

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

EUCLIDIS
OPERA OMNIA.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.



LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCLXXXIII.

EUCLIDIS
ELEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

VOL. I.

LIBROS I—IV CONTINENS.

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF
CAMBRIDGE
1884

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIII.

T.

136385

YRABU

ROBU. GORRATZ GRA. B.

YTBVBVBU

LIPSIAN: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

Elementa Euclidis paene per tria saecula pro fundamento critico solam editionem principem habuerunt, quae prodiit Basileae a. 1533; nam Gregorius in elementis totus fere ab illa editione pendet. quod fundamentum quale fuerit, inde intellegitur, quod editio Basileensis pro consuetudine illius temporis ad fidem paucissimorum nec optimorum codicum facta est, cum tamen elementorum tot exstent codices antiquissimi et praestantissimi, quot haud facile cuiusquam scriptoris Graeci. itaque initio nostri saeculi Peyrardus optime de elementis meritus est, quod unum saltem codicem antiquum et eum omnium praestantissimum, quippe qui recensionem Theone antiquiorem contineret, in editione Basileensi emendanda adhibuit. hunc codicem e latebris Uaticanis protraxisse praestantiamque eius agnouisse, gloria est Peyrardi haud parui aestimanda. sed neque ubique recto firmoque iudicio in uera scriptura eligenda usus est, in primis quia bonis codicibus recensionis Theonis caruit, neque inuentum suum tenuit recteque aestimauit. huc adcedit, quod editio eius et inhabilis et his temporibus perrara est; nec ii, qui post Peyrardum elementa ediderunt, subsidia critica auxerunt neque omnino rem

ita egerunt, ut textus elementorum satis certo et ad usum prompto fundamento niti uideri possit. de ceteris scriptis Euclidis multo etiam peius actum esse, satis constat.

Quae cum a multis intellegi uiderem, Archimedi Euclidem adiungere constitui, et ut hunc laborem, quem iam diu animo uoluebam, tandem aliquando susciperem, eo magis impellebar, quod editionem Archimedis ab hominibus doctis beneuolenter adcipi, et erroribus, quos in primitiis illis uitare non potuissem, indulgeri uidebam, et usu edoctum me iam meliora praestare posse sperabam.

Sed statim apparuit, neque res rationesque neque uires meas toti operi, quod mihi proposueram, sufficere. tot codices conferendi erant, tot bibliothecae itineribus longinquis adeundae. itaque Henricum Menge, u. d., quem sciebam et ipsum in Euclide occupatum esse, interrogaui, uelletne partem operis suscipere. adnuit, et ita inter nos comparatum est, ut ille *Data*, *Phaenomena*, *scripta musica*, ego *Elementa*, *Optica*, *Catoptrica* ederem, et ut codices coniuncta opera conferremus. sed sic quoque in elementis e magna copia subsidiorum pauca eligere coactus sum. nam cum uix ulla sit minima bibliotheca, in qua non adseruetur codex aliquis elementorum, inde ab initio de omnibus codicibus conferendis aut certe inspiciendis desperandum erat. uellem equidem licuisset pluribus codicibus uti, sed ut aliquo tamen modo paucis, quos contuli, contenti esse possimus, facit et singularis ratio, qua nobis tradita sunt elementa Euclidis, et uetustas et bonitas codicum a me usurpatorum. nam satis notum

est, plerosque omnes codices e recensione Theonis fluxisse, et Vaticanum Peyrardi solum fere antiquiorem formam seruasse. quem fructum ex hoc casu singulari capere liceat, et quam rationem critices factitandae inde sequi putem, pluribus exposui in libro, qui inscribitur Studien über Euklid p. 177 sq. hoc quidem statim adparuit, primum omnium codicem Vaticanum, e quo Peyrardus ea sola enotauerat, quae ei memorabilia uidebantur, quamuis ipse aliter praedicet, denuo diligenter esse conferendum et praeterea ex reliquis codicibus tantum numerum, ut ueri similiter de scriptura Theonis indicari posset. qua in re codices Bodleianum, Laurentianum, Uindobonensem sufficere putauī, praesertim cum animaduēterem, eos a palimpsesto codice saeculi VII uel VIII, qui in Museo Britannico adseruatur, non admodum discrepare. hos codices pro fundamento habui, sed ad eos in partibus quibusdam operis alii adcesserunt et, ut spero, adcedent, uelut in hoc primo uolumine Parisinus quidam et in primo libro Bononiensis. hunc ne totum conferrem, prohibuerunt temporis angustiae, sed spes mihi est, me breui partem reliquam conferre posse; nam in libris stereometricis hic codex maximi momenti est. de ceteris subsidiis nouis, sicut de codicibus operum minorum, in praefationibus singulorum uoluminum dicitur.

Confiteor igitur fieri posse, ut inter codices nondum collatos lateat thesaurus aliquis (neque enim omnes recentiores sunt nec recentiores semper spernendi), qui mea subsidia uel aequet uel etiam superet. sed cum non maxime sit ueri simile, haec, qualiacun-

que sunt, nunc edere malui, quam opus in infinitum differre.

De consilio meo satis dictum. de forma ac specie editionis sufficit commemorare, eandem me secutum esse quam in Archimede edendo. nam quamquam uidebam, Latinam interpretationem meam a nonnullis improbari, tamen hic quoque Latinam Francogallicae Germanaeue aut nulli praetuli; nam interpretationem mathematici flagitant, et Latina a pluribus legi potest. praeterea res ipsae tritiores interpretandi molestiam leuiorem reddunt in Euclide quam in Archimede. notas perpaucas addidi, quia perpaucis in Euclide discentibus consulenti opus est, si solam intellegentiam uerborum tenorisque demonstrationis spectes. nam commentarium, cuius hic quoque ingens est materia, scribere nolui. quarto uolumini copiosiora prolegomena praemittentur, quibus historia textus elementorum illustrabitur. eodem congeram, quae de subsidiis deterioribus collegi; nam perspicuitatis causa ea ab adparatu critico removenda erant, in quo iis tantum codicibus usus sum, quos supra commemoraui. eos his litteris significau:

P — cod. Uatican. Gr. 190 Peyrardi saec. X, membran. hic illic manus recentissima litteras tempore euanidas renouauit, quam littera π significau, ubi parum recte scripturam antiquam reddere uidebatur. libros IV—IX ipse contuli Romae 1881, librum II et partem tertii Mengius; primum et reliquam partem tertii Augustus Mau u. d. beneuolenter conferenda suscepit.

B — cod. Bodleian. Doruillian. X, 1 inf. 2, 30, scr. a.

888, membran. libros I—VII ipse contuli Oxoniae 1882.

- F — cod. Florentin. Laurentian. XXVIII, 3 saec. X, membran. in hoc quoque codice scriptura antiqua saepe manu saeculi XVI renouata est, quae eadem multa folia foliorumue partes resarcinavit et ultimam partem codicis totam supplevit. eam significavi littera ϕ , ubicunque antiquam scripturam uel uitiauit uel ita obscuravit, ut dignosci non posset. totum codicem ipse contuli Florentiae 1881.
- V — cod. Uindobon. Gr. 103 saec. XI—XII, membran. partem ultimam in charta bombycina supplevit manus saeculi XIII. totum contuli ipse Hauniae 1880.
- b — cod. bibliothecae communalis Bononiensis numeris 18—19 signat., saec. XI, membran. librum I contuli et alios nonnullos locos inspexi Florentiae 1881.
- p — cod. Parisin. Gr. 2466 saec. XII, membran. librum I contuli Parisiis 1880, libros II—VII Hauniae 1882.

Restat, ut grato officio fungar iis uiris gratias quam maximas agendi, qui labori meo fauerunt. primum ut itinera Parisios et in Italiam toties facere possem, effectum est eximia liberalitate summi Ministerii, quod cultui scholisque nostris praeest, et instituti Carlsbergici, litteras scientiamque largiter adiuuantis. etiam praefectis bibliothecarum Uin-

dobonensis, Parisinae, Bononiensis plurimum debeo, quod codices a se adservatos meum in usum alio transmitti siuerunt, item praefectis bibliothecae regiae Hauniensis et bibliothecae Laurentianae, quibus intercedentibus hunc fauorem adeptus sum. Carolo Graux, quocum magnam partem itineris Italici a. 1881 communiter feci, et qui me in codicum aetatibus definiendis ceterisque rebus palaeographicis, in quibus cedebat nemini, egregie adiuuabat, quominus hoc loco gratias debitas agerem, prohibuit fatum nobis amicis eius superstitibus scientiaeque iniquissimum.

Scr. Hauniae mense Aprili MDCCCLXXXIII.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

α'.

Ὅροι.

α'. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

β'. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

γ'. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

δ'. Εὐθεῖα γραμμὴ ἐστίν, ἣτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ'
5 ἐαυτῆς σημείοις κεῖται.

ε'. Ἐπιφάνεια δὲ ἐστίν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μό-
νον ἔχει.

ς'. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

ζ'. Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστίν, ἣτις ἐξ ἴσου ταῖς
10 ἐφ' ἐαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

η'. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο
γραμμῶν ἀπομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κει-
μένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσεις.

θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσιν τὴν γωνίαν γραμμαὶ
15 εὐθεῖαι ᾧσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

ι'. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφ-

1. Hero def. 2. Ammonius in categ. p. 43. 66. Psellus p. 34. cfr. Philoponus in phys. fol. 6^r. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 1. 2. Sextus Emp. p. 466, 27. 470, 24. 704, 28. Hero def. 3. Philoponus in phys. fol. 6^r. Ammonius in cat. p. 66. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 2. 3. Boetius p. 374, 3. 4. Hero def. 5. Sextus Emp. p. 716, 28. 717, 10. Philoponus in anal. II fol. 4^v, fol. 15. Psellus p. 34. Boetius p. 374, 5. 5. Hero def. 9. Boetius p. 374, 6. 6. Boetius p. 374, 7. 7. Hero def. 11. Psellus p. 35. Boetius p. 374, 7. 8. Hero def. 16. Psellus p. 35. cfr. Sextus Emp. p. 718, 12. Boetius p. 374, 10. Martianus Capella VI, 710.

I.

Definitiones.

I. Punctum est, cuius pars nulla est.

II. Linea autem sine latitudine longitudo.

III. Lineae autem extrema puncta.

IV. Recta linea est, quaecunque ex aequo punctis in ea sitis iacet.

V. Superficies autem est, quod longitudinem et latitudinem solum habet.

VI. Superficiei autem extrema lineae sunt.

VII. Plana superficies est, quaecunque ex aequo rectis in ea sitis iacet.

VIII. Planus autem angulus est duabus lineis in plano se tangentibus nec in eadem recta positis alterius lineae ad alteram inclinatio.

IX. Ubi uero lineae angulum continentes rectae sunt, rectilineus adpellatur angulus.

X. Ubi uero recta super rectam lineam erecta

9. Hero def. 17. Boetius p. 374, 12. 10. Hero def. 19. Ammonius in categ. p. 58. Simplicius in Aristot. de coelo fol. 131^v. Philoponus in phys. i IIII, in anal. II fol. 28^v, p. 65. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 14.

Numeros definitionum om. PFBb. 1. οὐδέν F, Psellus, Ammonius p. 66. 6. ἔχει μόνον B. 11. δέ] supra comp. scriptum b. ἐπιπέδω] ἐπίπεδος π. 13. Ἀντὶ πρὸς ras. unius litterae PF. 14. δέ] δ' B. τὴν γωνίαν περιέχουσαι Proclus; τὴν ἐλρημένην γωνίαν P. 15. ἡ γωνία καλεῖται Proclus.

εξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρω τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστὶ, καὶ ἡ ἐφεσθηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

ια'. Ἀμβλεία γωνία ἐστὶν ἡ μεῖζων ὀρθῆς.

ιβ'. Ὄξεϊα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

ιγ'. Ὅρος ἐστίν, ὃ τινός ἐστι πέρας.

ιδ'. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπὸ τινος ἢ τινων ὄρων περιεχόμενον.

ιε'. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἢ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἅφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ισ'. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

ιζ'. Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἣτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ιη'. Ἡμικύκλιον δὲ ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ'

11. Hero def. 21. Ammonius in categ. p. 58. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 18. 12. Hero def. 20. Ammonius l. c. Psellus l. c. Martianus Capella l. c. Boetius p. 374, 19. 13. Philoponus in Aristot. de anima fol. a 2. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 22. 14. Hero def. 25. Schol. in Hermog. VII² p. 903. cfr. Philop. ad Aristot. de anim. h. 7. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 21. 15. Hero def. 29. Taurus apud Philop. in Proclum VI, 21. Sextus Emp. p. 719, 16. Philopon. in anal. II fol. 28^v, cfr. fol. 4^v, 9^v, 29^r, 53^r. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 375, 3. 16. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 6. 17. Hero def. 30. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 7. 18. Hero def. 31. Mart. Capella VI, 711. Boetius p. 375, 12.

angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est.

XI. Obtusus angulus est, qui maior est recto.

XII. Acutus uero, qui minor est recto.

XIII. Terminus est, quod alicuius rei extremum est.

XIV. Figura est, quod aliquo uel aliquibus terminis comprehenditur.

XV. Circulus est figura plana una linea comprehensa, ad quam quae ab uno puncto intra figuram posito educuntur rectae omnes aequales sunt.

XVI. Centrum autem circuli punctum illud adpellatur.

XVII. Diametrus autem circuli recta quaedam est linea per centrum ducta et terminata utrimque ambitu circuli, quae quidem linea circulum in duas partes aequales diuidit.

XVIII. Semicirculus autem ea est figura, quae

1. ὁρθή ἐστὶν ἑκατέρα omisso ἐστὶ lin. 2 BFV, Simplicius, Philoponus in anal. II p. 65, Psellus. scripturam receptam praebent Pbp, Proclus, Hero, Ammonius, Philoponus in phys. i III. cfr. prop. 11, 12. 2. ἴσων] om. Ammonius, Philoponus in phys. l. c., Psellus, Martianus Capella, Campanus. εὐθεία] γραμμή Proclus, BV; om. Ammonius. Def. XI—XII permittant Hero et Ammonius. 6. ἰγ'] ιδ' V et sic deinceps. Def. XIII—XIV permutat Boetius. 7. ἐστὶ] δέ Fbp. 10. ἣ καλεῖται περιφέρεια] om. Proclus, Taurus, Sextus Emp., Philoponus, Boetius; habent praeter codd. Hero, Psellus, Capella, Campanus. 12. προπίπτουσαι b, corr. m. 2. πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] om. Proclus, Taurus, Hero, Sextus Emp., Psellus, Capella, Boetius; habent codd. (in b erasa sunt), Philoponus, Campanus. 13. εἰσὶν] PF, εἰσὶ uulgo. 19. ἐστὶν PF. 20. τε] om. B. καὶ] τε καὶ B. ὑπολαμβανομένης B.

αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

ιθ'. Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετρά-
5 πλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

κ'. Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσο-
σκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν
10 δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

κα'. Ἐτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλείαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

15 κβ'. Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μὲν ἐστίν, ὃ ἰσόπλευρόν τε ἐστὶ καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γω-
20 νίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν.

19. Philop. in anal. II fol. 39^r; cf. in Arist. de anim. h 7. Boetius p. 375, 14—21. 20. Hero def. 43. 44. 45. Psellus p. 36. Boetius p. 376, 2. 21. Hero def. 46. 48. 47. Philop. in anal. II fol. 39^r. Psellus p. 37. Boetius p. 376, 6. 22. Psellus p. 37. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 14. ῥόμβος Galenus XVIII¹ p. 466.

1. αὐτῆς] αὐτοῦ B. περιφερείας] τοῦ κύκλου περιφερείας PBFV, sed τοῦ κύκλου om. bp, Proclus, Hero, Capella, Boetius. κέντρον δέ — 2. ἐστίν ex Proclo p. 160 addidit August eiecta definitione III, 6, quam omnes codd. hoc quoque loco sic praebent: *τμήμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας ἢ μείζονος ἢ ἐλάττονος ἡμικυκλίου (κύκλου ἐστὶ om. φ; pro priore ἢ in BFV est ἦτοι; ἐλάσσονος P)*. eandem habet Campanus; contra Capella et

diametro et arcu ab ea absciso comprehenditur. centrum uero semicirculi idem est, quod ipsius est circuli.

XIX. Figurae rectilineae sunt, quae rectis lineis comprehenduntur, trilaterae quae tribus, quadrilaterae quae quattuor, multilaterae quae plus quam quattuor rectis comprehenduntur.

XX. Ex figuris autem trilateris aequilaterus triangulus est, qui tria latera sua aequalia habet, aequicrurius uero, qui duo sola aequalia habet, scalenus autem, qui tria latera sua inaequalia habet.

XXI. Praeterea uero ex figuris trilateris rectangulus triangulus est, qui rectum angulum habet, obtusiangulus, qui obtusum habet, acutiangulus autem, qui tres angulos suos acutos habet.

XXII. Ex quadrilateris autem figuris quadratum est, quod simul aequilaterum est et rectangulum, parte altera longius est, quod rectangulum est neque uero aequilaterum, rhombus autem, quod aequilaterum est neque uero rectangulum, rhomboides autem, quod latera simul et angulos inter se opposita aequalia habet, sed neque aequilaterum est neque rectangulum; re-

Boetius et hanc et Procli omittunt; de Herone non liquet (Studien p. 192). 3. σχήματα εὐθύγραμμα] Pbp, Proclus; εὐ-
θύγρ. σχ. uulgo (εὐθεύγραμμα φ). ἔστιν PF. Def. 19
uulgo in 4 diuiditur; V hinc numeros om. 3. εὐθειῶν γραμ-
μῶν Proclus, Boetius. 6. τετάρων B. εὐθειῶν] πλευρῶν
Proclus, Boetius. 8. ἔστιν PF. 9. τὰς δύο] δύο b, Pro-
clus. μόνον Proclus. 10. πλευράς] om. Proclus. Def. 20
uulgo in 3 diuiditur. 11. δέ] P, Proclus; om. b; τε uulgo.
12. ἔστιν PF. μίαν ἔχον V mg. m. 1?, Proclus, Psellus.
13. μίαν ἔχον Proclus, Psellus; γωνίαν μίαν V mg. m. 1?
τὸ ἔχον — 14. δέ mg. B eadem man. ὀξυγώνιον φ. 16. ὃ
ἔστιν ἰσοπλευρόν τε καὶ Proclus. ἔστιν, ὃ ἰσοπλευρόν τε om. φ.
ἑτερόμηκες bis φ. 17. ὃ] τό Proclus. 20. ὃ] om. Fbp.
οὔτε] οὔτε δέ Fbp. ἔστιν] om. Proclus.

οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα
τραπέζια καλεῖσθω.

κγ'. Παράλληλοι εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ
αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ'
5 ἐκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπέπτουσιν ἀλλήλαις.

Αἰτήματα.

α'. Ἡτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

β'. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχές
10 ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γ'. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γρά-
φεσθαι.

δ'. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις
εἶναι.

15 ε'. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένης τὰς δύο εὐθείας ἐπ'
ἄπειρον συμπέπτειν, ἐφ' ἃ μέρη εἶσιν αἱ τῶν δύο ὀρ-
θῶν ἐλάσσονες.

23. Hero def. 71. Philoponus in anal. II fol. 18^v. Psellus
p. 35. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 23. αἰτ.
1—5. Martianus Capella VI, 722. Boetius p. 377, 4. Aspasius
apud Simplicium in Arist. de coelo fol. 149: τὰ πέντε αἰτή-
ματα. 1. Philop. in anal. II fol. 9^v. 10. 29. 2. Simplicius
in phys. fol. 119. 3. Philop. in anal. II fol. 10. 29. 4. Id.
ibid. fol. 10. 5. Id. ib. fol. 10. 29. Proclus p. 364, 14.

1. τετράγωνον B. 2. τραπέζεια b. Def. 21 vulgo in 3,
def. 22 in 5 diuidunt. 3. παράλληλοι δέ B. εὐθεῖαι εἰσιν
Proclus, Psellus. 4. ἐς V. 5. συμπέπτειν P. ἀλλήλαις
om. F. 6. αἰτήματα πέντε V, αἰτ. ἐστι πέντε BF, b m. 2.
Numeros om. F. 9. ἐπ' εὐθείας κατὰ τὸ συνεχές PBFbp;

liqua autem praeter haec quadrilatera trapezia appellantur.

XXIII. Parallelae sunt lineae, quae in eodem plano positae et in utramque partem productae in infinitum in neutra parte concurrunt.

Postulata.

I. Postuletur, ut a quouis puncto ad quoduis punctum recta linea ducatur.

II. Et ut recta linea terminata in directum educatur in continuum.

III. Et ut quouis centro radioque circulus describatur.

IV. Et omnes rectos angulos inter se aequales esse.

V. Et, si in duas lineas rectas recta incidens angulos interiores et ad eandem partem duobus rectis minores effecerit, rectas illas in infinitum productas concurrere ad eandem partem, in qua sint anguli duobus rectis minores.

receptum ordinem tuentur V, Proclus, Simplicius, Capella, Boetius, Campanus. 10. ἐκβάλλειν V. 11. γράφασθαι]

codd. omnes et Philoponus; γράψαι ex Proclo recepit August.

13. ἀλλήλαις] om. V. 15. εὐθείᾳ τις P. 17. ἐλάττονας

Proclus p. 191, 18 (non p. 364). τὰς δύο] PBVbp, δύο om.

F, Proclus bis, Martianus Capella, Boetius, fort. recte. 18.

συνπίπτειν τὰς εὐθείας ἐκβαλλομένας ἐφ' Proclus p. 364. συμ-

πίπτειν ἀλλήλαις PV (ἀλλήλαις corr. ex ἀλλήλας P). 19.

ἐλάσσονες] Pp, Proclus p. 364; ἐλάττονας uulgo. Dein add. γω-

νίαι FBVb, Philoponus; om. Proclus bis et Pp. In ed. Ba-

sil. et apud Gregorium αἰτ. 4—5 inter communes notiones

(10—11) leguntur (πᾶσαι αἱ ὁρθαὶ γωνίαι ἴσαι . . εἰσὶ; ἐκβαλ-

λόμεναι αἱ . . εὐθεῖαι . . συμπεσοῦνται). Post αἰτ. 5 in PF et

V m. 2 et apud Campanum sequitur: καὶ δύο εὐθείας χωρίον

μὴ περιέχουσιν.

Κοινὰ ἐννοιαί.

α'. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

β'. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

γ'. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλει-
5 πόμενά ἐστὶν ἴσα.

[δ'. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν
ἀνισα.

ε'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

ς'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.]

10 ζ'. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἀλλήλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

η'. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστίν].

[θ'. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.]

α'.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης
15 τριγώνου ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ *AB*.

Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς *AB* εὐθείας τριγώνου ἰσόπλευρον
συστήσασθαι.

Κέντρον μὲν τῷ *A* διαστήματι δὲ τῷ *AB* κύκλος

Κοιν. ἐνν. 1—3. Martianus Capella VI, 723. 1. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 1. 2. Boetius p. 378, 5. 3. Philop. l. c. Boetius p. 378, 3. 4. Eutocius in Archim. III p. 254, 27. 7. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 7. prop. I. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8^r, in top. p. 11. Themistius phys. paraphr. fol. 35^v. Simplicius in phys. fol. 119. Proclus p. 102, 14. 223, 22, Philop. in anal. II fol. 4^v. Marti-
anus Capella VI, 724. Boetius p. 380, 2 [p. 390, 6—25]. Proclus p. 208—10 liberius proposit. repetit totam.

1. ἀξιώματα Proclus p. 193. κοιν. ἐνν. αἶδε BFV. nume-
ros om. PBF. 3. ἴσα ἴσοις Proclus. ἴσα ἐστίν Proclus.
4. ἀπὸ ἴσων ἴσα] ἴσων Proclus. 5. ἴσα ἐστίν Proclus.
αἷτ. 4 ex commentario Pappi irrepsisse uidetur; u. Proclus

Communes animi conceptiones.

I. Quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt.

II. Et, si aequalibus aequalia adduntur, tota aequalia sunt.

III. Et, si ab aequalibus aequalia subtrahuntur, reliqua sunt aequalia.

VII. Et quae inter se congruunt, aequalia sunt.

VIII. Et totum parte maius est.

I.

In data recta terminata triangulum aequilaterum construere.

Sit data recta terminata AB . oportet igitur in recta AB terminata triangulum aequilaterum construere.

centro A et radio AB circulus describatur $B\Gamma\Delta$,

p. 197, 6sq.; in omnibus codicibus legitur; quare iam ante Theonem receptum erat (P); om. Martianus Capella et Boetius.

Ante *alt.* 5 uulgo in codd. et edd. legitur: *καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀντίστων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ ἔστιν ἴση*; om. B, mg. Fb, in ras. postea additum p; non agnoscunt Proclus (cfr. p. 198, 3), Capella, Boetius. *alt.* 5—6 reiiicit Proclus p. 196, 25, om. Capella et Boetius. *alt.* 7—8 permutat Proclus p. 193, qui ea diserte contra Heronem sola *alt.* 1—3 agnoscentem Euclidi uindicat p. 196, 17; om. Capella; *alt.* 8 etiam Boetius om.

alt. 9 om. Capella, Boetius, Proclus, qui diserte id improbat p. 184, 8. 196, 23. Hoc loco habent Vbp; cfr. Philop. ad phys. fol. 10; *καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν* B; de ceteris u. ad p. 8, 19. 8. *ἔστιν*] PF, *ἔστί* uulgo; comp. b; item lin. 9. 10.

10. *ἐπ' ἄλληλα*] om. Proclus. *ἔστιν*] *εἰσὶ* B. 11. *ἔστιν*] om. Proclus; comp. b; *///αι* F, *εἶναι* P. 17. *εὐθείας*] om. BFbp. *εὐθείας πεπερασμένης* P. 19. *μὲν*] om. bp. *καὶ διαστηματι* Bp. *δέ* om. BFbp.

γεγράφθω ὁ $B\Gamma\Delta$, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ B δια-
στήματι δὲ τῷ BA κύκλος γεγράφθω ὁ $ΑΓΕ$, καὶ
ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ
κύκλοι, ἐπὶ τὰ A, B σημεία ἐπεξεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ
6 $\Gamma A, \Gamma B$.

Καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Gamma\Delta B$
κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ AB . πάλιν, ἐπεὶ τὸ B
σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Gamma A E$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ
 $B\Gamma$ τῇ BA . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓA τῇ AB ἴση· ἐκα-
10 τέρα ἄρα τῶν $\Gamma A, \Gamma B$ τῇ AB ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ
αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓA ἄρα τῇ
 ΓB ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ $\Gamma A, AB, B\Gamma$ ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσίν.

ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον. καὶ συν-
15 ἑσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς AB .

[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρί-
γωνον ἰσόπλευρον συνέσταται] ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β'.

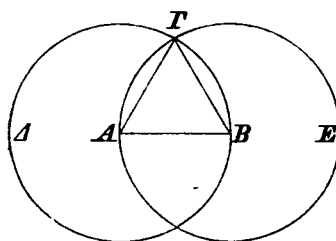
Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
20 ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ A , ἡ δὲ δοθεῖσα
εὐθεῖα ἡ $B\Gamma$. δεῖ δὴ πρὸς τῷ A σημείῳ τῇ δοθείσῃ
εὐθείᾳ τῇ $B\Gamma$ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ A σημείου ἐπὶ τὸ B ση-
25 μεῖον εὐθεῖα ἡ AB , καὶ συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγω-
νον ἰσόπλευρον τὸ ΔAB , καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ'

II. Archimedes I p. 14, 1. Boetius p. 380, 3 [p. 391].

1. $B\Gamma\Delta$] P, V m. 1; $\Gamma\Delta B$ Fbp, V e corr.; $\Gamma B\Delta$ in ras. B.
μὲν] om. b. τῷ] τό φ. 2. $ΑΓΕ$] P, V m. 1; $\Gamma A E$ BFbp,
V e corr. 6. Post A ras. 10 litt. b. ἐστὶν P. $\Gamma\Delta B$] Δ in



et rursus centro B radio autem BA circulus describatur AGE , et a puncto Γ , in quo circuli inter se secant, ad puncta A, B ducantur rectae $\Gamma A, \Gamma B$.

iam quoniam punctum A centrum est circuli $\Gamma \Delta B$,

erit $A\Gamma = AB$. rursus quoniam B punctum centrum est circuli ΓAE , est $B\Gamma = BA$. sed demonstratum est etiam $\Gamma A = AB$. quare utraque $\Gamma A, \Gamma B$ rectae AB aequalis est. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ . $\xi\nu$. 1]. itaque etiam $\Gamma A = \Gamma B$. itaque $\Gamma A, AB, B\Gamma$ aequales sunt. quare triangulus $AB\Gamma$ aequilaterus est; et in data recta terminata AB constructus est. quod oportebat fieri.

II.

Ad datum punctum datae rectae aequalem rectam constituere.

Sit datum punctum A , data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur ad punctum A datae rectae $B\Gamma$ aequalem rectam constituere.

ducatur enim a puncto A ad B punctum recta AB [$\alpha\lambda\tau$. 1], et in ea construatur triangulus aequilaterus ΔAB [prop. I], et producantur in directum rectae

ras. est in V, ΔB in B; $B\Gamma \Delta$ P. 7. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$ BF. 8. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. ΓAE] in ras. B, AGE P. 12. $\iota\sigma\eta$ $\xi\sigma\tau\iota\nu$ V. AB] ΓB φ. 14. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. $\sigma\nu\nu\lambda\sigma\tau\alpha\tau\alpha\iota$ PBV (in b non liquet). 16. $\xi\pi\iota$ $\tau\eta\varsigma$ — 17. $\sigma\nu\nu\lambda\sigma\tau\alpha\tau\alpha\iota$ om. codd. omnes; e Proclo solo p. 210 recepit August; uix genuina sunt. 22. $\tau\eta$ $\delta\omicron\delta\epsilon\iota\lambda\eta$ $\epsilon\nu\theta\epsilon\iota\lambda\alpha$] P; om. Theon (BFVpb). 23. $B\Gamma$ $\epsilon\nu\theta\epsilon\iota\lambda\alpha$ V. 24. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] om. F. 26. ΔAB] eras. F. Ante $\epsilon\chi\upsilon\beta\epsilon\lambda$. in V add. supra: $\pi\rho\omicron\sigma$.

