὴν $\overline{αβ}$ τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς $\overline{αβ}$ τετράγωνον τὸ $\overline{αβγδ}$· καὶ τετμήσθω ἡ $\overline{αγ}$ δίχα κατὰ τὸ $\overline{ε}$ σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε, καὶ διήχθω *ſcriptorum. (Cõcluſio.) Si igitur recta linea ſecta fuerit in partes duas æquales, eiq́ adijciatur quædam linea recta ἐπ' εὐθείας (è directo) quadratũ à tota cum adiecta: & quadratum ab ipſa adiecta hæc inquam duo ſimul quadrata: dupla ſunt quadrati à dimidia deſcripti, & eius quadrati quod deſcribitur à recta, compoſita & facta ex dimidia, & adiecta, tanquam eſſet quadratum ab vna linea recta deſcriptum. id quod demonſtrandum erat.*

Propoſitio XI. Problema.

DAtam lineam rectam ita ſecare, vt rectangulum quod tota linea recta, & altero ſegmento continetur, æquale ſit quadrato à reliquo ſegmento deſcripto.

Explicatio dati.) Sit data linea recta αβ. (Explicatio quæſiti.) Recta igitur αβ, ita ſecanda eſt, vt rectangulum quod tota & altero ſegmento cõtinetur, æquale ſit quadrato à reliqua linea recta deſcripto. (Delin:) Deſcribatur à recta linea αβ quadratum αβγδ: & ſecetur recta αγ, in duas partes æquales in puncto ε: ac ducatur recta βε: extenda-



ἤχθω ἡ γα ἐπὶ τὸ ζ· καὶ κείσθω τῇ βε ἴση ἡ εζ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αζ τετράγωνον τὸ ζθ· καὶ διήχθω ἡ ηθ ἐπὶ τὸ κ. (Διορισμὸς τῆς κατασκευῆς.) Λέγω ὅτι ἡ αβ τέτμηται κατὰ τὸ θ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι, τῷ ἀπὸ τῆς αθ τετραγώνῳ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ αγ, τέτμηται δίχα κατὰ τὸ ε· πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ αζ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ εζ. τῇ εβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εβ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς εβ, ἴσα ἐστί, τὰ ἀπὸ τῶν βα, αε. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ α γωνία. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα, αε. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ

τῆς

tur etiam recta $\gamma\alpha$, ad punctum ζ: & fiat rectæ $\beta\epsilon$, æqualis recta $\epsilon\zeta$: præterea à recta $\alpha\zeta$ describatur quadratum $\zeta\theta$: deniq; extendatur recta $\eta\theta$ ad punctum vsq; $\varkappa$. (Explicatio iam factæ delineationis.) Dico quod recta $\alpha\beta$ sit secta in puncto θ: vt rectangulum quod continetur rectis $\alpha\beta$, $\beta\theta$: æquale sit quadrato quod describitur à recta $\alpha\theta$. (Demonstratio.) Quoniam recta $\alpha\gamma$, secta est in duas partes æquales in puncto ϵ: eiq; est adiecta recta $\alpha\zeta$. rectangulum igitur quod cõtinetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$, cum quadrato quod à recta $\alpha\epsilon$ describitur, æquale erit quadrato quod à recta $\epsilon\zeta$ describitur: sed recta $\epsilon\zeta$, est æqualis rectæ $\epsilon\beta$. ergo rectangulum quod continetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$ cum quadrato quod describitur à recta $\alpha\epsilon$, æquale est quadrato descripto à recta $\epsilon\beta$: sed quadrato à recta $\epsilon\beta$ descripto, sunt æqualia duo quadrata à rectis $\beta\alpha$, $\alpha\epsilon$ descripta. quoniam angulus ad punctũ α est rectus. rectangulum igitur quod continetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$, cum quadrato à recta $\alpha\epsilon$ descripto, æquale est quadratis à duabus rectis $\beta\alpha$, $\alpha\epsilon$ descriptis. Cõmuτῆς αε. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ, τετραγώνῳ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γζ, ζα τὸ ζκ. ἴση γὰρ ἡ αζ, τῇ ζη. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ αδ. τὸ ἄρα ζκ, ἴσον ἐστὶ τῷ αδ. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ακ. λοιπὸν ἄρα τὸ ζθ, τῷ θδ ἴσον ἐστί. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν θδ, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ. ἴση γὰρ ἡ αβ, τῇ βδ: τὸ δὲ ζθ, τὸ ἀπὸ τῆς αθ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς θα τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Η ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, τέτμηται κατὰ τὸ θ: ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς θα τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πρότασις ιβ. θεώρημα.

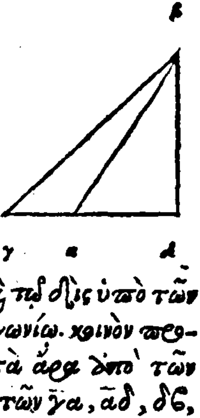
ΕΝ τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον: μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό *ne auferatur quadratum à recta $\alpha\epsilon$ descriptũ. reliquum igitur rectangulum rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$ comprehensum, æquale est quadrato à recta $\alpha\beta$ descripto. verum rectangulum quod continetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$, est rectãgulum $\zeta\kappa$: quia $\alpha\zeta$ recta, est æqualis rectæ $\zeta\eta$. quadratum verò à recta $\alpha\beta$ descriptum, est ipsum quadratũ $\alpha\delta$. Ergo $\zeta\kappa$ quadratum est æquale quadrato $\alpha\delta$. Commune auferatur $\alpha\kappa$. reliquum igitur quadratum $\zeta\theta$, est æquale reliquo rectangulo $\theta\delta$. est autem rectangulum $\theta\delta$, id quod comprehenditur rectis $\alpha\beta$, $\beta\theta$: quia recta $\alpha\beta$, æqualis est rectæ $\beta\delta$: quadratum verò $\zeta\theta$, id quod à recta $\alpha\theta$ describitur. Quare rectangulum quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\theta$ continetur, æquale est quadrato à recta $\theta\alpha$ descripto. (Conclusio.)*

Recta igitur data $\alpha\beta$ diuisa est in puncto θ, hac ratione vt rectangulũ quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\theta$ continetur, sit æquale quadrato à recta $\theta\alpha$ descripto. quod faciendum erat.

Propositio XII. Theorema.

IN triangulis amblygonijs (id est, obtusum habentibus angulum) quadratũ quod describitur à latere, obtusum angulum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν, ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ, ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ β σημείου, ἐπὶ τὴν γα ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, μεῖζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν βα, αγ τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γδ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ α σημεῖον: τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γδ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ



τῶν γα, αδ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ, δβ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα, αδ, δβ, τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ

τῶν

angulum continentium: rectangulo quod bis continetur latere vno obtusum angulum continēte, in quod si producatur, perpendicularis cadit: & recta intercepta externè ab ipsa perpendiculari ad angulum obtusum.

Explicatio dati.) Sit triangulus amblygonius αβγ: cuius angulus βαγ sit obtusus: & ducatur à puncto β, ad rectam γα productā, & extensam perpendicularis recta βδ. (Explicatio quæsiti.) Dico quòd quadratum à latere βγ descriptum, maius sit quadratis laterum βα, αγ, rectangulo quod bis continetur rectis γα, αδ. (Demonstratio.) Quoniam recta γδ, vtcunq; secta est in puncto α: quadratum igitur à recta γδ descriptum, æquale est quadratis à lateribus γα, αδ descriptis, & rectangulo γα, αδ lateribus bis contento. commune addatur quadratum à recta δβ descriptum. itaq; quadrata à rectis γδ, δβ descripta, æqualia sunt quadratis à rectis γα, αδ, δβ descriptis, & rectangulo bis, rectis γα, αδ contento. verum quadratis à rectis

γδ, δβ

τῶν γδ, δβ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τὸ δ γωνία. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αδ, δβ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα, αβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον, τῶν ἀπὸ τῶν γα, αβ τετραγώνων, μεῖζον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα) Εν ἄρα ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος καταπίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

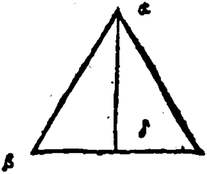
Πρότασις ιγ. θεώρημα.

ΕΝ τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν *γδ, δϐ descriptis, æquale est quadratum à recta γϐ, quia angulus ad pũctum δ est rectus, & quadratis à lineis rectis αδ, δβ descriptis, æquale est quadratum à recta αϐ descriptum. Quare quadratum à recta βγ descriptum, æquale est quadratis à rectis γα, αϐ descriptis, & rectangulo quod rectis γα, αδ bis continetur, idcirco & quadratum à recta γβ descriptum, maius est quadratis à lineis rectis γα, αϐ descriptis: rectangulo quod rectis γα, αδ bis continetur. (Conclusio.) In triangulis igitur amblygonijs, quadratum quod describitur à latere obtusum angulum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum illum angulum continentium, rectangulo quod bis continetur vno ex lateribus angulum obtusum continentibus, in quod cadit perpendicularis si productum fuerit: & linea recta intercepta ad angulum obtusum ab ipsa perpendiculari. quod demonstrandũ erat.*

Propositio XIII. Theorema.

IN triangulis oxygonijs, quadratum descriptum à latere acutum angulum subtendente, ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ ὀξεῖαν ἔχων τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν: καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ α σημείου ἐπὶ τὴν βγ κάθετος ἡ αδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αγ τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν γβ, βα τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Ἀπόδειξις) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γβ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ δ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ, βδ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ,



καὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς αδ τετράγωνον. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ, βδ, δα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αδ, δγ τετραγώνοις.

ἀλλὰ

dente, minus est quadratis laterum acutum illum angulum continentium, rectangulo quod bis continetur vno latere eorum, quæ acutum continent angulum, & in quod ipsa cadit perpendicularis: & linea interne ab ipsa perpendiculari intercepta, ad ipsum angulũ acutum.

