LES ELEMENTS D'EVCLIDE, EXPLIQVEZ

Par le R. P. G. FOVRNIER, *de la Compagnie de* IESVS.

Dediés

A MONSIEVR LE CHEVALIER DE MESMES.

De Riparville
1670

A PARIS,

Chez IEAN HENAVLT, Imprimeur Libraire Iuré, ruë sainct Iacques, à l'Ange Gardien, & à l'Image sainct Raphaël.

M. DC. LIV.

Auec Priuilege du Roy.

A MONSIEVR
CLAVDE DE MESMES,
CHEVALIER DE MALTE
de l'Ordre de Saint Iean de
Ierusalem.

MONSIEVR,

La Traduction Françoise qu'auoit fait le R. P. Fournier de ce mesme Liure, qu'il auoit donné au public dans vne langue étrangere, m'ayant esté mise entre les mains, i'ay creu ne pouuoir sans iniustice la tenir plus *long-temps cachée, frustrer son Autheur de la recompense de son trauail, & les curieux du fruit de cét ouurage; & parce que ce Pupille auoit besoin d'vn Tuteur, i'ay bien ozé, Monsieur, le mettre sous l'authorité & la protection de vostre Illustre nom, & la defense de vostre Religieuse Espée, l'vn & l'autre le mettront à couuert des attaques iniurieuses, & des coups mortels de ses ennemis; & i'espere que puisque vous faites vos diuertissemens des liures de cette nature, vous luy ferez* *l'honneur, non seulement de le tenir & regarder pour vostre, mais aussi d'agréer le respect de celuy qui a pris la liberté de vous l'offrir, & de se dire publiquement*

MONSIEVR,

Vostre tres-humble, & tres-obeyssant seruiteur
IEAN HENAVLT.

Auis au Lecteur.

QVOY que ce liure ait eſté bien receu des Sçauans ſous le premier habit, que l'Autheur luy auoit dõné, ie ne doute point qu'eſtant par luy-meſme auant ſa mort, traduit en noſtre langue, il ne ſoit encore agreable à pluſieurs ; veu particulierement que la traduction n'en peut eſtre que tres-fidele, puis que

Auis au Lecteur.

QVOY que ce liur[e] ait esté bien recce[u] des Sçauans sous le premier habit, que l'Autheur luy auoit dōné, [i]e ne doute point qu'estant [p]ar luy-mesme auant sa [m]ort, traduit en nostre [la]ngue, il ne soit encore [ag]reable à plusieurs; veu [par]ticulierement que la [tra]duction n'en peut estre tres-fidele, puis que

la mesme main qui l'a écrit en Latin, s'est donné la peine de le mettre en François; & ie m'asseure qu'il en sera de cette traduction, comme de celles de l'histoire de nos Guerres Ciuiles par d'Avila, & des Guerres de Flandres par Strada, & de tant d'autres liures, qui ont esté traueſtis & naturalisez à la Françoise, & qui pour cet effet ont esté plus connus & plus caressez. C'est pourquoy, cher Lecteur, si tu as veu l'Euclide Latin du R. P. Fournier

Iesuite, donne-toy la peine de lire son Euclide François, ce que peut-estre tu n'auras pû comprendre dans le premier, tu l'entendras dans ce second.

la mesme main qui l'a écrit en Latin, s'est donné la peine de le mettre en François ; & ie m'asseure qu'il en sera de cette traduction, comme de celles de l'histoire de nos Guerres Ciuiles par d'Auila, & des Guerres de Flandres par Strada, & de tant d'autres liures, qui ont esté trauestis & naturalisez à la Françoise, & qui pour cet effet ont esté plus connus & plus caressez. C'est pourquoy, cher Lecteur, si tu as veu l'Euclide Latin du R. P. Fournier

2. La ligne eſt vne longueur ſans largeur.

La ligne ſe peut conceuoir par le flus ou coulement du poinct, car ſi le poinct Mathematique cy-deſſus eſt conceu en ſe mouuant, laiſſer vne marque & veſtige de ſon paſſage ; cette marque ou veſtige ſera vne ligne qui aura ſeulement vne longueur, mais nulle largeur, car le poinct qui l'a creée, n'en a aucune.

3. Les termes de la ligne ſont poincts.

Cela eſt euident, puis que toute ligne ſe commence par vn poinct, & s'acheue & finit auſſi par vn poinct.

4. Ligne droicte est celle qui gist egalement entre ses poincts.

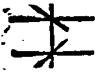
Elle n'est pas comme la ligne courbe, qui se recule d'vn costé & auance de l'autre, qui paroist caue icy, & conuexe là, ou qui change de forme à chaque pas; car la droite se monstre partout & de toutes parts, vne & vne mesme, & à cause de sa tres-grande simplicité, elle se donne aussi pour la plus courte ligne entre deux poincts.

5. Superficie est ce qui a longueur & largeur tant seulement.

Comme par le flux du poinct est produite la premiere espece de quantité qui est la ligne, ainsi par le flux d'vne ligne menée à trauers d'vne autre ligne, se produit la seconde espece de quantité qui est la superficie.

6. Les extremes des superficies sont lignes.

7. Superficie plane est celle qui est egalement gisante entre ses lignes, comme de la ligne droicte, il faut entendre que de toutes les superficies qui ont mesmes extremes, celle-cy est la plus courte.



8. L'angle plan est l'inclination de deux lignes, *se touchans en vn plan non directement.*

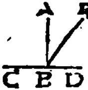
Il ne faut pas icy que les deux lignes se rencontrent directement, car elles ne feroient ainsi aucun angle ; mais s'vniroit en vne seule ligne : il n'est pas necessaire aussi que les deux lignes soient disposées à se couper l'vne l'autre, si elles sont produites, mais suffit qu'elle se touchent, & soient mutuellement inclinées.

9. Quand les deux lignes qui contiennent l'angle sont droictes, l'angle est appellé rectiligne, si elles sont toutes deux courbes, curuiligne; mais si l'vne est droicte & l'autre courbe, on le nomme *angle mixte.*

10. *Quand vne ligne droite* AB. *inſiſte ſur vne autre droite* CD. *& fait les angles de coſté & d'autre* ABC.ABD.*egaux: chacun des angles egaux eſt droit, & la ligne inſiſtente* AB. *eſt dicte perpendiculaire en* CD. *ſur laquelle elle inſiſte.*

Les angles ſur la ligne CD ſont egaux quand la ligne AB, ne penche pas plus du coſté de D, que du coſté de C, ou au contraire les coſtez autour de l'angle droit, s'appellent aſſez ſouuent cathets, c'eſt à dire perpendicules.

11. L'*angle obtus* EBC. *est celuy qui est plus grand que le droict* ABC.



12. L'angle aigu EBD. *est celuy qui est moindre que le droict* ABD.

13. Terme est l'extremité d'vne chose.

Tels sont le poinct, la ligne, & la superficie, le poinct de la ligne, la ligne de la superficie, & la superficie du corps.

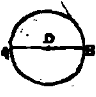
14. Figure est ce qui est compris d'vn seul, ou de plusieurs termes.

C'est à dire qu'il faut qu'elle

enferme vne eſpace ſans y laiſſer d'ouuerture.

15. *Le cercle eſt vne figure plane contenue ſous vne ſeule ligne* ABC, *appellée periferie ou circonferẽce, à laquelle toutes les lignes droites tombantes d'vn ſeul poinct dans icelle figure, ſont egales entr'elles, comme* DA. DB. DC.

16. *Ce poinct là s'appelle centre du cercle.*



17. Diametre du cercle est vne droite menée par le centre D. *comme la ligne* AB. *aboutissante de part & d'autre à la periferie du cercle* A. & B. *laquelle coupe le cercle en deux moitiez.*

18. Demy-cercle est vne figure contenue sous le diametre AB. *& sous la ligne* ADB. *laquelle en retranche de la circonference du cercle.*

19. *Segment de cercle est une figure contenue sous une droite & sous une portion de la circonference.*

20. *Figures rectilignes sont celles qui sont contenues sous des lignes droites.*

21. *Trilateres qui sont contenues sous trois.*

22. *Quadrilateres sous quatre.*

23. *Multilateres qui sont comprises sous plus de quatre costez.*

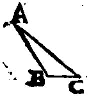
24. Des figures trilateres le triangle equilateral est celuy qui a trois costez egaux.

25. Triangle isocele est celuy qui a seulement deux costez egaux.

26. Triangle scalene qui a ses trois costez inegaux.

Voilà les noms que les triangles reçoiuent à raison de leurs costez, à raison de leurs angles, on les nomme comme s'ensuit.

27. Des figures trilateres, le triãgle rectangle est celuy qui a vn àngle droit ABC.



28. L'Ambligone qui a vn angle obtus ABC.

29. Oxigone qui a les trois angles aigus.

30. Mais des figures quadrilateres le quarré est celuy qui est equilateral & equiangle.

31. *Le plus long d'vn costé ou berlon est celuy qui est equiangle, & a tous les quatre angles droicts, mais il n'est pas equilateral.*

On l'appelle ordinairement quarré long, ou simplement rectangle.

32. *Rombe est celuy qui est equilateral, mais n'est pas rectangle.*

Il a seulement les angles opposez l'vn à l'autre egaux, mais n'est pas equiangle.

33. Romboide est celuy qui a les costez & les angles opposez egaux entr'eux, sans estre equilateral ny rectangle.

34. Outre celles cy-dessus les autres figures quadrilateres, s'appellent trapezes.

Ces trapezes sont trois especes, celuy qui a deux costez egaux, & deux autres opposez paralleles, s'appelle trapeze isocele, celuy qui a seulement deux costez opposez paralleles, trapeze scalene, & on l'appelle trapezoide, ou trapeze irregulier, celuy qui n'a point de costez egaux ou paralleles entr'eux.

35. lignes droictes paralleles, sont celles qui estans couchées sur vn plan, & continuées à l'infiny de part & d'autre, ne se rencontrent iamais.

Petitions, postulats ou demandes.

1. *Soit concedé de mener si l'on veut de tout poinct, proposé à vn autre vne ligne droite.*

2. Et de continuer en ligne droite vne droite terminée AB. *iusques en* C.

3. Et de quelque centre & interualle que ce soit d'escrire vn cercle.

Communes notiōs ou axiomes.

1. Les choses egales à vne mesme, sont egales entr'elles.

2. Si à choses egales sont adioustées choses egales, les tous sont egaux.

3. Si

3. Si de choses egales sont retranchées choses egales, les restes sont egaux.

4. Si à choses inegales sõt adioustées choses egales, les tous sõt inegaux.

5. Si de choses inegales sont ostées choses egales, les restes sont inegaux.

6. Les choses doubles d'vne mesme sont egales entr'elles.

7. Les choses moitié d'vne mesme sont egales entr'elles.

Il est vray de dire aussi que les choses qui contiennent autant de fois vne mesme, ou qui sont mesme partie d'vne mesme, sont egales entr'elles.

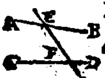
8. Les choses qui conuiennent entr'elles, sont egales entr'elles.

Il faut icy que la partie conuienne auec la partie, & le terme au terme, c'est ainsi que les lignes droites & egales, & aussi les angles egaux conuiennent entr'eux.

9. Le tout est plus grand que sa partie.

Il est egal à toutes ensemble.

10. Tous les angles droits sont egaux entr'eux.

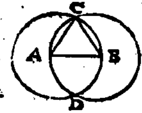


11. Si vne ligne droite EF. coupe deux autres lignes AB. CD. de sorte *qu'elle face les angles interieurs BEF. EFD. vers mesmes parts, moindres que deux droits, lesdites deux lignes estans prolongées à l'infiny, se rencontreront vers la part où les angles sont plus petits que deux droits.*

12. Deux lignes droites n'enferment pas vn espace.

PROPOSITION I.

Prob. 1.



Sur vne droite donnée & terminée AB. establir un triangle equilateral.

Pratique des centres A, & B, & interualle A B, [a] soient descrits deux cercles & du point de leur section C, menez les droites CA, & CB, le triangle ABC, sera equilateral.

a 3. Post. b 1. Post.

Demonstration. La droite [c] AC, est egal à la droite AB, & aussi CB, à la mesme AB; partāt [d] AC, & CB, egales entr'elles, & à AB, & [e] le triangle ABC, equilateral. Ce qu'il falloit faire.

c 15. def. d 1. Ax. e 24. def.

PROPOSITION II.

D'un poinct donné A. *mener une ligne droite egale à une droite donnée* BC. *Prob. 2.*

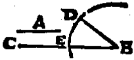
PRatique. Soient ioincts les poincts [a] AC, en la droite AC, & [b] faits le triangle equilateral CDA, le cercle CBE, & le cercle DEG, & [d] prolongés DC, DA, iusques en EC, & en GA, ainsi AG, *est* egal à BC.

Demonstration. Les droites [e] DA, DC, sont egales & la droite DE, egale à DG, estant AG, egal à CE, derechef [f] CE, est egal à CB, partát AG, à CB, en quelque autre cas que l'on pose, se fera tousiours la mesme construction.

a 1. *Post.*
b 1. *Prop.*
c 3. *Post.*
d 2. *Post.*
e *Ex const.*
f 15. *Def.*
g 3. *Ax.*
h 1. *Ax.*

PROPOSITION III.

Prob. 3.



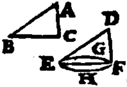
Estants données deux droites inegales A. & BC. ostez de la plus grande BC. vne droite egale à la moindre A.

a 1. Prop.
b 3. Post.
c 15. Def.
e. Ex const.
d 2. Ax.

PRatique. Ie fais [a] au poinct B, [b] vne droite BD, egale à la droite A, puis ie decris le cercle BDE, ainsi la retranchée BE, est egale à A.

Demonstration [c] BE. est egale à BD, [d] qui a esté fait egal à A, partãt la retranchée [e] BE, egale à A. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.



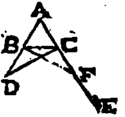
Si deux triangles ont deux costez egaux à deux costez chacun au sien ; sçauoir AB, *à* DE. *&* AC. *à* DF. *& les angles* A. *&* D. *compris d'iceux costez, egaux entr'eux ; la base* BC. *est egale à la base* EF. *& les autres angles egaux aux autres angles chacun au sien, comprenant entr'eux ceux qui sont soustenus de costez egaux, & tous les triangles egaux au triangle.*

Theoreme 1.

DEmonstration. On apose le costé AB, au costé DE, & le costé AC, au costé DF, & l'angle A, à l'angle D. Partant
a 8. Ax. [a] si on pose ainsi le tout l'vn sur l'autre, il est necessaire que la base BC, conuienne & s'aiuste à la base EF, car il faut que les lignes droites conuiennent, desquelles les extremes côuiennent,
b Def. 4 autrement [b] elles ne seroient pas egalement gisantes entre les poincts, ioint que si vne des bases pouuoit estre sur EF, en G. ou bien dessous en H, deux droites comprendroient vn espace contre les 12. axiomes. Partant tous les costez & angles conuiennent l'vn à l'autre, & tout le triangle au triangle; & ainsi tout est egal: ce qu'il falloit demonstrer.

PRO-

PROPOSITION V.



Tout triangle isoscele, comme ABC. *a les angles* ABC. ACB. *sur la base* BC. *egaux, & les costez egaux* AB. AC. *estans prolongez en* B. *& si les angles* CBD. BCF. *sous la base sont egaux.* Th. 25

PReparat. Des costez egaux prolongez, prenez BD, & CF, egales, & tirez les droites CD. BF.

Demonstration. Des triangles BAF. CAD. le costé BA. est egal au costé CA. & l'autre costé FA. egal à l'autre DA. & l'angle [a] BAC. commun, partant l'angle [b] ABF. egal à l'angle ACD. &

a Elé hypoth. & axé

b 4. Prop.

l'angle AFB. egal à l'angle ADC. & la base BF. à la base CD. derechef au triangle BCD. CBF. & le costé CF. est posé egal au costé BD. & BF. est prouué egal à DC. & l'angle D. à l'angle F. partant les angles CBD. & BCF. sous la base sõt egaux & les angles A & F. ACD. ont esté prouuez egaux,
c 3. Ax. donc si d'iceux on oste CBF. BCD. qui ont aussi esté prouuez egaux, resteront sur la base les angles ABC & ACB. egaux.

Corollaire. Tout triangle equilateral est equiangle.

PROPOSITION VI.

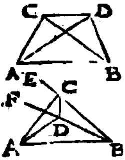
Si deux angles ABC. ACB. d'vn triangle ABC. sont egaux entr'eux, les costez soustendans iceux angles sont aussi egaux entr'eux. Th.3.

AVtrement si BA. excede AC. BD. [a] soit son egal, & tire DC és triangles BAC. BDC. le costé BC. sera commun, & les costez BD. & CA. egaux, & aussi les angles DBC. ACB. donc [b] aussi tout le triangle egal à tout le triangle, la partie au tout. Ce qui est absurde.

a 3. Prep.
b Ax 9

Coroll. Tout triangle equiangle est equilateral.

PROPOSITION VII.

Th.4. 

Sur vne mesme droite AB. *estans menées deux droictes des extremitez* AB. *en quelque poinct* C. *des mesmes extremitez* AB. *on ne pourra pas mener deux autres droites de mesme costé à vn autre poinct* D. *qui soient egales aux premieres chacune à la sienne, sçauoir* AC. *à* AD. *&* BC. *à* BD.

a def. 25. b 5. AVtrement les triangles a ACD. CBD. seroient tous deux isosceles, & partant b les deux angles ACD. ADC. egaux entr'eux, comme pareillement les deux angles BCD. BDC. & partant l'angle ADC. partie de l'angle CDB feroit partie de l'angle BCD. mais ACD. est egal ADC. donc ACD. ne fait qu'vne partie de BCD. Ce qui est absurde car vne partie seroit plus que le tout.

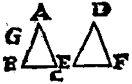
c 9. *Ax.*

Si on pose le poinct D. dedans le triangle A C B. apres auoir prolongé BD. en F. & BC. en E. & mené CD. dautāt que les droites AD. AC. sont posées egales, suit que les angles [d] ADC. ACD. sont egaux, pareillement BD. & BC. estans egales, les angles D CE. FDC. sous la base sōt egaux, donc l'angle FDC. plus grand que l'angle A C D. ou que son egal ADC. la partie plus grande que le tout. Ce qui est absurde.

d 5. *Prop.*

PROPOSITION VIII.

Th. 5.

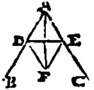


Si deux triangles ABC. DEF. *ont les deux costez* AB. AC. *egaux aux deux costez* DE. DF. *chacun au sien & à la base* BC. *egale à la base* EF. *ils auront aussi les angles* AD. *compris sous les costez egaux, egaux entr'eux.*

DEmonstration. Si on applique la base EF. sur la base BC. dautant que ED. est egal à BA & FD. à AC. les deux costez ED. FD. ne se pourront rencontrer vers mesme pas de la ligne BC en vn autre poinct G. & partant les triangles ABC. EDF. cõuenans en tout & par tout, l'angle A. sera egal à l'angle D.

Coroll. Il suit aussi que l'angle E. est egal à l'angle B. & l'angle F. egal à l'angle C.

PROPOSITION IX.



Couper l'angle re-ctiligne B A C. *en deux parties egales.* Prob. 4

PRatique. Des costez de l'angle donné BAC, ie prends [a] AD. & son egale AE. & sur la base DE ie fais le triangle equilateral DEF. & mene AF. C'est elle qui coupe en deux parties egales l'angle A. a 5. Prop. b 1. Prop.

Demonstration. Les droictes AD. AE. sont posées egales AF. est cõmune & la base DF. egale à la base FE. donc [c] les angles D AF. FAE. sont egaux, & partant l'angle BAC. est diuisé en deux parties egales. Ce qu'il falloit faire. c 8. Prop.

PROPOSITION X.

Prob. 5.

Couper vne droite donnée & terminée GH. en deux parties egales.

a 1. Prop. b 9. Prop.

PRatique. Sur la droite [a] GH. faites le triangle GAH. equilateral, & diuisez [b] l'angle A. en deux parties egales par la ligne AF. la ligne GH. sera diuisée par la mo tié en I.

Demonst. Les triangles GIA. HIA. à cause de leur construction, sont selon la 4. prop. partant ils ont les bases GI. & IH. egales, par ainsi GH. est diuisée en parties egales. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XI.

Sur vne ligne droite donnée DE. & d'vn poinct en icelle I. eleuer vne droite IA. à angles droicts. Prob. 6

PRat. De la ligne DE. de part & d'autre du poinct I. ie prends des parties egales ID. IE. & construits [b] sur DE. le triangle equilateral DAE. & mene la droicte AI. que ie dis estre perpendiculaire.

a 3. b 1. Prop.

Demonst. [c] Le costé DI. est egal au costé IE. le costé [d] DA. au costé AE. & AI. commun, partant les angles [e] AID. AIE. egaux & consequemment droits, doncf AI. est perpendiculaire. CQFD.

c Const. d 23. Def. e 8. Prop. f 10.

PROPOSITION XII.

Prob. 7.

Sur vne droite donnée infinie GH. d'vn poinct donné hors d'icelle A. abaisser vne droite AI. perpendiculaire.

PRatique. Du centre A. ie mene vn cercle coupant GH. en poincts D. E. & tire les droictes
a 10. Prop. AD. AE. puis ie coupe [a] DE. par la moitié en I. & mene la droite
b 15. Def. AI. que ie dis estre perpendiculaire.
c Const.

d 8. Prop. Demonst. [b] Les costez AD. AE. sont egaux, & DI. [c] egal à IE. AI.
e 10. Def. est commun: donc les angles [d] AID. AIE. egaux par tout droicts, donç [e] AI. perpendiculaire. C. Q. F. F.

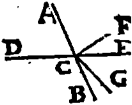
PROPOSITION XIII.

Quand une droite AB. ou BE. consiste sur une droite CD. faisant auec icelle deux angles ABC. ABD. ou EBC. EBD. iceux deux angles sont droicts, ou egaux à deux droicts. *Tb. 6.*

Demonst. La droite EB. fait auec DC. deux angles egaux, a 10. Def.
& a consequemment droits, sinon b 11. Prop.
AB. sont perpendiculaires: il est euident que les deux angles droicts CBA. ABD. contiendrõt le mesme espace que les deux autres angles CBE. EBD. c partant c 1. Ax.
ceux-cy ensemble egaux à ceux-là ensemble: c'est à dire à deux droicts C Q F D.

PROPOSITION XIV.

Th. 7.



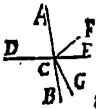
Si de diuerses parts de la droite AC. *on mene au point* C. *deux droites* DC. EC. *faisans les angles de costé & d'autres ensemble* ACD. ACE. *egaux à deux droicts, les deux droicts seront en droite ligne.*

DEmonstration. Si la droite CE. n'est en droite ligne auec DC. que CF. y soit, il s'ensuit que les angles a ACD. ACF. valent deux droicts aussi bien que les angles DCA, ACE. partant b la partie egale au tout, dõc &c. CQ.FD.

a 13. Prop.
b contre le 9. Ax.

PROPOSITION XIV.

Th.7.



Si de diu ses parts d droite AC. mene au poi C. deux dr tes DC. EC. faisans les a gles de costé & d'autres co ble ACD. ACE. egau deux droicts, les deux dro seront en droite ligne.

Demonstration. *Si la droi CE. n'est en droite lign auec DC. que CF. y soit, il s'en suit que les angles* a *ACD. ACF. valent deux droicts aussi bie que les angles DCA, ACE. pa ant* b *la partie egale au tout, do c. CQ.F.D.*

PROPOSITION XV.

Si deux droictes AB. CD. *se coupent l'vne l'autre, elles feront les angles* AED. CEB. *au sommet* E. *egaux.* Th.3.

Demonst. Si on adiouste à l'angle AED. ou CEB. l'angle entr'eux deux DEB. a la somme sera egale à deux droits, partant b CEB, AED, sont egaux, par mesme raison l'angle AEC, se demonstrera egal à l'angle DEB. adioustant à chacun l'angle AED.

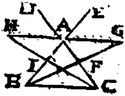
a 13. Prop. b 3. Ax.

1. *Coroll.* 2. droites au poinct de leur section font 4. angles egaux ensemble à quatre droits.

2. *Coroll.* Tous les angles constituez à l'entour d'vn poinct, sont egaux à quatre droits.

PROPOSITION XVI.

Prob. 10



De tout triangle ABC. *vn costé* BA *estant prolongé en* E. *l'angle externe* EAC. *est plus grand que l'vn ny l'autre interne opposé* C. *ou* B.

DEmonst. Le costé AC. [a] soit coupé par le milieu F. & mene BG. mi-partie en F. ioignez la droite AG. les triangles AFG. FBC ont les angles au poinct F. [b] egaux, & sont selon la 4. prop. partant l'angle GAF. est egal à l'angle FCB. donc l'angle total exterieur EAC. est plus grãd que l'interieur opposé ACB. Que si AB. est my-parti en I. on monstrera semblablemét que l'angle externe DAB. & par consequent le susdit EAC. son egal est plus grand que l'angle ABC. donc &c. C Q. F D.

a 10. Prop.

b 15.

PROPOSITION XVI.

Prob.10

De tout tri[angle] ABC. [le costé] BA estant [pro]longé en E, [l'an]gle externe EAC. est [plus] grand que l'vn ny l'autr[e in]terne opposé C. ou B.

Demonst. Le costé A[C] coupé par le milieu [en F, la lig]ne BG. mi-partie en F. [ayant] la droite AG. les triangles [AFG,] FBC ont les angles au poinct [F] egaux, & sont selon la 4. [prop.] partant l'angle GAF. est eg[al à] l'angle FCB. donc l'angle [AC] exterieur BAC. est plus grād [que] l'interieur opposé ACB. Q[ue si] AB. est my-parti en I. on mo[n]strera semblablemét que l'ang[le e]xterne DAB. & par consequen[t le] susdit EAC. son egal est pl[us gr]and que l'angle ABC. don[c ...]. C Q. F D.

a 10. Prop.

PROPOSITION XVII.

De tout triangle ABC. deux angles par exemple BCA. CAB. pris à discretiõ, sont moindres que deux droits. Th.10.

Demonst. BC. prolongé en D l'angle, a exterieur ABD. est plus grand que l'angle A. ou B. mais b les angles ACD. ACB. valent seulement deux droicts, donc les angles B, & C, interieurs, ou CAB, BCA, sont moindres que deux droicts: le mesme se monstrer des angles A, & B, si on prolonge le costé BA.

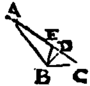
a 16. Prop. b 13. Prop.

Coroll. 1. Tout triangle qui a vn angle droict ou obtus, a les autres aigus.

Coroll. 2. Tout triangle equilateral ou isosceele, a les angles sur la base aigus.

PROPOSITION XVIII.

Th. 11



De tout triangle ABC *le plus grand costé* AC *soustend le plus grand angle* ABC.

a 3. Prop. b 5. Prop. c 16. Prop. d 5. Prop. e 9. ax.

DEmonst. Sinon du plus grãd costé AC, prenez [a] AD, egale à AB, & menez DB, les angles [b] ABD, ADB, seront egaux, donc l'angle ABD, [c] ou son egal ADB, externe est plus grand que l'angle interieur C, partant l'angle total ABC, sera beaucoup plus grand. Il est aussi plus grand que l'angle A, car faites CE, egal à CB les angles [d] CEB. EBC. seront egaux, & l'angle CEB c'est à dire EBC. plus grand que l'angle A, donc &c. C Q. F D.

PRO-

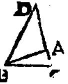
PROPOSITION XIX.

De tout triangle Th.12.
ABC. *le plus grand angle* B. *eſt ſouſtendu du plus grand coſté* AC.