εὐθείας ταῖς ΔA , ΔB εὐθεῖαι αἱ AE , BZ , καὶ κέντρῳ μὲν τῷ B διαστήματι δὲ τῷ $B\Gamma$ κύκλος γεγράφθω ὁ $\Gamma H\Theta$, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι τῷ ΔH κύκλος γεγράφθω ὁ $H\kappa A$.

- 5 Ἐπεὶ οὖν τὸ B σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Gamma H\Theta$, ἴση ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ BH . πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $H\kappa A$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔA τῇ ΔH , ὧν ἡ ΔA τῇ ΔB ἴση ἐστίν. λοιπὴ ἄρα ἡ AA λοιπῇ τῇ BH ἐστὶν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $B\Gamma$
10 τῇ BH ἴση· ἐκατέρα ἄρα τῶν AA , $B\Gamma$ τῇ BH ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ AA ἄρα τῇ $B\Gamma$ ἐστὶν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ A τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ $B\Gamma$ ἴση εὐθεῖα κεῖται ἡ AA · ὅπερ ἔδει
15 ποιῆσαι.

γ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

- Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ AB ,
20 Γ , ὧν μείζων ἔστω ἡ AB · δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AB τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Κείσθω πρὸς τῷ A σημείῳ τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ AA · καὶ κέντρῳ μὲν τῷ A διαστήματι δὲ τῷ AA κύκλος γεγράφθω ὁ AEZ .

III. Boetius p. 380, 5 [p. 392].

1. εὐθείας FV. 3. κέντρῳ μὲν V. τῷ] bis B (in fine et initio linn.). καὶ διαστήματι] διαστήματι δέ V. 5. $\Gamma H\Theta$ κύκλου BFV, P m. rec. 6. $B\Gamma$] ΓB F. καὶ πάλιν V; πάλιν δέ (supra) p. 7. ἐστίν P. 8. ἐστίν] PF; ἐστι vulgo.
9. τῇ] om. b. 10. τῇ BH] (alt.) supra b. 11. ἴσα] (alt.) -α in ras. P. 12. $B\Gamma$] ΓB F. 13. Ante πρὸς ras. unius litt. b. 18. ἐλάττονι BF. εὐθεῖαν] om. Proclus. 19. δύο] om. F. ἄνισοι] ἀν- supra m. 1 F. 20. Post Γ ras. 1 litt.

ΔA , ΔB , ut fiant AE , BZ , et centro B radio autem $B\Gamma$ circulus describatur [αλτ. 2] $\Gamma H\Theta$, et rursus centro Δ radio autem ΔH circulus describatur $HK\Lambda$.

iam quoniam B punctum centrum est circuli $\Gamma H\Theta$,

erit $B\Gamma = BH$. rursus quoniam Δ punctum centrum est circuli $HK\Lambda$, erit

$$\Delta A = \Delta H,$$

quarum partes ΔA , ΔB aequales. itaque $AA = BH$ [κ. ένν. 3]. sed demonstratum est $B\Gamma = BH$. itaque utraque AA , $B\Gamma$ rectae BH aequalis

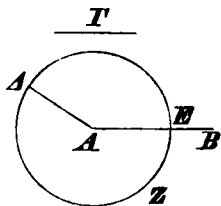
est. uerum quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ. ένν. 1]. ergo etiam $AA = B\Gamma$.

Ergo ad datum punctum A datae rectae $B\Gamma$ aequalis constituta est recta AA ; quod oportebat fieri.

III.

Datis duabus rectis inaequalibus rectam minori aequalem a maiore abscindere.

Sint duae datae rectae inaequales AB , Γ , quarum maior sit AB . oportet igitur a maiore AB minori Γ aequalem rectam abscindere. constituatur ad A punctum rectae Γ aequalis AA [prop. II], et centro A radio autem AA describatur circulus ΔEZ [αλτ. 2].



P, ut lin. 21. 22. 22. Post κείσθω in P supra scr. m. 1 γάο, idem V mg. 23. AA] (alt.) in ras. V; utrumque corr. ex AA P m. rec. 24. ΔEZ] ex EZI P m. rec.; ZEΔ B.

Καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\triangle EZ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ AE τῇ AD . ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ AD ἐστὶν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν AE, Γ τῇ AD ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ AE τῇ Γ ἐστὶν ἴση.

5 Δύο ἄρα δοθεῖσων εὐθειῶν ἀνίσων τῶν AB, Γ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς AB τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῆ-
ρηται ἡ AE . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ
10 πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν
γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων
εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει
ἴσην ἔξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον
ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γω-
15 νίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὅφ' ἂς αἱ
ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma, \triangle EZ$ τὰς δύο πλευ-
ρὰς τὰς $AB, A\Gamma$ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς $\triangle E, \triangle Z$
ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν μὲν AB τῇ $\triangle E$
20 τὴν δὲ $A\Gamma$ τῇ $\triangle Z$ καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ $BA\Gamma$ γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ $E\triangle Z$ ἴσην. λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ $B\Gamma$ βάσει
τῇ EZ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\triangle EZ$
τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοι-
παῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὅφ' ἂς
25 αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ $AB\Gamma$ τῇ
ὑπὸ $\triangle EZ$, ἡ δὲ ὑπὸ $A\Gamma B$ τῇ ὑπὸ $\triangle ZE$.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου ἐπὶ τὸ

IV. Schol. in Pappum III p. 1183, 32. Boetius p. 380, 7.

1—7. Multas litt. fig. in ras. P m. rec., ut supra. 4. ἡ]

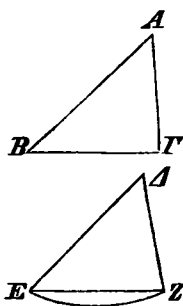
Et quoniam punctum A centrum est circuli ΔEZ , est $AE = A\Delta$; uerum etiam $\Gamma = A\Delta$. itaque utraque AE , Γ rectae $A\Delta$ aequalis est; ergo etiam $AE = \Gamma$.

Ergo datis duabus rectis inaequalibus AB , Γ a maiore AB minori Γ aequalis abscisa est AE ; quod oportebat fieri.

IV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB ,



$A\Gamma$ duobus lateribus ΔE , ΔZ aequalia habentes alterum alteri,

$$AB = \Delta E \text{ et } A\Gamma = \Delta Z,$$

et $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. dico, etiam esse $B\Gamma = EZ$ et $\triangle AB\Gamma = \Delta EZ$, et reliquos angulos reliquis, alterum alteri, aequales, sub quibus aequalia latera subtendant, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$ et $\angle \Gamma B A = \angle Z E \Delta$.

Nam si triangulum $AB\Gamma$ triangulo ΔEZ adpli-

sertum m. 1 b. 6. AB] B supra scriptum m. 1 b. 9. $\tau\alpha\iota\varsigma$] om. Pp; supra b. 10. $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ (scr. $\acute{\epsilon}\chi\eta$) $\delta\grave{\epsilon}$ $\kappa\alpha\iota$ $\gamma\omega\nu\lambda\alpha\nu$ $\gamma\omega\nu\lambda\acute{\alpha}$ $\iota\sigma\eta\nu$ Proclus, $\tau\eta\nu$ $\mu\iota\alpha\nu$ $\gamma\omega\nu\lambda\acute{\alpha}\nu$ $\tau\eta$ $\mu\iota\acute{\alpha}$ $\gamma\omega\nu\lambda\acute{\alpha}$ $B\Gamma$. 12. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\omega\acute{\nu}$ $\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\acute{\omega}\nu$ Proclus. 15. $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$] om. Proclus. $\acute{\upsilon}\varphi'$] $\acute{\epsilon}\varphi'$ b. $\alpha\iota$] om. V. 18. $\delta\upsilon\sigma\iota$ V. 19. $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\iota$ φ . 20. $\kappa\alpha\iota$] comp. supra F. $B A \Gamma$] $A B \Gamma$ F, sed AB eras. 21. $E \Delta Z$] $E \Delta$ eras. F. 22. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ V. 24. $\acute{\upsilon}\varphi'$] sic b m. 1, sed supra $\acute{\epsilon}\varphi'$.

$\triangle EZ$ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν A σημείου
ἐπὶ τὸ $\triangle$ σημείον τῆς δὲ AB εὐθείας ἐπὶ τὴν $\triangle E$,
ἐφαρμόσει καὶ τὸ B σημείον ἐπὶ τὸ E διὰ τὸ ἴσην εἶναι
τὴν AB τῇ $\triangle E$. ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς AB ἐπὶ τὴν
5 $\triangle E$ ἐφαρμόσει καὶ ἡ AG εὐθεῖα ἐπὶ τὴν $\triangle Z$ διὰ τὸ
ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ BAG γωνίαν τῇ ὑπὸ $E\triangle Z$. ὥστε
καὶ τὸ Γ σημείον ἐπὶ τὸ Z σημείον ἐφαρμόσει διὰ
τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν AG τῇ $\triangle Z$. ἀλλὰ μὴν καὶ
τὸ B ἐπὶ τὸ E ἐφαρμόκει· ὥστε βάσις ἡ $B\Gamma$ ἐπὶ βά-
10 σιν τὴν EZ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν B ἐπὶ τὸ E
ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Z ἡ $B\Gamma$ βάσις ἐπὶ τὴν
 EZ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρὶον περιέξουσιν·
Ἵπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ $B\Gamma$ βάσις ἐπὶ
τὴν EZ καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· ὥστε καὶ ὅλον τὸ $AB\Gamma$
15 τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ $\triangle EZ$ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ
ἴσον αὐτῷ ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς
γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἡ μὲν
ὑπὸ $AB\Gamma$ τῇ ὑπὸ $\triangle EZ$ ἡ δὲ ὑπὸ $AB\Gamma$ τῇ ὑπὸ $\triangle ZE$.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο
20 πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκατέραν ἑκατέρα καὶ τὴν γωνίαν
τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχη τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχο-
μένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔξει, καὶ τὸ τρί-
γωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρα,
25 ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. προστιθεμένου V, sed προσ- punctis del. μέν] supra
m. 1 F. 2. $\triangle$] in ras. b. τήν] τῇ p. 4. δὴ] FVbp;
δέ PB; cfr. prop. 8. 6. BAG] post ras. V; $AB\Gamma$ B.
 $E\triangle Z$] $\triangle EZ$ B. 8. εἶναι πάλιν B. 9. ἐφαρμόσει b. 13.
ἐστίν] om. V. 16. ταῖς λοιπαῖς γωνίαις BF. 17. ἐφαρμό-
σουσιν P. αὐταῖς] ἀλλήλαις F. 19. δύο] (alt.) β F.

cuerimus et punctum A in Δ puncto posuerimus, rectam autem AB in ΔE , etiam B punctum in E cadet, quia $AB = \Delta E$. adplicata iam AB rectae ΔE etiam $A\Gamma$ recta cum ΔZ congruet, quia $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. quare etiam punctum Γ in Z punctum cadet, quia rursus $A\Gamma = \Delta Z$. uerum etiam B in E ceciderat; quare basis $B\Gamma$ in basim EZ cadet. nam, cum B in E , Γ uero in Z ceciderit, si ita basis $B\Gamma$ cum EZ non congruet, duae rectae spatium comprehendent; quod fieri non potest [κ . $\xi\nu\nu$. 9]. itaque basis $B\Gamma$ cum EZ congruet et aequalis ei erit [κ . $\xi\nu\nu$. 7]. quare etiam totus triangulus $AB\Gamma$ cum toto triangulo ΔEZ congruet et ei aequalis erit, et reliqui anguli cum reliquis congruent et aequales iis erunt, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$ et $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

$\tau\alpha\iota\varsigma$] om. Pbp. $\delta\nu\sigma\iota$ V; in p $\delta\acute{\upsilon}\nu\circ$ $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\alpha\iota\varsigma$ deleta sunt
 m. 1. 22. $\xi\xi\epsilon\iota$ $\iota\sigma\eta\nu$ BF. 25. $\upsilon\varphi'$] corr. in $\xi\varphi'$ m. 1 b.
 $\upsilon\varphi'$ $\alpha\varsigma$ — $\upsilon\pi\omicron\tau\epsilon\iota\lambda\omicron\nu\sigma\iota\nu$] mg. m. 1 P.

ε'.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεῖσων τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἐστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ $ABΓ$ ἴσην ἔχον τὴν AB πλευρὰν τῇ $ΑΓ$ πλευρᾷ, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς AB , $ΑΓ$ εὐθεῖαι αἱ $BΔ$, $ΓΕ$. λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ $ABΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΓB$ ἴση ἐστίν, 10 ἡ δὲ ὑπὸ $ΓBΔ$ τῇ ὑπὸ $BΓΕ$.

εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς $BΔ$ τυχὸν σημεῖον τὸ Z , καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς $ΑΕ$ τῇ ἐλάσσονι τῇ AZ ἴση ἡ AH , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ZΓ$, HB εὐθεῖαι.

15 ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστίν ἡ μὲν AZ τῇ AH ἡ δὲ AB τῇ $ΑΓ$, δύο δὴ αἱ ZA , $ΑΓ$ δυσὲς ταῖς HA , AB ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ZAH . βάσις ἄρα ἡ $ZΓ$ βάσει τῇ HB ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $AZΓ$ τρίγωνον τῷ AHB τριγώνῳ ἴσον 20 ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ $ΑΓZ$ τῇ ὑπὸ ABH , ἡ δὲ ὑπὸ $AZΓ$ τῇ ὑπὸ AHB . καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ AZ ὅλη τῇ AH ἐστίν ἴση, ὣν ἡ AB τῇ $ΑΓ$ ἐστίν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ 25 BZ λοιπῇ τῇ $ΓH$ ἐστίν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $ZΓ$ τῇ HB ἴση· δύο δὴ αἱ BZ , $ZΓ$ δυσὲς ταῖς $ΓH$, HB

2. πρὸς] πρὸ b, sed corr. m. 1. 3. ἀλλήλαις] om. Proclus. εἰσίν] P, Proclus, comp. b; εἰσὶ vulgo. 5. ἀλλήλαις] om. Proclus. ἔσονται] εἰσὶ Proclus. 7. πλευρᾷ] πλευρᾶν φ. 8. εὐθείας] εὐθείαις B. 9. $ΑΓB$] $ABΓ$ F. 10. $ΓBΔ$ ἴση ἐστὶ p et V m. recentissima. 17. περιέχουσιν

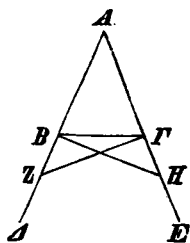
V.

In triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt.

Sit triangulus aequicrurius $AB\Gamma$ habens $AB = A\Gamma$, et producantur $AB, A\Gamma$ in directum, ut fiant $B\Delta, \Gamma E$. dico, esse

$$\angle AB\Gamma = A\Gamma B$$

et $\angle \Gamma B\Delta = B\Gamma E$.



Sumatur enim in $B\Delta$ quodvis punctum Z , et a maiore AE minori AZ aequalis abscindatur AH [prop. III], et ducantur $Z\Gamma, HB$ rectae.

iam quoniam $AZ = AH$ et $AB = A\Gamma$, duae rectae $ZA, A\Gamma$ duabus HA, AB aequales sunt altera alteri; et angulum communem comprehendunt ZAH . itaque $Z\Gamma = HB$ et $\triangle AZ\Gamma = AHB$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV], $\angle A\Gamma Z = ABH$ et $\angle AZ\Gamma = AHB$. et quoniam $AZ = AH$, quarum partes $AB, A\Gamma$ aequales, erit $BZ = \Gamma H$ [x. *ἐνν.* 3]. sed demonstratum est etiam $Z\Gamma = HB$. itaque duae rectae $BZ, Z\Gamma$ duabus $\Gamma H, HB$ aequales sunt altera alteri; et $\angle BZ\Gamma = \Gamma HB$ et basis eorum communis

V. Simplicius in phys. fol. 14^v. Boetius p. 380, 13—15, ubi sic fere scribendum: si triangulus aequalia latera habeat, qui ad eius basim anguli sunt, aequales alter alteri sunt, et aequalibus lineis [productis] et sub basi eius anguli aequales utrumque erunt.

PVp. 19. *ἐστὶν*] PF, comp. b; *ἐστὶ* uulgo. 25. Ante BZ ras. est unius litt. in V. 26. HB] BH V, corr. m. 2. *δυσὶ*] e corr. V.

ἴσαι εἰδὲν ἑκατέρω ἑκατέρω· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BZΓ$
 γωνία τῇ ὑπὸ $ΓΗΒ$ ἴση, καὶ βάσεις αὐτῶν κοινὴ ἡ
 $BΓ$ · καὶ τὸ $BZΓ$ ἄρα τρίγωνον τῷ $ΓΗΒ$ τριγώνῳ
 ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις
 5 ἴσαι ἔσονται ἑκατέρω ἑκατέρω, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ
 ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ $ZBΓ$ τῇ ὑπὸ
 $HΓB$ ἡ δὲ ὑπὸ $BΓZ$ τῇ ὑπὸ $ΓΒΗ$. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ
 ὑπὸ ABH γωνία ὅλη τῇ ὑπὸ $ΑΓZ$ γωνίᾳ ἐδείχθη
 ἴση, ὣν ἡ ὑπὸ $ΓΒΗ$ τῇ ὑπὸ $BΓZ$ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ
 10 ὑπὸ $ABΓ$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $ΑΓB$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσι
 πρὸς τῇ βάσει τοῦ $ABΓ$ τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ
 ἡ ὑπὸ $ZBΓ$ τῇ ὑπὸ $HΓB$ ἴση· καὶ εἰσιν ὑπὸ τὴν
 βάσιν.

Τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει
 15 γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεῖσιν τῶν
 ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
 ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
 20 ᾖσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσιν
 πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἐστω τρίγωνον τὸ $ABΓ$ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ $ABΓ$
 γωνίαν τῇ ὑπὸ $ΑΓB$ γωνίᾳ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ
 AB πλευρᾷ τῇ $ΑΓ$ ἐστὶν ἴση.
 25 εἰ γὰρ ἄνισός ἐστὶν ἡ AB τῇ $ΑΓ$, ἡ ἑτέρα αὐτῶν
 μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ AB , καὶ ἀφηρησθῶ ἀπὸ
 τῆς μείζονος τῆς AB τῇ ἐλάττω τῇ $ΑΓ$ ἴση ἡ $ΔB$,
 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΔΓ$.

6. ἐστὶν ἄρα V . $ZBΓ$] in ras. V . 7. $HΓB$] corr. ex
 $ΓHB$ V . 9. ἴση] (alt.) ἐστὶν ἴση V e corr. 10. ὑπό] (alt.)

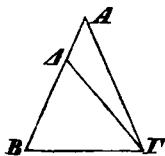
$B\Gamma$. itaque etiam $\triangle BZ\Gamma = \Gamma HB$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle ZB\Gamma = H\Gamma B$ et $B\Gamma Z = \Gamma B H$ [prop. IV]. iam quoniam $\angle ABH = A\Gamma Z$, ut demonstratum est, quorum partes $\Gamma B H$, $B\Gamma Z$ aequales, erit $\angle AB\Gamma = A\Gamma B$ [κ. εἰν. 3]. et sunt ad basim positi trianguli $AB\Gamma$. uerum etiam demonstratum est $\angle ZB\Gamma = H\Gamma B$; et sub basi sunt.

Ergo in triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt; quod erat demonstrandum.

VI.

Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$ habens $\angle AB\Gamma = A\Gamma B$. dico, esse etiam $AB = A\Gamma$.



Si enim AB rectae $A\Gamma$ inaequalis est, alterutra earum maior est. sit AB maior, et a maiore AB minori $A\Gamma$ aequalis abscindatur ΔB [prop. III], et ducatur $\Delta\Gamma$.

VI. Boetius p. 380, 15.

supra m. 1 B. $\iota\sigma\eta$ ἐστίν F; $\iota\sigma\eta$ ἐστί B. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$ P. 11.
 $AB\Gamma$] $A\Gamma B$ B. 12. $H\Gamma B$] e corr. V. 15. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PF;
 comp. b; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. $\pi\rho\sigma\sigma\epsilon\upsilon\beta\lambda\eta\sigma\theta\epsilon\iota\sigma\omega\nu$ P. 19. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$]
 om. Proclus. 20. $\omega\sigma\iota\nu$] Proclus, PF; $\omega\sigma\iota$ uulgo. $\alpha\iota$] om.
 F. 21. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$] om. Proclus. $\epsilon\sigma\sigma\omicron\nu\tau\alpha\iota$] $\epsilon\lambda\sigma\iota$ Proclus.
 25. η ἑτέρα] $\mu\iota\alpha$ in ras. 6 litt. P m. recent., $\epsilon\tau\epsilon\rho\alpha$ p et b m. 1
 (η supra insertum). 27. $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$ BFV.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\angle B$ τῇ $\angle \Gamma$ κοινὴ δὲ ἡ $B \Gamma$,
 δύο δὲ αἱ $\angle B$, $\angle \Gamma$ δύο ταῖς $\angle \Gamma$, $\angle B$ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρω ἑκατέρω, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $\angle B \Gamma$ γωνία τῇ
 ὑπὸ $\angle \Gamma B$ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ $\angle \Gamma$ βάσει τῇ $\angle B$
 5 ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $\angle B \Gamma$ τρίγωνον τῷ $\angle \Gamma B$ τριγώνῳ
 ἴσον ἐσται, τὸ ἐλασσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ
 ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ $\angle B$ τῇ $\angle \Gamma$ · ἴση ἄρα.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
 ᾤσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευ-
 10 ραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἐσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ξ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς
 εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρω ἑκα-
 τέρω οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω
 15 σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα
 ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς AB
 δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς AC , CB ἄλλαι δύο
 εὐθεῖαι αἱ AD , DB ἴσαι ἑκατέρω ἑκατέρω συνεστά-
 20 τωσαν πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω σημείῳ τῷ τε Γ καὶ Δ
 ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην
 εἶναι τὴν μὲν CA τῇ DA τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν
 αὐτῇ τὸ A , τὴν δὲ CB τῇ DB τὸ αὐτὸ πέρας ἔχου-
 σαν αὐτῇ τὸ B , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ CD .

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\angle \Gamma$ τῇ $\angle A$, ἴση ἐστὶ καὶ

2. δυσὶ V. 3. καί] bis B (in fine et init. linn.).

Post $\angle B \Gamma$ ras. 3 litt. F. 4. $\angle \Gamma B$] $\angle B \Gamma$, sed B in ras. F.

5. $\angle B \Gamma$] corr. ex $\angle B \Gamma$ V; $\angle B \Gamma$ b. $\angle \Gamma B$] corr. ex $\angle \Gamma B$

V; in ras. B; $\angle \Gamma B$ b. 6. ἐλαττον B. 7. ἄνισος] supra

m. 2, in textu μείζων m. rec. in ras. P. 9. ᾤσιν] PF; ᾤσι

uulgo. αἱ] supra P. 12. δυσὶ V. Post ταῖς ras. 5 litt.

P. 14. οὐ σταθήσονται (scr. συσταθ.) ἑκατέρω ἑκατέρω Pro-

iam cum $\angle B = \angle \Gamma$, et $B\Gamma$ communis sit, duae rectae $\angle B$, $B\Gamma$ duabus $\angle \Gamma$, ΓB aequales sunt altera alteri, et $\angle \angle B\Gamma = \angle \Gamma B$. itaque $\angle \Gamma = \angle B$ et $\triangle \angle B\Gamma = \angle \Gamma B$ [prop. IV], minus maiori; quod absurdum est [κ . $\xi\upsilon\upsilon$. 8]. itaque $\angle B$ rectae $\angle \Gamma$ inaequalis non est; aequalis igitur.

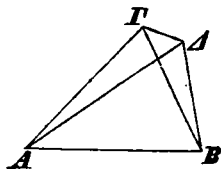
Ergo si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt; quod erat demonstrandum.

VII.

In eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes.

Nam si fieri potest, in eadem recta $\angle B$ duabus iisdem rectis $\angle \Gamma$, ΓB aliae duae rectae $\angle \Delta$, $\angle B$ aequales altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum Γ et Δ ad eandem partem eosdem terminos habentes, ita ut $\Gamma A = \Delta A$, quacum terminum habet communem A , et $\Gamma B = \angle B$, quacum terminum habet communem B , et ducatur $\Gamma \Delta$.

Iam quoniam $\angle \Gamma = \angle \Delta$, etiam $\angle \angle \Gamma \Delta = \angle \Delta \Gamma$



VII. Boetius p. 380, 19.

clus. 19. $\alpha\Gamma$] om. P. $\sigma\upsilon\nu\epsilon\sigma\tau\acute{\alpha}\tau\omega\sigma\alpha\nu$] corr. ex $\sigma\upsilon\nu\epsilon\sigma\tau\omega\sigma\alpha\nu$ B. 21. Post $\mu\acute{\epsilon}\rho\eta$ add. $\tau\acute{\alpha}$ Γ , Δ P m. rec., mg. m. 2 FVp. Post $\xi\chi\omicron\nu\sigma\alpha\iota$ in P m. rec., Vp m. 2 add. $\tau\acute{\alpha}$ A , B ; in FB add. $\tau\alpha\iota\varsigma$ $\xi\acute{\xi}$ $\acute{\alpha}\rho\chi\eta\varsigma$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\iota\varsigma$; in F praeterea m. 2: $\eta\tau\omicron\iota$ $\tau\acute{\alpha}$ A , B (post $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\iota\varsigma$). 22. $\angle \Delta$] $\angle \Delta$ BF. 24. $\Gamma \Delta$] $\angle \Gamma$ BF. 25. $\iota\sigma\eta$] postea add. P. Post $\angle \Gamma$ add. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha$ P m. rec. $\iota\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P.

γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ τῇ ὑπὸ $ΑΔΓ$ · μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΔΓ$ τῆς ὑπὸ $ΔΓΒ$ · πολλῶ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΓΔΒ$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $ΔΓΒ$. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΓΒ$ τῇ $ΔΒ$, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΓΔΒ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΓΒ$. 5 ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῶ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῃ καὶ ἄλλῃ σημείῳ ἐπὶ τὰ 10 αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ 15 καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $ΑΒΓ$, $ΔΕΖ$ τὰς δύο πλευρὰς τὰς $ΑΒ$, $ΑΓ$ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς $ΔΕ$, $ΔΖ$ ἴσας 20 ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν $ΑΒ$ τῇ $ΔΕ$ τὴν δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΔΖ$ · ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν $ΒΓ$ βάσει τῇ $ΕΖ$ ἴσην· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΕΔΖ$ ἐστὶν ἴση.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου ἐπὶ τὸ 25 $ΔΕΖ$ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν $Β$ σημείου ἐπὶ τὸ $Ε$ σημεῖον τῆς δὲ $ΒΓ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΕΖ$ ἐφαρμόσει καὶ τὸ $Γ$ σημεῖον ἐπὶ τὸ $Ζ$ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν $ΒΓ$ τῇ $ΕΖ$ · ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς $ΒΓ$ ἐπὶ τὴν $ΕΖ$

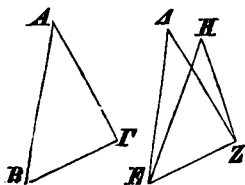
2. τῆς] corr. ex τῇ P. 3. $ΓΒ$] e corr. V; $ΒΓΒΓ$. 4. ἐστὶν P. $ΓΔΒ$] $ΒΔΓ$ p. 5. $ΔΓΒ$] $ΒΓΔ$ p. 13. ταῖς

[prop. V]. quare $\angle A\Delta\Gamma > \angle\Gamma B$ [κ . $\xi\nu\nu$. 8]. itaque multo magis $\angle\Gamma\Delta B > \angle\Gamma B$ [id.]. rursus quoniam $\Gamma B = \Delta B$, erit $\angle\Gamma\Delta B = \angle\Gamma B$ [prop. V]. sed demonstratum est, eundem multo maiorem esse; quod fieri non potest.

Ergo in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et praeterea basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB , $A\Gamma$ duobus lateribus ΔE , ΔZ aequalia habentes alterum alteri,

$AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$,

et praeterea habeant $B\Gamma = EZ$.

dico, etiam esse $\angle B A \Gamma = \angle E \Delta Z$.

nam triangulo $AB\Gamma$ ad triangulum ΔEZ adplicato et puncto B in E puncto posito recta autem $B\Gamma$ in EZ etiam Γ punctum in Z cadet, quia $B\Gamma = EZ$. adplicata iam $B\Gamma$ rectae EZ etiam BA , ΓA cum $E\Delta$,

VIII. Boetius p. 380, 24.

$\delta\nu\sigma\iota$ V. 14. $\xi\chi\eta$ $\delta\epsilon$] om. Proclus. 19. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] om. Pbp.
 $\delta\nu\sigma\iota$ V. 21. $B\Gamma$] $A\Gamma$ F, sed A eras. 25. $\tau\omicron\upsilon$ $\mu\acute{\epsilon}\nu$] $\mu\acute{\epsilon}\nu$
 $\tau\omicron\upsilon$ B. 29. $\delta\eta$] $\delta\epsilon$ Bb. $\acute{\epsilon}\pi\iota$] in ras. m. 1 P.

ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ $BA, ΓA$ ἐπὶ τὰς $EΔ, ΔZ$. εἰ γὰρ
 βάσεις μὲν ἡ $BΓ$ ἐπὶ βάσιν τὴν EZ ἐφαρμόσει, αἱ δὲ
 $BA, AΓ$ πλευραὶ ἐπὶ τὰς $EΔ, ΔZ$ οὐκ ἐφαρμόσουσιν
 ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ EH, HZ , συσταθήσονται
 5 ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι
 δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρα πρὸς ἄλλῃ καὶ ἄλλῃ
 σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι· οὐ
 συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς $BΓ$ βά-
 σεως ἐπὶ τὴν EZ βάσιν οὐκ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ BA ,
 10 $AΓ$ πλευραὶ ἐπὶ τὰς $EΔ, ΔZ$. ἐφαρμόσουσιν ἄρα·
 ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ BAG ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ
 $EΔZ$ ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο
 πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρα καὶ τὴν βάσιν
 15 τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην
 ἔξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα
 20 τεμεῖν.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ BAG .
 δεῖ δὴ αὐτὴν δίχα τεμεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς AB τυχόν σημείον τὸ $Δ$, καὶ
 ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆς $AΓ$ τῇ $ΑΔ$ ἴση ἡ AE , καὶ ἐπε-
 25 ξεύχθω ἡ $ΔE$, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς $ΔE$ τρίγωνον
 ἰσόπλευρον τὸ $ΔEZ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AZ . λέγω, ὅτι
 ἡ ὑπὸ BAG γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς AZ εὐ-
 θείας.

1. ἐφαρμόσουσιν P. $BA, ΓA$] PBbp; $BA, AΓ$ V e
 corr.; utrum praebeat F, discerni nequit. 8. συνίσταται p.
 9. ἐφαρμόσουσιν PF. αἱ] supra m. rec. P. 10. ἐφαρ-

ΔZ congruent. nam si basis $B\Gamma$ cum basi EZ congruet, latera autem BA , $A\Gamma$ cum $E\Delta$, ΔZ non congruent, uerum extra cadent, ut EH , HZ , in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos habentes. sed non constituuntur [prop. VII]. itaque fieri non potest, ut basi $B\Gamma$ ad basim EZ adplicata non congruant etiam latera BA , $A\Gamma$ cum $E\Delta$, ΔZ . congruent igitur. quare etiam angulus $BA\Gamma$ cum angulo $E\Delta Z$ congruet et ei aequalis erit [κ . ἐνν. 7].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt; quod erat demonstrandum.

IX.

Datum angulum rectilineum in duas partes aequales diuidere.

Sit datus angulus rectilineus $BA\Gamma$. oportet igitur eum in duas partes aequales diuidere.

sumatur in AB quoduis punctum Δ , et ab $A\Gamma$ rectae $A\Delta$ aequalis abscindatur AE [prop. III], et ducatur ΔE , et in ΔE construatur triangulus aequilaterus ΔEZ [prop. I], et ducatur AZ . dico, angulum $BA\Gamma$ recta AZ in duas partes aequales diuisum esse.

IX. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 381, 1?.

μόσονσι V. 11. ἐπὶ] supra F. 13. ταῖς] om. Pp. 14. τῇ βάσει τὴν βάσιν P; corr. m. 1. 19. εὐθύγραμμον γωνίαν Proclus. 23. ἐπὶ] γὰρ ἐπὶ P; ἀπὶ V, corr. m. 1. 27. γωνία] om. BF.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΑΕ$, κοινὴ δὲ ἡ $ΑΖ$, δύο δὴ αἱ $ΔΑ$, $ΑΖ$ δυοὶ ταῖς $ΕΑ$, $ΑΖ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρω ἐκατέρω. καὶ βάσις ἡ $ΔΖ$ βάσει τῇ $ΕΖ$ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔΑΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΕΑΖ$
 5 ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς $ΑΖ$ εὐθείας· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

10 Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ $ΑΒ$ · δεῖ δὴ τὴν $ΑΒ$ εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

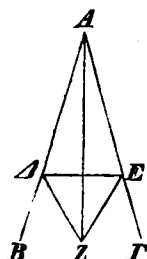
Συνεστιάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσοπλευρον τὸ
 15 $ΑΒΓ$, καὶ τεμήσθω ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ γωνία δίχα τῇ $ΓΔ$ εὐθείᾳ· λέγω, ὅτι ἡ $ΑΒ$ εὐθεῖα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ $Δ$ σημεῖον.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΓΒ$, κοινὴ δὲ ἡ $ΓΔ$, δύο δὴ αἱ $ΑΓ$, $ΓΔ$ δύο ταῖς $ΒΓ$, $ΓΔ$ ἴσαι εἰσὶν
 20 ἑκατέρω ἐκατέρω· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ $ΑΔ$ βάσει τῇ $ΒΔ$ ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ $ΑΒ$ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ $Δ$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

4. ἐστίν] PF (in b v eras.); ἐστὶ uulgo; comp. B. 12. ἡ] om. bp; m. 2 V. 13. εὐθεῖαν πεπερασμένην] P; om. Theon (BFVbp). 15. $ΑΓΒ$] ante Γ ras. 1 litt. F; $ΓΒ$ in ras. V. Ante et post τῇ ras. F, sicut post εὐθεῖα lin. 16. 17. τό] τόν comp. V. 19. δυοὶν V; δύο ταῖς $ΒΓ$, $ΓΔ$ om. b (τῇ γβ γδ m. 2). 21. ἐστίν] ἐστὶ Vp; comp. Bb. $ΒΔ$] in ras. m. 1 P. 24. τέτμηται p. ποιῆσαι] δεῖξαι P, mg. m. 1 γρ. ποιῆσαι.

nam cum $AA = AE$, et AZ communis sit, duae rectae AA , AZ duabus EA , AZ aequales sunt altera alteri; et basis AZ basi EZ aequalis est. itaque $\angle AAZ = EAZ$ [prop. VIII].

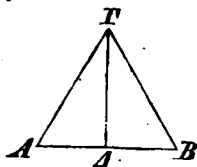


Ergo datus angulus rectilineus $BA\Gamma$ recta AZ in duas partes aequales diuisus est; quod oportebat fieri.

X.

Datam rectam terminatam in duas partes aequales diuidere.

Sit data recta terminata AB . oportet igitur rectam terminatam AB in duas partes aequales diuidere.



construatur in ea triangulus aequilaterus $AB\Gamma$ [prop. I], et angulus $A\Gamma B$ recta ΓA in duas partes aequales diuidatur [prop. IX]. dico, rectam AB in puncto A in duas partes aequales diuisam esse.

nam cum $A\Gamma = \Gamma B$, et ΓA communis sit, duae rectae $A\Gamma$, ΓA duabus $B\Gamma$, ΓA aequales sunt altera alteri; et $\angle A\Gamma A = B\Gamma A$. quare $AA = BA$ [prop. IV].

Ergo data recta terminata AB in puncto A in duas partes aequales diuisa est; quod oportebat fieri.

X. Sext. Emp. p. 719, 26. Simplicius in phys. fol. 114^v. Proclus p. 204, 19. Boetius p. 381, 2?

ια'.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

- 5 Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τὸ Γ . δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ AB εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

- Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς AG τυχὸν σημεῖον τὸ Δ , καὶ
10 κείσθω τῇ $\Gamma\Delta$ ἴση ἡ ΓE , καὶ συνεστήτω ἐπὶ τῆς ΔE τρίγωνον ἰσοπλευρον τὸ $Z\Delta E$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $Z\Gamma$. λέγω, ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦται ἡ $Z\Gamma$.

- 15 Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $\Delta\Gamma$ τῇ ΓE , κοινὴ δὲ ἡ ΓZ , δύο δὴ αἱ $\Delta\Gamma$, ΓZ δυοῖ ταῖς $E\Gamma$, ΓZ ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρα· καὶ βάσις ἡ ΔZ βάσει τῇ ZE ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\Delta\Gamma Z$ γωνία τῇ ὑπὸ $E\Gamma Z$ ἴση ἐστίν· καὶ εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν στα-
20 θεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $\Delta\Gamma Z$, $Z\Gamma E$.

- Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα
25 γραμμὴ ἦται ἡ ΓZ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

10. $\Gamma\Delta$] Δ in ras. est in b; $\Delta\Gamma$ in ras. V. 13. αὐτὴν F et B m. 1 (corr. m. 2). δοθέντος] -έν- in ras. est in V.

14. γραμμὴ] ex γραμμῇ V. $Z\Gamma$] ΓZ p et P corr. ex $Z\Gamma$.

15. ἐπεὶ — ΓZ] mg. m. 2 P. $\Delta\Gamma$] in ras. P. 16. $\Delta\Gamma$, ΓZ] Δ et Z eras. F; $Z\Gamma$, $\Gamma\Delta$ B. 17. ἐστίν] P; ἐστὶ uulgo, ut lin. 18.

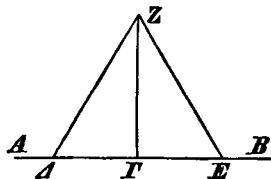
19. ἐξῆς V; corr. m. 2. 23. τῇ] (alt.) ἡ V; corr. m. 2. AB] in ras. P.

XI.

Ad datam rectam a dato puncto in ea sito rectam perpendicularem erigere.

Sit data recta AB , punctum autem datum in ea situm Γ . oportet igitur a Γ puncto rectae AB perpendicularem rectam erigere.

sumatur in $A\Gamma$ quoduis punctum Δ , et ponatur



$\Gamma E = \Gamma \Delta$ [prop. II], et in ΔE triangulus aequilaterus constructur $Z\Delta E$ [prop. I], et ducatur $Z\Gamma$. dico, ad datam rectam

AB a dato puncto in ea sito Γ perpendicularem erectam esse rectam lineam $Z\Gamma$.

nam quoniam $\Delta\Gamma = \Gamma E$ et communis ΓZ , duae rectae $\Delta\Gamma$, ΓZ duabus $E\Gamma$, ΓZ aequales sunt altera alteri; et basis ΔZ basi ZE aequalis est. itaque $\angle \Delta\Gamma Z = E\Gamma Z$ [prop. VIII]; et deinceps sunt positi. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis [def. 10]. itaque $\angle \Gamma Z$, $\angle \Gamma E$ recti sunt.

Ergo ad datam rectam AB a dato puncto in ea sito Γ perpendicularis recta linea ducta est ΓZ ; quod oportebat fieri.

XI. Boetius p. 381, 4.

ιβ'.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθείαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθείαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

5 Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος ἡ AB τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, τὸ Γ . δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθείαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ , ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθείαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

10 Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς AB εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ Δ , καὶ κέντρον μὲν τῷ Γ διαστήματι δὲ τῷ $\Gamma\Delta$ κύκλος γεγράφθω ὁ EZH , καὶ τετμήσθω ἡ EH εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ Θ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $\Gamma H, \Gamma\Theta, \Gamma E$ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖ-
 15 σαν εὐθείαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ , ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ $\Gamma\Theta$.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $H\Theta$ τῇ ΘE , κοινὴ δὲ ἡ $\Theta\Gamma$, δύο δὴ αἱ $H\Theta, \Theta\Gamma$ δύο ταῖς $E\Theta, \Theta\Gamma$ ἴσαι εἶσιν
 20 ἑκατέρα ἑκατέρας· καὶ βάσις ἡ ΓH βάσει τῇ ΓE ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\Gamma\Theta H$ γωνία τῇ ὑπὸ $E\Theta\Gamma$ ἐστὶν ἴση. καὶ εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστὶν, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐ-
 25 θεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθείαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ , ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ $\Gamma\Theta$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

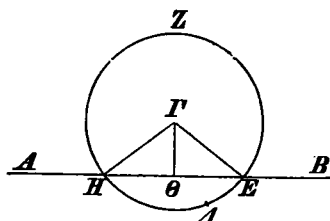
2. Ante ἀπό ras. 2 litt. P. 9. γραμμῇν] mg. m. recenti V. 11. μέν] supra m. 1 P. κέντρον τῷ Γ καὶ διαστήματι BFbp. 13. εὐθεῖα] P; om. Theon (BFVbp). 14. ΓE] e

XII.

Ad datam rectam infinitam a dato puncto extra eam sito perpendicularem rectam lineam ducere.

Sit data recta infinita AB punctum autem datum extra eam situm Γ . oportet igitur ad datam rectam infinitam AB a dato puncto extra eam sito Γ perpendicularem rectam ducere.

sumatur enim in altera parte rectae AB quoduis punctum Δ , et centro Γ radio autem $\Gamma\Delta$ circulus describa-



tur EZH [ατ.3], et recta EH in duas partes aequales secetur [prop. X] in Θ , et ducantur rectae $\Gamma H, \Gamma\Theta, \Gamma E$. dico, ad datam rectam infinitam AB a dato puncto Γ extra eam sito perpendicularem ductam esse $\Gamma\Theta$.

nam cum $H\Theta = \Theta E$, et communis sit $\Theta\Gamma$, duae rectae $H\Theta, \Theta\Gamma$ duabus $E\Theta, \Theta\Gamma$ aequales sunt altera alteri. et basis ΓH basi ΓE aequalis est. itaque $\angle \Gamma\Theta H = E\Theta\Gamma$ [prop. VIII]. et deinceps positi sunt. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis appellatur ad eam, super quam erecta est [def. 10].

Ergo ad datam rectam infinitam AB a dato puncto Γ extra eam sito perpendicularis ducta est $\Gamma\Theta$; quod oportebat fieri.

XII. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 381, 7.

corr. m. 2 P, E dub. in F. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\lambda\alpha\iota$] P; om. Theon (BFV bp). 16. $\kappa\acute{\alpha}\theta\epsilon\tau\omicron\varsigma$] ante τ ras. V, ut lin. 28. 19. $\Theta\Gamma$] $\Gamma\Theta$ BF. $H\Theta, \Theta\Gamma$] $\Theta\Gamma, \Theta H$ e corr. P; $\Gamma\Theta, \Theta H$ B; H et Γ eras. F. $\delta\upsilon\alpha\iota$ BF.

ιγ'.

Ἐὰν εὐθεία ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἥτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

5 Εὐθεία γάρ τις ἡ AB ἐπ' εὐθείαν τὴν $ΓΔ$ σταθεῖσα γωνίας ποιεῖτω τὰς ὑπὸ $ΓΒΑ$, $ΑΒΔ$ · λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ $ΓΒΑ$, $ΑΒΔ$ γωνίαι ἥτοι δύο ὀρθαὶ εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.

Εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΓΒΑ$ τῇ ὑπὸ $ΑΒΔ$,
 10 δύο ὀρθαὶ εἰσιν. εἰ δὲ οὐ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ B σημείου τῇ $ΓΔ$ [εὐθείᾳ] πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΒΕ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ δύο ὀρθαὶ εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ $ΓΒΕ$ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΓΒΑ$, $ΑΒΕ$ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκεῖσθω ἡ ὑπὸ $ΕΒΔ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ τρισὶ ταῖς ὑπὸ $ΓΒΑ$,
 15 $ΑΒΕ$, $ΕΒΔ$ ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ $ΔΒΑ$ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΔΒΕ$, $ΕΒΑ$ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκεῖσθω ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΔΒΑ$, $ΑΒΓ$ τρισὶ ταῖς ὑπὸ $ΔΒΕ$, $ΕΒΑ$, $ΑΒΓ$ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι· τὰ δὲ τῶ
 20 αὐτῶ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ αἱ ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ ἄρα ταῖς ὑπὸ $ΔΒΑ$, $ΑΒΓ$ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ $ΓΒΕ$, $ΕΒΔ$ δύο ὀρθαὶ εἰσιν· καὶ αἱ ὑπὸ $ΔΒΑ$, $ΑΒΓ$ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

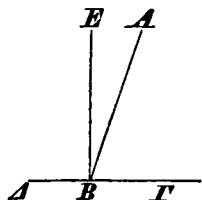
Ἐὰν ἄρα εὐθεία ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ,

2. Ἐάν] P m. 2, Proclus p. 292, 15, Philop. in anal. II; in V ε rubro colore postea additum, ut saepe in hoc codice litterae initiales, α in ras. (sed lin. 24 ὡς ἄν); ὅταν P m. 1, Philop. in phys.; ὡς ἄν Theon (BFbp, Psellus et sine dubio V m. 1), Proclus errore librarii p. 291, 20. 3. δυσὶν] δύο Proclus. 10. οὐ] post ras. 1 litt. V. 11. εὐθείᾳ] P mg. m. 1; om. BFVbp. 12. εἰσίν] P, εἰσι uulgo. 13. ἐστίν] P, ἐστὶ uulgo. 14. τρισί] ex τρισίν m. 2 P. 15. εἰσίν]

XIII.

Si recta super rectam lineam erecta angulos effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet.

nam recta aliqua AB super rectam $\Gamma\Delta$ erecta angulos efficiat ΓBA , $AB\Delta$. dico, angulos ΓBA , $AB\Delta$ aut duos rectos esse aut duobus rectis aequales.



iam si $\Gamma BA = AB\Delta$, duo recti sunt [def. 10]. sin minus, a B puncto ad rectam $\Gamma\Delta$ perpendicularis ducatur BE [prop. XI]. itaque ΓBE , $EB\Delta$ duo recti sunt. et quoniam $\Gamma BE = \Gamma BA + ABE$, communis adiciatur $EB\Delta$. itaque $\Gamma BE + EB\Delta = \Gamma BA + ABE + EB\Delta$ [κ . $\xi\nu\nu$. 2]. rursus quoniam $\Delta BA = \Delta BE + EBA$, communis adiciatur $AB\Gamma$. itaque $\Delta BA + AB\Gamma = \Delta BE + EBA + AB\Gamma$ [id.]. sed demonstratum est, etiam $\Gamma BE + EB\Delta$ iisdem tribus aequales esse. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. quare etiam

$$\Gamma BE + EB\Delta = \Delta BA + AB\Gamma.$$

uerum $\Gamma BE + EB\Delta$ duo recti sunt. itaque etiam $\Delta BA + AB\Gamma$ duobus rectis sunt aequales.

Ergo si recta super rectam lineam erecta angulos

XIII. Simplic. in phys. fol. 14. Philopon. in phys. h IIII, in anal. II p. 65. Psellus p. 36, 40. Boetius p. 381, 9.

$\epsilon\lambda\alpha\iota$ PBV; comp. b. 16. $\iota\sigma\eta$] corr. ex $\iota\sigma\alpha$ V. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] PF, comp. b, $\epsilon\iota\sigma\iota$ uulgo. 17. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\gamma\omega\gamma\iota\alpha\iota$ (in ras.) $\alpha\iota$ V. 20. $\kappa\alpha\iota$] (alt.) post ea add. V; in mg. add. m. 2: $\alpha\iota$ $\delta\upsilon\sigma\iota$. 21. $\epsilon\lambda\alpha\iota\nu$ $\iota\sigma\alpha\iota$ p. 22. $\epsilon\lambda\alpha\iota\nu$] PF; comp. Bb; $\epsilon\lambda\alpha\iota$ uulgo. $\alpha\iota$] om. V. 23. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. BF. 24. $\epsilon\acute{\alpha}\nu$] $\acute{\omega}\varsigma$ $\acute{\alpha}\nu$ PBFVbp.

ἦτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσῃ· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν πρὸς τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ ση-
 5 μείρῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κεί-
 μεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας
 ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐ-
 θεῖαι.

Πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ AB καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
 10 σημείῳ τῷ B δύο εὐθεῖαι αἱ $B\Gamma$, $B\Delta$ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ
 μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ $AB\Gamma$, $AB\Delta$
 δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖτωσαν· λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας
 ἐστὶ τῇ ΓB ἢ $B\Delta$.

Εἰ γὰρ μὴ ἐστὶ τῇ $B\Gamma$ ἐπ' εὐθείας ἡ $B\Delta$, ἔστω
 15 τῇ ΓB ἐπ' εὐθείας ἡ BE .

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ AB ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓBE
 ἐφέστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ $AB\Gamma$, ABE γωνίαι δύο ὀρ-
 θαῖς ἴσαι εἰσὶν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $AB\Gamma$, $AB\Delta$ δύο
 ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓBA , ABE ταῖς ὑπὸ ΓBA ,
 20 $AB\Delta$ ἴσαι εἰσὶν. κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ ὑπὸ ΓBA · λοιπὴ
 ἄρα ἡ ὑπὸ ABE λοιπῇ τῇ ὑπὸ $AB\Delta$ ἐστὶν ἴση, ἡ
 ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα
 ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ BE τῇ ΓB . ὁμοίως δὲ δείξομεν,
 ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς $B\Delta$ ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν
 25 ἡ ΓB τῇ $B\Delta$.

1. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] : ~ BFV; om. bp; δεῖξαι mg. m. 2
 FV. 2. δεῖξαι] ποιῆσαι P, corr. m. 2. 4. εὐθεία γραμμῇ
 F. 5. εὐθεῖαι ἐξῆς Proclus; cfr. p. 295, 17. κείμεναι] om.
 Proclus. 6. δυσὶν] δύο Proclus. 13. ἐστὶν P, ut lin. 14.
 14. $B\Gamma$] corr. ex ΓB V. 15. ΓB] $B\Gamma$ b. 17. αἱ] ἡ e
 corr. B. δυσὶν V. 18. εἰσὶν δέ P. δυσὶν V. 19. (ὀρ-)
 θαῖς — 20. εἰσὶν] postea add. in V in imo folio. 20. εἰσὶν]

effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta.

Nam ad rectam aliquam AB et punctum eius B duae rectae $B\Gamma$, $B\Delta$ non in eadem parte positae angulos deinceps positos $AB\Gamma$, $AB\Delta$ duobus rectis aequales efficiant. dico, ΓB et $B\Delta$ in eadem recta esse.

nam si $B\Gamma$ et $B\Delta$ non sunt in eadem recta, ΓB et BE in eadem recta sint.

iam quoniam recta AB super rectam ΓBE erecta est, $\angle AB\Gamma + ABE$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. uerum etiam $AB\Gamma + AB\Delta$ duobus rectis aequales sunt. itaque $\Gamma B\Delta + ABE = \Gamma B\Delta + AB\Delta$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle \Gamma B\Delta$. itaque $\angle ABE = AB\Delta$ [κ . $\xi\nu\nu$. 3], minor maiori; quod fieri non potest. quare BE et ΓB non sunt in eadem recta. similiter idem de quauis alia recta praeter $B\Delta$ demonstrabimus. itaque ΓB et $B\Delta$ in eadem recta sunt.

XIV. Simplic. ad Arist. de coel. fol. 131 ν . Philop. ad anal. II fol. 4 ν . Boetius p. 381, 11.

PF; $\epsilon\iota\sigma\iota$ uulgo. $\kappa\omicron\iota\nu\eta$ — 21. $\tau\eta$ $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$] in ras. in summa pag. V. 21. $\lambda\omicron\iota\pi\eta$] $\lambda\omicron\iota$ V. 22. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omega\nu$ F. 23. ΓB] $B\Gamma$ P, et V sed corr. 24. $\omicron\upsilon\delta'$ p. 25. $\tau\eta$] sequitur ras. 1 litt. in V, $\tau\eta\varsigma$ comp. b.

Ἐὰν ἄρα πρὸς τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεταὶ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεταί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ιε'.

Ἐὰν δύο εὐθεταὶ τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιούσιν.

Δύο γὰρ εὐθεταὶ αἱ $AB, \Gamma\Delta$ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ E σημεῖον· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν
10 ὑπὸ $AE\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ ΔEB , ἡ δὲ ὑπὸ ΓEB τῇ ὑπὸ $AE\Delta$.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεταὶ ἡ AE ἐπ' εὐθεταὶν τὴν $\Gamma\Delta$ ἐφέστηκε γωνίας ποιούσα τὰς ὑπὸ $\Gamma EA, AE\Delta$, αἱ ἄρα ὑπὸ $\Gamma EA, AE\Delta$ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ εὐθεταὶ ἡ ΔE ἐπ' εὐθεταὶν τὴν AB ἐφέστηκε γωνίας ποιούσα τὰς ὑπὸ $AE\Delta, \Delta EB$, αἱ ἄρα ὑπὸ $AE\Delta, \Delta EB$ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $\Gamma EA, AE\Delta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ $\Gamma EA, AE\Delta$ ταῖς ὑπὸ $AE\Delta, \Delta EB$ ἴσαι
20 εἰσίν. κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ ὑπὸ $AE\Delta$ · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓEA λοιπῇ τῇ ὑπὸ $BE\Delta$ ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ $\Gamma EB, \Delta EA$ ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα δύο εὐθεταὶ τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιούσιν· ὅπερ ἔδει
25 δεῖξαι.

4. αἱ] om. V. 7. ποιούσιν] ποιούσι Proclus, ποιήσουσιν (uel -σι) codd.; cfr. lin. 24. 12. ἐφέστηκεν BF. 13. ΓEA — 18. ὀρθαῖς] in ras. V. 14. εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσὶ vulgo. 15. ἐπ'] ἐπὶ Pb. ἐφέστηκεν PBF. 16. αἱ ἄρα ὑπὸ $AE\Delta, \Delta EB$] mg. m. 1 p. 19. ἄρα] om. F. ταῖς] ἄρα ταῖς F. 20. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσὶ vulgo. ἀφηρησθῶ V. 21.

Ergo si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta; quod erat demonstrandum.

XV.

Si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt.

Nam duae rectae AB , $\Gamma\Delta$ inter se secant in puncto E . dico, esse $\angle AEG = \angle EBD$ et $\angle GEB = \angle EAD$.

nam quoniam recta AE super rectam $\Gamma\Delta$ erecta est angulos efficiens ΓEA , $AE\Delta$, anguli ΓEA , $AE\Delta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. rursus quoniam recta ΔE super rectam AB erecta est angulos efficiens $AE\Delta$, ΔEB , anguli $AE\Delta$, ΔEB duobus rectis aequales sunt [id.] sed demonstratum est, etiam angulos ΓEA , $AE\Delta$ duobus rectis aequales esse. quare $\Gamma EA + AE\Delta = AE\Delta + \Delta EB$ [κ. έvv. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle AE\Delta$. itaque $\Gamma EA = BE\Delta$ [κ. έvv. 3]. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle GEB = \angle EAD$.

Ergo si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt; quod erat demonstrandum.

XV. Boetius p. 381, 15.

ΓEA] litt. EA in ras. V. $BE\Delta$] ΔEB B et in ras. V.
 $\delta\eta$] $\delta\epsilon$ b, et V m. 1 sed corr. 24. ποιῶσιν F.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν ὅτι, ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέτρασιν ὁρθαῖς ἴσας ποιήσουσιν.]

6

ις'.

Παντὸς τριγώνου μιᾷς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἢ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν.

Ἐστω τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$, καὶ προσεκβλήσθω αὐτοῦ μίᾳ πλευρᾷ ἢ $B\Gamma$ ἐπὶ τὸ Δ · λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἢ ὑπὸ $ΑΓΔ$ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ $\Gamma B A$, $B A \Gamma$ γωνιῶν.

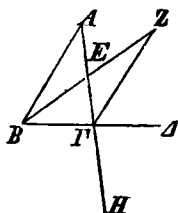
Τετμήσθω ἡ $A\Gamma$ δίχα κατὰ τὸ E , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ BE ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὸ Z , καὶ κείσθω τῇ BE ἴση ἡ EZ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $Z\Gamma$, καὶ διήχθω ἡ $A\Gamma$ ἐπὶ τὸ H .

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν AE τῇ $E\Gamma$, ἡ δὲ BE τῇ EZ , δύο δὴ αἱ AE , EB δυσεῖ ταῖς ΓE , EZ ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἢ ὑπὸ AEB γωνία τῇ ὑπὸ $ZE\Gamma$ ἴση ἐστίν· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ AB βάσει τῇ $Z\Gamma$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ABE τρίγωνον τῷ $ZE\Gamma$ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ BAE τῇ ὑπὸ $E\Gamma Z$. μείζων δὲ ἐστὶν ἡ

1. πόρισμα — 4. ποιουσιν] om. PVb et alter codex Grynaei; in p legitur a m. 2; in B in imo mg. m. 1; habent F, Proclus, Psellus p. 36; in V mg. m. 2 legitur cum altero cod. Grynaei: ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέσσαρας ὁρθαῖς ἴσας ποιήσουσι; idem mg. m. 1 praebent F (τέτρασιν, ποιήσουσιν) et b (τέτρασιν, ποιήσουσιν) et habuit Psellus; Proclus

XVI.

In quouis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est.



Sit triangulus $AB\Gamma$, et producat^r unum latus eius $B\Gamma$ ad Δ punctum. dico esse $\angle A\Gamma\Delta > \Gamma B A$ et $A\Gamma\Delta > B A \Gamma$.

secetur $A\Gamma$ in duas partes aequales in E [prop. X], et ducta BE producat^r in directum ad Z , et ponatur $EZ = BE$, et ducatur $Z\Gamma$, et educatur $A\Gamma$ ad H .

iam quoniam $AE = E\Gamma$ et $BE = EZ$, duae rectae AE , EB duabus ΓE , EZ aequales sunt altera alteri. et $\angle AEB = ZEG$ (nam ad uerticem eius est) [prop. XV]. itaque basis AB basi $Z\Gamma$ aequalis est et $\triangle ABE = ZEG$, et reliqui anguli reliquis aequales sunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. itaque $\angle BAE = E\Gamma Z$. uerum

XVI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 17.

p. 305, 4 de suo adiicit. praeterea in V mg. m. 1 reperitur: πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαυδηποτοῦν εὐθεΐαι τέμνωσιν ἀλλήλας τὰς κατὰ κορυφήν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν. Zambertus nullum omnino porisma habet, Campanus id, quod recepinus. 2. τέμνωσιν p. 3. πρὸς τῇ τομῇ] Bp; τέτταρας Proclus. αἱ πρὸς τῇ τομῇ γωνίαι F. τέττασιν] BFp; τέτταρας Proclus. 4. ἴσας] ἴσαι F. ποιήσουσιν] Bp; ποιῶσιν Proclus; εἰσὶν F. 6. τῶν πλευρῶν] πλευρᾶς Proclus; τῶν πλευρᾶς V, sed corr. προσ- e corr. V. 7. τοῦ τριγώνου γωνία Proclus. 8. ἀπεναντίων B. γωνιῶν] P, Boetius, Campanus; om. Proclus et Theon (BFbp; in V comp. add. m. 2). 12. ἀπεναντίων B. 14. Post BE ras. 2 litt. P. ἐπ' εὐθείας] P; om. Theon (BFVbp). 16. H] K in ras. p. 20. ἐστίν] comp. b; ἐστὶ BF. 21. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστὶ uulgo. 25. μέλλω P, corr. m. 2.

