LES ELEMENTS D'EVCLIDE, EXPLIQVEZ

Par le R. P. G. FOVRNIER, *de la Compagnie de* IESVS.

Dediés
A MONSIEVR LE CHEVALIER DE MESMES.

A PARIS,
Chez IEAN HENAVLT, Imprimeur
Libraire Iuré, ruë sainct Iacques,
à l'Ange Gardien, & à l'Image
sainct Raphaël.

M. DC. LIV.
Auec Priuilege du Roy.

A MONSIEVR
CLAVDE DE MESMES,
CHEVALIER DE MALTE
de l'Ordre de Saint Iean de
Ierusalem.

MONSIEVR,

La Traduction Françoise qu'auoit fait le R. P. Fournier de ce mesme Liure, qu'il auoit donné au public dans vne langue étrangere, m'ayant esté mise entre les mains, i'ay creu ne pouuoir sans iniustice la tenir plus *long-temps cachée, frustrer son Autheur de la recompense de son trauail; & les curieux du fruit de cét ouurage; & parce que ce Pupille auoit besoin d'vn Tuteur, i'ay bien ozé, Monsieur, le mettre sous l'authorité & la protection de vostre Illustre nom, & la defense de vostre Religieuse Espée, l'vn & l'autre le mettront à couuert des attaques iniurieuses, & des coups mortels de ses ennemis; & i'espere que puisque vous faites vos diuertissemens des liures de cette nature, vous luy ferez* *l'honneur, non seulement de le tenir & regarder pour vostre; mais aussi d'agréer le respect de celuy qui a pris la liberté de vous l'offrir, & de se dire publiquement*

MONSIEVR,

Vostre tres-humble, &
tres-obeyssant seruiteur
IEAN HENAVLT.

Auis au Lecteur.

QVoy que ce liure ait eſté bien receu des Sçauans ſous le premier habit, que l'Autheur luy auoit dõné, ie ne doute point qu'eſtant par luy-meſme auant ſa mort, traduit en noſtre langue, il ne ſoit encore agreable à pluſieurs; veu particulierement que la traduction n'en peut eſtre que tres-fidele, puis que la mesme main qui l'a écrit en Latin, s'est donné la peine de le mettre en François; & ie m'asseure qu'il en sera de cette traduction, comme de celles de l'histoire de nos Guerres Ciuiles par d'Avila, & des Guerres de Flandres par Strada, & de tant d'autres liures, qui ont esté trauestis & naturalisez à la Françoise, & qui pour cet effet ont esté plus connus & plus caressez; C'est pourquoy, cher Lecteur, si tu as veu l'Euclide Latin du R. P. Fournier

Iesuite, donne-toy la peine de lire son Euclide François, ce que peut-estre tu n'auras pû comprendre dans le premier, tu l'entendras dans ce second.

LIVRE PREMIER DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

1. *Le poinct est ce qui n'a aucune partie.*

LE poinct ainsi definy, est le poinct mathematique, lequel n'a point de quantité, & ne se peut conceuoir par le sens comme le poinct physic, qui se peut peindre auec craye ou autre chose, au lieu que celuy-cy se conçoit par le seul entendement.

2. La ligne eſt vne longueur ſans largeur.

La ligne ſe peut conceuoir par le flus ou coulement du poinct, car ſi le pointMathematique cy-deſſus eſt conceu en ſe mouuant, laiſſer vne marque & veſtige de ſon paſſage ; cette marque ou veſtige ſera vne ligne qui aura ſeulement vne longueur, mais nulle largeur, car le poinct qui l'a creée, n'en a aucune.

3. Les termes de la ligne ſont poincts.

Cela eſt euident, puis que toute ligne ſe commence par vn poinct, & s'acheue & finit auſſi par vn poinct.

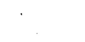
4. Ligne droicte est celle qui gist egalement entre ses poincts.

Elle n'est pas comme la ligne courbe, qui se recule d'vn costé & auance de l'autre, qui paroist caue icy, & conuexe là, ou qui change de forme à chaque pas; car la droite se monstre par tout & de toutes parts, vne & vne mesme, & à cause de sa tres-grande simplicité, elle se donne aussi pour la plus courte ligne entre deux poincts.

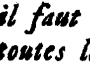
5. Superficie est ce qui a longueur & largeur tant seulement.

Comme par le flux du poinct est produite la premiere espece de quantité qui est la ligne, ainsi par le flux d'vne ligne menée à trauers d'vne autre ligne, ſe produit la ſeconde eſpece de quantité qui eſt la ſuperficie.

6. Les extremes des ſuperficies ſont lignes.

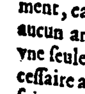


7. Superficie plane eſt celle qui eſt egalement giſante entre ſes lignes, comme de la ligne droicte, il faut entendre que de toutes les ſuperficies qui ont meſmes extremes, celle-cy eſt la plus courte.



8. L'angle plan eſt l'inclination de deux lignes, *ſe touchants en vn plan non directement.*

Il ne faut pas icy que les deux lignes ſe rencontrent directement, car elles ne feroient ainſi aucun angle ; mais s'vniroit en vne ſeule ligne : il n'eſt pas neceſſaire auſſi que les deux lignes ſoient diſpoſées à ſe couper l'vne l'autre, ſi elles ſont produites ; mais ſuffit qu'elle ſe touchent, & ſoient mutuellement inclinées.



9. Quand les deux lignes qui contiennent l'angle ſont droictes, l'angle eſt appellé rectiligne, ſi elles ſont toutes deux courbes, curuiligne ; mais ſi l'vne eſt droicte & l'autre courbe, on le nomme *angle mixte.*

10. *Quand vne ligne droite* AB. *insiste sur vne autre droite* CD. *& fait les angles de costé & d'autre* ABC. ABD. *egaux: chacun des angles egaux est droit, & la ligne insistente* AB. *est dicte perpendiculaire en* CD. *sur laquelle elle insiste.*

Les angles sur la ligne CD sont egaux quand la ligne AB, ne penche pas plus du costé de D, que du costé de C, ou au contraire les costez autour de l'angle droit, s'appellent assez souuent cathets, c'est à dire perpendicules.

11. *L'angle obtus* EBC. *est celuy qui est plus grand que le droict* ABC.

12. *L'angle aigu* EBD. *est celuy qui est moindre que le droict* ABD.

13. *Terme est l'extremité d'une chose.*

Tels sont le poinct, la ligne, & la superficie, le poinct de la ligne, la ligne de la superficie, & la superficie du corps.

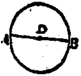
14. *Figure est ce qui est compris d'vn seul, ou de plusieurs termes.*

C'est à dire qu'il faut qu'elle

enferme vne espace sans y laisser d'ouuerture.

15. *Le cercle est vne figure plane contenue sous vne seule ligne* ABC. *appellée periferie ou circonferẽce, à laquelle toutes les lignes droites tombantes d'vn seul poinct dans icelle figure, sont egales entr'elles, comme* DA. DB. DC.

16. *Ce poinct là s'appelle centre du cercle.*



17. *Diametre du cercle est vne droite menée par le centre* D. *comme la ligne* AB. *aboutissante de part & d'autre à la periferie du cercle* A. & B. *laquelle coupe le cercle en deux moitiez.*

18. *Demy cercle est vne figure contenue sous le diametre* AB. & *sous la ligne* ADB. *laquelle retranche de la circonference du cercle.*

19. Segment d
cercle est vne figu
re contenue sou.
vne droite & sous vne
portion de la circonfe-
rence.

20. Figures rectilignes
sont celles qui sont conte-
nues sous des lignes droi-
tes.

21. Trilateres qui sont
contenues sous trois.

22. Quadrilateres sous
quatre.

23. Multilateres qui sont
comprises sous plus de
quatre costez.

24. Des figures trilateres le triãgle equilateral est celuy qui a trois costez egaux.

25. Triangle isocele est celuy qui a seulement deux costez egaux.

26. Triangle scalene qui a ses trois costez inegaux.

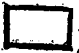
Voilà les noms que les triangles reçoiuent à raison de leurs costez, à raison de leurs angles, on les nomme comme s'ensuit.

27. Des figures trilateres, le triãgle rectangle est celuy qui a un angle droit ABC.

28. L'Ambligone qui a un angle obtus ABC.

29. Oxigone qui a les trois angles aigus.

30. Mais des figures quadrilateres le quarré est celuy qui est equilateral & equiangle.



31. Le plus long d'vn costé ou berlon est celuy qui est equiangle, & a tous les quatre angles droicts, mais il n'est pas equilateral.

On l'appelle ordinairement quarré long, ou simplement rectangle.

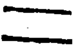
32. Rombe est celuy qui est equilateral, mais n'est pas rectangle.

Il a seulement les angles opposez l'vn à l'autre egaux, mais n'est pas equiangle.

33. Romboide e[s]t celuy qui a les co[-] ſtez & les angle[s] opposez egaux entr'eux sans eſtre equilateral n[y] rectangle.

34. Outre celles cy-deſſus les autres figures qua[-] drilateres, s'appellent trapezes.

Ces trapezes ſont trois eſpeces, celuy qui a deux coſtez egaux, & deux autres oppoſez paralleles, s'appelle trapeze iſocele, celuy qui a ſeulement deux coſtez oppoſez paralleles, trapeze ſcalene, & on l'appelle trapezoide, ou trapeze irregulier, celuy qui n'a point de coſtez egaux ou paralleles entr'eux.



35. lignes droi-ctes paralleles, sont celles qui estans couchées sur vn plan, & continuées à l'infiny de part & d'autre, ne se rencontrent iamais.

Petitions, postulats ou demandes.

I. *Soit concedé de mener si l'on veut de tout poinct, proposé à vn autre vne ligne droite.*

2. Et de continuer en ligne droite vne droite terminée AB. *iusques en* C.

3. Et de quelque centre & interualle que ce soit d'escrire vn cercle.

Communes notiõs ou axiómes.

1. Les choses egales à vne mesme, sont egales entr'elles.

2. Si à choses egales sont adioustées choses egales, les tous sont egaux.

3. Si de choſes egales ſont retranchées choſes egales, les reſtes ſont egaux.

4. Si à choſes inegales sõt adiouſtées choſes egales, les tous sõt inegaux.

5. Si de choſes inegales ſont oſtées choſes egales, les reſtes ſont inegaux.

6. Les choſes doubles d'vne meſme ſont egales entr'elles.

7. Les choſes moitié d'vne meſme ſont egales entr'elles.

Il eſt vray de dire auſſi que les choſes qui contiennent autant de fois vne meſme, ou qui ſont meſme partie d'vne meſme, ſont egales entr'elles.

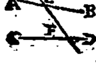
8. Les choſes qui conuiennent entr'elles, ſont egales entr'elles.

Il faut icy que la partie conuienne auec la partie, & le terme au terme, c'eſt ainſi que les lignes droites & egales, & auſſi les angles egaux conuiennent entr'eux.

9. Le tout eſt plus grand que ſa partie.

Il eſt egal à toutes enſemble.

10. *Tous les angles droits ſont egaux entr'eux.*



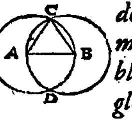
11. *Si vne ligne droite EF. coupe deux autres lignes AB. CD. de ſorte*

qu'elle faſſe les angles interieurs BEF. EFD. vers meſmes parts, moindres que deux droits, leſdites deux lignes eſtans prolongées à l'infiny, ſe rencontreront vers la part où les angles ſont plus petits que deux droits.

12. Deux lignes droites n'enferment pas vn eſpace.

PROPOSITION I.

Prob.1.



Sur vne droite donnée & terminée AB. *establir vn triangle equilateral.*

a 3. Post. b 1. Post.

PRatique des centres A, & B, & interualle A B, [a] soient descrits deux cercles & du point de leur section C, menez les droites CA, & CB, le triangle ABC, sera equilateral.

c 15. def. d 1. Ax. e 24. def.

Demonstration. La droite [c] AC, est egal à la droite AB, & aussi CB, à la mesme AB, partãt [d] AC, & CB, egales entr'elles, & à AB, & [e] le triangle ABC, equilateral. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION II.

D'vn poinct donné A. *mener vne ligne droite egale à vne droite donnée* BC. Prob. 1.

PRatique. Soient ioincts les poincts [a] AC, en la droite AC, & [b] faits le triangle equilateral CDA, [c] le cercle CBE, & le cercle DEG, & [d] prolongés DO, DA, iusques en EC, & en GA, ainsi AG, est egal à BC.

a 1. *Post.* b 1. *Prop.* c 3. *Post.* d 2. *Post.*

Demonstration. Les droites [e] DA, DC, sont egales & la droite DE, egale à DG, estant AG, egal à CE, derechef [f] CE, est egal à CB, partāt AG, à CB, en quelque autre cas que l'on pose, se fera tousiours la mesme construction.

e *Ex const.* f 15. *Def.* g 3. *Ax.* h 1. *Ax.*

PROPOSITION III.

Prob. 3.

Estants données deux droites inegales A. & BC. ostez de la plus grande de BC. vne droite egale à la moindre A.

a 1. Prop.
b 3. Post.
c 15. Def.
e. Ex const.
d 2. Ax.

PRatique. Ie fais [a]au poinct B vne droite BD, egale à la droite A, puis ie decris le cercle BDE, ainsi la retranchée BE, est egale à A.

Demonstration, [c]BE. est egale à BD, [d]qui a esté fait egal à A. partãt la retranchée [e]BE, egale à A. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.

Si deux triangles ont deux costez egaux à deux costez chacun au sien; sçauoir AB, *à* DE. *&* AC. *à* DF. *& les angles* A. *&* D. *compris d'iceux costez, egaux entr'eux; la base* BC. *est egale à la base* EF. *& les autres angles egaux aux autres angles chacun au sien, comprenant entr'eux ceux qui sont soustenus de costez egaux, & tous les triangles egaux au triangle.* Theoreme 1.

DEmonstration. On apos le costé AB, au costé DE & le costé AC, au costé DF, & l'angle A, à l'angle D. Partan
a 8. *Ax.* a si on pose ainsi le tout l'vn su l'autre, il est necessaire que la base BC, conuienne & s'aiust à la base EF, car il faut que les lignes droites conuiennent, desquelles les extremes cõuiennent
b Def. 4 autrement, b elles ne seroient pas egalement gisantes entre les poincts, ioint que si vne des bases pouuoit estre sur EF, en G ou bien dessous en H, deux droites comprendroient vn espace contre les 12. axiomes. Partant tous les costez & angles conuiennent l'vn à l'autre, & tout le triangle au triangle; & ainsi tout est egal : ce qu'il falloit demonstrer.

PRO-

PROPOSITION V.

Tout triangle isoscele, come ABC. a les angles ABC. ACB. sur la base BC. egaux, & les costez egaux AB. AC. estans prolongez en B. & si les angles CBD. BCF. sous la base sont egaux. Th. 29

Preparat. Des costez egaux prolongez, prenez BD, & CF, egales, & tirez les droites CD. BF.

Demonstration. Des triangles BAF. CAD. le costé BA. est egal au costé CA. & l'autre costé FA. egal à l'autre DA. & l'angle [a] B AC. commun, partant l'angle [b] ABF. egal à l'angle ACD. & a Ex hypoth. & axe b 4. Prop.

l'angle AFB. egal à l'angle ADC. & la base BF. à la base CD. derechef au triangle BCD. CBF. & le costé CF. est posé egal au costé BD. & BF. est prouué egal à DC. & l'angle D. à l'angle F. partant les angles CBD. & BCF. sous la base sõt egaux & les angles ABF. ACD. ont esté prouuez egaux, donc si d'iceux on oste CBF. BCD. qui ont aussi esté prouuez egaux, resteront sur la base les angles ABC & ACB. egaux.

c 3. Ax.

Corollaire. Tout triangle equilateral est equiangle.

PROPOSITION VI.

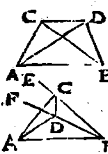
Si deux angles ABC. ACB. d'vn triangle ABC. sont egaux entr'eux, les costez soustendans iceux angles sont aussi egaux entr'eux. Th.3.

AVtrement si BA. excede AC. BD. a soit son egal, & tire DC és triangles BAC. BDC. le costé BC. sera commun, & les costez BD. & CA. egaux, & aussi les angles DBC. ACB. donc b aussi tout le triangle egal à tout le triangle, la partie au tout. Ce qui est absurde. a 3. Prop. b Ax 9

Coroll. Tout triangle equiangle est equilateral.

PROPOSITION VII.

Tb.4.



Sur vne mesme droite AB. estans menées deux droictes des extremitez AB. en quelque poinct C. des mesmes extremitez AB. on ne pourra pas mener deux autres droites de mesme costé à vn autre poinct D. qui soient egales aux premieres chacune à la sienne, sçauoir AC. à AD. & BC. à BD.

a def. 25.
b 5.

AVtrement les triangles, a ACD. CBD. seroient tous deux isoceles, & partant b les deux angles ACD. ADC. egaux entr'eux, comme pareillement les deux angles BCD. BDC. & partant l'angle ADC. partie de l'angle CDB feroit partie de l'angle BCD. mais ACD. est egal ADC. donc ACD. ne fait qu'vne partie de BCD. Ce qui est absurde car vne partie seroit plus que le tout. c 9. *Ax.*

Si on pose le poinct D. dedans le triangle A C B. apres auoir prolongé BD. en F. & BC. en E. & mené CD. dautãt que les droites AD. AC. sont posées egales, suit que les angles [d] ADC. ACD. sont egaux, pareillement BD. & BC. estans egales, les angles D CE. FDC. sous la base sõt egaux, donc l'angle FDC. plus grand que l'angle A C D. ou que son egal ADC. la partie plus grande que le tout. Ce qui est absurde. d 5. *Prop.*

PROPOSITION VIII.

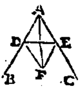
Th. 5.

Si deux trian gles ABC. D EF. *ont le deux costez* AB. AG. *e gaux auxdeu costez* DE. DF. *chacun a sien & à la base* BC. *egale la base* EF. *ils auront au les angles* AD. *compris sou les costez egaux, egaux en tr'eux.*

DEmonstration. Si on appl que la base EF. sur la ba BC. dautant que ED. est egal BA & FD. à AC. les deux cost ED. FD. ne se pourront rencon trer vers mesme pas de la lig BC. en vn autre poinct G. & pa tant les triangles ABC.EDF. c uenans en tout &par tout, l'a gle A. sera egal à l'angle D.

Coroll. Il suit aussi que l'angle E. est egal à l'angle B. & l'angle F. egal à l'angle C.

PROPOSITION IX.



Couper l'angle rectiligne BAC. *en deux parties egales.* *Prob.* 4

PRatique, Des costez de l'angle donné BAC, ie prends a AD. & son egale AE. & sur la base DE ie fais le triangle equilateral DEF. & mene AF. C'est elle qui coupe en deux parties egales l'angle A. a 3. *Prop.* b 1. *Prop.*

Demonstration. Les droictes AD. AE. sont posées egales AF. est cõmune & la base DF. egale à la base FE. donc c les angles DAF. FAE. sont egaux, & partant l'angle BAC. est diuisé en deux parties egales. Ce qu'il falloit faire. c 8. *Prop.*

PROPOSITION X.

Prob. 5.

Couper vne droite donnée & terminée GH. *en deux parties egales.*

a 1. Prop.
b 9. Prop.

PRatique. Sur la droite [a] GH. faites le triangle GAH. equilateral, & diuisez l'angle A. en deux parties egales par la ligne AF. la ligne GH. sera diuisée par la moitié en I.

Demonst. Les triangles GIA. HIA. à cause de leur construction, sont selon la 4. prop. partant ils ont les bases GI. & IH. egales, par ainsi GH. est diuisée en parties egales. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XI.

Sur vne ligne droite donnée DE. & d'vn poinct en icelle I. eleuer vne droite IA. à angles droicts. *Prob. 6*

PRat. De la ligne DE. de part & d'autre du poinct I. ie prends [a] des parties egales ID. IE. & construits [b] sur DE. le triangle equilateral DAE. & mene la droicte AI. que ie dis estre perpendiculaire.

a 3.
b 1. Prop.

Demonst. [c] Le costé DI. est egal au costé IE. le costé [d] DA. au costé AE. & AI. commun, partant les angles [e] AID. AIE. egaux & consequemment droits, donc [f] AI. est perpendiculaire. CQFD.

c Const.
d 23. Def.
e 8. Prop.
f 10.

PROPOSITION XII.

Prob. 7.

Sur vne droite donnée infinie GH. d'vn poinct donné hors d'icelle A. abaisser vne droite AI. perpendiculaire.

PRatique. Du centre A. ie mene vn cercle coupant GH. en poincts D. E. & tire les droictes AD. AE. puis ie coupe [a] DE. par la moitié en I. & mene la droite AI. que ie dis estre perpendiculaire.

a 10. Prop. b 15. Def. c Const. d 8. Prop. e 10. Def.

Demonst. [b] Les costez AD. AE. sont egaux, & DI. [c] egal à IE. AI. est commun: donc les angles [d] AID. AIE. egaux par tout droicts, donc [e] AI. perpendiculaire. C. Q. F. F.

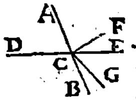
PROPOSITION XIII.

Quand une droite AB. *ou* BE. *consiste sur une droite* CD. *faisant auec icelle deux angles* ABC. ABD. *ou* EBC. EBD. *iceux deux angles sont droicts, ou egaux à deux droicts.* Th.6.

DEmonst. La droite EB fait
auec DC. deux angles egaux, a 10.
& a consequemment droits, sinon Def.
b AB. sont perpendiculaires: il est b 11.
euident que les deux angles Prop.
droicts CBA. ABD. contiendroit
le mesme espace que les deux au-
tres angles CBE. EBD. c partant c 1.
ceux-cy ensemble egaux à ceux- Ax.
là ensemble: c'est à dire à deux
droicts CQFD.

PROPOSITION XIV.

Th.7.



Si de diuerses parts de la droite AC. *on mene au point* C. *deux droites* DC. EC. *faisans les angles de costé & d'autres ensemble* ACD. ACE. *egaux à deux droicts, les deux droicts seront en droite ligne.*

Demonstration. Si la droite CE. n'est en droite ligne auec DC. que CF. y soit, il s'ensuit que les angles a ACD. ACF. valent deux droicts aussi bien que les angles DCA, ACE. partant b la partie egale au tout, dōc &c. CQ. F D.

a 13. Prop.
b contre le 9. Ax.

PROPOSITION XV.

Si deux droictes AB. CD. *se coupent l'vne l'autre, elles feront les angles* AED: CEB. *au sommet* E. *egaux.* Th. 8.

Demonst. Si on adiouste à l'angle AED. ou CEB. l'angle entr'eux deux DEB. a la somme sera egale à deux droits, partant b CEB, AED, sont egaux, par mesme raison l'angle AEC, se demonstrera egal à l'angle DEB. adioustant à chacun l'angle AED.

a 13. Prop.
b 3. Ax.

1. *Coroll.* 2. droites au poinct de leur section font 4. angles égaux ensemble à quatre droits.

2. *Coroll.* Tous les angles constituez à l'entour d'vn poinct, sont egaux à quatre droits.

PROPOSITION XVI.

Prob. 10

De tout triangle ABC. vn costé BA estant prolongé en E. l'angle externe EAC. est plus grand que l'vn ny l'autre interne opposé C. ou B.

a 10. Prop. Demonst. Le costé AC. a soit coupé par le milieu F. & mene BG. mi-partie en F. ioignez la droite AG. les triangles AFG, FBC ont les angles au poinct F. b egaux, & sont selon la 4. prop.

b 15. partant l'angle GAF. est egal à l'angle FCB. donc l'angle total exterieur EAC. est plus grãd que l'interieur opposé ACB. Que si AB. est my-parti en I. on monstrera semblablemẽt que l'angle externe DAB. & par consequent le susdit EAC. son egal est plus grand que l'angle ABC. donc &c. C Q. F D.

PROPOSITION XVII.

De tout triangle ABC. *deux angles par exemple* BCA. CAB. *pris à discretiõ, sont moindres que deux droits.* Th.10.

DEmonst. BC.prolongé en D l'angle a exterieur ABD. est plus grand que l'angle A. ou B. mais b les angles ACD. ACB. valent seulement deux droicts, donc les angles B, & C, interieurs, ou CAB, BCA, sont moindres que deux droicts: le mesme se monstrer des angles A, & B, si on prolonge le costé BA. a 16. Prop. b 13. Prop.

Coroll. 1. Tout triangle qui a vn angle droict ou obtus, a les autres aigus.

Coroll. 2. Tout triangle equilateral ou isoscele, a les angles sur la base aigus.

PROPOSITION XVIII.

Th. 11

De tout triangle ABC. *le plus grand costé* AC. *soustend le plus grand angle* ABC.

a 3. Prop. b 5. Prop. c 16. Prop.

Demonst. Sinon du plus grād costé AC. prenez [a] AD, egale à AB, & menez DB, les angles [b] ABD, ADB, seront egaux, donc l'angle ABD, [c] ou son egal ADB, externe est plus grand que l'angle interieur C, partant l'angle total ABC, sera beaucoup plus grand. Il est aussi plus grand que l'angle A, car faites CE, egal à CB les angles [d] CEB. EBC. seront egaux, & l'angle CEB. c'est à dire EBC. plus grand que l'angle A, donc &c. C Q F D.

d 5. Prop. e 9. au.

PRO-

PROPOSITION XIX.

De tout triangle ABC. *le plus grand angle* B. *est soustendu du plus grand costé* AC. Th. 12.

SI on nie le costé AC. estre plus grand que le costé. AB. qu'ils soient egaux, s'ensuit donc que les Angles B, &c , sont egaux contre l'hypothese. Si on veut que AB, soit plus grand que AC, donc l'angle C, sera plus grand que l'angle B, contre l'hypothese, donc &c. C Q. F D.

a 5. Prop.

b 18. Prop.

PROPOSITION XX.

Th. 13.

De tout triangle ABC. *deux costez* AB. AC. *pris à discretion, sont plus grands que le troisiesme* BC.

a 2. Ax.
b 5. Prop.
c 9. Ax.
d 19. Prop.

DEmonst. prolongez CA, en D, & que AD, soit egal à BA, & partant [a] CD, egal à CA, & AD, ensemble estant menée DB, puis que AD, AB, sont egales, dõc aussi [b] les angles D, & DBA, partant l'angle total [c] DBC, sera plus grand que l'angle D, partant le costé CD, qui soustient celuy-là, ou bien CA, AB, ensemble, sont plus grands que le costé BC, qui soustient l'angle D: CQ.FD.

PROPOSITION XXI.

Th. 14

Si des extremitez BC. *d'vn costé d'vn triangle* ABC. *deux droites* BD. BC. *sont constituées au dedans d'iceluy, elles seront plus petites que les deux autres costez du triangle; sçauoir, que* AB. AC. *mais elles feront vn plus grand angle* D. *que n'est pas* A.

DEmonst. BD. prolongé en E. les deux costez a BA, AE, du triangle BAE, sont plus grāds que le troisiesme BE; adioustant donc le commun EC, BA, AC, seront plus grands que BE EC, par mesme maniere au triangle

a 20. Prop.

PROPOSITION XII.

Prob.7. 

Sur une droite donnée infinie GH. d'un poinct donné hors d'icelle A. abaisser une droite AI. perpendiculaire.

PRatique. Du centre A. ie mene vn cercle coupant GH. en poincts D. E. & tire les droictes
a.10. AD. AE. puis ie coupe [a] DE. par
Prop. la moitié en I. & mene la droite
b 15. AI. que ie dis estre perpendicu-
Def. laire.
c Const
d 8. Demonst. [b]Les costez AD. AE.
Prop. sont egaux, & DI. [c] egal à IE. AI.
e 10. est commun: donc les angles [d] A
Def. ID. AIE. egaux par tout droicts, donc [e] AI. perpendiculaire. C.Q.F.F.

PROPOSITION XIII.

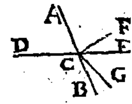
Quand une droite AB. *ou* BE. *consiste sur une droite* CD. *faisant auec icelle deux angles* ABC. ABD. *ou* EBC. EBD. *iceux deux angles sont droicts, ou egaux à deux droicts.* Th. 6.

Demonst. La droite EB. fait auec DC. deux angles egaux, & a consequemment droits, sinon AB. sont perpendiculaires : il est euident que les deux angles droicts CBA. ABD. contiendrôt le mesme espace que les deux autres angles CBE. EBD. c partant ceux-cy ensemble egaux à ceux-là ensemble : c'est à dire à deux droicts CQFD.

a 10. Def.
b 11. Prop.
c 1. Ax.

PROPOSITION XIV.

Th.7.

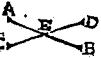


Si de diuerses parts de la droite AC. *on mene au point* C. *deux droites* DC. EC. *faisans les angles de costé & d'autres ensemble* ACD. ACE. *egaux à deux droicts, les deux droicts seront en droite ligne.*

Demonstration. Si la droite CE. n'est en droite ligne auec DC. que CF. y soit, il s'ensuit que les angles a ACD. ACF. valent deux droicts aussi bien que les angles DCA, ACE. partant, b la partie égale au tout, dõc &c. CQ.FD.

a 13. Prop.
b contre le 9. Ax.

PROPOSITION XV.



Si deux droictes AB. CD. *se coupent l'vne l'autre, elles feront les angles* AED. CEB. *au sommet* E. *egaux.* Th. 8.

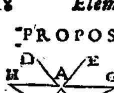
DEmonst. Si on adiouste à l'angle AED. ou CEB. l'angle entr'eux deux DEB. a la somme sera egale à deux droits, partant b CEB, AED, sont egaux, par mesme raison l'angle AEC, se demonstrera egal à l'angle DEB. adioustant à chacun l'angle AED.

a 13. Prop.
b 3. Ax.

1. *Coroll.* 2. droites au poinct de leur section font 4. angles égaux ensemble à quatre droits.

2. *Coroll.* Tous les angles constituez à l'entour d'vn poinct, sont egaux à quatre droits.

PROPOSITION XVI.



Prob. 10

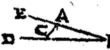
De tout triangle ABC. vn costé BA estant prolongé en E. l'angle externe EAC. est plus grand que l'vn ny l'autre interne opposé C. ou B.

a 10. Prop.

DEmonst. Le costé AC. a soit coupé par le milieu F. & mene BG. mi-partie en F. ioignez la droite AG. les triangles AFG, FBC ont les angles au poinct F. b egaux, & sont selon la 4. prop. partant l'angle GAF. est egal à l'angle FCB. donc l'angle total exterieur EAC. est plus grãd que l'interieur opposé ACB. Que si AB. est my-parti en I. on monstrera semblablemẽt que l'angle externe DAB. & par consequent le susdit EAC. son egal est plus grand que l'angle ABC. donc &c. C Q. F D.

b 15.

PROPOSITION XVII.



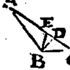
De tout triangle ABC. *deux angles par exemple* BCA. CAB. *pris à discretiõ, sont moindres que deux droits.* Th. 10.

DEmonst. BC. prolongé en D l'angle a exterieur ABD. est plus grand que l'angle A. ou B. mais b les angles ACD. ACB. valent seulement deux droicts, donc les angles B, & C, interieurs, ou CAB, BCA, sont moindres que deux droicts: le mesme se monstrer des angles A, & B, si on prolonge le costé BA. a 16. Prop. b 13. Prop.

Coroll. 1. Tout triangle qui a vn angle droict ou obtus, a les autres aigus.

Coroll. 2. Tout triangle equilateral ou isoscele, a les angles sur la base aigus.

PROPOSITION XVIII.

Th.11 

De tout triangle ABC. *le plus grand costé* AC. *soustend le plus grand angle* ABC.

a 3. Prop. DEmonst. Sinon du plus grād costé AC. prenez [a] AD, egale à AB, & menez DB, les angles
b 5. Prop. [b] ABD, ADB, seront egaux, donc
c 16. Prop. l'angle ABD, [c] ou son egal AD B, externe est plus grand que l'angle interieur C, partant l'angle total ABC, sera beaucoup plus grand. Il est aussi plus grand
d 5. Prop. que l'angle A, car faites CE, egal à CB les angles [d] CEB. EBC. seront egaux, & l'angle CEB. c'est
e 9. ax. à dire EBC. plus grand que l'angle A, donc &c. C Q F D.

PRO-

PROPOSITION XIX.

De tout triangle ABC. *le plus grand angle* B. *est soustendu du plus grand costé* AC. Th. 12.

SI on nie le costé AC. estre plus grand que le costé. AB. qu'ils soient egaux, s'ensuit donc que les Angles B, & , sont egaux contre l'hypothese. Si on veut que AB, soit plus grand que AC, donc l'angle C, sera plus grand que l'angle B, contre l'hypothese, donc &c. C Q. F D.

a 5. Prop.

b 18. Prop.

PROPOSITION XX.

Th. 13.

De tout triangle ABC. *deux costez* AB. AC. *pris à discretion, sont plus grands que le troisiesme* BC.

DEmonst. prolongez CA, en D, & que AD, soit egal à BA,
a 2. Ax. & partant [a] CD, egal à CA, & AD, ensemble estant menée DB, puis que AD, AB, sont egales,
b 5. Prop. dõc aussi [b] les angles D, & DBA, partant l'angle total [c] DBC, sera plus grand que l'angle D, par-
c 9. Ax. tant le costé CD, qui soustient celuy-là, ou bien CA, AB, en-
d 19. Prop. semble, sont plus grands que le costé BC, qui soustient l'angle D: CQ. FD.

PROPOSITION XXI.

Th.14

Si des extremitez BC. *d'vn costé d'vn triangle* ABC. *deux droites* BD. BC. *sont constituées au dedans d'iceluy, elles seront plus petites que les deux autres costez du triangle; sçauoir, que* AB. AC. *mais elles feront vn plus grand angle* D. *que n'est pas* A.

DEmonst. BD. prolongé en E. les deux costez a BA, AE, du triangle BAE, sont plus grāds que le troisiesme BE, adioustant donc le commun EC, BA, AC, seront plus grands que BE EC, par mesme maniere au triangle

a 20. Prop.

CED, les coſtez CE, ED, ſont plus grands que le troiſieſme CD, adiouſtant donc le commun DB, les coſtez CE, EB, ſeront plus grands que BD, DC, donc BA, AC, ſeront bien plus grands que les meſmes BD, DC.

b 16 Prop. En ſecond lieu l'angle [b] BDC, externe eſt plus grand que l'interne, & oppoſé DEC, & celuycy plus grand que l'angle A, interne, & opposé donc l'angle BDC, eſt bien plus grand que l'angle A, CQ, FD.

PROPOSITION XXII.

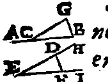
Construire vn triangle de trois droites, egales aux trois dõnées A. B. C. mais il faut que deux quelconques d'icelles soient plus grandes que la troisiesme. Prob. 8

PRatiq. Soient prises d'ordre & mises en droite ligne les droites DF, FG, GH, egales aux droites A. B. C puis des centres F.G & interualles FD. GH. soiét décrits deux cercles, & de leur interſection I, tirées les droictes IF. IG. le triangle FIG. est le requis. a Prop. 20.

Demonst. Au triangle FIG, la droite b FI. est egale à DF, c'est à dire à A, & GI, à GH, ou C, & GF, à B.

PROPOSITION XXIII.

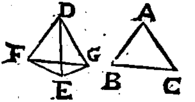
Prob. 9



A une droite donnée AB. *& un poinct en icelle* C. *faire un angle rectiligne egal à un angle rectiligne, donné* HEI.

PRatique. Prenez és droictes EH. EI deux points à discre-
a 22 Prop.
tion D, & F, que la droite DF, ioigne, puis faites le triangle CGB, ayant les costez egaux aux costez du triangle EDF, chacun au sien : cela fait, les triangles sont selon la 8. prop. partant les angles E, & C, egaux CQ. FF.

PROPOSITION XXIV.



Si deux triangles ABC, DEF, ont deux costez egaux l'vn à l'autre AB à DF, & AC, à DE, & l'angle A, compris des costez egaux plus grand que l'autre D, aussi la base BC, sera plus grande que la base FE. Th. 15

DEmonst. Si on le nie, faites [a] auec la droite FD. & au poinct en icelle D, l'angle FDG, egal à l'angle A, & le costé DG, à DE, c'est à dire AC, & consequēment la base [b] FG. à la base BC, & soient ioints les droites GE, GF, les angles [c] DGE. DEG, seront egaux, partant tout l'angle FEG, plus grand que DEG, ou son egal DEG, est beaucoup plus grand que FGE, donc la droite GF, & BC, son egal sera plus grand que EF, CQFD,

a 23. Prop.

b 4. Prop.

c 5. Prop.

d 19. prop.

PROPOSITION XXV.

Th.16 

Si deux triangles ABC, DEF, ont deux costez egaux à deux costez chacun au sien; sçavoir AB, à ED, & AC, à DF, & la base BC, plus grande que la base EF, ils auront aussi l'angle A, contenu d'iceux costez egaux plus grand que l'autre.

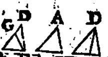
DEmonst. Car si l'angle A, n'est plus grand que D, il sera egal ou moindre: si egal, a les bases BC, EF, seront egales, ce qui est contre l'hypothese: si moindre: veu que les costez AB, AC, sont egaux aux costez DE, DF, la base b EF, sera plus grande que la base BC, contre l'hypothese C Q F D.

a 4. Prop.

b 24 Prop.

PRO-

PROPOSITION XXVI.



Si deux triangles ABC.DEF. Th.17
ont deux angles egaux à deux autres l'vn à l'autre ; ſçauoir B. *à* E. *&* C. *à* F. *& vn coſté egal à vn coſté, ſçauoir celuy qui eſt adiacent aux angles* BC. EF. *ou celuy ſouſtendu à vn des angles egaux* AC. DF. *ils auront auſſi les autres coſtez egaux aux autres l'vn à l'autre, & l'autre angle* A. *egal à l'autre angle* D.

DEmonſtr. Premierement ſuppoſant les coſtez BC. EF. egaux, ſi DE. eſt plus grand que AB. EG, luy ſoit fait egal & menee GF. dont les triãgles GEF. ABC. ſont ſelon la 4. prop. & partant l'angle C. egal à

l'angle GFE. mais il est aussi egal à l'angle BFE. dont les angles GFE. DFE. sont egaux, la partie au tout.[a] Ce qui est absurde.

a Contre le 9. Ax.

Que si on suppose AB, DE. egaux, & qu'en suitte on veuille soustenir le costé EF. estre plus grand que BC. prenez au troisiesme triangle EG. egal à BC. & menez DG. Veu donc que les costez AB. BC. sont egaux aux costez DE. EG. & l'angle CB. à l'angle E. par l'hypothese l'angle C. sera egal à l'angle EGD. donc[b] aussi l'angle EGD. egal à l'angle EFD. l'externe à l'interne & opposé.[c] Ce qui est absurde, donc BC. n'estoit inegal à EF. mais egal, partant les triangles ABC. DEF. sont selon la 4. prop. & tout le reste est egal au reste. C. Q. F. D.

b 4. Prop.
c 16. Prop.

PROPOSIT. XXVII.

Th. 18

Si ſur deux droites AB.CD. *tombe vne autre droiƈte* EF. *faiſant les angles alternes* AGH. DHG. *egaux, les deux droites ſeront parallelles entr'elles.*

DEmonſt. Si elles ne ſont parallelles, elles ſe rencontreront finalement a ſoit donc en I. ainſi du triangle GIH. l'angle b externe AGH. ſera plus grand que l'interne & oppoſé GHD. contre l'hypotheſe donc &c. C.Q.F.D.

a 35. def.
b 16. Prop.

PROPOSIT. XXVIII.

Th.19.

Si sur deux droites AB.CD *tombe une droite* EF. *faisant l'angle externe* AGE. *egal à l'interne, & opposé* GHC. *vers mesme part, ou si elle fait les angles internes* AGH. GHC. *vers mesme part, egaux à deux droits, les droictes seront parallelles entr'elles.*

a 15. Prop.
b 1. ax.
c 27. Prop.

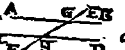
DEmonst. 1. L'angle AGE. est egal à l'angle BGH. & aussi à l'angle CHG. donc [b] les alternes BGH.GAC. sont egaux, partant les droites AB.CD. sont parallelles.

2. L'Angle EGA. auec l'an-

gle AGF. vaut deux droicts, les angles AGH. GHC. sont posez egaux à deux droictes, donc les angles EGA. GHC. sont egaux, l'externe à l'interne opposé, partant les deux droictes AB. CD. sont paralleles C. Q. F. D.

PROPOSITION XXIX.

Tb.29



Si sur deux droictes paralleles AB. CD. *tombe vne droicte* EF. *elle fera les angles alternes* BGH. GHC. *egaux, & l'externe* EGB. *egal à l'interne opposé vers mesme part* EHD. *& aussi les internes vers mesme part* AGH. CHG. *egaux à deux droicts.*

a 13. Prop. b 28. Prop. c 3. ax.

DEmonstr. 1. Les angles [a] DHG. GHC. valent deux droicts, item les angles [b] DHG. BGH. valent deux droicts: donc les angles BGH. GHC. sont egaux.

2. Les angles EGB. BGH. [a] valent deux droicts, les angles

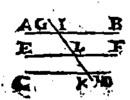
BGH.GHD.[b] valent deux droits: donc les angles BGB. EHD. font egaux.

3. Les droictes AB. CD. sont posées paralleles, donc elles ne concourent ny vers A. ny vers B. & tant d'vne part que d'autre les angles internes sont egaux à deux droicts : car si de quelque part [e] ils estoient moindres, les droites concourreroient en cette part là. *d 35. Def.* *e 11. ax.*

Coroll. Tout parallelogramme ayant vn angle droict, est parallelogramme rectangle.

PROPOSITION XXX.

Th. 21.

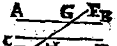


Si deux droictes AB. CD. *sont paralleles à vne mesme droicte* EF. *les deux droictes sont paralleles entr'elles.*

DEmonst. En ces 3. droictes posées en vn mesme plan, s'il tombe vne droicte GH. l'an-
a 29. Prop. gle a AIL. sera egal à l'angle alterne ILF. & l'externe ILF. egal à l'interne & opposé LKD. donc
b 1. ax. b les angles AIL. LKD. sont e-
c 27. Prop. gaux, & partant les droictes AB. CD. paralleles C.Q.F.D.

PROPOSITION XXXI.

Prob. I.



D'vn poinct donné G. *mener vne droicte* AB. *parallele à vne droicte donnée* CD.

PRatique du poinct G. sur CD. menez vne droicte GH. à discretion & à l'angle GHD. soit fait a vn autre angle au poinct G. qui luy soit egal, sçauoir l'angle HGA. ainsi b la droicte AB. sera parallele à CD. car les angles alternes AGH. DHG. sont egaux.

a 23. Prop.

b 27. Prop.

PROPOSIT. XXXII.

Th.22. *De tout triangle* ABC. *vn costé* BC. *estant prolongé en* E. *l'angle exterieur* ACE. *est egal aux deux internes, & opposez* ABC. BAC. *& ses trois angles interieurs* A. B. C. *sont egaux à deux droicts.*

a 31. Prop. DEmonst, 1. du poinct C.[a] soit menee CD. parallele à AB. ainsi l'angle A, est egal à l'alterne ACD & l'angle externe ECD. [b] egal à l'interne B. parquoy
b 29. Prop. tout l'angle ACE. est egal aux deux internes,& opposez A.& B.

c 13. Prop. 2. L'angle ACB.[c] auec l'exte-
d 32. Prop. rieur ACE. vaut deux droicts. L'angle ACE. est egal [d] aux an-

gles A. & B. donc l'angle C. auec les angles A. & B. valent deux droicts C. Q. F. D.

Scholie. Toute figure rectiligne se distribuë en autant de triangles qu'icelle contient de costez, moins deux, & les angles de ces triangles constituent les angles de la figure.

PROPOSITION XXXIII.

Tb. 23. 

Si deux droictes AC. BD. *conioignẽt vers mesme part deux autres droictes egales & paralleles* AB. CD. *les susdites sont aussi paralleles.*

DEmonst. Ioignez AD. les
a 29. Prop. angles [a] alternes DAB.
ADC. seront egaux le costé AB.
est posé egal à l'autre CD. le co-
b 4. Prop. sté AD. est commun, donc les
[b] bases AC. DB. sont egales, ain-
c 27. Prop. si [c] les angles alternes CAD. AD
B. sont egaux, & les droictes
AC. DB. paralleles C. Q. F. D.

PROPOSIT. XXXIV.

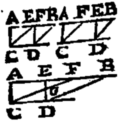
Des espaces parallelogrammes ABCD. *les costez & les angles opposez* ABCD. AC. BD. AD. BC. *sont egaux entre eux & le diametre ou diagonale* AD. *les coupe en deux egalement.* Th. 24

DEmonst. les angles a alternes BAD, ADC, CAD, ADB; sont egaux entr'eux AD, commun, donc les triangles ABD, ACD, sont selon la 26. Prop. partant AC. egal à BD. & est l'angle C, egal à l'angle B, & aussi sont les angles AD, egaux; car ils sont composez d'angles egaux, & puis que les triangles ACD, ABD, sont egaux par la 4. Prop. appert que le diametre AD, couppe le parallelogramme en deux egalement, C. Q. F. D.

a 29. Prop.

PROPOSIT. XXXV.

Th. 25.



Les parallelogrammes AD, FD, *constituez sur mesme base & entre mesmes paralleles* AB, CD, *sont egaux entr'eux.*

DEmonst. en la premiere figure le triangle [a] AEC, est egal au triangle ECD, auquel est encores egal le triangle BFD. donc les parallelográmes [b] AD, FD, composez de triangles egaux, sont egaux.

a 34 Prop.

b 2. ax.

2. Figure. Les droictes AE, FB. sont egales : ostant donc la commune EF, reste [c] AF, EB, egales, les droites AC, ED, sont aussi egales, & encores les an-

c 3. ax.

gles d A, & E, donc les triangles FAC, BED, sont egaux si on adiouste à chacun le trapeze EF CD, les parallelogrammes AE CD, FBCD, seront egaux.

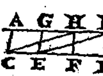
d 34. Prop.
e 29.
f 2. ax.

3. Figure. Les droites AE, FB, g sont egales à CDA, entr'elles, adioustant h EF, commune AF, sera egale à EB, & comme dessus les triangles FAC, BED, sont egaux; partant si de l'vn & de l'autre vous ostez le triangle commun EGF, au lieu duquel vous adioustiez le triãgle CGD, les parallelogrammes AD, FD, seront egaux C. Q. F. D.

g 34. Prop.
h 2. ax.

PROPOSIT. XXXVI.

Th. 26



Les parallelogrammes AE, HD, *constituez sur bases egales* CE, FD, *& entre mesmes paralleles* AB, CD, *sont egaux entr'eux.*

a 34. Prop. b 35. Prop. DEmonst. Soient iointes le parallelogrammes par les droictes CH, EB, lesquelles seront egales & paralleles, & partant le parallelogramme AE, egal à l'autre CB, & le mesme
c 1. ax. CB, au troisiesme HD, donc [c] les parallelogrammes AE, HD, sont egaux.

PRO-

PROPOSIT. XXXVII.

Les triangles ACD. FCD. *constituez sur vne mesme base* CD, *& entre mesmes paralleles* AB, CD, *sont egaux entr'eux.* Tb.xy

DEmonst. Menez [a] de D. les droites DE, parallele à CA, & DB, ACF. les parallelogramme AD, CB: seront egaux : partant leurs moitiez, sçauoir, les triangles ACD, FCD, aussi egaux C.Q.F.D.

[a] 31. Prop.
[b] 35. Prop.

PROPOSIT. XXXVIII.

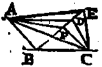
Th. 28.

Les triangles ACE. BFD. *sur bases egales* CE. FD. *& entre mesmes paralleles* AB. CD. *sont egaux entr'eux.*

a 31. Prop. b 36. Prop. c 34. Prop. d 7. ax.

DEmonst. a Soient menées EG. parallele à AC, & FH. à BD, les parallelogrammes AE, BF, b seront egaux, partant leur moitiez, sçauoir les triangles ACE, BFD, seront egales, C. Q. F. D.

PROPOSITION XXXIX.



Les triangles egaux ABC. DBC. *constituez sur mesme base* BC. & *de mesme part, sont aussi entre mesmes paralleles* AD, BC. Th. 29.

DEmonst. Si on nie que AD, soit parallele à BC, soit [a] vne autre AE parallele à BC, & que la droite BD, prolongée la rencontre en E, ayant mené CE, les triangles [b] ABC, EBC, seront egaux, ce qui ne peut estre, car le triangle DBC, est posé egal au triangle ABC. que si on dit AF, estre parallele à BC, en reprenant la mesme demonstration, il suiura que la partie sera egale à son tout.

[a] 31. Prop.

[b] 37. Prop.

PROPOSITION XL.

Tb. 30.

Les triangles egaux ABC, DEF, constituez sur bases egales & de mesme part, sont entre mesmes paralleles AD, BF.

DEmonst. Si on dit que la droicte AD, n'est pas parallele à BF, soit AG, sa parallele, & que ED, prolongée la rencontre en G. puis soit menée GF, les triangles [a] GEF, ABC, seront egaux : or les triangles ABC, DEF, estoient aussi posez egaux, partant le tout GEF, & la partie DEF, seront egaux au mesme triangle ABC. Ce qui est absurde.

a 33. Prop.

PROPOSITION XLI.

Th. 31.

Si vn parallelogramme AE, CD, *& vn triangle* FCD, *ont mesme base* CD, *& sont entre mesmes paralleles* AF, CD, *le parallelogramme* CE, *sera double du triangle* FCD.

DEmonst. soit menée la diagonale AB, les triangles FCD, ACD, [a] seront egaux, or le parallelogramme CE, [b] est double du triangle ACD, donc [c] aussi du triangle CFD.

a 37. Prop.
b 34. Prop.
c 6. ax.

PROPOSITION XLII.

Prob. 11

Faire vn parallelogramme GC. *egal à vn triangle donné* ABC. *lequel ait vn angle egal à l'angle rectiligne donne* D.

PRat. Soit la base BC. du triãgle ABC, mi-partie en E, & menée EA, soit aussi [b] menée par le poinct A, la droite AH, parallele à BC. & fait au poinct E, l'angle GEC, egal au donné D, & de C, [d] mene CH, parallele à GE, la figure GC, sera parallelogramme, veu que le costé GH, est posé parallele à EC, & le costé CH, à EG.

a 10. Prop.
b 31. Prop.
c 23. Prop.
d 31. Prop.

Dem. Les triangles e ABE, AEC, ſont egaux : le triangle f AEC, eſt moitié du parallelogramme, conſtitué ſur meſme baſe EC, partant g tout le triangle ABC, eſt egal au parallelogramme GC, lequel parallelogramme par la conſtruction a vn angle CEG, egal au donné D. Ce qui eſtoit requis.

e 38. *Prop.*
f 41. *Prop.*
g 6. *ax.*

PROPOSIT. XLIII.

Tb.32

En tout parallelogramme les cõplemens des parallelogrammes descrits à l'entour du diametre, sont egaux entr'eux.

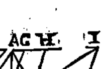
EN cette figure les parallelogrãmes qui sõt à l'entour dû diametre sont FK, HE, & on appelle complements les parallelogrammes AG, GC; Or Euclide dit que ces complements

a 34. Prop. sont tousiours egaux entr'eux.

Demonst. Les triangles aBAD, BCD, sont egaux: & aussi les triangles BKG, BFG, & GED, DHG. partãt si des egaux BAD, BCD, vous ostez les egaux, sçauoir BKG, BFG: & GHD, GED: Les complements *GA*, *GC*, resteront egaux C.Q.*F.D.*

PRO-

PROPOSIT. XLIV.



A vne ligne droite donnée F. appliquer vn parallelogramme CM. *egal à vn triangle donné* ABC. *lequel parallelogramme ait vn angle egal à vn angle rectiligne donne* D.

Prob. 12

FAites le parallelogramme [a] CG. egal au triangle ABC. ayant vn angle GEC. egal à l'angle donné D. puis prolongez BC, en K. en sorte [b] que CK, soit egal à la donnée F, par K, [c] tirez KI, parallele à CH, qui rencontre GH, prolongée en I, puis de I, tirez par C, le diametre IC, qui rencontre la droite GE, pro-

a 42. Prop.
b 2. Prop.
c 31. Prop.

longée en L, & par L, menez LM, parallele à EK, couppant IK, prolongée en M, & soit continuée HC, iusqu'en N, ie dis que le parallelogramme CM, est tel qu'on le demande.

d 34. Prop. Demonst. Les d complements GC, CM, sont egaux, le complement GC, est egal e au triangle
e 42 Prop. ABC, donc aussi le complement CM, lequel CM, a vne ligne
f 28. Prop. CK, f egale à la donnée F, & l'angle CNM, egal à l'angle H K, qui est egal à l'angle GEC, lequel est posé egal à l'angle donné D, partant le parallelogramme est egal au triangle ABC, & à la ligne CK, egale à la donnée F, & l'angle CNM, egal au donné D, comme il estoit requis.

PROPOSITION XLV.

Construire vn parallelogramme ED *egal à vn rectiligne donné* AD, *qui ait vn angle egal à l'angle rectiligne donné* F. Prob. 13

PRatique Diuisez le rectiligne en triangles par la droicte CB, & soit fait [a] le parallelogramme EI, egal au triangle BCD, en vn angle H, egal à F, sur le costé GI, soit fait le parallelogramme GD, egal au triangle ABC, qui ait en I. l'angle GID, egal à H, & sera fait ce qu'on demandoit.

a 44 Prop.

Demonst. Les droites EH, KD, sont [b] egales & paralleles à vne

b Const. & 34. Prop.

mesme GI, & par consequent c entr'elles : l'angle [e] GID, est egal à l'angle EHI, l'angle EHI, [f] auec l'angle HIG, valent deux droicts, donc les angles GIH, GID, valent aussi deux droicts, donc HI, ID, sont posées [g] en droicte ligne, pareillement EG, GK, & les egales ID, GK, estant iointes aux egales HI, EG, les toutes HD, EK, sont egales, & la figure ED, parallelogramme, les parties de laquelle sont egales aux parties du rectiligne, & en laquelle l'angle H, est egal au donné F, donc &c.

c 30. Prop.
e 29. Prop.
f 13. Prop.
g 14. Prop.

PROPOSITION XLVI.

Pr.14

D'vne droicte donnée AB, *descrire vn quarré* ABCD.

DE A, & B, eleuez [a] les perpendicules CA, DB, egales à AB, & soient iointes de la droite CD. AD. sera le requis.

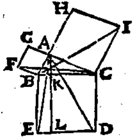
a 11. Prop.

Demonst. Les [b] angles A, & B, sont droicts, donc [c] les droictes AC, BD, sont paralleles chacune [d] est egale à AB, & entr'elles. partant [e] AB, CD, sont paralleles & egales, & AD, est parallelogramme; or veu que [f] les angles AB, sont droicts, les opposez CD, sont aussi droicts, donc AD, est le quarré requis CQ.FF.

b 16. Def.
c 28. Prop.
d const.
e 33. Prop.
f 34. Prop.

PROPOSITION XLVII.

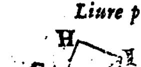
Th. 33.



Aux triangles rectangles BAC, *le quarré* BD, *du costé* B C, *qui soustient l'angle droict* BAC, *est egal aux quarrez* BG, CH, *des deux costez* BA, AC, *qui le contiennent.*

a 31. Prop. DEmonst. Du poinct a A, tirez AL, parallele à BE, & menez les droictes AD, BI, les triangles ACD, ICB, ont selon

b 30. Def. la 4. Prop. b les costez CD, CA, egaux à BC, CI, & les angles compris ICB, ACD, egaux à cause des angles ICA, BCD, droicts, & du commun ACB,



dõc iceux triã-gles sõt egaux: mais celuy AC D, [c] est moitié du parallelogramme LC, sur mesme base C D, & entre mesmes paralleles AL, CD, l'autre ICB, pour mesme cause est moitié du quarré CH, donc [d] CH, egal à LC, veu que leurs moitiez sont egales.

c 41. Prop.

d ax.

Maintenant si on mene les droictes AE, FC, on prouuera semblablement les triangles FB C, ABE, egaux & moitiez l'vn du quarré BG, l'autre du parallelogramme BL, egal à BG, & partant les deux parallelogrammes BL, LC, ou tout le quarré BD, estre egal aux deux quarrez ensemble BG, HC, CQ. FD.

PROPOSITION XLVIII.

Si le quarré de l'vn des costez CB, du triangle CAB, est egal aux quarrez des deux autres costez AB, AC, l'angle CAB, compris d'iceux est droict.

Th. 34

DEmonst. De A, a menez AD perpendiculaire à AB, egale à AC, & ioignez la droicte DB, l'angle DAB, b sera droit, donc c le quarré de la droicte DB, egal aux quarrez des droites BA, AD, ou AC, le quarré de CB, par l'hypotese est egal aux quarrez des mesmes CA, AB, d ainsi les droites CB, BD, sont egales, partant les triangles CAB, ADB, ont trois co-

a 11. Prop.
b 10. Def.
c 47. Prop.
d 1. ax.

ſtez egaux l'vn à l'autre, & par conſequent les angles qui reſpondent aux coſtez egaux, ſont egaux ; donc ſi l'angle DAB. eſt droict l'angle CAB. ſera auſſi droit, puis que les coſtez DB, BC, ſont egaux. C Q. F D.

e 8. Prop.

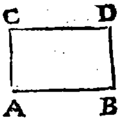
LIVRE SECOND DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

I.

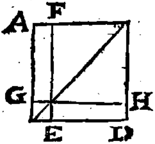
Tout parallelogrãme rectangle ABCD. *est dit estre contenu sous deux droictes* AB. BD. *qui comprennent l'angle droict* ABD.

LA superficie du parallelogramme ABCD. est faite par le mouuement imaginaire de la ligne AC. sur la ligne AB.



ou bien de la ligne AB, sur la ligne AC. de sorte que le produit d'vn costé par l'autre fait l'aire entiere; par ainsi si vn costé est de trois pieds, l'autre de quatre, la multiplication d'iceux donnera 12. pieds pour l'aire du parallelogramme rectangle, & si l'aire a 12. pieds quarrez & 3. pieds de long à vn de ses costez en diuisant 12. par 3. viendra au quotient 4. pieds pour l'autre costé.

II. DEFINITION.



En tout parallelogramme, vn de ceux qui sont autour du diametre auec les deux complemens, est appellé gnomon.

AV parallelogramme AD, le parallelogramme GE, auec les deux complements GF, EH, s'appelle gnomon, c'est à dire, equiere, à cause qu'il en a la forme.

PROPOSITION I.

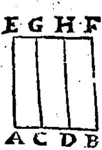
S'il y a deux lignes droites Th.1. *G. AB, & que l'vne d'icelle & AB, soit couppée en tant de parties qu'on voudra AE, EB, le rectangle CB, compris sous les deux costez AC, c'est à dire G. & AB, est egal aux rectangles CE. FB. compris sous la non couppée & sous chaque segment AE, EB, de la couppée.*

DÉmonst. Des poincts A, & B, eleuez [a] les perpédiculaires AC, BD, egales à la donnée G, & menez CD, & [b c] ainsi sont a 11. & 3. prop. b 28.1. c 34.1.

fait des droites CA, c'est à dire G, & AB, le rectangle CB, & diuisez la droicte AB, à discretion
d 31. en E, & soit fait [d] EF, parallele & egale à AC, CEFB, seront rectangles; car l'angle FEB, est
e 29.1 droit [e] à cause qu'il est egal à A, & consequemment [f] les autres
f 28.1 angles sont droits [g] & les costez
g 34.1 opposez egaux : or ces deux re-
h 9.ax. ctangles CE, BF, pris ensemble [h] sont egaux au total BC, c'est à dire les parties au tout C.Q.F.D.

Cette proposition & les autres cy-dessous se peuuent verifier par les nombres, par exemple celle cy prenans 6. & 10. diuisez 10. en 7. & 3. les produits de 6. par 7. & 3. sont 42. & 18. qui ensemble font 60. lequel nombre se trouuera aussi en multipliant 6. par le total 10.

PROPOSITION II.



Si vne droicte AB. *est couppée comme on voudra en* C, *&* D, *les rectangles* EC, GD. HB, *compris sous la toute* AE, *c'est à dire* AB, *& sous chacune partie* AC, CD, DB, *sont egaux au quarré* AF, *de la toute* AB. Th. 2

DEmonst. [a] De la droite AB. faites vn quarré EB, de C, & D. eleuez [b] CG, DH, paralleles, & egales à AE, le rectangle AG, sera compris [c] sous la toute AE, sçauoir AB, & le segment AC, pareillement les re-

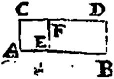
a 46.1
b 31.1
& 3.1.
c 30. Def.

ctangles GD. HB. ſous la toute, & l'vn ou l'autre des ſegments. Puis donc que les rectangles EC. GD. HB. [d] ſont parties toutes enſemble egales au quarré AF. appert que les rectangles compris ſous AE, ſçauoir AB, & les ſegments AC. CD. DB. ſont egaux au quarré de la droite AB. C.Q.F.D.

d 19. ax.

PRO-

PROPOSITION III.



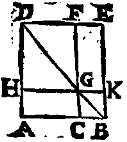
Si vne ligne droicte AB. *est couppée comme on voudra en* E. *le rectangle* CB. *cõpris sous la toute* AB, *& vne partie* AC. *sçauoir* AE. *est egal au rectangle* FB. *compris sous les parties* BE. FE. *sçauoir* EA. *& au quarré de la partie susdite.* Tb. 3.

DEmonst. Soit couppée la donnée AB à discretion en E, des poincts AEB. [a] leuez des perpendicules AC. EF. BD. paralleles [b] entr'elles & egales au segment AE. puis menez la droite CD. laquelle [c] sera parallele à

a 11. Pro. 1.
b 31. 1. & 3. 1.
c 33. 1.

AB. cela posé AC, est egale à
d const. AE, partant le rectangle AD. est
compris sous la toute AB, & vn
segment AC, sçauoir AE. & le
rectangle AD. est egal au re-
e 3.ax. 1. ctangle BF, compris sous BE.EF.
sçauoir AC, & encores au quar-
ré EC. c'est à dire au quarré EA,
partie premierement prise. C.Q.
F.D.

PROPOSITIO IV.



Si une droite est couppée comme on voudra en C. le quarré AE. de la toute AB, est egal aux quarrez HF. CK. des parties AC. CB. & deux fois le rectangle desdites parties, sçauoir aux deux AG, GE. Th.4.

DEmonst. Sur la droicte AB. faites [a] le quarré AE & menez le diametre DB. [b] de C. faites CF. parallele à BE. coupant le diametre en G. par où tirez HK. parallele à AB. cela posé le triangle ADB. [c] a les costez AD, AB egaux, donc les angles ADB. ABD. sont egaux, partant demy droicts [d] veu que l'angle A, est droict: faut dire le mesme du triangle EDB. derechef [e] l'angle DFG. est droit, l'angle FDG. a

a 46.1 b 31.1. c 30. def.1. d 32.1. e 29.1

esté prouué demy-droit, partant
f 32, 1. f l'angle FGD. est aussi demy-
g 6 1. droit, donc les costez DF. FG.
g sont egaux. mais les costez op-
h 34. 1. posez DH, HG. h leur sont aussi
egaux, donc le parallelogram-
me FH. est vn quarré par mesmes
i 30. def. raisons i CK. est aussi quarré, &
partant HF, CK, sont quarrez
des parties AC, CB, veu que le
costé HG, est egal au costé AC,
semblablement les rectangles
AG, GE, sont contenus sous les
segments AC, CB; car CG, GK,
sont egaux à CB. puis que CK.
est quarré & GF, est aussi egal à
la droicte AG. à cause du quarré
HF. c'est à dire à la droicte AC.
donc veu que le quarré AE est
egal aux deux quarrez HF. CK.
ioincts aux rectangles AG. GE.
appert ce qu'il falloit demon-
strer.

PROPOSITION V.

Si vne droicte AB. *est couppée en deux parties egales en* C. *&* *en deux inegales en* D. *le rectangle* LD. *compris sous les parties inegales de la toute* AB. *sçauoir sous* AD. DG. *ou* DB. *auec le quarré* HF. *de la section du milieu est egal au quarré* CI. *de la moitié de la toute* CB. Th.5.

DEmonst. Sur la moitié [a] CB. soit fait le quarré CI. menez le diametre BE. & [b] leuez AL. DF. paralleles à CE. ou BI. puis par G. tirez la droicte LHK. cela fait on peut faire le mesme raisonnement qu'en la preceden- a 46.1. b 31.1

te, à l'égard du quarré CI. & de ses parties, & sera manifeste que le rectangle LD. compris des parties inegales est egal au gnomon CKF. à cause que les 3. rectangles LC, CK, DI, sont egaux, partant si aux egaux LC. DI. e on
e 2. ax. 1. adiouste le commun CG. le rectangle LD. sera egal au gnomon HDI. adioustant encores à chacun le quarré HF. qui est le quarré de CD. partie du milieu, le rectangle des parties inegales LD. auec le quarré de la partie du milieu; sçauoir HF. sera egal au quarré CI. fait sur CB. moitié de AB. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION VI.

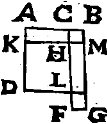
Si vne droite AB, *est mi-partie en* C. *&* *qu'on luy adiouste directement quelque droicte* BD. *le rectangle* AI, *compris sous la toute* AB. *auec l'adioustée* BD. *& sous l'adioustée* DI. *c'est* BD. *auec encores le quarré* KG. *de la moitié* KH. *c'est* CB. *est egal au quarré* CE. *de la ligne* CD. *composée de la moitié* CB. *& de l'adioustee* BD. Th.

Demonst. Sur CD. faites [a] vn quarré CE. & par A. & B. [b] éleuez des paralleles à CF. ou DE. puis menez FD. couppant a 46. 1. b 31. 1.

bG en H par H, menez la droite CKI. parallele à AD. cela
a 46. Prop. 1. posé, les rectangles LC. CH. sont egaux & CH. au complement HE, partant LC. & HE. egaux,
d 43. 1. & adioustant à l'vn & l'autre les communs CH. BI. le gnomon CIG. sera egal à tout le rectangle AI. contenu sous la toute AB, auec l'adioustée BD, & sous l'adioustée DI. c'est à dire BD. or le gnomon CIG. auec le quarré
e 34. 1 KG. de la moitié KH. e c'est CB composent tout le quarré CE. de la ligne CD. composée d'vne moitié CB. auec l'adioustée BD. partant le rectangle AI. auec le quarré KG. est egal au mesme quarré CE. CQ. FD.

PRO-

PROPOSITION VII.



Si vne ligne droicte AB, *est couppée comme on voudra en* C. *le quarré de la toute* AB. *auec le quarré d'vne des parties* CB. *sont ensemble egaux au rectangle compris deux fois sous la toute* AB, *& ladite partie* CB. *sçauoir* AM. MF. *& au quarré* HD. *de l'autre partie* AC. Th. 7.

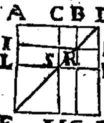
DEmonst. Sur AB. [a] faites le quarré AE. prenez BM. egale à CB. [b] menez CL. MK. paralleles aux droictes BE. AB. prolongez BE. en G. Que EG. soit egale à BM. ainsi [c] MG. sera ega-

a 46. 1.
b 36. 1.
c 2. ax.

le à BE. cela posé le quarré de la toute AB. qui est AE. auec le quarré du segment CB. [d] sçauoir EF. sont egaux aux rectangles AM. MF. pris sous la toute AB. & le segment BC. veu que BM. est egale à BC. Et au rectangle MF. les costez MG. FG. sont egaux aux costez BE. BM. sçauoir AB. CB. & le quarré de l'autre segment AC. ensemble, qui est KL. sçauoir le tout à toutes ses parties C. Q. F. D.

d Const.

PROPOSITION VIII



Si vne droite AB. *est couppée comme on voudra en* C. *le rectangle* IB. *cõpris quatre fois sous la toute* AB. *& vn des segments* BR. *sçauoir* BC. *auec le quarré* LH. *de l'autre segment* AC. *ou* LS. *est egal au quarré* AF. *de la droicte* AD. *composée de la toute* AB, *& dudit segment* BC. *ou* BD *son egal.* Th. 8.

Demonst. A la droite AB. couppee en C. adioustez droitement BD. egale à BC, sur la toute AB. & l'adiointe BD. sçauoir sur AD. soit fait le quarré ED. des poincts B. & C. menez BG. CH. paralleles à DF. & ayant pris DK. KM. egales à BD.

BC. menez les droictes KI. ML. paralleles à DA. Cela fait à l'entour de R. sont constituez quatre quarrez [a] desquels tous les costez sont egaux à BC. & ayant mené la diagonale ED. [b] les complements AR. RF. sont egaux & rectangles faits sous la toute AB. & vn segment BR. ou BC. pareillement IS. SG. sont complements egaux, ausquels si vous adioustez les quarrez egaux SR. BK. les rectangles seront egaux aux deux precedents, & partant ioints ensemble comprendront quatre fois le rectangle sous la toute AB. & ledit segment BC. & si à tous ces rectangles vous adioustez encore le quarré LH. de l'autre partie LS. sçauoir AC. le tout ensemble sera egal au quarré ED. fait sur AD. CQ.FD.

a const.
b 31.1

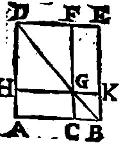
PROPOSITION IX.

Si vne droite AB. *est couppée egalement en* C. *& inegalement en* D. *les quarrez des segments inegaux* AD. DB. *sont doubles des quarrez de la moitié* AC. *& de la section du milieu* CD. Th. 9.

DEmonst. Soit couppée AB. egalement en C. & inegalement en D. de C. eleuez CE. perpendiculaire sur AB. & egale à CA. ou CB. & soient menées les droictes EA. EB. puis de D. eleuéz DF. parallele à EC. coupant EB. en F. & ioignez GF. paralle-

AB. cela posé AC, est egale à
d const. AE, partant le rectangle AD. est compris sous la toute AB, & vn segment AC. sçauoir AE. & le rectangle AD. est egal au re-
f 9. ax. 1. ctangle BF, compris sous BE. EF. sçauoir AC, & encores au quarré EC. c'est à dire au quarré EA, partie premierement prise. C. Q. F. D.

PROPOSITIO IV.



Si vne droite est couppée comme on voudra en C. le quarré AE. de la toute AB, est egal aux quarrez HF. CK. des parties AC. CB. & deux fois le rectangle desdites parties, sçauoir aux deux AG, GE. *Th. 4.*

DEmonst. Sur la droicte AB. faites [a] le quarré AE & menez le diametre DB. [b] de C. faites CF. parallele à BE. coupant le diametre en G. par où tirez HK. parallele à AB. cela posé le triangle ADB. [c] a les costez AD, AB egaux, donc les angles ADB. ABD. sont egaux, partant demy droicts [d] veu que l'angle A, est droict: faut dire le mesme du triangle EDB. derechef [e] l'angle DFG. est droit, l'angle FDG. a

a 46. 1.
b 31. 1.
c 30. def. 1.
d 32. 1.
e 29. 1

esté prouué demy-droit, partant
f 32, 1. f l'angle FGD. est aussi demy-
g 6 1. droit, donc les costez DF. FG.
g sont egaux: mais les costez op-
h 34. 1. posez DH, HG. h leur sont aussi
egaux, donc le parallelogram-
me FH. est vn quarré par mesmes
i 30. def. raisons i CK. est aussi quarré, &
partant HF, CK, sont quarrez
des parties AC, CB, veu que le
costé HG, est egal au costé AC,
semblablement les rectangles
AG, GE, sont contenus sous les
segments AC, CB; car CG, GK,
sont egaux à CB. puis que CK.
est quarré & GF, est aussi egal à
la droicte AG. à cause du quarré
HF. c'est à dire à la droicte AC.
donc veu que le quarré AE est
egal aux deux quarrez HF, CK.
ioincts aux rectangles AG. GE.
appert ce qu'il falloit demon-
strer.

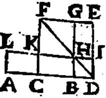
PROPOSITION V.

Si vne droicte AB. *est couppée en deux parties egales en* C. *& en deux inegales en* D. *le rectangle* LD. *compris sous les parties inegales de la toute* AB. *sçauoir sous* AD. DG. *ou* DB. *auec le quarré* HF. *de la section du milieu est egal au quarré* CI. *de la moitié de la toute* CB. Th. 5.

Demonst. Sur la moitié[a] CB. soit fait le quarré CI. menez le diametre BE. & [b] leuez AL. DF. paralleles à CE. ou BI. puis par G. tirez la droicte LHK. cela fait on peut faire le mesme raisonnement qu'en la preceden- a 46.1. b 31.1

te, à l'égard du quarré CI. & de ses parties, & sera manifester que le rectangle LD. compris des parties inegales est egal au gnomon CKF. à cause que les 3. rectangles LC, CK, DI, sont egaux, partant si aux egaux LC. DI. on
e 2. ax. 1. adiouste le commun CG. le rectangle LD. sera egal au gnomon HDI. adioustant encores à chacun le quarré HF. qui est le quarré de CD. partie du milieu, le rectangle des parties inegales LD. auec le quarré de la partie du milieu; sçauoir HF. sera egal au quarré CI. fait sur CB. moitié de AB. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION VI.



Si vne droite AB, *est mi-partie en* C. *&* *qu'on luy adiouste directement quelque droicte* BD. *le rectangle* AI, *compris sous la toute* AB. *auec l'adioustée* BD. *& sous l'adioustée* DI. *c'est* BD. *auec encores le quarré* KG. *de la moitié* KH. *c'est* CB. *est egal au quarré* CE. *de la ligne* CD. *composée de la moitié* CB. *& de l'adioustee* BD. Th. 6.

DEmonst. Sur CD. faites [a] vn quarré CE. & par A. & B. [b] éleuez des paralleles à CF. ou DE. puis menez FD. couppant

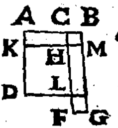
a 46. 1
b 31. 1.

bG en H par H, menez la droite CKI. parallele à AD. cela posé,[e] les rectangles LC. CH. sont egaux & CH. au complement HE, partant LC. & HE. egaux, & adioustant à l'vn & l'autre les communs CH. BI. le gnomon CIG. sera egal à tout le rectangle AI. contenu sous la toute AB, auec l'adioustée BD, & sous l'adioustée DI. c'est à dire BD. or le gnomon CIG. auec le quarré KG. de la moitié KH. [e] c'est CB. composent tout le quarré CE. de la ligne CD. composée d'vne moitié CB. auec l'adioustée BD. partant le rectangle AI. auec le quarré KG. est egal au mesme quarré CE. CQ.F D.

e 46. Prop. 1.
d 43. 1.
e 34. 1

PRO-

PROPOSITION VII.



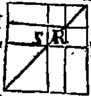
Si vne ligne droicte AB, *est couppée comme on voudra en* C. *le quarré de la toute* AB. *auec le quarré d'vne des parties* CB. *sont ensemble egaux au rectangle compris deux fois sous la toute* AB, *& ladite partie* CB. *sçauoir* AM.MF. *& au quarré* HD. *de l'autre partie* AC. Th. 7.

Demonst. Sur AB. [a] faites le quarré AE. prenez BM. egale à CB. [b] menez CL.MK. paralleles aux droictes BE. AB. prolongez BE. en G. Que EG. soit egale à BM. ainsi [c] MG. sera ega- a 46.1. b 36. 1. c 2 ax.

le à BE. cela posé le quarré de la toute AB. qui est AE. auec le quarré du segment CB. [d] sçauoir EF. sont egaux aux rectangles AM. MF. pris sous la toute AB. & le segment BC. veu que BM. est egale à BC. Et au rectangle MF. les costez MG. FG. sont egaux aux costez BE.BM. sçauoir AB. CB. & le quarré de l'autre segment AC. ensemble, qui est KL. sçauoir le tout à toutes ses parties C. Q. F. D.

d Const.

PROPOSITION VIII



Si vne droite AB. *est couppée* Th. 8 *comme on voudra en* C. *le rectangle* IB. *cõpris quatre fois sous la toute* AB. *& vn des segments* BR. *sçauoir* BC. *auec le quarré* LH. *de l'autre segment* AC. *ou* LS. *est egal au quarré* AF. *de la droicte* AD. *composée de la toute* AB, *& dudit segment* BC. *ou* BD *son egal.*

Demonst. A la droite AB. couppee en C. adioustez droitement BD. egale à BC, sur la toute AB. & l'adiointe BD. sçauoir sur AD. soit fait le quarré ED. des poincts B. & C. menez BG. CH. paralleles à DF. & ayant pris DK. KM. egales à BD.

BC. menez les droictes KI. ML. paralleles à DA. Cela fait à l'entour de R. sont constituez quatre quarrez [a] desquels tous les costez sont egaux à BC. & ayant mené la diagonale ED. [b] les cōplements AR. RF. sont egaux & rectangles faits sous la toute AB. & vn segment BR. ou BC. pareillement IS. SG. sont complements egaux, ausquels si vous adioustez les quarrez egaux SR. BK. les rectangles seront egaux aux deux precedents, & partant ioints ensemble comprendront quatre fois le rectangle sous la toute AB. & ledit segment BC. & si à tous ces rectangles vous adioustez encore le quarré LH. de l'autre partie LS. sçauoir AC. le tout ensemble sera egal au quarré ED. fait sur AD. C.Q.F.D.

a const.
b 31. 1

PROPOSITION IX.

Si vne droite AB. *est couppée egalement en* C. *& inegalement en* D. *les quarrez des segments inegaux* AD. DB. *sont doubles des quarrez de la moitié* AC. *& de la section du milieu* CD. Th.9.

DEmonst. Soit couppée AB. egalement en C. & inegalement en D. de C. eleuez CE. perpendiculaire sur AB. & egale à CA. ou CB. & soient menées les droictes EA. EB. puis de D. eleuéz DF. parallele à EC. coupant EB. en F. & ioignez GF. paralle-

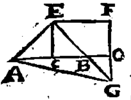
le à CD. menez la droite AF. ce-
a const. la fait. a Du triangle isoscele
b 5.1. ACE. b les angles A. & E. sont
c 32.1 egaux & c demy droicts: car l'an-
gle ACE est droict. Faut dire le
mesme du triangle ECB. donc
tout l'angle AEB. est droit. Main-
tenant au triangle EGF. l'angle
d 29.1. *e* 1.1. d G est egal à l'angle C. & par-
f 32.1. tant droit & e les angles E. & F.
g 6.1. egaux; f car l'angle E. est demy-
droict, donc les costez g GE GF.
egaux. A chacun desquels CD.
h const. est egal h veu que GD. est paral-
lelogramme: donc si des egaux
CE, CB, on oste les egaux GE.
i 34.1. CD. i la droicte CG, ou DF, sera
egale à DB.

A present ie prouue ainsi la
l 47.1. Proposition: le quarré de la droi-
te AF. l est egal aux quarrez des
parties inegales AD. DB. sça-
uoir DF. le mesme quarré de
AF. g est egal aux quarrez AE,
EF. lesquels quarrez sont dou-

les des quarrez de la moitié AC, & de CD, partie entre moyẽne; car veu que AC, & CE, sont egales, & que le quarré AE, est egal aux quarrez de l'vne & l'autre, il sera le double du quarré AC, semblablement le quarré de EF. sera double du quarré de GF. ou CD. partant le quarré de AF. ou ceux des parties inegales AD. & DF. c'est à dire DB. sont doubles des quarrez de AC. & de la partie entre moyenne CD.

PROPOSITION X.

Th. 10



Si vne ligne droite est couppée en deux parties egales, sçauoir AB, *en* C, *& qu'on luy adiouste directement quelque autre ligne* BO. *les quarrez de la toute* AB. *auec l'adioustée & celuy de l'adioustée, ensemble* AO, BO, *sont doubles du quarré de la moitié* AC, *& encores du quarré de la ligne* CO. *composée de la moitié & de l'adioustee comme d'vne.*

DEmonst. De C. soit eleuée la perpendicule CE, egale à AC, ou CB, & soit EF, parallele à CO. EBG. vne droicte EOG. vne droite menée par D. parallele à EC. AG. vne droite.

Il se demonstrera comme en la precedente l'angle AEB. estre droit, & CEB. demi droit [a] partant l'angle alterne EGF. demy droit [b] l'angle F. est droit, partāt [c] FEG. demy droit, [d] donc les droites EF FG. egales, & pareillement les droites BO.OG donc le quarré de la droite AE. [e] double du quarré de la moitié AC. & pareillement le quarré de la droite EG. double du quarré de EF. ou CO. c'est à dire de la moitié CB. auec l'adioustée BO. le quarré AG. est egal aux quarrez AE, EG, donc le quarré AG, est egal au double du quarré AC, & au double du quarré CO. mais le mesme quarré AG, est egal au quarré AO, fait de la toute AB. & adiointe BO & encores au quarré OG. fait de l'adioustée BO. ou OG. donc les quarrez AO. OB. sont doubles des quarrez AC. CO. C. Q. F. D.

a 29.1.
b 34.1.
c 32.1
d 6.1.
e 47.1.

PROPOSITION XI.

Prob. 1.

Coupper vne droicte donnee AB, *en sorte que le rectangle* CG. *compris sous la toute* AB. *ou* CB. *& l'vn des segments* BG. *soit egal au quarré* FG. *fait de l'autre segment* GA.

Construction. Soit fait AC. quarré de AB, AE, egale à ED, BE, vne droite, EAF egale à EB. AH, quarré de AF. HGI. vne droite.

a const. Demonst. La droicte [a] DA, est
b 6.2. mipartie en E, & à icelle adioustée directement AF. [b] donc le rectágle FI. fait sous la toute DA, & l'adiointe AF. ensemble &

sous l'adiointe FH. sçauoir FA. auec le quarré de la moitié EA. sont egaux au quarré EF. ou EB. son egal, [c] le quarré EB. est egal aux quarrez BA.AE. donc lesdits quarrez BA, AE. sont egaux au rectangle FI. & au quarré EA, partant si on oste le commun quarré AE. restera le rectangle FI. egal au quarré de AB. sçauoir AG. Que si des egaux AC. FI. vous ostez le cõmun AI. restera le rectangle CG. compris sous la toute CB, ou BA, & sous l'autre segment GB, egal au quarré GF, fait de l'autre partie GA, C. Q. F. F.

[c] 47. 1

PROPOSITION XLI.

Th. 11

Aux triangles ambligones ABC. *le quarré du costé* AC. *qui soustient l'angle obtus, est plus grand que les quarrez des costez* AB. BC. *qui le comprennent de deux fois le rectangle compris de l'vn des costez* CB *à l'entour l'angle obtus, sur lequel estant prolongé tombe la perpendiculaire* AD. *& de la ligne* DB. *prise en dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus.*

DEmonst. La droicte CD, est diuisée à discretion en B. a partant le quarré de CD. est
a 4. 2. egal aux quarrez CB. BD. & à

deux fois le rectangle compris sous DB.BC. adioustant le commun quarré de DA. les quarrez CD DA. seront egaux aux trois quarrez DA. DB. CB. & au rectangle compris deux fois sous DB. BC. mais le quarré de la droite AC. est egal aux quarrez AD. DC. donc le quarré AC. est egal aux trois quarrez de AD. DB. BC. & à deux fois le rectangle sous DB. BC. or le quarré de AB. est egal aux quarrez BD. DA. donc le quarré AC. est egal aux quarrez de CB. BA. & au rectangle compris deux fois sous CB. BD: C.Q.F.D.

PROPOSITION XIII.

Th.12

Aux triangles oxygones ACB. le quarré du costé AB. qui soustient l'angle aigu C. est moindre que le quarré des costez qui le comprennent de deux fois le rectangle compris de l'vn d'iceux BC & de sa partie DC. prise en dedans entre la perpendiculaire AD. & ledit angle aigu C.

DEm. La droite BC, est diuisée à discretion en D, partant les quarrez de BC. DC. sont egaux à deux fois le rectangle compris sous BC, DC, & au quarré de l'autre partie BD, ainsi adiouſtant le commun quarré DA, les trois quarrez BC. DC. DA. ſont egaux aux deux quarrez BD, DA & à deux fois le rectangle compris ſous BC, CD, a or le quarré AC, eſt egal aux deux quarrez CD, DA, partant les deux quarrez BC, CA, ſont egaux au rectangle compris deux fois ſous BC, CD, & aux quarrez BD, DA, ſçauoir AB, donc le quarré de la droicte BA, eſt moindre que les quarrez AC, CB, du rectangle compris deux fois ſous BC, CD: C.Q.F.D, a 47.1.

PROPOSITION XIV.

ob. 13 *Construire vn quarré* CH, *egal à vn rectiligne donné* A.

15.1. PRatique. a Soit le rectangle DB, egal au rectiligne A, DGF, vne droicte & CF. egale à CB: DG, egale à GF: EDHF, vn demi cercle BCH, vne droite le quarré de CH, sera egal au rectangle DB.

Demonst. La droicte DF, est couppée egalement en G, & inegalement en C, donc le rectangle CE. sous les segments inegaux DC, CB, sçauoir CF, auec
.2. le quarré du segment entre moyen GC, b sont egaux au quarré de la droite GF, ou de GH. mais le quarré de GH, est egal

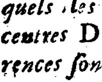
egal aux quarrez de GC, CH, & partant les quarrez GC, CH, sont egaux au rectangle CE, & au quarré GC, ostant donc le commun quarré GC, restera le quarré de CH, egal au rectangle CE, c'est à dire au rectiligne A. Ce qu'il falloit faire.

LIVRE TROISIESME

DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

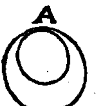
DEFINITIONS.

1. *Cercles egaux sõt ceux desquels les diametres sont egaux, ou desquels les droictes tirées des centres* D E. *aux circonferences sont egales.*

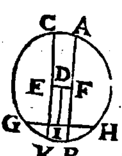


2. *Vne droite est dite toucher vn cercle laquelle le touche en sorte en*

vn poinct B. *que si elle est prolongée en* C. *elle ne le couppera pas.*



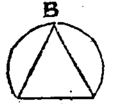
3. Les cercles sõt dits se toucher l'vn l'autre, lesquels en se touchant ne se couppent point.



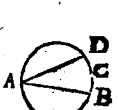
4. En vn cercle les droictes sont dites estre egalement distantes du centre D. *quand les perpendicules menées du centre sur icelles sont egales; mais celle est dite plus éloignée du centre sur laquelle* *tombe vne plus grande perpendicule.*

5. Segment de cercle est vne figure comprise sous vne droite AB. *& vne circonference de cercle* ACB.

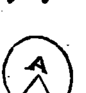
6. L'angle du segment CAB. *est celuy qui est compris sous vne droicte* AB. *& vne circonference de cercle* CA.



7. Vn angle ABC. *est au segmẽt lors qu'õ prend quelque poinct* B. *en la circonference & d'iceluy on* *mene deux droites* BA, BC, *aux extremitez de la droicte* AC. *qui est base du segment, & cet angle est celuy compris sous les droites adiointes* AB. BC. *sçauoir l'angle* ABC.

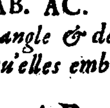


8. *Mais quād les droites* AD AB, *qui comprennent l'angle* DAB. *embrassent quelque circonference* DCB. *l'angle est dit s'appuyer sur icelle.*



9. *Secteur de cercle est lors qu'vn angle* BAC. *est constitué au centre* A. *& c'est la figure comprise des droictes*

AB. AC. *qui contiennent l'angle & de la circonference qu'elles embrassent.*



10. *Semblables segments de cercle* ABC. DEF. *sont ceux qui comprennent les angles* BAC. EDF. *egaux : ou esquels les angles* CBA. FED. *sont egaux entr'eux.*

PROPOSITION I.

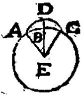
Trouuer le centre F. *d'vn cercle donné* ABC. Prob. 1.

CONstruction. Soit AC, vne droicte a mipartie en E, b EB perpendiculaire à A C, produite iusques à la circonferéce en B, & D. & icelle couppée egalement en F: F sera le centre du cercle. a 10. 1. b 11. 1.

Demonst. Si F n'est pas le centre, que ce soit G, menez dōc GA, GE, GC, les costez c GA, AE, sont egaux aux costez GC, CE, & GE, commun, d donc les triangles sont egaux, & les angles GEA, GEC, egaux, e donc l'angle GEA est droit; f mais l'angle FEA, l'est aussi: donc g la partie egale au tout. Ce qui est absurde. c const. d 8. 1. e 10. def. f const. g 9. ax. 1.

PROPOSITION I.I.

Th.II



Si en la circonference d'vn cercle ABC. *on prēd deux poincts tels qu'on voudra* A. & C. *la droite* AC. *ioignant iceux poincts tombera dans le cercle* ABC.

DEmonst. Si elle ne tōbe dans le cercle qu'elle tombe dehors & soit icelle ADC, & du cētre [a] E, menez les droictes EA, EC, ED, & que ED, couppe la peripherie en B. or dautant que du triangle EADC. posé rectiligne [b] les costez EA, EC, sont egaux [c] les angles EADC, ECDA, serōt egaux; [d] mais l'angle externe A DE, est plus grand que l'interne DCE, & par consequēt que EAD, donc AE, & son egal EB, [e] sera plus grand que ED, la partie que le tout, donc la droite AC, ne tombera hors du cercle, mais dedans C.Q.F.D.

a 1.3.
b 15. def, 1.
c 5. 1.
d 16. 1.
e 19. 1.

PRO-

PROPOSITION III.

Si dans le cercle CBD. quelque droite CE. passant par le centre A. couppe quelque autre droite BD. ne passant point par le centre en deux egalement, elle la coupera aussi à angles droicts. Que si elle la couppe à angles droicts elle la couppera aussi en deux egalement. Th. 2.

DEmonst. 1. ayant mené du centre A, les droites AB, AD. a les triangles ABF, AFD, ont tous les costez egaux chacun au sien b partant AFB. AFD. sont egaux & c par consequent droits. a 15. Def. 1. b 8.1. c 10. Def.

Demonst. 2. Les costez AB. AD. sont egaux : l'angle ABD, d egal à l'angle ADB, e & AFB. à AFD, f donc les costez BF, FD, sont egaux. d 5.1. e Const. f 26.1.

PROPOSITIO IV.

Th.3.

Si au cercle ADB, deux droites AB, CD, se coupent & ne passent point par le centre F, elles ne se couperont pas mutuellemẽt l'vne l'autre en deux egalement.

DEmonst. Que l'vne FE. passe par le centre & non l'autre AB, [a] AB, couppera FE inegalement si ny l'vne ny l'autre AB, DC, ne passent par le cẽtre du centre F, se mene la droite FE, & si EA, & EB, sont egales, [b] donc les angles FEA, FEB, sont droicts, pareillement si les droites EC, ED, sont egales l'angle FEC, est droit, donc la partie egale au tout. Ce qui repugne.

a 15. Def.

b 3.3.

PROPOSITION V.

Si deux cercles se couppent l'vn l'autre ils n'auront pas vn mesme centre A. Th. 4.

DEmonst. Ayant mené les droictes AB, AD, a elles seront egales, & aussi les droictes AE, AB, donc la partie AE, au tout AD. Ce qui repugne. a 15. def. 1

PROPOSITION VI.

Th. 5. 

Si deux cercles AB, CB, *se touchent l'vn l'autre interieuremẽt en* B, *ils n'auront pas mesme centre.*

DEmonst. Du centre commun D, ayant mené DB, DC,
15. def. a la ligne DA, est egale à DB, & pour mesme cause les droictes DC, DB, sont egales, partant DA, DC, seront egales, la partie au tout. Ce qui repugne.

PROPOSITION VII.

Si au diametre d'vn cercle AB, *on prend quelque point* G, *qui ne soit pas le centre & d'iceluy poinct* G, *tombe quelques lignes droites* GC, GD, GE, GN, *à la circonference: la plus grande sera* GA, *celle en laquelle est le centre* F, *mais la plus petite celle qui reste* GB. *Quant aux autres tousiours celle qui se trouuera plus proche du centre comme* GC, *sera plus grande que celle qui en sera plus éloignée comme* GD, *& d'iceluy poinct* G, *tombent seulement au cercle deux lignes droites* Th. 6.

egales d'vne part & d'autre de la plus petite ou de la plus grande.

Demonstr. 1. Ayant mené du centre F, les droites FC, FD, FE, FN, les deux costez CF, a 20.1. FG, du triangle CFG, [a] sont plus grands que le troisiesme CG. mais icelles sont egales au tout GA, donc GA, est plus grand que GC.

2. Les deux costez EG, GF, du triangle EGF sont plus grands que le troisiesme EF, partant ils sont plus grands que la ligne FB, son egale, donc si on oste de l'vn & l'autre la commune GF, restera GE, plus grande que GB.

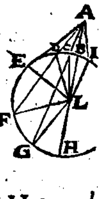
3. Les triangles CFG, DFG, ont les costez FC, FD, egaux, & le costé FG, commun, mais l'angle CFG, plus grand que l'angle

DFG, [b] donc le costé CG, sera b 24.1.
plus grand que DG.

4. Ayant fait l'angle GFN, egal à GFE, [c] GN, GE, seront egales; mais du poinct G, on ne peut pas mener vne troisiesme ligne iusques à la circonference qui soit egale à icelles GN, GE, car GD, ou quelque autre, elle se demonstre comme dessus plus grande que GE, ou plus petite. c 4.1.

PROPOSITION VIII.

Th. 7.



Si hors le cercle BEH, *on prend quelque poinct* A *& d'iceluy point à la circonference on mene des droites* AF, AG, AH, *vne desquelles passe par le centre* L, *les autres comme on voudra de toutes les lignes droites qui tomberont en la circonference concaue la plus grande sera celle qui passera par le centre* L. *mais des autres tousiours la plus proche de celle qui passera par le centre* L, *sera plus grande que la plus éloignée. Au contraire des droites qui tombent en la cir-*

conference conuexe, la plus petite est celle qui tombe entre le poinct A, & le diametre BH. Quant aux autres la plus proche de la plus petite AB, est tousiours plus petite que la plus eloignée, & seulement deux droites pourront estre menées egales du poinct A, au cercle de part & d'autre de la plus petite ou de la plus grande.

DEmonst. 1. Ayant mené les droites LG, LF, les deux costez AL, LG, sçauoir LH, [a] sont plus grāds que le troisiesme AG. donc AH, est plus grāde que AG. a 20.1.

2. Les costez AL, LG, du triangle ALG, sont egaux aux costez LF, LA, du triangle ALF, & l'angle ALG, plus grand que l'angle ALF, donc [b] le costé AG, est plus grand que le costé AF. b 24.1.

3. Ayant mené LC, LD, les 2. costez AC, LC, du triangle ACL, sont plus grands que le troisiesme [c] AL, ostant dõc de chacun les egaux LB, LC, restera AC, plus grand que BA.

c 20.1.

4. Parce que dans le triangle ADL, se ioignent les 2. droictes AC, CL, [d] elles seront plus petites que les costez AD, DL, du triangle ADL. en ostant donc les egales LC, LD, restera DA, plus grande que CA.

d 4.1.

5. L'angle ALI, estant fait egal à ALC. [e] ces deux triangles seront egaux, & partant les costez AI, & AC, egaux, & ne peut on pas mener vne autre droite qui leur [f] soit egale: car elle sera toûjours plus proche ou plus éloignée de AB, & consequemment [g] plus grande ou plus petite.

e 4.1.
f 7.1.
g 21.1

PROPOSITION IX.

Si dans le cercle BCD, *on prend quelque point* A, *& que d'iceluy point tombent à la circonference plus de deux droites egales* AB, AC, AD, *ce poinct pris est le centre du cercle.* Th. 8.

Demonstr. Ayant mené les droites BC, CD, miparties par les droites AE, AF, les triangles ADF, ACF, [a] seront egaux: donc les angles DFA, AFC, egaux, [b] partant droits : donc en la ligne FA, [c] est le centre du cercle, il est le mesme des triangles ACE, ABE : donc en la droite AE, sera le centre du cercle, & veu qu'il n'est pas en deux lieux il doit estre où elles s'entrecouppent.

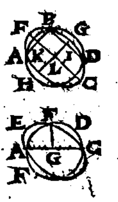
a 8.1.

b 10. def. 1.

c 1.3.

PROPOSITION X.

Tb.9.



Vn cercle AEF, *ne coupe pas vn autre cercle* FDC, *par plus de deux poincts.*

DEmonst. Car qu'il le coup-pe en trois si vous voulez,
a 5.3. a ayant trouué le centre G, du cercle EFC, soient menées les droictes GA, GC, GF, à cause qu'elles sont egales, & qu'elles touchent la circonference de l'vn & l'autre cercle, le poinct
b 9.3. b G, sera le centre commun de
c 5.3. tous deux. c Ce qui est absurde.

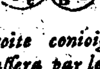
PROPOSITION XI.

Si deux cercles ABC. AED. se touchent l'vn l'autre au dedans A, & que l'on prenne leurs centres, la droite FA, ioignant iceux estant prolongée tombera en l'attouchement desdits cercles A. Th.11.

DEmonst. Estant menée la droicte DE, qui conioint iceux centres qu'elle ne tombe en l'attouchemẽt s'il est possible du poinct F, centre du cercle ADE, menez la droite FA, & du poinct G, centre du cercle ABC, menez GA, les deux costez GF, GA, [a] sont plus grãds que le troisiesme FA. donc plus grands que le costé FD, veu que FA, FD, sont menez du centre à la circonferẽce, ostant donc le commun FG, restera GA, plus grand que le costé GD; mais GA, est egal au co- a 20. 1.

sté GB: donc GB, est plus grande que GD, la partie que le tout.

PROPOSITION XII.



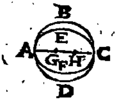
Th.II.

Si deux cercles ABC. EDB. se touchent l'vn l'autre par dehors B, la droite conioignant leurs centres passera par le poinct d'attouchement.

Demonst. Si on le nie. Soit FG vne droite menée d'vn centre à l'autre G, les costez BF, BG, a sont plus grands que le troisiesme FG, lequel pourtant se prouuera plus grand; car FC, FB, sont egaux estans tirez du centre à la circonference : semblablement GB, GD: donc si à iceux on adiouste CD. FG, sera plus grande que FB, & BG, ensemble: donc la droite GF, ne conioinct pas lesdits centres.

a 20. I.

PROPOSIT. XIII.



Vn cercle ne Th. 12.
touche pas vn autre cercle en plus d'vn poinct soit qu'il le touche au dedans ou au dehors.

DEmonst. S'il le touche en deux poincts posez en A, & C, a le centre deura estre en vne a 11. &
ligne qui ioigne le touchement 12.3.
des cercles; or les deux b ne peu- b 6. 3.
uent auoir vn mesme centre: donc en cette droite il y aura deux centres posé G, & H, ce qui ne peut estre, veu qu'vne ligne ne peut estre mi-partie qu'en vn poinct.

PROPOSITION XIV.

Fi.13.

Au cercle A BC, *les droictes egales* AB, DC, *sont egalement distantes du centre* E, *& celles egalement distantes sont egales.*

DEmonstr. Du centre E, sur les droites egales AB, CD, a abaissez les perpendicules EF, EG, b les droictes AB, CD, seront couppées en deux egalement en F, & G, puis ayant mené les droictes EA, ED, c le quarré de ED, ou EA, est egal aux quarrez des droites DG, GE, ou AF, FE, estant donc les egales EA, ED; AF, GD; restera FE, egale à EG, & par consequent les

a 12.1
b 3.3.
c 47.1.

les droictes AB, CD, [d] sont egalement distantes du centre. *d 4. def. 3.*

En second lieu, supposant FE, EG, egales appert des choses demonstrées que les quarrez EG, GD, sont egaux aux quarrez EF, FA, & le quarré EG, egal au quarré EF: donc le quarré FA, egal au quarré GD, [e] partant les droictes BA, DC, egales entr'elles. *e 7. Ax.*

PROPOSITION XV.

Th. 14.

Au cercle ABC, *la plus grande ligne est le diametre* AF; *mais des autres* BE, *la plus proche du centre* G, *sera tousiours plus grande que la plus éloignée.*

DEmonstr. 1. Ayant mené GB, GE, les deux costez GB, GE, du triangle GBE, [a] sont plus grands que le troisiesme BE. mais iceux sont egaux au diametre AF: donc AF, est plus grand que BE.

a 20. 1.

Ayant mené les droictes GC, GD, les deux costez GC, GD, sõt egaux, aux costez GB, GE; mais l'angle BGE, est plus grand [b] que l'angle CGD. donc le costé BE, est plus grand que le costé CD.

b 24. 1.

PROPOSITION. XVI.

Si par l'extremité d'vn diametre AC. *on tire vne droicte* EF, *qui fasse angles droicts auec luy elle tombera hors le cercle* ABC. *&* *entre icelle* EF, *& la circonference* AHB, *ne tombera pas vne autre ligne droite* GA. *Et l'angle du demi-cercle* DAB, *est plus grand que tout angle rectiligne aigu ; mais celuy qui reste est plus petit.* Th.15

DEmonst. 1. Si elle ne tombe pas dehors qu'elle tombe dedans comme la droite BA: donc du triangle ADB, les deux costez DA, DB, [a] sont egaux: donc aussi les angles DAB, DBA, [b] sont egaux, & partant valent chacun vn droict. [c] Ce qui est absurde.

a 15. Def. 1.
b 5. 1.
c 17. 1.

2. Soit menée GA, s'il est possible [d] du centre D, sur icelle on pourra mener la perpendicule DG, & ainsi l'angle DGA, estant droit l'angle DAG, [e] sera moindre qu'vn droict, & partant le costé DG [f] moindre que le costé DA, ou DH, son egale le tout que la partie. Ce qui est absurde.

d 12. 1.
e 17. 1.
f 19. 1.

3. Pour faire vn angle aigu plus grand que l'angle du demi-cercle DAB, il faudroit mener vne droicte entre EA, & la peripherie AB, mais on a desia monstré cela estre impossible.

4. Si on pouuoit faire vn angle rectiligne moindre que l'angle mixte EAHB, on meneroit vne droicte entre AE, & la cir-

conference AB. Ce qui ne se peut comme a esté dit.

Corollaire. S'ensuit de ce que dessus qu'vne droite menée perpendiculairement à l'extremité d'vn diametre, touche le cercle en vn seul poinct non en plusieurs : car si elle touchoit en plusieurs g elle tomberoit dans le cercle. g 2.3.

PROPOSIT. XVII.

Prob. 2.

D'vn point donné A. *mener vne ligne droite* AC. *qui touche vn cercle donné* BCD.

Construction. Du centre D, & interualle DA, soit faite vne portion de cercle AE, & menée DA, puis du poinct B, sur AD, soit éleuee la perpendicule DE, puis soit iointe la droicte DE, du point A, soit menée AC, elle touchera le cercle BCD.

Demonst. Les triangles ADC, BED, [a] ont les costez DA, DE, DB, DC, egaux, & l'angle D, commun: [b] donc l'angle EBD, estant droict l'angle DCA, sera aussi droit, partant [c] la droicte AC, touchera le cercle.

a 15. def. 1.
b 4. 1.
c 16. 3.

PROPOSIT. XVIII.

Si quelque droite A B. *touche vn cercle* DCE. *& que du centre* D *on mene vne droite* DC *au poinct d'attouchement, icelle sera perpendiculaire à la touchante* AB. Th. 16.

DEmonst. Si DC. n'est perpédiculaire queDB. la soit, puis donc que l'angle B, est droit [a] l'angle C. sera moindre qu'vn droit: donc [b] le costé DC, sera plus grand que le costé DB, la partie que le tout. Ce qui est absurde.

a 17. 1.
b 19. 1.

PROPOSITION XIX.

Th. 17.

Si vne droicte AB. *touche vn cercle* EDC. *& que de l'attouchement* C *on tire vne droite* EC, *perpendiculaire à la touchante en icelle perpendiculo* EC. *sera le centre du cercle* D.

DEmonst. Autrement que le centre soit en F. du point F, soit menée à l'attouchement C, la droicte FC, [a] elle sera perpendiculaire à la touchante, partant les angles droicts BCF, BCE, seront egaux la partie au tout.

a 18.3

PRO-

PROPOSITION XX.

Au cercle D FGA. *l'angle* BEC. *au centre* E, *est double de l'angle* BAC, *qui est à la circonference lors que lesdits angles ont vne mesme circonference pour base* BC. Th.18.

DEmonst. 1. Que les droictes AB, AC, enferment les droictes EB, EC, & soit menée AF, par le centre E, les deux costez EA, EB, seront egaux : a donc les angles EBA, EAB, egaux ; mais l'angle BEF, est egal b aux deux EAB, EBA : donc double de l'angle BAE ; dites le mesme de l'angle FEC, au respect de l'angle EAC, par cõsequent le tout BEC, a 5.1. b 32.1.

sera double du tout BAC.

2. Que les droictes DG, DB, n'enferment les droictes EG, EB. parce que les costez ED, EB, sont egaux, les angles EDB. EBD
c seront egaux : or l'angle GEB,
e 5.1 d 32.1. est [d] egal à ces deux : donc le mesme sera double de l'angle GDB.

3. Que les triangles BEC, BDC, s'entrecouppent & soit menée la droite DG, par le centre E, tout l'angle GEC, sera double de tout l'angle GDC. mais l'angle GEB, est double de l'angle GDB: donc le reste BEC, sera double du reste BDC. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION XXI.

Au cercle AD, CB, *les angles* BAC, BDC, *qui sont en vn mesme segment* BADC, *sont egaux entr'eux.* Tb.15

Demonst. [a] L'angle BEC, est double de l'angle BAC, & double de l'angle BDC: [b] donc les angles BAC, BDC, sont egaux entr'eux. a 29.3 b 1. ax.

PROPOSITION XXII.

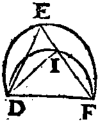
Th. 20.

Les quadrilateres inscripts au cercle AB CD, *ont les angles opposez* DCB, BAD, *egaux à deux droits.*

Demonst. Ayant mené les diagonales AC. DB. les angles ADB, ACB, en vne mesme portion [a] sont egaux semblablemēt les angles BAC, BDC: donc tout l'angle ADC, est egal aux angles BCA, BAC. Mais les angles BCA, BAC, [b] auec le troisiesme ABC, valent deux droicts: donc l'angle ADC, egal aux angles BCA, BAC, auec l'angle ABC, vaut deux droicts; on dira le mesme des autres angles opposez: donc &c.

a 21. 3.
b 32. 1.

PROPOSITION XXIII.



Sur vne mesme ligne droite DF, *on ne constituëra pas deux segments de cercles* DIF, DEF, *mesme part qui soient semblables & inegaux.* Fb.24

DEmonst. Car s'il est possible que lesdits segments DIF, DEF, soient semblables, ayant mené les droictes ED, EF, ID, [a] les angles DIF, DEF, seront egaux. [b] Ce qui est absurde.

a 11.3. def.3.
b 16.1.

PROPOSIT. XXIV.

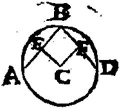
Fi. 22

Semblables segmẽts de cercle cõstituez sur lignes droictes egales AB, DF, *sont egaux entr'eux.*

Demonst. Que l'on pose AB, sur DF, [a] elles conuiendront: si donc les segments ne s'accordent pas, l'arc de l'vn se trouuera tout à fait hors de l'autre. [b] Ce qui est absurde; ou il sera partie dedans, partie dehors, & ainsi vn cercle coupera l'autre en plus d'vn poinct contre la 10. du 3.

a 8. ax.
b 23. 3.

PROPOSITION XXV.



Vn segment de cercle estāt donné ABD. descrire le cercle duquel il est segment. Prob. 3.

PRatique. Au segment donné soient pris trois points à discretion AB[illegible], & ayant mené les droictes AB, BD, & icelle diuisée par la moitié & à angles droicts par les droictes CE, C[illegible], le poinct C, où elles s'entrecouppent sera le centre.

Demonst. a Le centre est en CE, & aussi en CF: donc en C, où elles s'entrecouppent: car vn cercle ne peut auoir qu'vn centre. a 1. 3.

PROPOSITION XXVI.

Th. 23

Aux cercles egaux ABC. DEF. *les angles egaux* G. H, B. E. *s'appuient sur conferences egales, soit qu'ils soiēt constituez aux centres* G. H. *ou bien aux circonferences* B. E.

DEmonst. 1. Au triangle AGC, les costez GA, GC, & l'angle G, sont posez egaux aux costez HD, HF, & l'angle H du triāgle DHF. a partant les bases AC, DF sont egales : b donc les circonferences AC. DF sont aussi egales.

a 4. 1.
b 24. 3.

Demonst. 2. Les angles ABC. DEF sont posez egaux : c donc les segments ABC. DEF sont séblables, partant egaux, veu que les droictes AC, DF d sont egales, estant donc iceux segments des cercles egaux ABC, DEF, resteront les segments AC, DF, egaux.

c Def. 10, 3.
d 23. 3.
e. 3. ax.

PROPOSIT. XXVII.

Aux cercles egaux ABC. DEF. *les angles qui s'appuient sur circonferences egales* AC. DF *sõt egaux entr'eux, soit qu'ils soient constituez aux centres G. H. ou aux circonferences.* Th. 24.

DEmonst. S'ils ne sont egaux, soit l'vn d'iceux AGC, plus grand que l'autre DHF. [a] auquel soit fait egal l'angle AGI. la circonference AI. [b] sera egale à la DF, mais icelle DF est posée egale à AC. donc AC & AI seront egales, la partie au tout, [c] dites le mesme des angles B & E, que des susdits G. & H, leurs doubles.

a 23. 1.

b 26. 3.

c 7. ax.

PROPOSIT. XXVIII.

Fi.25.

Aux cercles egaux ABC, DEF, *les droites egales* AC. DF. *retranchent circonferences egales* AC.DF. ABC. DEF. *la plus grande de la plus grande, & la moindre de la moindre.*

DEmonstr. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. les triangles AGC. DHF. [a] sont
a 8. 1. egaux: donc l'angle G, egal à
b 26. 3. l'angle H, partant [b] les circon-
c 3. ax. ferences AC, & DF, egales: [c] donc les restantes ABC, DEF, aussi egales.

PROPOSIT. XXIX.

Aux cercles egaux ABC. DEF. *les circonferences egales* ABC. DEF. AC. DF. *sont soustenduës de lignes droictes egales* AC. DF. Th.28.

DEmonst. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. [a] les angles G, & H, seront egaux : aussi les costez GA, GC, HD, HF, sont egaux par l'hypothese: donc [b] les bases AC. DF. seront egales.

a 27. 3.
b 4. 1.

PROPOSITION XXX.

Prob. 4.

Couper en deux egalement vne circonference donnée, ſçauoir ABC, en B.

Conſtruction. Menez la droite AC. & la diuiſez [a] en deux egalement en D. par la perpendiculaire BD. la peripherie ſera couppée en deux egalement en B.

a 10. 1.

Dem. Ayant mené les droites AB. CB. les triangles ABD. DBC. ſont ſelon la 4. Prop. du premier, partant les coſtez AB. CB. ſont egaux, & par conſequent [b] les circonferences qu'elles ſouſtendent ſont egales.

b 28. 3.

PROPOSITION XXXI.

Au cercle ABEC. *l'angle* ABC. *qui est au demi cercle est droit: mais celuy qui est au plus grand segment* BCA, *est plus petit qu'vn droit, & celuy qui est au plus petit* BEC. *est plus grand qu'vn droict. Dauantage, l'angle* CBA. *de la droite* CB. *& de la peripherie* BA. *du plus grand segment, est plus grand qu'vn droict: mais l'angle* EBC. *de la peripherie* EB, *& de la droite* BC. *du moindre segment, est moindre qu'vn droict.* T. 27.

DEmonstr. 1. Ayant mené du centre D, les droictes DA, DB, DC, les [a] angles DAB, DBA, seront egaux, & aussi les angles DCB, DBC: donc tout l'angle a 5. 1.

ABC. est egal aux angles A, & DCB. [b] mais à iceux est egal l'angle FBC: donc l'angle ABC, [c] est droict.

b 32. 1.
c 33. 1.

2. L'angle ABC. est droict: donc l'angle ACB. au plus grand segment [d] est moindre qu'vn droict.

d 32. 1.

3. *Soit fait le quadrilatere EA,* l'angle A, [e] est moindre qu'vn droict: donc l'angle BEC, au moindre segment, est [f] plus grand qu'vn droict.

e 1. *demonst.*
f 22. 3

4. L'angle de la circonference AB, & de la *droicte CB*, est plus grand que l'angle droit composé des droictes AB, BC, le tout que *la partie.*

5. L'angle EBC. composé de la circonference EB. & de la droite CB, est *moindre* que l'angle droict FBC. la partie que le tout.

PROPOSITION XXXII.

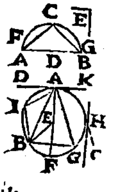
Si quelque ligne droicte AB. *touche le cercle* CEF, *& que de l'attouchement* C, *on mene quelque droicte* DC, *ou* EC, *coupant le cercle, les angles qu'elle fera auec la touchante seront egaux aux angles qui sont aux portions alternes du cercle. C'est à dire que l'angle* ACE, *est egal à l'angle* F, *& l'angle* BCE, *à l'angle* G. Th.28.

DEmonst. Ayant mené la perpendicule DC, veu que l'angle ACD, est droict, l'angle qui seroit fait au demi-cercle a luy seroit egal; mais l'angle n'est pas droict, comme ACE, premie- a 31.1

rement menez la droicte DC, par le centre, puis prenez quelque poinct en la circonference, soit G, & soient menées les droictes DE, EG, GC, dautant que l'angle DEC. au demi-cercle [b] est droit,
b 31.5 les autres deux ECD, EDC, [c] va-
c 32.1 lent vn droict; mais les angles ACE, ECD, valent aussi vn droit; veu que la droicte DC, est perpendiculaire: ostant donc l'angle commun ECD, restera ACE
d 27.3 egal à l'angle EDC. [d] qui est egal à l'angle CFE: donc aussi l'angle ACE, egal à l'angle CFE, en apres veu que du quadrilatere DG, les angles EDC, EGC, en
e 22.3 la circonference & opposez [e] valent deux droicts, comme aussi les angles ACE, ECB. ostant des susdits angles egaux CDE, ACE, resteront les angles CGE, ECB: egaux entr'eux.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.



Sur vne droicte donnée AB, descrire vne portion de cercle capable d'vn angle egal à vn angle rectiligne donné. Prob. 5.

Onst. Si l'angle donné est droict comme E. la droicte AB, diuisée par la moitié en D, du centre D, interualle DA, faites le demi cercle AFCB, puis menez les droictes AC, CB, l'angle ACB,[a] en la circonference droict. a 31.

l'angle donné est aigu, cõ-, & que BA, 2. figure soit ne donnée au poinct A, soit

b 23.1. fait l'angle DAB, [b] egal au donné C, & au poinct A, ayant mené la perpendicule FA, soit fait l'angle EBA, egal à l'angle EAB,
c 6.1. les costez EB, EA, [c] seront egaux, parquoy si du poinct E, & interualle EA, vous faites vn cercle, il passera par le poinct B. Cela posé que FA, soit le diametre, & DA perpendiculaire à iceluy, elle [d] touchera le cercle, partant
d Cor. 16.3. e 32.3 l'angle DAB, [e] sera egal à tout angle quelconque qui sera fait en la portion alterne du cercle comme AGB, par consequent la portion AHGB, contient vn angle egal à l'angle donné C. Que si l'angle donné est obtus, comme H. ce sera la mesme demonstration: car l'angle AIB [e] sera egal à l'angle H.

PROPOSITION XXXIV.

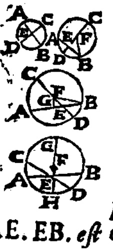
D'vn cercle donné ABC. *retranchez vne portion* CBA. *capable d'vn angle* B, *egal à l'angle rectiligne donné* D. Prob. 6

SOit menée [a] la tangente EF. au poinct A. & fait l'angle CAE. [b] egal au donné D, la portion ABC. [c] comprendra vn angle B, egal au donné.

a 17.3
b 23.1
c 32.3

PROPOSIT. XXXV.

Fig. 29.



Si dans vn cercle ADBC. *deux droictes* AB. CD. *se couppent l'vne l'autre en* F, *le rectangle compris sous les parties de l'vne* AE. EB. *est egal au rectangle contenu sous les parties de l'autre* CE. ED.

DEmonstr. 1. Si les droictes AB. CD. se couppent au centre vn rectangle sera egal à l'autre, à cause que les quatre parties sont egales.

2. Si la seule HD, passe par le centre F. & diuise la droicte AB,

13.3. par la moitié en E, & [a] par consequët en angles droits soit menée FB. [b] le quarré FD, ou son egal FB, est egal au rectangle DE.EC auec le quarré EF, & le mesme FB. est aussi egal [c] aux deux quarrez BE, EF, ostant donc le commun quarré EF, reste le rectangle des parties DE, EC egal au quarré BE, ou au rectangle des parties AE, EB, qui sont egales. b 5.2. c 47.1.

3. La droicte CD, passant par le centre F, sans coupper la droicte AB, en deux moitiez en E, soit menée la droicte FB. & la perpendicule FG. [d] le rectangle sous CE, ED, auec le quarré EF, est egal au quarré FD, ou FB, ou aux deux quarrez BG. GF. mais le rectangle AE. EB. auec le quarré EG. est egal au quarré GB. & en adioustant le quarré GF. le rectangle AE. EB, auec les deux quarrez EG, GF, ou le seul quarré EF. qui leur est egal, d 5.2.

ABC. est egal aux angles A, & DCB.[b] mais à iceux est egal l'angle FBC: donc l'angle ABC,[c] est droict.

b 32. 1.
c 33. 1.

2. L'angle ABC. est droict: donc l'angle ACB. au plus grand segment [d] est moindre qu'vn droict.

d 32. 1.

3. Soit fait le quadrilatere EA, l'angle A, [e] est moindre qu'vn droict : donc l'angle BEC, au moindre segment, est [f] plus grand qu'vn droict.

e 1. demonst.
f 22. 3

4. L'angle de la circonference AB, & de la droicte CB, est plus grand que l'angle droit composé des droictes AB, BC, le tout que la partie.

5. L'angle EBC. composé de la circonference EB. & de la droite CB, est moindre que l'angle droict FBC. la partie que le tout.

PROPOSITION XXXII.

Si quelque ligne droicte AB. *touche le cercle* CEF, *& que de l'attouchement* C, *on mene quelque droicte* DC, *ou* EC, *coupant le cercle, les angles qu'elle fera auec la touchante seront egaux aux angles qui sont aux portions alternes du cercle. C'est à dire que l'angle* ACE, *est egal à l'angle* F, *& l'angle* BCE, *à l'angle* G. Th. 28.

DEmonst. Ayant mené la perpendicule DC, veu que l'angle ACD, est droict, l'angle qui seroit fait au demi-cercle a luy seroit egal; mais l'angle n'est pas droict, comme ACE, premie- a 31.3

rement menez la droicte DC, par le centre, puis prenez quelque poinct en la circonference, soit G, & soient menées les droictes DE, EG, GC, d'autant que l'angle DEC. au demi-cercle [b] est droit;
b 31.5 les autres deux ECD, EDC, [c] va-
c 32.1 lent vn droict; mais les angles ACE, ECD, valent aussi vn droit; veu que la droicte DC, est perpendiculaire : ostant donc l'angle commun ECD, restera ACE
d 27.3 egal à l'angle EDC. [d] qui est egal à l'angle CFE : donc aussi l'angle ACE, egal à l'angle CFE; en apres veu que du quadrilatere DG, les angles EDC, EGC, en
e 22.3 la circonference & opposez [e] valent deux droicts, comme aussi les angles ACE, ECB. ostant des susdits angles egaux CDE, ACE, resteront les angles CGE, ECB egaux entr'eux.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Sur vne droicte donnée AB, descrire vne portion de cercle capable d'vn angle egal à vn angle rectiligne donné. Prob. 5.

COnst. Si l'angle donné est droict comme E. la droicte AB, diuisée par la moitié en D, du centre D, interualle DA, faites le demi cercle AFCB, puis menez les droictes AC, CB, l'angle ACB,[a] en la circonference sera droict. a 31 3.

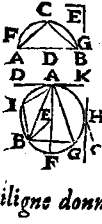
Si l'angle donné est aigu, cõme C, & que BA, 2. figure soit la ligne donnée au poinct A, soit

rement menez la droicte DC, par le centre, puis prenez quelque poinct en la circonference, soit G, & soient menées les droictes DE, EG, GC, dautant que l'angle DEC. au demi-cercle [b] est droit, les autres deux ECD, EDC, [c] valent vn droict; mais les angles ACE, ECD, valent aussi vn droit, veu que la droicte DC, est perpendiculaire: ostant donc l'angle commun ECD, restera ACE egal à l'angle EDC. [d] qui est egal à l'angle CFE: donc aussi l'angle ACE, egal à l'angle CFE, en apres veu que du quadrilatere DG, les angles EDC, EGC, en la circonference & opposez [e] valent deux droicts, comme aussi les angles ACE, ECB. ostant des susdits angles egaux CDE, ACE, resteront les angles CGE, ECB. egaux entr'eux.

b 31.5
c 32.1
d 27.3
e 22.3

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.



Sur vne droicte donnée AB, *descrire vne portion de cercle capable d'vn angle egal à vn angle rectiligne donné.* Prob. 5.

COnst. Si l'angle donné est droict comme E. la droicte AB, diuisée par la moitié en D, du centre D, interualle DA, faites le demi cercle AFCB, puis menez les droictes AC, CB, l'angle ACB,[a] en la circonference sera droict. a 31 3.

Si l'angle donné est aigu, cõme C, & que BA, 2. figure soit la ligne donnée au poinct A, soit

PROPOSIT. XXVIII.

Fi. 25. 

Aux cercles egaux ABC, DEF, *les droites egales* AC. DF. *retranchent circonferences egales* AC. DF. ABC. DEF. *la plus grande de la plus grande, & la moindre de la moind*[illegible]

DEmonstr. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. les triangles AGC. DHF. [a] sont

a 8. 1. egaux: donc l'angle G, egal à

b 26. 3. l'angle H, partant [b] les circonferences AC, & DF, egales: [c] donc

c 3. ax. les restantes ABC, DEF, aussi egales.

PROPOSIT. XXIX.

Aux cercles Th. 28.
egaux ABC. DEF. *les circonferences egales* ABC. DEF. AC. DF. *sont soustenduës de lignes droictes egales* AC. DF.

DEmonst. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. [a] les angles G, & H, seront egaux : aussi les costez GA, GC, HD, HF, sont egaux par l'hypothese: donc [b] les bases AC. DF. seront egales.

a 27. 3.
b 4. 1.

PROPOSITION XXX.

Prob. 4.

Couper en deux egalement vne circonference donnée, ſçauoir ABC, en B.

CONſtruction. Menez la droite AC. & la diuiſez a en deux egalement en D. par la perpendiculaire BD. la peripherie ſera couppée en deux egalement en B.

a 10. 1.

Dem. Ayant mené les droites AB. CB. les triangles ABD. DBC. ſont ſelon la 4. Prop. du premier, partant les coſtez AB. CB. ſont egaux, & par conſequent b les circonferences qu'elles ſouſtendent ſont egales.

b 28. 3.

PROPOSITION XXXI.

Au cercle ABEC. *l'angle* ABC. *qui est au demi cercle est droit: mais celuy qui est au plus grand segment* BCA, *est plus petit qu'vn droit, & celuy qui est au plus petit* BEC. *est plus grand qu'vn droict. Dauantage, l'angle* CBA. *de la droite* CB. *& de la peripherie* BA. *du plus grand segment, est plus grand qu'vn droict: mais l'angle* EBC. *de la peripherie* EB, *& de la droite* BC. *du moindre segment, est moindre qu'vn droict.* To.27.

DEmonstr. 1. Ayant mené du centre D, les droictes DA, DB, DC, les [a]angles DAB, DBA, seront egaux, & aussi les angles DCB, DBC: donc tout l'angle a 5.1.

ABC. eſt egal aux angles A, & DCB.[b] mais à iceux eſt egal l'angle FBC: donc l'angle ABC,[c] eſt droict.

b 32. 1.
c 33. 1.

2. L'angle ABC. eſt droict: donc l'angle ACB. au plus grand ſegment [d] eſt moindre qu'vn droict.

d 32. 1.

3. Soit fait le quadrilatere EA, l'angle A, [e] eſt moindre qu'vn droict: donc l'angle BEC, au moindre ſegment, eſt [f] plus grand qu'vn droict.

e 1. demonſt.
f 22. 3

4. L'angle de la circonference AB, & de la droicte CB, eſt plus grand que l'angle droit composé des droictes AB, BC, le tout que la partie.

5. L'angle EBC. composé de la circonference EB. & de la droite CB, eſt moindre que l'angle droict FBC. la partie que le tout.

PROPOSITION XXXII.

Si quelque ligne droicte AB. *touche le cercle* CEF, *& que de l'attouchement* C, *on mene quelque droicte* DC, *ou* EC, *coupant le cercle, les angles qu'elle fera auec la touchante seront egaux aux angles qui sont aux portions alternes du cercle. C'est à dire que l'angle* ACE, *est egal à l'angle* F, *& l'angle* BCE, *à l'angle* G. Th.28.

DEmonst. Ayant mené la perpendicule DC, veu que l'angle ACD, est droict, l'angle qui seroit fait au demi-cercle a luy seroit egal; mais l'angle n'est pas droict, comme ACE, premie- a 31.1

rement menez la droicte DC, par le centre, puis prenez quelque poinct en la circonference, soit G, & soient menées les droictes DE, EG, GC, dautant que l'angle DEC. au demi-cercle [b] est droit,
b 31.5
c 32.1
les autres deux ECD, EDC, [c] valent vn droict; mais les angles ACE, ECD, valent aussi vn droit; veu que la droicte DC, est perpendiculaire: ostant donc l'angle commun ECD, restera ACE
d 27.3
egal à l'angle EDC. [d] qui est egal à l'angle CFE: donc aussi l'angle ACE, egal à l'angle CFE, en apres veu que du quadrilatere DG, les angles EDC, EGC, en
e 22.3
la circonference & opposez [e] valent deux droicts, comme aussi les angles ACE, ECB. ostant des susdits angles egaux CDE, ACE, resteront les angles CGE, ECB: egaux entr'eux.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Sur vne droicte donnée AB, descrire vne portion de cercle capable d'vn angle egal à vn angle rectiligne donné. Prob. 5.

CONST. Si l'angle donné est droict comme E, la droicte AB, diuisée par la moitié en D, du centre D, interualle DA, faites le demi cercle AFCB, puis menez les droictes AC, CB, l'angle ACB,[a] en la circonference sera droict. a 31 3.

Si l'angle donné est aigu, cõme C, & que BA, 2. figure soit la ligne donnée au poinct A, soit

PROPOSIT. XXVIII.

Fi.25.

Aux cercles egaux ABC, DEF, *les droites egales* AC. DF. *retranchent circonferences egales* AC.DF.ABC. DEF. *la plus grande de la plus grande, & la moindre de la moindre.*

DEmonstr. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. les triangles AGC. DHF. [a] sont
a 8. 1. egaux: donc l'angle G, egal à
b 26. 3. l'angle H, partant [b] les circon-
c 3. ax. ferences AC, & DF, egales: [c] donc les restantes ABC, DEF, aussi egales.

PROPOSIT. XXIX.

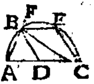
Aux cercles egaux ABC. DEF. *les circonferences egales* ABC. DEF. AC. DF. *sont soustenduës de lignes droictes egales* AC. DF. Th. 28.

DEmonst. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. [a] les angles G, & H, seront egaux : aussi les costez GA, GC, HD, HF, sont egaux par l'hypothese: donc [b] les bases AC. DF. seront egales.

a 27. d. 3.

b 4. d. 1.

PROPOSITION XXXI.



Au cercle ABEC. *l'angle* ABC. *qui est au demi cercle est droit : mais celuy qui est au plus grand segment* BCA, *est plus petit qu'vn droit, & celuy qui est au plus petit* BEC. *est plus grand qu'vn droict. Dauantage, l'angle* CBA. *de la droite* CB. *& de la peripherie* BA. *du plus grand segment, est plus grand qu'vn droict: mais l'angle* EBC. *de la peripherie* EB, *& de la droite* BC. *du moindre segment, est moindre qu'vn droict.* Th.27.

DEmonstr. 1. Ayant mené du centre D, les droictes DA, DB, DC, les [a] angles DAB, DBA, seront egaux, & aussi les angles DCB, DBC : donc tout l'angle a 5.1.

ABC. eſt egal aux angles A, & DCB. b mais à iceux eſt egal l'angle FBC: donc l'angle ABC, c eſt droict.

b 32. 1.
c 33. 1.

2. L'angle ABC. eſt droict: donc l'angle ACB. au plus grand ſegment d eſt moindre qu'vn droict.

d 32. 1.

3. Soit fait le quadrilatere EA, l'angle A, e eſt moindre qu'vn droict : donc l'angle BEC, au moindre ſegment, eſt f plus grand qu'vn droict.

e 1. demonſt.
f 22. 3

4. L'angle de la circonference AB, & de la droicte CB, eſt plus grand que l'angle droit composé des droictes AB, BC, le tout que la partie.

5. L'angle EBC. composé de la circonference EB. & de la droite CB, eſt moindre que l'angle droict FBC. la partie que le tout.

PROPOSITION XXXII.

Si quelque ligne droicte AB. *touche le cercle* CEF, *& que de l'attouchement* C, *on mene quelque droicte* DC, *ou* EC, *coupant le cercle, les angles qu'elle fera auec la touchante seront egaux aux angles qui sont aux portions alternes du cercle. C'est à dire que l'angle* ACE, *est egal à l'angle* F, *& l'angle* BCE, *à l'angle* G. Th.28.

DEmonst. Ayant mené la perpendicule DC, veu que l'angle ACD, est droict, l'angle qui seroit fait au demi-cercle a luy seroit egal; mais l'angle n'est pas droict, comme ACE, premie- a 31.1

rement menez la droicte DC, par le centre, puis prenez quelque poinct en la circonference, soit G, & soient menées les droictes DE, EG, GC, d'autant que l'angle
b 31.5 DEC. au demi-cercle [b] est droit,
c 32.1 les autres deux ECD, EDC, [c] valent vn droict; mais les angles ACE, ECD, valent aussi vn droit; veu que la droicte DC, est perpendiculaire: ostant donc l'angle commun ECD, restera ACE
d 27.3 egal à l'angle EDC. [d] qui est egal à l'angle CFE: donc aussi l'angle ACE, egal à l'angle CFE, en apres veu que du quadrilatere DG, les angles EDC, EGC, en
e 22.3 la circonference & opposez [e] valent deux droicts, comme aussi les angles ACE, ECB. ostant des susdits angles egaux CDE, ACE, resteront les angles CGE, ECB, egaux entr'eux.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Sur vne droicte donnée AB, descrire vne portion de cercle capable d'vn angle egal à vn angle rectiligne donné. Prob. 5.

COnst. Si l'angle donné est droict comme E. la droicte AB, diuisée par la moitié en D, du centre D, interualle DA, faites le demi cercle AFCB, puis menez les droictes AC, CB, l'angle ACB, [a] en la circonference sera droict. a 31 4.

Si l'angle donné est aigu, cõme C, & que BA, 2. figure soit la ligne donnée au poinct A, soit

PROPOSITION XXVI.

Th. 23

Aux cercles egaux ABC. DEF. *les angles egaux* G. H. B. E. *s'appuient sur conferences egales, soit qu'ils soiêt constituez aux centres* G. H. *ou bien aux circonferences* B. E.

DEmonst. 1. Au triangle AGC, les costez GA, GC, & l'angle G, sont posez egaux aux costez HD, HF, & l'angle H du triãgle DHF. a partant les bases AC.
a 4. 1. b 24.3. DF sont egales: b donc les circonferences AC. DF sont aussi egales.

c Def. 10,3. Demonst. 2. Les angles ABC. DEF sont posez egaux: c donc les segments ABC. DEF sont sẽblables, partant egaux, veu que
d 23.3. les droictes AC, DF d sont egales, estant donc iceux segments des cercles egaux ABC, DEF, resteront les segments AC, DF,
ax. egaux.

PROPOSIT. XXVII.

Aux cercles egaux ABC.DEF. *les angles qui s'appuient sur circonferences egales* AC.DF *sõt egaux entr'eux, soit qu'ils soient constituez aux centres* G. H. *ou aux circonferences.* Th. 24.

DEmonst. S'ils ne sont egaux, soit l'vn d'iceux AGC, plus grand que l'autre DHF. [a] auquel soit fait egal l'angle AGI. la circonference AI. [b] sera egale à la DF, mais icelle DF est posée egale à AC. donc AC & AI seront egales, la partie au tout, [c] dites le mesme des angles B & E, que des susdits G. & H, leurs doubles.

a 23.1.

b 26.3.

c 7. ax.

PROPOSIT. XXVIII.

Fi.25. *Aux cercles egaux* ABC, DEF, *les droites egales* AC. DF. *retranchent circonferences egales* AC.DF.ABC. DEF. *la plus grande de la plus grande, & la moindre de la moindre.*

DEmonstr. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. les triangles AGC. DHF. [a] sont
a 8. 1. egaux: donc l'angle G, egal à
b 26. 3. l'angle H, partant [b] les circon-
c 3. ax. ferences AC, & DF, egales: [c] donc les restantes ABC, DEF, aussi egales.

PROPOSIT. XXIX.

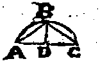
Aux cercles egaux ABC. DEF. *les circonferences egales* ABC. DEF. AC. DF. *sont soustenduës de lignes droictes egales* AC. DF. Th. 26.

DEmonst. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. [a] les angles G, & H, seront egaux : aussi les costez GA, GC, HD, HF, sont egaux par l'hypothese : donc [b] les bases AC. DF. seront egales.

a 27. d. 3.
b 4. d. 1.

PROPOSITION XXX.

Prob. 4.



Couper en deux egalement vne circonference donnée, sçauoir ABC, en B.

CОnstruction. Menez la droite AC. & la diuisez [a] en deux egalement en D. par la perpendiculaire BD. la peripherie sera couppée en deux egalement en B.

a 10. 1.

Dem. Ayant mené les droites AB. CB. les triangles ABD. DBC. sont selon la 4. Prop. du premier, partant les costez AB. CB. sont egaux, & par consequent [b] les circonferences qu'elles soustendent sont egales.

b 28. 3.

PROPOSITION XXXI.

Au cercle ABEC. *l'angle* ABC. *qui est au demi cercle est droit: mais celuy qui est au plus grand segment* BCA, *est plus petit qu'vn droit, & celuy qui est au plus petit* BEC. *est plus grand qu'vn droict. Dauantage, l'angle* CBA. *de la droite* CB. *& de la peripherie* BA. *du plus grand segment, est plus grand qu'vn droict: mais l'angle* EBC. *de la peripherie* EB, *& de la droite* BC. *du moindre segment, est moindre qu'vn droict.* T.o.27.

DEmonstr. 1. Ayant mené du centre D, les droictes DA, DB, DC, les [a] angles DAB, DBA, seront egaux, & aussi les angles DCB, DBC: donc tout l'angle a 5.1.

ABC. est egal aux angles A, & DCB.[b] mais à iceux est egal l'angle FBC: donc l'angle ABC,[c] est droict.

b 32. 1.
c 33. 1.

2. L'angle ABC. est droict: donc l'angle ACB. au plus grand segment [d] est moindre qu'vn droict.

d 32. 1.

3. Soit fait le quadrilatere EA, l'angle A, [e] est moindre qu'vn droict : donc l'angle BEC, au moindre segment, est [f] plus grand qu'vn droict.

e 1. demonst.
f 22. 3

4. L'angle de la circonference AB, & de la droicte CB, est plus grand que l'angle droit composé des droictes AB, BC, le tout que la partie.

5. L'angle EBC. composé de la circonference EB. & de la droite CB, est moindre que l'angle droict FBC. la partie que le tout.

PROPOSITION XXXII.

Si quelque ligne droicte AB. *touche le cercle* CEF, *& que de l'attouchement* C, *on mene quelque droicte* DC, *ou* EC, *coupant le cercle, les angles qu'elle fera auec la touchante seront egaux aux angles qui sont aux portions alternes du cercle. C'est à dire que l'angle* ACE, *est egal à l'angle* F, *& l'angle* BCE, *à l'angle* G. Th.28.

DEmonst. Ayant mené la perpendicule DC, veu que l'angle ACD, est droict, l'angle qui seroit fait au demi-cercle a luy seroit egal; mais l'angle n'est pas droict, comme ACE, premie- a 31.1

rement menez la droicte DC, par le centre, puis prenez quelque poinct en la circonference, soit G, & soient menées les droictes DE, EG, GC, d'autant que l'angle DEC. au demi-cercle [b] est droit,
b 31.5 les autres deux ECD, EDC, [c] va-
c 32.1 lent vn droict; mais les angles ACE, ECD, valent aussi vn droit; veu que la droicte DC, est perpendiculaire: ostant donc l'angle commun ECD, restera ACE
d 27.3 egal à l'angle EDC. [d] qui est egal à l'angle CFE: donc aussi l'angle ACE, egal à l'angle CFE, en apres veu que du quadrilatere DG, les angles EDC, EGC, en
e 22.3 la circonference & opposez [e] valent deux droicts, comme aussi les angles ACE, ECB. ostant des susdits angles egaux CDE, ACE, resteront les angles CGE, ECB: egaux entr'eux.

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Sur vne droicte donnée AB, descrire vne portion de cercle capable d'vn angle egal à vn angle rectiligne donné. Prob. 5.

Const. Si l'angle donné est droict comme E. la droicte AB, diuisée par la moitié en D, du centre D, interualle DA, faites le demi cercle AFCB, puis menez les droictes AC, CB, l'angle ACB,[a] en la circonference sera droict. a 31.

Si l'angle donné est aigu, cõme C, & que BA, 2. figure soit la ligne donnée au poinct A, soit

fait l'angle DAB, [b] egal au don-
b 23.1. né C, & au poinct A, ayant me-
né la perpendicule FA, soit fait
l'angle EBA, egal à l'angle EAB,
c 6.1. les costez EB, EA, [c] seront egaux,
parquoy si du poinct E, & inter-
ualle EA, vous faites vn cercle,
il passera par le poinct B. Cela
posé que FA, soit le diametre, &
DA perpendiculaire à iceluy, el-
d Cor. 16.3. le [d] touchera le cercle, partant
e 32.3 l'angle DAB, [e] sera egal à tout
angle quelconque qui sera fait
en la portion alterne du cercle
comme AGB, par consequent la
portion AHGB, contient vn an-
gle egal à l'angle donné C. Que
si l'angle donné est obtus, com-
me H. ce sera la mesme demon-
stration: car l'angle AIB [e] sera e-
gal à l'angle H.

PROPOSITION XXXIV.

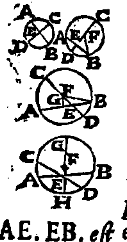
D'vn cercle donné ABC. *retranchez vne portion* CBA. *capable d'vn angle* B, *egal à l'angle rectiligne donné* D. Prob. 6

Soit menée [a] la tangente EF. au poinct A. & fait l'angle CAE. [b] egal au donné D, la portion ABC. [c] comprendra vn angle B, egal au donné.

a 17.3
b 23.1
c 32.3

PROPOSIT. XXXV.

Fib. 29.



Si dans vn cercle ADBC. *deux droictes* AB. CD. *se couppent l'vne l'autre en* F, *le rectangle compris sous les parties de l'vne* AE. EB. *est egal au rectangle contenu sous les parties de l'autre* CE. ED.

DEmonstr. 1. Si les droictes AB. CD. se couppent au centre, vn rectangle sera egal à l'autre, à cause que les quatre parties sont egales.

2. Si la seule HD, passe par le centre F, & diuise la droicte AB,
a 3.3. par la moitié en E, & [a] par conse-

quēt en angles droits soit menée FB. [b] le quarré FD, ou son egal FB, est egal au rectangle DE.EC auec le quarré EF, & le mesme FB. est aussi egal [c] aux deux quarrez BE, EF, ostant donc le commun quarré EF, reste le rectangle des parties DE, EC egal au quarré BE, ou au rectangle des parties AE, EB, qui sont egales. b 5.2. c 47.1.

3. La droicte CD, passant par le centre F, sans coupper la droicte AB, en deux moitiez en E, soit menée la droicte FB. & la perpendicule FG. [d] le rectangle sous CE, ED, auec le quarré EF, est egal au quarré FD, ou FB, ou aux deux quarrez BG. GF. mais le rectangle AE. EB. auec le quarré EG. est egal au quarré GB. & en adioustant le quarré GF. le rectangle AE. EB, auec les deux quarrez EG, GF, ou le seul quarré EF. qui leur est egal, d 5.2.

vaudra les deux quarrez BG, GF, ostant donc des egaux le commun quarré EF. resteront les rectangles AE. EB. CE. ED. egaux entr'eux.

Si ny l'vne ny l'autre ne passe par le centre qu'elles se coupent comme on voudra, & soit menée à leur intersection E. la droite GH, passant par le centre, veu que le rectangle sous CE. ED. est egal [c] à celuy fait sous HE. EG.
c 3. deux. auquel est encores egal celuy fait sous AE. EB, lesdits rectangles CE. ED. & AE. EB. seront egaux entr'eux.

PROPOSIT. XXXVI.

Si hors le cercle FBE. on prend quelque poinct A, & que d'iceluy tombent deux droictes, l'vne AB. *qui couppe le cercle en* C. *l'autre* AF. *qui le touche en* F, *le rectangle compris sous toute la couppante* AB. *& sa partie* AC. *prise en dehors entre le poinct* A, *& la circonference conuexe* C, *sera egal au quarré de la touchante* AF.* Th. 30

Demonstr. 1. Que la ligne droicte AB, passe par le centre D, ayant mené DF. veu que la droicte CB, est couppée par la

moitié en D, & qu'à icelle est adiouftée AC, le rectangle sous AB, AC. auec le quarré DC. ou
46.2. DF. est egal a au quarré de la droicte composée de DC, CA. sçauoir DA. mais le quarré DA.
b 47.1. b est egal aux quarrez DF. FA.
& 8.3. ostant donc le commun FD. restera le quarré FA. egal au rectangle sous AB. & CA

2. Si la droicte AE. ne passe par le centre D. menez la per-
c 3.3. pendicule DG. c elle couppera la droicte EI. en deux moitiez; veu donc que la droicte EI est couppée par la moitié en G & que AI. luy est adiouftée, le rectangle sous AE. AI. auec le quarré GI. est egal au quarré GA. adioustant donc le quarré DG. le rectangle sous AE. IA. auec les quarrez IG. GD. ou le seul DI. sera egal au quarré DA; c'est à dire aux deux quarrez DF. FA. donc ostant les egaux DF. DI. restera

restera le quarré FA. egal au rectangle sous AE. AI.

Coroll. 1. Il s'ensuit que si de quelque poinct pris hors le cercle plusieurs couppantes sont menées, les rectangles compris sous chacune des toutes & sa partie exterieure sont egaux entr'eux.

Coroll. 2. Deux droictes menées d'vn mesme poinct, & touchantes le cercle, sont egales entr'elles.

Coroll. 3. D'vn mesme poinct pris hors le cercle, on peut seulement mener deux tangentes.

PROPOSIT. XXXVII.

Th. 31.

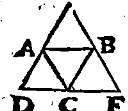
Si hors le cercle EHIF. *on prend quelque poinct* A, *&* *que d'iceluy tombent au cercle deux droites* AF, AB, *ou* AE, *l'vne* AB, *qui couppe le cercle, & l'autre* AF *qui l'atteigne, & que le rectangle compris sous toute la couppante & sa partie exterieure entre ledit point & la circonference conuexe soit egale au quarré l'atteignante, celle qui atteint, sera la tangente.*

a 17.3 DEmonst. Menez [a] la tangente AH, éloignez DH, le quarré AH. b est egal au rectangle A B, CA, & ce mesme rectangle est posé egal au quarré FA. donc les droictes FA, HA, sont egales : dauantage les costez FD, HD, sont egaux, & la base AD commune: donc, c tout le triangle egal à tout le triangle; veu donc que l'angle AHD, d est droict AFD, sera aussi droict, & partant e AF, touchera le cercle.

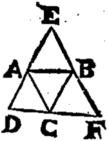
b. 36. 3.
c 8. 1.
d 18. 3
e 16. 3

LIVRE QVATRIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.



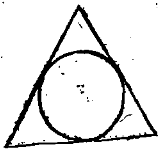
1. *Vne figure rectiligne* ABC *est dite inscripte en vne figure rectiligne* DEF, *quand les angles* A, B. C. *de l'inscripte touchent chacun vn costé* DE, EF, FD, *de la figure en laquelle elle est inscripte* A. B. C.



2. *Vne figure* DEF. *est dite descrite à l'entour d'vne figure* ABC, *quand chaque costé de la figure circonscripte* BE.EF.FD. *touche chacun angle de l'inscripte* A, B. C.

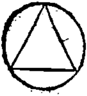
Moins proprement que dessus on dit qu'vne figure est inscripte ou circonscripte à vne figure, quand chaque angle de la figure interieure touche vn angle ou vn costé de l'exterieure.

3. *Vne figure rectiligne est dite inscripte au cercle quand chaque angle de la figure inscripte touche la circonference du cercle*



4. *Vne figure rectiligne est dite estre circonscripte au cercle, quand chaque costé de la figure rectiligne touche la circonference du cercle.*

5. *Vn cercle se dit inscript en vne figure quand le cercle touche chaque costé de la figure en laquelle il est inscript.*



6. Vn cercle se dit estre circonscript en vne figure quand il touche chacun angle de la figure à laquelle il est circonscript.

7. Vne ligne droicte est dite estre accommodée ou adaptée au cercle quand ses extremitez sont en la circonference du cercle.

PROPOSITION I.

Prob. 1.

En vn cercle donné ABC. accommoder vne droicte BA. egale à vne droite donnée [a] *D. laquelle ne soit pas plus grande que le diametre du cercle BC.*

a 15.3

AV cercle donné menez le diametre BC, s'il eſt egal à la donnée on a le requis; s'il eſt plus grand [b] retranchez en BE, egale à la donnée D, & du centre B, & interualle BE, faites l'arc EA, puis ioignez la droite BA, [c] elle ſera accommodée au cercle & [d] egale à BE, & par conſequent en D.

b 3.1.
c 7. def.
d 15. def. 1.

PROPOSITION II.

Dans vn cercle donné AIB. *inſcrire vn triãgle* ABC. *equiangle à vn triangle donné* DEF. Prob.2.

SOit faite vne tangente a GH, au poinct A, l'angle b HAC, egal à l'angle E, & GAB, à l'angle F, & menée BC, le requis eſt fait. a 36.3 b 23.1.

Preuue. L'angle HAC. eſt egal c à l'angle B, & l'angle GAB, à l'angle C. donc l'angle E, à l'angle B, & l'angle F, à l'angle C, & conſequemment l'angle d D, à l'angle A, & partant le triangle A B C, equiangle au donné DEF, & e tous ſes angles en la circonference, comme il eſtoit requis. c 32.3 d 32.1 e conſt.

PROPOSITION III.

Prob. 3. *A l'entour d'vn cercle donné* A NB, *descrire vn triangle* LMO, *equiangle* A, *vn triangle donné* DEA.

LE costé du triangle donné AE, soit prolongé en G, & H, & fait [a] au centre I, l'angle CIB, egal à l'angle DEH, & l'angle AIB, à l'angle DAG, & aux poincts A B. C. [b] des perpendiculaires [c] qui seront tangentes, sçauoir MO. ML. LO. & par leurs concours constitueront le triangle requis.

a 23. 1
b 11. 1.
c 16. 3

Demonst. Il est manifeste que les droictes MO. ML. LO. doiuent concourir ; car les angles au poinct A, & aussi au poinct C, sont droicts, & menant AC, les deux angles vers O, OAC, OCA, serõt moindres que deux droits,

partāt[d] les tangētes se rencontreront deuers O, si elles sont prolongées. Et ainsi des autres, partant le triangle sera descrit à l'entour du cercle. d 11. ax.

Or que le triangle soit equiangle au donné, il se prouue ainsi dans le quadrilatere CIBM, en menāt IM, il sera diuisé en deux triangles[e] qui contiennent quatre angles egaux, à 4. droicts,& veu que les deux en pointes [f] B, & C, sont droicts, les deux autres opposez en I, & M, valent deux droits: mais l'angle CIB, est egal à l'angle DEH. dōc [g] l'angle CMB, est egal à l'angle DEA, par mesme maniere on demonstrera les angles L, O, estre egaux aux angles A, & D, partant au cercle donné, &c. Ce qu'il falloit faire. e 32. 1. f 18. 3. g 31. 1.

PROPOSITIO IV.

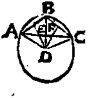
Prob. 4.

Dans vn triangle donné ABC, *descrire vn cercle* GEF.

a 9. 1 MIpartissez deux de ses angles B, & C, par les droictes CD. BD. & du poinct de leurs concours D, abaissez b des per-
b 12. 1. pendicules sur les costez en E. G. F. dautant qu'aux triangles DFC. DGC. les 2. angles au poinct C. sont egaux, & aussi les deux au poinct GF & DC. commun DG.
c 26. 1 c sera egal à DF. semblablement DE se prouuera egal à DF, partant du centre D. & interualle D
d 9. 3. G. descriuant vn cercle d il passera par les trois poinctes GEF. & chacune des lignes AB. BC. CA.
e coroll. 15. 3. e touchera le cercle, partant appert que l'on a fait ce qui estoit requis.

PROPOSITION V.

A l'entour d'vn triangle donné A BC, *deſcrire vn cercle.* Prob. 5.



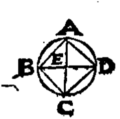
Diuiſez a deux coſtez du triã- a 10. 1.
gle donné AB, BC, par la moitié en E, & F, deſquelles b poin- b 11. 1.
ctes éleuez des perpendicules qui ſe rencontreront en D dans le triãgle ou au troiſieſme coſté, ou bien hors du triangle : car ayant mené EF, ſeront faits les angles DEF. DFE. moindres que deux droicts, dont elles concourront; en apres menez les droictes DB, DA, DC, d'autant qu'és triangles BED, AED, les coſtez BE.

EA. sont egaux, & DE, commun, & les angles au poinct E, droicts, les bases [c] AD, DB, seront egales, & pareillement les bases DB. DC. donc du centre D, & interualle DB, soit mené vn cercle AEBC. qui passera par les poincts A. B. C. partant à l'entour du triangle donné, nous auons descrit le cercle.

c 4.1.

PROPOSITION VI.

Prob. 6.



Dans vn cercle donné ABCD, *descrire vn quarré.*

SOient menez deux diametres AC. BD. se couppans en angles droits au centre E, & soient iointes les droictes AB. BC. CD. DA. on aura le requis : Car les quatre angles au centre E, sont droicts, & les quatre lignes EA. EB. EC. ED, egales : [a] donc aussi les quatre bases AB. BC. CD. DA. sont egales, & les angles compris d'icelles, sont tous en vn demi-cercle, [b] partans droictes : donc la figure ABCD. [c] sera vn quarré. *a* 4. 1. *b* 31. 3. *c* Def. 30. 1.

PROPOSITION VII.

A l'entour d'vn cercle donné descrire vn quarré. *Prob. 7.*

AYant mené les diametres AC. BD. se coupants à angles droicts au centre E. si on mene par leurs extremitez les perpendicules FG. FI. IH. HG. par leurs concours, elles formeront le quarré requis.

Car les angles au poinct E, sont droicts & les angles en A. B. C. D. [a] donc les droictes FG. BD. HI. sont paralleles: pareillement les droictes FI. AC. GH. [b] donc la figure FGHI. est parallelogramme, l'angle ACH, est droict: [b] donc l'angle HGA, est droict: semblablement on monstrera les angles F. I. H. estre droicts.

a 28.1.

b 34.1

Au regard des costez IH, est egal à BD. & HG. à AC. ou BD. donc les costez IH. HG. sont egaux: donc la figure FGHI. est vn quarré [c] duquel les costez touchent le cercle. Ce qu'il falloit faire.

c corol. 16.3.

PRO-

PROPOSITION VIII.

Dans vn quarré donné descrire vn cercle. *Prob.* 8

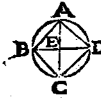
Diuisez [a] les costez du quarré par la moitié en A. B. C. D. menez les droictes AC. BD. se coupantes au poinct E, duquel poinct & interualle EB. sera décrit le cercle requis. *a* 10. 1.

Demonstr. Les droictes AF, IC, sont paralleles, & egales: [b] donc les droictes AC. FI. sont paralleles & egales, & semblablement les droictes AC. HG. pareillement les droictes FG HI. sont paralleles & egales à BD. [c] donc FE. EI. EH. EG. sont parallelogrammes, maintenant les droictes BF. FA. AG. sont ega- *b* 33.1 *c* 34. 1.

les: car elles sont moitiez de l'e-
d34.1 gne egales: or à icelles d sont e-
gales les droictes BE. EA. ED.
donc icelles sont egales entr'el-
les, partant e E. est le centre du-
quel & de l'interualle EA. descri-
e 9.13 uant vn cercle, il touchera les
poincts ABCD. & par consequēt
f Coroll. 16.3 f tous les costez du quarré, g veu
g 29.1 que les angles ABCD. sōt droits.

PROPOSITION IX.

Prob. 9



A l'entour d'vn quarré descrire vn cercle.

SOient menez les diametres AC. BD. se coupans au poinct E, ce sera le centre du cercle requis.

Car les droictes AB, AD. sont egales, partāt les a angles ABD.

ADB. sont egaux l'angle [b] BAD, est droit: donc [c] les angles ABD. ADB. sont demi-droicts: semblablement chacun des angles partiaux aux poincts A. B. C. D. est demi-droit, partant ils sont tous egaux entr'eux: [d] donc les costez EA. EB. EC. ED. soustendus aux angles egaux, sont aussi egaux, par ainsi E. [e] est le centre d'vn cercle, lequel estant descrit de l'interualle EA. passera par les poincts du quarré ABCD. comme il estoit requis.

[b] 31.3
[c] 32.1
[d] 6.1
[e] 9.3

PROPOSITION X.

Prob.10

Construire vn triangle Isoscele ABD. *qui ait chacun des angles* B. D. *sur sa base double de l'autre* A.

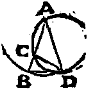
PRenez vne droicte à discretion AB. qui soit [a] diuisée en C. de sorte que le rectangle sous AB. BC. soit egal au quarré de la droicte AC. puis du centre A, & interualle AB. soit descrit vn cercle auquel [b] soit accommodée la droicte BD. egale à AC. & soit menée AD. le triangle ABD. sera le requis.

a 11.2

b 1.4.

Demonst. Ayant mené CD. [c] & descrit le cercle ACD. à l'entour du triãgle ACD. le rectãgle sous AB. BC. veu qu'il est posé

c 5.4



egal au quarré CA. il est aussi egal au quarré [d] BD; partant BD, touche le cercle AOD au poinct D. & ainsi [e] l'angle CDB. est egal à l'angle A. au segmét alterne, partát en adioustant le commun GDA. les deux angles A. & CDA. seront egaux aux deux BDC. & COA. c'est à dire à tout l'angle ADB. ou ABD. Maintenant l'angle externe BCD. [f] est egal aux deux internes A. & ADC, donc le mesme BCD. sera egal à CBD. ou ADB. parquoy les droictes DC. DB. [g] sont egales, veu qu'elles soustendent angles egaux : mais BD. est posé egal à CA. donc CD. CA. seront egales : donc aussi egaux [h] les angles A, & CDA, par consequent l'angle externe BCD. est double de l'angle A, & partant les angles CBD. ADB. sont doubles du mesme, veu

d 37.3.
e 32.3.
f 32. 1.
g 6.1.
h 5.1.

qu'ils sont egaux à l'externe BC D. partant est fait ce qui estoit requis.

PROPOSITION XI.

Prob.11

En vn cercle donné EHFG. *inscrire vn pentagone equilateral & equiangle.*

a 10.4 SOit fait [a] quelque triangle Isoscele qui ait les angles sur la base doubles de celuy du sommet, [b] puis au cercle donné soit
b 2.4. inscript vn triangle equiangle au premier, & soit iceluy EFG. diuisez les angles sur la base par la moitié par les droictes FI. GH. & tirez les lignes FH. HE. EI. IG. vous aurez le requis.

Demonst. Les angles FEG.

EGH. HGF, IFG. EFI. sont posez egaux: donc [c] les arcs sur lesquels ils insistent, sont egaux, partant [d] les droictes qui les soustendent, sont egales, l'arc EH. est egal à l'arc FG. donc adioustant le commun HF. les circonferences EHF HFG. seront egales, & par consequent les angles en icelles; on demonstrera semblablement l'egalité des autres angles aux poincts G. I. E. & par consequent la figure EHFGI. est le pentagone requis.

c 26. 3.
d 29. 3
e 27. 3

PROPOSITION XII.

Prob. 12

A l'entour d'vn cercle donné AB CD. *descrire vn pentagone* GHI KL. *equilateral & equiangle.*

a 11. 4. Dans le cercle donné a inscriuez le pentagone ABC DE. equiangle & equilateral, & du centre F, menez les droi-
b 11. 1 ctes FA. FB. FC. FD. FE. ausquelles b par les extremitez AB CDE. tirez des perpendiculaires qui se rencontreront en poincts GHIKL. & ainsi formeront le pentagone requis.

Demonst. au quadrilatere FA GE. les angles aux poincts A.E.
c 32. 1. sont droicts, & c partant les autres deux F. G. opposez valent deux

deux droicts, il est le mesme des quatre autres quadrilateres, qui ont chacun leurs angles opposez egaux à deux droicts: d mais les cinq au centre sont egaux, donc les cinq autres GHI KL, sont egaux. d 17.3

A present au quadrilatere FA GE, l'angle GAF, est droict aussi bien que l'angle FEG, que si d'iceux A.E, on oste les deux angles e egaux sur la base AE, du triãgle isoscele AFE, resteront les angles GAE, GEA, egaux, & partant f AG, egal à GE aux autres quadrilateres, se peut faire mesme demonstration, item les triãgles AFE, EFD, ont les costez à l'entour des angles egaux au poinct F, egaux entr'eux, g partant les angles sur la base ED, seront egaux aux autres sur la base AE, & egaux entr'eux, à cause que les triangles sont Isosceles: estant donc des angles droicts e 5.1. f 6.1. g 4.1.

au poinct E, les egaux l ED, FEA resteront les angles GEA, LED, egaux; mais LED, est demonstré egal à LDE: donc LDE, est egal à GEA. semblablement l'angle GAE, sera egal à l'angle LED, partant les triangles GAE, LED, ont deux angles sur la base AE, egaux aux deux sur la base ED, & les bases egales, h partant EL,
h 26.1. est egale à AG, ou GE: donc GE, egale à EL, pareillement AG, & AH, sont egales & HG, LG, doubles des egaux, AG, GE, egales entr'elles, & ainsi des autres, partant le pentagone GHIKL, descrit à l'entour du cercle est equilateral & equiangle. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XIII.

Prob.13

Dans vn Pentagone donné equilateral & equiãgle inscrire vn cercle.

SOient a mipartis les angles prochain BAE, ABC, par les droictes AF. BF. lesquelles se b rencontreront, soit en F puis que de tout angle la moitié est moindre qu'vn droict, il est le mesme des autres angles ; dautant donc que des triangles AB F, FBC, les costez BA, BC. sont egaux & BF, commun, & les angles au poinct c B, sont pareils les angles BAF, BCF, & les bases d AF, CF, seront egales, veu donc que les angles BAE, BCD, sont posez egaux, & BAF, moitié de BAE, BCF, sera moitié de

a 9.1.
b 11. ax.
c const.
d 4.1.

l'angle BCD. donc cet angle & les autres à l'entour du cercle, sont coupez en deux egalement. Soient menez semblablement de F, à chacun costé du pentagone les perpendicules FG.FH.&c.

Dautant que les triangles GFB, BFL, ont deux angles FGB, GBF, egaux aux deux FLB, FBL, & FB, commun, les costez FG, FL, c seront egaux, & à iceux FK,
e 26.1 FI, FH, parquoy du centre F, & interualle FG, descriuant vn cer-
f 15. def.1. cle, il passera par les poincts H IKL, dans les costez du pentagone, g lesquels toucheront le cer-
g Cor. 16.3. cle, veu qu'ils sont constituez à angles droicts sur l'extremité du diametre.

PROPOSITION XIV.

A l'entour d'vn pentagone donné equilateral & equiangle descrire vn cercle. Prob. 14

Diuisez a les angles A. E. par la moitié par les droictes A F. FE. qui concourreront en b quelque poinct F. duquel menez aux autres angles les droictes FD, FC, EB. lesquelles mipartiront lesdits angles, comme il est prouué en la precedente: veu donc que les angles entiers sont egaux, aussi le sont leurs moitiez, & par consequent c FA, FB. sont egales, & les autres FC, FD, FE: donc du centre F, & interualle FA, descriuant vn cercle, il passera par les angles du pentagone, d sans coupper aucun costé, veu qu'ils tombent tous dans le cercle.

a 9. 1.
b 11. ax.
c 6. 1.
d 2. 3.

PROPOSITION XV.

Prob. 15

Dans vn cercle donné inscrire vn hexagone equilateral & equiangle.

SOit le diametre AD, du centre D, & interualle du demi-diametre DG, soit fait le cercle CGE, couppant le cercle donné en C, & E, par le centre G, soient menez les droictes CF, EB, & iointes AB, BC, CD, on aura le requis.

Car les droictes GC. GD. du centre G, & les droictes CD, DG, du centre D, sont egales : donc le triangle DGC, est equilateral
a 5. 1. a & consequemment equiangle
b 32. 1 b ces trois angles valent deux droicts : donc chacun d'iceux

vaut le tiers de deux droicts, & sembla blement l'angle D GE, partant [c] veu que CGE, EGF, valent deux droicts l'angle EGF, vaudra aussi le tiers de deux droicts: [d] or à iceux sont egaux les angles opposez au sommet, partant les six angles au poinct G, sont egaux par consequent [e] toutes les droictes & circonference AB, BC, ausquelles ils insistent sont egales: donc l'hexagone est equilateral: il est aussi equiangle: car les moitiez de chacun angle ont esté prouuées egales.

c 13.3
d 15.1.
e 26. & 29.3.

Coroll. le costé de l'hexagone est egal au demidiametre.

PROPOSITION. XVI.

Prob. 16

Dans vn cercle donné descrire vn quindecagone equilateral & equiangle.

a 11.4 DAns a le cercle donné soit inscript vn pentagone equilateral AEFGH, & dans le mesme au poinct A, soit inscript le triangle equilateral ABC, cela fait, veu que AB, soustend le tiers de la circonference, c'est à dire 5. quinziemes, & que les deux costez du pentagone AE, EF, en soustendent six quinziemes, si d'icelles circonferences AE, EF, on oste la circonference AB, restera BF, vne quinzieme partie de toute la circonference, partant si vne soustendante BF, est accommodee quinze fois à la circonference, sera formé le quindecagone equilateral qui sera aussi equiangle : [b] car les 15. angles du centre insisteront sur circonferences egales. b 27.3.

LIV. CINQVIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

1. *Partie est vne moindre grandeur d'vne plus grande, quand la plus petite mesure la plus grande.*

2. *Multiple c'est la plus grande de la moindre, quand la plus petite mesure la plus grande.*

ICy vne grandeur est entenduë en mesurer vne seconde, quand la premiere prise vne ou plusieurs fois egale, la secōde & cette partie que definit icy Euclide est celle que d'autres appellent partie aliquote pour la distinguer d'vne autre partie qu'ils nomment aliquante qu'ils definissent en cette sorte.

Partie aliquante est vne moindre grandeur d'vne plus grande, quand la plus petite prise plusieurs fois excede son tout ou reste encore plus petite.

3. Raison est vne habitude de deux grandeurs de mesme genre comparées l'vne à l'autre selon la quantité.

On ne fait pas icy comparaison du nombre auec la ligne ou de la ligne auec la superficie &c. car ce sont genres diuers : or quand l'on compare vne grandeur à l'autre, si la grandeur comparée est egale à l'autre, elle est dite auoir auec icelle raison d'egalité; si plus grãde, elle aura raison de maieure inegalité, si moindre, elle aura raiſon de mineure inegalité à l'autre, & celle que l'on nomme ou eſcrit la premiere s'appelle antecedente de la raiſon, & l'autre s'appelle conſequente. Ainſi en la raiſon de 4. à 6. le premier terme 4. s'appelle antecedent, & l'autre terme 6. le conſequent, l'exceds de l'vn ſur l'autre 2. ſe nomme leur difference: on appelle encore raiſon rationnelle celle qui eſt cõme nombre à nombre; mais deux grandeurs auſquelles on ne peut trouuer de nombres en pareille habitude, ont entr'elles vne raiſon irrationelle: telle eſt la raiſon du coſté d'vn quarré à ſon diametre.

4 *Proportion eſt vne ſimilitude de raiſons.*

COmme lors que ie dis 12. eſt à 4. comme 9. à 3. Les Grecs l'appellent Analogie, &

celle-cy est discontinuë ; la proportion continuë est, quand vn terme du milieu est antecedent, & consequent comme 4. 8. 2, est à 4. comme 4. est à 8. en la premiere raison 4. est consequẽt & en la seconde le mesme 4. est antecedent.

Quand les grandeurs s'excedent par mesme difference comme 4. 7. 10. la proportion ou analogie s'appelle arithmetique.

Quand il y a mesme raison de l'antecedent au consequẽt comme 2. 6. 18. 2. 3. 4. 6. la proportion est geometrique.

Mais lors que trois termes sont disposez en sorte que le premier est au troisiesme comme la difference du premier au second est à la difference du second au troisiesme, cette proportion est appellée musicale ou harmonique, comme 3. 4. 6.

5. Les grandeurs sont dites auoir raison entre elles, lesquelles estant multipliées se peuuent exceder l'vne l'autre.

Cette definition se doit rapporter à la troisiesme.

6. Les grandeurs sont dites en mesme raison la premiere à la seconde, & la troisiesme à la quatriesme quand les equemultiples de la premiere & troisiesme sont egales defaillent ou excedent ensemble aux equemultiples de la seconde & quatriesme. vn chacun à vn chacun dans quelque multiplication que ce soit si on prend celles qui s'entrerespondent.

SOient les grandeurs ABCD, pour sçauoir si elles sont proportionnelles, prenez les equemultiples de A, premiere & C, troisiesme, c'est à dire, multipliez chacun par mesme nombre exemple par deux derechef multipliez la seconde & la quatriesme B, & D, aussi par vn mesme nombre, exemple par 3. En apres considerez si le multiple de la premiere defaut, est egal, ou surpasse le multiple de la seconde, comme le multiple de la troisiesme defaut est egal, ou excede le multiple de la quatriesme, si cela est les quatre grandeurs proposées sont proportionnelles, comme en l'exemple cy-dessus en la premiere multiplication le multiple de la premiere default au multiple de la seconde, & celuy de la troisiesme defaut à celuy de la quatriesme: En la seconde multiplication le multiple de la premiere est egal à celuy de la seconde, & le multiple de la troisiesme est aussi egal à celuy de la quatriesme.

En la troisiesme multiplication le multiple de la premiere excede celuy de la seconde, & le multiple de la troisiesme excede aussi celuy de la quatriesme. Cela estant ainsi, ie concluds selon Euclide que les grandeurs proposées ABCD, sont proportiõnelles; c'est à dire, qu'il y a mesme raison de A, à B, que de C, à D.

Autre exemple: soient proposées 4. autres grandeurs ABCD, ie prends les equemultiples de A, & C, & multiplie l'vne & l'autre par 4 puis les equemultiples de B, & D, & les multiplie tous deux par 5. icy le multiple de la premiere surpasse le multiple de la secõde, & le multiple de la troisiesme ne surpasse pas le multiple de la quatriesme: car il est moindre, par consequent ie concluds

que

que les quatre grandeurs proposées ABCD, ne sont pas proportionnelles.

7. *Les grandeurs qui ont vne mesme raison entr'elles, sont appellées proportionnelles.*

8. *Quand des equemultiples celuy de la premiere excede celuy de la seconde, & celuy de la troisiesme n'excede celuy de la quatriesme, lors la premiere est dite auoir plus grande raison à la seconde, que la troisiesme à la quatriesme.*

9. *La proportion ne peut estre constituée sur moins de trois termes.*

CAr en toute proportion il y a deux raisons, & en chaque raison deux termes. Que si la proportion ou proportionne si elle est continuë, il y aura trois termes: mais si elle est discontinuë, il y aura quatre termes.

10. *Quand trois grandeurs sont proportionnelles, la premiere est dite auoir à la troisiesme raison doublée de la premiere à la seconde; mais quand quatre grandeurs sont continuellement proportionnelles; la premiere est dite auoir à la quatriesme raison triplée de la premiere à la seconde, & ainsi de suite tousiours vne de plus, iusqu'à ce que la proportion soit achevée.*

Raison double est quand vn terme est double de l'autre, ou contient l'autre deux fois, &

raison triplée quand il le contient trois fois: mais raison doublée est quand deux raisons semblables sont de suitte entre deux extremes de trois termes proportionnaux & raison triplée, quand trois raisons semblables s'entresuiuent entre les deux extremes de quatre termes proportionaux, & ainsi de suitte par les raisons quadruplée, quintuplée, &c.

11. *Les grandeurs homologues ou de semblables raisons, sont l'antecedent & l'antecedent, le consequent & le consequent.*

12. *Raison alterne est la comparaison de l'antecedent à l'antecedent, & du consequent au consequent.*

13. *Raison inuerse est prendre le consequent comme*

antecedent, & le comparer à l'antecedent comme consequent.

C'est la comparaison du consequent à l'antecedent au lieu que la raison directe est la comparaison de l'antecedent au consequent.

14. *Composition de raison est prendre l'antecedẽt & consequent ensemble comme vn, & le comparer au consequent.*

IL y a quatre sortes de composition de raison; la premiere desquelles est celle d'Euclide cy-dessus; la seconde est la comparaison du composé à l'antecedent, appellée composition de raison conuerse; la troisiesme est la comparaison de l'antecedent au composé, qu'on appelle composition de raison contraire ; la quatriesme est la comparaison du consequent au mesme composé, appellée composition de raison inuersement contraire.

15. *Diuision de raison est quand on prend l'exceds de l'antecedent sur le consequent, pour le comparer au mesme consequent.*

IL y en a de quatre sortes : la premiere est celle cy-dessus : la seconde est la comparaison du mesme exceds à l'antecedent : la troisiesme celle de l'exceds du consequent sur l'antecedent au mesme consequent, & la quatriesme celle dudit exceds à l'antecedent.

16. *Conuersion de raison est lors qu'on prend l'antece-*

dent pour le comparer à l'exceds, par lequel l'antecedent surpasse le consequent.

ON en peut faire aussi de quatre sortes : la premiere desquelles est celle cy dessus: la seconde, la comparaison du consequent au mesme exceds : la troisiesme, la comparaison de l'antecedent à l'exceds du consequent sur l'antecedent, & la quatriesme, la comparaison du consequent audit exceds.

17. *Raison egale ou d'egalité est lors qu'il y a plusieurs grandeurs d'un costé & autant de l'autre en multitude, qui prises de deux en deux soient en mesme raison, & que comme aux premieres grandeurs la premiere est à la derniere, ainsi aux secondes*

grandeurs, la premiere soit à la derniere; autrement c'est prendre les extremes par la soustraction des moyennes.

18. Proportion ordonnée est lors que l'antecedent est au consequent comme l'antecedent au consequent, & que le consequent est à vn tiers comme le consequent est à vn autre tiers,

19. Proportion perturbée est lors qu'il y a trois grandeurs d'vn costé, & trois de l'autre, & comme aux premieres grandeurs l'antecedent est au consequent, ainsi aux secondes grandeurs l'antecedent est au consequent: mais comme aux premieres grandeurs le consequent est à quel-

que autre, ainsi aux secondes grandeurs quelque autre est à l'antecedent.

20. S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, la raison de la premiere à la derniere est composée des raisons de la premiere à la seconde, & de la seconde à la troisiesme, & de la troisiesme à la quatriesme, & ainsi d'ordre iusques à ce que la proportion soit acheuée.

PRO-

PROPOSITION I.

3. 1. 3. 1. A.E.C.F. 6. 2. G.H. *S'il y a tant de grãdeurs qu'on voudra equemultiples dautant d'autres grãdeurs chacune de la sienne, comme l'vne sera multiple d'vne, ainsi les toutes seront multiples des toutes.* Th. 1.

C'Est à dire que comme A, est multiple de E. & semblablement C, de F, si A, & C, sont ioincts en G, & pareillement E, & F, en H, comme A, estoit multiple de E, & C, de F. autant G, sera multiple de H. a 2. def. 5.

Demonstr. Les toutes ne sont ny plus grandes, ny moindres que toutes leurs parties ensem-

la premiere est egal à celuy de la seconde, & le multiple de la troisiesme est aussi egal à celuy de la quatriesme.

En la troisiesme multiplication le multiple de la premiere excede celuy de la seconde, & le multiple de la troisiesme excede aussi celuy de la quatriesme. Cela estant ainsi, ie concluds selon Euclide que les grandeurs proposées ABCD, sont proportionnelles; c'est à dire, qu'il y a mesme raison de A, à B, que de C, à D.

Autre exemple: soient proposées 4. autres grandeurs ABCD, ie prends les equemultiples de A, & C, & multiplie l'vne & l'autre par 4 puis les equemultiples de B, & D, & les multiplie tous deux par 5. icy le multiple de la premiere surpasse le multiple de la secõde, & le multiple de la troisiesme ne surpasse pas le multiple de la quatriesme: car il est moindre, par consequent ie concluds que les quatre grandeurs proposées ABCD, ne sont pas proportionnelles.

7. Les grandeurs qui ont vne mesme raison entr'elles, sont appellées proportionnelles.

8. Quand des equemultiples celuy de la premiere excede celuy de la seconde, & celuy de la troisiesme n'excede celuy de la quatriesme, lors la premiere est dite auoir plus grande raison à la seconde, que la troisiesme à la quatriesme.

9. La proportion ne peut estre constituée sur moins de trois termes.

CAr en toute proportion il y à deux raisons, & en chaque raison deux termes. Que si la proportion ou proportionne si elle est continuë, il y aura trois termes: mais si elle est disconti-nuë, il y aura quatre termes.

10. *Quand trois grandeurs sont proportionnelles, la premiere est dite auoir à la troisiesme raison doublée de la premiere à la seconde; mais quand quatre grandeurs sont continuellement proportionnelles; la premiere est dite auoir à la quatriesme raison triplée de la premiere à la seconde, & ainsi de suite tousiours vne de plus, iusqu'à ce que la proportion soit acheuée.*

RAison double est quand vn terme est double de l'autre, ou contient l'autre deux fois, &

raison triplée quand il le contient trois fois: mais raison doublée est quand deux raisons semblables sont de suitte entre deux extremes de trois termes proportionnaux & raison triplée, quand trois raisons semblables s'entresuiuent entre les deux extremes de quatre termes proportionaux, & ainsi de suitte par les raisons quadruplée, quintuplée, &c.

11. *Les grandeurs homologues ou de semblables raisons, sont l'antecedent & l'antecedent, le consequent & le consequent.*

12. *Raison alterne est la comparaison de l'antecedent à l'antecedent, & du consequent au consequent.*

13. *Raison inuerse est prendre le consequent comme*

antecedent, & le comparer à l'antecedent comme consequent.

C'est la comparaison du consequent à l'antecedent au lieu que la raison directe est la comparaison de l'antecedent au consequent.

14. *Composition de raison est prendre l'antecedẽt & consequent ensemble comme vn, & le comparer au consequent.*

IL y a quatre sortes de composition de raison; la premiere desquelles est celle d'Euclide cy-dessus; la seconde est la comparaison du composé à l'antecedent, appellée composition de raison conuerse; la troisiesme est la comparaison de l'antecedent au composé, qu'on appelle composition de raison contraire; la quatriesme est la comparaison du consequent au mesme composé, appellée composition de raison inuersement contraire.

15. *Diuision de raison est quand on prend l'exceds de l'antecedent sur le consequent, pour le comparer au mesme consequent.*

IL y en a de quatre sortes: la premiere est celle cy-dessus: la seconde est la comparaison du mesme exceds à l'antecedent: la troisiesme celle de l'exceds du consequent sur l'antecedent au mesme consequent, & la quatriesme celle dudit exceds à l'antecedent.

16. *Conuersion de raison est lors qu'on prend l'antece-*

dent pour le comparer à l'exceds, par lequel l'antecedent surpasse le consequent.

ON en peut faire aussi de quatre sortes : la premiere desquelles est celle cy dessus: la seconde, la comparaison du consequent au mesme exceds : la troisiesme, la comparaison de l'antecedent à l'exceds du consequent sur l'antecedent, & la quatriesme, la comparaison du consequent audit exceds.

17. *Raison egale ou d'egalité est lors qu'il y a plusieurs grandeurs d'vn costé & autant de l'autre en multitude, qui prises de deux en deux soient en mesme raison, & que comme aux premieres grandeurs la premiere est à la derniere, ainsi aux secondes*

grandeurs, la premiere soit à la derniere; autrement c'est prendre les extremes par la soustraction des moyennes.

18. Proportion ordonnée est lors que l'antecedent est au consequent comme l'antecedent au consequent, & que le consequent est à vn tiers comme le consequent est à vn autre tiers,

19. Proportion perturbée est lors qu'il y a trois grandeurs d'vn costé, & trois de l'autre, & comme aux premieres grandeurs l'antecedent est au consequent, ainsi aux secondes grandeurs l'antecedent est au consequent : mais comme aux premieres grandeurs le consequent est à quel-

que autre, ainsi aux secondes grandeurs quelque autre est à l'antecedent.

20. S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, la raison de la premiere à la derniere est composée des raisons de la premiere à la seconde, & de la seconde à la troisiesme, & de la troisiesme à la quatriesme, & ainsi d'ordre iusques à ce que la proportion soit achevée.

PRO-

PROPOSITION I.

3. 1. 3. 1. A.E.C.F. 6. 2. G.H. *S'il y a tant de grãdeurs qu'on voudra equemultiples dautant d'autres grãdeurs chacune de la sienne, comme l'vne sera multiple d'vne, ains les toutes seront multiples des toutes.* Th. 1.

C'Est à dire que comme A, est multiple de E. & semblablement C, de F, si A, & C, sont ioincts en G, & pareillement E, & F, en H. comme A, estoit multiple de E, & C, de F. autant G, sera multiple de H. a 2. def. 5.

Demonstr. Les toutes ne sont ny plus grandes, ny moindres que toutes leurs parties ensem-

ble : donc tout le composé G, ne contient pas dauantage de fois tout le composé H, ny aussi moins de fois que A, & C, toutes les parties du tout H, & autant de fois que E, le prendra en A, & F, en C, autant de fois H, se prendra en G, c'est à dire trois fois en chacun.

PROPOSITION II.

6	3	4	2
A.	B.	C.	D.
9	6	15	10
E.	F.	G	H

Si la premiere grandeur A, est autant multiple de la seconde B, que la troisiesme C, de la quarte D, & que la cinquiesme E, soit autât multiple de la seconde B. que la sixiesme F, de la quarte D, la composee de la premiere & cinquiesme G, sera autant multiple de la seconde B, comme la composee de la troisiesme & sixiesme H, le sera de la quarte D. Th.2.

DEmonstr. Par l'hypothese la seconde B, & la quarte D, sont contenus vn pareil nombre en leurs multiples A, & C, sçauoir deux fois semblablement la mesme seconde B, & la quarte D, sont contenus vn pareil nombre de fois en leurs multiples E, & F, sçauoir trois fois : donc par la precedente ils seront contenus en pareil nombre dans leurs multiples assemblés ; c'est à dire que si on compose G, de A, & L, & pareillement H, de F, & C, comme G, 15. contiendra B. 3. cinq fois, ainsi H, 10. contiendra D, 2. cinq fois,

PROPOSITION III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si la premiere A. *est autant multiple de la seconde* B, *que la tierce* C, *de la quarte* D. *& qu'on prenne les equemultiples* E, *&* F, *de la premiere* A, *& troisiesme* C, *en raison egale la multiple de la premiere* E, *sera autant multiple de la seconde* B, *que la multiple de la troisiesme* F, *le sera de la quarte* D. Th. 3.

DEmonst. B. & D. sont posez estre egalement contenus en A, & C, donc aussi ils doiuent estre egalement contenus és mesmes multipliez par mesme nombre: c'est à dire en E, & en F. a 1. 5.

dent pour le comparer à l'exceds, par lequel l'antecedent surpasse le consequent.

ON en peut faire aussi de quatre sortes : la premiere desquelles est celle cy dessus: la seconde, la comparaison du consequent au mesme exceds : la troisiesme, la comparaison de l'antecedent à l'exceds du consequent sur l'antecedent, & la quatriesme, la comparaison du consequent audit exceds.

17. *Raison egale ou d'egalité est lors qu'il y a plusieurs grandeurs d'vn costé & autant de l'autre en multitude, qui prises de deux en deux soient en mesme raison, & que comme aux premieres grandeurs la premiere est à la derniere, ainsi aux secondes*

grandeurs, la premiere soit à la derniere; autrement c'est prendre les extremes par la soustraction des moyennes.

18. Proportion ordonnée est lors que l'antecedent est au consequent comme l'antecedent au consequent, & que le consequent est à vn tiers comme le consequent est à vn autre tiers,

19. Proportion perturbée est lors qu'il y a trois grandeurs d'vn costé, & trois de l'autre, & comme aux premieres grandeurs l'antecedent est au consequent, ainsi aux secondes grandeurs l'antecedent est au consequent : mais comme aux premieres grandeurs le consequent est à quel-

que autre, ainsi aux secondes grandeurs quelque autre est à l'antecedent.

20. *S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, la raison de la premiere à la derniere est composée des raisons de la premiere à la seconde, & de la seconde à la troisiesme, & de la troisiesme à la quatriesme, & ainsi d'ordre iusques à ce que la proportion soit achenée.*

PRO-

PROPOSITION I.

3. 1. 3. 1.
A.E.C.F.
6. 2.
G.H.

S'il y à tant de grãdeurs qu'on voudra equemultiples dautant d'autres grãdeurs chacune de la sienne, comme l'vne sera multiple d'vne, ainsi les toutes seront multiples des toutes. Th. 1.

C'Est à dire que comme A, est multiple de E. & semblablement C, de F, si A, & C, sont ioincts en G, & pareillement E, & F, en H, comme A, estoit multiple de E, & C, de F. autant G, sera multiple de H. a 2. def. 5.

Demonstr. Les toutes ne sont ny plus grandes, ny moindres que toutes leurs parties ensem-

ble : donc tout le composé G, ne contient pas dauantage de fois tout le composé H, ny aussi moins de fois que A, & C, toutes les parties du tout H, & autant de fois que E, se prendra en A, & F, en C, autant de fois H, se prendra en G, c'est à dire trois fois en chacun.

PROPOSITION II.

6 3 4 2 *Si la premiere* Th.2.
A. B. C. D. *grandeur* A, *est*
9 6 15 10 *autant multiple de*
E. F. G H *la seconde* B, *que la*
troisiesme C, *de la*
quarte D, *& que la cinquiesme* E, *soit autãt multiple de la seconde* B. *que la sixiesme* F, *de la quarte* D, *la composee de la premiere & cinquiesme* G, *sera autant multiple de la seconde* B, *comme la composee de la troisiesme & sixiesme* H, *le sera de la quarte* D.

DEmonstr. Par l'hypothese la seconde B, & la quarte D, sont contenus vn pareil nombre en leurs multiples A, & C, sçauoir deux fois semblablement la mesme seconde B, & la quarte D, sont contenus vn pareil nombre de fois en leurs multiples E, & F, sçauoir trois fois : donc par la precedente ils seront contenus en pareil nombre dans leurs multiples assemblés ; c'est à dire que si on compose G, de A, & L, & pareillement H, de F, & C, comme G, 15. contiendra B. 3. cinq fois, ainsi H, 10. contiendra D, 2. cinq fois,

PROPOSITION III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si la premiere A. est autant multiple de la seconde B, que la tierce C, de la quarte D. & qu'on prenne les equemultiples E, & F, de la premiere A, & troisiesme C, en raison egale la multiple de la premiere E, sera autant multiple de la seconde B, que la multiple de la troisiesme F, le sera de la quarte D. Th.3.

DEmonst. B. & D. sont posez estre egalement contenus en A, & C, donc aussi ils doiuent estre egalement contenus és a 1.5. mesmes multipliez par mesme nombre: c'est à dire en E, & en F.

PROPOSITION IV.

Th. 4. 4	2	6	3	
A	B	C	D	
8	6	12	9	
E	F	G	H	

Si la premiere a mesme raison à la seconde que la troisiesme à la quatriesme, aussi les equemultiples de la premiere & troisiesme auront mesme raison aux equemultiples de la seconde & quatriesme en quelque multiplication que ce soit, si on prend celles qui s'entrerespondent.

CAr soient les grandeurs A BCD, premiere, seconde, troisiesme & quatriesme; & E, G, equemultiples de A, & C, item F, H, equemultiples de B, & D, par la sixiesme definition, c'est le mesme que quatre grãdeurs soiét proportionnelles, ou que leur equemultiples soient egales, defaillent ou excedent ensemble l'vne à l'autre : & c'est encores le mesme de comparer chacune B. D. à chacune A. C. que de comparer les mesmes B, D, egalement multipliées ausdits A & C, multipliées par mesmenombre.

Coroll. D'icy appert la verité de la raison conuerse : car si A, excede autant B, que C, excede D, il est euident que B, defaut autant à l'egard de A, que D, à l'egard de C, & l'euident seroit pareil, si A, & C, estoient prises egales ou moindres que B, & D.

PROPOSITION V.

Th. 5. E 4 F 2 C 8 D 4 A 12 B 6 *Si vne grandeur A, est autant multiple d'vne grandeur B, que la retranchée C, de la retranchée D, le reste E, sera autant multiple du reste F, que la toute A, de la toute B.*

DEmonst. Soit A, double de B, & la partie ostée C, semblablement double de la partie ostée D, si le residu E, n'est pas double du residu F, toutes les parties du tout B, ne seront pas cõtenues en toutes les parties du tout A, ainsi que le tout dans le tout : donc il faut que le residu soit multiple du residu, comme la toute de la toute.

PROPOSITION VI.

G 2	H 3	G 8	H 12
E 10	F 15	E 4	F 6
A 12	B 18	A 12	B 18
C 2	D 3	C 2	D 3

Si deux grandeurs A, & B, sont equemultiples de deux grandeurs C, & D: *Et les retranchées* EF, *sont equemultiples des mesmes* C. D. *les restes* G. H. *sont equemultiples des mesmes* C.D. *ou egales à icelles.* Th. 6.

DEmonst. Les grandeurs C, &D, par l'hypotese sōt egalement contenuës en leurs toutes A, & B, & aussi en leurs parties E, & F: [a] donc elles seront aussi egalement contenues en leurs restes G, & H, partant les restes seront egales aux equemultiples d'icelles grandeurs C, & D. a 5.5.

PROPOSITION VII.

Th.7

24	24	8
A	B	C
12	12	4

Les grandeurs egales A.B, *ont mesme raison à vne mesme* C, *& vne mesme* C, *a mesme raison à grandeurs egales.*

DEmonst. Conceuez la grandeur C, estre posée deux fois, & que A premier, soit à C seconde, comme B troisiesme à C quatriesme, & prenez les equemultiples de A premiere & B troisiesme, sçauoir 24. & 24. item les equemultiples de C seconde, & de C quatriesme, sçauoir 8 & 8. si [a] la multiple de A premiere est moindre egal, ou plus grande que la multiple de la seconde C, aussi la multiple de la tierce B, sera de mesme à la multiple de la quatriesme C, & partant A sera à C, comme B à C. Par mes-

a 6. Def.5

me maniere appert que la multiple de C seconde sera à la multiple de A, comme la multiple de la mesme C quatriesme, sera à la multiple de B, partant C, est à A, comme C à B.

PROPOSITION VIII.

16	8	4
A	B	C
6	4	8

Des grandeurs inegales A, B, la plus grande A, a plus grande raison à vne mesme C, que la moindre B: & vne mesme C, a plus grande raison à la moindre B, que à la plus grande A. Th. 8.

DEmonstr. Si A estoit egal à B, ou si A & B contenoient egalement C, elles auroient mesme raison à C, & C, vne mesme à A & B, par la precedente; mais A est posée plus grande; c'est à dire, qu'elle contient C, autant de fois & plus, que ne fait B: donc elle a plus grande raison à C, & par le contraire, puis que C, est plus contenu en A qu'en *B*, il faut que C. aye moindre raison à A, que non pas à *B*.

PROPOSITION IX.

A B C
15 15 4

Les grandeurs A, B. qui ont mesme raison à vne mesme C, sont egales entr'elles, & celles ausquelles vne mesme C a mesme raison sont egales. Th.9.

CAr si A, est plus grande que B: donc il y aura plus grande raison de la plus grande A, à C, que de la moindre B, à la mesme C, & aussi plus grande raison de C, à B, que A. Ce qui est contre l'hypothese.

PROPOSITION X.

Th. 10. 16 8 4 *Des grandeurs* A, A B C B, *qui ont raiſon à vne meſme* C, *celle* A, *qui a plus grande raiſon eſt plus grande & celle* B, *à laquelle vne meſme à plus grande raiſon c'eſt la plus petite.*

Car ſi B eſtoit plus grande, ou egale à A, A & B, auroient meſme raiſon à C, ou B, l'auroit plus grande contre l'hypotheſe, ſi C, a plus grande raiſon à A, qu'à B, A, eſt moindre que B, ou que l'vne & l'autre. Ce qui eſt abſurde.

PROPOSITION XI.

	27		18		16
G	36	I	24	H	48
	18		12		24
A	9	E	6	C	12
B	6	F	4	D	8
	24.		16.		32
K	36.	M.	24.	L.	48
	12		8		16

Les raisons qui sont de mesme à vne sont de mesme entr'elles. Tb.11.

SOient les raisons A, à B, & C, à D, mesmes que celle de E, à F, il s'ensuit que A, à B, & C, à D, seront de mesme entr'elles; car par la 6. defin. de ce liure, si on prend à toutes les antecedẽtes A, C, E, des equemultiples G, H, I, & aux consequentes B, D, F, les equemultiples K, L, M, il arriuera tousiours qu'elles defaudront ensemble, seront egales ou plus grandes, comme appert en l'exemple proposé.

PROPOSITION XII.

Th. 12. 4 2 6 3 A B C D *S'il y a tant de grãdeurs proportionnelles qu'on voudra AB*

10 5. A C B D *CD. comme l'vne des antecedentes sera à l'vne des consequentes, ainsi toutes les antecedentes seront à toutes les consequentes.*

CE qui se demonstre en la premiere proposition de la proportion multiple se demonstre icy de toute proportion, mesme de l'irrationelle, par la mesme premiere, & par la 6. definition, si on prend des equemultiples des antecedentes & consequentes, & la raison generale est que puis que le tout n'est autre chose que toutes les parties telle que sera la raison de A, à B, & C, à D, la mesme sera de A, & C, ensemble à B, & D, ensemble.

PRO-

PROPOSITION XIII.

6 4 3 2 4 3 *Si la premiere A,* Th. 13
A B C D E F *a mesme raison à la deuxiesme B. que la tierce C, à la quarte D. mais la tierce a plus grande raison à la quarte que la cinquiesme E. à la sixiesme F, aussi la premiere A, aura plus grande raison à la seconde B, que la cinquiesme E, à la sixiesme.*

DEmonst. Les raisons de A, à B, & C, à D, sont semblables par l'hypothese, comme icy elles sont sesquialtere, la raison de C, à D, est plus grande que celle de E, à F, sesquitierce, partant la raison de A, à B, est plus grande que de E, à F, par la 11. Prop.

PROPOSIT. XIV.

Th. 14.

2	3	8	12
9	9	9	9
12	8	6	4
A	B	C	D

Si la premiere A, a mesme raison à la seconde B, que la troisiesme C, à la quatriesme D, & que la premiere A, soit plus grande que la troisiesme C, aussi la seconde B, sera plus grande que la quatriesme D. Que si la premiere A, est egale, à la troisiesme C, aussi la seconde B, sera egale à la quatriesme D, & si moindre, moindre.

DEmonstr. Soit A, plus grande que C: a donc la raison
a 8. 5. de A, à B, est plus grande que de C, à B, derechef C, est à D, com-
b 13. 5 me A, à B, b & la raison de A, à B, est plus grande que de C, à B: donc la raison de C, premiere à D, seconde, est plus grande que de C, cinquiesme à B, sixiesme,

2 3 8 12 partant D, est moin-
9 9 9 9 dre que B. c 10.5
12 8 6 4 Soit A, egale à C: d 7.5
A B C D doncques d A, sera à
B, comme C, à B, &
dautant que C, à D, & C, à B, sont
raisons egales à la raison de A, e 9.5.
à B, e les raisons de C, à D, & C,
à B, seront mesmes entr'elles.

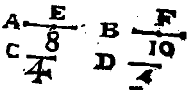
Soit A, moindre que C, f la rai- f 13.5
son de C, à B, sera plus grande
que celle de A, à B, & veu que la
raison de C, premiere à D, se-
conde est plus grande que celle g 10. 5.
de C cinquiesme, à B, sixiesme,
g B, sera moindre que D.

PROPOSIT. XV.

A 5 B 7 *Les parties sont*
Th. 13. C 25 D 35 *entr'elles, comme leurs equemultiples, si on les prend comme elles s'entrerespondent.*

SOit A, partie de C. & B de D. C. contient A. autant de fois que D. contient B; veu donc que comme l'vne des antecedentes A, est à l'vne des consequentes B, & ainsi toutes les antecedentes C, à toutes les consequentes D. C est à D. comme A à B.

PROPOSIT. XVI.



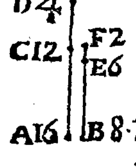
Si quatre grãdeurs sõt proportionnelles, elles seront aussi alternatiuement proportionnelles. Tb.16

C'Est à dire que si A, est à C, comme B, à D, en changeant A, sera à B, comme C, à D.

Demonst. Supposons que A, contienne C, deux fois, ainsi que B, contient D, si on mipartit A. en E, & B, en F, E sera egale à C, & F egale à D ; mais comme E, à F. [a] ainsi le double A, au double B: donc comme le double, A est au double B. ainsi C, egal à E, est à D, egal à F. a 12,5

PROPOSITION XIX.

Th. 39.



Si comme vn tout A est au tout B, ainsi le retranché CD. au retranché EF. le reste CA. sera au reste EB. comme le tout AD. au tout BF.

DEmonst. AD. BF. CD. EF. sont quatre proportionnelles par l'hypothese; [a] donc com-
a 16. 5. me FB à FE. ainsi AD à CD: dõc
b 17. 5 [b] comme FE. à EB. ainsi DC. à CA. partant comme FE à DC. ainsi BE à AC. c'est à dire comme la toute AD. à la toute BF, veu que l'on a posé AD, à BF. comme CD. à EF.

Plus brieuement on peut dire qu'autrement toutes les parties seroient plus grandes au respect de toutes les parties, que le tout n'est au tout.

PROPOSITION XX.

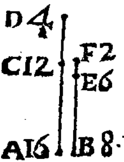
12	9	6
A	B	C
8	6	4
D	E	F

S'il y a trois grandeurs A.B.C. *& autant d'autres, ſçauoir* D.E.F. *leſquelles priſes de deux en deux, ſoient en meſme raiſon (ſçauoir comme* A *à* B. *ainſi* D *à* E. *& cõme* B *à* C, *ainſi* E *à* F.) *& qu'en raiſon egale, la premiere* A. *ſoit plus grande que la troiſieſme* C. *la quatrieſme* D, *ſera auſſi plus grande que la ſixieſme* F. *& ſi egale, egale, ſi plus petite, plus petite.* Th. 10.

DEmonſt. Soit A plus grande que C: donc il y aura plus grande raiſon de A à B, que de C a 8.5.

PROPOSITION XIX.

Tb.39.



Si comme un tout A est au tout B, ainsi le retranché CD. au retranché EF. le reste CA. sera au reste EB. comme le tout AD. au tout BF.

Demonst. AD. BF. CD. EF. sont quatre proportionnelles par l'hypothese; [a] donc comme FB à FE. ainsi AD à CD: dóc [b] comme FE. à EB. ainsi DC. à CA. partant comme FE à DC. ainsi BE à AC. c'est à dire comme la toute AD. à la toute BF, veu que l'on a posé AD, à BF. comme CD. à EF.

a 16. 5.
b 17. 5

Plus brieuement on peut dire qu'autrement toutes les parties seroient plus grandes au respect de toutes les parties, que le tout n'est au tout.

PRO-

PROPOSITION XX.

12	9	6
A	B	C
8	6	4
D	E	F

S'il y a trois grandeurs A.B.C. *& autant d'autres, sçauoir* D.E.F. *lesquelles prises de deux en deux, soient en mesme raison (sçauoir comme* A *à* B. *ainsi* D *à* E. *& cõme* B *à* C, *ainsi* E *à* F.) *& qu'en raison egale, la premiere* A. *soit plus grande que la troisiesme* C. *la quatriesme* D, *sera aussi plus grande que la sixiesme* F. *& si egale, egale, si plus petite, plus petite.* Th.20.

Demonst. Soit A plus grande que C: donc il y aura plus grande raison de A à B, que de C a 8.5.

à B. mais comme A à B. ainsi D à E. & comme B à C. ainsi E à F: donc par conuersion, ou en rebroussant, comme C à B. ainsi F
b 13. 5 à E. [b] parquoy D a plus grande raison à E. que F à E. & partant
c 10. 5 [a]D est plus grande que F. on conclura semblablement si on pose A egal à C, ou moindre, & qu'il y ait tant de grandeurs qu'on voudra d'vn costé, & autant d'autres en multitude, on fera tousiours la mesme demonstration.

PROPOSITION XXI.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

S'il y a trois grandeurs d'vn coſté A.B.C. *& autãt de l'autre en multitude* D. E. F. *leſquelles priſes de deux en deux ſoient en meſme raiſon, & que leur proportion ſoit troublée (c'eſt à dire que comme* A *à* B. *ainſi* E *à* F. *& comme* B *à* C. *ainſi* D *à* E.) *en raiſon egale ſi la premiere* A *eſt plus grande que la troiſieſme* C. *auſſi la quatrieſme* D. *ſera plus grande que la ſixieſme* F. *& ſi egale, egale, ſi plus petite plus petite.* Th. 21.

a 8.5. DEmonstr. Soit A plus grande que C. donc [a] A aura plus grande raison à B, que C à B: mais comme A à B, ainsi E à
b 13.5 F: donc [b] il y a plus grande raison de E à F. que de C à B. & parce que comme B à C. ainsi D à E. donc au rebours, comme C à B. ainsi E à D. partant il y a plus grande raison de E à F, que de E à D, & par consequent D est plus grande que F. le mesme se demonstrera, si A est posée moindre ou egale.

PROPOSITION XXII.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra d'vn costé A.B. C, *& autant de l'autre en multitude* D.E.F. *lesquelles prises de deux en deux soient en mesme raison (c'est à dire comme* A *à* B. *ainsi* D *à* E. *& comme* B *à* C. *ainsi* E *à* F.) *aussi en raison egale, elles seront en mesme raison; c'est à dire* A *sera à* C, *comme* D *à* F. Th. 22.

DEmonstr. Soient prises G. H.I. equemultiples de A. B. C. & L.M.N. equemultiples de

D. E. F. veu que les ſimples grandeurs ſont en meſme raiſon, ſçauoir A, à B, comme D à E, & B
a 15.5. à C. comme E à F. leurs [a] equemultiples ſeront auſſi ſçauoir G à H. & H à I. comme L à M. &
b 20.5. M à N. Partant [b] ſi tant de grandeurs, qu'on voudra, & autant d'autres ſont priſes deux à deux en meſme raiſon deſquelles les premieres en chaque ordre excedent la derniere, ou luy ſoient egales ou moindres enſemblement leurs ſimples A à C, ſeront comme D à F.

PROPOSIT. XXIII.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

S'il y a trois grãdeurs d'vn costé A.B.C. *& autant de l'autre en multitude* D.E F. *lesquelles prises de deux en deux soient en mesme raison, & que leur raison soit troublée (sçauoir* A à B, *comme* E à F, *&* B à C, *comme* D à E, *) aussi en raison egale, elles seront en mesme raison; c'est à dire* A à C, *comme* D à F. Th. 23.

DEmonst. Si A est plus grande, egale ou moindre que C, D sera pareillement [a] plus grande, egale ou moindre que E, C, & [b] il sera de mesme des equemultiples: donc [c] en raison egale, [d] il y aura mesme raison de A à C, que de D à F.

a 21. 3.
b 15. 5.
c 17. def.
d 6. def.

PROPOSIT. XXIV.

Th. 24.

4	2	6
A	B	C
3	10	15
D	E	F
14	21	
G	H	

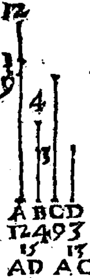
Si la premiere A *est à la seconde* B, *comme la troisiesme* C *à la quatriesme* D, *& la cinquiesme* E *à la seconde* B, *comme la sixiesme* F *à la quatriesme* D, *aussi* G *la composée de la premiere & cinquiesme, sera à la seconde* B, *comme* H *composée de la troisiesme & sixiesme, sera à la quatriesme.*

DEmonst. Par l'hypothese B est telle partie de chacune A & E, que D l'est de chacune C, & F: donc [a] B, sera telle partie des composées A & E en G, que D l'est des composées C & F en H.

a 18.5.

PROPOSIT. XXV.

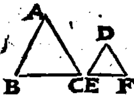
Si quatre grandeurs ABCD. sont proportionnelles la plus grãde & la plus petite ensemble sont plus grandes que les deux autres. Th. 25



Demonst. Par l'hypothese, comme A à B, ainsi C à D, soit A plus grande, & d'icelle soit prise A 9. egale à C, & à B. soit prise B 3. egale à la plus petite D: donc comme la totale A 12. à la partiale A 9, ainsi la totale B 4. à la [illegible]ale B 3. & le reste 9. 12. c'est à dire 3. est au reste 3. 4. c'est à dire 1. comme A 12. à B 4. doncques 3. sera plus grande que 1. or de 3. ostez en 9. 1. c'est à dire 1. egale à 3. 4. sçauoir 1. il s'ensuit que A 1. sçauoir 10. contient les grandeurs C 9. & 34. c'est à dire 1 donc A 1. & D, sçauoir 13. sont egales aux grandeurs C 9. & B 4. donc si on adiouste 1. 12. sçauoir 2. la grandeur A 12. & D. 3. sçauoir 15. seront plus grande que B 4. & C 9. sçauoir 13.

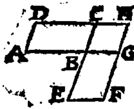
LIVRE SIXIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.



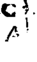
1. *Semblables figures rectilignes, sont celles qui ont les angles egaux, vn chacun au sien, & aussi les costez à l'entour des angles egaux proportionnaux.*

DEux conditions sont requises aux figures semblables, l'vne que les angles soiẽt egaux, chacun au sien, comme icy A.D. B.à E.C à F.l'autre que les costez à l'entour des angles egaux soiét proportionnaux; c'est à dire, que comme BA, à AC, ainsi ED, soit à DF. Que si l'vne de ces deux choses manque, les figures ne seront pas semblables, ainsi le quarré & le plus long d'vn costé ne sont pas figures semblables.



2. Les figures reciproques sõt celles qui ont les termes antecedens & consequents des raisons en l'vne & l'autre figure.

Cela paroist principalement és parallelogrammes, & és triangles: car si AB. est à BG. comme BE, à BC. les figures seront reciproques, dautant qu'en l'vn & en l'autre parallelogramme se trouue l'antecedent & consequent des raisous diuerses.



3. *Vne ligne droicte* A B. *est dite estre couppée en la moyenne & extreme raison, quand la toute* AB, *est au plus grand segment* AC, *comme le plus grand segment* AC, *est au moindre* CB.

4. *La hauteur de quelconque figure est la ligne perpendiculaire* AD, *menée du sommet sur la base* CB.

5. *Vne raison est dite composée de raisons, quand les*

à B. mais comme A à B. ainsi D à E. & comme B à C. ainsi E à F: donc par conuersion, ou en rebroussant, comme C à B. ainsi F
b 13, 5 à E. [b] parquoy D a plus grande raison à E. que F à E. & partant
c 10, 5 [c] D est plus grande que F. on conclura semblablement si on pose A egal à C, ou moindre, & qu'il y ait tant de grandeurs qu'on voudra d'vn costé, & autant d'autres en multitude, on fera tousiours la mesme demonstration.

PROPOSITION XXI.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

S'il y a trois grandeurs d'vn coſté A.B.C. *& autãt de l'autre en multitude* D. E. F. *leſquelles priſes de deux en deux ſoient en meſme raiſon, & que leur proportion ſoit troublée (c'eſt à dire que comme* A *à* B. *ainſi* E *à* F. *& comme* B *à* C. *ainſi* D *à* E.) *en raiſon egale ſi la premiere* A *eſt plus grande que la troiſieſme* C. *auſſi la quatrieſme* D. *ſera plus grande que la ſixieſme* F. *& ſi egale, egale, ſi plus petite plus petite.* Th. 21.

a 8.5. DEmonstr. Soit A plus grande que C. donc [a] A aura plus grande raison à B, que C à B. mais comme A à B, ainsi E à
b 13.5 F: donc [b] il y a plus grande raison de E à F. que de C à B. & parce que comme B à C. ainsi D à E. donc au rebours, comme C à B. ainsi E à D. partant il y a plus grande raison de E à F, que de E à D, & par consequent D est plus grande que F. le mesme se demonstrera, si A est posée moindre ou egale.

PROPOSITION XXII.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra d'vn costé A.B. C, *& autant de l'autre en multitude* D.E.F. *lesquelles prises de deux en deux soient en mesme raison (c'est à dire comme* A *à* B. *ainsi* D *à* E. *& comme* B *à* C. *ainsi* E *à* F.) *aussi en raison egale, elles seront en mesme raison; c'est à dire* A *sera à* C, *comme* D *à* F. Th. 22.

DEmonstr. Soient prises G. H.I. equemultiples de A. B. C. & L.M.N. equemultiples de

D.E.F. veu que les ſimples grandeurs ſont en meſme raiſon, ſçauoir A, à B, comme D à E, & B
a 15.5. à C. comme E à F. leurs [a] equemultiples ſeront auſſi ſçauoir G à H, & H à I, comme L à M. &
b 20.5. M à N. Partant [b] ſi tant de grandeurs, qu'on voudra, & autant d'autres ſont priſes deux à deux en meſme raiſon deſquelles les premieres en chaque ordre excedent la derniere, ou luy ſoient egales ou moindres enſemblement leurs ſimples A à C, ſeront comme D à F.

PROPOSIT. XXIII.

18	12	4	*S'il y a trois grãdeurs*
A	B	C	*d'vn costé* A.B.C. *& au-*
27	9	6	*tant de l'autre en mul-*
D	E	F	*titude* D.E F. *lesquelles*

Th. 23.

prises de deux en deux soient en mesme raison, & que leur raison soit troublée (sçauoir A *à* B, *comme* E *à* F, *&* B *à* C, *comme* D *à* E, *) aussi en raison egale, elles seront en mesme raison; c'est à dire* A *à* C, *comme* D *à* F.

DEmonst. Si A est plus grande, egale ou moindre que C, D sera pareillement [a] plus grande, egale ou moindre que E, C, & [b] il sera de mesme des equemultiples: donc [c] en raison egale, [d] il y aura mesme raison de A à C, que de D à F.

a 21. 5.
b 15. 5.
c 17. def.
d 6. def.

PROPOSIT. XXIV.

Th. 24.

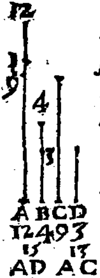
4	2	6
A	B	C
3	10	15
D	E	F
14	21	
G	H	

Si la premiere A *est à la seconde* B, *comme la troisiesme* C *à la quatriesme* D, *& la cinquiesme* E *à la seconde* B, *comme la sixiesme* F *à la quatriesme* D, *aussi* G *la composée de la premiere & cinquiesme, sera à la seconde* B, *comme* H *composée de la troisiesme & sixiesme, sera à la quatriesme.*

DEmonst. Par l'hypothese B est telle partie de chacune A & E, que D l'est de chacune C, & F: donc [a] B, sera telle partie des composées A & E en G, que D l'est des composées C & F en H.

a 18. 5.

PROPOSIT. XXV.



Si quatre grandeurs A B C D. *sont proportionnelles la plus grãde & la plus petite ensemble sont plus grandes que les deux autres.* Th. 25

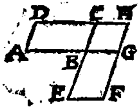
DEmonst. Par l'hypothese, comme A à B, ainsi C à D, soit A plus grande, & d'icelle soit prise A 9. egale à C, & à B. soit prise B 3. egale à la plus petite D: donc comme la totale A 12. à la partiale A 9, ainsi la totale B 4. à la [illegible]ale B 3. & le reste 9. 12. c'est à dire 3. est au reste 3. 4. c'est à dire 1. comme A 12. à B 4. doncques 3. sera plus grande que 1. or de 3. ostez en 9. 1. c'est à dire 1. egale à 3. 4. sçauoir 1. il s'ensuit que A 1. sçauoir 10. contient les grandeurs C 9. & 34. c'est à dire 1 donc A 1. & D, sçauoir 13. sont egales aux grandeurs C 9. & B 4. donc si on adiouste 1. 12. sçauoir 2. la grandeur A 12. & D. 3. sçauoir 15. seront plus grande que B 4. & C 9. sçauoir 13.

LIVRE SIXIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

1. Semblables figures rectilignes, sont celles qui ont les angles egaux, vn chacun au sien, & aussi les costez à l'entour des angles egaux proportionnaux.

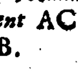
DEux conditions sont requises aux figures semblables, l'vne que les angles soiét egaux, chacun au sien, comme icy A.D. B.à E.C à F.l'autre que les costez à l'entour des angles egaux soiét proportionnaux; c'est à dire, que comme BA, à AC, ainsi ED, soit à DF, Que si l'vne de ces deux choses manque, les figures ne seront pas semblables, ainsi le quarré & le plus long d'vn costé ne sont pas figures semblables.



2. *Les figures reciproques sõt celles qui ont les termes antecedens & consequents des raisons en l'vne & l'autre figure.*

CEla paroist principalement és parallelogrammes, & és triangles: car si AB. est à BG. comme BE, à BC. les figures seront reciproques, dautant qu'en l'vn & en l'autre parallelogramme se trouue l'antecedent & consequent des raisons diuerses.

3. *Vne ligne droicte* A B. *est dite estre couppée en la moyenne & extreme raison, quand la toute* AB, *est au plus grand segment* AC, *comme le plus grand segment* AC, *est au moindre* CB.



4. *La hauteur de quelconque figure est la ligne perpendiculaire* AD, *menée du sommet sur la base* CB.

5. *Vne raison est dite composée de raisons, quand les*

quantitez des raisons multipliées entr'elles, font quelque raison.

La quantité d'vne raison est celle qui denomme combien l'vn des termes contient l'autre; comme si l'vn contient l'autre deux fois, deux est la quantité de la raison, si deux tiers de fois $\frac{2}{3}$ sera la quantité de la raison proposée. Que si on veut adiouster la raison double, ou de 2. à 1. auec celle de 2. à 3. il faut multiplier leurs quantitez ou denominateurs; sçauoir 2. ou $\frac{2}{1}$ par $\frac{2}{3}$ le produit est $\frac{4}{3}$ ainsi la raison double 2. auec la triple 3. font raison sextuple; ce qui paroist encor en mettant des grandeurs de suite selon les raisons proposées 12. 6. 2. 12. est à 6 en raison double 6. à 2. en raison triple, la composée est la raison de 12. à 2. qui est la raison sextuple, par ainsi pour auoir la raison composée nõ equemultipliée, les quantitez ou denominateurs des raisons entr'eux.

PROPOSITION I.

Les triãgles AB C, DEF, *& les parallelogrammes* CG. DF. *de mesme hauteur* GH, BF, *sont entr'eux comme leurs bases* BC. EF. Tb. 1.

C'Est à dire qu'ils ont mesme raison entr'eux que leurs bases.

Demonst. Les triangles de mesme hauteur, peuuent estre mis entre mesmes paralleles, a def. 4.

b & lors ceux qui auront ba-
b 36 1. ses egales, seronteg aux; qui
plus grands plus grands, qui
c 15.5. moindres moindres, c il sera le
mesme de leurs equemultiples,
par consequent les triangles se-
ront entr'eux comme leurs ba-
ses, on dira le mesme des pa-
d 34.1. rallelogrammes, d puis qu'ils sont
doubles des triangles.

PRO-

PROPOSITION II.

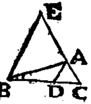
Si on mene vne parallele ED. *à vn costé* CB. *de quelque triangle* ABC. *icelle couppera les costez* AC. AB. *du triangle proportionnellement, & si les costez du triangle sont couppez proportionnellement, la droicte* DE, *menée par les sections sera parallele à* CB. *l'autre costé du triangle.* Th.2.

DEmonstr. Apres auoir mené les droictes EB, DC, les triangles EDC. EDB. sur mesme base ED. & entre mesmes paralleles ED.CB. seront egaux,[h] partant comme AED. à ECD. ainsi 37.1 h 1.6.

AE. à EC. [e] car ils sont de mesme hauteur, & comme ADE, à DBE. ainsi AD. à DB. [d] donc comme AE. à EC. ainsi AD. à DB. soient maintenans posez les costez AC. AB. estre couppez proportionnellement en E. D. veu que AED. a mesme raison à DEC. qu'à EDB. à cause que AE. est à EC. comme AD. à DB. les [e] triangles DEC. EDB. seront egaux, & veu qu'ils sont sur mesme base, [f] ils seront aussi entre mesmes paralleles.

c Def. 4
d 7 5
e 9 5.
f 39. 1

PROPOSITION III.

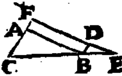


Si vn angle A *du triãgle* ABC *est coupé en deux egalement, & que la droicte* AD. *qui coupe l'angle, coupe aussi la base* BC. *les segments de la base* BD. DC. *auront mesme raison que les autres costez du triangle* BA. AC. *& si les segments de la base* BD. BC. *ont mesme raison que les autres costez du triangle* BA. AC. *la droicte* AD. *tirée du sommet* A, *à la section* D, *coupera l'angle* A, *du triangle en deux egalement.* Th.3.

DEmonst. Du poinct B, [a] soit tirée BE. parallele à DA. la- a 31.1

quelle CA estant prolongée
b 17.& 29.1. [b] récontre en E, lors l'angle EBA
[c] sera egal à son alterne BAD, &
c 29.1. E à l'externe DAC. partant veu
que les angles BAD. CAD. sont
posez egaux les angles EBA, &
d 6.1.b E, seront egaux, [d] & les droites
BA, AE, egales : donc au triangle EBC, les droictes DA, BE,
estant paralleles, cõme EA, c'est
à dire BA. à AC ainsi BD. sera à
DC. soit derechef comme BA, à
e 2.6. AC, [e] ainsi BD. à DC. & comme
f 2.6. BD, à DC, ainsi [f] EA à AC : donc
g 11.5 comme BA à AC. [g] ainsi EA est
h 9.5. à AC. & partant BA, & AE sont
i 5.1. egales, & aussi les angles ABE,
& E, veu donc que ABE, est egal
à l'alterne BAD, & E, à l'externe
DAC. les angles BAD. DAC.
seront egaux.

PROPOSITIO IV.

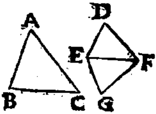


Les triangles Th.4.
equiangles AC B. DBE. *ont leurs costez proportionnaux; (sçauoir* AC *à* CB. *comme* DB *à* BE *) les prenant au tour des angles egaux* C *&* B, *& les costez* BA, ED. *qui soustendent lesdits angles egaux* C *&* B, *sont homologues ou de mesme raison,*

DEmonst. Mettez CB, BE, en ligne droicte, que l'angle externe DBE, soit egal à l'interne C. lors les droictes DB, & AC. [a] seront paralleles: & semblablement ED. BA. à cause que les angles E. & ABC. sont egaux, a 28. 1

& dautant que les angles ACB,
b 29. 1. ABC. b c'est à dire DEB. c sont
c 17. 1. moindres que deux droicts, si on
prolonge ED. CA. ils conuien-
d ax. 11 dront d quelque part, & DA,
e 34. 1. e sera vn parallelogramme, veu
donc qu'au triangle, FCE, les
droictes DB. FC. sont paralleles,
f comme ED sera à DF. ou BA.
f 2. 6. ainsi EB. à BC. & parce que BA,
FE, sont paralleles, CB sera à
BE, comme CA, à AF, ou BD,
& comme CA, à AF, ou BD, ain-
si FD. ou AB. à DE.

PROPOSITION V.



Si deux triangles ABC. DEF. *ont leurs costez proportionnaux ; sçauoir* AB. BC. *à* DE. EF. *ils seront equiangles & auröt les angles* D, A. E, B. C, F. *egaux, sous lesquels les costez homologues sont soustendus.* Th. 5.

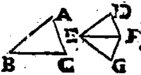
DEmonstr. Sur la droicte EF, au poinct E, soit [a] fait l'angle FEG. egal à l'angle B, & au poinct F, vn autre angle egal à l'angle C, & consequemment [b] l'angle G egal à l'angle A, & les triangles ABC, EFG, equian- a 23. 1. b 32. 1

gles, lors les costez à l'entour des angles egaux A, & G. [c] seront proportionnaux; sçauoir AB, à AC. comme GE, à GF. & AB. à BC. comme GE, à EF, & AC. à CB. comme GF. à FE. Mais les costez du triangle DEF. sont en mesme raison par l'hypothese, [d] partant DE sera egal à EG, & DF, à FG, & [e] le triangle DEF, au triangle EFG, & [f] consequemment DEF. equiangle à ABC.

c 4.6
d 9.5.
e 8.1.
f ax.1

PRO-

PROPOSITION VI.

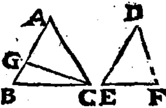


Si deux triangles ABC. DEF. *ont vn angle egal* A. D. *& les costez à l'entour d'iceluy proportionnaux (comme* BA, *à* AC. *ainsi* ED, *à* DF.*) ils seront equiangles, & auront les angles* BE, C. F. *egaux sous lesquelles les costez de mesme raison* BA. ED. AC. DF. *sont soustendus.* Th. 6.

DEmonst. Ioignans la droicte EF. faites les angles FEG. EFG. egaux aux angles *B.* C. l'angle G. sera egal à A. & à

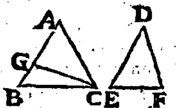
cause que ABC, GEF, seront e-
a 4.6. quiangles [a] AB, sera à AC, com-
b 11. & me GE. à GF. mais comme AB,
9.5. à AC. ainsi aussi DE. à DF. [b] par
consequent les costez DE. DF.
sont egaux aux costez GE, GF,
c 8.1. & parce que la base EF. est com-
d ax. 1. mune [c] EFD. EFG. sont equian-
gles, & partant [d] ABC. DEF.
seront aussi equiangles.

PROPOSITION VII.



Si deux triangles ABC. DEF. *ont vn angle* A, *egal à vn angle* D, *& les costez à l'entour des autres angles proportionnaux,* (*comme* AC. à CB. *ainsi* DF. à FE. *& l'vn & l'autre d'iceux angles, restans moindre ou non moindre qu'vn droict; les triangles seront equiangles, & auront les angles egaux* ACB. DFE. *à l'entour desquels les costez sont proportionnaux.* Th.7.

DEmonst. Car soient B. & E. chacun moindre qu'vn droict, lors si les angles ACB, & F. ne sont egaux, soit ACB. le



plus grãd, & que AC G soit egal à F, l'angle A est supposé egal à l'angle D, & partant [a] le restant AGC est egal au restant E, & par consequent les triangles AGC, DEF seront equiangles: [b] donc comme AC, à CG. ainsi DF. à FE; mais cõme DF, à FE, ainsi AC, à CB, par l'hypothese: [c] dõc cõme AC. à CG ainsi AC, à CB, parquoy [d] CG est egal à CB. [e] & l'angle CBG, egal à l'angle CGB, veu donc que l'angle B est moindre qu'vn droict CGB. sera aussi moindre qu'vn droit, & [f] AGC. plus grand qu'vn droict; mais on a monstré AGC estre egal à l'angle E: donc l'angle E est plus grand qu'vn droict contre l'hypothese.

a 32. 1
b 4. 6.
c 11. 5.
d 9. 5.
e 5 1.
f 13. 1.

Maintenant soit l'angle B, comme aussi l'angle E. non moindre qu'vn droict, on demonstrera comme dessus les droictes CB, CG, estre egales, & g consequemment les angles CBG. CGB. egaux & non moindres que deux droicts. h Ce qui est absurde : donc les angles AC B, & F ne sont pas inegaux; mais egaux, & i consequemment les autres angles B & E egaux. Ce qu'il falloit demonstrer. g 5.1. h 17.1 i 32.1

PROPOSITION VIII.


B D C

Si au triangle rectangle ABC. *l'on mene de l'angle droict* A, *sur la base vne perpendicule* AD. *les triangles* ADC. ADB. *qui seront faits par la perpendicule, seront semblables entr'eux, & au total* ABC. Th. 8.

DEmonstr. Aux triangles A BC, BAD, les angles BAC, ADB, sont droicts, & l'angle B

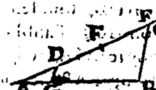
a32.1. commun: donc [a] les autres ACB,
b 1.def. BAD. sont egaux, [b] partant les triangles ABC, ADB, sont semblables, on monstrera semblablement le triangle ADC, estre semblable au triangle ABC, & au triangle ADB.

Coroll. La perpendiculaire tombant de l'angle droict sur la base est moienne proportionnelle entre les deux segments de la base.

c 4.6. Car [c] comme BD à DA, ainsi DA à DC, & parler ainsi, c'est dire que DA est moyenne proportionnelle entre les deux segments de la base.

Coroll. 2. D'où paroist encores que l'vn des costez à l'entour de l'angle droict, n'importe lequel est moyen proportionnel entre toute la base & le segment d'icelle, adiacent audit costé: CB, est à BA, comme BA à BD, & aussi BC à CA, comme CA, à CD.

PROPOSITION IX.



D'vne ligne droicte donnée AB, retrancher la partie demandée, si vous voulez la troisiesme AG. Prob. 1.

PRatique. De A, menez la droicte AC, qui fait vn angle à discretion BAC, & de AC soit prise quelque partie AD, & y adioustez deux autres egales à icelle DE, EF, ioignez FB, à laquelle de D, menez la parallele DG, AG sera la troisiesme partie demandée.

Demonst. Au triangle AFB, la droicte GD est parallele au costé BF: donc [a] comme FD à DA, ainsi BG, à GA, & en composant [b] comme FA, à DA, ainsi BA, à GA. mais AD est la troisiesme partie de AF. donc AG est la troisiesme partie de AB. a 2.6.

PROPOSITION X.

Prob. 2.

Vne ligne droicte non couppée AB, estant donnée, la coupper semblablement à vne autre donnée AC, & coupée en D. & E.

PRat. Les lignes données facent l'angle BAC, & soient ioinctes par la droicte BC, & de D, & E soient tirées DF, EG, paralleles à CB, on aura le requis.

Demonst. Au triangle ABC, les droictes DF, EG, sont paral-
a 2.6. ralleles au costé BC. a donc comme AD. à DE, ainsi AF, à FG. partant les parties AF. FG. sont proportionnelles aux parties AD. DE. maintenant si on mene DH parallele à BA, DE sera à EC, comme DI. à IH, c'est à dire comme FG, à GB, par consequēt les parties FG, GB, sont proportionnelles aux parties DE, EC.

PROPOSITION XI.

Prob. 3.

Deux lignes droictes AB, AC, *estant données, trouuer la troisiesme proportionnelle* CE.

PRat. Des données AB, AC, faites l'angle BAC, & les ioignez toutes deux par la droicte CB, prolongez les costez AB, AC, prenez BD, egale à AC, menez DE parallele à BC, CE sera la troisiesme proportionnelle requise.

Demonst. Les droictes BC, DE sont paralleles: a donc comme AB, à BD, ainsi AC. à CE. Mais BD. est egale à AC. b donc comme AB, à AC, ainsi BD, c'est à dire AC, à CE, & cela est dire que CE est troisiesme proportionnelle. a 2. 6 b 7. 5.

PROPOSITION XII.

Prob. 4

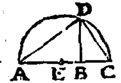
Trois lignes droictes estans données AB, BC, AD, *trouuer la quatrieme proportionnelle* DE.

PRat. Posez deux des données AB, BC en droicte ligne ABC, & de celle qui reste AD, & de la totale AC, faites vn angle DAC, ioignez la droicte BD, & à icelle faites la parallele CE, DE sera la quatriesme proportionnelle.

Demonst. CE. BD, sont paralleles : [a] donc comme AB. à BC. ainsi AD, à DE, partant DE est la quatriesme proportionnelle.

a 2. 6.

PROPOSITION. XIII.



Deux lignes droictes estans données AB. BC *trouuer la moyenne proportionnelle.* Prob. 5.

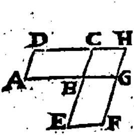
PRat. Mettez AB, BC, en vne droicte ABC, & sur AC, faites le demi-cercle ADC, de B, eleuez la perpendicule BD, iusques à l'arc du demi-cercle, elle sera la requise.

Demonstrat. Ayant mené les droites AD. CD. a l'angle ADC, est droit, & la perpendicule DB, fait deux triangles b semblables entr'eux, & au total ADC, donc c comme AB, à BD, ainsi BD, à BC, partant BD est moyenne proportionnelle entre AB, BC.

a 31. 3.
b 8. 6.
c 4. 6.

PROPOSIT. XIV.

Th. 2.



Les parallelogrammes egaux DB, BF, *qui ont vn angle* ABC. *egal à vn angle* EBG. *ont les costez au tour des angles egaux reciproques.* AB. *à* BG *comme* EB *à* BC. *Et les parallelogrammes ayant vn angle egal à vn angle, & les costez à l'entour des angles egaux reciproques sont egaux.*

DEmonstr. 1. Ioignez les parallelogrammes par leurs angles egaux au poinct B, de sorte que AB, & BG, fassent vne ligne droicte, [a] & par conse-

a 14. & 15. 1.

quentCB, BE, vne autre droite, paracheuez le parallelogramme BH, [b] comme FB sera à BH, ainsi DB, à BH. mais comme FB, à BH. [c] ainsi EB, à BC, & comme DB à BH, ainsi AB, à BG: donc [d] comme CB, à BE, ainsi AB, à BG.

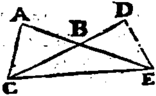
b 7.5.
c 1.6.
d 11.5.

Demonst. 2. Par l'hypothese EB, est à BC, comme AB, à BG: donc [e] FB, à BH, comme DB, à BH, [f] partant les parallelogrammes sont egaux.

e 1.6.
f 9.5

PROPOSITION XV.

T6.10

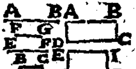


Les triangles egaux ABC. DBE qui ont vn angle B, egal à vn angle B, ont leurs costez à l'entour des angles egaux B, reciproques. BA, à BE, comme DB, à BC, & les triangles qui ont vn angle egal à vn angle, & les costez à l'entour d'iceux reciproques sont egaux.

DEmonst. Ioignez les triangles par leurs angles egaux au poinct B, que AB, & BE, soient en ligne droicte, & semblablement CB, BD. puis menez CE.
a 7.1. a comme ABC sera à BCE, ainsi DBE à BCE, cõme ABC, à BCE, ainsi AB, à BE, & comme DBE, à BCE, b ainsi BD à BC, partant
b 1.6 AB est à BE, comme BD à BC.

On demonstrera semblablement ABC, & DBE, estre egaux, si AB, est à BE, comme DB à BC. car puis que comme AB à BE, ainsi ABC, à BCE, & comme DB à BC, ainsi DBE, à BCE, [e] il s'ensuit que les triangles ABC. DBE. sont egaux.

PROPOSIT. XVI.



Si quatre lignes A. F. E. B. sont proportionnelles : le rectangle compris sous les extremes AB, BC, est egal à celuy contenu sous les moyennes EF. FG. & si le rectangle compris sous les extremes AB, BC, est egal à celuy compris sous les moyennes EF, FG. les quatre lignes sont proportionnelles. Th. 11.

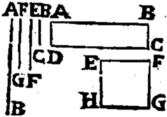
DEmonst. 1. Les angles droits BI, sont egaux, & comme

AB, à IG, ainsi EI à BC, partant
les costez autour des angles
egaux B & I, sont reciproques,
a 14.6 b par consequent les parallelo-
grammes sont egaux.

Demonst. 2. Les rectangles
AC, EG sont egaux, & ont les an-
gles B, & I, egaux sçauoir droits,
b 14.6. b partant les costez à l'entour
desdits angles seront recipro-
ques.

PRO-

PROPOSITION XVII.



Th. 12.

Si trois lignes droites A.F.B. *sōt proportionnelles, le rectãgle* AC. *compris sous les extremes* AB. BC *est egal au quarré* EG, *décrit de la moyenne* F. *& si le rectangle* AC, *compris sous les extremes* AB, BC, *est egal au quarré* EG. *décrit de la moyenne* F, *les trois lignes sont proportionnelles.*

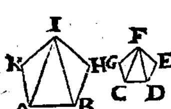
DEmonst. 1. Prenez la droite EF, egale à FG, les quatre A. F. E. B. seront proportionnelles, &le quarré EG sera compris sous les moyennes EF. FG. partant

[a] le rectangle AC sera egal au
a16.6. quarré EG.

Demonst. 2. Le quarré EG de la moyenne EF, est vn parallelogramme egal au rectangle AC, compris sous les extremes AB BC. & ont angles egaux, partant [b] les costez au tour d'iceux se-
b14.6. ront reciproques.

PROPOSIT. XVIII.

Prob. 6.



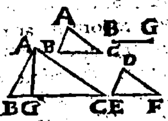
Sur vne droite donnée AB descrire vn rectiligne A BHIK, semblable & semblablement posé à vn rectiligne donné CDEFG.

Soit le rectiligne donné resolu en triangles par les droites
a23.1. CF. DF. au poinct A. [a] soit fait l'angle IAB, egal à FCD. & IBA.

egal à l'angle FDC, & b conse- b 32.1.
quemment le troisiesme au troisiesme; par ainsi les triangles FDC. IBA seront equiangles & c 4.6
semblables, & c comme CF à AI, ainsi CD à AB, faites semblablement sur AI le triangle IKA. equiangle au triangle FGC. & parce que les angles BAI. IAK. sont egaux aux angles DCF, FCG. les toutes KAB. GCD, seront egaux, & les costez proportionnaux : par semblable repetition on acheuera tous les triangles suiuant leur ordre, d & d 2.6.
ainsi tout le rectiligne sera semblable a tout le rectiligne, & semblablement décrit sur la donnée AB,

PROPOSITION XIX.

Th.13



Semblables triangles ABC. DEF. sont entr'eux en raison doublée de leurs costez homologues.

QVand les triangles sont egaux, c'est à dire, quād BC, EF, & la troisiesme proportionnelle BG, sont egales, la chose est euidente.

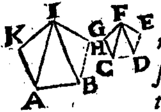
Mais quand les costez BC, EF sont inegaux, soit BC le plus
a 11.6. grand, & d'iceluy a retranchez vne troisiesme proportionnelle BG, puis menez AG, dautant que les angles B. E sont egaux, à cause des triangles semblables, comme AB sera à BC, ainsi DE à

EF, & en changeant comme AB à DE, ainsi BC à EF, c'est à dire EF à BG, & les costez à l'entour des angles egaux B. E seront reciproques & proportionnaux; parquoy [b] les triangles ABG. DEF, seront egaux, & [c] cõme le triangle ABC, au triangle ABG. ainsi le triangle ABC au triangle DEF, & comme ABC à ABG. [d] ainsi BC à BG. donc ABC. sera à DEF, comme BC à BG. b 14.6 c 7.5. d 1.6

Coroll. Si trois lignes sont proportionnelles, comme la premiere à la troisiesme, ainsi le triangle sur la premiere au triangle semblable construit sur la seconde.

PROPOSITION XX.

Tb.14.



Les Poligones semblable se diuisent en triangles semblables egaux en nombre & proportionnaux à leurs toutes, & les poligones sont entr'eux en raison doublée de leurs costez de mesme raison.

SOient les poligones semblables ABHIK, CDEFG. ayant angles egaux KG, IF, &c. comme aussi les costez autour des angles egaux proportionnaux, comme AB, à BH, ainsi CD à DE &c.

Ie dis premierement que les poligones se diuisent en triangles semblables & egaux en nōbre; car des angles I & F, me-

nez des droictes aux angles opposez A, B, C, D. les poligones seront diuisez en triangles egaux en nombre, & pour monstrer que les triangles sont semblables, c'est que les angles K, G, sont egaux, & à l'entour d'iceux les costez proportionnaux; a 6.6.
a partant les triangles IKA, FGC, sont equiangles: donc semblables, & par mesme raison les triangles IHB, FED, b & dautãt b 4.6
que IB est à BH, comme FD à DE, & comme HB à BA, ainsi ED à DC c en raison egale, IB sera à BA, comme FD, à DC, & à c 22. 5.
cause que l'angle HBA est egal à l'angle EDC, les restans IBA, FDC seront egaux, d partant les d 6.6
triangles IBA, FDC, seront equiangles & semblables, c'est le mesme de tous les autres.

Ie dis en second lieu, qu'vn triangle est à l'autre qui luy respond en l'autre poligone, comme les poligones sont entr'eux, Demonst. Tous les triangles sont semblables vn chacun à vn chacun, e parquoy ils sont en raison doublée de leurs costez homologues ; & veu qu'ils sont demonstrez proportionnaux vn chacun à vn chacun. Comme és triangles soient tous les antecedents des proportions, & l'vn des poligones, & tous les consequents en l'autre, comme vn antecedent sera à vn consequent, ainsi tous les antecedents à tous les consequents ; & partant le poligone au poligone, comme le triangle au triangle, parquoy les triangles sont homologues aux toutes, & veu que les triangles sont en raison doublée de leurs costez homologues, les poligones seront aussi en raison doublée de leurs costez homologues AB, CD. si vous voulez.

e 19. 6.

PRO-

PROPOSITION XXI.

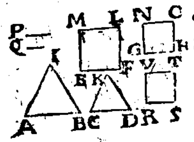
Th. 15

Le rectilignes semblables à vne mesme rectiligne sçauoir ABC, DEF, à GHI. *sont semblables entr'eux.*

DEmonst. Les angles A, & D sont posez egaux à vn mesme G: donc aussi egaux entr'eux, & semblablement vn chacun à vn chacũ, les costez aussi [a] à l'entour d'iceux sont proportionaux; [a] 11. 5. car ils sont proportionnaux aux costez d'vn mesme tiers partant veu qu'ils ont les angles egaux, & les costez d'alentour proportionaux [b] ils sont semblables. [b] 1. def. 6.

PROPOSITION XXII.

Th. 16.



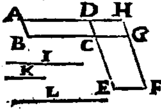
Si quatrelignes droictes AB. CD. EF. GH. *sont proportionnelles: aussi les rectilignes semblables. & semblablement descrits sur icelles* ABI, CDK *&* MF, NH, *seront proportionnaux. Que si les rectilignes semblables, & semblablement descripts sur icelles sont proportionnaux, icelles lignes seron aussi proportionnelles.*

a 11.6. DEmonst. a Soit prise aux lignes AB. CD. une troisiesme proportionnelle P. & aux lignes EF. GH. la troisiesme Q,

[b] comme AB sera à P, ainsi le triangle IAB, au triangle KCD, c'est à dire en raison doublée, & comme EF à Q, ainsi MF, à NH. mais comme AB à CD, ainsi EF, à GH, & comme CD, à P, ainsi GH à Q. [c] donc en raison egale, comme AB à P, ainsi EF à Q. [d] donc comme ABI à CDK, ainsi MF, à NH. maintenant si les figures proportionnelles sont semblables & semblablemẽt posées, les droictes sur lesquelles elles sont posées, sont aussi proportiõnelles; car la raison d'vne figure à l'autre, est [e] doublée de celle d'vne droicte à l'autre, [f] partant la raison des costez sera pareille, sçauoir comme AB à CD, ainsi EF à GH, par consequent leurs costez sont proportionnaux.

b 19.6.
c 21.5
d 11.9.
e 19. & 20.6.
f 7.5

PROPOSIT. XXIII.

Th.17. 

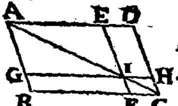
Les parallelogrãmes AC. CF. *equiangles* C. *sont entr'eux en la raison composée de leurs costez* BC, *à* CG. *&* CD *à* CE,

SOient les parallelogrammes AC, CF, ayant les angles au point C egaux & disposez en sorte, [a] que DC soit en ligne droite auec CE. & BC, auec CG, & soit acheué le parallelogramme CH: [b] veu donc que comme AC à CH ainsi BC à CG, & comme CH à CF, ainsi DC à CE. & la raison de AC, à CF est [c] composée des entremoyenne AC, à CH, & CH à CF. aussi la raison de AC à CF, sera composée des raisons de BC à CG, & DC à CE, lesquelles sont egales aux entremoyennes.

15. 1. 1. 6. 5 def. 5

PROPOSIT. XXIV.

Th.1



En tout parallelogramme DB. *les parallelogrammes* GE. FH. *qui sont à l'entour du diametre* AC. *sont semblables à leur tout & entr'eux.*

LE paralelogramme GE a l'angle A commun auec le tout, l'angle externe AEI. est egal à l'interne ADC, semblablement l'angle AGI à l'angle ABC, & l'angle EIG à l'angle EFB, & l'angle IFB à l'angle FCH. partant les parallelogrammes GE, FH sont equiangles au tout, & entr'eux. Les costez autour des

angles egaux sont aussi proportionnaux; car [a] les triangles AG
a 29.1. I. ABC sont equiangles, & semblablement les triangles AEI, A
b 4.6. DC. donc [b] comme AB à BC, ainsi AG à GI, & comme BC, à CA, ainsi GI à IA, aussi comme CA à CD, ainsi IA à IE. donc [c] par e-
c 22.1 galité de raison comme BC à DC, ainsi GI à IE, & partant les costez autour des angles egaux BCD, GIE sont proportionnaux. Le mesme se demonstrera des costez à l'entour des autres angles, & du parallelogramme FH, partant sembalbles.

PROPOSIT. XXV.

Pro

Constituire vn rectiligne L sẽblable, & semblablement posé à vn rectiligne donné A, & egal à vn autre donné B.

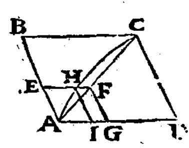
PRatique. Sur le costé du rectiligne donné A, soit [a] fait le rectangle CE egal à A, & prolongé CD vers G: sur DE en l'angle EDG, soit [b] fait le rectangle DH egal à B. & [c] entre CD, DG, la moyenne proportionnelle IK sur laquelle [d] soit fait le rectiligne L semblable à A, & semblablement posé, il sera aussi egal au donné B.

a 45
b 4
c 13
d 18

Demonst. Les droictes CD, IK, DG sont proportionnelles: e co

f donc comme la premiere CD, à
f 19. & 20. la troisiesme DG, ainsi le rectiligne sur la premiere, c'est à dire
A est au rectiligne sur la seconde, sçauoir L, mais comme CD
à DG, g ainsi le parallelogramme
g 1. 6 CE, c'est à dire A à DH, ou son
egal B. h donc comme A à B, ain-
h 11. 5. i 9. 5. si A à L, i par consequent les rectilignes B & L seront egaux.

PROPOSITION XXVI.



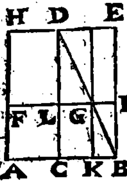
Si d'vn parallelogrã-me BD on oste vn parallelogrã-me EG sẽblable, & semblablement posé au tout, & qui ait auec luy vn angle commun EAG. il sera posé à l'entour du mesme diametre AC, que le tout. Th,1

DEmonst. Si aucun nie que les lignes AF. FC. soient en ligne droicte, soit vne autre droite AHC. de H menez la droicte HI parallele à FG lors les parallelogrammes BD. EI. à l'entour d'vn mesme diametre AHC,[a] seront semblables.[b] Parquoy cõme BA à AD, ainsi EA à AG, à cause que BD. EG sont posez sẽblables:[c] donc comme EA à AI, ainsi EA à AG.[d] & par consequẽt AI, AG sont egales la partie au tout.

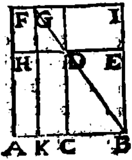
a 24.
b 1 d
6.
c 11.5
d 9.5

PROPOSITION XXVII.

Th. 20.



De tous les parallelogrammes [a] *appliquez le long d'vne mesme ligne droicte, & defaillans des parallelogrammes semblables, & semblablement posez à celuy descrit sur la moitié de la ligne le plus grand est celuy qui est appliqué à vne moitié, & semblable au defaut.*



SVr AC moitié de la toute AB soit appliqué le parallelogramme AD. de sorte qu'il defaille au tout AE du parallelogramme CE, a lequel est tou-

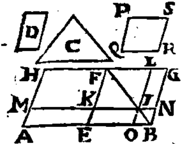
a 26. 1.

jours egal & semblable à AD. puis à quelque autre segment AK soit appliqué vn autre parallelogramme AG, defaillant en sorte que le default soit vn parallelogramme KI semblable à CE, c'est à dire au tour du diametre commun BGD, ie dis que AG est plus petit que le parallelogramme AD.

Demonst. 1. Quand le point K est entre C & B. le parallelogrãme a LH qui est egal à LE, est plus grand que GC, à cause que LE est plus grand que GE. & b que GE & GC sont egaux, adioustant donc le commun LA, AD sera plus grand que AG. a 39. b 43.1

2. Quand le point K est entre A & C, DF, DI, sont egaux à cause qu'ils sont sur bases egales, & les complements DI. DK sont egaux: donc aussi DF, & DK sont egaux, & GH moindre que DK, adioustant donc le commun KH le total AG sera moindre que le total AD.

PROPOSIT. XXVIII.



A vne ligne droicte donnée AB, appliquer vn parallelogramme AI, egal à vn rectiligne donné C defaillant d'vn parallelogramme ON, semblable à vn autre parallelogramme donné D. mais il faut que le rectiligne donné C, auquel le parallelogramme AI appliqué, doit estre egal, ne soit pas plus grand que celuy qui est appliqué sur la moitié AE, estans les defauts semblables, de celuy qui est appliqué à la moitié, & de celuy qui doit defaillir d'vn semblable.

COuppez premierement par la moitié la droicte AB. comme cy-deuant, [a] faites sur la moitié EB vn parallelogramme

a 18.6

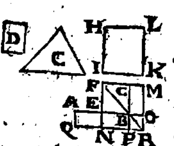
EG semblable, & semblablemēt posé au donné D: & acheuez le parallelogramme BH si EH est egal à C on a ce qu'on cherchoit. Car il est appliqué à AB, & defaut d'vn parallelogramme EG semblable à D.

Si EH & son egal [b] EG est plus grand que C. (car il ne doit pas estre moindre, dautant que EH est le plus grād de ceux qui peuuent estre appliquez sur AB.) [d] ayāt trouué la grandeur de l'exceds, [e] faites vn parallelogramme PR, semblable, & semblablement posé à D, & egal à l'exceds, & au parallelogramme PR vn autre semblable, & semblablement posé KL, qui sera à l'entour du diametre, & ainsi restera le gnomon LBK, egal au rectiligne C. maintenant apres auoir prolongé LI. KI. le parallelogrāmu AI sera appliqué à la droicte AB, & defaillant d'vn parallelogramme ON, [g] semblable à EG.

b 36. 1.
c 27. 6.
d 45. 1.
e 25. 6.
f 44. 1.
g 24. 6

ſçauoir à D. Or que AI ſoit auſſi
egal à C. on le prouue ainſi. Les
complements b LN, KO ſont e-
b 43.1. gaux, adiouſtant donc le com-
mun NO, OG, ſera egal à EN.
c'eſt à dire à AK, donc ſi aux e-
gaux AK. OG. on adiouſte le
commun KO, AI ſera egal au
gnomon LBK, c'eſt à dire au re-
ctiligne C, comme il a eſté mon-
ſtré cy-deſſus.

PROPOSIT. XXIX.



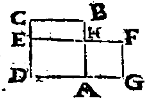
A vne ligne droite donnée A B. *appliquer vn parallelogramme egal à vn rectiligne donné* C, *qui excede la donnée* AB. *d'vne figure parallelogramme* PO. *semblable à vne autre parallelogramme donné* D. Prob.

SVr la droicte EB, moitié de la donnée AB. soit fait le parallelogramme EC semblable, & semblablement posé à D. puis au rectiligne C, & au parallelogramme EC, ensemble soit fait le parallelogramme NM egal à tous deux, & semblable à D, qui ait

vn angle EFC. commun auec le parallelogramme EC, & acheuez les parallelogrammes QE, NB. PO. Veu que NM. est posé egal aux deux E . . & C. ensemble ostât le commun EC. le gnomon ERC sera egal à C & à
e 36.1. cause e que QE NB sont egaux,
d 43.1. d & aussi N . . BM. si au lieu de B M vous prenez QE le parallelogramme AR sera egal au gnomon ERC. & par consequent au rectiligne C parquoy le parallelogramme AR est appliqué à la droicte AB egal au rectiligne C, & excede la droicte AB d'vne figure parallelogramme PO, semblable au parallelogramme donné *D*, veu qu'il est à l'entour d'vn mesme diametre auec EC, lequel EC, a esté posé semblable à *D*. donc &c.

PRO-

PROPOSITION XXX.



Coupper vne ligne droicte donnée AB, en la moyẽne & extreme raison en H.

SOit[a] diuisée AB. en H. en sorte que le rectangle CH, sous la toute AB, & la partie BH soit egal au quarré AF, de l'autre partie AH, [b] lors BA sera à AH, comme AH à HB, & [c] par consequent AB sera couppée en H selon la moyenne & extreme raison.

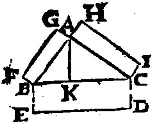
a 1

b 1

c 3

PROPOSITION XXXI.

Th. 21.



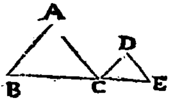
Aux triãgles rectãgles ABC, *quelconque figure* BD, *deſcrite ſur la ligne* BC, *qui ſouſtient l'angle droict* BAC, *eſt egale aux deux figures enſemble ſemblables à la premiere, & ſemblablement poſées ſur les coſtez* BA, CA, *contenans l'angle droict.*

DEmonſt. Les figures poligones FA, AI, BD, ſont poſez ſemblables, a & partant ſont en raiſon doubles de leurs coſtez homologues, en laquelle ſeroient auſſi les quarrez de leurs coſtez : donc puis que les quarrez BA, AC enſemble ont raiſon

20.6.

d'egalité auec celuy de BC. les poligones FA, AI, auront aussi b 4
raison d'egàlité auec le troisiesme BD, [c] & partant luy seront c 9.
egaux ensemble.

PROPOSITION XXXII.

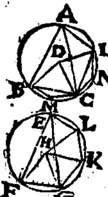


Si deux triangles ABC, DCE, *ayãs deux costez* AB, AC, *proportionaux à deux costez* CD. DE. *sõt disposez selon vn angle* ACD. *en sorte que les costez homologues* AB, DC, AC, DE, *soient paralleles, les autres costez des triangles* BC, CE, *se rencontreront directement.* Th

Demonst. Les costez homologues AB. DC. AC. DE.

sont posez paralleles : a donc les
a 29.1. angles alternes A, & ACD, sont
egaux, & D au mesme ACD.
donc A & D egaux. Les costez à
l'entour deux sont proportion-
b 6.6 naux par l'hypothese : b donc les
triangles sont equiangles, & les
angles B, & DCE sont egaux, ad-
ioustant donc les egaux A, & AC
D. les deux angles B, & A, seront
egaux aux deux DCE, ACD, ou
à tout l'angle ACE, & adioustant
le commun ACB, les trois an-
gles du triangle ABC. seront e-
gaux aux deux ACE, ACB, par-
c 32.1. tant c tant les vns que les autres
d 14.1. valent deux droicts, & par d con-
sequent BCE est vne ligne droi-
te.

PROPOSIT. XXIII.



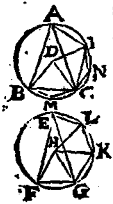
Th. 25.

Aux cercles egaux DB. HF. *les angles* A, E. D, H. *ont mesme raison entr'eux que les circonferences* BC, FG, *surlesquelles ils s'appuyent, soit qu'ils soient constituez aux centres* D. H. *ou aux circonferences* A. E, *au surplus, les secteurs* BDC, FHG. *ont aussi mesme raison entr'eux, sçauoir à cause qu'ils sont constituez au centre.*

DEmonst. ayant mené les droictes BC. FG. a appliquez CI egale à BC, & pareille- *a* 1. 4.

ment GK, KL, chacune egale à FG. puis menez ID. KH. LH. les droictes BC, CI, sont posées egales: b donc les arcs BC. CI sont egaux, & partant c les angles BDC, CDI, il est de mesme des arcs FG. GK. KL & des angles au poinct H. appuyez sur iceux: donc comme l'arc BCI. est multiple de BC. autant l'angle BDI le sera de BDC. & autant que l'arc FGKL. contient de fois FG. autant de fois l'angle FHL, contiendra de fois l'angle FHG. par consequent d si les arcs BCI. FGKL. sont egaux aussi les angles BDI. FHL. seront egaux: si l'vn d'iceux arcs est plus grand aussi sera l'angle plus grand, si moindre, moindre: e donc puis que les equemultiples sont egaux defaillent ou excedent ensemble &c. la raison des arcs BC à FG, sera mesme que des angles BDC. à FHG, & parce que les angles aux centres D & H f sont doubles des

b 28.3.
c 27.3.
d 27.3.
e 6.
f 20.3.



angles aux circonferences A & E, [g] la raison des angles A E, sera mesme que des angles D&H, & mesme de l'angle A à l'angle E, que de l'arc BC à l'arc FG. g 15.6.

Maintenant aux segments egaux BC, CI. Si on fait des angles BMC, CNI. [h] ils seront egaux, veu qu'ils insistent sur arcs egaux BAC. CBAI. par consequent les segments BM C. CNI. [i] sont semblables & egaux, dautant qu'ils sont sur bases egales BC. CI. adioustant donc les triangles egaux BDC. CDI. les secteurs BDC. CDI. seront egaux, parquoy le secteur BDI. sera autant multiple du secteur BDC, que l'arc BCI. de l'arc BMC. le mesme se demonstrera du secteur FHL. donc si l'arc BCI. est egal à l'arc FGL. aussi le secteur BDI sera egal au

h 27.3.
i 24.3.

secteur FHI. si plus grand plus grand, & si moindre, moindre, d'où s'ensuit que la raison de l'arc BC à l'arc FG, sera mesme que du secteur BDC. au secteur FHG. Ce qu'il falloit demonstrer.

A Dieu seul loüange & gloire.