Explicatio dati.) Sit triangulus ὀξυγώνιος αβγ, habens acutum angulum ad punctum β, & ducatur à puncto α, ad lineam rectam βγ perpendicularis recta αδ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadratum à recta αγ descriptum, sit minus quadratis laterum γβ, βα: rectangulo quod γβ, βδ rectis bis continetur. (Demonstratio.) Quoniam recta γβ vtcunq; secta est in puncto δ. quadrata igitur à rectis γβ, βδ descripta, æqualia sunt rectangulo quod rectis γβ, βδ bis continetur, & quadrato à recta δγ descripto. Commune addatur quadratum à recta αδ descriptum. quadrata igitur à rectis γβ, βδ δα descripta, æqualia sunt rectangulo quod bis continetur rectis γβ, βδ, & quadratis à lineis rectis αδ, δγ descriptis. Verum quadratis ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν βδ, δα, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ δ γωνία. τοῖς δ' ἀπὸ τῶν αδ, δγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν γβ, βα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς αγ, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ. ὥστε μόνον τὸ ἀπὸ τῆς αγ ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν γβ, βα τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν βγ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου, πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ιδ. Πρόβλημα.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

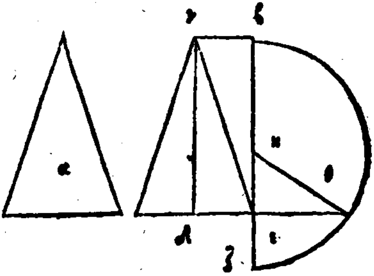
Ἐκθε-

dratis à rectis βδ, δα descriptis, æquale est quadratum à recta αβ descriptum. quia angulus ad δ punctum est rectus. quadratis verò à rectis αδ, δγ descriptis, æquale est quadratum à recta αγ descriptum. itaq; rectangula quæ rectis γβ, βα continentur, æqualia sunt quadrato à recta αγ descripto, & rectangulo γβ, βδ rectis bis contento. erit igitur vnicum quadratum à recta αγ descriptum minus, quadratis à rectis γβ, βα descriptis rectangulo quod rectis βγ, βδ bis continetur. (Conclusio.) In triangulis igitur ὀξυγωνίοις, quadratum quod describitur à latere subtendente angulum acutum, minus est quadratis laterum angulum illum acutum continentium, rectangulo, quod bis continetur vno ex lateribus angulum illum acutum continentibus, in quod perpendicularis cadit: & linea internè intercepta à perpendiculari ad angulum illum acutum. quod erat demonstrandū.

Propositio XIIII. Problema.

DAtæ figuræ rectilineæ æquale quadratum constituere.

Ἔκθεσις.) Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ α. (Διορισμός.) Δεῖ δὴ τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι. (Κατασκευή.) Συνεστάτω τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ βδ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν



ἡ βε, τῇ εδ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συνίσταται γὰρ τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον τὸ βδ. εἰ δὲ οὔ, μία τῶν βε, εδ μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ βε, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ζ: καὶ κείσθω τῇ εδ ἴση ἡ ζε: καὶ τετμήσθω ἡ ζβ δίχα κατὰ τὸ η: καὶ κέντρῳ μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ηβ, ηζ, ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ βθζ: καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ δε, ἐπὶ τὸ θ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ βζ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ ε. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ περιεχό-

Explicatio dati.) Sit data figura rectilinea α. (Explicatio quæsiti.) Datæ igitur rectilineæ figuræ α, constituendũ est æquale quadratum. (Delineatio.) Constituatur datæ figuræ rectilineæ α, æquale parallelogrammum rectangulum βδ. Si itaq; recta βε, æqualis est rectæ εδ, factum est id quod iussum erat: quia datæ figuræ rectilineæ α, æquale est factum quadratum βδ. sin minus, vna ex his rectis βε, εδ sit maior, ponatur βε maior, eaq; producatur ad punctum vsq; ζ: & fiat rectæ εδ æqualis recta ζε: secetur recta ζβ in duas partes æquales in puncto η: postea cẽtro η, interuallo vel ηβ, vel ηζ describatur semicirculus ϐθζ: producaturq; recta δε, ad punctum vsq; θ: fiatq; recta ηθ. (Demonstratio.) Quoniam recta βζ secta est in partes quidem æquales in puncto η, in partes verò inæquales in puncto ε. rectangulum igitur quod continetur rectis βε, εζ, cum quadrato à recta εη descripto, æquale est quadrato à recta ηζ descripto. sed recta ηζ æqualis est rectæ ηθ. rectangulum igitur rectis βε, εζ contentum ριεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εη τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ηζ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ ηζ, τῇ ηθ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ηε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ηθ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ηθ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν θε, ηε τετράγωνα. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ηε, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν θε, ηε. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ηε τετράγωνον. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βε, εζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν βε, εζ, τὸ βδ ἐστιν. ἴση γὰρ ἡ εζ, τῇ εδ. τὸ ἄρα βδ παραλληλόγραμμον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ ἀναγραφομένῳ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.)

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ α ἴσον τετράγωνον συνίσταται, τὸ ἀπὸ τῆς εθ ἀναγραφησόμενον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ΤΕΛΟΣ.

cum quadrato à recta ηε descripto, æquale est quadrato à recta ηθ descripto. verum huic quadrato à recta ηθ descripto, æqualia sunt quadrata à rectis θε, ηε descripta. Rectangulum igitur rectis βε, εζ contentum, cum quadrato à recta ηε descripto, hæc inquam sunt æqualia quadratis à rectis θε, ηε descriptis. Commune auferatur quadratum à recta ηε descriptum. reliquum igitur rectangulum quod rectis βε, εζ continetur, æquale est quadrato à recta εθ descripto: sed rectangulum βε, εζ rectis contentum est rectangulum βδ: quia εζ recta æqualis est εδ rectæ. quare parallelogrammum βδ, æquale est quadrato ab εθ recta descripto. (Conclusio.) Datæ igitur figuræ rectilineæ α, constitutum est æquale quadratum à recta εθ descriptum. Quod faciendum erat.

FINIS.

ΒΑΡΛΑΑΜ ΜΟΝΑΧΟΥ,

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ, ΤΩΝ γραμμικῶς ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν στοιχείων ἀποδειχθέντων.

ΟΡΟΙ.

Ἀριθμὸν, ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγω· ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδες· τοσαυτάκις συντεθεὶς ὁ πολλαπλασιαζόμενος ποιήσει τινα· ὃν καὶ μετρεῖ, κατὰ τὰς ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδας.

Καλῶ δ' αὐτὸν τὸν ἐκ τούτων γινόμενον ἐπίπεδον.

Τετράγωνον δὲ ἀριθμὸν λέγω, τὸν γινόμενον ἀπό τινος ἑαυτὸν πολλαπλασιάσαντος.

Ἀριθμὸν ἀριθμοῦ μέρος λέγω· τὸν ἐλάττονα τοῦ μείζονος, ἄντε μετρεῖ, ἄντε μὴ μετρεῖ τὸν μείζονα.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ὄντων διαιρεθῇ ὁ ἕτερος αὐτῶν εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμούς· ὁ ἐκ

BARLAAM MONACHI, ARITHMETICA DEMONstratio eorum, quæ Euclides libro secundo suorum elementorum in lineis & figuris planis demonstrauit.

DEFINITIONES.

NVmerum dico multiplicare alium numerum: quando quot in eo qui multiplicat sunt vnitates: toties numerus multiplicandus, compositus: producit aliquem numerum: quem secũdum vnitates quæ sunt in numero multiplicante metitur.

Illum verò qui ex eiusmodi multiplicatione producitur, nomino planum.

Quadratũ voco numerum, qui fit ex multiplicatione alicuius numeri in seipsum.

Deniq; numerum alterius numeri partem esse dico: minorem maioris, siue minor maiorem metiatur: siue non metiatur.

PROPOSITIONES.

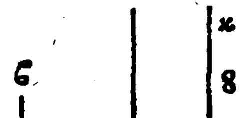
Propositio prima. Theorema.

SI duobus propositis numeris, alter illorũ diuidatur in aliquot numeros quotquot

 sint:

τῶν ἐξαρχῆς δύο ἀριθμῶν ἐπίπεδος ἀριθμὸς: ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τοῦ ἀδιαιρέτου, καὶ ἑκάστου τῶν μερῶν τοῦ διαιρεθέντος γινομένοις ἐπιπέδοις.

Ἔκθεσις.) Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ ἡ αβ, γ: καὶ διῃρήσθω ὁ αβ, εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμοὺς, τοὺς αδ, δε, εβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τοῦ γ, αβ ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τοῦ γ, αδ: γ, δε: γ, εβ ἐπιπέδοις. (Κατασκ:) Ἔστω γὰρ ἐκ μὲν τῶν γ, αβ, ὁ ζ: ἐκ δὲ τῶν γ, αδ ὁ ηθ: ἐκ δὲ τοῦ γ, δε, ὁ θι: ἐκ δὲ τοῦ γ, εβ ὁ ικ.



(Ἀπόδ:) Καὶ ἐπεὶ ὁ αβ τὸν γ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζ, ὁ ἄρα γ μετρεῖ τὸν ζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸν ηθ μετρεῖ: κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας: τὸν δὲ θι κατὰ τὰς ἐν τῷ δε: τὸν δὲ ικ: κατὰ τὰς ἐν τῷ εβ μονάδας. Ὅλον ἄρα τὸν ηκ

μετρεῖ

sint: numerus planus, qui sit ex multiplicatione duorũ ab initio propositorũ numerorum, erit æqualis numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numeri non diuisi, & vnaquaq; parte numeri diuisi.