ὑπὸ $ΕΓΔ$ τῆς ὑπὸ $ΕΓΖ$ · μείζων ἄρα ἢ ὑπὸ $ΑΓΔ$
τῆς ὑπὸ $ΒΑΕ$. Ὀμοίως δὴ τῆς $ΒΓ$ τετμημένης δίχα
δειχθήσεται καὶ ἢ ὑπὸ $ΒΓΗ$, τουτέστιν ἢ ὑπὸ $ΑΓΔ$,
μείζων καὶ τῆς ὑπὸ $ΑΒΓ$.

- 5 Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκ-
βληθείσης ἢ ἐκτὸς γωνία ἐκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπ-
εναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρ-
10 θῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἐστω τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$ · λέγω, ὅτι τοῦ $ΑΒΓ$ τρι-
γώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι πάντῃ
μεταλαμβανόμεναι.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ $ΒΓ$ ἐπὶ τὸ $Δ$.

- 15 Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $ΑΒΓ$ ἐκτὸς ἐστὶ γωνία ἢ
ὑπὸ $ΑΓΔ$, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίου τῆς
ὑπὸ $ΑΒΓ$. κοινὴ προσκείσθω ἢ ὑπὸ $ΑΓΒ$ · αἱ ἄρα
ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΑΓΒ$ τῶν ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ μείζονές εἰσιν.
ἀλλ' αἱ ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΑΓΒ$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ
20 ἄρα ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν.
ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ $ΒΑΓ$, $ΑΓΒ$ δύο
ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ $ΓΑΒ$, $ΑΒΓ$.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. $ΑΓΔ$] $ΑΓΔ$ καὶ F. 2. δὴ] BFbp; δέ P et V inser-
tum m. 2. τετμημένης] τμηθείσης B. 6. ἀπεναντίων B.
7. γωνιῶν] P; om. Theon (BFVbp). δεῖξαι] PBp et e corr.
V; :~ F; ποιῆσαι V m. 1, b. 10. εἰσιν P. μεταλαμβα-
νόμεναι] -αι eras. V. 13. ἐλάσσονες BVb. εἰσιν PF.
15. $ΑΒΓ$] $ΒΓ$ euan. F. 16. ἐστίν P. ἀπεναντίων B, sed
corr. m. 1. 19. δυσὶν B. εἰσιν ἴσαι B. 20. ἐλάττονες
F. 21. ὑπό] om. Pp; m. 2 PF. 22. εἰσιν PF, comp. b.

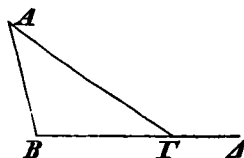
$\angle E\Gamma\Delta > E\Gamma Z$ [κ . $\xi\nu\nu$. 8]. quare $\angle A\Gamma\Delta > BAE$.
 similiter recta $B\Gamma$ in duas partes aequales secta demon-
 strabitur etiam $\angle B\Gamma H > AB\Gamma$, h. e.

$$\angle A\Gamma\Delta > AB\Gamma.$$

Ergo in quouis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est; quod erat demonstrandum.

XVII.

Cuiusuis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt quoquo modo coniuncti.



Sit triangulus $AB\Gamma$. dico,
 angulos duos trianguli $AB\Gamma$
 duobus rectis minores esse quo-
 quo modo coniunctos.

producatur enim $B\Gamma$ ad Δ . et quoniam in trian-
 gulo $AB\Gamma$ extrinsecus positus est angulus $A\Gamma\Delta$, ma-
 ior est angulo interiore et opposito $AB\Gamma$ [prop. XVI].
 communis adiiciatur $A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma\Delta + A\Gamma B > AB\Gamma + B\Gamma A \text{ } [\kappa. \xi\nu\nu. 4].$$

uerum $A\Gamma\Delta + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt
 [prop. XIII]. itaque $AB\Gamma + B\Gamma A$ duobus rectis mi-
 nores sunt. similiter demonstrabimus, etiam $B\Gamma\Delta +$
 $A\Gamma B$ et praeterea $\Gamma A B + AB\Gamma$ duobus rectis mi-
 nores esse.

Ergo cuiusuis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt quoquo modo coniuncti; quod erat demonstrandum.

XVII. Proclus p. 184, 1. Boetius p. 381, 19.

24. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omicron\nu\epsilon\varsigma$ F. $\epsilon\lambda\acute{\omicron}\nu$ PF; comp. b. $\delta\epsilon\iota\acute{\xi}\alpha\iota$] $\pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$ V,
 sed supra scr. $\delta\epsilon\iota\acute{\xi}\alpha\iota$ m. 1.

ιη'.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ $ABΓ$ μείζονα ἔχον τὴν $ΑΓ$ πλευρὰν τῆς AB . λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $BΓA$.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῆς AB , κείσθω τῇ AB ἴση ἡ $AΔ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $BΔ$.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $BΓΔ$ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ $AΔB$, μείζων. ἐστὶ τῆς ἐντός καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ $ΔΓB$. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ $AΔB$ τῇ ὑπὸ $ABΔ$, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ AB τῇ $AΔ$ ἐστὶν ἴση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ABΔ$ τῆς ὑπὸ $ΑΓB$. πολλῶ ἄρα ἡ ὑπὸ $ABΓ$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $ΑΓB$.

Παντὸς ἄρα τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Ἔστω τρίγωνον τὸ $ABΓ$ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ $ABΓ$ γωνίαν τῆς ὑπὸ $BΓA$. λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ $ΑΓ$ πλευρᾶς τῆς AB μείζων ἐστίν.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ AB ἢ ἐλάσσων. ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ $ΑΓ$ τῇ AB . ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ τῇ ὑπὸ $ΑΓB$. οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ AB . οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῆς AB . ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν

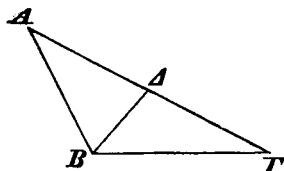
6. ἐστίν P. 8. καὶ — $BΔ$] mg. m. 1 P. 9. $BΓΔ$] PBF; $BΔΓ$ vulgo. 10. $AΔB$] corr. ex $ABΔ$ F. ἐστίν P. 11. $ΔΓB$] Pp; $ΑΓB$ BFb et e corr. V. 12. AB] supra scriptum Δ b m. 1. 13. πολλῶ — 14. $ΑΓB$] mg. m. 1 P. 14. ἐστίν P. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bbp; m. 2 add. V.

XVIII.

In quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$ habens $A\Gamma > AB$. dico, etiam esse $\angle AB\Gamma > B\Gamma A$.

nam quoniam $A\Gamma > AB$, ponatur $A\Delta = AB$ [prop. II], et ducatur $B\Delta$.



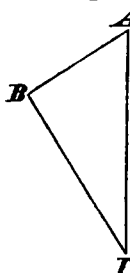
et quoniam in triangulo $B\Gamma\Delta$ extrinsecus positus est $\angle A\Delta B$, erit $\angle A\Delta B > \Delta\Gamma B$, qui interior est et oppositus [prop.

XVI]. sed $\angle A\Delta B = AB\Delta$, quoniam etiam $AB = A\Delta$ [prop. V]. itaque etiam $\angle AB\Delta > A\Gamma B$. quare multo magis $\angle AB\Gamma > A\Gamma B$ [κ . $\xi\nu\nu$. 8].

Ergo in quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit; quod erat demonstrandum.

XIX.

In quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit.



Sit triangulus $AB\Gamma$ habens

$\angle AB\Gamma > B\Gamma A$.

dico, etiam esse $A\Gamma > AB$.

nam si minus, aut $A\Gamma = AB$ aut $A\Gamma < AB$. iam non est $A\Gamma = AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma = A\Gamma B$ [prop. V];

uerum non est. itaque non est $A\Gamma = AB$. neque uero $A\Gamma < AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma < A\Gamma B$

XVIII. Boetius p. 381, 21.

XIX. Boetius p. 381, 23.

21. $B\Gamma A$] corr. ex $\Gamma B A$ b.

η] in ras. 3 litt. m. 1 P.

26. $\xi\sigma\nu\nu$ P.

καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ τῆς ὑπὸ $ΑΓΒ$ · οὐκ ἔστι δέ·
οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῆς AB . ἐδείχθη δέ,
ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστίν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῆς AB .

Παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ
β μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοι-
πῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ $ABΓ$ · λέγω, ὅτι τοῦ $ABΓ$
10 τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι
πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν BA , $ΑΓ$ τῆς $ΒΓ$,
αἱ δὲ AB , $ΒΓ$ τῆς $ΑΓ$, αἱ δὲ $ΒΓ$, $ΓΑ$ τῆς AB .

Διήχθω γὰρ ἡ BA ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, καὶ κείσθω
τῇ $ΓΑ$ ἴση ἡ $\Delta\Delta$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\DeltaΓ$.

15 Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔA τῇ $ΑΓ$, ἴση ἐστὶ καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ $\Delta\DeltaΓ$ τῇ ὑπὸ $ΑΓ\Delta$ · μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΓ\Delta$
τῆς ὑπὸ $\Delta\DeltaΓ$ · καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ $\DeltaΓΒ$ μεί-
ζονα ἔχον τὴν ὑπὸ $ΒΓ\Delta$ γωνίαν τῆς ὑπὸ $Β\DeltaΓ$, ὑπὸ
δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, ἡ
20 ΔB ἄρα τῆς $ΒΓ$ ἐστὶ μείζων. ἴση δὲ ἡ ΔA τῇ $ΑΓ$ ·
μείζονες ἄρα αἱ BA , $ΑΓ$ τῆς $ΒΓ$ · ὁμοίως δὲ δείξο-
μεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν AB , $ΒΓ$ τῆς $ΓΑ$ μείζονές εἰσιν,
αἱ δὲ $ΒΓ$, $ΓΑ$ τῆς AB .

XX. Boetius p. 381, 25.

1. ἔστιν P. 2. τῆς] τῇ b. 3. ἐστίν] PFV; comp.
b; ἐστί vulgo. ἐστίν] comp. b; ἔσται F. 4. ἄρα] mg.
V. 7. ταῖς λοιπαῖς V; corr. m. 1. 8. εἰσὶ] εἰσιν PF;
comp. b. 9. ὅτι] om. F. τοῦ] e corr. V. 10. τρι-
γώνου] -ον e corr. V. ταῖς λοιπαῖς V, sed corr. εἰσὶ]
εἰσιν PF; comp. b. 11. ΒΓ] ΓΒ BF, et V corr. ex ΒΓ.
12. ΑΓ] ΔΓ F. 14. τῇ] corr. ex τῆς V. ΔΓ] ΓΔ F.

[prop. XVIII]. uerum non est. itaque non est $AF < AB$. demonstratum autem est, ne aequalem quidem esse. quare $AF > AB$.

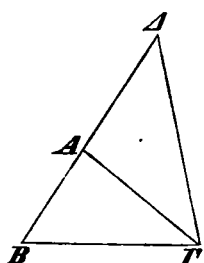
Ergo in quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit; quod erat demonstrandum.

XX.

In quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$. dico, in triangulo $AB\Gamma$ duo latera reliquo maiora esse quoquo modo coniuncta, $BA + A\Gamma > B\Gamma$, $AB + B\Gamma > A\Gamma$, $B\Gamma + \Gamma A > AB$.

educatur enim BA ad Δ punctum, et ponatur



$\Delta A = \Gamma A$, et ducatur $\Delta\Gamma$. iam quoniam $\Delta A = A\Gamma$, erit etiam

$\angle A\Delta\Gamma = \angle A\Gamma\Delta$ [prop. V].

itaque $\angle B\Gamma\Delta > \angle A\Delta\Gamma$ [x. εἰν. 8].

et quoniam triangulus est $\Delta\Gamma B$ maiorem habens angulum $B\Gamma\Delta$ angulo $B\Delta\Gamma$, sub maiore autem angulo

maius latus subtendit, erit $\Delta B > B\Gamma$ [prop. XIX]. uerum $\Delta A = A\Gamma$. itaque

$BA + A\Gamma > B\Gamma$.¹⁾

similiter demonstrabimus, esse etiam

$AB + B\Gamma > \Gamma A$ et $B\Gamma + \Gamma A > AB$.

1) Nam $\Delta B = \Delta A + AB$.

15. ἐστὶ] comp. b; ἐστὶν PF. 16. Post $A\Gamma\Delta$ add. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ γωνία τῆς ὑπὸ $A\Gamma\Delta$ μετῶν ἐστὶ mg. m. 1 V, mg. m. recenti p. 17. $A\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Gamma\Delta$ F. ἐστὶν P. 18. $B\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Delta\Gamma$ V; ΔAB uel $\Delta A\Gamma$ F. seq. ras. magna P. 20. ἐστὶν P. ΔA] $\Delta\Delta$ F. ΔA τῇ $A\Gamma$] ΔB ταῖς AB , $A\Gamma$ e corr. p m. recenti (fuerat ΔA τῇ $A\Gamma$), Campanus, Zambertus. V in mg. habet: ἵση δὲ ἡ ΔB ταῖς AB , $A\Gamma$ μετῶν ἅρα αὐτὰ BA , $A\Gamma$ τῆς $B\Gamma$ ad ἵση lin. 20 relata.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾷ τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ $ABΓ$ ἐπὶ μιᾷ τῶν πλευρῶν τῆς $BΓ$ ἀπὸ τῶν περάτων τῶν B , $Γ$ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ $BΔ$, $ΔΓ$. λέγω, ὅτι αἱ $BΔ$, $ΔΓ$ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τῶν BA , $ΑΓ$ ἐλάσσονες μὲν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ $BΔΓ$ τῆς ὑπὸ $BΑΓ$.

Διήχθω γὰρ ἡ $BΔ$ ἐπὶ τὸ E . καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, τοῦ ABE ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ AB , AE τῆς BE μείζονές εἰσιν· κοινὴ προσκείσθω ἡ $EΓ$. αἱ ἄρα BA , $ΑΓ$ τῶν BE , $EΓ$ μείζονές εἰσιν. πάλιν, ἐπεὶ τοῦ $ΓEΔ$ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ $ΓE$, $EΔ$ τῆς $ΓΔ$ μείζονές εἰσιν, κοινὴ προσκείσθω ἡ $ΔB$. αἱ $ΓE$, EB ἄρα τῶν $ΓΔ$, $ΔB$ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ τῶν BE , $EΓ$ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ BA , $ΑΓ$. πολλῶν ἄρα αἱ BA , $ΑΓ$ τῶν $BΔ$, $ΔΓ$ μείζονές εἰσιν.

XXI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 26.

2. εἰσιν P. 4. πλευρῶν δύο εὐθεῖαι συσταθῶσιν ἐντὸς ἀπὸ τῶν περάτων ἀρξάμεναι αἱ Proclus. 6. δύο] om. Proclus. 7. ἐλάττους F, Proclus. 8. περιέξουσι Proclus, Vbp. 11. $ΔΓ$ πλευραὶ τῶν P. 13. εἰσι Vbp. περιέχουσιν PF.

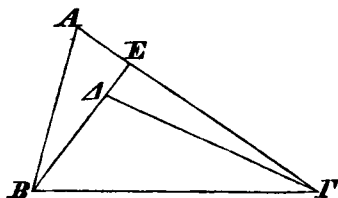
Ergo in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent.

In triangulo enim $AB\Gamma$ in uno latere $B\Gamma$ a terminis B, Γ duae rectae intus coniungantur $B\Delta, \Delta\Gamma$. dico, esse $B\Delta + \Delta\Gamma < BA + A\Gamma$ et $\angle B\Delta\Gamma > B\Lambda\Gamma$.

educatur enim $B\Delta$ ad E . et quoniam in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt [prop. XX],



in triangulo ABE erunt

$AB + AE > BE$. com-

munis adiiciatur $E\Gamma$. itaque

$BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$

[*κ. ἐνν. 4*]. rursus quoniam

in $\Gamma E\Delta$ triangulo

$\Gamma E + E\Delta > \Gamma\Delta$,

communis adiiciatur ΔB . itaque

$\Gamma E + EB > \Gamma\Delta + \Delta B$.

sed demonstratum est $BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$. itaque multo magis $BA + A\Gamma > B\Delta + \Delta\Gamma$.

14. $B\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta B$ F. 15. E] enan. F. 16. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PF; comp. b; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. 17. Post *πλευραὶ* in P del. *τῆς λοιπῆς μετ.* 18. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PF; comp. b; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. *προς-* supra m. 2 b. 19. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] FP, comp. b; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. 20. $\Gamma E\Delta$] Δ add. m. 2 F. 21. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PFV; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. ΔB] $B\Delta$ b. 22. *ἄρα* $\Gamma E, EB$ F. 23. BA] corr. in AB V. 24. $\Delta\Gamma$] $A\Gamma$ F. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$] PF; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo.

Πάλιν, ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν, τοῦ $\Gamma\Delta E$ ἄρα τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $\Gamma E\Delta$. διὰ ταῦτα τοίνυν καὶ τοῦ ABE τρι-
 5 γώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $\Gamma E B$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $B\Delta\Gamma$. ἀλλὰ τῆς ὑπὸ $\Gamma E B$ μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$. πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $B\Delta\Gamma$.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἐπὶ μιᾷ τῶν πλευρῶν ἀπὸ
 10 τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθείσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττωες μὲν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἷ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς
 δοθείσαις [εὐθείαις], τρίγωνον συστήσασθαι·
 δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάν-
 τη μεταλαμβανομένας [διὰ τὸ καὶ παντὸς τρι-
 γώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας
 20 εἶναι πάντη μεταλαμβανομένας].

Ἔστωσαν αἱ δοθείσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ A, B, Γ ,
 ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν πάντη μετα-
 λαμβανόμεναι, αἱ μὲν A, B τῆς Γ , αἱ δὲ A, Γ τῆς B ,
 καὶ ἔτι αἱ B, Γ τῆς A . δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς A ,
 25 B, Γ τρίγωνον συστήσασθαι.

Ἐκκεισθῶ τις εὐθεῖα ἡ ΔE πεπερασμένη μὲν κατὰ

XXII. Proclus p. 102, 16. Eutocius in Apollonium p. 10. Boetius p. 382, 1 (male). partem demonstrationis habet Proclus p. 330 sq.

2. ἐντὸς] ἐν- in ras. b. ἐστίν] PF; ἐστὶ uulgo. $\Gamma\Delta E$] e corr. F m. 2; mutat. in $\Gamma E\Delta$ V. ἄρα] supra F. 3.

rursus quoniam in quouis triangulo angulus extrinsecus positus maior est angulo interiore et opposito [prop. XVI], in triangulo $\Gamma\Delta E$ erit $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma E\Delta$. eadem de causa igitur etiam in triangulo ABE erit $\angle FEB > B\Delta\Gamma$. uerum demonstratum est $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma EB$. multo igitur magis $B\Delta\Gamma > B\Delta E$.

Ergo si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent; quod erat demonstrandum.

XXII.

Ex tribus rectis, quae tribus datis aequales sunt, triangulum construere (oportet autem duas reliqua maiores esse quoquo modo coniunctas [prop. XX]).

Sint tres datae rectae A, B, Γ , quarum duae reliqua maiores sint quoquo modo coniunctae, $A + B > \Gamma$, $A + \Gamma > B$, $B + \Gamma > A$. oportet igitur ex rectis aequalibus rectis A, B, Γ triangulum construere.

sumatur¹⁾ recta ΔE terminata in Δ , uersus E au-

1) Proclum non ipsa uerba Euclidis citare, adparet. cfr. idem p. 102, 19. Augustum perperam post $K\Delta\Theta$ p. 54, 5. suppleuisse: καὶ τεμνέτωσαν ἀλλήλους οἱ κύκλοι κατὰ τὸ K , demonstrari „Studien“ p. 185.

$B\Delta\Gamma$] Δ in ras. F. ἐστὶν PV. 4. $\Gamma E\Delta$] eras. F. ταύτά] τὰ αὐτά F; ταῦτα Vbp. 5. ἐστὶν P, ut lin. 7. 6. ἀλλὰ καὶ τῆς F. 7. $B\Delta\Gamma$] (alt.) $B\Delta$ in ras. sunt V. 12. εἶσιν] P; εἶσι uulgo. 15. αὖ εἶσιν τρισὶ ταῖς δοθεῖσαις εὐθείαις ἴσαι Proclus p. 329; sed p. 102: αὖ εἶσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθεῖσαις εὐθείαις. 16. εὐθείαις] om. b; m. rec. P; supra p; mg. m. 2 V; om. Eutocius. 17. δέ] Proclus, Eutocius; δὴ codd. τὰς] corr. ex ταῖς F. δύο] β b. 18. διὰ τὸ — 20. μεταλαμβανομένης] omnes codd., Boetius; om. Proclus, Campanus; contra Eutocius ea habuisse uidetur. 21. τρεῖς] om. p.

τὸ Δ ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ E , καὶ κείσθω τῇ μὲν A
 ἴση ἢ ΔZ , τῇ δὲ B ἴση ἢ ZH , τῇ δὲ Γ ἴση ἢ $H\Theta$.
 καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Z , διαστήματι δὲ τῷ $Z\Delta$ κύκλος
 γεγράφθω ὁ $\Delta K\Lambda$. πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ H , διαστή-
 5 ματι δὲ τῷ $H\Theta$ κύκλος γεγράφθω ὁ $K\Lambda\Theta$, καὶ ἐπε-
 ξεύχθωσαν αἱ KZ , KH . λέγω, ὅτι ἐκ τριῶν εὐθειῶν
 τῶν ἴσων ταῖς A , B , Γ τρίγωνον συνέσταται τὸ KZH .

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Delta K\Lambda$
 κύκλου, ἴση ἐστὶν ἢ $Z\Delta$ τῇ ZK . ἀλλὰ ἢ $Z\Delta$ τῇ A
 10 ἐστὶν ἴση. καὶ ἢ KZ ἄρα τῇ A ἐστὶν ἴση. πάλιν,
 ἐπεὶ τὸ H σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Delta K\Theta$ κύκλου,
 ἴση ἐστὶν ἢ $H\Theta$ τῇ HK . ἀλλὰ ἢ $H\Theta$ τῇ Γ ἐστὶν ἴση.
 καὶ ἢ KH ἄρα τῇ Γ ἐστὶν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἢ ZH
 τῇ B ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ KZ , ZH , HK τριῶν
 15 ταῖς A , B , Γ ἴσαι εἰσίν.

Ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν KZ , ZH , HK , αἱ εἰ-
 σιν ἴσαι τριῶν ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ταῖς A , B , Γ ,
 τρίγωνον συνέσταται τὸ KZH . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

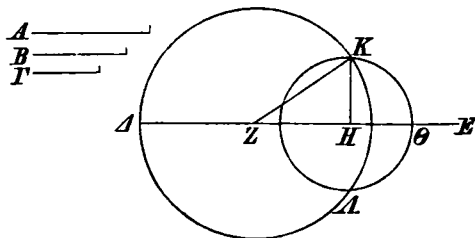
κγ'.

20 Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
 σημείῳ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην
 γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

XXIII. Boetius p. 382, 5.

1. τῇ] postea insertum m. 1 V. 2. ἢ] (tert.) m. rec. P.
 3. μέν] om. b, Proclus. 4. καὶ πάλιν V, Proclus. μέν]
 om. V, Proclus. διαστήματι δέ] καὶ διαστήματι P. 7. συν-
 ἔστηκε V; συνίσταται p. τό] corr. ex τῷ b. 8. γάρ] οὖν
 P. ἐστίν P. 9. $Z\Delta$] ΔZ F. ἀλλ' F. $Z\Delta$] ΔZ V
 (ante Δ ras., Z mg. m. 2). 10. καὶ ἢ KZ ἄρα τῇ A ἐστὶν
 ἴση] mg. m. 2 V. 11. ἐστίν Bb. $\Delta K\Theta$] $K\Lambda\Theta$ P, et in
 ras. V. 12. ἀλλ' F. 13. KH] corr. ex $K\Theta$ m. 2 P. 14.
 HK BF. ἐστὶν ἴση] mg. m. 2 V. ἐστὶν δέ P. 16. τῶν]

tem infinita, et ponatur $\Delta Z = A$, $ZH = B$, $H\Theta = \Gamma$. et centro Z radio autem $Z\Delta$ circulus describatur $\Delta K\Lambda$. rursus centro H radio autem $H\Theta$ circulus describatur $K\Lambda\Theta$, et ducantur KZ , KH . dico, ex tribus rectis aequalibus rectis A, B, Γ triangulum constructum esse KZH .



nam quoniam Z punctum centrum est circuli $\Delta K\Lambda$, erit $Z\Delta = ZK$; uerum $Z\Delta = A$; quare etiam $KZ = A$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1].¹⁾ rursus quoniam H punctum centrum est circuli $\Lambda K\Theta$, erit $H\Theta = HK$; uerum $H\Theta = \Gamma$; quare etiam $KH = \Gamma$. et praeterea $ZH = B$. itaque tres rectae KZ , ZH , HK tribus A, B, Γ aequales sunt.

Ergo ex tribus rectis KZ , ZH , HK , quae tribus datis rectis A, B, Γ aequales sunt, triangulus constructus est KZH ; quod oportebat fieri.

XXIII.

Ad datam rectam et punctum in ea datum angulum rectilineum dato angulo rectilineo aequalem construere.

1) Cfr. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8. Studien p. 195.

τοῦ F . 17. $\tau\rho\iota\sigma\acute{\iota}$] om. F . Γ] om. V . 18. $\sigmaυν\acute{\iota}\sigma\tau\alpha\tau\alpha\iota$ p. 21. $\epsilon\acute{\upsilon}\theta\upsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\mu\mu\omega\varsigma$ $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$ Proclus.

"Εστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεία ἡ AB , τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον τὸ A , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ $\angle ΓΕ$. δεῖ δὲ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ $\angle ΓΕ$ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν $ΓΔ$, $ΓΕ$ τυχόντα σημεία τὰ $Δ$, $Ε$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΔΕ$. καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἷ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς $ΓΔ$, $ΔΕ$, $ΓΕ$, τρι-
 10 γωνον συνεστήσεται τὸ $ΑΖΗ$, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν $ΓΔ$ τῇ $ΑΖ$, τὴν δὲ $ΓΕ$ τῇ $ΑΗ$, καὶ ἔτι τὴν $ΔΕ$ τῇ $ΖΗ$.

Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ $ΔΓ$, $ΓΕ$ δύο ταῖς $ΖΑ$, $ΑΗ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσεις ἡ $ΔΕ$ βάσει τῇ
 15 $ΖΗ$ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\angle ΓΕ$ γωνία τῇ ὑπὸ $\angle ΖΑΗ$ ἔστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ AB καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ $\angle ΓΕ$ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συνεστήσεται ἡ ὑπὸ
 20 $\angle ΖΑΗ$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κδ'.

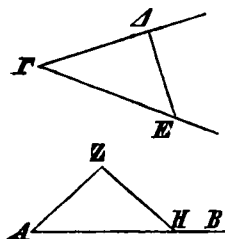
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν
 25 ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔξει.

"Εστω δύο τρίγωνα τὰ $ΑΒΓ$, $ΔΕΖ$ τὰς δύο πλευ-

XXIV. Boetius p. 382, 9.

7. ἑκατέρα P. $\Delta Γ P$. $\Gamma E]$ eras. F. 9. Post ἴσαι

Sit data recta AB et punctum in ea datum A et datus angulus rectilineus $\angle \Gamma E$. oportet igitur ad datam rectam AB et punctum in ea datum A angulum rectilineum dato angulo rectilineo $\angle \Gamma E$ aequalem construere.



sumantur in utraque $\Gamma\Delta$, ΓE quaelibet puncta Δ , E et ducatur ΔE . et ex tribus rectis, quae aequales sunt tribus rectis $\Gamma\Delta$, ΔE , ΓE , triangulus construatur AZH , ita ut sit $\Gamma\Delta = AZ$, $\Gamma E = AH$ $\Delta E = ZH$ [prop. XXII].

iam quoniam duae rectae $\Delta\Gamma$, ΓE duabus ZA , AH aequales sunt altera alteri, et basis ΔE basi ZH aequalis, erit $\angle \Delta \Gamma E = \angle ZAH$ [prop. VIII].

Ergo ad datam rectam AB et punctum in ea datum A dato angulo rectilineo $\angle \Gamma E$ aequalis constructus est angulus rectilineus $\angle ZAH$; quod oportebat fieri.

XXIV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB ,

add. V m. 2: ταῖς δοθεῖσαις εὐθεταῖς. τρισὶν P. ΓE
 mutat. in $E\Gamma$ V. 13. δύο] (alt.) δυοί FB. ZA] AZ F.
 14. ἑκατέρω] supra m. 1 F. 15. ἄρα] m. 2 P. 19. συν-
 ἰστανται p. 22. τὰς] om. Proclus. ταῖς] om. Proclus.
 δύο] (alt.) P, Proclus; δυοί uulgo. 23. ἐξηγ. δὲ τὴν γωνίαν
 τῆς γωνίας μείζονα τὴν Proclus.