SI on nie le coſté AC. eſtre plus grand que le coſté AB. qu'ils ſoient egaux, s'enſuit donc a 5. Prop.
que les Angles B, & , ſont egaux contre l'hypotheſe. Si on veut que AB, ſoit plus grand que AC, donc l'angle C, ſera plus grand que l'angle B, contre l'hy- b 18. Prop.
potheſe, donc &c. C Q. F D.

PROPOSITION XX.

Th. 13.



De tout triangle ABC. *deux costez* AB. AC. *pris à discretion, sont plus grands que le troisiesme* BC.

DEmonst. prolongez CA, en D, & que AD, soit egal à BA,
a 2. & partant [a] CD, egal à CA, &
Ax. AD, ensemble estant menée DB,
puis que AD, AB, sont egales,
b 5. dõc aussi [b] les angles D, & DBA,
Prop. partant l'angle total [c] DBC, sera
plus grand que l'angle D, par-
c 9. tant le costé CD, qui soustient
Ax. celuy-là, ou bien CA, AB, en-
d 19. semble, sont plus grands que le
Prop. costé BC, qui soustient l'angle
D: CQ.FD.

PROPOSITION XXI.

Th. 14

Si des extremitez BC. *d'vn costé d'vn triangle* ABC. *deux droites* BD. BC. *sont constituées au dedans d'iceluy, elles seront plus petites que les deux autres costez du triangle; sçauoir, que* AB. AC. *mais elles feront vn plus grand angle* D. *que n'est pas* A.

DEmonst. BD. prolongé en E. les deux costez a BA, AE, du triangle BAE, sont plus grāds que le troisiesme BE, adioustant donc le commun EC, BA, AC, seront plus grands que BE EC, par mesme maniere au triangle

a 20. Prop.

CED, les coſtez CE, ED, ſont plus grands que le troiſieſme CD, adiouſtant donc le commun DB, les coſtez CE, EB, ſeront plus grands que BD, DC, donc BA, AO, ſeront bien plus grands que les meſmes BD, DC.

b 16 Prop. En ſecond lieu l'angle [b] BDC, externe eſt plus grand que l'interne, & oppoſé DEC, & celuy-cy plus grand que l'angle A, interne, & opposé donc l'angle BDC, eſt bien plus grand que l'angle A, CQ FD.

CED, les costez CE, ED, le[s] plus grands que le troisie[sme] CD, adioustant donc le co[m]mun DB, les costez CE, EB, [se]ront plus grands que BD, D[C] donc BA, AC, seront bien p[lus] grands que les mesmes B[D,] DC.

16 *En second lieu l'angle [b] BDC*

externe est plus grand que l'in-terne, & opposé DEC, & cest-cy plus grand que l'angle A, in-terne, & opposé donc l'angle BDC, est bien plus grand que l'angle A, CQ. FD.

PROPOSITION XXII.

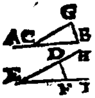
Construire vn triangle de trois droites, egales aux trois dõnées A. B. C. mais il faut que deux quelconques d'icelles soient plus grandes que la troisiesme. Prob. 8

PRatiq. Soient prises d'ordre & mises en droite ligne les droites DF, FG, GH, egales aux droites A. B. C puis des centres F.G & interualles FD. GH. soiẽt décrits deux cercles, & de leur intersection I, tirées les droictes IF. IG. le triangle FIG. est le requis. a Prop. 20.

Demonst. Au triangle FIG, la droite [b] FI. est egale à DF, c'est à dire à A, & GI, à GH, ou C, & GF, à B.

PROPOSITION XXIII.

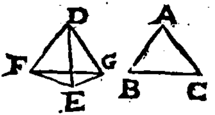
Prob. 9



A une droite donnée AB. *& un poinct en icelle* C. *faire un angle rectiligne egal à un angle rectiligne, donné* HEI.

PRatique. Prenez és droictes EH. EI deux poincts à discretion D, & F, que la droite DF,
a 22 Prop.
ioigne, puis faites le triangle CGB, ayant les costez egaux aux costez du triangle EDF, chacun au sien : cela fait, les triangles sont selon la 8. prop. partant les angles E, & C, egaux CQ FF.

PROPOSITION XXIV.



Si deux triangles ABC, DEF, *ont deux costez egaux l'vn à l'autre AB, à DF, & AC, à DE, & l'angle A, compris des costez egaux plus grand que l'autre D, aussi la base BC, sera plus grande que la base FE.* Th. 15

DEmonst. Si on le nie, faites [a] auec la droite FD. & au poinct en icelle D, l'angle FDG, egal à l'angle A, & le costé DG, à DE, c'est à dire AC, & consequẽment la base [b] FG. à la base BC, & soient iointes les droites GE, GF, les angles [c] DGE. DEG, seront egaux, partant tout l'angle FEG, plus grand que DEG, où son egal DEG, est beaucoup plus grand que FGE, donc la droite GF, & BC, son egal sera plus grand que EF. CQFD.

a 23 Prop.
b 4. Prop.
c 5. Prop.
d 19. Prop.

PROPOSITION XXV.

Th.16 

Si deux triangles ABC, DEF, ont deux costez egaux à deux costez chacun au sien; sçavoir AB, à ED, & AC, à DF, & la base BC, plus grande que la base EF, ils auront aussi l'angle A, contenu d'iceux costez egaux plus grand que l'autre.

DEmonst. Car si l'angle A,
a 4. Prop. n'est plus grand que D, il sera egal ou moindre : si egal, a les bases BC, EF, seront egales, ce qui est contre l'hypothese : si
b 24 Prop. moindre: veu que les costez AB, AC, sont egaux aux costez DE, DF, la base b EF, sera plus grande que la base BC, contre l'hypothese C Q F D.

PRO-

PROPOSITION XXVI.

Si deux triangles ABC.DEF. *ont deux angles egaux à deux autres l'vn à l'autre ; sçauoir* B. *à* E. *&* C. *à* F. *& vn costé egal à vn costé, sçauoir celuy qui est adiacent aux angles* BC. EF. *ou celuy soustendu à vn des angles egaux* AC. DF. *ils auront aussi les autres costez egaux aux autres l'vn à l'autre, & l'autre angle* A. *egal à l'autre angle* D. Th. 17.

DEmonstr. Premierement supposant les costez BC. EF. egaux, si DE. est plus grand que AB. EG luy soit fait egal & menee GF. dont les triãgles GEF. ABC. sont selon la 4. prop. & partant l'angle C. egal à

l'angle GFE. mais il est aussi egal à l'angle BFE. dont les angles GFE.DFE.sont egaux, la partie au tout.[a] Ce qui est absurde.

a Contre le 9. Ax.

Que si on suppose AB, DE. egaux, & qu'en suitte on veuille soustenir le costé EF. estre plus grand que BC. prenez au troisiesme triangle EG. egal à BC.& menez DG. Veu donc que les costez AB. BC. sont egaux aux costez DE. EG. & l'angle CB. à l'angle E. par l'hypothese l'angle C. sera egal à l'angle EGD. donc [b] aussi l'angle EGD. egal à l'angle EFD. l'externe à l'interne & opposé. [c] Ce qui est absurde, donc BC. n'estoit inegal à EF. mais egal, partant les triangles ABC. DEF. sont selon la 4. prop. & tout le reste est egal au reste. C. Q. F. D.

b 4. Prop.
c 16. Prop.

PROPOSIT. XXVII.

Th. 18

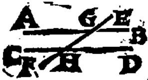
Si sur deux droites AB.CD. *tombe vne autre droicte* EF. *faisant les angles alternes* AGH. DHG. *egaux, les deux droites seront parallelles entr'elles.*

DEmonst. Si elles ne sont parallelles, elles se rencontreront finalement [a] soit donc en I. ainsi du triangle GIH. l'angle [b] externe AGH. sera plus grand que l'interne & opposé GHD. contre l'hypothese donc &c. C. Q. F. D.

a 35. def.
b 16. Prop.

PROPOSIT. XXVIII.

Th.19.



Si sur deux droites AB.CD *tombe vne droite* EF. *faisant l'angle externe* AGE. *egal à l'interne, & opposé* GHC. *vers mesme part, ou si elle fait les angles internes* AGH. GHC. *vers mesme part, egaux à deux droits, les droictes seront parallelles entr'elles.*

a 15. Prop. b 1. ax. c 27. Pror.

DEmonst. 1. L'angle AGE. est egal à l'angle BGH. & aussi à l'angle CHG. donc [b] les alternes BGH.GAC.sont egaux, partant les droites AB.CD. sont parallelles.

2. L'Angle EGA. auec l'an-

gle AGF, vaut deux droicts, les angles AGH. GHC. sont posez egaux à deux droictes, donc les angles EGA. GHC. sont egaux, l'externe à l'interne opposé, partant les deux droictes AB. CD. sont paralleles C. Q. F. D.

PROPOSITION XXIX.

Th.20

Si sur deux droictes paralleles AB. CD. *tombe une droicte* EF. *elle fera les angles alternes* BGH. GHC. *egaux*, & *l'externe* EGB. *egal à l'interne opposé vers mesme part* EHD. & *aussi les internes vers mesme part* AGH. CHG. *egaux à deux droicts.*

a 13. Prop. b 28. Prop. c 3. ax.

DEmonstr. 1. Les angles a DHG. GHC. valent deux droicts, item les angles b DHG. BGH. valent deux droicts: donc les angles BGH. GHC. sont egaux.

2. Les angles EGB. BGH. a valent deux droicts, les angles

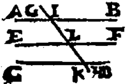
BGH.GHD.[b] valent deux droits: donc les angles BGB. EHD. sont egaux.

3. Les droictes AB. CD. sont *d 35. Def.* posées paralleles, donc elles ne concourent ny vers A. ny vers B. & tant d'vne part que d'autre les angles internes sont egaux à deux droicts : car si de quelque part [e] ils estoient moindres, les *e 11. ax.* droites concourreroient en cette part là.

Coroll. Tout parallelogramme ayant vn angle droict, est parallelogramme rectangle.

PROPOSITION XXX.

Th. 21.



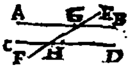
Si deux droi-ctes AB. CD. *sont paralleles à vne mesme droicte* EF. *les deux droictes sont paralleles entr'elles.*

DEmonst. En ces 3. droictes posées en vn mesme plan, s'il tombe vne droicte GH. l'angle a AIL. sera egal à l'angle alterne ILF. & l'externe ILF. egal à l'interne & opposé LKD. donc b les angles AIL. LKD. sont egaux, & partant c les droictes AB. CD. paralleles C.Q.F.D.

a 29. Prop.
b 1. ax.
c 27. Prop.

PROPOSITION XXXI.

Prob. 10



D'vn poinct donné G. mener vne droicte AB. parallele à vne droicte donnée CD.

PRatique du poinct G. sur CD. menez vne droicte GH. à discretion & à l'angle GHD. soit fait a vn autre angle au poinct G. qui luy soit egal, sçauoir l'angle HGA. ainsi b la droicte AB. sera parallele à CD. car les angles alternes AGH. DHG. sont egaux.

a 23. Prop.

b 27. Prop.

PROPOSIT. XXXII.

Th.22. *De tout triangle* ABC. *un costé* BC. *estant prolongé en* E. *l'angle exterieur* ACE. *est egal aux deux internes, & opposez* ABC. BAC. *& ses trois angles interieurs* A. B. C. *sont egaux à deux droicts.*

a 31. Prop. DEmonst. 1. du poinct C.[a] soit menee CD. parallele à AB. ainsi l'angle A, est egal à l'alterne ACD. & l'angle externe ECD. [b] egal à l'interne B. parquoy

b 29. Prop. tout l'angle ACE. est egal aux deux internes, & opposez A. & B.

c 13. Prop. 2. L'angle ACB.[c] auec l'exterieur ACE. vaut deux droicts.

d 32. Prop. L'angle ACE. est egal [d] aux an-les A. & B. donc l'angle C. auec les angles A. & B. valent deux droicts C. Q. F. D.

Scholie. Toute figure rectiligne se distribuë en autant de triangles qu'icelle contient de costez, moins deux, & les angles de ces triangles constituent les angles de la figure.

PROPOSITION XXXIII.

Tb. 23. 

Si deux droictes AC. BD. *conioignët vers mesme part deux autres droictes egales & paralleles* AB. CD. *les susdites sont aussi paralleles.*

DEmonst. Ioignez AD. *les*
a 29. Prop. angles [a] alternes DAB. ADC. seront egaux le costé AB. est posé egal à l'autre CD. le costé AD. est commun, donc les
b 4. P.op. [b] bases AC. DB. sont egales, *ainsi*
c 27. Prop. [c] les angles alternes CAD. ADB. sont egaux, & les droictes AC. DB. paralleles C. Q. F. D.

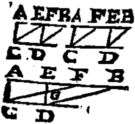
PROPOSIT. XXXIV.

Des espaces paral-lelogrammes ABCD. *Th.* 24
les costez & les angles opposez ABCD. AC. BD. AD. BC. *sont egaux entre eux & le diametre ou diagonale* AD. *les coupe en deux egalement.*

Demonst. les angles a alter- *a* 29.
nes BAD, ADC, CAD, *Prop.*
ADB; sont egaux entr'eux AD, commun, donc les triangles ABD, ACD, sont selon la 26. Prop. partant AC. egal à BD. & est l'angle C, egal à l'angle B, & aussi sont les angles AD, egaux; car ils sont composez d'angles egaux, & puisque les triangles ACD, ABD, sont egaux par la 4. Prop. appert que le diametre AD, couppe le parallelogramme en deux egalement. C.Q.F.D.

PROPOSIT. XXXV.

Ph. 25.



Les parallelo grammes AD FD, constitue sur mesme bas & entre mesmes parallele AB, CD, sont egaux entr'eux.

a 34 Prop.

DEmonst. en la premiere fi gure le triangle [a] AEC, e egal au triangle ECD, auque est encores egal le triangle BFD donc les parallelogrãmes [b] AD FD, composez de triangles e gaux, sont egaux.

b 2. ax.

2. Figure. Les droictes AE, FB. sont egales : ostant donc la commune EF, reste [c] A F, EB, e gales, les droites AC, ED, sont aussi egales, & encores les an-

c 3. ax.

gles A, & E, donc les triangles FAC, BED, sont egaux si on ad- iouste à chacun le trapeze EF CD, les parallelogrammes AE CD, FBCD, seront egaux.

d 34. Prop. e 29. f 2. ax.

3. Figure. Les droites AE, FB, sont egales à CDA, entr'elles, adioustant EF, commune AF, est egale à EB, & comme dessus les triangles FAC, BED, sont egaux; partant si de l'vn & de l'autre vous ostez le triangle commun EGF, au lieu duquel vous adioustez le triãgle CGD, les parallelogrammes AD, FD, seront egaux C. Q. F. D.

g 34. Prop. h 2. ax.

gles a A, & E, donc les triangles FAC, BED, sont egaux si on adiouste à chacun le trapeze EF CD, les parallelogrammes AE CD, FBCD, seront egaux.

d 34. Prop. e 29. f 2. ax.

3. Figure. Les droites AE, F B, g sont egales à CDA, entr'elles, adioustant h EF, commune AF, sera egale à EB, & comme dessus les triangles FAC, BED, sont egaux; partant si de l'vn & de l'autre vous ostez le triangle commun EGF, au lieu duquel vous adioustiez le triãgle CGD, les parallelogrammes AD, FD, seront egaux C. Q. F. D.

g 34. Prop. h 2. ax.

PROPOSIT. XXXVI.

Th. 26

Les parallelogrammes AE, HD, *constituez sur bases egales* CE, FD, *&* *entre mesmes paralleles* AB, CD, *sont egaux entr'eux.*

a 34. Prop. b 35. Prop. DEmonst. Soient iointes le parallelogrammes par les droictes CH, EB, lesquelles seront egales & paralleles, & partant le parallelogramme AE, egal à l'autre CB, & le mesme CB, au troisiesme HD, donc [c] les

c 1. ax. parallelogrammes AE, HD, sont egaux.

PRO-

PROPOSIT. XXXVII.

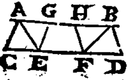
Les triangles ACD. FCD. *constituez sur vne mesme base* CD, *&* *entre mesmes paralleles* AB, CD, *sont egaux entr'eux.* *Th.27*

DEmonst. Menez [a] de D. les droites DE, parallele à CA, & DB. ACF. les parallelogramme AD, CB: seront egaux [b]: partant leurs moitiez, sçauoir, les triangles ACD, FCD, aussi egaux C.Q.F.D.

a 31. Prop. b 35. Prop.

PROPOSIT. XXXVIII.

Th. 28.



Les triangles ACE. BFD. *sur bases egales* CE. FD. *& entre mesmes paralleles* AB. CD. *sont egaux entr'eux.*

a 31. Prop. b 36. Prop. c 34. Prop. d 7. ax.

DEmonst. a Soient menées EG. parallele à AC, & FH, à BD, les parallelogrammes AE, BF, b seront egaux, partant leur moitiez, sçauoir les triangles ACE, BFD, seront egales, C. Q. F. D.

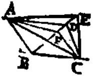
PROPOSITION XXXIX.

Les triangles egaux ABC. DBC. *constituez sur mesme base* BC. *& de mesme part, sont aussi entre mesmes paralleles* AD, BC. Th. 29.

DEmonst. Si on nie que AD, soit parallele à BC, soit a vne autre AE parallele à BC, & que la droite BD, prolongée la rencontre en E, ayant mené CE, les triangles b ABC, EBC, seront egaux, ce qui ne peut estre, car le triangle DBC, est posé egal au triangle ABC. que si on dit AF, estre parallele à BC, en reprenant la mesme demonstration, il suiura que la partie sera egale à son tout.

a 31. Prop. b 37. Prop.

PROPOSITION XXXIX.



Les triangles egaux ABC. DBC. *constituez sur mesme base* BC. *& de mesme part, sont aussi entre mesmes paralleles* AD, BC. Th. 29

DEmonst. Si on nie que AD, soit parallele à BC, soit [a] vne autre AE parallele à BC, & que la droite BD, prolongée la rencontre en E, ayant mené CE, les triangles [b] ABC, EBC, seront egaux, ce qui ne peut estre, car le triangle DBC, est posé egal au triangle ABC. que si on dit AF, estre parallele à BC, en reprenant la mesme demonstration, il suiura que la partie sera egale à son tout.

a 31. Prop.

b 37 Prop.

PROPOSITION XL.

Th. 30. *Les triangles egaux* ABC, DEF, *constituez sur bases egales & de mesme part, sont entre mesmes paralleles* AD, BF.

DEmonst. Si on dit que la droicte AD, n'est pas parallele à BF, soit AG, sa parallele, & que ED, prolongée la rencontre en G. puis soit menée GF, les triangles [a] GEF, ABC, seront egaux : or les triangles ABC, DEF, estoient aussi posez egaux, partant le tout GEF, & la partie DEF, seront egaux au mesme triangle ABC. Ce qui est absurde.

a 35. Prop.

PROPOSITION XLI.

Th. 31.

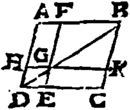
Si vn parallelogramme AE, CD, *& vn triangle* FCD, *ont mesme base* CD, *& sont entre mesmes paralleles* AF, CD, *le parallelogramme* CE, *sera double du triangle* FCD.

DEmonst. soit menée la diagonale AB, les triangles FCD, ACD, [a] seront egaux, or le parallelogramme CE, [b] est double du triangle ACD, donc [c] aussi du triangle CFD.

a 37. *Prop.*
b 34. *Prop.*
c 6. *ax.*

PROPOSIT. XLIII.

Th.32



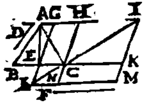
En tout parallelogramme les cõplemens des parallelogrammes descrits à l'entour du diametre, sont egaux entr'eux.

EN cette figure les parallelogrãmes qui sõt à l'entour du diametre sont FK, HE, & on appelle complements les parallelogrammes AG, GC; Or Euclide dit que ces complements sont tousiours egaux entr'eux.

a 34. Prop. Demonst. Les triangles aBAD, BCD, sont egaux: & aussi les triangles BKG, BFG, & GED, DHG. partãt si des egaux BAD, BCD, vous ostez les egaux, sçauoir BKG, BFG: & *GHD, GED*: Les complements *GA*, *GC*, resteront egaux C.Q.F.D.

PRO-

PROPOSIT. XLIV.



A vne ligne droite donnée F. appliquer vn parallelogramme CM. *egal à vn triãgle donné* ABC *lequel parallelogramme ait vn angle egal à vn angle rectiligne donne D.* Prob. 12.

FAites le parallelogramme [a] CG. egal au triangle ABC. ayant vn angle GEC. egal à l'angle donné D. puis prolongez BC, en K. en sorte [b] que CK, soit egal à la donnée F, par K, [c] tirez KI, parallele à CH, qui rencontre GH, prolongée en I, puis de I, tirez par C, le diametre IC, qui rencontre la droite GE, pro-

a 42. Prop.
b 2. Prop.
c 31. Prop.

longée en L, & par L, menez LM, parallele à EK, couppant IK, prolongée en M, & soit continuée HC, iusqu'en N, ie dis que le parallelogramme CM, est tel qu'on le demande.

Demonst. Les [d] complements GC, CM, sont egaux, le complement GC, est egal [e] au triangle ABC, donc aussi le complement CM, lequel CM, a vne ligne CK, [f] egale à la donnée F, & l'angle CNM, egal à l'angle HCK, qui est egal à l'angle GEC, lequel est posé egal à l'angle donné D, partant le parallelogramme est egal au triangle ABC, & à la ligne CK, egale à la donnée F, & l'angle CNM, egal au donné D, comme il estoit requis.

d 34. Prop.
e 42. Prop.
f 28. Prop.

PROPOSITION XLV.

Construire vn parallelogramme ED, *egal à vn rectiligne donné* AD, *qui ait vn angle egal à l'angle rectiligne donné* F. Prob,13

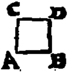
PRatique Diuisez le rectiligne en triangles par la droicte CB, & soit fait [a] le parallelogramme EI, egal au triangle BCD, en vn angle H, egal à F, sur le costé GI, soit fait le parallelogramme GD, egal au triangle ABC, qui ait en I. l'angle GID, egal à H, & sera fait ce qu'on demandoit. a 44 Prop.

Demonst. Les droites EH, KD, sont [b] egales & paralleles à vne b Const & 34 Prop.

mesme GI, & par consequent
c entr'elles : l'angle [e] GID, est
e 30. Prop. egal à l'angle EHI, l'angle EHI,
e 29. Prop. [f] auec l'angle HIG, valent deux
droicts, donc les angles GIH,
f 13. Prop. GID, valent aussi deux droicts,
donc HI, ID, sont posées [g] en
g 14. Prop. droicte ligne, pareillement EG,
GK, & les egales ID, GK, estant
iointes aux egales HI, EG, *les toutes* HD, EK, sont egales, &
la figure ED, parallelogramme,
les parties de laquelle sont egales aux parties du rectiligne, &
en laquelle l'angle H, est egal
au donné F, donc &c.

PROPOSITION XLVI.

Pr.14



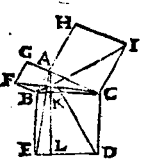
D'vne droicte donnée AB, *descrire vn quarré* ABCD.

DE A, & B, eleuez [a] les perpendicules CA, DB, egales à AB, & soient iointes de la droite *CD*. AD. sera le requis. *a* 11. Prop.

Demonst. Les [b] angles A,& B, font droicts, donc [c] les droictes *AC, BD*, sont paralleles chacune [d] est egale à AB, & entr'elles. partant [e] AB, CD, sont paralleles & egales, & AD, est parallelogramme; or veu que [f] les angles AB, sont droicts, les opposez CD, sont aussi droicts, donc AD, est le quarré requis CQ.FF. *b* 10. Def. *c* 28. Prop. *d* const. *e* 33. Prop. *f* 34. Prop.

PROPOSITION XLVII.

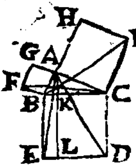
Th. 35.



Aux triangles rectangles BAC, *le quarré* BD, *du costé* B C, *qui soustient l'angle droict* BAC, *est egal aux quarrez* BG, CH, *des deux costez* BA, AC, *qui le contiennent.*

a 31. Prop. DEmonst. Du poinct a A, tirez AL, parallele à BE, & menez les droictes AD, BI, les triangles ACD, ICB, ont selon

c 30. Def. la 4. Prop. b les costez CD, CA, egaux à BC, CI, & les angles compris ICB, ACD, egaux à cause des angles ICA, BCD, droicts, & du commun ACB,



dōc iceux triāgles sōt egaux: mais celuy AC D, [c] est moitié du parallelogramme LC, sur mesme base C D, & entre mesmes paralleles AL, CD, l'autre ICB, pour mesme cause est moitié du quarré CH, donc [d] CH, egal à LC, veu que leurs moitiez sont egales.

[c] 41. Prop.

[d] ax.

Maintenant si on mene les droictes AE, FC, on prouuera semblablement les triangles FB C, ABE, egaux & moitiez l'vn du quarré BG, l'autre du parallelogramme BL, egal à BG, & partant les deux parallelogrammes BL, LC, ou tout le quarré BD, estre egal aux deux quarrez ensemble BG, HC, CQ. FD.

PROPOSITION XLVIII.

Si le quarré de l'vn des co- Th. 34
stez CB, *du triangle* CAB, *est egal aux quarrez des deux autres costez* AB, AC, *l'angle* CAB, *compris d'iceux est droict.*

DEmonst. De A, a menez AD
a 11. Prop. perpendiculaire à AB, egale à AC, & ioignez la droicte DB, l'angle DAB, b sera droit, donc c le quarré de la droicte
b 10. Def. DB, egal aux quarrez des droites BA, AD, ou AC, le quarré
c 47. Prop. de CB, par l'hypotese est egal
d 1. ax. aux quarrez des mesmes CA, AB, d ainsi les droites CB, BD, sont egales, partant les triangles CAB, ADB, ont trois co-

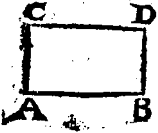
ſtez egaux l'vn à l'autre, & par conſequent e les angles qui reſpondent aux coſtez egaux, ſont egaux ; donc ſi l'angle DAB. eſt droict l'angle CAB. ſera auſſi droit, puis que les coſtez DB, BC, ſont egaux. C Q. F D.

e 8. Prop.

LIVRE SECOND DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

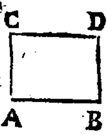
I.



Tout parallelogrãme rectangle ABCD. *est dit estre contenu sous deux droictes* AB. BD. *qui comprennent l'angle droict* ABD.

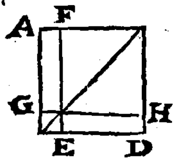
LA superficie du parallelogramme ABCD. est faite par le mouuement imaginaire de la ligne AC. sur la ligne AB.

ou bien de la ligne AB, sur la ligne AC. de sorte que le produit d'vn costé par l'autre fait l'aire entiere ; si vn costé est de trois pieds, & l'autre de quatre, la multiplication d'iceux donnera 12. pieds pour l'aire du parallelogramme rectangle, & si l'aire a 12. pieds quarrez & 3. pieds de longueur, l'vn des costez en diuisant, l'on viendra au quotient 4. pieds pour l'autre costé.



ou bien de la ligne AB, ſur la ligne AC. de ſorte que le produit d'vn coſté par l'autre fait l'aire entiere ; par ainſi ſi vn coſté eſt de trois pieds, l'autre de quatre, la multiplication d'iceux donnera 12. pieds pour l'aire du parallelogramme rectangle, & ſi l'aire a 12. pieds quarrez & 3. pieds de long à vn de ſes coſtez en diuiſant 12. par 3. viendra au quotient 4. pieds pour l'autre coſté.

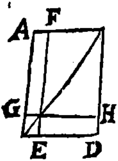
II. DEFINITION.



En to[...] parallelogramme, [...] de ceux q[...] sont autou[...] du diametre auec les deux complemens[...] est appellé gnomon.

AV parallelogramme AD, l[...] parallelogramme GE, au[...] les deux complements GF, EH[...] s'appelle gnomon, c'est à dir[...] equiere, à cause qu'il en a la for[...]me.

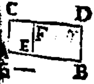
II. DEFINITIO[N]



Es
paral[lelo]-
gram[me]
de ce
sont
du
tre auec les deux comp[lements]
est appellé gnomon.

AV parallelogramme
parallelogramme GE
les deux complements G
s'appelle gnomon, c'est à
equiere, à cause qu'il en a
me.

PROPOSITION I.



S'il y a deux lignes droites G. AB, & que l'vne d'icelle AB, soit couppée en tant de parties qu'on voudra AE, EB, le rectangle CB, compris sous les deux costez AC, c'est à dire G. & AB, est egal aux rectangles AE. FB. compris sous la non couppée & sous chacune segment AE, EB, de la couppée. Th. 1.

DEmonst. Des poincts A, & B, eleuez a les perpédiculaires A , BD, egales à la donnée , & menez CD, & b c ainsi sont

a 11. & 3. prop.
b 28. 1.
c 34. 1.

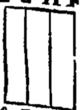
fait des droites CA. c'est à di
G, & AB, le rectangle CB, & d
uisez la droicte AB, à discreti
d 31. en E, & soit fait[d] EF, paralle
& egale à AC, CEFB, seront r
ctangles ; car l'angle FEB, e
e 29.1 droit [e] à cause qu'il est egal à
& consequemment [f] les autr
f 28.1 angles sont droits [g] & les costé
g 34.1 opposez egaux : or ces deux re
h 9.ax. ctangles CE, BF, pris ensembl
[h] sont egaux au total BC, c'est
dire les parties au tout C.Q.F.D

Cette proposition & les autr
cy-dessous se peuuent verifi
par les nombres, par exemp
celle cy prenans 6. & 10. diui
10. en 7. & 3. les produits de
par 7. & 3. sont 42. & 18. q
ensemble font 60. lequel nomb
se trouuera aussi en multiplia
6. par le total 10.

fait des droites CA. c
G, & AB, le rectangle C
nisez la droicte AB, à
d 31. en E, & soit fait d EF, p
& egale à AC, CEFB.
ctangles; car l'angle
droit e à cause qu'il est
e 29.1 & consequemment f les
f 28.1 angles sont droits g & les
g 34.1 opposez egaux: or ces
ctangles CE, BF, pris
h 9.ax. h sont egaux au total BC
dire les parties au tout C

Cette proposition & les
cy-dessous se peuuent
par les nombres, par ex
celle-cy prenans 6. & 10.
10. en 7. & 3. les produits
par 7. & 3. sont 42. & 18
ensemble font 60. lequel n
se trouuera aussi en multip
6. par le total 10.

PROPOSITION II.



Si vne droicte AB. *est couppée comme on voudra en* C, *&* D, *les rectangles* EC, GD. HB, *compris sous la toute* AE, *c'est à dire* AB, *& sous chacune partie* AC, CD, DB, *sont egaux au quarré* AF, *de la toute* AB. Th. 2.

Demonst. a De la droite AB. faites vn quarré EB, de C, a 46.1
& D. eleuez b CG, DH, paralle- b 31.1
les, & egales à AE, le rectan- & 3.1. c 30.
gle AG, sera compris c sous la Def.
toute AE, sçauoir AB, & le seg-
ment AC, pareillement les re-

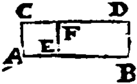
ctangles GD. HB. ſous la toute, & l'vn ou l'autre des ſegments. Puis donc que les rectangles EC. GD. HB. [d] ſont parties toutes enſemble egales au quarré AF. appert que les rectangles compris ſous AE, ſçauoir AB, & les ſegments AC. CD. DB. ſont egaux au quarré de la droite AB. CQFD.

d 9. ax.

PRO

PROPOSITION III.

Th. 3.



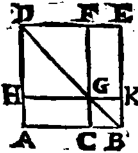
Si vne ligne droicte AB. *est couppée comme on voudra en* E. *le rectangle* CB. *cõpris sous la toute* AB, *& vne partie* AC. *sçauoir* AE. *est egal au rectangle* FB. *compris sous les parties* BE. FE. *sçauoir* EA. *& au quarré de la partie susdite.*

DEmonst. Soit couppée la donnée AB, à discretion en E, des poincts AEB. [a] leuez des perpendicules AC.EF.BD. paralleles [b] entr'elles & egales au segment AE. puis menez la droite CD. laquelle [c] sera parallele à

a 11. Pro. 1.
b 31.1. & 3. 1.
c 33.1.

AB. cela posé AC, est egale
d const. AE, partant le rectangle AD. e
compris sous la toute AB, & v
segment AC. sçauoir AE. & l
e 9.ax. 1. rectangle AD. est egal au re-
ctangle BF, compris sous BE. E
sçauoir AC, & encores au qua
ré EC. c'est à dire au quarré EA
partie premierement prise. C.Q.
F. D.

PROPOSITIO IV.



Si une droite est couppée comme on vondra en C. le quarré AE. de la toute AB, est egal aux quarrez HF. CK. des parties AC. CB. & deux fois le rectangle desdites parties; sçauoir aux deux AG, GE. Th.4.

DEmonst. Sur la droicte AB. faites [a] le quarré AE & menez le diametre DB. [b] de C. faites CF. parallele à BE. coupant le diametre en G. par où tirez HK. parallele à AB. cela posé le triangle ADB. [c] a les costez AD, AB. egaux, donc les angles ADB. ABD. sont egaux, partant demy droicts [d] veu que l'angle A, est droict: faut dire le mesme du triangle EDB. derechef [e] l'angle DFG. est droit, l'angle FDG. a

a 46.1
b 31.1.
c 30. def.1.
d 32.1.
e 29.1

esté prouué demy-droit, partant
f 32.1. f l'angle FGD. est aussi demy-
g 6 1. droit, donc les costez DF.FG.
g sont egaux; mais les costez op-
h 34. 1. posez DH,HG. h leur sont aussi
egaux, donc le parallelogram-
me FH. est vn quarré par mesmes
i 30. def. raisons i CK. est aussi quarré, &
partant HF, CK, sont quarrez
des parties AC, CB, veu que le
costé HG, est egal au costé AC,
semblablement les rectangles
AG, GE, sont contenus sous les
segments AC,CB; car CG, GK,
sont egaux à CB. puis que CK.
est quarré & GF, est aussi egal à
la droicte AG. à cause du quarré
HF. c'est à dire à la droicte AC.
donc veu que le quarré AE est
egal aux deux quarrez HF. CK.
ioincts aux rectangles AG. GE.
appert ce qu'il falloit demon-
strer.

esté prouué demy-droit, p
f 32.1. f l'angle FGD. est aussi
g 6.1. droit, donc les costez D
g sont egaux: mais les costez
h 34.1. posez DH, HG. h leur sont
egaux, donc le parallelog
me FH. est vn quarré par
30. raisons i CK. est aussi qu
f. partant HF, CK, sont
des parties AC, CB, veu
costé HG, est egal au co
semblablement les recta
AG, GE, sont contenus so
segments AC, CB; car CG
sont egaux à CB. puis que
est quarré & GF, est aussi eg
la droicte AG. à cause du q
HF. c'est à dire à la droicte
donc veu que le quarré AE
egal aux deux quarrez HF. G
oincts aux rectangles AG
ppert ce qu'il falloit demo
rer.

PROPOSITION V.

Si vne droicte AB. *est couppée en deux parties egales en* C. *& en deux inegales en* D. *le rectangle* LD. *compris sous les parties inegales de la toute* AB. *sçauoir sous* AD. DG. *ou* DB. *auec le quarré* HF. *de la section du milieu est egal au quarré* CI. *de la moitié de la toute* CB. Th. 5.

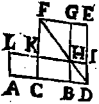
Demonst. Sur la moitié a CB. soit fait le quarré CI. menez le diametre BE. & b leuez AL. DF. paralleles à CE. ou BI. puis par G. tirez la droicte LHK. cela fait on peut faire le mesme raisonnement qu'en la preceden- a 46.1. b 31.1.

te, à l'égard du quarré CI. & ses parties, & sera manifest que le rectangle LD. compris des parties inegales est egal au gnomon CKF. à cause que les 3. rectangles LC, CK, DI, sont egaux partant si aux egaux LC. DI. on adiouste le commun CG. le rectangle LD. sera egal au gnomon HDI. adioustant encore à chacun le quarré HF. qui est le quarré de CD. partie du milieu le rectangle des parties inegales LD. auec le quarré de la partie du milieu; sçauoir HF. sera egal au quarré CI. fait sur CB. moitié de AB. Ce qu'il falloit demonstrer.

2. ax. 1.

te, à l'égard du quarré CI ses parties, & sera ... que le rectangle LD. co... parties inegales est egal ... mon CKF. à cause que ... ctangles LC, CK, DI, ... partant si aux egaux LC ...
1.ax. adiouste le commun ... ctangle LD. sera egal ... mon HDI, adioustant à chacun le quarré HI ... quarré de CD. partie ... le rectangle des parties ... LD. auec le quarré de la ... du milieu; sçauoir HF ... au quarré CI. fait sur CB. ... de AB. Ce qu'il falloit de... strer.

PROPOSITION VI.



Si vne droite AB, *est mi-partie en* C. *& qu'on luy adiouste directement quelque droicte* BD. *le rectangle* AI, *compris sous la toute* AB. *auec l'adioustée* BD. *& sous l'adioustée* DI. *c'est* BD. *auec encores le quarré* KG. *de la moitié* KH. *c'est* CB. *est egal au quarré* CE. *de la ligne* CD. *composée de la moitié* CB. *& de l'adioustee* BD. Th. 6.

DEmonst. Sur CD. faites a vn quarré CE. & par A. & B. b éleuez des paralleles à CF. ou DE. puis menez FD. couppant a 46. 1. b 31. 1.

BG en H par H, menez la droi-
a 46. te CKI. parallele à AD. cela po-
Prop. 1. sé, les rectangles LC. CH. sont
egaux & CH. au complement
HE, partant LC. & HE. egaux,
d 43.1. & adiouſtant à l'vn & l'autre les
communs CH. BI. le gnomon
CIG. ſera egal à tout le rectan-
gle AI. contenu ſous la toute AB,
auec l'adiouſtée BD, & ſous l'ad-
iouſtée DI. c'eſt à dire BD. or le
gnomon CIG. auec le quarré
e 34.1 KG. de la moitié KH. c'eſt CB.
compoſent tout le quarré CE. de
la ligne CD. compoſée d'vne
moitié CB. auec l'adiouſtée BD,
partant le rectangle AI. auec le
quarré KG. eſt egal au meſme
quarré CE. CQ. F D.

PRO-

BG en H par H, menez la
te CKI. parallele à AD.
46. rop. 1. sé, les rectangles LC. C
egaux & CH au comp
HE, partant LC. & HE
43. 1. & adioustant à l'vn & l'a
communs CH. BI. le gn
CIG. sera egal à tout le r
gle AI. contenu sous la m
auec l'adioustée BD, & l'ad
ioustée DI. c'est à dire l
gnomon CIG. auec le
KG. de la moitié KH.
composent tout le quarré
la ligne CD. compose
moitié CB. auec l'adiouste
partant le rectangle AI.
quarré KG. est egal au
quarré CE. CQ.FD.

PROPOSITION VII.

Th. 7.

Si vne ligne droicte AB, est couppée comme on voudra en C. le quarré de la toute AB. auec le quarré de l'vne des parties CB. sont ensemble egaux au rectangle compris deux fois sous la toute AB, & ladite partie CB. sçauoir AM. MF. & au quarré HD. de l'autre partie AC.

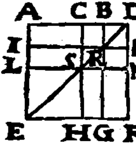
DEmonst. Sur AB, a faites le quarré AE. prenez BM egale à CB. b menez CL. MK. paralleles aux droictes BE. AB. prolongez BE. en G. Que EG. soit egale à BM. ainsi c MG. sera ega-

a 46. 1.
b 36. 1.
c 2. ax.

le à BE. cela posé le quarré de la toute AB. qui est AE. auec le quarré du segment CB. [d] sçauoir EF. sont egaux aux rectangles AM. MF. pris sous la toute AB. & le segment BC. veu que BM. est egale à BC. Et au rectangle MF. les costez MG. FG. sont egaux aux costez BE. BM. sçauoir AB. CB. & le quarré de l'autre segment AC. ensemble, qui est KL. sçauoir le tout à toutes ses parties C. Q. F. D.

d Const.

PROPOSITION VIII



Si vne droite AB. est couppée comme on voudra en C. le rectangle IB. cõpris quatre fois sous la toute AB. & vn des segments BR. sçauoir BC. auec le quarré LH. *de l'autre segment* AC. *ou* LS. *est egal au quarré* AF. *de la droicte* AD. *composee de la toute* AB, *& dudit segment* BC. *au* BD *son egal.* Th. 8

DEmonst. A la droite AB. couppee en C. adioustez droitement BD egale à BC, sur la toute AB. & l'adiointe BD. sçauoir sur AD. soit fait le quarré ED. des poincts B. & C. menez BG. CH. paralleles à DF. & ayant pris DK. KM. egales à DB.

BC. menez les droictes KI. ML. paralleles à DA, Cela fait à l'entour de R. sont constituez quatre quarrez [a] desquels tous les costez sont egaux à BC. & ayant mené la diagonale ED. [b] les cõplements AR. RF. sont egaux & rectangles faits sous la toute AB. & vn segment BR. ou BC. pareillement IS. SG. sont complements egaux, ausquels si vous adioustez les quarrez egaux SR. BK. les rectangles seront egaux aux deux precedents, & partant ioints ensemble comprendront quatre fois le rectangle sous la toute AB. & ledit segment BG. & si à tous ces rectangles vous adioustez encore le quarré LH. de l'autre partie LS. sçauoir AC. le tout ensemble sera egal au quarré ED. fait sur AD. CQFD.

a const.

b 31.1

PROPOSITION IX.

Si vne droite AB. *est couppée egalement en* C. *& inegalement en* D. *les quarrez des segments inegaux* AD. DB. *sont doubles des quarrez de la moitié* AC. *& de la section du milieu* CD. Th. 9.

DEmonst. Soit couppée AB. egalement en C. & inegalement en D. de C. eleuez CE. perpendiculaire sur AB. & egale à CA. ou CB. & soient menées les droictes EA. EB. puis de D. eleuéz DF. parallele à EC. coupant EB. en F. & ioignez GF. parallele à CD. menez la droite AF. cela fait. a Du triangle isoscele

a const. b 5.1. c 32.1

ACE. b les angles A. & E. sont egaux & c demy droicts: car l'angle ACE. est droict. Faut dire le mesme du triangle ECB. donc tout l'angle AEB. est droit. Maintenant au triangle EGF. l'angle d G. est egal à l'angle C. & partant droit & e les angles E. & F. egaux; f car l'angle E. est demy-droict, donc les costez g GE GF. egaux. A chacun desquels CD. est egal h veu que GD. est parallelogramme: donc si des egaux CE, CB, on oste les egaux GE. CD. i la droicte CG, ou DF, sera egale à DB.

d 29.1. e 1.1. f 32.1. g 6.1. h const. i 34.1.

A present ie prouue ainsi la Proposition: le quarré de la droite AF. l est egal aux quarrez des parties inegales AD. DB. sçauoir DF. le mesme quarré de AF. g est egal aux quarrez AE, EF. lesquels quarrez sont dou-

l 47.1.

bles des quarrez de la moitié AC, & de CD, partie entre moyéne; car veu que AC, & CE, sont egales, & que le quarré AE, est egal aux quarrez de l'vne & l'autre, il sera le double du quarré AC, semblablement le quarré de EF. sera double du quarré de GF ou CD. partant le quarré de AF. ou ceux des parties inegales AD. & DF. c'est à dire DB. sont doubles des quarrez de AC. & de la partie entre moyenne CD.

PROPOSITION X.

Th. 10

Si vne ligne droite est couppée en deux parties egales, sçauoir AB, *en* C, *& qu'on luy adiouste directement quelque autre ligne* BO. *les quarrez de la toute* AB. *auec l'adioustée & celuy de l'adioustée, ensemble* AO, BO, *sont doubles du quarré de la moitié* AC, *& encores du quarré de la ligne* CO. *composée de la moitié & de l'adioustée comme d'vne.*

DEmonst. De C. soit eleuée la perpendicule CE, egale à AC, ou CB, & soit EF, parallele à CO. EBG. vne droicte EOG. vne droite menée par D. parallele à EC. AG. vne droite.

PROPOSITI[ON]

C, & qu'on luy ad[iouste]
stement que que ...
BO. les quarrez de ...
AB. auec l'adiouste ...
luy de l'adiouftée, ...
AO, BO, sont dou[bles du]
quarré de la moitié ...
encores du quarré de la ...
CO. composé de la moi[tié]
de l'adiouftee comme dit ...

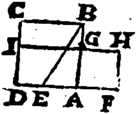
Demonst. De C. soit ...
la perpendicule CE, ...
AC, ou CB, & soit EF, par[allele]
à CO. EBG. vne droicte ...
vne droite menée par D. paral[lele]
à EC. AG. vne droite.

Il se demonstrera comme en la precedente l'angle AEB estre droit, & CEB. demi droit [a] partant l'angle alterne EGF. demy droit [b] l'angle F. est droit, partāt FEG. demy droit, [d] donc les droites EF. FG. egales, & pareillement les droites BO. OG donc le quarré de la droite AE [e] double du quarré de la moitié AC. & pareillement le quarré de la droite EG. double du quarré de EF. ou CO. c'est à dire de la moitié CB. auec l'adioustée BO. le quarré AG. est egal aux quarrez AE, FG, donc le quarré AG, est egal au double du quarré AC, & au double du quarré CO. mais le mesme quarré AG, est egal au quarré AO, fait de la toute AB. & adiointe BO & encores au quarré OG. fait de l'adiouftée BO. ou OG. donc les quarrez AO. OB. sont doubles des quarrez AC. CO. C. Q. F. D.

a 29.1.
b 34.1.
c 32.1
d 6.1.
e 47.1.

PROPOSITION XI.

Prob. 2.



Coupper vn[e] droicte donn[ée] AB, en sort[e] que le rectan[-]gle CG. *com-pris sous la toute* AB. *ou* CB. *& l'vn des segments* BG. *soit egal au quarré* FG. *fai[t] de l'autre segment* GA.

Construction. Soit fait AC, quarré de AB, AE, egale à ED, BE, vne droite, EAF egale à EB. AH, quarré de AF. HGI. vne droite.

a const. Demonst. La droicte [a] DA, est mipartie en E, & à icelle adioustée directement AF. [b] donc le re-*b 6.2.* ctãgle FI fait sous la toute DA, & l'adiointe AF. ensemble &

... FH. sçauoir FA. ... de la moitié EA. ... quarré EF. ou EB. ... quarré EB. est egal c 47.1 ... DA AE. donc lesdits ... AE. sont egaux au ... FI & au quarré EA. ... on oste le commun ... AI restera le rectangle ... quarré de AB. sçauoir ... des egaux AC. FI. ... comun AI. restera ... CG. compris sous la ... BA, & sous l'autre ... egal au quarré GF, ... partie GA, C. Q. F.

ſous l'adiointe FH. ſçauoir FA. auec le quarré de la moitié EA. ſont egaux au quarré EF. ou EB. ſon egal, [c] le quarré EB. eſt egal aux quarrez BA. AE. donc leſdits quarrez BA. AE. ſont egaux au rectangle FI. & au quarré EA, partant ſi on oſte le commun quarré AE reſtera le rectangle FI egal au quarré de AB. ſçauoir AG. Que ſi des egaux AC. FI. vous oſtez le cõmun AI. reſtera le rectangle CG. compris ſous la toute CB, ou BA, & ſous l'autre ſegment GB, egal au quarré GF, fait de l'autre partie GA, C. Q. F. F. c 47. 1

PROPOSITION XLI.

Th. 11

Aux triangles ambligones ABC, le quarré du costé AC. qui soustient l'angle obtus, est plus grand que les quarrez des costez AB. BC. qui le comprennent de deux fois le rectangle compris de l'un des costez CB. à l'entour l'angle obtus, sur lequel estant prolongé tombe la perpendiculaire AD. & de la ligne DB. prise en dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

DEmonst. La droicte CD, est diuisée à discretion en B. a partant le quarré de CD. est egal aux quarrez CB. BD. & à

a 4. 2.

PROPOSITION

Th. 11

Aux tr
amblig
le quar
AC. qui soustient l
tues, est plus grand
quarrez des costez
qui le comprennent
fois le rectangle co
l'un des costez CB.
l'angle obtus, sur lequ
prolongé tombe la perp
laire AD. & de la lign
prise en dehors entre la
pendiculaire & l'angle

DEmonst. La droicte C
diuisée à discretion e
partant le quarré de C
egal aux quarrez CB. BD

ux fois le rectangle compris
us DB. BC. adioustant le com-
un quarré de DA. les quarrez
D DA. seront egaux aux trois
at.ez DA. DB. CB. & au re-
angle compris deux fois sous
B. BC. mais le quarré de la
oite AC. est egal aux quarrez
D. DC. donc le quarré AC est
egal aux trois quarrez de AD.
DB. BC. & à deux fois le rectan-
gle sous DB. BC. or le quarré de
B. est egal aux quarrez BD.
A. donc le quarré AC. est egal
ux quarrez de CB. BA. & au re-
angle compris deux fois sous
B. BD: C.Q.F.D.

PROPOSITION XIII.

Th.12

Aux triangles oxygones ACB. *le quarré du costé* AB. *qui soustient l'angle aigu* C. *est moindre que le quarré des costez qui le comprennent de deux fois le rectangle compris de l'vn d'iceux* BC *& de sa partie* DC. *prise en dedans entre la perpendiculaire* AD. *& ledit angle aigu* C.

DEm. La droite BC, est diuisée à discretion en D, partant les quarrez de BC. DC. sont egaux à deux fois le rectangle compris sous BC, DC, & au quarré de l'autre partie BD, ainsi adioustant le commun quarré DA, les trois quarrez BC. DC. DA. sont egaux aux deux quarrez BD, DA & à deux fois le rectangle compris sous BC, CD, a or le quarré AC, est egal aux deux quarrez CD, DA, partant les deux quarrez BC, CA, sont egaux au rectangle compris deux fois sous BC, CD, & aux quarrez BD, DA, sçauoir AB, donc le quarré de la droicte BA, est moindre que les quarrez AC, CB, du rectangle compris deux fois sous BC, CD: C.Q.F.D.

a 47.1

PROPOSITION XIV.

Prob. 13

Construire vn quarré CH, egal à vn rectiligne donné A.

a 45.1. PRatique. a Soit le rectangle DB, egal au rectiligne A, DGF, vne droicte & CF. egale à CB: DG, egale à GF: EDHF, vn demi cercle BCH, vne droicte le quarré de CH, sera egal au rectangle DB.

Demonst. La droicte DF, est couppée egalement en G, & inegalement en C, donc le rectangle CE, sous les segments inegaux DC, CB, sçauoir CF, auec
b 5.2. le quarré du segment entre moyen GC, b sont egaux au quarré de la droite GF, ou de GH. mais le quarré de GH, est egal

PROPOSITION

Prob. 13

Constr... quadr... gal à vn... yne don...

45.1. PRatique. Soit le ... DB, égal au rect... DGF, vne droicte & C... à CB: DG, egale à GI... vn demi cercle BCH, ... le quarré de CH, sera egal... ctangle DB.

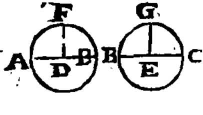
Demonst. La droicte D... couppée egalement en G, ... galement en C, donc le re... gle CE, sous les segmens ... gaux DC, CB, sçauoir CF, ... le quarré du segment ... moyen GC, b sont egaux ... quarré de la droite GF, ... GH. mais le quarré de G...

egal aux quarrez de GC, CH, & partant les quarrez GC, CH, sont egaux au rectangle CE, & au quarré GC, ostant donc le commun quarré GC, restera le quarré de CH, egal au rectangle CE, c'est à dire au rectiligne A. Ce qu'il falloit faire.

LIVRE TROISIESME

DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.



1. *Cercles egaux sōt ceux desquels les diametres sont egaux, ou desquels les droictes tirées des centres* D. E. *aux circonferences sont egales.*

2. *Vne droite est dite toucher un cercle laquelle le touche en sorte en*

vn poinct B. que si elle est prolongée en C. elle ne le couppera pas.

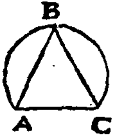
3. *Les cercles sõt dits se toucher l'vn l'autre, lesquels en se touchant ne se couppent point.*

4. *En vn cercle les droictes sont dites estre egalement distantes du centre D. quand les perpendicules menées du centre sur icelles sont egales; mais celle est dite plus éloignée du centre sur laquelle*

tombe vne plus grande perpendicule.

5. Segment de cercle est vne figure comprise sous vne droite AB. *& vne circonference de cercle* ACB.

6. L'angle du segment CAB. *est celuy qui est compris sous vne droicte* AB. *& vne circonference de cercle* CA.

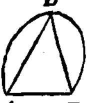


7. Vn angle ABC. *est au segmẽt lors qu'õ prend quelque poinct* B. *en la circonference & d'iceluy on*

tombe vne plus gr
pendicule.

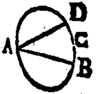
5. Se
cercle
figure
sous vne droite AB.
circonference de cer

6. L'ang
ment C
celuy qui
pris sous vne droicte A
vne circonference d
CA.



7. V
ABC. d
segmët lors
prend qu
poinct B.
rconference & d'icelu

iene deux droites BA, BC, *ux extremitez de la droicte* C. *qui est base du segment, cet angle est celuy compris us les droites adiointes* AB. C. *sçauoir l'angle* ABC.



8. *Mais quãd les droites* AD AB, *qui comprennent l'angle* DAB. *em- assent quelque circonferen-* DCB. *l'angle est dit s'ap- uyer sur icelle.*

9. *Secteur de cercle est lors qu'vn angle* BAC. *est constitué au centre* A. *& c'est la figure comprise des droictes*

AB. AC. qui contiennent l'angle & de la circonference qu'elles embrassent.

10. Semblables segments de cercle ABC DEF. sont ceux qui comprennent les angles BAC. EDF. egaux : ou esquels les angles CBA. FED. sont egaux entr'eux.

PROPOSITION I.

Trouuer le centre F. d'vn cercle donné ABC. Prob. 1.

Construction. Soit AC, vne droicte a mipartie en E, b EB perpendiculaire à AC, produite iusques à la circonference en B, & D, & icelle couppée egalement en F: F sera le centre du cercle. a 10. 1. b 11. 1.

Demonst. Si F n'est pas le centre, que ce soit G, menez dõc GA, GE, GC, les costez c GA, AE, sont egaux aux costez GC, CE, & GE, commun, d donc les triangles sont egaux, & les angles GEA, GEC, egaux, e donc l'angle GEA est droit; f mais l'angle FEA, l'est aussi: donc g la partie egale au tout. Ce qui est absurde.

c const. d 8. 1. e 10. def. f const. g 9. ax. 1.

PROPOSITION I.I.