Ἔκθεσις.) *Sint duo numeri αϐ, & γ: ac diuidatur numerus αϐ in quotcunq; alios numeros, vtpote αδ, δε, εϐ.* (Διορισμός:) *Dico q numerus planus qui fit ex numerorum γ, & αϐ multiplicatione: æqualis sit numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numerorum γ, & αδ: item γ, & δε: deniq; γ, & εϐ.* (Κατασκευή.) *Sit enim ζ numerus planus ex multiplicatione numerorum γ, & αϐ pductus: ηθ verò ex multiplicatione γ, & αδ: θι verò ex multiplicatione γ, & δε: deniq; ex multiplicatione γ, & εϐ producatur numerus ικ.* (Ἀπόδειξις.) *Cum itaq; numerus αϐ multiplicando numerum γ, produxit numerum ζ: idcirco numerus γ, metitur numerum ζ, iuxta vnitates quæ sunt in numero αβ. Per eadem demonstrabimus, quod numerus γ etiam metiatur numerum ηθ, penes vnitates, quæ sunt in numero αδ: numerum verò θι per vnitates quæ sunt in numero δε: deniq; numerum ικ, secũdum vnitates quæ sunt in numero εβ.*

μετρεῖ ὁ γ: κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν ζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. ἑκάτερος ἄρα τῶν ζ, ηκ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιος τοῦ γ. οἱ δὲ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ζ τῷ ηκ. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ζ. ὁ ἐκ τῶν γ, αβ ἐπίπεδος, ὁ δὲ ηκ, ὁ συγκείμενος ἐκ τε τοῦ γ, καὶ ἑκάστου τῶν αδ, δε, εβ ἐπιπέδων. ὁ ἄρα ἐκ τῶν γ, αβ ἐπίπεδος ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τε τοῦ γ, καὶ ἑκάστου τῶν αδ, δε, εβ ἐπιπέδοις. (Συμπέρασμα.) Εὰν ἄρα δύο ἀριθμῶν ὄντων: διαιρεθῇ ὁ ἕτερος αὐτῶν εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμούς: ὁ ἐκ τῶν ἐξ ἀρχῆς δύο ἀριθμῶν ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τε τοῦ ἀδιαιρέτου, καὶ ἑκάστου τῶν μερῶν τοῦ διαιρεθέντος ἐπιπέδοις, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις β. θεώρημα.

ΕΑν ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ: δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ γινόμενοι ἐκ τε τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν, συναμφότεροι: ἴσοι εἰσὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετραγώνῳ.

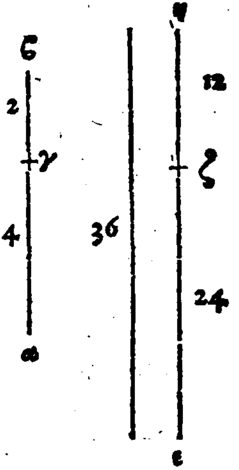
Ἐκθε-

Quare numerus γ totum numerum ηκ metitur iuxta vnitates, quæ sunt in numero αβ. verum metiebatur antea numerum ζ, penes vnitates quæ sunt in numero αβ. Vterq; igitur numerus ζ & ηκ æqualiter est multiplex numeri γ. Numeri verò qui eiusdem numeri æqualiter sunt multiplices, æquales inter se sunt. ergo numerus ζ, æqualis est numero ηκ. sed numerus ζ, est numerus planus, ex multiplicatione γ & αβ productus. alter verò numerus ηκ, compositus ex numero γ non diuiso, & vnoquoq; plano numero αδ, δε, εβ. (Συμπέρασμα.) Si igitur fuerint duo numeri, quorum alter diuisus sit in quoscunq; alios numeros: tum numerus planus qui fit ex multiplicatione duorum ab initio propositorum numerorum: æqualis est numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numeri non secti, & singulis partibus eius numeri qui diuisus & sectus est. Quod erat demonstrandum.

Propositio II. Theorema.

SI numerus aliquis diuisus fuerit in alios duos numeros: tum numeri plani qui fiũt ex multiplicatione totius, & vtriusq; partis, hi ambo coniuncti: erunt æquales quadrato numero totius numeri propositi.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ διῃρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοί, ὅ τε ἐκ τῶν αβ, αγ: καὶ ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ συντιθέντες: ἴσοι εἰσὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ὁ γὰρ αβ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν δ: ὁ δὲ αγ, τὸν αβ πολλαπλασιάσας: ποιείτω τὸν εζ: τὸν δὲ αὐτὸν αβ καὶ ὁ γβ πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν ζη. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ τοίνυν ὁ αγ τὸν αβ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν εζ. ὁ ἄρα αβ μετρεῖ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ, τὸν αβ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζη: ὁ ἄρα αβ μετρεῖ τὸν ζη, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας.



Ἔκθεσις.) *Diuidatur enim numerus* αβ, *in duos alios numeros* αγ, γβ. (Διορισμός.) *Dico quod duo numeri plani qui fiunt ex multiplicatione* αβ, *&* αγ. *deinde* αβ, *&* βγ: *hi inquam compositi, æquales sint quadrato numero, qui fit ex multiplicatione numeri* αβ *in seipsum.* (Κατασκευή.) *Numerus enim* αβ *seipsum multiplicãdo, producat numerum* δ: *numerus etiam* αγ, *multiplicando numerum* αβ, *producat numerũ* εζ: *rursus numerus* γβ, *multiplicando eundem numerum* αβ: *faciat numerum* ζη. (Ἀπόδειξις.) *Cum itaq; αγ numerus multiplicando numerum* αβ, *produxerit numerum* εζ. *igitur numerus* αβ *metitur numerum* εζ *secundum vnitates quæ sunt in numero* αγ. *Rursus quoniam* γβ *numerus, multiplicauit* αβ *numerum: & produxit numerum* ζη: *idcirco* αβ *metietur numerum* ζη *secundum vnitates quæ sunt in numero* γβ. *verum idem numerus* αβ *metiebatur antea quoq; numerum* εζ, *iuxta vnitates quæ sunt in numero* αγ. *Ergo numerus* αβ, *totum numerũ* εη *metietur iuxta vnitates quæ in ipso* αβ *sunt.*

νάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ τὸν αδ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζη· ὁ ἄρα αβ μετρῇ τὸν ζη, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ αδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν δ· μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν δ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ἑκάτερον ἄρα τῶν δ, εα· μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ὁσοπλάσιον ἄρα ἐστὶν ὁ δ τοῦ αβ· τοσαυταπλάσιον ἐστὶ καὶ ὁ εη τοῦ αβ. οἱ δὲ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι ἀριθμοὶ· ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ δ, τῷ εη. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν δ, ὁ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, ὁ δὲ εη, συντεθεὶς ἐκ δύο ἐπιπέδων ἀριθμῶν, τῶν ἐκ τῶν αβ, βγ, βα, αγ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος· ἴσος ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ, ἐκ δύο ἐπιπέδων, τῶν ἐκ τῶν αβ, βγ, βα, αγ.

(Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ· δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοί, οἱ γινόμενοι ἐκ τε τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν συναμφότεροι ἴσοι εἰσὶν τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

πρότα-

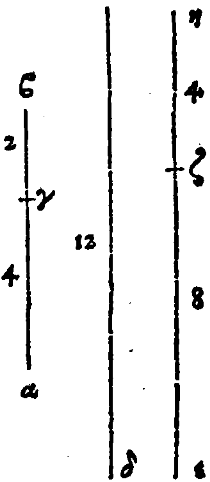
$\alpha\beta$ sunt. Praeterea quoniã $\alpha\beta$ numerus multiplicando seipsum, produxit numerum δ: idcirco numerus $\alpha\beta$, metietur seipsum iuxta vnitates quas in seipso continet. Quare metietur vtrunq;, scilicet numerum δ, & numerum $\epsilon\eta$: per vnitates quae in ipso $\alpha\beta$ numero sunt. Quotuplex igitur numerus δ, est numeri $\alpha\beta$: totuplex etiam est numerus $\epsilon\eta$, numeri $\alpha\beta$. Numeri verò qui eiusdem sunt aequaliter multiplices, inter se aequales sunt. Quare numerus δ, est aequalis numero $\epsilon\eta$: & numerus δ, est quadratus factus ex $\alpha\beta$ numero. numerus verò $\epsilon\eta$ factus & compositus ex duobus numeris planis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$: & $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$. Numerus itaq; quadratus ex $\alpha\beta$ numero: aequalis est numero plano, composito ex numeris $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$. (Συμπέρασμα.) Si igitur aliquis numerus diuisus fuerit in duos numeros alios: tum numeri plani qui fiunt ex multiplicatione totius, & vtriusq; partis: hi ambo coniuncti, erunt aequales quadrato numero totius propositi numeri. quod demonstrandum erat.

Propo-

Πρότασις γ. θεώρημα.

ΕΑν ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμοὺς: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ, σὺν τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου μέρους τετραγώνῳ.

(Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ διῃρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμὸς.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ, ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ὁ γὰρ αβ πολλαπλασιάτω τὸν γβ, καὶ ποιείτω τὸν δ: ὁ δὲ αγ, τὸν γβ πολλαπλασιάτω, καὶ ποιείτω τὸν εζ: ὁ δὲ γβ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν ζη.



(Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ αβ τὸν γβ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν δ: ὁ ἄρα γβ, μετρεῖ τὸν

δ, κατὰ

Propositio III. Theorema.

SI numerus aliquis diuidatur in duos numeros: numerus planus qui fit ex multiplicatione totius & vnius partis: æqualis est numero plano, facto ex partibus, & numero quadrato, producto ex parte prædicta.