ρὰς τὰς AB , $ΑΓ$ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς $ΔΕ$, $ΔΖ$ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν μὲν AB τῇ $ΔΕ$ τὴν δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΔΖ$, ἥ δὲ πρὸς τῷ A γωνία τῆς πρὸς τῷ $Δ$ γωνίας μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ $ΒΓ$
 5 βάσειως τῆς EZ μείζων ἔστιν.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῆς ὑπὸ $ΕΔΖ$ γωνίας, συνεσιτάτω πρὸς τῇ $ΔΕ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $Δ$ τῇ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία ἴση ἡ ὑπὸ $ΕΔΗ$, καὶ κείσθω ὅποτέρᾳ τῶν $ΑΓ$, $ΔΖ$ ἴση ἡ
 10 $ΔΗ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΕΗ$, $ΖΗ$.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἡ μὲν AB τῇ $ΔΕ$, ἡ δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΔΗ$, δύο δὴ αἱ $ΒΑ$, $ΑΓ$ δυσὶ ταῖς $ΕΔ$, $ΔΗ$ ἴσαι εἶσιν ἑκατέρα ἑκατέρα· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΕΔΗ$ ἴση· βάσις ἄρα ἡ $ΒΓ$ βάσει τῇ $ΕΗ$
 15 ἔστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ $ΔΖ$ τῇ $ΔΗ$, ἴση ἔστι καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΗΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΖΗ$ μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔΖΗ$ τῆς ὑπὸ $ΕΗΖ$ · πολλῶ ἄρα μείζων ἔστιν ἡ ὑπὸ $ΕΖΗ$ τῆς ὑπὸ $ΕΗΖ$. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ $ΕΖΗ$ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ $ΕΖΗ$ γωνίαν τῆς ὑπὸ $ΕΗΖ$, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ
 20 μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, μείζων ἄρα καὶ πλευρὰ ἡ $ΕΗ$ τῆς EZ . ἴση δὲ ἡ $ΕΗ$ τῇ $ΒΓ$ · μείζων ἄρα καὶ ἡ $ΒΓ$ τῆς EZ .

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρας δυσὶ
 25 πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσειως μείζονα ἔξει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. δυσὶ BFV. 3. ἡ δὲ πρὸς τῷ A γωνία τῆς πρὸς τῷ $Δ$ γωνίας] P; γωνία δὲ ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνίας τῆς ὑπὸ $ΕΔΖ$ Theon (BFVbp). 4. ἔστω] -ω in ras. V. 6. ἐπεὶ] εἰ μὴ B. μείζων] P; μείζων ἔστιν Theon (BFVbp). ὑπὸ $ΒΑΓ$

AF duobus lateribus AE , AZ aequalia habentes alterum alteri, $AB = AE$ et $AF = AZ$, et angulus ad A positus maior sit angulo ad A posito. dico, esse etiam $BF > EZ$.

nam quoniam $\angle BAF > EAZ$, ad rectam AE et punctum in ea positum A angulo BAF aequalis angulus EAH construatur [prop. XXIII], et ponatur $AH = AF = AZ$, et ducantur EH , ZH .

iam quoniam $AB = AE$ et $AF = AH$, duae rectae BA , AF duabus EA , AH aequales sunt altera alteri; et $\angle BAF = EAH$. itaque $BF = EH$ [prop. IV]. rursus quoniam $AZ = AH$, erit etiam $\angle AHZ = AZH$. itaque $\angle AZH > EHZ$ [x. *ἐνν.* 8]. multo igitur magis $\angle EZH > EHZ$ [id.].

et quoniam EZH triangulus est angulum EZH maiorem habens angulo EHZ , et sub maiore angulo maius latus subtendit [prop. XIX], erit etiam $EH > EZ$. uerum $EH = BF$. quare $BF > EZ$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

γωνία τῆς ὑπὸ EAZ γωνίας] BF βάσις τῆς EZ βάσεως B. 8. αὐτῇ] -ῇ in ras. V; αὐτῷ P. 10. EH] PF; HE BVpb. 14. ἴση ἐστὶ V. 15. AZ] P; AH BFVbp. AH] P; AZ BVbp et F corr. ex AZ m. 2. 16. ἐστὶν P, ut lin. 19. καὶ] καὶ γωνία Vp. AHZ] $AZHP$. AZH] AHZ P. 19. τὸ EZH] eras. F. γωνίαν] mg. m. 1 b. 20. EHZ] euan. F. 21. καὶ] om. F. πλευρά] eras. F. 22. ἡ EH τῇ] mutat. in τῇ EH ἡ V, id quod B habet. 24. ταῖς δυοῖ Vp. 28. δεῖξαι] ποιῆσαι bp et V m. 1 (corr. m. recens).

κε'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν
 5 τῆς γωνίας μείζονα ἔξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐ-
 θειῶν περιεχομένην.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔEZ$ τὰς δύο πλευ-
 ρὰς τὰς AB , $ΑΓ$ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς $ΔE$, $ΔZ$
 ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν μὲν AB τῇ $ΔE$,
 10 τὴν δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΔZ$. βάσις δὲ ἡ $ΒΓ$ βάσεως τῆς EZ
 μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνίας
 τῆς ὑπὸ $EΔZ$ μείζων ἔστί·

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴση ἔστί· αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση
 μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ ὑπὸ $EΔZ$. ἴση
 15 γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ $ΒΓ$ βάσει τῇ EZ . οὐκ ἔστι
 δέ. οὐκ ἄρα ἴση ἔστι γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ ὑπὸ $EΔZ$.
 οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἔστί· ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῆς ὑπὸ
 $EΔZ$. ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ $ΒΓ$ βάσεως
 τῆς EZ . οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἔστί· ἡ ὑπὸ
 20 $ΒΑΓ$ γωνία τῆς ὑπὸ $EΔZ$. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ
 ἴση· μείζων ἄρα ἔστί· ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῆς ὑπὸ $EΔZ$.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευ-
 ραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκάτερα, τὴν δὲ βάσιν τῆς βά-
 σεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα
 25 ἔξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

XXV. Boetius p. 382, 13.

2. τὰς] om. Proclus. δυσὶ] δύο Proclus; ταῖς δυσὶ V.

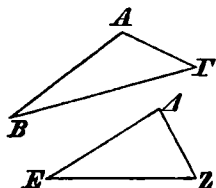
3. τὴν δὲ βάσιν] καὶ τὴν βάσιν Proclus; τὴν βάσιν δέ V.

4. ἔχῃ] om. P. 8. ταῖς δυσὶ πλευραῖς] om. p. δυσὶ Bp.

9. ἑκατέρα ἑκατέραν p. 12. τῆς ὑπὸ] mg. m. 1 b. 14.

XXV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $E\Delta Z$
 duo latera AB , $A\Gamma$ duobus lateribus $E\Delta$, $E\Delta Z$ aequalia habentes
 alterum alteri, $AB = E\Delta$ et
 $A\Gamma = EZ$,

basis autem $B\Gamma$ maior sit basi EZ . dico, etiam esse $\angle B A \Gamma > E \Delta Z$.

nam si minus, aut aequalis ei aut minor est. iam non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. tum enim esset $B\Gamma = EZ$ [prop. IV]. sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. neque uero est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. tum enim esset

$B\Gamma < EZ$ [prop. XXIV].

sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. et demonstratum est, ne aequalem quidem eum esse. quare $\angle B A \Gamma > E \Delta Z$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

οὐκ] om. F. $B A \Gamma$ γωνία Vp. 15. ἡ βᾶσις Pp. ἔστιν P. 16. ἴση ἐστὶ] ἴση ἐστίν PV; ἐστίν ἴση p. ἡ ὑπὸ $B A \Gamma$ γωνία V. 17. οὐδὲ] οὐ V. ἐλάσσων] ἐλάττων PBVbp. 19. ἔστιν P. ἔστι δὲ οὐκ ἄρα] ἔστιν οὐκ F. 20. γωνία] om. BFbp. οὐδ' Vbp. 21. $B A \Gamma$ γωνία V. 22. δυοί] ταῖς δυοί FV, ταῖς δύο P. 25. τὴν — περιεχομένην] mg. m. 1 P. τὴν] τῇ sequente ras. 1 litt. F.

κς'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἥτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις
 5 γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει [ἑκατέραν ἑκατέρα] καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔEZ$ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ $ABΓ$, $BΓA$ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΔEZ$, $EZΔ$
 10 ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν μὲν ὑπὸ $ABΓ$ τῇ ὑπὸ $ΔEZ$, τὴν δὲ ὑπὸ $BΓA$ τῇ ὑπὸ $EZΔ$. ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν $BΓ$ τῇ EZ . λέγω, ὅτι καὶ τὰς
 15 λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν μὲν AB τῇ $ΔE$ τὴν δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΔZ$, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, τὴν ὑπὸ $BAΓ$ τῇ ὑπὸ $EΔZ$.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ AB τῇ $ΔE$, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ AB , καὶ κείσθω τῇ $ΔE$ ἴση ἡ BH , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $HΓ$.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν BH τῇ $ΔE$, ἡ δὲ $BΓ$ τῇ EZ , δύο δὴ αἱ BH , $BΓ$ δυσὶ ταῖς $ΔE$, EZ ἴσαι εἶναι ἑκατέρα ἑκατέρα· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $HBΓ$ γωνία
 25 τῇ ὑπὸ $ΔEZ$ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ $HΓ$ βάσει τῇ $ΔZ$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $HBΓ$ τρίγωνον τῷ $ΔEZ$ τρι-

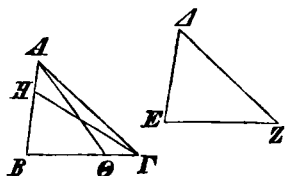
XXVI. Olympiod. in meteorol. II p. 110. Boetius p. 382, 17.

2. τὰς] om. Proclus. δυσὶ] δύο Proclus; ταῖς δυσὶ V, Olympiodorus. 3. καί] ἔχῃ δὲ καὶ Proclus. 7. ἑκατέραν ἑκατέρα] om. Proclus; cfr. p. 66, 15. 8. γωνία ἴσην ἔξει F,

XXVI.

Si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duos angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ duobus ΔEZ , $EZ\Delta$ aequales habentes alterum alteri, $\angle AB\Gamma = \angle EZ\Delta$ et $\angle B\Gamma A = \angle EZ\Delta$, et habeant



etiam unum latus uni lateri aequale, prius quod ad angulos aequales positum est, $B\Gamma = EZ$. dico, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia eos habituros esse

alterum alteri, $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$, et reliquum angulum reliquo angulo, $\angle B\Gamma A = \angle EZ\Delta$.

nam si AB lateri ΔE inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius AB , et ponatur $BH = \Delta E$, et ducatur $H\Gamma$.

iam quoniam $BH = \Delta E$ et $B\Gamma = EZ$, duae rectae BH , $B\Gamma$ duobus ΔE , EZ aequales sunt altera alteri; et $\angle HB\Gamma = \angle EZ\Delta$. itaque $H\Gamma = \Delta Z$ et $\triangle HB\Gamma = \triangle EZ\Delta$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

Proclus, Boetius (non Olympiodorus). 9. ἔστωσαν V. 11. τῇ] corr. ex τὴν m. rec. P, ut lin. 12. 12. ὑπό] (alt.) m. 2 b. 13. πλεωρᾶ] supra m. 1 p. 15. ταῖς λοιπαῖς πλεωραῖς τὰς λοιπὰς πλεωρᾶς F. 20. ἐστίν] ἐσται V. 21. BH] PB; HB FVbp. Post ἐπεξεύχθω ras. 4 litt. p. 25. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστὶ uulgo. 26. ἐστίν] PF; ἐστὶ uulgo. HBΓ] PB; HΓB FVbp.

γώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς
 γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὅφ' ἄς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑπο-
 τείνουνσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ HGB γωνία τῇ ὑπὸ $\angle ZE$.
 ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $\angle ZE$ τῇ ὑπὸ BGA ὑπόκειται ἴση· καὶ
 5 ἡ ὑπὸ BGH ἄρα τῇ ὑπὸ BGA ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων
 τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ
 AB τῇ $\angle E$. ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ $B\Gamma$ τῇ EZ ἴση·
 δύο δὲ αἱ AB , $B\Gamma$ δυσὶ ταῖς $\angle E$, EZ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρα ἑκατέρῃ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ
 10 $\angle EZ$ ἐστίν ἴση· βάσις ἄρα ἡ AG βάσει τῇ $\angle Z$ ἴση
 ἐστίν, καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ BAG τῇ λοιπῇ γωνίᾳ
 τῇ ὑπὸ $E\angle Z$ ἴση ἐστίν.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας
 πλευραὶ ὑποτείνουσαι ἴσαι, ὡς ἡ AB τῇ $\angle E$ · λέγω
 15 πάλιν, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς
 ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν AG τῇ $\angle Z$, ἡ δὲ $B\Gamma$ τῇ EZ
 καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ BAG τῇ λοιπῇ γωνίᾳ
 τῇ ὑπὸ $E\angle Z$ ἴση ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ $B\Gamma$ τῇ EZ , μία αὐτῶν
 20 μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων, εἰ δυνατόν, ἡ $B\Gamma$, καὶ
 κείσθω τῇ EZ ἴση ἡ $B\Theta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $A\Theta$. καὶ
 ἐπεὶ ἴση ἐστίν ἡ μὲν $B\Theta$ τῇ EZ ἡ δὲ AB τῇ $\angle E$,
 δύο δὲ αἱ AB , $B\Theta$ δυσὶ ταῖς $\angle E$, EZ ἴσαι εἰσὶν
 ἑκατέρα ἑκατέρῃ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις
 25 ἄρα ἡ $A\Theta$ βάσει τῇ $\angle Z$ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $AB\Theta$ τρι-
 γωνον τῷ $\angle EZ$ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ
 γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὅφ' ἄς αἱ
 ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουνσιν· ἴση ἄρα ἐστίν ἡ ὑπὸ $B\Theta A$
 γωνία τῇ ὑπὸ $E\angle Z$. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $E\angle Z$ τῇ ὑπὸ BGA

1. ἐστίν] PF; comp. bp; ἐστὶ B; ἔσται V. 2. ἔσονται
 ἑκατέρῃ ἑκατέρῃ V. 4. ἡ] supra V. $\angle ZE$] $\angle EZ$ F;

sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. quare $\angle HGB = \angle ZE$. uerum $\angle \angle ZE = BGA$, ut supposuimus. ergo etiam $\angle BGH = BGA$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1], minor maiori [κ . $\xi\nu\nu$. 8]; quod fieri non potest. itaque AB lateri AE inaequale non est. aequale igitur. uerum etiam $BG = EZ$. duae rectae igitur AB , BG duabus AE , EZ aequales sunt altera alteri; et $\angle ABG = \angle EZ$. quare $AG = AZ$ et $\angle BAG = EAZ$ [prop. IV].

Iam rursus latera sub aequalibus angulis subtendentia¹⁾ aequalia sint, uelut $AB = AE$. dico rursus, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia fore, $AG = AZ$ et $BG = EZ$, et praeterea reliquum angulum BAG reliquo angulo EAZ aequalem esse.

nam si BG lateri EZ inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius, si fieri potest, BG , et ponatur $B\Theta = EZ$, et ducatur $A\Theta$. et quoniam $B\Theta = EZ$ et $AB = AE$, duae rectae AB , $B\Theta$ duabus AE , EZ aequales sunt altera alteri. et aequales angulos comprehendunt. itaque $A\Theta = AZ$ et $\angle AB\Theta = \angle EZ$, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera subtendunt. quare $\angle B\Theta A = EZ$. uerum $\angle EZ = BGA$.

1) $A\iota$ et $\tau\acute{\alpha}\varsigma$ lin. 13 abesse debebant.

corr. m. 2. BGA] corr. ex BGA m. 1 b. 5. BGA] corr. ex AGB F. 7. $\acute{\alpha}\rho\alpha$. $\xi\sigma\tau\iota$] $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\xi\sigma\tau\iota\nu$. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. 8. $\delta\nu\sigma\iota$ B. 10. $\angle EZ$] corr. ex $\angle Z$ m. 2 b. 11. $\xi\sigma\tau\iota\nu$] PF; $\xi\sigma\tau\iota$ uulgo. η $\lambda\omicron\iota\pi\eta$ F et V m. 2. BAG] GAB F. $\tau\eta$ $\lambda\omicron\iota\pi\eta$] $\lambda\omicron\iota\pi\eta$ V; corr. m. 2. 13. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$ $\delta\eta$] bis b, semel punctis del. m. recens. 17. $\kappa\alpha\iota$] e corr. V. $\tau\eta$] om. b; postea insertum V. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. b. 20. $\epsilon\iota$ $\delta\nu\nu\alpha\tau\acute{o}\nu$ $\mu\epsilon\lambda\lambda\acute{o}\nu$ Theon? (BFV bp). $\epsilon\iota$] add. m. recenti b. η BG $\tau\eta\varsigma$ EZ P. 24. $\pi\epsilon\rho\iota\epsilon\chi\omicron\nu\sigma\iota\nu$] PBF; $\pi\epsilon\rho\iota\epsilon\chi\omicron\nu\sigma\iota$ uulgo. 25. $\xi\sigma\tau\iota\nu$] PF; $\xi\sigma\tau\iota$ uulgo. 26. $\xi\sigma\tau\iota\nu$] PF; comp. p; $\xi\sigma\tau\iota$ uulgo. 27. $\xi\sigma\tau\iota$ $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ V. 29. $\acute{\alpha}\lambda\lambda$ F. η] postea add. m. 1 P.

- ἐστὶν ἴση· τριγώνου δὴ τοῦ $A\Theta\Gamma$ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $B\Theta A$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίου τῇ ὑπὸ $B\Gamma A$ · ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀνισός ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ EZ · ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ AB τῇ ΔE ἴση. δύο
 5 δὴ αἱ AB , $B\Gamma$ δύο ταῖς ΔE , EZ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρω
 ἑκατέρω· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ
 $\Delta\Gamma$ βάσει τῇ ΔZ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον
 τῷ ΔEZ τριγώνῳ ἴσον καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$
 τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$ ἴση.
- 10 Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυοῖ
 γωνίαις ἴσας ἔχη ἑκατέραν ἑκατέρω καὶ μίαν πλευ-
 ρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἦτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γω-
 νίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν,
 καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας
 15 ἔξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

κξ'.

- Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπέπτουσα τὰς
 ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλλη-
 20 λοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

- Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς AB , $\Gamma\Delta$ εὐθεῖα ἐμπέ-
 πτουσα ἡ EZ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ AEZ , $EZ\Delta$
 ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖτω· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστὶν ἡ
 AB τῇ $\Gamma\Delta$.

- 25 Εἰ γὰρ μή, ἐμβαλλόμεναι αἱ AB , $\Gamma\Delta$ συμπεσοῦν-
 ται ἦτοι ἐπὶ τὰ B , Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ A , Γ . ἐκβεβλή-

XXVII. Philop. in anal. II fol. 18^v. Boetius p. 382, 23.

1. Post ἴση Theon add. καὶ ἡ ὑπὸ $B\Theta A$ ἄρα τῇ ὑπὸ $B\Gamma A$ ἴστιν ἴση (BFVbp; in F ἄρα supra scr. et pro $B\Gamma A$ legitur $B\Gamma\Delta$); eadem P mg. manu rec. 2. ἐστίν P, ut lin. 4. 5. δυοῖ BFp. 7. ἐστίν] PF; ἐστὶ uulgo. 8. ἴσον ἐστὶ Theon

itaque in triangulo $A\Theta\Gamma$ angulus extrinsecus positus $B\Theta A$ aequalis est angulo interiori et opposito $B\Gamma A$; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare BF lateri EZ inaequale non est; aequale igitur. uerum etiam $AB = AE$. itaque duae rectae AB , $B\Gamma$ duabus AE , EZ aequales sunt altera alteri. et angulos aequales comprehendunt. itaque basis $A\Gamma$ basi AZ aequalis est, et triangulus $AB\Gamma$ triangulo AEZ aequalis, et reliquus angulus $B\Gamma A$ reliquo angulo $E\Gamma Z$ aequalis.

Ergo si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt et reliquum angulum reliquo angulo; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt.

Nam in duas rectas AB , ΓA recta incidens EZ angulos alternos AEZ , $EZ A$ inter se aequales efficiat. dico, AB rectae ΓA parallelam esse.

nam si minus, AB , ΓA productae concurrent aut ad partes B , A aut ad A , Γ partes. producantur et

(BVbp; ἴσον ἐστίν F); ἐστὶ om. P. $\text{λοιπή]$ P, V m. 1; η λοιπή BF, V m. 2, bp; cfr. p. 64, 11. 9. $\text{τῇ]$ supra m. 2 V. ἴση ἐστίν BFbp. 10. $\text{ἄρα]$ supra m. 1 P. ταῖς δυοῖ BVp. 11. Ante καί m. recenti add. V: ἐχῇ δέ. 14. $\text{πλευράς]$ in ras. m. 1 P. 15. $\text{γωνία]$ comp. insert. V. 16. $\text{δεξιᾶ]$ ras. p. 18. ἐμπροσθῶσα F (supra m. 1: γο. ἐμπέπουσα). 20. $\text{αὐ]$ om. V. 24. ἸΔ εὐθεία V.

σθώσαν καὶ συμπιπτέωσαν ἐπὶ τὰ B, Δ μέρη κατὰ τὸ H . τριγώνου δὴ τοῦ HEZ ἢ ἐκτὸς γωνία ἢ ὑπὸ $A EZ$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ EZH . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ $AB, \Gamma\Delta$ ἐκβαλλόμεναι
 5 συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ B, Δ μέρη. ὁμοίως δὲ δειχθή-
 σεται, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ A, Γ . αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ
 μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοι εἰσιν· παράλληλος ἄρα
 ἐστὶν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$. ●

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς
 10 ἐναλλάξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσου-
 νται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

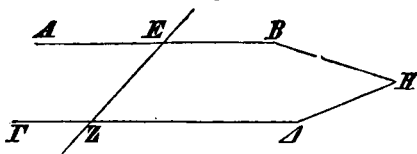
Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν
 ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ
 15 τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ
 αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσου-
 νται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς $AB, \Gamma\Delta$ εὐθεῖα ἐμπί-
 πτουσα ἡ EZ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ EHB τῇ ἐν-
 20 τὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἴσην ποιεῖτω
 ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ $BH\Theta$,

XXVIII. Boetius p. 382, 26.

2. Post H add. σημειῶν (comp.) V man. recenti. ἡ ἐκτός
 — $A EZ$] mg. m. 1 P. 3. ἴση] ras. FV (μεῖζον Grynaeus, μεί-
 ζων Gregorius). ἐστὶν P. τῇ] τῆς FV, Grynaeus.
 ἀπεναντίον] ἐπενανγωνία φ, praeterea γωνίας (comp.) mg. m. 2
 F; m. 1 sine dubio fuit ἀπεναντίον. In V post hoc verbum
 γωνίας (comp.) inseruit m. recens.; γωνίας hab. Grynaeus.
 τῇ] τῆς FV. ὑπό] om. F. Post EZH in F. m. 2 et in V
 m. recentissima add. ἀλλὰ καὶ ἴση, quod habet Grynaeus. scrip-
 turam receptam habent PBbp, Campanus, Zambertus, alter
 codex Grynaei. 4. ἐστὶν] om. p. 5. δὴ] δέ F. 6. οὐδ' p.

concurrent ad B , Δ partes in puncto H . in triangulo igitur HEZ angulus extrinsecus positus $A EZ$ aequalis



est angulo interiori et opposito EZH ; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare AB , $\Gamma\Delta$ rectae productae non concurrent ad B , Δ partes. similiter demonstrabimus, eas ne ad A , Γ quidem concurrere; quae autem ad neutras partes concurrunt, parallelae sunt [def. 23]. itaque AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est.

Ergo si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si recta in duas rectas incidens angulum exterio-rem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae.

nam recta EZ in duas rectas AB , $\Gamma\Delta$ incidens angulum exteriorem EHB angulo interiori et opposito $H\Theta\Delta$ aequalem efficiat aut angulos interiores et

$\delta\epsilon$] δ' Pp. 7. $\epsilon\lambda\iota\nu$] PF; $\epsilon\lambda\iota$ vulgo. 9. $\epsilon\lambda\varsigma$] supra m. 2 V. 11. $\alpha\iota$] om. b; eras. F. 15. Post $\epsilon\nu\tau\acute{o}\varsigma$ add. V m. 2 $\gamma\omega\nu\lambda\alpha\varsigma$ (comp.). $\kappa\alpha\iota$] supra m. 2 V. 16. $\delta\nu\sigma\iota\nu$] $\delta\nu\acute{o}$ Proclus. 17. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$] om. Proclus. $\alpha\iota$] om. V, Proclus. 20. $\epsilon\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\iota\omicron\nu$ φ , $\alpha\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\iota\alpha\varsigma$ p. Post $\alpha\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\iota\omicron\nu$ add. F: $\gamma\omega\nu\lambda\alpha$ (m. recenti) $\kappa\alpha\iota$ $\epsilon\pi\iota$ $\tau\alpha$ $\alpha\nu\tau\alpha$ $\mu\epsilon\tau\eta$; cfr. Campanus. $\gamma\omega\nu\lambda\alpha$] om. BFP. 21. Post $\mu\epsilon\tau\eta$ m. 2 FV add. $\tau\alpha$ $B\Delta$.

$H\Theta\Delta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ EHB τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ EHB τῇ ὑπὸ $AH\Theta$ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ
5 ὑπὸ $AH\Theta$ ἄρα τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$.

Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $AH\Theta$, $BH\Theta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ $AH\Theta$, $BH\Theta$ ταῖς ὑπὸ
10 $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ ἴσαι εἰσὶν· κοινὴ ἀφηγήσθω ἡ ὑπὸ $BH\Theta$ · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $AH\Theta$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν
15 ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κθ'.

20 Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

25 Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς AB , $\Gamma\Delta$ εὐθεῖα

3. Post EHB in V add. γωνία m. 2 (comp.). $H\Theta\Delta$
 $HB\Delta$ F, sed B e corr. 4. ἴση ἐστὶν p. 5. Ante $H\Theta\Delta$
 ras. 1 litt. F. ἴση ἐστὶν p. 7. δυσὶν Bp. 8. εἰσὶν ἴσαι
 p. εἰσὶν δέ P. αἱ] supra m. 1 b. 9. αἱ ἄρα] ἄρα αἱ F.
 10. εἰσὶν] PBF, comp. b; εἰσὶ uulgo. 11. ἴση ἐστὶν p.
 12. ἐστὶν] om. F. AB] e corr. F; in ras. b. 15. ἀπεναν-
 τίας p. 21. τε] om. F, supra m. 2 V. γωνίας] om. Proclus.
 ἀλλήλαις] om. Proclus. 22. ποιεῖ] corr. ex ποιῇ V. καὶ

ad easdem partes sitos $BH\odot$, $H\odot\Delta$ duobus rectis aequales. dico, parallelam esse AB rectae $\Gamma\Delta$.

nam quoniam $\angle EHB = H\odot\Delta$ et $\angle EHB = AH\odot$ [prop. XV], erit etiam $AH\odot = H\odot\Delta$ [x. έvv. 1]. et sunt alterni. itaque AB parallela est rectae $\Gamma\Delta$ [prop. XXVII].

rursus quoniam $BH\odot + H\odot\Delta$ duobus rectis aequales sunt, et etiam $AH\odot + BH\odot$ duobus rectis aequales [prop. XIII], erunt etiam $AH\odot + BH\odot = BH\odot + H\odot\Delta$ [x. έvv. 1]. subtrahatur, qui communis est $\angle BH\odot$. itaque $\angle AH\odot = H\odot\Delta$ [x. έvv. 3]. et sunt alterni. itaque AB parallela est rectae $\Gamma\Delta$ [prop. XXVII].

Ergo si recta in duas rectas incidens angulum exteriorem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae; quod erat demonstrandum.

XXIX.

Recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem interiori et opposito aequalem et interiores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequales.

nam in rectas parallelas AB , $\Gamma\Delta$ recta incidat

XXIX. Boetius p. 383, 1.

ἀπεναντίον — 23. έντός] apud Proclum exciderunt. ἀπεναντίας p. 23. ίσην] P, Campanus; καί επί τὰ αὐτὰ μέρη ίσην Theon (BFVbp, Boetius). δυοῖν] δύο Proclus.