Th.II

Si en la circonfe-rence d'vn cercl ABC. on prẽd deux poincts tels qu'on voudra A. & C. la droite AC. ioignant iceux poincts tombera dans le cercle ABC.

DEmonst. Si elle ne tõbe dans le cercle qu'elle tombe dehors & soit icelle ADC, & du cẽtre [a] E, menez les droictes EA, EC, ED, & que ED, couppe la peripherie en B. or dautant que du triangle EADC. posé rectiligne [b] les costez EA, EC, sont egaux [c] les angles EADC, ECDA, serõt egaux; [d] mais l'angle externe DE, est plus grand que l'intern DCE, & par consequẽt que EAD donc AE, & son egal EB, [e] sera plus grand que ED, la partie que le tout, donc la droite AC, ne tombera hors du cercle, mais dedans C.Q.F.D.

a 1.3.
b 15. def. 1.
c 5. 1.
d 16. 1.
e 19. 1.

PRO-

PROPOSITION III.

Si dans le cercle CBD quelque droite CE. passant par le centre A. couppe quelque autre droite BD. ne passant point par le centre en deux egalement, elle la couppera aussi à angles droicts. Que si elle la couppe à angles droicts elle la couppera aussi en deux egalement. Theo. 1

Demonst. 1. ayant mené du centre A, les droites AB, AD. a les triangles ABF, AFD, ont tous les costez egaux chacun au sien b partant AFB. AFD. sont egaux & c par consequent droits. Demonst. 2. Les costez AB, AD. sont egaux : l'angle ABD, d egal à l'angle ADB, e & AFB. à AFD, f donc les costez BF, FD, sont egaux.

a 15. Def. 1.
b 8. 1.
c 10. Def.
d 5. 1.
e Const.
f 26. 1.

PROPOSITIO IV.

Th.3.

Si au cercle ADB, deux droites AB, CD, se couppent & ne passent point par le centre F, elles ne se couperont pas mutuellemẽt l'vne l'autre en deux egalement.

a 15. Def.

b 3.3.

Demonst. Que l'vne FE. passe par le centre & non l'autre AB, [a] AB, couppera FE inegalement si ny l'vne ny l'autre AB, DC, ne passent par le centre du centre F, se mene la droite FE, & si EA, & EB, sont egales, [b] donc les angles FEA, FEB, sont droicts, pareillement si les droites EC, ED, sont egales l'angle FEC, est droit, donc la partie egale au tout. Ce qui repugne.

PROPOSITION V.

Si deux cercles se couppent l'vn l'autre ils n'auront pas vn mesme centre A. Th. 45]

DEmonst. Ayant mené les droictes AB, AD, [a] elles seront egales, & aussi les droictes AE, AB, donc la partie AE, au tout AD. Ce qui repugne.

a 15. def. 1

PROPOSITION VI.

Th.5.

Si deux cercles AB, CB, se touchent l'vn l'autre interieurement en B, ils n'auront pas mesme centre.

DEmonst. Du centre commun D, ayant mené DB, DC, a la ligne DA, est egale à DB, & pour mesme cause les droictes DC, DB, sont egales, partant DA, DC, seront egales, la partie au tout. Ce qui repugne.

a 15. def.

PROPOSITION VII.

Si au diametre d'vn cercle AB, en prend quelque point G, qui ne soit pas le centre & d'iceluy poinct G, tombe quelques lignes droites GC, GD, GE, GN, à la circonference: la plus grande sera GA, celle en laquelle est le centre F, mais la plus petite celle qui reste GB. Quant aux autres tousiours celle qui se trouuera plus proche du centre comme GC, sera plus grande que celle qui en sera plus éloignée comme GD, & d'iceluy poinct G, tombent seulement au cercle deux lignes droite Th.6.

PROPOSITION

Th.5. *Si deux* AB, CB, *chent l'* *tre inter* *en B, ils n'auront p* *centre.*

DEmonst. Du cen mun D, ayant mes, la ligne DA, est egal pour mesme cause les DC, DB, sont egales, DA, DC, seront egales, au tout. Ce qui repugne.

PROPOSITION VII.

Si au diametre d'vn cercle AB, *on prend quelque point* G, *qui ne soit pas le centre & d'iceluy poinct* G, *tombe quelques lignes droites* GC, GD, GE, GN, *à la circonference: la plus grande sera* GA, *celle en laquelle est le centre* F, *mais la plus petite celle qui reste* GB. *Quant aux autres tousiours celle qui se trouuera plus proche du centre comme* GC, *sera plus grande que celle qui en sera plus éloignée comme* GD, *& d'iceluy poinct* G, *tombent seulement au cercle deux lignes droites* Th.6.

egales d'vne part & d'autre de la plus petite ou de la plus grande.

DEmonstr. 1. Ayant mené du centre F, les droites FC, FD, FE, FN, les deux costez CF,
a 20.1. FG, du triangle CFG, [a] sont plus grands que le troisiesme CG. mais icelles sont egales au tout GA, donc GA. est plus grand que GC.

2. Les deux costez EG, GF, du triangle EGF. sont plus grands que le troisiesme EF, partant ils sont plus grands que la ligne FB, son egale, donc si on oste de l'vn & l'autre la commune GF, restera GE, plus grande que GB.

3. Les triangles CFG, DFG, ont les costez FC, FD, egaux, & le costé FG, commun, mais l'angle CFG, plus grand que l'angle

egales d'vne part & d'
de la plus petite & de la
grande.

DEmonstr. 1. Ayant
du centre F, les deux
FD, FE, FN, les deux c
a 10.1. FG, du triangle CFG,
grands que le troisie
mais icelles sont egal
GA, donc GA, est pl
que GC.

2. Les deux costez EG,
triangle EGF, sont plus
que le troisiesme EF, partant
sont plus grands que la
FB, son egale, donc si on
de l'vn & l'autre la com
GF, restera GE, plus grand
GB.

3. Les triangles CFG, D
ont les costez FC, FD, egau
le costé FG, commun, mais
le CFG, plus grand que l'a

DFG, [b] donc le costé CG, sera b 24.1.
plus grand que DG.

4. Ayant fait l'angle GFN,
egal à GFE, c GN, GE, seront e- c 4.1.
gales; mais du poinct G, on ne
peut pas mener vne troisiesme li-
gne iusques à la circonference
qui soit egale à icelles GN. GE,
car GD, ou quelque autre, elle
se demonstre comme dessus plus
grande que GE, ou plus petite.

PROPOSITION VIII.

[Fig.] A

Si hors le cercl[e] BEH, on prend quelque poinct A, & d'iceluy poinct à la circonference on mene des droites AF, AG, AH, vne desquelles passe par le centre L, les autres comme on voudra de toutes les lignes droites qui tomberont en la circonference concaue la plus grande sera celle qui passera par le centre L mais des autres tousiours la plus proche de celle qui passera par le centre L, sera plus grande que la plus éloignée. Au contraire des droites qui tombent en la cir-

conference conuexe, la plus petite est celle qui tombe entre le poinct A, *& le diametre* BH. *Quant aux autres la plus proche de la plus petite* AB, *est tousiours plus petite que la plus éloignée, & seulement deux droites pourront estre menées egales du poinct* A, *au cercle de part & d'autre de la plus petite ou de la plus grande.*

DEmonst. 1. Ayant mené les droites LG, LF, les deux costez AL, LG, sçauoir LH, a sont plus grãds que le troisiesme AG. donc AH, est plus grãde que AG. a20.1.

2. Les costez AL, LG, du triãgle ALG, sont egaux aux costez LF, LA, du triangle ALF, & l'angle ALG, plus grand que l'angle ALF, donc b le costé AG, est plus grand que le costé AF. b 24.1.

3. Ayant mené LC, LD, les 2. costez AC, LC, du triangle ACL, sont plus grands que le troisiesme [c] AL, ostant dõc de chacun les egaux LB, LC, restera AC plus grand que BA.

c 20.1.

4. Parce que dans le triangle ADL, se ioignent les 2. droictes AC, CL, [d] elles seront plus petites que les costez AD, DL, du triangle ADL. en ostant donc les egales LC, LD, restera DA, plus grande que CA.

d 4.1.

e 4.1.

5. L'angle ALI, estant fait egal à ALC. [e] ces deux triangles seront egaux, & partant les costez AI, & AC, egaux, & ne peut-on pas mener vne autre droite qui leur [f] soit egale: car elle sera toûjours plus proche ou plus éloignée de AB, & consequemment [g] plus grande ou plus petite.

f 7.1.

g 21.1

PROPOSITION IX.

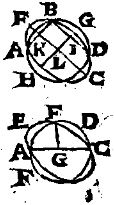
Si dans le cercle BCD, *on prend quelque point* A, *& que d'iceluy point tombent à la circonference plus de deux droites egales* AB, AC, AD, *ce poinct pris est le centre du cercle.* Th.8.

DEmonstr. Ayant mené les droites BC, CD, miparties par les droites AE, AF, les triangles ADF, ACF, a seront egaux: donc les angles DFA, AFC, egaux, b partant droits: donc en la ligne FA, c est le centre du cercle, il est le mesme des triangles ACE, ABE: donc en la droite AE, sera le centre du cercle, & veu qu'il n'est pas en deux lieux il doit estre où elles s'entrecouppent.

a 8.1.
b 10. def.1.
c 1.3.

PROPOSITION X.

Th. 9.



Vn cercle AEF *ne coupe pas vn autre cercle* F *C, par plus* *deux poincts.*

a 1.3. DEmonst. Car qu'il le coupe en trois si vous voulez a ayant trouué le centre G, d cercle EFO, soient menées l droictes GA, GC, GF, à cau qu'elles sont egales, & qu'ell touchent la circonference d l'vn & l'autre cercle, le poinc

b 9.3. b G, sera le centre commun d

c 5.3. tous deux. c Ce qui eſt abſurde.

PROPOSITION XI.

Si deux cercles ABC. AED. se touchent l'vn l'autre au dedans A, & que l'on prenne leurs centres, la droite FA, ioignant iceux estant prolongée tombera en l'attouchement desdits cercles A. Th. 11.

DEmonst. Estant menée la droicte DE, qui conioint iceux centres qu'elle ne tombe en l'attouchemēt s'il est possible du poinct F, centre du cercle ADE, menez la droite FA, & du poinct G, centre du cercle ABC, menez GA, les deux costez GF, GA,[a] sont plus grāds que le troisiesme FA: donc plus grands que le costé FD, veu que FA, FD, sont menez du centre à la circonferēce, ostans donc le commun FG, restera GA, plus grand que le costé GD; mais GA, est egal au co- a 20. Ier.

sté GB: donc GB, est plus grand que GD, la partie que le tout.

PROPOSITION XII.

Th.11. *Si deux cercles ABC. EDB. se touchent l'un l'autre par dehors B, la droite conioignant leurs centres passera par le poinct d'attouchement.*

DEmonst. Si on le nie. Soit FG vne droite menée d'vn centre à l'autre G, les costez BF, BG a 20.1. [a] sont plus grands que le troisième FG, lequel pourtant se prouuera plus grand; car FC, FB, sont egaux estans tirez du centre à la circonference : semblablement GB, GD: donc si à iceux on adiouste CD. FG, sera plus grand que FB, & BG, ensemble: donc la droite GF, ne conioinct pas lesdits centres.

PROPOSIT. XIII.

Vn cercle ne touche pas vn autre cercle en plus d'vn poinct soit qu'il le touche au dedans ou au dehors. Th.12.

DEmonst. S'il le touche en deux poincts posez en A, & B, le centre deura estre en vne a11. & droite qui ioigne le touchement 12.3. [a] des cercles; or les deux [b] ne peuuent auoir vn mesme centre: b 6.3. donc en cette droite il y aura deux centres posé G, & H, ce qui ne peut estre, veu qu'vne ligne ne peut estre mi-partie qu'en vn poinct.

ſté GB: donc GB, d'a-
que GD, la partie plus
PROPOSITIO

Si les
ABC, EF
chent l'u
par les

Th. 11.

droite conioignant le
paſſera par le poinct
ment.

DEmonſt. Si on les
vne droite mené
tre à l'autre G, les coſté
10. 1. a ſont plus grands que l
me FG, lequel pourra
uera plus grand; car FC
égaux eſtans tirez du ce
circonference : ſembla
GB, GD: donc ſi à iceu
iouſte CD. FG, ſera plus
que FB, & BG, enſemble:
droite GF, ne conioint
dits centres.

PROPOSIT. XIII.

Vn cercle ne touche pas vn autre cercle en plus d'vn poinct ſoit qu'il le touche au dedans ou au dehors. Th. 12.

DEmonſt. S'il le touche en deux poincts poſez en A, & D, a le centre deura eſtre en vne a 11. & 12. 3. ligne qui ioigne le touchement des cercles; or les deux b ne peu- b 6. 3. uent auoir vn meſme centre: donc en cette droite il y aura deux centres poſé G, & H, ce qui ne peut eſtre, veu qu'vne ligne ne peut eſtre mi-partie qu'en vn poinct.

PROPOSITION XIV.

Th. 13.

Au cercle A BC, les droictes egales AB, DC, sont egalement distantes du centre E, & celles egalement distantes sont egales.

DEmonstr. Du centre E, sur les droites egales AB, CD,
a 12.1 a abaissez les perpendicules EF,
b 3.3. EG, b les droictes AB, CD, seront couppées en deux egalement en F, & G, puis ayant me-
c 47.1. né les droictes EA, ED, c le quarré de ED, ou EA, est egal aux quarrez des droites DG, GE, ou AF, FE, ostant donc les egales EA, ED; AF, GD; restera FE, egale à EG, & par consequent les

les droictes AB, CD, [d] sont egalement distantes du centre. *d 4. def.3.*

En second lieu, supposant FE, EG, egales appert des choses demonstrées que les quarrez EG, GD, sont egaux aux quarrez EF, FA, & le quarré EG, egal au quarré EF : donc le quarré FA, egal au quarré GD, [e] partant les droictes BA, DC, egales entr'elles. *e 7. Ax.*

PROPOSITION XV.

Th.14. *Au cercle ABC la plus grande ligne est le diametre AF; mais des autres BE, la plus proche du centre G, sera toufiours plus grande que la plus éloignée.*

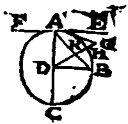
DEmonstr. 1. Ayant mené GB, GE, les deux costez GB, GE, du triangle GBE, [a] sont plus grands que le troisiesme BE. mais iceux sont egaux au diametre AF : donc AF, est plus grand que BE.

a 20.1.

Ayant mené les droictes GC, GD, les deux costez GC, GD, sont egaux, aux costez GB, GE; mais l'angle BGE, est plus grand [b] que l'angle CGD. donc le costé BE, est plus grand que le costé CD.

b 24. 1.

PROPOSITION. XVI.



Si par l'extremité d'vn diametre AC. *on tire vne droicte* EF, *qui fasse angles droicts auec luy elle tombera hors le cercle* ABC. & *entre icelle* EF, & *la circonference* AHB, *ne tombera pas vne autre ligne droite* GA. *Et l'angle du demi-cercle* DAB, *est plus grand que tout angle rectiligne aigu ; mais celuy qui reste est plus petit.* Th.15

DEmonst 1. Si elle ne tombe pas dehors qu'elle tombe dedans* comme la droite BA: donc du triangle ADB, les deux a 15. Def. 1. b 5.1. c 17.1. costez DA, DB, [a] sont egaux donc aussi les angles DAB, DBA, [b] sont egaux, & partant valent chacun vn droict. [c] Ce qui est absurde.

d 12.1. e 17.1. f 19.1. 2. Soit menée GA, s'il est possible [d] du centre D, sur icelle on pourra mener la perpendicule DG, & ainsi l'angle DGA, estant droit l'angle DAG, [e] sera moindre qu'vn droict, & partant le costé DG [f] moindre que le costé DA, ou DH, son egale le tout que la partie. Ce qui est absurde.

3. Pour faire vn angle aigu plus grand que l'angle du demi-cercle DAB, il faudroit mener vne droicte entre EA, & la peripherie AB, mais on a desia monstré cela estre impossible.

4. Si on pouuoit faire vn angle rectiligne moindre que l'angle mixte EAHB, on meneroit vne droicte entre AE, & la cir-

ference AB. Ce qui ne ſe peut me a eſté dit.

Corollaire. S'enſuit de ce que us qu'vne droite menée per- diculairement à l'extremité n diametre, touche le cercle vn ſeul poinct non en plu- rs : car ſi elle touchoit en ſieurs g elle tomberoit dans g 2.3. cercle.

PROPOSIT. XVII.

Prob, 2.

D'vn point donné A, *mener vne ligne droite* AC, *qui touche vn cercle, donné* BCD.

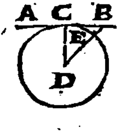
CONstruction. Du centre D, & interualle DA, soit faite vne portion de cercle AE, & menée DA, puis du poinct B, sur AD, soit éleuee la perpendicule DE, puis soit iointe la droicte DE, du point A, soit menée AC, elle touchera le cercle BCD.

a 15. def. 1. Demonst. Les triangles ADC, BED, [a]ont les costez DA, DE, DB, DC, egaux, & l'angle D, commun: [b] donc l'angle EBD, estant droict l'angle DCA, sera aussi droit, partant [c] la droicte AC, touchera le cercle.

b 4. 1.

c 16, 3.

PROPOSIT. XVIII.



Si quelque droite A B. *touche vn cercle* DCE. *& que du centre* D *on mene vne droite* DC *au poinct d'attouchement, icelle sera perpendiculaire à la touchante* AB. Th. 16.

DEmonst. Si DC. n'est perpẽdiculaire queDB la soit, puis donc que l'angle B, est droit [a] l'angle C. sera moindre qu'vn droit: donc [b] le costé DC, sera plus grand que le costé DB, la partie que le tout. Ce qui est absurde.

a 17. 1.
b 19. 1.

PROPOSITION XIX.

Th. 17.

Si une droict AB. *touche v* *cercle* EDC. *&* *que de l'attou-chement* C *on tire une droict* EC, *perpendiculaire à la tou-chante en icelle perpendiculo* EC. *sera le centre du cercle* D.

DEmonst. Autrement que le centre soit en F. du point F soit menée à l'attouchement C,
a18.3 la droicte FC, [a] elle sera perpen-diculaire à la touchante, partant les angles droicts BCF, BCE, se-ront egaux la partie au tout.

PRO-

PROPOSITION XX.

Au cercle D FGA. *l'angle* BEC. *au centre* E, *est double de l'angle* BAC, *qui est à la circonference lors que lesdits angles ont vne mesme circonference pour base* BG.

DEmonst. 1. Que les droictes AB, AC, enferment les droictes EB, EC, & soit menée AF, par le centre E, les deux costez EA, EB, seront egaux : a donc les angles EBA, EAB, egaux ; mais l'angle BEF, est egal b aux deux EAB, EBA : donc double de l'angle BAE, dites le mesme de l'angle FEC, au respect de l'angle EAC, par cõsequent le tout BEC,

Th. 18.

a 5. 1.

b 32. 1.

sera double du tout BAC.

2. Que les droictes DG, DB, n'enferment les droictes EG, EB. parce que les costez ED, EB, sont egaux, les angles EDB. EBD
c 5.1 c seront egaux : or l'angle GEB,
d 32.1. est [d] egal à ces deux : donc le mesme sera double de l'angle GDB.

3. Que les triangles BEC, BDC, s'entrecouppent & soit menée la droite DG, par le centre E, tout l'angle GEC, sera double de tout l'angle GDC. mais l'angle GEB, est double de l'angle GDB: donc le reste BEC, sera double du reste BDC. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION XXI.

Th.19

Au cercle AD, CB, *les angles* BAC, BDC, *qui sont en vn mesme segment* BADC, *sont egaux entr'eux.*

DEmonst. [a] L'angle BEC, est double de l'angle BAC, & double de l'angle BDC: [b] donc les angles BAC, BDC, sont egaux entr'eux.

a 29.3
b 1.ax.

PROPOSITION XXII.

Th. 20.

Les quadrilateres inscripts au cercle AB CD, *ont les angles opposez* DCB, BAD, *egaux à deux droits.*

DEmonst. Ayant mené les diagonales AC. DB. les angles ADB, ACB, en vne mesme portion [a] sont egaux semblablemẽt les angles BAC, BDC: donc tout l'angle ADC, est egal aux angles BCA, BAC. Mais les angles BCA, BAC, [b] auec le troisiesme ABC, valent deux droicts: donc l'angle ADC, egal aux angles BCA, BAC, auec l'angle ABC, vaut deux droicts; on dira le mesme des autres angles opposez: donc &c.

a 21. 3.
b 32. 1.

PROPOSITION X

. 20.

Les quat- teres in- au cercle CD,

angles opposez DCB,
egaux à deux droits.

DEmonst. Ayant mené
gonales AC. DB. les
ADB, ACB, en vne mesme
ion [a] sont egaux semblables
s angles BAC, BDC: donc
angle ADC, est egal aux ang
CA, BAC. Mais les ang
A, BAC, [b] auec le troisiéme
C, valent deux droicts: donc
gle ADC, egal aux angl
, BAC, auec l'angle A
deux droicts; on dira
e des autres angles opp
onc &c.

PROPOSITION XXIII.

Sur vne mesme ligne droite DF, *on ne constituëra pas deux segments de cercles* DIF, DEF, *mesme part qui soient semblables & inegaux.* Th. 23.

DEmonst. Car s'il est possible que lesdits segments DIF, DEF, soient semblables, ayant mené les droictes ED, EF, ID, [a] les angles DIF, DEF, seront egaux. [b] Ce qui est absurde.

a 10. def. 3.
b 16. 1.

PROPOSIT. XXIV.

Th. 24

Semblables segmēts de cercle cōstituez sur lignes droictes egales AB, DF, *sont egaux entr'eux.*

DEmonst. Que l'on pose AB, sur DF, [a] elles conuiendront: si donc les segments ne s'accordent pas, l'arc de l'vn se trouuera tout à fait hors de l'autre. [b] Ce qui est absurde ; ou il sera partie dedans, partie dehors, & ainsi vn cercle coupera l'autre en plus d'vn poinct contre la 10. du 3.

a 8. ax.
b 23. 3.

PROPOSITION XXV,

Prob.3

Vn segment de cercle estãt donné ABD. *descrire le cercle duquel il est segment.*

PRatique. Au segment donné soient pris trois poincts à discretion ABD, & ayant mené les droictes AB, BD, & icelle diuisée par la moitié & à angles droicts par les droictes CE, CF, le poinct C, où elles s'entrecouppent sera le centre.

Demonst. a Le centre est en CE, & aussi en CF: donc en C, où elles s'entrecouppent: car vn cercle ne peut auoir qu'vn centre. a 1.3.

PROPOSITION XXVI.

Th. 23

Aux cercles egaux ABC. DEF. *les angles egaux* G. H. B E. *s'appuient sur conferences egales, soit qu'ils soiẽt constituez aux centres* G. H. *ou bien aux circonferences* B. E.

DEmonst. 1. Au triangle AGC, les costez GA, GC, & l'angle G, sont posez egaux aux costez HD, HF, & l'angle H du triãgle DHF. a partant les bases AC.
a 4. 1. DF sont egales: b donc les circonferences AC. DF sont aussi egales.
b 24. 3.

c Def. 10. 3. Demonst. 2. Les angles ABC. DEF sont posez egaux: c donc les segments ABC. DEF sont sẽblables, partant egaux, veu que les droictes AC, DF d sont egales, estant donc iceux segments des cercles egaux ABC, DEF, resteront les segments AC, DF, egaux.
d 23. 3.
e 3. ax.

PROPOSIT. XXVII.

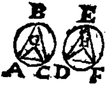
Aux cercles egaux ABC. DEF. *les angles qui s'appuient sur circonferences egales* AC. DF *sōt egaux entr'eux, soit qu'ils soient constituez aux centres* G. H. *ou aux circonferences.* *Th. 24.*

DEmonst. S'ils ne sont egaux, soit l'vn d'iceux AGC, plus grand que l'autre DHF. [a] auquel soit fait egal l'angle AGI. la circonference AI. [b] sera egale à la DF, mais icelle DF est posée egale à AC. donc AC & AI seront egales, la partie au tout, [c] dites le mesme des angles B & E, que des susdits G. & H, leurs doubles.

a 23.1.
b 26.3.
c 7. ax.

PROPOSIT. XXVIII.

Th. 25.



Aux cercles egaux ABC. DEF, les droictes egales AC. DF. retranchent circonferences egales AC. DF. ABC. DEF. la plus grande de la plus grande, & la moindre de la moindre.

Demonstr. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. les triangles AGC. DHF. [a] sont egaux: donc l'angle G, egal à l'angle H, partant [b] les circonferences AC, & DF, egales: [c] donc les restantes ABC, DEF, aussi egales.

a 8. 1.
b 26. 3.
c 3. ax.

PROPOSIT. XXIX.

Th. 26.

Aux cercles egaux ABC. DEF. les circonferences egales AC. DF. sont soustenduës de lignes droictes egales AC. DF.

Demonst. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. les angles G, & H, seront e- gaux: aussi les costez GA, GC, HD, HF, sont egaux par l'hypothese: donc [b] les bases AC. DF. seront egales.

a 27. 3.
b 4. 1.

PROPOSIT. XXIX.

Th. 26.

Aux cercles egaux ABC. DEF. *les circonferences egales* ABC. DEF. AC. DF. *sont soustenduës de lignes droictes egales* AC. DF.

DEmonst. Ayant mené les droictes GA. GC. HD. HF. [a] les angles G, & H, seront egaux : aussi les costez GA, GC, HD, HF, sont egaux par l'hypothese: donc [b] les bases AC. DF. seront egales.

a 27 du 3.

b 4. 1.

PROPOSITION XX

Prob. 4.

Couper en d egalement circonference donnée, sçauoir ABC, *en* B.

Onstruction. Menez droite AC. & la diuisez [a] en

a 10. 1 deux egalement en D. par la pe pendiculaire BD. la peripher sera couppée en deux egalem en B.

Dem. Ayant mené les droi AB. CB. les triangles AB DBC. sont selon la 4. Prop. d premier, partant les costez AB

b 28. 3. CB. sont egaux, & par conse quent [b] les circonferences qu'el les soustendent sont egales.

OPOSITION XXXI.

To. M.

Au cercle ABEC. l'angle ABC. qui est au demi cercle est droit: mais celuy qui est au plus d segment BCA, est plus petit n droit, & celuy qui est au petit BEC. est plus grand oict. Dauantage, l'angle DA de la droite CB. & de la pe pherie IA. du plus grand seg t plus grand qu'vn droict: angle EBC. de la periphe EB, & de la droite BC. du ndre segment, est moindre vn droict.

Demonstr. 1. Ayant mené du centre D, les droictes DA, DB, DC, les [a] angles DAB, DBA, seront egaux, & aussi les angles DCB, DBC: donc tout l'angle

PROPOSITION XXXI.

Au cercle ABEC. *l'angle* ABC. *qui est au demi cercle est droit : mais celuy qui est au plus grand segment* BCA, *est plus petit qu'vn droit, & celuy qui est au plus petit* BEC. *est plus grand qu'vn droict. Dauantage, l'angle* CBA. *de la droite* CB. *& de la peripherie* BA. *du plus grand segment, est plus grand qu'vn droict: mais l'angle* EBC. *de la peripherie* EB, *& de la droite* BC. *du moindre segment, est moindre qu'vn droict.* To.30.

DEmonstr. 1. Ayant meué du centre D, les droictes DA, DB, DC, les [a]angles DAB, DBA, seront egaux, & aussi les angles DCB, DBC : donc tout l'angle a 5.1.

ABC. est egal aux angles A, &
DCB.[b] mais à iceux est egal l'an-
gle FBC: donc l'angle ABC,[c] est
droict.

b 32. 1.
c 33. 1.

2. L'angle ABC. est droict
donc l'angle ACB. au plus grand
segment [d] est moindre qu'vn
droict.

d 32. 1

3. Soit fait le quadrilatere E
l'angle A, [e] est moindre qu'vn
droict : donc l'angle BEC. au
moindre segment, est [f] plus grand
qu'vn droict.

e 1. demonst.
f 22. 3

4. L'angle de la circonference
AB, & de la droicte CB, est plus
grand que l'angle droit compo-
sé des droictes AB, BC, le tout
que la partie.

5. L'angle EBC. composé de la
circonference EB. & de la droite
CB, est moindre que l'angle
droict FBC. la partie que le
tout.

PROPOSITION XXXII.

Si quelque ligne droicte AB. *touche le cercle* CEF, *& que de l'attouchement* C, *on mene quelque droicte* DC, *ou* EC, *coupant le cercle, les angles qu'elle fera auec la touchante seront egaux aux angles qui sont aux portions alternes du cercle. C'est à dire que l'angle* ACE, *est egal à l'angle* F, *& l'angle* BCE, *à l'angle* G. Th.28.

DEmonst. Ayant mené la perpendicule DC, veu que l'angle ACD, est droict, l'angle qui seroit fait au demi-cercle a luy seroit egal; mais l'angle n'est pas droict, comme ACE, premie- a 31.x

rement menez la droicte
par le centre, puis prenez q...
poinct en la circonference
G, & soient menées les dr...
DE, EG, GC, dautant que l'a...
b 31.5 DEC. au demi-cercle [b] est d...
c 32.1 les autres deux ECD, EDC, ...
lent vn droict; mais les a...
ACE, ECD, valent aussi vn d...
veu que la droicte DC, est p...
pendiculaire: ostant donc l'an...
gle commun ECD, reste n l'AC...
d 27.3 egal à l'angle EDC. [d] qui est e...
gal à l'angle CFE: donc a...
l'angle ACE, egal à l'angle CF...
en apres veu que du quadrila...
e 22.3 re DG, les angles EDC, EGC, ...
la circonference & opposez ...
lent deux droicts, comme au...
les angles ACE, ECB. ostant de...
susdits angles egaux CDE, ACE
resteront les angles CGE, ECB
egaux entr'eux.

...OPOSIT. XXXIII.

Sur vne droicte donnée AB, descrire vne portion de cercle capable d'vn angle egal à vn angle re... donné. Prob. 5.

...Chap. Si l'angle donné est ...droict comme E. la droicte ... laissée par la moitié en D. ... centre D, interualle DA, soit ... le demi cercle AFCB, puis ... les droictes AC, CB, l'an... ACB, [a] en la circonference a 3 ... droict.

Si l'angle donné est aigu, cō... ...C, & que BA, 2. figure soit ... ligne donnée au poinct A, soit

PROPOSIT. XXXIII.

Sur vne droicte donnée AB, descrire vne portion de cercle capable d'vn angle egal à vn angle rectiligne donné. Prob. 5.

CONst. Si l'angle donné est droict comme E. la droicte AB, diuisée par la moitié en D, du centre D, interualle DA, faictes le demi cercle AFCB, puis menez les droictes AC, CB, l'angle ACB, [a] en la circonference sera droict. a 31.3

Si l'angle donné est aigu, cóme C, & que BA, 2. figure soit la ligne donnée au poinct A, soit

b 23.1. fait l'angle DAB, [b] egal au donné C, & au poinct A, ayant mené la perpendicule FA, soit fait l'angle EBA, egal à l'angle EAB,
c 6.1. les costez EB, EA, [c] seront egaux, parquoy si du poinct E, & interualle EA, vous faites vn cercle, il passera par le poinct B. Cela posé que FA, soit le diametre, & DA perpendiculaire à iceluy, el-
d Cor. 16.3. le [d] touchera le cercle, partant
e 32.3 l'angle DAB, [e] sera egal à tout angle quelconque qui sera fait en la portion alterne du cercle comme AGB, par consequent la portion AHGB, contient vn angle egal à l'angle donné C. Que si l'angle donné est obtus, comme H. ce sera la mesme demonstration: car l'angle AIB [e] sera egal à l'angle H.

fait l'angle DAB, …
b 13.1. né C, & au poinct A …
né la perpendicul…
l'angle EBA, egal …
c 6.1. les costez EB, EA, …
parquoy si du poinct …
ualle EA, vous faites …
il passera par le poinct …
posé que FA, soit le …
DA perpendiculaire …
d Cor. 16.3. le d touchera le cercle …
e 32.3 l'angle DAB, e sera …
angle quelconque qu…
en la portion altern…
comme AGB, par cons…
portion AHGB, conten…
gle egal à l'angle donné …
si l'angle donné est obt…
me H. ce sera la mesme …
stration: car l'angle AH…
gal à l'angle H.

PROPOSITION XXXIV.

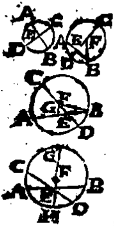
Prob. 4

D'vn cercle donné ABC. *retranchez vne portion* CBA. *capable d'vn angle* B, *egal à l'angle rectiligne donné* D.

Soit menée [a] la tangente EF. au poinct A. & fait l'angle FAE. [b] egal au donné D, la portion ABC. [c] comprendra vn angle B, egal au donné. a 17.3 b 23.1 c 32.3

PROPOSIT. XXXV.

Th. 29.



Si dans vn ce cle ADBC. de droictes A CD. se coupp l'vne l'autre F, le rectang compris sous l parties de l'v **AE. EB.** *est egal au rectang contenu sous les parties l'autre* **CE. ED.**

DEmonstr. 1. Si les droic AB. CD. se couppent au ce tre vn rectangle sera egal à l' tre, à causeque les quatre part sont egales.

2. Si la seule HD, passe par centre F. & diuise la droicte A par la moitié en E, & [a] par con

qu'en angles droicts soit menée D l'e quarré FD, ou son egal [b] 5.2.
est egal au rectangle DE.EC auec le quarré EF, & le mesme B est aussi egal [c] aux deux [c] 47.1.
quarrez BE, EF, ostant donc le commun quarré EF, reste le rectangle des parties DE, EC. egal au quarré BE, ou au rectangle des parties AE, EB, qui sont egaux.

3. La droicte CD, passant par le centre F. sans coupper la droicte AB, en deux moitiez en E, soit menée la droicte FB. & la perpendicule FG. [d] le rectangle [d] 5.2.
sous CE, ED, auec le quarré EF, est egal au quarré FD, ou FB, ou aux deux quarrez BG. GF. mais le rectangle AE EB. auec le quarré EG. est egal au quarré GB. & en adioustant le quarré GF le rectangle AE. EB, auec les deux quarrez EG, GF, ou le seul quarré EF. qui leur est egal,

quet en angles droits soit menée FB [b] le quarré FD, ou son egal FB, est egal au rectangle DE.EC auec le quarré EF, & le mesme FB. est aussi egal [c] aux deux quarrez BE, EF, ostant donc le commun quarré EF, reste le rectangle des parties DE, EC. egal au quarré BE, ou au rectangle des parties AE, EB, qui sont egales.

b 5.2.

c 47.1.

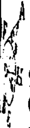
5. La droicte CD, passant par le centre F, sans coupper la droicte AB, en deux moitiez en E, soit menée la droicte FB. & la perpendicule FG. [d] le rectangle sous CE, ED, auec le quarré EF, est egal au quarré FD, ou FB, ou aux deux quarrez BG. GF. mais le rectangle AE EB. auec le quarré EG. est egal au quarré GB. & en adioustant le quarré GF le rectangle AE. EB, auec les deux quarrez EG, GF, ou le seul quarré EF. qui leur est egal,

d 5.2.

vaudra les deux quarrez BG, G[...] ostant donc des egaux le co[m]mun quarré EF. resteront les re[...]ctangles AE.EB. CE.ED. eg[aux] entr'eux.

Si ny l'vne ny l'autre ne pa[sse] par le centre qu'elles se coupe[nt] comme on voudra, & soit me[...]née à leur intersection E la droi[c]te GH, passant par le centre, veu que le rectangle sous CE.ED. est egal e à celuy fait sous HE.EG. auquel est encores egal celuy fait sous AE, EB, lesdits recta[n]gles CE.ED. & AE.EB. seront egaux entr'eux.

[PR]OPOSIT. XXXVI.



Th. 16

Si hors le cercle FBE. on prend quelque poinct A, & que d'iceluy tombent deux [dro]ictes, l'vne AB. qui coup[e] le cercle en C. l'autre AF. qui le touche en F, le rectan[gle com]pris sous toute la coup[pante] AB. & sa partie AC. [pri]se au dehors entre le poinct A. & la circonference con[ue]xe C, sera egal au quarré de la touchante AF.

Demonstr. 1. Que la ligne droicte AB, passe par le cen[tr]e D, ayant mené DF. veu que la droicte CB, est couppée par la

PROPOSIT. XXXVI.

Si hors le cercle FBE. *on prend quelque poinct* A, *& que d'iceluy tombent deux droictes, l'vne* AB. *qui couppe le cercle en* C. *l'autre* AF. *qui le touche en* F, *le rectangle compris sous toute la couppante* AB. *& sa partie* AC. *prise en dehors entre le poinct* A, *& la circonference conuexe* C, *sera egal au quarré de la touchante* AF. Th.10

DEmonstr. 1. Que la ligne droicte AB, passe par le centre D, ayant mené DF. veu que la droicte CB, est couppée par la

moitié en D, & qu'à icelle est
ioustée AC, le rectangle
AB, AC. auec le quarré DC
a 6. 2. DF. est egal a au quarré de
droicte composée de DC,
sçauoir DA. mais le quarré D
b 47. 1. b est egal aux quarrez DF.
& 8. 3. ostant donc le commun FD.
stera le quarré FA. egal au re-
ctangle sous AB & CA.

2. Si la droicte AE ne pas
par le centre D. menez la per-
3. pendicule DG. c elle couppe la
droicte EI. en deux moitiez,
donc que la droicte EI est cou-
pée par la moitié en G &
AI. luy est adioustée, le recta-
gle sous AE. AI. auec le qu
GI. est egal au quarré GA.
ioustant donc le quarré DG.
rectangle sous AE.IA. auec
quarrez IG. GD. ou le seul D
sera egal au quarré DA; c'est
dire aux deux quarrez DF.
donc ostant les egaux DF. D
reste

reste le quarré FA. egal au re-
ctangle sous AE. AI.

Corol. 1. Il s'ensuit que si de
quelque poinct pris hors le cer-
cle, plusieurs couppantes sont me-
nées, les rectangles compris sous
chacune des toutes & sa partie
exterieure sont egaux entr'eux.

Corol. 2. Deux droictes me-
nées d'vn mesme poinct, & tou-
chans le cercle, sont egales en-
tr'elles.

Corol. 3. D'vn mesme poinct
hors le cercle, on peut seule-
ment mener deux tangentes.

restera le quarré FA. egal au rectangle sous AE. AI.

Coroll. 1. Il s'ensuit que si de quelque poinct pris hors le cercle plusieurs couppantes sont menées, les rectangles compris sous chacune des toutes & sa partie exterieure sont egaux entr'eux.

Coroll. 2. Deux droictes menées d'vn mesme poinct, & touchantes le cercle, sont egales entr'elles.

Coroll. 3. D'vn mesme poinct pris hors le cercle, on peut seulement mener deux tangentes.

PROPOSIT. XXXVI

Th. 31.

Si hors le ce[r]cle EHIF. on prend quelque poinct A, & que d'iceluy tombent au cercle deux droites AF, AB, ou AE, l'une AB, qui couppe le cercle, & l'autre AF qui l'atteigne, & que le rectangle compris sous toute la couppante & sa partie exterieure entre le dit point & la circonference conuexe soit egale au quarré l'atteignante, celle qui atteint, sera la tangente.

DEmonst. Menez a la tangente AH, éloignez DH, le quar[ré]

...EH est egal au rectangle A... & ce mesme rectangle b 36.3. ...est egal au quarré FA. donc ...FA, HA, sont ega... estant egaux les costez FD, ...sont egaux, & la base AD c 8.1. ...donc, tout le triangle ...le triangle; veu donc ...AHD, d est droict d 18.3. ...sera aussi droict, & par... AF, touchera le cercle. e 16.3

AH. b est egal au rectangle A
CA, & ce mesme rectangle b 36.3.
posé egal au quarré FA. donc
droictes FA, HA, sont ega-
: dauantage les costez FD,
D, sont egaux, & la base AD c 8.1.
ommune: donc, tout le triangle
gal à tout le triangle; veu donc
ue l'angle AHD, d est droict d 18.3
FD, sera aussi droict, & par-
nt e AF, touchera le cercle. e 16.3

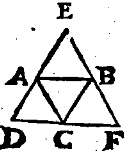
PROPOSIT

Th. 31.

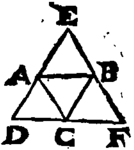
tombent au cercle
tes AF, AB, en
AB, qui couppe le c
l'autre AF qui la t
que le rectangle co
toute la couppante
tie exterieure entre
& la circonferen
soit egale au quarr
gnante, celle qui att
la tangente.

DEmonst. Menez la
te AH, éloignez DH,

LIVRE QVATRIESME
DES ELEMENTS D'EVCLIDE.
DEFINITIONS.



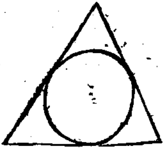
1. *Vne figure rectiligne* ABC *est dite inscripte en vne figure rectiligne* DEF, *quand les angles* A, B. C. *de l'inscripte touchent chacun vn costé* DE, EF, FD, *de la figure en laquelle elle est inscripte* A. B. C.



2. *Vne figure* DEF. *est dite descrite à l'entour d'vne figure* ABC, *quand chaque costé de la figure circonscripte* BE. EF. FD. *touche chacun angle de l'inscripte* A, B. C.

Moins proprement que dessus on dit qu'vne figure est inscripte ou circonscripte à vne figure, quand chaque angle de la figure interieure touche vn angle ou vn costé de l'exterieure.

3. Vne figu rectiligne e dite inscrip au cercle qua chaque angle de la figure in scripte touche la circonferen ce du cercle



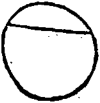
4. Vne figure rectiligne est dite estre circonscripte au cercle, quand chaque costé de la figure rectiligne touche la circonference du cercle.

5. Vn cercle se dit inscript en vne figure quand le cercle ouche chaque costé de la figu e en laqu lle il est inscript.

6. Vn cercle se dit estre circonscript en vne figure quand il touche chacun ngle de la figure à laquelle il é circonscript.

7. Vne ligne droicte est dite estre accommodée ou adaptée au cercle quand ses extremitez sont en la circonference du cercle.

6. *Vn cercle se dit estre circonscript en vne figure quand il touche chacun angle de la figure à laquelle il est circonscript.*



7. *Vne ligne droicte est dite estre accommodée ou adaptée au cercle quand ses extremitez sont en la circonference du cercle.*

PROPOSITION I[I]

Prob. 1. En vn cercle donné ABC, accommoder vne droicte BA. egale à vne droite donnée a D. laquelle ne soit pas plus grande que le diametre du cercle BC.

AV cercle donné menez le diametre BC, s'il est egal à la donnée on a le requis; s'il est plus grand b retranchez en BE, egale à la donnée D, & du centre B, & interualle BE, faites l'arc EA, puis ioignez la droite BA, c elle sera accommodée au cercle & d egale à BE, & par consequent en D.

PROPOSITION II.

Dans vn cercle donné AIB. inscrire vn triangle IBC. equiangle à vn triangle donné DEF. Prob. 2.

[illegible] vne tangente a GH, a 36.3 [illegible] A, l'angle b HAC, b 23.1. egal à l'angle E, & GAB, à l'angle F, [illegible] BC, le requis est fait.

Prev. L'angle HAC. est egal à l'angle B, & l'angle GAB, c 32.3 à l'angle C. donc l'angle E, à l'angle B, & l'angle F, à l'angle C, & consequemment l'angle D, à l'angle A, & partant le d 32 triangle ABC, equiangle au donné DEF, & e tous ses angles en la circonference, comme il estoit requis.

PROPOSITION II.

Dans vn cercle donné AIB. *inſcrire vn triãgle* ABC. *equiangle à vn triangle donné* DEF. Prob. 2.

Soit faire vne tangente [a] GH, au poinct A, l'angle [b] HAC, égal à l'angle E, & GAB, à l'angle F, & menée BC, le requis eſt fait. a 36.3 b 23. 1.

Preuue. L'angle HAC. eſt egal [c] à l'angle B, & l'angle GAB, à l'angle C. donc l'angle E, à l'angle B, & l'angle F, à l'angle, & conſequemment l'angle D, à l'angle A, & partant le triangle A B C, equiangle au donné DEF, &[e] tous ſes angles en la circonference, comme il eſtoit requis. c 32.3 d 32.1 e conſt.

PROPOSITIO IV.

Prob.4. 

Dans vn tri-
gle donné AB
descrire vn c
cle GEF.

a 9.1 Mipartissez deux de ses a
gles B, & C, par les droit
CD. BD. & du poinct de le
concours D, abaissez b des pe
b 12. 1. pendicules sur les costez en E. G
F. dautant qu'aux triangles DFC
DGC. les 2. angles au poinct C
sont egaux, & aussi les deux a
poinct GF & DC. commun DG
c 26.1 c sera egal à DF. semblableme
DE se prouuera egal à DF, pa
tant du centre D. & interualle
d 9.3. G. descriuant vn cercle d il passe
ra par les trois poinctes GEF.
chacune des lignes AB. BC. CA
e coroll. e touchera le cercle, partant a
15.3. pert que l'on a fait ce qui esto
requis.

ROPOSITION V.

A l'entour d'vn triangle donné A BC, *descrire vn cercle.* Prob. 5.

Diuisez a deux costez du triãgle donné AB, BC, par la moitié en E, & F, desquelles b poinctes éleuez des perpendicules qui se ncontreront en D dans le triãle ou au troisiesme costé, ou ien hors du triangle : car ayant mené EF, seront faits les angles DEF. DFE. moindres que deux droicts, dont elles concourront; en apres menez les droictes DB, DA, DC, dautant qu'és triangles BED, AED, les costez BE,

a 10.1.

b 11.1

Car les angles au poinct E. sont droicts & les angles en A. B. C. D. [a] donc les droictes FG. BD. HI. sont paralleles: pareillement les droictes FI. AC. GH. [b] donc la figure FGHI. est parallelogramme, l'angle ACH, est droict: [b] donc l'angle HGA, est droict: semblablement on monstrera les angles F. I. H. estre droicts.

a 28.1.

b 34.1

Au regard des costez IH, est egal à BD. & HG. à AC. ou BD. donc les costez IH. HG. sont egaux: donc la figure FGHI. est vn quarré [c] duquel les costez touchent le cercle. Ce qu'il falloit faire.

c corol. 16.3.

PRO-

PROPOSITION VIII.

Dans vn quarré donné descrire vn cercle. *Prob. 8*

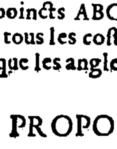
Diuisez a les costez du quarré par la moitié en A. B. C. D. menez les droictes AC. BD. se coupantes au poinct E, duquel poinct & interualle EB. sera descrit le cercle requis. a 10. 1.

Demonstr. Les droictes AF, IC, sont paralleles, & egales: b donc les droictes AC. FI. sont paralleles & egales, & semblablement les droictes AC. HG. pareillement les droictes FG HI. sont paralleles & egales à BD. c donc FE. EI. EH. EG. sont parallelogrammes, maintenant les droictes BF. FA. AG. sont ega- b 33.1 c 34. 1.

les: car elles sont moitiez de l[...]
d 34.1 gne egales: or à icelles d sont [...]
gales les droictes BE. EA. ED[...]
donc icelles sont egales entr'e[...]
les, partant e E, est le centre du[...]
e 9.13 quel & de l'interualle EA. descri[...]
uant vn cercle, il touchera le[...]
poincts ABCD. & par consequ[...]
f Coroll. 16.3 f tous les costez du quarré, g ve[...]
que les angles ABCD. sõt droi[...]
g 29.1

PROPOSITION IX.

Prob. 9



A l'entour d'vn quarré descrir[e] vn cercle.

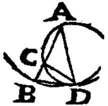
SOient menez les diametre[s] AC. BD. se coupans au poinct E, ce sera le centre du cercle requis.

Car les droictes AB, AD. sont egales, partãt les a angles ABD, ADB. sont egaux l'angle [b] BAD, est droit: donc [c] les angles ABD. ADB sont demi-droicts: semblablement chacun des angles partiaux aux poincts A. B. C. D. est demi-droit, partant ils sont tous egaux entr'eux: [d] donc les costez EA. EB. EC. ED. soustendus aux angles egaux, sont aussi egaux, par ainsi E. [e] est le centre d'vn cercle, lequel estant descrit de l'interualle EA. passera par les poincts du quarré ABCD. comme il estoit requis.

b 31.3
c 32.1
d 6.1
e 9.3

PROPOSITION X.

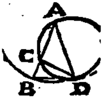
Prob.10



Construire vn triangle Isoscel ABD. qui ait chacun des angles B. D. sur sa base double de l'autre A.

a 11.2 PRenez vne droicte à discretion AB. qui soit [a] diuisée en C. de sorte que le rectangle sous AB. BC. soit egal au quarré de la droicte AC. puis du centre A, & interualle AB. soit descrit vn
b 1.4. cercle auquel [b] soit accommodée la droicte BD. egale à AC. & soit menée A D. le triangle ABD. sera le requis.

Demonst. Ayant mené CD.
c 5.4 [c] & descrit le cercle ACD. à l'entour du triãgle ACD. le rectãgle sous AB. BC. veu qu'il est posé



egal au quarré CA. il est aussi egal au quarré [d] B D; partant BD, touche le cercle ACD. au poinct D. & ainsi [e] l'angle CDB. est egal à l'angle A. au segmẽt alterne, partãt en adioustant le commun CDA. les deux angles A. & CDA. seront egaux aux deux BDC. & CDA. c'est à dire à tout l'angle ADB. ou AB D. Maintenant l'angle externe BCD. [f] est egal aux deux internes A. & ADC, donc le mesme BCD. sera egal à CBD. ou ADB. parquoy les droictes DC. DB. [g] sont egales, veu qu'elles soustendent angles egaux : mais B D. est posé egal à CA. donc CD. CA. seront egales : donc aussi egaux [h] les angles A, & CDA, par consequent l'angle externe BC D. est double de l'angle A, & partant les angles CBD. ADB. sont doubles du mesme, veu

d 37.3.
e 32.3.
f 32. 1.
g 6.1.
h 5.1.

qu'ils sont egaux à l'externe BC D. partant est fait ce qui estoit requis.

PROPOSITION XI.

Prob.11

En vn cercle donné EHFG. *inscrire vn pentagone equilateral & equiangle.*

a 10.4 SOit fait [a] quelque triangle Isoscele qui ait les angles sur la base doubles de celuy du sommet,
b 2.4. [b] puis au cercle donné soit inscript vn triangle equiangle au premier, & soit iceluy EFG. diuisez les angles sur la base par la moitié par les droictes FI. GH. & tirez les lignes FH. HE. EI. IG. vous aurez le requis.

Demonst. Les angles FEG.

EGH. HGF, IFG. EFI. sont posez egaux: donc [c] les arcs sur lesquels ils insistent, sont egaux, c 26.3
partant [d] les droictes qui les soustendent, sont egales, l'arc EH. d 29.3
est egal à l'arc FG. donc adioustant le commun HF. les circonferences EHF HFG. seront ega- e 27.3
les, & par consequent les angles en icelles: on demonstrera semblablement l'egalité des autres angles aux poincts G. I. E. & par consequent la figure EHFGI. est le pentagone requis.

PROPOSITION XII.

b.12 *A l'entour d'u[n] cercle donné* [illegible] *CD. descrire* [illegible] *pentagone GH*[illegible] *KL. equilatera*[illegible] *& equiangle.*

4. DAns le cercle donné, in[illegible] fcriuez le pentagone AB[illegible] DE. equiangle & equilatere & du centre F, menez les dr[illegible] ctes FA. FB. FC. FD. FE. au[illegible] quelles b par les extremitez A[illegible] CDE. tirez des perpendicula[illegible] qui se rencontreront en poin[illegible] GHIKL. & ainsi formeront [illegible] pentagone requis.

Demonst. au quadrilatere F[illegible] GE. les angles aux poincts A.[illegible] sont droicts, & c partant les a[illegible] tres deux F.G. opposez val[illegible] de[illegible]

[illegible]eux droicts, il est le mesme [illegible] des autres quadrilateres, [illegible] ont chacun leurs angles op[illegible] posez egaux à deux droicts: d 19.1 [illegible] mais les cinq au centre sont e[illegible], donc les cinq autres GHI [illegible] sont egaux.

A present au quadrilatere FA[illegible] l'angle GAF, est droict aussi [illegible] que l'angle FEG, que si d'i[illegible] [illegible] on oste les deux angles e 5.1 [illegible] egaux sur la base AE, du triãgle [illegible] AE, resteront les an[illegible] gles GAE, GEA, egaux, & par[illegible] [illegible] egal à GE aux autres f 8.1 quadrilateres, se peut faire mes[illegible] demonstration, item les triã[illegible] [illegible] AFE, EFD, ont les costez à [illegible] des angles egaux au [illegible] F, egaux entr'eux, g par- g 4.1 [illegible] les angles sur la base ED, se[illegible] egaux aux autres sur la ba[illegible] [illegible] & egaux entr'eux, à cause [illegible] les triangles sont Isosceles: [illegible] dons des angles droicts

deux droicts, il est le mesme des quatre autres quadrilateres, qui ont chacun leurs angles opposez egaux à deux droicts: d 29.1
mais les cinq au centre sont egaux, donc les cinq autres GHIKL, sont egaux.

A present au quadrilatere FAGE, l'angle GAF, est droict aussi bien que l'angle FEG, que si d'iceux A.E, on oste les deux angles e 5.1
egaux sur la base AE, du triãgle Isoscele AFE, resteront les angles GAE, GEA, egaux, & partant f AG, egal à GE aux autres f 6.1.
quadrilateres, se peut faire mesme demonstration, item les triãgles AFE, EFD, ont les costez à l'entour des angles egaux au poinct F, egaux entr'eux, g partant g 4.1.
les angles sur la base ED, seront egaux aux autres sur la base AE, & egaux entr'eux, à cause que les triangles sont Isosceles: estant donc des angles droicts

au poinct E, les egaux ED, FEA resteront les angles GEA, LED, egaux; mais LED, est demonstré egal à LDE: donc LDE, est egal à GEA. semblablement l'angle GAE, sera egal à l'angle LED, partant les triangles GAE, LED, ont deux angles sur la base AE, egaux aux deux sur la base ED, & les bases egales, h partant EL,
h 26.1. est egale à AG, ou GE: donc GE, egale à EL, pareillement AG, & AH, sont egales & HG, LG, doubles des egaux, AG, GE, egales entr'elles, & ainsi des autres, partant le pentagone GHIKL, descrit à l'entour du cercle est equilateral & equiangle. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XIII.

Prob.13

Dans vn Pentagone donné equilateral & equiãgle inscrire vn cercle.