Ἔκθεσις.) *Sit enim numerus αϐ, qui diuidatur in duos numeros αγ, γβ.* (Διορισμὸς.) *Dico quòd numerus planus, qui fit ex multiplicatione numerorum αϐ, ϐγ: æqualis sit numero plano facto ex multiplicatione numerorum αγ, γβ: & quadrato ex γβ numero producto.* (Κατασκευή.) *Numerus enim αϐ, multiplicando numerum γβ, producat numerum δ. deinde αγ numerus, multiplicando numerum γβ: producat numerum εζ. deniq; γβ numerus, multiplicando seipsum producat numerum ζη.* (Ἀπόδειξις.) *Cum igitur numerus αβ, multiplicando numerum γβ, produxerit numerum δ: idcirco numerus γϐ, metitur numerum δ, iuxta vnitates quæ sunt in numero αϐ. Ad hæc quoniam numerus αγ multiplicauit numerum γβ: & produxit numerũ εζ. ergo γϐ numerus, metitur numerum εζ iuxta vnita-*

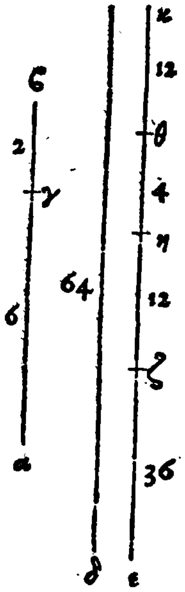
δ, καὶ τὰς ἐν τῷ αϛ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ
αγ, τὸν γϛ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν εζ·
ὁ ἄρα γϛ, μετρεῖ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μο-
νάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ ἑαυτὸν πολλαπλα-
σιάσας, ἐποίησε τὸν ζη. μετρεῖ ἄρα ὁ γβ τὸν ζη,
κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ
τὸν εζ κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα
τὸν εη, μετρεῖ ὁ γβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μο-
νάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν δ, κατὰ τὰς ἐν τῷ
αϛ μονάδας. ἰσάκις ἄρα ὁ γβ, ἑκάτερον
τῶν δ, εη μετρεῖ. οἱ δὲ ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἰσά-
κις μετρούμενοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα
ἐστὶν ὁ δ, τῷ εη, καί ἐστιν ὁ μὲν δ, ὁ ἐκ τῶν αϛ, ϛγ
ἐπίπεδος. ὁ δὲ εη, ὁ ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπίπε-
δος, σὺν τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. ὁ ἄ-
ρα ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπίπεδος, ἴσος ἐστὶ τῷ τε
ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ: καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ
γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄ-
ρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς τυχόντας διαιρε-
θῇ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπί-
πεδος: ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέ-
δῳ, σὺν τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου μέρους
τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

tes quæ sunt in numero $\alpha\gamma$. Rursus quoniam $\gamma\beta$ numerus, multiplicauit seipsum: & produxit numerum $\zeta\eta$. ergo numerus $\gamma\beta$, metitur numerũ $\zeta\eta$, iuxta vnitates quæ in seipso sunt. Verum antea idem numerus $\gamma\beta$, etiam metiebatur numerum $\epsilon\zeta$ iuxta vnitates quæ in ipso sunt $\alpha\gamma$ numero. Totus itaq; numerus $\gamma\beta$, metitur totum numerum $\epsilon\eta$, per vnitates quæ sunt in numero $\alpha\beta$. sed & numerum δ metiebatur penes vnitates, quæ sunt in numero $\alpha\beta$. Quare numerus $\gamma\beta$ æqualiter metitur vtrunq; numerum, nempe numerum δ, & numerum $\epsilon\eta$. Quos verò idem numerus æqualiter metitur: æquales inter se sunt. idcirco numerus δ, est æqualis numero $\epsilon\eta$: sed numerus δ, est planus, factus ex multiplicatione numerorum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$: numerus verò $\epsilon\eta$, est numerus ex multiplicatione numerorum $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, procreatus: & quadrato numeri $\gamma\beta$. Quapropter numerus planus, factus ex multiplicatione $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ numerorum: æqualis est numero plano ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ numeris producto: & quadrato numeri $\gamma\beta$. (Conclusio.) Si igitur numerus aliquis diuidatur in duos numeros: numerus planus, qui fit ex multiplicatione totius, & vnius partis: æqualis est numero plano, facto ex partibus, & numero quadrato producto ex parte prædicta. quod demonstrandum erat.

Πρότασις δ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμούς· ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν μερῶν τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ.



Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ, διαιρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, τετράγωνος. ἴσος ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ αβ τετράγωνος ὁ δ: ἀπὸ δὲ τοῦ αγ, ὁ εζ: ἀπὸ δὲ τοῦ γβ, ὁ ηθ: ἐκ δὲ τῶν αγ, γβ ἑκάτερος τῶν ζη, θκ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ τοίνυν ὁ αγ, ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν εζ· ὁ ἄρα αγ, μετρεῖ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονά-

Propositio IIII. Theorema.

SI numerus aliquis in duos numeros diuisus fuerit: quadratus numerus totius, æqualis est quadratis partium: & numero plano, qui generatur, atque fit ex multiplicatione partium bis facta.

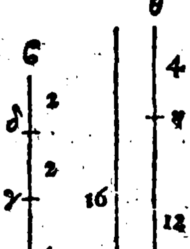
Εκθεσις.) *Sit enim numerus αϐ, qui diuidatur in duos numeros αγ, γϐ. (Διορισμὸς.) Dico quod quadratus numerus totius αϐ numeri: æqualis sit quadratis partium, seu numerorum αγ, γβ: & numero plano facto ex multiplicatione numerorum αγ, γϐ bis repetita. (Κατασκευή.) Fiat itaque quadratus numerus ex multiplicatione totius numeri αϐ in seipsum, et sit numerus δ. deinde fiant etiam quadrati numeri ex multiplicatione αγ in seipsum numerus εζ: et ex multiplicatione γϐ in seipsum numerus ηθ. denique ex multiplicatione numerorum αγ, γβ fiat vterque numerus planus ζη, θκ. (Απόδειξις.) Cum itaque numerus αγ multiplicando seipsum produxerit numerum εζ, idcirco αγ numerus, metitur numerum εζ iuxta vnitates quæ sunt in seipso. cum etiam γϐ numerus, multiplicauerit nu-*

μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ, τὸν γα πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν ζη· μετρεῖ ἄρα τὸν ζη, ὁ αγ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αγ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. ὁ ἄρα αβ πολλαπλασιάσας τὸν αγ, ἐποίησε τὸν εη. ὁ εη ἄρα ἐπίπεδός ἐστιν ὁ ἐκ τῶν βα, αγ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ὁ ηκ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ. Ἔστιν ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος ὁ δ. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμοὺς, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος ἴσος ἐστὶ δυσὶ τοῖς ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν ἐπιπέδοις. ἴσος ἄρα ὁ δ, τῷ εκ. ἀλλὰ μὴν ὁ εκ, συγκείμενός ἐστιν ἐκ τε τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνων· καὶ τοῦ δὶς ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδου. ὁ δὲ δ, ὑπάρχει ὁ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς, διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμοὺς· ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν μερῶν τετραγώνοις· καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

numerum γα, & produxerit numerum ζη. Ergo αγ numerus, metitur numerum εη penes vnitates quæ sunt in numero γβ. verum antea metiebatur etiam numerum εζ, per vnitates quæ sunt in numero αϐ, & propterea numerus αϐ, multiplicans numerum αγ, produxit numerum εη, eamq́ ob causam numerus εη, est numerus planus factus ex multiplicatione numerorum βα, αγ. Simili modo demonstrabimus, quod numerus ηκ sit planus factus ex multiplicatione numerorum αβ, βγ. Præterea numerus Δ, est quadratus numeri αβ. quod si verò numerus aliquis diuisus fuerit in duos numeros: quadratus totius numeri æqualis est duobus numeris planis, qui ex multiplicatione totius & vtrarumq; partium fiunt. quare numerus Δ quadratus, æqualis est numero εκ plano. Verum numerus εκ, compositus est ex quadratis numerorum αγ, γβ: & numero plano, qui ex multiplicatione numerorum αγ, γβ bis facta producitur: numerus verò Δ quadratus totius numeri αβ. Quare numerus quadratus factus ex multiplicatione numeri αβ in seipsum: æqualis est quadratis numeris, numerorum αγ, γβ partium: & numero plano ex multiplicatione numerorũ αγ, γβ bis facta producto. (Conclusio) Si igitur numerus aliquis in duos numeros diuisus fuerit: quadratus numerus totius, æqualis est quadratis partium: & numero plano ex multiplicatione partiũ bis facta producto. quod demonstrandum erat.

Πρότασις ε. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς δίχα διαιρεθῇ: διαιρεθῇ δὲ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς: ὁ ἐκ τῶν ἀνίσων μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνῳ.



Ἔκθεσις.) Ἔστω γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ: καὶ διῃρήσθω δίχα μὲν εἰς τοὺς αγ, γβ: ἀνισαχῇ δὲ εἰς τοὺς αδ, δβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνου. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ γβ τετράγωνος ὁ ε: ἐκ δὲ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος ὁ ζη. ἀπὸ δὲ τοῦ δγ τετράγωνος ὁ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ βγ ἀριθμὸς διῄρηται εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς βδ, δγ. ἐστὶν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ βγ τετράγωνος, τουτέστιν ὁ ε: ἴσος τοῖς ἀπὸ τῶν βδ, δγ τετραγώνοις, μετὰ τοῦ

δὶς

Propositio V. Theorema.

SI numerus aliquis par, diuisus fuerit in duas partes æquales: deinde idem numerus rursus diuidatur in partes inæquales: numerus planus qui fit ex multiplicatione partiũ inęqualium, cum quadrato numeri interpositi: æqualis est quadrato dimidij numeri.

Ἔκθεσις.) *Sit enim αβ numerus par, diuisus in duos æquales numeros αγ, γϐ: & in duos numeros inæquales αδ, δϐ.* (Διορισμός.) *Dico quod quadratus numerus, qui fit ex multiplicatione dimidij numeri γϐ in seipsum: æqualis sit numero plano, qui fit ex multiplicatione numerorum αδ, δϐ inæqualium: & quadrato numeri γδ interpositi.* (Κατασκ.) *Fiat quadratus numerus ex multiplicatione numeri γϐ dimidij in seipsum, & sit numerus ε. Planus verò ex multiplicatione αδ, δϐ numerorum inæqualium, numerus ζη: deniq́ numeri δγ intercepti, fiat quadratus numerus κθ.* (Ἀπόδειξις.) *Quoniam numerus βγ diuisus est in βδ, δγ numeros: idcirco quadratus numeri βγ: hoc est numerus ε, æqualis est quadratis numerorum βδ, δγ: & numero plano, qui fit ex multiplicatione numerorum βδ, δγ bis facta.* (Κατασκευὴ τῆς ἀποδείξεως.)

δὶς ἐκ τῶν βδ, δγ. (Κατασκευὴ τῆς ἀποδείξεως.) Ἔστω οὖν ἀπὸ μὲν τοῦ βδ τετράγωνος ὁ κλ: ἀπὸ δὲ τοῦ δγ ὁ νξ. ἐκ δὲ τῶν βδ, δγ ἑκάτερος τῶν λμ, μν. ὅλος ἄρα ὁ κξ ἴσος ἐστὶ τῷ ε. Καὶ ἐπεὶ ὁ βδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν κλ: μετρεῖ ἄρα αὐτὸν, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γδ, τὸν δβ πολλαπλασιάσας τὸν λμ ἐποίησε. ὁ ἄρα δβ μετρεῖ τὸν λμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γδ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν κλ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας: ὅλον ἄρα τὸν κμ μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἴσος δὲ ὁ γβ τῷ γα. ὁ ἄρα δβ, μετρεῖ τὸν κμ κατὰ τὰς ἐν τῷ γα μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γδ πολλαπλασιάσας, τὸν δβ ἐποίησε τὸν μν. ὁ ἄρα δβ, μετρεῖ τὸν μν, κατὰ τὰς ἐν τῷ δγ μονάδας, ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν κμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας, ὅλον ἄρα τὸν κν μετρεῖ ὁ βδ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας. ὑπόκειται γάρ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ζη, τῷ κν. οἱ γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ ηθ τῷ νξ ἴσος. ἑκάτερος γὰρ ὑπόκειται ἀπὸ τοῦ γδ τετράγωνος. ὅλος ἄρα ὁ κξ, ὅλῳ τῷ ζθ ἴσος

ἐστὶν

Sit igitur quadratus numeri $\beta\delta$, numerus $\kappa\lambda$: numeri verò $\delta\gamma$, sit quadratus numerus $\nu\xi$: deniq; ex multiplicatione numerorum $\beta\delta$, $\delta\gamma$: fiat vterq; numerus $\lambda\mu$, & $\mu\nu$. Itaq; totus numerus $\kappa\xi$, æqualis est numero ε. Quoniam nunc numerus $\beta\delta$ multiplicando seipsum, produxit numerum $\kappa\lambda$: ideirco metitur eum per vnitates, quæ sunt in seipso. præterea cum numerus $\gamma\delta$, multiplicans numerum $\delta\beta$, produxerit numerum $\lambda\mu$: eam ob causam $\delta\beta$ numerus metitur etiam numerum $\lambda\mu$, penes vnitates quæ sunt in numero $\gamma\delta$. verum antea metiebatur quoq; numerum $\kappa\lambda$ per vnitates quæ in seipso sunt. Quare numerus $\delta\beta$, metitur totum numerum $\kappa\mu$ iuxta vnitates, quæ sunt in numero $\gamma\beta$. Sed numerus $\gamma\beta$ æqualis est numero $\gamma\alpha$. numerus igitur $\delta\beta$, numerum $\kappa\mu$ metitur per vnitates, quæ sunt in numero $\gamma\alpha$. Rursus quoniam numerus $\gamma\delta$, multiplicando numerum $\delta\beta$, produxit numerum $\mu\nu$: idcirco $\delta\beta$ numerus, metitur numerum $\mu\nu$, per vnitates quæ sunt in numero $\gamma\delta$. Verum antea metiebatur numerum $\kappa\mu$, iuxta vnitates, quæ sunt in numero $\alpha\gamma$. Numerus igitur $\beta\delta$ metitur totum numerum $\kappa\nu$, per vnitates quæ sunt in numero $\alpha\delta$. illud enim est propositum. Quare numerus $\zeta\eta$, æqualis est numero $\kappa\nu$. nam numeri qui eiusdem sunt æqualiter multiplices æquales inter se sunt: sed numerus $\eta\theta$, est æqualis numero $\nu\xi$. nam vterq; proponitur esse quadratus numeri $\gamma\delta$. totus itaque $\kappa\xi$, toto $\zeta\theta$ æqualis est. verum numeἐστιν. ἐστὶ δὲ καὶ τῷ ε ὁ κζ ἴσος. καὶ ὁ ζθ ἄρα τῷ ε ἴσος ἐστί. καὶ ἐστιν ὁ μὲν ζθ, ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος: μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ δγ τετραγώνου. ὁ δὲ ε, ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ δγ τετραγώνου, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα: διαιρεθῇ δὲ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς: ὁ ἐκ τῶν ἀνίσων μερῶν ἐπίπεδος: μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα: προστεθῇ δέ τις αὐτῷ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου, σὺν τῷ προσκειμένῳ: καὶ τοῦ προσκειμένου ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου, ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἄρτιος γὰρ ἀριθμὸς ὁ αβ, διῃρήσθω *numero ε, æqualis est numerus κξ. Ergo & ζθ numerus æqualis est numero ε, & numerus ζθ est numerus planus, ex multiplicatione numerorum αδ, δϐ factus: cum quadrato numeri δγ. numerus verò ε quadratus numeri γϐ.* (Συμπέρασμα.) *Quare planus numerus factus ex multiplicatione numerorum αδ, δϐ inæqualium cum quadrato numeri δγ intercepti: æqualis est quadrato numeri γβ dimidij. Si itaq; numerus par diuisus fuerit in partes duas æquales: & idem rursus in partes diuidatur inæquales: numerus planus, qui fit ex multiplicatione partium inæqualium, cum quadrato numeri interpositi: æqualis est quadrato dimidij numeri. Quod erat demonstrandum.*

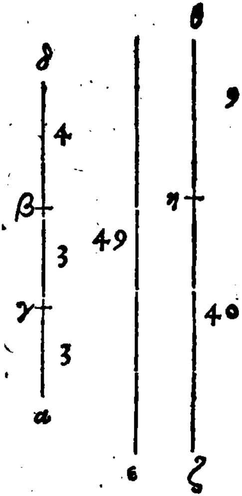
Propositio VI. Theorema.

SI numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, & adijciatur ei aliquis alius numerus: tum planus numerus, qui fit ex multiplicatione numeri totius cum adiecto, & numeri adiecti, vnà cum quadrato dimidij numeri: æqualis est quadrato, numeri ex dimidio & numero adiecto compositi.

Ἔκθεσις.) *Par enim numerus αβ, diuida-*

tur in

θω δίχα εἰς τοὺς ἀγ, γδ ἀριθμοὺς· καὶ προσκείσθω αὐτῷ ἕτερός τις ἀριθμὸς ὁ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ γδ τετράγωνος ὁ ε, ἐκ δὲ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος ὁ ζη· ἀπὸ δὲ τοῦ γβ τετράγωνος ὁ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ γδ, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν δβ, βγ· μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν δβ, βγ. ἔστω ἀπὸ μὲν τοῦ βδ ὁ κλ· ἐκ δὲ τῶν δβ, βγ, ἑκάτερος τῶν λμ, μν· ἀπὸ δὲ τοῦ βγ ὁ νξ. ὅλος ἄρα ὁ κξ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. καὶ ἔστιν ἀπὸ τοῦ γδ τετράγωνος ὁ ε. ὁ ἄρα κξ ἴσος ἐστὶ τῷ ε. καὶ ἐπεὶ ὁ βδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν κλ πεποίηκε. ὁ ἄρα βδ, μετρεῖ τὸν κλ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ



tur in duos numeros æquales $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: *eiq; adijciatur alius numerus* $\beta\delta$. (Διορισμός.) *Dico quòd numerus planus, ex multiplicatione numerorum* $\alpha\delta$, $\delta\beta$ *factus, cum quadrato numeri* $\gamma\beta$: *æqualis sit quadrato numeri* $\gamma\delta$. (Κατασκευή.) *Sit enim quadratus numerus numeri* $\gamma\delta$, *numerus* ϵ: *planus vero ex numerorum* $\alpha\delta$, $\delta\beta$ *multiplicatione factus, numerus* $\zeta\eta$: *deniq; quadratus numeri* $\gamma\beta$, *numerus* $\eta\theta$. (Ἀπόδειξις.) *Quoniam quadratus numeri* $\gamma\delta$, *æqualis est quadrato numerorum* $\delta\beta$, $\beta\gamma$, *cum plano numero, qui fit ex multiplicatione numerorum* $\delta\beta$, $\beta\gamma$ *bis facta. sit quadratus numeri* $\beta\delta$, *numerus* $\kappa\lambda$: *plani verò ex multiplicatione numerorum* $\delta\beta$, $\beta\gamma$ *bis facta, vterq; numerorum* $\lambda\mu$, $\mu\nu$. *quadratus deniq; numeri* $\beta\gamma$ *numerus* $\nu\xi$. *Totus igitur* $\kappa\xi$, *æqualis erit quadrato numeri* $\gamma\delta$. *sed quadratus numeri* $\gamma\delta$ *est numerus* ϵ. *Ergo numerus* $\kappa\xi$, *æqualis est numero* ϵ. *Et cũ numerus* $\beta\delta$ *multiplicando seipsum, produxerit numerum* $\kappa\lambda$. *ergo numerus* $\beta\delta$ *metitur numerum* $\kappa\lambda$, *iuxta vnitates, quæ in seipso sunt.*

μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν λμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν κμ μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γδ μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ δβ μετρεῖ ϛ τὸν μν, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἴσος δὲ ὁ γϛ, τῷ γα, ὑπόκειται γάρ. ὅλον ἄρα τὸν κν, μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν ζη μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας, ὑπόκειται γὰρ ὁ ζη ἐκ τῶν αδ, δβ. ἴσος ἄρα ὁ ζη, τῷ κν. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ θη τῷ νζ ἴσος. ἑκάτερος γάρ ἐστιν ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος. ὅλος ἄρα ὁ ζθ: τῷ κζ ἐστὶν ἴσος. ὁ δὲ κζ ἀπεδείχθη τῷ ε ἴσος: καὶ ὁ ζθ ἄρα τῷ ε ἴσος ἐστί. καί ἐστιν ὁ μὲν ζθ: ὁ ἐκ τῶν αδ, δϛ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνου. ὁ δὲ ε, ὁ ἀπὸ τοῦ γδ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γϛ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.)

Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς διαιρεθῇ δίχα: προστεθῇ δέ τις αὐτῷ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ, καὶ τοῦ προσκειμένου ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου, ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

sunt. verum metitur etiam numerum λμ per vnitates quæ sunt in γβ numero. quare numerus δβ totum numerum κμ metitur penes vnitates, quæ sunt in numero γδ. sed & numerus δβ, metitur numerũ μν per vnitates quæ sunt in numero γβ: & numerus γβ, est æqualis numero γε. illud enim proponitur. Ergo numerus δβ, totum numerum κν metitur iuxta vnitates quæ sunt in numero αδ. verum numerus δβ metitur etiam numerum ζη per vnitates quæ sunt in numero αδ: quia proponitur numerum ζη, esse planum ex multiplicatione numerorum αδ δβ factum. Quare numerus ζη erit æqualis numero κν. sed θη numerus etiam est æqualis numero νζ. quia vterq; est numerus quadratus numeri γβ. Totus igitur ζθ numerus, æqualis est κζ numero: & κζ numerus, demonstratus est æqualis esse numero ε. Itaq; ζθ numerus etiam erit æqualis numero ε, & numerus ζθ est numerus planus, ex multiplicatione numerorum αδ, δβ factus: cum quadrato numeri βγ: numerus verò ε, quadratus numeri γδ. Quare numerus planus, ex multiplicatione numerorum αδ, δβ, cum quadrato numeri γβ: æqualis est quadrato numeri γδ. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, & adijciatur ei aliquis alius numerus, tum numerus planus, qui fit ex multiplicatione totius numeri cum adiecto, & numeri adiecti, vnà cum quadrato dimidij numeri: æqualis est quadrato numeri compositi ex dimidio, & adiecto. Quod demonstrandum erat.

Πρότασις ζ. θεώρημα.

ΕΑν ἀριθμὸς διαιρεθῇ, εἰς δύο ἀριθμούς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος, μετὰ τοῦ ἀφ' ἑνὸς τῶν μερῶν τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ εἰρημένου μέρους, ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνῳ.

β	8	64 *quad: totius* αβ.
	8	25 *quad: partis* αγ.
3	64 *quad: totius.*	89.
	5	80 *planus bis facta.*
	5	9 *quad: reliq: partis* βγ.
γ	25 *quad: partis.*	89.
	8 8	
5	5 5	
	40 40	
	80 *planus bis facta multipl.*	
	3	
	3	
α	9 *quad: reliq: part:*	

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ, διῃρήσθω εἰς τοὺς αγ, γβ ἀριθμούς. (Διορισμὸς) Λέγω ὅτι

οἱ ἀπὸ

Propositio VII. Theorema.

SI numerus aliquis diuidatur in duos numeros, quadratus numeri totius cū quadrato vnius partis: æqualis est numero plano, ex multiplicatione totius numeri, & prędictæ partis bis facta, cum quadrato partis reliquæ.

β	8		64 *quad: totius* αβ.
	8		25 *quad: partis* αγ.
	64 *quad: totius.*		89.
3			
	5		80 *planus bis facta.*
	5		9 *quad: reliq: partis* βγ.
γ	25 *quad: partis.*		89.
	8	8	
5	5	5	
	40	40	
	80 *planus bis facta multipl.*		
	3		
	3		
α	9 *quad: reliqu: part.*		

Ἔκθεσις.) *Numerus* αβ, *diuidatur in numeros* αγ, γβ. (Διοϱισμὸς.) *Dico quod nu-*

οἱ ἀπὸ τῶν βα, αγ τετράγωνοι· ἴσοι εἰσὶν τῷ δὶς ἐκ τῶν βα, αγ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ βγ τετραγώνου. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ ὁ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βγ, γα, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα. κοινὸς προσκείσθω ὁ ἀπὸ τοῦ αγ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ βα, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ: ἴσος ἐστὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνοις. καὶ ἑνὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ, μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα. καὶ ἐπεὶ ἅπαξ ἐκ τῶν βα, αγ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἅπαξ ἐκ τῶν βγ, γα, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γα τετραγώνου. ὁ ἄρα δὶς ἐκ τῶν βα, αγ: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ γα τετραγώνων. κοινὸς προσκείσθω ὁ ἀπὸ τοῦ βγ τετράγωνος. δύο ἄρα τετράγωνοι ἀπὸ τοῦ αγ: καὶ εἷς ἀπὸ τοῦ γβ, μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα: ἴσοι εἰσὶν τῷ δὶς ἐκ τῶν βα, αγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν βα, αγ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ γβ μέρους τετραγώνου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμοὺς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος,

μετὰ

meri quadrati numerorum $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$: æquales sint numero plano, ex multiplicatione numerorum $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ bis facta, cum quadrato numeri $\beta\gamma$. (Ἀπόδειξις.) Cum enim quadratus numeri $\alpha\beta$, sit æqualis quadratis numerorum $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, & numero plano ex multiplicatione numerorũ $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ bis facta: communis addatur quadratus numeri $\alpha\gamma$. Ergo quadratus numeri $\alpha\beta$, cum quadrato numeri $\alpha\gamma$: æqualis est duobus quadratis numeri $\alpha\gamma$, & vno quadrato numeri $\gamma\beta$: cum numero plano, ex multiplicatione numerorum $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ bis facta. Quoniam verò numerus planus, ex multiplicatione $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ numerorum semel facta: æqualis est numero plano ex multiplicatione $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ semel facta, vnà cum quadrato $\gamma\alpha$. numerus itaq; ex multiplicatione $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ bis facta: æqualis erit numero ex multiplicatione $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ bis facta: cum duobus quadratis numeri $\gamma\alpha$. Communis addatur quadratus numerus $\beta\gamma$. ergo duo quadrati numeri $\alpha\gamma$, & vnus quadratus numeri $\gamma\beta$: cum numero plano, ex multiplicatione $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ bis facta: sunt æquales numero plano, ex numerorum $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ multiplicatione bis facta, cum quadrato numeri $\gamma\beta$. Quare quadratus numeri $\alpha\beta$, cum quadrato numeri $\alpha\gamma$: est æqualis numero plano, ex multiplicatione $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$ numerorum bis facta cũ quadrato numeri $\gamma\beta$. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus aliquis diuidatur in duos numeros: quadratus totius numeri, cum quadrato huius par-μετὰ τοῦ ἀφ' ἑνὸς τῶν μερῶν τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ εἰρημένου μέρους ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις η. θεώρημα.

ΕΑν ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ: ὁ τετράκις ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ προειρημένου μέρους ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ, διῃρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ τετράκις ἐκ τῶν αβ, βγ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αβ, βγ ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνῳ. (Κατασκ.) Κείσθω γὰρ τῷ βγ, ἀριθμῷ, ἴσος ὁ βδ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ αδ, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αβ, βδ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βδ ἐπιπέδῳ: καί ἐστιν ὁ βδ ἴσος τῷ βγ. ἐστὶν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ἴσος τοῖς ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ. τὰ δὲ ἀπὸ

τῶν

partis: æqualis est numero plano ex multiplicatione totius numeri, & prædictæ partis bis facta, cum quadrato reliquæ partis. quod erat demonstrandum.

Propositio VIII. Theorema.

SI numerus diuidatur in duos numeros: tum planus numerus, ex multiplicatione totius, & vnius partis quater facta, cum quadrato partis reliquæ: est æqualis quadrato totius & prædictæ partis tanquam esset quadratus vnius numeri.

Ἔκθεσις.) *Numerus enim αβ, diuidatur in duos numeros αγ, γβ.* (Διορισμός) *Dico quod numerus planus, ex multiplicatione numerorum, αβ, βγ quater facta, cum quadrato numeri αγ: æqualis sit quadrato numeri αβ, βγ tanquam vnius esset numeri quadratus.* (Κατασκευή.) *Fiat enim numero βγ, æqualis numerus βδ.* (Ἀπόδειξις.) *Quoniam nunc quadratus numeri αδ, æqualis est quadratis numerorum αβ, βδ: & numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βδ bis repetita. denique numerus βδ, æqualis sit numero βγ. idcirco quadratus numeri αδ, æqualis est quadratis numerorum αβ, βγ, & numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βγ bis facta, & quadrato numeri αγ. quadrata*

 autem

8 8 8 8
2 2 2 2

16 16 16 16

$\underbrace{16\quad 16\quad 16\quad 16}_{64}$ *planus ex quater facta multiplicatione.*

6
6

36 *quad: reliq:*

10
10

100 *quad. totius & part:*

64
36

100 *planus & quad: reliq:*

τῶν αβ, βγ τετράγωνα· ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ἴσος τῷ τετράκις ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνῳ. καὶ ἔστιν ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, βγ, ὡς ἀφ' ἑνός. ὁ γὰρ βδ, ἴσος ἐστὶ τῷ βγ. ἔστιν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, βγ ὡς ἀφ' ἑνὸς τε-

τράγωβ

2

γ

6

α

8	8	8	8
2	2	2	2
16	16	16	16

$\underbrace{16 \quad 16 \quad 16 \quad 16}_{64}$

64 *planus ex quater facta multiplicatione.*

$$\begin{array}{r} 6 \\ 6 \\ \hline 36 \end{array}$$ *quad: reliq:*

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ \hline 100 \end{array}$$ *quad: totius & partis.*

$$\begin{array}{r} 64 \\ 36 \\ \hline 100 \end{array}$$ *planus, & quad: reliq:*

autem numerorum αβ, βγ, sunt æqualia numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βγ bis repetita, & quadrato numeri αγ. quare numerus quadratus numeri αδ, erit æqualis numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βγ quater repetita, & quadrato numeri αγ. sed quadratus numeri αδ, est quadratus numerorum αβ, βγ, tanquam esset vnius numerus. quia numerus βδ, est æqualis numero βγ. Quare quadratus αβ, βγ numerorum, tanquam esset vnius numeri quadratus, æqualis est numero plano τράγωνος· ἴσος τῷ τετράκις ἐκ τῶν αβ, βγ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ· ὁ τετράκις ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ προειρημένου μέρους, ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις θ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς διαιρεθῇ δίχα, ἔτι δὲ διαιρεθῇ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς· οἱ ἀπὸ τῶν ἀνίσων ἀριθμῶν τετράγωνοι· διπλάσιοί εἰσι τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμισείας τετραγώνου, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ αβ, δίχα διῃρήσθω εἰς τοὺς αγ, γβ ἀριθμούς· εἰς ἀνίσους δὲ διῃρήσθω τοὺς αδ, δβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι οἱ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι· διπλάσιοί εἰσι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ, εἰς ἴσους μὲν διῄρηται τοὺς αγ, γβ, εἰς ἀνίσους δὲ τοὺς αδ, δβ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ.

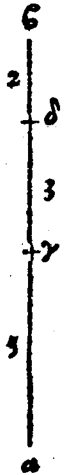
ex multiplicatione numerorum αϐ, βγ quater repetita, & quadrato numeri αγ. (Συμπέρασμα.) *Si igitur numerus diuidatur in duos numeros: tum planus numerus qui fit ex multiplicatione totius, & vnius partis quater repetita, cum quadrato partis reliquæ: est æqualis quadrato totius & prædictæ partis, tanquam esset quadratum vnius numeri. quod erat demonstrandum.*

Propositio IX. Theorema.

SI numerus diuidatur in duos numeros æquales, atque iterum in partes diuidatur inæquales: numeri quadrati numerorum inæqualium, dupli sunt quadrati eius, qui fit ex multiplicatione dimidij in seipsum, cum quadrato numeri inter ipsos intercepti.

Ἔκθεσις.) *Numerus enim αβ, qui est par, diuidatur in numeros αγ, γβ, æquales: & in numeros αδ, δβ inæquales.* (Διορισμός.) *Dico quòd quadrati numerorum αδ, δβ, dupli sint quadratorum qui fiunt ex multiplicatione numerorum αγ, γδ in seipsos.* (Ἀπόδειξις.) *Cũ enim numerus αβ sit numerus par, diuisus etiã sit in numeros αγ, γβ: æquales, & postea in αδ, δβ numeros inæquales. numerus itaque planus ex multiplicatione numerorum αδ, δβ factus,*

cum



8 × 8 = 64 *quad:* 2 × 2 = 4 *quad:*

64 + 4 = 68 *quad: inæqual:*

5 × 5 = 25 *quad: dimidij.*

68 (2. 34

3 × 3 = 9 *qua: intercep:* 25 + 9 = 34 *quad: dimid: & intercepti.*

δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γδ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ᾱγ τετραγώνῳ. ὁ δὶς ἄρα ἐκ τῶν ᾱδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνων: διπλάσιος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ ᾱγ τετραγώνου. Καὶ ἐπεὶ ὁ ᾱβ, δίχα διῄρηται εἰς τοὺς ᾱγ, γβ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ ᾱβ, τετράγωνος: τετραπλάσιος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ ᾱγ τετραγώνου. καὶ ἐπεὶ ὁ δὶς ἐκ τῶν ᾱδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ δγ: διπλάσιος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ γα. ἐὰν δὲ ὦσι δύο

ἀριθcum quadrato numeri $\delta\gamma$: est æqualis quadrato numeri $\alpha\gamma$. Ergo numerus planus ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ bis facta cum duobus quadratis numeri $\gamma\delta$: duplus est quadrati, numeri $\alpha\gamma$. Cum etiam $\alpha\beta$ numerus sit diuisus in duos numeros $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ æquales: idcirco quadratus numeri $\alpha\beta$, quadruplus est numeri quadrati, ex multiplicatione numeri $\alpha\gamma$ in seipsum facti. Adhæc cum numerus planus, ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ bis repetita factus, cum duobus quadratis numeri $\delta\gamma$ duplus sit numeri quadrati ex $\gamma\alpha$ numero: cumque duo fuerint numeri, quorum alter eiusdem numeri sit quadruplus: alter verò eiusdem duplus: tum quadruplus numeri dupli erit duplus. Quare quadratus numeri $\alpha\beta$, duplus est numeri ex numerorũ $\alpha\delta$, $\delta\beta$ multiplicatione bis facta procreati, cum duobus quadratis numeri $\delta\gamma$. idcirco numerus, qui ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum bis facta producitur: dimidio minor est quadrato numeri $\alpha\beta$. quadrato nempe numero bis repetito multiplicatione

numeri

ἀριθμοὶ, ὁ μὲν ἕτερος αὐτῶν τοῦ ἀπὸ τετραπλάσιος ὁ δ᾽ ἕτερος διπλάσιος: ὁ τετραπλάσιος διπλάσιός ἐστι τοῦ διπλασίου. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha\beta}$, διπλάσιός ἐστι τοῦ δὶς ἐκ τῶν $\overline{\alpha\delta}$, $\delta\beta$, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ $\delta\gamma$. ἐστὶν ἄρα ὁ δὶς ἐκ τῶν $\alpha\delta$, $\delta\beta$ ἐλάττων ἡμίσεος, τοῦ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha\beta}$, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ $\delta\gamma$. καὶ ἐπεὶ ὁ δὶς ἐκ τῶν $\overline{\alpha\delta}$, $\delta\beta$, μετὰ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν $\overline{\alpha\delta}$, $\delta\beta$: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha\beta}$. ὁ ἄρα συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν $\overline{\alpha\delta}$, $\delta\beta$: μείζων ἐστὶν ἡμίσεος τοῦ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha\beta}$, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ $\delta\gamma$. καὶ ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha\beta}$, τοῦ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha\gamma}$ τετραπλάσιος. ὁ ἄρα συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν $\alpha\delta$, $\delta\beta$: μείζων ἐστὶ διπλασίου τοῦ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha\gamma}$, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ $\delta\gamma$. Διπλάσιος ἄρα ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν $\overline{\alpha\gamma}$, $\overline{\gamma\delta}$. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα, ἔπι δὲ διαιρεθῇ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμοὺς: οἱ ἀπὸ τῶν ἀνίσων ἀριθμῶν τετράγωνοι: διπλάσιοι εἰσὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμισείας τετραγώνου, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

numeri $\delta\gamma$ in seipsum facta. & quia numerus ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum bis facta, cum numero composito, & producto ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$: aequalis est quadrato numeri $\alpha\zeta$. idcirco numerus qui componitur ex quadratis numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$, maior est dimidio quadrati numeri $\alpha\beta$: numero quadrato numeri $\delta\gamma$ bis repetito. & est quadratus numeri $\alpha\beta$, quadrati numeri $\alpha\gamma$ quadruplus. Quare compositus numerus ex quadratis numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$: maior est duplo quadrati numeri $\alpha\gamma$: numero quadrato numeri $\delta\gamma$ bis repetito. Quare duplus est quadratorum, ex multiplicatione numerorum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ bis factorum. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus diuidatur in duos numeros aequales: & iterum in numeros inaequales: numeri quadrati numerorum inaequalium dupli sunt quadrati eius, qui fit ex multiplicatione dimidij in seipsum, cum quadrato numeri inter ipsos intercepti. quod demonstrandum erat.

Propo-

Πρότασις ι. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῷ ἕτερος ἀριθμὸς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ: καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου οἱ συναμφότεροι τετράγωνοι διπλάσιοί εἰσι τοῦ ἀπὸ ἡμίσεος τετραγώνου: καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνου.

δ	8	2		
	8	2		
2	64 *quad: αδ*	4 *quad: δβ.*		
β				
	5			
3	5			
γ	25 *quad: γδ dimidij, & adiecti.*			
3	3	25	64	
	3	9	4	68 (2.
α	9 *quad: dimid: αγ.*	34.	68.	34

Ἔκθεσις.) Ἔστω γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ, καὶ διῃρήσθω δίχα εἰς τοὺς αγ, γβ: καὶ προσκείσθω αὐτῷ ἕτερός τις ἀριθμὸς ὁ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι οἱ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι, διπλάσιοί εἰσι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τε-

τραγώ-

Propositio X. Theorema.

SI numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, eiq́ addatur alius aliquis numerus: tum numerus quadratus totius cũ adiecto, & quadratus numeri adiecti: hi duo quadrati numeri coniuncti: dupli sunt quadratorum numerorum, scilicet quadrati dimidij, & quadrati eius, qui est compositus ex numero dimidio, & adiecto, ac si vnius numeri quadratus esset.

δ		8	2		
	2	8	2		
β		64 *quad: αδ.*	4 *quad: δβ.*		
		5			
	3	5			
γ		25 *quad: γδ dimidij, & adiecti.*			
	3	3	25	64	
		3	9	4	68
α		9 *quad: dimid: αγ.*	34.	68.	34 (2.