ἐμπιπτέτω ἡ EZ . λέγω, ὅτι τὰς ἐναλλάξ γωνίας τὰς ὑπὸ $AH\Theta$, $H\Theta\Delta$ ἴσας ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ EHB τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ
 5 $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

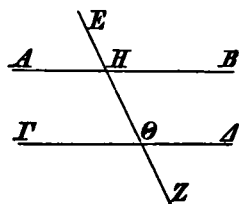
Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $AH\Theta$ τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ $AH\Theta$. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $BH\Theta$. αἱ ἄρα ὑπὸ $AH\Theta$, $BH\Theta$ τῶν ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ
 10 ὑπὸ $AH\Theta$, $BH\Theta$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. [καὶ] αἱ ἄρα ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπίπτουσιν. αἱ ἄρα AB , $\Gamma\Delta$ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπεσοῦνται. οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παρ-
 15 αλλήλους αὐτὰς ὑποκείσθαι. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $AH\Theta$ τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$. ἴση ἄρα. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $AH\Theta$ τῇ ὑπὸ EHB ἐστιν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ EHB ἄρα τῇ ὑπὸ $H\Theta\Delta$ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $BH\Theta$. αἱ ἄρα ὑπὸ EHB , $BH\Theta$ ταῖς ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ ἴσαι
 20 εἰσίν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ EHB , $BH\Theta$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ αἱ ὑπὸ $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς τε ἐναλλάξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ
 25 καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς

1. τὰς] PF et V m. 1; τὰς τε Bbp et V m. 2. 3. ἀπεναντίας p. τῇ] P; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῇ Theon (BFV bp), Campanus. $H\Theta\Delta$] H supra scr. m. 1 F. 4. ἴση V. 7. ἐστὶ F. $AH\Theta$] FVb; $AH\Theta$ τῆς ὑπὸ $H\Theta\Delta$ P; $AH\Theta$. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AH\Theta$ τῆς ὑπὸ $H\Theta\Delta$ Bp, et mg. m. 2 V. 9. ἀλλ' F. 10. $BH\Theta$] ΘHB B et e corr. V. εἰσὶ V, comp. b. καί] om. P. 12. ἀπ'] ἐπ' b. 13. συμπίπτουσιν — 14. ἄπειρον] om. p. 16. τῇ] τῆς B. $H\Theta\Delta$]

EZ. dico, eam angulos alternos $AH\theta$, $H\theta\Delta$ aequales efficere et angulum exteriorem EHB interiori et opposito $H\theta\Delta$ aequalem et interiores ad easdemque partes sitos $BH\theta$, $H\theta\Delta$ duobus rectis aequales.

nam si $\angle AH\theta$ angulo $H\theta\Delta$ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit $\angle AH\theta$ maior. communis



adiiciatur $\angle BH\theta$. itaque

$AH\theta + BH\theta > BH\theta + H\theta\Delta$ [$\kappa. \xi\nu\nu. 2$]. uerum $AH\theta + BH\theta$

duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare $BH\theta + H\theta\Delta$ duobus rectis minores sunt. quae

autem ex angulis minoribus,

quam sunt duo recti, producuntur rectae in infinitum, concurrent [$\alpha\lambda\tau. 5$]. itaque AB , $\Gamma\Delta$ productae in infinitum concurrent. uerum non concurrunt, quia supponuntur parallelae. quare $\angle AH\theta$ angulo $H\theta\Delta$ inaequalis non est. aequalis igitur.

sed $\angle AH\theta = EHB$ [prop. XV]. quare etiam $\angle EHB = H\theta\Delta$ [$\kappa. \xi\nu\nu. 1$]. communis adiiciatur $\angle BH\theta$. itaque $\angle EHB + BH\theta = BH\theta + H\theta\Delta$ [$\kappa. \xi\nu\nu. 2$]. uerum $EHB + BH\theta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare etiam $BH\theta + H\theta\Delta$ duobus rectis aequales sunt.

Ergo recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem angulo interiori et opposito aequalem et inte-

litt. $H\theta$ in ras. F. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$] $\acute{\alpha}\lambda\lambda'$ F. 19. $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$] (prius) $\alpha\acute{\iota}$ $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$ b.

$BH\theta$, $H\theta\Delta$] H bis e corr. V. 20. $\acute{\alpha}\lambda\lambda'$ F. $\delta\upsilon\sigma\acute{\iota}\nu$ Bp.

21. $\epsilon\lambda\acute{\iota}\nu$] PBF; $\epsilon\lambda\acute{\iota}\nu$ uulgo. $\delta\upsilon\sigma\acute{\iota}\nu$ PBp. $\epsilon\lambda\acute{\iota}\nu$ $\iota\sigma\alpha\iota$ BF.

23. η] e corr. V. 24. $\tau\epsilon$] om. P. 25. $\acute{\epsilon}\kappa\tau\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta$] m. 2 F.

$\acute{\alpha}\pi\epsilon\nu\alpha\nu\tau\acute{\iota}\lambda\alpha\varsigma$ p. $\iota\sigma\eta\nu$] om. P; $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\epsilon}\pi\iota$ $\tau\acute{\alpha}$ $\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}$ $\mu\acute{\epsilon}\rho\eta$ $\iota\sigma\eta\nu$ BFVbp.

ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὁρθαῖς ἴσας· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις
5 εἰσὶ παράλληλοι.

"Εστω ἑκατέρα τῶν AB , $\Gamma\Delta$ τῇ EZ παράλληλος·
λέγω, ὅτι καὶ ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$ ἐστὶ παράλληλος.

Ἐμπιπτέτω γὰρ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ HK .

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς AB , EZ
10 εὐθεῖα ἐμπίπτωκεν ἡ HK , ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ AHK τῇ
ὑπὸ $H\Theta Z$. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς
 EZ , $\Gamma\Delta$ εὐθεῖα ἐμπίπτωκεν ἡ HK , ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ
 $H\Theta Z$ τῇ ὑπὸ $HK\Delta$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ AHK
τῇ ὑπὸ $H\Theta Z$ ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ AHK ἄρα τῇ ὑπὸ
15 $HK\Delta$ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα
ἐστὶν ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$.

[Αἱ ἄρα τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις
εἰσὶ παράλληλοι·] ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

20 Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐ-
θείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

"Εστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ A , ἡ δὲ δοθεῖσα
εὐθεῖα ἡ $B\Gamma$ · δεῖ δὴ διὰ τοῦ A σημείου τῇ $B\Gamma$ εὐ-
θείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

XXX. Boetius p. 383, 5. XXXI. Boetius p. 383, 7.

1. ἐντὸς καὶ] om. P. 6. AB] AE φ. 7. ἐστὶν P.
9. καὶ — 10. HK] mg. m. 1 P. 11. εἰς] εἰς τὰς V. εὐθείας]
δύο εὐθείας P. 12. ἐμπίπτωκεν] in ras. PF; dein add. κοινὴ
F. ἡ] (alt.) corr. ex τῇ P. 13. $HK\Delta$] corr. ex $\Theta K\Delta$ m.
rec. P. 14. ἄρα] supra comp. m. 1 b. 15. $\Theta K\Delta$ P, corr.
m. rec. 16. ἐστίν] om. F. AB] inter A et B ras. 1 litt.

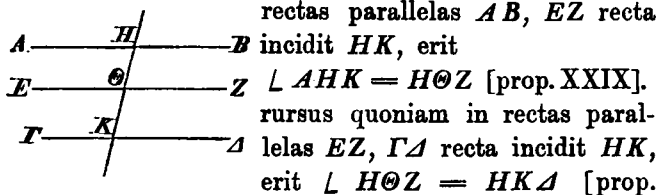
riores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequalibus; quod erat demonstrandum.

XXX.

Quae eidem rectae parallelae sunt, etiam inter se parallelae sunt.

sit utraque AB , $\Gamma\Delta$ rectae EZ parallela. dico, etiam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallelam esse.

nam in eas incidat recta HK . et quoniam in



XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam

$$\angle AHK = HK\Delta.$$

quare etiam $\angle AHK = HK\Delta$ [κ. ἐνν. 1]. et sunt alterni. itaque AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est [prop. XXVII]; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Per datum punctum datae rectae parallelam rectam lineam ducere.



Sit datum punctum A , data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur per A punctum rectae $B\Gamma$ parallelam rectam lineam ducere.

F. $\tau\eta]$ $\tau\eta\varsigma$ b. 17. $\alpha\iota$ $\alpha\varrho\alpha$ — 18. $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota$] om. PBbp; mg. m. 2 FV. 17. $\alpha\varrho\alpha$] om. FV. 20. Post $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omicron\nu$ in P add. δ $\mu\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\acute{\epsilon}\pi\iota$ $\alpha\nu\tau\eta\varsigma$; del. m. 1; similiter Campanus; sed Proclus non habuit p. 376, 5 sqq.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $B\Gamma$ τυχόν σημεῖον τὸ Δ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $A\Delta$ · καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔA εὐθεία καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ γωνία ἴση ἡ ὑπὸ $\Delta A E$ · καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ $E A$ εὐθεία ἡ $A Z$.

Καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς $B\Gamma$, EZ εὐθεῖα ἔμπίπτουσα ἡ $A\Delta$ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ $E A \Delta$, $A \Delta \Gamma$ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $E A Z$ τῇ $B\Gamma$.

10 Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ A τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ $B\Gamma$ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἥκται ἡ $E A Z$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λ β'.

Παντὸς τριγώνου μιᾷς τῶν πλευρῶν προσ-
15 ἐκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ $B\Gamma$ ἐπὶ τὸ Δ · λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς
20 γωνία ἡ ὑπὸ $A\Gamma\Delta$ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ $\Gamma A B$, $A B \Gamma$, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ $A B \Gamma$, $B \Gamma A$, $\Gamma A B$ δυσὶν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἦχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ $A B$ εὐθείᾳ
25 παράλληλος ἡ ΓE .

XXXII. Alex. Aphrod. in top. p. 11. Simplic. in phys. fol. 14. Philop. in anal. II p. 65. Psellus p. 40. Boetius p. 383, 8.

3. αὐτῇ] αὐτήν F. τῷ] supra m. 1 P. 4. τῇ] B; τῆς uulgo. 5. $E A$] in ras. V. 6. $B \Gamma$] corr. ex ΓB V; ΓB Bbp. 7. ὑπό] mg. m. rec. P; supra m. 2 F. 8. ἀλλήλας b.

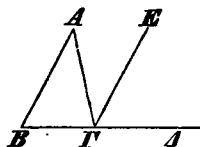
sumatur in $B\Gamma$ quoduis punctum Δ , et ducatur $A\Delta$. et ad ΔA rectam et punctum in ea situm A angulo $A\Delta\Gamma$ aequalis construatur ΔAE [prop. XXIII]. et producat EA in directum, ut fiat AZ . et quoniam recta $A\Delta$ in duas rectas $B\Gamma$, EZ incidens angulos alternos $EA\Delta$, $A\Delta\Gamma$ inter se aequales efficit, erit EAZ rectae $B\Gamma$ parallela [prop. XXVII].

Ergo per datum punctum A datae rectae $B\Gamma$ parallela recta linea EAZ ducta est; quod oportebat fieri.

XXXII.

In quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et producat quodlibet latus eius $B\Gamma$ ad Δ . dico, angulum extrinsecus positum $A\Gamma\Delta$ aequalem esse duobus angulis interioribus et oppositis ΓAB , $AB\Gamma$, et angulos interiores tres trianguli $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta B$ duobus rectis aequales esse.



ducatur enim per Γ punctum rectae AB parallela

πεποίηκεν] BF ; πεποίηκε uulgo. 9. EAZ] EA eras. F .
 $B\Gamma$] corr. ex $B\Delta$ V ; $B\Gamma\Delta$ F . 12. EAZ] AEZ F . 14.
των πλευρῶν] supra m. 2 F ; πλευρᾶς Proclus. προσεβληθεί-
σης] προσ- add. m. 2 V . 15. ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία δύο
Proclus. 16. ἀπεναντίας p. ἐστὶν ἴση Proclus. ἐστὶν]
 PF ; comp. b; ἐστὶ uulgo. αἱ] m. 2 V . 17. τρεῖς] om.
Proclus. δύοσιν] δύο Proclus. 20. ἐστὶν P . δύοσιν] ταῖς
 m . 2 V . ἀπεναντίας p. 21. ΓAB] $A\Gamma B$ F . αἱ] om. F ;
m. 2 V . 22. αἱ] m. rec. P . $B\Gamma\Delta$] supra m. 2 F . 24.
εὐθεία] mg. m. 2 V .

Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ $ΓΕ$, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν ἡ $ΑΓ$, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΒΑΓ$, $ΑΓΕ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ $ΓΕ$, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν
 5 εὐθεῖα ἡ $ΒΔ$, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ $ΕΓΔ$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ $ΑΒΓ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΕ$ τῇ ὑπὸ $ΒΑΓ$ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ $ΒΑΓ$, $ΑΒΓ$.

10 Κοινὴ προσκείμεθω ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ · αἱ ἄρα ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΑΓΒ$ τρισὶ ταῖς ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΑ$, $ΓΑΒ$ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΑΓΒ$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ $ΑΓΒ$, $ΓΒΑ$, $ΓΑΒ$ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

15 Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

20 Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιξενγνύουσαι εἰθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

XXXIII. Boetius p. 383, 11.

3. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί vulgo. 4. ἐστίν] om. B.
 ΕΓΡ. 5. εὐθεῖα] -υθ̄ eras. V. ἴση] ἴση V (ἡ in ras.).
 ἐστίν P, ut lin. 8. 6. ἀπεναντίας p. 7. ΒΑΓ] corr. ex
 ΓΑΒ m. 2 V; litt. ΒΑ in ras. B. 8. γωνία] P; ἐκτὸς γωνία
 Theon (BFVbp), Campanus. ἀπεναντίας p. 10. ΑΓΒ]
 ΑΒΓ F; corr. m. 2. 11. ΑΓΒ] litt. ΓΒ e corr. F. ΑΒΓ,
 ΒΓΑ] in ras. F. ΓΑΒ] om. F; ΒΑΓ B et V m. 2. 12.
 εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσί vulgo. 13. ΑΓΒ] ΑΒΓ F (euan.),

ΓE . et quoniam AB rectae ΓE parallela est, et in eas incidit AG , anguli alterni BAG , AGE inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam AB rectae ΓE parallela est, et in eas incidit recta BA , angulus extrinsecus positus EGA aequalis est angulo interiori et opposito ABG [prop. XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam $AGE = BAG$. quare

$$AGA = BAG + ABG$$

interioribus et oppositis [κ . $\xi\nu\nu$. 2]. communis adiciatur AGB . itaque

$$AGA + AGB = ABG + BGA + GAB [\kappa. \xi\nu\nu. 2].$$

uerum $AGA + AGB$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. itaque etiam $AGB + BGA + GAB$ duobus rectis aequales sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 1].

Ergo in quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes ¹⁾ coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt.

1) Hoc est: ne coniungantur B et Γ , Δ et A ; u. Proclus p. 386, 15.

b , V (eras.), p. ΓBA] AGB F; BGA V (eras.), Pbp.
 $\alpha\alpha$] mg. m. 2 V. $\epsilon\lambda\alpha\nu$ $\epsilon\sigma\alpha\iota$ p. 14. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] PFV; comp.
 b ; $\epsilon\lambda\sigma\iota$ uulgo. 17. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$] PF; comp. b ; $\epsilon\sigma\tau\iota$ uulgo. $\gamma\omega$ -
 $\nu\iota\alpha\iota$ $\tau\rho\epsilon\iota\varsigma$ F. 18. $\delta\nu\sigma\iota\nu$] $\gamma\omega\nu\iota\alpha\iota$ φ . 20. $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\upsilon\varsigma$ $\epsilon\nu$ -
 $\theta\epsilon\lambda\alpha\varsigma$ Proclus. 21. $\kappa\alpha\iota$ $\alpha\nu\tau\alpha\iota$] mg. m. 2 V.

"Εστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ AB , ΓA , καὶ ἐπιξενγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ $ΑΓ$, $B\Delta$. λέγω, ὅτι καὶ αἱ $ΑΓ$, $B\Delta$ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

- 5 Ἐπεξεύχθω ἡ $B\Gamma$. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ AB τῇ ΓA , καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν ἡ $B\Gamma$, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AB τῇ ΓA κοινὴ δὲ ἡ $B\Gamma$, δύο δὴ αἱ AB , $B\Gamma$ δύο ταῖς $B\Gamma$, ΓA ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$
 10 γωνία τῇ ὑπὸ $B\Gamma A$ ἴση· βάσις ἄρα ἡ $ΑΓ$ βάσει τῇ $B\Delta$ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $B\Gamma A$ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρω ἑκατέρω, ὑφ' ἧς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΓB$ γωνία τῇ
 15 ὑπὸ $\Gamma B\Delta$. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς $ΑΓ$, $B\Delta$ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ $B\Gamma$ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ $B\Delta$. ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση.

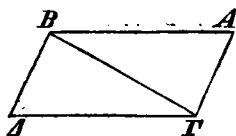
Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ
 20 μέρη ἐπιξενγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ'.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναν-

XXXIV. Boetius p. 383, 13. cfr. Psellus p. 46.

1. ΓA] in ras. V. καὶ—2. εὐθεῖ·] in ras. b. 3. $B\Delta$] (prius) in ras. V. $ΑΓ$] ΓA BF, V m. 2. τε] om. FV, in ras. m. 1 P. 5. ἡ] γάρ ἡ V m. 2. 6. ΓA] in ras. b. 7. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. 8. ἴση] η eras. V. 9. δυαί FBp. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. 10. ἴση ἐστὶ FV. 11. ἐστὶν ἴση] ἴση ἐστὶ V; ἴση p. $B\Gamma A$] $B\Delta\Gamma$ p. 12. ἐστίν] PFV; comp. b; om. p; ἐστὶ B. 14. $ΑΓB$] $ΑΒΓ$ corr.



Sint aequales et parallelae AB , $\Gamma\Delta$, et coniungant eas ad easdem partes rectae $A\Gamma$, $B\Delta$. dico, etiam $A\Gamma$, $B\Delta$ aequales et parallelas esse.

ducatur $B\Gamma$. et quoniam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Gamma$, anguli alterni $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. et quoniam $AB = \Gamma\Delta$, communis autem $B\Gamma$, duae rectae AB , $B\Gamma$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt. et $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$. basis igitur $A\Gamma$ basi $B\Delta$ aequalis, et triangulus $AB\Gamma$ triangulo $B\Gamma\Delta$ aequalis est, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle A\Gamma B = \Gamma B\Delta$ [prop. IV]. et quoniam in duas rectas $A\Gamma$, $B\Delta$ incidens recta $B\Gamma$ angulos alternos inter se aequales effecit, erit $A\Gamma$ rectae $B\Delta$ parallela [prop. XXVII]. sed demonstratum est, eandem aequalem ei esse.

Ergo rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt; quod erat demonstrandum.

XXXIV.

Spatiorum parallelogrammorum¹⁾ latera angulique

1) H. e. rectis parallelis comprehensorum. nomen ab ipso Euclide ad similitudinem uocabuli *εὐθύγραμμος* fictum est; u. Proclus p. 392, 20. Studien p. 35.

in $B\Gamma A$ m. rec. b. 15. Post $\Gamma B\Delta$ in p add. $\eta\delta\epsilon\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\delta\ B\Gamma A\ \tau\eta\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\delta\ B\Delta\Gamma$. $A\Gamma]$ AB in ras. F. 16. $\gamma\omega\nu\iota\alpha\varsigma]$ P; $\gamma\omega\nu\iota\alpha\varsigma\ \tau\alpha\varsigma\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\delta\ A\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ Theon? (BVbp); in F $\tau\alpha\varsigma\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\delta\ A\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ in mg. sunt, sed m. 1; habet Campanus. 17. $\pi\epsilon\pi\omicron\lambda\eta\mu\epsilon$ Vb. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ \acute{\alpha}\rho\alpha$ (compp.) b. 18. $\delta\acute{\epsilon}]$ $\delta\epsilon\ \kappa\alpha\iota$ V. $\kappa\alpha\iota]$ m. 2 V.

τίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

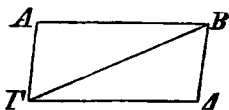
Ἐστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ $ΑΓΔΒ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ $ΒΓ$. λέγω, ὅτι τοῦ $ΑΓΔΒ$ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ $ΒΓ$ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ $ΑΒ$ τῇ $ΓΔ$, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν εὐθεῖα ἡ $ΒΓ$, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΒΔ$, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν ἡ $ΒΓ$, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΑΓΒ$, $ΓΒΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. δύο δὴ τριγώνων ἐστὶ τὰ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ ὁμοίας καὶ τὰς ὑπὸ $ΒΓΔ$, $ΓΒΔ$ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρω καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν $ΒΓ$. καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἔξει ἑκατέραν ἑκατέρω καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴση ἄρα ἡ μὲν $ΑΒ$ πλευρὰ τῇ $ΓΔ$, ἡ δὲ $ΑΓ$ τῇ $ΒΔ$, καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΓΔΒ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ $ΑΒΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$, ἡ δὲ ὑπὸ $ΓΒΔ$ τῇ ὑπὸ $ΑΓΒ$, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΒΔ$ ὅλη τῇ ὑπὸ $ΑΓΔ$ ἐστὶν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ ὑπὸ $ΓΔΒ$ ἴση.

1. ἀλλήλοις b; corr. m. recens. 2. εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσὶ uulgo. αὐτὰ] -ά in ras. F. 3. $ΑΓΔΒ$] $ΓΔΒ$ litt. in ras. b; litt. $ΔΒ$ corr. ex $ΒΔ$ m. 2 V; $ΑΒΓΔ$ P; item PV lin. 4. 5. τε] om. p. 6. ἀλλήλοις b; corr. m. rec. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσὶ uulgo. δίχα αὐτό p. 9. αὐτάς] -υτά- absumpta ob pergam. ruptum in F. 10. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσὶ uulgo. 11. $ΒΔ$] $ΔΒ$ F; $ΒΔ$ post ras. 1 litt. ($Γ?$) V. 12.

opposita inter se aequalia sunt, et diametrus ea in duas partes aequales diuidit.

Sit spatium parallelogrammum $ΑΓΔΒ$, diametrus autem eius $ΒΓ$. dico, parallelogrammi $ΑΓΔΒ$ latera angulosque opposita inter se aequalia esse, et diametrum $ΒΓ$ in duas partes aequales id diuidere.



nam quoniam $ΑΒ$ rectae $ΓΔ$ parallela est, et in eas incidit recta $ΒΓ$, anguli alterni $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam $ΑΓ$ rectae $ΒΔ$ parallela est, et in eas incidit $ΒΓ$, alterni anguli $ΑΓΒ$, $ΓΒΔ$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. itaque duo trianguli sunt $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ duos angulos $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$ duobus $ΒΓΔ$, $ΓΒΔ$ aequales habentes alterum alteri et unum latus uni aequale, quod ad angulos aequales positum est $ΒΓ$ eorum commune. itaque etiam reliqua latera reliquis aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo [prop. XXVI]. quare $ΑΒ = ΓΔ$, $ΑΓ = ΒΔ$, $\angle ΒΑΓ = \angle ΓΔΒ$. et quoniam $\angle ΑΒΓ = \angle ΒΓΔ$ et $\angle ΓΒΔ = \angle ΑΓΒ$, erit $\angle ΑΒΔ = \angle ΑΓΔ$ [κ. ξνν. 2]. sed demonstratum est, esse etiam $\angle ΒΑΓ = \angle ΓΔΒ$. ergo spatiorum parallelogrammorum latera angulique opposita inter se aequalia sunt.

$ΑΓΒ$] $ΒΓΔ$ F. 13. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] PF; comp. b; $\epsilon\iota\sigma\iota$ uulgo. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ PF; comp. b. $\tau\acute{\alpha}$] $\tau\acute{o}$ F. 14. $ΒΓΔ$] in ras. m. 2 V; $ΓΒΔ$ F. 16. $\tau\eta\ \mu\iota\grave{\alpha}$ V. 18. $\lambda\omicron\upsilon\pi\alpha\iota\varsigma\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\iota\varsigma$ FV. 21. $\xi\tau\iota\ \iota\sigma\eta\ \epsilon\iota\sigma\iota\nu$] P; om. Theon (BFVbp). $ΓΔΒ$] $ΒΓΔ$ p. $\kappa\alpha\iota\ \epsilon\pi\epsilon\iota$ — 22. $ΒΓΔ$] mg. m. recenti p. 23. $ΓΒΔ$] litt. $ΓΒ$ e corr. V m. 2. $ΑΓΒ$] litt. $ΓΒ$ e corr. V m. 2. 24. $\epsilon\delta\epsilon\iota\chi\theta\eta$ — 25. $\iota\sigma\eta$] mg. m. 2 V.

Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν.

Λέγω· δὴ, ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ AB τῇ $ΓΔ$, κοινὴ δὲ ἡ $ΒΓ$,
 5 δύο δὴ αἱ AB , $ΒΓ$ δυοὶ ταῖς $ΓΔ$, $ΒΓ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ABΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$ ἴση. καὶ βάσεις ἄρα ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΔΒ$ ἴση. καὶ τὸ $ABΓ$ [ἄρα] τρίγωνον τῷ $ΒΓΔ$ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.
 Ἡ ἄρα $ΒΓ$ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ $ABΓΔ$
 10 παραλληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε'.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

15 Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ $ABΓΔ$, $EBΓΖ$ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς $ΒΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΑΖ$, $ΒΓ$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ABΓΔ$ τῷ $EBΓΖ$ παραλληλογράμῳ.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ $ABΓΔ$, ἴση
 20 ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΒΓ$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ $ΕΖ$ τῇ $ΒΓ$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΕΖ$ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ $ΔΕ$. ὅλη ἄρα ἡ $ΑΕ$ ὅλη τῇ $ΔΖ$ ἐστὶν ἴση. ἐστι δὲ καὶ ἡ AB τῇ $ΔΓ$ ἴση· δύο δὴ αἱ $ΕΑ$, AB δύο ταῖς $ΖΔ$, $ΔΓ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ
 25 γωνία ἡ ὑπὸ $ΖΔΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΕΑΒ$ ἐστὶν ἴση ἡ

XXXV. Pællus p. 45. Boetius p. 383, 17.

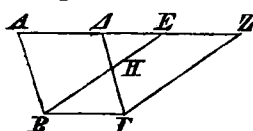
2. εἰσὶ B. 3. δὴ] om. P; corr. ex δέ m. 2 V. 5. $ΓΔ$] $ΒΓ$] $ΒΓ$, in ras. m. 2 V; $ΔΓ$, $ΓΒ$ P ($ΔΓ$ in ras.); $ΒΓ$, $ΓΔ$ bp.
 7. καὶ] om. p. ἄρα] om. P. τῇ] βάσει τῇ p. $ΔΒ$] $ΒΔ$ P et V, sed corr. m. 2. ἴση] P; ἐστὶν ἴση Theon (BFVbp).

iam dico, diametrum ea in duas partes aequales diuidere. nam quoniam $AB = \Gamma A$ et $B\Gamma$ communis, duae rectae $AB, B\Gamma$ duabus $\Gamma A, B\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle AB\Gamma = B\Gamma A$ [prop. XXIX]. itaque etiam [$AF = AB$, et]¹⁾ $\triangle AB\Gamma = B\Gamma A$ [prop. IV].

Ergo diametrus $B\Gamma$ parallelogrammum $AB\Gamma A$ in duas partes aequales diuidit; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.



Sint $AB\Gamma A, EB\Gamma Z$ parallelogramma in eadem basi $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $AZ, B\Gamma$. dico, esse $AB\Gamma A = EB\Gamma Z$.

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma A$, erit $AA = B\Gamma$ [prop. XXXIV]. eadem de causa etiam $EZ = B\Gamma$ [id.]. quare $AA = EZ$ [κ. ἐνν. 1]. et communis est AE . itaque $AE = AZ$ [κ. ἐνν. 2]. uerum etiam $AB = \Gamma A$ [prop. XXXIV]. itaque duae rectae EA, AB duabus $Z A, \Gamma A$ aequales sunt altera alteri; et $\angle Z A \Gamma = EAB$ exterior interiori [prop. XXIX].

1) Fortasse potius καὶ βάσις ἔφα η AF τῇ AB ἴση lin. 7 delenda sunt quam ἔφα lin. 8 cum Augusto.

8. ἔφα] del. August. $B\Gamma A$] $B\Gamma P$; $BA\Gamma$ b, sed A eras. ἴσον ἔστιν] PB b (comp.); ἴσον ἔσται FV ; ἔστιν ἴσον p.
10. Post παραλληλόγραμμον in V add. χωρὶς, sed punctis del. m. 2. 13. ὅντα] om. Proclus solus. 17. ἔστιν P, ut lin. 19, 23. 18. παραλληλογράμμω] P; om. Theon (BFV b p).
20. δῆ] mg. γρ. τοίνυν F. ἡ] m. 2 F. 22. ἔστιν] om. F.
23. EA] AE F. 24. δυοί BV p. $Z A$] AZ F. 25. ἡ] (alt.) supra m. 1 P.

ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ EB βάσει τῇ $ZΓ$ ἴση
 ἐστίν, καὶ τὸ EAB τρίγωνον τῷ $ΔΖΓ$ τριγώνῳ ἴσον
 ἔσται· κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ $ΔHE$ · λοιπὸν ἄρα τὸ
 $ABHΔ$ τραπέζιον λοιπῷ τῷ $EΗΓΖ$ τραπεζίῳ ἐστὶν
 5 ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ HBG τρίγωνον· ὅλον
 ἄρα τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ $EBΓΖ$
 παραλληλογράμῳ ἴσον ἐστίν.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βά-
 σεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλή-
 10 λοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς'.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων
 ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλ-
 λήλοις ἐστίν.

15 Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ $ABΓΔ$, $EZHΘ$ ἐπὶ
 ἴσων βάσεων ὄντα τῶν $BΓ$, ZH καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
 παραλλήλοις ταῖς $AΘ$, BH · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ
 $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον τῷ $EZHΘ$.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ BE , $ΓΘ$. καὶ ἐπεὶ ἴση
 20 ἐστὶν ἡ $BΓ$ τῇ ZH , ἀλλὰ ἡ ZH τῇ $EΘ$ ἐστὶν ἴση,
 καὶ ἡ $BΓ$ ἄρα τῇ $EΘ$ ἐστὶν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ παράλ-
 ληλοι. καὶ ἐπιξευγνύουσιν αὐτάς αἱ EB , $ΘΓ$ · αἱ δὲ
 τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπι-
 ξευγνύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσι [καὶ αἱ EB ,
 25 $ΘΓ$ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι]. παραλληλό-

XXXVI. Boetius p. 383, 19.

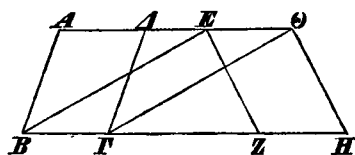
1. $ZΓ$] mutat. in $ΓΖ$ m. 2 V. 2. ἐστίν] PF (in B v eras.);
 comp. b; ἐστὶ uulgo; ἐστὶν ἴση p. $ΔΖΓ$] BF, V m. 2; $ΔΓΖ$
 P; $ΖΔΓ$ bp, V m. 1. 3. ἔσται] PBFp; ἐστὶ Vb. τό] post-
 ea add. P. $ΔHE$] corr. ex $ΔH$ P; ὑπὸ $ΔHE$ F; ὑπὸ

itaque $EB = Z\Gamma$ et $\triangle EAB = \triangle Z\Gamma$ [prop. IV]. subtrahatur, qui communis est, triangulus $\triangle HE$. itaque $ABH\Delta = EH\Gamma Z$ [κ . $\xi\nu\nu$. 3]. communis adiciatur triangulus $H\mathbf{B}\Gamma$. itaque $AB\Gamma\Delta = EB\Gamma Z$.