SOient a mipartis les angles prochain BAE, ABC, par les droictes AF. BF. lesquelles se b rencontreront, soit en F puis que de tout angle la moitié est moindre qu'vn droict, il est le mesme des autres angles; dautant donc que des triangles ABF, FBC, les costez BA, BC. sont egaux & BF, commun, & les angles au poinct c B, sont pareils les angles BAF, BCF, & les bases d AF, CF, seront egales, veu donc que les angles BAE, BCD, sont posez egaux, & BAF, moitié de BAE, BCF, sera moitié de

a 9.1.
b 11. ax.
c const.
d 4.1.

l'angle BCD. donc cet angle & les autres à l'entour du cercle, sont coupez en deux egalement. Soient menez semblablement de F, à chacun costé du pentagone les perpendicules FG.FH.&c.

Dautant que les triangles GFB, BFL, ont deux angles FGB, GBF, egaux aux deux FLB, FBL, & FB, commun, les costez FG, FL, c seront egaux, & à iceux FK,
e 26.1 FI, FH, parquoy du centre F, & interualle FG, descriuant vn cercle, il passera par les poincts H
f 15. def.1. IKL, dans les costez du pentagone, g lesquels toucheront le cercle, veu qu'ils sont constituez à
g Cor. 16.3. angles droicts sur l'extremité du diametre.

PROPOSITION XIV.

A l'entour d'vn pentagone donné equilateral & equiangle de∫crire vn cercle. Prob.14

Diui∫ez a les angles A.E. par la moitié par les droictes A F. FE. qui concourreront en b quelque poinct F. duquel menez aux autres angles les droictes FD, FC, FB lesquelles mipartiront lesdits angles, comme il e∫t prouué en la precedente: veu donc que les angles entiers ∫ont egaux, au∫si le ∫ont leurs moitiez, & par con∫equent c FA, FB. ∫ont egales, & les autres FC, FD, FE: donc du centre F, & interualle FA, de∫criuant vn cercle, il pa∫∫era par les angles du pentagone, d ∫ans coupper aucun co∫té, veu qu'ils tombent tous dans le cercle.

a 9.1
b 11. ax.
c 6.1
d 2.3

PROPOSITION XV.

Prob. 15

Dans vn cercle donné inscrire vn hexagone equilateral & equiangle.

SOit le diametre AD, du centre D, & interualle du demi-diametre DG, soit fait le cercle CGE, couppant le cercle donné en C, & E, par le centre G, soient menez les droictes CF, EB, & iointes AB, BC, GD, on aura le requis.

Car les droictes GC. GD. du centre G, & les droictes CD, DG, du centre D, sont egales : donc le triangle DGC, est equilateral
a 5.1. a & consequemment equiangle
b 32.1 b ces trois angles valent deux droicts : donc chacun d'iceux

vaut le tiers de deux droicts, & semblablement l'angle DGE, partant [c] veu que CGE, EGF, valent deux droicts l'angle EGF, vaudra aussi le tiers de deux droicts: [d] or à iceux sont egaux les angles opposez au sommet, partant les six angles au poinct G, sont egaux par consequent [e] toutes les droictes & circonference AB, BC, ausquelles ils insistent sont egales: donc l'hexagone est equilateral: il est aussi equiangle; car les moitiez de chacun angle ont esté prouuées egales. c 13.1 d 15.1. e 26. & 29.3.

Coroll. le costé de l'hexagone est egal au demidiametre.

PROPOSITION. XVI.

Prob. 16

Dans vn cercle donné descrire vn quindecagone equilateral & equiangle.

4 DAns a le cercle donné soit inscript vn pentagone equilateral AEFGH, & dans le mesme au poinct A, soit inscript le triangle equilateral ABC, cela fait, veu que AB, soustend le tiers de la circonference, c'est à dire 5. quinziemes, & que les deux costez du pentagone AE, EF, qui soustendent six quinziemes, si d'icelles circonferences AE, EF, on oste la circonference AB, restera BF, vne quinzieme partie de toute la circonference, partant si vne soustendante BF, est accommodee quinze fois à la circonference, sera formé le quindecagone equilateral qui sera aussi equiangle : b car les 15. angles du centre insisteront sur circonferences egales. b 27.3.

tant si vne soustendante BF, est accommodee quinze fois à la circonference, sera formé le quindecagone equilateral qui sera aussi equiangle : [b] car les 15. angles du centre insisteront sur circonferences egales.

b 27. 3.

LIV. CINQVIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS

1. *Partie est vne moindre grandeur d'vne plus grande quand la plus petite mesure la plus grande.*

2. *Multiple c'est la pl... grande de la moindre, qua... la plus petite mesure la pl... grande.*

ICy vne grandeur est entend... en mesurer vne seconde, qua... la premiere prise vne ou pl... sieurs fois egale, la secõde & c...

...partie que definit icy Euclide ...t celle que d'autres appellent ...partie aliquote pour la distin- ...guer d'vne autre partie qu'ils ...appellent aliquante qu'ils defi- ...nissent en cette sorte.

Partie aliquante est vne moin- dre grandeur d'vne plus grande, quand la plus petite prise plu- sieurs fois excede son tout ou re- ... plus petite.

3. *Raison est vne habitude de deux grandeurs de mesme genre comparées l'vne à l'autre selon la quantité.*

On ne fait pas icy comparai- son du nombre auec la ligne ou de la ligne auec la superficie &c. ... ce sont genres diuers : or quand l'on compare vne gran- deur à l'autre, si la grandeur comparée est egale à l'autre, elle sera dite auoir auec icelle raison d'egalité, si plus grãde, elle aura raison de maieure inegalité, si

-e partie que definit icy Euclide
st celle que d'autres appellent
artie aliquote pour la distin-
uer d'vne autre partie qu'ils
omment aliquante qu'ils defi-
issent en cette sorte.

Partie aliquante est vne moin-
re grandeur d'vne plus grande,
uand la plus petite prise plu-
eurs fois excede son tout ou re-
te encore plus petite.

3. *Raison est vne habitu-
'e de deux grandeurs de mes-
me genre comparées l'vne à
'autre selon la quantité.*

On ne fait pas icy comparai-
on du nombre auec la ligne ou
e la ligne auec la superficie &c.
ar ce sont genres diuers : or
uand l'on compare vne gran-
eur à l'autre, si la grandeur
omparée est egale à l'autre, elle
st dite auoir auec icelle raison
'egalité; si plus grāde, elle aura
aison de maieure inegalité, si

moindre, elle aura raison de mineure inegalité à l'autre, celle que l'on nomme ou cõ la premiere s'appelle antece te de la raison, & l'autre s' pelle consequente. Ainsi raison de 4. à 6. le premier me 4. s'appelle antecedent, l'autre terme 6. le consequ l'exceds de l'vn sur l'autre nomme leur difference on appel le encore raison rationelle cel le qui est cõme nombre à nom bre; mais deux grandeurs quelles on ne peut trouver nombres en pareille habit ont entr'elles vne raison irr nelle: telle est la raison du d'vn quarré à son diametre.

4. *Proportion est vne si litude de raisons.*

COmme lors que ie di est à 4. comme 9. à 3. Grecs l'appellent Analogie

celle-cy est discontinuë; la proportion continuë est quand vn terme du milieu est antecedent, & consequent comme 2. 4. 8. 2, à 4 comme 4. est à 8. en la premiere raison 4. est consequẽt en la seconde le mesme 4. est antecedent.

Quand les grandeurs s'excedent par mesme difference comme 4. 7. 10. la proportion ou analogie s'appelle arithmetique. Quand il y a mesme raison de l'antecedent au consequẽt comme 4. 8. 2. 3. 4. 6. la proportion est geometrique.

Mais lors que trois termes sont disposez en sorte que le premier est au troisiesme comme la difference du premier au second est à la difference du second au troisiesme, cette proportion est appellée musicale ou harmonique, comme 3. 4. 6.

elle-cy est discontinuë ; la proportion continuë est quand vn terme du milieu est antecedent, consequent comme 2. 4. 8. 2, à 4. comme 4. est à 8. en la premiere raison 4. est consequẽt en la seconde le mesme 4. est antecedent.

Quand les grandeurs s'excedent par mesme difference comme 4. 7. 10. la proportion ou analogie s'appelle arithmetique.

Quand il y a mesme raison de l'antecedent au consequẽt comme 2. 6. 18. 2. 3. 4. 6. la proportion est geometrique.

Mais lors que trois termes sont disposez en sorte que le premier est au troisiesme comme la difference du premier au second est à la difference du second au troisiesme, cette proportion est appellée musicale ou harmonique, comme 3. 4. 6.

5. Les grandeurs sont di-tes auoir raison entr'elles, l[...] quelles estant multipliées [...] peuuent exceder l'une l'autr[...]

Cette definition se doit rap-porter à la troisiesme.

6. Les grandeurs sont di-tes en mesme raison la pre-miere à la seconde, & la troi-siesme à la quatriesme, quan[d] les equemultiples de la pre-miere & troisiesme sont eg[a]les defaillent ou excedent en-semble aux equemultiples [de] la seconde & quatriesme. [v]n chacun à vn chacun dan[s] quelque multiplication que [ce] soit si on prend celles qui s'en-trerespondent.

SOient les grandeurs ABCD, pour sçauoir si elles sont proportionnelles, prenez les equemultiples de A, premiere & C, troisiesme, c'est à dire, multipliez chacun par mesme nombre exemple par deux derechef multipliez la seconde & la quatriesme B, & D, aussi par vn mesme nombre, exemple par 3. En apres considerez si le multiple de la premiere defaut, est egal, ou surpasse le multiple de la seconde, comme le multiple de la troisiesme defaut est egal, ou excede le multiple de la quatriesme, si cela est les quatre grandeurs proposées sont proportionnelles, comme en l'exemple cy-dessus en la premiere multiplication le multiple de la premiere defaut au multiple de la seconde, & celuy de la troisiesme defaut à celuy de la quatriesme: En la seconde multiplication le multiple de la premiere est egal à celuy de la seconde, & le multiple de la troisiesme est aussi egal à celuy de la quatriesme.

En la troisiesme multiplicatio[n] le multiple de la premiere exce[de] de celuy de la seconde, & le multiple de la troisiesme exced[e] aussi celuy de la quatriesme. Cela estant ainsi, ie concluds selon Euclide que les grandeurs proposées ABCD, sont proportiõnelles; c'est à dire, qu'il y a mesme raison de A, à *B*, que de C, à D.

Autre exemple: soient proposées 4. autres grandeurs ABCD, ie prends les equemultiples de A, & C, & multiplie l'vne & l'autre par 4 puis les equemultiple[s] de B, & D, & les multiplie tou[s] deux par 5. icy le multiple de la premiere surpasse le multiple de la secõde, & le multiple de la troisiesme ne surpasse pas le multipl[e] de la quatriesme: car il est moi[n]dre, par consequent ie conclu[ds] q[ue] ue les quatre grandeurs pro-osées ABCD, ne sont pas pro-ortionnelles.

7. Les grandeurs qui ont ne mesme raison entr'elles, ont appellées proportionnelles.

8. Quand des equemul-iples celuy de la premiere ex-cede celuy de la seconde, & ce-luy de la troisiesme n'excede eluy de la quatriesme, lors la remiere est dite auoir plus rande raison à la seconde, ue la troisiesme à la qua-riesme.

9. La proportion ne peut stre constituée sur moins de rois termes.

CAr en toute proportion il y a deux raisons, & en cha-

que raiſon deux termes. Que ſ
la proportion ou proportionn
ſi elle eſt continuë, il y aura troi
termes : mais ſi elle eſt diſconti
nuë, il y aura quatre termes.

10. *Quand trois gran deurs ſont proportionnelles, la premiere eſt dite auoir à la troiſieſme raiſon doublée de la premiere à la ſeconde ; mais quand quatre grandeurs ſont continuellement proportionnelles ; la premiere eſt dite auoir à la quatrieſme raiſon triplée de la premiere à la ſeconde, & ainſi de ſuite tousiours vne de plus, iuſqu'à ce que la proportion ſoit achepée.*

Raiſon double eſt quand vn terme eſt double de l'autre ou contient l'autre deux fois, &

raison triplée quand il le contient trois fois: mais raison doublée est quand deux raisons semblables sont de suitte entre deux extremes de trois termes proportionnaux & raison triplée, quand trois raisons semblables s'entresuiuent entre les deux extremes de quatre termes proportionaux, & ainsi de suitte par les raisons quadruplée, quintuplée, &c.

11. *Les grandeurs homologues ou de semblables raisons, sont l'antecedent & l'antecedent, le consequent & le consequent.*

12. *Raison alterne est la comparaison de l'antecedent à l'antecedent, & du consequent au consequent.*

13. *Raison inuerse est prendre le consequent comme*

antecedent, & le comparer à l'antecedent comme consequent.

C'est la comparaison du consequent à l'antecedent au lieu que la raison directe est la comparaison de l'antecedent au consequent.

14. *Composition de raison est prendre l'antecedẽt & consequent ensemble comme vn, & le comparer au consequent.*

IL y a quatre sortes de composition de raison; la premiere desquelles est celle d'Euclide cy-dessus; la seconde est la comparaison du composé à l'antecedent, appellée composition de raison conuerse; la troisiesme est la comparaison de l'antecedent

...u composé, qu'on appelle com-
...osition de raison contraire ; la
...uatriesme est la comparaison
...u consequent au mesme com-
...osé, appellée composition de
...aison inuersement contraire.

15. *Diuision de raison est ...uand on prend l'exceds de ...antecedent sur le consequent, ...our le comparer au mesme ...onsequent.*

...L y en a de quatre sortes : la ...premiere est celle cy-dessus: ...seconde est la comparaison du ...esme exceds à l'antecedent : la ...oisiesme celle de l'exceds du ...onsequent sur l'antecedent au ...esme consequent, & la qua- ...esme celle dudit exceds à l'an- ...ecedent.

16. *Conuersion de raison ... lors qu'on prend l'antece-*

dent pour le comparer à l'ex-ceds, par lequel l'anteceden[t] surpasse le consequent.

ON en peut faire aussi d[e] quatre sortes : la premier[e] desquelles est celle cy dessus: l[a] seconde, la comparaison du con-sequent au mesme exceds : la troisiesme, la comparaison de l'antecedent à l'exceds du conse-quent sur l'antecedent, & la qua-triesme, la comparaison du con-sequent audit exceds.

17. *Raison egale ou d'ega-lité est lors qu'il y a plusieurs grandeurs d'vn costé & au-tant de l'autre en multitude, qui prises de deux en deux soient en mesme raison, & que comme aux premieres grandeurs la premiere est à la derniere, ainsi aux secondes*

grandeurs, la premiere soit à la derniere; autrement c'est prendre les extremes par la soustraction des moyennes.

18. *Proportion ordonnée est lors que l'antecedent est au consequent comme l'antecedent au consequent, & que le consequent est à vn tiers comme le consequent est à vn autre tiers,*

19. *Proportion perturbée est lors qu'il y a trois grandeurs d'vn costé, & trois de l'autre, & comme aux premieres grandeurs l'antecedent est au consequent, ainsi aux secondes grandeurs l'antecedent est au consequent: mais comme aux premieres grandeurs le consequent est à quel-*

que autre, ainsi aux seconde grandeurs quelque autre à l'antecedent.

20. *S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, la raison de la premiere à la derniere est composée des raisons de la premiere à la seconde, & de la seconde à la troisiesme, & de la troisiesme à la quatriesme & ainsi d'ordre iusques à ce que la proportion soit achevée.*

PRO-

PROPOSITION I.

3. 1. 3. 1. A.E.C.F. 6. 2. G.H. *S'il y a tant de grãdeurs qu'on voudra equemultiples dautant d'autres grãdeurs chacune de la sienne, comme l'vne sera multiple d'vne, ainsi les toutes seront multiples des toutes.* Th. 1.

C'Est à dire que comme A, est multiple de E & semblablement C, de F, si A, & C, sont ioincts en G, & pareillement E, & F, en H. comme A, estoit multiple de E, & C, de F. autant G, sera multiple de H. a 1. def. 5.

Demonstr. Les toutes ne sont ny plus grandes, ny moindres que toutes leurs parties ensemble : donc tout le composé G, ne contient pas dauantage de fois tout le composé H, ny aussi moins de fois que A, & C, toutes les parties du tout H, & autant de fois que E, se prendra en A, & F, en C, autant de fois H, se prendra en G, c'est à dire trois fois en chacun.

PROPOSITION II.

6 3 4 2 *Si la premiere* Th.2.
A. B. C. D. *grandeur* A, *est*
9 6 15 10 *autant multiple de*
E. F. G. H *la seconde* B, *que la troisiesme* C, *de la quarte* D, *& que la cinquiesme* E, *soit autãt multiple de la seconde* B. *que la sixiesme* F, *de la quarte* D, *la composee de la premiere & cinquiesme* G, *sera autant multiple de la seconde* B, *comme la composee de la troisiesme & sixiesme* H, *le sera de la quarte* D.

DEmonstr. Par l'hypothese la seconde B, & la quarte D, sont contenus vn pareil nombre en leurs multiples A, & C, sçauoir deux fois semblablement la mesme seconde B, & la quarte D, sont contenus vn pareil nombre de fois en leurs multiples E, & F, sçauoir trois fois: donc par la precedente ils seront contenus en pareil nombre dans leurs multiples assemblés; c'est à dire que si on compose G, de A, & L, & pareillement H, de F, & C, comme G, 15. contiendra B. 3. cinq fois, ainsi H, 10. contiendra D, 2. cinq fois.

PROPOSITION III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si la premiere A. *est autant multiple de la seconde* B, *que la tierce* C, *de la quarte* D. *& qu'on prenne les equemultiples* E, *&* F, *de la premiere* A, *& troisiesme* C, *en raison egale la multiple de la premiere* E, *sera autant multiple de la seconde* B, *que la multiple de la troisiesme* F, *le sera de la quarte* D. Th.3.

DEmonst. B. & D. sont posez estre egalement contenus en A, & C, donc aussi ils doiuent estre egalement contenus és mesmes multipliez par mesme nombre: c'est à dire en E, & en F. a 1.5.

PROPOSITION IV.

Th. 4.

4	2	6	3
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Si la premiere a mesme raison à la seconde que la troisiesme à la quatriesme, aussi les equemultiples de la premiere & troisiesme auront mesme raison aux equemultiples de la seconde & quatriesme en quelque multiplication que ce soit, si on prend celles qui s'entrerespondent.

CAr soient les grandeurs A BCD, premiere, seconde, troisiesme & quatriesme; & E, G, equemultiples de A, & C, item F, H, equemultiples de B, & D, par la sixiesme definition, c'est le mesme que quatre grãdeurs soiét proportionnelles, ou que leur equemultiples soient egales, defaillent ou excedent ensemble l'vne à l'autre : & c'est encores le mesme de comparer chacune B. D. à chacune A. C. que de comparer les mesmes B, D, egalement multipliées ausdits A & C, multipliées par mesme nombre.

Coroll. D'icy appert la verité de la raison conuerse : car si A, excede autant B, que C, excede D, il est euident que B, defaut autant à l'egard de A, que D, à l'egard de C, & l'euident seroit pareil, si A, & C, estoient prises egales ou moindres que B, & D.

PROPOSITION V.

.5. E 4 F 2 C 8 D 4 A 12 B 6

Si une grandeur A, est autant multiple d'une grandeur B, que la retranchée C, de la retranchée D, le reste E, sera autant multiple du reste F, que la toute A, de la toute B.

DEmonst. Soit A, double de B, & la partie ostée C, semblablement double de la partie ostée D, si le residu E, n'est pas double du residu F, toutes les parties du tout B, ne seront pas cõtenues en toutes les parties du tout A, ainsi que le tout dans le tout : donc il faut que le residu soit multiple du residu, comme la toute de la toute.

PROPOSITION VI.

G 2 H 3 G 8 H 12
E 10 F 15 E 4 F 6
A 12 B 18 A 12 B 18
C 2 D 3 C 2 D 3

Si deux grandeurs A, & B, sont equemultiples de deux grandeurs C, & D : Et les retranchées E F, sont equemultiples des mesmes C. D. les restes G. H. sont equemultiples des mesmes C. D. ou egales à icelles. Th. 6.

DEmonst. Les grandeurs C, & D, par l'hypotese sõt egalement contenuës en leurs toutes A, & B, & aussi en leurs parties E, & F : donc elles seront aussi egalement contenues en leurs restes G, & H, partant les restes sont egales aux equemultiples d'icelles grandeurs C, & D. a 5. 5.

PROPOSITION VI.

2	H	3	G	8	H	12	
10	F	15	E	4	F	6	
12	B	18	A	12	B	18	
[illegible]	D	3	C	2	D	3	

Si deux grandeurs A, & B, sont equemultiples de deux grandeurs C, & D: Et les retranchées E F, sont equemultiples des mesmes C. D. les restes G. H. sont equemultiples des mesmes C.D. ou egales à icelles. Th. 6.

Demonst. Les grandeurs C, & D, par l'hypotese sōt egalement contenuës en leurs toutes A, & B, & aussi en leurs parties E & F: a donc elles seront aussi egalement contenues en leurs restes G, & H, partant les restes sont egales aux equemultiples d'icelles grandeurs C, & D. a 5.5.

PROPOSITION V.

Th.5.

E	4	F	2
C	8	D	4
A	12	B	6

Si vne grandeur A, est autant multiple d'vne grandeur B, que la retranchée C, de la retranchée D, le reste E, sera autant multiple du reste E, que la toute A, de la toute B.

DEmonst. Soit A, double de B, & la partie ostée C, semblablement double de la partie ostée D, si le residu E, n'est pas double du residu F, toutes les parties du tout B, ne seront pas cõtenues en toutes les parties du tout A, ainsi que le tout dans le tout : donc il faut que le residu soit multiple du residu, comme la toute de la toute.

naniere appert que la multi-
le C seconde sera à la multi-
le A, comme la multiple de
esme C quatriesme, sera à la
iple de B, partant C, est à A,
me C à B.

OPOSITION VIII.

4
C
8

Des grandeurs inegales A,B, la plus grande A, a plus nde raison à vne mesme que la moindre B: & vne me C, a plus grande raison à la moindre B, que à la grande A. Th. 8.

Emonstr. Si A estoit egal à B, ou si A & B contenoient lement C, elles auroient mes- raison à C, & C, vne mesme

PROPOSITION VII

Th.7

24	24	8
A	B	C
12	12	4

*Les grandeurs e-
gales A.B, ont mes-
raison à vne m-
C, & vne mesme C, a mes-
me raison à grandeurs egales*

DEmonst. Conceuez la gran-
deur C, estre posée deu-
fois, & que A premier, soit à C
seconde, comme B troisiesme
C quatriesme, & prenez les e-
quemultiples de A premiere &
troisiesme, sçauoir 24 & 24. ite-
les equemultiples de C seconde
& de C quatriesme, sçauoir 8 &
a 6. Def.5 8. si [a] la multiple de A premie-
est moindre egal, ou plus gran-
de que la multiple de la second
C, aussi la multiple de la tiers
B, sera de mesme à la multipl-
de la quatriesme C, & partant A
sera à C, comme B à C. Par me-

ne maniere appert que la multiple de C seconde sera à la multiple de A, comme la multiple de la mesme C quatriesme, sera à la multiple de B, partant C, est à A, comme C à B.

PROPOSITION VIII.

6	8	4
A	B	C
	4	8

Des grandeurs inegales A, B, la plus grande A, a plus grande raison à vne mesme C, que la moindre B: & vne mesme C, a plus grande raison à la moindre B, que à la plus grande A. Th. 8.

DEmonstr. Si A estoit egal à B, ou si A & B contenoient egalement C, elles auroient mesme raison à C, & C, vne mesme

à A & B, par la preceden
mais A est posée plus gran
c'est à dire, qu'elle contient
autant de fois & plus, que
fait B : donc elle a plus gran
raison à C, & par le contrai
puis que C, est plus conte
en A qu'en *B*, il faut que C a
moindre raison à A, que no
pas à *B*.

PROPOSITION IX.

B C *Les grandeurs* A, *Th.9.*
15 4 B. *qui ont mesme rai-*
à vne mesme C, *sont ega-*
entr'elles, & celles auf-
elles vne mesme C *a mesme*
ison sont egales.

Ar si A, est plus grande que B: donc il y aura plus gran- raison de la plus grande A, à que de la moindre B, à la mes- e C, & aussi plus grande raison C, à B, que A. Ce qui est con- e l'hypothese.

PROPOSITION X.

Th. 10. 16 8 4 *Des grandeurs A*
A B C B, *qui ont raison*
vne mesme C, *celle* A, *qui*
plus grande raison est pl
grande & celle B, *à laquel*
vne mesme à plus grande rai
son c'est la plus petite.

CAr si B estoit plus grande, o
egale à A, A & B, auroien
mesme raison à C, ou B, l'auroi
plus grande contre l'hypothes
si C, a plus grande raison à A
qu'à B, A, est moindre que B, o
que l'vne & l'autre. Ce qui e
absurde.

PROPOSITION XI.

Th.11

27	18	16
36 I	24 H	48
18	12	24
9 E	6 C	12
6 F	4 D	8
24.	16.	32
36.M.	24.L.	48
12	8	16

Les raisons qui sont de mesme à vne sont de mesme entr'elles.

SOient les raisons A, à B, & C, à D, mesmes que celle de E, F, il s'ensuit que A, à B, & C, D, seront de mesme entr'elles: ar par la 6. defin. de ce liure, si n prend à toutes les antecedẽtes ,C, E, des equemultiples G, H, , & aux consequentes B, D, F, les quemultiples K, L, M, il arriuera ousiours qu'elles defaudront enmble, seront egales ou plus randes, comme appert en l'ecmple proposé.

PROPOSITION XII.

Th. 12.

4	2	6	3
A	B	C	D
	10	5	
A	C	B	D

S'il y a tant de grandeurs proportionnelles qu'on voudra AB, CD. comme l'une des antecedentes sera à l'une des consequentes, ainsi toutes les antecedentes seront à toutes les consequentes.

CE qui se demonstre en la premiere proposition de la proportion multiple se demonstre icy de toute proportion mesme de l'irrationelle, par la mesme premiere, & par la 6. definition, si on prend des equemultiples des antecedentes & consequentes, & la raison generale est que puis que le tout n'est autre chose que toutes les parties telle que sera la raison de A, à B, & C, à D, la mesme sera de A, & C, ensemble à B, & D, ensemble.

PRO

3	8	12
9	9	9
8	6	4
B	C	D

partant D, est moindre que B.

c 10.5

Soit A, egale à C: doncques d A, sera à B, comme C, à B, & estant que C, à D, & C, à B, sont raisons egales à la raison de A, e les raisons de C, à D, & C, seront mesmes entr'elles. d 7.5 e 9.5

Soit A, moindre que C, f la raison de C, à B, sera plus grande que celle de A, à B, & veu que la raison de C, premiere à D, seconde est plus grande que celle g C cinquiesme, à B, sixiesme, sera moindre que D. f 13.5 g 10.5

DEmonstr. Se... de que C... de A, à B, est plus... C, à B, derechef C... me A, à B, & la ra... B, est plus grande que... donc la raison de C,... D, seconde, est plus... de C, cinquiesme à B...

PROPOSIT. XV.

A 5 B 7
C 25 D 35

Th. 13. *Les parties so[nt] entr'elles, comme leurs equemultiples, si on les prend comme elles s'entre[r]espondent.*

SOit A, partie de C. & B de D. C. contient A. autant de fois que D. contient B; veu donc que comme l'vne des antece[den]tes A, est à l'vne des conseq[uen]tes B, & ainsi toutes les ante[ce]dentes C, à toutes les conseq[uen]tes D. C est à D. comme A à

PROPOSIT. XVI.

A E 8 B F 10
C 4 D 4

Th. 16 *Si quatre grādeurs sōt proportionelles, elles seront aussi alternatiuement proportionnelles.*

C'est à dire que si A, est à C, comme B, à D, en changeant A, sera à B, comme C, à D.

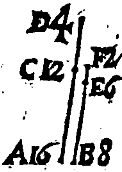
Demonst. Supposons que A. contienne C, deux fois, ainsi que B contient D, si on mipartit A. en E, & B, en F, E sera egale à C, & F egale à D; mais comme E à F, [a] ainsi le double A, au double B: donc comme le double A est au double B, ainsi C, egal à E, est à D, egal à F. a 12. 5

2	3	8	12	partant D, est moin-
9	9	9	9	dre que B. c 10.5
12	8	6	4	Soit A, egale à C: d 7.5
A	B	C	D	doncques d A, sera à

B, comme C, à B, & dautant que C, à D, & C, à B, sont raisons egales à la raison de A, à B, e les raisons de C, à *D*, & C, à *B*, seront mesmes entr'elles. e 9.5

Soit A, moindre que C, f la raison de C, à B, sera plus grande que celle de A, à B, & veu que la raison de C, premiere à D, seconde est plus grande que celle de C cinquiesme, à B, sixiesme, g B, sera moindre que D. f 13.5 g 10.5

PROPOSITION X[VII]



Fb. 17

Si les [grandeurs] composées sont [pro]portionnelles, icelles diu[isées] seront aussi [pro]portionnelles.

C'Est à dire que si A, com[posée] de C. D est à sa par[tie] D. comme B. composé de [E.] F. à sa partie F, il sera comme [C.] à D. ainsi E. à F.

Demonst. A DBF. sont q[uatre] proportionnelles par l'hyp[othe]se: doncques A. contient D. [com]me B contient F. posons [que] chacun contient sa partie [ ] fois, il s'ensuit que si les mes[mes] sont ostées chacunes de le[urs] toutes, elles seront semblab[le]ment contenues en leurs resid[us] AC. BE donc comme AC. à C[D] ainsi BE. à EF.

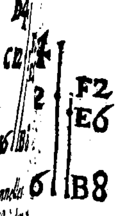
PROPOSIT. XVIII.

Si les grandeurs diuisées sont proportionnelles, icelles composées seront aussi proportionnelles.

SOit comme DC. à CA. ainsi FE. à EB. AD sera à DC. comme BF à EF.

Demonst. par l'hypothese les toutes AC, BE. cõtiennent semblablement les parties DC. FE. donc si celles-cy sont adioustées à celles-là, les toutes AD. BE. contiendront encores semblablement leurs parties DC. FE.

PROPOSIT. XVIII.



Si les grandeurs diuisées sont proportionnelles, icelles composées seront aussi proportionnelles.

Soit comme DC. à CA. ainsi FE à EB. AD sera à DC. comme BF à EF.

Demonst. par l'hypothese les parties AC. BE. cõtiennent semblablement les parties DC. FE. Donc si celles-cy sont adionstées à celles là, les toutes AD. BE. contiendront encores semblablement leurs parties DC. FE.

PROPOSITION XVI

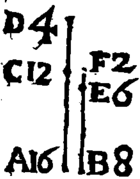
Th.17

Si les gran deurs compo sées sont pro portionnelles, icelles diuisées, seront aussi pro portionnelles.

C'Est à dire que si A, composée de C. D est à sa par tie D. comme B. composée de E. F. a sa partie F, il sera comme C. à D. ainsi E. à F.

Demonst. A D B F. sont quat proportionnelles par l'hypothe se: doncques A contient D. com me B contient F. posons qu chacun contient sa partie quatre fois, il s'ensuit que si les mesme sont ostées chacunes de leurs toutes, elles seront semblable ment contenues en leurs residu AC. BE donc comme AC. à CD. ainsi BE. à EF.

PROPOSIT. XVIII.



Si les grandeurs diuisées sont proportiõnelles, icelles composées seront aussi proportionnelles.

Soit comme DC. à CA. ainsi FE à EB. AD sera à DC. comme BF à EF.

Demonst. par l'hypothese les parties AC. BE. cõtiennent semblablement les parties DC. FE. donc si celles-cy sont adioustées à celles-là, les toutes AD. BF. contiendront encores semblablement leurs parties DC. FE.

PROPOSITION XIX

Th.39.

Si comme un tou[t] *A est au tout* [B] *ainsi le retranch[é]* CD. *au retranch[é]* EF. *le reste* C[A] *sera au reste* EB *comme le tou[t]* AD. *au tout* BF.

DEmonst. AD. BF. CD. EF. sont quatre proportionnel-les par l'hypothese : [a] donc com-me FB à FE. ainsi AD à CD: dõ[c] [b] comme FE. à EB. ainsi DC. à CA. partant comme FE. à DC ainsi BE à AC. c'est à dire com-me la toute AD. à la toute BF. veu que l'on a posé AD, à BF comme CD. à EF.

a 16. 5.
b 17. 5

Plus brieuement on peut dir[e] qu'autrement toutes les partie[s] seroient plus grandes au respe[ct] de toutes les parties, que le tou[t] n'est au tout.

PRO-

PROPOSITION XX.

12	9	6
A	B	C
8	6	4
D	E	F

S'il y a trois grandeurs A.B.C. *& autant d'autres, sçauoir* D.E.F. *lesquelles prises de deux en deux, soient en mesme raison (sçauoir comme* A *à* B. *ainsi* D *à* E. *& cōme* B *à* C, *ainsi* E *à* F.) *& qu'en raison egale, la premiere* A, *soit plus grande que la troisiesme* C. *la quatriesme* D, *sera aussi plus grande que la sixiesme* F. *& si egale, egale, si plus petite, plus petite.* *Th.20.*

DEmonst. Soit A plus grande que C: a donc il y aura plus grande raison de A à B, que de C a 8.5.

à B. mais comme A à B. ainsi D à E. & comme B à C. ainsi E à F: donc par conuersion, ou en rebroussant, comme C à B. ainsi F
b 13. 5 à E. b parquoy D a plus grande raison à E. que *F* à E. & partant
c 10. 5 c D est plus grande que F. on conclura semblablement si on pose A egal à C, ou moindre, & qu'il y ait tant de grandeurs *qu'on* voudra d'vn costé, & autant d'autres en multitude, on fera tousiours la mesme demonstration.

PROPOSITION XXI.

Th. 21.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

S'il y a trois grandeurs d'vn costé A.B.C. *& autãt de l'autre en multitude* D.E.F. *lesquelles prises de deux en deux soient en mesme raison, & que leur proportion soit troublée (c'est à dire que comme* A *à* B. *ainsi* E *à* F. *& comme* B *à* C. *ainsi* D *à* E.) *en raison egale si la premiere* A *est plus grande que la troisiesme* C. *aussi la quatriesme* D. *sera plus grande que la sixiesme* F. *& si egale, egale, si plus petite plus petite.*

DEmonstr. Soit A plus grande que C. donc [a] A aura plus grande raison à B, que C à B. mais comme A à B, ainsi E à F: donc [b] il y a plus grande raison de E à F. que de C à B. & parce que comme B à C. ainsi D à E. donc au rebours, comme C à B. ainsi E à D. partant il y a plus grande raison de E à F, que de E à D, & par consequent D est plus grande que F. le mesme se demonstrera, si A est posée moindre ou egale.

a 8.5.

b 13.5

PROPOSITION XXII.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra d'vn costé A.B. C, *& autant de l'autre en multitude* D.E.F. *lesquelles prises de deux en deux soient en mesme raison (c'est à dire comme* A *à* B. *ainsi* D *à* E. *& comme* B *à* C. *ainsi* E *à* F.) *aussi en raison egale, elles seront en mesme raison; c'est à dire* A *sera à* C, *comme* D *à* F. Th. 22.

DEmonstr. Soient prises G. H.I. equemultiples de A. B. C. & L.M.N. equemultiples de

D.E.F. veu que les ſimples grandeurs ſont en meſme raiſon, ſçauoir A, à B, comme D à E, & B
a 15.5. à C. comme E à F. leurs [a] equemultiples ſeront auſſi ſçauoir G à H, & H à I. comme L à M. &
b 20.5. M à N. Partant [b] ſi tant de grandeurs, qu'on voudra, & autant d'autres ſont priſes deux à *deux* en meſme raiſon deſquel*les les* premieres en chaque ordre excedent la derniere, ou luy ſoient egales ou moindres enſemblement leurs ſimples A à C, ſeront comme D à F.

PROPOSIT. XXIII.

18 12 4 *S'il y a trois grãdeurs* *Th. 23.*
A B C *d'vn costé* A.B.C. *& au-*
27 9 6 *tant de l'autre en mul-*
D E F *titude* D.E F. *lesquelles prises de deux en deux soient en mesme raison, & que leur raison soit troublée (sçauoir* A *à* B, *comme* E *à* F, *&* B *à* C, *comme* D *à* E, *) aussi en raison egale, elles seront en mesme raison; c'est à dire* A *à* C, *comme* D *à* F.

DEmonst. Si A est plus grande, egale ou moindre que C, D sera pareillement [a] plus grande, egale ou moindre que E, C, & [b] il sera de mesme des equemultiples: donc [c] en raison egale, [d] il y aura mesme raison de A à C, que de D à F.

a 21. 5.
b 15. 5.
c 17. def.
d 6. def.

PROPOSIT. XXIV.

Fi.24.

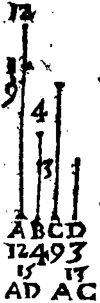
4	2	6
A	B	C
8	10	15
D	E	F
14	21	
G	H	

Si la premiere A *est à la seconde* B, *comme la troisiesme* C *à la quatriesme* D, *& la cinquiesme* E *à la seconde* B, *comme la sixiesme* F *à la quatriesme* D, *aussi* G *la composée de la premiere & cinquiesme, sera à la seconde* B, *comme* H *composée de la troisiesme & sixiesme, sera à la quatriesme.*

Demonst. Par l'hypothese B est telle partie de chacune A & E, que D l'est de chacune C, & F: donc [a] B, sera telle partie des composées A & E en G, que D l'est des composées C & F en H.

a 18.5.

PROPOSIT. XXV.



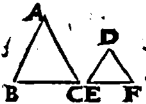
Si quatre grandeurs ABCD. *sont proportionnelles la plus grãde & la plus petite ensemble sont plus grandes que les deux autres.* *Th. 25*

DEmonst. Par l'hypothese, comme A à B, ainsi C à D, soit A plus grande, & d'icelle soit prise A 9. egale à C, & à B. soit prise B 3. egale à la plus petite D: donc comme la totale A 12. à la partiale A 9, ainsi la totale B 4. à la partiale B 3. & le re-

ſte 9. 12. c'eſt à dire 3. eſt au re-
ſte 3. 4. c'eſt à dire 1. comme A
12. à B 4. doncques 3. ſera plus
grande que 1. or de 3. oſtez en 9.
1. c'eſt à dire 1. egale à 3. 4. ſça-
uoir 1. il s'enſuit que A 1. ſçauoir
10. contient les grandeurs C 9. &
34. c'eſt à dire 1 donc A 1. & D,
ſçauoir 13. ſont egales aux gran-
deurs C 9. & B 4. donc ſi on ad-
iouſte 1. 12. ſçauoir 2. la gran-
deur A 12. & D. 3. ſçauoir 15. ſe-
ront plus grande que B 4. & C
9. ſçauoir 13.

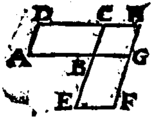
LIVRE SIXIESME DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.



1. *Semblables figures rectilignes, sont celles qui ont les angles egaux, vn chacun au sien, & aussi les costez à l'entour des angles egaux proportionnaux.*

DEux conditions sont requises aux figures semblables, l'vne que les angles soiét egaux, chacun au sien, comme icy A. B. à E. C à F. l'autre que les co[…] à l'entour des angles egaux so[…] proportionnaux; c'est à dire, […] comme BA, à AC, ainsi ED, […] à DF. Que si l'vne de ces d[…] choses manque, les figures […] seront pas semblables, ainsi […] quarré & le plus long d'vn co[…] ne sont pas figures *semblables*.

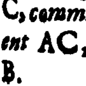


2. *Les figur[…] reciproques […] celles qui o[…] les termes an[…] cedens & co[…] sequents des raisons en l'v[…] & l'autre figure.*

CEla paroist principalemen[…] és parallelogrammes, & […] triangles: car si AB. est à B[…] comme BE, à BC. les figures […] sont reciproques, dautant qu'[…]

n & en l'autre parallelogram- : se trouue l'antecedent & nsequent des raisons diuer- .

3. *Vne ligne droicte* A B. *est dite estre couppée en la moyenne & ex- eme raison, quand la toute* B, *est au plus grand segment* C, *comme le plus grand seg- ent* AC, *est au moindre* B.



4. *La hauteur de quelconque figure est la ligne perpen- diculaire* AD, *me- née du sommet sur base* CB.

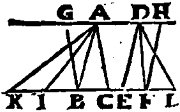
5. *Vne raison est dite com- sée de raisons, quand les*

quantitez des raisons multi-pliées entr'elles, font quelq raison.

La quantité d'vne raison e celle qui denomme combi l'vn des termes contient l'autr comme si l'vn contient l'aut deux fois, deux est la quanti de la raison, si deux tiers d fois $\frac{2}{3}$ fera la quantité de l raison proposée. Que si on veu adiouster la raison double, o de 2. à 1. auec celle de 2. à 3. i faut multiplier leurs quantite ou denominateurs; sçauoir 2. o $\frac{2}{1}$ par $\frac{2}{3}$ le produit est $\frac{4}{3}$ ainsi l raison double 2. auec la triple font raison sextuple; ce qui p roist encor en mettant des gran deurs de suite selon les rais proposées 12. 6. 2. 12. est à 6 raison double 6. à 2. en rai triple, la composée est la rai de 12. à 2. qui est la raison

ıple, par ainsi pour auoir la rai-
›n composée nõ equemultipliée,
:s quantitez ou denominateurs
es raisons entr'eux.

PROPOSITION I.



Les triã-gles AB C, DEF, *& les pa-rallelogrammes* CG. DF. *de mesme hauteur* GH, BF, *sont entr'eux comme leurs bases* BC. EF. *Th. 1.*

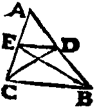
C'Est à dire qu'ils ont mesme raison entr'eux que leurs bases.

Demonst. Les triangles de mesme hauteur, peuuent estre mis entre mesmes paralleles, *a def. 4.*

[b] & lors ceux qui auront ba-
b 36.1. ses egales , seronteganx ; qui
plus grands plus grands , qui
c 15.5. moindres moindres, [c] il sera le
mesme de leurs equemultiples,
par consequent les triangles se-
ront entr'eux comme leurs ba-
ses, on dira le mesme des pa-
d 34.1. rallelogrammes, [d] puis qu'ils sont
doubles des triangles.

PRO

PROPOSITION II.

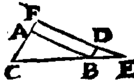


Si on mene vne parallele ED. *à vn costé* CB. *de quelque triangle* ABC. *icelle couppera les costez* AC. AB. *du triangle proportionnellement, & si les costez du triangle sont couppez proportionnellement, la droicte* DE, *menée par les sections sera parallele à* CB. *l'autre costé du triangle.* Th.2.

DEmonstr. Apres auoir mené les droictes EB, DC, les triangles EDC. EDB. sur mesme base ED. & entre mesmes paralleles ED.CB. seront egaux,[h] partant comme AED. à ECD. ainsi 37 .1 h 1.6.

quelle CA estant prolongé
b 17.6. [b] rēcontre en E, lors l'angle EBA
29.1. [c] sera egal à son alterne BAD, &
c 29.1. E à l'externe DAC. partant veu
que les angles BAD. CAD. sont
posez egaux les angles EBA, &
d 6.1.b E, seront egaux, [d] & les droites
BA, AE, egales : donc au triangle EBC, les droictes DA, *BE*,
estant paralleles, cōme EA, c'est
à dire BA. à AC ainsi BD. sera à
DC. soit derechef comme BA, à
e 2.6. AC, [e] ainsi BD. à DC. & comme
f 2.6. BD, à DC, ainsi [f] EA à AC : donc
g 11.5 comme BA à AC. [g] ainsi EA est
h 9.5. à AC. & partant BA, & AE sont
i 5.1. egales, & aussi les angles ABE,
& E, veu donc que ABE, est egal
à l'alterne BAD, & E, à l'externe
DAC. les angles BAD. DAC.
seront egaux.

PROPOSITIO IV.

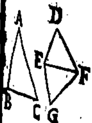


Les triangles Th. 4.
equiangles AC B. DBE. *ont leurs costez proportionnaux; (sçauoir* AC *à* CB. *comme* DB *à* BE *) les prenant au tour des angles egaux* C *&* B, *& les costez* BA, ED. *qui soustendent lesdits angles egaux* C *&* B, *sont homologues ou de mesme raison,*

DEmonst. Mettez CB,BE,en ligne droicte, que l'angle externe DBE, soit egal à l'interne C. lors les droictes DB, & AC. [a] seront paralleles: & semblablement ED. BA. à cause que les angles E. & ABC. sont egaux, a 28. 1

& dautant que les angles AC
b 29. 1. ABC. b c'est à dire DEB. c
c 17. 1. moindres que deux droicts,
prolonge ED. CA. ils conv
d ax. 11 dront d quelque part, & D
e 34. 1. e sera vn parallelogramme,
donc qu'au triangle, FCE,
droictes DB. FC. sont parallel
f comme ED sera à DF. ou BA.
f 2.6. ainsi EB. à BC. & parce que BA,
FE, sont paralleles, CB sera
BE, comme CA, à AF, ou BD,
& comme CA, à AF, ou BD, à
si FD, ou AB. à DE.

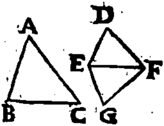
PROPOSITION V.



Si deux triangles A BC. DEF. ont leurs costez proportionnaux; sçauoir AB. C. à DE. EF. ils seront equiangles & auront les angles D, A. E, B. C, F. egaux, sous lesquels les costez homologues sont soustendus. Th. 5.

Demonstr. Sur la droicte EF, au poinct E, soit a fait l'angle FEG. egal à l'angle B, & au a 23. 1.
poinct F, vn autre angle egal
l'angle C, & consequemment
l'angle G egal à l'angle A, & b 32. 1.
les triangles ABC, EFG, equian-

PROPOSITION V.



Si deux triangles A BC. DEF. ont leurs costez proportionnaux ; sçauoir AB. BC. *à* DE. EF. *ils seront equiangles & auront les angles* D,A. E,B. C,F. *egaux, sous lesquels les costez homologues sont soustendus.* Th.5.

DEmonstr. Sur la droicte EF, au poinct E, soit [a] fait l'angle FEG. egal à l'angle B, & au poinct F, vn autre angle egal à l'angle C, & consequemment l'angle G egal à l'angle A, & les triangles ABC, EFG, equian- a 23.1. b 32. 1

gles, lors les costez à l'en
e 4.6 des angles egaux A, & G.
ront proportionnaux; sça
AB, à AC comme GE, à GF
AB. à BC. comme GE. à E
& AC. à CB comme GF. à F
Mais les costez du triangle
F. sont en mesme raison par l'hy
d 9.5. pothese, d partant, DE sera eg
e 8.1. à EG, & DF, à FG, & e le trian
f ax.1 gle DEF, au triangle EFG, &
f consequemment DEF. equian
gle à ABC.

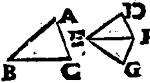
PR

PROPOSITION VI.

Si deux triangles ABC. DEF. ont un angle egal A. D. & les costez à l'entour d'iceluy proportionnaux (comme BA, à AC, ainsi ED, à DF.) ils seront equiangles, & auront les angles B E, C. F. egaux sous lesquelles les costez de mesme raison BA. ED. AC. DF. sont soustenus. Th. 8.

DEmonst. Ioignans la droicte EF. faites les angles FE, G. EFG. egaux aux angles B. C. l'angle G. sera egal à A. & à

PROPOSITION VI.

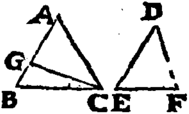


Si deux trian- Th:8;
gles ABC. DEF. *ont vn angle egal* A. D. *& les costez à l'entour d'iceluy proportionnaux (comme* BA, *à* AC. *ainsi* ED, *à* DF.) *ils seront equiangles, & auront les angles* BE, C. F. *egaux sous lesquelles les costez de mesme raison* BA. ED. AC. DF. *sont soustendus.*

DEmonst. Ioignans la droicte EF. faites les angles FEG. EFG. egaux aux angles *B.* C. l'angle G. sera egal à A. & à cause que ABC, GEF, seront equiangles a AB, sera à AC, comme GE. à GF. mais comme AB, à AC. ainsi aussi DE. à DF, b par consequent les costez DE. DF. sont egaux aux costez GE, GF, & parce que la base EF. est commune c EFD. EFG. sont equiangles, & partant d ABC. DEF. seront aussi equiangles.

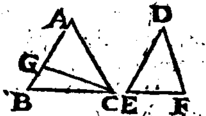
a 4.6.
b 11. & 9.5.
c 8.1.
d ax. 1.

PROPOSITION VII.



Si deux triangles ABC. DEF. *ont vn angle* A, *egal à vn angle* D, *& les costez à l'entour des autres angles proportionnaux,* (*comme* AC à CB. *ainsi* DF. *à* FE. *& l'vn & l'autre d'iceux angles, restans moindre ou non moindre qu'vn droict; les triangles seront equiangles, & auront les angles egaux* ACB. DFE. *à l'entour desquels les costez sont proportionnaux.* Th.7.

DEmonst. Car soient B. & E. chacun moindre qu'vn droict, lors si les angles ACB, & F. ne sont egaux, soit ACB. le



plus grãd, & que AC G soit egal à F, l'angle A est supposé egal à l'angle D, &
a 32.1 partant [a] le restant AGC est egal au restant E, & par consequent les triangles AGC, DEF seront
b 4.6. equiangles: [b] donc comme AC, à CG, ainsi DF. à FE; mais cõme DF, à FE, ainsi AC, à CB, par
c 11.5. l'hypothese: [c] dõc cõme AC. à C
d 9.5. G ainsi AC, à CB, parquoy [d] CG
e 5.1. est egal à CB. [e] & l'angle CBG, egal à l'angle CGB, veu donc que l'angle B est moindre qu'vn droict CGB. sera aussi moindre
f 13.1. qu'vn droit, & [f] AGC. plus grand qu'vn droict; mais on a monstré AGC estre egal à l'angle E: donc l'angle E est plus grand qu'vn droict contre l'hypothese.

Maintenant soit l'angle B, comme aussi l'angle E, non moindre qu'vn droict, on demonstrera comme dessus les droictes CB, CG, estre egales, g & g consequemment les angles CBG. CGB. egaux & non moindres que deux droicts. h Ce qui est absurde : donc les angles AC B, & F ne sont pas inegaux; mais egaux, & i consequemment les autres angles B & E egaux. Ce qu'il falloit demonstrer.

g 5.1.

h 17.1

i 32.1

PROPOSITION VIII.

Si au triangle rectangle ABC. *l'on mene de l'angle droict* A, *sur la base vne perpendicule* AD. *les triangles* ADC. ADB. *qui seront faits par la perpendicule, seront semblables entr'eux, & au total* ABC.

Th. 8.

DEmonstr. Aux triangles A BC, BAD, les angles BAC, ADB, sont droicts, & l'angle B

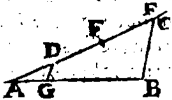
a 32. 1. commun: donc [a] les autres ACB,
b 1. def. BAD. sont egaux, [b] partant les triangles ABC, ADB, sont semblables, on monstrera semblablement le triangle ADC, estre semblable au triangle ABC, & au triangle ADB.

Coroll. La perpendiculaire tombant de l'angle droict sur la base est moienne proportionnelle entre les deux segments de la base.

c 4. 6. Car [c] comme BD à DA, ainsi DA à DC, & parler ainsi, c'est dire que DA est moyenne proportionnelle entre les deux segments de la base.

Coroll. 2. D'où paroist encores que l'vn des costez à l'entour de l'angle droict, n'importe lequel est moyen proportionnel entre toute la base & le segment d'icelle, adiacent audit costé: CB; est à BA, comme BA à BD, & aussi BC à CA, comme CA, à CD.

PROPOSITION IX.



D'vne ligne droicte donnée AB, retrancher la partie demandée, si vous voulez la troisiesme AG. Prob. 2.

PRatique. De A, menez la droicte AC, qui fait vn angle à discretion B C, & de AC soit prise quelque partie AD, & y adioustez deux autres egales à icelle DE, EF, ioignez F , à laquelle de D, menez la parallele DG, AG sera la troisiesme partie demandée.

Demonst. Au triangle AFB, la droicte GD est parallele au costé BF: donc a comme F) à DA, a 2.6. ainsi BG, à GA, & en composant b comme FA, à DA, ainsi BA, à GA. mais AD est la troisiesme partie de AF. donc AGest la troisiesme partie de AB.

PROPOSITION X.

Prob. 2.

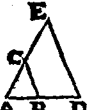
Vne ligne droicte non couppée AB, estant donnée, la coupper semblablement à vne autre donnée AC, & coupée en D. & E.

PRat. Les lignes données fassent l'angle BAC, & soient ioinctes par la droicte BC, & de D, & E soient tirées DF, EG, paralleles à CB, on aura le requis.

Demonst. Au triangle ABC, les droictes DF, EG, sont parallalleles au costé BC. a donc comme AD. à DE, ainsi AF, à FG. partant les parties AF. FG. sont proportionnelles aux parties AD. DE. maintenant si on mene DH parallele à BA, DE sera à EC, comme DI. à IH, c'est à dire comme FG, à GB, par consequét les parties FG, GB, sont proportionnelles aux parties DE, EC.

a 2. 6.

PROPOSITION XI.



Prob. 5.

Deux lignes droictes AB, AC, *estant données, trouuer la troisiesme proportionnelle* CE.

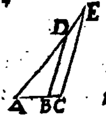
PRat. Des données AB, AC, faites l'angle BAC, & les ioignez toutes deux par la droicte CB, prolongez les costez AB, AC, prenez BD, egale à AC, menez DE parallele à BC, CE sera la troisiesme proportionnelle requise.

Demonst. Les droictes BC, DE sont paralleles: [a] donc comme AB, à BD, ainsi AC. à CE. Mais BD. est egale à AC. [b] donc comme AB, à AC, ainsi BD, c'est à dire AC. à CE, & cela est dire que CE est troisiesme proportionnelle.

a 2. 6
b 7. 5.

PROPOSITION XI

Prob. 4



Trois lignes d[…] ctes estans don[…] AB, BC, A[…] trouuer la q[…] trieme propor[…] nelle DE.

PRat. Posez deux des li[…] nées AB, BC en droite li[…] gne ABC, & de celle qui […] AD, & de la totale AC, f[…] vn angle DAC, ioignez la d[…] cte BD, & à icelle faites la [pa-] rallele CE, DE sera la quatr[…] me proportionnelle.

Demonst. CE. BD, sont pa[ral-] a 2. 6. leles : [a] donc comme AB. à B[…] ainsi AD, à DE. partant DE[…] la quatriesme proportionnelle.

PROPOSITION. XIII.

Deux lignes droictes estans données AB. BC trouuer la moyenne proportionnelle. Prob. 5.

PRat. Mettez AB, BC, en vne droicte ABC, & sur AC, faites le demi-cercle ADC, de B, esleuez la perpendicule BD, iusques à l'arc du demi-cercle, elle sera la requise.

Demonstrat. Ayant mené les droites AD. CD. [a] l'angle ADC, a 31. 3. est droit, & la perpendicule DB, fait deux triangles [b] semblables b 8. 6. entr'eux, & au total ADC. donc c 4. 6. [c] comme AB, à BD, ainsi BD, à BC, partant BD est moyenne proportionnelle entre AB, BC.

PROPOSITION. XIII.

Deux lignes droictes estans données AB. BC *trouuer la moyenne proportionnelle.* Prob. 5.

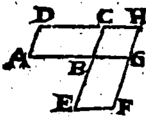
PRat. Mettez AB, BC, en vne droicte ABC, & sur AC, faictes le demi-cercle ADC, de B, tirez la perpendicule BD, iusques à l'arc du demi-cercle, elle sera la requise.

Demonstrat. Ayant mené les droites AD. CD. a l'angle ADC, est droit, & la perpendicule DB, fait deux triangles b semblables entr'eux, & au total ADC. donc c comme AB, à BD, ainsi BD, à BC, partant BD est moyenne proportionnelle entre AB, BC.

a 31. 3.
b 8. 6.
c 4. 6.

PROPOSIT. XIV.

Th. 9.



Les paralle-logrammes e-gaux DB, BF *qui ont vn an-gle* ABC. *eg-à vn angle* EBG. *ont les co-ftez au tour des angles egaux, reciproques.* AB. *à* BG *com-me* EB *à* BC. *Et les paralle-logrammes ayant vn angle egal à vn angle, & les coftez à l'entour des angles egaux reciproques sont egaux.*

DEmonftr. 1. Ioignez les pa-rallelogrammes par leurs angles egaux au poinct B, de sorte que AB, & BG, faffent vne ligne droicte, a & par confe-

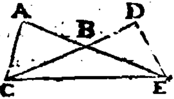
a 14. & 15. 1.

nent CB, BE, vne autre droite, aracheuez le parallelogramme H, [b] comme FB sera à BH, ainsi DB, à BH. mais comme FB, à B H. [c] ainsi EB, à BC, & comme D B à BH, ainsi AB, à BG: donc comme CB, à BE, ainsi AB, à BG. b 7.5. c 1.6. d 11.5.

Demonst. 2. Par l'hypothese EB, est à BC, comme AB, à BG: donc [e] FB, à BH, comme DB, à BH, [f] partant les parallelogrammes sont egaux. e 1.6. f 9.5

PROPOSITION XV.

74.10



Les triangles egaux ABC DBE qui ont vn angle B, egal à vn angle B, ont leurs costez à l'entour des angles egaux B, reciproques. BA, à BE, comme DB, à BC, & les triangles qui ont vn angle egal à vn angle, & les costez à l'entour d'iceux reciproques sont egaux.

DEmonst. Ioignez les triangles par leurs angles egaux au poinct B, que AB & BE, soient en ligne droicte, & semblablement CB, BD. puis menez CE.
a 7.5. ᵃ comme ABC sera à BCE, ainsi DBE à BCE, cõme ABC, à BCE, ainsi AB, à BE. & comme DBE, à BCE, ᵇ ainsi BD à BC, partant
b 1.6 AB est à BE, comme BD à BC.

On demonstrera semblable-
ıent ABC & DBE, estre egaux,
AB, est à BE, comme DB à BC.
ar puis que comme AB à BE,
insi ABC, à BCE, & comme D
ȝ à BC, ainsi DBE, à BCE, c il
'ensuit que les triangles ABC
)BE sont egaux.

ꝛROPOSIT. XVI.

Si quatre lignes *Th. 11.*
A F. E. B. sont proportionnelles : le rectangle compris sous les extre-mes AB, BC, est egal à celuy con-tenu sous les moyennes EF. FG. ... si le rectangle compris sous les extrêmes AB, BC, est egal à celuy compris sous les moyennes EF, FG. les quatre lignes sont propor-tionnelles.

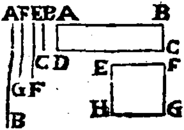
DEmonst. 1. Les angles droits
BI, sont egaux, & comme

AB, à IG, ainsi EI à BC, partant
les costez autour des angles
egaux B & I, sont reciproques
a 14. 6 b par consequent les parallelo-
grammes sont egaux.

Demonst. 2. Les rectangles
AC, EG sont egaux, & ont les an-
gles B, & I, egaux sçauoir droits
b 14. 6. b partant les costez à l'entour
desdits angles seront *recipro-*
ques.

PROPOSITION XVII.

Tb.12



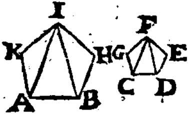
Si trois lignes droites A.F B. *sōt proportionnelles, le reɛtāgle* AC. *compris sous les extremes* AB. BC *est egal au quarré* EG, *décrit de la moyenne* F. *& si le reɛtangle* AC, *compris sous les extremes* AB, BC, *est egal au quarré* EG. *décrit de la moyenne* F, *les trois lignes sont proportionnelles.*

DEmonst. 1. Prenez la droite EF, egale à FG, les quatre A. F. E. B seront proportionnelles, & le quarré EG sera compris sous les moyennes EF. FG. partant a 16.6. [a] le rectangle AC sera egal au quarré EG.

Demonst. 2. Le quarré EG de la moyenne EF, est vn parallelogramme egal au rectangle AC, compris sous les extremes AB BC. & ont angles egaux, partant b 14.6. [b] les costez au tour d'iceux seront reciproques.

PROPOSIT. XVIII.

Prob. 6.



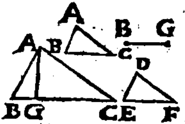
Sur vne droite donnée AB *décrire vn rectiligne* ABHIK, *semblable & semblablement posé à vn rectiligne donné* CDEFG.

SOit le rectiligne donné resolu en triangles par les droites a 23.1. CF. DF. au poinct A. [a] soit fait l'angle IAB, egal à FCD. & IBA.

egal à l'angle FDC, & b conſequemment le troiſieſme au troiſieſme; par ainſi les triangles FDC. IBA ſeront equiangles & ſemblables, & c comme CF à AI, ainſi CD à AB, faites ſemblablement ſur AI le triangle IKA. equiangle au triangle FGC. & parce que les angles BAI. IAK. ſont egaux aux angles DCF, FCG. les toutes KAB. GCD, ſeront egaux, & les coſtez proportionnaux : par ſemblable repetition on acheuera tous les triangles ſuiuant leur ordre, d & ainſi tout le rectiligne ſera ſemblable a tout le rectiligne, & ſemblablement décrit ſur la donnée AB, b 32.1. c 4.6 d 2.6.

PROPOSITION XIX

Th.13



Semblables triangles A BC. DEF. sont entr'eux en raison doublée de leurs costez homologues.

QVand les triangles sont egaux c'est à dire, quād BC, EF, & la troisiesme proportionnelle BG, sont egales, la chose est euidente.

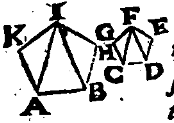
Mais quand les costez BC, EF sont inegaux, soit BC le plus grand, & d'iceluy a retranchez a 11. 6. vne troisiesme proportionnelle BG, puis menez AG, dautant que les angles B. E sont egaux, à cause des triangles semblables, comme AB sera à BC, ainsi DE à

EF, & en changeant comme AB à DE, ainsi BC à EF, c'est à dire EF à BG, & les costez à l'entour des angles egaux B. E seront reciproques & proportionnaux; parquoy [b] les triangles ABG. DEF, seront egaux, & [c] cõme le triangle ABC, au triangle ABG. ainsi le triangle ABC. au triangle DEF, & comme ABC. à ABG. [d] ainsi BC à BG. donc ABC. sera à DEF, comme BC à BG.

[b] 14.6
[c] 7.5
[d] 1 6

Coroll. Si trois lignes sont proportionnelles, comme la premiere à la troisiesme, ainsi le triangle sur la premiere au triangle semblable construit sur la seconde.

PROPOSITION XX.

Th.14. 

Les Poligones semblables se diuisent en triangles semblables egaux en nombre & proportionnaux à leurs toutes, & les poligones sont entr'eux en raison doublée de leurs costez de mesme raison.

SOient les poligones semblables ABHIK, CDEFG. ayans angles egaux KG, IF, &c. comme aussi les costez autour des angles egaux proportionnaux, comme AB, à BH, ainsi CD à DE &c.

Ie dis premierement que les poligones se diuisent en triangles semblables & egaux en nóbre; car des angles I & F, menez des droictes aux angles opposez A, B, C, D, les poligones seront diuisez en triangles egaux en nombre, & pour monstrer que les triangles sont semblables, c'est que les angles K, G, sont egaux, & à l'entour d'iceux les costez proportionnaux; a6.6. a partant les triangles IKA, FGC, sont equiangles: donc semblables, & par mesme raison les triangles IHB, FED, [b] & dautãt b4.6 que IB est à BH, comme FD à DE, & comme HB à BA, ainsi ED à DC [c] en raison egale, IB sera à BA, comme FD, à DC, & à c22.5. cause que l'angle HBA est egal à l'angle EDC, les restans IBA, FDC seront egaux, [d] partant les d6.6 triangles IBA, FDC, seront equiangles & semblables, c'est le mesme de tous les autres.

Ie dis en second lieu, qu'vn triangle est à l'autre qui luy respond en l'autre poligone, comme les poligones sont entr'eux,

Demonst. Tous les tria
sont semblables vn chacun
chacun, c parquoy ils sont en
c 19. 6. son doublée de leurs costez
mologues; & veu qu'ils sont
monstrez proportionnaux
chacun à vn chaçun. Comme
triangles soient tous les ante
dents des proportions, &
des poligones, & tous les conse-
quents en l'autre, comme vn an-
tecedent sera à vn consequent,
ainsi tous les antecedents à tous
les consequents, & partant
poligone au poligone, com
le triangle au triangle, par
les triangles sont homolog
aux toutes, & veu que les tri
gles sont en raison doublée
leurs costez homologues, les
ligones seront aussi en ra
doublée de leurs costez homo
gues AB, CD. si vous voulez

PR

PROPOSITION XXI.

Le rectilignes semblables à vne mesme rectiligne sçauoir ABC, DEF, à GHI. sont semblables entr'eux. Th. 15

Demonst. Les angles A, & D sont posez egaux à vn mesme G: donc aussi egaux entr'eux, & semblablement vn chacun à vn chacun, les costez aussi a à l'entour d'iceux sont proportionaux; car ils sont proportionnaux aux costez d'vn mesme tiers partant veu qu'ils ont les angles egaux, & les costez d'alentour proportionaux b ils sont semblables.

a 11. 5.
b 1. def. 6.

PROPOSITION XXI.

Th. 15

Le rectilignes semblables à vne mesme rectiligne sçauoir ABC, DEF, à GHI. *sont semblables entr'eux.*

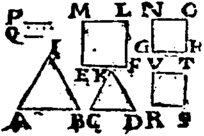
DEmonst. Les angles A, & D sont posez egaux à vn mesme G: donc aussi egaux entr'eux, & semblablement vn chacun à vn chacũ, les costez aussi [a] à l'entour d'iceux sont proportionaux; car ils sont proportionnaux aux costez d'vn mesme tiers partant veu qu'ils ont les angles egaux, & les costez d'alentour proportionnaux [b] ils sont semblables.

a 11. 5.

b 1. def. 6.

PROPOSITION XXII.

Th. 16.

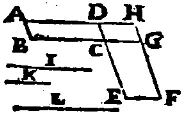


Si quatre lignes droictes AB. CD. EF. GH. *sont proportionnelles: aussi les rectilignes semblables. & semblablement descrits sur icelles* ABI, CDK *&* MF, NH, *seront proportionnaux. Que si les rectilignes semblables, & semblablement descripts sur icelles sont proportionnaux, icelles lignes seront aussi proportionnelles.*

a 11.6. DEmonst. a Soit prise aux lignes AB. CD. une troisiesme proportionnelle P. & aux lignes EF. GH. la troisiesme Q, b comme AB sera à P, ainsi le triangle IAB, au triangle KCD, c'est à dire en raison doublée, & comme EF à Q, ainsi MF, à NH. mais comme AB à CD, ainsi EF, à GH, & comme CD, à P, ainsi GH à Q. c donc en raison egale, comme AB à P, ainsi EF à Q. d donc comme ABI à CDK, ainsi MF, à NH. neantmoins si les figures proportionnelles sont semblables & semblablemét posées, les droictes sur lesquelles elles sont posées, sont aussi proportiónelles, car la raison d'vne figure à l'autre, est e doublée de celle d'vne droicte à l'autre, f partant la raison des costez sera pareille, sçauoir comme AB à CD, ainsi EF à GH, par consequent leurs costez sont proportionnaux.

b 19.6.
c 21.5
d 11.9.
e 19. & 20.6.
f 7.5

PROPOSIT. XXIII.



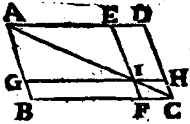
Th.17. *Les parallelogrãmes* AC. CF. *equiangles* C. *sont entr'eux en la raison composée de leurs costez* BC, *à* CG. *&* CD *à* CE,

SOient les parallelogrammes AC, CF, ayant les angles au point C egaux & disposez en sorte, [a] que DC soit en ligne droite auec CE. & BC, auec CG, & soit acheué le parallelogramme CH: [b] veu donc que comme AC à CH ainsi BC à CG, & comme CH à CF, ainsi DC à CE. & la raison de AC, à CF est [c] composée des entremoyenne AC, à CH, & CH à CF. aussi la raison de AC à CF, sera composée des raisons de BC à CG, & DC à CE, lesquelles sont egales aux entremoyennes.

a 15. 1.
b 1. 6.
c def. 5

PROPOSIT. XXIV.

Tb.18



En tout parallelogramme DB. *les parallelogrammes* GE. FH. *qui sont à l'entour du diametre* AC. *sont semblables à leur tout & entr'eux.*

LE paralelogramme GE a l'angle A commun auec le tout, l'angle externe AEI. est egal à l'interne ADC, semblablement l'angle AGI à l'angle ABC, & l'angle EIG à l'angle EFB, & l'angle IFB à l'angle FCH. partant les parallelogrammes GE, FH sont equiangles au tout, & entr'eux. Les costez autour des

angles egaux ſont auſſi proportionnaux; car [a] les triangles AG
a 29.1. I. ABC ſont equiangles, & ſemblablement les triangles AEI, A
b 4.6. DC. donc [b] comme AB à BC, ainſi AG à GI, & comme BC, à CA, ainſi GI à IA, auſſi comme CA à CD, ainſi IA à IE. donc [c] par e-
c 22.1 galité de raiſon comme BC à DC, ainſi GI à IE, & partant les coſtez autour des angles egaux BCD, GIE ſont proportionnaux. Le meſme ſe demonſtrera des coſtez à l'entour des autres angles, & du parallelogramme FH, partant ſembalbles.

PROPOSIT. XXV.

Prob. 7

Construire vn rectiligne L semblable, & semblablement posé à vn rectiligne donné A, & egal à vn autre donné B.

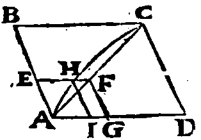
PRatique. Sur le costé du rectiligne donné A, soit a fait le rectangle CE egal à A, & prolongé CD vers G: sur DE en l'angle EDG, soit b fait le rectangle DH egal à B. & c entre CD, DG, la moyenne proportionnelle IK sur laquelle d soit fait le rectiligne L semblable à A, & semblablement posé, il sera aussi egal au donné B.

a 45.1. b 44.1 c 13.6 d 18.6

Demonst. Les droictes CD, IK, DG e sont proportionnelles: e *const.*

[f] donc comme la premiere CD, à
f 19. & 20. la troisiesme DG, ainsi le rectiligne sur la premiere, c'est à dire A est au rectiligne sur la seconde, sçauoir L, mais comme CD à DG, [g] ainsi le parallelogramme
g 1. 6 CE, c'est à dire A à DH, ou son
h 11. 5. egal B. [h] donc comme A à B, ain-
i 9. 5. si A à L, [i] par consequent les rectilignes B & L seront egaux.

PROPOSITION XXVI.



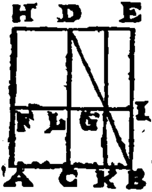
Si d'vn parallelogrãme BD on oste vn parallelogrãme EG sẽblable, & semblablement posé au tout, & qui ait auec luy vn angle commun EAG, il sera posé à l'entour du mesme diametre AC, que le tout. Th. 19.

DEmonst. Si aucun nie que les lignes AF. FC, soient en ligne droicte, soit vne autre droite AHC. de H menez la droicte HI parallele à FG lors les parallelogrammes BD. EI. à l'entour d'vn mesme diametre AHC, [a] seront semblables. [b] Parquoy cõme BA à AD, ainsi EA à AG, à cause que BD. EG sont posez sẽblables: [c] donc comme EA à AI, ainsi EA à AG. [d] & par consequẽt AI, AG sont egales la partie au tout.

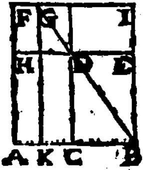
a 24. 6
b 1 def. 6.
c 11. 5.
d 9. 5.

PROPOSITION XXVI

Th. 26.



De tous les parallelogrammes appliquez le long d'une mesme ligne droicte, & defaillans des parallelogrammes semblables, & semblablement posez à celuy descrit sur la moitié de la ligne le plus grand est celuy qui est appliqué à une moitié, & semblable au defaut.



SVr AC moitié de la toute AB soit appliqué le parallelogramme AD, de sorte qu'il defaille au tout AE du parallelogramme CE, a lequel est cõ-

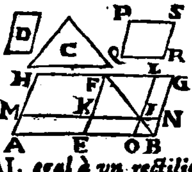
a 36. 1.

iours egal & semblable à AD.
Puis à quelque autre segment AK
soit appliqué vn autre parallelo-
gramme AG, defaillant en sorte
que le default soit vn parallelo-
gramme KI semblable à CE,
c'est à dire au tour du diametre
commun BGD, ie dis que AG
est plus petit que le parallelo-
gramme AD.

Demonst. 1. Quand le point K
est entre C & B. le parallelogram-
me aLH qui est egal à LE, est plus a 39. 1.
grand que GC, à cause que LE
est plus grand que GE. & b que b 43.1
GE & GC sont egaux, adioustant
donc le commun LA, AD sera
plus grand que AG.

2. Quand le point K est entre A
& C, DF, DI, sont egaux à cau-
se qu'ils sont sur bases egales, &
les complements DI. DK sont e-
gaux: donc aussi DF, & DK sont
egaux, & GH moindre que DK,
adioustant donc le commun
KH le total AG sera moindre que
le total AD.

PROPOSIT. XXVII



A vne li gue droi donnée A appliquer vn parallelogramme AI, egal à vn rectiligne donné C defaillant d'vn parallelogramme ON, semblable à vn autre paral lelogramme donné D. mais il faut que le rectiligne donné C, auquel le parallelogramme AI appliqué, doit estre egal, ne soit pas plus grand que celuy qui est appliqué sur la moitié AE, estans les de fauts semblables, de celuy qui e appliqué à la moitié, & de cel qui doit defaillir d'vn semblable.

Couppez premierement pa la moitié la droicte AB
a 18.6 comme cy-deuant, [a] faites sur l moitié EB vn parallelogramme

i semblable, & semblablemét
sé au donné D: & acheuez le
rallelogramme BH si EH est
al à C on a ce qu'on cher-
oit. Car il est appliqué à AB,
defaut d'vn parallelogramme
G semblable à D.

Si EH & son egal [b] EG est plus [b] 36. 1
and que C. (car il ne doit pas
tre moindre, dautant que EH [c] 27. 6.
le plus grãd de ceux qui peu-
nt estre appliquez sur AB.)
yãt trouué la grandeur de l'ex- [d] 45. 1.
ds, [e] faites vn parallelogram- [e] 25. 6.
e PR, semblable, & sembla-
ement posé à D, & egal à l'ex-
ds, & au parallelogramme PR
i autre semblable, & sembla-
ement posé KL, [f] qui sera à l'en- [f] 44. 1.
ur du diametre, & ainsi restera
gnomon LBK, egal au recti-
gne C. maintenant apres auoir
olongé LI. KI. le parallelogrã-
u AI sera appliqué à la droicte
B, & defaillant d'vn parallelo-
amme ON, [g] semblable à EG. [g] 24. 6.

sçauoir à D. Or que AI soit au
egal à C. on le prouue ainsi. les
complements, LN, KO sont e-
b 43.1. gaux, adioustant donc le com-
mun NO, OG, sera egal à EN
c'est à dire à AK, donc si aux e-
gaux AK. OG. on adiouste le
commun KO, AI sera egal au
gnomon LBK. c'est à dire au re-
ctiligne C, comme il a esté mon-
stré cy-dessus.

PROPOSIT. XXIX.

Prob. 9

A vne ligne droite donnée AB. appliquer vn parallelogramme egal à vn rectiligne donné C, qui excede la donnée AB. d'vne figure parallelogramme PO. semblable à vne autre parallelogramme donné D.

SVr la droicte EB, moitié de la donnée AB. soit fait le parallelogramme EC semblable, & semblablement posé à D: puis au rectiligne C, & au parallelográme EC, ensemble soit fait le parallelogramme NM egal à tous deux, & semblable à D, qui ait

vn angle EFC. commun au
parallelogramme EC, & ...
uez les parallelogrammes
NB. PO. Veu que NM. est
egal aux deux EC. & C. ...
ble ostât le commun EC. le g...
mon ERC. sera egal à C ...
c 36.1. cause c que QE NB sont ega...
d 43.1. d & aussi NB. BM. si au lieu de
M vous prenez QE le parallelo-
gramme AR sera egal au gno-
mon ERC. & par consequent au
rectiligne C. parquoy le paral-
lelogramme AR est appliqu...
la droicte AB egal au rectilig...
C, & excede la droicte AB ...
figure parallelogramme PO, ...
blable au parallelogramme ...
né D, veu qu'il est à l'en...
d'vn mesme diametre auec E...
lequel EC, a esté posé semblab...
à D. donc &c.

PRO

PROPOSITION XXX.

Coupper vne ligne droicte donnée AB, en la moyenne & extreme raison en H. Prob. 10

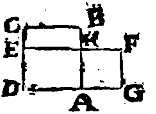
Soit [a] diuisée AB. en H. en sorte que le rectangle CH. sous la toute AB, & la partie BH soit egal au quarré AF, de l'autre partie AH, [b] lors BA sera à AH, comme AH à HB, & [c] par consequent AB sera couppée en H selon la moyenne & extreme raison.

a 11. 2.
b 17. 6.
c 3. def.

Ce

PROPOSITION XXX.

Prob. 10

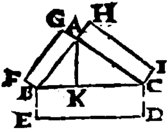


Coupper une ligne droicte donnée AB, en la moyẽne & extreme raison en H.

Soit[a] diuisée AB. en H. en sorte que le rectangle CH, sous la toute AB, & la partie BH soit egal au quarré AF, de l'autre partie AH, [b] lors BA sera à AH, comme AH à HB, & [c] par consequent AB sera couppée en H selon la moyenne & extreme raison.

a 11. 2.
b 17. 6.
c 3. def.

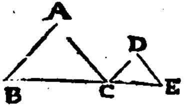
PROPOSITION XXX.

Th. 21. 

Aux triãgles rectãgles ABC, quelconque figure BD, descrite sur la ligne BC, qui soustient l'angle droict BAC, est egale aux deux figures ensemble semblables à la premiere, & semblablement posées sur les costez BA, CA, contenans l'angle droict.

DEmonst. Les figures poligones FA, AI, BD, sont posez semblables,. & partant sont en raison doubles de leurs costez homologues, en laquelle seroient aussi les quarrez de leurs costez : donc puisque les quarrez BA, AC ensemble ont raison d'egalité auec celuy de BC les poligones FA, AI, auront aussi raison d'egàlité auec le troisiesme BD, [c] & partant luy seront egaux ensemble. [b] 47. 1 [c] 9. 5.

PROPOSITION XXXII.



Th. 22.

Si deux triangles ABC, DCE, *ayãs deux costez* AB, AC, *proportionaux à deux costez* CD. DE. *sõt disposez selon vn angle* ACD. *en sorte que les costez homologues* AB, DC, AC, DE, *soient paralleles, les autres costez des triangles* BC, CE, *se rencontreront directement.*

Demonst. Les costez homologues AB. DC. AC. DE.

sont posez paralleles : a donc les
a 29.1. angles alternes A, & ACD, sont
egaux, & D au mesme ACD.
donc A & D egaux. Les costez à
l'entour deux sont proportion-
b 6.6 naux par l'hypothese : b donc les
triangles sont equiangles, & les
angles B, & DCE sont egaux, ad-
joustant donc les egaux A, & AC
D. les deux angles B, & A, seront
egaux aux deux DCE, ACD, ou
à tout l'angle ACE, & adioustant
le commun ACB, les trois an-
gles du triangle ABC. seront e-
gaux aux deux ACE, ACB, par-
c 32.1. tant c tant les vns que les autres
d 14.1. valent deux droicts, & par d con-
sequent BCE est vne ligne droi-
te.

PROPOSIT. XXIII.

Th. 23.

Aux cercles egaux DB. HF. *les angles* A, E. D, H. *ont mesme raison entr'eux que les circonferences* BC, FG, *surlesquelles ils s'appuyent, soit qu'ils soient constituez aux centres* D. H. *ou aux circonferences* A. E, *au surplus, les secteurs* BDC, FHG. *ont aussi mesme raison entr'eux, sçauoir à cause qu'ils sont constituez au centre.*

DEmonst. ayant mené les droictes BC. FG. a appliquez CI egale à BC, & pareille- a 1.4.

ment GK, KL, chacune egale
FG. puis menez ID. KH. LH.
droictes BC, CI, sont posées eg
b 28.3. les: b donc les arcs BC. CI son
c 27.3. egaux, & partant c les angles
DC, CDI, il est de mesme des
arcs FG. GK. KL & des angles
au poinct H. appuyez sur iceux:
donc comme l'arc BCI. est mul-
tiple de BC. autant l'angle BDI
le sera de BDC. & autant que
l'arc FGKL. contient de fois FG.
autant de fois l'angle FHL, con-
d 27.3. tiendra de fois l'angle FHG. par
consequent d si les arcs BCI. FG
KL. sont egaux aussi les angles
BDI. FHL. seront egaux: si l'vn
d'iceux arcs est plus grand aussi
sera l'angle plus grand, si moin-
e 6. dre, moindre: e donc puis que les
equemultiples sont egaux defail-
lent ou excedent ensemble &c.
la raison des arcs BC à FG, sera
mesme que des angles BDC. à F
HG, & parce que les angles aux
f 20.3. centres D & H f sont doubles des

angles aux circonferences A & E, [g] la raison des angles A E, sera mesme que des angles D&H, & mesme de l'angle A à l'angle E, que de l'arc BC à l'arc FG. g 15.4.

Maintenant aux segments egaux BC, CI. Si on fait des angles BMC, CNI. [h] ils seront egaux, veu qu'ils insistent sur arcs egaux BAC. CBAI. par consequent les segments BM C. CNI. [i] sont semblables & egaux, d'autant qu'ils sont sur bases egales BC. CI. adioustant donc les triangles egaux BDC. CDI. les secteurs BDC. CDI. seront egaux, parquoy le secteur BDI. sera autant multiple du secteur BDC, que l'arc BCI. de l'arc BMC. le mesme se demonstrera du secteur FHL. donc si l'arc BCI. est egal à l'arc FGL. aussi le secteur BDI sera egal au

h 27.3.

i 24.3.

secteur FHI. si plus grand p[...]
grand, & si moindre, moind[...]
d'où s'ensuit que la raison de l'a[...]
BC à l'arc FG, sera mesme que d[...]
secteur BDC. au secteur FHG.
Ce qu'il falloit demonstrer.

A Dieu seul loüange & gloire.