Εκθεσις.) *Sit enim αβ numerus par, & diuidatur in duas partes æquales αγ, γβ numeros: eiq́ adijciatur alius numerus βδ.* (Διορισμὸς.) *Dico quod numeri quadrati numerorum αδ, δβ dupli sint numerorũ quadra-*

H torum

τραγώνων. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ ἀριθμὸς ὁ αδ, διήρηται εἰς τοὺς αϐ, ϐδ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δϐ τετράγωνοι: ἴσοι εἰσὶν τῷ δὶς ἐκ τῶν αδ, δϐ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αβ τετραγώνου. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, ἴσος ἐστὶ τέσσαρσι τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γϐ τετραγώνοις. ἴσος γάρ ἐστιν ὁ αγ, τῷ γϐ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι: ἴσοι εἰσὶ τῷ τε δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, καὶ τέσσαρσι τοῖς ἀπὸ τῶν βγ, γα. καὶ ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ. ὁ ἄρα δὶς ἐκ τῶν αδ, δϐ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ γϐ: ἴσος ἐστὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ γδ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι: ἴσοι εἰσὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ γδ: καὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ αγ. διπλάσιοι ἄρα εἰσὶν τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ. καί ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου καὶ τοῦ προσκειμένου: ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δβ, ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου: ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ γδ, ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ τετράγωνος μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου: διπλάσιός ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου

ἔκ τε

torum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$. (Ἀπόδειξις.) *Cum enim numerus* $\alpha\delta$, *diuisus sit in numeros* $\alpha\beta$, $\beta\delta$: *idcirco numeri quadrati numerorum* $\alpha\delta$, $\delta\beta$ *æquales sunt numero plano ex multiplicatione numerorum* $\alpha\delta$, $\delta\beta$ *bis repetita facto, cum quadrato numeri* $\alpha\beta$. *sed quadratus numeri* $\alpha\beta$, *æqualis est quatuor quadratis numerorum* $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: *quia* $\alpha\gamma$ *est æqualis* $\gamma\beta$ *numero: idcirco etiam quadrati numerorum* $\alpha\delta$, $\delta\beta$: *æquales sunt numero plano ex multiplicatione* $\alpha\delta$, $\delta\beta$ *numerorum bis facta producto: & quatuor quadratis numerorum* $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$. *Cum verò planus numerus ex multiplicatione* $\alpha\delta$, $\delta\beta$ *numerorum factus, cum quadrato numeri* $\gamma\beta$: *æqualis sit quadrato numeri* $\gamma\delta$. *idcirco numerus ex multiplicatione* $\alpha\delta$ $\delta\beta$ *numerorum bis repetita factus, cum duobus quadratis numeri* $\gamma\beta$: *est æqualis quadrato numeri* $\gamma\delta$. *Quare quadrati numerorum* $\alpha\delta$, $\delta\beta$: *æquales erunt duobus quadratis numeri* $\gamma\delta$: *& duobus quadratis numeri* $\alpha\gamma$. *ergo erunt dupli quadratorum* $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ *numerorum, & quadratus numeri* $\alpha\delta$, *est quadra-*

ἐκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου. (Συμπέρασμα:) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς δίχα διαιρεθῇ, προστεθῇ δέ τις αὐτῷ ἕτερος ἀριθμὸς, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου, οἱ συναμφότεροι τετράγωνοι: διπλάσιοι εἰσὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου, καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

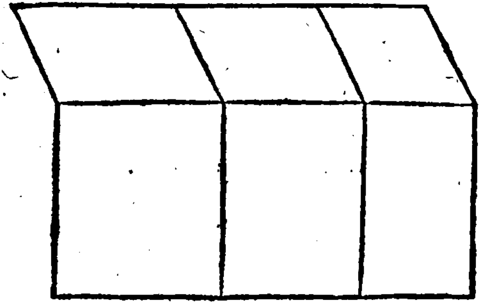
ΤΕΛΟΣ.

tus totius, & adiecti numeri: quadratus verò δϛ, est quadratus numeri adiecti. quadratus etiam numeri γδ, est quadratus numeri compositi ex dimidio & adiecto. (Συμπέρασμα.) Quare si numerus par diuisus fuerit in duos numeros æquales: eiq́; addatur alius aliquis numerus, tum numerus quadratus totius & adiecti, cum quadrato adiecti duplus est quadratorum dimidij, & eius, qui compositus est ex dimidio & adiecto, ac si vnius numeri quadratus esset. Quod erat demonstrandum.

FINIS.

Theoremata octo, quibus nonnulla ex præcedentibus demonstrantur Στερεωμετρικῶς.

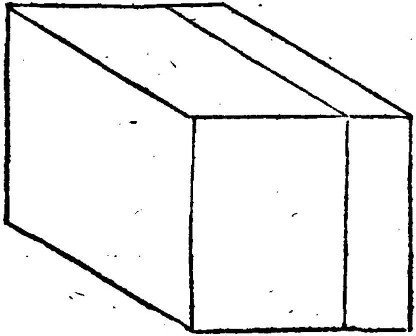
Theorema primum.



SI fuerint duæ lineæ rectæ, quarum vna quidem sit integra, altera vero in quotcunque partes diuisa: quod sub integra bis, & altera illa semel continetur solidum parallelepipedon rectangulum, est æquale ijs solidis parallelepipedis rectangulis, quæ sub integra bis, & singulis segmentis semel continentur.

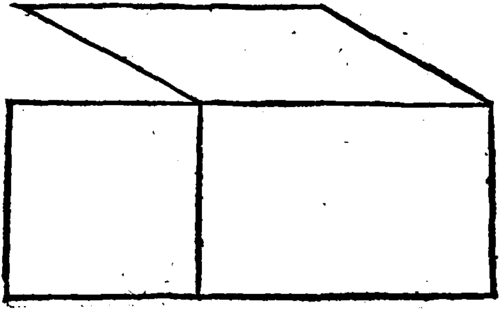
Theo-

Theorema secundum.



SI fuerit linea recta dissecta ὡς ἔτυχε, quæ sub tota bis, & singulis segmentis semel continentur solida parallelepipeda rectangula, sunt æqualia ei, qui ex tota fit cubo.

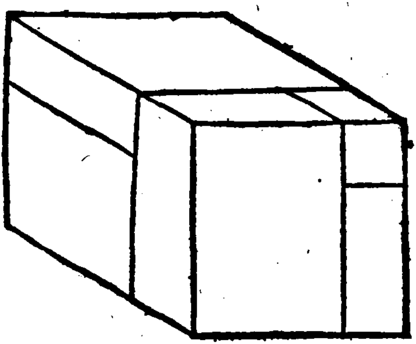
Theorema tertium.



SI recta linea fuerit dissecta ὡς ἔτυχε, quod sub tota, & vno segmento bis continetur solidum parallelopipedon rectangulum: est æquale solido parallelepipedo rectangulo, quod continetur sub eodem illo segmento bis, & reliquo semel, vna cum eo, qui ab eodem segmento est cubo.

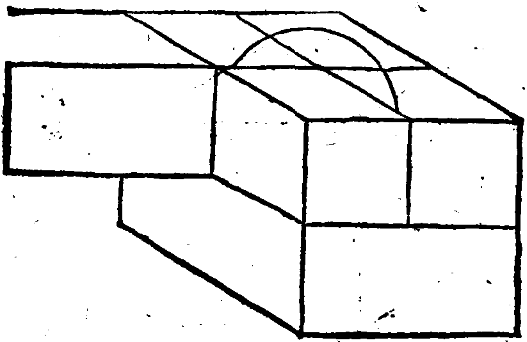
Theo-

Theorema quartum.



SI recta linea fuerit dissecta ὡς ἔτυχε, qui à tota est cubus, est æqualis ijs cubis, qui sunt à segmentis, vnà cum solidis parallelepipedis rectangulis, quæ sub tota & duobus segmentis continentur ter.

Theorema quintum.



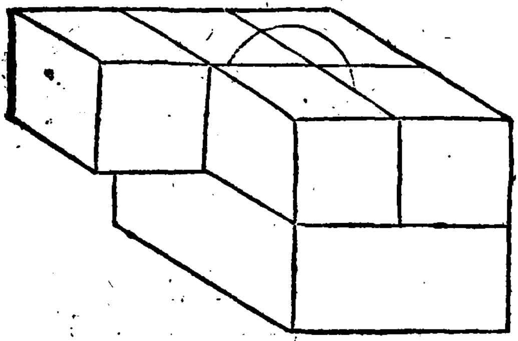
SI recta linea fuerit dissecta in duo æqualia, & in duo inæqualia, quod sub maiore segmento semel, & minore bis continetur solidum parallelepipedon rectangulum, vnà cũ duobus solidis parallelepipedis rectangulis, quorum vnum quidem sub dimidia bis, & ea quæ sectionibus interiacet semel, alterum verò sub minore segmento semel, & ea quæ sectionibus interiacet bis, continetur: est æquale ei, qui à dimidia est cubo.

Theo-

Theorema sextum.

SI recta linea fuerit dissecta in duo æqualia, & in duo inæqualia, solidum parallelepipedon rectangulum quod sub maiore segmento bis, & minore semel continetur, nunc quidem est æquale cubo, qui est à dimidia, nunc verò maius eo, nunc autem minus.

Theorema septimum.

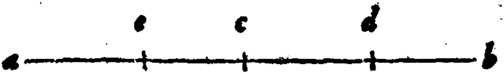


SI recta linea fuerit dissecta δίχα, & adiecta ipsi fuerit alia quædã recta ἐπ' εὐθείας: solidum parallelepipedon rectangulum, quod sub tota cum adiecta semel, & ea quæ adiecta est bis continetur, vnà cum duobus solidis parallelepipedis rectangulis, quorum vnum quidem sub dimidia bis, & adiecta semel, alterum verò sub dimidia cum adiecta bis, tanquam linea vna, & dimidia semel continetur, est æquale cubo qui est à dimidia cum adiecta, tanquam linea vna.

Theore-

Theorema octauum.

SI recta linea fuerit dissecta δίχα, & ei adiecta fuerit alia quædam ἐπ᾽ εὐθείας: solidum parallelepipedon rectãgulum, quod sub tota cum adiecta bis, & ea quæ adiecta est semel continetur, nunc quidem est æquale cubo, qui est à dimidia cum adiecta tanquam linea vna, nunc verò maius eo, nunc autem minus.



Has

Has octo propositiones stereometricas sub finem annexas esse volui: vt videatur, quomodò ista de qua diximus κοινωνία τῶν ἐπιστημῶν sit intelligenda: & quod διαίρεσις se in corporibus ita, vt in figuris planis habeat: sed ipsas demonstrationes propter temporis angustiam annectere nõ potui: verum quamprimum se occasio offeret: non tantum has suis demonstrationibus instructas edam: sed & plura adiungam: ne videar bonis & studiosis, quibus hęc scribo, defuisse adolescentibus.

FINIS.

ARGENTORATI APVD
Christianum Mylium.
1564.