Ergo parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.



Sint parallelogramma $AB\Gamma\Delta$, $EZH\Theta$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, ZH et in iisdem parallelis $A\Theta$, BH . dico, esse $AB\Gamma\Delta = EZH\Theta$.

ducantur enim BE , $\Gamma\Theta$. et quoniam $B\Gamma = ZH$ et $ZH = E\Theta$, erit etiam $B\Gamma = E\Theta$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. uerum etiam parallelae sunt. et coniungunt eas EB , $\Theta\Gamma$; quae autem rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungunt, aequales et parallelae sunt [prop. XXXIII]. itaque parallelogrammum est $EB\Gamma\Theta$ [prop.

eras. Vb. $\epsilon\pi\lambda\iota\omicron\upsilon\pi\omicron\nu$ P. 4. $EZ\Gamma H$ F. 5. $H\mathbf{B}\Gamma$] $BH\Gamma$ F. 7. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PF; comp. b; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ uulgo; om. p. 8. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] $\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha$ V; corr. m. 1. 13. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\eta}\lambda\omicron\iota\varsigma$ p. 14. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ Proclus. 17. BH] $H\mathbf{B}$ F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PF; comp. b. 18. $EZH\Theta$] Pb, V (E e corr.); $ZH\Theta E$ BFp; in V sequitur ras. 1 litt. 19. BE] EB P. $\Gamma\Theta$] in ras. P. 20. $B\Gamma$] Pb, V e corr. m. 2; ΓB BFp, V m. 1. $\acute{\alpha}\lambda\lambda'$ F. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$ η] mg. m. 2 V. 21. $\acute{\epsilon}\iota\sigma\acute{\iota}\nu$ P. 22. BE , $\Gamma\Theta$ b, V e corr. m. 2. 23. $\tau\epsilon$] om. P. 24. $\tau\acute{\epsilon}$ $\acute{\epsilon}\iota\sigma\acute{\iota}$ $\kappa\alpha\iota$ $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota$ F. $\kappa\alpha\iota$] (alt.) om. F. $\kappa\alpha\iota$ $\alpha\acute{\iota}$ —25. $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota$] $\kappa\alpha\iota$ $\alpha\acute{\iota}$ EB , $\Theta\Gamma$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\acute{\iota}\sigma\alpha\iota$ $\tau\epsilon$ $\kappa\alpha\iota$ $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota$ $\acute{\epsilon}\iota\sigma\iota$ P. m. rec. 24. EB] E insert. m. 1 V. 25. $\Theta\Gamma$] V m. 1; $\Gamma\Theta$ V m. 2.

γραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $EBΓΘ$. καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ $ABΓΔ$.
 βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν $ΒΓ$, καὶ ἐν
 ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς $ΒΓ$, $ΑΘ$.
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $EZHΘ$ τῷ αὐτῷ τῷ $EBΓΘ$
 5 ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ $ABΓΔ$ παραλληλόγραμμον
 τῷ $EZHΘ$ ἐστὶν ἴσον.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων
 ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις
 ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

λξ'.

Τὰ τρίγωνα τα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα
 καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις
 ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔΒΓ$ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βά-
 15 σεως τῆς $ΒΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
 $ΑΔ$, $ΒΓ$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τῷ
 $ΔΒΓ$ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ $ΑΔ$ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ
 E , Z , καὶ διὰ μὲν τοῦ B τῇ $ΓΑ$ παράλληλος ἦχθω
 20 ἡ BE , διὰ δὲ τοῦ $Γ$ τῇ $ΒΔ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΓZ$.
 παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἐκάτερον τῶν $EBΓΑ$,
 $ΔΒΓZ$. καὶ εἰσιν ἴσα· ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως
 εἰσι τῆς BF καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
 $ΒΓ$, EZ . καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν $EBΓΑ$ παραλληλογράμ-
 25 μον ἡμισυ τὸ $ΔΒΓ$ τρίγωνον· ἡ γὰρ AB διάμετρος
 αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ $ΔΒΓZ$ παραλληλογράμμου

XXXVII. Boetius p. 383, 22. Apud Proclum excidit.

1. ἐστίν PF; comp. b. τῷ] corr. ex πρό m. 1 V. 8.
 ἐστὶν παραλλήλοις p. 4. αὐτῷ τῷ] m. 1 F; om. p.

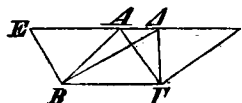
XXXIV]. et $EB\Gamma\Theta = AB\Gamma\Delta$; nam et eandem basim habent $B\Gamma$ et in iisdem parallelis sunt $B\Gamma$, $A\Theta$ [prop. XXXV]. eadem de causa etiam $EZH\Theta = EB\Gamma\Theta$ [id.]. quare etiam $AB\Gamma\Delta = EZH\Theta$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1].

Ergo parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVII.

Trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.

Sint trianguli $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ in eadem basi $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $A\Delta$, $B\Gamma$. dico, esse $\Delta AB\Gamma = \Delta B\Gamma$.



producatur $A\Delta$ in utramque partem ad E , Z , et per B rectae ΓA parallela ducatur BE , per Γ autem rectae $B\Delta$ parallela ducatur ΓZ [prop. XXXI]. itaque $EB\Gamma A$, $\Delta B\Gamma Z$ parallelogramma sunt; et sunt aequalia. nam et in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, EZ [prop. XXXV]. et dimidia pars parallelogrammi $EB\Gamma A$ est triangulus $AB\Gamma$; nam diagonus AB id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem $\Delta B\Gamma Z$ dimidia pars

8. ἀλλήλοις] -λοις corr. m. 1 V. 9. ἐστίν] εἰσιν F. 16. ἐστίν P et eraso ν V. In F hic uerba nonnulla enan. 19. E, Z] Z, E F. καὶ διὰ — 20. BE] mg. m. rec. p. 19. ΓΑ] Α in ras. b. 21. τῶν] ν postea add. m. 1 V. 22. ΔΒΓΖ] ΒΔΓΖ F. εἰσιν ἴσα] P; ἴσον τὸ ΕΒΓΑ τῷ ΔΒΓΖ Theon (BFVbp; ΒΔΓΖ F; in ΕΒΓΑ litt. ΕΒ m. 2 V). τε] om. Bp (in F non liquet). 23. εἰσι] Bbp; εἰσιν P; ἐστὶ V; ἐστὶν F. ταῖς] (alt.) ἐστὶν ταῖς F. 24. ΒΓ, ΕΖ καί] absumpta ob ruptum pergam. F. ἐστὶν P. 25. τὸ] τὰ in ras. P. 26. παραλληλογράμμου] mg. m. 2 V.

ἡμισυ τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον· ἡ γὰρ $\triangle \Gamma$ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\triangle B\Gamma$ τριγώνῳ.

- 5 Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη'.

- 10 Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ $\triangle B\Gamma$, $\triangle EZ$ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν $B\Gamma$, EZ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς BZ , AD · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\triangle EZ$ τριγώνῳ.

- 15 Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ AD ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ H , Θ , καὶ διὰ μὲν τοῦ B τῇ ΓA παράλληλος ἦχθω ἡ BH , διὰ δὲ τοῦ Z τῇ AE παράλληλος ἦχθω ἡ $Z\Theta$. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἐκάτερον τῶν $HB\Gamma A$, $\triangle EZ\Theta$ · καὶ ἴσον τὸ $HB\Gamma A$ τῷ $\triangle EZ\Theta$ · ἐπὶ
20 τε γὰρ ἴσων βάσεων εἰσι τῶν $B\Gamma$, EZ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς BZ , $H\Theta$ · καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν $HB\Gamma A$ παραλληλογράμμου ἡμισυ τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον· ἡ γὰρ AB διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ $\triangle EZ\Theta$ παραλληλογράμμου ἡμισυ τὸ $ZE\Delta$ τρίγωνον· ἡ γὰρ

XXXVIII. Boetius p. 383, 24.

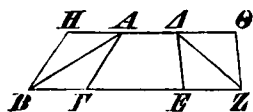
1. $\triangle B\Gamma$] $\triangle \Gamma B$ F. τρίγωνον] supra m. 2 V. $\triangle \Gamma$] absumptum in F. 2. ἀλλήλοις] supra m. 2 V. 3. ἐστίν F. 9. ἴσων] PBV, Proclus; τῶν ἴσων Fbp; cfr. p. 86, 12. ἴσων in ras. p. 10. ἐστίν] PVp, Proclus; εἰσίν BFb. 11. $\triangle EZ$] corr. ex $\triangle AE$ F. βάσεων] PBP; βάσεων ὄντα Fb, V (sed ὄντα punctis del. m. 2). 12. EZ] corr. ex ZE F. 13. ἐστίν P. 15. ἐπὶ] κατὰ P. 16. τῇ] corr. ex τῆς V.

est triangulus $\triangle B\Gamma$; nam diameter $\Delta\Gamma$ id in duas partes aequales diuidit. itaque¹⁾ $\triangle AB\Gamma = \triangle B\Gamma$.

Ergo trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVIII.

Trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.



Sint trianguli $\triangle AB\Gamma$, $\triangle EZ$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, EZ et in iisdem parallelis BZ , $A\Delta$. dico, esse $\triangle AB\Gamma = \triangle EZ$.

producatur enim $\Delta\Delta$ ad utramque partem ad H , Θ , et per B rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur BH , per Z autem rectae ΔE parallela ducatur $Z\Theta$ [prop. XXXI].

parallelogramma igitur sunt $HB\Gamma\Delta$, $\Delta EZ\Theta$. et $HB\Gamma\Delta = \Delta EZ\Theta$; nam et in aequalibus basibus sunt $B\Gamma$, EZ et in iisdem parallelis BZ , $H\Theta$ [prop. XXXVI]. et parallelogrammi $HB\Gamma\Delta$ dimidia pars est triangulus $\triangle AB\Gamma$; nam diameter ΔB id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem $\Delta EZ\Theta$ dimidia pars est triangulus $\triangle ZE\Delta$; nam diameter ΔZ

1) Cum constet, κ. ξνν. 6 ab Euclide non profectam esse (cfr. Proclus p. 196, 25), quamquam tempore satis antiquo (ante Theonem saltem) interpolata est, ueri simile est, uerba τὰ δὲ τῶν ἰσῶν ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις εἶσιν lin. 2 et p. 92, 1 eodem tempore irrepsisse. Euclides usus erat κ. ξνν. 3.

17. $HB\Gamma\Delta$ P. Z] $E\Gamma$ F. ΔE] $E\Delta$ F. 18. $Z\Theta$] $E\Theta$ F.
19. $\triangle EZ\Theta$] (prius) $\triangle \Gamma E\Theta$ F. 20. τει] om. p. τῶν ἰσῶν
p. εἶσιν PB. τῶν] corr. ex τῶν m. 2 V. EZ] ZE e
corr. F. 21. BZ , $H\Theta$] BH , $Z\Theta$ V; corr. m. 2. εἶσιν P.
23. τοῦ δὲ — p. 92, 1: τέμνει] mg. m. 2 V ad hunc locum re-
lata. $\triangle EZ\Theta$] $\triangle \Gamma E\Theta$, E in Z corr. F. 24. $ZE\Delta$] $E\Delta\Gamma$
F; $\triangle EZ$ b.

ΔZ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐστω ἴσα τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς $B\Gamma$ · λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ $A\Delta$ · λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $A\Delta$ τῇ $B\Gamma$.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ A σημείου τῇ $B\Gamma$ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ AE , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ EF . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $EB\Gamma$ τριγώνῳ· ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν αὐτῷ τῆς $B\Gamma$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. ἀλλὰ τὸ $AB\Gamma$ τῷ $\Delta B\Gamma$ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ $\Delta B\Gamma$ ἄρα τῷ $EB\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τὸ μείζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ AE τῇ $B\Gamma$. ὁμοίως δὲ

XXXIX. Boetius p. 384, 1.

1. ΔZ] Pb, F e corr.; $Z\Delta$ BVp. ἴσων γωνιῶν F. 2. ἐστίν] PVp; εἰσίν BFb. ἐστὶ] ἐστίν PF; comp. b. 3. ΔEZ] corr. ex $Z\Delta E F$. 5. ἐστίν] εἰσίν BFb. 8. τὰ] (alt.) om. b. 9. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] P, F (del. m. 1), V m. 2, Boetius, Proclus, Campanus; om. Bb, V m. 1, p. καί] (alt.) om. Proclus. 11. γρ. δύο mg. V. 12. ὄντα] om. p. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] P, Campanus; om. Theon (BFVbp).

id in duas partes aequales dividit [id.]. itaque

$$\triangle AB\Gamma = \triangle EZ.$$

Ergo trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

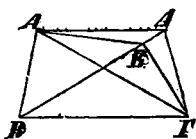
XXXIX.

Aequales trianguli in eadem basi positi et ad eadem partes in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $\triangle B\Gamma$ in eadem basi positi $B\Gamma$ et ad eadem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.

ducatur enim AA . dico, AA parallelam esse rectae $B\Gamma$.

nam si minus, ducatur per A punctum rectae $B\Gamma$ parallela AE [prop. XXXI], et ducatur $E\Gamma$. itaque $\triangle AB\Gamma = \triangle E\Gamma$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis [prop. XXXVII]. uerum $\triangle AB\Gamma = \triangle B\Gamma$. quare etiam



$$\triangle \triangle B\Gamma = \triangle E\Gamma [\kappa. \epsilon\nu\nu. 1],$$

maior minori; quod fieri non potest. itaque AE rectae $B\Gamma$ parallela non est. similiter demonstrabimus, ne

13. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] $\epsilon\lambda\acute{\iota}\sigma\iota\nu$ p. 16. $\sigma\eta\mu\epsilon\lambda\acute{o}\nu$] om. p. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\lambda\acute{\alpha}$] om. p.
 18. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] $\delta\eta$ P. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 19. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\alpha\upsilon\tau\omega$] $\epsilon\lambda\acute{\iota}\sigma\iota$ p. $B\Gamma$
 $\Gamma B F$. 20. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$] PB, F m. 1, V m. 1, b m. 1; $\tau\alpha\iota\varsigma$ $B\Gamma$,
 AE . $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$ p, V m. 2, b m. 2; in F pro $\acute{\alpha}\lambda$ - scripsit φ : $\tau\alpha\iota\varsigma$,
 sed $\acute{\alpha}\lambda$ relictum est. Post $\triangle B\Gamma$ add. $\tau\epsilon\lambda\acute{\iota}\omega\nu\nu\omicron\nu$ P m. rec.,
 VBp; comp. supra scr. m. 1 F. 21. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}$ $\tau\omega$ $\triangle B\Gamma$ $\tau\epsilon\lambda\acute{\iota}\omega\nu\nu$ p.
 $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] euan. F. $\triangle B\Gamma$] (alt.) $\triangle \Gamma B F$. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. P; $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\tau\epsilon\lambda\acute{\iota}\omega\nu\nu\omicron\nu$ P m. rec., p. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}$ $\tau\omega$ $\triangle B\Gamma$ $\tau\epsilon\lambda\acute{\iota}\omega\nu\nu$ p.
 22. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}$] $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PFb $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PBb; om. Vp; in F est: $\acute{\alpha}\delta\omicron\nu\nu\alpha\tau\omicron\nu$ φ , sequente $\nu\alpha\tau\omicron\nu$ m. 1 (fuit sine dub. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\acute{\alpha}\delta\omicron\nu\nu$).
 23. $\acute{o}\mu\omicron\lambda\acute{o}\varsigma$] mg. m. 2 V.

δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς $ΑΔ$ ἢ $ΑΔ$ ἄρα τῇ $ΒΓ$ ἐστι παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μ'.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

- 10 Ἐστω ἴσα τρίγωνα τὰ $ΑΒΓ$, $ΓΔΕ$ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν $ΒΓ$, $ΓΕ$ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ $ΑΔ$ · λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΒΕ$.

- 15 Εἰ γὰρ μὴ, ἤχθω διὰ τοῦ $Α$ τῇ $ΒΕ$ παράλληλος ἡ $ΑΖ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΖΕ$. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον τῷ $ΖΓΕ$ τριγώνῳ· ἐπὶ τε γὰρ ἴσων βάσεων εἰσι τῶν $ΒΓ$, $ΓΕ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΒΕ$, $ΑΖ$. ἀλλὰ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ $ΔΓΕ$ [τριγώνῳ]· καὶ τὸ $ΔΓΕ$ ἄρα [τριγώνον] ἴσον ἐστὶ τῷ $ΖΓΕ$ τριγώνῳ τὸ μείζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ $ΑΖ$ τῇ $ΒΕ$. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς $ΑΔ$ ἢ $ΑΔ$ ἄρα τῇ $ΒΕ$ ἐστι παράλληλος.

XL. Boetius p. 384, 4.

1. οὐδέ FVbp. 2. ἐστιν P. 4. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη} om. BFVbp. 7. ἴσων] PBVbp, Proclus; τῶν ἴσων F, sed τῶν punctis del. 8. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] P (del), V mg. m. 2 (καὶ m. 1), Proclus, Boetius, Campanus; om. B, V m. 1, bp; in F: καὶ ἐπὶ φ, dein post lacunam βάσεις ὄντα m. 1, punctis del. καί] (alt.) om. Proclus, V. 9. ἐστίν] ἐστὶ

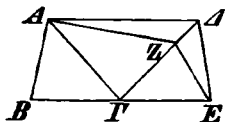
aliam quidem ullam praeter AD parallelam esse. itaque AD rectae BF parallela est.

Ergo aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

XL.

Aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli ABF , $ΓΔE$ in aequalibus basibus BF , $ΓE$ et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.



ducatur enim AD . dico, AD rectae BE parallelam esse.

nam si minus, per A rectae BE parallela ducatur AZ , et ducatur ZE . itaque $\triangle ABF = ZΓE$; nam in aequalibus basibus sunt BF , $ΓE$ et in iisdem parallelis BE , AZ [prop. XXXVIII]. sed $\triangle ABF = \triangle ΓE$. quare etiam $\triangle ΔΓE = ZΓE$ [κ. ἐνν. 1], maior minori; quod fieri non potest. itaque AZ rectae BE parallela non est. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam praeter AD parallelam esse. itaque AD rectae BE parallela est.

Proclus; εἰσὶν p. 10. $ΓΔE$] $ΔΓE$ P. 11. ἐπὶ τὰ αὐτὰ
 μέρη] punctis del. P; om. Theon (BFVbp). 12. ἐστὶν] P;
 εἰσὶν Theon (BFVbp); cfr. p. 92, 13. 14. EB P. 16. ZE]
 $ZΓ$ P. ἄρα] δὴ P. ἐστὶν P. 17. τρίγωνον τῷ $ZΓE$]
 om. P; τρίγωνον τριγώνῳ τῷ $ZΓE$ m. rec. 18. εἰσὶν PF.
 19. AZ , BE p. ἐστὶν P. 20. $ΔΓE$] litt. $Δ$ in ras. m. 2
 V; $ΔEΓ$ F. τριγώνῳ] om. P. τρίγωνον] om. P. 21.
 ἐστὶν P. $ZΓE$] $ZEΓ$ F. 22. ἐστὶν] om. p. ἐστὶν ἡ p.
 Post AZ lacunam V. 23. οὐδέ p. 24. ἡ] in ras. m. 1
 b. ἐστὶν P. παρὰλληλός ἐστι Vb.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μα'.

5 Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχη τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾗ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ $AB\Gamma\Delta$ τριγώνῳ τῷ
10 $EB\Gamma$ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν τὴν $B\Gamma$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς $B\Gamma$, AE · λέγω, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμον τοῦ $BE\Gamma$ τριγώνου.

Ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ AG . ἴσον δὴ ἐστι τὸ $AB\Gamma$ τρι-
15 γωνον τῷ $EB\Gamma$ τριγώνῳ· ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν αὐτῷ τῆς $B\Gamma$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $B\Gamma$, AE . ἀλλὰ τὸ $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου· ἡ γὰρ AG διάμετρος αὐτὸ διχα τέμνει· ὥστε τὸ $AB\Gamma\Delta$
20 παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ $EB\Gamma$ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον.

Ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχη τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾗ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου· ὅπερ
25 ἔδει δεῖξαι.

XLI. Boetius p. 384, 7.

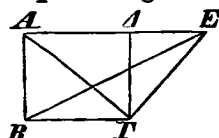
1. τὰ ἐπὶ — 3. δεῖξαι] mg. m. 1 b. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] om. PBFVbp. 2. ἐστι παραλλήλοις V. 7. ᾗ] supra m. 1 F. ἐστι] Proclus; ἐστιν P; cfr. lin. 24; ἔσται BFFVbp; cfr. Boetius, Campanus. 9. τῷ] m. rec. P. 10. τε] om. P. τήν] (alt.) τῇ BV, corr. m. 2. τὴν $B\Gamma$] supra m. 1 b. 11. ἔστω παραλλήλοις V. 12. ἐστιν P. $BE\Gamma$] $EB\Gamma$ P.

Ergo aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes, etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

XLI.

Si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo.

parallelogrammum enim $AB\Gamma\Delta$ eandem basim habeat $B\Gamma$, quam triangulus $EB\Gamma$, et in iisdem parallelis sit $B\Gamma, AE$. dico, parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ duplo maius esse triangulo $EB\Gamma$.



ducatur enim $A\Gamma$. itaque $\triangle AB\Gamma = EBF$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma, AE$ [prop. XXXVII]. sed $AB\Gamma\Delta = 2 AB\Gamma$; nam diametrus $A\Gamma$ id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. quare etiam

$$AB\Gamma\Delta = 2 EBF.^1)$$

Ergo si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo; quod erat demonstrandum.

1) Hoc ita ex axiomatis colligitur:

$$AB\Gamma = EBF, 2 AB\Gamma = 2 EBF \text{ [x. ξνν. 2].}$$

$$2 AB\Gamma = AB\Gamma\Delta; \text{ ergo } 2 EBF = AB\Gamma\Delta \text{ [x. ξνν. 1].}$$

14. $A\Gamma$] corr. ex AB m. 1 F. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\omicron\nu$] om. V

15. $EB\Gamma$] E supra m. 2 V. 16. $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\acute{\eta}\lambda\omicron\iota\varsigma$] -οις in ras., seq. ras. 6 litt. V. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. 20. $\kappa\alpha\iota \tau\omicron\upsilon EB\Gamma \tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\omicron\nu$] $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\omicron\nu \tau\omicron\upsilon EB\Gamma$ V. $EB\Gamma$] corr. ex $AB\Gamma$ m. 1 F. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ F; comp. b. 23. η] supra m. 1 F. 24. $\xi\sigma\tau\iota$] BFb; $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P; $\xi\sigma\tau\alpha\iota$ Vp.

μβ'.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμ-
μον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυ-
γράμμῳ.

- 5 Ἔστω τὸ μὲν δοθέν τρίγωνον τὸ $ABΓ$, ἡ δὲ δο-
θείσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ $Δ$. δεῖ δὴ τῷ $ABΓ$ τρι-
γώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ $Δ$
γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

- Τετμήσθω ἡ $ΒΓ$ δίχα κατὰ τὸ $Ε$, καὶ ἐπεξεύχθω
10 ἡ $ΑΕ$, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ $ΕΓ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $Ε$ τῇ $Δ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΓΕΖ$,
καὶ διὰ μὲν τοῦ $Α$ τῇ $ΕΓ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΑΗ$,
διὰ δὲ τοῦ $Γ$ τῇ $ΕΖ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΓΗ$. παρ-
αλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΖΕΓΗ$. καὶ ἐπεὶ ἴση
15 ἐστὶν ἡ $ΒΕ$ τῇ $ΕΓ$, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ $ΑΒΕ$ τρίγωνον
τῷ $ΑΕΓ$ τριγώνῳ· ἐπὶ τε γὰρ ἴσων βάσεων εἰσι τῶν
 $ΒΕ$, $ΕΓ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΒΓ$,
 $ΑΗ$. διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον τοῦ $ΑΕΓ$
τριγώνου. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ $ΖΕΓΗ$ παραλληλόγραμμον
20 διπλάσιον τοῦ $ΑΕΓ$ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ
τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστὶν αὐτῷ παραλ-
λήλοις· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΖΕΓΗ$ παραλληλόγραμμον
τῷ $ΑΒΓ$ τριγώνῳ. καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ $ΓΕΖ$ γωνίαν
ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ $Δ$.
25 Τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ $ΑΒΓ$ ἴσον παραλ-

XLII. Boetius p. 384, 13. Apud Proclum excidit in codd.;
Boetius prop. XLII—XLIII permutauit.

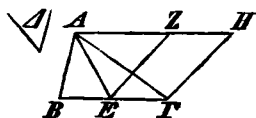
3. συστήσασθαι] συστήσεται φ (F συστήσασθαι). ἐν] ἐν
γωνία, ἡ ἐστίν. ἴση ex Proclo in prop. XLIV recepit August
suadente Gregorio; cfr. Campanus. 7. τῇ] P m. 1, Fb, V

XLII.

Dato triangulo aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$, datus autem angulus rectilineus Δ . oportet igitur triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogrammum in angulo rectilineo Δ construere.

secetur $B\Gamma$ in duas partes aequales in E [prop. X], et ducatur AE , et ad $E\Gamma$ rectam et punctum in ea situm E angulo Δ aequalis construatur $\angle FEZ$ [prop. XXIII], et per A rectae $E\Gamma$ parallela ducatur AH [prop. XXXI], per Γ autem rectae EZ parallela



ducatur ΓH . itaque parallelogrammum est $ZE\Gamma H$. et quoniam $BE = E\Gamma$, erit

$$\triangle ABE = A\Gamma E;$$

nam in aequalibus basibus sunt BE , $E\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, AH [prop. XXXVIII]. itaque

$$AB\Gamma = 2 A\Gamma E.$$

uerum etiam $ZE\Gamma H = 2 A\Gamma E$; nam basim eandem habent et in iisdem parallelis sunt [prop. XLI]. quare $ZE\Gamma H = AB\Gamma$. et angulum FEZ dato angulo Δ aequalem habet.

Ergo dato triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogram-

- m. 1; $\lambda\eta$ $\tau\eta$ Bp, PV m. 2. 9. $\tau\epsilon\mu\acute{\epsilon}\sigma\theta\omega$ p. $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$ $\tau\acute{o}$ E
 $\delta\acute{\iota}\chi\alpha$ F. $\kappa\alpha\iota$] om. φ . 11. $\Gamma E Z$] $Z E \Gamma$ F. 12. $\tau\eta$] om.
 F. $E\Gamma$] om. F; mutat. in $B\Gamma$ m. 2 V. 13. $E Z$] $Z E$ Bp,
 V m. 2. ΓH] litt. Γ in ras. V. 14. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P F. 15.
 $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P, $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\alpha}\iota$ F. $\acute{\epsilon}\lambda\alpha\iota\nu$ P. 17. Post $\alpha\nu\tau\alpha\iota\varsigma$ F habet
 $\lambda\omicron\sigma\pi\alpha\iota\varsigma$ delet. punctis. $\tau\alpha\iota\varsigma$] insert. m. 2 F. $B\Gamma$] corr.
 ex $B E \Gamma$ P. 18. $\tau\acute{o}\lambda\gamma\omega\nu\nu$] P, V m. 2; om. Theon (B F b p, V
 m. 1). 19. $Z E \Gamma H$] Γ in F [dubium est. 20. $A E \Gamma$]
 $A \Gamma E$ F. 21. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\alpha\nu\tau\omega$] mg. m. 1 P. 22. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P.
 23. $\Gamma E Z$] ΓE e corr. m. 2 F. 24. $\tau\eta$ Δ] $\tau\omega$ Δ F. 25.
 $\tau\omega$ $AB\Gamma$] om. B, mg. m. rec. F; $\tau\omega$ corr. ex $\tau\acute{o}$ m. 1 b.

ληλόγραμμον συνέσταται τὸ $Z\epsilon\Gamma H$ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $\Gamma\epsilon Z$, ἣτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μγ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν
5 διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώ-
ματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ $AB\Gamma\Delta$, διάμετρος δὲ
αὐτοῦ ἡ $A\Gamma$, περὶ δὲ τὴν $A\Gamma$ παραλληλόγραμμοι μὲν
ἔστω τὰ $E\Theta$, ZH , τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ
10 BK , $K\Delta$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ BK παραπλήρωμα
τῷ $K\Delta$ παραπληρώματι.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ $AB\Gamma\Delta$, διά-
μετρος δὲ αὐτοῦ ἡ $A\Gamma$, ἴσον ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον
τῷ $A\Gamma\Delta$ τριγώνῳ. πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν
15 ἐστὶ τὸ $E\Theta$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστὶν ἡ AK , ἴσον
ἐστὶ τὸ AEK τρίγωνον τῷ $A\Theta K$ τριγώνῳ. διὰ τὰ
αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $KZ\Gamma$ τρίγωνον τῷ $KH\Gamma$ ἐστὶν
ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν AEK τρίγωνον τῷ $A\Theta K$ τρι-
γώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ $KZ\Gamma$ τῷ $KH\Gamma$, τὸ AEK
20 τρίγωνον μετὰ τοῦ $KH\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ $A\Theta K$ τρι-
γώνῳ μετὰ τοῦ $KZ\Gamma$. ἐστὶ δὲ καὶ ἴλον τὸ
 $AB\Gamma$ τρίγωνον ὅλῳ τῷ $A\Delta\Gamma$ ἴσον. λοιπὸν ἄρα τὸ

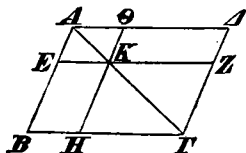
XLIII. Boetius p. 384, 10. Apud Proclum excidit.

1. συνέσταται] PBFb p; συνίσταται V; συνεστάθη φ.
 $Z\epsilon\Gamma H$] e corr. φ. ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $\Gamma\epsilon Z$] om. F (mg. m.
rec. ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $Z\epsilon\Gamma$ ἥ ἐστίν). 2. $\Gamma\epsilon Z$] seq. ras. 1
litt. P; $Z\epsilon\Gamma B$, V m. 2. ἣτις] P V p; ἥ BFb. ποιῆσαι]
in ras. p; δεῖξαι P (ἐν ἄλλῳ δεῖξαι mg. b). 3. διάμετρον
αὐτοῦ p. 8. Post τὴν $A\Gamma$ in V m. 2 add. διάμετρον. 9.
 ZH] HZ F. παραπληρώματα] -πληρώματα in ras. m. 2 V.
τά] m. rec. P. 10. ἐστίν P. 11. παραπληρώματι] παρα-
supra V m. 2. 13. ἥ] ἐστὶν ἡ F. ἴσον] ἴσον ἄρα F.

num constructum est $Z\Gamma H$ in angulo ΓEZ , qui aequalis est angulo Δ ; quod oportebat fieri.

XLIII.

In quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt.



Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, et circum $A\Gamma$ parallelogramma sint $E\Theta$, ZH , et complementa, quae uocantur, BK , $K\Delta$. dico, esse $BK = K\Delta$.

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, erit $\triangle AB\Gamma = A\Gamma\Delta$ [prop. XXXIV]. rursus quoniam parallelogrammum est $E\Theta$, diametrus autem eius AK , erit $\triangle AEK = A\Theta K$. eadem de causa etiam $KZ\Gamma = KH\Gamma$ [id.]. iam quoniam $\triangle AEK = A\Theta K$ et $KZ\Gamma = KH\Gamma$, erit

$$AEK + KH\Gamma = A\Theta K + KZ\Gamma \text{ [κ. ἐνν. 2].}$$

14. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ P. 15. $E\Theta$] P m. 1, Bp, V m. 2; $AK E\Theta$ P m. rec.; $AEK\Theta$ F (AEK in ras.), V m. 1, b, Zambertus. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PFB; om. Vbp. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu \alpha\gamma\alpha \epsilon\sigma\tau\iota\nu$ P. 16. AEK] $A\Gamma E$ F; corr. in AKE m. 2. $A\Theta K$] ΘK litt. in ras. V. $\tau\alpha \alpha\upsilon\tau\alpha$] $\tau\alpha\upsilon\tau\alpha$ BVb. 17. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] $K\Gamma Z$ p. Dein add. $\tau\epsilon\lambda\epsilon\omega\nu\omega$ P m. 2, FVbp. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu \epsilon\sigma\tau\iota\nu$ Vb. 18. AEK] E litt. e corr. F. $\tau\epsilon\lambda\epsilon\omega\nu\omega$] supra m. 2 V. $A\Theta K$] litt. ΘK in ras. V. $\tau\epsilon\lambda\epsilon\omega\nu\omega$] om. p. 19. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu \epsilon\sigma\tau\iota\nu$ Vb. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] litt. H eras. F; $K\Gamma Z$ p. Post $\tau\acute{o}$ add. b $\alpha\gamma\alpha$ comp. m. 1. AEK] E litt. in ras. F. $\tau\acute{o}$ AEK — 21. $KZ\Gamma$] mg. m. 1 P. 20. $\tau\epsilon\lambda\epsilon\omega\nu\omega$] comp. supra m. 2 V. $KH\Gamma$] corr. ex $KE\Gamma$ m. 2 F. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ Fp. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ b. 22. $A\Delta\Gamma$] litt. Δ e corr. F.

BK παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ *KΔ* παραπληρώματί ἐστὶν ἴσον.

Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περι τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα
5 ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μδ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τρι-
γώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

10 "Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ *AB*, τὸ δὲ δοθὲν
τρίγωνον τὸ *Γ*, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ
Δ. δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν *AB* τῷ
δοθέντι τριγώνῳ τῷ *Γ* ἴσον παραλληλόγραμμον παρα-
βαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ *Δ* γωνίᾳ.

15 Συνεστιάτω τῷ *Γ* τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον
τὸ *BEZH* ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *EBH*, ἣ ἐστὶν ἴση τῇ
Δ. καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν *BE* τῇ
AB, καὶ διήχθω ἡ *ZH* ἐπὶ τὸ *Θ*, καὶ διὰ τοῦ *A* ὁπο-
τέρᾳ τῶν *BH*, *EZ* παράλληλος ἦχθω ἡ *AΘ*, καὶ ἐπε-
20 ξεύχθω ἡ *ΘB*. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς *AΘ*, *EZ*
εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ *ΘZ*, αἱ ἄρα ὑπὸ *AΘZ*, *ΘZE* γω-
νίαι δυοῖν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ *BΘH*, *HZE*
δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἡ
δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμπέπτουσιν·

XLIV. Boetius p. 384, 14.

1. ἴσον ἐστίν p. 3. χωρίου] om. BVp; cfr. p. 100, 4.
διάμετρον αὐτοῦ p. 8. παραβαλεῖν] -βαλ- in ras. m. 1 B.
ἐν] ἐν γωνίᾳ, ἣ ἐστὶν ἴση Proclus; cfr. Campanus. 12. εὐ-
θείαν] mg. m. 1 F. 17. ὥστ' V. 18. *AB*] *AΘ* π. 19.
BH] seq. ras. 1 litt. F. *AΘ*] *AB* F. καὶ — 20. *ΘB*] mg. m. 1 P. 20. *ΘB*] *BΘ* F. 21. εὐθείας BVp. ἐν-

uerum etiam $AB\Gamma = A\Delta\Gamma$. itaque etiam

$$BK = K\Delta \text{ [κ. έvv. 3].}$$

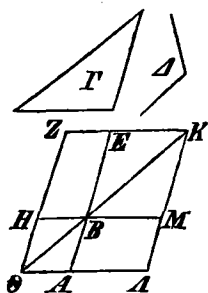
Ergo in quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XLIV.

Datae rectae parallelogrammum dato triangulo aequale adplicare in dato angulo rectilineo.

Sit data recta AB , datus autem triangulus Γ , datus autem angulus rectilineus Δ . oportet igitur datae rectae AB parallelogrammum dato triangulo Γ aequale adplicare in angulo aequali angulo Δ .

construatur parallelogrammum $BEZH$ triangulo



Γ aequale in angulo EBH , qui aequalis est angulo Δ [prop. XLII], et ponatur ita, ut BE, AB in eadem recta sint, et educatur ZH ad Θ , et per A utrique BH, EZ parallela ducatur $A\Theta$ [prop. XXXI], et ducatur ΘB . et quoniam in parallelas $A\Theta, EZ$ recta incidit ΘZ ,

$$\angle A\Theta Z + \Theta ZE$$

duobus rectis aequales erunt [prop. XXIX]. itaque

$$\angle B\Theta H + HZE$$

duobus rectis minores erunt; quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, in infinitum producantur,

έπεισεν] P; έμπέπτωκεν Theon (BFVbp); cfr. p. 106, 14. 108, 25. ἄρα] om. P. $A\Theta Z$] $BH\Theta$ p; corr. m. rec. ΘZE — 22. $B\Theta H$] mg. m. rec. p. 22. εἶσιν ἴσαι] PBF ; ἴσαι εἰσίν Vbp. Ante αὐ insert. comp. καὶ B. $B\Theta Z, \Theta ZE$ P. 23. ἀπό] ἀπ' p. 24. ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον p. ἐκβαλλόμεναι P.

αί ΘB , ZE ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλή-
 σθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ K , καὶ διὰ τοῦ
 K σημείου ὁποτέρᾳ τῶν EA , $Z\Theta$ παράλληλος ἦχθω
 ἢ KA , καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘA , HB ἐπὶ τὰ A , M
 5 σημεία. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘAKZ , διά-
 μετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘK , περὶ δὲ τὴν ΘK παραλλη-
 λόγραμμα μὲν τὰ AH , ME , τὰ δὲ λεγόμενα παρα-
 πληρώματα τὰ AB , BZ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ AB τῷ
 BZ . ἀλλὰ τὸ BZ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ
 10 AB ἄρα τῷ Γ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ
 HBE γωνία τῇ ὑπὸ ABM , ἀλλὰ ἡ ὑπὸ HBE τῇ Δ
 ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ABM ἄρα τῇ Δ γωνία ἐστὶν ἴση.
 Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθείαν τὴν AB τῷ δο-
 .θέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέ-
 15 βληται τὸ AB ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ABM , ἣ ἐστὶν ἴση
 τῇ Δ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μέ'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλό-
 γραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐ-
 20 θυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ $AB\Gamma\Delta$, ἡ δὲ
 δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ E . δεῖ δὴ τῷ $AB\Gamma\Delta$
 εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν
 τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ E .
 25 Ἐπεξεύχθω ἡ ΔB , καὶ συνεσταῖτω τῷ $AB\Delta$ τρι-
 γώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ $Z\Theta$ ἐν τῇ ὑπὸ ΘKZ

XLV. Boetius p. 384, 17.

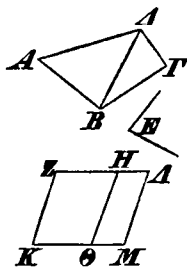
1. ΘB] AB π. 4. ἐκβεβλήσθω φ. HB] $H\Theta$ φ.
 M] seq. lacuna 3 litt. φ. 5. ἐστὶν PF . ΘAKZ] e corr.
 F . 6. ΘK] (prius) ΘH φ. 7. δὲ
 λεγόμενα] αἷ με φ, seq. μενα euan. m. 1. 8. τὰ] om. B.
 ἐστὶν P. 9. ἀλλὰ καὶ τό V. 10. AB] corr. ex AB m. 2 F.

concurrunt [αἰτ. 5]. itaque ΘB , ZE productae concurrunt. producantur et concurrant in K , et per K punctum utrique EA , $Z\Theta$ parallela ducatur KA , et producantur ΘA , HB ad puncta A , M . itaque ΘAKZ parallelogrammum est, diametrus autem eius ΘK , et circum ΘK parallelogramma AH , ME , complementa autem, quae uocantur, AB , BZ . itaque erit $AB = BZ$ [prop. XLIII]. uerum $BZ = \Gamma$. quare etiam $AB = \Gamma$ [κ. εἰνν. 1]. et quoniam $\angle HBE = \angle ABM$ [prop. XV], uerum $\angle HBE = \angle A$, erit etiam $\angle ABM = \angle A$.

Ergo datae rectae AB parallelogrammum AB dato triangulo Γ aequale adplicatum est in angulo ABM , qui ato angulo $\angle A$ aequalis est; quod oportebat fieri.

XLV.

Datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.



Sit data figura rectilinea $AB\Gamma\Delta$, datus autem angulus rectilineus E . oportet igitur figurae rectilineae $AB\Gamma\Delta$ aequale parallelogrammum construere in dato angulo E .

ducatur ΔB , et triangulo $AB\Delta$ aequale construat parallelogrammum $Z\Theta$ in angulo ΘKZ , qui ae-

τῷ] τό F. ἐπει] del. August. 11. HBE] litt. H in ras. m. 1 B. ἀλλ' F. 12. ABM] in ras. m. 2 V. ἄρα] om. B; mg. m. 2 V. γωνία] om. p. 13. ἐστίν] om. φ. 15. τὸ AB ἐν γωνία τῇ] mg. m. 1 P. τῇ] bis φ. 24. τῇ δοθεῖσιν] ἴση Bp. 25. ἐπιξευγνύσθω FVb (in b supra scr. m. 1 ε χ). ἡ] γὰρ ἡ P. ΔB] mutat. in $B\Delta$ m. 2 V; $A\Gamma P$, mg. γφ. καὶ ἡ ΔB . $AB\Delta$] BA supra scripto ΔF ; $AB\Gamma P$. τριγώνω] εὐθυ F, seq. γραμμων φ. τριγώνω ἴσον] corr. m. 1 ex τριγώνων ἴσθ P.

γωνία, ἥ ἐστὶν ἴση τῇ E . καὶ παραβεβλήσθω παρὰ
τὴν $H\Theta$ εὐθείαν τῷ $\Delta B\Gamma$ τριγώνῳ ἴσον παραλληλό-
γραμμον τὸ HM ἐν τῇ ὑπὸ $H\Theta M$ γωνία, ἥ ἐστὶν
ἴση τῇ E . καὶ ἐπεὶ ἡ E γωνία ἐκατέρω τῶν ὑπὸ ΘKZ ,
⁵ $H\Theta M$ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΘKZ ἄρα τῇ ὑπὸ $H\Theta M$
ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $K\Theta H$. αἱ ἄρα
ὑπὸ $ZK\Theta$, $K\Theta H$ ταῖς ὑπὸ $K\Theta H$, $H\Theta M$ ἴσαι εἰσίν.
ἀλλ' αἱ ὑπὸ $ZK\Theta$, $K\Theta H$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.
καὶ αἱ ὑπὸ $K\Theta H$, $H\Theta M$ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰ-
¹⁰ σίν. πρὸς δὴ τινι εὐθείᾳ τῇ $H\Theta$ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ $K\Theta$, ΘM μὴ ἐπὶ τὰ
αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς
ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ $K\Theta$ τῇ ΘM .
καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς KM , ZH εὐθεῖα ἐν-
¹⁵ ἔπεσεν ἡ ΘH , αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ $M\Theta H$, ΘHZ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $\Theta H\Lambda$.
αἱ ἄρα ὑπὸ $M\Theta H$, $\Theta H\Lambda$ ταῖς ὑπὸ ΘHZ , $\Theta H\Lambda$ ἴσαι
εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ $M\Theta H$, $\Theta H\Lambda$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι
εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΘHZ , $\Theta H\Lambda$ ἄρα δύο ὀρθαῖς
²⁰ ἴσαι εἰσίν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ZH τῇ $H\Lambda$.
καὶ ἐπεὶ ἡ ZK τῇ ΘH ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστίν,
ἀλλὰ καὶ ἡ ΘH τῇ $M\Lambda$, καὶ ἡ KZ ἄρα τῇ $M\Lambda$ ἴση
τε καὶ παράλληλός ἐστίν· καὶ ἐπιξενγνύουσιν αὐτὰς
εὐθεῖαι αἱ KM , $Z\Lambda$ · καὶ αἱ KM , $Z\Lambda$ ἄρα ἴσαι τε

1. γωνία] mg. m. 1 P. ἴση ἐστίν P. 2. $H\Theta$] ΘH P.
εὐθεῖαν] corr. ex εὐθεῖα F. $\Delta\Delta\Gamma$ P. ἴση ἐστίν p.
 $H\Theta M$] H supra F. 7. εἰσίν ἴσαι V. 8. ἀλλὰ PB. δυ-
σίν] δύο F; corr. m. 2. ἴσαι εἰσίν] εἰσίν ἴσαι p; ἴσαι εἰσί
V b. 9. δύο] P, F m. 1; δυσίν BVbp, F m. 2. εἰσίν] εἰσι
V; comp. b. 11. $K\Theta$] ΘK P. 12. δυσίν BVbp. 13.
 ΘM] e corr. m. 2 F. 14. ZH] ZK φ; $Z\Lambda$ p; H in ras. m. 2
V. εὐθείας P. Supra ἐνέπεσεν in F scr. ἐμπέπτωκεν.
16. εἰσίν] PF; εἰσι vulgo. 17. Post ἄρα ras. 1 litt. F.

qualis sit angulo E [prop. XLII]. et rectae $H\Theta$ parallelogrammum HM triangulo $\triangle B\Gamma$ aequale adplicetur in angulo $H\Theta M$, qui aequalis sit angulo E [prop. XLIV]. et quoniam angulus E utrique ΘKZ , $H\Theta M$ aequalis est, erit etiam $\angle \Theta KZ = H\Theta M$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. communis adiiciatur $\angle K\Theta H$. itaque $ZK\Theta + K\Theta H = K\Theta H + H\Theta M$. uerum $ZK\Theta + K\Theta H$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $K\Theta H + H\Theta M$ duobus rectis aequales sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 2]. itaque ad rectam quandam $H\Theta$ et punctum eius Θ duae rectae $K\Theta$, ΘM non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; in eadem igitur sunt recta $K\Theta$ et ΘM [prop. XIV]. et quoniam in parallelas KM , ZH recta incidit ΘH , anguli alterni $M\Theta H$, ΘHZ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. communis adiiciatur $\angle \Theta H A$. itaque $M\Theta H + \Theta H A = \Theta HZ + \Theta H A$ [κ . $\xi\nu\nu$. 2]. uerum $M\Theta H + \Theta H A$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $\Theta HZ + \Theta H A$ duobus rectis aequales sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 1]. quare ZH , $H A$ in eadem sunt recta [prop. XIV]. et quoniam ZK rectae ΘH aequalis et parallela est [prop. XXXIV], uerum etiam ΘH rectae $M A$ [id.], etiam KZ rectae $M A$ aequalis et parallela est. et coniungunt eas rectae KM , $Z A$.

$M\Theta H$] Θ e corr. V. $\Theta H A$] e corr. F. ΘHZ] e corr. V; $\Theta H A$ P. $\Theta H A$] ΘHZ P. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu\ \iota\sigma\alpha\iota$ p. $\iota\sigma\alpha\iota$] $\iota\sigma\eta\ \varphi$ ($\iota\sigma\alpha\iota$ F). 18. $\alpha\lambda\lambda\alpha$ PB. $M\Theta H$] litt. ΘH in ras. b. $\delta\nu\sigma\iota\nu$ BV bp. 19. $\epsilon\iota\sigma\iota$ V, comp. b. $\kappa\alpha\iota\ \alpha\iota$ — 20. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] mg. m. 1 BF. $\alpha\tilde{\rho}\alpha$] om. Fb; mg. m. 2 V. $\delta\nu\sigma\iota$] P, $\delta\nu\sigma\iota\nu$ uulgo. 20. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu\ \iota\sigma\alpha\iota$ p. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] $\epsilon\iota\sigma\iota\nu\ \kappa\alpha\iota$ P. 21. ZK] KZ P. 22. $\eta\ \Theta H$] om. F; corr. ex η E Θ m. 2 V. $\kappa\alpha\iota\ \eta\ KZ\ \alpha\tilde{\rho}\alpha\ \tau\eta\ M A$] om. b. 23. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] $\epsilon\iota\sigma\iota$ BV. 24. $\alpha\tilde{\rho}\alpha$] bp, et V sed punctis delet.; coni. August II p. 317; om. PBF.

καὶ παράλληλοί εἰσιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $KZ\Lambda M$. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν $AB\Delta$ τρίγωνον τῷ $Z\Theta$ παραλληλογράμῳ, τὸ δὲ $\Delta B\Gamma$ τῷ HM , ὅλον ἄρα τὸ $AB\Gamma\Delta$ εὐθύγραμμον ὅλῳ τῷ $KZ\Lambda M$ παραλ-
 5 ληλογράμῳ ἐστὶν ἴσον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμῳ τῷ $AB\Gamma\Delta$ ἴσον παρ-
 αλληλόγραμμον συνέσταται τὸ $KZ\Lambda M$ ἐν γωνία τῇ
 ὑπὸ ZKM , ἣ ἐστὶν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ E . ὅπερ ἔδει
 ποιῆσαι.

10 μς'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀνα-
 γράψαι.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB . δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς
 AB εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

15 Ἦχθω τῇ AB εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου
 τοῦ A πρὸς ὀρθὰς ἡ AG , καὶ κείσθω τῇ AB ἴση ἡ
 $A\Delta$. καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ σημείου τῇ AB παράλληλος
 ἦχθω ἡ ΔE , διὰ δὲ τοῦ B σημείου τῇ $A\Delta$ παράλλη-
 λος ἦχθω ἡ BE . Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ
 20 $A\Delta EB$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν AB τῇ ΔE , ἡ δὲ $A\Delta$
 τῇ BE . ἀλλὰ ἡ AB τῇ $A\Delta$ ἐστὶν ἴση· αἱ τέσσαρες
 ἄρα αἱ BA , $A\Delta$, ΔE , EB ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ἰσό-
 πλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $A\Delta EB$ παραλληλόγραμμον. λέγω
 δὴ, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους
 25 τὰς AB , ΔE εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ $A\Delta$, αἱ ἄρα ὑπὸ
 $BA\Delta$, $A\Delta E$ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. ὀρθὴ

XLVI. Ammonius in Porphyr. fol. 48^v. Boetius p. 384, 19.

1. εἰσιν] PFP; εἰσι vulgo. Seq. ras. 2 litt. F. ἐστὶ]
 ἐστὶν FV. 2. καὶ — μὲν] mg. m. 1 P.] $AB\Delta$] $A\Delta B$ p;
 $AB\Gamma$ P, et F, corr. m. rec. 3. $\Delta B\Gamma$] $\Delta A\Gamma$ P. 5. ἐστὶν
 ἴσον] PFP; ἴσον ἐστὶν V; ἴσον ἐστὶ B et comp. b. 6. τῷ]

quare etiam KM , $Z\Delta$ aequales et parallelae sunt [κ . $\xi\nu\nu$. 1; prop. XXX]. parallelogrammum igitur est $KZ\Delta M$. et quoniam $\triangle AB\Delta = Z\Theta$, $\angle B\Gamma = HM$, erit $AB\Gamma\Delta = KZ\Delta M$ [κ . $\xi\nu\nu$. 2].

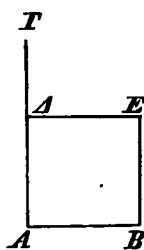
Ergo datae figurae rectilineae $AB\Gamma\Delta$ aequale parallelogrammum constructum est $KZ\Delta M$ in angulo ZKM , qui dato angulo E aequalis est; quod oportebat fieri.

XLVI.

In data recta quadratum construere.

Sit data recta AB . oportet igitur in recta AB quadratum construere.

ducatur ad rectam AB a puncto in ea sito A perpendicularis $A\Gamma$ [prop. XI], et ponatur $A\Delta = AB$ [prop. II]. et per punctum Δ rectae AB parallela ducatur ΔE , per B autem punctum rectae $A\Delta$ parallela ducatur BE [prop. XXXI]. parallelogrammum igitur est $A\Delta EB$. itaque $AB = \Delta E$ et $A\Delta = BE$ [prop. XXXIV]. uerum $AB = A\Delta$. ergo



$BA = A\Delta = \Delta E = EB$ [κ . $\xi\nu\nu$. 1].

quare aequilaterum est parallelogrammum $A\Delta EB$. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam in parallelas $AB, \Delta E$ recta incidit $A\Delta$, $B\Delta\Delta + A\Delta E$ duobus rectis aequales sunt

(alt.) corr. ex τό m. 1 b. 7. συνίσταται FVp. τό] corr. ex τῇ m. rec. P. 8. τῇ] (alt.) om. b. 9. ἐν ἄλλῳ δεῖξαι mg. m. 1 b. 12. Post prius ἡ ras. p. 16. ἡ] (alt.) corr. ex τῇ V. 18. ΔE] corr. ex ΔE m. 2 p. 19. εἰσὶν P. 21. ἀλλὰ] ἀλλ' F; ἀλλὰ καὶ Vb. 24. δῆ] δέ Vb; om. F (δέ supra comp. m. 2). 25. εὐθείας V, εὐθεΐας V m. 2 et b. ἡ] τῇ φ. Post ἄρα lacun. 3 litt. φ. 26. $BA\Delta$] litt. BA in ras. m. 1 B. $A\Delta E$] litt. ΔE e corr. F. δὲσιν BVbp.

δὲ ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΔΕ$. τῶν δὲ
 παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ τε
 καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα
 τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ $ΑΒΕ$, $ΒΕΔ$ γωνιῶν· ὀρθο-
 5 γώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΔΕΒ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσό-
 πλευρον.

Τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς $ΑΒ$ εὐ-
 θείας ἀναγεγραμμένον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μξ'.

10 Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς
 τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τε-
 τράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν
 γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ $ΑΒΓ$ ὀρθὴν ἔχον
 15 τὴν ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τε-
 τράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ τετραγώ-
 νοις.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς $ΒΓ$ τετράγωνον
 τὸ $ΒΔΕΓ$, ἀπὸ δὲ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ τὰ $ΗΒ$, $ΘΓ$, καὶ διὰ
 20 τοῦ $Α$ ὁποτέρᾳ τῶν $ΒΔ$, $ΓΕ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΑΔ$ ·
 καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΔ$, $ΖΓ$. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν
 ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $ΒΑΓ$, $ΒΑΗ$ γωνιῶν, πρὸς δὴ τινι
 εὐθείᾳ τῇ $ΒΑ$ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $Α$ δύο
 εὐθεῖαι αἱ $ΑΓ$, $ΑΗ$ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καίμεναι
 25 τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ'
 εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ $ΓΑ$ τῇ $ΑΗ$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ

XLVII. Pappus I p. 178, 11. Schol. in Archim. III p. 383.
 Boetius p. 384, 21.

[prop. XXIX]. uerum $\angle BAA$ rectus est. itaque etiam $\angle AAE$ rectus. sed in spatiis parallelogrammis latera angulique opposita inter se aequalia sunt [prop. XXXIV]. itaque etiam uterque angulus oppositus ABE , BEA rectus est. rectangulum igitur est $AAEB$. demonstratum autem est, idem aequilaterum esse. ergo quadratum est [def. 22]. et in recta AB constructum est; quod oportebat fieri.

XLVII.

In triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens $\angle B\Lambda\Gamma$. dico, esse $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$.

construatur enim in $B\Gamma$ quadratum $B\Delta E\Gamma$, in BA , $A\Gamma$ uero HB , $\Theta\Gamma$ [prop. XLVI], et per A utrique $B\Delta$, ΓE parallela ducatur AA [prop. XXXI]; et ducantur AA , $Z\Gamma$. et quoniam rectus est uterque angulus $B\Lambda\Gamma$, BAH , ad rectam quandam BA et punctum in ea situm A duae rectae $A\Gamma$, AH non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; itaque in eadem recta sunt ΓA , AH [prop. XIV]. eadem igitur de causa etiam

$\tau\acute{o}$ $A\Delta EB$] mg. m. 2 V; in F supra E scr. H. 7. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] (prius) PF; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ uulgo. 12. $\tau\eta\nu$] $\pi\epsilon\rho\acute{\iota}$ $\tau\eta\nu$ Proclus. 18. $\pi\epsilon\rho\iota\epsilon\chi\omicron\upsilon\sigma\acute{\omega}\nu$] om. Proclus. 15. $B\Lambda\Gamma$] corr. ex $B\Gamma A$ m. 2 F.
Ante $B\Gamma$ eras. A P. 16. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$] supra m. 2 (comp.) F.
 $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. BA] AB F. 18. $\mu\acute{\epsilon}\nu$] om. F. 19. $B\Gamma\Delta E$ F.
 HB] corr. ex BH m. 2 F. $\Theta\Gamma$] Γ in ras. est in F; seq. in V m. 2: $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\alpha$. 20. $\tilde{\eta}\chi\theta\omega$ $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma$ p. AA] Δ in ras. P m. 1. 23. BA] AB p. 26. $\tau\acute{\alpha}$ $\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}$] $\tau\alpha\upsilon\tau\alpha$ Br.

- ἡ BA τῇ $A\Theta$ ἐστὶν ἐπ' εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
 ἡ ὑπὸ $\Delta B\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ ZBA . ὁρθὴ γὰρ ἑκατέρω·
 κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔBA
 ὅλη τῇ ὑπὸ $ZB\Gamma$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
 5 μὲν ΔB τῇ $B\Gamma$, ἡ δὲ ZB τῇ BA , δύο δὴ αἱ ΔB ,
 BA δύο ταῖς ZB , $B\Gamma$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρω ἑκατέρω·
 καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔBA γωνία τῇ ὑπὸ $ZB\Gamma$ ἴση·
 βάσεις ἄρα ἡ AA βάσει τῇ $Z\Gamma$ [ἐστὶν] ἴση, καὶ τὸ
 $AB\Delta$ [τριγώνον] τῷ $ZB\Gamma$ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ
 10 [ἐστὶ] τοῦ μὲν $AB\Delta$ τριγώνου διπλάσιον τὸ $B\Delta$ παρ-
 αλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν
 $B\Delta$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς $B\Delta$,
 AA . τοῦ δὲ $ZB\Gamma$ τριγώνου διπλάσιον τὸ HB τετρά-
 γωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν
 15 ZB καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ZB , $H\Gamma$.
 [τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·] ἴσον
 ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ BA παραλληλόγραμμον τῷ HB τε-
 τραγώνῳ. ὁμοίως δὲ ἐπιξευγνυμένων τῶν AE , BK
 δειχθήσεται καὶ τὸ GA παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ
 20 $\Theta\Gamma$ τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ $B\Delta E\Gamma$ τετραγώνον δυσὶ
 τοῖς HB , $\Theta\Gamma$ τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν
 $B\Delta E\Gamma$ τετραγώνον ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ ἀναγραφέν, τὰ δὲ
 HB , $\Theta\Gamma$ ἀπὸ τῶν BA , AG . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ πλευ-

1. ἐπ' εὐθείας ἐστίν V. 2. $\Delta B\Gamma$] $\Delta\Gamma B$ F; corr. m. 2.
 4. $ZB\Gamma$] litt. Γ e corr. F. ἐστὶν ἴση] ἴση ