# EUCLIDIS

# OPERA OMNIA.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIII.

# EUCLIDIS

# ELEMENTA.



EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

**I. L. HEIBERG,**

DR. PHIL.

## UOL. I.

LIBROS I—IV CONTINENS.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIII.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

# PRAEFATIO.

Elementa Euclidis paene per tria saecula pro fundamento critico solam editionem principem habuerunt, quae prodiit Basileae a. 1533; nam Gregorius in elementis totus fere ab illa editione pendet. quod fundamentum quale fuerit, inde intellegitur, quod editio Basileensis pro consuetudine illius temporis ad fidem paucissimorum nec optimorum codicum facta est, cum tamen elementorum tot exstent codices antiquissimi et praestantissimi, quot haud facile cuiusquam scriptoris Graeci. itaque initio nostri saeculi Peyrardus optime de elementis meritus est, quod unum saltem codicem antiquum et eum omnium praestantissimum, quippe qui recensionem Theone antiquiorem contineret, in editione Basileensi emendanda adhibuit. hunc codicem e latebris Uaticanis protraxisse praestantiamque eius agnouisse, gloria est Peyrardi haud parui aestimanda. sed neque ubique recto firmoque iudicio in uera scriptura eligenda usus est, in primis quia bonis codicibus recensionis Theonis caruit, neque inuentum suum tenuit recteque aestimauit. huc adcedit, quod editio eius et inhabilis et his temporibus perrara est; nec ii, qui post Peyrardum elementa ediderunt, subsidia critica auxerunt neque omnino rem ita egerunt, ut textus elementorum satis certo et ad usum prompto fundamento niti uideri possit. de ceteris scriptis Euclidis multo etiam peius actum esse, satis constat.

Quae cum a multis intellegi uiderem, Archimedi Euclidem adiungere constitui, et ut hunc laborem, quem iam diu animo uoluebam, tandem aliquando susciperem, eo magis impellebar, quod editionem Archimedis ab hominibus doctis beneuolenter adcipi, et erroribus, quos in primitiis illis uitare non potuissem, indulgeri uidebam, et usu edoctum me iam meliora praestare posse sperabam.

Sed statim apparuit, neque res rationesque neque uires meas toti operi, quod mihi proposueram, sufficere. tot codices conferendi erant, tot bibliothecae itineribus longinquis adeundae. itaque Henricum Menge, u. d., quem sciebam et ipsum in Euclide occupatum esse, interrogaui, uelletne partem operis suscipere. adnuit, et ita inter nos comparatum est, ut ille Data, Phaenomena, scripta musica, ego Elementa, Optica, Catoptrica ederem, et ut codices coniuncta opera conferremus. sed sic quoque in elementis e magna copia subsidiorum pauca eligere coactus sum. nam cum uix ulla sit minima bibliotheca, in qua non adseruetur codex aliquis elementorum, inde ab initio de omnibus codicibus conferendis aut certe inspiciendis desperandum erat. uellem equidem licuisset pluribus codicibus uti, sed ut aliquo tamen modo paucis, quos contuli, contenti esse possimus, facit et singularis ratio, qua nobis tradita sunt elementa Euclidis, et uetustas et bonitas codicum a me usurpatorum. nam satis notum est, plerosque omnes codices e recensione Theonis fluxisse, et Uaticanum Peyrardi solum fere antiquiorem formam seruasse. quem fructum ex hoc casu singulari capere liceat, et quam rationem critices factitandae inde sequi putem, pluribus exposui in libro, qui inscribitur Studien über Euklid p. 177 sq. hoc quidem statim adparuit, primum omnium codicem Uaticanum, e quo Peyrardus ea sola enotauerat, quae ei memorabilia uidebantur, quamuis ipse aliter praedicet, denuo diligenter esse conferendum et praeterea ex reliquis codicibus tantum numerum, ut ueri similiter de scriptura Theonis iudicari posset. qua in re codices Bodleianum, Laurentianum, Uindobonensem sufficere putaui, praesertim cum animaduerterem, eos a palimpsesto codice saeculi VII uel VIII, qui in Museo Britannico adseruatur, non admodum discrepare. hos codices pro fundamento habui, sed ad eos in partibus quibusdam operis alii adcesserunt et, ut spero, adcedent, uelut in hoc primo uolumine Parisinus quidam et in primo libro Bononiensis. hunc ne totum conferrem, prohibuerunt temporis angustiae, sed spes mihi est, me breui partem reliquam conferre posse; nam in libris stereometricis hic codex maximi momenti est. de ceteris subsidiis nouis, sicut de codicibus operum minorum, in praefationibus singulorum uoluminum dicetur.

Confiteor igitur fieri posse, ut inter codices nondum collatos lateat thesaurus aliquis (neque enim omnes recentiores sunt nec recentiores semper spernendi), qui mea subsidia uel aequet uel etiam superet. sed cum non maxime sit ueri simile, haec, qualiacunque sunt, nunc edere malui, quam opus in infinitum differre.

De consilio meo satis dictum. de forma ac specie editionis sufficit commemorare, eandem me secutum esse quam in Archimede edendo. nam quamquam uidebam, Latinam interpretationem meam a nonnullis improbari, tamen hic quoque Latinam Francogallicae Germanaeue aut nulli praetuli; nam interpretationem mathematici flagitant, et Latina a pluribus legi potest. praeterea res ipsae tritiores interpretandi molestiam leuiorem reddunt in Euclide quam in Archimede. notas perpaucas addidi, quia perpaucis in Euclide discentibus consulenti opus est, si solam intellegentiam uerborum tenorisque demonstrationis spectes. nam commentarium, cuius hic quoque ingens est materia, scribere nolui. quarto uolumini copiosiora prolegomena praemittentur, quibus historia textus elementorum illustrabitur. eodem congeram, quae de subsidiis deterioribus collegi; nam perspicuitatis causa ea ab adparatu critico removenda erant, in quo iis tantum codicibus usus sum, quos supra commemoraui. eos his litteris significaui:

P — cod. Uatican. Gr. 190 Peyrardi saec. X, membran. hic illic manus recentissima litteras tempore euanidas renouauit, quam littera $\pi$ significaui, ubi parum recte scripturam antiquam reddere uidebatur. libros IV—IX ipse contuli Romae 1881, librum II et partem tertii Mengius; primum et reliquam partem tertii Augustus Mau u. d. beneuolenter conferenda suscepit.

B — cod. Bodleian. Doruillian. X, 1 inf. 2, 30, scr. a.

888, membran. libros I—VII ipse contuli Oxoniae 1882.

F — cod. Florentin. Laurentian. XXVIII, 3 saec. X, membran. in hoc quoque codice scriptura antiqua saepe manu saeculi XVI renouata est, quae eadem multa folia foliorumue partes resarcinauit et ultimam partem codicis totam suppleuit. eam significaui littera $\varphi$, ubicunque antiquam scripturam uel uitiauit uel ita obscurauit, ut dignosci non posset. totum codicem ipse contuli Florentiae 1881.

V — cod. Uindobon. Gr. 103 saec. XI—XII, membran. partem ultimam in charta bombycina suppleuit manus saeculi XIII. totum contuli ipse Hauniae 1880.

b — cod. bibliothecae communalis Bononiensis numeris 18—19 signat., saec. XI, membran. librum I contuli et alios nonnullos locos inspexi Florentiae 1881.

p — cod. Parisin. Gr. 2466 saec. XII, membran. librum I contuli Parisiis 1880, libros II—VII Hauniae 1882.

---

Restat, ut grato officio fungar iis uiris gratias quam maximas agendi, qui labori meo fauerunt. primum ut itinera Parisios et in Italiam toties facere possem, effectum est eximia liberalitate summi Ministerii, quod cultui scholisque nostris praeest, et instituti Carlsbergici, litteras scientiamque largiter adiuuantis. etiam praefectis bibliothecarum Uin-

dobonensis, Parisinae, Bononiensis plurimum debeo, quod codices a se adservatos meum in usum alio transmitti siuerunt, item praefectis bibliothecae regiae Hauniensis et bibliothecae Laurentianae, quibus intercedentibus hunc fauorem adeptus sum. Carolo Graux, quocum magnam partem itineris Italici a. 1881 communiter feci, et qui me in codicum aetatibus definiendis ceterisque rebus palaeographicis, in quibus cedebat nemini, egregie adiuuabat, quominus hoc loco gratias debitas agerem, prohibuit fatum nobis amicis eius superstitibus scientiaeque iniquissimum.

Scr. Hauniae mense Aprili MDCCCLXXXIII.

# ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

## α'.

### Ὅροι.

α'. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

β'. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

γ'. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

δ'. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

ε'. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

ϛ'. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

ζ'. Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

η'. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

ι'. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφ-

---

1. Hero def. 2. Ammonius in categ. p. 43. 66. Psellus p. 34. cfr. Philoponus in phys. fol. $6^{r}$. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 1. 2. Sextus Emp. p. 466, 27. 470, 24. 704, 28. Hero def. 3. Philoponus in phys. fol. $6^{r}$. Ammonius in cat. p. 66. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 2. 3. Boetius p. 374, 3. 4. Hero def. 5. Sextus Emp. p. 716, 28. 717, 10. Philoponus in anal. II fol. $4^{v}$, fol. 15. Psellus p. 34. Boetius p. 374, 5. 5. Hero def. 9. Boetius p. 374, 6. 6. Boetius p. 374, 7. 7. Hero def. 11. Psellus p. 35. Boetius p. 374, 7. 8. Hero def. 16. Psellus p. 35. cfr. Sextus Emp. p. 718, 12. Boetius p. 374, 10. Martianus Capella VI, 710.

# I.

## Definitiones.

I. Punctum est, cuius pars nulla est.

II. Linea autem sine latitudine longitudo.

III. Lineae autem extrema puncta.

IV. Recta linea est, quaecunque ex aequo punctis in ea sitis iacet.

V. Superficies autem est, quod longitudinem et latitudinem solum habet.

VI. Superficiei autem extrema lineae sunt.

VII. Plana superficies est, quaecunque ex aequo rectis in ea sitis iacet.

VIII. Planus autem angulus est duabus lineis in plano se tangentibus nec in eadem recta positis alterius lineae ad alteram inclinatio.

IX. Ubi uero lineae angulum continentes rectae sunt, rectilineus adpellatur angulus.

X. Ubi uero recta super rectam lineam erecta

---

9. Hero def. 17. Boetius p. 374, 12. 10. Hero def. 19. Ammonius in categ. p. 58. Simplicius in Aristot. de coelo fol. $131^{\mathrm{v}}$. Philoponus in phys. i IIII, in anal. II fol. $28^{\mathrm{v}}$, p. 65. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 14.

---

Numeros definitionum om. PFBb. 1. *οὐδέν* F, Psellus, Ammonius p. 66. 6. *ἔχει μόνον* B. 11 *δέ*] supra comp. scriptum b. *ἐπιπέδῳ*] *ἐπίπεδος* π. 13. Ante *πρός* ras. unius litterae PF. 14. *δέ*] *δ'* B. *τὴν γωνίαν περιέχουσαι* Proclus; *τὴν εἰρημένην γωνίαν* P. 15. *ἡ γωνία καλεῖται* Proclus.

ἑξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν.

ια΄. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.

ιβ΄. Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

ιγ΄. Ὅρος ἐστίν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

ιδ΄. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

ιε΄. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἣ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ιϛ΄. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

ιζ΄. Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ιη΄. Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽

---

11. Hero def. 21. Ammonius in categ. p. 58. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 18. 12. Hero def. 20. Ammonius l. c. Psellus l. c. Martianus Capella l. c. Boetius p. 374, 19. 13. Philoponus in Aristot. de anima fol. a 2. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 22. 14. Hero def. 25. Schol. in Hermog. VII$^2$ p. 903. cfr. Philop. ad Aristot. de anim. h. 7. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 21. 15. Hero def. 29. Taurus apud Philop. in Proclum VI, 21. Sextus Emp. p. 719, 16. Philopon. in anal. II fol. 28$^v$, cfr. fol. 4$^v$, 9$^v$, 29$^r$, 53$^r$. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 375, 3. 16. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 6. 17. Hero def. 30. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 7. 18. Hero def. 31. Mart. Capella VI, 711. Boetius p. 375, 12.

angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est.

XI. Obtusus angulus est, qui maior est recto.

XII. Acutus uero, qui minor est recto.

XIII. Terminus est, quod alicuius rei extremum est.

XIV. Figura est, quod aliquo uel aliquibus terminis comprehenditur.

XV. Circulus est figura plana una linea comprehensa, ad quam quae ab uno puncto intra figuram posito educuntur rectae omnes aequales sunt.

XVI. Centrum autem circuli punctum illud adpellatur.

XVII. Diametrus autem circuli recta quaedam est linea per centrum ducta et terminata utrimque ambitu circuli, quae quidem linea circulum in duas partes aequales diuidit.

XVIII. Semicirculus autem ea est figura, quae

---

1. *ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα* omisso *ἐστι* lin. 2 BFV, Simplicius, Philoponus in anal. II p. 65, Psellus. scripturam receptam praebent Pbp, Proclus, Hero, Ammonius, Philoponus in phys. i IIII. cfr. prop. 11, 12. 2. *ἴσων*] om. Ammonius, Philoponus in phys. l. c., Psellus, Martianus Capella, Campanus. *εὐθεῖα*] *γραμμή* Proclus, BV; om. Ammonius. Deff. XI—XII permutant Hero et Ammonius. 6. *ιγ'*] *ιδ'* V et sic deinceps. Deff. XIII—XIV permutat Boetius. 7. *ἐστι*] *δέ* Fbp. 10. *ἣ καλεῖται περιφέρεια*] om. Proclus, Taurus, Sextus Emp., Philoponus, Boetius; habent praeter codd. Hero, Psellus, Capella, Campanus. 12. *προσπίπτουσαι* b, corr. m. 2. *πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν*] om. Proclus, Taurus, Hero, Sextus Emp., Psellus, Capella, Boetius; habent codd. (in b erasa sunt), Philoponus, Campanus. 13. *εἰσίν*] PF, *εἰσί* uulgo. 19. *ἐστιν* PF. 20. *τε*] om. B. *καί*] *τε καί* B. *ὑπολαμβανομένης* B.

*αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.*

*ιθ'. Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.*

*κ'. Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.*

*κα'. Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.*

*κβ'. Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν*

---

19. Philop. in anal. II fol. 39r; cf. in Arist. de anim. h 7. Boetius p. 375, 14—21. 20. Hero def. 43. 44. 45. Psellus p. 36. Boetius p. 376, 2. 21. Hero def. 46. 48. 47. Philop. in anal. II fol. 39r. Psellus p. 37. Boetius p. 376, 6. 22. Psellus p. 37. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 14. *ῥόμβος* Galenus XVIII¹ p. 466.

---

1. *αὐτῆς*] *αὐτοῦ* B. *περιφερείας*] *τοῦ κύκλου περιφερείας* PBFV, sed *τοῦ κύκλου* om. bp, Proclus, Hero, Capella, Boetius. *κέντρον δέ* — 2. *ἐστίν* ex Proclo p. 160 addidit August eiecta definitione III, 6, quam omnes codd. hoc quoque loco sic praebent: *τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας ἢ μείζονος ἢ ἐλάττονος ἡμικυκλίου* (*κύκλου ἐστί* om. *φ*; pro priore *ἢ* in BFV est *ἤτοι*; *ἐλάσσονος* P). eandem habet Campanus; contra Capella et

diametro et arcu ab ea absciso comprehenditur: centrum uero semicirculi idem est, quod ipsius est circuli.

XIX. Figurae rectilineae sunt, quae rectis lineis comprehenduntur, trilaterae quae tribus, quadrilaterae quae quattuor, multilaterae quae plus quam quattuor rectis comprehenduntur.

XX. Ex figuris autem trilateris aequilaterus triangulus est, qui tria latera sua aequalia habet, aequicrurius uero, qui duo sola aequalia habet, scalenus autem, qui tria latera sua inaequalia habet.

XXI. Praeterea uero ex figuris trilateris rectangulus triangulus est, qui rectum angulum habet, obtusiangulus, qui obtusum habet, acutiangulus autem, qui tres angulos suos acutos habet.

XXII. Ex quadrilateris autem figuris quadratum est, quod simul aequilaterum est et rectangulum, parte altera longius est, quod rectangulum est neque uero aequilaterum, rhombus autem, quod aequilaterum est neque uero rectangulum, rhomboides autem, quod latera simul et angulos inter se opposita aequalia habet, sed neque aequilaterum est neque rectangulum; re-

---

Boetius et hanc et Procli omittunt; de Herone non liquet (Studien p. 192). 3. *σχήματα εὐθύγραμμα*] Pbp, Proclus; *εὐθύγρ. σχ.* uulgo (*εὐθείγραμμα φ*). *ἐστιν* PF. Def. 19 uulgo in 4 diuiditur; V hinc numeros om. 3. *εὐθειῶν γραμμῶν* Proclus, Boetius. 6. *τεττάρων* B. *εὐθειῶν*] *πλευρῶν* Proclus, Boetius. 8. *ἐστιν* PF. 9. *τὰς δύο*] *δύο* b, Proclus. *μόνον* Proclus. 10. *πλευράς*] om. Proclus. Def. 20 uulgo in 3 diuiditur. 11. *δέ*] P, Proclus; om. b; *τε* uulgo. 12. *ἐστιν* PF. *μίαν ἔχον* V mg. m. 1?, Proclus, Psellus. 13. *μίαν ἔχον* Proclus, Psellus; *γωνίαν μίαν* V mg. m. 1? *τὸ ἔχον* — 14. *δέ* mg. B eadem man. *ὀξιγώνιον φ*. 16. *ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καί* Proclus. *ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τε* om. *φ*. *ἑτερόμηκες* bis *φ*. 17. *ὅ*] *τό* Proclus. 20. *ὅ*] om. Fbp. *οὔτε*] *οὔτε δέ* Fbp. *ἐστιν*] om. Proclus.

*οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.*

*κγ'. Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.*

## *Αἰτήματα.*

*α'. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.*

*β'. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.*

*γ'. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.*

*δ'. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.*

*ε'. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.*

---

23. Hero def. 71. Philoponus in anal. II fol. 18$^{v}$. Psellus p. 35. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 23. *αἰτ.* 1—5. Martianus Capella VI, 722. Boetius p. 377, 4. Aspasius apud Simplicium in Arist. de coelo fol. 149: *τὰ πέντε αἰτήματα.* 1. Philop. in anal. II fol. 9$^{v}$. 10. 29. 2. Simplicius in phys. fol. 119. 3. Philop. in anal. II fol. 10. 29. 4. Id. ibid. fol. 10. 5. Id. ib. fol. 10. 29. Proclus p. 364, 14.

---

1. *τετράγωνα* B. 2. *τραπέζεια* b. Def. 21 uulgo in 3, def. 22 in 5 diuidunt. 3. *παράλληλοι δέ* B. *εὐθεῖαί εἰσιν* Proclus, Psellus. 4. *ἐς* V. 5. *συμπίπτειν* P. *ἀλλήλαις* om. F. 6. *αἰτήματα πέντε* V, *αἰτ. ἔστι πέντε* BF, b m. 2. Numeros om. F. 9. *ἐπ' εὐθείας κατὰ τὸ συνεχές* PBFbp;

liqua autem praeter haec quadrilatera trapezia adpellentur.

XXIII. Parallelae sunt lineae, quae in eodem plano positae et in utramque partem productae in infinitum in neutra parte concurrunt.

## Postulata.

I. Postuletur, ut a quouis puncto ad quoduis punctum recta linea ducatur.

II. Et ut recta linea terminata in directum educatur in continuum.

III. Et ut quouis centro radioque circulus describatur.

IV. Et omnes rectos angulos inter se aequales esse.

V. Et, si in duas lineas rectas recta incidens angulos interiores et ad eandem partem duobus rectis minores effecerit, rectas illas in infinitum productas concurrere ad eandem partem, in qua sint anguli duobus rectis minores.

---

receptum ordinem tuentur V, Proclus, Simplicius, Capella, Boetius, Campanus. 10. *ἐκβάλλειν* V. 11. *γράφεσθαι*] codd. omnes et Philoponus; *γράψαι* ex Proclo recepit August. 13. *ἀλλήλαις*] om. V. 15. *εὐθειά τις* P. 17. *ἐλάττονας* Proclus p. 191, 18 (non p. 364). *τὰς δύο*] PBVbp, *δύο* om. F, Proclus bis, Martianus Capella, Boetius, fort. recte. 18. *συμπίπτειν τὰς εὐθείας ἐκβαλλομένας ἐφ'* Proclus p. 364. *συμπίπτειν ἀλλήλαις* PV (*ἀλλήλαις* corr. ex *ἀλλήλας* P). 19. *ἐλάσσονες*] Pp, Proclus p. 364; *ἐλάττονες* uulgo. Dein add. *γωνίαι* FBVb, Philoponus; om. Proclus bis et Pp. In ed. Basil. et apud Gregorium *αἰτ.* 4—5 inter communes notiones (10—11) leguntur (*πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι .. εἰσί*; *ἐκβαλλόμεναι αἱ .. εὐθεῖαι .. συμπεσοῦνται*). Post *αἰτ.* 5 in PF et V m. 2 et apud Campanum sequitur: *καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν.*

## *Κοιναὶ ἔννοιαι.*

α΄. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

β΄. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

γ΄. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

[δ΄. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

ε΄. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

ϛ΄. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.]

ζ΄. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἀλλήλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

η΄. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστιν].

[θ΄. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.]

### α΄.

*Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.*

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ.

Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος

---

*Κοιν. ἐνν.* 1—3. Martianus Capella VI, 723. 1. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 1. 2. Boetius p. 378, 5. 3. Philop. l. c. Boetius p. 378, 3. 4. Eutocius in Archim. III p. 254, 27. 7. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 7.
prop. I. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8r, in top. p. 11. Themistius phys. paraphr. fol. 35v. Simplicius in phys. fol. 119. Proclus p. 102, 14. 223, 22, Philop. in anal. II fol. 4v. Martianus Capella VI, 724. Boetius p. 380, 2 [p. 390, 6—25]. Proclus p. 208—10 liberius proposit. repetit totam.

---

1. *ἀξιώματα* Proclus p. 193. *κοιν. ἐνν. αἵδε* BFV. numeros om. PBF. 3. *ἴσα ἴσοις* Proclus. *ἴσα ἐστίν* Proclus. 4. *ἀπὸ ἴσων ἴσα*] *ἴσων* Proclus. 5. *ἴσα ἐστίν* Proclus. *αἴτ.* 4 ex commentario Pappi irrepsisse uidetur; u. Proclus

## Communes animi conceptiones.

I. Quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt.

II. Et, si aequalibus aequalia adduntur, tota aequalia sunt.

III. Et, si ab aequalibus aequalia subtrahuntur, reliqua sunt aequalia.

VII. Et quae inter se congruunt, aequalia sunt.

VIII. Et totum parte maius est.

## I.

In data recta terminata triangulum aequilaterum construere.

Sit data recta terminata $AB$. oportet igitur in recta $AB$ terminata triangulum aequilaterum construere.

centro $A$ et radio $AB$ circulus describatur $B\Gamma\Delta$,

---

p. 197, 6 sq.; in omnibus codicibus legitur; quare iam ante Theonem receptum erat (P); om. Martianus Capella et Boetius. Ante *αἴτ.* 5 uulgo in codd. et edd. legitur: *καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα*; om. B, mg. Fb, in ras. postea additum p; non agnoscunt Proclus (cfr. p. 198, 3), Capella, Boetius. *αἴτ.* 5—6 reiicit Proclus p. 196, 25, om. Capella et Boetius. *αἴτ.* 7—8 permutat Proclus p. 193, qui ea diserte contra Heronem sola *αἴτ.* 1—3 agnoscentem Euclidi uindicat p. 196, 17; om. Capella; *αἴτ.* 8 etiam Boetius om. *αἴτ.* 9 om. Capella, Boetius, Proclus, qui diserte id improbat p. 184, 8. 196, 23. Hoc loco habent Vbp; cfr. Philop. ad phys. fol. 10; *καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν* B; de ceteris u. ad p. 8, 19. 8. *ἐστίν*] PF, *ἐστί* uulgo; comp. b; item lin. 9. 10. 10. *ἐπ' ἄλληλα*] om. Proclus. *ἐστίν*] *εἰσί* B. 11. *ἐστίν*] om. Proclus; comp. b; ///*αι* F, *εἶναι* P. 17. *εὐθείας*] om. BFbp. *εὐθείας πεπερασμένης* P. 19. *μέν*] om. bp. *καὶ διαστήματι* Bp. *δέ* om. BFbp.

*γεγράφθω ὁ ΒΓΔ, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.*

*Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.*

*ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ.*

*[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέσταται] ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

## β'.

*Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.*

*Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· δεῖ δὴ πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.*

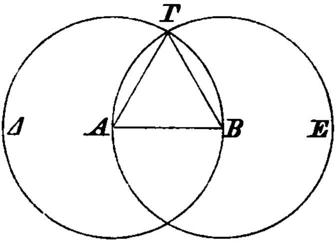
*Ἐπεζεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ Β σημεῖον εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ'*

---

II. Archimedes I p. 14, 1. Boetius p. 380, 3 [p. 391].

---

1. *ΒΓΔ*] P, V m. 1; *ΓΔΒ* Fbp, V e corr.; *ΓΒΔ* in ras. B. *μέν*] om. b. *τῷ*] *τό* φ. 2. *ΑΓΕ*] P, V m. 1; *ΓΑΕ* BFbp, V e corr. 6. Post *Α* ras. 10 litt. b. *ἐστίν* P. *ΓΔΒ*] *Δ* in




et rursus centro $B$ radio autem $BA$ circulus describatur $A\Gamma E$, et a puncto $\Gamma$, in quo circuli inter se secant, ad puncta $A$, $B$ ducantur rectae $\Gamma A$, $\Gamma B$.

iam quoniam punctum $A$ centrum est circuli $\Gamma\Delta B$, erit $A\Gamma = AB$. rursus quoniam $B$ punctum centrum est circuli $\Gamma AE$, est $B\Gamma = BA$. sed demonstratum est etiam $\Gamma A = AB$. quare utraque $\Gamma A$, $\Gamma B$ rectae $AB$ aequalis est. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ. ἔνν. 1]. itaque etiam $\Gamma A = \Gamma B$. itaque $\Gamma A$, $AB$, $B\Gamma$ aequales sunt. quare triangulus $AB\Gamma$ aequilaterus est; et in data recta terminata $AB$ constructus est. quod oportebat fieri.

## II.

Ad datum punctum datae rectae aequalem rectam constituere.

Sit datum punctum $A$, data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur ad punctum $A$ datae rectae $B\Gamma$ aequalem rectam constituere.

ducatur enim a puncto $A$ ad $B$ punctum recta $AB$ [αἴτ. 1], et in ea construatur triangulus aequilaterus $\Delta AB$ [prop. I], et producantur in directum rectae

ras. est in V, $\Delta B$ in B; $B\Gamma\Delta$ P. 7. ἔστιν ἴση BF. 8. ἐστίν P. $\Gamma AE$] in ras. B, $A\Gamma E$ P. 12. ἴση ἐστίν V. $AB$] $\Gamma B$ φ. 14. ἐστίν P. συνίσταται PBV (in b non liquet). 16. ἐπὶ τῆς — 17. συνέσταται om. codd. omnes; e Proclo solo p. 210 recepit August; uix genuina sunt. 22. τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ] P; om. Theon (BFVpb). 23. $B\Gamma$ εὐθείᾳ V. 24. γάρ] om. F. 26. $\Delta AB$] eras. F. Ante ἐκβεβλ. in V add. supra: προσ-.

εὐθείας ταῖς ΔΑ, ΔΒ εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΒΖ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΗΘ, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΗΘ, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΔΗ, ὧν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν. λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛ λοιπῇ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΛ, ΒΓ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΑΛ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴση εὐθεῖα κεῖται ἡ ΑΛ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

## γ΄.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, Γ, ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Κείσθω πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ.

---

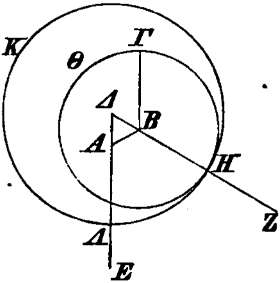
III. Boetius p. 380, 5 [p. 392].

---

1. εὐθείας FV. 3. κέντρῳ μέν V. τῷ] bis B (in fine et initio linn.). καὶ διαστήματι] διαστήματι δέ V. 5. ΓΗΘ κύκλου BFV, P m. rec. 6. ΒΓ] ΓΒ F. καὶ πάλιν V; πάλιν δέ (supra) p. 7. ἐστίν P. 8. ἐστίν] PF; ἐστι uulgo. 9. τῇ] om. b. 10. τῇ ΒΗ] (alt.) supra b. 11. ἴσα] (alt.) -α in ras. P. 12. ΒΓ] ΓΒ F. 13. Ante πρός ras. unius litt. b. 18. ἐλάττονι BF. εὐθεῖαν] om. Proclus. 19. δύο] om. F. ἄνισοι] ἀν- supra m. 1 F. 20. Post Γ ras. 1 litt.

$\Delta A$, $\Delta B$, ut fiant $AE$, $BZ$, et centro $B$ radio autem $B\Gamma$ circulus describatur [αἰτ. 2] $\Gamma H\Theta$, et rursus centro $\Delta$ radio autem $\Delta H$ circulus describatur $HK\Lambda$.

iam quoniam B punctum centrum est circuli $\Gamma H\Theta$,




erit $B\Gamma = BH$. rursus quoniam $\Delta$ punctum centrum est circuli $HK\Lambda$, erit

$$\Delta\Lambda = \Delta H,$$

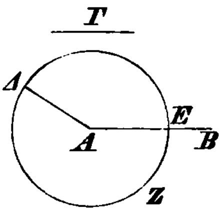
quarum partes $\Delta A$, $\Delta B$ aequales. itaque $A\Lambda = BH$ [κ. ἔνν. 3]. sed demonstratum est $B\Gamma = BH$. itaque utraque $A\Lambda$, $B\Gamma$ rectae $BH$ aequalis est. uerum quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ. ἔνν. 1]. ergo etiam $A\Lambda = B\Gamma$.

Ergo ad datum punctum $A$ datae rectae $B\Gamma$ aequalis constituta est recta $A\Lambda$; quod oportebat fieri.

## III.

Datis duabus rectis inaequalibus rectam minori aequalem a maiore abscindere.

Sint duae datae rectae inaequales $AB$, $\Gamma$, quarum




maior sit $AB$. oportet igitur a maiore $AB$ minori $\Gamma$ aequalem rectam abscindere. constituatur ad $A$ punctum rectae $\Gamma$ aequalis $A\Delta$ [propr. II], et centro $A$ radio autem $A\Delta$ describatur circulus $\Delta EZ$ [αἰτ. 2].

P, ut lin. 21. 22. 22. Post κείσθω in P supra scr. m. 1 γάρ, idem V mg. 23. $A\Delta$] (alt.) in ras. V; utrumque corr. ex $AE$ P m. rec. 24. $\Delta EZ$] ex $EZI$ P m. rec.; $ZE\Delta$ B.

*Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΑΔ· ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕ, Γ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΕ τῇ Γ ἐστιν ἴση.*

*Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τῶν ΑΒ, Γ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῄρηται ἡ ΑΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

δ'.

*Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.*

*Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην. λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.*

*Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ*

---

IV. Schol. in Pappum III p. 1183, 32. Boetius p. 380, 7.

---

1—7. Multas litt. fig. in ras. P m. rec., ut supra. 4. ἡ]

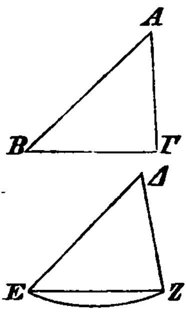
Et quoniam punctum $A$ centrum est circuli $\varDelta EZ$, est $AE = A\varDelta$; uerum etiam $\Gamma = A\varDelta$. itaque utraque $AE$, $\Gamma$ rectae $A\varDelta$ aequalis est; ergo etiam $AE = \Gamma$.

Ergo datis duabus rectis inaequalibus $AB$, $\Gamma$ a maiore $AB$ minori $\Gamma$ aequalis abscisa est $AE$; quod oportebat fieri.

## IV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\varDelta EZ$ duo latera $AB$, $A\Gamma$ duobus lateribus $\varDelta E$, $\varDelta Z$ aequalia habentes alterum alteri,




$$AB = \varDelta E \text{ et } A\Gamma = \varDelta Z,$$

et $\angle\, BA\Gamma = E\varDelta Z$. dico, etiam esse $B\Gamma = EZ$ et $\triangle\, AB\Gamma = \varDelta EZ$, et reliquos angulos reliquis, alterum alteri, aequales, sub quibus aequalia latera subtendant, $\angle\, AB\Gamma = \varDelta EZ$ et $A\Gamma B = \varDelta ZE$.

Nam si triangulum $AB\Gamma$ triangulo $\varDelta EZ$ adpli-

---

sertum m. 1 b. 6. $AB$] $B$ supra scriptum m. 1 b. 9. *ταῖς*] om. Pp; supra b. 10. *ἔχει* (scr. *ἔχῃ*) *δὲ καὶ γωνίαν γωνίᾳ ἴσην* Proclus, *τὴν μίαν γωνίαν τῇ μιᾷ γωνίᾳ* BF. 12. *εὐθειῶν*] *πλευρῶν* Proclus. 15. *ἑκατέρα ἑκατέρᾳ*] om. Proclus. *ὑφ'*] *ἐφ'* b. *αἵ*] om. V. 18. *δυσί* V. 19. *ἔχοντι* φ. 20. *καί*] comp. supra F. $BA\Gamma$] $AB\Gamma$ F, sed $AB$ eras. 21. $E\varDelta Z$] $E\varDelta$ eras. F. 22. *ἐστί* V. 24. *ὑφ'*] sic b m. 1, sed supra *ἐφ'*.

ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει· ὥστε βάσις ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. προστιθεμένου V, sed προσ- punctis del. μέν] supra m. 1 F. 2. Δ] in ras. b. τήν] τῇ p. 4. δή] FVbp; δέ PB; cfr. prop. 8. 6. ΒΑΓ] post ras. V; ΑΒΓ B. ΕΔΖ] ΔΕΖ B. 8. εἶναι πάλιν B. 9. ἐφαρμόσει b. 13. ἐστίν] om. V. 16. ταῖς λοιπαῖς γωνίαις BF. 17. ἐφαρμόσουσιν P. αὐταῖς] ἀλλήλαις F. 19. δύο] (alt.) β F.

cuerimus et punctum $A$ in $\Delta$ puncto posuerimus, rectam autem $AB$ in $\Delta E$, etiam $B$ punctum in $E$ cadet, quia $AB = \Delta E$. adplicata iam $AB$ rectae $\Delta E$ etiam $A\Gamma$ recta cum $\Delta Z$ congruet, quia $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. quare etiam punctum $\Gamma$ in $Z$ punctum cadet, quia rursus $A\Gamma = \Delta Z$. uerum etiam $B$ in $E$ ceciderat; quare basis $B\Gamma$ in basim $EZ$ cadet. nam, cum $B$ in $E$, $\Gamma$ uero in $Z$ ceciderit, si ita basis $B\Gamma$ cum $EZ$ non congruet, duae rectae spatium comprehendent; quod fieri non potest [κ. ἔνν. 9]. itaque basis $B\Gamma$ cum $EZ$ congruet et aequalis ei erit [κ. ἔνν. 7]. quare etiam totus triangulus $AB\Gamma$ cum toto triangulo $\Delta EZ$ congruet et ei aequalis erit, et reliqui anguli cum reliquis congruent et aequales iis erunt, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$ et $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

---

ταῖς] om. Pbp. δυσί V; in p δύο πλευραῖς deleta sunt m. 1. 22. ἕξει ἴσην BF. 25. ὑφ'] corr. in ἐφ' m. 1 b. ὑφ' ἃς — ὑποτείνουσιν] mg. m. 1 P.

ε΄.

*Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.*

*Ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ πλευρὰν τῇ ΑΓ πλευρᾷ; καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι αἱ ΒΔ, ΓΕ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΕ.*

*εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΒΔ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΕ τῇ ἐλάσσονι τῇ ΑΖ ἴση ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΓ, ΗΒ εὐθεῖαι.*

*ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΖ τῇ ΑΗ ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΖΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΗΑ, ΑΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΖΑΗ· βάσις ἄρα ἡ ΖΓ βάσει τῇ ΗΒ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον τῷ ΑΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΓΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΗ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΖΓ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΖ ὅλῃ τῇ ΑΗ ἐστιν ἴση, ὧν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΖ λοιπῇ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΓ τῇ ΗΒ ἴση· δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΓ δυσὶ ταῖς ΓΗ, ΗΒ*

---

2. *πρός*] *πρό* b, sed corr. m. 1. 3. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. *εἰσίν*] P, Proclus, comp. b; *εἰσί* uulgo. 5. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. *ἔσονται*] *εἰσί* Proclus. 7. *πλευρᾷ*] *πλευρὰν* φ. 8. *εὐθείας*] *εὐθείαις* B. 9. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ* F. 10. *ΓΒΔ ἴση ἐστί* p et V m. recentissima. 17. *περιέχουσιν*

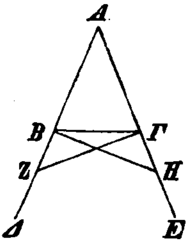
## V.

In triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt.

Sit triangulus aequicrurius $AB\Gamma$ habens $AB = A\Gamma$, et producantur $AB$, $A\Gamma$ in directum, ut fiant $B\Delta$, $\Gamma E$. dico, esse

$$\angle AB\Gamma = A\Gamma B$$

et $\angle \Gamma B\Delta = B\Gamma E$.



Sumatur enim in $B\Delta$ quoduis punctum $Z$, et a maiore $AE$ minori $AZ$ aequalis abscindatur $AH$ [prop. III], et ducantur $Z\Gamma$, $HB$ rectae.

iam quoniam $AZ = AH$ et $AB = A\Gamma$, duae rectae $ZA$, $A\Gamma$ duabus $HA$, $AB$ aequales sunt altera alteri; et angulum communem comprehendunt $ZAH$. itaque $Z\Gamma = HB$ et $\triangle AZ\Gamma = AHB$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV], $\angle A\Gamma Z = ABH$ et $\angle AZ\Gamma = AHB$. et quoniam $AZ = AH$, quarum partes $AB$, $A\Gamma$ aequales, erit $BZ = \Gamma H$ [κ. ἔνν. 3]. sed demonstratum est etiam $Z\Gamma = HB$. itaque duae rectae $BZ$, $Z\Gamma$ duabus $\Gamma H$, $HB$ aequales sunt altera alteri; et $\angle BZ\Gamma = \Gamma HB$ et basis eorum communis

V. Simplicius in phys. fol. 14[v]. Boetius p. 380, 13—15, ubi sic fere scribendum: si triangulus aequalia latera habeat, qui ad eius basim anguli sunt, aequales alter alteri sunt, et aequalibus lineis [productis] et sub basi eius anguli aequales utrimque erunt.

PVp. 19. ἐστίν] PF, comp. b; ἐστί uulgo. 25. Ante $BZ$ ras. est unius litt. in V. 26. $HB$] $BH$ V, corr. m. 2. δυσί] e corr. V.

ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΒΖΓ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΓΗΒ* ἴση, καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ *ΒΓ*· καὶ τὸ *ΒΖΓ* ἄρα τρίγωνον τῷ *ΓΗΒ* τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ *ΖΒΓ* τῇ ὑπὸ *ΗΓΒ* ἡ δὲ ὑπὸ *ΒΓΖ* τῇ ὑπὸ *ΓΒΗ*. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ *ΑΒΗ* γωνία ὅλῃ τῇ ὑπὸ *ΑΓΖ* γωνίᾳ ἐδείχθη ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ *ΓΒΗ* τῇ ὑπὸ *ΒΓΖ* ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* λοιπῇ τῇ ὑπὸ *ΑΓΒ* ἐστιν ἴση· καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ *ΖΒΓ* τῇ ὑπὸ *ΗΓΒ* ἴση· καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν.

Τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ϛ΄.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἔστω τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ* ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνίαν τῇ ὑπὸ *ΑΓΒ* γωνίᾳ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ *ΑΒ* πλευρᾷ τῇ *ΑΓ* ἐστιν ἴση.

εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ *ΑΒ* τῇ *ΑΓ*, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ *ΑΒ*, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς *ΑΒ* τῇ ἐλάττονι τῇ *ΑΓ* ἴση ἡ *ΔΒ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΔΓ*.

6. ἐστὶν ἄρα V. *ΖΒΓ*] in ras. V. 7. *ΗΓΒ*] corr. ex *ΓΗΒ* V. 9. ἴση] (alt.) ἐστιν ἴση V e corr. 10. ὑπό] (alt.)

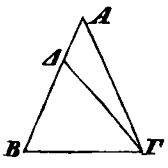
$B\Gamma$. itaque etiam $\triangle B Z \Gamma = \Gamma H B$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle Z B \Gamma = H \Gamma B$ et $B \Gamma Z = \Gamma B H$ [prop. IV]. iam quoniam $\angle A B H = A \Gamma Z$, ut demonstratum est, quorum partes $\Gamma B H$, $B \Gamma Z$ aequales, erit $\angle A B \Gamma = A \Gamma B$ [*κ. ἔνν.* 3]. et sunt ad basim positi trianguli $A B \Gamma$. uerum etiam demonstratum est $\angle Z B \Gamma = H \Gamma B$; et sub basi sunt.

Ergo in triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt; quod erat demonstrandum.

## VI.

Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt.

Sit triangulus $A B \Gamma$ habens $\angle A B \Gamma = A \Gamma B$. dico, esse etiam $A B = A \Gamma$.




Si enim $A B$ rectae $A \Gamma$ inaequalis est, alterutra earum maior est. sit $A B$ maior, et a maiore $A B$ minori $A \Gamma$ aequalis abscindatur $\Delta B$ [prop. III], et ducatur $\Delta \Gamma$.

VI. Boetius p. 380, 15.

supra m. 1 B. *ἴση ἐστίν* F; *ἴση ἐστί* B. *εἰσιν* P. 11. $A B \Gamma$] $A \Gamma B$ B. 12. $H \Gamma B$] e corr. V. 15. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. *προσεκβληθεισῶν* P. 19. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. 20. *ὦσιν*] Proclus, PF; *ὦσι* uulgo. *αἱ*] om. F. 21. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. *ἔσονται*] *εἰσί* Proclus. 25. *ἡ ἑτέρα*] *μία* in ras. 6 litt. P m. recent., *ἑτέρα* p et b m. 1 (*ἡ* supra insertum). 27. *ἐλάσσονι* BFV.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\varDelta B$ τῇ $A\Gamma$ κοινὴ δὲ ἡ $B\Gamma$, δύο δὴ αἱ $\varDelta B$, $B\Gamma$ δύο ταῖς $A\Gamma$, $\Gamma B$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $\varDelta B\Gamma$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $A\Gamma B$ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ $\varDelta\Gamma$ βάσει τῇ $AB$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $\varDelta B\Gamma$ τρίγωνον τῷ $A\Gamma B$ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, τὸ ἔλασσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ $AB$ τῇ $A\Gamma$· ἴση ἄρα.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ζ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς $AB$ δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς $A\Gamma$, $\Gamma B$ ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ $A\varDelta$, $\varDelta B$ ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ τε $\Gamma$ καὶ $\varDelta$ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν $\Gamma A$ τῇ $\varDelta A$ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ $A$, τὴν δὲ $\Gamma B$ τῇ $\varDelta B$ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ $B$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\Gamma\varDelta$.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $A\Gamma$ τῇ $A\varDelta$, ἴση ἐστὶ καὶ

2. δυσί V. 3. καί] bis B (in fine et init. linn.). Post $\varDelta B\Gamma$ ras. 3 litt. F. 4. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$, sed B in ras. F. 5. $\varDelta B\Gamma$] corr. ex $AB\Gamma$ V; $AB\Gamma$ b. $A\Gamma B$] corr. ex $\varDelta\Gamma B$ V; in ras. B; $\varDelta\Gamma B$ b. 6. ἔλαττον B. 7. ἄνισος] supra m. 2, in textu μείζων m. rec. in ras. P. 9. ὦσιν] PF; ὦσι uulgo. αἱ] supra P. 12. δυσί V. Post ταῖς ras. 5 litt. P. 14. οὐ σταθήσονται (scr. συσταθ.) ἑκατέρα ἑκατέρᾳ Pro-

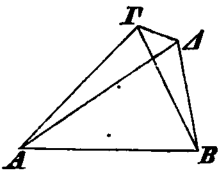
iam cum $\Delta B = A\Gamma$, et $B\Gamma$ communis sit, duae rectae $\Delta B$, $B\Gamma$ duabus $A\Gamma$, $\Gamma B$ aequales sunt altera alteri, et $\angle\, \Delta B\Gamma = A\Gamma B$. itaque $\Delta\Gamma = AB$ et $\triangle\, \Delta B\Gamma = A\Gamma B$ [prop. IV], minus maiori; quod absurdum est [*κ. ἔνν.* 8]. itaque $AB$ rectae $A\Gamma$ inaequalis non est; aequalis igitur.

Ergo si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt; quod erat demonstrandum.

## VII.

In eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes.

Nam si fieri potest, in eadem recta $AB$ duabus iisdem rectis $A\Gamma$, $\Gamma B$ aliae duae rectae $A\Delta$, $\Delta B$ aequales altera alteri constituantur ad aliud atque aliud punctum $\Gamma$ et $\Delta$ ad eandem partem eosdem terminos habentes, ita ut $\Gamma A = \Delta A$, quacum terminum habet communem $A$, et $\Gamma B = \Delta B$, quacum terminum habet communem $B$, et ducatur $\Gamma\Delta$.




Iam quoniam $A\Gamma = A\Delta$, etiam $\angle\, A\Gamma\Delta = A\Delta\Gamma$

VII. Boetius p. 380, 19.

clus. 19. *αἱ*] om. P. *συνεστάτωσαν*] corr. ex *συνέστωσαν* B. 21. Post *μέρη* add. *τὰ* $\Gamma$, $\Delta$ P m. rec., mg. m. 2 FVp. Post *ἔχουσαι* in P m. rec., Vp m. 2 add. *τὰ* $A$, $B$; in FB add. *ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις*; in F praeterea m. 2: *ἤτοι τὰ* $A$, $B$ (post *εὐθείαις*). 22. $\Delta A$] $A\Delta$ BF. 24. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ BF. 25. *ἴση*] postea add. P. Post $A\Gamma$ add. *εὐθεῖα* P m. rec. *ἐστίν* P.

*γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.*

*Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## η'.

*Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.*

*Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴσην· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση.*

*Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Β σημείου ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον τῆς δὲ ΒΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΖ*

---

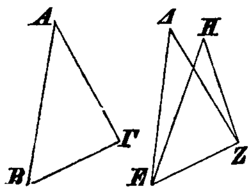
2. *τῆς*] corr. ex *τῇ* P. 3. *ΓΒ*] e corr. V; *ΒΓ* BF. 4. *ἐστίν* P. *ΓΔΒ*] *ΒΔΓ* p. 5. *ΔΓΒ*] *ΒΓΔ* p. 13. *ταῖς*

[prop. V]. quare $\angle A\varDelta\varGamma > \varDelta\varGamma B$ [$\varkappa$. ἐνν. 8]. itaque multo magis $\angle\ \varGamma\varDelta B > \varDelta\varGamma B$ [id.]. rursus quoniam $\varGamma B = \varDelta B$, erit $\angle\ \varGamma\varDelta B = \varDelta\varGamma B$ [prop. V]. sed demonstratum est, eundem multo maiorem esse; quod fieri non potest.

Ergo in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes; quod erat demonstrandum.

## VIII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et praeterea basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt.




Sint duo trianguli $AB\varGamma, \varDelta EZ$ duo latera $AB$, $A\varGamma$ duobus lateribus $\varDelta E$, $\varDelta Z$ aequalia habentes alterum alteri,

$$AB = \varDelta E \text{ et } A\varGamma = \varDelta Z,$$

et praeterea habeant $B\varGamma = EZ$. dico, etiam esse $\angle\ BA\varGamma = E\varDelta Z$.

nam triangulo $AB\varGamma$ ad triangulum $\varDelta EZ$ adplicato et puncto $B$ in $E$ puncto posito recta autem $B\varGamma$ in $EZ$ etiam $\varGamma$ punctum in $Z$ cadet, quia $B\varGamma = EZ$. adplicata iam $B\varGamma$ rectae $EZ$ etiam $BA$, $\varGamma A$ cum $E\varDelta$,

VIII. Boetius p. 380, 24.

δυσί V. 14. ἔχῃ δέ] om. Proclus. 19. τάς] om. Pbp. δυσί V. 21. $B\varGamma$] $A\varGamma$ F, sed $A$ eras. 25. τοῦ μέν] μὲν τοῦ B. 29. δή] δέ Bb. ἐπί] in ras. m. 1 P.

*ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΒΑ, ΓΑ ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ. εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει, αἱ δὲ ΒΑ, ΑΓ πλευραὶ ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ οὐκ ἐφαρμόσουσιν ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ ΕΗ, ΗΖ, συσταθήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι. οὐ συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς ΒΓ βάσεως ἐπὶ τὴν ΕΖ βάσιν οὐκ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΒΑ, ΑΓ πλευραὶ ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ. ἐφαρμόσουσιν ἄρα· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΔΖ ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.*

*Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## θ΄.

*Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.*

*Ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. δεῖ δὴ αὐτὴν δίχα τεμεῖν.*

*Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΓ τῇ ΑΔ ἴση ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας.*

---

1. *ἐφαρμόσουσιν* P. *ΒΑ, ΓΑ*] PBbp; *ΒΑ, ΑΓ* V e corr.; utrum praebeat F, discerni nequit. 8. *συνίσταται* p. 9. *ἐφαρμόσουσιν* PF. *αἱ*] supra m. rec. P. 10. *ἐφαρ-*

$\Delta Z$ congruent. nam si basis $B\Gamma$ cum basi $EZ$ congruet, latera autem $BA$, $A\Gamma$ cum $E\Delta$, $\Delta Z$ non congruent, uerum extra cadent, ut $EH$, $HZ$, in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos habentes. sed non constituuntur [prop. VII]. itaque fieri non potest, ut basi $B\Gamma$ ad basim $EZ$ adplicata non congruant etiam latera $BA, A\Gamma$ cum $E\Delta, \Delta Z$. congruent igitur. quare etiam angulus $BA\Gamma$ cum angulo $E\Delta Z$ congruet et ei aequalis erit [κ. ἔνν. 7].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt; quod erat demonstrandum.

## IX.

Datum angulum rectilineum in duas partes aequales diuidere.

Sit datus angulus rectilineus $BA\Gamma$. oportet igitur eum in duas partes aequales diuidere.

sumatur in $AB$ quoduis punctum $\Delta$, et ab $A\Gamma$ rectae $A\Delta$ aequalis abscindatur $AE$ [prop. III], et ducatur $\Delta E$, et in $\Delta E$ construatur triangulus aequilaterus $\Delta EZ$ [prop. I], et ducatur $AZ$. dico, angulum $BA\Gamma$ recta $AZ$ in duas partes aequales diuisum esse.

---

IX. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 381, 1?.

---

μόσουσι V. 11. ἐπί] supra F. 13. ταῖς] om. Pp. 14. τῇ βάσει τὴν βάσιν P; corr. m. 1. 19. εὐθύγραμμον γωνίαν Proclus. 23. ἐπί] γὰρ ἐπί P; ἀπί V, corr. m. 1. 27. γωνία] om. BF.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΖ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΖ δυσὶ ταῖς ΕΑ, ΑΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΖ ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία δίχα τῇ ΓΔ εὐθείᾳ· λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ εὐθεῖα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον.

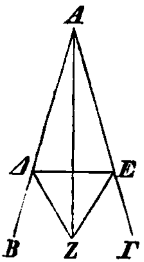
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΒΔ ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

4. ἐστίν] PF (in b ν eras.); ἐστί uulgo; comp. B. 12. ἡ] om. bp; m. 2 V. 13. εὐθεῖαν πεπερασμένην] P; om. Theon (BFVbp). 15. ΑΓΒ] ante Γ ras. 1 litt. F; ΓΒ in ras. V. Ante et post τῇ ras. F, sicut post εὐθείᾳ lin. 16. 17. τό] τόν comp. V. 19. δυσίν V; δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ om. b (τῇ γβ γδ m. 2). 21. ἐστίν] ἐστί Vp; comp. Bb. ΒΔ] in ras. m. 1 P. 24. τέμνηται p. ποιῆσαι] δεῖξαι P, mg. m. 1 γρ. ποιῆσαι.

nam cum $A\Delta = AE$, et $AZ$ communis sit, duae



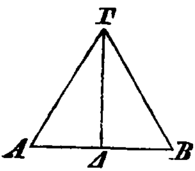

rectae $\Delta A$, $AZ$ duabus $EA$, $AZ$ aequales sunt altera alteri; et basis $\Delta Z$ basi $EZ$ aequalis est. itaque $\angle\, \Delta AZ = EAZ$ [prop. VIII].

Ergo datus angulus rectilineus $BA\Gamma$ recta $AZ$ in duas partes aequales diuisus est; quod oportebat fieri.

## X.

Datam rectam terminatam in duas partes aequales diuidere.

Sit data recta terminata $AB$. oportet igitur rectam terminatam $AB$ in duas partes aequales diuidere.




construatur in ea triangulus aequilaterus $AB\Gamma$ [prop. I], et angulus $A\Gamma B$ recta $\Gamma\Delta$ in duas partes aequales diuidatur [prop. IX]. dico, rectam $AB$ in puncto $\Delta$ in duas partes aequales diuisam esse.

nam cum $A\Gamma = \Gamma B$, et $\Gamma\Delta$ communis sit, duae rectae $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt altera alteri; et $\angle\, A\Gamma\Delta = B\Gamma\Delta$. quare $A\Delta = B\Delta$ [prop. IV].

Ergo data recta terminata $AB$ in puncto $\Delta$ in duas partes aequales diuisa est; quod oportebat fieri.

---

X. Sext. Emp. p. 719, 26. Simplicius in phys. fol. 114v. Proclus p. 204, 19. Boetius p. 381, 2?

ια΄.

*Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.*

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ᾽ αὐτῆς τὸ Γ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω, ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΖ, δύο δὴ αἱ ΔΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΕΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΕ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ ἴση ἐστίν· καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΓΖ, ΖΓΕ.

Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΓΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

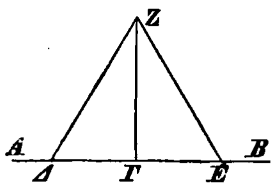
---

10. ΓΔ] Δ in ras. est in b; ΔΓ in ras. V. 13. *αὐτήν* F et B m. 1 (corr. m. 2). *δοθέντος*] *-έν-* in ras. est in V. 14. *γραμμή*] ex *γραμμῆι* V. ΖΓ] ΓΖ p et P corr. ex ΖΓ. 15. *ἐπεί* — ΓΖ] mg. m. 2 P. ΔΓ] in ras. P. 16. ΔΓ, ΓΖ] Δ et Ζ eras. F; ΖΓ, ΓΔ B. 17. *ἐστίν*] P; *ἐστί* uulgo, ut lin. 18. 19. *ἑξῆς* V; corr. m. 2. 23. *τῇ*] (alt.) *ἡ* V; corr. m. 2. ΑΒ] in ras. P.

## XI.

Ad datam rectam a dato puncto in ea sito rectam perpendicularem erigere.

Sit data recta $AB$, punctum autem datum in ea situm $\Gamma$. oportet igitur a $\Gamma$ puncto rectae $AB$ perpendicularem rectam erigere.




sumatur in $A\Gamma$ quoduis punctum $\Delta$, et ponatur $\Gamma E = \Gamma\Delta$ [prop. II], et in $\Delta E$ triangulus aequilaterus construatur $Z\Delta E$ [prop. I], et ducatur $Z\Gamma$. dico, ad datam rectam $AB$ a dato puncto in ea sito $\Gamma$ perpendicularem erectam esse rectam lineam $Z\Gamma$.

nam quoniam $\Delta\Gamma = \Gamma E$ et communis $\Gamma Z$, duae rectae $\Delta\Gamma$, $\Gamma Z$ duabus $E\Gamma$, $\Gamma Z$ aequales sunt altera alteri; et basis $\Delta Z$ basi $ZE$ aequalis est. itaque $\angle \Delta\Gamma Z = E\Gamma Z$ [prop. VIII]; et deinceps sunt positi. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis [def. 10]. itaque $\Delta\Gamma Z$, $Z\Gamma E$ recti sunt.

Ergo ad datam rectam $AB$ a dato puncto in ea sito $\Gamma$ perpendicularis recta linea ducta est $\Gamma Z$; quod oportebat fieri.

---

XI. Boetius p. 381, 4.

ιβ'.

*Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.*

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος ἡ $AB$ τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, τὸ $Γ$· δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν $AB$ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ $Γ$, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς $AB$ εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ $Δ$, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ $Γ$ διαστήματι δὲ τῷ $ΓΔ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $EZH$, καὶ τετμήσθω ἡ $EH$ εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ $Θ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΓH, ΓΘ, ΓE$ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν $AB$ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ $Γ$, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ $ΓΘ$.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $HΘ$ τῇ $ΘE$, κοινὴ δὲ ἡ $ΘΓ$, δύο δὴ αἱ $HΘ$, $ΘΓ$ δύο ταῖς $EΘ$, $ΘΓ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ $ΓH$ βάσει τῇ $ΓE$ ἐστιν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $ΓΘH$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $EΘΓ$ ἐστιν ἴση. καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν $AB$ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ $Γ$, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ $ΓΘ$· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

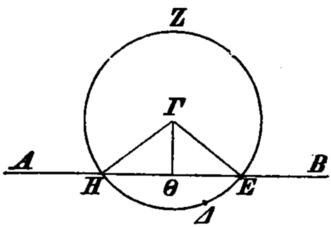
2. Ante *ἀπό* ras. 2 litt. P. 9. *γραμμήν*] mg. m. recenti V. 11. *μέν*] supra m. 1 P. *κέντρῳ τῷ Γ καὶ διαστήματι* BFbp. 13. *εὐθεῖα*] P; om. Theon (BFVbp). 14. *ΓE*] e

## XII.

Ad datam rectam infinitam a dato puncto extra eam sito perpendicularem rectam lineam ducere.

Sit data recta infinita $AB$ punctum autem datum extra eam situm $\Gamma$. oportet igitur ad datam rectam infinitam $AB$ a dato puncto extra eam sito $\Gamma$ perpendicularem rectam ducere.

sumatur enim in altera parte rectae $AB$ quoduis punctum $\Delta$, et centro $\Gamma$ radio autem $\Gamma\Delta$ circulus describatur $EZH$ [αἴτ. 3], et recta $EH$ in duas partes aequales secetur [prop. X] in $\Theta$, et ducantur rectae $\Gamma H, \Gamma\Theta, \Gamma E$. dico, ad datam rectam infinitam $AB$ a dato puncto $\Gamma$ extra eam sito perpendicularem ductam esse $\Gamma\Theta$.




nam cum $H\Theta = \Theta E$, et communis sit $\Theta\Gamma$, duae rectae $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ duabus $E\Theta$, $\Theta\Gamma$ aequales sunt altera alteri. et basis $\Gamma H$ basi $\Gamma E$ aequalis est. itaque $\angle \Gamma\Theta H = E\Theta\Gamma$ [prop. VIII]. et deinceps positi sunt. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est [def. 10].

Ergo ad datam rectam infinitam $AB$ a dato puncto $\Gamma$ extra eam sito perpendicularis ducta est $\Gamma\Theta$; quod oportebat fieri.

---

XII. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 381, 7.

---

corr. m. 2 P, $E$ dub. in F. εὐθεῖαι] P; om. Theon (BFV bp). 16. κάθετος] ante τ ras. V, ut lin. 28. 19. $\Theta\Gamma$] $\Gamma\Theta$ BF. $H\Theta$, $\Theta\Gamma$] $\Theta\Gamma$, $\Theta H$ e corr. P; $\Gamma\Theta$, $\Theta H$ B; $H$ et $\Gamma$ eras. F. δυσί BF.

## ιγ'.

*Ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.*

*Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ ἐπ' εὐθεῖάν τὴν ΓΔ σταθεῖσα γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ· λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ γωνίαι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.*

*Εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, δύο ὀρθαί εἰσιν. εἰ δὲ οὔ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΓΔ [εὐθείᾳ] πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΕΒΔ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ, ΕΒΔ ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ, ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ ἄρα ταῖς ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ αἱ ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.*

*Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ,*

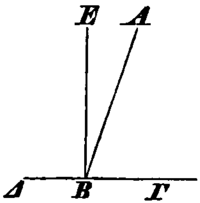
---

2. *Ἐάν*] P m. 2, Proclus p. 292, 15, Philop. in anal. II; in V *ε* rubro colore postea additum, ut saepe in hoc codice litterae initiales, *α* in ras. (sed lin. 24 *ὡς ἄν*); *ὅταν* P m. 1, Philop. in phys.; *ὡς ἄν* Theon (BFbp, Psellus et sine dubio V m. 1), Proclus errore librarii p. 291, 20. 3. *δυσίν*] *δύο* Proclus. 10. *οὔ*] post ras. 1 litt. V. 11. *εὐθείᾳ*] P mg. m. 1; om. BFVbp. 12. *εἰσιν*] P, *εἰσι* uulgo. 13. *ἐστίν*] P, *ἐστί* uulgo. 14. *τρισί*] ex *τρισίν* m. 2 P. 15. *εἰσίν*]

## XIII.

Si recta super rectam lineam erecta angulos effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet.

nam recta aliqua $AB$ super rectam $\Gamma\Delta$ erecta angulos efficiat $\Gamma BA$, $AB\Delta$. dico, angulos $\Gamma BA$, $AB\Delta$ aut duos rectos esse aut duobus rectis aequales.




iam si $\Gamma BA = AB\Delta$, duo recti sunt [def. 10]. sin minus, a $B$ puncto ad rectam $\Gamma\Delta$ perpendicularis ducatur $BE$ [prop. XI]. itaque $\Gamma BE$, $EB\Delta$ duo recti sunt. et quoniam $\Gamma BE = \Gamma BA + ABE$, communis adiiciatur $EB\Delta$. itaque $\Gamma BE + EB\Delta = \Gamma BA + ABE + EB\Delta$ [κ. ἐνν. 2]. rursus quoniam $\Delta BA = \Delta BE + EBA$, communis adiiciatur $AB\Gamma$. itaque $\Delta BA + AB\Gamma = \Delta BE + EBA + AB\Gamma$ [id.]. sed demonstratum est, etiam $\Gamma BE + EB\Delta$ iisdem tribus aequales esse. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ. ἐνν. 1]. quare etiam

$$\Gamma BE + EB\Delta = \Delta BA + AB\Gamma.$$

uerum $\Gamma BE + EB\Delta$ duo recti sunt. itaque etiam $\Delta BA + AB\Gamma$ duobus rectis sunt aequales.

Ergo si recta super rectam lineam erecta angulos

---

XIII. Simplic. in phys. fol. 14. Philopon. in phys. h IIII, in anal. II p. 65. Psellus p. 36, 40. Boetius p. 381, 9.

---

εἰσί PBV; comp. b. 16. ἴση] corr. ex ἴσα V. ἐστίν] PF, comp. b, ἐστί uulgo. 17. ἄρα] ἄρα γωνίαι (in ras.) αἱ V. 20. καί] (alt.) post ea add. V; in mg. add. m. 2: αἱ δύο. 21. εἰσιν ἴσαι p. 22. εἰσιν] PF; comp. Bb; εἰσι uulgo. αἱ] om. V. 23. ἄρα] om. BF. 24. Ἐάν] ὡς ἄν PBFVbp.

*ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

ιδ'.

*Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.*

*Πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ, ΒΔ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ ΓΒ ἡ ΒΔ.*

*Εἰ γὰρ μή ἐστι τῇ ΒΓ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ, ἔστω τῇ ΓΒ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΕ.*

*Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΒ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΒΕ ἐφέστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΕ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΓΒΑ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΓΒ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΒΔ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ.*

---

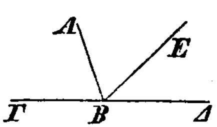
1. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] :— BFV; om. bp; *δεῖξαι* mg. m. 2 FV. 2. *δεῖξαι*] *ποιῆσαι* P, corr. m. 2. 4. *εὐθείᾳ γραμμῇ* F. 5. *εὐθεῖαι ἑξῆς* Proclus; cfr. p. 295, 17. *κείμεναι*] om. Proclus. 6. *δυσίν*] *δύο* Proclus. 13. *ἐστίν* P, ut lin. 14. 14. *ΒΓ*] corr. ex *ΓΒ* V. 15. *ΓΒ*] *ΒΓ* b. 17. *αἱ*] *ἡ* e corr. B. *δυσίν* V. 18. *εἰσὶν δέ* P. *δυσίν* V. 19. (*ὀρ-*)*θαῖς* — 20. *εἰσίν*] postea add. in V in imo folio. 20. *εἰσίν*]

effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet; quod erat demonstrandum.

## XIV.

Si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta.

Nam ad rectam aliquam $AB$ et punctum eius $B$ duae rectae $B\Gamma$, $B\Delta$ non in eadem parte positae angulos deinceps positos $AB\Gamma$, $AB\Delta$ duobus rectis aequales efficiant. dico, $\Gamma B$ et $B\Delta$ in eadem recta esse.




nam si $B\Gamma$ et $B\Delta$ non sunt in eadem recta, $\Gamma B$ et $BE$ in eadem recta sint.

iam quoniam recta $AB$ super rectam $\Gamma BE$ erecta est, $\angle\, AB\Gamma + ABE$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. uerum etiam $AB\Gamma + AB\Delta$ duobus rectis aequales sunt. itaque $\Gamma BA + ABE = \Gamma BA + AB\Delta$ [κ. ἔνν. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle\, \Gamma BA$. itaque $\angle\, ABE = AB\Delta$ [κ. ἔνν. 3], minor maiori; quod fieri non potest. quare $BE$ et $\Gamma B$ non sunt in eadem recta. similiter idem de quauis alia recta praeter $B\Delta$ demonstrabimus. itaque $\Gamma B$ et $B\Delta$ in eadem recta sunt.

---

XIV. Simplic. ad Arist. de coel. fol. 131v. Philop. ad anal. II fol. 4v. Boetius p. 381, 11.

---

PF; εἰσί uulgo. κοινή — 21. τῇ ὑπό] in ras. in summa pag. V. 21. λοιπῇ] λοι V. 22. ἐλάττων F. 23. $\Gamma B$] $B\Gamma$ P, et V sed corr. 24. οὐδ' p. 25. τῇ] sequitur ras. 1 litt. in V, τῆς comp. b.

Ἐὰν ἄρα πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε΄.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τας κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΕΒ τῇ ὑπὸ ΑΕΔ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΕ ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΓΔ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΕ ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΑΒ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ ταῖς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΕΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΒ, ΔΕΑ ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

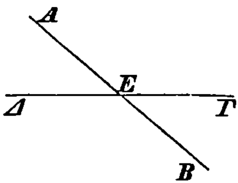
4. αἱ] om. V. 7. ποιοῦσιν] ποιοῦσι Proclus, ποιήσουσιν (uel -σι) codd.; cfr. lin. 24. 12. ἐφέστηκεν BF. 13. ΓΕΑ — 18. ὀρθαῖς] in ras. V. 14. εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσί uulgo. 15. ἐπ᾽] ἐπί Pb. ἐφέστηκεν PBF. 16. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ] mg. m. 1 p. 19. ἄρα] om. F. ταῖς] ἄρα ταῖς F. 20. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. ἀφῃρήισθω V. 21.

Ergo si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta; quod erat demonstrandum.

## XV.

Si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt.

Nam duae rectae $AB$, $\Gamma\Delta$ inter se secent in puncto $E$. dico, esse $\angle A E \Gamma = \Delta E B$ et $\angle \Gamma E B = A E \Delta$.




nam quoniam recta $AE$ super rectam $\Gamma\Delta$ erecta est angulos efficiens $\Gamma E A$, $A E \Delta$, anguli $\Gamma E A$, $A E \Delta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. rursus quoniam recta $\Delta E$ super rectam $AB$ erecta est angulos efficiens $A E \Delta$, $\Delta E B$, anguli $A E \Delta$, $\Delta E B$ duobus rectis aequales sunt [id.] sed demonstratum est, etiam angulos $\Gamma E A$, $A E \Delta$ duobus rectis aequales esse. quare $\Gamma E A + A E \Delta = A E \Delta + \Delta E B$ [κ. ἔνν. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle A E \Delta$. itaque $\Gamma E A = B E \Delta$ [κ. ἔνν. 3]. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle \Gamma E B = \Delta E A$.

Ergo si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt; quod erat demonstrandum.

---

XV. Boetius p. 381, 15.

---

$\Gamma E A$] litt. $EA$ in ras. V. $B E \Delta$] $\Delta E B$ B et in ras. V. δή] δέ b, et V m. 1 sed corr. 24. ποιῶσιν F.

[*Πόρισμα.*

*Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι, ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς [τῇ τομῇ γωνίας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσιν.*]

*ις'.*

*Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν.*

*Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΓΒΑ, ΒΑΓ γωνιῶν.*

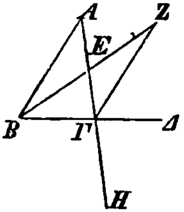
*Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η.*

*Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἴση ἐστίν· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ. μείζων δέ ἐστιν ἡ*

1. *πόρισμα* — 4. *ποιοῦσιν*] om. PVb et alter codex Grynaei; in p legitur a m. 2; in B in imo mg. m. 1; habent F, Proclus, Psellus p. 36; in V mg. m. 2 legitur cum altero cod. Grynaei: *ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέσσαρσιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσι*; idem mg. m. 1 praebent F (*τέτρασιν, ποιήσουσιν*) et b (*τέτταρσιν, ποιήσουσιν*) et habuit Psellus; Proclus

## XVI.

In quouis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est.




Sit triangulus $AB\Gamma$, et producatur unum latus eius $B\Gamma$ ad $\Delta$ punctum. dico esse $\angle A\Gamma\Delta > \Gamma BA$ et

$$A\Gamma\Delta > BA\Gamma.$$

secetur $A\Gamma$ in duas partes aequales in $E$ [prop. X], et ducta $BE$ producatur in directum ad Z, et ponatur $EZ = BE$, et ducatur $Z\Gamma$, et educatur $A\Gamma$ ad $H$.

iam quoniam $AE = E\Gamma$ et $BE = EZ$, duae rectae $AE$, $EB$ duabus $\Gamma E$, $EZ$ aequales sunt altera alteri. et $\angle AEB = ZE\Gamma$ (nam ad uerticem eius est) [prop. XV]. itaque basis $AB$ basi $Z\Gamma$ aequalis est et $\triangle ABE = ZE\Gamma$, et reliqui anguli reliquis aequales sunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. itaque $\angle BAE = E\Gamma Z$. uerum

XVI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 17.

p. 305, 4 de suo adiicit. praeterea in V mg. m. 1 reperitur: *πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν*. Zambertus nullum omnino porisma habet, Campanus id, quod recepimus. 2. *τέμωσιν* p. 3. *πρὸς τῇ τομῇ*] Bp; *τέτταρας* Proclus. *αἱ πρὸς τῇ τομῇ γωνίαι* F. *τέτρασιν*] BFp; *τέτταρσιν* Proclus. 4. *ἴσας*] *ἴσαι* F. *ποιήσουσιν*] Bp; *ποιοῦσιν* Proclus; *εἰσίν* F. 6. *τῶν πλευρῶν*] *πλευρᾶς* Proclus; *τῶν πλευρᾶς* V, sed corr. *προσ-* e corr. V. 7. *τοῦ τριγώνου γωνία* Proclus. 8. *ἀπεναντίων* B. *γωνιῶν*] P, Boetius, Campanus; om. Proclus et Theon (BFbp; in V comp. add. m. 2). 12. *ἀπεναντίων* B. 14. Post $BE$ ras. 2 litt. P. *ἐπ' εὐθείας*] P; om. Theon (BFVbp). 16. $H$] $K$ in ras. p. 20. *ἐστίν*] comp. b; *ἐστί* BF. 21. *ἐστίν*] PF; comp. b; *ἐστί* uulgo. 25. *μείζω* P, corr. m. 2.

ὑπὸ ΕΓΔ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ. Ὁμοίως δὴ τῆς ΒΓ τετμημένης δίχα δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζʹ.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. ΑΓΔ] ΑΓΔ καί F. 2. δή] BFbp; δέ P et V insertum m. 2. τετμημένης] τμηθείσης B. 6. ἀπεναντίων B. 7. γωνιῶν] P; om. Theon (BFVbp). δεῖξαι] PBp et e corr. V; :∼ F; ποιῆσαι V m. 1, b. 10. εἰσιν P. μεταλαμβανόμεναι] -αι eras. V. 13. ἐλάσσονες BVb. εἰσιν PF. 15. ΑΒΓ] ΒΓ euan. F. 16. ἐστίν P. ἀπεναντίων B, sed corr. m. 1. 19. δυσίν B. εἰσιν ἴσαι B. 20. ἐλάττονες F. 21. ὑπό] om. Pp; m. 2 PF. 22. εἰσιν PF, comp. b.

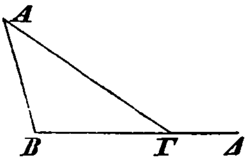
$\angle E\Gamma\Delta > E\Gamma Z$ [$\varkappa$. ἐνν. 8]. quare $\angle A\Gamma\Delta > BAE$. similiter recta $B\Gamma$ in duas partes aequales secta demonstrabitur etiam $\angle B\Gamma H > AB\Gamma$, h. e.

$$\angle A\Gamma\Delta > AB\Gamma.$$

Ergo in quouis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est; quod erat demonstrandum.

## XVII.

Cuiusuis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt quoquo modo coniuncti.




Sit triangulus $AB\Gamma$. dico, angulos duos trianguli $AB\Gamma$ duobus rectis minores esse quoquo modo coniunctos.

producatur enim $B\Gamma$ ad $\Delta$. et quoniam in triangulo $AB\Gamma$ extrinsecus positus est angulus $A\Gamma\Delta$, maior est angulo interiore et opposito $AB\Gamma$ [prop. XVI]. communis adiiciatur $A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma\Delta + A\Gamma B > AB\Gamma + B\Gamma A \text{ [}\varkappa\text{. ἐνν. 4].}$$

uerum $A\Gamma\Delta + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. itaque $AB\Gamma + B\Gamma A$ duobus rectis minores sunt. similiter demonstrabimus, etiam $BA\Gamma + A\Gamma B$ et praeterea $\Gamma AB + AB\Gamma$ duobus rectis minores esse.

Ergo cuiusuis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt quoquo modo coniuncti; quod erat demonstrandum.

---

XVII. Proclus p. 184, 1. Boetius p. 381, 19.

---

24. ἐλάττονες F. εἰσιν PF; comp. b. δεῖξαι] ποιῆσαι V, sed supra scr. δεῖξαι m. 1.

ιη'.

*Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.*

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ* μείζονα ἔχον τὴν *ΑΓ* πλευρὰν τῆς *ΑΒ*· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ *ΒΓΑ*.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ *ΑΓ* τῆς *ΑΒ*, κείσθω τῇ *ΑΒ* ἴση ἡ *ΑΔ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΒΔ*.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ *ΒΓΔ* ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ *ΑΔΒ*, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ *ΔΓΒ*· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ *ΑΔΒ* τῇ ὑπὸ *ΑΒΔ*, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ *ΑΒ* τῇ *ΑΔ* ἐστιν ἴση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΒΔ* τῆς ὑπὸ *ΑΓΒ*· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ *ΑΓΒ*.

Παντὸς ἄρα τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

*Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.*

Ἔστω τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ* μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνίαν τῆς ὑπὸ *ΒΓΑ*· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ *ΑΓ* πλευρᾶς τῆς *ΑΒ* μείζων ἐστίν.

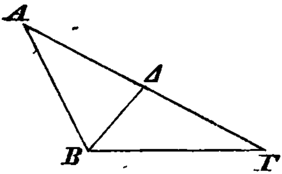
Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἡ *ΑΓ* τῇ *ΑΒ* ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ *ΑΓ* τῇ *ΑΒ*· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* τῇ ὑπὸ *ΑΓΒ*· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ *ΑΓ* τῇ *ΑΒ*. οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ *ΑΓ* τῆς *ΑΒ*· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν

6. ἐστίν P. 8. καί — *ΒΔ*] mg. m. 1 P. 9. *ΒΓΔ*] PBF; *ΒΔΓ* uulgo. 10. *ΑΔΒ*] corr. ex *ΑΒΔ* F. ἐστίν P. 11. *ΔΓΒ*] Pp; *ΑΓΒ* BFb et e corr. V. 12. *ΑΒ*] supra scriptum *Δ* b m. 1. 13. πολλῷ — 14. *ΑΓΒ*] mg. m. 1 P. 14. ἐστίν P. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bbp; m. 2 add. V.

## XVIII.

In quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$ habens $A\Gamma > AB$. dico, etiam esse $\angle AB\Gamma > B\Gamma A$.

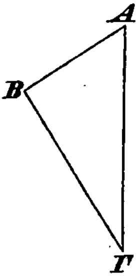



nam quoniam $A\Gamma > AB$, ponatur $A\Delta = AB$ [prop. II], et ducatur $B\Delta$. et quoniam in triangulo $B\Gamma\Delta$ extrinsecus positus est $\angle A\Delta B$, erit $\angle A\Delta B > \Delta\Gamma B$, qui interior est et oppositus [prop. XVI]. sed $\angle A\Delta B = AB\Delta$, quoniam etiam $AB = A\Delta$ [prop. V]. itaque etiam $\angle AB\Delta > A\Gamma B$. quare multo magis $\angle AB\Gamma > A\Gamma B$ [κ. ἔνν. 8].

Ergo in quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit; quod erat demonstrandum.

## XIX.

In quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit.




Sit triangulus $AB\Gamma$ habens
$$\angle AB\Gamma > B\Gamma A.$$
dico, etiam esse $A\Gamma > AB$.

nam si minus, aut $A\Gamma = AB$ aut $A\Gamma < AB$. iam non est $A\Gamma = AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma = A\Gamma B$ [prop. V]; uerum non est. itaque non est $A\Gamma = AB$. neque uero $A\Gamma < AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma < A\Gamma B$

XVIII. Boetius p. 381, 21. XIX. Boetius p. 381, 23.

21. $B\Gamma A$] corr. ex $\Gamma BA$ b. ἡ] in ras. 3 litt. m. 1 P.
26. ἔστιν P.

*καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστίν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.*

*Παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## κ'.

*Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.*

*Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ, αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ τῆς ΑΓ, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.*

*Διήχθω γὰρ ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.*

*Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΔΓΒ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΔΓ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστι μείζων. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ· μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν ΑΒ, ΒΓ τῆς ΓΑ μείζονές εἰσιν, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.*

---

XX. Boetius p. 381, 25.

---

1. *ἔστιν* P. 2. *τῆς*] *τῇ* b. 3. *ἐστίν*] PFV; comp. b; *ἐστί* uulgo. *ἐστίν*] comp. b; *ἔσται* F. 4. *ἄρα*] mg. V. 7. *ταῖς λοιπαῖς* V; corr. m. 1. 8. *εἰσί*] *εἰσιν* PF; comp. b. 9. *ὅτι*] om. F. *τοῦ*] e corr. V. 10. *τριγώνου*] *-ου* e corr. V. *ταῖς λοιπαῖς* V, sed corr. *εἰσι*] *εἰσιν* PF; comp. b. 11. *ΒΓ*] *ΓΒ* BF, et V corr. ex *ΒΓ*. 12. *ΑΓ*] *ΔΓ* F. 14. *τῇ*] corr. ex *τῆς* V. *ΔΓ*] *ΓΔ* F.

[prop. XVIII]. uerum non est. itaque non est $A\Gamma < AB$. demonstratum autem est, ne aequalem quidem esse. quare $A\Gamma > AB$.

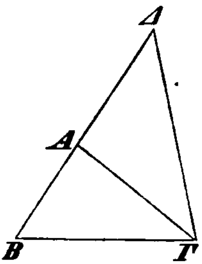
Ergo in quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit; quod erat demonstrandum.

## XX.

In quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$. dico, in triangulo $AB\Gamma$ duo latera reliquo maiora esse quoquo modo coniuncta, $BA + A\Gamma > B\Gamma$, $AB + B\Gamma > A\Gamma$, $B\Gamma + \Gamma A > AB$.

educatur enim $BA$ ad $\Delta$ punctum, et ponatur




$A\Delta = \Gamma A$, et ducatur $\Delta\Gamma$. iam quoniam $\Delta A = A\Gamma$, erit etiam

$$\angle A\Delta\Gamma = A\Gamma\Delta \text{ [prop. V]}.$$

itaque $\angle B\Gamma\Delta > A\Delta\Gamma$ [$\varkappa.$ $\check{\varepsilon}\nu\nu.$ 8]. et quoniam triangulus est $\Delta\Gamma B$ maiorem habens angulum $B\Gamma\Delta$ angulo $B\Delta\Gamma$, sub maiore autem angulo maius latus subtendit, erit $\Delta B > B\Gamma$ [prop. XIX]. uerum $\Delta A = A\Gamma$. itaque

$$BA + A\Gamma > B\Gamma.^{1)}$$

similiter demonstrabimus, esse etiam

$$AB + B\Gamma > \Gamma A \text{ et } B\Gamma + \Gamma A > AB.$$

1) Nam $\Delta B = \Delta A + AB$.

15. ἐστί] comp. b; ἐστίν PF. 16. Post $A\Gamma\Delta$ add. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ γωνία τῆς ὑπὸ $A\Gamma\Delta$ μείζων ἐστί mg. m. 1 V, mg. m. recenti p. 17. $A\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Gamma\Delta$ F. ἐστιν P. 18. $B\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Delta\Gamma$ V; $\Delta AB$ uel $\Delta A\Gamma$ F. seq. ras. magna P. 20. ἐστιν P. $\Delta A$] $A\Delta$ F. $\Delta A$ τῇ $A\Gamma$] $\Delta B$ ταῖς $AB$, $A\Gamma$ e corr. p m. recenti (fuerat $\Delta A$ τῇ $A\Gamma$), Campanus, Zambertus. V in mg. habet: ἴση δὲ ἡ $\Delta B$ ταῖς $AB$, $A\Gamma$ μείζονες ἄρα αἱ $BA$, $A\Gamma$ τῆς $B\Gamma$ ad ἴση lin. 20 relata.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ ἀπὸ τῶν περάτων τῶν Β, Γ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ· λέγω, ὅτι αἱ ΒΔ, ΔΓ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τῶν ΒΑ, ΑΓ ἐλάσσονες μέν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, τοῦ ΑΒΕ ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΑΕ τῆς ΒΕ μείζονές εἰσιν· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ· αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονές εἰσιν. πάλιν, ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΓΕ, ΕΔ τῆς ΓΔ μείζονές εἰσιν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΒ· αἱ ΓΕ, ΕΒ ἄρα τῶν ΓΔ, ΔΒ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΒΑ, ΑΓ· πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΔ, ΔΓ μείζονές εἰσιν.

---

XXI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 26.

---

2. εἴσιν P. 4. πλευρῶν δύο εὐθεῖαι συσταθῶσιν ἐντὸς ἀπὸ τῶν περάτων ἀρξάμεναι αἱ Proclus. 6. δύο] om. Proclus. 7. ἐλάττους F, Proclus. 8. περιέξουσι Proclus, Vbp. 11. ΔΓ πλευραί τῶν P. 13. εἰσι Vbp. περιέχουσιν PF.

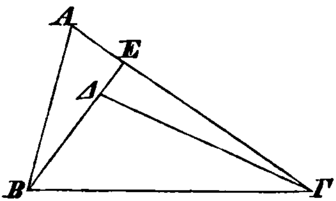
Ergo in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta; quod erat demonstrandum.

## XXI.

Si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent.

In triangulo enim $AB\Gamma$ in uno latere $B\Gamma$ a terminis $B$, $\Gamma$ duae rectae intus coniungantur $B\Delta$, $\Delta\Gamma$. dico, esse $B\Delta + \Delta\Gamma < BA + A\Gamma$ et $\angle B\Delta\Gamma > BA\Gamma$.

educatur enim $B\Delta$ ad $E$. et quoniam in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt [prop. XX], in triangulo $ABE$ erunt $AB + AE > BE$. communis adiiciatur $E\Gamma$. itaque $BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$ [κ. ἔνν. 4]. rursus quoniam in $\Gamma E\Delta$ triangulo




$$\Gamma E + E\Delta > \Gamma\Delta,$$

communis adiiciatur $\Delta B$. itaque

$$\Gamma E + EB > \Gamma\Delta + \Delta B.$$

sed demonstratum est $BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$. itaque multo magis $BA + A\Gamma > B\Delta + \Delta\Gamma$.

---

14. $B\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta B$ F. 15. $E$] euan. F. 16. εἰσιν] PF; comp. b; εἰσι uulgo. 17. Post πλευραί in P del. τῆς λοιπῆς μει. 18. εἰσιν] PF; comp. b; εἰσι uulgo. προσ- supra m. 2 b. $E\Gamma$] $B\Gamma$ P. 19. εἰσιν] FP, comp. b; εἰσι uulgo. 20. $\Gamma E\Delta$] $\Delta$ add. m. 2 F. 21. εἰσιν] PFV; εἰσι uulgo. $\Delta B$] $B\Delta$ b. 22. ἄρα $\Gamma E$, $EB$ F. 23. $BA$] corr. in $AB$ V. 24. $\Delta\Gamma$] $A\Gamma$ F. εἰσιν] PF; εἰσι uulgo.

Πάλιν, ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν, τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ. διὰ ταὐτὰ τοίνυν καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΒΔΓ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μέν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις [εὐθείαις], τρίγωνον συστήσασθαι· δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας [διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας].

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν Α, Β τῆς Γ, αἱ δὲ Α, Γ τῆς Β, καὶ ἔτι αἱ Β, Γ τῆς Α· δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ τρίγωνον συστήσασθαι.

Ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ πεπερασμένη μὲν κατὰ

XXII. Proclus p. 102, 16. Eutocius in Apollonium p. 10. Boetius p. 382, 1 (male). partem demonstrationis habet Proclus p. 330 sq.

2. ἐντός] ἐν- in ras. b. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. ΓΔΕ] e corr. F m. 2; mutat. in ΓΕΔ V. ἄρα] supra F. 3.

rursus quoniam in quouis triangulo angulus extrinsecus positus maior est angulo interiore et opposito [prop. XVI], in triangulo $\Gamma\Delta E$ erit $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma E\Delta$. eadem de causa igitur etiam in triangulo $ABE$ erit $\angle \Gamma EB > BA\Gamma$. uerum demonstratum est $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma EB$. multo igitur magis $B\Delta\Gamma > BA\Gamma$.

Ergo si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent; quod erat demonstrandum.

## XXII.

Ex tribus rectis, quae tribus datis aequales sunt, triangulum construere (oportet autem duas reliqua maiores esse quoquo modo coniunctas [prop. XX]).

Sint tres datae rectae $A$, $B$, $\Gamma$, quarum duae reliqua maiores sint quoquo modo coniunctae, $A + B > \Gamma$, $A + \Gamma > B$, $B + \Gamma > A$. oportet igitur ex rectis aequalibus rectis $A$, $B$, $\Gamma$ triangulum construere.

sumatur[1]) recta $\Delta E$ terminata in $\Delta$, uersus $E$ au-

1) Proclum non ipsa uerba Euclidis citare, adparet. cfr. idem p. 102, 19. Augustum perperam post $K\Lambda\Theta$ p. 54, 5. suppleuisse: *καὶ τεμνέτωσαν ἀλλήλους οἱ κύκλοι κατὰ τὸ* $K$, demonstraui „Studien“ p. 185.

---

$B\Delta\Gamma$] $\Delta$ in ras. F. *ἔστιν* PV. 4. $\Gamma E\Delta$] eras. F. *ταὐτά*] *τὰ αὐτά* F; *ταῦτα* Vbp. 5. *ἐστίν* P, ut lin. 7. 6. *ἀλλὰ καὶ τῆς* F. 7. $B\Delta\Gamma$] (alt.) $B\Delta$ in ras. sunt V. 12. *εἰσιν*] P; *εἰσι* uulgo. 15. *αἵ εἰσιν τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ἴσαι* Proclus p. 329; sed p. 102: *αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις*. 16. *εὐθείαις*] om. b; m. rec. P; supra p; mg. m. 2 V; om. Eutocius. 17. *δέ*] Proclus, Eutocius; *δή* codd. *τάς*] corr. ex *ταῖς* F. *δύο*] *β* b. 18. *διὰ τὸ* — 20. *μεταλαμβανομένας*] omnes codd., Boetius; om. Proclus, Campanus; contra Eutocius ea habuisse uidetur. 21. *τρεῖς*] om. p.

τὸ $Δ$ ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ $E$, καὶ κείσθω τῇ μὲν $A$ ἴση ἡ $ΔZ$, τῇ δὲ $B$ ἴση ἡ $ZH$, τῇ δὲ $Γ$ ἴση ἡ $HΘ$· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ $Z$, διαστήματι δὲ τῷ $ZΔ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $ΔKΛ$· πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ $H$, διαστήματι δὲ τῷ $HΘ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $KΛΘ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $KZ$, $KH$· λέγω, ὅτι ἐκ τριῶν εὐθειῶν τῶν ἴσων ταῖς $A$, $B$, $Γ$ τρίγωνον συνέσταται τὸ $KZH$.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ $Z$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΔKΛ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ZΔ$ τῇ $ZK$· ἀλλὰ ἡ $ZΔ$ τῇ $A$ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ $KZ$ ἄρα τῇ $A$ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ τὸ $H$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΛKΘ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $HΘ$ τῇ $HK$· ἀλλὰ ἡ $HΘ$ τῇ $Γ$ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ $KH$ ἄρα τῇ $Γ$ ἐστιν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $ZH$ τῇ $B$ ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ $KZ$, $ZH$, $HK$ τρισὶ ταῖς $A$, $B$, $Γ$ ἴσαι εἰσίν.

Ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν $KZ$, $ZH$, $HK$, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ταῖς $A$, $B$, $Γ$, τρίγωνον συνέσταται τὸ $KZH$· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

## κγ'.

*Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.*

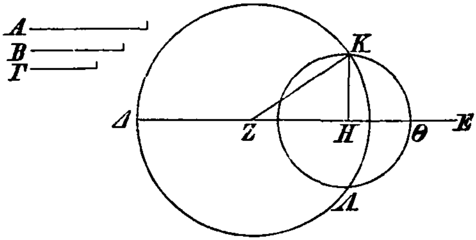
---

XXIII. Boetius p. 382, 5.

---

1. τῇ] postea insertum m. 1 V. 2. ἡ] (tert.) m. rec. P. 3. μέν] om. b, Proclus. 4. καὶ πάλιν V, Proclus. μέν] om. V, Proclus. διαστήματι δέ] καὶ διαστήματι P. 7. συνέστηκε V; συνίσταται p. τό] corr. ex τῷ b. 8. γάρ] οὖν P. ἐστίν P. 9. $ZΔ$] $ΔZ$ F. ἀλλ' F. $ZΔ$] $ΔZ$ V (ante $Δ$ ras., $Z$ mg. m. 2). 10. καὶ ἡ $KZ$ ἄρα τῇ $A$ ἐστιν ἴση] mg. m. 2 V. 11. ἐστίν Bb. $ΛKΘ$] $KΛΘ$ P, et in ras. V. 12. ἀλλ' F. 13. $KH$] corr. ex $KΘ$ m. 2 P. 14. $HK$ BF. ἐστιν ἴση] mg. m. 2 V. ἐστὶν δέ P. 16. τῶν]

tem infinita, et ponatur $\Delta Z = A$, $ZH = B$, $H\Theta = \Gamma$. et centro $Z$ radio autem $Z\Delta$ circulus describatur $\Delta K\Lambda$. rursus centro $H$ radio autem $H\Theta$ circulus describatur $K\Lambda\Theta$, et ducantur $KZ$, $KH$. dico, ex tribus rectis aequalibus rectis $A$, $B$, $\Gamma$ triangulum constructum esse $KZH$.




nam quoniam $Z$ punctum centrum est circuli $\Delta K\Lambda$, erit $Z\Delta = ZK$; uerum $Z\Delta = A$; quare etiam $KZ = A$ [κ. ἔνν. 1].[1]) rursus quoniam $H$ punctum centrum est circuli $\Lambda K\Theta$, erit $H\Theta = HK$; uerum $H\Theta = \Gamma$; quare etiam $KH = \Gamma$. et praeterea $ZH = B$. itaque tres rectae $KZ$, $ZH$, $HK$ tribus $A$, $B$, $\Gamma$ aequales sunt.

Ergo ex tribus rectis $KZ$, $ZH$, $HK$, quae tribus datis rectis $A$, $B$, $\Gamma$ aequales sunt, triangulus constructus est $KZH$; quod oportebat fieri.

## XXIII.

Ad datam rectam et punctum in ea datum angulum rectilineum dato angulo rectilineo aequalem construere.

1) Cfr. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8. Studien p. 195.

τοῦ F. 17. τρισί] om. F. Γ] om. V. 18. συνίσταται p. 21. εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ Proclus.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ $AB$, τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον τὸ $A$, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ $\Delta\Gamma E$· δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ $AB$ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $A$ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ $\Delta\Gamma E$ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν $\Gamma\Delta$, $\Gamma E$ τυχόντα σημεῖα τὰ $\Delta$, $E$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\Delta E$· καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $\Gamma E$, τρίγωνον συνεστάτω τὸ $AZH$, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν $\Gamma\Delta$ τῇ $AZ$, τὴν δὲ $\Gamma E$ τῇ $AH$, καὶ ἔτι τὴν $\Delta E$ τῇ $ZH$.

Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ $\Delta\Gamma$, $\Gamma E$ δύο ταῖς $ZA$, $AH$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ $\Delta E$ βάσει τῇ $ZH$ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\Delta\Gamma E$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ZAH$ ἐστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ $AB$ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $A$ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ $\Delta\Gamma E$ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συνέσταται ἡ ὑπὸ $ZAH$· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

## κδ'.

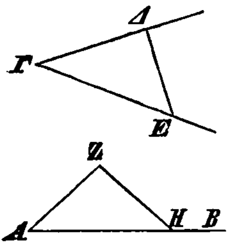
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ τὰς δύο πλευ-

XXIV. Boetius p. 382, 9.

7. ἑκατέρα P. $\Delta\Gamma$ P. $\Gamma E$] eras. F. 9. Post ἴσαι

Sit data recta $AB$ et punctum in ea datum $A$ et datus angulus rectilineus $\Delta\Gamma E$. oportet igitur ad datam rectam $AB$ et punctum in ea datum $A$ angulum rectilineum dato angulo rectilineo $\Delta\Gamma E$ aequalem construere.




sumantur in utraque $\Gamma\Delta$, $\Gamma E$ quaelibet puncta $\Delta$, $E$ et ducatur $\Delta E$. et ex tribus rectis, quae aequales sunt tribus rectis $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $\Gamma E$, triangulus construatur $AZH$, ita ut sit $\Gamma\Delta = AZ$, $\Gamma E = AH$ $\Delta E = ZH$ [prop. XXII].

iam quoniam duae rectae $\Delta\Gamma$, $\Gamma E$ duabus $ZA$, $AH$ aequales sunt altera alteri, et basis $\Delta E$ basi $ZH$ aequalis, erit $\angle\, \Delta\Gamma E = ZAH$ [prop. VIII].

Ergo ad datam rectam $AB$ et punctum in ea datum $A$ dato angulo rectilineo $\Delta\Gamma E$ aequalis constructus est angulus rectilineus $ZAH$; quod oportebat fieri.

## XXIV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ duo latera $AB$,

---

add. V m. 2: ταῖς δοθείσαις εὐθείαις. τρισίν P. $\Gamma E$] mutat. in $E\Gamma$ V. 13. δύο] (alt.) δυσί FB. $ZA$] $AZ$ F. 14. ἑκατέρα] supra m. 1 F. 15. ἄρα] m. 2 P. 19. συνίσταται p. 22. τάς] om. Proclus. ταῖς] om. Proclus. δύο] (alt.) P, Proclus; δυσί uulgo. 23. ἔχῃ δὲ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα τήν Proclus.

ρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Α γωνία τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας, συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΕ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Δ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΔΗ, καὶ κείσθω ὁποτέρᾳ τῶν ΑΓ, ΔΖ ἴση ἡ ΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΗ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΒΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΕΔ, ΔΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΗ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΗ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΔΗ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΗ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΕΖΗ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΕΖΗ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΕΗΖ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, μείζων ἄρα καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΒΓ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ.

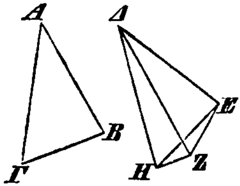
Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. δυσί BFV. 3. ἡ δὲ πρὸς τῷ Α γωνία τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας] P; γωνία δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ Theon (BFVbp). 4. ἔστω] -ω in ras. V. 6. ἐπεί] εἰ μή B. μείζων] P; μείζων ἐστίν Theon (BFVbp). ὑπὸ ΒΑΓ

$A\Gamma$ duobus lateribus $\Delta E$, $\Delta Z$ aequalia habentes alterum alteri, $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$, et angulus ad $A$ positus maior sit angulo ad $\Delta$ posito. dico, esse etiam $B\Gamma > EZ$.

nam quoniam $\angle B A \Gamma > E \Delta Z$, ad rectam $\Delta E$ et punctum in ea positum $\Delta$ angulo $BA\Gamma$ aequalis angulus $E\Delta H$ construatur [prop. XXIII], et ponatur $\Delta H = A\Gamma = \Delta Z$, et ducantur $EH$, $ZH$.

iam quoniam $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta H$, duae rectae $BA$, $A\Gamma$ duabus $E\Delta$, $\Delta H$ aequales sunt altera alteri; et $\angle BA\Gamma = E\Delta H$. itaque $B\Gamma = EH$ [prop. IV]. rursus quoniam $\Delta Z = \Delta H$, erit etiam $\angle \Delta HZ = \Delta ZH$. itaque $\angle \Delta ZH > EHZ$ [$\varkappa.\ \ddot{\varepsilon}\nu\nu.$ 8]. multo igitur magis $\angle EZH > EHZ$ [id.].




et quoniam $EZH$ triangulus est angulum $EZH$ maiorem habens angulo $EHZ$, et sub maiore angulo maius latus subtendit [prop. XIX], erit etiam $EH > EZ$. uerum $EH = B\Gamma$. quare $B\Gamma > EZ$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

---

γωνία τῆς ὑπὸ $E\Delta Z$ γωνίας] $B\Gamma$ βάσις τῆς $EZ$ βάσεως B. 8. αὐτῇ] -ῇ in ras. V; αὐτῷ P. 10. $EH$] PF; $HE$ BVpb. 14. ἴση ἐστί V. 15. $\Delta Z$] P; $\Delta H$ BFVbp. $\Delta H$] P; $\Delta Z$ BVbp et F corr. ex $AZ$ m. 2. 16. ἐστίν P, ut lin. 19. καί] καὶ γωνία Vp. $\Delta HZ$] $\Delta ZH$ P. $\Delta ZH$] $\Delta HZ$ P. 19. τὸ $EZH$] eras. F. γωνίαν] mg. m. 1 b. 20. $EHZ$] euan. F. 21. καί] om. F. πλευρά] eras. F. 22. ἡ $EH$ τῇ] mutat. in τῇ $EH$ ἡ V, id quod B habet. 24. ταῖς δυσί Vp. 28. δεῖξαι] ποιῆσαι bp et V m. 1 (corr. m. recens).

κε'.

*Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.*

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· βάσις δὲ ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἐστίν·

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ. οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκάτερᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

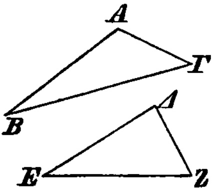
XXV. Boetius p. 382, 13.

---

2. *τάς*] om. Proclus. *δυσί*] *δύο* Proclus; *ταῖς δυσί* V. 3. *τὴν δὲ βάσιν*] *καὶ τὴν βάσιν* Proclus; *τὴν βάσιν δέ* V. 4. *ἔχῃ*] om. P. 8. *ταῖς δυσὶ πλευραῖς*] om. p. *δυσί* Bp. 9. *ἑκατέρᾳ ἑκατέραν* p. 12. *τῆς ὑπό*] mg. m. 1 b. 14.

## XXV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt.




Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ duo latera $AB$, $A\Gamma$ duobus lateribus $\Delta E$, $\Delta Z$ aequalia habentes alterum alteri, $AB = \Delta E$ et

$$A\Gamma = \Delta Z,$$

basis autem $B\Gamma$ maior sit basi $EZ$. dico, etiam esse $\angle B A \Gamma > E \Delta Z$.

nam si minus, aut aequalis ei aut minor est. iam non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. tum enim esset $B\Gamma = EZ$ [prop. IV]. sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. neque uero est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. tum enim esset

$$B\Gamma < EZ \text{ [prop. XXIV]}.$$

sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. et demonstratum est, ne aequalem quidem eum esse. quare

$$\angle B A \Gamma > E \Delta Z.$$

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

---

*οὖν*] om. F. *ΒΑΓ γωνία* Vp. 15. *ἡ βάσις* Pp. *ἔστιν* P. 16. *ἴση ἐστί*] *ἴση ἐστίν* PV; *ἐστίν ἴση* p. *ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία* V. 17. *οὐδέ*] *οὐ* V. *ἐλάσσων*] *ἐλάττων* PBVbp. 19. *ἔστιν* P. *ἔστι δέ· οὐκ ἄρα*] *ἔστιν· οὐκ* F. 20. *γωνία*] om. BFbp. *οὐδ'* Vbp. 21. *ΒΑΓ γωνία* V. 22. *δυσί*] *ταῖς δυσί* FV, *ταῖς δύο* P. 25. *τὴν — περιεχομένην*] mg. m. 1 P. *τὴν*] *τῇ* sequente ras. 1 litt. F.

κϛ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει [ἑκατέραν ἑκατέρᾳ] καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $\Delta EZ$, $EZ\Delta$ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ὑπὸ $AB\Gamma$ τῇ ὑπὸ $\Delta EZ$, τὴν δὲ ὑπὸ $B\Gamma A$ τῇ ὑπὸ $EZ\Delta$· ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν $B\Gamma$ τῇ $EZ$· λέγω, ὅτι καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν $AB$ τῇ $\Delta E$ τὴν δὲ $A\Gamma$ τῇ $\Delta Z$, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, τὴν ὑπὸ $BA\Gamma$ τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ $AB$ τῇ $\Delta E$, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ $AB$, καὶ κείσθω τῇ $\Delta E$ ἴση ἡ $BH$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $H\Gamma$.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν $BH$ τῇ $\Delta E$, ἡ δὲ $B\Gamma$ τῇ $EZ$, δύο δὴ αἱ $BH$, $B\Gamma$ δυσὶ ταῖς $\Delta E$, $EZ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $HB\Gamma$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $\Delta EZ$ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ $H\Gamma$ βάσει τῇ $\Delta Z$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $HB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\Delta EZ$ τρι-

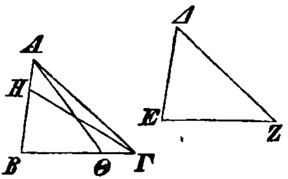
XXVI. Olympiod. in meteorol. II p. 110. Boetius p. 382, 17.

2. τάς] om. Proclus. δυσί] δύο Proclus; ταῖς δυσί V, Olympiodorus. 3. καί] ἔχῃ δὲ καί Proclus. 7. ἑκατέραν ἑκατέρᾳ] om. Proclus; cfr. p. 66, 15. 8. γωνίᾳ ἴσην ἕξει F,

## XXVI.

Si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ duos angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ duobus $\Delta EZ$, $EZ\Delta$ aequales habentes alterum alteri, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$ et $\angle B\Gamma A = EZ\Delta$, et habeant etiam unum latus uni lateri aequale, prius quod ad angulos aequales positum est, $B\Gamma = EZ$. dico, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia eos habituros esse alterum alteri, $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$, et reliquum angulum reliquo angulo, $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$.




nam si $AB$ lateri $\Delta E$ inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius $AB$, et ponatur $BH = \Delta E$, et ducatur $H\Gamma$.

iam quoniam $BH = \Delta E$ et $B\Gamma = EZ$, duae rectae $BH$, $B\Gamma$ duabus $\Delta E$, $EZ$ aequales sunt altera alteri; et $\angle HB\Gamma = \Delta EZ$. itaque $H\Gamma = \Delta Z$ et $\triangle HB\Gamma = \Delta EZ$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

Proclus, Boetius (non Olympiodorus). 9. ἔστωσαν V. 11. τῇ] corr. ex τὴν m. rec. P, ut lin. 12. 12. ὑπό] (alt.) m. 2 b. 13. πλευρᾷ] supra m. 1 p. 15. ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς τὰς λοιπὰς πλευράς F. 20. ἐστίν] ἔσται V. 21. $BH$] PB; $HB$ FVbp. Post ἐπεζεύχθω ras. 4 litt. p. 25. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo. 26. ἐστὶν] PF; ἐστί uulgo. $HB\Gamma$] PB; $H\Gamma B$ FVbp.

*γώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ. ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν.*

*Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι ἴσαι, ὡς ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν.*

*Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων, εἰ δυνατόν, ἡ ΒΓ, καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΒΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΘ τῇ ΕΖ ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΔΕ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΘ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΘΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΖΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ*

---

1. ἐστίν] PF; comp. bp; ἐστί B; ἔσται V. 2. ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ V. 4. ἡ] supra V. ΔΖΕ] ΔΕΖ F;

sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. quare $\angle\, H\Gamma B = \Delta Z E$. uerum $\angle\, \Delta Z E = B\Gamma A$, ut supposuimus. ergo etiam $\angle\, B\Gamma H = B\Gamma A$ [κ. ἔνν. 1], minor maiori [κ. ἔνν. 8]; quod fieri non potest. itaque $AB$ lateri $\Delta E$ inaequale non est. aequale igitur. uerum etiam $B\Gamma = EZ$. duae rectae igitur $AB$, $B\Gamma$ duabus $\Delta E$, $EZ$ aequales sunt altera alteri; et $\angle\, AB\Gamma = \Delta EZ$. quare $A\Gamma = \Delta Z$ et $\angle\, BA\Gamma = E\Delta Z$ [prop. IV].

Iam rursus latera sub aequalibus angulis subtendentia[1]) aequalia sint, uelut $AB = \Delta E$. dico rursus, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia fore, $A\Gamma = \Delta Z$ et $B\Gamma = EZ$, et praeterea reliquum angulum $BA\Gamma$ reliquo angulo $E\Delta Z$ aequalem esse.

nam si $B\Gamma$ lateri $EZ$ inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius, si fieri potest, $B\Gamma$, et ponatur $B\Theta = EZ$, et ducatur $A\Theta$. et quoniam $B\Theta = EZ$ et $AB = \Delta E$, duae rectae $AB$, $B\Theta$ duabus $\Delta E$, $EZ$ aequales sunt altera alteri. et aequales angulos comprehendunt. itaque $A\Theta = \Delta Z$ et $\triangle\, AB\Theta = \Delta EZ$, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera subtendunt. quare $\angle\, B\Theta A = EZ\Delta$. uerum $\angle\, EZ\Delta = B\Gamma A$.

1) *Αἱ* et *τάς* lin. 13 abesse debebant.

corr. m. 2. $B\Gamma A$] corr. ex $B\Gamma\Delta$ m. 1 b. 5. $B\Gamma A$] corr. ex $A\Gamma B$ F. 7. *ἄρα. ἔστι*] *ἄρα ἐστίν. ἔστιν* P. 8. *δυσί* B. 10. $\Delta EZ$] corr. ex $\Delta Z$ m. 2 b. 11. *ἐστίν*] PF; *ἐστί* uulgo. *ἡ λοιπή* F et V m. 2. $BA\Gamma$] $\Gamma AB$ F. *τῇ λοιπῇ*] *λοιπῇ* V; corr. m. 2. 13. *ἀλλὰ δή*] bis b, semel punctis del. m. recens. 17. *καί*] e corr. V. *τῇ*] om. b; postea insertum V. *γωνίᾳ*] om. b. 20. *εἰ δυνατὸν μείζων* Theon? (BFV bp). *εἰ*] add. m. recenti b. *ἡ* $B\Gamma$ *τῆς* $EZ$ P. 24. *περιέχουσιν*] PBF; *περιέχουσι* uulgo. 25. *ἐστίν*] PF; *ἐστί* uulgo. 26. *ἐστίν*] PF; comp. p; *ἐστί* uulgo. 27. *ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ* V. 29. *ἀλλ'* F. *ἡ*] postea add. m. 1 P.

ἐστιν ἴση· τριγώνου δὴ τοῦ $A\Theta\Gamma$ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $B\Theta A$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ $B\Gamma A$· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ $B\Gamma$ τῇ $EZ$· ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $AB$ τῇ $\varDelta E$ ἴση. δύο δὴ αἱ $AB$, $B\Gamma$ δύο ταῖς $\varDelta E$, $EZ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ $A\Gamma$ βάσει τῇ $\varDelta Z$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\varDelta EZ$ τριγώνῳ ἴσον καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $E\varDelta Z$ ἴση.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ΄.

*Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.*

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς $AB$, $\Gamma\varDelta$ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ $EZ$ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ $AEZ$, $EZ\varDelta$ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $AB$ τῇ $\Gamma\varDelta$.

Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ $AB$, $\Gamma\varDelta$ συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ $B$, $\varDelta$ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ $A$, $\Gamma$. ἐκβεβλή-

XXVII. Philop. in anal. II fol. 18v. Boetius p. 382, 23.

1. Post ἴση Theon add. καὶ ἡ ὑπὸ $B\Theta A$ ἄρα τῇ ὑπὸ $B\Gamma A$ ἐστιν ἴση (BFVbp; in F ἄρα supra scr. et pro $B\Gamma A$ legitur $B\Gamma\varDelta$); eadem P mg. manu rec. 2. ἐστίν P, ut lin. 4. 5. δυσί BFp. 7. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. 8. ἴσον ἐστί Theon

itaque in triangulo $A\Theta\Gamma$ angulus extrinsecus positus $B\Theta A$ aequalis est angulo interiori et opposito $B\Gamma A$; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare $B\Gamma$ lateri $EZ$ inaequale non est; aequale igitur. uerum etiam $AB = \Delta E$. itaque duae rectae $AB$, $B\Gamma$ duabus $\Delta E$, $EZ$ aequales sunt altera alteri. et angulos aequales comprehendunt. itaque basis $A\Gamma$ basi $\Delta Z$ aequalis est, et triangulus $AB\Gamma$ triangulo $\Delta EZ$ aequalis, et reliquus angulus $BA\Gamma$ reliquo angulo $E\Delta Z$ aequalis.

Ergo si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt et reliquum angulum reliquo angulo; quod erat demonstrandum.

## XXVII.

Si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt.

Nam in duas rectas $AB$, $\Gamma\Delta$ recta incidens $EZ$ angulos alternos $AEZ$, $EZ\Delta$ inter se aequales efficiat. dico, $AB$ rectae $\Gamma\Delta$ parallelam esse.

nam si minus, $AB$, $\Gamma\Delta$ productae concurrent aut ad partes $B$, $\Delta$ aut ad $A$, $\Gamma$ partes. producantur et

---

(BVbp; ἴσον ἐστίν F); ἐστί om. P. λοιπή] P, V m. 1; ἡ λοιπῇ BF, V m. 2, bp; cfr. p. 64, 11. 9. τῇ] supra m. 2 V. ἴση ἐστίν BFbp. 10. ἄρα] supra m. 1 P. ταῖς δυσί BVp 11. Ante καί m. recenti add. V: ἔχῃ δέ. 14. πλευράς] in ras. m. 1 P. 15. γωνίᾳ] comp. insert. V. 16. δεῖξαι] ras. p. 18. ἐμπεσοῦσα F (supra m. 1: γρ. ἐμπίπτουσα). 20. αἵ] om. V. 24. ΓΔ εὐθείᾳ V.

*σθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη κατὰ τὸ Η. τριγώνου δὴ τοῦ ΗΕΖ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α, Γ· αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.*

*Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

*κη'.*

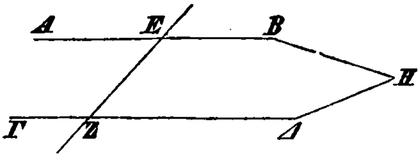
*Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.*

*Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην ποιείτω ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ,*

XXVIII. Boetius p. 382, 26.

2. Post *Η* add. *σημεῖον* (comp.) V man. recenti. *ἡ ἐκτός — ΑΕΖ*] mg. m. 1 P. 3. *ἴση*] ras. FV (*μεῖζον* Grynaeus, *μείζων* Gregorius). *ἐστίν* P. *τῇ*] *τῆς* FV, Grynaeus. *ἀπεναντίον*] *επεναντγωνια* φ, praeterea *γωνίας* (comp.) mg. m. 2 F; m. 1 sine dubio fuit *ἀπεναντίον*. In V post hoc verbum *γωνίας* (comp.) inseruit m. recens.; *γωνίας* hab. Grynaeus. *τῇ*] *τῆς* FV. *ὑπό*] om. F. Post *ΕΖΗ* in F. m. 2 et in V m. recentissima add. *ἀλλὰ καὶ ἴση*, quod habet Grynaeus. scripturam receptam habent PBbp, Campanus, Zambertus, alter codex Grynaei. 4. *ἐστίν*] om. p. 5. *δή*] *δέ* F. 6. *οὐδ'* p.

concurrant ad $B$, $\Delta$ partes in puncto $H$. in triangulo igitur $HEZ$ angulus extrinsecus positus $AEZ$ aequalis




est angulo interiori et opposito $EZH$; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare $AB$, $\Gamma\Delta$ rectae productae non concurrent ad $B$, $\Delta$ partes. similiter demonstrabimus, eas ne ad $A$, $\Gamma$ quidem partes concurrere; quae autem ad neutras partes concurrunt, parallelae sunt [def. 23]. itaque $AB$ rectae $\Gamma\Delta$ parallela est.

Ergo si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt; quod erat demonstrandum.

## XXVIII.

Si recta in duas rectas incidens angulum exteriorem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae.

nam recta $EZ$ in duas rectas $AB$, $\Gamma\Delta$ incidens angulum exteriorem $EHB$ angulo interiori et opposito $H\Theta\Delta$ aequalem efficiat aut angulos interiores et

---

*δέ*] *δ'* Pp. 7. *εἰσιν*] PF; *εἰσι* uulgo. 9. *εἰς*] supra m. 2 V. 11. *αἱ*] om. b; eras. F. 15. Post *ἐντός* add. V m. 2 *γωνίας* (comp.). *καί*] supra m. 2 V. 16. *δυσίν*] *δύο* Proclus. 17. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. *αἱ*] om. V, Proclus. 20. *ἐπεναντίον* φ, *ἀπεναντίας* p. Post *ἀπεναντίον* add. F: *γωνίᾳ* (m. recenti) *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*; cfr. Campanus. *γωνίᾳ*] om. BFp. 21. Post *μέρη* m. 2 FV add. *τὰ* $B\Delta$.

*ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.*

*Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.*

*Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΘ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.*

*Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

κθ'.

*Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.*

*Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα*

---

3. Post *ΕΗΒ* in V add. *γωνία* m. 2 (comp.). *ΗΘΔ*] *ΗΒΔ* F, sed Β e corr. 4. *ἴση ἐστίν* p. 5. Ante *ΗΘΔ* ras. 1 litt. F. *ἴση ἐστίν* p. 7. *δυσίν* Bp. 8. *εἰσιν ἴσαι* p. *εἰσὶν δέ* P. *αἱ*] supra m. 1 b. 9. *αἱ ἄρα*] *ἄρα αἱ* F. 10. *εἰσίν*] PBF, comp. b; *εἰσί* uulgo. 11. *ἴση ἐστίν* p. 12. *ἐστίν*] om. F. *ΑΒ*] e corr. F; in ras. b. 15. *ἀπεναντίας* p. 21. *τε*] om. F, supra m. 2 V. *γωνίας*] om. Proclus. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. 22. *ποιεῖ*] corr. ex *ποιῇ* V. *καί*

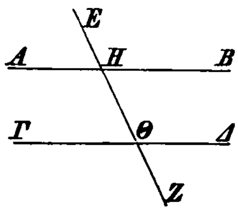
ad easdem partes sitos $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ duobus rectis aequales. dico, parallelam esse $AB$ rectae $\Gamma\Delta$.

nam quoniam $\angle EHB = H\Theta\Delta$ et $\angle EHB = AH\Theta$ [prop. XV], erit etiam $AH\Theta = H\Theta\Delta$ [*κ. ἔνν.* 1]. et sunt alterni. itaque $AB$ parallela est rectae $\Gamma\Delta$ [prop. XXVII].

rursus quoniam $BH\Theta + H\Theta\Delta$ duobus rectis aequales sunt, et etiam $AH\Theta + BH\Theta$ duobus rectis aequales [prop. XIII], erunt etiam $AH\Theta + BH\Theta = BH\Theta + H\Theta\Delta$ [*κ. ἔνν.* 1]. subtrahatur, qui communis est $\angle BH\Theta$. itaque

$\angle AH\Theta = H\Theta\Delta$ [*κ. ἔνν.* 3].

et sunt alterni. itaque $AB$ parallela est rectae $\Gamma\Delta$ [prop. XXVII].




Ergo si recta in duas rectas incidens angulum exteriorem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae; quod erat demonstrandum.

## XXIX.

Recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem interiori et opposito aequalem et interiores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequales.

nam in rectas parallelas $AB$, $\Gamma\Delta$ recta incidat

XXIX. Boetius p. 383, 1.

*ἀπεναντίον* — 23. *ἐντός*] apud Proclum exciderunt. *ἀπεναντίας* p. 23. *ἴσην*] P, Campanus; *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην* Theon (BFVbp, Boetius). *δυσίν*] *δύο* Proclus.

*ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ· λέγω, ὅτι τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΗΘ, ΗΘΔ ἴσας ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.*

*Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ τῶν ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. [καὶ] αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπεσοῦνται· οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παραλλήλους αὐτὰς ὑποκεῖσθαι· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ· ἴση ἄρα. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΕΗΒ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.*

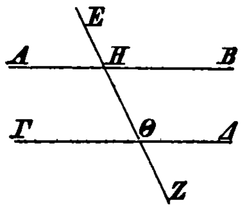
*Ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς*

---

1. *τάς*] PF et V m. 1; *τάς τε* Bbp et V m. 2. 3. *ἀπεναντίας* p. *τῇ*] P; *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῇ* Theon (BFV bp), Campanus. *ΗΘΔ*] *Η* supra scr. m. 1 F. 4. *ἴση* V. 7. *ἐστί* F. *ΑΗΘ*] FVb; *ΑΗΘ τῆς ὑπὸ ΗΘΔ* P; *ΑΗΘ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῆς ὑπὸ ΗΘΔ* Bp, et mg. m. 2 V. 9. *ἀλλ'* F. 10. *ΒΗΘ*] *ΘΗΒ* B et e corr. V. *εἰσί* V, comp. b. *καί*] om. P. 12. *ἀπ'*] *ἐπ'* b. 13. *συμπίπτουσιν* — 14. *ἄπειρον*] om. p. 16. *τῇ*] *τῆς* B. *ΗΘΔ*]

$EZ$. dico, eam angulos alternos $A H \Theta$, $H \Theta \Delta$ aequales efficere et angulum exteriorem $EHB$ interiori et opposito $H \Theta \Delta$ aequalem et interiores ad easdemque partes sitos $B H \Theta$, $H \Theta \Delta$ duobus rectis aequales.

nam si $\angle A H \Theta$ angulo $H \Theta \Delta$ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit $\angle A H \Theta$ maior. communis adiiciatur $\angle B H \Theta$. itaque




$A H \Theta + B H \Theta > B H \Theta + H \Theta \Delta$ [κ. ἔνν. 2]. uerum $A H \Theta + B H \Theta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare $B H \Theta + H \Theta \Delta$ duobus rectis minores sunt. quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, producuntur rectae in infinitum, concurrent [αἰτ. 5]. itaque $AB$, $\Gamma\Delta$ productae in infinitum concurrent. uerum non concurrunt, quia supponuntur parallelae. quare $\angle A H \Theta$ angulo $H \Theta \Delta$ inaequalis non est. aequalis igitur.

sed $\angle A H \Theta = EHB$ [prop. XV]. quare etiam $\angle EHB = H \Theta \Delta$ [κ. ἔνν. 1]. communis adiiciatur $\angle B H \Theta$. itaque $\angle EHB + B H \Theta = B H \Theta + H \Theta \Delta$ [κ. ἔνν. 2]. uerum $EHB + B H \Theta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare etiam $B H \Theta + H \Theta \Delta$ duobus rectis aequales sunt.

Ergo recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem angulo interiori et opposito aequalem et inte-

---

litt. $H\Theta$ in ras. F. ἀλλά] ἀλλ' F. 19. ὑπό] (prius) αἱ ὑπό b. $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$] $H$ bis e corr. V. 20. ἀλλ' F. δυσίν Bp. 21. εἰσίν] PBF; εἰσί uulgo. δυσίν PBp. εἰσιν ἴσαι BF. 23. ἡ] e corr. V. 24. τε] om. P. 25. ἐκτὸς τῇ] m. 2 F. ἀπεναντίας p. ἴσην] om. P; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην BFVbp.

ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

### λ΄.

*Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.*

Ἔστω ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ τῇ ΕΖ παράλληλος· λέγω, ὅτι καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ἐστι παράλληλος.

Ἐμπιπτέτω γὰρ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ ΗΚ.

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΗΚ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΚ τῇ ὑπὸ ΗΘΖ. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΕΖ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΗΚ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΘΖ τῇ ὑπὸ ΗΚΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ τῇ ὑπὸ ΗΘΖ ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΚΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

[Αἱ ἄρα τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι·] ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

### λα΄.

*Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.*

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· δεῖ δὴ διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

---

XXX. Boetius p. 383, 5. XXXI. Boetius p. 383, 7.

---

1. ἐντὸς καί] om. P. 6. ΑΒ] ΑΕ φ. 7. ἐστίν P. 9. καί — 10. ΗΚ] mg. m. 1 P. 11. εἰς] εἰς τάς V. εὐθείας] δύο εὐθείας P. 12. ἐμπέπτωκεν] in ras. PF; dein add. κοινή F. ἡ] (alt.) corr. ex τῇ P. 13. ΗΚΔ] corr. ex ΘΚΔ m. rec. P. 14. ἄρα] supra comp. m. 1 b. 15. ΘΚΔ P, corr. m. rec. 16. ἐστίν] om. F. ΑΒ] inter Α et Β ras. 1 litt.

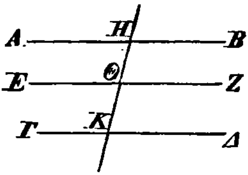
riores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequales; quod erat demonstrandum.

## XXX.

Quae eidem rectae parallelae sunt, etiam inter se parallelae sunt.

sit utraque $AB$, $\Gamma\Delta$ rectae $EZ$ parallela. dico, etiam $AB$ rectae $\Gamma\Delta$ parallelam esse.

nam in eas incidat recta $HK$. et quoniam in rectas parallelas $AB$, $EZ$ recta incidit $HK$, erit $\angle AHK = H\Theta Z$ [prop. XXIX]. rursus quoniam in rectas parallelas $EZ$, $\Gamma\Delta$ recta incidit $HK$, erit $\angle H\Theta Z = HK\Delta$ [prop. XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam

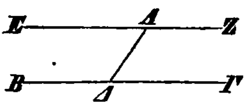



$$\angle AHK = H\Theta Z.$$

quare etiam $\angle AHK = HK\Delta$ [κ. ἔνν. 1]. et sunt alterni. itaque $AB$ rectae $\Gamma\Delta$ parallela est [prop. XXVII]; quod erat demonstrandum.

## XXXI.

Per datum punctum datae rectae parallelam rectam lineam ducere.




Sit datum punctum $A$, data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur per $A$ punctum rectae $B\Gamma$ parallelam rectam lineam ducere.

---

F. τῇ] τῆς b. 17. αἱ ἄρα — 18. παράλληλοι] om. PBbp; mg. m. 2 FV. 17. ἄρα] om. FV. 20. Post σημεῖον in P add. ὃ μή ἐστιν ἐπὶ αὐτῆς; del. m. 1; similiter Campanus; sed Proclus non habuit p. 376, 5 sqq.

*Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΔΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΑΕ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΑ εὐθεῖα ἡ ΑΖ.*

*Καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΑΔ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ, ΑΔΓ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ.*

*Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

λβ'.

*Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.*

*Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.*

*Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΓΕ.*

---

XXXII. Alex. Aphrod. in top. p. 11. Simplic. in phys. fol. 14. Philop. in anal. II p. 65. Psellus p. 40. Boetius p. 383, 8.

---

3. *αὐτῇ*] *αὐτήν* F. *τῷ*] supra m. 1 P. 4. *τῇ*] B; *τῆς* uulgo. 5. *ΕΑ*] in ras. V. 6. *ΒΓ*] corr. ex *ΓΒ* V; *ΓΒ* Bbp. 7. *ὑπό*] mg. m. rec. P; supra m. 2 F. 8. *ἀλλήλας* b.

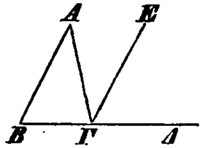
sumatur in $B\Gamma$ quoduis punctum $\Delta$, et ducatur $A\Delta$. et ad $\Delta A$ rectam et punctum in ea situm $A$ angulo $A\Delta\Gamma$ aequalis construatur $\Delta AE$ [prop. XXIII]. et producatur $EA$ in directum, ut fiat $AZ$. et quoniam recta $A\Delta$ in duas rectas $B\Gamma$, $EZ$ incidens angulos alternos $EA\Delta$, $A\Delta\Gamma$ inter se aequales effecit, erit $EAZ$ rectae $B\Gamma$ parallela [prop. XXVII].

Ergo per datum punctum $A$ datae rectae $B\Gamma$ parallela recta linea $EAZ$ ducta est; quod oportebat fieri.

## XXXII.

In quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et producatur quodlibet latus




eius $B\Gamma$ ad $\Delta$. dico, angulum extrinsecus positum $A\Gamma\Delta$ aequalem esse duobus angulis interioribus et oppositis $\Gamma AB$, $AB\Gamma$, et angulos interiores tres trianguli $AB\Gamma$, $B\Gamma A$, $\Gamma AB$ duobus rectis aequales esse.

ducatur enim per $\Gamma$ punctum rectae $AB$ parallela

---

*πεποίηκεν*] BF; *πεποίηκε* uulgo. 9. $EAZ$] $EA$ eras. F. $B\Gamma$] corr. ex $B\Delta$ V; $B\Gamma\Delta$ F. 12. $EAZ$] $\overset{\shortparallel}{A}\overset{\shortmid}{E}\overset{\shortmid\shortmid\shortmid}{Z}$ F. 14. *τῶν πλευρῶν*] supra m. 2 F; *πλευρᾶς* Proclus. *προσεκβληθείσης*] *προσ-* add. m. 2 V. 15. *ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία δύο* Proclus. 16. *ἀπεναντίας* p. *ἐστὶν ἴση* Proclus. *ἐστίν*] PF; comp. b; *ἐστί* uulgo. *αἵ*] m. 2 V. 17. *τρεῖς*] om. Proclus. *δυσίν*] *δύο* Proclus. 20. *ἐστίν* P. *δυσί*] *ταῖς δυσί* V. *ἀπεναντίας* p. 21. $\Gamma AB$] $A\Gamma B$ F. *αἵ*] om. F; m. 2 V. 22. *αἵ*] m. rec. P. $B\Gamma A$] supra m. 2 F. 24. *εὐθείᾳ*] mg. m. 2 V.

Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ *ΑΒ* τῇ *ΓΕ*, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ *ΑΓ*, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ *ΒΑΓ*, *ΑΓΕ* ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ *ΑΒ* τῇ *ΓΕ*, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ *ΒΔ*, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ *ΕΓΔ* ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ *ΑΒΓ*. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΓΕ* τῇ ὑπὸ *ΒΑΓ* ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΓΔ* γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ *ΒΑΓ*, *ΑΒΓ*.

Κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ *ΑΓΒ*· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΑΓΔ*, *ΑΓΒ* τρισὶ ταῖς ὑπὸ *ΑΒΓ*, *ΒΓΑ*, *ΓΑΒ* ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ *ΑΓΔ*, *ΑΓΒ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ *ΑΓΒ*, *ΓΒΑ*, *ΓΑΒ* ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## λγ'.

*Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.*

---

XXXIII. Boetius p. 383, 11.

---

3. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 4. *ἐστιν*] om. B. *ΕΓ* P. 5. *εὐθεῖα*] -*υθ* eras. V. *ἴση*] *ἴση* V (*η* in ras.). *ἐστίν* P, ut lin. 8. 6. *ἀπεναντίας* p. 7. *ΒΑΓ*] corr. ex *ΓΑΒ* m. 2 V; litt. *ΒΑ* in ras. B. 8. *γωνία*] P; *ἐκτὸς γωνία* Theon (BFVbp), Campanus. *ἀπεναντίας* p. 10. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ* F; corr. m. 2. 11. *ΑΓΒ*] litt. *ΓΒ* e corr. F. *ΑΒΓ*, *ΒΓΑ*] in ras. F. *ΓΑΒ*] om. F; *ΒΑΓ* B et V m. 2. 12. *εἰσίν*] PBF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 13. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ* F (euan.),

$\Gamma E$. et quoniam $AB$ rectae $\Gamma E$ parallela est, et in eas incidit $A\Gamma$, anguli alterni $BA\Gamma$, $A\Gamma E$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam $AB$ rectae $\Gamma E$ parallela est, et in eas incidit recta $B\Delta$, angulus extrinsecus positus $E\Gamma\Delta$ aequalis est angulo interiori et opposito $AB\Gamma$ [prop. XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam $A\Gamma E = BA\Gamma$. quare

$$A\Gamma\Delta = BA\Gamma + AB\Gamma$$

interioribus et oppositis [κ. ἐνν. 2]. communis adiiciatur $A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma\Delta + A\Gamma B = AB\Gamma + B\Gamma A + \Gamma AB \text{ [κ. ἐνν. 2].}$$

uerum $A\Gamma\Delta + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. itaque etiam $A\Gamma B + \Gamma BA + \Gamma AB$ duobus rectis aequales sunt [κ. ἐνν. 1].

Ergo in quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

## XXXIII.

Rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes[1]) coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt.

---

1) Hoc est: ne coniungantur $B$ et $\Gamma$, $\Delta$ et $A$; u. Proclus p. 386, 15.

---

b, V (eras.), p. $\Gamma BA$] $A\Gamma B$ F; $B\Gamma A$ V (eras.), Pbp. ἄρα] mg. m. 2 V. εἰσιν ἴσαι p. 14. εἰσίν] PFV; comp. b; εἰσί uulgo. 17. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo. γωνίαι τρεῖς F. 18. δυσίν] γωνίαι φ. 20. παραλλήλους εὐθείας Proclus. 21. καὶ αὐταί] mg. m. 2 V.

Ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ· λέγω, ὅτι καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΔ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΓ, ΒΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΒΓ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ. ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση.

Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## λδ'.

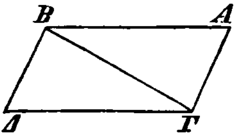
Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναν-

---

XXXIV. Boetius p. 383, 13. cfr. Psellus p. 46.

---

1. ΓΔ] in ras. V. καὶ — 2. εὐθεῖ-] in ras. b. 3. ΒΔ] (prius) in ras. V. ΑΓ] ΓΑ BF, V m. 2. τε] om. FV, in ras. m. 1 P. 5. ἡ] γάρ ἡ V m. 2. 6. ΓΔ] in ras. b. 7. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. 8. ἴση] η eras. V. 9. δυσί FBp. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. 10. ἴση ἐστί FV. 11. ἐστιν ἴση] ἴση ἐστί V; ἴση p. ΒΓΔ] ΒΔΓ p. 12. ἐστίν] PFV; comp. b; om. p; ἐστί B. 14. ΑΓΒ] ΑΒΓ corr.




Sint aequales et parallelae $AB$, $\Gamma\Delta$, et coniungant eas ad easdem partes rectae $A\Gamma$, $B\Delta$. dico, etiam $A\Gamma$, $B\Delta$ aequales et parallelas esse.

ducatur $B\Gamma$. et quoniam $AB$ rectae $\Gamma\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Gamma$, anguli alterni $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. et quoniam $AB = \Gamma\Delta$, communis autem $B\Gamma$, duae rectae $AB$, $B\Gamma$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt. et $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$. basis igitur $A\Gamma$ basi $B\Delta$ aequalis, et triangulus $AB\Gamma$ triangulo $B\Gamma\Delta$ aequalis est, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle A\Gamma B = \Gamma B\Delta$ [prop. IV]. et quoniam in duas rectas $A\Gamma$, $B\Delta$ incidens recta $B\Gamma$ angulos alternos inter se aequales effecit, erit $A\Gamma$ rectae $B\Delta$ parallela [prop. XXVII]. sed demonstratum est, eandem aequalem ei esse.

Ergo rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt; quod erat demonstrandum.

## XXXIV.

Spatiorum parallelogrammorum[1]) latera angulique

1) H. e. rectis parallelis comprehensorum. nomen ab ipso Euclide ad similitudinem uocabuli εὐθύγραμμος fictum est; u. Proclus p. 392, 20. Studien p. 35.

in $B\Gamma A$ m. rec. b. 15. Post $\Gamma B\Delta$ in p add. ἡ δὲ ὑπὸ $BA\Gamma$ τῇ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$. $A\Gamma$] $AB$ in ras. F. 16. γωνίας] P; γωνίας τὰς ὑπὸ $A\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ Theon? (BVbp); in F τὰς ὑπὸ $A\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ in mg. sunt, sed m. 1; habet Campanus. 17. πεποίηκε Vb. ἐστιν ἄρα (compp.) b. 18. δέ] δὲ καί V. καί] m. 2 V.

*τίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.*

Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.

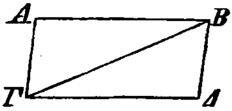
Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΒΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση.

---

1. *ἀλλήλοις* b; corr. m. recens. 2. *εἰσίν*] PBF; comp. b; *εἰσί* uulgo. *αὐτά*] *-ά* in ras. F. 3. *ΑΓΔΒ*] *ΓΔΒ* litt. in ras. b; litt. *ΔΒ* corr. ex *ΒΔ* m. 2 V; *ΑΒΓΔ* P; item PV lin. 4. 5. *τε*] om. p. 6. *ἀλλήλοις* b; corr. m. rec. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. *δίχα αὐτό* p. 9. *αὐτάς*] *-υτά-* absumpta ob pergam. ruptum in F. 10. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 11. *ΒΔ*] *ΔΒ* F; *ΒΔ* post ras. 1 litt. (*Γ*?) V. 12.

opposita inter se aequalia sunt, et diametrus ea in duas partes aequales diuidit.

Sit spatium parallelogrammum $A\Gamma\Delta B$, diametrus autem eius $B\Gamma$. dico, parallelogrammi $A\Gamma\Delta B$ latera angulosque opposita inter se aequalia esse, et diametrum $B\Gamma$ in duas partes aequales id diuidere.




nam quoniam $AB$ rectae $\Gamma\Delta$ parallela est, et in eas incidit recta $B\Gamma$, anguli alterni $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam $A\Gamma$ rectae $B\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Gamma$, alterni anguli $A\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. itaque duo trianguli sunt $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ duos angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ duobus $B\Gamma\Delta$, $\Gamma B\Delta$ aequales habentes alterum alteri et unum latus uni aequale, quod ad angulos aequales positum est $B\Gamma$ eorum commune. itaque etiam reliqua latera reliquis aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo [prop. XXVI]. quare $AB = \Gamma\Delta$, $A\Gamma = B\Delta$, $\angle BA\Gamma = \Gamma\Delta B$. et quoniam $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$ et $\Gamma B\Delta = A\Gamma B$, erit $\angle AB\Delta = A\Gamma\Delta$ [κ. ἐνν. 2]. sed demonstratum est, esse etiam $\angle BA\Gamma = \Gamma\Delta B$. ergo spatiorum parallelogrammorum latera angulique opposita inter se aequalia sunt.

---

$A\Gamma B$] $B\Gamma A$ F. 13. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. ἐστιν PF; comp. b. τά] τό F. 14. $B\Gamma\Delta$] in ras. m. 2 V; $\Gamma B\Delta$ F. 16. τῇ μιᾷ V. 18. λοιπαῖς πλευραῖς FV. 21. ἔτι ἴση ἐστίν] P; om. Theon (BFVbp). $\Gamma\Delta B$] $B\Gamma\Delta$ p. καὶ ἐπεί — 22. $B\Gamma\Delta$] mg. m. recenti p. 23. $\Gamma B\Delta$] litt. $\Gamma B$ e corr. V m. 2. $A\Gamma B$] litt. $\Gamma B$ e corr. V m. 2. 24. ἐδείχθη — 25. ἴση] mg. m. 2 V.

*Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.*

*Λέγω δή, ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση. καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΔΒ ἴση. καὶ τὸ ΑΒΓ [ἄρα] τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.*

*Ἡ ἄρα ΒΓ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## λε΄.

*Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*

*Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΖ, ΒΓ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ το ΑΒΓΔ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ.*

*Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ ΔΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλῃ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἴση· δύο δὴ αἱ ΕΑ, ΑΒ δύο ταῖς ΖΔ, ΔΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΒ ἐστιν ἴση ἡ*

XXXV. Psellus p. 45. Boetius p. 383, 17.

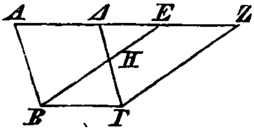
2. *εἰσί* B. 3. *δή*] om. P; corr. ex *δέ* m. 2 V. 5. *ΓΔ*] *ΒΓ*] BF, in ras. m. 2 V; *ΔΓ, ΓΒ* P (*ΔΓ* in ras.); *ΒΓ, ΓΔ* bp. 7. *καί*] om. p. *ἄρα*] om. P. *τῇ*] *βάσει τῇ* p. *ΔΒ*] *ΒΔ* P et V, sed corr. m. 2. *ἴση*] P; *ἐστιν ἴση* Theon (BFVbp).

iam dico, diametrum ea in duas partes aequales diuidere. nam quoniam $AB = \Gamma\Delta$ et $B\Gamma$ communis, duae rectae $AB, B\Gamma$ duabus $\Gamma\Delta, B\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$ [prop. XXIX]. itaque etiam [$A\Gamma = \Delta B$, et][1]) $\triangle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$ [prop. IV].

Ergo diametrus $B\Gamma$ parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ in duas partes aequales diuidit; quod erat demonstrandum.

## XXXV.

Parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.




Sint $AB\Gamma\Delta$, $EB\Gamma Z$ parallelogramma in eadem basi $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $AZ, B\Gamma$. dico, esse $AB\Gamma\Delta = EB\Gamma Z$.

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma\Delta$, erit $A\Delta = B\Gamma$ [prop. XXXIV]. eadem de causa etiam $EZ = B\Gamma$ [id.]. quare $A\Delta = EZ$ [κ. ἔνν. 1]. et communis est $\Delta E$. itaque $AE = \Delta Z$ [κ. ἔνν. 2]. uerum etiam $AB = \Delta\Gamma$ [prop. XXXIV]. itaque duae rectae $EA, AB$ duabus $Z\Delta, \Delta\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle Z\Delta\Gamma = EAB$ exterior interiori [prop. XXIX].

1) Fortasse potius *καὶ βάσις ἄρα η* $A\Gamma$ *τῇ* $\Delta B$ *ἴση* lin. 7 delenda sunt quam *ἄρα* lin. 8 cum Augusto.

8. *ἄρα*] del. August. $B\Gamma\Delta$] $B\Delta\Gamma$ P; $BA\Gamma$ b, sed $A$ eras. *ἴσον ἐστίν*] PBb (comp.); *ἴσον ἔσται* FV; *ἐστιν ἴσον* p. 10. Post *παραλληλόγραμμον* in V add. *χωρίον*, sed punctis del. m. 2. 13. *ὄντα*] om. Proclus solus. 17. *ἐστίν* P, ut lin. 19, 23. 18. *παραλληλογράμμῳ*] P; om. Theon (BFVbp). 20. *δή*] mg. *γρ. τοίνυν* F. *ἡ*] m. 2 F. 22. *ἐστιν*] om. F. 23. $EA$] $AE$ F. 24. *δυσί* BVp. $Z\Delta$] $\Delta Z$ F. 25. *ἡ*] (alt.) supra m. 1 P.

ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ ΕΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΕΔΒ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΗΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΓΖ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΒΓ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## λς'.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΖΗ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΘ, ΒΗ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ, ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ ΕΒ, ΘΓ· αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι [καὶ αἱ ΕΒ, ΘΓ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι]. παραλληλό-

XXXVI. Boetius p. 383, 19.

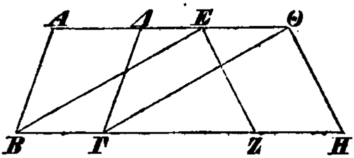
1. ΖΓ] mutat. in ΓΖ m. 2 V. 2. ἐστίν] PF (in B ν eras.); comp. b; ἐστί uulgo; ἐστιν ἴση p. ΔΖΓ] BF, V m. 2; ΔΓΖ P; ΖΔΓ bp, V m. 1. 3. ἔσται] PBFp; ἐστί Vb. τό] postea add. P. ΔΗΕ] corr. ex ΔΗ P; ὑπὸ ΔΗΕ F; ὑπὸ

itaque $EB = Z\Gamma$ et $\triangle\, EAB = \Delta Z\Gamma$ [prop. IV]. subtrahatur, qui communis est, triangulus $\Delta HE$. itaque $ABH\Delta = EH\Gamma Z$ [κ. ἔνν. 3]. communis adiiciatur triangulus $HB\Gamma$. itaque $AB\Gamma\Delta = EB\Gamma Z$.

Ergo parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

## XXXVI.

Parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.




Sint parallelogramma $AB\Gamma\Delta$, $EZH\Theta$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, $ZH$ et in iisdem parallelis $A\Theta$, $BH$. dico, esse $AB\Gamma\Delta = EZH\Theta$.

ducantur enim $BE$, $\Gamma\Theta$. et quoniam $B\Gamma = ZH$ et $ZH = E\Theta$, erit etiam $B\Gamma = E\Theta$ [κ. ἔνν. 1]. uerum etiam parallelae sunt. et coniungunt eas $EB$, $\Theta\Gamma$; quae autem rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungunt, aequales et parallelae sunt [prop. XXXIII]. itaque parallelogrammum est $EB\Gamma\Theta$ [prop.

---

eras. Vb. ἐπίλοιπον P. 4. $EZ\Gamma H$ F. 5. $HB\Gamma$] $BH\Gamma$ F. 7. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo; om. p. 8. ἄρα] ἄλλα V; corr. m. 1. 13. ἐστὶν ἀλλήλοις p. 14. ἐστί Proclus. 17. $BH$] $HB$ F. ἐστίν PF; comp. b. 18. $EZH\Theta$] Pb, V (E e corr.); $ZH\Theta E$ BFp; in V sequitur ras. 1 litt. 19. $BE$] $EB$ P. $\Gamma\Theta$] in ras. P. 20. $B\Gamma$] Pb, V e corr. m. 2; $\Gamma B$ BFp, V m. 1. ἀλλ' F. ἀλλὰ ἡ] mg. m. 2 V. 21. εἰσίν P. 22. $BE$, $\Gamma\Theta$ b, V e corr. m. 2. 23. τε] om. P. 24. τέ εἰσι καὶ παράλληλοι F. καί] (alt.) om. F. καὶ αἱ — 25. παράλληλοι] καὶ αἱ $EB$, $\Theta\Gamma$ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι P. m. rec. 24. $EB$] E insert. m. 1 V. 25. $\Theta\Gamma$] V m. 1; $\Gamma\Theta$ V m. 2.

γραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ. καί ἐστιν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν ΒΓ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς ΒΓ, ΑΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ αὐτῷ τῷ ΕΒΓΘ ἐστιν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ ἐστιν ἴσον.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμά τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## λζ'.

*Τὰ τρίγωνα τα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ, ΒΓ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε, Ζ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ· καί εἰσιν ἴσα· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΕΖ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου

XXXVII. Boetius p. 383, 22. Apud Proclum excidit.

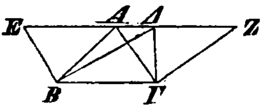
1. ἐστίν PF; comp. b. τῷ] corr. ex τό m. 1 V. 3. ἐστιν παραλλήλοις p. 4. αὐτῷ τῷ] mg. m. 1 F; om. p.

XXXIV]. et $EB\Gamma\Theta = AB\Gamma\Delta$; nam et eandem basim habent $B\Gamma$ et in iisdem parallelis sunt $B\Gamma$, $A\Theta$ [prop. XXXV]. eadem de causa etiam $EZH\Theta = EB\Gamma\Theta$ [id.]. quare etiam $AB\Gamma\Delta = EZH\Theta$ [κ. ἔνν. 1].

Ergo parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

## XXXVII.

Triangula in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.




Sint trianguli $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ in eadem basi $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $A\Delta$, $B\Gamma$. dico, esse $\triangle AB\Gamma = \Delta B\Gamma$.

producatur $A\Delta$ in utramque partem ad $E$, $Z$, et per $B$ rectae $\Gamma A$ parallela ducatur $BE$, per $\Gamma$ autem rectae $B\Delta$ parallela ducatur $\Gamma Z$ [prop. XXXI]. itaque $EB\Gamma A$, $\Delta B\Gamma Z$ parallelogramma sunt; et sunt aequalia. nam et in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, $EZ$ [prop. XXXV]. et dimidia pars parallelogrammi $EB\Gamma A$ est triangulus $AB\Gamma$; nam diametrus $AB$ id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem $\Delta B\Gamma Z$ dimidia pars

8. ἀλλήλοις] -λοις corr. m. 1 V. 9. ἐστίν] εἰσιν F. 16. ἐστίν P et eraso ν V. In F hic uerba nonnulla euan. 19. E, Z] Z, E F. καὶ διά — 20. BE] mg. m. rec. p. 19. ΓΑ] Α in ras. b. 21. τῶν] ν postea add. m. 1 V. 22. ΔΒΓΖ] ΒΔΓΖ F. εἰσιν ἴσα] P; ἴσον τὸ ΕΒΓΑ τῷ ΔΒΓΖ Theon (BFVbp; ΒΔΓΖ F; in ΕΒΓΑ litt. ΕΒ m. 2 V). τε] om. Bp (in F non liquet). 23. εἰσί] Bbp; εἰσιν P; ἐστι V; ἐστιν F. ταῖς] (alt.) ἐστὶν ταῖς F. 24. ΒΓ, ΕΖ καί] absumpta ob ruptum pergam. F. ἐστιν P. 25. τό] τά in ras. P. 26. παραλληλογράμμον] mg. m. 2 V.

*ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.*

*Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

*λη'.*

*Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*

*Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΑΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.*

*Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ· καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΗΘ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΖΕΔ τρίγωνον· ἡ γὰρ*

---

XXXVIII. Boetius p. 383, 24.

---

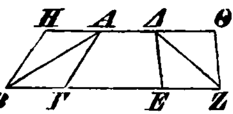
1. *ΔΒΓ*] *ΔΓΒ* F. *τρίγωνον*] supra m. 2 V. *ΔΓ*] absumptum in F. 2. *ἀλλήλοις*] supra m. 2 V. 3. *ἐστίν* P. 9. *ἴσων*] PBV, Proclus; *τῶν ἴσων* Fbp; cfr. p. 86, 12. *ἴσων* in ras. p. 10. *ἐστίν*] PVp, Proclus; *εἰσίν* BFb. 11. *ΔΕΖ*] corr. ex *ΖΔΕ* F. *βάσεων*] PBp; *βάσεων ὄντα* Fb, V (sed *ὄντα* punctis del. m. 2). 12. *ΕΖ*] corr. ex *ΖΕ* F. 13. *ἐστίν* P. 15. *ἐπί*] *κατά* P. 16. *τῇ*] corr. ex *τῆς* V.

est triangulus $\Delta B\Gamma$; nam diametrus $\Delta\Gamma$ id in duas partes aequales diuidit. itaque[1]) $\triangle\, AB\Gamma = \Delta B\Gamma$.

Ergo trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

## XXXVIII.

Trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.




Sint trianguli $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, $EZ$ et in iisdem parallelis $BZ, A\Delta$. dico, esse $\triangle\, AB\Gamma = \Delta EZ$.

producatur enim $A\Delta$ ad utramque partem ad $H$, $\Theta$, et per $B$ rectae $\Gamma A$ parallela ducatur $BH$, per $Z$ autem rectae $\Delta E$ parallela ducatur $Z\Theta$ [prop. XXXI].

parallelogramma igitur sunt $HB\Gamma A$, $\Delta EZ\Theta$. et $HB\Gamma A = \Delta EZ\Theta$; nam et in aequalibus basibus sunt $B\Gamma$, $EZ$ et in iisdem parallelis $BZ$, $H\Theta$ [prop. XXXVI]. et parallelogrammi $HB\Gamma A$ dimidia pars est triangulus $AB\Gamma$; nam diametrus $AB$ id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem $\Delta EZ\Theta$ dimidia pars est triangulus $ZE\Delta$; nam diametrus $\Delta Z$

1) Cum constet, *κ. ἔνν.* 6 ab Euclide non profectam esse (cfr. Proclus p. 196, 25), quamquam tempore satis antiquo (ante Theonem saltem) interpolata est, ueri simile est, uerba *τὰ δέ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν* lin. 2 et p. 92, 1 eodem tempore irrepsisse. Euclides usus erat *κ. ἔνν.* 3.

17. $HB$ P. Z] $E$ F. $\Delta E$] $E\Delta$ F. 18. $Z\Theta$] $E\Theta$ F. 19. $\Delta EZ\Theta$] (prius) $\Delta\Gamma E\Theta$ F. 20. *τε*] om. p. *τῶν ἴσων* p. *εἰσιν* PB. *τῶν*] corr. ex *τῶι* m. 2 V. $EZ$] $ZE$ e corr. F. 21. $BZ$, $H\Theta$] $BH$, $Z\Theta$ V; corr. m. 2. *ἐστιν* P. 23. *τοῦ δέ* — p. 92, 1: *τέμνει*] mg. m. 2 V ad hunc locum relata. $\Delta EZ\Theta$] $\Delta\Gamma E\Theta$, $E$ in $Z$ corr. F. 24. $ZE\Delta$] $E\Delta\Gamma$ F; $\Delta EZ$ b.

*ΔΖ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.*

*Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## λθ'.

*Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.*

*Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ΒΓ· λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.*

*Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ.*

*Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΒΓ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὴ*

XXXIX. Boetius p. 384, 1.

1. *ΔΖ*] Pb, F e corr.; ΖΔ BVp. *ἴσων γωνιῶν* F. 2. *ἐστίν*] PVp; *εἰσίν* BFb. *ἐστί*] *ἐστίν* PF; comp. b. 3. *ΔΕΖ*] corr. ex ΖΔΕ F. 5. *ἐστίν*] *εἰσίν* BFb. 8. *τά*] (alt.) om. b. 9. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P, F (del. m. 1), V m. 2, Boetius, Proclus, Campanus; om. Bb, V m. 1, p. *καί*] (alt.) om. Proclus. 11. *γρ. δύο* mg. V. 12. *ὄντα*] om. p. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P, Campanus; om. Theon (BFVbp).

id in duas partes aequales diuidit [id.]. itaque

$$\triangle AB\Gamma = \Delta EZ.$$

Ergo trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

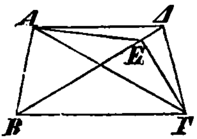
## XXXIX.

Aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ in eadem basi positi $B\Gamma$ et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.

ducatur enim $A\Delta$. dico, $A\Delta$ parallelam esse rectae $B\Gamma$.

nam si minus, ducatur per $A$ punctum rectae $B\Gamma$ parallela $AE$ [prop. XXXI], et ducatur $E\Gamma$. itaque $\triangle AB\Gamma = EB\Gamma$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis [prop. XXXVII]. uerum $\triangle AB\Gamma = \Delta B\Gamma$. quare etiam




$$\triangle \Delta B\Gamma = EB\Gamma \text{ [}\varkappa.\ \check{\varepsilon}\nu\nu.\ 1\text{]},$$

maior minori; quod fieri non potest. itaque $AE$ rectae $B\Gamma$ parallela non est. similiter demonstrabimus, ne

13. ἐστίν] εἰσίν p. 16. σημεῖον] om. p. εὐθείᾳ] om. p. 18. ἄρα] δή P. ἐστιν P. 19. ἐστιν αὐτῷ] εἰσι p. $B\Gamma$] $\Gamma B$ F. 20. ἀλλά] PB, F m. 1, V m. 1, b m. 1; ταῖς $B\Gamma$, $AE$. ἀλλά p, V m. 2, b m. 2; in F pro ἀλ- scripsit φ: ταῖς, sed -λά relictum est. Post $AB\Gamma$ add. τρίγωνον P m. rec., VBp; comp. supra scr. m. 1 F. 21. ἴσον ἐστὶ τῷ $\Delta B\Gamma$ τριγώνῳ p. ἐστιν] euan. F. $\Delta B\Gamma$] (alt.) $\Delta\Gamma B$ F. ἄρα] om. P; ἄρα τρίγωνον P m. rec., p. ἴσον ἐστὶ τῷ $EB\Gamma$ τριγώνῳ p. 22. ἐστί] ἐστίν PFb. ἐστίν] PBb; om. Vp; in F est: ἀδύνατον φ, sequente νατον m. 1 (fuit sine dub. ἐστὶν ἀδύν.). 23. ὁμοίως] mg. m. 2 V.

*δείξομεν, ὅτι οὐδ᾽ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστι παράλληλος.*

*Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## μ΄.

*Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.*

*Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.*

*Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ.*

*Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΒΕ παράλληλος ἡ ΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΕ, ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ [τριγώνῳ]· καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα [τρίγωνον] ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ᾽ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστι παράλληλος.*

---

XL. Boetius p. 384, 4.

---

1. *οὐδέ* FVbp. 2. *ἐστιν* P. 4. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] om. BFVbp. 7. *ἴσων*] PBVbp, Proclus; *τῶν ἴσων* F, sed *τῶν* punctis del. 8. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P (del.), V mg. m. 2 (*καί* m. 1), Proclus, Boetius, Campanus; om. B, V m. 1, bp; in F: *καὶ ἐπί φ*, dein post lacunam *βάσεις ὄντα* m. 1, punctis del. *καί*] (alt.) om. Proclus, V. 9. *ἐστίν*] *ἐστί*

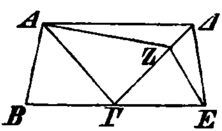
aliam quidem ullam praeter $A\Delta$ parallelam esse. itaque $A\Delta$ rectae $B\Gamma$ parallela est.

Ergo aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

## XL.

Aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, $\Gamma E$ et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.




ducatur enim $A\Delta$. dico, $A\Delta$ rectae $BE$ parallelam esse.

nam si minus, per $A$ rectae $BE$ parallela ducatur $AZ$, et ducatur $ZE$. itaque $\triangle\ AB\Gamma = Z\Gamma E$; nam in aequalibus basibus sunt $B\Gamma$, $\Gamma E$ et in iisdem parallelis $BE$, $AZ$ [prop. XXXVIII]. sed $\triangle\ AB\Gamma = \Delta\Gamma E$. quare etiam $\triangle\ \Delta\Gamma E = Z\Gamma E$ [κ. ἔνν. 1], maior minori; quod fieri non potest. itaque $AZ$ rectae $BE$ parallela non est. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam praeter $A\Delta$ parallelam esse. itaque $A\Delta$ rectae $BE$ parallela est.

---

Proclus; εἰσίν p. 10. $\Gamma\Delta E$] $\Delta\Gamma E$ P. 11. ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] punctis del. P; om. Theon (BFVbp). 12. ἐστίν] P; εἰσίν Theon (BFVbp); cfr. p. 92, 13. 14. $EB$ P. 16. $ZE$] $Z\Gamma$ P. ἄρα] δή P. ἐστιν P. 17. τρίγωνον τῷ $Z\Gamma E$] om. P; τρίγωνον τριγώνῳ τῷ $Z\Gamma E$ m. rec. 18. εἰσιν PF. 19. $AZ$, $BE$ p. ἐστίν P. 20. $\Delta\Gamma E$] litt. $\Delta$ in ras. m. 2 V; $\Delta E\Gamma$ F. τριγώνῳ] om. P. τρίγωνον] om. P. 21. ἐστίν P. $Z\Gamma E$] $ZE\Gamma$ F. 22. ἐστίν] om. p. ἐστιν ἡ p. Post $AZ$ lacunam V. 23. οὐδέ p. 24. ἡ] in ras. m. 1 b. ἐστιν P. παράλληλός ἐστι Vb.

*Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

*μα'.*

*Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.*

*Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς ΒΓ, ΑΕ· λέγω, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τοῦ ΒΕΓ τριγώνου.*

*Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΕ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ ΕΒΓ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον.*

*Ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

---

XLI. Boetius p. 384, 7.

---

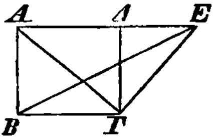
1. *τὰ ἐπὶ* — 3. *δεῖξαι*] mg. m. 1 b. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] om. PBFVbp. 2. *ἐστι παραλλήλοις* V. 7. *ᾖ*] supra m. 1 F. *ἐστι*] Proclus; *ἐστιν* P; cfr. lin. 24; *ἔσται* BFVbp; cfr. Boetius, Campanus. 9. *τῷ*] m. rec. P. 10. *τε*] om. P. *τήν*] (alt.) *τῇι* BV, corr. m. 2. *τὴν ΒΓ*] supra m. 1 b. 11. *ἔστω παραλλήλοις* V. 12. *ἐστιν* P. *ΒΕΓ*] *ΕΒΓ* P.

Ergo aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes, etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

## XLI.

Si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo.

parallelogrammum enim $AB\Gamma\Delta$ eandem basim habeat $B\Gamma$, quam triangulus $EB\Gamma$, et in iisdem parallelis sit $B\Gamma$, $AE$. dico, parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ duplo maius esse triangulo $BE\Gamma$.




ducatur enim $A\Gamma$. itaque $\triangle\, AB\Gamma = EB\Gamma$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, $AE$ [prop. XXXVII]. sed $AB\Gamma\Delta = 2\ AB\Gamma$; nam diametrus $A\Gamma$ id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. quare etiam

$$AB\Gamma\Delta = 2\ EB\Gamma.^{1)}$$

Ergo si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo; quod erat demonstrandum.

---

1) Hoc ita ex axiomatis colligitur:

$$AB\Gamma = EB\Gamma,\ 2\,AB\Gamma = 2\,EB\Gamma \text{ [κ. ἔνν. 2]}.$$

$$2\,AB\Gamma = AB\Gamma\Delta; \text{ ergo } 2\,EB\Gamma = AB\Gamma\Delta \text{ [κ. ἔνν. 1]}.$$

---

14. $A\Gamma$] corr. ex $AB$ m. 1 F. ἐστιν P. τρίγωνον] om. V 15. $EB\Gamma$] $E$ supra m. 2 V. 16. παραλλήλοις] -οις in ras., seq. ras. 6 litt. V. ἐστιν P. 20. καὶ τοῦ $EB\Gamma$ τριγώνου] τριγώνου τοῦ $EB\Gamma$ V. $EB\Gamma$] corr. ex $AB\Gamma$ m. 1 F. ἐστίν F; comp. b. 23. ἤ] supra m. 1 F. 24. ἐστι] BFb; ἐστιν P; ἔσται Vp.

μβ'.

*Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.*

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ Δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΕΓ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΕΖ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΗ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΗ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΕΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΕ, ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΗ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστιν αὐτῷ παραλλήλοις· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓΕΖ γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Δ.

Τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ ΑΒΓ ἴσον παραλ-

---

XLII. Boetius p. 384, 13. Apud Proclum excidit in codd.; Boetius prop. XLII—XLIII permutauit.

---

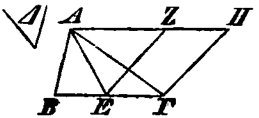
3. *συστήσασθαι*] *συστησεται* φ (F *συστήσασθαι*). *ἐν*] *ἐν γωνίᾳ, ᾗ ἐστιν ἴσῃ* ex Proclo in prop. XLIV recepit August suadente Gregorio; cfr. Campanus. 7. *τῇ*] P m. 1, Fb, V

## XLII.

Dato triangulo aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$, datus autem angulus rectilineus $\Delta$. oportet igitur triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogrammum in angulo rectilineo $\Delta$ construere.

secetur $B\Gamma$ in duas partes aequales in $E$ [prop. X], et ducatur $AE$, et ad $E\Gamma$ rectam et punctum in ea situm $E$ angulo $\Delta$ aequalis construatur $\angle\ \Gamma EZ$ [prop. XXIII], et per $A$ rectae $E\Gamma$ parallela ducatur $AH$ [prop. XXXI], per $\Gamma$ autem rectae $EZ$ parallela ducatur $\Gamma H$. itaque parallelogrammum est $ZE\Gamma H$. et quoniam $BE = E\Gamma$, erit




$$\triangle\ ABE = AE\Gamma;$$

nam in aequalibus basibus sunt $BE$, $E\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, $AH$ [prop. XXXVIII]. itaque

$$AB\Gamma = 2\ AE\Gamma.$$

uerum etiam $ZE\Gamma H = 2\ AE\Gamma$; nam basim eandem habent et in iisdem parallelis sunt [prop. XLI]. quare $ZE\Gamma H = AB\Gamma$. et angulum $\Gamma EZ$ dato angulo $\Delta$ aequalem habet.

Ergo dato triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogram-

---

m. 1; ἴση τῇ Bp, PV m. 2. 9. τεμνέσθω p. κατὰ τὸ E δίχα F. καί] om. φ. 11. $\Gamma EZ$] $ZE\Gamma$ F. 12. τῇ] om. F. $E\Gamma$] om. F; mutat. in $B\Gamma$ m. 2 V. 13. $EZ$] $ZE$ Bp, V m. 2. $\Gamma H$] litt. $\Gamma$ in ras. V. 14. ἐστίν PF. 15. ἐστί] ἐστίν P, ἔσται F. εἰσιν P. 17. Post αὐταῖς F habet λοιπαῖς delet. punctis. ταῖς] insert. m. 2 F. $B\Gamma$] corr. ex $BE\Gamma$ P. 18. τρίγωνον] P, V m. 2; om. Theon (BFbp, V m. 1). 19. $ZE\Gamma H$] $\Gamma$ in F dubium est. 20. $AE\Gamma$] $A\Gamma E$ F. 21. ἐστιν αὐτῷ] mg. m. 1 P. 22. ἐστίν P. 23. $\Gamma EZ$] $\Gamma E$ e corr. m. 2 F. 24. τῇ $\Delta$] τῷ $\Delta$ F. 25. τῷ $AB\Gamma$] om. B, mg. m. rec. F; τῷ corr. ex τό m. 1 b.

*ληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΖΕΓΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ, ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

## *μγ'.*

*Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*

*Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω τὰ ΕΘ, ΖΗ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΒΚ, ΚΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παραπλήρωμα τῷ ΚΔ παραπληρώματι.*

*Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ, τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ· ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ*

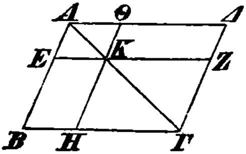
XLIII. Boetius p. 384, 10. Apud Proclum excidit.

1. *συνέσταται*] PBFbp; *συνίσταται* V; *συνεστάθη* φ. *ΖΕΓΗ*] e corr. φ. *ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ*] om. F (mg. m. rec. *ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἥ ἐστιν*). 2. *ΓΕΖ*] seq. ras. 1 litt. P; *ΖΕΓ* B, V m. 2. *ἥτις*] PVp; *ἥ* BFb. *ποιῆσαι*] in ras. p; *δεῖξαι* P (*ἐν ἄλλῳ δεῖξαι* mg. b). 3. *διάμετρον αὐτοῦ* p. 8. Post *τήν ΑΓ* in V m. 2 add. *διάμετρον*. 9. *ΖΗ*] *ΗΖ* F. *παραπληρώματα*] *-πληρώματα* in ras. m. 2 V. *τά*] m. rec. P. 10. *ἐστίν* P. 11. *παραπληρώματι*] *παρα-* supra V m. 2. 13. *ἡ*] *ἐστιν ἡ* F. *ἴσον*] *ἴσον ἄρα* F.

mum constructum est $ZE\Gamma H$ in angulo $\Gamma EZ$, qui aequalis est angulo $\Delta$; quod oportebat fieri.

## XLIII.

In quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt.




Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, et circum $A\Gamma$ parallelogramma sint $E\Theta$, $ZH$, et complementa, quae uocantur, $BK$, $K\Delta$. dico, esse

$$BK = K\Delta.$$

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, erit $\triangle\ AB\Gamma = A\Gamma\Delta$ [prop. XXXIV]. rursus quoniam parallelogrammum est $E\Theta$, diametrus autem eius $AK$, erit $\triangle\ AEK = A\Theta K$. eadem de causa etiam $KZ\Gamma = KH\Gamma$ [id.]. iam quoniam $\triangle\ AEK = A\Theta K$ et $KZ\Gamma = KH\Gamma$, erit

$$AEK + KH\Gamma = A\Theta K + KZ\Gamma \text{ [}\varkappa.\ \acute{\varepsilon}\nu\nu.\ 2\text{]}.$$

---

14. ἐστιν P. 15. $E\Theta$] P m. 1, Bp, V m. 2; $AKE\Theta$ P m. rec.; $AEK\Theta$ F ($AEK$ in ras.), V m. 1, b, Zambertus. ἐστιν] PFB; om. Vbp. ἴσον ἄρα ἐστίν P. 16. $AEK$] $A\Gamma E$ F; corr. in $AKE$ m. 2. $A\Theta K$] $\Theta K$ litt. in ras. V. τὰ αὐτά] ταῦτα BVb. 17. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] $K\Gamma Z$ p. Dein add. τριγώνῳ P m. 2, FVbp. ἴσον ἐστίν Vb. 18. $AEK$] E litt. e corr. F. τρίγωνον] supra m. 2 V. $A\Theta K$] litt. $\Theta K$ in ras. V. τριγώνῳ] om. p. 19. ἴσον ἐστί Vb. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] litt. $H$ eras. F; $K\Gamma Z$ p. Post τό add. b ἄρα comp. m. 1. $AEK$] E litt. in ras. F. τὸ $AEK$ — 21. $KZ\Gamma$] mg. m. 1 P. 20. τρίγωνον] comp. supra m. 2 V. $KH\Gamma$] corr. ex $KE\Gamma$ m. 2 F. ἐστίν Fp. ἐστιν ἴσον b. 22. $A\Delta\Gamma$] litt. $\Delta$ e corr. F.

*ΒΚ παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματί ἐστιν ἴσον.*

*Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

μδ'.

*Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.*

*Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ.*

*Συνεστάτω τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕΖΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΗ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΑΒ, καὶ διήχθω ἡ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΖ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν·*

XLIV. Boetius p. 384, 14.

1. *ἴσον ἐστίν* p. 3. *χωρίον*] om. BVp; cfr. p. 100, 4. *διάμετρον αὐτοῦ* p. 8. *παραβαλεῖν*] *-βαλ-* in ras. m. 1 B. *ἐν*] *ἐν γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση* Proclus; cfr. Campanus. 12. *εὐθεῖαν*] mg. m. 1 F. 17. *ὥστ'* V. 18. *ΑΒ*] *ΑΘ* π. 19. *ΒΗ*] seq. ras. 1 litt. F. *ΑΘ*] *ΑΒ* F. *καί* — 20. *ΘΒ*] mg. m. 1 P. 20. *ΘΒ*] *ΒΘ* F. 21. *εὐθείας* BVp. *ἐν-*

uerum etiam $AB\Gamma = A\Delta\Gamma$. itaque etiam

$$BK = K\Delta \text{ [κ. ἔνν. 3]}.$$

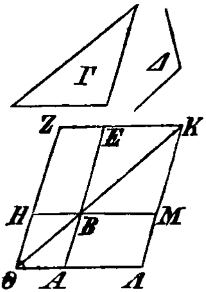
Ergo in quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

## XLIV.

Datae rectae parallelogrammum dato triangulo aequale adplicare in dato angulo rectilineo.

Sit data recta $AB$, datus autem triangulus $\Gamma$, datus autem angulus rectilineus $\Delta$. oportet igitur datae rectae $AB$ parallelogrammum dato triangulo $\Gamma$ aequale adplicare in angulo aequali angulo $\Delta$.

construatur parallelogrammum $BEZH$ triangulo




$\Gamma$ aequale in angulo $EBH$, qui aequalis est angulo $\Delta$ [prop. XLII], et ponatur ita, ut $BE$, $AB$ in eadem recta sint, et educatur $ZH$ ad $\Theta$, et per $A$ utrique $BH$, $EZ$ parallela ducatur $A\Theta$ [prop. XXXI], et ducatur $\Theta B$. et quoniam in parallelas $A\Theta$, $EZ$ recta incidit $\Theta Z$,

$$\angle A\Theta Z + \Theta ZE$$

duobus rectis aequales erunt [prop. XXIX]. itaque

$$\angle B\Theta H + HZE$$

duobus rectis minores erunt; quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, in infinitum producuntur,

---

ἔπεσεν] P; ἐμπέπτωκεν Theon (BFVbp); cfr. p. 106, 14. 108, 25. ἄρα] om. P. $A\Theta Z$] $BH\Theta$ p; corr. m. rec. $\Theta ZE$ — 22. $B\Theta H$] mg. m. rec. p. 22. εἰσιν ἴσαι] PBF; ἴσαι εἰσίν Vbp. Ante αἱ insert. comp. καί B. $B\Theta Z$, $\Theta ZE$ P. 23. ἀπό] ἀπ' p. 24. ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον p. ἐκβαλόμεναι P.

*αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ, περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ, ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ τῇ Δ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ ἄρα τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση.*

*Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΛΒ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

*με'.*

*Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.*

*Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Ε· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ Ε.*

*Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ συνεστάτω τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ ἐν τῇ ὑπὸ ΘΚΖ*

---

XLV. Boetius p. 384, 17.

---

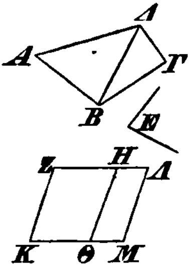
1. *ΘΒ*] *ΑΒ π.* 4. *ἐκβεβλήσθω φ.* *ΗΒ*] *ΗΘ φ.* *Μ*] seq. lacuna 3 litt. *φ.* 5. *ἐστίν* PF. *ΘΛΚΖ*] e corr. F. 6. *ΘΚ*] (prius) *ΘΗ φ.* *δέ*] supra m. 2 F. 7. *δὲ λεγόμενα*] *αη με φ*, seq. *μενα* euan. m. 1. 8. *τά*] om. B. *ἐστίν* P. 9. *ἀλλὰ καὶ τό* V. 10. *ΛΒ*] corr. ex *ΑΒ* m. 2 F.

concurrunt [αἴτ. 5]. itaque $\Theta B$, $ZE$ productae concurrent. producantur et concurrant in $K$, et per $K$ punctum utrique $E\Lambda$, $Z\Theta$ parallela ducatur $K\Lambda$, et producantur $\Theta\Lambda$, $HB$ ad puncta $\Lambda$, $M$. itaque $\Theta\Lambda KZ$ parallelogrammum est, diametrus autem eius $\Theta K$, et circum $\Theta K$ parallelogramma $\Lambda H$, $ME$, complementa autem, quae uocantur, $\Lambda B$, $BZ$. itaque erit $\Lambda B = BZ$ [prop. XLIII]. uerum $BZ = \Gamma$. quare etiam $\Lambda B = \Gamma$ [κ. ἔνν. 1]. et quoniam $\angle\, HBE = \Lambda BM$ [prop. XV], uerum $\angle\, HBE = \Delta$, erit etiam $\angle\, \Lambda BM = \Delta$.

Ergo datae rectae $AB$ parallelogrammum $\Lambda B$ dato triangulo $\Gamma$ aequale adplicatum est in angulo $\Lambda BM$, qui ato angulo $\Delta$ aequalis est; quod oportebat fieri.

## XLV.

Datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.




Sit data figura rectilinea $AB\Gamma\Delta$, datus autem angulus rectilineus $E$. oportet igitur figurae rectilineae $AB\Gamma\Delta$ aequale parallelogrammum construere in dato angulo $E$.

ducatur $\Delta B$, et triangulo $AB\Delta$ aequale construatur parallelogrammum $Z\Theta$ in angulo $\Theta KZ$, qui ae-

τῷ] τό F. ἐπεί] del. August. 11. $HBE$] litt. $H$ in ras. m. 1 B. ἀλλ' F. 12. $ABM$] in ras. m. 2 V. ἄρα] om. B; mg. m. 2 V. γωνίᾳ] om. p. 13. ἐστίν] om. φ. 15. τὸ $\Lambda B$ ἐν γωνίᾳ τῇ] mg. m. 1 P. τῇ] bis φ. 24. τῇ δοθείσῃ] ἴσῃ Bp. 25. ἐπιζευγνύσθω FVb (in b supra scr. m. 1 ε χ). ἡ] γὰρ ἡ P. $\Delta B$] mutat. in $B\Delta$ m. 2 V; $A\Gamma$ P, mg. γρ. καὶ ἡ $\Delta B$. $AB\Delta$] $BA$ supra scripto $\Delta$ F; $AB\Gamma$ P. τριγώνῳ] εὐθυ F, seq. γραμμων φ. τριγώνῳ ἴσον] corr. m. 1 ex τρίγωνον ἴσο P.

γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΗΜ ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε. καὶ ἐπεὶ ἡ Ε γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ ταῖς ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τας ΚΜ, ΖΗ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΗ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΛ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ, καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ ΜΛ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν· καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ ΚΜ, ΖΛ· καὶ αἱ ΚΜ, ΖΛ ἄρα ἴσαι τε

---

1. *γωνίᾳ*] mg. m. 1 P. *ἴση ἐστίν* P. 2. *ΗΘ*] *ΘΗ* P. *εὐθεῖαν*] corr. ex *εὐθεία* F. *ΑΔΓ* P. *ἴση ἐστίν* p. *ΗΘΜ*] *Η* supra F. 7. *εἰσιν ἴσαι* V. 8. *ἀλλά* PB. *δυσίν*] *δύο* F; corr. m. 2. *ἴσαι εἰσίν*] *εἰσιν ἴσαι* p; *ἴσαι εἰσί* Vb. 9. *δύο*] P, F m. 1; *δυσίν* BVbp, F m. 2. *εἰσίν*] *εἰσι* V; comp. b. 11. *ΚΘ*] *ΘΚ* P. 12. *δυσίν* BVbp. 13. *ΘΜ*] e corr. m. 2 F. 14. *ΖΗ*] *ΖΚ* φ; *ΖΛ* p; *Η* in ras. m. 2 V. *εὐθείας* P. Supra *ἐνέπεσεν* in F scr. *ἐμπέπτωκεν*. 16. *εἰσίν*] PF; *εἰσι* uulgo. 17. Post *ἄρα* ras. 1 litt. F.

qualis sit angulo $E$ [prop. XLII]. et rectae $H\Theta$ parallelogrammum $HM$ triangulo $\varDelta B\Gamma$ aequale adplicetur in angulo $H\Theta M$, qui aequalis sit angulo $E$ [prop. XLIV]. et quoniam angulus $E$ utrique $\Theta KZ$, $H\Theta M$ aequalis est, erit etiam $\angle \Theta KZ = H\Theta M$ [*κ. ἔνν.* 1]. communis adiiciatur $\angle K\Theta H$. itaque $ZK\Theta + K\Theta H = K\Theta H + H\Theta M$. uerum $ZK\Theta + K\Theta H$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $K\Theta H + H\Theta M$ duobus rectis aequales sunt [*κ. ἔνν.* 2]. itaque ad rectam quandam $H\Theta$ et punctum eius $\Theta$ duae rectae $K\Theta$, $\Theta M$ non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; in eadem igitur sunt recta $K\Theta$ et $\Theta M$ [prop. XIV]. et quoniam in parallelas $KM$, $ZH$ recta incidit $\Theta H$, anguli alterni $M\Theta H$, $\Theta HZ$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. communis adiiciatur $\angle \Theta H\varLambda$. itaque $M\Theta H + \Theta H\varLambda = \Theta HZ + \Theta H\varLambda$ [*κ. ἔνν.* 2]. uerum $M\Theta H + \Theta H\varLambda$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $\Theta HZ + \Theta H\varLambda$ duobus rectis aequales sunt [*κ. ἔνν.* 1]. quare $ZH$, $H\varLambda$ in eadem sunt recta [prop. XIV]. et quoniam $ZK$ rectae $\Theta H$ aequalis et parallela est [prop. XXXIV], uerum etiam $\Theta H$ rectae $M\varLambda$ [id.], etiam $KZ$ rectae $M\varLambda$ aequalis et parallela est. et coniungunt eas rectae $KM$, $Z\varLambda$.

---

$M\Theta H$] $\Theta$ e corr. V. $\Theta H\varLambda$] e corr. F. $\Theta HZ$] e corr. V; $\Theta H\varLambda$ P. $\Theta H\varLambda$] $\Theta HZ$ P. *εἰσιν ἴσαι* p. *ἴσαι*] *ἴση* φ (*ἴσαι* F). 18. *ἀλλά* PB. $M\Theta H$] litt. $\Theta H$ in ras. b. *δυσίν* BVbp. 19. *εἰσί* V, comp. b. *καὶ αἵ* — 20. *εἰσίν*] mg. m. 1 BF. *ἄρα*] om. Fb; mg. m. 2 V. *δύο*] P, *δυσίν* uulgo. 20. *εἰσιν ἴσαι* p. *ἐστίν*] *ἐστὶν καί* P. 21. $ZK$] $KZ$ P. 22. *ἡ* $\Theta H$] om. F; corr. ex *ἡ* $E\Theta$ m. 2 V. *καὶ ἡ* $KZ$ *ἄρα τῇ* $M\varLambda$] om. b. 23. *ἐστιν*] *ἐστι* BV. 24. *ἄρα*] bp, et V sed punctis delet.; coni. August II p. 317; om. PBF.

καὶ παράλληλοί εἰσιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ το ΚΖΛΜ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΘ παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ ΔΒΓ τῷ ΗΜ, ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ εὐθύγραμμον ὅλῳ τῷ ΚΖΛΜ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓΔ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΚΖΛΜ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΚΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ Ε· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μϛ΄.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἤχθω τῇ ΑΒ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Α πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΓ, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ, διὰ δὲ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ. Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΒΕ. ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΔ, ΔΕ, ΕΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ, ΔΕ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΔΕ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ

XLVI. Ammonius in Porphyr. fol. 48v. Boetius p. 384, 19.

1. εἰσιν] PFp; εἰσι uulgo. Seq. ras. 2 litt. F. ἐστί] ἐστίν FV. 2. καί — μέν] mg. m. 1 P. ΑΒΔ] ΑΔΒ p; ΑΒΓ P, et F, corr. m. rec. 3. ΔΒΓ] ΔΑΓ P. 5. ἐστὶν ἴσον] PFp; ἴσον ἐστίν V; ἴσον ἐστί B et comp. b. 6. τῷ]

quare etiam $KM$, $Z\varLambda$ aequales et parallelae sunt [κ. ἔνν. 1; prop. XXX]. parallelogrammum igitur est $KZ\varLambda M$. et quoniam $\triangle\ AB\varDelta = Z\varTheta$, $\varDelta B\varGamma = HM$, erit $AB\varGamma\varDelta = KZ\varLambda M$ [κ. ἔνν. 2].

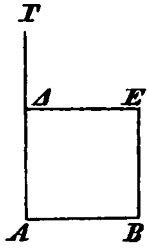
Ergo datae figurae rectilineae $AB\varGamma\varDelta$ aequale parallelogrammum constructum est $KZ\varLambda M$ in angulo $ZKM$, qui dato angulo $E$ aequalis est; quod oportebat fieri.

XLVI.

In data recta quadratum construere.

Sit data recta $AB$. oportet igitur in recta $AB$ quadratum construere.

ducatur ad rectam $AB$ a puncto in ea sito $A$ perpendicularis $A\varGamma$ [prop. XI], et ponatur $A\varDelta = AB$ [prop. II]. et per punctum $\varDelta$ rectae $AB$ parallela ducatur $\varDelta E$, per $B$ autem punctum rectae $A\varDelta$ parallela ducatur $BE$ [prop. XXXI]. parallelogrammum igitur est $A\varDelta EB$. itaque $AB = \varDelta E$ et $A\varDelta = BE$ [prop. XXXIV]. uerum $AB = A\varDelta$. ergo




$$BA = A\varDelta = \varDelta E = EB \text{ [κ. ἔνν. 1].}$$

quare aequilaterum est parallelogrammum $A\varDelta EB$. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam in parallelas $AB, \varDelta E$ recta incidit $A\varDelta$, $BA\varDelta + A\varDelta E$ duobus rectis aequales sunt

(alt.) corr. ex τό m. 1 b. 7. συνίσταται FVp. τό] corr. ex τῇ m. rec. P. 8. τῇ] (alt.) om. b. 9. ἐν ἄλλῳ δεῖξαι mg. m. 1 b. 12. Post prius ἡ ras. p. 16. ἡ] (alt.) corr. ex τῇ V. 18. $\varDelta E$] corr. ex $AE$ m. 2 p. 19. ἐστίν P. 21. ἀλλά] ἀλλ' F; ἀλλὰ καί Vb. 24. δή] δέ Vb; om. F (δέ supra comp. m. 2). 25. εὐθεῖας V, εὐθείας V m. 2 et b. ἡ] τῇ φ. Post ἄρα lacun. 3 litt. φ. 26. $BA\varDelta$] litt. $BA$ in ras. m. 1 B. $A\varDelta E$] litt. $\varDelta E$ e corr. F. δυσίν BVbp.

δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΑΒΕ, ΒΕΔ γωνιῶν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

Τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγεγραμμένον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μζ΄.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ, ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ τὰ ΗΒ, ΘΓ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΖΓ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΒΑΗ γωνιῶν, πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΒΑ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΗ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ

---

XLVII. Pappus I p. 178,11. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 384, 21.

---

1. καί] insert. m. rec. b (comp.). 5. ἐστίν PV; comp. b.

[prop. XXIX]. uerum $\angle BA\Delta$ rectus est. itaque etiam $\angle A\Delta E$ rectus. sed in spatiis parallelogrammis latera angulique opposita inter se aequalia sunt [prop. XXXIV]. itaque etiam uterque angulus oppositus $ABE$, $BE\Delta$ rectus est. rectangulum igitur est $A\Delta EB$. demonstratum autem est, idem aequilaterum esse. ergo quadratum est [def. 22]. et in recta $AB$ constructum est; quod oportebat fieri.

## XLVII.

In triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens $\angle BA\Gamma$. dico, esse $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$.

construatur enim in $B\Gamma$ quadratum $B\Delta E\Gamma$, in $BA$, $A\Gamma$ uero $HB$, $\Theta\Gamma$ [prop. XLVI], et per $A$ utrique $B\Delta$, $\Gamma E$ parallela ducatur $A\Delta$ [prop. XXXI]; et ducantur $A\Delta$, $Z\Gamma$. et quoniam rectus est uterque angulus $BA\Gamma$, $BAH$, ad rectam quandam $BA$ et punctum in ea situm $A$ duae rectae $A\Gamma$, $AH$ non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; itaque in eadem recta sunt $\Gamma A$, $AH$ [prop. XIV]. eadem igitur de causa etiam

---

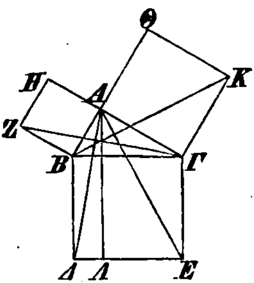
τὸ $A\Delta EB$] mg. m. 2 V; in F supra E scr. $H$. 7. ἐστίν] (prius) PF; ἐστί uulgo. 12. τήν] περὶ τήν Proclus. 13. περιεχουσῶν] om. Proclus. 15. $BA\Gamma$] corr. ex $B\Gamma A$ m. 2 F. Ante $B\Gamma$ eras. $A$ P. 16. ἴσον] supra m. 2 (comp.) F. ἐστίν P. $BA$] $AB$ F. 18. μέν] om. F. 19. $B\Gamma\Delta E$ F. $HB$] corr. ex $B\cdot H$ m. 2 F. $\Theta\Gamma$] $\Gamma$ in ras. est in F; seq. in V m. 2: τετράγωνα. 20. ἤχθω παράλληλος p. $A\Delta$] $\Delta$ in ras. P m. 1. 23. $BA$] $AB$ p. 26. τὰ αὐτά] ταῦτα Bp.

ἡ *ΒΑ* τῇ *ΑΘ* ἐστιν ἐπ' εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΔΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΖΒΑ*· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ*· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ *ΔΒΑ* ὅλῃ τῇ ὑπὸ *ΖΒΓ* ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΔΒ* τῇ *ΒΓ*, ἡ δὲ *ΖΒ* τῇ *ΒΑ*, δύο δὴ αἱ *ΔΒ*, *ΒΑ* δύο ταῖς *ΖΒ*, *ΒΓ* ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΔΒΑ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΖΒΓ* ἴση· βάσις ἄρα ἡ *ΑΔ* βάσει τῇ *ΖΓ* [ἐστιν] ἴση, καὶ τὸ *ΑΒΔ* τρίγωνον τῷ *ΖΒΓ* τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καί [ἐστι] τοῦ μὲν *ΑΒΔ* τριγώνου διπλάσιον τὸ *ΒΛ* παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν *ΒΔ* καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς *ΒΔ*, *ΑΛ*· τοῦ δὲ *ΖΒΓ* τριγώνου διπλάσιον τὸ *ΗΒ* τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν *ΖΒ* καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς *ΖΒ*, *ΗΓ*. [τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·] ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ *ΒΛ* παραλληλόγραμμον τῷ *ΗΒ* τετραγώνῳ. ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν *ΑΕ*, *ΒΚ* δειχθήσεται καὶ τὸ *ΓΛ* παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ *ΘΓ* τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ *ΒΔΕΓ* τετράγωνον δυσὶ τοῖς *ΗΒ*, *ΘΓ* τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καί ἐστι τὸ μὲν *ΒΔΕΓ* τετράγωνον ἀπὸ τῆς *ΒΓ* ἀναγραφέν, τὰ δὲ *ΗΒ*, *ΘΓ* ἀπὸ τῶν *ΒΑ*, *ΑΓ*. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς *ΒΓ* πλευ-

---

1. ἐπ' εὐθείας ἐστίν V. 2. *ΔΒΓ*] *ΔΓΒ* F; corr. m. 2. 4. *ΖΒΓ*] litt. *Γ* e corr. F. ἐστιν ἴση] ἴση ἐστίν p. ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΔΒ* τῇ *ΒΓ* ἡ δὲ *ΖΒ* τῇ *ΒΑ*] P; om. Theon (BFVbp). 5. δή] P; om. Theon (BFVbp). *ΔΒ*, *ΒΑ*] in ras. m. 2 V; *ΑΒ*, *ΒΑ* F, corr. m. 2; *ΑΒ*, *ΒΔ* b. 6. δυσί Bbp, δυσίν V. *ΒΖ*, *ΒΓ* BFp, V m. 2. 7. *ΖΒΓ*] litt. *ΖΒ* e corr. p. ἴση ἐστί V. 8. ἐστιν ἴση] ἴση P; ἴση ἐστίν p. καί] comp. supra m. 1 b. 9. *ΑΒΔ*] *ΑΔΒ* F. ἴσον ἐστίν V. 10. ἐστί] om. P. *ΒΛ*] *ΒΔ* F, et b, corr. m. 1. 11. αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει p. ἔχουσιν P. την] corr. ex τῆι

$BA$, $A\Theta$ in eadem recta sunt [prop. XIV]. et quoniam




$\angle\, \Delta B\Gamma = ZBA$ (nam uterque rectus est), communis adiiciatur $\angle\, AB\Gamma$. itaque

$$\angle\, \Delta BA = ZB\Gamma \text{ [}\varkappa.\ \check{\varepsilon}\nu\nu.\ 2\text{]}.$$

et quoniam $\Delta B = B\Gamma$,

$$ZB = BA \text{ [def. 22]},$$

duae rectae $\Delta B$, $BA$ duabus $ZB$, $B\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle\, \Delta BA = ZB\Gamma$. itaque $A\Delta = Z\Gamma$, $\triangle\, AB\Delta = ZB\Gamma$ [prop. IV]. et

$$B\Lambda = 2\, AB\Delta;$$

nam eandem basim habent $B\Delta$ et in iisdem parallelis sunt $B\Delta$, $A\Lambda$ [prop. XLI]. et $HB = 2\, ZB\Gamma$; nam rursus eandem basim habent $ZB$ et in iisdem sunt parallelis $ZB$, $H\Gamma$. itaque[1]) $B\Lambda = HB$. similiter ductis rectis $AE$, $BK$ demonstrabimus, esse etiam $\Gamma\Lambda = \Theta\Gamma$. itaque $B\Delta E\Gamma = HB + \Theta\Gamma$ [$\varkappa$. ἐνν. 2].

et $B\Delta E\Gamma$ in $B\Gamma$ constructum est, $HB$, $\Theta\Gamma$ autem

---

1) Ex comm. concept. 2; nam uerba τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν lin. 16 cum κ. ἐνν. 5 interpolata sunt; cfr. p. 91 not. 1.

---

m. 2 F. 12. εἰσι] ἐστι p. $B\Delta$, $A\Lambda$ τοῦ] mg. m. 1 P. 13. $HB$] $BH$ P. τετράγωνον] comp. b; supra hoc uerbum in F scr. παραλληλόγραμμον m. rec.; item lin. 17 et 20. 14. γάρ] γὰρ αὐτῷ p. ἔχουσι] ἔχουσιν PF; ἔχει p. 15. $ZB$] $BZ$ p. εἰσι] ἐστι p; om. V; εἰσιν F; comp. b. 16. ἐστίν] εἰσίν V. 17. ἐστίν P. 18. δή] m. 2 P. 19. $\Gamma\Lambda$] $A\Lambda$, ut uidetur, F; corr. m. 2; $\Lambda\Gamma$ V, corr. m. 2. 20. $B\Delta E\Gamma$] $\Delta EB\Gamma$ p. δυσίν P. 21. ἴσον ἐστίν] PF, comp. b; ἐστὶν ἴσον p; ἴσον ἐστί uulgo. καί ἐστιν P. 22. $\Delta EB\Gamma$ p. ἀναγεγράφ seq. ras. 2 litt. F, ἀναγεγραμμένον p. τά] supra F. 23. Ante $HB$ ras. 1 litt. F. Ante $BA$ ras. 2—3 litt. F. $BA$] $B\Delta$ φ ($BA$ F).

ρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μη'.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις· λέγω, ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΔ καὶ κείσθω τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὑπόκειται γάρ· τὸ ἄρα

XLVIII. Boetius p. 384, 26.

1. ἔστιν ἴσον F. ἐστίν P. ΒΑ] ΒΔ φ. 3. ἐν] ἐάν F; corr. m. rec. ὀρθογώνοις p. 4. ἐπιτεινούσης V; corr.

in $BA$, $A\Gamma$. itaque quadratum lateris $B\Gamma$ aequale est quadratis laterum $BA$, $A\Gamma$.

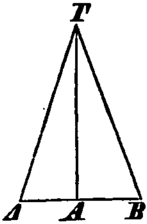
Ergo in triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis; quod erat demonstrandum.

## XLVIII.

Si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est.

nam in triangulo $AB\Gamma$ sit $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$. dico, $\angle BA\Gamma$ rectum esse.

ducatur enim a puncto $A$ ad rectam $A\Gamma$ perpendicularis $A\Delta$ [prop. XI], et ponatur $A\Delta = BA$, et



ducatur $\Delta\Gamma$. iam quoniam $\Delta A = AB$, erit[1]) etiam $\Delta A^2 = AB^2$. commune adiiciatur $A\Gamma^2$. itaque

$$\Delta A^2 + A\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2 \text{ [}\varkappa.\ \H{\varepsilon}\nu\nu.\ 2\text{]}.$$

uerum $\Delta\Gamma^2 = \Delta A^2 + A\Gamma^2$; nam $\angle \Delta A\Gamma$ rectus est [prop. XLVII]; et $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$; hoc enim suppositum est. itaque

1) Hoc ex definitione quadrati (22) sequitur.

m. 1. 5. ἐστίν PF. γωνίαν] om. PBF. 12. ἐστιν] PFV, Proclus, comp. b; ἐστι Bp. 15. Post πλευρῶν ras. 5—6 litt. b. 19. $\Delta\Gamma$] $\Delta$ in ras. b. ἐπεί] PBVb; ἐπεὶ οὖν Fp; καὶ ἐπεί P m. rec. ἐστίν] comp. supra m. 2 F. $A\Delta$ P. 20. ἐστίν P. τό] supra m. 1 b. $AB$] $BA$ p. 21. κοινή B. 23. ἐστίν P. $A\Gamma$] om. φ. 24. ἐστίν P. $\Delta\Gamma$] $\Delta\Gamma$ τετράγωνον p. 25. $\Gamma A\Delta$ P. $BA$] $AB$ B. 26. ἐστίν P. ὑπόκειται φ, seq. ται m. 1.

*ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ δύο ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ [ἐστιν] ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.*

*Ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

---

1. *ἐστίν* P. *τῷ*] *τὸ* b; corr. m. 2. 4. *δή*] absumptum ob pergam. ruptum in F. *δυσί* BVbp, F m. 2. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 5. *τῇ*] *ἡ* φ. *ἴση*] PBbp; *ἴση ἐστίν* F; *ἴση ἐστί* V, sed *ἐστί* punctis del. m. 2. *ἡ*] supra P. *ὑπό*] om. P. 6. *ἐστιν*] BFVbp; om. P. 8. *τριγώνῳ* p. 10. In *περιεχομένη* ante *χ* ras. 1 litt. b. *γωνία* om. p. In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων α'* PB; *Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως β̄* F.

$$\Delta\Gamma^2 = B\Gamma^2 \; [\varkappa.\ \check{\epsilon}\nu\nu.\ 1].$$

quare etiam $\Delta\Gamma = B\Gamma$. et quoniam $\Delta A = AB$, et communis est $A\Gamma$, duae rectae $\Delta A$, $A\Gamma$ duabus $BA$, $A\Gamma$ aequales sunt; et basis $\Delta\Gamma$ basi $B\Gamma$ aequalis est. itaque $\angle\, \Delta A\Gamma = BA\Gamma$ [prop. VIII]. sed $\angle\, \Delta A\Gamma$ rectus est. itaque etiam $\angle\, BA\Gamma$ rectus.

Ergo si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est; quod erat demonstrandum.

## β'.

### Ὅροι.

α'. Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

β'. Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμμων ἓν ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

### α'.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ $A$, $B\Gamma$, καὶ τετμήσθω ἡ $B\Gamma$, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὰ $\Delta$, $E$ σημεῖα· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $A$, $B\Gamma$ περιεχομένον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν $A$, $B\Delta$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν $A$, $\Delta E$ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν $A$, $E\Gamma$.

---

Def. 1. Hero def. 57. Boetius p. 378, 8. Def. 2. Hero def. 58. Proclus in Tim. 83d. Boetius p. 378, 11. Prop. I. Eutocius in Archim. III p. 40, 29. 256, 7. Boetius p. 385, 4.

---

Εὐκλείδου στοιχείων δεύτερον B; Εὐκλείδου ἐκ τῆς Θέωνος ἐκδόσεως στοιχείων δεύτερον V; Εὐκλείδου στοιχείων τῆς

# II.

## Definitiones.

1. Quoduis parallelogrammum rectangulum comprehendi dicitur duabus rectis rectum angulum comprehendentibus.

2. In quouis autem parallelogrammo spatio utrumuis parallelogrammorum circum diametrum positorum cum duobus supplementis gnomon uocetur.

## I.

Si sunt duae rectae, et altera earum in quotlibet partes secatur, rectangulum duabus rectis comprehensum aequale est rectangulis recta non secta et singulis partibus comprehensis.[1]

Sint duae rectae $A$, $B\Gamma$, et secetur $B\Gamma$ utcumque in punctis $\Delta$, $E$. dico, esse

$$A \times B\Gamma = A \times B\Delta + A \times \Delta E + A \times E\Gamma.$$

---

1) Arithmetice $a \times (b + c + d) = ab + ac + ad$.

---

*Θέωνος ἐκδόσεως* $\bar{\beta}$ F. 1. *ὅροι*] om. P[B F. Numeros om. PBF. 10. *ἐάν*] seq. ras. 2 litt. F. *ὦσιν* B. 13. *ἐστίν* P. *τοῖς*] corr. ex *τῷ* P. *ὑπό τε*] *τε ὑπό* P, *τε ἀπό* F. 14. *περιεχομένοις ὀρθογωνίοις*] corr. ex *περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ* P. 16. *ἔτυχεν*] PBF; *ἔτυχε* Vp. *σημεῖα*] supra m. 2 V. *τό*] in ras. V. 17. *ἐστίν* P. 18. *τῷ*] in ras. V. *τε ὑπό*] PF; *ὑπό* V; *ὑπό τε* Bp. 19. *τῶν*] PVp; F insert. m. 2; om. B, F m. 1. *ἔτι*] om. P. *τῷ*] corr. ex *τῶν* V.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ $B$ τῇ $B\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἡ $BZ$, καὶ κείσθω τῇ $A$ ἴση ἡ $BH$, καὶ διὰ μὲν τοῦ $H$ τῇ $B\Gamma$ παράλληλος ἤχθω ἡ $H\Theta$, διὰ δὲ τῶν $\Delta$, $E$, $\Gamma$ τῇ $BH$ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $\Delta K$, $E\Lambda$, $\Gamma\Theta$.

Ἴσον δή ἐστι τὸ $B\Theta$ τοῖς $BK$, $\Delta\Lambda$, $E\Theta$. καί ἐστι τὸ μὲν $B\Theta$ τὸ ὑπὸ τῶν $A$, $B\Gamma$· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν $HB$, $B\Gamma$, ἴση δὲ ἡ $BH$ τῇ $A$· τὸ δὲ $BK$ τὸ ὑπὸ τῶν $A$, $B\Delta$· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν $HB$, $B\Delta$, ἴση δὲ ἡ $BH$ τῇ $A$. τὸ δὲ $\Delta\Lambda$ τὸ ὑπὸ τῶν $A$, $\Delta E$· ἴση γὰρ ἡ $\Delta K$, τουτέστιν ἡ $BH$, τῇ $A$. καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ $E\Theta$ τὸ ὑπὸ τῶν $A$, $E\Gamma$· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $A$, $B\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ $A$, $B\Delta$ καὶ τῷ ὑπὸ $A$, $\Delta E$ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ $A$, $E\Gamma$.

Ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

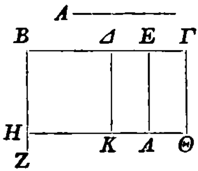
## β'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γὰρ ἡ $AB$ τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ $\Gamma$ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $AB$, $B\Gamma$ περιεχό-

1. $BZ$] corr. ex $ZB$ V m. 2. 4. $\Delta K$] $K\Delta$ B. 5. $\Delta\Lambda$] $\Lambda$ e corr. m. 2 F. 6. τό] (alt.) in ras. V (supra τῷ m. rec.). 7. $HB$] $BH$ p. 8. τό] τῷ PV. 9. Post $A$ ras. paullo maior linea F. τό] (alt.) τῷ PV. 10. $BH$] in ras. m. 2 V. 11. τό] (alt.) τῷ PV. 12. ἐστίν P. τῷ τε ὑπό] τοῖς ὑπό τε F; τῷ corr. ex τοῖς m. 2 et post ὑπό ras. V; τῷ τε ὑπὸ τῶν

ducatur enim a $B$ ad rectam $B\Gamma$ perpendicularis $BZ$ [I, 11], et ponatur $BH = A$, et per $H$ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $H\Theta$ [I, 31], per puncta autem $\Delta$, $E$, $\Gamma$ rectae $BH$ parallelae ducantur $\Delta K$, $E\Lambda$, $\Gamma\Theta$ [id.].




itaque $B\Theta = BK + \Delta\Lambda + E\Theta$. et $B\Theta = A \times B\Gamma$; nam rectis $HB$, $B\Gamma$ comprehenditur, et $BH = A$. sed $BK = A \times B\Delta$; nam rectis $HB$, $B\Delta$ comprehenditur, et $BH = A$. et $\Delta\Lambda = A \times \Delta E$; nam $\Delta K = BH$ [I, 34] $= A$. et praeterea similiter $E\Theta = A \times E\Gamma$. itaque

$$A \times B\Gamma = A \times B\Delta + A \times \Delta E + A \times E\Gamma.$$

Ergo si sunt duae rectae, et altera earum in quotlibet partes secatur, rectangulum duabus rectis comprehensum aequale est rectangulis recta non secta et singulis partibus comprehensis; quod erat demonstrandum.

## II.

Si recta linea utcumque secatur, rectangulum comprehensum tota et utraque parte aequale est quadrato totius.[1])

nam recta $AB$ utcumque secetur in puncto $\Gamma$. dico, esse $AB \times B\Gamma + BA \times A\Gamma = AB^2$.

---

1) Arithmetice: si $b + c = a$, erit $ab + ac = a^2$.

---

p. τῷ] om. F, m. 2 V. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν p. 13. τῷ] m. 2 V, τοῖς F. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν p. $E\Gamma$] $E\Gamma$ περιεχομένοις ὀρθογωνίοις FV. γρ. τῷ τε ὑπὸ $A$, $B\Delta$ καὶ τῷ ὑπὸ $A$, $\Delta E$ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ $A$, $E\Gamma$ F mg. m. 1. 14. ὦσιν P. 16. τοῖς] τῷ P. ὑπό τε] ὑ- in ras. p; τε ὑπό F. 17. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ P. 20. ἔτυχε Vp. τό] P, F m. 1, V m. 1; τά Bp, F m. 2, V m. 2. 21. περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον] P, F m. 1, V m. 1; περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα Bp, PV m. 2; in F -ον ter eras. 24. ἔτυχε Vp.

μενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ $BA$, $AΓ$ περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $AB$ τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς $AB$ τετράγωνον τὸ $AΔEB$, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ $Γ$ ὁποτέρᾳ τῶν $AΔ$, $BE$ παράλληλος ἡ $ΓZ$.

Ἴσον δή ἐστι τὸ $AE$ τοῖς $AZ$, $ΓE$. καί ἐστι τὸ μὲν $AE$ τὸ ἀπὸ τῆς $AB$ τετράγωνον, τὸ δὲ $AZ$ τὸ ὑπὸ τῶν $BA$, $AΓ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν $ΔA$, $AΓ$, ἴση δὲ ἡ $AΔ$ τῇ $AB$· τὸ δὲ $ΓE$ τὸ ὑπὸ τῶν $AB$, $BΓ$· ἴση γὰρ ἡ $BE$ τῇ $AB$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $BA$, $AΓ$ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν $AB$, $BΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $AB$ τετραγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## γ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γὰρ ἡ $AB$ τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ $Γ$· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $AB$, $BΓ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν $AΓ$, $ΓB$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $BΓ$ τετραγώνου.

---

III. Pappus V p. 378, 8. 380, 14. 420, 11, 19. Eutocius in Archim. III p. 256, 5. Boetius p. 385, 9.

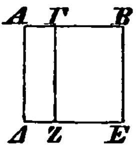
---

7. ἐστι] om. BFV. $ΓE$] e corr. V. ἐστι] ἐστιν P.

construatur enim in $AB$ quadratum $A\varDelta EB$ [I, 46], et ducatur per $\varGamma$ utrique $A\varDelta$, $BE$ parallella $\varGamma Z$ [I, 31].

itaque $AE = AZ + \varGamma E$. et $AE = AB^2$, et

$$AZ = BA \times A\varGamma;$$




nam comprehenditur rectis $\varDelta A$, $A\varGamma$, et $A\varDelta = AB$ [I def. 23]. praeterea

$$\varGamma E = AB \times B\varGamma;$$

nam $BE = AB$. itaque

$$BA \times A\varGamma + AB \times B\varGamma = AB^2.$$

Ergo si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et utraque parte comprehensum aequale est quadrato totius; quod erat demonstrandum.

## III.

Si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et alterutra parte comprehensum aequale est rectangulo partibus comprehenso et quadrato partis nominatae.[1])

recta enim $AB$ utcumque secetur in puncto $\varGamma$. dico, esse $AB \times B\varGamma = A\varGamma \times \varGamma B + B\varGamma^2$.

---

1) Arithmetice: $(a + b)\,a = ab + a^2$.

---

8. $AZ$] ἀπὸ τῆς $AZ$ F. 10. $A\varDelta$] $\varDelta A$ F. 13. ἐστίν P. 14. γραμμή] del. in P. ἔτυχε Vp. τό] τά Bp, F m. 2, V m. 2. 15. περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα Bp, F m. 2, V m. 2. 19. ἔτυχε Vp. 21. ἐστίν P. τε] supra m. rec. F. 23. ἀπό] corr. ex ὑπό p. προειρημένου] προ- m. 2 V. 24. ἔτυχε Vp. 25. $\varGamma$ σημεῖον Vp. 26. τε] om. Pp. $A\varGamma$] $\varGamma$ in ras. V. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ] om. Bp.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΔΕΒ, καὶ διήχθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ, ΒΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΖ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΕ τοῖς ΑΔ, ΓΕ· καί ἐστι τὸ μὲν ΑΕ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΒΓ· τὸ δὲ ΑΔ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ ΔΓ τῇ ΓΒ· τὸ δὲ ΔΒ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

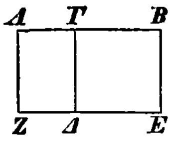
Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ

IV. Theon in Ptolem. p. 184. Boetius p. 385, 13.

1. τῆς] τοῦ P. ΓΒ] ΒΓ Fp. 2. ΓΔΒΕ B, m. 2 V. 7. ΓΒ] Β e corr. p. γάρ] corr. ex ἄρα m. 2 F. 8. ΓΒ]

construatur enim in $\Gamma B$ quadratum $\Gamma \Delta E B$ [I, 46], et educatur $E\Delta$ ad $Z$, et per $A$ utrique $\Gamma\Delta$, $BE$ parallela ducatur $AZ$ [I, 31]. itaque $AE = A\Delta + \Gamma E$.




et $AE = AB \times B\Gamma$; nam comprehenditur rectis $AB$, $BE$, et $BE = B\Gamma$. et $A\Delta = A\Gamma \times \Gamma B$; nam $\Delta\Gamma = \Gamma B$. et $\Delta B = \Gamma B^2$. itaque

$$AB \times B\Gamma = A\Gamma \times \Gamma B + B\Gamma^2.$$

Ergo si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et alterutra parte comprehensum aequale est rectangulo partibus comprehenso et quadrato partis nominatae; quod erat demonstrandum.

## IV.

Si recta linea utcumque secatur, quadratum totius aequale est quadratis partium et duplo rectangulo partibus comprehenso.[1])

nam recta linea $AB$ secetur utcumque in $\Gamma$. dico, esse $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B$.

construatur enim in $AB$ quadratum $A\Delta EB$ [I, 46],

1) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

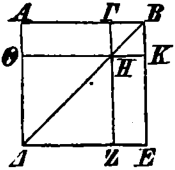
$B\Gamma$ F. $\Gamma B$] e corr. p. 11. $B\Gamma$] $\Gamma B$ Pp; corr. ex $A\Gamma$ F m. 2. 12. ἔτυχεν] PF, B sed ν eras.; ἔτυχε Vp. 13. ὑπό] ὑ- e corr. p. 15. προειρημένου] προ- m. 2 V. 18. ἔτυχε Vp, B e corr. 22. γάρ] m. 2 F. ἔτυχε Vp, B e corr. 23. Γ σημεῖον V. 24. ἐστίν P. τε] om. V. τετραγώνοις — 25. ΓΒ] mg. m. 1 P. 25. τῶν] om. P.

ΑΔΕΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΕΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ, διὰ δὲ τοῦ Η ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΚ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΖ τῇ ΑΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΔΒ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστιν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΒΑ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΗΒΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΓ πλευρᾷ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση· ἀλλ' ἡ μὲν ΓΒ τῇ ΗΚ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΓΗ τῇ ΚΒ· καὶ ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΒ ἐστιν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΚΒ. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΗ τῇ ΒΚ [καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΓΒ], αἱ ἄρα ὑπὸ ΚΒΓ, ΗΓΒ γωνίαι δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΚΒΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ· ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ ΓΗΚ, ΗΚΒ ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΚΒ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΘΖ τετράγωνόν ἐστιν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΘΗ, τουτέστιν [ἀπὸ] τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ΘΖ, ΚΓ τετράγωνα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ, καί ἐστι τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ ΗΓ τῇ ΓΒ· καὶ τὸ ΗΕ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΓ, ΓΒ· τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ.

---

2. ΓΖ] ΖΓΖ P. διὰ δέ] καὶ διὰ p. 3. ΑΒ] Β in ras. p. Post παράλληλος in P est γραμμον punctis delet. 4. ΓΖ] corr. ex ΖΓ F. 5. ΒΔ] ΔΒ p. 7. ἀλλά Vp. 10. ἀλλά PVp. 11. ΚΒ] Β e corr. p; ΒΚ P. 12. ἐστιν ἴση] om. p. ἐστί] ἐστίν P. 13. δή] om. F. 14.

et ducatur $B\Delta$, et per $\Gamma$ utrique $A\Delta$, $EB$ parallela ducatur $\Gamma Z$ [I, 30 et 31], per $H$ autem utrique $AB$, $\Delta E$ parallela ducatur $\Theta K$. et quoniam $\Gamma Z$ rectae $A\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Delta$, angulus exterior $\Gamma HB$ aequalis est angulo interiori et opposito $A\Delta B$ [I, 29]. uerum $\angle A\Delta B = AB\Delta$, quoniam $BA = A\Delta$ [I, 5]. quare etiam $\angle \Gamma HB = HB\Gamma$. itaque etiam $B\Gamma = \Gamma H$ [I, 6]. sed etiam $\Gamma B = HK$ [I, 34] et $\Gamma H = KB$ [id.]. quare etiam $HK = KB$. itaque aequilaterum est $\Gamma HKB$. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam $\Gamma H$ rectae $BK$ parallela est, erunt $KB\Gamma + H\Gamma B$ duobus rectis aequales [I, 29]. uerum $\angle KB\Gamma$ rectus est. itaque etiam $\angle B\Gamma H$ rectus. quare etiam oppositi anguli $\Gamma HK$, $HKB$ recti sunt [I, 34]. ergo $\Gamma HKB$ rectangulum est. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse. ergo quadratum est; et in $\Gamma B$ constructum est. eadem de causa etiam $\Theta Z$ quadratum est; et in $\Theta H$, hoc est $A\Gamma$ [I, 34] constructum est. itaque quadrata $\Theta Z$, $K\Gamma$ in $A\Gamma$, $\Gamma B$ constructa sunt. et quoniam $AH = HE$ [I, 43], et $AH = A\Gamma \times \Gamma B$




καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ $\Gamma B$] add. Theon? (BFVp); mg. m. 2 P. ἐμπέπτωκεν] euan. F; ἐνέπεσεν B. εὐθεῖα] om. BF. 15. $\Gamma B$] $B$ eras. p. $H\Gamma B$] $B\Gamma H$ P. δύο] δυσίν Vp. 16. ἴσαι εἰσίν Vp. 17. αἱ] (prius) om. F. 18. ἐστί] ἐστίν P. 19. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. 20. $\Gamma B$] corr. ex $B\Gamma$ m. 2 V; $B\Gamma$ p. $\Theta Z$] e corr. p. 21. ἐστιν] (prius) PF; ἐστι uulgo. $\Theta H$] $H\Theta$ F. 22. ἀπό] om. P; in F eras. $K\Gamma$] $\Gamma K$ Pp. 23. εἰσιν] F; ἐστιν P; εἰσι uulgo. ἐστί] ἐστίν P. 24. ἐστιν P. Ante $H\Gamma$ ras. 1 litt. F. 25. Post ἄρα ras. V. ἐστίν PF. $A\Gamma$] τῶν $A\Gamma$ Vp, F m. 2. 26. $AH$] corr. ex $AB$ p. ἐστίν P.

*ἔστι δὲ καὶ τὰ ΘΖ, ΓΚ τετράγωνα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ ΘΖ, ΓΚ, ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ ΘΖ, ΓΚ, ΑΗ, ΗΕ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.*

*Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

[*Πόρισμα.*

*Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα τετράγωνά ἐστιν*].

*ε'.*

*Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.*

*Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ*

---

IV. *πόρ.* De Proclo p. 304 u. ad IV, 15. V. Boetius p. 385, 17.

---

1. *ἔστιν* P. *τά*] *τό* F; corr. m. 2. *τετράγωνον* F; corr. m. 2. 2. *τά*] (alt.) om. F. *ἐστίν* P. 3. *τε*] m. 2 V. 4. *ὀρθογώνια φ.* *τά*] *τὰ τέσσαρα* P. *ΘΖ*] *Θ* in ras. V; *ΖΘ* B. 5. *ΗΕ*] *Η* e corr. p. *ἐστίν* P. *ΑΔΕΒ*

(nam $H\Gamma = \Gamma B$), erit etiam $HE = A\Gamma \times \Gamma B$. itaque $AH + HE = 2\ A\Gamma \times \Gamma B$. uerum etiam quadrata $\Theta Z$, $\Gamma K$ in $A\Gamma$, $\Gamma B$ constructa sunt. ergo $\Theta Z + \Gamma K + AH + HE = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\,A\Gamma \times \Gamma B$. sed $\Theta Z + \Gamma K + AH + HE = A\Delta EB = AB^2$. itaque $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\ A\Gamma \times \Gamma B$.

Ergo si recta linea utcunque secatur, quadratum totius aequale est quadratis partium et duplo rectangulo partibus comprehenso; quod erat demonstrandum.[1])

## V.

Si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, rectangulum inaequalibus partibus totius comprehensum cum quadrato rectae inter sectiones positae aequale est quadrato dimidiae.[2])

nam recta quaelibet $AB$ in aequales partes sece-

---

1) Etiam Campanus hic duas demonstrationes habet, quarum prior reiectae, altera neque huic neque reiectae similis est. de hac habet: „sed hac uia non patet correlarium, sicut uia praecedenti patet, unde prima est autori magis consona.“ nam corollarium et ipse habet. itaque fortasse Theone antiquius est.

2) $ab + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

---

τετράγωνον V. 6. $AB$ τετράγωνον] (prius) mg. m. 2 V; in textu ras. 2—3 litt. τετράγωνον] mg. m. 2 F. 7. ἐστίν P. τε] om. p. τῶν] m. 2 F. 9. ἔτυχεν] B; ἔτυχε uulgo. 10. ἐστίν P. τε] om. p. 12. Sequitur alia demonstratio, quam Augustum secutus in appendicem reieci. 13. πόρισμα — 16. ἐστιν] add. Theon? (BFVp); mg. m. rec. P. 14. τούτων P. φανερόν ἐστιν V. 18. εἰς] supra m. 1 V. 19. εἰς ἄνισα p. 21. ἐστίν P.

*τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.*

*Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ, ΒΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος πάλιν ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ πάλιν διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΒΜ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΘ παραπλήρωμα τῷ ΘΖ παραπληρώματι, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΜ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΓΜ τῷ ΑΛ ἴσον ἐστίν, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· καὶ τὸ ΑΛ ἄρα τῷ ΔΖ ἴσον ἐστίν. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΘ τῷ ΜΝΞ γνώμονι ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΑΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ ΔΘ τῇ ΔΒ· καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΛΗ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ὁ ἄρα ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΓΕΖΒ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.*

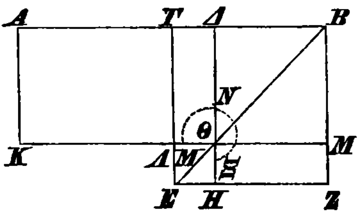
---

3. *ἐστίν* P. *τετραγώνῳ*] om. B; comp. add. m. 2 F. 5. *ΓΕΖΒ*] in ras. p. *ΒΕ*] *Β* in ras. F. 6. *ΒΖ*] *ΖΒ* F. *διὰ δέ*] *καὶ διά* V. 7. *πάλιν*] om. p, m. 2 V. 8. *καὶ πάλιν* — 9. *ἡ ΑΚ*] mg. m. rec. P. 10. *ΘΖ*] *ΖΘ* F. 12. *ἴσον ἐστίν*] (alt.) *ἐστιν ἴσον* V. 13. *ἐπεί — ἴση*] mg. m. 2 V (*ἴση ἐστί*). 14. *ἐστιν ἴσον* V. *ἐστίν*] P, comp. m. 2 F; *ἐστί* Bp. 15.

tur in $\Gamma$, in inaequales autem in $\Delta$. dico, esse

$$A\Delta \times \Delta B + \Gamma\Delta^2 = \Gamma B^2.$$

construatur enim in $\Gamma B$ quadratum $\Gamma EZB$ [I, 46], et ducatur $BE$, et per $\Delta$ utrique $\Gamma E$, $BZ$ parallela ducatur $\Delta H$, per $\Theta$ autem utrique $AB$, $EZ$ parallela ducatur $KM$ [I, 30. 31], et rursus per $A$ utrique $\Gamma\Lambda$, $BM$ parallela ducatur $AK$. et quoniam $\Gamma\Theta = \Theta Z$ [I, 43], commune adiiciatur $\Delta M$. itaque $\Gamma M = \Delta Z$. uerum $\Gamma M = A\Lambda$, quoniam $A\Gamma = \Gamma B$. quare etiam $A\Lambda = \Delta Z$. commune adiiciatur $\Gamma\Theta$. itaque $A\Theta = MN\Xi$ gnomoni.[1]) uerum




$$A\Theta = A\Delta \times \Delta B$$

(nam $\Delta\Theta = \Delta B$); quare etiam $MN\Xi = A\Delta \times \Delta B$. commune adiiciatur $\Lambda H$, quod aequale est $\Gamma\Delta^2$. itaque $MN\Xi + \Lambda H = A\Delta \times \Delta B + \Gamma\Delta^2$. sed

$$MN\Xi + \Lambda H = \Gamma EZB = \Gamma B^2.$$

itaque $A\Delta \times \Delta B + \Gamma\Delta^2 = \Gamma B^2$.

---

1) Cum littera $M$ in figura, quam ex ed. Basil. recepimus, bis usurpetur, non sine causa pro $MN\Xi$ a Gregorio scriptum est $N\Xi O$, ut prop. VI. sed non audeo contra codd. mutare.

---

*MNΞ γνώμονι*] P; Campanus; *ΔZ καὶ ΔΛ* Theon (BFV; pro *ΔΛ* in F *ΔA*; *ΔΛ καὶ ΔZ* p). *τὸ AΘ*] *τὸ μὲν AΘ* Bp. 16. *γὰρ ἡ*] *ἡ γάρ* P. *ΔΘ*] *ΔB* p. *ΔB*] *ΔΘ ἐστι* p. Post *ΔB* add. Theon: *τὰ δὲ ZΔ, ΔΛ ἐστιν ὁ MNΞ γνώμων* B (*ZΔΛ*), F, V (prius *Δ* in ras.), p (*ὁ MNΞ ἐστι*); om. P. 17. *καί*] om. p. *τῷ*] *τό* F. *ὑπὸ τῶν* p. 19. *ἐστίν* P. 20. *περιεχομένων ὀρθογωνίων* F. 21. *ἀλλὰ*] *ἀλλ'* F; *ἀλλὰ καί* V. 23. *ΓB*] post ras. 1 litt. V; *BΓ* p. 24. *ἀπὸ τῆς*] supra m. 2 F; *ἀπό* P. *ἐστίν* PV.

*Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

ς'.

*Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.*

*Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.*

*Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΓ, ΔΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ ἔτι διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΔΜ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ.*

*Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΛ τῷ ΓΘ. ἀλλὰ τὸ ΓΘ τῷ ΘΖ ἴσον ἐστίν. καὶ*

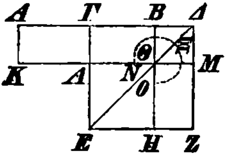
VI. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 385, 22.

1. *γραμή* P. *εἰς ἄνισα* p. 4. *ἐστίν* PV. 8. *ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπό*] in ras. V. 9. *προσκειμένῃ*] -σ- supra p. *προκειμένης* V, et p sed corr. m. 1. 11. *ἐστίν* V. 12. *προσκειμένης*] -σ- insert. p. Post hoc uerbum legitur *ὡς ἀπὸ*

Ergo si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, rectangulum partibus inaequalibus totius comprehensum cum quadrato rectae inter sectiones positae aequale est quadrato dimidiae; quod erat demonstrandum.

## VI.

Si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia quaedam recta ei in directum adiicitur, rectangulum tota cum adiecta et adiecta comprehensum cum quadrato dimidiae aequale est quadrato in dimidia adiectaque descripto.[1])




nam recta aliqua $AB$ in duas partes aequales secetur in puncto $\Gamma$, et alia quaedam recta $B\Delta$ ei in directum adiiciatur. dico, esse $A\Delta \times \Delta B + \Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2$.

construatur enim in $\Gamma\Delta$ quadratum $\Gamma EZ\Delta$, et ducatur $\Delta E$, et per $B$ punctum utrique $E\Gamma$, $\Delta Z$ parallela ducatur $BH$, per $\Theta$ autem punctum utrique $AB$, $EZ$ parallela ducatur $KM$, et praeterea per $A$ utrique $\Gamma\Lambda$, $\Delta M$ parallela ducatur $AK$. iam quoniam $A\Gamma = \Gamma B$, erit etiam $A\Lambda = \Gamma\Theta$. sed $\Gamma\Theta = \Theta Z$ [I, 43]. quare etiam $A\Lambda = \Theta Z$. commune adiiciatur $\Gamma M$.

---

1) $(2a + b)b + a^2 = (a + b)^2$.

---

μιᾶς ἀναγραφέντι in p, P mg. m. rec., Zamberto; om. Boetius, Campanus, P m. 1, B, V m. 1; in F fuit a m. 1 (restant .. αγραφέντι), sed τετραγώνῳ φ; ὡς ἀπὸ μιᾶς V mg. m. 2. 18. ἐστίν V. 20. ἐπεζεύχθω — 21. $\Delta Z$] mg. m. rec. P. 21. $E\Gamma$] $\Gamma E$ Pp. $\Delta Z$] $Z\Delta$ φ. 22. σημεῖον] om. p. $AB$] $AB\Delta$ p, $A\Delta$ P. 25. $A\Gamma$] in ras. V. ἐστίν V. 26. ἀλλά] ἀλλὰ καί F. ἴσον ἐστίν] P; ἴσον F, ἴσον ἐστί B; ἐστιν ἴσον Vp.

*τὸ ΑΛ ἄρα τῷ ΘΖ ἐστιν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΜ τῷ ΝΞΟ γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΑΜ ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΔΜ τῇ ΔΒ· καὶ ὁ ΝΞΟ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ [περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ]. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΛΗ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΝΞΟ γνώμονι καὶ τῷ ΛΗ. ἀλλὰ ὁ ΝΞΟ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΓΕΖΔ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.*

*Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## ζ'.

*Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.*

*Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ*

---

1. *ΑΛ*] *ΛΑ* P. *ἄρα*] om. F. ΘΖ] corr. ex ΖΘ V.

itaque $AM = N\Xi O$. uerum $AM = A\Delta \times \Delta B$; nam $\Delta M = \Delta B$. quare etiam $N\Xi O = A\Delta \times \Delta B$. commune adiiciatur $\Lambda H$, quod est $B\Gamma^2$. itaque

$$A\Delta \times \Delta B + \Gamma B^2 = N\Xi O + \Lambda H.$$

sed $N\Xi O + \Lambda H = \Gamma EZ\Delta = \Gamma\Delta^2$. erit igitur

$$A\Delta \times \Delta B + \Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2.$$

Ergo si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia quaedam recta ei in directum adiicitur, rectangulum tota cum adiecta et adiecta comprehensum cum quadrato dimidiae aequale est quadrato in dimidia adiectaque descripto; quod erat demonstrandum.

## VII.

Si recta linea utcunque secatur, quadratum totius et quadratum alterutrius partis simul sumpta aequalia sunt duplo rectangulo tota et parte nominata comprehenso cum quadrato reliquae partis.[1])

---

1) $(a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2$.

---

2. $\Gamma M$] in ras. V. $N\Xi O$] $N$ in ras. V. γνώμωνι F. 3. ἔστιν FV. 4. $\Delta B$] $B$ eras. V. $N\Xi O$] $N$ corr. ex $M$ V 5. ἐστίν V. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ] om. Pp. 8. $\Gamma B$] $B\Gamma$ V. τετραγώνωι φ. 9. ἐστίν FV. 10. ἐστίν V. $\Gamma EZ\Delta$] $Z$ in ras. V. 11. $\Gamma\Delta$] in ras. V. 12. ὀρθογώνιον] ὀρθο- in ras. m. 1 p. 13. $\Gamma B$] $B\Gamma$ Vp. ἐστίν V. ἀπὸ τῆς $\Gamma\Delta$] $\Gamma B$ φ seq. lacuna. 15. γραμμή] seq. ras. 4 litt. V. προσθῇ P. 17. προσκειμένη] σ insert. m. 1 p, ut breui post et lin. 20. 19. ἐστίν V. 20. Ante τετραγώνῳ in Fp: ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι; idem post τετραγώνῳ insert. in V m. 1? ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :~ BF; om. V. 22. ἔτυχε p. 24. ἐστίν F. τε] δέ P; corr. m. 1. 28. ἔτυχε Fp.

*τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ.*

*Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔΕΒ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.*

*Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ ὅλῳ τῷ ΓΕ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα ΑΖ, ΓΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ. ἀλλὰ τὰ ΑΖ, ΓΕ ὁ ΚΛΜ ἐστι γνώμων καὶ τὸ ΓΖ τετράγωνον· ὁ ΚΛΜ ἄρα γνώμων καὶ τὸ ΓΖ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ. ἔστι δὲ τοῦ ΑΖ διπλάσιον καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΒΖ τῇ ΒΓ· ὁ ἄρα ΚΛΜ γνώμων καὶ τὸ ΓΖ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΗ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· ὁ ἄρα ΚΛΜ γνώμων καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ ΚΛΜ γνώμων καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ καὶ τὸ ΓΖ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ [τε] δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου.*

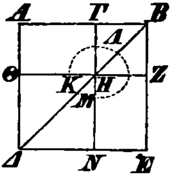
*Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

---

2. *ἐστίν* PFV. 3. *ΓΑ*] *ΑΓ* BV. 6. *ἐπεὶ οὖν*] Pp; *ἐπεί* BF, V m. 1; *καί* add. V m. 2. 7. *ἐστιν ἴσον* p. 8.

nam recta $AB$ secetur utcunque in puncto $\Gamma$. dico, esse $AB^2 + B\Gamma^2 = 2\,AB \times B\Gamma + \Gamma A^2$.

construatur enim in $AB$ quadratum $A\Delta EB$, et describatur figura.[1]) iam quoniam $AH = HE$ [I, 43], commune adiiciatur $\Gamma Z$. itaque $AZ = \Gamma E$. quare




$AZ + \Gamma E = 2\,AZ$. uerum

$$AZ + \Gamma E = K\Lambda M + \Gamma Z.$$

itaque $K\Lambda M + \Gamma Z = 2\,AZ$. sed $2\,AB \times B\Gamma = 2AZ$; nam $BZ = B\Gamma$. itaque $K\Lambda M + \Gamma Z = 2\,AB \times B\Gamma$. commune adiiciatur $\Delta H$, quod est $A\Gamma^2$. itaque $K\Lambda M + BH + H\Delta = 2\,AB \times B\Gamma + A\Gamma^2$. sed $K\Lambda M + BH + H\Delta = A\Delta EB + \Gamma Z = AB^2 + B\Gamma^2$. erunt igitur

$$AB^2 + B\Gamma^2 = 2\,AB \times B\Gamma + A\Gamma^2.$$

Ergo si recta linea utcunque secatur, quadratum totius et quadratum alterutrius partis aequalia sunt rectangulo tota et parte nominata comprehenso cum quadrato reliquae partis; quod erat demonstrandum.

---

1) Sc. eadem, quae in praecedentibus propositionibus, ita ut ducatur diametrus $B\Delta$ et per $\Gamma$ rectis $A\Delta$, $BE$ parallela $\Gamma N$, per $H$ rectis $AB$, $\Delta E$ parallela $\Theta Z$.

---

*ἐστί* B. *τά*] *τό* p. *διπλάσιον* p. *ἐστιν* PV. $AZ$] corr. ex $BZ$ m. 1 p. 9. *τά*] *τό* p et post ras. 2 litt. F. *ἐστι*] *ἐστιν* V, supra m. 2 F. 10. *διπλάσιον* p. 11. *ἐστιν* FV. Post *ἔστι* 1 litt. eras. V. *τοῦ*] e corr. p. 12. $BZ$] $ZB$ p. 13. *ἐστίν* V. *τῷ*] corr. ex *τό* m. 2 V. 14. $B\Gamma$] $B\Gamma$ *περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ* p. 16. *ἐστίν* FV. *τε*] *δέ* P; corr. m. 1. 18. *ἀλλ'* F. 19. *ἐστίν* V. 20. *α̃*] supra m. 1 F. *ἀπό*] *τὰ ἀπό* F. *τῶν*] *τῆς* comp. p. $B\Gamma$] om. P; corr. m. rec. 21. *ἐστίν* V (*ν* eras.). *τε*] om. P. 22. *περιεχόμενα* φ. *μετὰ τοῦ*] *καὶ τῷ* p. 23. *τετραγώνῳ* p. 24. *ἔτυχε* p. 26. *ἐστίν* V. 27. *προειρημένου* P.

η'.

*Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.*

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ΒΓ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας [τῇ ΑΒ εὐθεῖα] ἡ ΒΔ, καὶ κείσθω τῇ ΓΒ ἴση ἡ ΒΔ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνον τὸ ΑΕΖΔ, καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΓΒ τῇ ΗΚ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΒΔ τῇ ΚΝ, καὶ ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΝ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΠΡ τῇ ΡΟ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΔ, ἡ δὲ ΗΚ τῇ ΚΝ, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΓΚ τῷ ΚΔ, τὸ δὲ ΗΡ τῷ ΡΝ. ἀλλὰ τὸ ΓΚ τῷ ΡΝ ἐστιν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ ΓΟ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΚΔ ἄρα τῷ ΗΡ ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΔΚ, ΓΚ, ΗΡ, ΡΝ ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. τὰ τέσ-

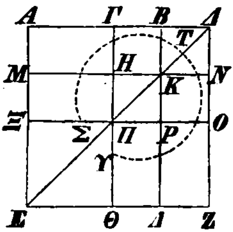
2. ἔτυχε p. 3. τετράκης V, corr. m. 2. 5. ἐστίν FV. ἀπό τε] BV; τε ἀπό Pp; ἀπό F. 7. ἀναγραφέντι] -τι postea add. F. 8. ἔτυχε p. 9. τετράκης V; corr. m. 2. 11. τετραγώνῳ p. ἐστίν V. 13. γάρ] om. F. τῇ ΑΒ εὐθεῖα] Theon? (BFVp; εὐθείᾳ B); m. rec. P. 14. ἴση τῇ ΓΒ P. ΓΒ] ΒΓ F. ΒΔ] ΔΒ V; corr. m. 2. 17. ΓΒ] ΒΓ P. ἀλλ' F. 18. ΒΔ] ΔΒ V, corr. m. 2. ΚΝ]

## VIII.

Si recta linea utcunque secatur, quadruplum rectangulum tota et alterutra parte comprehensum cum quadrato reliquae partis aequale est quadrato in tota simul cum parte nominata constructo.[1])

nam recta $AB$ utcunque secetur in puncto $\Gamma$. dico, esse $4\ AB \times B\Gamma + A\Gamma^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

producatur enim in directum $AB$, ut fiat $B\Delta$, et ponatur $B\Delta = \Gamma B$, et in $A\Delta$ construatur quadratum $AEZ\Delta$, et figura duplex describatur.[2])




iam quoniam $\Gamma B = B\Delta$, et $\Gamma B = HK$, $B\Delta = KN$, erit etiam $HK = KN$. eadem de causa etiam $\Pi P = PO$. et quoniam $B\Gamma = B\Delta$, $HK = KN$, erit $\Gamma K = K\Delta$, $HP = PN$. uerum $\Gamma K = PN$; nam supplementa sunt parallelogrammi $\Gamma O$ [I, 43]. quare etiam $K\Delta = HP$. ergo quattuor $\Delta K$, $\Gamma K$, $HP$, $PN$

---

VIII. Pappus V p. 428, 21.

---

1) $4(a+b)a + b^2 = [(a+b)+a]^2$.

2) H. e. ducta diametro $\Delta E$, ducantur $B\Lambda$, $\Gamma\Theta$ rectis $\Delta Z$, $AE$ parallelae, $MN$ et $\Xi O$ rectis $A\Delta$, $EZ$; u. p. 137 not. 1; sed ibi duae tantum parallelae ducuntur, hic quattuor; quare figura duplex uocatur.

---

$KH$ V, corr. m. 2. $HK$] e corr. V. ἄρα] PFp; om. BV. 19. $KN$] $KH$ V; corr. m. 2. καὶ ἡ $\Pi P$] in ras. V. 20. ἡ] ἡ μέν Bp. $B\Gamma$] $\Gamma B$ p. 21. ἐστίν. PFV. καί] om. B. μέν] om. P. $K\Delta$] $B\Delta$ P; in ras. est in V. 22. $PN$] (prius) $NP$ Pp. Dein add. ἴσον in ras. V. 23. γάρ εἰσι p. 24. τό] corr. ex τῷ F. $K\Delta$] $B\Delta$ P. ἄρα] supra F. $HP$] $PN$ p. ἐστιν ἴσον p. τέσσαρα] om p. τά] om. p, τό B. 25. $\Delta K$] $\Gamma K$ Pp. $\Gamma K$] in ras. V; $K\Delta$ Pp. ἐστίν] ἐστί Bp; εἰσι V.

σαρα ἄρα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΒΔ τῇ ΒΚ, τουτέστι τῇ ΓΗ ἴση, ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΗΚ, τουτέστι τῇ ΗΠ, ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΓΗ ἄρα τῇ ΗΠ ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΓΗ τῇ ΗΠ, ἡ δὲ ΠΡ τῇ ΡΟ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ ΜΠ, τὸ δὲ ΠΛ τῷ ΡΖ. ἀλλὰ τὸ ΜΠ τῷ ΠΛ ἐστιν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ ΜΛ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΑΗ ἄρα τῷ ΡΖ ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΑΗ, ΜΠ, ΠΛ, ΡΖ ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τοῦ ΑΗ ἐστι τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ ΓΚ, ΚΔ, ΗΡ, ΡΝ τοῦ ΓΚ τετραπλάσια· τὰ ἄρα ὀκτώ, ἃ περιέχει τὸν ΣΤΥ γνώμονα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ ΒΚ τῇ ΒΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΚ. ἐδείχθη δὲ τοῦ ΑΚ τετραπλάσιος καὶ ὁ ΣΤΥ γνώμων· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΥ γνώμονι. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΞΘ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΥ γνώμονι καὶ τῷ ΞΘ. ἀλλὰ ὁ ΣΤΥ γνώμων καὶ τὸ ΞΘ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕΖΔ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ· ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΒΓ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ ΒΓ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

---

1. ἐστι] ἐστιν PV; εἰσι p. 2. ΓΒ] ΒΓ F. ἀλλ' F. ΒΚ] supra scr. Δ m. 2 V; mg. ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση V.

inter se aequalia sunt. ergo

$$\varDelta K + \Gamma K + HP + PN = 4\,\Gamma K.$$

rursus quoniam $\Gamma B = B\varDelta$ et $B\varDelta = BK = \Gamma H$ et $\Gamma B = HK = H\Pi$, erit etiam $\Gamma H = H\Pi$. et quoniam $\Gamma H = H\Pi$ et $\Pi P = PO$, erit etiam $AH = M\Pi$ [I, 36] et $\Pi \varLambda = PZ$ [id.]. uerum $M\Pi = \Pi\varLambda$; nam supplementa sunt parallelogrammi $M\varLambda$ [I, 43]. quare etiam $AH = PZ$. itaque quattuor $AH, M\Pi, \Pi\varLambda, PZ$ inter se aequalia sunt. quare $AH + M\Pi + \Pi\varLambda + PZ = 4\,AH$. sed demonstratum est etiam

$$\Gamma K + K\varDelta + HP + PN = 4\,\Gamma K.$$

ergo octo spatia gnomonem $\Sigma T \Upsilon$ efficientia $= 4\,AK$. et quoniam $AK = AB \times B\varDelta$ (nam $BK = B\varDelta$), erit $4\,AB \times B\varDelta = 4\,AK$. sed demonstratum est etiam $\Sigma T\Upsilon = 4\,AK$. quare $4\,AB \times B\varDelta = \Sigma T \Upsilon$. commune adiiciatur $\Xi\Theta$, quod aequale est $A\Gamma^2$. itaque $4\,AB \times B\varDelta + A\Gamma^2 = \Sigma T\Upsilon + \Xi\Theta$. sed

$$\Sigma T\Upsilon + \Xi\Theta = AEZ\varDelta = A\varDelta^2.$$

itaque $4\,AB \times B\varDelta + A\Gamma^2 = A\varDelta^2$. sed $B\varDelta = B\Gamma$. itaque $4\,AB \times B\Gamma + A\Gamma^2 = A\varDelta^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

---

3. $\Gamma H$] $H$ eras. V. ἴσῃ] PF, ἴσῃ ἐστίν B, ἐστιν ἴσῃ p et in ras. V. τουτέστι τῇ $H\Pi$ ἴσῃ ἐστί mg. m. 2 V. τουτέστιν B. 4. ἐστιν ἴσῃ Vp. ἐστίν] (alt.) ἐστί B. 6. ἐστίν PV. μέν] om. P. 9. ἐστιν ἴσον Vp. ἐστίν] F; ἐστί PB. τά] (alt.) τό P. 10. ἐστίν] εἰσί V; ἐστί B. τετραπλάσιά ἐστι τοῦ $AH$ p; τοῦ $AH$ τετραπλάσιά ἐστιν P. 12. ἃ περιέχουσι p; ἅπερ ἔχει F. 13. γνώμονα τά FV. ἐστι] ἐστιν P; om. V. $AK$ ἐστιν V. 14. ὑπό] ἀπό F. $B\varDelta$] $BK$ P. γάρ] γὰρ καί V. 15. $BK$] $KB$ P. 16. ἐστιν PV; om. B. $AK$ ἐστιν B. τετραπλασίων p. 18. ἐστίν V. τῷ] corr. ex τό m. 2 B. 21. $A\Gamma$] PB, F m. 1; τῆς $A\Gamma$ Vp, m. 2 F. 22. ἐστίν FV. τῷ] (alt.) corr. ex τό F. ἀλλ' F. 23. ἐστίν PFV. 25. $A\Gamma$] τῆς $A\Gamma$ p. ἐστίν V. $A\varDelta$] τῆς $A\varDelta$ Vp. 27. $B\Gamma$] $B\varDelta$ B, corr. m. 2. $A\Gamma$] τῆς $A\Gamma$ Vp, τῆς φ. 28. ἐστίν PV. τουτέστιν V. 29. καί] om. p.

*Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## θ'.

*Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.*

*Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.*

*Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΖ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Γ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΕΑΓ, ΑΕΓ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν· καί εἰσιν ἴσαι· ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΑ, ΓΑΕ.*

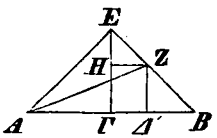
---

1. *ἐὰν ἄρα* — 6. *τετραγώνῳ*] om. p. 1. *ἔτυχε* V. 2. *τετράκις*] mg. m. 2 V. 4. *ἐστίν* F. *ἀπό τε*] *τε ἀπό* PBV; *ἀπό* F. 5. *προειρημένου* P. 9. *εἰς ἄνισα* p. 10. *ἐστιν* FV. *τε*] postea add. m. 2 F. *ἡμισείας*] corr. ex *μεταξύ* m. 2 F. 11. *καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξύ*] om. F; corr. m. rec., sed euan. 15. *ἐστιν* V. *ἀπὸ τῶν*] om. F. 18. *τῶν*] in

Ergo si recta linea utcunque secatur, quadruplum rectangulum tota et alterutra parte comprehensum cum quadrato reliquae partis aequale est quadrato in tota simul cum parte nominata descripto; quod erat demonstrandum.

## IX.

Si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, quadrata in partibus inaequalibus totius descripta duplo maiora sunt quadrato dimidiae cum quadrato rectae inter sectiones positae.[1])




nam recta aliqua $AB$ in aequales partes secetur in $\Gamma$, in inaequales uero in $\Delta$. dico, esse

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

ducatur enim a $\Gamma$ ad rectam $AB$ perpendicularis $\Gamma E$ [I, 11], et ponatur aequalis utrique $A\Gamma$, $\Gamma B$, et ducantur $EA$, $EB$, et per $\Delta$ rectae $E\Gamma$ parallela ducatur $\Delta Z$, per $Z$ autem rectae $AB$ parallela $ZH$, et ducatur $AZ$. et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit etiam $\angle EA\Gamma = AE\Gamma$ [I, 5]. et quoniam angulus ad $\Gamma$ situs rectus est, reliqui $EA\Gamma + AE\Gamma$ uni recto aequales erunt [I, 32]. et sunt aequales. itaque uterque angulus

---

IX. Boetius p. 386, 3.

---

1) $a^2 + b^2 = 2\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2\right]$.

---

ras. FV. $\Gamma B$] $B$ eras. V, $B$ e corr. F. 19. $EA$] $AE$ P. 20. $AB$] PBF; $AB$ παράλληλος ἤχθω Vp. ἡ $ZH$] om. F (lacun. 4—5 litt.). 22. ἐστί] ἐστίν PFV. $EA\Gamma$] E supra scr. m. 1 V. γωνία] om. p. $AE\Gamma$] $\Gamma EA$ p. 23. τῷ] τό F, corr. m. 2. 24. εἰσίν] (prius) εἰσί BVp. 25. ἑκατέρα (in ras. V) ἄρα τῶν ὑπὸ $AE\Gamma$, $EA\Gamma$ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς Vp.

*διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΒ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα [ἐστὶν] ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ ἐστιν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ Β γωνία ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ· ἴση γὰρ πάλιν ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΖΔ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΒ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΖΔ πλευρᾷ τῇ ΔΒ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ τῷ ἀπὸ ΓΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΑ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΖ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΖ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΖ. ἴση δὲ ἡ ΗΖ τῇ ΓΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν*

---

1. *διὰ τά* — 2. *ὀρθῆς*] mg. in ras. V. 1. *ὑπό*] supra m. 2 F. *ΕΒΓ, ΓΕΒ* p. 4. *ἐστιν* P; comp. supra V. 5. *ἀπεναντίας* p. 6. *ἐστίν*] om. P. 7. *ΕΗ*] *ΗΕ* p. *τῇ*] *πλευρᾷ τῇ* Vp; *πλεῦρα* add. mg. m. 1 F. 9. *πάλιν ἐστί*] *ἐστι πάλιν* P; *ἐστί*

$\Gamma E \varDelta$, $\Gamma \varDelta E$ dimidius recti est. eadem de causa etiam uterque angulus $\Gamma EB$, $EB\Gamma$ dimidius est recti. quare $\angle \varDelta EB$ rectus est. et quoniam $\angle HEZ$ dimidius est recti, rectus autem est $EHZ$ (nam aequalis est angulo interiori et opposito $E\Gamma B$ [I, 29]), reliquus $\angle EZH$ dimidius est recti. ergo $\angle HEZ = EZH$. quare etiam $EH = HZ$ [I, 6]. rursus quoniam angulus ad $B$ situs dimidius est recti, angulus autem $Z\varDelta B$ rectus (nam rursus angulo interiori et opposito $E\Gamma B$ aequalis est [I, 29]), erit reliquus angulus $BZ\varDelta$ dimidius recti. itaque angulus ad $B$ situs aequalis est angulo $\varDelta ZB$. quare etiam $Z\varDelta = \varDelta B$ [I, 6]. et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit etiam $A\Gamma^2 = \Gamma E^2$. itaque $A\Gamma^2 + \Gamma E^2 = 2\,A\Gamma^2$. sed $EA^2 = A\Gamma^2 + \Gamma E^2$ (nam $\angle A\Gamma E$ rectus est) [I, 47]. itaque $EA^2 = 2\,A\Gamma^2$. rursus quoniam $EH = HZ$, erit etiam $EH^2 = HZ^2$. quare $EH^2 + HZ^2 = 2\,HZ^2$. uerum $EZ^2 = EH^2 + HZ^2$ [I, 47]. itaque $EZ^2 = 2\,HZ^2$. sed $HZ = \Gamma\varDelta$ [I, 34]. itaque $EZ^2 = 2\,\Gamma\varDelta^2$. uerum etiam $EA^2 = 2\,A\Gamma^2$. itaque $AE^2 + EZ^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\varDelta^2)$. sed $AZ^2 = AE^2 + EZ^2$

---

supra F. 11. $BZ\varDelta$] $\varDelta ZB$ P. 12. $\varDelta ZB$] $BZ\varDelta$ p. 13. $Z\varDelta$] PF; $\varDelta Z$ BVp. 14. *ἐστί*] om. B, supra F. $A\Gamma$] PB, F m. 1; *τῆς* $A\Gamma$ Vp, F m. 2 ($\Gamma A$, sed corr.). $\Gamma E$] *τῆς* $\Gamma E$ Vp, F m. 2. 15. *τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν* $A\Gamma$] *τετράγωνον* seq. lac. 3 litt. φ. *τῶν*] *τῆς* comp. p. *ἐστιν* V. 16. $A\Gamma$] *τῆς* $A\Gamma$ Vp, F m. 2. *ἐστίν* FV. 17. *τό*] om. F. $EA$] $AE$ Pp. 18. *ἀπό*] *ὑπό* φ (non F). $EA$] $AE$ P et V m. 1. *ἐστιν* PV. 19. *τῆς*] om. P. $EH$] in ras. V. *ἴσον*] PBF; *ἴσον ἐστί* Vp. 20. $EH$] $HE$ P et F, sed corr. 21. *ἐστιν* V. 23. *ἐστί*] supra V. *τετράγωνον*] PF; om. BVp. 24. *τετράγωνον*] punctis del. P. *ἐστιν* V. 25. $HZ$] $Z$ in ras. m. 2 V. *ἴση δέ* — 26. $\Gamma\varDelta$] mg. m. 2 V. *ἴση δὲ η* $HZ$ *τῇ* $\Gamma\varDelta$] *ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς* $HZ$ *ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς* $\Gamma\varDelta$ P. 26. *ἔστιν* V. 27. $EA$] in ras. V; $AE$ p. *τοῦ*] *ἐστι* (comp.) *τοῦ* φ. 28. $AE$] inter $A$ et $E$ ras. 1 litt. F. *ἐστιν* V.

ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ ΔΖ τῇ ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ· λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς

2. ἐστίν V. τετράγωνον] om. p. ἐστιν] om. B, supra m. 1 F. 4. ἐστιν V. τῶν] (alt.) τῆς BF. 5. ἴσα ἐστί p. ΔΖ] corr. ex ΑΖ F. 7. ἐστιν FV. τῶν ἀπό] om. F.

(nam $AEZ$ rectus est) [I, 47]. ergo

$$AZ^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

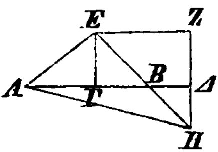
uerum $A\Delta^2 + \Delta Z^2 = AZ^2$ (nam angulus ad $\Delta$ situs rectus est). itaque $A\Delta^2 + \Delta Z^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$. uerum $\Delta Z = \Delta B$. itaque

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

Ergo si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, quadrata in partibus inaequalibus totius descripta duplo maiora sunt quadrato dimidiae cum quadrato rectae inter sectiones positae; quod erat demonstrandum.

## X.

Si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia recta ei in directum adiicitur, quadratum totius simul cum adiecta et quadratum adiectae simul sumpta duplo maiora sunt quadrato dimidiae et quadrato rectae ex dimidia et adiecta compositae.[1])




nam recta aliqua $AB$ in duas partes aequales secetur in $\Gamma$, et alia recta $B\Delta$ ei in directum adiiciatur. dico, esse

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

ducatur enim a puncto $\Gamma$ ad rectam $AB$ perpen-

X. Boetius p. 386, 7.

1) $(2a + b)^2 + b^2 = 2\,[a^2 + (a + b)^2]$.

8. $\Delta Z$] Z in ras. V. 9. ἐστιν V. 12. ἐστιν V. τοῦ] (alt.) add. m. 2 V. 18. τά] om. F. 19. ἐστιν PV. 20. τε] insert. m. 2 F. 21. ἀναγραφέντι τετραγώνῳ P. 26. ἐστιν V.

ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ, διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΕΓ, ΖΔ εὐθεῖά τις ἐνέπεσεν ἡ ΕΖ, αἱ ὑπὸ ΓΕΖ, ΕΖΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΕΒ, ΕΖΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΕΒ, ΖΔ ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΕΓ· καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Γ· ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς [ἐστιν] ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΑΓ, ΑΕΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΒΓ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΗ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ ὀρθή· ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· ἐναλλὰξ γάρ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΒΗ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ πλευρᾷ τῇ ΗΔ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Ζ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ Γ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΗΖ πλευρᾷ

---

3. τοῦ Δ τῇ ΓΕ] τοῦ Δ ΓΕ φ. ΓΕ] ΓΕ πάλιν P. 4. ΖΔ] PF; ΔΖ BVp. 5. ΕΓ, ΖΔ] in ras. V, ΓΕ, ΔΖ p. 7. ΖΕΒ] in ras. m. 2 F. ΕΖΔ] Δ in ras. V. ἐλάττονες p. 8. ἀπ'] PV; ἀπό BFp. 12. ἐστίν PV. ΕΑΓ] PB, in ras. V; ΑΕΓ p, in ras. F. 13. ΑΕΓ] PB, in ras. V; ΕΑΓ Fp. 14. ἐστίν] om. P, supra F. 16. ΑΕΒ] ΕΒ et

dicularis $\Gamma E$, et ponatur utrique $A\Gamma$, $\Gamma B$ aequalis, et ducantur $EA$, $EB$. et per $E$ rectae $A\Delta$ parallela ducatur $EZ$, per $\Delta$ autem rectae $\Gamma E$ parallela ducatur $Z\Delta$. et quoniam in rectas parallelas $E\Gamma$, $Z\Delta$ recta aliqua incidit $EZ$, anguli $\Gamma EZ + EZ\Delta$ duobus rectis aequales sunt [I, 29]. itaque $ZEB + EZ\Delta$ duobus rectis minores sunt. quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, educuntur rectae, concurrunt [αἰτ. 5]. itaque $EB$, $Z\Delta$ ad partes $B$, $\Delta$ eductae concurrent. educantur et concurrant in $H$, et ducatur $AH$. et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit $\angle EA\Gamma = AE\Gamma$ [I, 5]. et angulus ad $\Gamma$ positus rectus est. itaque uterque angulus $EA\Gamma$, $AE\Gamma$ dimidius est recti [I, 32]. eadem de causa etiam uterque angulus $\Gamma EB$, $EB\Gamma$ dimidius est recti. ergo $\angle AEB$ rectus est. et quoniam $\angle EB\Gamma$ dimidius recti est, etiam $\angle \Delta BH$ dimidius est recti [I, 15]. sed $\angle B\Delta H$ rectus est; nam aequalis est angulo $\Delta\Gamma E$ (alternus enim est) [I, 29]. itaque qui relinquitur angulus $\Delta HB$ dimidius est recti. erit igitur $\angle \Delta HB = \Delta BH$; quare etiam $B\Delta = H\Delta$ [I, 6]. rursus quoniam $\angle EHZ$ dimidius recti est et angulus ad $Z$ positus rectus (nam aequalis est opposito angulo ad $\Gamma$ [I, 34]), erit, qui relinquitur, angulus $ZEH$ dimidius recti [I, 32]. itaque $\angle EHZ = ZEH$. quare etiam $HZ = EZ$ [I, 6]. et quoniam

---

inter has litt. 1 litt. eras. F. 17. ἄρα] ἄρα ἐστίν p et supra F. 18. ἐστιν V. καί] om. p. 19. ἐστιν V. γάρ] supra m. 2 F. 20. $\Delta HB$] $\Delta BH$ V, corr. m. 2. ἡμίσεια — $\Delta HB$] om. P. $\Delta HB$] litt. $HB$ e corr. V. 21. $\Delta BH$] $H$ e corr. V. ἴση ἐστίν p. $B\Delta$] $\Delta B$ p. 22. $H\Delta$] $\Delta H$ Pp. 24. ἐστιν PFV. 25. $EHZ$] $ZEH$ p. 26. $ZEH$] $EHZ$ p. $HZ$] in ras. m. 2 V; $ZE$ p et F m. 2.

τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ [ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΓΑ,] ἴσον ἐστὶ [καὶ] τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΓ, ΓΑ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΓ, ΓΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΕΖ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΖ τῇ ΓΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΗ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΗ τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΗ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΗ [τετράγωνα] διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ [τετραγώνων]. ἴση δὲ ἡ ΔΗ τῇ ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ [τετράγωνα] διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς

1. ΕΖ] ΖΕ P; ΖΗ p et F m. 2. ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΓΑ] om. P. ΕΓ] ΑΓ p. ΓΑ] in ras. m. 2 V; ΓΕ p. 2. ἐστίν V. καί] om. P. τῆς] om. P. ΕΓ] Ε in ras.

$E\Gamma^2 = \Gamma A^2$, erunt $E\Gamma^2 + \Gamma A^2 = 2\,\Gamma A^2$. sed

$$EA^2 = E\Gamma^2 + \Gamma A^2 \text{ [I, 47].}$$

itaque $EA^2 = 2\,A\Gamma^2$. rursus quoniam $ZH = EZ$, erit $ZH^2 = ZE^2$. itaque $HZ^2 + ZE^2 = 2\,EZ^2$. sed $EH^2 = HZ^2 + ZE^2$ [I, 47]. itaque $EH^2 = 2\,EZ^2$. uerum $EZ = \Gamma\Delta$ [I, 34]. ergo $EH^2 = 2\,\Gamma\Delta^2$. et demonstratum est etiam $EA^2 = 2\,A\Gamma^2$. itaque

$$AE^2 + EH^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

sed $AH^2 = AE^2 + EH^2$ [I, 47]. itaque

$$AH^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

sed $AH^2 = A\Delta^2 + \Delta H^2$ [id.]. ergo

$$A\Delta^2 + \Delta H^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

uerum $\Delta H = \Delta B$. itaque

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

Ergo si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia recta ei in directum adiicitur, quadratum totius simul cum adiecta et quadratum adiectae simul

---

V; $A\Gamma$ p. τετράγωνον] om. p. 3. $\Gamma A$] $\Gamma E$ p. τετραγώνῳ] om. p. $A\Gamma$, $\Gamma E$ p. τετράγωνα] om. p. 4. $\Gamma A$] corr. ex $A\Gamma$ V; $A\Gamma$ p. 5. $E\Gamma$, $\Gamma A$] $A\Gamma$, $\Gamma E$ p. $EA$] $AE$ P; $AE$ τετράγωνον p. 6. τῆς] τῶν F. $EA$ τετράγωνον] $AE$ p. ἐστιν V. 8. $ZH$] PF, V m. 2; $HZ$ B, V m. 1; $EZ$ p. $EZ$] $ZE$ P; $ZH$ p. $ZH$] $HZ$ P, $EZ$ p; $ZH$ τετράγωνον V et m. 2 F (comp.). 9. $ZE$] $ZH$ p, $ZE$ τετραγώνῳ V et F m. 2 (comp.). $HZ$] PF, V m. 1; $ZH$ B, V m. 2; $EZ$ p. $ZE$] $ZH$ τετράγωνα p. ἐστιν V. 10. $EZ$, $ZH$ p. 11. $EH$ τετράγωνον Vp, comp. supra F. 12. ἐστιν V. 13. τετράγωνον] om. p. ἐστιν V. 14. $EA$] corr. ex $E\Delta$ m. 1 P; $AE$ p. 15. ἄρα ἀπό] φ, seq. -πο m. 1 (del. φ). $EH$] $HE$ F. τετράγωνα] om. p. 16. ἐστιν V. τετραγώνων] om. p. 17. τετραγώνοις] om. p. ἐστίν V. 18. τετράγωνον] om. p. 19. ἐστιν V. 20. ἐστιν V. 21. τετράγωνα] om. P. διπλάσιον φ (non F). ἐστιν V. 22. $\Gamma\Delta$] in ras. V. τετραγώνων] om. P. 23. τετράγωνα] P; om. BFVp. ἐστιν V. 26. ὅλης φ. 27. τὸ ἀπό] om. PB; m. 2 insert. F. 28. ἐστιν V.

ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ $AB$· δεῖ δὴ τὴν $AB$ τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς $AB$ τετράγωνον τὸ $AB\Delta\Gamma$, καὶ τετμήσθω ἡ $A\Gamma$ δίχα κατὰ τὸ $E$ σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $BE$, καὶ διήχθω ἡ $\Gamma A$ ἐπὶ τὸ $Z$, καὶ κείσθω τῇ $BE$ ἴση ἡ $EZ$, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς $AZ$ τετράγωνον τὸ $Z\Theta$, καὶ διήχθω ἡ $H\Theta$ ἐπὶ τὸ $K$· λέγω, ὅτι ἡ $AB$ τέτμηται κατὰ τὸ $\Theta$, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν $AB$, $B\Theta$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ τετραγώνῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ $A\Gamma$ τέτμηται δίχα κατὰ τὸ $E$, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ $ZA$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $\Gamma Z$, $ZA$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $AE$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $EZ$ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ $EZ$ τῇ $EB$· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $\Gamma Z$, $ZA$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $AE$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ $EB$. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ

2. ἀναγραφέντος τετραγώνου] corr. ex ἀναγραφέντι τετραγώνῳ m. 1 P. Prop. XI cum praecedenti coniunxit V; corr. et numerum add. m. 2. 5. -σαν εὐθεῖ- in ras. p. 6. τμημάτων] seq. ras. 3 litt. V. 8. τετραγώνου F. 14. $AB\Delta\Gamma$]

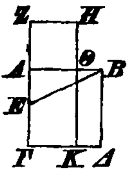
sumpta duplo maiora sunt quadrato dimidiae et quadrato rectae ex dimidia et adiecta compositae; quod erat demonstrandum.

## XI.

Datam rectam ita secare, ut rectangulum tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

Sit data recta $AB$. oportet igitur rectam $AB$ ita secare, ut rectangulum tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

construatur enim in $AB$ quadratum $AB\Delta\Gamma$ [I, 46], et $A\Gamma$ in duas partes aequales secetur in puncto $E$,




et ducatur $BE$, et $\Gamma A$ ad $Z$ educatur, et ponatur $EZ = BE$, et construatur in $AZ$ quadratum $Z\Theta$ [id.], et educatur $H\Theta$ ad $K$. dico, rectam $AB$ ita sectam esse in $\Theta$, ut faciat $AB \times B\Theta = A\Theta^2$.

nam quoniam recta $A\Gamma$ in duas partes aequales secta est in $E$, et ei adiecta est $ZA$, erit

$$\Gamma Z \times ZA + AE^2 = EZ^2 \text{ [prop. VI]}.$$

sed $EZ = EB$. itaque $\Gamma Z \times ZA + AE^2 = EB^2$.

---

XI. Boetius p. 386, 15.

---

$AB\Gamma\Delta$ B, $AB$, insertis $\Gamma\Delta$ m. 2 F, $A\Gamma\Delta B$ p. 17. $Z\Theta$] $ZH\Theta A$ p; in FV post Z et post $\Theta$ 1 litt. eras. διήχθω] δι- supra m. 2 F. 20. ποιεῖν] PF; εἶναι Bp et post ras. 2 litt. V. τῷ] mg. m. 2 p. 24. ἐστί] comp. supra m. 1 V. ἀπό] φ, seq. πό m. 1. $EZ$] in ras. F. 25. $\Gamma Z$, $ZA$] in ras. F. seq. ὀρθογώνιον φ, quod cum seq. μετά in mg. transit. μετά] PB et sine dubio F m. 1; περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετά Vp, et P m. 2. 26. ἀπὸ τῆς] om. P. $AE$ τετραγώνου Vp, F m. 2. ἔστιν V. $EB$] PB, τῆς $EB$ F, τετραγώνῳ add. m. 2; τῆς $EB$ τετραγώνῳ Vp.

ΕΒ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Α γωνία· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ τὸ ΖΚ· ἴση γὰρ ἡ ΑΖ τῇ ΖΗ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ τὸ ΑΔ· τὸ ἄρα ΖΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΚ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΘ τῷ ΘΔ ἴσον ἐστίν. καί ἐστι τὸ μὲν ΘΔ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ· ἴση γὰρ ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ· τὸ δὲ ΖΘ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΘΑ τετραγώνῳ.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ τέτμηται κατὰ τὸ Θ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς ΘΑ τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ [τῆς ἀπολαμβανομένης] ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον το ΑΒΓ ἀμβλεῖαν

---

1. τῆς ΕΒ Vp, F m. 2 (ΕΒ corr. ex ΕΔ). ἐστίν V. 3. ἐστίν V, comp. supra F. 4. τῆς ΑΕ τετράγωνον p. 5. ὀρθογώνιον] om. P. ἐστίν V. 6. ἐστιν V. 7. ΑΖ] ΖΑ p, et V sed corr. m. 2. 8. ἐστίν V. 9. ΘΔ] ΔΘ B et V

sed $BA^2 + AE^2 = EB^2$; nam angulus ad $A$ positus rectus est [I, 47]. itaque

$$\Gamma Z \times ZA + AE^2 = BA^2 + AE^2.$$

subtrahatur, quod commune est, $AE^2$. itaque

$$\Gamma Z \times ZA = AB^2.$$

et $\Gamma Z \times ZA = ZK$; nam $AZ = ZH$. et $AB^2 = A\Delta$. itaque $ZK = A\Delta$. subtrahatur, quod commune est, $AK$. itaque $Z\Theta = \Theta\Delta$. et $\Theta\Delta = AB \times B\Theta$; nam $AB = B\Delta$. et $Z\Theta = A\Theta^2$. itaque $AB \times B\Theta = \Theta A^2$.

Ergo data recta $AB$ in $\Theta$ ita secta est, ut faciat

$$AB \times B\Theta = \Theta A^2.$$

quod oportebat fieri.

## XII.

In triangulis obtusiangulis quadratum lateris sub obtuso angulo subtendentis quadratis laterum obtusum angulum comprehendentium maius est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum obtusum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum obtusum extrinsecus abscisa.

Sit triangulus obtusiangulus $AB\Gamma$ obtusum habens

---

XII. Boetius p. 386, 18.

---

e corr. m. 2. 10. *ἐστίν*] FV, *ἐστί* uulgo; *ἐστιν ἴσον* p. *ἐστι*] *ἐστιν* V. $\Theta\Delta$ *τὸ ὑπό* — 11. *τῆς* $A\Theta$] $Z\Theta$ *τὸ ἀπὸ τῆς* $A\Theta$ *τὸ δὲ* $\Theta\Delta$ *τὸ ὑπὸ* $AB$, $B\Theta$ P, Campanus; fort. recipiendum. 11. $AB$] $BA$ p. 12. *ἐστίν* V. 13. $\Theta A$] *τῆς* $\Theta A$ F, V ($\Theta A$ in ras.), *τῆς* $A\Theta$ p. 15. *περιεχόμενον ὀρθογώνιον*] om. p. 16. *ποιεῖν*] PF; *εἶναι* Bp et post ras. 3 litt. V. $\Theta A$] in ras. m. 2 V; $A\Theta$ p. *τετραγώνῳ*] om. p. 17. *ποιῆσαι*] *δεῖξαι* p, corr. mg. m. 2. 20. *ἐστιν* V. 22. *τε*] insert. m. 1 F. 23. *ἥν*] *ἣν ἐκβληθεῖσαν* p, et B m. recenti.

ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὴν ΓΑ ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ ΒΔ. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΓΔ τέτμηται, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Α σημεῖον, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ, ΔΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ [περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ]. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ· ὀρθὴ γὰρ ἡ προς τῷ Δ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τῶν ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ τετραγώνων μεῖζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

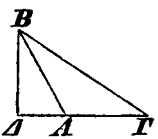
1. τήν] bis P. ΒΑΓ γωνίαν V. 2. ἐκβληθεῖσα p. 3. ἐστιν V. 4. τῶν] om. B. 6. ἔτυχε Vp. ΔΓ] ΓΔ P et V m. 1. 8. τῷ] τῶν V. 9. ὀρθογώνιον V; corr. m. 2. 10. ΔΒ] ΒΔ F. ἐστίν FV. 11. τετραγώνοις] om. BF.

angulum $BA\Gamma$, et ducatur a puncto $B$ ad $\Gamma A$ productam perpendicularis $B\Delta$. dico, esse

$$B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2 + 2\,\Gamma A \times A\Delta.$$

nam quoniam recta $\Gamma\Delta$ utcunque secta est in puncto $A$, erit $\Delta\Gamma^2 = \Gamma A^2 + A\Delta^2 + 2\,\Gamma A \times A\Delta$ [prop. IV]. commune adiiciatur $\Delta B^2$. itaque

$$\Gamma\Delta^2 + \Delta B^2 = \Gamma A^2 + A\Delta^2 + \Delta B^2 + \Gamma A \times A\Delta.$$




sed $\Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2 + \Delta B^2$; nam angulus ad $\Delta$ positus rectus est [I, 47]. et

$$AB^2 = A\Delta^2 + \Delta B^2 \text{ [id.]}.$$

itaque

$$\Gamma B^2 = \Gamma A^2 + AB^2 + 2\,\Gamma A \times A\Delta.$$

quare quadratum rectae $\Gamma B$ quadratis rectarum $\Gamma A$, $AB$ maius est duplo rectangulo rectis $\Gamma A$, $A\Delta$ comprehenso.

Ergo in triangulis obtusiangulis quadratum lateris sub obtuso angulo subtendentis quadratis laterum obtusum angulum comprehendentium maius est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum obtusum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum obtusum extrinsecus abscisa; quod erat demonstrandum.

---

12. *περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ*] om. P. 13. $\Gamma A$, $A\Delta$ φ. *ἐστίν* V. 14. $A\Delta$] $\Gamma\Delta$ φ (non F). 15. *ἴσον*] PBF; *ἴσον ἐστίν* V et p (*ἐστί*). $AB$] $BA$ p. $\Gamma B$] $B\Gamma$ p. 16. *ἐστίν* V. 18. *τετράγωνον μεῖζόν ἐστι* p. 19. *μεῖζόν ἐστι*] om. p. *ἐστιν* PV et B (*ν* in ras.). 21. *ἐν*] *ἐάν* φ. *τριγώνοις*] om. P. 22. *γωνίαν*] om. P. 23. *ἐστιν* V. *ἀπὸ τῶν*] supra F. 25. *τε*] insert. F. *ἣν ἐκβληθεῖσαν* p. 26. *ἐκτός*] *ἐκτὸς τῆς* φ.

ιγ'.

*Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.*

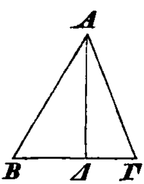
Ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΓΒ, ΒΑ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΓΒ τέτμηται, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Δ, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ, ΔΑ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΒΔ, ΔΑ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΒ, ΒΑ ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ· ὥστε μόνον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΓΒ, ΒΑ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

4. ἔλασσον F. ἐστιν V. 12. ΒΓ] Β e corr. m. 2 p.

## XIII.

In triangulis acutiangulis quadratum lateris sub acuto angulo subtendentis quadratis laterum acutum angulum comprehendentium minus est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum acutum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum acutum intra abscisa.



Sit triangulus acutiangulus $AB\Gamma$ acutum habens angulum ad $B$ positum, et ducatur ab $A$ puncto ad $B\Gamma$ perpendicularis $A\Delta$. dico, esse

$$A\Gamma^2 = \Gamma B^2 + BA^2 \div 2\, \Gamma B \times B\Delta.$$

nam quoniam recta $\Gamma B$ utcunque secta est in $\Delta$, erunt $\Gamma B^2 + B\Delta^2 = 2\, \Gamma B \times B\Delta + \Delta\Gamma^2$ [prop. VII]. commune adiiciatur $\Delta A^2$. itaque

$$\Gamma B^2 + B\Delta^2 + \Delta A^2 = 2\, \Gamma B \times B\Delta + A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2.$$

sed $AB^2 = B\Delta^2 + \Delta A^2$; nam angulus ad $\Delta$ positus rectus est [I, 47]. et $A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2$ [I, 47]. itaque $\Gamma B^2 + BA^2 = A\Gamma^2 + 2\, \Gamma B \times B\Delta$. quare

$$A\Gamma^2 = \Gamma B^2 + BA^2 \div 2\, \Gamma B \times B\Delta.$$

XIII. Pappus V p. 376, 21.

---

*τῆς*] om. P. 13. *ἔλασσον* F. *ἐστιν* V. *τῶν ἀπὸ τῶν*] *τῷ ὑπό* F; corr. m. 2; *τῶν ἀπό* B. 14. *περιεχόμενον* φ. 16. $\Gamma B$] in ras. FV, $B\Gamma$ p. *ἔτυχε* Vp. 17. *ἐστίν* FV. 19. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ p. *τετραγώνων* φ. 21. *ἐστίν* FV. 22. *περιεχομένων* φ. 23. *τῶν*] add. m. 2 F. 24. *ἴσον ἐστίν* V et p (*ἐστί*). 25. *ἴσον ἐστίν* Vφ, p (*ἐστί*). *τό*] om. φ. 26. *ἐστίν* V. 27. *τῶν*] om. P. 28. *ἔλασσον* F. *ἐστιν* V. Post $BA$ ras. unius fere lin. F. 29. $B\Delta$] $BA$ φ.

*Ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## ιδ'.

*Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.*

*Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ Α· δεῖ δὴ τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.*

*Συνεστάτω γὰρ τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΒΔ· εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συνέσταται γὰρ τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον τὸ ΒΔ· εἰ δὲ οὔ, μία τῶν ΒΕ, ΕΔ μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΒΕ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΕΔ ἴση ἡ ΕΖ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΖ δίχα κατὰ τὸ Η, καὶ κέντρῳ τῷ Η, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΗΒ, ΗΖ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΒΘΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ.*

*Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΒΖ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ*

---

1. *ἐν*] inter *ε* et *ν* ras. 1 litt. V. 2. *ἔλασσον* F. 3. *ἐστίν* V. 4. *τε*] om. F. 6. *ἐντός*] om. P. 11. *τὸ μὲν δοθέν* p. 13. *γάρ*] om. p. 14. *ΒΔ*] *ΒΓΔΕ* p; in ras. V. 15. *συνέσταται*] PBF, V m. 2; *συνεστάτω* V m. 1; *συνίσταται* p. 17. *οὔ*] postea add. F. Post *μία* 1 litt. (*ι*?) eras. F. 18. *ἐκβεβλήσθαι* φ. 19. ΕΖ] ΖΕ BF. 20. *καί*] postea add. F. *κέντρῳ*] PB, F m. 1; *κέντρῳ μέν* Vp, F m. 2. *ΗΒ*] *ΒΗ* BF. 23. *οὖν*] om. F. Seq. ras. 1 litt. V. *ΒΖ*] in ras. V. *εἰς*] -*ς* supra m. 1 V.

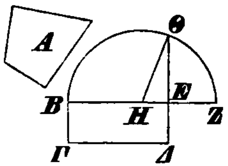
Ergo in triangulis acutiangulis quadratum lateris sub acuto angulo subtendentis quadratis laterum acutum angulum comprehendentium minus est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum acutum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum acutum intra abscisa; quod erat demonstrandum.

## XIV.

Quadratum datae figurae rectilineae aequale construere.

Sit data figura rectilinea $A$. oportet igitur figurae rectilineae $A$ aequale quadratum construere.

construatur enim figurae rectilineae $A$ aequale parallelogrammum rectangulum $B\Delta$ [I, 45]. si igitur $BE = E\Delta$, effectum erit, quod propositum erat. constructum enim est quadratum $B\Delta$ datae figurae rectilineae $A$ aequale. sin minus, alterutra rectarum $BE$, $E\Delta$ maior est. sit maior $BE$, et producatur ad $Z$, et ponatur $EZ = E\Delta$, et $BZ$ in $H$ in duas partes aequales secetur [I, 10], et centro $H$ radio autem alterutra rectarum $HB$, $HZ$ semicirculus describatur $B\Theta Z$, et producatur $\Delta E$ ad $\Theta$, et ducatur $H\Theta$.




iam quoniam recta $BZ$ in partes aequales secta

XIV. Simplic. in Arist. de coel. fol. 101; id. in phys. fol. 12u; 14. Boetius p. 386, 23.

τὸ Η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΗ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΖ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ ΗΖ τῇ ΗΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΘ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΘΕ, ΕΗ τετράγωνα· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΘΕ, ΕΗ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΗΕ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ τὸ ΒΔ ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΔ· τὸ ἄρα ΒΔ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετραγώνῳ. ἴσον δὲ τὸ ΒΔ τῷ Α εὐθυγράμμῳ. καὶ τὸ Α ἄρα εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ ἀναγραφησομένῳ τετραγώνῳ.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Α ἴσον τετράγωνον συνέσταται τὸ ἀπὸ τῆς ΕΘ ἀναγραφησόμενον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

1. *τό*] (tert.) supra m. 1 V. 2. *ΕΗ*] *ΗΕ* P. 3. *ἴσον* — 5. *ΗΘ*] mg. m. 2 V; in textu ras. tertiae partis lineae. *ἐστίν* φ. 4. *ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ*] *ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ ὀρθογώνιον* in mg. transiens m. 1 F, seq. *τῶν ΒΕ, ΕΖ* φ; *τῶν ΒΕ, ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον* p. 5. *ΗΕ*] *ΗΕ τετραγώνου* p; *τετραγώνου* add. comp. m. 1 F. *δὲ ἀπό*] euan. F. 6. *ἐστίν* Vφ. *ΕΗ*] Pp; *ΗΕ* BF, in ras. V. 7. *ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον* p. *ΗΕ*] PB; *τῆς ΗΕ* Vφ, *τῆς ΕΗ* p. 8. *ἴσα*] *ἴσον* φ. *ἐστίν* V. *τοῖς*] in ras. V. *ΘΕ, ΕΗ*] Pp; *ΘΕ, ΗΕ* BF, V in ras. 9. *ΗΕ*] *ΕΗ* p. *τῶν*] supra m. 2 V. 10. *περιεχόμενον ὀρθογώνιον*] om. p. *ἐστίν* V. *τῷ*] *τό* φ. 11. *τὸ ΒΔ*] BFVp, Campanus; *τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΔ* P. 12. *ΕΖ*] *ΖΕ* P. 13. *ἐστίν* V. 14. *καί*] postea add. comp. F; om. V. *Α*] insert. m. 1 p. 15. *ἐστίν* PV. *ἀναγραφησομένῳ*] PBF; *ἀναγραφομένῳ* V, *ἀναγραφέντι* p. 18. *συνέσταται*] BF; *συνίσταται* Pp et V in ras. *ἀναγραφέν*

est in $H$ in inaequales autem in $E$, erunt

$$BE \times EZ + EH^2 = HZ^2 \text{ [prop. V]}.$$

sed $HZ = H\Theta$. itaque $BE \times EZ + HE^2 = H\Theta^2$. uerum $\Theta E^2 + EH^2 = H\Theta^2$ [I, 47]. itaque

$$BE \times EZ + HE^2 = \Theta E^2 + EH^2.$$

subtrahatur, quod commune est, $HE^2$. itaque

$$BE \times EZ = E\Theta^2.$$

uerum $BE \times EZ = B\varDelta$; nam $EZ = E\varDelta$. itaque $B\varDelta = \Theta E^2$. sed $B\varDelta = A$. itaque etiam figura rectilinea $A$ quadrato, quod in $E\Theta$ construi poterit, aequale est.

Ergo datae figurae rectilineae $A$ aequale quadratum constructum est, id quod in $E\Theta$ describi poterit; quod oportebat fieri.

---

p. 19. ποιῆσαι] δεῖξαι FV. Εὐκλείδου στοιχ. β B, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως β F, τέλος τοῦ δευτέρου στοιχείου τοῦ Εὐκλείδου τοῦ γεωμέτρου V.

## γ΄.

### Ὅροι.

α΄. Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι εἰσίν, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

β΄. Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

γ΄. Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

δ΄. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ᾽ αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν.

ε΄. Μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ᾽ ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

ς΄. Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

ζ΄. Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

η΄. Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ᾽

---

Def. 1. Hero def. 117, 3. Boetius p. 378, 15. 2. Hero def. 115, 1. Boetius p. 378, 17. 3. Hero ib. Boetius p. 378, 19. 4—5. Hero def. 117, 4. Boetius p. 379, 1. 6. Hero def. 33. Boetius p. 379, 5. 7. Boetius p. 379, 9. 8. Hero def. 34. Boetius p. 379, 6.

---

1. ὅροι] om. PBFp; numeros om. PBFV. 2. εἰσίν] om.

## III.

### Definitiones.

I. Aequales circuli sunt, quorum diametri aequales sunt, uel quorum radii aequales.

II. Recta circulum contingere dicitur, quaecunque circulum tangens et producta non secat circulum.

III. Circuli inter se contingere dicuntur, quicunque inter se tangentes non secant inter se.

IV. In circulo rectae aequali spatio a centro distare dicuntur, si rectae a centro ad eas perpendiculares ductae aequales sunt.

V. Maiore autem spatio distare ea dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

VI. Segmentum circuli est figura a recta aliqua et arcu circuli comprehensa.[1]

VII. Segmenti autem angulus is est, qui a recta et arcu circuli comprehenditur.

VIII. Angulus autem in segmento positus is est, qui sumpto in arcu segmenti puncto aliquo et ab eo

1) Cfr. not. crit. ad p. 6, 1.

p. 8. αἱ] insert. m. 1 P. ἴσαι εἰσίν] εὐ...σιν intercedente ras. 10 litt. F. 5. τέμνῃ V, sed corr. 6. Post κύκλον add. ἐπὶ μηδέτερα μέρη P; idem loco uocabuli οὐ Hero, Boetius, Campanus. 7. Ante κύκλοι ras. 2 litt. V. 9. ἀπό] om. V, Hero. 11. ὦσι p. 12. ε'] cum def. 4 coniunxit p. 14. ἐστίν V. 15. Post περιφερείας p mg. m. 1 pro scholio add. ἢ μείζονος ἢ μικυκλιου ἢ ἐλάττονος ἡμικυκλίου; cfr. Hero. 19. ἀπ'] ἀπό P.

αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ *τμήματος*, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

θʹ. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ᾽ *ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι* ἡ γωνία.

ιʹ. *Τομεὺς* δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῶν περιφερείας.

ιαʹ. *Ὅμοια τμήματα* κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

αʹ.

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Διήχθω τις εἰς αὐτόν, ὡς ἔτυχεν, εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΓ καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ τετμήσθω ἡ ΓΕ δίχα κατὰ τὸ Ζ· λέγω, ὅτι τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ [κύκλου].

Μὴ γάρ, ἀλλ᾽ εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΑ, ΗΔ, ΗΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΑΔ, ΔΗ δύο ταῖς ΗΔ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΗΑ βάσει τῇ ΗΒ ἐστιν ἴση· ἐκ κέντρου γάρ·

---

Def. 9. Boetius p. 379, 10. 10. Hero def. 35. Boetius p. 379, 13. 11. Hero def. 118, 2. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 379, 16. I. Proclus p. 302, 5.

---

1. ἥ] PF; ἥτις BVp. ἐστίν BV. 5. ἀπολαμβάνωσιν

rectis ad terminos ductis rectae, quae basis est segmenti, a rectis ductis comprehenditur.

IX. Ubi uero rectae angulum comprehendentes arcum aliquem abscindunt, angulus in eo consistere dicitur.

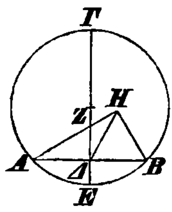
X. Sector autem circuli est figura, quae angulo ad centrum circuli constructo a rectis angulum comprehendentibus et arcu ab iis absciso continetur.

XI. Similia segmenta circulorum sunt, quae angulos aequales capiunt, uel in quibus anguli aequales sunt [cfr. def. 8].

I.

Dati circuli centrum inuenire.

Sit datus circulus $AB\Gamma$. oportet igitur circuli $AB\Gamma$ centrum inuenire.




producatur in eum utcunque recta $AB$, et in puncto $\Delta$ in duas partes aequales secetur, et a $\Delta$ ad rectam $AB$ perpendicularis ducatur $\Delta\Gamma$ [I, 11], et producatur ad $E$, et $\Gamma E$ in duas partes aequales secetur in $Z$. dico, $Z$ centrum esse circuli $AB\Gamma$.

Ne sit enim, sed, si fieri potest, sit $H$, et ducantur $HA$, $H\Delta$, $HB$. et quoniam $A\Delta = \Delta B$, et $\Delta H$ communis est, duae rectae $A\Delta$, $\Delta H$ duabus $H\Delta$, $\Delta B$ aequales sunt altera alteri. et $HA = HB$; nam

V. ἐπ'] ἐπί B. 7. δέ] om. p. 11. κύκλων] PBp, Hero, Simplicius, Boetius; κύκλου Vφ. ἐστίν V. 17. ἤχθω P. 19. Post $AB$ ras. 1 litt. V. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ P. 21. κύκλου] om. P. 22. ἐπιζευχθωσαν P. 23. καί] om. φ. 25. δύο] δυσί Vp. $H\Delta$, $\Delta B$] $\Delta H$, $B\Delta$ P. 26. ἴση ἐστίν V. γάρ] PB; γὰρ τοῦ $H$ FVp.

γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΔΗ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΗΔΒ* ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΗΔΒ*. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ *ΖΔΒ* ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ *ΖΔΒ* τῇ ὑπὸ *ΗΔΒ*, ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ *Η* κέντρον ἐστὶ τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ *Ζ*.

Τὸ *Ζ* ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ *ΑΒΓ* [κύκλου].

*Πόρισμα.*

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. — ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β'.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Ἔστω κύκλος ὁ *ΑΒΓ*, καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ *Α*, *Β*· λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ *Α* ἐπὶ τὸ *Β* ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτὸς ὡς ἡ *ΑΕΒ*, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου, καὶ

Prop. I πόρ. Proclus p. 304 6. Simplicius in phys. fol. $14^{u}$.

1. ἐστιν ἴση p. 3. ὀρθή ἐστιν p. ἴσων] om. P. 4. ἐστιν] om. p. *ΗΔΒ*] *ΔΗΒ* φ. 6. *ΗΔΒ*] in ras. F. ἐλάττων τῇ μείζονι P. 7. ἐστίν V. *ΑΒΓ*] *ΗΒΓ* φ (non F). 8. οὐδ'] οὐδέ P. 9. ἄρα] om. F. ἐστίν PV. κύκλου] om. P. 11. πόρισμα] om. F. 12. τις εὐθεῖα V.

radii sunt. itaque $\angle A\Delta H = H\Delta B$ [I, 8]. ubi uero recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, uterque angulus aequalis rectus est [I def. 10]. itaque $\angle H\Delta B$ rectus est. sed etiam $\angle Z\Delta B$ rectus est. itaque $\angle Z\Delta B = H\Delta B$ maior minori; quod fieri non potest. quare $H$ centrum non est circuli $AB\Gamma$. similiter demonstrabimus ne aliud quidem ullum punctum centrum esse praeter $Z$.

Ergo $Z$ punctum centrum est circuli $AB\Gamma$.

## Corollarium.

Hinc manifestum est, si in circulo recta aliqua aliam rectam in duas partes aequales et ad angulos rectos secet, centrum circuli in recta secanti esse.[1]) — quod oportebat fieri.

## II.

Si in ambitu circuli duo quaelibet puncta sumpta erunt, recta puncta coniungens intra circulum cadet.

Sit circulus $AB\Gamma$, et in ambitu eius duo quaelibet puncta sumantur $A$, $B$. dico, rectam ab $A$ ad $B$ ductam intra circulum casuram esse.

Ne cadat enim, sed, si fieri potest, cadat extra ut

1) Nam in $\Gamma\Delta$ in media $AB$ perpendiculari erecta centrum erat positum; ceterum hoc corollarium quasi parenthetice ponitur, ita ut uerba *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι* lin. 14 ad ipsum problema I referuntur; cfr. III, 16, al.

14. *ἐστίν* V. *ποιῆσαι*] *δεῖξαι* P. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι*] om. p. 18. *σημεῖα τυχόντα* p. *τά*] PBp, V m. 1; *τὰ αὐτά* F, V m. 2.

*ἔστω τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΒ, καὶ διήχθω ἡ ΔΖΕ.*

*Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ, ἴση ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΑΕ μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ ΑΕΒ, μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΑΕ. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΒΕ. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΔΒ τῆς ΔΕ. ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΔΖ. μείζων ἄρα ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς περιφερείας· ἐντὸς ἄρα.*

*Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## γʹ.

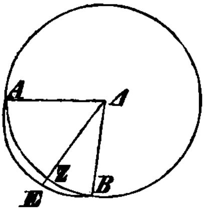
***Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει.***

*Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΓΔ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου*

---

1. *ΔΑ*] *ΑΔ* V. 2. *ΔΖΕ*] PBp; V m. 1; *ΔΖ ἐπὶ τὸ Ε* V m. 2; in F post *ΔΖ* eras. *Ε* et *ἐπὶ τό* supra scr. m. 2. 3. *ἐπεὶ οὖν*] *καὶ ἐπεί* P. 4. *ἡ γωνία ἡ* P. *τριγώνου*] in ras. comp. m. 2 V. 5. *ΑΕΒ*] PB, p (*ἡ Α-* in ras.); *ΕΒ* supra scr. *Α* m. 2 F; *ΑΕ ἐπὶ τὸ Β* V e corr. 10. *τῇ*] *τῆς* F. *ἄρα καί* p. 13. *δή*] corr. ex *δέ* m. 2 V. 14. *ἄρα πεσεῖται* P. 15. *κύκλου ἄρα* p. 16. *σημεῖα τυχόντα* p. *τά*]

*AEB*, et sumatur centrum circuli *ABΓ* [prop. I], et sit *Δ*, et ducantur *ΔA*, *ΔB*, et producatur *ΔZE*.




iam quoniam $\Delta A = \Delta B$, erit
$$\angle \Delta AE = \Delta BE \text{ [I, 5]}.$$
et quoniam in triangulo *ΔAE* unum latus productum est *AEB*, erit
$$\angle \Delta EB > \Delta AE \text{ [I, 16]}.$$
uerum
$$\angle \Delta AE = \Delta BE.$$
itaque $\angle \Delta EB > \Delta BE$. sub maiore autem angulo maius latus subtendit [I, 19]. itaque $\Delta B > \Delta E$. sed $\Delta B = \Delta Z$. itaque $\Delta Z > \Delta E$ minus maiore; quod fieri non potest. ergo recta ab *A* ad *B* ducta extra circulum non cadet. iam similiter demonstrabimus, ne in ipsum quidem ambitum eam cadere; intra igitur cadet.

Ergo si in ambitu circuli duo quaelibet puncta sumpta erunt, recta puncta coniungens intra circulum cadet; quod erat demonstrandum.

## III.

Si in circulo recta aliqua per centrum ducta aliam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat. et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales secat.

Sit circulus *ABΓ*, et in eo recta aliqua per centrum ducta *ΓΔ* aliam rectam non per centrum ductam

---

τὰ αὐτά φ (in mg. transit), V m. 2. 17. δεῖξαι] supra add. ποιῆσαι F m. 1. 21. τέμνει] P, τεμεῖ BFVp; sed cfr. p. 174, 19. 22. τέμνει] P; τεμεῖ BFVp.

*τὴν ΑΒ δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ Ζ σημεῖον· λέγω, ὅτι καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει.*

*Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ.*

*Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ, δύο δυσὶν ἴσαι [εἰσίν]· καὶ βάσις ἡ ΕΑ βάσει τῇ ΕΒ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ, ΒΖΕ ὀρθή ἐστιν. ἡ ΓΔ ἄρα διὰ τοῦ κέντρου οὖσα τὴν ΑΒ μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν δίχα τέμνουσα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.*

*Ἀλλὰ δὴ ἡ ΓΔ τὴν ΑΒ πρὸς ὀρθὰς τεμνέτω· λέγω, ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει, τουτέστιν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ.*

*Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΑ τῇ ΕΒ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΖ τῇ ὑπὸ ΕΒΖ. ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΖΕ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴση· δύο ἄρα τρίγωνά ἐστι τὰ ΕΑΖ, ΕΖΒ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν ΕΖ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ.*

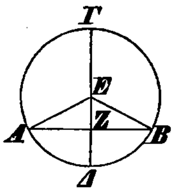
---

2. *τεμεῖ* F. 5. ΖΒ] corr. ex ΒΖ m. 2 V; ΒΖ B. 6. *δύο δή* BVp, in B seq. »—⁎—« *εἰσίν*] om. P; *εἰσί* p. ΕΑ] ΑΕ φ. 7. ΒΖΕ] ΕΖΒ P. 9. *ὀρθή ἐστιν* Bp. 10. *ἐστιν*] om. Bp; supra comp. m. 2 V. 10. *ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ, ΒΖΕ* P. ΑΖΕ, ΒΖΕ] in ras. F. 11. *ἐστιν*] comp. supra scr. F. ΓΔ] Γ postea insert. V. 13. *αὐτὴν τέμνει* V. 14. *δὴ καί* V. ΓΔ] Γ postea insert.

$AB$ in duas partes aequales secet in puncto $Z$. dico, eandem eam ad rectos angulos secare.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit $E$, et ducantur $EA$, $EB$.

et quoniam $AZ = ZB$, communis autem est $ZE$, duae rectae duabus aequales sunt. et $EA = EB$. itaque $\angle AZE = BZE$ [I,8]. ubi uero recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, uterque angulus aequalis rectus est [I def. 10]. itaque uterque angulus $AZE$, $BZE$ rectus est. ergo $\Gamma\Delta$ per centrum ducta rectam $AB$ non per centrum ductam in duas partes aequales secans eadem ad rectos angulos secat.




Uerum $\Gamma\Delta$ rectam $AB$ ad rectos angulos secet. dico, eandem eam in duas partes aequales secare, h. e. esse $AZ = ZB$.

nam iisdem comparatis quoniam $EA = EB$, erit etiam $\angle EAZ = EBZ$ [I, 5]. uerum etiam $\angle AZE = BZE$, quia recti sunt. itaque[1]) duo trianguli sunt $EAZ$, $EZB$ duos angulos duobus aequales habentes et unum latus uni lateri aequale $EZ$, quod commune est eorum, sub altero angulorum aequalium subtendens. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt [I, 26]. ergo $AZ = ZB$.

1) Cum ἄρα lin. 20 in omnibus bonis codicibus omissum sit, fortasse potius pro ἴση ἐστὶ καί lin. 18 scribendum: ἴση δὲ καί.

V. 18. ἐκ κέντρου mg. V (schol.). ἐστίν V. 19. $EBZ$] litt. $BZ$ in ras. V; corr. ex $EZB$ F. ἐστίν V. 20. ἄρα] om. PBF; comp. supra scr. V m. 2. τρίγωνα] -γωνα eras. B. ἐστιν V.

*Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## δ'.

*Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.*

*Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι· λέγω, ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.*

*Εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, τὴν δὲ ΒΕ τῇ ΕΔ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ.*

*Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΖΕ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΓ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΑ· πάλιν, ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ ΖΕ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΔ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΑ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΑ τῇ ὑπὸ ΖΕΒ ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ ΑΓ, ΒΔ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.*

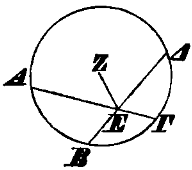
---

1. *ἐν κύκλῳ*] om. p; *κύκλῳ* comp. V, *ἐν* add. m. 2. 2. *εὐθεῖάν τινα* — 4. *τέμνει*] *καὶ τὰ ἑξῆς* PBV. *μὴ διά* — 4. *τέμνει*] *καὶ τὰ ἑξῆς* F. 4. *τέμνῃ*] *-μνῃ* in ras. p. 10. Ε *σημεῖον* P. 13. *εἰ γάρ* — 14. *τῇ* ΕΓ] in ras. F. 14. *εἶναι ἴσην* p. 18. *μὴ διὰ τοῦ κέντρου*] Pp; om. BFV. 19. *τέμνει*] PBpφ; *τεμεῖ* V. *ἐστί* P. 20. *ἐπεί*] Pp; m. 2 supra.

Ergo si in circulo recta aliqua per centrum ducta aliam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat; et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales secat; quod erat demonstrandum.

IV.

Si in circulo duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant.




Sit circulus $AB\Gamma\Delta$ et in eo duae rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ non per centrum ductae inter se secent in $E$. dico, eas in duas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, in duas partes aequales inter se secent, ita ut sit $AE = E\Gamma$ et $BE = E\Delta$, et sumatur centrum circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. I], et sit $Z$, et ducatur $ZE$. iam quoniam recta per centrum ducta $ZE$ aliam rectam non per centrum ductam $A\Gamma$ in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat [prop. III]. itaque $\angle ZEA$ rectus est. rursus quoniam recta $ZE$ aliam rectam $B\Delta$ in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat [id.]. itaque $\angle ZEB$ rectus est. sed demonstratum est, etiam $\angle ZEA$ rectum esse. quare

$$\angle ZEA = ZEB,$$

minor maiori; quod fieri non potest. itaque rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ in duas partes aequales inter se non secant.

---

V; ἐπ' F, corr. m. 2; om. B. 21. $B\Delta$ μὴ διὰ τοῦ κέντρου F, V m. 2. τέμνει] (alt.) PBVp; τεμεῖ F. 23. ἐλάσσων F. 24. ἐστίν] PBp; om. Vφ.

*Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

ε'.

*Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.*

*Δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΗ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ Β, Γ σημεῖα. λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.*

*Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ, καὶ διήχθω ἡ ΕΖΗ, ὡς ἔτυχεν. καὶ ἐπεὶ τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΕΖ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΗ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΕΗ· ἐδείχθη δὲ ἡ ΕΓ καὶ τῇ ΕΖ ἴση· καὶ ἡ ΕΖ ἄρα τῇ ΕΗ ἐστιν ἴση ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ, ΓΔΗ κύκλων.*

*Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

ϛ'.

*Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.*

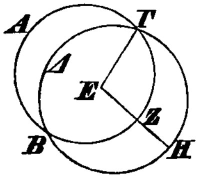
---

2. *μὴ διὰ — δίχα*] *καὶ τὰ ἑξῆς* BFV. 7. *ΓΔΗ*] *ΔΗ* V. 8. *Β, Γ*] *Γ, Β* p. 10. *ΕΓ*] *ΓΕ* p. 11. *ἔτυχε* p. 12. *ἐστίν* V. *τοῦ*] bis P. 13. *ἐστίν* V. 14. *ΕΓ*] *ΓΕ* P. 15. Post *δέ* 1 litt. eras. V. *ΕΖ*] (alt.) *ΖΕ* P. 16. *ἴση ἐστίν* p. *ἐλάττων* BVp. *ἐστίν*] om. V. 17. *ἐστίν* V. 19. *ἔσται* Vp. 22. *ἀλλήλων ἐντός* V et F m. 2.

Ergo si in circulo duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant; quod erat demonstrandum.

V.

Si duo circuli inter se secant, non habebunt idem centrum.




nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta H$ inter se secent in punctis $B, \Gamma$. dico, eos idem centrum habituros non esse.

nam si fieri potest, sit $E$, et ducatur $E\Gamma$, et educatur $EZH$ utcunque. et quoniam $E$ punctum centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $E\Gamma = EZ$. rursus quoniam punctum $E$ centrum est circuli $\Gamma\Delta H$, erit $E\Gamma = EH$. sed demonstratum est etiam $E\Gamma = EZ$. itaque etiam $EZ = EH$, minor maiori; quod fieri non potest. itaque punctum $E$ centrum circulorum $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta H$ non est.

Ergo si duo circuli inter se secant, non habebunt idem centrum; quod erat demonstrandum.

VI.

Si duo circuli inter se contingunt, non habebunt idem centrum.[1])

---

1) Euclides eum casum, quo circuli intra contingunt, ut obscuriorem sibi demonstrandum sumpsit; nam ubi circuli extrinsecus se contingunt, propositio per se patet. ceterum demonstratio Euclidis de hoc quoque casu ualet. quare ἐντός lin. 22 mera interpolatio est, ut etiam e codicum ratione adparet (om. Campanus).

*Δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.*

*Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ διήχθω, ὡς ἔτυχεν, ἡ ΖΕΒ.*

*Ἐπεὶ οὖν τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΓ τῇ ΖΕ. ἐδείχθη δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ ἴση· καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ ΖΒ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ, ΓΔΕ κύκλων.*

*Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## ζ'.

*Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες, μεγίστη μὲν ἔσται, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.*

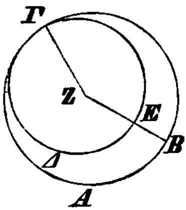
*Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ Ζ, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, κέντρον δὲ τοῦ κύκλου*

---

1. *ἀπτέσθωσαν* P et F m. 1 (corr. m. 2). 2. *ἔσται*] *ἔστιν* Vp. 6. *ἐστίν* V. 7. ΖΒ] ΒΖ P. *πάλιν* — 8. ΓΔΕ] in ras. p. 8. *ἐστίν* V. 9. *δὲ καί* p et F m. 2. 10. *ἐλάσ-*

nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ in puncto $\Gamma$ inter se contingant. dico, eos idem centrum habituros non esse.

nam si fieri potest, sit $Z$, et ducatur $Z\Gamma$, et educatur $ZEB$ utcunque. iam quoniam punctum $Z$ centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $Z\Gamma = ZB$. rursus quoniam punctum $Z$ centrum est circuli $\Gamma\Delta E$, erit $Z\Gamma = ZE$. sed demonstratum est $Z\Gamma = ZB$. quare etiam $ZE = ZB$ minor maiori; quod fieri non potest. itaque $Z$ punctum centrum circulorum $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ non est.




Ergo si duo circuli inter se contingunt, non habebunt idem centrum; quod erat demonstrandum.

## VII.

Si in diametro circuli punctum aliquod sumitur, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot adcidunt, maxima erit ea, in qua est centrum, minima autem reliqua, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum ducta est, remotiore maior est, et duae solae aequales ad circulum adcident a puncto illo in utraque parte minimae.

sit circulus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius sit $A\Delta$, et in $A\Delta$ sumatur punctum aliquod $Z$, quod non est centrum circuli, centrum autem circuli sit $E$, et a $Z$

---

σων Fp. ἐστίν] om. p. 11. ἐστίν V. 13. ἐφάπτωνται] ἐφ- add. m. 2 F. ἀλλήλων ἐντός V. 17. ἐστιν FV. 19. τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχεν F. 20. δὲ ἡ] supra m. 2 F. δέ] δ' FV p. 21. ἔγγειον P. ἀπωτέρῳ P. 22. ἐστί PBp. εὐθεῖαι ἴσαι Bp, V m. 2. τοῦ αὐτοῦ BVp. 25. ὁ] postea add. V. δέ] om. p. ἔστω] om. p. 27. ἐστιν F. κέντρον] (pr.) in ras. p. δέ] insert. p.

ἔστω τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΗ· λέγω, ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΖΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ, τῶν δὲ ἄλλων ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ μείζων, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΕ, ΗΕ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, αἱ ἄρα ΕΒ, ΕΖ τῆς ΒΖ μείζονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ [αἱ ἄρα ΒΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶ τῇ ΑΖ]· μείζων ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΒΖ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΓΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ, δύο δὴ αἱ ΒΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΕΖ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσεως τῆς ΓΖ μείζων ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν.

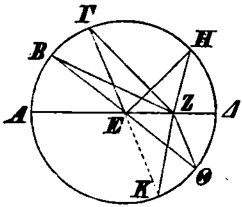
Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ΗΖ, ΖΕ τῆς ΕΗ μείζονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΕΔ, αἱ ἄρα ΗΖ, ΖΕ τῆς ΕΔ μείζονές εἰσιν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΖ λοιπῆς τῆς ΖΔ μείζων ἐστίν. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΖΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ, μείζων δὲ ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΗ.

Λέγω, ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου δύο μόνον ἴσαι προσπεσοῦνται πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΖΔ ἐλαχίστης. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘ. ἐπεὶ

---

1. κύκλου φ. 3. ἐστιν] om. FV. ΖΑ] φ (eras. ΖΔ). 4. ΖΓ] corr. m. 2 ex ΗΓ V; ΓΖ P. ΖΓ] ΓΖ F et m. 2 V. 5. τῇ φ. 8. εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ. αἱ ἄρα ΒΕ F. αἱ ΕΒ, ΕΖ ἄρα P. τῆς ΒΖ — 9. ΕΖ] om. F. 9. ΑΕ] in ras. m. 2 V. αἱ ἄρα — ΑΖ] mg. m. 2 P. εἰσίν B. 10. Ante ΒΖ ras. 1 litt. V. 11. δέ] om. PB. δυσί]

ad circulum $AB\Gamma\Delta$ adcidant rectae aliquot $ZB$, $Z\Gamma$, $ZH$. dico, maximam esse $ZA$, minimam autem $Z\Delta$, ceterarum autem esse $ZB > Z\Gamma$ et $Z\Gamma > ZH$.




ducantur enim $BE$, $\Gamma E$, $HE$. et quoniam cuiusuis trianguli duo latera reliquo maiora sunt [I, 20], erunt $EB + EZ > BZ$. sed

$$AE = BE.$$

quare $AZ > BZ$. rursus quoniam $BE = \Gamma E$, communis autem $ZE$, duae rectae $BE$, $EZ$ duabus $\Gamma E$, $EZ$ aequales sunt. uerum etiam $\angle BEZ > \Gamma EZ$. itaque $BZ > \Gamma Z$ [I, 24]. eadem de causa etiam

$$\Gamma Z > ZH.$$

rursus quoniam $HZ + ZE > EH$ [I, 20], et

$$EH = E\Delta,$$

erunt $HZ + ZE > E\Delta$. subtrahatur, quae communis est, $EZ$. itaque $HZ > Z\Delta$.[1]) itaque $ZA$ maxima est, $Z\Delta$ autem minima, et $ZB > Z\Gamma$, $Z\Gamma > ZH$.

dico etiam, duas solas aequales a puncto $Z$ ad circulum $AB\Gamma\Delta$ adcidere in utraque parte rectae minimae $Z\Delta$. construatur enim ad rectam $EZ$ et punctum eius $E$ angulo $HEZ$ aequalis $\angle ZE\Theta$ [I, 23],

1) Hoc Euclides ita demonstrauit:

$$HZ + ZE = E\Delta + x.$$

$EZ = EZ$. ergo $HZ = Z\Delta + x$ [κ. ἔνν. 3], h. e. $HZ > Z\Delta$.

δύο FV. 14. ἐστίν] PBF; comp. p; ἐστί V. 15. $ZH$] $HZ$ P. ἐστίν] PFp; ἐστί BV. 18. εἰσιν] PF; εἰσι BVp. 19. λοιπῇ τῇ p. $Z\Delta$] supra m. 1 V. ἐστίν] PF; ἐστί BVp. μέν] supra m. 1 F. 20. τῶν δ' ἄλλων μείζων μὲν ἡ $ZB$ p. 21. τῆς] τῇ V. 22. ἴσαι] PF; εὐθεῖαι ἴσαι BVp. 23. $AB\Gamma\Delta$] $\Delta$ add. m. 2 V. 24. $Z\Delta$] om. p.

*οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΘ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΗΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΘΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘΕΖ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΖΗ βάσει τῇ ΖΘ ἴση ἐστίν. λέγω δή, ὅτι τῇ ΖΗ ἄλλη ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω ἡ ΖΚ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΖΗ ἴση ἐστίν, ἀλλὰ ἡ ΖΘ τῇ ΖΗ [ἴση ἐστίν], καὶ ἡ ΖΚ ἄρα τῇ ΖΘ ἐστιν ἴση, ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῇ ἀπώτερον ἴση· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου ἑτέρα τις προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἴση τῇ ΗΖ· μία ἄρα μόνη.*

*Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες, μεγίστη μὲν ἔσται, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## ηʹ.

*Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαί, ὡς ἔτυχεν, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη*

---

2. *ΗΕ*] *ΕΗ* F. *εἰσίν*] PBF; *εἰσί* Vp. 4. *ἐστιν ἴση* p. *ἐστίν*] *ἐστί* V. *δή*] om. V (*γάρ* add. m. 2), *δέ* F. 5. *ΖΗ*] *Η* eras. V. 6. *ἡ*] *ὡς ἡ* BFp. 7. *ἡ ΖΚ*] e corr. m. 1 V. *ἐστιν ἴση* Pp. *ἀλλά*] *ἀλλ'* BF; *ἀλλὰ μὴν καί* P. *ΖΗ*] corr. ex *ΖΕ* V m. 1. 8. *ἴση ἐστίν*] om. P; *ἴση* F; *ἐστιν ἴση* Vp. *ἄρα*] om. F. *ΖΘ*] *ΘΖ* P. *ἴση*

et ducatur $Z\Theta$. iam quoniam $HE = E\Theta$, et $EZ$ communis est, duae rectae $HE$, $EZ$ duabus $\Theta E$, $EZ$ aequales sunt. et $\angle HEZ = \Theta EZ$. itaque $ZH = Z\Theta$. dico igitur, nullam aliam rectae $ZH$ aequalem a puncto $Z$ ad circulum adcidere. si enim fieri potest, adcidat $ZK$. et quoniam $ZK = ZH$ et $Z\Theta = ZH$, erit etiam $ZK = Z\Theta$, propior remotiori; quod fieri non potest [u. supra]. itaque a puncto $Z$ nulla alia rectae $HZ$ aequalis ad circulum adcidet. ergo una sola.

Ergo si in diametro circuli punctum aliquod sumitur, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot adcidunt, maxima erit ea, in qua est centrum, minima autem reliqua, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum ducta est, remotiore maior est, et duae solae aequales ad circulum adcident a puncto illo in utraque parte minimae; quod erat demonstrandum.

## VIII.

Si extra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot educuntur, quarum una per centrum, ceterae autem utcunque ductae sunt, earum rectarum, quae ad cauam partem am-

VIII. Eutocius in Apollon. p. 12.

---

*ἐστίν* V. *ἡ*] om. F. *ἔγγειον* P. 9. *τῇ*] *τῆς* PBV*φ*. *ἴση*] del. August. *ἀδύνατον*] hic seq. demonstratio alia, quam in app. recepi. 10. *σημεῖον*] corr. ex *σημεῖα* m. 1 V. 11. $HZ$] EZ F. 13. *ὃ μή* — 19. *ἐλαχίστης*] *καὶ τὰ ἑξῆς* PBV et F post ras. 1 litt. 16. *δέ*] *δ'* p. 17. *ἀπωτέρω* p. *ἐστί* p. *εὐθεῖαι ἴσαι* p. 19. *δεῖξαι*] seq. *ἑξῆς τὸ θεώρημα* V. 22 *διαχθῶσι* V. 24. *ἔτυχε* Vp. *κοίλην*] *λ* eras. B; *κοί-* in ras. m. 1 P.

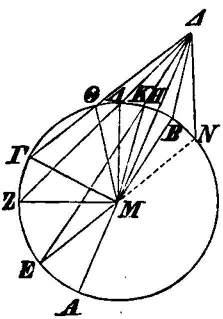
*μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.*

*Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ διήχθωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ ΔΑ, ΔΕ, ΔΖ, ΔΓ, ἔστω δὲ ἡ ΔΑ διὰ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι τῶν μὲν πρὸς τὴν ΑΕΖΓ κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΔΑ, μείζων δὲ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ, τῶν δὲ πρὸς τὴν ΘΛΚΗ κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ ΔΗ ἡ μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς ΑΗ, ἀεὶ*

---

1. *ἐστιν*] *ἔσται* B. Post *κέντρου* add. P: *ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου προσπίπτουσα*; idem p, omisso *προσπίπτουσα*; del. m. 2; *ἐλαχίστη μέν ἐστιν* (hucusque φ) *ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου* F, supra scripto β m. 2; supra *τῶν* lin. 1 scr. α m. 2. *δέ*] *δ'* B. 2. *ἔγγειον* P. *ἀπώτερων* P, *ἀπωτέρω* p. 3. *ἐστίν*] PF; comp. p; *ἐστί* V; *ἔσται* B. 4. *ἐλαχίστη* — 5. *διαμέτρου*] mg. m. 2 P; om. p et F, supra *εὐθειῶν* est β m. 2. 5. *ἐστιν*] PV, *ἔσται* B. 6. *τῶν δὲ ἄλλων*] om. p, add. m. 2 PF. *δ'* B. *ἔγγειον* P. 7. *ἀπωτέρω* Pp. *ἐλάττων* (in ras. m. 1) *ἐστίν* p. *ἐστιν*] *ἔσται* B. *ἐλάσσων* F. 8. *ἴσαι*] P m. 1, F; om. p; *εὐθεῖαι ἴσαι* B; *ἴσαι εὐθεῖαι* V, P m. 2. *τοῦ*] *τοῦ αὐτοῦ* B. 9. *πρός*] *ἴσαι πρός* p. 10. Post *ἔστω* ras. 1 litt. V. *καὶ τοῦ ΑΒΓ*] om. F. *εἰλήφω* φ. 12. *τινες*] P, F m. 1, V m. 1; *τινες πρὸς τὸν κύκλον* Bp, F m. 2, V m. 2. In ipsa propositione Augustus suo arbitrio ordinem uerborum

bitus adcidunt, maxima est, quae per centrum ducta est, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum est, remotiore maior est, rectarum autem ad conuexam partem ambitus adcidentium minima est, quae inter punctum et diametrum posita est, ceterarum autem proxima quaeque minimae remotiore minor, et duae solae rectae a puncto illo ad circulum adcident in utraque parte minimae.




Sit circulus $AB\Gamma$, et extra $AB\Gamma$ sumatur punctum aliquod $\Delta$, et ab eo rectae aliquot educantur $\Delta A$, $\Delta E$, $\Delta Z$, $\Delta\Gamma$, et $\Delta A$ per centrum ducta sit. dico, rectarum ad cauam partem ambitus $AEZ\Gamma$ adcidentium maximam esse eam, quae per centrum ducta sit, $\Delta A$, et $\Delta E > \Delta Z$, $\Delta Z > \Delta\Gamma$, earum autem, quae ad conuexam partem ambitus $\Theta\Lambda KH$ adcidant, minimam esse $\Delta H$, quae inter punctum et diametrum $AH$ posita sit, et proximam

mutauit, sed parum recte; neque enim Euclides demonstrat $\Delta A$ maximam, $\Delta H$ minimam esse omnium rectarum a $\Delta$ adcidentium, quod tamen inde facile sequitur, quod rectae ad $\Theta\Lambda KH$ adcidentes omnino minores sunt ceteris. Campanus omisit p. 182 l. 23: ὧν μία — 25. εὐθειῶν, cetera ut nos praebet. Eutocius p. 182, 24—25 et p. 184, 3—4 ut nos legit.
15. Post $\Delta A$ add. ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ $\Delta$ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς $AH$ BFV; idem P ($\Delta H$ pro $AH$) et p addito τε ante $\Delta$ et supra μεταξύ scripto ἡ $\Delta H$; ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς $AH$ ed. Basil.
16. τῆς] (alt.) τῇ FV. 17. $\Theta\Lambda KH$] $K$ corr. ex $H$ V m. 1.
18. ἐλαχίστη — 19. $AH$] om. PBFVp, ed. Basil.; corr. Gregorius. 19. ἀεί] αἰεί F.

*δὲ ἡ ἔγγιον τῆς ΔΗ ἐλαχίστης ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀπώτερον, ἡ μὲν ΔΚ τῆς ΔΛ, ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ.*

*Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Μ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΕ, ΜΖ, ΜΓ, ΜΚ, ΜΛ, ΜΘ.*

*Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΜ τῇ ΕΜ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΔ· ἡ ἄρα ΑΔ ἴση ἐστὶ ταῖς ΕΜ, ΜΔ. ἀλλ' αἱ ΕΜ, ΜΔ τῆς ΕΔ μείζονές εἰσιν· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΕΔ μείζων ἐστίν. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΕ τῇ ΜΖ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ, αἱ ΕΜ, ΜΔ ἄρα ταῖς ΖΜ, ΜΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΜΔ γωνίας τῆς ὑπὸ ΖΜΔ μείζων ἐστίν. βάσις ἄρα ἡ ΕΔ βάσεως τῆς ΖΔ μείζων ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΖΔ τῆς ΓΔ μείζων ἐστίν· μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΑ, μείζων δὲ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ, ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ.*

*Καὶ ἐπεὶ αἱ ΜΚ, ΚΔ τῆς ΜΔ μείζονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ΜΗ τῇ ΜΚ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΔ λοιπῆς τῆς ΗΔ μείζων ἐστίν· ὥστε ἡ ΗΔ τῆς ΚΔ ἐλάττων ἐστίν· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΜΛΔ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΜΔ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάθησαν αἱ ΜΚ, ΚΔ, αἱ ἄρα ΜΚ, ΚΔ τῶν ΜΛ, ΛΔ ἐλάττονές εἰσιν·*

---

1. *δέ*] om. PBFVp, ed. Basil.; corr. Gregorius. *ἔγγειον* P, sed corr. *ἐλάσσων ἐστίν* PF. *ἀπωτέρω* p. 4. *ΜΕ*] corr. ex *ΕΜ* m. 2 V. *ΜΓ*] *ΜΕ*? φ (non F). 7. *ΔΜ* P. *ἐστίν* P. *ταῖς*] corr. ex *τά* m. 1 F. 8. *ἀλλ' αἱ*] *αἱ δέ* P. *τῆς*] supra m. 1 P. *εἰσιν*] PBF; *εἰσι* Vp. 9. *ἐστίν*] PF; *ἐστί* uulgo. 10. *ΕΜ τῇ ΖΜ* P. *δέ*] cum Gregorio; *προσκείσθω* PBFVp. *ἡ*] om. V. 11. *εἰσίν*] PBF; *εἰσί* Vp. *καὶ γωνία*] mutat. in *γωνία δέ* m. rec. F. *ΕΜΔ*] E supra m. 1 F. 12. *ἐστίν*] comp. p; *ἐστί* uulgo. 13. *ἐστί* P. 14. *ΔΖ* P. *ΓΔ*] *Δ* in ras. V. *ἐστίν*] P; comp. p; *ἐστί* uulgo. 15. *μὲν ΔΕ*] litt. *μὲν Δ* in ras. p. 19. *ὥστε καί* p. *ΔΗ τῆς ΔΚ* P. *ἐλάττων*] *ἐλαχίστη* F;

quamque minimae $\Delta H$ remotiore minorem, $\Delta K < \Delta \Lambda$, $\Delta \Lambda < \Delta \Theta$.[1])

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit $M$. et ducantur $ME$, $MZ$, $M\Gamma$, $MK$, $M\Lambda$, $M\Theta$. et quoniam $AM = EM$, communis adiiciatur $M\Delta$. itaque $A\Delta = EM + M\Delta$. uerum

$$EM + M\Delta > E\Delta \text{ [I, 20]}.$$

quare etiam $A\Delta > E\Delta$. rursus quoniam $ME = MZ$, et communis est $M\Delta$, erunt $EM$, $M\Delta$ et $ZM$, $M\Delta$ aequales.[2]) et $\angle EM\Delta > ZM\Delta$. itaque $E\Delta > Z\Delta$ [I, 24]. similiter demonstrabimus, esse etiam $Z\Delta > \Gamma\Delta$. ergo maxima est $\Delta A$, et $\Delta E > \Delta Z$, $\Delta Z > \Delta \Gamma$.

et quoniam $MK + K\Delta > M\Delta$ [I, 20], et

$$MH = MK,$$

erit $K\Delta > H\Delta$. quare etiam $H\Delta < K\Delta$. et quoniam in triangulo $M\Lambda\Delta$ in uno latere $M\Delta$ duae rectae $MK$, $K\Delta$ intra constitutae sunt, erunt

$$MK + K\Delta < M\Lambda + \Lambda\Delta \text{ [I, 21]}.$$

1) Ne hic quidem emendationes Augusti a mutationibus ab eodem in propositione factis pendentes recipiendas esse duxi, sed emendatione Gregorii leniore, quamquam et ipsa ob consensum codicum incertissima, usus uerba ἐλαχίστη μέν — διαμέτρου τῆς $AH$ transposui a p. 184, 16 ad lin. 19 et huic loco adcommodaui. eodem ducit tenor et propositionis et demonstrationis. sine dubio et transpositio omnium codicum hoc loco et interpolatio nonnullorum p. 184, 1 (cfr. 4) satis antiquo tempore a mathematico imperito ad similitudinem prop. VII factae sunt, in quam rursus p. 178, 19 in F ex prop. VIII quaedam irrepserunt.

2) Lin. 10 error codicum iam ante Theonem ex lin. 6 ortus erat.

ἐλάσσων Bp. ἐστί B. Post ἐστίν add. ἐλαχίστη ἄρα ἐστίν PV; om. BFp, Augustus. 21. συνεστήκεσαν p. 22. αἱ ἄρα $MK$, $K\Delta$] ἄρα P. ἐλάττους P, ἐλάσσονες F. Ante τῶν in F lacun. 3 litt.

ἴση δὲ ἡ ΜΚ τῇ ΜΛ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΚ λοιπῆς τῆς ΔΛ ἐλάττων ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ η ΔΛ τῆς ΔΘ ἐλάττων ἐστίν· ἐλαχίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΗ, ἐλάττων δὲ ἡ μὲν ΔΚ τῆς ΔΛ ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ.

Λέγω, ὅτι καὶ δύο μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ Δ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΔΗ ἐλαχίστης· συνεστάτω πρὸς τῇ ΜΔ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Μ τῇ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΔΜΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΚ τῇ ΜΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ, δύο δὴ αἱ ΚΜ, ΜΔ δύο ταῖς ΒΜ, ΜΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΜΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΚ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν. λέγω [δή], ὅτι τῇ ΔΚ εὐθείᾳ ἄλλη ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΔΝ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΔΚ τῇ ΔΝ ἐστιν ἴση, ἀλλ' ἡ ΔΚ τῇ ΔΒ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΔΝ ἐστιν ἴση, ἡ ἔγγιον τῆς ΔΗ ἐλαχίστης τῇ ἀπώτερον [ἐστιν] ἴση· ὅπερ ἀδύνατον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα πλείους ἢ δύο ἴσαι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΔΗ ἐλαχίστης προσπεσοῦνται.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου αἱ δὲ λοιπαί, ὡς ἔτυχεν,

---

1. ἴση δέ] PF; ὧν ἐστιν ἴση BV; ὧν p. ΜΛ] ΜΔ ἴση ἐστίν p. 2. ἐλάσσων F, ut lin. 3. 3. ΔΗ] ΔΗ τῆς ΔΚ Fp et V eras. 4. ἐλάσσων Bp. ἐλάττων δὲ ἡ μέν] ἡ δέ F. 5. καί] om. Bp. ἴσαι] P, F m. 1; ἴσαι εὐθεῖαι V, F m. 2; εὐθεῖαι ἴσαι Bp. 7. γὰρ πρός F. 9. γωνία] om. p. 10. ΜΚ] ΒΜ B, ΜΒ p et V e corr. ΜΒ] ΜΚ Bp et V e corr. 11. δυσί BVp. ἑκατέρα] ἑκατέραι V. 13. ἴση]

uerum $MK = M\varLambda$. itaque $\varDelta K < \varDelta\varLambda$. similiter demonstrabimus, esse etiam $\varDelta\varLambda < \varDelta\varTheta$. ergo minima est $\varDelta H$, et $\varDelta K < \varDelta\varLambda$, $\varDelta\varLambda < \varDelta\varTheta$.

dico etiam, duas solas aequales a puncto $\varDelta$ ad circulum adcidere in utraque parte minimae $\varDelta H$. construatur ad rectam $M\varDelta$ et punctum eius $M$ angulo $KM\varDelta$ aequalis $\angle\, \varDelta MB$ [I, 23], et ducatur $\varDelta B$. et quoniam $MK = MB$, et communis est $M\varDelta$, duae rectae $KM$, $M\varDelta$ duabus $BM$, $M\varDelta$ aequales sunt altera alteri; et $\angle\, KM\varDelta = BM\varDelta$. itaque $\varDelta K = \varDelta B$ [I, 4]. dico, rectae $\varDelta K$ aequalem aliam rectam non adcidere ad circulum a puncto $\varDelta$. nam, si fieri potest, adcidat et sit $\varDelta N$. iam quoniam $\varDelta K = \varDelta N$, et $\varDelta K = \varDelta B$, erit etiam $\varDelta B = \varDelta N$, propior minimae $\varDelta H$ remotiori; quod fieri non potest [u. supra]. quare plures quam duae aequales non adcident ad circulum $AB\Gamma$ a $\varDelta$ puncto in utraque parte minimae $\varDelta H$.

Ergo si extra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot educun-

---

(prius) P, F m. 1, p; *ἴση ἐστί* V, F m. 2; *ἐστιν ἴση* B. *ἐστίν*] P, comp. p, *ἐστί* uulgo. 14. *δή*] om. Pp. $\varDelta K$] $K$ in ras. V, $B\varDelta$ F; $\varDelta B$ φ. 15. *πρὸς*] post *κα* m. 1 *πρός* φ; mg. *γρ. πρὸς τὸν κύκλον* F. 16. *-πιπτέτω* in ras. V. 17. *ἀλλά* P. $\varDelta K$] $K\varDelta$ F. $\varDelta B$] $B$ e corr. V. 18. *ἄρα*] supra comp. F m. 2. *ἔγγειον* P, sed corr. 19. *ἀπωτέρω* p. *ἐστιν*] deleo; cfr. p. 182, 9. *ἐστιν ἴση*] om. p, August. *ἐδείχθη*] om. B, August. Post hoc uerbum legitur alia demonstratio; u. append. 20. *ἢ δύο ἴσαι*] P et sine dubio F m. 1; *ἀδύνατ* φ seq. *αι* m. 1 (pro *ἀδύν* habuit F *ἢ δύο*), supra scr. *μόνον εὐθεῖαι* m. 2; *ἢ δύο μόνον εὐθεῖαι ἴσαι* B, et V, sed *μόνον* m. 2 supra scr. est; *ἢ δύο εὐθεῖαι προσπεσοῦνται* p. *πρός* — 21. *σημείον*] *ἀπὸ τοῦ* $\varDelta$ *σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν* $AB\Gamma$ *κύκλον* B. 21. *κύκλον*] m. 2 F. $\varDelta$] corr. ex $\Gamma$ V. 22. *προσπεσοῦνται*] om. Bp. 23. *ἀπὸ δέ* — p. 190, 9: *ἐλαχίστης*] *καὶ τὰ ἑξῆς* PBFV. 25. *ἔτυχε* p.

*τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

θ'.

*Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.*

*Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ· λέγω, ὅτι τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.*

*Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΒΓ καὶ τετμήσθωσαν δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΔ, ΖΔ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Η, Κ, Θ, Λ σημεῖα.*

*Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΔ δύο ταῖς ΒΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΑ βάσει τῇ ΔΒ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ*

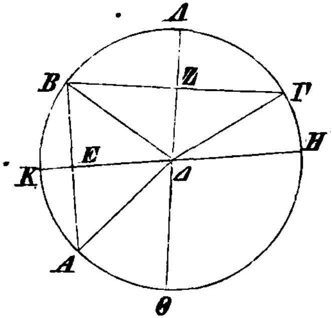
---

2. *τῶν δὲ ἄλλων* — 10. *δεῖξαι*] *καὶ τὰ ἑξῆς* p. 13. *προσπίπτωσι*] *προσπίπτουσι* Vp. 14. *εὐθεῖαι ἴσαι* BV. 18. *εὐθεῖαι ἴσαι* BVp. 22. ΖΔ] PBF, V m. 2; ΔΖ p, V m. 1. *Κ, Η, Λ, Θ* P. 24. *δυσί* Bφp. *εἰσίν*] PFV; *εἰσί* Bp. 25. *καί*] m. 2 V. *βάσις ἄρα* V. *ἴση*] P et postea inserto *ἐστί* F; *ἴση ἐστί* V; *ἐστιν ἴση* Bp.

tur, quarum una per centrum, ceterae autem utcunque ductae sunt, earum rectarum, quae ad cauam partem ambitus adcidunt, maxima est, quae per centrum ducta est, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum est, remotiore maior est, rectarum autem ad conuexam partem ambitus adcidentium minima est, quae inter punctum et diametrum posita est, ceterarum autem proxima quaeque minimae remotiore minor, et duae solae rectae a puncto illo ad circulum adcident in utraque parte minimae; quod erat demonstrandum.

## IX.

Si intra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum plures quam duae rectae aequales ad circulum adcidunt, sumptum punctum centrum est circuli.




Sit circulus $ΑΒΓ$, et intra eum punctum $Δ$, et a $Δ$ ad $ΑΒΓ$ circulum plures quam duae rectae aequales adcidant $ΔΑ$, $ΔΒ$, $ΔΓ$. dico, punctum $Δ$ centrum esse circuli $ΑΒΓ$.

ducantur enim $ΑΒ$, $ΒΓ$ et secentur in duas partes aequales in punctis $E$, $Z$, et ductae $EΔ$, $ZΔ$ educantur ad puncta $H$, $K$, $Θ$, $Λ$.

iam quoniam $ΑE = EΒ$, et communis est $EΔ$, duae rectae $ΑE$, $EΔ$ duabus $ΒE$, $EΔ$ aequales sunt. et $ΔΑ = ΔΒ$. itaque $\angle ΑEΔ = ΒEΔ$ [I, 8]. itaque

*ΑΕΔ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΒΕΔ* ἴση ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ὑπὸ *ΑΕΔ*, *ΒΕΔ* γωνιῶν· ἡ *ΗΚ* ἄρα τὴν *ΑΒ* τέμνει δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ ἐπεί, ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἐπὶ τῆς *ΗΚ* ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς *ΘΛ* ἐστι τὸ κέντρον τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου. καὶ οὐδὲν ἕτερον κοινὸν ἔχουσιν αἱ *ΗΚ*, *ΘΛ* εὐθεῖαι ἢ τὸ *Δ* σημεῖον· τὸ *Δ* ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ιʹ.

*Κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.*

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ *ΑΒΓ* κύκλον τὸν *ΔΕΖ* τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ *Β*, *Η*, *Ζ*, *Θ*, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ *ΒΘ*, *ΒΗ* δίχα τεμνέσθωσαν κατὰ τὰ *Κ*, *Λ* σημεῖα· καὶ ἀπὸ τῶν *Κ*, *Λ* ταῖς *ΒΘ*, *ΒΗ*

---

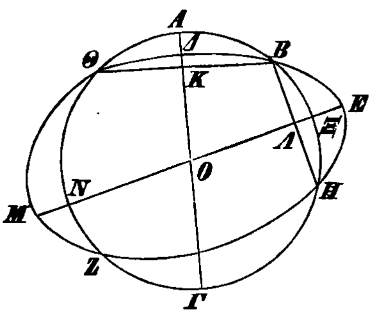
1. ἐστι V. ἄρα] PB, F in ras.; γάρ p in ras., V m. 1; ἐστιν ἄρα V m. 2. 2. ἡ] καὶ ἡ p. ἄρα] om. p. 3. τέμνει δίχα] P; δίχα τέμνει B, δίχα τέμνουσα V (sed -νουσα et seq. καί in ras.), p, F (δίχα τέμνουσι φ). ὀρθάς] ὀρθὰς τέμνει Vp et F in ras. καὶ ἐπεί] in ras. F, seq. in mg. transeunt. καὶ ἐπεί — 5. τέμνῃ] mg. m. rec. P. τε] in fine lin., in mg. add. μνῃ m. 2 B. 5. τέμνῃ] τέμνει FV. τῆς] om. F? ἐστίν F. 6. ἐστίν B. 7. ἐστιν P. 8. *ΑΒΓ*] om. p. κύκλου] m. 2 F; om. B. 12. προσπίπτωσι — 14. κύκλου] καὶ τὰ ἑξῆς p. 12. -πίπτωσι in ras. F. 13. εὐθεῖαι ἴσαι B. 14. Seq. alia demonstratio, de qua u. appendix. 15. ιαʹ F, sed α eras. 18. *ΔΕΖ*] corr. ex

uterque angulus $AE\Delta$, $BE\Delta$ rectus est [I, def. 10]. ergo $HK$ rectam $AB$ et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat. et quoniam, si in circulo recta aliqua aliam rectam et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in secanti erit centrum circuli [prop. I coroll.], centrum circuli in $HK$ erit. eadem de causa etiam in $\Theta\Lambda$ erit centrum circuli $AB\Gamma$. nec ullum aliud commune punctum habent $HK$, $\Theta\Lambda$ rectae ac $\Delta$ punctum. itaque $\Delta$ centrum est circuli $AB\Gamma$.

Ergo si intra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto plures quam duae rectae aequales ad circulum adcidunt, sumptum punctum centrum est circuli; quod erat demonstrandum.

## X.

Circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus.




nam, si fieri potest, circulus $AB\Gamma$ circulum $\Delta EZ$ in pluribus secet punctis quam duobus $B$, $H$, $Z$, $\Theta$, et ductae $B\Theta$, $BH$ in punctis $K$, $\Lambda$ in duas partes aequales secentur, et a $K$, $\Lambda$ ad $B\Theta$, $BH$ perpendicu-

$\Delta EH$ m. 2 V. 19. Z, $\Theta$] corr. ex $\Theta$, Z m. 2 V. 20. $B\Theta$, $BH$] P; $B\Theta$, $HB$ F m. 1; $BH$, $\Theta B$ F m. 2; $BH$, $B\Theta$ BVp. τετμήσθωσαν δίχα p. τετμήσθωσαν P. 21. $B\Theta$, $BH$] BF, V m. 2; $BH$, $B\Theta$ Pp, V m. 1.

πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ ΚΓ, ΛΜ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Α, Ε σημεῖα.

Ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ ΑΒΓ εὐθεῖά τις ἡ ΑΓ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΘ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς ΑΓ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου. πάλιν, ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ αὐτῷ τῷ ΑΒΓ εὐθεῖά τις ἡ ΝΞ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΗ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς ΝΞ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ, καὶ κατ' οὐδὲν συμβάλλουσιν αἱ ΑΓ, ΝΞ εὐθεῖαι ἢ κατὰ τὸ Ο· τὸ Ο ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου κέντρον ἐστὶ τὸ Ο· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τὸ αὐτό ἐστι κέντρον τὸ Ο· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ιαʹ.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ

---

1. ΚΓ, ΛΜ] litt. Γ, Λ in ras. m. 2 F; ΚΛ, ΓΜ V, sed corr. m. 1. 2. Α, Ε] in ras. p; ΛΕ, ΗΛ P. 3. τῷ] e corr. V m. 2. 4. δίχα τε BVp. καί] supra m. 2 F. 7. δίχα τέμνει καὶ πρὸς ὀρθὰς p. Ante ὀρθάς ras. 1 litt. V. 8. τὸ κέντρον ἐστί BVp. 9. καί] (prius) m. 2 V. 10. εὐθεῖαι] om. p. ἤ] P, F m. 1; ἀλλήλαις ἤ BVp, F m. 2.

lares ducantur $K\Gamma$, $\Delta M$ et educantur ad $A$, $E$ puncta. iam quoniam in circulo $AB\Gamma$ recta aliqua $A\Gamma$ aliam rectam $B\Theta$ in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in $A\Gamma$ erit centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I coroll.]. rursus quoniam in circulo eodem $AB\Gamma$ recta quaedam $N\Xi$ aliam rectam $BH$ in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in $N\Xi$ erit centrum circuli $AB\Gamma$ [id.]. sed demonstratum est, idem in $A\Gamma$ esse, nec usquam concurrunt rectae $A\Gamma$, $N\Xi$ excepto puncto $O$. $O$ igitur centrum est circuli $AB\Gamma$. similiter demonstrabimus, $O$ etiam circuli $\Delta EZ$ centrum esse. itaque duo circuli inter se secantes $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ idem habent centrum $O$; quod fieri non potest [prop. V].

Ergo circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus; quod erat demonstrandum.

## XI.

Si duo circuli intra contingunt inter se, et sumpta erunt centra eorum, recta centra eorum coniungens producta etiam[1]) in punctum contactus circulorum cadet.

nam duo circuli $AB\Gamma$, $A\Delta E$ intra contingant inter se in $A$ puncto, et sumatur circuli $AB\Gamma$ cen-

1) Minus recte in B post *ἐκβαλλομένη* interpungitur; quamquam usus Euclidis potius *ἐκβαλλομένη καί* postulat; *καί* deleuit Gregorius.

13. *δύο ἄρα* — 14. *τὸ O*] om. P. 14. *ἐστίν*] om. p. 17. *ἢ δύο*] om. P. Sequitur alia demonstratio, u. appendix. 18. *ια'*] om. φ. 19. *ἐντός*] mg. m. 1 P. 20. *καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα*] om. B. 21. *καί*] om. V. 22. *πεσεῖται*] litt. *σειτ-* in ras. m. 2 V. 24. *ἀπτέσθωσαν* Theon (BFVp).

μὲν ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Ζ, τοῦ δὲ ΑΔΕ τὸ Η· λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Α πεσεῖται.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ὡς ἡ ΖΗΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΑΗ.

Ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΗ, ΗΖ τῆς ΖΑ, τουτέστι τῆς ΖΘ, μείζονές εἰσιν, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῆς τῆς ΗΘ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ ἡ ΑΗ τῇ ΗΔ· καὶ ἡ ΗΔ ἄρα τῆς ΗΘ μείζων ἐστὶν ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται· κατὰ τὸ Α ἄρα ἐπὶ τῆς συναφῆς πεσεῖται.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, [καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα], ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα [καὶ ἐκβαλλομένη] ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ιβ'.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐκτὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓ κέντρον τὸ Ζ, τοῦ δὲ ΑΔΕ τὸ Η· λέγω,

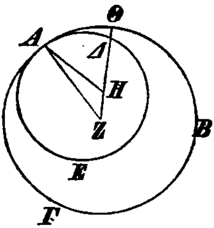
---

1. μέν] om. B. τὸ κέντρον τό P. 3. Α σημεῖον FV, P m. rec. 4. ΖΗΘ] ΖΘ F, Η supra scr. m. 2. 6. αἱ] ἡ P. ΖΑ] in ras. m. 1 V. τῆς ΖΑ] mg. m. 1 P. τουτέστιν P. 7. εἰσιν] P; εἰσι uulgo. ΖΗ] Η in ras. V. 8. ἴση δέ — 9. ἐστιν] mg. m. 2 B (ἐστι). ἴση δὲ ἡ ΑΗ τῇ ΗΔ] in ras. p. ΑΗ] PB, F m. 1, V m. 1; ΔΗ p, F m. 2, V m. 2. 9. ΗΔ] PB, F m. 1, V m. 1; ΑΗ p, F m. 2, V m. 2. ἐλάσσων Fp. 10. ἐστίν] PF; om. BVp. ἡ] supra m. 1 P. 11. Post ἐκτός add. τῆς κατὰ τὸ Α συναφῆς Theon (BFVp),

trum $Z$, circuli autem $A\Delta E$ centrum $H$ [prop. I]. dico, rectam $H, Z$ coniungentem productam in $A$ casuram esse.

ne cadat enim, sed si fieri potest, cadat ut $ZH\Theta$ et ducantur $AZ$, $AH$. iam quoniam

$$AH + HZ > ZA \text{ [I, 20]},$$




h. e. $AH + HZ > Z\Theta$, subtrahatur, quae communis est, $ZH$. itaque $AH > H\Theta$. sed $AH = H\Delta$. itaque etiam $H\Delta > H\Theta$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque recta $Z, H$ coniungens extra non cadet. quare in $A$ in punctum contactus cadet.

Ergo si duo circuli intra contingunt inter se, et sumpta erunt centra eorum, recta centra eorum coniungens producta etiam in punctum contactus circulorum cadet; quod erat demonstrandum.

## XII.

Si duo circuli extrinsecus contingunt inter se, recta centra eorum coniungens per punctum contactus ibit.

nam duo circuli $AB\Gamma$, $A\Delta E$ extrinsecus contingant inter se in puncto $A$, et sumatur circuli $AB\Gamma$ centrum $Z$, circuli autem $A\Delta E$ centrum $H$ [prop. I].

---

P m. rec. 12. *κατὰ τὸ A ἄρα ἐπὶ τῆς συναφῆς πεσεῖται*] P; *ἐπ' αὐτῆς ἄρα* p; *ἐπ' αὐτῆς* B, *ἄρα* add. m. 2; *ἐπ' αὐτὴν ἄρα* V; *ἐπ' αὐτοῖς ἄρα* F. 13. *ἐφάπτωνται*] *ἅπτωνται* PB, et F, sed *ἐφ-* supra m. 1. 14. *καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα*] mg. m. 2 F; om. PVp. 15. *καὶ ἐκβαλλομένη*] om. PFp. 16. *τῶν κύκλων*] om. p. Seq. alia demonstratio; u. appendix. 17. *ιβ'*] om. φ. 18. *ἅπτωνται* Theon (BFVp). 19. *εὐθεῖα διά* BV, F m. 2. 23. *ABΓ*] e corr. F. Dein *κύκλου* add. pφ, V m. 2.

ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἐρχέσθω ὡς ἡ ΖΓΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΑΗ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΑ τῇ ΖΓ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΔΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΑ τῇ ΖΓ ἴση· αἱ ἄρα ΖΑ, ΑΗ ταῖς ΖΓ, ΗΔ ἴσαι εἰσίν· ὥστε ὅλη ἡ ΖΗ τῶν ΖΑ, ΑΗ μείζων ἐστίν· ἀλλὰ καὶ ἐλάττων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς οὐκ ἐλεύσεται· δι' αὐτῆς ἄρα.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη [εὐθεῖα] διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ιγʹ.

*Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.*

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ ΑΒΓΔ κύκλου τοῦ ΕΒΖΔ ἐφαπτέσθω πρότερον ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν τὰ Δ, Β.

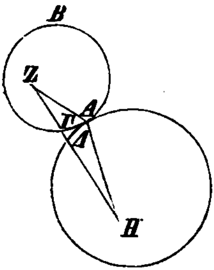
---

2. κατὰ τὸ Α] supra m. 2 V. 4. ΑΖ] ΖΑ P. 6. ΖΑ] Α V. 8. ΑΗ F. Ante ΗΔ 1 litt. eras. F. 9. ΖΓ] Ζ V, corr. ex Γ m. 1. ΗΔ] ΔΗ Pp. 10. ἐλάττων] ἐλάσσων F; ἡ ἐλάττων V. 11. ἐστίν] om. p. τοῦ] τό B. 12. Η] Μ φ (non F). 13. αὐτήν φ. ἄρα] om. B. 14. Ἐάν] ἄν V. 15. ἡ ἐπί] in ras. m. 2 V. εὐθεῖα διά] PBFV. 14. ἐὰν ἄρα — 16. ἐλεύσεται] om. p. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :— BF. 17. ιγʹ] ιεʹ F; corr. m. 2.

dico, rectam $Z$, $H$ coniungentem per punctum contactus $A$ ire.

ne eat enim, sed si fieri potest, cadat ut $Z\Gamma\Delta H$, et ducantur $AZ$, $AH$. iam quoniam $Z$ punctum centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $ZA = Z\Gamma$. rursus quoniam $H$ punctum centrum est circuli $A\Delta E$, erit

$$AH = H\Delta.$$




sed demonstratum est, etiam $ZA = Z\Gamma$. itaque

$$ZA + AH = Z\Gamma + H\Delta.$$

quare $ZH > ZA + AH$. uerum etiam $ZH < ZA + AH$ [I, 20]; quod fieri non potest. itaque recta $Z$, $H$ coniungens extra punctum contactus $A$ non ibit. quare per $A$ ibit.

Ergo si duo circuli extrinsecus contingunt inter se recta centra eorum coniungens per punctum contactus ibit; quod erat demonstrandum.

## XIII.

Circulus circulum non contingit in pluribus punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit.

nam si fieri potest, circulus $AB\Gamma\Delta$ circulum $EBZ\Delta$ prius intra contingat in pluribus punctis quam

---

18. *οὐκ*] supra m. 2 PV. *κατὰ τά* V, sed corr. 19. *ἐντός*] *ἐντὸς ἐφάπτηται* P; *ἐκτός* B et V m. 2 (*ἐντός* m. 1). *ἐκτός*] *ἐντός* BV. 20. *ἐφάπτηται*] om. P. 21. $AB\Gamma\Delta$] $AB\Gamma$ lac. 1 litt. φ. 22. $EZ$, $Z\Delta$ P, corr. m. rec. *ἀπτέσθω* Bp et F m. 1 (corr. m. 2). 23. $\Delta$, $B$] $B$, $\Delta$ Pp.

*Καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓΔ κύκλου κέντρον τὸ Η, τοῦ δὲ ΕΒΖΔ τὸ Θ.*

*Ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευγνυμένη ἐπὶ τὰ Β, Δ πεσεῖται. πιπτέτω ὡς ἡ ΒΗΘΔ. καὶ ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ ΗΔ· μείζων ἄρα ἡ ΒΗ τῆς ΘΔ· πολλῷ ἄρα μείζων ἡ ΒΘ τῆς ΘΔ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΘ τῇ ΘΔ· ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν.*

*Λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἐκτός.*

*Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ ΑΓΚ κύκλου τοῦ ΑΒΓΔ ἐφαπτέσθω ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν τὰ Α, Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ.*

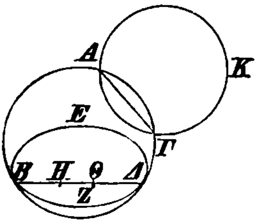
*Ἐπεὶ οὖν κύκλων τῶν ΑΒΓΔ, ΑΓΚ εἴληπται ἐπὶ τῆς περιφερείας ἑκατέρου δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Γ, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς ἑκατέρου πεσεῖται· ἀλλὰ τοῦ μὲν ΑΒΓΔ ἐντὸς ἔπεσεν, τοῦ δὲ ΑΓΚ ἐκτός· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐντός.*

*Κύκλος ἄρα κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα*

---

1. *ΑΒΓΔ*] P, F in ras., V m. 2 (*Δ* in ras.), p m. 2; *ΑΒΓ* B, V m. 1, p m. 1. 3. *Θ*] in ras. F. *ἐπί*] PB, F m. 1; *εὐθεῖα ἐπί* Vp, F m. 2. 4. *πιπτετω* (σ supra ω) φ. 6. *ΒΗ*] (alt.) *ΔΗ* P, corr. m. rec. *τῆς*] corr. ex *τῇ* m. 2 P. *ΘΔ*] post ras. 1 litt., *Δ* postea insert. m. 1 V. 8. *ἐστὶν ἴση* V. 9. *ὅπερ ἐστίν* F. 12. *δή*] m. 2 V. 13. *δυνατὸν γάρ* p. *ΑΓΚ*] *ΑΚΓ* Fp, *ΑΓΚΛ* B, P m. 2. *ΑΒΔΓ* Bp; *ΔΓ* litt. in ras. V, eras. F. *ΑΓΚ*] *ΑΚΓ* p, *ΑΓΚΛ* B, P m. 2, V in ras. m. 2. 17. *δύο*] supra scr. m. 1 F. *τὰ Α* — 18: *σημεῖα*] mg. m. 1 P. 18. *ἡ ἄρα* P. *τὰ αὐτά* B. 19. *ΑΒΔΓ*

uno $\varDelta$, $B$. et sumatur circuli $AB\Gamma\varDelta$ centrum $H$, circuli autem $EBZ\varDelta$ centrum $\Theta$.




itaque recta $H$, $\Theta$ coniungens in $B$, $\varDelta$ cadet [prop. XI]. cadat ut $BH\Theta\varDelta$. et quoniam $H$ punctum centrum est circuli $AB\Gamma\varDelta$, erit $BH = H\varDelta$. itaque $BH > \Theta\varDelta$. quare multo magis $B\Theta > \Theta\varDelta$.

rursus quoniam $\Theta$ punctum centrum est circuli $EBZ\varDelta$, erit $B\Theta = \Theta\varDelta$. sed demonstratum est, eandem multo maiorem esse; quod fieri non potest. itaque circulus circulum intra non contingit in pluribus punctis quam uno.

dico igitur, ne extrinsecus quidem hoc fieri. nam si fieri potest, circulus $A\Gamma K$ circulum $AB\Gamma\varDelta$ extrinsecus contingat in pluribus punctis quam uno $A$, $\Gamma$, et ducatur $A\Gamma$. iam quoniam in ambitu utriusque circuli $AB\Gamma\varDelta$, $A\Gamma K$ duo quaelibet puncta sumpta sunt $A$, $\Gamma$, recta ea coniungens intra utrumque cadet [prop. II]. sed intra circulum $AB\Gamma\varDelta$ et extra circulum $A\Gamma K$ cecidit [def. 3]; quod absurdum est. itaque circulus circulum extrinsecus non contingit in pluribus punctis quam uno. demonstratum autem, ne intra quidem hoc fieri.

Ergo circulus circulum non contingit in pluribus

---

Fp. ἔπεσε Vp. 20. $A\Gamma K$] $K$ in ras. m. 1 P. 21. ἐφάψεται B, V supra scr. m. 2. 23. οὐκ] supra scr. F. ἐφάψεται BF, V e corr. m. 2.

σημεῖα ἢ [καθ’] ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ιδʹ.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΑΒ, ΓΔ· λέγω, ὅτι αἱ ΑΒ, ΓΔ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὰς ΑΒ, ΓΔ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΕΖ, ΕΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΓ.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΕΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΒ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει. ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ· διπλῆ ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΑΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΓΗ ἐστι διπλῆ· καί ἐστιν ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΓ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΖ, ΕΖ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνία· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Η γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΖ, ΖΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ

---

1. καθ’] om. PBFVp. ἐντός] ἐκτός BV. ἐκτός] ἐντός BV. Post ἐντός in F est ἤ. 2. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :∼ BF, om. P. 3. ιδʹ] ιϛʹ F; corr. m. 2. 4. ἐν] inter ε et ν 1 litt. eras. P. 7. ΑΒΔΓ p. 8. ὅτι αἱ ΑΒ, ΓΔ] P; ὅτι Theon (BFVp). 10. ΑΒΔΓ p. 12. αἱ ΕΖ — ἐπεζεύχθωσαν] mg. m. 1 P. 13. ΑΕ] litt. Α in ras. m. 2 V. ΕΓ] ΓΕ Pp. 16. τέμνει] (alt.) τεμεῖ FV. ΖΒ] ΒΖ P, ΖΘ φ (non F). 18. ἐστι]

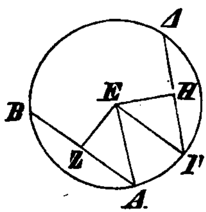
punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit; quod erat demonstrandum.

## XIV.

In circulo aequales rectae aequali spatio a centro distant, et aequali spatio distantes a centro inter se aequales sunt.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eo aequales rectae sint $AB, \Gamma\Delta$. dico, $AB, \Gamma\Delta$ aequali spatio a centro distare.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. I], et sit $E$, et ab $E$ ad $AB$, $\Gamma\Delta$ perpendiculares ducantur $EZ$, $EH$, et ducantur $AE$, $E\Gamma$.




iam quoniam recta quaedam per centrum ducta $EZ$ aliam rectam non per centrum ductam $AB$ ad angulos rectos secat, etiam in duas partes aequales eam secat [prop. III]. itaque $AZ = ZB$. ergo $AB = 2\,AZ$. eadem de causa erit etiam $\Gamma\Delta = 2\,\Gamma H$. et

$$AB = \Gamma\Delta.$$

itaque etiam $AZ = \Gamma H$.[1]) et quoniam $AE = E\Gamma$, erit $AE^2 = E\Gamma^2$. uerum $AZ^2 + EZ^2 = AE^2$ (nam angulus ad $Z$ positus rectus est) [I, 47], et

$$EH^2 + H\Gamma^2 = E\Gamma^2$$

(nam angulus ad $H$ positus rectus est) [id.]. quare

1) I κοιν. ἐνν. 6, quae cum genuina non sit, Euclides usus erat I κοιν. ἐνν. 3.

ἐστιν B. 19. ἐπεί] ἐπί φ (non F). 20. $AE$] mutat. in $\Gamma E$ V; m. 2, $\Gamma E$ in ras. B; eras. F, in quo seq. γωνον (post lacun.) τριγώνῳ. $E\Gamma$] $AE$ B et e corr. V; in F euan. 21. μέν] om. B. ἴσα ἐστί B. $EZ$] $ZE$ Pp. 23. ἴσα ἐστί B. $H\Gamma$] corr. ex $\Gamma H$ V. $H$] $Z$ φ (non F). 24. ἐστίν P.

*τῶν ΓΗ, ΗΕ, ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. ἐν δὲ κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου.*

*Ἀλλὰ δὴ αἱ ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖαι ἴσον ἀπεχέτωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου, τουτέστιν ἴση ἔστω ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.*

*Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΑΖ, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΑ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΑ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἐστιν ἴσον· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· καί ἐστι τῆς μὲν ΑΖ διπλῆ ἡ ΑΒ, τῆς δὲ ΓΗ διπλῆ ἡ ΓΔ· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.*

*Ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

---

3. *τῷ*] P, V m. 1; *λοιπῷ τῷ* BFp, V m. 2. Ante *τῷ* in V est *ἴσον ἐστί.* *ἴσον ἐστίν*] om. V, *ἐστιν ἴσον* Pp. *ἄρα καὶ ἡ* P. 4. ΕΖ] ΖΕ P. 5. *αἱ*] om. p. 8. *ἀλλὰ δή*] *πάλιν* Bp. 9. ΕΖ] corr. ex *ΑΖ* m. 2 P. 10. *ἐστίν* P. 11. *ὁμοίως δή* BFp. 13. *ἐστί*] om. BV, *καί* p, *ἐστίν* P. 14. *ἀλλά*] m. 2 V. 15. *ἐστίν* P. 17. *ἴσα*] *ἴσαι* φ. *ἐστίν* P. *τὸ ἀπὸ τῆς*] mg. m. 2 V. 18. ΕΖ] P, F m. 1; *ΕΗ* Bp, F m. 2, V mg. m. 2. Deinde in p seq. *ἴσον ἐστί.* *τῷ*]

$$AZ^2 + ZE^2 = \Gamma H^2 + HE^2.$$

sed $AZ^2 = \Gamma H^2$; nam $AZ = \Gamma H$. itaque

$$ZE^2 = EH^2.$$

quare $EZ = EH$. in circulo autem aequali spatio a centro distare dicuntur rectae, si rectae a centro ad eas perpendiculares ductae aequales sunt [def. 4]. ergo $AB$, $\Gamma\Delta$ aequali spatio distant a centro.

Uerum rectae $AB$, $\Gamma\Delta$ aequali spatio distent a centro, h. e. sit $EZ = EH$. dico, esse $AB = \Gamma\Delta$.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus esse $AB = 2\,AZ$, $\Gamma\Delta = 2\,\Gamma H$. et quoniam

$$AE = \Gamma E,$$

erit etiam $AE^2 = \Gamma E^2$. uerum

$$EZ^2 + ZA^2 = AE^2 \text{ [I, 47]},$$

et $EH^2 + H\Gamma^2 = \Gamma E^2$ [id.]. itaque

$$EZ^2 + ZA^2 = EH^2 + H\Gamma^2.$$

sed $EZ^2 = EH^2$; nam $EZ = EH$. itaque

$$AZ^2 = \Gamma H^2.$$

quare $AZ = \Gamma H$. et erat

$$AB = 2\,AZ,\ \Gamma\Delta = 2\,\Gamma H.$$

ergo $AB = \Gamma\Delta$.[1])

Ergo in circulo aequales rectae aequali spatio a centro distant, et aequali spatio distantes a centro inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

---

1) I *κοιν. ἔνν.* 5. Euclides ad I *κοιν. ἔνν.* 2 prouocare poterat.

---

corr. ex *τό* m. 2 V. $EH$] P, F m. 1; $EZ$ BVp, F m. 2. *ἐστιν ἴσον*] PBF; om. p; *ἴσον ἐστί* V. Deinde seq. in V: *τῷ ἀπὸ τῆς* $EH$ punctis deletum (itaque V a m. prima habuit idem quod P). $EZ$] $ZE$ p. 19. *ἐστίν* P. 20. *ἄρα*] corr. ex *γάρ* m. 2 V. *ἐστίν* P. 21. *ἤ*] (prius) supra m. 1 V. $\Gamma\Delta$] $A\Delta$ φ (non F). 23. *αἱ*] om. P. 25. *ἀλλήλοις* P.

ιε'.

*Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἡ διάμετρος τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.*

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἔγγιον μὲν τῆς ΑΔ διαμέτρου ἔστω ἡ ΒΓ, ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ· λέγω, ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΑΔ, μείζων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ.

Ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὰς ΒΓ, ΖΗ κάθετοι αἱ ΕΘ, ΕΚ. καὶ ἐπεὶ ἔγγιον μὲν τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΒΓ, ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ, μείζων ἄρα ἡ ΕΚ τῆς ΕΘ. κείσθω τῇ ΕΘ ἴση ἡ ΕΛ, καὶ διὰ τοῦ Λ τῇ ΕΚ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ ΛΜ διήχθω ἐπὶ τὸ Ν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΕ, ΕΝ, ΖΕ, ΕΗ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ τῇ ΕΛ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΜΝ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΜ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΝ, ἡ ἄρα ΑΔ ταῖς ΜΕ, ΕΝ ἴση ἐστίν. ἀλλ' αἱ μὲν ΜΕ, ΕΝ τῆς ΜΝ μείζονές εἰσιν [καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΜΝ μείζων ἐστίν], ἴση δὲ ἡ ΜΝ τῇ ΒΓ· ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΒΓ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΜΕ, ΕΝ δύο ταῖς ΖΕ, ΕΗ ἴσαι εἰσίν, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΕΝ γωνίας τῆς ὑπὸ ΖΕΗ μείζων [ἐστίν], βάσις ἄρα ἡ ΜΝ βάσεως τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν. ἀλλὰ

---

1. *ιζ'* eras. F. 2. *μέν ἐστιν* BVp. 3. *δέ*] *δ'* Bp. *ἔγγειον* P, sed corr., ut lin. 6. 10. *τῆς διὰ τοῦ* V. *ἀπωτέρω* p. 5. *ἔστω*] om. p. 7. Post *διαμέτρου* ras. 3 litt. F. 9. *Ε*] supra m. 2 V. 12. *ΕΘ. κείσθω τῇ ΕΘ*] mg. m. 2 V. *καὶ κείσθω* B. *ἴση ἡ ΕΛ*] in ras. ante lacunam 4 litt. V. 14. *ΕΜ* BVp. *ΕΖ* p. *ΗΕ* P. 15. *ἐστί*] *ἐστίν* PBF. 16. *μέν*] m. 2 V. 17. *ΕΔ*] *Δ* m. 2 V. *ΕΝ*] (alt.) *Ν* e corr. V m. 2. 18. *ἀλλά* P. *μέν*] om. BVp. *ΕΝ, ΕΜ* F; *ΕΜ, ΕΝ* p. *μείζους* p. *εἰσιν*] PBF; *εἰσι* Vp. 19. *ἄρα τῆς* p. *ἐστί* V. *ἴση δὲ ἡ — 20: μείζων*

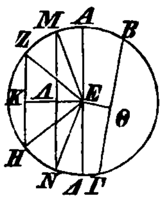
## XV.

In circulo maxima est diametrus, ceterarum autem proxima quaeque centro remotiore maior est.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et diametrus eius sit $A\Delta$, centrum autem $E$, et diametro $A\Delta$ propior sit $B\Gamma$, remotior autem $ZH$. dico, maximam esse $A\Delta$, et

$$B\Gamma > ZH.$$

ducantur enim a centro $E$ ad $B\Gamma$, $ZH$ perpendiculares $E\Theta$, $EK$. et quoniam $B\Gamma$ centro propior est, remotior autem $ZH$, erit $EK > E\Theta$ [def. 4]. ponatur $E\Lambda = E\Theta$, et per $\Lambda$ ad $EK$ perpendicularis ducta $\Lambda M$ educatur ad $N$, et ducantur $ME$, $EN$, $ZE$, $EH$. et quoniam $E\Theta = E\Lambda$, erit etiam $B\Gamma = MN$ [prop. XIV]. rursus quoniam $AE = EM$ et $E\Delta = EN$, erit $A\Delta = ME + EN$. sed




$$ME + EN > MN \text{ [I, 20]},$$

et $MN = B\Gamma$. itaque[1]) $A\Delta > B\Gamma$. et quoniam duae rectae $ME$, $EN$ duabus $ZE$, $EH$ aequales sunt, et

$$\angle MEN > ZEH,$$

erit $MN > ZH$ [I, 24]. sed demonstrandum est

1) Cum ἄρα lin. 19 in deterrimo solo codice seruatum sit, coniecturae deberi uidetur; quare puto, uerba καὶ ἡ $A\Delta$ τῆς $MN$ μείζων ἐστίν glossema antiquum esse. idem de uerbis καὶ ἡ $B\Gamma$ τῆς $ZH$ μείζων ἐστίν p. 208, 1–2 iudico.

ἐστίν] om. BVp. 20. τῆς] τῇι F. 21. $ME$] $EM$ p. εἰσίν] PF; εἰσί uulgo. 22. ἐστίν] om. P; comp. Fp; ἐστι BV. 23. ἀλλ' F.

ἡ ΜΝ τῇ ΒΓ ἐδείχθη ἴση [καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν]. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΑΔ διάμετρος, μείζων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ.

Ἐν κύκλῳ ἄρα μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛʹ.

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ περὶ κέντρον τὸ Δ καὶ διάμετρον τὴν ΑΒ· λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ ΓΑ, καὶ ἐπεζεύχθω η ΔΓ.

Ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ· τριγώνου δὴ τοῦ ΑΓΔ αἱ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΑΓ, ΑΓΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ

XVI. Eutocius in Apollonium p. 44. 59.

1. ἐδείχθη] in ras. V. ΒΓ] ΓΒ B; ΒΓ ἄρα p. 2. ἐστί BV. μέν] m. 2 V. 4. δέ] δ' BF. 5. αἰεί FV. ἔγγειον P, sed corr. τοῦ κέντρου] τῆς διαμέτρου P. 7. ιϛʹ] ιηʹ F; corr. m. 2. 9. ἀγομένη εὐθεῖα F et B m. rec.

$MN = B\Gamma$. itaque maxima est diametrus $A\Delta$, et

$$B\Gamma > ZH.$$

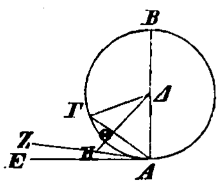
Ergo in circulo maxima est diametrus, ceterarum autem proxima quaeque centro remotiore maior est; quod erat demonstrandum.

## XVI.

Recta, quae ad diametrum circuli in termino perpendicularis erigitur, extra circulum cadet, nec in spatium inter rectam et ambitum ulla alia recta interponetur, et angulus semicirculi quouis acuto angulo rectilineo maior est, reliquus autem minor.

Sit circulus $AB\Gamma$ circum centrum $\Delta$ et diametrum $AB$ descriptus. dico, rectam ad $AB$ in $A$ termino perpendicularem erectam extra circulum cadere.

ne cadat enim, sed, si fieri potest, intra cadat ut $A\Gamma$, et ducatur $\Delta\Gamma$. quoniam $\Delta A = \Delta\Gamma$, erit etiam $\angle \Delta A\Gamma = A\Gamma\Delta$ [I,5]. uerum $\angle \Delta A\Gamma$ rectus est. itaque etiam $\angle A\Gamma\Delta$ rectus. ergo trianguli $A\Gamma\Delta$ duo anguli $\Delta A\Gamma + A\Gamma\Delta$ duobus rectis aequales sunt; quod fieri non potest [I, 17]. itaque recta ad $BA$ in




12. πάσης B. 13. ἐστίν] ἔσται in ras. V. 16. $AB$] (prius) inter $A$ et $B$ 1 litt. eras. in V. 19. ὡς] supra m. 2 F. $A\Gamma$ p. 21. ἐπεί] ἐπεὶ οὖν p, ante ἐπεί add. καί m. 2 FV. ἴση ἐστί] om. P. γωνία] om. BVp. 22. $A\Gamma\Delta$ ἐστιν ἴση P. 23. $\Delta A\Gamma$] $\Delta$ eras. p. ἄρα] om. B. ἡ] supra m. 1 F. τριγώνου δὴ τοῦ $A\Gamma\Delta$ αἱ δύο γωνίαι αἱ] P ($A\Gamma$ pro $A\Gamma\Delta$); αἱ ἄρα Theon? (BFVp; ἄρα et seq. ὑπό supra m. 2 F). 24. δυσίν V. 25. εἰσιν ἴσαι B. ἐστίν] om. p. τοῦ] om. V.

*Α σημείου τῇ ΒΑ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἐπὶ τῆς περιφερείας· ἐκτὸς ἄρα.*

*Πιπτέτω ὡς ἡ ΑΕ· λέγω δή, ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε ΑΕ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.*

*Εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ ΖΑ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὴν ΖΑ κάθετος ἡ ΔΗ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΔ, ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΔΑΗ, μείζων ἄρα ἡ ΑΔ τῆς ΔΗ. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΔΘ· μείζων ἄρα ἡ ΔΘ τῆς ΔΗ, ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.*

*Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου ἐλάττων ἐστίν.*

*Εἰ γὰρ ἐστί τις γωνία εὐθύγραμμος μείζων μὲν τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας, ἐλάττων δὲ τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας, εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας εὐθεῖα παρεμπεσεῖται, ἥτις ποιήσει μείζονα μὲν τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένην,*

---

1. *ἀπ' ἄκρας ἀγομένη* p. 2. *οὐδέ* BFp. 4. *δή*] om. V. 4. *ΓΘΑ*] corr. ex *ΓΒΑ* m. 2 V. 6. *οὐκ ἐμπεσεῖται* F; *παρ-* add. m. 2. 7. *παρεπιπτέτω*, add. *μ* m. 1, F. *ἡ*]

$A$ puncto perpendicularis erecta intra circulum non cadet. similiter demonstrabimus, eam ne in ambitum quidem cadere. extra igitur cadet.

cadat ut $AE$. dico, in spatium inter rectam $AE$ et ambitum $\Gamma\Theta A$ aliam rectam interponi non posse.

nam, si fieri potest, interponatur ut $ZA$, et a $\Delta$ puncto ad $ZA$ perpendicularis ducatur $\Delta H$. et quoniam $\angle A H \Delta$ rectus est, et $\angle \Delta A H$ minor recto, erit $A\Delta > \Delta H$ [I, 19]. sed $\Delta A = \Delta\Theta$. ergo $\Delta\Theta > \Delta H$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque in spatium inter rectam et ambitum positum alia recta non interponetur.

dico etiam, angulum semicirculi recta $BA$ et arcu $\Gamma\Theta A$ comprehensum quouis acuto angulo rectilineo maiorem esse, reliquum autem arcu $\Gamma\Theta A$ et recta $AE$ comprehensum quouis acuto angulo rectilineo minorem esse.

nam si quis erit angulus rectilinéus angulo comprehenso recta $BA$ et arcu $\Gamma\Theta A$ maior, et idem minor angulo comprehenso arcu $\Gamma\Theta A$ et recta $AE$, in spatium inter arcum $\Gamma\Theta A$ et rectam $AE$ positum recta interponetur, quae angulum efficiat rectis comprehensum maiorem angulo comprehenso recta $BA$ et arcu $\Gamma\Theta A$ et alium minorem angulo comprehenso arcu

---

in ras. m. 2 V. 9. ἐλάσσων p. 10. $\Delta A$] $A\Delta$ P. 11. τῇ] τῆς φ. $\Delta\Theta$] $\Theta$ in ras. p. ἄρα] ἄρα καί p. ἐλάσσων pφ. 12. ἐστίν] om. Bp. 13. τε] om. V. 16. τε] om. BVp. $\Gamma\Theta A$] $\Gamma$ om. B; m. 2 V. 17. ὀξείας γωνίας p. 18. ἤ] (alt.) om. P, m. rec. B. τε] om. Bp. 19. ὀξείας γωνίας p. ὀξείας] om. B; m. 2 V. 21. ἐστιν P. τις] om. p; m. rec. B. 22. τε] om. p. $BA$] $AB$ p. 23. ἐλάσσων F. 24. τε τῆς] om. B; τῆς p. 25. τόπον] supra m. 1 P. 26. εὐθεὶα] om. p; m. rec. B. εὐθεῖα, ἥτις p. 28. ὑπό] τὴν ὑπό B, ὑπό τε F (τε eras.). ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένην] om. p. περιεχομένην] -ν m. 2 V; περιελομένην P.

ἐλάττονα δὲ τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς $ΓΘΑ$ περιφερείας καὶ τῆς $ΑΕ$ εὐθείας. οὐ παρεμπίπτει δέ· οὐκ ἄρα τῆς περιεχομένης γωνίας ὑπό τε τῆς $ΒΑ$ εὐθείας καὶ τῆς $ΓΘΑ$ περιφερείας ἔσται μείζων ὀξεῖα ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένη, οὐδὲ μὴν ἐλάττων τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς $ΓΘΑ$ περιφερείας καὶ τῆς $ΑΕ$ εὐθείας.

## Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου [καὶ ὅτι εὐθεῖα κύκλου καθ' ἓν μόνον ἐφάπτεται σημεῖον, ἐπειδήπερ καὶ ἡ κατὰ δύο αὐτῷ συμβάλλουσα ἐντὸς αὐτοῦ πίπτουσα ἐδείχθη]· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ιζ΄.

*Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.*

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ $Α$, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΒΓΔ$· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ $Α$ σημείου τοῦ $ΒΓΔ$ κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ $Ε$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΑΕ$, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ $Ε$ διαστήματι δὲ τῷ $ΕΑ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $ΑΖΗ$, καὶ ἀπὸ τοῦ

---

XVI. πόρισμα. Simplicius in phys. fol. 12ᵛ.

---

1. ἐλάσσονα p. τε] m. 2 V. 3. τε] om. Bp. 5. ἡ ὑπό V m. 2. οὐ μὴν οὐδέ F. 6. τε] om. p. 8. πόρισμα] comp. Bp, V m. 2; om. PF, V m. 1. 9. τούτων p. ἡ] supra m. 1 P. 11. καὶ ὅτι — 14. δεῖξαι] mg. m. rec. P. 12.

*ΓΘΑ* et recta *ΑΕ*. uerum non interponitur recta [u. supra]. itaque nullus angulus acutus rectis comprehensus maior erit angulo comprehenso recta *ΒΑ* et arcu *ΓΘΑ* nec minor angulo comprehenso arcu *ΓΘΑ* et recta *ΑΕ*.

### Corollarium.

Hinc manifestum est, rectam ad diametrum circuli in termino perpendicularem erectam circulum contingere [def. 2].[1] — quod erat demonstrandum.

## XVII.

A dato puncto datum circulum contingentem rectam lineam ducere.

Sit datum punctum *Α*, datus autem circulus *ΒΓΔ*. oportet igitur a puncto *Α* circulum *ΒΓΔ* contingentem rectam lineam ducere.

sumatur enim centrum circuli *Ε*, et ducatur *ΑΕ*, et centro *Ε* radio autem *ΕΑ* describatur circulus *ΑΖΗ*,

---

1) Pars altera corollarii, per se quoque suspecta, sine dubio a Theone addita est; om. praeter P m. 1 etiam Campanus. et re uera corollarium genuinum eodem redit. itaque e uerbis Simplicii concludi nequit, eum partem alteram legisse.

---

*ἅπτεται* FV. 13. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] postea insert. F. 15. *ιζʹ*] *ιθʹ* F; corr. m. 2. 18. *ἔστω* — 20. *ἀγαγεῖν*] *εἰλήφθω γὰρ τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ ΒΓΔ τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ Α, καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ* E. V; in mg. m. 2: *ἐν ἄλλῳ οὕτως γράφεται· ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ΒΓΔ· δεῖ δὴ ἀπὸ δοθέντος σημείου τοῦ Α τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ ΒΓΔ ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν*, et ita B, et p (*ἀπὸ τοῦ δοθέντος*). 19. *Α*] om. φ. 21. *εἰλήφθω — τὸ Ε*] mg. m. 2 V. 22. *κέντρον* φ. 23. *ΕΑ*] P in ras. m. 1; F; *ΑΕ* BVp.

*Δ τῇ ΕΑ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΑΒ· λέγω, ὅτι ἀπὸ τοῦ Α σημείου τοῦ ΒΓΔ κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ΑΒ.*

*Ἐπεὶ γὰρ τὸ Ε κέντρον ἐστὶ τῶν ΒΓΔ, ΑΖΗ κύκλων, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΕΑ τῇ ΕΖ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΒ· δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ δύο ταῖς ΖΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν πρὸς τῷ Ε· βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΑΒ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΕΒΑ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΖ τῇ ὑπὸ ΕΒΑ. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΔΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ. καί ἐστιν ἡ ΕΒ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ ΑΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΒΓΔ κύκλου.*

*Ἀπὸ τοῦ ἄρα δοθέντος σημείου τοῦ Α τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ ΒΓΔ ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΒ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

## ιη'.

*Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.*

*Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον*

---

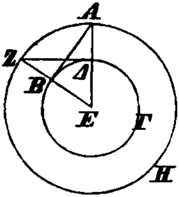
XVIII. Simplicius in Aristot. de coelo fol. 131[u].

---

1. *ΕΑ*] *ΑΕ* p. 2. *ΒΔΓ* F. 3. *κύκλου*] m. 2 post *ἐφαπτομένη* F, sed add. *β—α*. 4. *ἐστί*] *ἐντί* P. *ΑΖΗ*] Z e corr. F. 6. *ΑΕ*] *ΕΑ* F. *δυσί* V. *ΖΕ*] *ΕΖ* B et V m. 2. 7. *εἴσιν*] PF, *εἰσί* uulgo. *περιέχουσιν* P. *τήν*]

et a $\Delta$ ad $EA$ perpendicularis ducatur $\Delta Z$, et ducantur $EZ$, $AB$. dico, ab $A$ puncto circulum $B\Gamma\Delta$ contingentem ductam esse $AB$.

nam quoniam $E$ centrum est circulorum $B\Gamma\Delta$, $AZH$, erit $EA = EZ$, et $E\Delta = EB$. itaque duae rectae $AE$, $EB$ duabus $ZE$, $E\Delta$ aequales sunt. et communem angulum comprehendunt eum, qui ad $E$ positus est. itaque $\Delta Z = AB$, et




$$\triangle\ \Delta EZ = EBA,$$

et reliqui anguli reliquis angulis aequales [I, 4]. itaque $\angle\ E\Delta Z = EBA$. uerum $\angle\ E\Delta Z$ rectus est. itaque etiam $\angle\ EBA$ rectus. et $EB$ radius est; quae autem ad diametrum circuli in termino perpendicularis erigitur, circulum contingit [prop. XVI coroll.]. ergo $AB$ circulum $B\Gamma\Delta$ contingit.

Ergo a dato puncto $A$ datum circulum $B\Gamma\Delta$ contingens ducta est recta linea $AB$; quod oportebat fieri.

## XVIII.

Si recta circulum contingit, et a centro ad punctum contactus ducitur recta, ducta recta ad contingentem perpendicularis est.

nam circulum $AB\Gamma$ contingat recta $\Delta E$ in puncto

---

om. P. 8. ἐστίν] PF; comp. p; ἐστι BV $\Delta EZ$] $E\Delta Z$ P. 9. ἐστίν] PF; om. p; ἐστί BV. 10. ἡ] τῇ B. $E\Delta Z$] e corr. V; $EBA$ p. 11. τῇ] ἡ B; corr. ex τῆς F. $EBA$] e corr. V; $EBA$ ἐστιν F; $E\Delta Z$ p. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $E\Delta Z$] om. p. καί] om. p. 13. ἀπ' ἄκρας] om. B. 14. ἡ $AB$ ἄρα ἐφάπτεται] om. F. 15. $B\Gamma A$ P. κύκλου] om. F. 16. ἄρα δοθέντος] PF; δοθέντος ἄρα BVp. 18. ἡ] m. rec. P. 19. ιη'] κ' F, euan. 24. ἀπτέσθω p.

τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Γ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω, ὅτι ἡ ΖΓ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἡ ΖΗ.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΗΓ γωνία ὀρθή ἐστιν, ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΓΗ· ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΖΓ τῆς ΖΗ· ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΒ τῆς ΖΗ ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ΖΗ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΖΓ· ἡ ΖΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ιθ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς [γωνίας] εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΑ· λέγω, ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΓ ἐστι τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

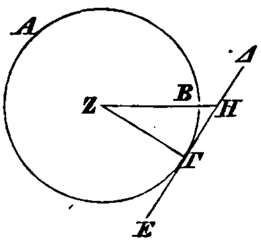
---

1. τὸ Ζ] καὶ ἔστω τὸ Ζ V. 6. ὑπό] supra m. 2 F. 7. ΖΓΗ] PB, Ζ̈Γ̈Ḣ F; ΗΓΖ Vp. Seq. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΗΓ τῆς ὑπὸ ΖΓΗ V et om. ἐστίν F (in mg. transit); in V in ras. sunt ΗΓ et ΓΗ. 9. καί] m. 2 V, om. p. 10. ἡ] postea add. V. ἐλάσσων F. ἐστίν] om. p. 11. δή] corr. ex δεῖ m. 2 F. 12. οὐδέ Bp. 13. τήν] τῆς F.

$\Gamma$, et sumatur circuli $AB\Gamma$ centrum $Z$, et a $Z$ ad $\Gamma$ ducatur $Z\Gamma$. dico, $Z\Gamma$ ad $\Delta E$ perpendicularem esse.

nam si minus, a $Z$ ad $\Delta E$ perpendicularis ducatur $ZH$.

iam quoniam $\angle ZH\Gamma$ rectus est, erit $\angle Z\Gamma H$ acutus [I, 17]. et sub maiore angulo maius latus subtendit [I, 19]. itaque $Z\Gamma > ZH$. uerum $Z\Gamma = ZB$. itaque etiam $ZB > ZH$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque $ZH$ ad $\Delta E$ perpendicularis non est. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem perpendicularem esse praeter $Z\Gamma$. itaque $Z\Gamma$ ad $\Delta E$ perpendicularis est.




Ergo si recta circulum contingit, et a centro ad punctum contactus ducitur recta, ducta recta ad contingentem perpendicularis est; quod erat demonstrandum.

## XIX.

Si recta circulum contingit, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducitur recta linea, centrum circuli in ducta recta positum est.

nam circulum $AB\Gamma$ contingat recta $\Delta E$ in puncto $\Gamma$, et a $\Gamma$ ad $\Delta E$ perpendicularis ducatur $\Gamma A$. dico, centrum circuli in $A\Gamma$ positum esse.

---

14. ἐφάπτεται φ, sed corr. 15. ἐπαφήν p. 16. ἁπτομένην p. 18. ιθ'] κ seq. ras. 1 litt. F. 20. τῆς] in ras. m. 1 p. γωνίας] Theon? (BFVp); om. P. 21. ἔσται] in ras. φ; antecedunt uestigia uocabuli ἔσται m. 1. 23. ἀπτέσθω PBFVp; corr. Simson (Glasguae 1756. 4°) p. 353. in V ἀ- in ras. est. 24. Ante τῇ ras. 1 litt. F.

*Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ.*

*Ἐπεὶ [οὖν] κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΖΓ, ἡ ΖΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΓΕ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ὀρθή· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΓΕ τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν ἐπὶ τῆς ΑΓ.*

*Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## *κ'.*

***Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.***

*Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ αὐτοῦ γωνία ἔστω ἡ ὑπὸ ΒΕΓ, πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, ἐχέτωσαν δὲ τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν ΒΓ· λέγω, ὅτι διπλασίων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΕΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.*

*Ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ ΑΕ διήχθω ἐπὶ τὸ Ζ.*

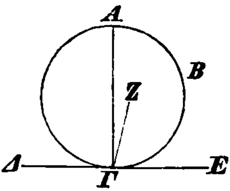
*Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΕΑ τῇ ΕΒ, ἴση καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΒ τῇ ὑπὸ ΕΒΑ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΑΒ, ΕΒΑ*

---

1. ἔστω τὸ Ζ] in ras. F. 2. ΓΖ] Ζ e corr. V; ΖΓ p. 3. οὖν] om. P. κύκλου] -λου in ras. F. 6. ΖΓΕ] ΖΓΔ P. ἐστιν P. ΑΓΔ P. ὀρθή — 7. ΑΓΕ] mg. m. 1 P (ἐστίν om., ΖΓΔ, ΑΓΔ). 7. ΖΓΕ] ΖΕΓ F m. 1, ΕΓ eras. ἐλάσσων p. 8. ἐστίν] om. Bp. Ζ] Ζ σημεῖον V. 9.

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit $Z$, et ducatur $\Gamma Z$.

quoniam circulum $AB\Gamma$ contingit recta $\Delta E$, et a centro ad punctum contactus ducta est $Z\Gamma$, $Z\Gamma$ ad $\Delta E$ perpendicularis est [prop. XVIII]. itaque $\angle\ Z\Gamma E$ rectus est. uerum etiam $\angle\ A\Gamma E$ rectus. quare




$$\angle\ Z\Gamma E = A\Gamma E,$$

minor maiori; quod fieri non potest. itaque $Z$ centrum circuli $AB\Gamma$ non est. similiter demonstrabimus, ne aliud quidem ullum punctum extra $A\Gamma$ positum centrum esse.

Ergo si recta circulum contingit, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducitur recta linea, centrum circuli in ducta recta positum est; quod erat demonstrandum.

## XX.

In circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si anguli eundem arcum basim habent.

Sit circulus $AB\Gamma$, et ad centrum eius angulus sit $BE\Gamma$, ad ambitum autem $BA\Gamma$, et eundem arcum basim habeant $B\Gamma$. dico, esse $\angle\ BE\Gamma = 2\ BA\Gamma$.

ducta enim $AE$ ad $Z$ educatur. iam quoniam

$$EA = EB,$$

erit $\angle\ EAB = EBA$ [I, 5]. itaque

---

δή] corr. ex δεῖ m. rec. P. οὐδέ Bp. 10. ἐπί] om. BFp. 11. ἅπτηται F m. 1; corr. m. 2. 12. ὀρθὰς γωνίας Vp. 15. κβ′ F. 16. πρός] ἐν p. 17. ἐστίν B. 22. $B\Gamma$] $\Gamma B$ F. $BE\Gamma$ γωνία τῆς] $B\Gamma$ λέγω ὅτι seq. ras. 3 litt. φ. 24. γάρ] δέ F; corr. m. 2. 25. ἴση καί] ἴση ἐστὶ καί p.

γωνίαι τῆς ὑπὸ ΕΑΒ διπλασίους εἰσίν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΕΖ ταῖς ὑπὸ ΕΑΒ, ΕΒΑ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΖ ἄρα τῆς ὑπὸ ΕΑΒ ἐστι διπλῆ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τῆς ὑπὸ ΕΑΓ ἐστι διπλῆ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΓ ὅλης τῆς ὑπὸ ΒΑΓ ἐστι διπλῆ.

Κεκλάσθω δὴ πάλιν, καὶ ἔστω ἑτέρα γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Η. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΗΕΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΓ, ὧν ἡ ὑπὸ ΗΕΒ διπλῆ ἐστι τῆς ὑπὸ ΕΔΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΓ διπλῆ ἐστι τῆς ὑπὸ ΒΔΓ.

Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν [αἱ γωνίαι]· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## καʹ.

*Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.*

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῷ ΒΑΕΔ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΒΕΔ· λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΒΕΔ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Εἰλήφθω γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τὸ κέντρον, καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΖ, ΖΔ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΔ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΔ πρὸς τῇ περιφερείᾳ, καὶ ἔχουσι

---

1. διπλασίαι εἰσίν FV; in διπλασίαι ult. ι e corr. V; εἰσι διπλασίαι p. 2. ἡ] om. p. 3. ἐστιν P. διπλῆ ἐστι V. 4. ΕΑΓ] in ras. V; corr. ex ΕΖΓ m. 2 F. ἐστιν F. ΒΕΓ] litt. ΒΕ in ras. F. 5. ἐστιν P. 6. γωνία ἑτέρα Bp. 8. ἡ ὑπὸ ΗΕΓ — 9. ἐστι] mg. m. 1 P. 9. ΕΔΓ] ΕΔΓ γωνίας F. ὧν] supra m. 2 F. ΗΕΒ] e corr. V. 10.

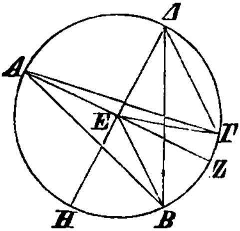
$$\angle EAB + EBA = 2\,EAB.$$

sed $\angle BEZ = EAB + EBA$ [I, 32]. quare

$$\angle BEZ = 2\,EAB.$$

eadem de causa etiam $\angle ZE\Gamma = 2\,EA\Gamma$. itaque

$$\angle BE\Gamma = 2\,BA\Gamma.$$




rursus infringatur recta, et sit alius angulus $B\Delta\Gamma$, et ducta $\Delta E$ producatur ad $H$. similiter demonstrabimus, esse

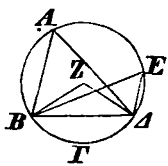
$$\angle HE\Gamma = 2\,E\Delta\Gamma,$$

quorum $\angle HEB = 2\,E\Delta B$. itaque $\angle BE\Gamma = 2\,B\Delta\Gamma$.

Ergo in circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si anguli eundem arcum basim habent; quod erat demonstrandum.

## XXI.

In circulo anguli in eodem segmento positi inter se aequales sunt.




Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eodem segmento $BAE\Delta$ anguli sint $BA\Delta$, $BE\Delta$. dico, esse $\angle BA\Delta = BE\Delta$.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma\Delta$, et sit $Z$, et ducantur $BZ$, $Z\Delta$.

et quoniam $\angle BZ\Delta$ ad centrum positus est, et $\angle BA\Delta$ ad ambitum, et eundem arcum $B\Gamma\Delta$ basim

---

ἐστι] comp. supra scr. F. 11. ὑπό] om. B; add. m. rec. 12. διπλασίων] -ν supra scr. m. 1 P. 14. αἱ γωνίαι] m. rec. P; m. 2 V; om. B; in ras. F. 15. κα'] euan. F. 16. αἱ] om. φ. 19. $BAE\Delta$] E supra scr. P. 20. ἀλλήλαις εἰσὶν ἴσαι F m. 1. 24. $BZ\Delta$] B om. φ, Z e corr. m. 2 V. 25. ἔχουσιν PB.

τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν ΒΓΔ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΖΔ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ὑπὸ ΒΖΔ καὶ τῆς ὑπὸ ΒΕΔ ἐστι διπλασίων· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ.

Ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## κβ'.

*Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.*

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ τετράπλευρον ἔστω τὸ ΑΒΓΔ· λέγω, ὅτι αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ.

Ἐπεὶ οὖν παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, τοῦ ΑΒΓ ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΑΒ τῇ ὑπὸ ΒΔΓ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσι τῷ ΒΑΔΓ· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσι τῷ ΑΔΓΒ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΓ, ΑΓΒ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΓ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

---

XXII. Boetius p. 388, 3?

---

3. ἡ] om. p. ΒΖΔ] corr. ex ΓΖΔ m. 1 V. 5. αἱ] αἵ εἰσιν B. αὐτῷ] om. B; supra scr. m. rec. 6. εἰσίν] om. B. 7. κδ' F, eras. 8. ἀπεναντίων P, sed corr. 11. Ante γωνίαι add. αὐτοῦ BVp, P m. rec. 13. ΑΓ, ΒΔ] litt. Γ, ΒΔ e corr. F. 14. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεί p. 15. εἰσί Vp.

habent, erit [prop. XX] $\angle BZ\varDelta = 2\, BA\varDelta$. eadem de causa etiam $\angle BZ\varDelta = 2\, BE\varDelta$. quare

$$\angle BA\varDelta = BE\varDelta.$$

Ergo in circulo anguli in eodem segmento positi inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

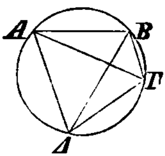
## XXII.

In quadrilateris in circulis positis anguli oppositi duobus rectis aequales sunt.

Sit circulus $AB\Gamma\varDelta$, et in eo quadrilaterum sit $AB\Gamma\varDelta$. dico, angulos eius oppositos duobus rectis aequales esse.

ducantur $A\Gamma$, $B\varDelta$. iam quoniam cuiusuis trianguli tres anguli duobus rectis aequales sunt [I, 32], trianguli $AB\Gamma$ tres anguli $\Gamma AB + AB\Gamma + B\Gamma A$ duobus rectis aequales sunt. sed $\angle \Gamma AB = B\varDelta\Gamma$; nam in eodem sunt segmento $BA\varDelta\Gamma$ [prop. XXI], et

$$\angle A\Gamma B = A\varDelta B;$$




nam in eodem sunt segmento $A\varDelta\Gamma B$. quare $\angle A\varDelta\Gamma = BA\Gamma + A\Gamma B$. communis adiiciatur $\angle AB\Gamma$. itaque

$$AB\Gamma + BA\Gamma + A\Gamma B = AB\Gamma + A\varDelta\Gamma.$$

uerum $AB\Gamma + BA\Gamma + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. quare etiam $AB\Gamma + A\varDelta\Gamma$ duobus rectis sunt

---

τριγώνου] om. B. 16. γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν αἱ ὑπὸ $\Gamma AB$, $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ V. 17. εἰσίν] euan. F. $\Gamma AB$] $\Gamma\varDelta B$ P. $B\varDelta\Gamma$] $BA\Gamma$ P (ante $\Gamma$ ras. 1 litt.). 18. εἰσιν PBF. 19. γάρ] supra m. 2 euan. F. εἰσί] supra m. 2 euan. F; εἰσίν PB. 20. ἐστίν] PF; comp. p; ἐστί BV. 21. Post προσκείσθω in B add. ταῖς δύο ὁμοῦ τῇ πρὸς τὸ $A$ καὶ $\Gamma$ καὶ χωρὶς τῇ μιᾷ τῇ πρὸς τὸ $\varDelta$. ὑπό] (alt.) om. φ, m. rec. B. 22. $AB\Gamma$] $B\Gamma$ e corr. V. εἰσί B. ἀλλά P. ἀλλ' αἱ — 23. εἰσίν] om. B. 23. $BA\Gamma$, $A\Gamma B$] $B\Gamma A$, $\Gamma AB$ p. εἰσίν] PF; εἰσί uulgo. 24. ἄρα] om. BFV.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ $BA\Delta$, $\Delta\Gamma B$ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Τῶν ἄρα ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## κγ΄.

*Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.*

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς $AB$ δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συνεστάτω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ $A\Gamma B$, $A\Delta B$, καὶ διήχθω ἡ $A\Gamma\Delta$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $\Gamma B$, $\Delta B$.

Ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ $A\Gamma B$ τμῆμα τῷ $A\Delta B$ τμήματι, ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $A\Gamma B$ γωνία τῇ ὑπὸ $A\Delta B$ ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## κδ΄.

*Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*

Ἔστωσαν γὰρ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν $AB$, $\Gamma\Delta$ ὅμοια τμήματα κύκλων τὰ $AEB$, $\Gamma Z\Delta$· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $AEB$ τμῆμα τῷ $\Gamma Z\Delta$ τμήματι.

---

1. αἱ] ἡ V, corr. m. 2. 2. εἰσίν] PFp; εἰσί BV. 6. κγ΄] non liquet in F. 7. κύκλου F. 8. συσταθήσεται] PBFp; συσταθήσονται Vφ. ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] mg. m. 2 V. 11. ἄνισα] -σα eras. F. 12. $A\Gamma B$] corr. ex $AB\Gamma$ p m. 1. 13. $\Gamma B$] corr. ex $\Gamma\Delta$ V m. 2. 14. ἐστιν P. 16.

aequales. similiter demonstrabimus, etiam

$$\angle B A \Delta + \Delta \Gamma B$$

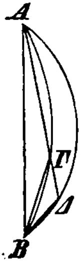
duobus rectis aequales esse.

Ergo in quadrilateris in circulis positis anguli oppositi duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

## XXIII.

In eadem recta duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construi nequeunt.

nam si fieri potest, in eadem recta $AB$ duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construantur $A\Gamma B$, $A\Delta B$, et educatur $A\Gamma\Delta$, et ducantur $\Gamma B$, $\Delta B$.




iam quoniam segmentum $A\Gamma B$ simile est segmento $A\Delta B$, similia autem segmenta circulorum sunt, quae aequales angulos capiunt [def. 11], erit $\angle A\Gamma B = A\Delta B$, exterior interiori; quod fieri non potest [I, 16].

Ergo in eadem recta duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construi nequeunt; quod erat demonstrandum.

## XXIV.

Similia segmenta circulorum in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt.

nam in aequalibus rectis $AB$, $\Gamma\Delta$ similia segmenta circulorum sint $AEB$, $\Gamma Z\Delta$. dico, esse

$$AEB = \Gamma Z \Delta.$$

ἴσας] seq. spatium 3 litt. F. ἐστίν] om. B. γωνία] m. 2 V. 17. ἡ ἐντὸς τῇ ἐκτός p. ἐστίν] om. p. 24. γάρ] supra m. 2 F. ΓΔ] Δ e corr. m. 1 F. 25. κύκλου φ. ἐστίν P.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ *ΑΕΒ* τμήματος ἐπὶ τὸ *ΓΖΔ* καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν *Α* σημείου ἐπὶ τὸ *Γ* τῆς δὲ *ΑΒ* εὐθείας ἐπὶ τὴν *ΓΔ*, ἐφαρμόσει καὶ τὸ *Β* σημεῖον ἐπὶ τὸ *Δ* σημεῖον διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν *ΑΒ* τῇ *ΓΔ*· τῆς δὲ *ΑΒ* ἐπὶ τὴν *ΓΔ* ἐφαρμοσάσης ἐφαρμόσει καὶ τὸ *ΑΕΒ* τμῆμα ἐπὶ τὸ *ΓΖΔ*. εἰ γὰρ ἡ *ΑΒ* εὐθεῖα ἐπὶ τὴν *ΓΔ* ἐφαρμόσει, τὸ δὲ *ΑΕΒ* τμῆμα ἐπὶ τὸ *ΓΖΔ* μὴ ἐφαρμόσει, ἤτοι ἐντὸς αὐτοῦ πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἢ παραλλάξει ὡς τὸ *ΓΗΔ*, καὶ κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς *ΑΒ* εὐθείας ἐπὶ τὴν *ΓΔ* οὐκ ἐφαρμόσει καὶ τὸ *ΑΕΒ* τμῆμα ἐπὶ τὸ *ΓΖΔ*· ἐφαρμόσει ἄρα, καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται.

Τὰ ἄρα ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## κεʹ.

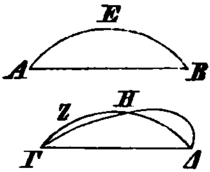
*Κύκλου τμήματος δοθέντος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπέρ ἐστι τμῆμα.*

Ἔστω τὸ δοθὲν τμῆμα κύκλου τὸ *ΑΒΓ*· δεῖ δὴ τοῦ *ΑΒΓ* τμήματος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπέρ ἐστι τμῆμα.

---

1. ἐφαρμωζομένου B, sed corr.; alt. ο in ras. V. 3. καί] om. B. 5. τῇ] τὴν V; corr. m. 2. ἐφαρμοσάσης δέ (δή B) τῆς *ΑΒ* εὐθείας ἐπὶ τὴν *ΓΔ* BFVp; sed in F ante ἐφαρμοσάσης legitur: ἡ δὲ *ΑΒ* ἐπὶ τὴν *ΓΔ*; idem in mg. m. 1: εἰ δὲ τῆς *ΑΒ* εὐθείας ἐπὶ τὴν *ΓΔ* ἐφαρμοσάσης καὶ τὸ *ΑΕ* τμῆμα ἐπὶ τὸ *ΓΖ* μὴ ἐφαρμόσῃ. 6. *ΓΖΔ*] *ΖΔ* in ras. F. εἰ] in ras. P. ἡ *ΑΒ* εὐθεῖα — 8. *ΓΖΔ*] om. B. 7. *ΓΔ*] *Δ* e corr. V m. 2. 8. τὸ *ΓΖΔ*] in ras. m. 1 p. ἐφαρμόσῃ PF. ἤτοι ἐντὸς αὐτοῦ πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἢ] P; ἀλλά Theon (BFVp). 9. παραλλάξῃ F. καὶ κύκλος κύκλον τέμνει] P; κύκλος δὲ κύκλον οὐ τέμνει Theon (BFVp; in V δέ supra scr. m. 1). Campanus hic prorsus aberrat. 10. δύο] P; δύο, ἀλλὰ καὶ τέμνει ὁ *ΓΗΔ* τὸν *ΓΖΔ* κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο

adplicato enim segmento *AEB* ad segmentum *ΓZΔ* et posito *A* puncto in *Γ*, recta autem *AB* in *ΓΔ*, etiam *B* punctum in *Δ* cadet, quia *AB* = *ΓΔ*. adplicata autem recta *AB* rectae *ΓΔ* etiam segmentum *AEB* in *ΓZΔ* cadet. nam si recta *AB* cum *ΓΔ* congruet, segmentum autem *AEB* cum *ΓZΔ* non congruet, aut intra id cadet aut extra[1]), aut excedet ut *ΓHΔ*, et circulus circulum in pluribus punctis quam duobus secabit; quod fieri non potest [prop. X]. itaque recta *AB* cum *ΓΔ* congruente fieri non potest, quin etiam segmentum *AEB* cum *ΓZΔ* congruat. congruet igitur, et aequale ei erit [I κοιν. ἔνν. 8].




Ergo similia segmenta circulorum in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

## XXV.

Segmento circuli dato circulum supplere, cuius est segmentum.

Sit datum segmentum circuli *ABΓ*. oportet igitur segmenti *ABΓ* circulum supplere, cuius est segmentum.

1) Id quod ob prop. XXIII fieri non potest. et hoc adiicere debuit Euclides; sed non dubito, quin ipse ita scripserit, ut praebet cod. P. nam haec ipsa forma imperfecta Theoni ansam dedit emendationis parum felicis.

---

τὰ *Γ, H, Δ* Theon (BFVp; καί m. 2 V; ὁ e corr. p). ἐστίν] P; om. BV; πάλιν F; ἐστὶ πάλιν p. 13. τό] τήν p. *ΓZΔ*] *ΓZ* litt. in ras. V. Dein in FV add. τμῆμα m. 2. αὐτό V. 14. τὰ ἄρα] ἄρα τά F; ante ἄρα m. 2 add. τά. τῶν ἴσων p. 16. κζ' F; corr. m. 2. 18. τὸ τμῆμα Fp. 19. τὸ δοθέν] om. B, m. 2 V. κύκλου τμῆμα B. 21. τὸ τμῆμα PF.

Τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἄρα τῆς ὑπὸ ΒΑΔ ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἴση ἢ ἐλάττων.

Ἔστω πρότερον μείζων, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΕ, καὶ διήχθω ἡ ΔΒ ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΑΕ, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΒ εὐθεῖα τῇ ΕΑ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΕ, δύο δὴ αἱ ΑΔ, ΔΕ δύο ταῖς ΓΔ, ΔΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἐστιν ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΕ βάσει τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΒΕ ἄρα τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ε διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται προσαναγεγραμμένος. κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος. καὶ δῆλον, ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου διὰ τὸ τὸ Ε κέντρον ἐκτὸς αὐτοῦ τυγχάνειν.

Ὁμοίως [δὲ] κἂν ᾖ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, τῆς ΑΔ ἴσης γενομένης ἑκατέρᾳ τῶν ΒΔ, ΔΓ αἱ τρεῖς αἱ ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται,

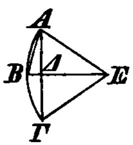
---

1. γάρ] om. p. διήχθω F. 3. ἄρα γωνία p. τῆς] τῇ p. 7. Post ΔΒ eras. καί V. 8. ἐστίν] comp. supra F m. 2. 9. ὑπὸ ΑΒΕ — 10. ἴση ἐστὶν ἡ] om. B. ΒΑΕ] Β in ras. p. ἐστίν F. 10. ΕΒ] ΒΕ P. τῇ] εὐθείᾳ τῇ P. ΕΑ] P, F m. 1, V m. 1; ΑΕ F m. 2, V m. 2, p. 11. δύο] (alt.) δυσί V. 14. βάσις] P; καὶ βάσις BVp; in F καί supra

nam $A\Gamma$ in duas partes aequales secetur in $\Delta$, et a $\Delta$ puncto ad $A\Gamma$ perpendicularis ducatur $\Delta B$, et ducatur $AB$. ergo $\angle AB\Delta$ aut maior est angulo $BA\Delta$ aut aequalis aut minor.

Sit prius maior, et ad rectam $BA$ et punctum eius $A$ construatur $\angle BAE = AB\Delta$ [I, 23], et educatur $\Delta B$ ad $E$, et ducatur $E\Gamma$. iam quoniam

$$\angle ABE = BAE,$$




erit etiam $EB = EA$ [I, 6]. et quoniam $A\Delta = \Delta\Gamma$, et $\Delta E$ communis est, duae rectae $A\Delta$, $\Delta E$ duabus $\Gamma\Delta$, $\Delta E$ aequales sunt altera alteri; et $\angle A\Delta E = \Gamma\Delta E$; nam uterque rectus est. itaque $AE = \Gamma E$ [I, 4]. uerum demonstratum est, esse $AE = BE$. quare etiam $BE = \Gamma E$. itaque tres rectae $AE, EB, E\Gamma$ inter se aequales sunt. ergo circulus centro $E$, radio autem qualibet rectarum $AE$, $EB$, $E\Gamma$ descriptus etiam per reliqua puncta ibit et erit suppletus [prop. IX]. ergo dato segmento circuli suppletus est circulus; et adparet, segmentum $AB\Gamma$ minus esse semicirculo, quia centrum $E$ extra id positum est.

Similiter si $\angle AB\Delta = BA\Delta$, tres rectae $\Delta A$, $\Delta B$, $\Delta\Gamma$ inter se aequales erunt, cum $A\Delta = B\Delta$

---

scr. ἀλλά] P, V m. 1; ἀλλ' F; ἀλλὰ καί Bp, V m. 2. 15. $AE$] $AB$ F. $BE$] (prius) bis F (semel m. 2). 16. ἴση ἐστίν p. $EA$ P. ἀλλήλαις] om. V. 18. καί] om. P. 19. προσαναγραφόμενος F; mg. m. 1: γρ. προσαναγεγραμμένος. 20. κύκλου] ὁ κύκλος. κύκλου P. In B mg. lin. 5: ἔλαττον ἡμικυκλίου, lin. 24: ἡμικύκλιον, p. 230, 3: μεῖζον ἡμικυκλίου. 21. ἔλαττον] mg. m. 1 P. 22. τὸ $E$] in ras. p; $E$ P m. 1, B. 24. δέ] in ras. V; om. P. κἂν ᾖ] καὶ ἐάν P; κἂν seq. ᾖ in spatio 4 litt. φ. $AB\Delta$] corr. ex $AB\Gamma$ m. 1 P; $B\Delta$ in ras. V. ἴση ᾖ P. 25. $\Delta\Gamma$] $\Delta$ in ras. p. 26. τρεῖς] P m. 1, F, V seq. ras.; τρεῖς ἄρα Bp, P m. rec.

*καὶ ἔσται τὸ Δ κέντρον τοῦ προσαναπεπληρωμένου κύκλου, καὶ δηλαδὴ ἔσται τὸ ΑΒΓ ἡμικύκλιον.*

*Ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ἐλάττων ᾖ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ, καὶ συστησώμεθα πρὸς τῇ ΒΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ ἴσην, ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τμήματος πεσεῖται τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς ΔΒ, καὶ ἔσται δηλαδὴ τὸ ΑΒΓ τμῆμα μεῖζον ἡμικυκλίου.*

*Κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

## κς'.

*Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.*

*Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ.*

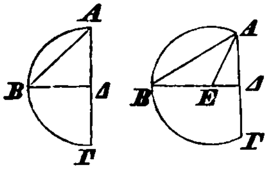
*Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΕΖ.*

*Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΗΓ δύο ταῖς ΕΘ, ΘΖ ἴσαι· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Η γωνίᾳ*

---

3. *ΑΒΔ*] seq. spatium 3 litt. φ. 4. *συνστησώμεθα* P; *συστησόμεθα* BFVp; corr. B m. rec. *πρὸς αὐτῇ*] P; *Α* Theon (BFVp). 5. *τῷ Α*] P; om. Theon (BFVp). *γωνίαν* FVp. *ἴσην*] corr. ex *ἴση* m. rec. B. 6. *ΔΒ*] *Β* in ras. p. Dein add. *ὡς τὸ Ε* mg. m. 2 P; *ὡς τὸ Θ* supra m. rec. B, mg. m. 2 V. 7. *ἡμικυκλίου*] seq. spat. 2 litt. φ. 8. *κύκλου*] om. Bp. *τμήματος ἄρα* Bp. *προσ-* om. BVp. 9. *κύκλος*

[I, 6] et $A\Delta = \Delta\Gamma$; et $\Delta$ centrum erit circuli suppleti, et $AB\Gamma$ semicirculus erit.

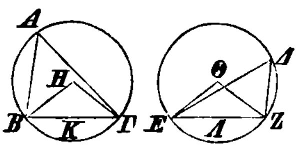



Sin $\angle AB\Delta < BA\Delta$, et ad rectam $BA$ et punctum eius $A$ construimus angulum aequalem angulo $AB\Delta$ [I, 23], centrum in recta $\Delta B$ intra segmentum $AB\Gamma$ cadet, et segmentum $AB\Gamma$ maius erit semicirculo.

Ergo segmento circuli dato suppletus est circulus; quod oportebat fieri.

## XXVI.

In aequalibus circulis aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt.




Sint aequales circuli $AB\Gamma$, $\Delta EZ$, et in iis aequales anguli sint ad centra $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, aequales esse arcus $BK\Gamma$, $E\Lambda Z$.

ducantur enim $B\Gamma$, $EZ$. et quoniam aequales sunt circuli $AB\Gamma$, $\Delta EZ$, etiam radii aequales sunt. ergo duae rectae $BH$, $H\Gamma$ duabus $E\Theta$, $\Theta Z$ aequales sunt;

---

*οὗπέρ ἐστι τὸ τμῆμα* V. *ποιῆσαι*] *δεῖξαι* PF; in F mg. m. 1: *γρ. ποιῆσαι.* 10. *κϛ'*] sic φ. 13. *ὦσιν* B. 14. *βεβηκυῖαι*] postea add. m. 1 F; m. rec. P. 15. *ἔστωσαν γάρ* P. *καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν* P. 17. $BH\Gamma$] post ras. 1 litt. F. 22. $BH$] $HB$ BVp. *δύο*] (alt.) *δυσί* V; *δυσίν* p. 23. $E\Theta$] $\Theta E$ V, corr. m. 2. *ἴσαι*] P, F m. 1; *ἴσαι εἰσί* BVp, F m. 2. *τῷ*] *τό* B.

*τῇ πρὸς τῷ Θ ἴσῃ· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ, ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι· καί εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν [τῶν ΒΓ, ΕΖ]· τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ. ἔστι δὲ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση.*

*Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείας ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## κζ'.

*Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.*

*Ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ πρὸς μὲν τοῖς Η, Θ κέντροις γωνίαι βεβηκέτωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση.*

---

XXVII. Boetius p. 388, 5.

---

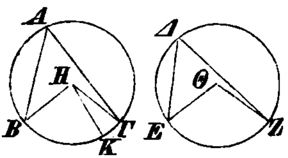
1. τῷ] τό B. ἴσῃ] PV, F m. 1; ἐστιν ἴση Bp; ἴση ἐστί F m. 2. 2. τῷ] τό B. 3. τῷ] (prius) τό B. ἐστίν P. 4. τῶν ΒΓ, ΕΖ] mg. m. rec. P. 5. τὰ δέ — εὐθειῶν] mg. m. 1 P. 6. ΒΑΓ] litt. ΒΑ e corr. p. τῷ] τῶ seq. ras. 1 litt. F. ΕΔΖ] mutat. in ΕΖΔ m. 2 V. 7. ἐστίν PB. ΔΕΖ] E insert. m. 1 F; ΕΔΖ Bp; ΔΕΖ mg. m. 2 V.

et angulus ad $H$ positus angulo ad $\Theta$ posito aequalis est. itaque $B\Gamma = EZ$ [I, 4]. et quoniam angulus ad $A$ positus angulo ad $\Delta$ posito aequalis est, segmentum $BA\Gamma$ segmento $E\Delta Z$ simile est [def. 11]. et in aequalibus rectis posita sunt. segmenta autem similia in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt [prop. XXIV]. itaque $BA\Gamma = E\Delta Z$. uerum etiam totus circulus $AB\Gamma$ toti circulo $\Delta EZ$ aequalis est. quare qui relinquitur arcus $BK\Gamma$ arcui $E\Lambda Z$ aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt; quod erat demonstrandum.

## XXVII.

In aequalibus circulis anguli in aequalibus arcubus consistentes inter se aequales sunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt.




nam in aequalibus circulis $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ in aequalibus arcubus $B\Gamma$, $EZ$ ad centra $H$, $\Theta$ anguli consistant $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, esse $\angle BH\Gamma = E\Theta Z$, et

$$\angle BA\Gamma = E\Delta Z.$$

---

κύκλῳ] in ras. m. 2 V. 8. τῇ] ἐστιν ἴση τῇ P. $E\Delta Z$] litt. $\Delta Z$ in ras. V. 9. ἐστιν ἴση] om. P. 10. Ἐν] inter ε et ν 1 litt. eras. V. 12. ὦσιν F. 14. κζ'] sic φ. 18. ὦσιν P. 19. καὶ ἐπί F. 23. γωνία] P; om. Theon (BFVp). $E\Theta Z$] corr. ex $EBZ$ m. rec. P; $BH\Gamma$ φ. 24. ἐστιν ἴση] P; om. Theon (BFVp).

*Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΒΗΓ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Η τῇ ὑπὸ ΕΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΗΚ· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἡ ΒΚ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ. ἀλλὰ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΒΚ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ· ἴση ἄρα. καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΒΗΓ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ Α, τῆς δὲ ὑπὸ ΕΘΖ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ Δ· ἴση ἄρα καὶ ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ.*

*Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

*κη'.*

*Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι.*

*Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν τοῖς κύκλοις ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΑΒ, ΔΕ τὰς μὲν ΑΓΒ, ΔΖΕ περιφερείας μείζονας ἀφαιροῦσαι τὰς δὲ*

---

1. *εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ*] PF; om. V; *εἰ μὲν οὖν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ ἴση ἐστὶ* (*ἐστίν* B) *τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, φανερόν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστὶ* (*ἐστίν* B, om. V) *τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· εἰ δὲ οὔ* Bp; in V eadem mg. m. 2 exceptis *εἰ δὲ οὔ*, quae in textu sunt m. 1 (*εἰ δ' οὔ*). *γρ. καὶ οὕτως· εἰ μέν — ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν· εἰ δὲ οὔ, μία αὐτῶν μείζων ἡ ὑπὸ ΒΗΓ, καὶ συνεστάτω καὶ καθεξῆς ὡς ἐν τῷ κειμένῳ* mg. m. rec. P. Campanus cum PF concordat. 2. *μείζων ἐστίν*] Bp; *ἐστι μείζων* FV; *μείζων ἔσται* P. *ἔστω μείζων*] om. F,

nam si $\angle$ *BHΓ* angulo *EΘZ* inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior $\angle$ *BHΓ*, et ad rectam *BH* et punctum eius *H* angulo *EΘZ* aequalis construatur *BHK* [I, 23]. et aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, si ad centra sunt positi [prop. XXVI]. ergo arc. *BK* = *EZ*. sed *EZ* = *BΓ*. quare etiam *BK* = *BΓ*, minor maiori; quod fieri non potest. itaque $\angle$ *BHΓ* angulo *EΘZ* inaequalis non est; aequalis igitur. et angulus ad *Α* positus dimidius est anguli *BHΓ*, angulus autem ad *Δ* positus dimidius anguli *EΘZ* [prop. XX]. itaque angulus ad *Α* positus angulo ad *Δ* posito aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis anguli in aequalibus arcubus consistentes inter se aequales sunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt; quod erat demonstrandum.

## XXVIII.

In aequalibus circulis aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori, minorem autem minori.

Sint aequales circuli *ΑΒΓ*, *ΔEZ*, et in circulis aequales rectae sint *ΑΒ*, *ΔE*, arcus *ΑΓΒ*, *ΔZE*

---

add. ~, cui nunc nihil respondet. 3. εὐθεία] om. p; mg. m. 2 V. 4. *EΘZ*] in ras. m. 2 V. 7. ἀλλ' Bp. ἴση ἐστί Vφ. 8. *BΓ* τῇ *BK* B m. 1, Fp, V m. 1. 10. ἐστιν P. 12. ἴση ἄρα καί — 13. τῷ *Δ*] om. F. 13. τῷ] τό B. 14. ἐν ἄρα] e corr. m. 2 V. 15. βεβηκυῖαι γωνίαι] φ, seq. αι m. 1; in P γωνίαι supra scr. m. 1. 16. βεβηκυῖαι ὦσιν P. 18. λ' F. 19. ἴσας] ἴσαι φ (non F). 20. ἀφαιροῦσιν P, ἀφεροῦσι φ. 21. ἐλάσσονα τῇ ἐλάσσονι V. 22. τοῖς κύκλοις] P; αὐτοῖς Theon (BFVp). 23. *ΑΒ*, *ΔE*] P; *BΓ*, *EZ* Theon (BFVp). 24. *ΑΓΒ*] P, F m. 1; *ΒΑΓ* BVp, F m. 2. *ΔZE*] P; *EΔZ* Bp, V e corr. m. 2; *ΔZ* inter duas ras. F. ἀφεροῦσαι P; φέρουσαι V, corr. m. 2.

*ΑΗΒ, ΔΘΕ ἐλάττονας· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ΑΓΒ μείζων περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΔΖΕ μείζονι περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΑΗΒ ἐλάττων περιφέρεια τῇ ΔΘΕ.*

*Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Κ, Λ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΚ, ΚΒ, ΔΛ, ΛΕ.*

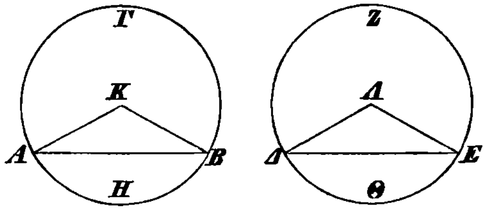
*Καὶ ἐπεὶ ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΑΚ, ΚΒ δυσὶ ταῖς ΔΛ, ΛΕ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΔΕ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΚΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΛΕ ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἡ ΑΗΒ περιφέρεια τῇ ΔΘΕ. ἐστὶ δὲ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΓΒ περιφέρεια λοιπῇ τῇ ΔΖΕ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν.*

*Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

---

1. *ΑΗΒ*] P; *ΒΗΓ* BVp, F in ras. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ* BFVp. *ΑΓΒ*] PF; *ΒΑΓ* BVp. 2. *ἐστί*] om. B. *ΔΖΕ* — 3. *τῇ*] om. B; *τῇ ΕΔΖ μείζονι περιφερείᾳ ἡ δὲ ΑΗΒ* (euan.) *ἐλάττων περιφέρεια ἴση τῇ* mg. m. rec. *ΔΖΕ*] PF; *ΕΔΖ* BVpφ. 3. *ΑΗΒ*] P (B?); *ΒΗΓ* Vp, F in ras. *ἴση τῇ* BFp, *ἴση ἐστὶ τῇ* V. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ ἐλάττονι* Bp; *ΕΘΖ ἐλάττονι περιφερείᾳ* V, F (*ΕΘΖ* in ras.). 5. *ἐπιζεύχθωσαν* φ. *ΑΚ*] P; *ΚΒ* BV, F in ras., p (*Κ* in ras). *ΚΒ*] P; *ΚΓ* BVp, F in ras. *ΔΛ*] P; *ΛΕ* V e corr. m. 2, F in ras.; *ΕΛ* Bp. *ΛΕ*] P; *ΛΖ* BVp, F in ras. 6. *ἴσαι εἰσί*] m. rec. P. *αἱ*] supra m. 1 P, m. 2 B. 7. *ΑΚ, ΚΒ*] P; *ΒΚ, ΚΓ* BVp, F in ras. *δυσί*] *δύο* F, corr. m. 2; *δυσίν* p. *ΔΛ, ΛΕ*] P (*ΔΛ* corr. ex *ΑΛ* m. rec.); *ΕΛ, ΛΖ* BVp, F in ras. 8. *ἴσαι εἰσίν*] PF; *ἴσαι εἰσί* V et add. m. 2 Bp. *ΑΒ*] P; *ΒΓ* BFVp. *ΔΕ*] P; *ΕΖ* BVpφ. 9. *ὑπό*] om. Bp. *ΑΚΒ*] P; *ΒΚΓ* BVp, F in ras. *ΔΛΕ*] P; *ΕΛΖ* BVp, F in ras. 11. *ΑΗΒ*] *ΒΗΓ* V, in ras. Fp; *ὑπὸ ΒΗΓ* B, *ὑπό* del. *περιφέρεια*] om. B; in ras. p. 12. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ* p, post ras. V, in ras. F; *ὑπὸ ΕΘΖ*, del. *ὑπὸ* et add. m. rec.

maiores abscindentes, $AHB$, $\Delta\Theta E$ autem minores. dico, esse arc. $A\Gamma B = \Delta ZE$, $AHB = \Delta\Theta E$.




sumantur enim centra circulorum $K$, $\Lambda$, et ducantur $AK$, $KB$, $\Delta\Lambda$, $\Lambda E$. et quoniam aequales circuli sunt, etiam radii aequales sunt [def. 1]. itaque duae rectae $AK$, $KB$ duabus $\Delta\Lambda$, $\Lambda E$ aequales sunt; et $AB = \Delta E$. itaque $\angle AKB = \Delta\Lambda E$ [I, 8]. sed aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, si ad centra sunt positi [prop. XXVI]. itaque arc.

$$AHB = \Delta\Theta E.$$

uerum etiam totus circulus $AB\Gamma$ toti circulo $\Delta EZ$ aequalis est. quare etiam qui relinquitur arcus $A\Gamma B$ reliquo arcui $\Delta ZE$ aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori minorem autem minori; quod erat demonstrandum.

---

περιφερείᾳ B. ἐστίν P. $AB\Gamma$] in ras. F. 13. $\Delta EZ$] $E$ supra m. 1 F; $EZ\Delta$ P. ἴσος] insert. m. 2 F. καί] PF; om. BVp. $A\Gamma B$] F; $AB\Gamma$ P; $BA\Gamma$ BVp. περιφέρεια] om. V. 14. λοιπῇ τῇ] in mg. transit, antecedit ἴση in spatio plurium litt. φ. $\Delta ZE$] scripsi; $\Delta EZ$ PF; $E\Delta Z$ BVp. 15. αἱ ἴσαι εὐθεῖαι] in ras. F. 16. ἀφαιροῦσιν F, -φα- e corr. V m. 2. μείζονι] post lac. 8 litt. in mg. transiens φ.

κθ'.

*Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.*

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΒΗΓ, ΕΘΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ.

Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων, καὶ ἔστω τὰ Κ, Λ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ, ΚΓ, ΕΛ, ΛΖ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗΓ περιφέρεια τῇ ΕΘΖ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΚΓ τῇ ὑπὸ ΕΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ δυσὶ ταῖς ΕΛ, ΛΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

*Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.*

---

XXX. Proclus p. 272, 15. Boetius p. 388, 8.

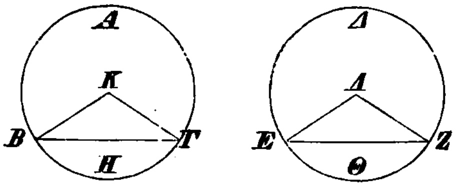
---

1. λα' F; corr. m. 2. 2. ὑπὸ τάς FV. 3. ἴσαι εὐθεῖαι] εὐθεῖαι V, ϛειαι F, quod in εὐθεῖαι corrigere conata est m. 2. ὑποτείνουσιν] ὑποτείνουσιν ἴσαι V; ὑποτείνουσι (in ras. m. 2, punctis del.) εὐθεῖαι ὑπο (mg. m. 2), dein τείνουσιν m. 1 F. 4. ἴσοι] supra m. 2 V. ἐν] ἀπειλήφθωσαν ἐν V. 5. ἴσαι περιφε- in mg. m. 2 post 7 litt. euan. F. ἀπειλήφθωσαν] om. V. 6. ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖαι] e corr. m. 2 F. 7. ΒΓ] ΒΓ εὐθεῖα BVp; εὐθεῖα in P add. m. rec., in F in mg. m. 1. ΕΖ εὐθείᾳ V m. 2. 8. εἰλήφθω — 9. ΛΖ] om. V. εἰλήφθωσαν p. καὶ ἔστω] P, ἔστω F (sed κύκλων renouatum); om. BVp. 10. καὶ ἐπεί] ἐπεί Bp; εἰ γάρ V m. 1, ἐπεὶ γάρ V m. 2. 11. ἐστίν P. ΒΚΓ] Κ e corr. m. 2 V.

## XXIX.

In aequalibus circulis sub aequalibus arcubus aequales rectae subtendunt.

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, $\Delta EZ$, et in iis aequales arcus abscindantur $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, et ducantur rectae $B\Gamma$, $EZ$. dico, esse $B\Gamma = EZ$.




sumantur enim centra circulorum et sint $K$, $\Lambda$, et ducantur $BK$, $K\Gamma$, $E\Lambda$, $\Lambda Z$. et quoniam arc.

$$BH\Gamma = E\Theta Z,$$

erit etiam $\angle B K\Gamma = E\Lambda Z$ [prop. XXVII]. et quoniam circuli $AB\Gamma$, $\Delta EZ$ aequales sunt, etiam radii aequales sunt [def. 1]. itaque duae rectae $BK$, $K\Gamma$ duabus $E\Lambda$, $\Lambda Z$ aequales sunt; et aequales angulos comprehendunt. itaque $B\Gamma = EZ$ [I, 4].

Ergo in aequalibus circulis sub aequalibus arcubus aequales rectae subtendunt; quod erat demonstrandum.

## XXX.

Datum arcum in duas partes aequales secare.

---

13. εἰσὶν PF. αἱ] om. P. ἐκ] om. p. 14. εἰσίν] PBF; εἰσί Vp. ἴσας γωνίας Bp. περιέχουσιν] PB, περιέχουσι pφ, περιφέρουσιν V. 16. ὑπὸ τάς BFVp. 17. αἱ ἴσαι V. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 F. 18. λ'] non liquet F.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα περιφέρεια ἡ $A\varDelta B$· δεῖ δὴ τὴν $A\varDelta B$ περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

Ἐπεζεύχθω ἡ $AB$, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ $\Gamma$, καὶ ἀπὸ τοῦ $\Gamma$ σημείου τῇ $AB$ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $\Gamma\varDelta$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $A\varDelta$, $\varDelta B$.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $A\Gamma$ τῇ $\Gamma B$, κοινὴ δὲ ἡ $\Gamma\varDelta$, δύο δὴ αἱ $A\Gamma$, $\Gamma\varDelta$ δυσὶ ταῖς $B\Gamma$, $\Gamma\varDelta$ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $A\Gamma\varDelta$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $B\Gamma\varDelta$ ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ $A\varDelta$ βάσει τῇ $\varDelta B$ ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· καί ἐστιν ἑκατέρα τῶν $A\varDelta$, $\varDelta B$ περιφερειῶν ἐλάττων ἡμικυκλίου· ἴση ἄρα ἡ $A\varDelta$ περιφέρεια τῇ $\varDelta B$ περιφερείᾳ.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα περιφέρεια δίχα τέτμηται κατὰ τὸ $\varDelta$ σημεῖον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

## λαʹ.

Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι τμήματι μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἐλάττων ὀρθῆς.

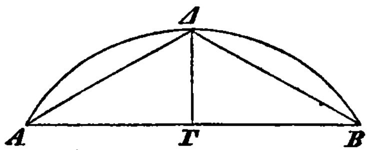
---

XXXI. [Euclid.] opt. 47 (Studien p. 122). Alexander Aphrod. in metaph. p. 318. Simplicius in phys. fol. 14ᵘ. Philop. in anal. II fol. 85ᵘ. Boetius p. 388, 10.

---

1. $A\varDelta B$] litt. $\varDelta B$ in ras. V; $AB$ corr. ex $A\Gamma$ P. 2. $AB\varDelta$ Bp; $AB$ P. 3. δίχα] ἡ $AB$ δίχα V. 5. $\Gamma\varDelta$] sic φ, e corr. m. 2 V. καί] om. φ. $\varDelta B$] $B$ corr. ex $\Theta$ m. 1 F. 8. εἰσίν]. PBF; εἰσί Vp. 9. καὶ βάσις Bp, V m. 2. ἄρα] om. V. 10. ἐστί V. δ' ἴσαι V. 11. ἀφαιροῦσιν B; in

Sit datus arcus $A\Delta B$. oportet igitur arcum $A\Delta B$ in duas partes aequales secare.




ducatur $AB$ et in duas partes aequales secetur in $\Gamma$ [I, 10], et a puncto $\Gamma$ ad rectam $AB$ perpendicularis ducatur $\Gamma\Delta$, et ducantur $A\Delta$, $\Delta B$. et quoniam $A\Gamma = \Gamma B$, et communis est $\Gamma\Delta$, duae rectae $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt; et

$$\angle A\Gamma\Delta = B\Gamma\Delta;$$

nam uterque rectus est. itaque $A\Delta = \Delta B$ [I, 4]. uerum aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori minorem autem minori [prop. XXVIII]. et uterque arcus $A\Delta$, $\Delta B$ minor est semicirculo. itaque arc. $A\Delta = \Delta B$.

Ergo datus arcus in duas partes aequales sectus est in puncto $\Delta$; quod oportebat fieri.

## XXXI.

In circulo angulus in semicirculo positus rectus est, qui autem in segmento maiore positus est, minor recto, qui autem in segmento minore positus est, maior recto, et praeterea angulus segmenti maioris maior est recto, minoris autem segmenti angulus minor recto.

---

ras. m. 1 P. 12. ἐλάτονι P. ἑκατέρων φ. τῶν] τοῦ φ. $\Delta B$] om. F. 14. $\Delta B$] in ras. V. περιφερείᾳ] om. V, περιφέρειαν φ. 15. ἡ] in ras. V. 16. ποιῆσαι] δεῖξαι P. 17. λγ' F. 18. ἐν] post ras. 1 litt. V. 22. γωνία] m. 2 V. 23. ὀρθῆς] PF; ἐστὶν ὀρθῆς Bp; ὀρθῆς ἐστιν V.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΓ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ἐν τῷ ΒΑΓ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΒΓ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΔΓ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ διήχθω ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Ζ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΑ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΕ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΕ τῇ ΕΑ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΓΑΕ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ ἴση ἐστίν. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΓ ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαις ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΓ· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα· ἡ ἄρα ἐν τῷ ΒΑΓ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν.

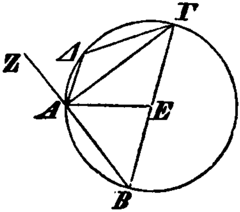
Καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΒΓ τρίγωνου δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΓ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία· καί ἐστιν ἐν τῷ ΑΒΓ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι.

Καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ,

---

1. ἔστω] (alt.) om. V. 2. Post δέ add. αὐτοῦ m. rec. P. Ε] supra hanc litt. eras. Γ V; seq. in F: καί (m. 1) εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας (in ras. m. 2) δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Δ (in mg. transit m. 1); eadem omnia B mg. m. rec. καί — ΒΑ] in mg. transit m. 1 F. 3. ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ] φ, seq. uestig. Α m. 1. 4. ἡ ὑπὸ ΒΑΓ] P; om. Theon (BFVp). 5. μείζονι] -ονι in ras. V; corr. ex μείζων m. 2 B. 6. ΑΒΓ] Β in ras. V. 7. ἡ ὑπὸ ΑΔΓ] om. p; mg. m. rec. B. 10. ἐστί] ἐστίν P. 11. ΑΒΕ] P, F m. 1, V m. 1; ΕΑΒ Bp, F m. 2, V m. 2.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius sit $B\Gamma$, centrum autem $E$, et ducantur $BA$, $A\Gamma$, $A\Delta$, $\Delta\Gamma$. dico, angulum in $BA\Gamma$ semicirculo positum $\angle BA\Gamma$ rectum esse, qui autem in segmento $AB\Gamma$ maiore, quam est semicirculus, positus est, $\angle AB\Gamma$ minorem recto, qui autem in segmento $A\Delta\Gamma$ minore, quam est semicirculus, positus est, $\angle A\Delta\Gamma$ maiorem recto esse.




ducatur $AE$, et educatur $BA$ ad $Z$. et quoniam $BE = EA$, erit etiam $\angle ABE = BAE$ [I, 5]. rursus quoniam $\Gamma E = EA$, erit etiam $\angle A\Gamma E = \Gamma AE$. ergo $\angle BA\Gamma = AB\Gamma + A\Gamma B$. uerum etiam angulus exterior trianguli $AB\Gamma$, $\angle ZA\Gamma = AB\Gamma + A\Gamma B$ [I, 32]. itaque $\angle BA\Gamma = ZA\Gamma$. rectus igitur est uterque [I, def. 10]. ergo angulus $BA\Gamma$ in semicirculo $BA\Gamma$ positus rectus est.

et quoniam trianguli $AB\Gamma$ duo anguli $AB\Gamma$, $BA\Gamma$ duobus rectis minores sunt [I, 17], et $\angle BA\Gamma$ rectus est, $\angle AB\Gamma$ minor est recto; et in segmento $AB\Gamma$ maiore, quam est semicirculus, positus est.

et quoniam in circulo quadrilaterum est $AB\Gamma\Delta$,

---

$BAE$] P; $EBA$ Bp, e corr. FV. 12. $\Gamma E$] P; $AE$ F, V in ras. m. 2; $EA$ Bp. $EA$] P; $E\Gamma$ Bp, in ras. m. 2 FV. ἐστίν PB. καί] om P. γωνία ἡ FV (supra γωνία in V ras. est). 13. $\Gamma AE$] in ras. m. 2 V. 15. $AB\Gamma$] (alt.) $\Gamma$ in ras. m. 2 V. γωνίαις] m. 2 V. 16. ἴση] (prius) m. 2 F. 17. $AB\Gamma$ P. 18. ἐστιν] PB, comp. p; ἐστι FV. 19. δύο] supra add. αἱ m. 1 F. 20. $AB\Gamma$, $BA\Gamma$] $AB\Gamma$ in spatio 6 litt. m. 2 F. ἐλάσσονές FV. 21. $BA\Gamma$] PFV; $BA\Gamma$ γωνία Bp. ἐλάσσων V.

*τῶν δὲ ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν [αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν], καί ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάττων ὀρθῆς· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ γωνία μείζων ὀρθῆς ἐστιν· καί ἐστιν ἐν τῷ ΑΔΓ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι.*

*Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό [τε] τῆς ΑΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό [τε] τῆς ΑΔ[Γ] περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. καί ἐστιν αὐτόθεν φανερόν. ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εὐθειῶν ὀρθή ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς ΑΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας περιεχομένη μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΖ εὐθειῶν ὀρθή ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς ΓΑ εὐθείας καὶ τῆς ΑΔ[Γ] περιφερείας περιεχομένη ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.*

*Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι [τμήματι] μείζων ὀρθῆς, καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος [γωνία] μείζων [ἐστὶν] ὀρθῆς,*

---

2. *αἱ ἄρα* — 3. *εἰσίν*] mg. m. rec. P. 3. *γωνίαι*] om. Bp. *εἰσίν*] BF; *εἰσί* PVp. 4. *λοιπή*] m. 2 F. *γωνία*] PF; om. BVp. 5. *ὀρθῆς ἐστιν*] PF; *ὀρθῆς ἐστι* V; *ἐστιν ὀρθῆς* Bp. *ἐστιν*] (alt.) om. V (supra *καὶ ἐν* ras.). *ΑΔΓ*] P, F, V (ras. supra); om. Bp. *ἐλάτονι* P. 7. *ὅτι*] P, F m. 1; *δή, ὅτι* BVp, F m. 2 (euan.). 8. *τε*] P; om. BFVp. *ΑΒΓ*] P; *ΑΗΒ* P m. rec., BF, V m. 2, p m. 1; *ΑΒΓ* cum ras. 1 litt. inter *Α* et *Β* V m. 1; *Γ* add. p m. rec. 9. *ΑΓ*] *Γ* in ras. m. rec. B. *μείζων*] *μείζ-* in ras. m. rec. B. 10. *τε*] P; om. BFVp. 11. *ΑΔΓ*] *Γ* insert. m. 1 F. *ἐλάττων*] in ras. m. rec. B. 12. *ἡ*] *ἡ περιεχομένη γωνία* V. 13. *ὀρθή*] PFV (in F ante *ὀρθή* inser. *περιεχομένη γωνία* mg. m.

et in quadrilateris in circulis positis oppositi anguli duobus rectis aequales sunt [prop. XXII], et angulus *ΑΒΓ* minor est recto, reliquus angulus *ΑΔΓ* maior est recto; et in *ΑΔΓ* segmento minore, quam est semicirculus, positus est.

dico etiam, angulum maioris segmenti arcu *ΑΒΓ* et recta *ΑΓ* comprehensum maiorem esse recto, minoris autem segmenti angulum arcu *ΑΔΓ* et recta *ΑΓ* comprehensum minorem esse recto. et hoc statim adparet. nam quoniam angulus rectis *ΒΑ*, *ΑΓ* comprehensus rectus est, angulus arcu *ΑΒΓ* et recta *ΑΓ* comprehensus maior est recto. rursus quoniam angulus rectis *ΑΓ*, *ΑΖ* comprehensus rectus est, angulus recta *ΓΑ* et arcu *ΑΔΓ* comprehensus minor est recto.

Ergo in circulo angulus in semicirculo positus rectus est, qui autem in segmento maiore positus est, minor recto, qui autem in segmento minore positus est, maior recto, et praeterea angulus segmenti ma-

---

1; idem mg. m. rec. P); περιεχομένη ὀρθὴ γωνία Bp. 14. *ΑΒΓ*] *ΑΗΓ* P; *ΑΗΒ* BF, V m. 2, p m. 1; *Γ* add. p m. rec., *ΑΒΘ* cum ras. inter *Α* et *Β* V m. 1. *ΑΓ*] *Γ* in ras. m. rec. B. 15. μείζων] μειζ- in ras. m. rec. B. 16. *ΑΓ*] *ΓΑ* V. εὐθειῶν περιεχομένη in ras. m. 2 V. 17. *ΑΔΓ*] *ΑΔ* P. ἐλάττων] e corr. B m. rec., praeced. ε m. 1; post ras. 1 litt. V. 20. ἐλάττων ἐστίν BV. 21. τμήματι] om. PB FVp. μείζων ἐστίν BVp. 22. γωνία] om. P, m. 2 F. ἐστίν] om. P; m. 2 F.

ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος [γωνία] ἐλάττων ὀρθῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν [ἡ] μία γωνία τριγώνου ταῖς δυσὶν ἴση ᾖ, ὀρθή ἐστιν ἡ γωνία διὰ τὸ καὶ τὴν ἐκείνης ἐκτὸς ταῖς αὐταῖς ἴσην εἶναι· ἐὰν δὲ αἱ ἐφεξῆς ἴσαι ὦσιν, ὀρθαί εἰσιν.]

λβ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Β σημείου διήχθω τις εὐθεῖα εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τέμνουσα αὐτὸν ἡ ΒΔ. λέγω, ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ ΒΔ μετὰ τῆς ΕΖ ἐφαπτομένης, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις, τουτέστιν, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΒΑΔ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ, ἡ δὲ ὑπὸ ΕΒΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΔΓΒ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΕΖ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΑ,

---

XXXII. Boetius p. 388, 16.

---

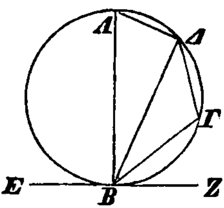
1. *γωνία*] om. PBFVp. 2. Seq. alia demonstratio; u. appendix. 3. *πόρισμα* — 7. *εἰσιν*] mg. m. 1 PFb; eras. V. 4. *ὅτι*] ·/. F. *ἡ*] om. P. *τριγώνου ἡ μία γωνία* Bp. 5. *δύο* P. *ἐστι* B. *ἡ γωνία*] Pb; om. BFp. 6. *καί*] e corr. F. *ἐκτός*] Pb, B m. rec.; *ἐφεξῆς* Fp, B m. 1. *ἐάν*] Pb; *ὅταν* FBp. 7. *αἱ*] om. Pb. *γωνίαι ἴσαι* F. 8. *λδ'* F; corr. m. 2. 9. *ἐφ-* m. 2 F. 10. *εἰς τὸν κύκλον*] om. FV.

ioris maior est recto minoris autem segmenti angulus minor recto; quod erat demonstrandum.[1])

## XXXII.

Si recta circulum contingit, et a puncto contactus in circulum producitur recta secans circulum, anguli, quos haec cum contingenti efficit, aequales erunt angulis in alternis segmentis circuli positis.

nam circulum $AB\Gamma\Delta$ contingat recta $EZ$ in puncto $B$, et a $B$ puncto recta $B\Delta$ circulum $AB\Gamma\Delta$ secans in eum producatur. dico, angulos, quos $B\Delta$ cum contingenti $EZ$ efficiat, aequales fore angulis in alternis segmentis circuli positis, h. e. $\angle ZB\Delta$ aequalem esse angulo in segmento $BA\Delta$ constructo, et $\angle EB\Delta$ angulo in segmento $\Delta\Gamma B$ constructo aequalem.




ducatur enim a $B$ ad $EZ$ perpendicularis $BA$, et

1) Corollarium per se parum necessarium hic prorsus praue collocatur, cum minime e propositione pendeat. si Euclides id adiicere uoluisset, post I, 32 ponere debuit. etiam collocatio uerborum ὅπερ ἔδει δεῖξαι et ratio codicum interpolatorem arguunt; omisit Campanus. post Theonem demum additum esse uidetur.

διαχθῇ] -α- in ras. V. 11. τὴν ἐφαπτομένην V; corr. m. 2. 17. αὐτό φ. 18. ἐφαπτομένης] -ς postea add. F. 19. τοῦ κύκλου τμήμασι V. τμήμασιν P. ὅτι] om. p. 20. $ZB\Delta$] $\Delta BZ$ F; corr. m. 2. γωνία] om. Bp. ἐστίν P. ἐν τῷ] in ras. V m. 2. $BA\Delta$] PF, V e corr. m. 2; $\Delta AB$ Bp. 21. γωνίᾳ] seq. τῇ ὑπὸ $\Delta AB$, sed eras. V. $EB\Delta$] $\Delta$ in ras. V; $\Delta BE$ F, corr. m. 2. γωνία] PF, V in ras. m. 2; om. Bp. ἐστίν P. 22. $\Delta\Gamma B$] $\Gamma$ e corr. m. 2 V. γωνίᾳ] seq. τῇ ὑπὸ $\Delta\Gamma B$ V (eras.), idem mg. m. 2 F.

καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΔ περιφερείας τυχὸν σημεῖον τὸ Γ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΒ.

Καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ ΑΒΓΔ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἦκται τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΑ, ἐπὶ τῆς ΒΑ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἡ ΒΑ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΒ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα ὀρθή ἐστιν. λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΒΔ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΖ ὀρθή· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΖ ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΒΔ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΖ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι τοῦ κύκλου γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΔΒΖ, ΔΒΕ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΖ, ΔΒΕ ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ, ΒΓΔ ἴσαι εἰσίν, ὧν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ ἐδείχθη ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΕ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι τῷ ΔΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. ΒΔ] in ras. m. 1 P; inter Β et Δ insert. Γ m. 2 F. 2. ΔΓ, ΓΒ] litt. ΓΓΒ in ras. m. 2 p. 4. καὶ ἀπό] ἀπὸ δέ P. τῆς] P; τῆς κατὰ τὸ Β Theon (BFVp). 5. ΒΑ] (bis) ΑΒ F. 6. ἐστίν P. 6. ἡ ΒΑ — 7. κύκλου] om. Bp. 7. ἐστίν P, ut lin. 9. 10. 12. 14. ἡ ἄρα ἡ V. 8. ἐστιν] PV, comp. p; ἐστι BF. 9. μιᾷ ὀρθῇ] mg. P. 14. αἱ] καὶ αἱ FV. 15. γωνίαι] post hoc uocabulum in FV mg. m. 2 add.

in arcu $B\Delta$ sumatur quodlibet punctum $\Gamma$, et ducantur $A\Delta$, $\Delta\Gamma$, $\Gamma B$. et quoniam circulum $AB\Gamma\Delta$ contingit recta $EZ$ in $B$, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducta est $BA$, in $BA$ centrum erit circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. XIX]. itaque $BA$ diametrus est circuli $AB\Gamma\Delta$. quare $\angle A\Delta B$, qui in semicirculo positus est, rectus est [prop. XXXI]. ergo reliqui

$$BA\Delta + AB\Delta$$

uni recto aequales sunt [I, 32]. uerum etiam $\angle ABZ$ rectus est. itaque $\angle ABZ = BA\Delta + AB\Delta$. subtrahatur, qui communis est, $\angle AB\Delta$. itaque

$$\angle \Delta BZ = BA\Delta,$$

qui in alterno segmento circuli positus est. et quoniam quadrilaterum in circulo positum est $AB\Gamma\Delta$, oppositi anguli eius duobus rectis aequales sunt [prop. XXII]. sed etiam $\angle \Delta BZ + \Delta BE$ duobus rectis sunt aequales [I, 13]. itaque

$$\Delta BZ + \Delta BE = BA\Delta + B\Gamma\Delta,$$

quorum $\angle BA\Delta = \Delta BZ$, ut demonstratum est. itaque $\angle \Delta BE = \Delta\Gamma B$, qui in alterno segmento circuli $\Delta\Gamma B$ positus est.

Ergo si recta circulum contingit, et a puncto contactus in circulum producitur recta secans circulum, anguli, quos haec cum contingenti efficit, aequales erunt angulis in alternis segmentis circuli positis; quod erat demonstrandum.

---

*αἱ ὑπὸ $BA\Delta$, $\Delta\Gamma B$.* 15. *εἰσὶ δέ* — 16. *ἴσαι*] P (*εἰσίν*); om. Theon (BFVp). 17. $\Delta BZ$] litt. $\Delta B$ e corr. m. 1 F. In p seq. mg. m.1: *αἵ εἰσι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι διὰ τὸ εὐθεῖαν τὴν $\Delta B$ ἐπ' εὐθείαν* (-*αν* non liquet) *τὴν EZ ὡς ἔτυχε ἑστάναι.* 24. *τοῖς*] insert. m. 2 F.

λγ'.

*Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.*

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Γ· δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ.

Ἡ δὴ πρὸς τῷ Γ [γωνία] ἤτοι ὀξεῖά ἐστιν ἢ ὀρθὴ ἢ ἀμβλεῖα· ἔστω πρότερον ὀξεῖα, καὶ ὡς ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ τῇ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὀξεῖα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ. ἤχθω τῇ ΔΑ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΕ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΒ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΗ, δύο δὴ αἱ ΑΖ, ΖΗ δύο ταῖς ΒΖ, ΖΗ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ [γωνίᾳ] τῇ ὑπὸ ΒΖΗ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΑ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β. γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΑΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΒ. ἐπεὶ οὖν ἀπ' ἄκρας τῆς ΑΕ διαμέτρου ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΕ πρὸς ὀρθάς ἐστιν

XXXIII. [Euclid.] opt. 47 (Studien p. 122). Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 388, 20—21?

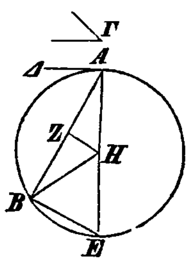
1. λε' F. 5. ἡ] (primum) om. p. 8. τῷ] τῇ PF. Γ] P; Γ γωνίᾳ Theon (BFVp). 9. δή] scripsi; δέ P; ἄρα m. 2 FV; γάρ Bp, F m. 1. γωνία] P; om. BFVp; in F add. m. rec. ἤ] supra scr. m. 2 V. 10. πρότερον] πρῶτον V. καὶ ὡς] P, F (καί del. m. 2); ὡς Bp, e corr. V.

## XXXIII.

In data recta segmentum circuli construere, quod angulum capiat aequalem dato angulo rectilineo.

Sit data recta $AB$, et datus angulus rectilineus is, qui ad $\Gamma$ positus est. oportet igitur in data recta $AB$ segmentum circuli construere, quod angulum capiat aequalem angulo ad $\Gamma$ posito.

angulus igitur ad $\Gamma$ positus aut acutus est aut rectus aut obtusus. sit prius acutus, et, ut in prima




figura, ad $AB$ rectam et punctum $A$ construatur angulus aequalis angulo ad $\Gamma$ posito $\angle BA\Delta$ [I, 23]. itaque $\angle BA\Delta$ acutus est. ducatur ad $\Delta A$ perpendicularis $AE$, et $AB$ in duas partes aequales secetur in $Z$, et a $Z$ puncto ad $AB$ perpendicularis ducatur $ZH$, et ducatur $HB$.

et quoniam $AZ = ZB$, et communis est $ZH$, duae rectae $AZ$, $ZH$ duabus $BZ$, $ZH$ aequales sunt; et $\angle AZH = BZH$. itaque $AH = BH$ [I, 4]. quare circulus centro $H$ radio autem $HA$ descriptus etiam per $B$ ueniet. describatur et sit $ABE$, et ducatur $EB$. iam quoniam ab $A$ termino diametri $AE$ ad $AE$ per-

---

11. *καταστροφῆς* φ. *καὶ συνεστάτω* Bpφ; *καί* om. P, m. 2 V. 12. *A σημείῳ*] *πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A* V. 13. *ἐστίν* PF. *καὶ ἤχθω* Bp. $\Delta A$] $A\Delta$ BVp. Dein add. *ἀπὸ τοῦ A σημείου* Bp, P m. rec. 14. $AE$] E in ras. V. *καὶ τετμήσθω ἡ AB*] mg. m. 2 F. 18. *δύο*] (alt.) *δυσί* Vp. $BZ$] $ZB$ Bp, FV m. 2. *εἰσί* Vp. 19. *γωνίᾳ*] P; om. BFVp. $BZH$] P; $HZB$ Bp, V (sed $H$ et $B$ in ras.); $ZB$ supra scr. $H$ m. 1 F. *ἴση ἐστί* V. 20. $BH$] $HB$ F. 23. $EB$] $BE$ P.

*ἡ ΑΔ, ἡ ΑΔ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΕ κύκλου· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΕ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΔ, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἁφῆς εἰς τὸν ΑΒΕ κύκλον διῆκταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΑΒ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΑΒ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ πρὸς τῷ Γ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ.*

*Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς ΑΒ τμῆμα κύκλου γέγραπται τὸ ΑΕΒ δεχόμενον γωνίαν τὴν ὑπὸ ΑΕΒ ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ πρὸς τῷ Γ.*

*Ἀλλὰ δὴ ὀρθὴ ἔστω ἡ πρὸς τῷ Γ· καὶ δέον πάλιν ἔστω ἐπὶ τῆς ΑΒ γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ ὀρθῇ [γωνίᾳ]. συνεστάτω [πάλιν] τῇ πρὸς τῷ Γ ὀρθῇ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΔ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ κέντρῳ τῷ Ζ, διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν ΖΑ, ΖΒ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΕΒ.*

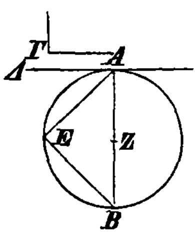
*Ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΑΔ εὐθεῖα τοῦ ΑΒΕ κύκλου διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ Α γωνίαν. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία τῇ ἐν τῷ ΑΕΒ τμήματι· ὀρθὴ γὰρ καὶ αὐτὴ ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΕΒ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Γ.*

---

1. *ΑΕΒ*] om. Bp; supra est ras. in V. *ἐπεὶ οὖν*] PFV (*γρ. καὶ ἐπεί* F mg.), *καὶ ἐπεί* Bp. 2. *τοῦ ΑΒΕ κύκλου* Bp. *ΑΒΕ*] *ΑΕΒ* e corr. V. 4. *ἐστίν* PB. 5. *ἐν τῷ*] om. P. 6. *ἀλλά* P. *ΔΑΒ*] litt. *ΔΑ* in ras. m. 1 P, dein add. *τῆι ὑπὸ ΑΕΒ*, del. m. 1. 7. *ἐστίν* P. 8. *ἐπί*] *-ι* e corr. m. 2 V. *ΑΒ*] *Α* eras. p. *τμῆμα κύκλου* F. 9. *ΕΑΒ* F. 10. *τῇ*] (alt.) om. F. 11. *ἔστω πάλιν* P. 13. *γωνίᾳ*] P; om. BFVp. 14. *πάλιν*] F; om. P; *γὰρ πάλιν* BVp. 16. *μὲν τῷ* V. 19. *ΑΒΕ*] corr. ex *ΑΒΓ* m. 1 P. 20. *γωνίαν*]

pendicularis ducta est $A\Delta$, recta $A\Delta$ circulum $ABE$ contingit [prop. XVI πόρ.]. iam quoniam circulum $ABE$ contingit recta $A\Delta$, et ab $A$ puncto contactus in circulum $ABE$ producta est recta $AB$, erit $\angle\, \Delta AB = AEB$, qui in alterno segmento circuli positus est [prop. XXXII]. uerum $\angle\, \Delta AB$ angulo ad $\Gamma$ posito aequalis est. itaque angulus ad $\Gamma$ positus angulo $AEB$ aequalis est. ergo in data recta $AB$ segmentum circuli $AEB$ descriptum est, quod angulum capiat $AEB$ angulo dato, qui ad $\Gamma$ positus est, aequalem.

iam uero angulus ad $\Gamma$ positus rectus sit. et rursus propositum sit, ut in recta $AB$ segmentum circuli describatur, quod capiat angulum recto angulo ad $\Gamma$ posito aequalem. construatur rursus angulus $BA\Delta$ recto angulo ad $\Gamma$ posito aequalis, ut in secunda figura factum est, et $AB$ in $Z$ in duas partes aequales secetur, et centro $Z$ radio autem alterutra rectarum $ZA, ZB$ circulus describatur $AEB$. itaque recta




$A\Delta$ circulum $ABE$ contingit, quia angulus ad $A$ positus rectus est [prop. XVI πόρ.]. et $\angle\, BA\Delta$ angulo in segmento $AEB$ posito aequalis est; nam hic et ipse rectus est, quia in semicirculo positus est [prop. XXXI]. uerum $\angle\, BA\Delta$ etiam angulo ad $\Gamma$ posito aequalis est. ergo etiam angulus in segmento $AEB$ positus aequalis est an-

m. 2 V. ἴση] PF; om. BVp. 21. τμήματι ἴση BVp; supra τμήματι in F duae litt. eras. ($\gamma^{\omega}$?). 22. ἐν] m. rec. P. καί] PF; om. BVp. 23. ἐστιν ἴση BVp. καί — 24. τῷ Γ] om. Bp; supra est ras. in V. 24. $AEB$] in ras. m. 2 V. Dein add. τμήματι P m. rec. ἴση ἐστί] P (ἐστίν); om. V; ras. 6 litt. F. Γ] P, F m. 1; ἴση ἐστίν add. F m. 2; Γ ἐστιν ἴση V.

*Γέγραπται ἄρα πάλιν ἐπὶ τῆς ΑΒ τμῆμα κύκλου τὸ ΑΕΒ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ.*

*Ἀλλὰ δὴ ἡ πρὸς τῷ Γ ἀμβλεῖα ἔστω· καὶ συνεστάτω αὐτῇ ἴση πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς, καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΕ, καὶ τετμήσθω πάλιν ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΒ.*

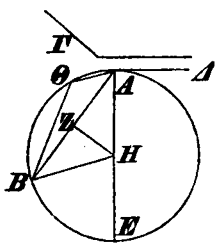
*Καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ, καὶ κοινὴ ἡ ΖΗ, δύο δὴ αἱ ΑΖ, ΖΗ δύο ταῖς ΒΖ, ΖΗ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΗ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν· ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΑ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β. ἐρχέσθω ὡς ὁ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ τῇ ΑΕ διαμέτρῳ ἀπ' ἄκρας πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΑΔ, ἡ ΑΔ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΕΒ κύκλου. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΑΒ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι τῷ ΑΘΒ συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΘΒ ἄρα τμήματι γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Γ.*

*Ἐπὶ τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ γέγραπται τμῆμα κύκλου τὸ ΑΘΒ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

---

2. *ΑΒΕ* P. *Γ ὀρθῇ* V, F m. rec. 4. *ἴσῃ*] m. rec. P. *Α*] *ἐπ' αὐτῇ* m. 2 supra scr. F. 9. *ΖΒ*] in ras. F. *καὶ κοινή*] *κοινὴ δέ* FV. 10. *ΖΗ*] (alt.) *Η* in ras. m. 1 B. *δύο*] PB, *δυσ̊ι* F m. 1; *δυσί* Vp. 11. *εἰσί* Vp. 12. Post *ἴση* add. *ἐστί* V, F m. 2. 13. *ΗΑ*] corr. ex *Α* m. rec. P. 15. *ἐπεί*] corr. ex *ἐπί* m. 2 F. *ἐστιν*] P; cfr. p. 250, 24; *ἦκται* Theon (BFVp). 16. *ΑΕΒ*] litt. *ΕΒ* in ras. F. 17. *ἡ*] (prius) in ras. m. 2 V. 18. *ἐστίν* P. 19. *ΑΘΒ*] litt. *ΘΒ*

gulo ad $\Gamma$ posito. ergo rursus in $AB$ segmentum circuli descriptum est $AEB$, quod angulum capiat aequalem angulo ad $\Gamma$ posito.




iam uero angulus ad $\Gamma$ positus obtusus sit, et ad rectam $AB$ et punctum $A$ ei aequalis construatur $\angle BA\Delta$, ut in tertia figura factum est, et ad $A\Delta$ perpendicularis ducatur $AE$, et rursus $AB$ in $Z$ in duas partes aequales secetur, et ad $AB$ perpendicularis ducatur $ZH$, et ducatur $HB$. et quoniam rursus $AZ = ZB$, et $ZH$ communis est, duae rectae $AZ$, $ZH$ duabus $BZ$, $ZH$ aequales sunt; et $\angle AZH = BZH$. itaque $AH = BH$ [I, 4]. itaque circulus centro $H$ et radio $HA$ descriptus etiam per $B$ ueniet. cadat ut $AEB$. et quoniam ad diametrum $AE$ in termino perpendicularis ducta est $A\Delta$, recta $A\Delta$ circulum $AEB$ contingit [prop. XVI πόρ.]. et ab $A$ puncto contactus producta est $AB$. itaque $\angle BA\Delta$ angulo in alterno segmento circuli, $A\Theta B$, constructo aequalis est [prop. XXXII]. sed $\angle BA\Delta$ angulo ad $\Gamma$ posito aequalis est. quare etiam angulus in $A\Theta B$ segmento positus angulo ad $\Gamma$ posito aequalis est.

Ergo in data recta $AB$ segmentum circuli constructum est $A\Theta B$, quod angulum angulo ad $\Gamma$ posito aequalem capiat; quod oportebat fieri.

---

in ras. m. 2 V. *συνεσταμένη* PF. *ἀλλά* P. 20. *ἐστὶ* V. 21. *γωνία*] om. V. *ἐστίν* P. 22. *ἄρα δοθείσης*] PF; *δοθείσης ἄρα* BVp. $AB$] in ras. FV. 23. *δεχόμενον*] corr. ex *ἐχόμενον* m. 1 P.

λδ'.

*Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.*

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ $Δ$· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ πρὸς τῷ $Δ$.

Ἤχθω τοῦ $ΑΒΓ$ ἐφαπτομένη ἡ $ΕΖ$ κατὰ τὸ $Β$ σημεῖον, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ $ΖΒ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $Β$ τῇ πρὸς τῷ $Δ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΖΒΓ$.

Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ $ΑΒΓ$ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ $ΕΖ$, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ $Β$ ἐπαφῆς διῆκται ἡ $ΒΓ$, ἡ ὑπὸ $ΖΒΓ$ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ $ΒΑΓ$ ἐναλλὰξ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $ΖΒΓ$ τῇ πρὸς τῷ $Δ$ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ἐν τῷ $ΒΑΓ$ ἄρα τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ $Δ$ [γωνίᾳ].

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα κύκλου τοῦ $ΑΒΓ$ τμῆμα ἀφῄρηται τὸ $ΒΑΓ$ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ πρὸς τῷ $Δ$· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λε'.

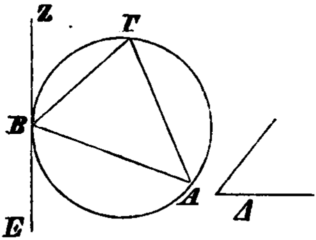
*Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχό-*

---

1. λϛ' F. 6. *δεῖ δή* — 7. *ἀφελεῖν*] om. F; add. m. 2 mg. 7. *γωνία φ.* *τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ*] P; om. Theon (BFVp). 8. $Δ$] $Δ$ *γωνίᾳ* Bp, F m. 2, V m. 2. 9. $ΑΒΓ$ *κύκλου* V, sed *κύκλου* punctis notat. *ἡ*] *εὐθεῖα ἡ* V, F m. rec. $Β$] corr. ex $Γ$ m. 2 F. 10. $ΖΒ$] $ΒΖ$ P. 11. *τῷ*] (alt.) *τῇ* p; corr. m. 2. 13. $ΑΒΓ$ *κατὰ τὸ* $Β$ V, F m. rec. *τις*] m. 2 F. 15. *γωνία*] om. Bp. *ἴση ἐστί*] om.

## XXXIV.

A dato circulo segmentum auferre, quod angulum capiat dato angulo rectilineo aequalem.




Sit datus circulus *ΑΒΓ*, et datus angulus rectilineus is, qui ad *Δ* positus est. oportet igitur a circulo *ΑΒΓ* segmentum circuli auferre, quod capiat angulum aequalem dato angulo rectilineo, qui ad *Δ* positus est.

ducatur *EZ* circulum *ΑΒΓ* contingens in puncto *B*, et ad rectam *ZB* et punctum eius *B* angulo ad *Δ* posito aequalis construatur *ZBΓ* [I, 23].

iam quoniam circulum *ΑΒΓ* contingit recta *EZ*, et a puncto contactus *B* producta est *BΓ*, ∠ *ZBΓ* aequalis est angulo in *ΒΑΓ* alterno segmento constructo [prop. XXXII]. uerum ∠ *ZBΓ* angulo ad *Δ* posito aequalis est. quare etiam angulus in segmento *ΒΑΓ* positus aequalis est angulo ad *Δ* posito.

Ergo a dato circulo *ΑΒΓ* segmentum ablatum est *ΒΑΓ*, quod capiat angulum aequalem dato angulo rectilineo, qui ad *Δ* positus est; quod oportebat fieri.

## XXXV.

Si in circulo duae rectae inter se secant, rectan-

---

V. *ΒΑΓ*] *ΒΑ* e corr. m. 2 V; *ΑΒΓ* F. 16. *συνεσταμένη* F. *γωνία ἴση ἐστίν* V. *τῇ*] *γωνία ἴση ἐστί τῇ* V. 17. *ἐστιν ἴση*] om. V. *τμήματι*] P; *τμήματι γωνία* Theon (BFVp). 18. *ἐστίν* P. *γωνίᾳ*] P; om. BFVp. 19. *τοῦ*] (alt.) om. F. *τμῆμά τι* V et corr. ex *τμήματι* F. 22. *λε'*] euan. F.

μενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν γὰρ κύκλῳ τῷ $AB\Gamma\Delta$ δύο εὐθεῖαι αἱ $A\Gamma$, $B\Delta$ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ $E$ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $AE$, $E\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Delta E$, $EB$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Εἰ μὲν οὖν αἱ $A\Gamma$, $B\Delta$ διὰ τοῦ κέντρου εἰσὶν ὥστε τὸ $E$ κέντρον εἶναι τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου, φανερόν, ὅτι ἴσων οὐσῶν τῶν $AE$, $E\Gamma$, $\Delta E$, $EB$ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $AE$, $E\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Delta E$, $EB$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Μὴ ἔστωσαν δὴ αἱ $A\Gamma$, $\Delta B$ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma\Delta$, καὶ ἔστω τὸ $Z$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Z$ ἐπὶ τὰς $A\Gamma$, $\Delta B$ εὐθείας κάθετοι ἤχθωσαν αἱ $ZH$, $Z\Theta$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ZB$, $Z\Gamma$, $ZE$.

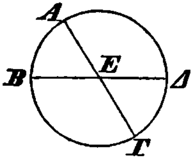
Καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ $HZ$ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν $A\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἴση ἄρα ἡ $AH$ τῇ $H\Gamma$. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ $A\Gamma$ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ $H$, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ $E$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $AE$, $E\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $EH$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $H\Gamma$· [κοινὸν] προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς $HZ$· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $AE$, $E\Gamma$ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν $HE$, $HZ$ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $\Gamma H$, $HZ$. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $EH$, $HZ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ZE$, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $\Gamma H$, $HZ$ ἴσον

3. γάρ] γὰρ τῷ BFVp. $A\Gamma, B\Delta$] litt. $\Gamma, B$ in ras. m. 2 V; $\Gamma, B\Delta$ in ras. m. 1 B; $A\Gamma, \Delta B$ F. 6. τῶν] om. P. 8. $B\Delta$] $\Delta B$ F. εἰσίν] ὦσιν V. 10. $E\Gamma$] in ras. m. 2 V. 13. μὴ ἔστωσαν δή] P, F (mg. m. 2: γρ. ἔστωσαν δή); ἔστωσαν δή BVp. $A\Gamma, \Delta B$] litt. $\Gamma, \Delta B$ in ras. m. 2 V. διά] PF, V m. 1, p

gulum comprehensum partibus alterius aequale est rectangulo comprehenso partibus alterius.

nam in circulo $AB\Gamma\Delta$ duae rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se secent in $E$ puncto. dico, esse

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB.$$

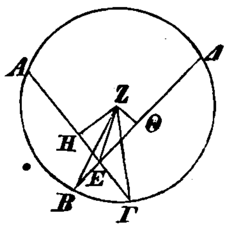



iam si $A\Gamma$, $B\Delta$ per centrum ductae sunt, ita ut $E$ centrum sit circuli $AB\Gamma\Delta$, manifestum est, esse

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB,$$

cum aequales sint $AE$, $E\Gamma$, $\Delta E$, $EB$.

ne sint igitur $A\Gamma$, $\Delta B$ per centrum ductae. et sumatur centrum circuli $AB\Gamma\Delta$, et sit Z, et a Z ad rectas $A\Gamma$, $\Delta B$ perpendiculares ducantur $ZH$, $Z\Theta$ et ducantur $ZB$, $Z\Gamma$, $ZE$. et quoniam recta per centrum ducta $HZ$ aliam rectam $A\Gamma$ non per centrum ductam ad rectos angulos secat, eadem eam in duas partes aequales secat [prop. III]. itaque $AH = H\Gamma$. iam quoniam recta $A\Gamma$ in partes aequales diuisa est in $H$, in inaequalss autem in




$E$, erit $AE \times E\Gamma + HE^2 = H\Gamma^2$ [II,5]. commune adiiciatur $HZ^2$. itaque

$$AE \times E\Gamma + HE^2 + HZ^2 = \Gamma H^2 + HZ^2.$$

uerum $ZE^2 = EH^2 + HZ^2$ et

m. 1; μὴ διά B, V m. 2, p m. 2. καί] mg. m. 2 F. 14. $AB\Gamma\Delta$] litt. $\Gamma\Delta$ in ras. m. 2 V. Dein add. κύκλου P m. rec., F postea insert., V m. 2. 17. $HZ$] $ZH$ P. 18. μή] postea insert. F. 19. τέμνει] (alt.) PFV; τεμεῖ Bp (F m. 2). 22. $HE$ V m. 1, corr. m. 2. 23. $H\Gamma$ τετραγώνῳ V. κοινόν] om. P, post προσκείσθω add. m. rec. 25. $HE$, $HZ$] alt. $H$ e corr. m. 2 V; $ZH$, $HE$ P ($ZH$ corr. ex $ZE$ m. rec.). ἴσα P. ἐστίν PB.

ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΓ. ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖαι δύο τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## λϛ'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσ-

6. ἐδείχθη δέ] ὥστε P; mg. m. rec.: γρ. ἐδείχθη δέ. ἐδείχθη — 8. ΖΒ] om. p. 11. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] mg. m. 2 V. 12. τῷ] τό φ. 15. ὑπὸ τῆς μιᾶς τῶν P. 16.

$$Z\Gamma^2 = \Gamma H^2 + HZ^2 \text{ [I, 47]}.$$

itaque $AE \times E\Gamma + ZE^2 = Z\Gamma^2$. sed $Z\Gamma = ZB$. itaque $AE \times E\Gamma + EZ^2 = ZB^2$. eadem de causa[1]) erit $\Delta E \times EB + ZE^2 = ZB^2$. sed demonstratum est etiam $AE \times E\Gamma + ZE^2 = ZB^2$. itaque

$$AE \times E\Gamma + ZE^2 = \Delta E \times EB + ZE^2.$$

subtrahatur, quod commune est, $ZE^2$. itaque

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB.$$

Ergo si in circulo duae rectae inter se secant, rectangulum comprehensum partibus alterius aequale est rectangulo comprehenso partibus alterius; quod erat demonstrandum.

## XXXVI.

Si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad circulum adcidunt duae rectae, et altera harum circulum secat, altera contingit, rectangulum comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa aequale erit quadrato contingentis.

Nam extra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum $\Delta$, et a $\Delta$ ad circulum $AB\Gamma$ adcidant duae rectae $\Delta\Gamma A$,

1) $B\Theta = \Theta\Delta$ (prop. III). $BE \times E\Delta + E\Theta^2 = B\Theta^2$ (II, 5).
$$BE \times E\Delta + E\Theta^2 + Z\Theta^2 = B\Theta^2 + Z\Theta^2 = BZ^2$$
$$= BE \times E\Delta + ZE^2 \text{ (I, 47)}.$$

τμημάτων] τῶν τμημάτων p. 17. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] ὅπερ φ. 18. λη' F; corr. m. 2. 20. προσπίπτωσιν P. 22. ἔσται] om. FV. τῆς ὅλης τῆς p, F m. 2. 24. περιφερείας] PBFp; add. περιεχόμενον ὀρθογώνιον V, F mg. m. 1. 25. ἴσον ἐστί FV.

*πιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΓ[Α], ΔΒ· καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω τὸν ΑΒΓ κύκλον, ἡ δὲ ΒΔ ἐφαπτέσθω· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ τετραγώνῳ.*

*Ἡ ἄρα [Δ]ΓΑ ἤτοι διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἢ οὔ. ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω τὸ Ζ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΔ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΑΓ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Ζ, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΖΔ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐφαπτομένης.*

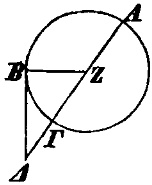
*ἀλλὰ δὴ ἡ ΔΓΑ μὴ ἔστω διὰ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἤχθω ἡ ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒ, ΕΓ, ΕΔ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΒΔ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΕΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἡ ΑΖ ἄρα τῇ ΖΓ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται δίχα*

---

1. *ΔΓΑ*] *ΔΓ* F, P (postea insert. *Α*). 2. *ΔΒ* B. 3. *ΑΔ*] in ras. p; *Δ* in ras. m. 2 V, insert. m. 2 B, m. rec. P. *ΔΓ*] *Γ* F; corr. m. 2; *ΓΔ* in ras. p. 5. ἄρα] om. BFVp. *ΔΓΑ*] *ΓΑ* P, *ΔΑΓ* F, sed corr. 8. *ΑΓ*] *Γ* e corr. m. 2 V. 10. *ΑΔ*] *Δ* in ras. m. 2 V. *ΔΓ*] supra m. 2 F; *Γ* P, corr. m. roc. τοῦ ἀπὸ τῆς] τὸ ὑπό F; corr. m. 2. 11. *ΖΔ*] *ΖΑ* F?

$\Delta B$, et $\Delta\Gamma A$ circulum $AB\Gamma$ secet, $B\Delta$ autem contingat. dico, esse $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$.

recta $\Delta\Gamma A$ igitur aut per centrum ducta est aut non per centrum. sit prius per centrum ducta, et centrum circuli $AB\Gamma$ sit $Z$, et ducatur $ZB$. itaque $\angle ZB\Delta$ rectus est [prop. XVIII]. et quoniam recta $A\Gamma$ in $Z$ in duas partes aequales diuisa est, et ei adiecta est $\Gamma\Delta$, erit

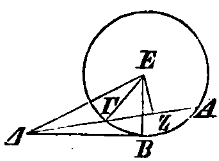



$A\Delta \times \Delta\Gamma + Z\Gamma^2 = Z\Delta^2$ [II, 6]. sed $Z\Gamma = ZB$. quare

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + ZB^2 = Z\Delta^2.$$

est autem $Z\Delta^2 = ZB^2 + B\Delta^2$ [I, 47]. itaque $A\Delta \times \Delta\Gamma + ZB^2 = ZB^2 + B\Delta^2$. subtrahatur, quod commune est, $ZB^2$. itaque $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$.

iam ne sit $\Delta\Gamma A$ per centrum ducta circuli $AB\Gamma$, et sumatur centrum $E$, et ab $E$ ad $A\Gamma$ perpendicularis ducatur $EZ$, et ducantur $EB$, $E\Gamma$, $E\Delta$. itaque $\angle EB\Delta$ rectus est [prop. XVIII]. et quoniam recta per centrum ducta $EZ$ rectam non per centrum ductam $A\Gamma$ ad rectos angulos secat, eadem eam in duas partes aequales secat [prop. III]. quare $AZ = Z\Gamma$. et quoniam recta $A\Gamma$ in duas partes aequales secta est in $Z$ puncto et ei adiecta est $\Gamma\Delta$, erit




12. $\Delta\Gamma$] in ras. m. 2 V. $ZB$] $Z\Gamma$ P, corr. m. rec. 13. τῷ δέ] P; ἴσον δὲ τό Theon (BFVp). ἴσα ἐστὶ τά] P; τοῖς Theon (BFVp). 14. $ZB$, $B\Delta$] $\Delta B$, $ZB$ P. Post $B\Delta$ Theon add. ὀρθὴ γάρ ἡ ὑπὸ $ZB\Delta$ (BVp et F, ubi $\Delta$ postea insertum est). 20. τό] (pr.) m. 2 F. 22. $EB$] corr. ex $EZ$ F. 23. διά] ἡ διά BV. 25. τέμνει] (alt.) τεμεῖ Bp. 26. $Z\Gamma$] in ras. m. 2 V; $\Gamma Z$ F.

*κατὰ τὸ Ζ σημεῖον, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΔ, ΖΕ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ· ὀρθὴ γὰρ [ἐστιν] ἡ ὑπὸ ΕΖΓ [γωνία]· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΔΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΔ. ἴση δὲ ἡ ΕΓ τῇ ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΔ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΒ, ΒΔ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΕΒΔ γωνία· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΒ, ΒΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ.*

*Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.*

## λςʹ.

*Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύ-*

---

1. *σημεῖον*] om. Bp. 2. ΖΓ] ΓΖ P. 4. *τό*] corr. in *τά* m. 1 B, *τά* p. ΑΔ] in ras. m. 2 V. 5. *τῶν*] (prius) *τῆς* F. *ἴσον*] P; *ἴσα* BFVp. *ἐστίν* F. *ἀπὸ τῶν*] insert. m. 1

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + Z\Gamma^2 + Z\Delta^2 \text{ [II, 6]}.$$

commune adiiciatur $ZE^2$. quare

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + \Gamma Z^2 + ZE^2 = Z\Delta^2 + ZE^2.$$

sed $E\Gamma^2 = \Gamma Z^2 + ZE^2$ [I, 47]; nam $\angle EZ\Gamma$ rectus est. et $E\Delta^2 = \Delta Z^2 + ZE^2$ [id.]. itaque

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + E\Gamma^2 = E\Delta^2.$$

sed $E\Gamma = EB$. quare $A\Delta \times \Delta\Gamma + EB^2 = E\Delta^2$. sed $EB^2 + B\Delta^2 = E\Delta^2$ [I, 47]; nam $\angle EB\Delta$ rectus est. itaque $A\Delta \times \Delta\Gamma + EB^2 = EB^2 + B\Delta^2$. subtrahatur, quod commune est, $EB^2$. itaque

$$A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2.$$

Ergo si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad circulum adcidunt duae rectae, et altera harum circulum secat, altera contingit, rectangulum comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa aequale erit quadrato contingentis; quod erat demonstrandum.

## XXXVII.

Si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad circulum adcidunt duae rectae, et altera harum circulum secat, altera adcidit tantum, et rectangulum

---

F. $Z\Delta$] $\Delta Z$ P. τοῖς δέ] ἀλλὰ τοῖς P. 6. $\Gamma Z$] P; $\Delta Z$ F; $Z\Delta$ BVp. $E\Gamma$] P; $\Gamma E$ p m. 1; $E\Delta$ BFV, p e corr. 7. ὀρθὴ γάρ — 8. τῆς $E\Delta$] mg. p. 7. ἐστιν] P, om. BFVp. $EZ\Gamma$] supra $\Gamma$ scr. $\Delta$ m. 2 V. γωνία] P; om. BFVp. $\Delta Z$] P; $\Gamma Z$ BFVp. 8. ἐστί] om. V. $E\Delta$] P; $\Gamma E$ BFVp. 9. τῷ] F, τό φ. 10. $E\Gamma$] $\Gamma E$ F. 11. ἐστίν P, ut lin. 12. $E\Delta$] E corr. in $A$ m. rec. F. 12. τῶν] ins. m. rec. F. 13. γωνία] m. 2 V. 17. καὶ ἀπ' αὐτοῦ — 22. τετραγώνῳ] καὶ τὰ ἑξῆς PBFV. 20. τῆς ὅλης τῆς p. 24. λθ' F. 27. τέμνει F, corr. m. 1.

κλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ [τῆς] ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΓΑ, ΔΒ, καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω τὸν κύκλον, ἡ δὲ ΔΒ προσπιπτέτω, ἔστω δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ. λέγω, ὅτι ἡ ΔΒ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

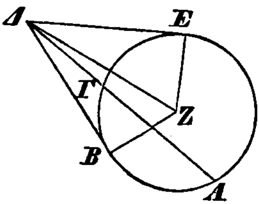
Ἤχθω γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη ἡ ΔΕ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΕ, ΖΒ, ΖΔ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΕΔ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου, τέμνει δὲ ἡ ΔΓΑ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ. ἦν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἴση ἄρα ἡ ΔΕ τῇ ΔΒ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΖΕ τῇ ΖΒ ἴση· δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δύο ταῖς ΔΒ, ΒΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΖΔ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ ἐστιν ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΖ. καί ἐστιν ἡ ΖΒ ἐκβαλλομένη διάμετρος· ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ᾽ ἄκρας ἀγο-

---

1. τῆς] deleo; m. 2 V. ὅλ- in ras. m. 2 V. 2. τῆς] (prius) PF, V in ras., B m. rec.; om. p. 6. κύκλου] supra m. 1 F. 10. ΑΔ] Α F m. 1, V m. 1; Δ supra scr. FV m. 2. ΔΓ] Γ P; corr. m. rec. 13. κέντρον] P, F m. 1, post ras. V; Ζ κέντρον Bp, F m. 2 (euan.). κύκλου] m. 2 V. καὶ ἔστω τὸ Ζ] PFV; om. Bp. 14. ὑπό] ἡ ὑπό V, del. ἡ m. 1. 15. ἐστι V. 17. ἦν δὲ καί] P; ὑπόκειται δέ Theon (BFVp).

comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa aequale est quadrato adcidentis, recta adcidens circulum continget.

nam extra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum $\Delta$, et a $\Delta$ ad circulum $AB\Gamma$ adcidant duae rectae $\Delta\Gamma A$, $\Delta B$, et $\Delta\Gamma A$ circulum secet, $\Delta B$ autem adcidat, et sit




$$A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2.$$

dico, rectam $\Delta B$ circulum $AB\Gamma$ contingere.

ducatur enim circulum $AB\Gamma$ contingens $\Delta E$ [prop. XVII], et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$, et sit $Z$, et ducantur $ZE$, $ZB$, $Z\Delta$. itaque $\angle\, ZE\Delta$ rectus est [prop. XVIII]. et quoniam $\Delta E$ circulum $AB\Gamma$ contingit, secat autem $\Delta\Gamma A$, erit $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta E^2$ [prop. XXXVI]. erat autem etiam $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$. itaque $\Delta E^2 = \Delta B^2$; quare $\Delta E = \Delta B$. uerum etiam $ZE = ZB$. itaque duae rectae $\Delta E$, $EZ$ duabus $\Delta B$, $BZ$ aequales sunt; et basis earum communis est $Z\Delta$. itaque $\angle\, \Delta EZ = \Delta BZ$ [I, 8]. uerum $\angle\, \Delta EZ$ rectus est. quare etiam $\angle\, \Delta BZ$ rectus; et $ZB$ producta diametrus est; quae autem ad diametrum circuli in

---

19. ἄρα] δὲ ἄρα, del. δέ m. 1 F. 20. ἐστιν B. $ZE$] litt. Z in ras. F. 21. δυσί Vp. $\Delta B$, $BZ$] corr. ex $\Delta E$, $EZ$ m. 2 F. εἰσί Vp. 22. $Z\Delta$] litt. $\Delta$ in ras. m. 2 V. 23. ἴση ἐστίν V. 24. $ZB$] B, F post ras. 1 litt. (mg. m. 1: γρ. ἡ $\Delta Z$); $BZ$ P, et V corr. ex $ZB$ m. 2; $EZB$ in ras. p.

μένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ ΔΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, κἂν τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς ΑΓ τυγχάνῃ.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. τοῦ] τοῦ ΑΒΓ Vp, F m. 2. τοῦ κύκλου· ἡ ΔΒ ἄρα ἐφάπτεται] mg. m. 1 B; item P, addito καί ante τοῦ. ἡ ΔΒ — 2. κύκλου] om. p; mg. m. 2 V. 2. δή] δέ V, corr. m. 2. 3. ΑΓ] Γ in ras. m. 1 B. τυγχάνει P, corr. m. 1. 4. ἀπὸ δὲ — 10. κύκλου] καὶ τὰ ἑξῆς PBFVp. 11. Εὐκλείδου στοιχείων $\overline{\gamma}$ PB, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως $\overline{\gamma}$ F.

termino perpendicularis ducta est, circulum contingit [prop. XVI πόρ.]. itaque $\Delta B$ circulum $AB\Gamma$ contingit. similiter demonstrabitur, etiam si centrum in $A\Gamma$ cadit.

Ergo si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad circulum adcidunt duae rectae, et altera harum circulum secat, altera adcidit tantum, et rectangulum comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa aequale est quadrato adcidentis, recta adcidens circulum contingat; quod erat demonstrandum.

## δ'.

### Ὅροι.

α'. Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

β'. Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἑκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

γ'. Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

δ'. Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ε'. Κύκλος δὲ εἰς σχῆμα ὁμοίως ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

ϛ'. Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

---

1. ὅροι] om. BFp. Numeros om. PBF. 4. γωνιῶν] post ras. 1 litt. V. 8. περιγράφεται] inter ι et γ 2 litt.

# IV.

## Definitiones.

1. Figura rectilinea in figuram rectilineam inscribi dicitur, cum singuli anguli figurae inscriptae singula latera eius, in quam inscribitur, tangunt.

2. Similiter figura circum figuram circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptae singulos angulos eius, circum quam circumscribitur, tangunt.

3. Figura rectilinea in circulum inscribi dicitur, cum singuli anguli inscriptae ambitum circuli tangunt.

4. Figura autem rectilinea circum cirçulum circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptae ambitum circuli contingunt.

5. Similiter autem circulus in figuram inscribi dicitur, cum ambitus circuli singula latera eius, in quam inscribitur, tangit.

6. Circulus autem circum figuram circumscribi dicitur, cum ambitus circuli singulos angulos eius, circum quam circumscribitur, tangit.

---

Def. 1. Boetius p. 379, 19. 2. Boetius p. 379, 22.

---

eras. F. 11. *ἐπιγραφομένου* P. 15. *ἐφάπτηται*] Bp; *ἐφάπτεται* P; *ἅπτηται* FV. 17. *δέ*] *δὲ ὁμοίως* p. *ὁμοίως*] PB; om. p; *εὐθύγραμμον*, supra scr. *ὁμοίως* m. 2, FV. 20. *σχῆμα εὐθύγραμμον* FV.

*ζ'. Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.*

α'.

*Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.*

*Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα μὴ μείζων τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἡ Δ. δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῇ Δ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.*

*Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου διάμετρος ἡ ΒΓ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ Δ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· ἐνήρμοσται γὰρ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῇ Δ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΒΓ. εἰ δὲ μείζων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς Δ, κείσθω τῇ Δ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ κέντρῳ τῷ Γ διαστήματι δὲ τῷ ΓΕ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΑ.*

*Ἐπεὶ οὖν το Γ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΑΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΓΕ. ἀλλὰ τῇ Δ ἡ ΓΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ Δ ἄρα τῇ ΓΑ ἐστιν ἴση.*

*Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τὸν ΑΒΓ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ Δ ἴση ἐνήρμοσται ἡ ΓΑ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

β'.

*Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.*

---

I. Boetius p. 388, 23. II. Boetius p. 388, 26.

---

1. *εἰς*] e corr. m. 2 P. *ἐναρμόζεσθαι*] *ἐν-* m. 2 V. 2. *ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου*] PBp, V mg. m. rec.; *συμβάλλῃ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ* F, V m. 1. 8. *μή*] *ἡ Δ*

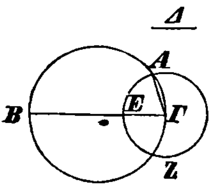
7. Recta in circulum aptari dicitur, cum termini eius in ambitu circuli sunt.

## I.

In datum circulum datae rectae non maiori, quam est diametrus circuli, aequalem rectam aptare.

Sit datus circulus $AB\Gamma$, data autem recta non maior diametro circuli sit $\Delta$. oportet igitur in $AB\Gamma$ circulum rectae $\Delta$ aequalem rectam aptare.

ducatur circuli $AB\Gamma$ diametrus $B\Gamma$. iam si




$$B\Gamma = \Delta,$$

effectum erit, quod propositum est; nam in circulum $AB\Gamma$ rectae $\Delta$ aequalis aptata est $B\Gamma$. sin $B\Gamma > \Delta$, ponatur $\Gamma E = \Delta$, et centro $\Gamma$, radio autem $\Gamma E$ circulus describatur $EAZ$, et ducatur $\Gamma A$.

iam quoniam $\Gamma$ punctum centrum est circuli $EAZ$, erit $\Gamma A = \Gamma E$. sed $\Gamma E = \Delta$. quare etiam $\Delta = \Gamma A$.

Ergo in datum circulum $AB\Gamma$ datae rectae $\Delta$ aequalis aptata est $\Gamma A$; quod oportebat fieri.

## II.

In datum circulum triangulum dato triangulo aequiangulum inscribere.

---

*μή* V. *ἡ* $\Delta$] om. V; in F euan. 13. *ἐνείρμοσται* B. *γάρ*] supra m. 1 P. $\Delta$] F; $B$ φ. 14. *δέ*] P, Campanus; *δὲ οὖ* Theon (BFp; *δ' οὖ* V). 15. *κείσθω*] *καὶ κείσθω* Bp. *κέντρῳ μέν* BVp. 16. $EAZ$] PF; in ras. m. 2 V; $AZ$ Bp. 18. $EAZ$] $AEZ$ P. 19. *τῇ* $\Delta$] PF, V m. 2; *ἡ* $\Delta$ Bp, V m. 1; $\Delta$ in ras. V. *ἡ* $\Gamma E$] PF, V m. 2; *τῇ* $\Gamma E$ Bp, V m. 1; $\Gamma E$ in ras. V. 20. $\Delta$] seq. ras. 1 litt. F. $\Gamma A$] $A\Gamma$ FV. *ἴση ἐστίν* F. 22. Post *εὐθείᾳ* add. *μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου* Bp, m. 2 mg. FV. *ἐνείρμοσται* B.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ΗΘ κατὰ τὸ Α, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΘ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΘΑΓ, πρὸς δὲ τῇ ΑΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΖΕ [γωνίᾳ] ἴση ἡ ὑπὸ ΗΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ.

Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΘ, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον διῆκται εὐθεῖα ἡ ΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΘΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση [ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον].

Εἰς τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

## γ'.

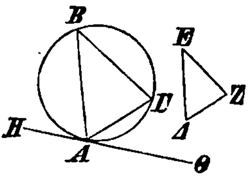
*Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.*

III. Boetius p. 388, 28.

1. δέ] m. rec. F. 3. ΔΕΖ] Z postea insert. m. 1 F. 4. ΗΘ] P (Η in ras.), F, V m. 1; ΗΑΘ Bp, V m. 2. 5. πρός] πρὸς μέν Bp. ΑΘ] ΗΘ F. 6. ΔΕΖ] Δ in ras. P. ὑπό] m. 2 F. 7. πρὸς δέ] πάλιν πρός P. ΑΗ] ΗΑ P. 8. γωνίᾳ] om. P. 10. ἅπτεται BV. 11. ΑΘ] P; ΗΑΘ F et V (Η in ras.); ΘΑ Bp. καὶ ἀπό] ἀπὸ δέ Bp. κατά

Sit datus circulus $AB\Gamma$, datus autem triangulus $\Delta EZ$. oportet igitur in $AB\Gamma$ circulum triangulo $\Delta EZ$ aequiangulum triangulum inscribere.

ducatur circulum $AB\Gamma$ in $A$ contingens $H\Theta$ [III, 17], et ad $A\Theta$ rectam et punctum eius $A$ angulo $\Delta EZ$ aequalis construatur $\angle \Theta A\Gamma$, et ad $AH$ rectam et punctum eius $A$ angulo $\Delta ZE$ aequalis $\angle HAB$ [I, 23], et ducatur $B\Gamma$.




iam quoniam circulum $AB\Gamma$ contingit recta $A\Theta$, et ab $A$ puncto contactus in circulum producta est recta $A\Gamma$, erit $\angle\ \Theta A\Gamma = AB\Gamma$, qui in alterno segmento positus est [III, 32]. sed $\angle\ \Theta A\Gamma = \Delta EZ$. quare etiam $\angle\ AB\Gamma = \Delta EZ$. eadem de causa etiam

$$\angle\ A\Gamma B = \Delta ZE.$$

itaque etiam $\angle\ BA\Gamma = E\Delta Z$ [I, 32]. itaque triangulus $AB\Gamma$ aequiangulus est triangulo $\Delta EZ$, et in circulum $AB\Gamma$ inscriptus est.

Ergo in datum circulum dato triangulo aequiangulus triangulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

## III.

Circum datum circulum dato triangulo aequiangulum triangulum circumscribere.

---

*τὸ $A$ ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον*] *ἁφῆς* Bp. 12. *εὐθεῖα*] *τις* Bp. Post $\Theta A\Gamma$ in B ins. *γωνία* m. rec. 14. *ἀλλά* P. 15. *ἄρα γωνία*] in ras. m. 2 V; *γωνία ἄρα* F. $\Delta EZ$] litt. $\Delta E$ in ras. m. 2 V. 16. *διὰ τὰ αὐτά* — 17. *ἴση*] mg. m. 1 F. 16. $A\Gamma B$] $\Gamma B$ e corr. m. 1 p. $\Delta ZE$] $E$ in ras. m. 2 V. 17. *λοιπῇ*] m. 2 V. $E\Delta Z$] $E$ ins. m. 1 p; $\overset{\shortparallel}{\Delta}\overset{\mid}{E}\overset{\mid\mid\mid}{Z}$ F. 18. *ἴση ἐστίν* BFp. *ἰσογώνιον* — 19. *κύκλον*] om. P. 21. *ἰσόγωνον* F; corr. m. 1. *ποιῆσαι*] *δεῖξαι* BV; *ἐν ἄλλῳ· δεῖξαι* m. 1 mg. F.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ *ΑΒΓ*, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ *ΔΕΖ*· δεῖ δὴ περὶ τὸν *ΑΒΓ* κύκλον τῷ *ΔΕΖ* τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Ἐκβεβλήσθω ἡ *ΕΖ* ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη κατὰ τὰ *Η*, *Θ* σημεῖα, καὶ εἰλήφθω τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου κέντρον τὸ *Κ*, καὶ διήχθω, ὡς ἔτυχεν, εὐθεῖα ἡ *ΚΒ*, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ *ΚΒ* εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ *Κ* τῇ μὲν ὑπὸ *ΔΕΗ* γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ *ΒΚΑ*, τῇ δὲ ὑπὸ *ΔΖΘ* ἴση ἡ ὑπὸ *ΒΚΓ*, καὶ διὰ τῶν *Α*, *Β*, *Γ* σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου αἱ *ΛΑΜ*, *ΜΒΝ*, *ΝΓΛ*.

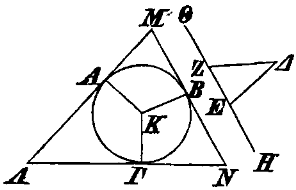
Καὶ ἐπεὶ ἐφάπτονται τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου αἱ *ΛΜ*, *ΜΝ*, *ΝΛ* κατὰ τὰ *Α*, *Β*, *Γ* σημεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ *Κ* κέντρου ἐπὶ τὰ *Α*, *Β*, *Γ* σημεῖα ἐπεζευγμέναι εἰσὶν αἱ *ΚΑ*, *ΚΒ*, *ΚΓ*, ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς *Α*, *Β*, *Γ* σημείοις γωνίαι. καὶ ἐπεὶ τοῦ *ΑΜΒΚ* τετραπλεύρου αἱ τέσσαρες γωνίαι τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἐπειδήπερ καὶ εἰς δύο τρίγωνα διαιρεῖται τὸ *ΑΜΒΚ*, καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ *ΚΑΜ*, *ΚΒΜ* γωνίαι, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ *ΑΚΒ*, *ΑΜΒ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ *ΔΕΗ*, *ΔΕΖ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΑΚΒ*, *ΑΜΒ* ταῖς ὑπὸ *ΔΕΗ*, *ΔΕΖ* ἴσαι εἰσίν, ὧν ἡ ὑπὸ *ΑΚΒ* τῇ ὑπὸ *ΔΕΗ* ἐστιν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΜΒ* λοιπῇ τῇ ὑπὸ *ΔΕΖ* ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ *ΛΝΒ*

---

1. δέ] om. p, supra F. 4. κατά] PBFp; ἐπί V. 5. *Η*, *Θ*] in ras. P; *Η* in ras. m. 2 V. 6. *ΚΒ*] *ΒΚ* F. 8. *ΒΚΑ*] litt. *ΚΑ* in ras. m. 2 V. 9. ἴση] m. 2 V. 13. *ΜΝ*] *Ν* add. m. 2 post ras. V. *ΝΛ*] *Λ* add. m. 2 post ras. V. σημεῖα] supra F; om. Bp. ἀπὸ δὲ τοῦ — 14. σημεῖα] καί P. 14. ἐπεζευγμέναι] P; ἐπιζευγνύμεναι BFVp. 19. καὶ εἰσὶν ὀρθαί] P; τετράπλευρον, ὧν Theon (BFV; corr. ex τετράγωνον ὧν m. 1 p). αἱ] supra m. 1 P. *ΜΑΚ* P.

Sit datus circulus $AB\Gamma$, datus autem triangulus $\Delta EZ$; oportet igitur circum $AB\Gamma$ circulum triangulo $\Delta EZ$ aequiangulum triangulum circumscribere.

educatur $EZ$ in utramque partem ad puncta $H$, $\Theta$, et sumatur $K$ centrum circuli $AB\Gamma$, et producatur utcunque recta $KB$, et ad rectam $KB$ et punctum eius $K$ angulo $\Delta EH$ aequalis construatur $\angle BKA$, angulo autem $\Delta Z\Theta$ aequalis $\angle BK\Gamma$ [I, 23]. et per puncta $A$, $B$, $\Gamma$ ducantur circulum $AB\Gamma$ contingentes $\Lambda AM$, $MBN$, $N\Gamma\Lambda$ [III, 17]. et quoniam $\Lambda M$, $MN$, $N\Lambda$ circulum $AB\Gamma$ contingunt in punctis $A$, $B$, $\Gamma$ et a centro $K$ ad puncta $A$, $B$, $\Gamma$ ductae sunt $KA$, $KB$, $K\Gamma$, anguli ad $A$, $B$, $\Gamma$ puncta positi recti sunt [III, 18]. et quoniam quadrilateri $AMBK$ quattuor anguli quattuor rectis aequales sunt, quoniam $AMBK$ in duos triangulos diuiditur [cfr. I, 32], et anguli $KAM$, $KBM$ recti sunt, reliqui $AKB + AMB$ duobus rectis aequales sunt. uerum etiam $\Delta EH + \Delta EZ$ duobus rectis aequales sunt [I, 13]. itaque




$$AKB + AMB = \Delta EH + \Delta EZ,$$

quorum $\angle AKB = \Delta EH$. quare $\angle AMB = \Delta EZ$. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle \Lambda NB = \Delta ZE$.

---

*γωνίαι*] P; *γωνίαι δύο ὀρθαί εἰσιν* B et p (*εἰσι*); *γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσιν* F et V (*δυσίν* et *εἰσι*). *λοιπαί* — 20. *εἰσίν*] bis F. 20. *εἰσιν ἴσαι* p. 21. *εἰσί*] *εἰσίν* P. *εἰσὶ δέ — ἴσαι*] mg. m. 2 V. 23. *ἴσαι εἰσίν, ὧν ἡ ὑπό*] in ras. m. 1 B. 25. *δή*] *δέ* F (corr. m. 1), V (corr. m. 2). $\Lambda NB$] Bp; $\Gamma NB$ P; $\Lambda NM$ V ($N$ corr. ex $H$); $\Lambda NB$ F seq. spatio 2 litt.; $\Lambda$ corr. m. 2 ex $A$.

*τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΑΝ [λοιπῇ] τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΜΝ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον.*

*Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

δ'.

*Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.*

*Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.*

*Τετμήσθωσαν αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι δίχα ταῖς ΒΔ, ΓΔ εὐθείαις, καὶ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τας ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ εὐθείας κάθετοι αἱ ΔΕ, ΔΖ, ΔΗ.*

*Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΕΔ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΒΖΔ ἴση, δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΕΒΔ, ΖΒΔ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΔ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξουσιν· ἴση ἄρα ἡ ΔΕ τῇ ΔΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΗ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΔΕ,*

---

IV. Pappus VII p. 646, 7. Boetius p. 389, 1?

---

1. *ΔΖΕ*] *ΔΕΖ* F. 2. *λοιπῇ*] om. P; *γωνία λοιπῇ* FV. *ΕΔΖ*] *ΔΕΖ* F. *ἐστίν* P. 12. *ΑΓΒ*] PF, V m. 2; *ΒΓΑ* Bp, V m. 1. 13. *συμβαλλέτωσαν*] alt. *λ* supra m. 1 P. 15. *ΓΑ*] *Α* in ras. p, corr. ex *Δ* B. 16. *ΑΒΔ*] *Β* in ras. P. 17. *ΓΒΔ*] *ΓΔΒ*, corr. m. 2 in *ΔΒΖ* P. *τέτμηται γὰρ δίχα* mg. p. *ἐστίν* B. 18. *ἐστι*] *ἐστιν* P; *εἰσι* V. *ΖΒΔ*] PF, V m. 2 in ras.; *ΔΒΖ* Bp. 19. *ταῖς*] mg. m. 2 F; om. Bp.

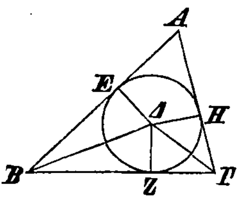
quare etiam $\angle M\Delta N = E\Delta Z$. itaque triangulus $\Delta MN$ triangulo $\Delta EZ$ aequiangulus est; et circum $AB\Gamma$ circulum circumscriptus est.

Ergo circum datum circulum dato triangulo aequiangulus triangulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

## IV.

In datum triangulum circulum inscribere.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$. oportet igitur in triangulum $AB\Gamma$ circulum inscribere.




secentur enim anguli $AB\Gamma$, $A\Gamma B$ in duas partes aequales rectis $B\Delta$, $\Gamma\Delta$ [I, 9], quae concurrant in $\Delta$ puncto [I αἰτ. 5], et a $\Delta$ ad rectas $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma A$ perpendiculares ducantur $\Delta E$, $\Delta Z$, $\Delta H$. et quoniam

$$\angle AB\Delta = \Gamma B\Delta,$$

et $\angle BE\Delta = BZ\Delta$, quia recti sunt, duo trianguli $EB\Delta$, $ZB\Delta$ duos angulos duobus angulis aequales habent, et unum latus uni lateri aequale, quod sub altero aequalium angulorum subtendit commune utriusque $B\Delta$. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt [I, 26]. itaque $\Delta E = \Delta Z$. eadem de causa etiam $\Delta H = \Delta Z$.[1]) ergo tres rectae $\Delta E$, $\Delta Z$, $\Delta H$ inter se aequales sunt. itaque qui centro

1) Nam $\angle \Delta\Gamma H = \Delta\Gamma Z$, $\Delta H\Gamma = \Delta Z\Gamma$, $\Delta\Gamma = \Delta\Gamma$; tum u. I, 26.

---

*ἔχοντες* V, corr. m. 2. 20. *τήν*] om. Bp. 24. *τῇ*] seq. ras. 1 litt. B. Post *ἴση* add. Theon: *ὥστε καὶ ἡ* $\Delta E$ *τῇ* $\Delta H$ *ἐστιν ἴση* (BFp et om. *ἐστιν* V); om. P, Campanus. *αἱ τρεῖς* — 280, 1: *ἀλλήλαις εἰσίν*] om. p; mg. m. rec. B. *εὐθεῖαι*] om. V.

*ΔΖ, ΔΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Η κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Ε, Ζ, Η σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ τεμεῖ αὐτάς, ἔσται ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐντὸς πίπτουσα τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Η γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ εὐθείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν, καὶ ἔσται ὁ κύκλος ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἐγγεγράφθω ὡς ὁ ΖΗΕ.*

*Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ κύκλος ἐγγέγραπται ὁ ΕΖΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

## ε'.

*Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.*

*Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὲ περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ κύκλον περιγράψαι.*

*Τετμήσθωσαν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι δίχα κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα, καὶ ἀπὸ τῶν Δ, Ε σημείων ταῖς ΑΒ, ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΔΖ, ΕΖ· συμπεσοῦνται δὴ ἤτοι ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἢ ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας ἢ ἐκτὸς τῆς ΒΓ.*

---

V. Pappus VII p. 646, 7. Simplicius in phys. fol. 14[u].

---

1. *ἴσαι*] *εὐθεῖαι ἴσαι* V. *εἰσί* V. 2. *καί*] m. 2 V. *ἑνί*] *δὲ ἑνί* V et m. rec. B. *Ε, Ζ, Η*] PBp; *ΔΗ, ΔΖ, ΔΕ* in ras. V et, ut uidetur, F; *γρ. καί· καὶ ἑνὶ τῶν ΔΗ, ΔΖ, ΔΕ* mg. m. rec. B. *γραφόμεμενος* P. 5. *γωνίας*] m. 2 V. *τέμῃ* B. 6. *ἀπ'*] litt. *ἀ-* in ras. m. 2 V. 7. *ὅπερ ἐστίν* Vp. 8. *ἐδείχθη*] P, B m. rec.; om. Vp; *κἄὶ ἐδείχθη* F. *ὁ*] om. P.

*Δ* et radio qualibet rectarum *ΔE*, *ΔZ*, *ΔH*[1]) describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et rectas *AB*, *BΓ*, *ΓA* continget, quia recti sunt anguli ad puncta *E*, *Z*, *H* positi. nam si eas secat, recta ad diametrum circuli in termino perpendicularis ducta intra circulum cadet; quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro *Δ* et radio qualibet rectarum *ΔE*, *ΔZ*, *ΔH* descriptus rectas *AB*, *BΓ*, *ΓA* non secabit. itaque eas continget, et circulus in triangulum *ABΓ* inscriptus erit. inscribatur ut *ZHE*.

Ergo in datum triangulum *ABΓ* circulus inscriptus est *EZH*; quod oportebat fieri.

## V.

Circum datum triangulum circulum circumscribere.

Sit datus triangulus *ABΓ*. oportet igitur circum datum triangulum *ABΓ* circulum circumscribere.

secentur rectae *AB*, *AΓ* in duas partes aequales in punctis *Δ*, *E* [I, 10], et a punctis *Δ*, *E* ad *AB*, *AΓ* perpendiculares ducantur *ΔZ*, *EZ*. concurrent igitur aut intra triangulum *ABΓ* aut in recta *BΓ* aut ultra *BΓ*.

1) Graecam locutionem satis miram et negligentem saepius (p. 280, 9. 282, 8. 290, 22. 292, 3) praebent boni codd., quam ut corrigere audeam.

---

9. *E*, *Z*, *H*] PBFVp, ed. Basil.; *ΔE*, *ΔZ*, *ΔH* Gregorius. ὁ κύκλος P. τεμεῖ] PV, F m. 2; τέμνει Bp, F m. 1. 10. *ΓA*] *ΓΔ* e corr. m. 2 V. ὁ] om. Bp. 11. ἐγγεγράφθω ὡς ὁ *ZHE*] P; om. Theon (BFVp). 13. εἰς] οσ post ras. 2 litt. F; corr. m. 1. δοθέντι P, corr. m. 1. γέγραπται F. 14. ὁ] om. P. 20. *AB*] *BA* P. τά] τό F, sed corr. 22. *AΓ*] *A* e corr. P; *AΓ* εὐθείαις F m. rec. *EZ*] *ZE* P. 23. δή] P; δέ BFVp. ἤ] supra m. 1 F.

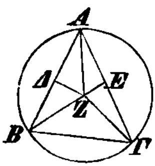
*Συμπιπτέτωσαν πρότερον ἐντὸς κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΑ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΖ, βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΖΒ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΑΖ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων, καὶ ἔσται περιγεγραμμένος ὁ κύκλος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. περιγεγράφθω ὡς ὁ ΑΒΓ.*

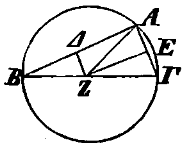
*ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΖ, ΕΖ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας κατὰ τὸ Ζ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον περιγραφομένου κύκλου.*

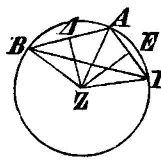
*Ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΖ, ΕΖ συμπιπτέτωσαν ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κατὰ τὸ Ζ πάλιν, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΒΖ, ΓΖ. καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΖ, βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΒΖ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΖ τῇ*

1. *συμπίπτωσαν* F. *πρότερον ἐντός*] *οὖν ἐντὸς πρότερον* P. 2. ΖΓ] litt. Ζ in ras. m. 2 V, in Γ mutat. m. 2 F. 3. ΔΒ] ΒΔ P. ΔΖ] ΑΖ? F. 4. ΖΒ] in ras. p. *ἐστιν ἴση*] PF; *ἴση ἐστίν* BVp. 5. ΓΖ] ΖΓ Bp. 6. *ἐστιν*] om. V. Post *ἴση* ras. 6 litt. F. 8. Α, Β, Γ] P; ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ Theon (BFVp). *καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων*] om. p; mg. m. rec. B. 9. ὁ] insert. m. 1 V. 10. *καὶ περιγραφέσθω* V; *καί* etiam in F add. m. 2 (euan.). 12. ΒΓ] ΑΓ F; corr. m. 2. 14. ΑΖ] Ζ in ras. p. 19. ΑΖ] ΑΖ F. ΒΖ, ΓΖ] P; ΒΖ, ΓΖ F; ΖΒ, ΖΓ BVp. 20. *καί*] eras. V. 22. ΒΖ] PF, V m. 1; ΖΒ Bp, V m. 2. ΓΖ] ΖΓ P.

prius igitur intra concurrant in $Z$, et ducantur $ZB$, $Z\Gamma$, $ZA$. et quoniam $A\Delta = \Delta B$, communis autem et perpendicularis $\Delta Z$, erit $AZ = ZB$ [I, 4]. similiter demonstrabimus, esse etiam $\Gamma Z = AZ$; quare etiam $ZB = Z\Gamma$. ergo tres rectae $ZA$, $ZB$, $Z\Gamma$ inter se aequales sunt. itaque qui centro $Z$ et radio qualibet rectarum $ZA$, $ZB$, $Z\Gamma$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et erit circum triangulum $AB\Gamma$ circumscriptus. circumscribatur ut $AB\Gamma$.








iam uero $\Delta Z$, $EZ$ in recta $B\Gamma$ concurrant in $Z$, sicut factum est in figura altera, et ducatur $AZ$. similiter demonstrabimus, punctum $Z$ centrum esse circuli circum triangulum $AB\Gamma$ circumscripti.[1])

iam uero $\Delta Z$, $EZ$ ultra triangulum $AB\Gamma$ concurrant[2]) in $Z$, sicut factum est in figura tertia, et ducantur $AZ$, $BZ$, $\Gamma Z$. et quoniam rursus $A\Delta = \Delta B$, et $\Delta Z$ communis est et perpendicularis, erit [I, 4] $AZ = BZ$. similiter demonstrabimus, esse etiam

$$\Gamma Z = AZ.$$

---

1) Hunc casum segregauit Euclides, quia hic sola $AZ$ ducenda est.

2) Quamquam offensionis non nihil habet inconstantia, qua modo ἐκτὸς τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου (p. 282, 17. 284, 15) scribitur modo ἐκτὸς τῆς $B\Gamma$ (p. 280, 24), tamen τῆς $B\Gamma$ contra codices p. 280, 24 uix cum Gregorio in τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου corrigendum est (p. 282, 15 iam ex P correctum est), cum optime intellegi possit, modo ἐκτός uertamus: ultra.

*ΑΖ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΒΖ τῇ ΖΓ ἐστιν ἴση· ὁ ἄρα [πάλιν] κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων, καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον.*

*Περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τρίγωνον κύκλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

[*Πόρισμα.*]

*Καὶ φανερόν, ὅτι, ὅτε μὲν ἐντὸς τοῦ τριγώνου πίπτει τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἐν μείζονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ὅτε δὲ ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας τὸ κέντρον πίπτει, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ τυγχάνουσα ὀρθή ἐστιν· ὅτε δὲ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐκτὸς τοῦ τριγώνου πίπτει, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἐν ἐλάττονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. [ὥστε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγχάνῃ ἡ διδομένη γωνία, ἐντὸς τοῦ τριγώνου πεσοῦνται αἱ ΔΖ, ΕΖ, ὅταν δὲ ὀρθή, ἐπὶ τῆς ΒΓ, ὅταν δὲ μείζων ὀρθῆς, ἐκτὸς τῆς ΒΓ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.]*

ς΄.

*Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.*

---

VI. Boetius p. 389, 3.

---

1. *ΑΖ*] in ras. m. 2 V. *ΒΖ*] *ΖΒ* P. *ΖΓ*] *ΓΖ* BFp. Post *ἴση* in F insert. in ras. *αἱ τρεῖς ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν*; idem B mg. m. rec. 2. *πάλιν*] om. P. 5. Post *τρίγωνον* Theon add. *περιγεγράφθω ὡς ὁ ΑΒΓ* (BFVp; *γεγράφθω* F m. 1, p; *καὶ γεγράφθω* V, F m. 2; *ἡ ΑΒΓ* F, corr. m. 2). 8. *πό-*

quare etiam $BZ = Z\Gamma$. itaque qui centro $Z$ et radio qualibet rectarum $ZA$, $ZB$, $Z\Gamma$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet, et circum triangulum $AB\Gamma$ circumscriptus erit.

Ergo circum datum triangulum circulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

Et adparet, si centrum circuli intra triangulum ceciderit, angulum $BA\Gamma$ in segmento maiore, quam est semicirculus, positum minorem esse recto, sin centrum in recta $B\Gamma$ ceciderit, angulum $BA\Gamma$ in semicirculo positum rectum esse, sin centrum circuli ultra triangulum ceciderit, angulum $BA\Gamma$ in segmento minore, quam est semicirculus, positum maiorem esse recto[1]) [III, 31].

## VI.

In datum circulum quadratum inscribere.

1) Finem (lin. 17—20) genuinum esse uix putauerim; parum enim necessarius uidetur, et ἡ διδομένη γωνία lin. 17 falsum est, ut obseruauit Simsonus p. 353, cui obsecuti locum corrigere conati sunt Gregorius et Augustus. haec uerba ideo quoque suspecta sunt, quod speciem corollarii efficiunt, cum tamen uerba lin. 9 sqq. non corollarium sint, sed additio ei similis, quam in III, 25 inuenimus; nam neque in optimis codd. titulum πόρισμα habent, neque a Proclo ut corollarium agnosci uidentur (u. ad IV, 15 πόρισμα).

ρισμα] om. P; mg. m. 2 BF; mg. m. 1 Vp. 9. ὅτι, ὅτε] ὅταν F. 10. πίπτει] πίπτῃ F; πίπτοι P. γωνία] m. 2 V. 12. εὐθείας — 13. γωνία] P; om. Theon (BFVp). 14. ἐστιν] P, F supra m. 1; ἔσται BVp. τὸ κέντρον τοῦ κύκλου] P; om. Theon (BFVp). 15. τοῦ τριγώνου] August; τριγώνου P; τῆς $B\Gamma$ εὐθείας τὸ κέντρον BVp; τοῦ $B\Gamma$ τὸ κέντρον, postea addito εὐθείας et τοῦ in τῆς mutato m. 2 F. πίπτῃ F. Post $BA\Gamma$ in BFp add. γωνία; idem V m. 2. 18. τοῦ] om. F. πεσοῦνται] P; συμπεσοῦνται BVp, et F, sed del. συμ-. 20. ποιῆσαι] PF; δεῖξαι BVp; γρ. δεῖξαι mg. m. 1 F.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Ἤχθωσαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ· κέντρον γὰρ τὸ Ε· κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΑ, βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΑΔ ἴση ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΒΓ, ΓΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΑΔ ἴση ἐστίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΔ εὐθεῖα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΔ· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ, ΓΔΑ ὀρθή ἐστιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγέγραπται τὸ ΑΒΓΔ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ζ'.

*Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον περιγράψαι.*

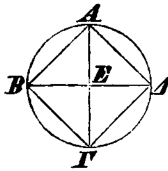
Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον περιγράψαι.

Ἤχθωσαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ

3. ἢ ἤχθωσαν p. τοῦ] γὰρ τοῦ Bp; εἰς τόν F. κύκλον F. δύο] om. BVp. 5. ΔΑ] corr. ex ΓΑ m. 1 F. 7. ἄρα] om. Bp. 8. ἐστίν] F; comp. p; ἐστί PVB. 10. ἐστίν P, comp. p. 12. ἐστί] ἐστίν P. 13. γωνία] m. 2 V. 16. ἐστίν] P, comp. p; ἐστί BFV. 18. ἄρα] om. V. δο-

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma\Delta$ quadratum inscribere.

ducantur circuli $AB\Gamma\Delta$ duae diametri inter se perpendiculares $A\Gamma$, $B\Delta$, et ducantur $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta A$.




et quoniam $BE = E\Delta$ (nam $E$ centrum est), et $EA$ communis est et perpendicularis, erit $AB = A\Delta$ [I, 4]. eadem de causa $B\Gamma = AB$ et $\Gamma\Delta = A\Delta$. itaque quadrilaterum $AB\Gamma\Delta$ aequilaterum est. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam recta $B\Delta$ diametrus est circuli $AB\Gamma\Delta$, semicirculus est $BA\Delta$. itaque $\angle BA\Delta$ rectus est [III, 31]. eadem de causa etiam singuli anguli $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ recti sunt. itaque rectangulum est quadrilaterum $AB\Gamma\Delta$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse. itaque quadratum est [I def. 22]. et in circulum $AB\Gamma\Delta$ inscriptum est.

Ergo in datum circulum quadratum inscriptum est $AB\Gamma\Delta$; quod oportebat fieri.

## VII.

Circum datum circulum quadratum circumscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta$ circulum quadratum circumscribere.

ducantur circuli $AB\Gamma\Delta$ duae diametri inter se perpendiculares $A\Gamma$, $B\Delta$. et per $A$, $B$, $\Gamma$, $\Delta$ puncta du-

---

θέντα] ΑΒΓΔ Bp; δοθέντα ἄρα V. Post κύκλον add. τὸν ΑΒΓΔ V et F m. 2. 19. ποιῆσαι] in ras. p. 24. τετράπλευρον P. 25. γὰρ τοῦ Bp. δύο] om. p. 26. αἱ] om. P.

*σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου αἱ ΖΗ, ΗΘ, ΘΚ, ΚΖ.*

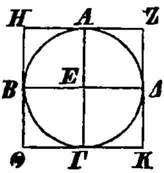
*Ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ ΖΗ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ Α ἐπαφὴν ἐπέζευκται ἡ ΕΑ, αἱ ἄρα πρὸς τῷ Α γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Γ, Δ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία, ἐστὶ δὲ ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΗ, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΑΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΖΚ ἐστι παράλληλος. ὥστε καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΖΚ ἐστι παράλληλος. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΖ, ΘΚ τῇ ΒΕΔ ἐστι παράλληλος. παραλληλόγραμμα ἄρα ἐστὶ τὰ ΗΚ, ΗΓ, ΑΚ, ΖΒ, ΒΚ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΗΖ τῇ ΘΚ, ἡ δὲ ΗΘ τῇ ΖΚ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, ἀλλὰ καὶ ἡ μὲν ΑΓ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΘ, ΖΚ, ἡ δὲ ΒΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΖ, ΘΚ ἐστιν ἴση [καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΘ, ΖΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΖ, ΘΚ ἐστιν ἴση], ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΗΘΚ τετράπλευρον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΗΒΕΑ, καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ πρὸς τοῖς Θ, Κ, Ζ γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΗΘΚ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον·*

---

2. *ΚΖ*] in ras. F; mutat. in *ΖΚ* m. 2 V. 4. *ἐπαφήν*] *ἐπιφάνειαν* p et B m. 1 (corr. m. rec.). 5. *τῷ*] *τό* B. 6. *εἰσι* BVp. 7. *εἰσι* Vp. 8. *ΑΕΒ*] *Β* in ras. F. *ΕΒΗ*] *Β* in ras. F. 10. *παράλληλός ἐστιν* V. *ὥστε* — 11. *παράλληλος*] Pp (in *ΖΚ* litt. Z in ras. p); om. V; mg. m. 1 F, m. 2 B; habet Campanus. 13. Post *παράλληλος* add. *ὥστε καὶ ἡ ΗΖ τῇ ΘΚ ἐστι παράλληλος* Fp, B m. rec. *ΗΚ*] eras. F. 14. *ΖΒ*] in ras. F; *Β* e corr. m. 2 V. *ΒΚ*] in ras. F. 15. *ἀλλὰ καί*] P; *ἀλλ'* BFVp. 16. *ΖΚ*] *ΖΚ ἐστιν ἴση*

cantur circulum $AB\Gamma\Delta$ contingentes $ZH$, $H\Theta$, $\Theta K$, $KZ$ [III, 17].

iam quoniam $ZH$ circulum $AB\Gamma\Delta$ contingit, et ab $E$ centro ad punctum contactus $A$ ducta est $EA$, anguli ad $A$ positi recti sunt [III, 18]. eadem de causa anguli ad puncta $B$, $\Gamma$, $\Delta$ positi recti sunt. et quoniam $\angle AEB$ rectus est, et $\angle EBH$ et ipse rectus, erit $H\Theta$ rectae $A\Gamma$ parallela [I, 29]. eadem de causa etiam $A\Gamma$ rectae $ZK$ parallela est. quare etiam $H\Theta$ rectae $ZK$ parallela est [I, 30]. similiter demonstrabimus, etiam utramque $HZ$, $\Theta K$ rectae $BE\Delta$ parallelam esse. itaque parallelogramma sunt $HK$, $H\Gamma$, $AK$, $ZB$, $BK$. itaque [I, 34]




$$HZ = \Theta K, \ H\Theta = ZK.$$

et quoniam $A\Gamma = B\Delta$, et

$$A\Gamma = H\Theta = ZK$$

et $B\Delta = HZ = \Theta K$ [I, 34], aequilaterum est quadrilaterum $ZH\Theta K$. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam parallelogrammum est $HBEA$, et $\angle AEB$ rectus est, etiam $\angle AHB$ rectus est [I, 34]. similiter demonstrabimus, etiam angulos ad $\Theta$, $K$, $Z$, positos rectos esse. itaque $ZH\Theta K$ rectangulum est. et demonstratum est, idem aequilaterum esse. ergo

---

BFVp. 17. *καὶ ἑκατέρα* — 18. *ἴση*] om. P. 17. *καί*] om. p. *ἄρα*] supra F. 18. $H\Theta$] $\Theta$ e corr. p. 20. *ἐστι*] *ἐστιν* P. 21. $HBEA$] $H\Delta EA$, sed $\Delta$ e corr. m. 1 F. $AEB$] $B$ in ras. F. *ὀρθή* — 22. $AHB$] mg. m. 1 P. 22. $AHB$] $B$ in ras. F. 23. $\Theta$, Z, $K$ F. 24. *ἐστίν* PB, comp. p. *τὸ* $ZH\Theta K$] P, F m. 1; om. Bp; *τὸ* $ZH\Theta K$ *τετράπλευρον* V, F m. 2.

τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον.

Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τετράγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

η'.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΑΒ δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΓΔ παράλληλος ἤχθω ὁ ΕΘ, διὰ δὲ τοῦ Ζ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΚ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἕκαστον τῶν ΑΚ, ΚΒ, ΑΘ, ΘΔ, ΑΗ, ΗΓ, ΒΗ, ΗΔ, καὶ αἱ ἀπεναντίον αὐτῶν πλευραὶ δηλονότι ἴσαι [εἰσίν]. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ, καί ἐστι τῆς μὲν ΑΔ ἡμίσεια ἡ ΑΕ, τῆς δὲ ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΖ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΑΖ· ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΗΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΗ, ΗΕ ἐστιν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΗΕ, ΗΖ, ΗΘ, ΗΚ ἴσαι ἀλλήλαις [εἰσίν]. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Θ, Κ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Ε, Ζ, Θ, Κ γωνίας· εἰ γὰρ τεμεῖ ὁ κύκλος τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ, ἡ τῇ

VIII. Boetius p. 389, 5.

1. ἐστίν] comp. p; ἐστί PBFV. 5. η'] m. 2 V. 12. ἡ ΖΚ ἤχθω p. 13. ΚΒ] Β mutat. in Ε m. 2 F; ΒΚ Bp. 14. ΒΗ, ΗΔ] e corr. F. 15. εἰσίν] F; εἰσί BVp; om. P.

quadratum est [I, def. 22]. et circum $AB\Gamma\Delta$ circulum circumscriptum est.

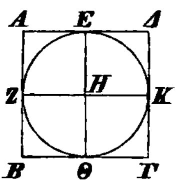
Ergo circum datum circulum quadratum circumscriptum est; quod oportebat fieri.

## VIII.

In datum quadratum circulum inscribere.

Sit datum quadratum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in $AB\Gamma\Delta$ quadratum circulum inscribere.

secetur utraque $A\Delta$, $AB$ in duas partes aequales in $E$, $Z$ punctis, et per $E$ utrique $AB$, $\Gamma\Delta$ parallela ducatur $E\Theta$ [I, 31 et 30], per $Z$ autem utrique $A\Delta$, $B\Gamma$ parallela ducatur $ZK$. itaque parallelogramma sunt




$AK$, $KB$, $A\Theta$, $\Theta\Delta$, $AH$, $H\Gamma$, $BH$, $H\Delta$, et latera eorum opposita inter se aequalia sunt [I, 34]. et quoniam $A\Delta = AB$, et $AE = \frac{1}{2}A\Delta$, $AZ = \frac{1}{2}AB$, erit $AE = AZ$. ergo etiam opposita. quare $ZH = HE$. similiter demonstrabimus, etiam esse $H\Theta = ZH$, $HK = HE$. itaque quattuor rectae $HE$, $HZ$, $H\Theta$, $HK$ inter se aequales sunt. quare qui centro $H$ radio autem qualibet rectarum $HE$, $HZ$, $H\Theta$, $HK$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet. et rectas $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta A$ continget, quia recti sunt anguli ad $E$, $Z$, $\Theta$, $K$ positi. nam si circulus rectas $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta A$ secabit, recta ad diametrum circuli in termino

16. $AB$] $B$ in ras. F. 18. ἀπεναντίον] P; ἀπεναντίον ἴσαι F (sed ἴσαι postea insert. comp.); ἀπεναντίον ἴσαι εἰσίν BVp. ἴση ἄρα] in ras. m. 2 seq. lacuna 3 litt. F. $HE$] $EH$ F, et V corr. m. 2 ex $HE$. 20. $ZH$] $HZ$ F. αἱ] (alt.) seq. ras. 2 litt. F. 21. εἰσίν] om. P. 22. $HE$, $HZ$, $H\Theta$, $HK$ Gregorius. 24. $\Delta A$] mutat. in $\Delta\Gamma$ m. 2 FV. 26. τέμνῃ B.

διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Θ, Κ κύκλος γραφόμενος τεμεῖ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ εὐθείας. ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν καὶ ἔσται ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

θ'.

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον περιγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον κύκλον περιγράψαι.

Ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστίν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΑΒ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ, ΓΔΑ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΔΒ εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΔΑΒ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΕΑΒ, τῆς

2. ἐδείχθη] PF; om. BVp. 3. κέντρῳ μέν P. ΗΕ, ΗΖ, ΗΘ, ΗΚ ed. Basil. 4. Post Κ add. σημείων F m. rec. τεμεῖ] PF; τέμνει BVp. ΔΑ] ΑΔ P. 6. ΑΒΓ P. 7. ἄρα τὸ δοθέν] P; τὸ δοθὲν ἄρα Theon (BFVp). 9. θ'] om. φ; θ' et litt. initialis postea add. in V, ut in sequentibus semper fere. 14. ἐπεζευχθεῖσαι Vp; ἐπιζευχθῆσαι φ. ΒΔ] ΔΒ P. 15. Ε] Θ P. 16. ΔΑ] ΑΔ F. 18. εἰσίν] PF; εἰσί BVp. Dein mg. in V add. ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις]

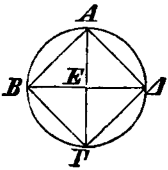
perpendicularis intra circulum cadet; quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro $H$ et radio qualibet rectarum $HE$, $HZ$, $H\Theta$, $HK$ descriptus rectas $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta A$ non secabit. quare eas continget, et in quadratum $AB\Gamma\Delta$ inscriptus erit.

Ergo in datum quadratum circulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

## IX.

Circum datum quadratum circulum circumscribere.

Sit datum quadratum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta$ quadratum circulum circumscribere.




ductae enim $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se secent in $E$. et quoniam $\Delta A = AB$, et $A\Gamma$ communis est, duae rectae $\Delta A, A\Gamma$ duabus $BA$, $A\Gamma$ aequales sunt; et

$$\Delta\Gamma = B\Gamma.$$

itaque $\angle \Delta A\Gamma = BA\Gamma$. ergo $\angle \Delta AB$ recta $A\Gamma$ in duas partes aequales diuisus est. similiter demonstrabimus, etiam angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ rectis $A\Gamma$, $\Delta B$ in duas partes aequales diuisos esse. et quoniam $\angle \Delta AB = AB\Gamma$, et $\angle EAB = \frac{1}{2}\Delta AB$, $\angle EBA = \frac{1}{2}AB\Gamma$,

---

ἑκατέρα in ras. m. 2 F, supra scr. ἑκατὲρα ἑκατέρα m. 1 F. ἐστιν ἴση FV. 19. ὑπό] (tert.) m. 2 F. 20. $\Delta AB$] $B$ in ras. m. 2 V. 21. $AB\Gamma$] P m. 1, F m. 2, V ($\Gamma$ in ras. m. 2), p ($\Gamma$ in ras.); $AB$, $B\Gamma$ B, P m. 2, F m. 1. $B\Gamma\Delta$] P m. 1, F m. 2, V ($B$ in ras. m. 2), p ($B$ in ras.); $B\Gamma, \Gamma\Delta$ B (punctis del. m. 2; $B\Gamma$ in ras. m. 1); $\Gamma\Delta$ P m. 2, F m. 1. $\Gamma\Delta A$] $\Gamma$ in ras. m. 2 V, $\Gamma$ insert. Fp; $\Gamma A$ P m. 1; $\Delta A$ P m. 2; $\Gamma\Delta, \Delta A$ B; in B mg. m. rec. γρ. καί· ὑπὸ $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$. 22. $\Delta B$] $\Gamma B$ φ (non F). 24. ἐστιν P. $\Delta AB$] $A\Delta B$ F. ἡμισείας P, corr. m. 1. $EAB$] litt. $AB$ e corr. m. 2 V; $AEB$ P; corr. m. 2.

δὲ ὑπὸ *ΑΒΓ* ἡμίσεια ἡ ὑπὸ *ΕΒΑ*, καὶ ἡ ὑπὸ *ΕΑΒ* ἄρα τῇ ὑπὸ *ΕΒΑ* ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ *ΕΑ* τῇ *ΕΒ* ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν *ΕΑ*, *ΕΒ* [εὐθειῶν] ἑκατέρᾳ τῶν *ΕΓ*, *ΕΔ* ἴση ἐστίν. αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ *ΕΑ*, *ΕΒ*, *ΕΓ*, *ΕΔ* ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ *Ε* καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ* κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ τὸ *ΑΒΓΔ* τετράγωνον. περιγεγράφθω ὡς ὁ *ΑΒΓΔ*.

Περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τετράγωνον κύκλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιʹ.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ *ΑΒ*, καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ *Γ* σημεῖον, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς *ΓΑ* τετραγώνῳ· καὶ κέντρῳ τῷ *Α* καὶ διαστήματι τῷ *ΑΒ* κύκλος γεγράφθω ὁ *ΒΔΕ*, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς τὸν *ΒΔΕ* κύκλον τῇ *ΑΓ* εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ *ΒΔΕ* κύκλου διαμέτρου ἴση εὐθεῖα ἡ *ΒΔ*· καὶ ἐπεζεύχθωσαν

---

X. Proclus p. 204, 1.

---

1. ἡμίσεια] e corr. m. 2 P. *ΕΑΒ*] *ΕΒΑ* F. 2. ἄρα] om. p. ὥστε καὶ πλευρά] καί Bp. 3. *ΕΑ*] *Α* in ras. m. 2 V; *ΑΕ* F; *ΕΒ* ἄρα Bp. Post *ΕΑ* in V add. πλευρᾷ; idem F m. 2. *ΕΒ*] *Β* in ras. m. 2 V; *ΕΑ* Bp. 4. *ΕΑ*, *ΕΒ*] P, F m. 2, V in ras. m. 2; *ΕΓ*, *ΕΔ* B, F m. 1, p. εὐθειῶν] om. P. *ΕΓ*, *ΕΔ*] P, F m. 2, V in ras. m. 2; *ΕΑ*, *ΕΒ* B,

erit $\angle EAB = EBA$. quare etiam $EA = EB$ [I, 6]. similiter demonstrabimus, esse etiam $EA = E\Delta$,

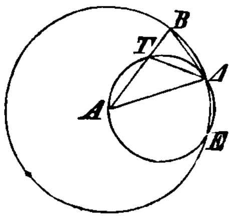
$$EB = E\Gamma.^{1)}$$

itaque quattuor rectae $EA$, $EB$, $E\Gamma$, $E\Delta$ inter se aequales sunt. quare qui centro $E$ et radio qualibet rectarum $EA$, $EB$, $E\Gamma$, $E\Delta$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet, et circum quadratum $AB\Gamma\Delta$ circumscriptus erit. circumscribatur ut $AB\Gamma\Delta$.

Ergo circum datum quadratum circulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

## X.

Triangulum aequicrurium construere utrumque angulum ad basim positum duplo maiorem habentem reliquo.




Ponatur recta aliqua $AB$, et in puncto $\Gamma$ ita secetur, ut sit

$$AB \times B\Gamma = \Gamma A^2 \text{ [II, 11].}$$

et centro $A$ radio autem $AB$ circulus describatur $B\Delta E$, et in $B\Delta E$ circulum aptetur recta $B\Delta$ rectae $A\Gamma$ aequalis, quae diametro circuli $B\Delta E$ maior non est [prop. I];

1) Uidetur enim scribendum esse $E\Delta$, $E\Gamma$ pro $E\Gamma$, $E\Delta$ lin. 4.

F m. 1, p. 5. ἴση — $EB$] om. B, in ras. insert. p. 7. $EA$, $EB$, $E\Gamma$, $E\Delta$ Gregorius. Post $\Delta$ mg. add. σημείων F. 9. περιγεγράφθω ὡς ὁ $AB\Gamma\Delta$] om. Bp. 11. γέγραπται p. 18. $AB$, $B\Gamma$] F; alterum $B$ om. B, in ras. m. 2 V; prius $B$ add. m. 2 Pp. 20. κέντρῳ μὲν τῷ $A$ διαστήματι δέ V. 22. $A\Gamma$] $\Gamma$ in ras. m. 2 V. εὐθεῖα] om. p; m. 2 B. $B\Delta E$] $E$ supra m. 1 P; $\Delta BE$ Bp, V ($\Delta B$ in ras. m. 2); $\ddot{B}\Delta E$ F.

αἱ $ΑΔ$, $ΔΓ$, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον κύκλος ὁ $ΑΓΔ$.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$, ἴση δὲ ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΒΔ$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$. καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ $ΑΓΔ$ εἴληπταί τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ $Β$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Β$ πρὸς τὸν $ΑΓΔ$ κύκλον προσπεπτώκασι δύο εὐθεῖαι αἱ $ΒΑ$, $ΒΔ$, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνει, ἡ δὲ προσπίπτει, καί ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$, ἡ $ΒΔ$ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ $ΑΓΔ$ κύκλου. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ $ΒΔ$, ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ το $Δ$ ἐπαφῆς διῆκται ἡ $ΔΓ$, ἡ ἄρα ὑπὸ $ΒΔΓ$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΔΑΓ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΔΓ$ τῇ ὑπὸ $ΔΑΓ$, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $ΓΔΑ$· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΔΑ$ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΓΔΑ$, $ΔΑΓ$. ἀλλὰ ταῖς ὑπὸ $ΓΔΑ$, $ΔΑΓ$ ἴση ἐστὶν ἡ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ $ΒΓΔ$· καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΔΑ$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $ΒΔΑ$ τῇ ὑπὸ $ΓΒΔ$ ἐστιν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΑΒ$ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΒΑ$ τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$ ἐστιν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ $ΒΔΑ$, $ΔΒΑ$, $ΒΓΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΔΒΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$, ἴση ἐστὶ καὶ πλευρὰ ἡ $ΒΔ$ πλευρᾷ τῇ $ΔΓ$. ἀλλὰ ἡ $ΒΔ$ τῇ $ΓΑ$ ὑπόκειται

1. $ΑΔ$] in ras. m. 2 V. $ΔΓ$] $ΓΔ$ P. $ΑΓΔ$] $ΓΔ$ in ras. m. 1 B, ut etiam supra quaedam. 3. $ΑΒΓ$ PB Fp, in PFp m. 1 insert. B. 4. τῆς $ΑΓ$ — 5. τῷ ἀπό] bis P, sed corr. 4. Post prius $ΑΓ$ in F add. □ m. 2 et in mg. τετραγώνῳ m. 1. $ΒΔ$] $\ddot{Δ}\dot{Β}$ F. $ΑΒ$, $ΒΓ$] Pp, prius $Β$ m. 2 in ras. V; $ΑΒΓ$ B, corr. m. 2; F, corr. m. 1. 6. τὸ $Β$] corr. ex τῇ $Β$ seq. ras. 3 litt. V. 7. προσπεπτώκασιν B. 8. $ΒΑ$] P; $ΒΓΑ$ Bp, V ($Α$ in ras. m. 2), F ($ΓΑ$ in ras. intercedente ras. 1 litt.). 9. ἐστιν P. τῶν] om. P. $ΑΒ$, $ΒΓ$] alt. $Β$

et ducantur $A\Delta$, $\Delta\Gamma$, et circum $A\Gamma\Delta$ triangulum circumscribatur circulus $A\Gamma\Delta$ [prop. V].

et quoniam $AB \times B\Gamma = A\Gamma^2$, et $A\Gamma = B\Delta$, erit $AB \times B\Gamma = B\Delta^2$. et quoniam extra circulum $A\Gamma\Delta$ sumptum est punctum quoddam $B$, et a $B$ ad circulum $A\Gamma\Delta$ adcidunt duae rectae $BA$, $B\Delta$, et altera earum secat, altera adcidit tantum, et $AB \times B\Gamma = B\Delta^2$, recta $B\Delta$ contingit circulum $A\Gamma\Delta$ [III, 37]. iam quoniam $B\Delta$ contingit, et a $\Delta$ puncto contactus producta est $\Delta\Gamma$, erit $\angle B\Delta\Gamma = \Delta A\Gamma$, qui in alterno segmento positus est [III, 32]. iam quoniam

$$\angle B\Delta\Gamma = \Delta A\Gamma,$$

communis adiiciatur $\angle \Gamma\Delta A$. itaque

$$\angle B\Delta A = \Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma.$$

sed $\Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma = B\Gamma\Delta$ extrinsecus posito [I, 32]. quare etiam $\angle B\Delta A = B\Gamma\Delta$. uerum

$$\angle B\Delta A = \Gamma B\Delta,$$

quia $A\Delta = AB$ [I, 5]. quare etiam $\angle \Delta BA = B\Gamma\Delta$. itaque tres anguli $B\Delta A$, $\Delta BA$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt. et quoniam $\angle \Delta B\Gamma = B\Gamma\Delta$, erit etiam

$$B\Delta = \Delta\Gamma \text{ [I, 6].}$$

---

in ras. m. 2 V; $AB\Gamma$ PB (corr. m. 2), Fp (corr. m. 1). 10. $B\Delta$] $\Delta$ e corr. F. ἡ $B\Delta$] supra m. rec. F. 11. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεί P. μέν] PF (τοῦ κύκλου ἡ $B\Delta$ εὐθεῖα κατὰ τὸ $\Delta$ mg. F); om. V; τοῦ κύκλου Bp. 12. ἀφῆς Theon (BFVp). 13. ἐστίν P. τῇ ἐν] m. 2 V. 14. $B\Delta\Gamma$] P, V m. 1; $\Gamma\Delta B$ Bp, V m. 2, F in ras. 15. $\Delta A\Gamma$] $\Gamma$ in ras. m. 2 V. 16. $B\Delta A$] $B\Delta$ in ras. m. 1 B. ἐστίν P. 16. $\Delta A\Gamma$] $\Delta AH$ φ (non F). 17. ἐστὶν ἡ] in ras. m. 1 p. ἐκτός] om. p. 18. καὶ ἡ] ἡ ἄρα P. $B\Delta A$] $A\Delta B$ P. ἄρα] om. P, m. rec. F. ἐστὶν ἴση F. ἐστίν PB. ἀλλ' FV. 19. $\Gamma B\Delta$] V m. 1; $AB\Delta$ V m. 2. ἴση ἐστίν BFp. 20. ἴση ἐστίν p. $\Delta BA$] $B\Delta A$ P, F m. 1 (corr. m. 2). 22. εἰσίν] PF; εἰσί BVp. 23. ἐστίν V, sed ν eras. 24. πλευρᾷ] om. p., m. 2 B. ἀλλ' F.

ἴση· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστιν ἴση· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ τῆς ὑπὸ ΔΑΓ εἰσι διπλασίους. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ταῖς ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΑΔ ἐστι διπλῆ. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ τῆς ὑπὸ ΔΑΒ ἐστι διπλῆ.

Ἰσοσκελὲς ἄρα τρίγωνον συνέσταται τὸ ΑΒΔ ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ ΔΒ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

## ια'.

*Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.*

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἐκκείσθω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΖΗΘ διπλασίονα ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τοῖς Η, Θ γωνιῶν τῆς πρὸς τῷ Ζ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον τῷ ΖΗΘ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον τὸ ΑΓΔ, ὥστε τῇ μὲν πρὸς τῷ Ζ γωνίᾳ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΓΑΔ, ἑκατέραν δὲ τῶν πρὸς τοῖς Η, Θ ἴσην ἑκατέρᾳ τῶν

---

XI. Boetius p. 389, 10.

---

1. ΓΑ] Pφ, V in ras. m. 2; ΑΓ Bp. 2. γωνίᾳ] om. V. 3. ΔΑΓ] (alt.) P, F (supra m. 2: ΓΔΑ), V in ras. m. 2; ΓΑΔ Bp. διπλάσιοι F. 4. δέ] δὲ καί V. ἡ] supra m. 2 P. ΓΔΑ] Pφ; in ras. m. 2 V; ΓΑΔ Bp. ΔΑΓ] ΓΔΑ Bp. καί] διπλῆ ἄρα Bp. 5. ἄρα] om. Bp. ΓΑΔ] in ras. V, Γ e corr. F. ἐστιν PB, comp. p. διπλῆ] om. Bp. 6. καί] om. P. 7. ΔΑΒ] ΒΑΔ P. 9. συνίσταται V. ΑΒΔ]

uerum supposuimus, esse $B\Delta = \Gamma A$. itaque etiam

$$\Gamma A = \Gamma \Delta;$$

quare etiam $\angle \Gamma \Delta A = \Delta A \Gamma$ [I, 5]. itaque

$$\Gamma \Delta A + \Delta A \Gamma = 2\, \Delta A \Gamma.$$

sed $B\Gamma\Delta = \Gamma\Delta A + \Delta A \Gamma$. itaque etiam

$$B\Gamma\Delta = 2\, \Gamma A \Delta.$$

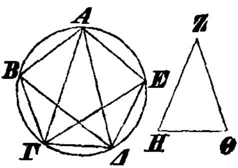
sed $B\Gamma\Delta = B\Delta A = \Delta B A$. ergo uterque $B\Delta A$, $\Delta B A$ duplo maior est angulo $\Delta A B$.

Ergo triangulus aequicrurius constructus est $AB\Delta$ utrumque angulum ad $\Delta B$ basim positum duplo maiorem habens reliquo; quod oportebat fieri.

## XI.

In datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma\Delta E$ quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.




construatur triangulus aequicrurius $ZH\Theta$ utrumque angulum ad $H$, $\Theta$ positum duplo maiorem habens angulo ad $Z$ posito [prop. X], et in circulum $AB\Gamma\Delta E$ triangulo $ZH\Theta$ aequiangulus inscribatur triangulus $A\Gamma\Delta$, ita ut sit $\angle \Gamma A \Delta$ angulo ad $Z$ posito aequalis, uterque autem $A\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ utrique angulorum ad

B p φ; V m. 2; $A\Delta B$ P. 10. $B\Delta$ p. 15. *ἔστω* — 17. *ἐγγράψαι*] om. P. 19. *ἑκατέραν*] om F. *πρὸς τοῖς Η, Θ γωνιῶν*] *λοιπῶν* P. 20. *τῷ*] (prius) *τό* B, F m. 1 (corr. m. 2). 22. *τῷ*] *τό* B. 23. *ἑκατέραν*] *ἑκατέρα* (α in ras.) p, *ἑκατέρᾳ* P. *τῶν*] in ras. p; *τήν* B. *ἑκατέρᾳ*] *ἑκατέραν* P et e corr. p. *τῶν*] φ, *ἄρα τῶν* F.

*ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ ἐστι διπλῆ. τετμήσθω δὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓΕ, ΔΒ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, [ΓΔ], ΔΕ, ΕΑ.*

*Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ γωνιῶν διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ, καὶ τετμημέναι εἰσὶ δίχα ὑπὸ τῶν ΓΕ, ΔΒ εὐθειῶν, αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΑΓ, ΑΓΕ, ΕΓΔ, ΓΔΒ, ΒΔΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· αἱ πέντε ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον. λέγω δή, ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΔΕ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΒΓΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΒΓΔ περιφέρεια ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΑΒΓΔ περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ, ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒ περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΕ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΕ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΔ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ, ΓΔΕ γωνιῶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΒΑΕ, ΑΕΔ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.*

---

1. Post *ΓΔΑ* mg. m. 2 add. *γωνιῶν* F. 2. *τῆς ὑπὸ ΓΑΔ*] om. p. *δή*] om. Bp. 3. *ἑκατέρας*] mg. m. 2 V. 4. *ΓΕ*] *Ε* e corr. F. *ΔΒ*] *ΔΕ* F; corr. m. rec. 5. *ΓΔ*] om. V. 7. *ἐστίν* P. *εἰσίν* P. 9. *ΕΓΔ*] *Δ* in ras. m. 2 P. *ΓΔΒ*] in ras. F; *Γ* in ras. m. 2 P. *ΒΔΑ*] in ras. F, e corr. m. 2 V. *ἀλλήλαις εἰσίν*] *ἄλλη* in ras. F, reliqua absumpta ob per-

$H$, $\Theta$ positorum aequalis [prop. II]. quare etiam

$$\angle A\Gamma\Delta = \Gamma\Delta A = 2\,\Gamma A\Delta.$$

iam $\angle A\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ rectis $\Gamma E$, $\Delta B$ in binas partes aequales secentur [I, 9], et ducantur $AB$, $B\Gamma$, $\Delta E$, $EA$.[1]) iam quoniam anguli $A\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ duplo maiores sunt angulo $\Gamma A\Delta$ et rectis $\Gamma E$, $\Delta B$ in binas partes aequales secti sunt, erit $\Delta A\Gamma = A\Gamma E = E\Gamma\Delta = \Gamma\Delta B = B\Delta A$. et anguli aequales in aequalibus arcubus consistunt [III, 26]. itaque quinque arcus $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $EA$ inter se aequales sunt. et sub aequalibus arcubus aequales rectae subtendunt [III, 29]. itaque quinque rectae $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $EA$ inter se aequales sunt. itaque quinquangulum $AB\Gamma\Delta E$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam arc. $AB = \Delta E$, communis adiiciatur arc. $B\Gamma\Delta$. itaque arc. $AB\Gamma\Delta = E\Delta\Gamma B$. et in arcu $AB\Gamma\Delta$ angulus $AE\Delta$ consistit, in $E\Delta\Gamma B$ autem $\angle BAE$. quare etiam $\angle BAE = AE\Delta$ [III, 27]. eadem de causa etiam singuli anguli $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ utrique angulo $BAE$, $AE\Delta$ aequales sunt. quare aequiangulum est quinquangulum $AB\Gamma\Delta E$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse.

---

1) Lin. 5 uidetur delendum esse $\Gamma\Delta$ cum Gregorio.

---

gam. ruptum. 10. δέ] δ' BV. 12. εἰσίν] ἐστίν V. 16. ἰσογώνιον] litt. ἰσο- in ras. m. 2 V. 17. τῇ ΔΕ περιφερείᾳ] om. F, supra m. 2: τῇ ΕΔ περιφερείᾳ. ἴση ἐστίν V. 19. ἴση ἐστί V. 20. ΕΔΓΒ] ΒΓΔΕ F. 21. ἡ ὑπὸ ΒΑΕ] mg. m. 2 F. καί] comp. supra scr. m. 2 F. 22. γωνία ἄρα V. ἴση ἐστί V. 23. καί] om. BV. 25. ἐστιν PF.

*Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

ιβ'.

*Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.*

*Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὲ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.*

*Νενοήσθω τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου τῶν γωνιῶν σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ περιφερείας· καὶ διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε ἤχθωσαν τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι αἱ ΗΘ, ΘΚ, ΚΛ, ΛΜ, ΜΗ, καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓΔΕ κύκλου κέντρον τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΚ, ΖΓ, ΖΛ, ΖΔ.*

*Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΚΛ εὐθεῖα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔΕ κατὰ τὸ Γ, ἀπὸ δὲ τοῦ Ζ κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ Γ ἐπαφὴν ἐπέζευκται ἡ ΖΓ, ἡ ΖΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΚΛ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν πρὸς τῷ Γ γωνιῶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Δ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΓΚ γωνία, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΖΚ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΓ, ΓΚ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΚ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΚ· ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν*

---

XII. Boetius p. 389, 8.

---

1. *κύκλον*] corr. ex *κύκλος* m. 2 F. 2. *τε*] om. V. 3. *ποιῆσαι*] *δεῖξαι* V; *γρ. δεῖξαι* mg. m. 2 F. 7. *ΑΒΓΔΕ*] Ε in ras. m. 2 V. 8. *ΑΒΓΔΕ*] Ε in ras. m. 2 V. 11. *σημεῖα*] -*α* in ras. m. 2 V. 13. *ΑΒ, ΓΔ, ΔΕ* P. 14. *ΜΗ*] *ΜΝ* F; corr. m. 2. 15. *ΖΒ*] *Β* e corr. m. 2 F. *ΖΚ*] *ΖΗ*

Ergo in datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscriptum est; quod oportebat fieri.

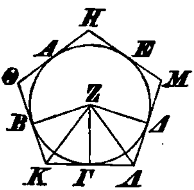
## XII.

Circum datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta E$ circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribere.

fingamus, puncta angulorum quinquanguli inscripti [prop. XI] esse $A$, $B$, $\Gamma$, $\Delta$, $E$, ita ut arcus $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $EA$ inter se aequales sint; et per $A$, $B$, $\Gamma$, $\Delta$, $E$ circulum contingentes ducantur $H\Theta$, $\Theta K$, $K\Lambda$, $\Lambda M$, $MH$ [III, 17], et sumatur circuli $AB\Gamma\Delta E$ centrum $Z$ [III, 1], et ducantur $ZB$, $ZK$, $Z\Gamma$, $Z\Lambda$, $Z\Delta$.

et quoniam recta $K\Lambda$ circulum $AB\Gamma\Delta E$ contingit in $\Gamma$, et a $Z$ centro ad $\Gamma$ punctum contactus $Z\Gamma$ ducta est, $Z\Gamma$ ad $K\Lambda$ perpendicularis est [III, 18]. itaque uterque angulus ad $\Gamma$ positus rectus est. eadem de causa etiam anguli ad $B$, $\Delta$ puncta positi recti sunt. et quoniam $\angle Z\Gamma K$ rectus est, erit




$$ZK^2 = Z\Gamma^2 + \Gamma K^2 \text{ [I, 47].}$$

eadem de causa etiam $ZK^2 = ZB^2 + BK^2$. quare

---

φ. $Z\Gamma$] $\Gamma$ in ras. F. $Z\Lambda$] $ZA$ φ. 17. ἤ] εἰ φ, supra ἤ m. 2. Post $AB\Gamma\Delta E$ add. κύκλου V, supra P (comp.), F. 20. τήν] τῶν comp. V. Post $K\Lambda$ in F add. m. 2: εὐθεῖαν. ἐστίν] PF; om. BVp. 21. καί] m. 2 V. 23. $Z\Gamma K$] $K$ m. 2, ante Z ras. 1 litt. V. τῆς] om. Bp. 24. τῶν] τῆς comp. V. $Z\Gamma$, $\Gamma K$] $\Gamma$ prius et $K$ m. 2 V. 25. ἴσον ἐστί] om. V. ἐστίν F. $ZK$ ἴσον V. ὥστε τά] PF; τὰ ἄρα BVp. τῶν] om. Bp; τῆς V.

*ΖΓ, ΓΚ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΚ ἐστιν ἴσα, ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἐστιν ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ ἐστιν ἴσον. ἴση ἄρα ἡ ΒΚ τῇ ΓΚ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ, καὶ κοινὴ ἡ ΖΚ, δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΚ δυσὶ ταῖς ΓΖ, ΖΚ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΒΚ βάσει τῇ ΓΚ [ἐστιν] ἴση· γωνία ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΚ [γωνίᾳ] τῇ ὑπὸ ΚΖΓ ἐστιν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΚΖ τῇ ὑπὸ ΖΚΓ· διπλῆ ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΚΓ τῆς ὑπὸ ΖΚΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΖΔ τῆς ὑπὸ ΓΖΛ ἐστι διπλῆ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΛΓ τῆς ὑπὸ ΖΛΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ τῇ ὑπὸ ΓΖΔ. καί ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ διπλῆ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΖΓ τῆς ὑπὸ ΛΖΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΚΖΓ τῇ ὑπὸ ΛΖΓ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΓΚ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΓΛ ἴση. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΖΚΓ, ΖΛΓ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν ΖΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΚΓ εὐθεῖα τῇ ΓΛ, ἡ δὲ ὑπὸ ΖΚΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΛΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ*

---

2. *ΖΓ*] *ΖΒ* P. *ΖΒ*] *ΖΓ* P. 3. *τῆς ΓΚ*] in ras. V; *Γ* in ras. F; *τῆς ΚΓ* B. Ante *τῷ* in F add. m. 2: *λοιπῷ*. *ΒΚ*] *Β* in ras. F. *ἴσον ἐστίν* V. 4. *ΒΚ*] *ΓΚ* P. *ΓΚ*] *ΒΚ* P. 5. *δυσί*] *δύο* P; *δυσίν* V. 6. *εἰσί* BVp. *ΓΚ*] ante *Γ* ras. 1 litt., *Κ* m. 2 V; *ΚΓ* P. *ἐστιν*] om. P. 7. *μέν*] m. 2 V. *ΒΖΚ*] P; *ΒΚΖ* Bp et FV (sed *ΚΖ* in ras.). *γωνίᾳ*] om. P. 8. *ΚΖΓ*] e corr. P m. 2; *ΓΚΖ* Bp; *ΖΚΓ* in ras. FV. *ΒΚΖ*] P; *ΒΖΚ* Bp et e corr. FV. *ΖΚΓ*] P; *ΓΖΚ* Bp, e corr. FV. 9. *ΚΖΓ*] *Κ* in ras. F; *Κ* et *Γ*

$$Z\Gamma^2 + \Gamma K^2 = ZB^2 + BK^2,$$

quorum $Z\Gamma^2 = ZB^2$. itaque $\Gamma K^2 = BK^2$. itaque

$$BK = \Gamma K.$$

et quoniam $ZB = Z\Gamma$, et $ZK$ communis est, duae rectae $BZ$, $ZK$ duabus $\Gamma Z$, $ZK$ aequales sunt; et $BK = \Gamma K$. itaque $\angle BZK = KZ\Gamma$ [I, 8]; et

$$\angle BKZ = ZK\Gamma \text{ [I, 32]}.$$

itaque $\angle BZ\Gamma = 2\ KZ\Gamma$, $\angle BK\Gamma = 2\ ZK\Gamma$. eadem de causa etiam $\angle \Gamma Z\Delta = 2\ \Gamma Z\Lambda$, $\angle \Delta\Lambda\Gamma = 2\ Z\Lambda\Gamma$. et quoniam arc. $B\Gamma = \Gamma\Delta$, erit etiam

$$\angle BZ\Gamma = \Gamma Z\Delta \text{ [III, 27]}.$$

et $\angle BZ\Gamma = 2\ KZ\Gamma$, $\angle \Delta Z\Gamma = 2\ \Lambda Z\Gamma$. itaque

$$\angle KZ\Gamma = \Lambda Z\Gamma.$$

uerum etiam $\angle Z\Gamma K = Z\Gamma\Lambda$. itaque duo trianguli $ZK\Gamma$, $Z\Lambda\Gamma$ duos angulos duobus angulis aequales habent, et unum latus uni lateri aequale, quod utriusque commune est $Z\Gamma$; itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt et reliquum angulum reliquo angulo [I, 26]. itaque

$$K\Gamma = \Gamma\Lambda,\ \angle ZK\Gamma = Z\Lambda\Gamma.$$

---

in ras. m. 2 V. 10. $BK\Gamma$ τῆς] litt. $K\Gamma$ τῆς in ras. m. 1 B. 11. $\Gamma Z\Lambda$] $\Lambda$ in ras. m. 2 P. $\Delta\Lambda\Gamma$] in ras. m. 2 V; $\Lambda$ in ras. m. 2 P. 12. $Z\Lambda\Gamma$] in ras. m. 2 V. 13. Post $\Gamma\Delta$ in F m. 2 add. περιφερείᾳ. ἐστίν P. $BZ\Gamma$] in ras. φ. 14. $BZ\Gamma$] in ras. F; $BZ\Gamma$ διπλῆ p. διπλῆ] om. p. 15. $\Delta Z\Gamma$] in ras. V; $\Gamma Z\Delta$ διπλῆ Bp; διπλῆ in F add. m. 2. $\Lambda Z\Gamma$] $\Lambda Z$ in ras. m. 1 p. 16. $KZ\Gamma$] $KZ$ in ras. P; $KZ\Gamma$ γωνία BFp, V m. 2. τῇ] τῆς P. $\Lambda Z\Gamma$] $\Lambda$ et $\Gamma$ in ras. m. 2 V. ἐστὶ δὲ — 17. ἴση] P; om. Theon (BFVp). 17. $Z\Gamma\Lambda$] $\Lambda$ in ras. P. ἐστι] om. P. 18. $Z\Lambda\Gamma$] $\Gamma Z\Lambda$ P; $Z\ddot{\Gamma}\dot{\Lambda}$ F. δυσί] δυσίν V, δύο B. Post ἔχοντα hab. V: ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, idem F mg. m. 1. 19. μιᾷ πλευρᾷ] supra m. 1 F. 22. $\Gamma\Lambda$] $\Lambda\Gamma$ P. 23. γωνία] om. p. Post $Z\Lambda\Gamma$ ras. 1 litt. V, γωνίᾳ supra scr. m. 2 F.

*ΚΓ τῇ ΓΛ, διπλῆ ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΚΓ. διὰ τὰ αὐτα δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΒΚ διπλῆ. καί ἐστιν ἡ ΒΚ τῇ ΚΓ ἴση· καὶ ἡ ΘΚ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἑκάστη τῶν ΘΗ, ΗΜ, ΜΛ ἑκατέρᾳ τῶν ΘΚ, ΚΛ ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛΜ πεντάγωνον. λέγω δή, ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΚΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΛΓ, καὶ ἐδείχθη τῆς μὲν ὑπὸ ΖΚΓ διπλῆ ἡ ὑπὸ ΘΚΛ, τῆς δὲ ὑπὸ ΖΛΓ διπλῆ ἡ ὑπὸ ΚΛΜ, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΛ ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΛΜ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΚΘΗ, ΘΗΜ, ΗΜΛ ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΛ, ΚΛΜ ἴση· αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΗΘΚ, ΘΚΛ, ΚΛΜ, ΛΜΗ, ΜΗΘ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛΜ πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον, καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον.*

*[Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγέγραπται]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

## ιγʹ.

*Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.*

*Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον κύκλον ἐγγράψαι.*

---

XIII. Proclus p. 172, 11.

---

1. *ΚΓ*] (prius) *ΓΚ* F. 2. *δειχθήσεται*] notat. punctis F. *καί*] om. p. Ante *διπλῆ* m. 2 add. *ἐστιν* F. *ἐστίν*] P; *ἐπεὶ ἐδείχθη ἴση* Theon (BFVp). 3. *ἴση*] P; *καί ἐστι διπλῆ ἡ μὲν ΚΛ τῆς ΚΓ ἡ δὲ ΘΚ τῆς ΒΚ* Theon (BFVp). *τῇ*] *τῆς* comp. p. 4. Ante *καί* in F add. *ὅτι* m. 2. *ΘΗ*] P;

et quoniam $K\Gamma = \Gamma\Lambda$, erit $K\Lambda = 2\,K\Gamma$. eadem ratione demonstrabimus, esse etiam $\Theta K = 2\,BK$. et $BK = K\Gamma$. quare etiam $\Theta K = K\Lambda$. similiter demonstrabimus, esse etiam singulas rectas $\Theta H$, $HM$, $M\Lambda$ utrique $\Theta K$, $K\Lambda$ aequales. itaque quinquangulum $H\Theta K\Lambda M$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam $\angle Z K\Gamma = Z\Lambda\Gamma$, et demonstratum est, esse $\angle \Theta K\Lambda = 2\,ZK\Gamma$, et $K\Lambda M = 2\,Z\Lambda\Gamma$, erit etiam $\angle \Theta K\Lambda = K\Lambda M$. similiter demonstrabimus, etiam singulos angulos $K\Theta H$, $\Theta HM$, $HM\Lambda$ utrique angulo $\Theta K\Lambda$, $K\Lambda M$ aequales esse. itaque quinque anguli $H\Theta K$, $\Theta K\Lambda$, $K\Lambda M$, $\Lambda MH$, $MH\Theta$ inter se aequales sunt. itaque aequiangulum est quinquangulum $H\Theta K\Lambda M$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse, et circum circulum $AB\Gamma\Delta E$ circumscriptum est.

Ergo circum datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscriptum est; quod oportebat fieri.

## XIII.

In datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulum inscribere.

Sit datum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur in quinquangulum $AB\Gamma\Delta E$ circulum inscribere.

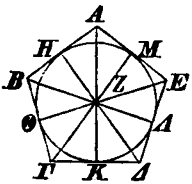
---

$\Theta H$ F; $H\Theta$ BVp. 5. $M\Lambda$] $M$ in ras. m. 2 V. Ante ἴση add. F m. 2: ἐστιν. ἐστί] ἐστίν P. 9. ἡ] (prius) om. p. 10. ἄρα] ἐστιν, supra scr. ἄρα m. 2 F. τῇ] τῆς Bp. ἐστιν] om. F. 11. Ante καί F m. 2 ins. ὅτι. $K\Theta H$] e corr. F; litt. $\Theta H$ in ras. m. 2 V; $\Theta K\Lambda$ P. 12. Ante ἴση insert. ἐστιν F m. 2. 15. περιγέγραπται] om. Bp. 17. περί — 18. περιγέγραπται] om. codd.; add. Augustus. 23. Post πεντάγωνον add. ὅ ἐστιν BVp, F m. 2. 24. εἰς τό] seq. ras. 1 litt. P.

Τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΔΕ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓΖ, ΔΖ εὐθειῶν· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ ΓΖ, ΔΖ εὐθεῖαι, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΑ, ΖΕ εὐθεῖαι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΖ, δύο δὴ αἱ ΒΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΔΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΖ [ἐστιν] ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσει τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΒΓΖ τρίγωνον τῷ ΔΓΖ τριγώνῳ ἐστιν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΒΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΖ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῆς ὑπὸ ΓΔΖ, ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΔΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΖ, καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΑ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΒΖ ἐστι διπλῆ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΓ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΒΖ εὐθείας. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΕ, ΑΕΔ δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΖΑ, ΖΕ εὐθειῶν. ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου ἐπὶ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ εὐθείας κάθετοι αἱ ΖΗ, ΖΘ, ΖΚ, ΖΛ, ΖΜ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΘΓΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΓΖ, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΘΓ [ὀρθῇ] τῇ ὑπὸ ΖΚΓ ἴση, δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΖΘΓ, ΖΚΓ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν ΖΓ ὑπο-

2. ὑπό] om. φ. ΔΖ] ΖΔ Bp, V in ras. m. 2. 6. ἴσαι — 8. ἴση (prius)] mg. m. 1 F. 7. εἰσίν] P; εἰσί BFVp. 8. ἐστιν ἴση] F in textu m. 1, Bp; ἴση ἐστί V, F mg.; ἴση P. ΔΖ] ΔΘ F, corr. m. rec. 9. ΒΓΖ] in ras. V. ΔΓΖ] ΔΖΓ P. ἴσον ἐστί V. 12. ΓΒΖ] ΒΓΖ p; ΓΒΖ F m. 1, ΑΒΖ φ, corr. m. rec. διπλῆ] om. V. 13. ΓΔΖ διπλῆ seq. ras. 2 litt.

secetur enim uterque angulus $B\Gamma\Delta, \Gamma\Delta E$ in binas partes aequales utraque recta $\Gamma Z$, $\Delta Z$, et a $Z$ puncto, in quo rectae $\Gamma Z$, $\Delta Z$ inter se concurrunt, ducantur rectae $ZB$, $ZA$, $ZE$. et quoniam $B\Gamma = \Gamma\Delta$, et $\Gamma Z$ communis est, duae rectae $B\Gamma$, $\Gamma Z$ duabus $\Delta\Gamma$, $\Gamma Z$ aequales sunt; et $\angle B\Gamma Z = \Delta\Gamma Z$. itaque $BZ = \Delta Z$ [I, 4], et $\triangle B\Gamma Z = \Delta\Gamma Z$ [id.], et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera subtendunt [id.]. itaque




$$\angle \Gamma BZ = \Gamma\Delta Z.$$

et quoniam $\angle \Gamma\Delta E = 2\,\Gamma\Delta Z$, et $\angle \Gamma\Delta E = AB\Gamma$, $\angle \Gamma\Delta Z = \Gamma BZ$, erit etiam $\angle \Gamma BA = 2\,\Gamma BZ$. itaque $\angle ABZ = ZB\Gamma$.[1]) itaque $\angle AB\Gamma$ recta $BZ$ in duas partes aequales diuisus est. similiter demonstrabimus, etiam utrumque angulum $BAE$, $AE\Delta$ utraque recta $ZA$, $ZE$ in binas partes aequales diuisum esse. ducantur igitur a $Z$ puncto ad rectas $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $EA$ perpendiculares $ZH$, $Z\Theta$, $ZK$, $Z\Lambda$, $ZM$. et quoniam

$$\angle \Theta\Gamma Z = K\Gamma Z,$$

et $\angle Z\Theta\Gamma = ZK\Gamma$, quia recti sunt, duo trianguli $Z\Theta\Gamma$, $ZK\Gamma$ duos angulos duobus angulis aequales habent et unum latus uni lateri aequale, quod utriusque commune est $Z\Gamma$ sub altero aequalium angulorum sub-

1) $\angle AB\Gamma = 2\,\Gamma BZ$, $\angle \Gamma BZ = \Gamma BZ$, tum subtrahendo $\angle ABZ = \Gamma BZ$.

V. 17. $BZ$] $ZB$ e corr. F. 18. ὑπό] supra F. 21. $ZH$] e corr. m. 2 V. 22. $Z\Lambda$] in ras. F. $\Theta\Gamma Z$] in ras. p. 23. ἐστίν B. ὀρθῇ] om. P; ὀρθῇ ἄρα V (ἄρα eras.). 24. $Z\Theta\Gamma$] $\Gamma$ in ras. B. 25. ταῖς δυσί V.

τείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση ἄρα ἡ ΖΘ κάθετος τῇ ΖΚ καθέτῳ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΖΛ, ΖΜ, ΖΗ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΘ, ΖΚ ἴση ἐστίν· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΖΗ, ΖΘ, ΖΚ, ΖΛ, ΖΜ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Η, Θ, Κ, Λ, Μ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Η, Θ, Κ, Λ, Μ σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ οὐκ ἐφάψεται αὐτῶν, ἀλλὰ τεμεῖ αὐτάς, συμβήσεται τὴν τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένην ἐντὸς πίπτειν τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Η, Θ, Κ, Λ, Μ σημείων γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ εὐθείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν. γεγράφθω ὡς ὁ ΗΘΚΛΜ.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιδ'.

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ περὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον κύκλον περιγράψαι.

---

4. ΖΗ] ΜΗ P. 5. ἐστιν ἴση V. 7. Η] m. 2 V. ΖΗ, ΖΘ, ΖΚ, ΖΛ, ΖΜ Gregorius. 10. Μ] om. P. 11. σημείοις] om. Bp. 12. τήν] ἡ Bp. 13. ἀγομένη Bp. 14. ἐδείχθη] om. Bp. 15. καὶ διαστήματι ἑνί Bp. ΖΗ, ΖΘ,

tendens. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt. itaque $Z\Theta = ZK$. similiter demonstrabimus, etiam singulas rectas $Z\Lambda$, $ZM$, $ZH$ utrique $Z\Theta$, $ZK$ aequales esse. itaque quinque rectae $ZH$, $Z\Theta$, $ZK$, $Z\Lambda$, $ZM$ inter se aequales sunt. itaque qui centro $Z$ radio autem qualibet rectarum $ZH$, $Z\Theta$, $ZK$, $Z\Lambda$, $ZM$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et rectas $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $EA$ continget, quia anguli ad puncta $H$, $\Theta$, $K$, $\Lambda$, $M$ positi recti sunt. nam si non continget, sed eas secabit, accidet, ut recta ad diametrum circuli in termino perpendicularis ducta intra circulum cadat, quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro $Z$ radio autem qualibet rectarum $ZH$, $Z\Theta$, $ZK$, $Z\Lambda$, $ZM$ descriptus rectas $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $EA$ non secabit; ergo eas continget. describatur ut $H\Theta K\Lambda M$.

Ergo in datum quinquangulum, quod aequilatĕrum et aequiangulum est, circulus inscriptus est; quod oportėbat fieri.

## XIV.

Circum datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulum circumscribere.

Sit datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta E$ quinquangulum circulum circumscribere.

---

$ZK$, $Z\Lambda$, $ZM$ *εὐθειῶν* Gregorius. 16. *κύκλος*] m. 2 V. 17. *γεγράφθω ὡς*] *καί ἐστι ἐγγεγραμμένος ὡς* in ras. m. 2 F. *ὁ* $H\Theta K\Lambda M$] in ras. F; litt. $H\Theta$ e corr. m. 1 p. 20. *γέγραπται* V, *ἐπιγέγραπται* F. 24. *ὅ ἐστιν*] om. Bp. 26. *πεντάγωνον*] mg. m. 1 F.

*Τετμήσθω δὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΔΕ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓΖ, ΔΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου, καθ' ὃ συμβάλλουσιν αἱ εὐθεῖαι, ἐπὶ τὰ Β, Α, Ε σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΖΒ, ΖΑ, ΖΕ. ὁμοίως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΓΒΑ, ΒΑΕ, ΑΕΔ γωνιῶν δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκάστης τῶν ΖΒ, ΖΑ, ΖΕ εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΕ, καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΒΓΔ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΖΓΔ, τῆς δὲ ὑπὸ ΓΔΕ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΓΔΖ, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΓΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΔΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΖΓ πλευρᾷ τῇ ΖΔ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΖΒ, ΖΑ, ΖΕ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΓ, ΖΔ ἐστιν ἴση· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ, ΖΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ, ΖΕ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγεγραμμένος. περιγεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΑΒΓΔΕ.*

*Περὶ ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

ιε'.

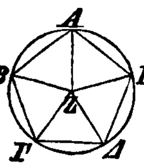
*Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.*

*Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕΖ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.*

---

1. ΒΓΔ] ΑΒΔ in ras. F, seq. uestig. Δ. 2. ΔΖ] in ras. m. 2 V; ΔΖ εὐθεῖαν F (εὐθεῖαν m. 2 in mg. transit). ἀπό] corr. in ὑπό m. rec. F. 4. Β, Α, Ε] "Α, 'Β, Ε'" F. 5. τῷ]

secetur igitur uterque angulus $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ in binas partes aequales utraque recta $\Gamma Z$, $\Delta Z$, et a puncto $Z$, in quo rectae concurrunt, ad puncta $B$, $A$, $E$ ducantur rectae $ZB$, $ZA$, $ZE$. iam eodem modo, quo in praecedenti propositione demonstrabimus [p. 308, 16], etiam singulos angulos $\Gamma BA$, $BAE$, $AE\Delta$ singulis rectis $ZB$, $ZA$, $ZE$ in binas partes aequales diuidi. et quoniam $\angle B\Gamma\Delta = \Gamma\Delta E$, et $\angle Z\Gamma\Delta = \frac{1}{2} B\Gamma\Delta$, $\angle \Gamma\Delta Z = \frac{1}{2} \Gamma\Delta E$, erit etiam $\angle Z\Gamma\Delta = Z\Delta\Gamma$. quare etiam $Z\Gamma = Z\Delta$ [I, 6]. similiter demonstrabimus, etiam singulas rectas $ZB$, $ZA$, $ZE$ utrique rectae $Z\Gamma$, $Z\Delta$ aequales esse. itaque quinque rectae $ZA$, $ZB$, $Z\Gamma$, $Z\Delta$, $ZE$ inter se aequales sunt. quare qui centro $Z$ et radio qualibet rectarum $ZA$, $ZB$, $Z\Gamma$, $Z\Delta$, $ZE$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet, et erit circumscriptus. circumscribatur et sit $AB\Gamma\Delta E$.




Ergo circum datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

## XV.

In datum circulum sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta EZ$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma\Delta EZ$ sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

---

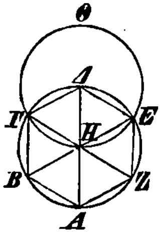
τό B. καί] om. Bp. 7. $ZB$, $ZA$, $ZE$] Pp; $Z\ddot{A}$, $Z\dot{B}$, $Z\ddot{\Gamma}$ ($Z\Gamma$ eras.) F; $BZ$, $ZA$, $ZE$ BV. 9. ἐστιν P. 15. $Z\Delta$, $ZE$] om. P; corr. m. rec. 16. καί] comp. insert. m. 1 F. δὲ ἐνί F. 20. ἄρα] PV et F, sed punctis notat.; om. Bp. δοθὲν ἄρα Bp, in F ἄρα insert. m. 2. 24. κύκλº F. 27. ἑξάγωνον] mg. F.

Ἤχθω τοῦ ΑΒΓΔΕΖ κύκλου διάμετρος ἡ ΑΔ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Η, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Δ διαστήματι δὲ τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΗΓΘ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΗ, ΓΗ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Β, Ζ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΑ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ἰσογώνιον.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΗΔ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΓΘ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΔΗ. ἀλλ' ἡ ΗΕ τῇ ΗΔ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΗΕ ἄρα τῇ ΕΔ ἴση ἐστίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΗΔ τρίγωνον· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αὐτοῦ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΕΗΔ, ΗΔΕ, ΔΕΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπειδήπερ τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· καί εἰσιν αἱ τρεῖς τοῦ τριγώνου γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΗΔ γωνία τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΓ τρίτον δύο ὀρθῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΗ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΕΒ σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΗΓ, ΓΗΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΗΒ τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΔ, ΔΗΓ, ΓΗΒ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὥστε καὶ αἱ κατὰ κορυφὴν αὐταῖς αἱ ὑπὸ ΒΗΑ,

1. ΑΒΓΔ B. ΑΔ] e corr. m. rec. F. 2. Η] post ras. 1 litt. F. 3. Δ] non liquet ob ras. in F. ΔΗ] Δ e corr. m. rec. F. 4. ΕΗΓΘ] e corr. m. rec. F. ἐπιζευχθωσαι F, corr. m. 1. 5. Β] in ras. m. 2 FV. 6. Post λέγω add. δή m. rec. F. 8. ΑΒΓΔ Bp. 9. Δ] Ε F. 10. ΗΓΘ] P; ΗΘΚ F; ΕΗΓΘ BVp; in V seq. ras. 1 litt. 11. ΔΕ] ΕΔ F. ΔΗ] ΕΗ F. ἀλλά P. 12. ἄρα] m. 2 V. ἐστιν ἴση Vp. ἐστί] ἐστίν PF. 15. ἰσοπλεύρων F, sed corr. αἱ] αἱ τρεῖς αἱ F. 16. εἰσίν] εἰσί V. καὶ εἰσιν] om. B

ducatur circuli $AB\Gamma\Delta EZ$ diametrus $A\Delta$, et sumatur $H$ centrum circuli, et centro $\Delta$ radio autem $\Delta H$ circulus describatur $EH\Gamma\Theta$, et ductae $EH$, $\Gamma H$ ad puncta $B$, $Z$ educantur, et ducantur $AB$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $EZ$, $ZA$. dico, sexangulum $AB\Gamma\Delta EZ$ aequilaterum et aequiangulum esse.




nam quoniam punctum $H$ centrum est circuli $AB\Gamma\Delta EZ$, erit $HE = H\Delta$. rursus quoniam $\Delta$ punctum centrum est circuli $H\Gamma\Theta$, erit $\Delta E = \Delta H$. sed demonstratum est, esse $HE = H\Delta$. itaque etiam $HE = E\Delta$. itaque triangulus $EH\Delta$ aequilaterum est. quare etiam tres anguli eius $EH\Delta$, $H\Delta E$, $\Delta EH$ inter se aequales sunt, quia in triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt [I, 5]. et tres simul anguli trianguli duobus rectis aequales sunt [I, 32]. itaque $\angle EH\Delta$ tertia pars est duorum rectorum. similiter demonstrabimus, etiam $\angle \Delta H\Gamma$ tertiam partem duorum rectorum esse. et quoniam recta $\Gamma H$ in $EB$ constituta angulos deinceps positos $EH\Gamma$, $\Gamma HB$ duobus rectis aequales efficit [I, 13], etiam reliquus $\angle \Gamma HB$ tertia pars est duorum rectorum. quare anguli $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, $\Gamma HB$ inter se aequales sunt; quare etiam qui ad uertices eorum sunt,

---

(add. m. rec., sed *εισιν* eras); *ἀλλά* p. 17. *ἴσαι εἰσίν* Bp. *ἄρα*] *ἄρα ἡ*, sed *ἡ* del. m. 1 F. 18. *τρίτον*] *ἴση* φ. 19. $\Delta H\Gamma$] $\Gamma$ in ras. p. *τρίτον* P. 20. *σταθεῖσαν*, sed *ν* del. F. 22. *τρίτον* P. *ἐστίν* PF. 24. *αἵ*] om. B. *αὐτᾶς* φ; *ἑαυταῖς* B.

*ΑΗΖ, ΖΗΕ ἴσαι εἰσὶν [ταῖς ὑπὸ ΕΗΔ, ΔΗΓ, ΓΗΒ]. αἱ ἓξ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΕΗΔ, ΔΗΓ, ΓΗΒ, ΒΗΑ, ΑΗΖ, ΖΗΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· αἱ ἓξ ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· αἱ ἓξ ἄρα εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ το ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. λέγω δή, ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΑ περιφέρεια τῇ ΕΔ περιφερείᾳ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΑΒΓΔ περιφέρεια· ὅλη ἄρα ἡ ΖΑΒΓΔ ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒΑ ἐστιν ἴση· καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΖΑΒΓΔ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΖΕΔ γωνία, ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒΑ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία τῇ ὑπο ΔΕΖ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι τοῦ ΑΒΓΔΕΖ ἑξαγώνου κατὰ μίαν ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΑΖΕ, ΖΕΔ γωνιῶν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον.*

*Εἰς ἄρα τον δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

---

1. *ἴσαι ἀλλήλαις* V, sed *ἀλλήλαις* del. m. 2; habet ed. Basil. *εἰσίν*] *εἰσι* BVp. *ταῖς ὑπὸ ΕΗΔ, ΔΗΓ, ΓΗΒ*] mg. m. 2 V; om. ed. Basil., Augustus. *ΕΗΔ*] *Δ* e corr. F. Post *ΔΗΓ* ras. 3 litt. V. 2. *αἱ ἓξ* — 3. *ἀλλήλαις εἰσίν*] mg. m. 2 V, om. ed. Basil. 4. *αἱ ἓξ ἄρα*] in ras. m. 2 V. 5. *ΕΖ*] *ΕΖΖΕΖ* P, sed corr. m. 1. 6. *δέ*] supra m. 1 F. *αἱ*] om. V. Post *εὐθεῖαι* F mg. m. 1: *αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΑ*; idem coni. Augustus. 8. *ἐστί*] om. Bp. *δή*] supra m. 1 P. 9. *γάρ*] postea insert. in F. *ΖΑ*] PF; *ΑΖ* BVp. 11. *ΖΑΒΓΔ*] pro *Β* in P m. 1 est Z; corr. m. 2. Seq. in F *περιφέρεια* supra scr. m. 1. Post *ΕΔΓΒΑ* in F

$BH\Delta$, $\Delta HZ$, $ZHE$ aequales sunt [I, 15]. itaque sex anguli $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, $\Gamma HB$, $BH\Delta$, $\Delta HZ$, $ZHE$ inter se aequales sunt. aequales autem anguli in aequalibus arcubus consistunt [III, 26]. itaque sex arcus $\Delta B$, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, $\Delta E$, $EZ$, $Z\Delta$ inter se aequales sunt. et sub aequalibus arcubus aequales rectae subtendunt [III, 29]. quare sex rectae inter se aequales sunt. ergo sexangulum $\Delta B\Gamma\Delta EZ$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam arc. $Z\Delta = E\Delta$, communis adiiciatur arcus $\Delta B\Gamma\Delta$. itaque $Z\Delta B\Gamma\Delta = E\Delta\Gamma B\Delta$. et in arcu $Z\Delta B\Gamma\Delta$ consistit $\angle ZE\Delta$, in $E\Delta\Gamma B\Delta$ autem arcu $\angle \Delta ZE$. itaque

$$\angle \Delta ZE = \Delta EZ \text{ [III, 27]}.$$

similiter demonstrabimus, etiam reliquos angulos sexanguli $\Delta B\Gamma\Delta EZ$ singulos aequales esse utrique angulo $\Delta ZE$, $ZE\Delta$. itaque sexangulum $\Delta B\Gamma\Delta EZ$ aequiangulum est. demonstratum autem, idem aequilaterum esse; et in circulum $\Delta B\Gamma\Delta EZ$ inscriptum est.

Ergo in datum circulum sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscriptum est; quod oportebat fieri.

---

supra scr. m. 1: περιφερεία. 12. $Z\Delta B\Gamma\Delta$] seq. ras. 1 litt., $\Gamma$ in ras. V; $B$ postea add. Bp. 14. $\Delta ZE$] $\Delta ZE$ F; corr. m. 2. 15. $\Delta EZ$] $ZE\Delta$ P. Post καί in P del. ε m. 1. 17. $ZE\Delta$] $\ddot{\Delta}\ddot{E}\dot{Z}$ F. 18. ἐστίν F.

## *Πόρισμα.*

*Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.*

*Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου ἐὰν διὰ τῶν κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγάγωμεν, περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἀκολούθως τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις. καὶ ἔτι διὰ τῶν ὁμοίων τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις εἰς τὸ δοθὲν ἑξάγωνον κύκλον ἐγγράψομέν τε καὶ περιγράψομεν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

## *ιϛ'.*

*Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.*

*Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.*

*Ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τριγώνου μὲν ἰσοπλεύρου τοῦ εἰς αὐτὸν ἐγγραφομένου πλευρὰ ἡ*

---

XV *πόρισμα*. Simplicius in phys. fol. 15; cfr. p. 319 not. 1.

---

1. *πόρισμα*] m. 2 V. 3. *ἐστί*] om. p. 4. *ὁμοίως* — 10. *περιγράψομεν*] non habuit Campanus; sed u. p. 320, 14 sq. 4. *ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου*] P; *καί* Theon (BFVp). *κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων*] P; *Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ σημείων* Theon (BFVp); *Γ* in ras. V. 5. *τόν*] scripsi; om. P. *ἐφαπτομέν.ς* B. Ante *ἀγάγωμεν* in F add. *ἀ* (in fin. lin.) *ν̂* (in init. sequentis). 8. *ὁμοίως* Bp. 10. *κύκλον*] supra m. 1 F. *τε καὶ περιγράψομεν*] om. P. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι*] mg. F, in quo omisso numero quattuor prima uerba prop. 16 cum antecedentibus coniuncta sunt, ita ut *Π* pro litt. initiali sit; postea corr. m. 1 uel 2. 13. *πεντακαιδεκάγωνον* P, ut lin. 16. 18. *ἐγγεγράφθω*] PF; *γεγράφθω* BVp; *ἐνηρμόσθω* Augustus. 19. *τοῦ*] om. P. *αὐτόν*] corr. ex *αὐτό* m. 1 F.

Corollarium.[1])

Hinc manifestum est, latus sexanguli aequale esse radio circuli.

Et eodem modo, quo[2]) in quinquangulo, si per puncta diuisionis in circulo posita rectas circulum contingentes duxerimus, circum circulum sexangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribetur secundum ea, quae in quinquangulo explicauimus [prop. XII]. et praeterea simili ratione ei, quam in quinquangulo explicauimus [prop. XIII—XIV], in datum sexangulum circulum inscribemus et circumscribemus; quod oportebat fieri.

## XVI.

In datum circulum figuram quindecim angulorum aequilateram et aequiangulam inscribere.[3])

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in $AB\Gamma\Delta$ circulum figuram quindecim angulorum aequilateram et aequiangulam inscribere.

inscribatur[4]) in $AB\Gamma\Delta$ circulum $A\Gamma$ latus trianguli aequilateri in eum inscripti [prop. II], et $AB$ latus

---

1) Huc refero Procli uerba p. 304, 2: *τὸ δὲ ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ κείμενον* (sc. *πόρισμα*) *προβλήματος*; nam cum neque cum II, 4 *πόρ.*, quod theorematis est et insuper subditiuum, concordent neque cum alio ullo — *τό* enim ostendit, in eo libro, de quo agitur, unum solum corollarium fuisse —, pro *δευτέρῳ* scribendum *δ'*, h. e. *τετάρτῳ*. hinc sequitur, Proclum IV, 5 [*πόρ.*] pro corollario non habuisse.

2) Mutauit Theon, quia cum lin. 7 sq. synonyma esse putauit; quod secus est; dicit enim: si ut in quinquangulo contingentes duxerimus, eodem modo demonstrabimus cet.

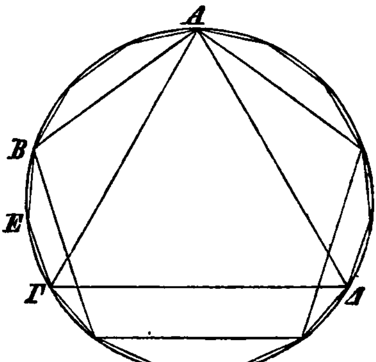
3) Cfr. Proclus p. 269, 11.

4) *'Εγγεγράφθω* ideo ferri posse uidetur, quod latus trianguli in circulum aptamus triangulum inscribendo.

*ΑΓ, πενταγώνου δὲ ἰσοπλεύρου ἡ ΑΒ· οἵων ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἴσων τμήματων δεκαπέντε, τοιούτων ἡ μὲν ΑΒΓ περιφέρεια τρίτον οὖσα τοῦ κύκλου ἔσται πέντε, ἡ δὲ ΑΒ περιφέρεια πέμπτον οὖσα τοῦ κύκλου ἔσται τριῶν· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ τῶν ἴσων δύο. τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΒΕ, ΕΓ περιφερειῶν πεντεκαιδέκατόν ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου.*

*Ἐὰν ἄρα ἐπιζεύξαντες τὰς ΒΕ, ΕΓ ἴσας αὐταῖς κατὰ τὸ συνεχὲς εὐθείας ἐναρμόσωμεν εἰς τὸν ΑΒΓΔ[Ε] κύκλον, ἔσται εἰς αὐτὸν ἐγγεγραμμένον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*

*Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου ἐὰν διὰ τῶν κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἄγωμεν, περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον. ἔτι δὲ διὰ τῶν ὁμοίων τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου δείξεων καὶ εἰς τὸ δοθὲν πεντεκαιδεκάγωνον κύκλον ἐγγράψομέν τε καὶ περιγράψομεν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*




5. *ἔσται*] -*αι* in ras. V. *ἄρα*] om. P; m. 2 V, supra F. *ΒΓ*] *Γ* in ras. F. 6. *δύο*] *β'* P. 7. *ἐστι*] om. Bp; *ἔσται* P. 9. *ΕΓ*] P; *ΕΓ εὐθείας* Theon (BFVp). *αὐταῖς*] corr. ex *αὐτάς* m. 2 B. 10. *ΑΒΓΔ* p, ed. Basil. 11. *πεντεκαιδεκάγωνον*] mg. B. 12. *ποιῆσαι*] *δεῖξαι* BVp. 14—26 habuit Campanus IV, 16. 16. *τόν*] om. P. 18. *τοῦ*] *τὰς τοῦ* F.

quinquanguli aequilateri. itaque si *ΑΒΓΔ* circulus quindecim partibus aequalibus aequalis ponitur, earum quinque aequalis erit arcus *ΑΒΓ*, qui tertia pars est circuli, arcus autem *ΑΒ*, qui quinta pars est circuli, tribus. itaque reliquus arcus *ΒΓ* duabus partium aequalium aequalis est. secetur arc. *ΒΓ* in duas partes aequales in *Ε* [III, 30]. itaque uterque arcus *ΒΕ*, *ΕΓ* quinta decima pars est circuli *ΑΒΓΔ*. itaque si ductis rectis *ΒΕ*, *ΕΓ* semper deinceps rectas aequales in circulum *ΑΒΓΔ* aptauerimus [prop. I], in eum inscripta erit[1]) figura quindecim angulorum aequilatera et aequiangula; quod oportebat fieri.

Eodem autem modo, quo in quinquangulo, si per puncta diuisionis in circulo posita rectas circulum contingentes duxerimus, figura quindecim angulorum aequilatera et aequiangula circum circulum circumscribetur [prop. XII]. et praeterea per demonstrationes similes iis, quibus in quinquangulo usi sumus, etiam in datam figuram quindecim angulorum circulum inscribemus et circumscribemus [prop. XIII—XIV]; quod oportebat fieri.

---

1) Aequilaterum fore figuram inscriptam, patet. tum eandem aequiangulam esse, simili ratione demonstrabimus, qua usus est Euclides p. 316, 9 sq. — memorabilis est in hac propositione usus uocabuli *κύκλος*, quod contra I def. 15 pro *περιφέρεια* ponitur (p. 320, 2. 4. 5. 8.).

---

23. *ἔτι*] in ras. V. *δέ*] m. 2 V. *τῶν ὁμοίων*] corr. ex *τὸ ὅμοιον* m. 2 B. 25. *καί*] postea insert. F. Post *πεντεκαιδεκάγωνον* add. Theon: *ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον* (BFVp; *ἐστι* p), sed cfr. p. 318, 9. 26. *ἐγγράψωμεν* P. *περιγράψωμεν* P. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι*] P; om. Theon (BFVp).
In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων δ´* P et B; *Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως δ´* F. In fig. *ιζ´* P, *ις´* F.

# APPENDIX.

## DEMONSTRATIONES ALTERAE.

1.

Ad lib. II prop. 4.

*Ἄλλως.*

*Λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.*

*Ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν η ΒΑ τῇ ΑΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, τοῦ ΑΔΒ ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΔΒ, ΒΑΔ, ΔΒΑ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΑΒΔ, ΑΔΒ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί· καί εἰσιν ἴσαι· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΒΔ, ΑΔΒ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ Α· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΒΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΗΒ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΓ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση. ἀλλ'*

---

Addidit Theon (BFVp); mg. m. rec. P; de Campano u. p. 129 not. 1.

1. *καὶ ἄλλως* P. 3. *τε*] m. 2 p. *ΑΓ*] corr. ex *ΑΒ* F. 6. *ΒΑ*] *ΑΒ* p. *ἐστί*] om. V. 7. *ἐπεί*] non liquet in F. 8. *εἰσί* PB. *τοῦ ΑΔΒ* — 10. *εἰσίν*] mg. m. 2 Vp. 8. *ΑΔΒ*] *ΑΒΔ* Pp. 9. *ΑΔΒ*] *ΑΒΔ* Pp. *ΒΑΔ*] *ΑΔΒ* P, *ΔΒΑ* p.

## II, 4.

### Aliter.[1])

Dico, esse $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\,A\Gamma \times \Gamma B$.

nam in eadem figura [p. 127], quoniam $BA = A\Delta$, erit etiam $\angle AB\Delta = A\Delta B$ [I, 5]. et quoniam cuiusuis trianguli tres anguli duobus rectis aequales sunt, erunt tres anguli trianguli $A\Delta B$, scilicet

$$A\Delta B + BA\Delta + \Delta BA$$

duobus rectis aequales [I, 32]. uerum $\angle BA\Delta$ rectus est. itaque reliqui $AB\Delta + A\Delta B$ uni recto aequales sunt. et inter se aequales sunt. itaque uterque $AB\Delta$, $A\Delta B$ dimidius est recti. rectus autem $\angle B\Gamma H$. nam aequalis est opposito, ei qui ad $A$ positus est [tum u. I, 31]. itaque reliquus $\angle \Gamma HB$ dimidius est recti [I, 32]. itaque $\angle \Gamma HB = \Gamma BH$. quare etiam

$$B\Gamma = \Gamma H \text{ [I, 6]}.$$

1) Haec demonstratio parum differt a genuina; nam praeter initium demonstrationis, qua ostenditur, $\Gamma K$ quadratum esse, cetera eadem.

---

$\Delta BA$] $BA\Delta$ Pp. 11. εἰσί] non liquet in F. καί εἰσιν ἴσαι] om. F. 12. $A\Delta B$, $AB\Delta$ p. 13. ἀπεναντίας p. 14. τῷ] corr. ex τό V. 15. $\Gamma BH$] $\Gamma HB$ P, F e corr., V sed corr., p. γωνία] om. p. 16. $\Gamma HB$] B, F eras., V corr. ex $\Gamma BH$ m. 2; $\Gamma BH$ Pp. ἀλλά p.

ἡ μὲν ΓΒ τῇ ΗΚ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΓΗ τῇ ΒΚ· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΚ. ἔχει δὲ καὶ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ ΓΒΚ γωνίαν· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΚ· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΖΘ τετράγωνόν ἐστι, καί ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ΓΚ, ΘΖ τετράγωνά ἐστι, καί ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ, καί ἐστι τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ ΓΗ τῇ ΓΒ· καὶ τὸ ΕΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. ἔστι δὲ καὶ τὰ ΓΚ, ΘΖ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. τὰ ἄρα ΓΚ, ΘΖ, ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. ἀλλὰ τὰ ΓΚ, ΘΖ καὶ τὰ ΑΗ, ΗΕ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## 2.

## Ad lib. III prop. 7.

Ἢ καὶ οὕτως. ἐπεζεύχθω ἡ ΕΚ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΚ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ, καὶ βάσις ἡ ΖΗ βάσει τῇ ΖΚ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΕΖ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΘΕΖ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΘΕΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΕΖ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

---

III, 7. Insertum inter *ἀδύνατον* et *οὐκ* p. 182, 9 PBF Vp.

---

1. *ἐστιν*] comp. supra scr. F. 2. *καί*] absumptum ob rupt. pergam. F. 3. *ἐστιν*] *ἐστι τό* F. 4. *ΓΒ*] *ΒΓ* Fp. *ΖΘ*] *ΘΖ* Pp. *ἐστι τετράγωνον* p. 5. *ἐστι*] *ἐστιν* F; om. P; in

uerum $\Gamma B = HK$ [I, 34] et $\Gamma H = BK$ [id.]. itaque aequilaterum est $\Gamma K$. habet autem etiam $\angle \Gamma BK$ rectum. itaque quadratum est $\Gamma K$; et in $\Gamma B$ constructum est. eadem de causa etiam $Z\Theta$ quadratum est; et aequale est $A\Gamma^2$. ergo $\Gamma K$, $\Theta Z$ quadrata sunt et aequalia sunt $A\Gamma^2$ et $\Gamma B^2$. et quoniam $AH = HE$ [I, 43] et $AH = A\Gamma \times \Gamma B$ (nam $\Gamma H = \Gamma B$), erit etiam $EH = A\Gamma \times \Gamma B$. itaque

$$AH + HE = 2\, A\Gamma \times \Gamma B.$$

uerum etiam $\Gamma K + \Theta Z = A\Gamma^2 + \Gamma B^2$. ergo

$$\Gamma K + \Theta Z + AH + HE = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B.$$

sed $\Gamma K + \Theta Z + AH + HE = AE = AB^2$. ergo

$$AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B;$$

quod erat demonstrandum.

## III, 7.

Uel etiam ita: ducatur $EK$. et quoniam

$$HE = EK,$$

et $ZE$ communis est, et $ZH = ZK$, erit etiam

$$\angle HEZ = KEZ \text{ [I, 8]}.$$

uerum $\angle HEZ = \Theta EZ$. quare etiam

$$\angle \Theta EZ = KEZ,$$

minor maiori; quod fieri non potest [u. fig. p. 181].

---

ras. V. *τῷ*] *τό* B et V (corr. m. 2). 6. *ἐστι*] *ἐστιν* F. 7. *τῷ*] mg. m. 2 F. *HE*] *EH* B et FV m. 2. 8. *ὑπό*] corr. ex *ἀπό* p. *ἴση ἐστὶ γάρ* P. 9. *EH*] *HE* p. *ἄρα*] om. P. *ὑπό*] *ἀπό* P. 12. *ΓK*] om. F (ras.). *HE*] *EH* F. *τε*] supra m. 1 p. 13. *AΓ*] *ΓA* F (prius). 14. *AE*] in ras. p. 19. mg. *ἄλλως* p. 20. *HE*] in ras. φ, *EH* p. *ZE*] *EZ* P. *ZH*] PF; *HZ* BVp. 21. *γωνίᾳ*] om. B. 22. *ἐστιν ἴση* Bp. *ἀλλ'* FV. *HEZ*] corr. ex *EEZ* m. 1 F; corr. ex *EZ* P. *ΘEZ*] *ZEΘ* P. Post hoc uerbum in FV m. 2 insert. *γωνίᾳ* comp. 23. *ΘEZ*] *ZEΘ* P. 24. *ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι*] in ras. V. *ἐλάσσων* F. *ἐστίν*] om. p.

## 3.

### Ad lib. III prop. 8.

Ἢ καὶ ἄλλως. ἐπεζεύχθω ἡ ΜΝ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΜ τῇ ΜΝ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ, καὶ βάσις ἡ ΔΚ βάσει τῇ ΔΝ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΜΝ ἐστιν ἴση. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΚΜΔ τῇ ὑπὸ ΒΜΔ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΜΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΝΜΔ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

## 4.

### Ad lib. III prop. 9.

Ἄλλως.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τὸ Δ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΑΔ, ΔΒ, ΔΓ· λέγω, ὅτι τὸ ληφθὲν σημεῖον τὸ Δ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ διήχθω ἐπὶ τὰ Ζ, Η σημεῖα. ἡ ΖΗ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τῆς ΖΗ διαμέτρου εἴληπταί τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, τὸ Δ, μεγίστη μὲν ἔσται ἡ ΔΗ, μείζων δὲ ἡ μὲν ΔΓ τῆς ΔΒ, ἡ δὲ ΔΒ τῆς ΔΑ. ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Ε κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως

III, 8. Insertum inter ἐδείχθη et οὐκ p. 188, 20 in PBFVp.
III, 9. Post genuinam PBFVp; om. Campanus.

1. ἐπεὶ οὖν p. 2. ΜΔ] ΔΜ B. 3. ἐστιν ἴση p. ΚΜΔ] ΚΔΜ F; corr. m. 2. γωνίᾳ] om. p. 4. ΔΜΝ] ΝΜΔ P. ἴση ἐστίν BV; ἐστι ἴση φ. ἀλλά P. 5. ἄρα]

III, 8.

Uel etiam aliter: ducatur $MN$. quoniam

$$KM = MN,$$

et $M\Delta$ communis est, et $\Delta K = \Delta N$, erit

$$\angle KM\Delta = \Delta MN \text{ [I, 8].}$$

uerum $\angle KM\Delta = BM\Delta$. quare etiam

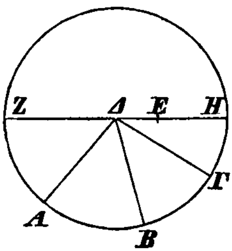
$$\angle BM\Delta = NM\Delta,$$

minor maiori; quod fieri non potest [u. fig. p. 185].

III, 9.

Nam intra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum $\Delta$, et a $\Delta$ ad circulum $AB\Gamma$ plures quam duae rectae aequales adcidant $A\Delta$, $\Delta B$, $\Delta\Gamma$. dico, sumptum punctum $\Delta$ centrum esse circuli $AB\Gamma$.

Ne sit enim, sed, si fieri potest, sit $E$, et ducta $\Delta E$ producatur ad puncta $Z$, $H$. ergo $ZH$ diametrus est circuli $AB\Gamma$. iam quoniam in circulo $AB\Gamma$ in diametro $ZH$ sumptum est punctum quoddam $\Delta$, quod non est centrum circuli, maxima erit $\Delta H$, et




$$\Delta\Gamma > \Delta B,\ \Delta B > \Delta A \text{ [prop. VII].}$$

uerum etiam aequales sunt; quod fieri non potest. ergo punctum $E$ centrum circuli $AB\Gamma$ non est. similiter

om. P, supra scr. comp. m. 2 BF. 6. ἐλάσσων Fp. ἐστίν] om. p. 7. ἄλλως] mg. m. 1—2 F, qui in mg. habet ι', sed eras. In B ante ἄλλως ras. 1 litt. 8. Post γάρ ras. 5 litt. F. 10. ἴσαι] supra m. 2 F. εὐθεῖαι ἴσαι V. $A\Delta$] PBF; $\Delta A$ e corr. m. 2 V, pφ. 12. ἐστί] om. B. 14. $Z$, $H$] $H$, $Z$ V. 15. ἐστι] ἐστιν FV. 16. Post $AB\Gamma$ in P del. κύκλου. τῆς] ς eras. F. 17. σημεῖον τὸ $\Delta$ P. τὸ $\Delta$] om. P. 18. ἔσται] in ras. m. 2 V.

δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ Δ· τὸ Δ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## 5.

## Ad lib. III prop. 10.

### Ἄλλως.

Κύκλος γὰρ πάλιν ὁ ΑΒΓ κύκλον τὸν ΔΕΖ τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Β, Η, Θ, Ζ καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΗ, ΚΖ.

Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΔΕΖ εἴληπταί τι σημεῖον ἐντὸς τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον προσπεπτώκασι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΚΒ, ΚΖ, ΚΗ, τὸ Κ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου. ἔστι δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Κ· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ τὸ Κ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## 6.

## Ad lib. III prop. 11.

Ἀλλὰ δὴ πιπτέτω ὡς ἡ ΗΖΓ, [καὶ] ἐκβεβλήσθω

---

III, 10. Post genuinam PBFVp; om. Campanus.
III, 11. Post genuinam PBFVp; non habet Campanus.

---

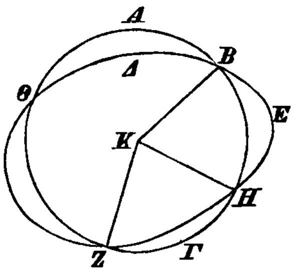
1. οὐδέ V. 2. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] Pp; :~ B; om. FV. 4. ιβ' mg. F, sed eras. 6. Θ, Ζ] Ζ, Θ BVp. 9. ΔΕΖ] in ras. V. τι] m. 2 F. 10. ἐντός] om. F. 11. προσπεπτώκασιν P. εὐθεῖαι ἴσαι P. 12. ΚΖ, ΚΗ] ΚΗ, ΚΖ F m. 1, V m. 1; corr. m. 2. ἄρα Κ F. 13. ἔστιν P. 14. ἀλλήλων P; corr. m. rec. 15. ἐστίν] om. p. 16. τέμνει]

demonstrabimus, ne aliud quidem ullum centrum esse praeter *Δ*. ergo *Δ* punctum centrum est circuli *ΑΒΓ*; quod erat demonstrandum.

## III, 10.

Nam rursus circulus *ΑΒΓ* circulum *ΔΕΖ* in pluribus quam duobus secet punctis *Β*, *Η*, *Θ*, *Ζ*, et sumatur centrum circuli *ΑΒΓ* et sit *Κ*, et ducantur *ΚΒ*, *ΚΗ*, *ΚΖ*.

iam quoniam intra circulum *ΔΕΖ* sumptum est punctum *Κ*, et a *Κ* ad circulum *ΔΕΖ* plures quam duae rectae aequales ad circulum *ΔΕΖ* adcidunt *ΚΒ*, *ΚΖ*, *ΚΗ*, punctum *Κ* centrum erit circuli *ΔΕΖ* [prop. IX]. uerum *Κ* etiam circuli *ΑΒΓ* centrum est. ergo duo circuli inter se secantes idem centrum habent *Κ*; quod fieri non potest [prop. V]. ergo circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus; quod erat demonstrandum.




## III, 11.

Uerum cadat ut *ΗΖΓ*, et producatur *ΓΖΗ* in directum ad *Θ* punctum, et ducantur *ΑΗ*, *ΑΖ*.[1])

1) Haec demonstratio casus alterius post genuinam parum necessaria est.

τεμεῖ F; om. p. τέμνει σημεῖα p. ἢ δύο] supra m. 2 V. 17. ἄλλως add. Vp, mg. m. 2 F. Post δή ras. 2 litt. F. ἡ] supra m. 2 V. *ΗΖΓ*] litt. *Η* in ras. F, om. p; *Γ* in ras. p. καί] om. P (F?). προσεκβεβλήσθω BVp (F?).

ἐπ' εὐθείας ἡ $ΓZH$ ἐπὶ τὸ $Θ$ σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $AH$, $AZ$.

Ἐπεὶ οὖν αἱ $AH$, $HZ$ μείζους εἰσὶ τῆς $AZ$, ἀλλὰ ἡ $ZΔ$ ἴση [ἐστὶ] τῇ $ZΓ$, τουτέστι τῇ $ZΘ$, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ $ZH$· λοιπὴ ἄρα ἡ $AH$ λοιπῆς τῆς $HΘ$ μείζων ἐστίν, τουτέστιν ἡ $HΔ$ τῆς $HΘ$, ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁμοίως, κἂν ἐκτὸς ᾖ τοῦ μικροῦ τὸ κέντρον τοῦ μείζονος κύκλου, δείξομεν [το] ἄτοπον.

## 7.

## Ad lib. III prop. 31.

### Ἄλλως

ἡ ἀπόδειξις τοῦ ὀρθὴν εἶναι τὴν ὑπὸ $BAΓ$.

Ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ $AEΓ$ τῆς ὑπὸ $BAE$· ἴση γὰρ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $AEB$ διπλῆ τῆς ὑπὸ $EAΓ$, αἱ ἄρα ὑπὸ $AEB$, $AEΓ$ διπλασιονές εἰσι τῆς ὑπὸ $BAΓ$. ἀλλ' αἱ ὑπὸ $AEB$, $AEΓ$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἡ ἄρα ὑπὸ $BAΓ$ ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

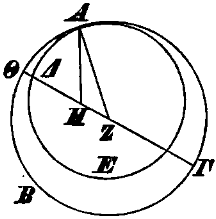
---

III, 31. Insert. p. 246, 2 post δεῖξαι in PBFVp.

---

1. ἡ] in ras. F. $HZΓ$ P; $ΓHZ$ B. 3. μείζονες p. εἰσιν PF. ἀλλ' F. 4. $ZΔ$] PF; $ΔZ$ BVp. ἐστί] om. P. τῇ] τῆς B. $ZΓ$] PF; $ΓZ$ BVp. τουτέστιν P. 5. ἐστί PBV. 6. ἐλάσσων Pp. 7. ἐστίν] om. p. κἄν] in ras. V. 8. τό] om. P; corr. in αὐτό m. 2 F; αὐτό B; τὸ αὐτό p. 9. ἄτοπον] ἀτοπώτερον F. In fine: ὅπερ ἔδει δεῖξαι P. 12. $AEΓ$] corr. ex $EAΓ$ F. 13. ἔστιν P. 14. $EAΓ$] $AEΓ$ F; corr. m. 2. 15. εἰσιν P. ἀλλά P. 17. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] in mg. transit φ. δεῖξαι] ποιῆσαι BV.

iam quoniam $AH + HZ > AZ$ [I, 20], uerum $ZA = Z\Gamma$, h. e. $Z\varDelta = Z\Theta$, subtrahatur, quae communis est, $ZH$. itaque $\varDelta H > H\Theta$, h. e. $H\varDelta > H\Theta$, minor maiore; quod fieri non potest. similiter, etiam si centrum maioris circuli extra minorem fuerit positum, absurdum esse demonstrabimus.




## III, 31.

Alia demonstratio, angulum $BA\Gamma$ rectum esse[1]) [u. fig. p. 243].

quoniam $\angle AE\Gamma = 2\, BAE$ (nam

$$AE\Gamma = BAE + EBA \text{ [I, 32]}),$$

et etiam $\angle AEB = 2\, EA\Gamma$ [id.], erunt

$$AEB + AE\Gamma = 2\, BA\Gamma.$$

uerum $AEB + AE\Gamma$ duobus rectis aequales sunt [I, 13]. ergo $\angle BA\Gamma$ rectus est; quod erat demonstrandum.

1) Cfr. Campanus III, 30.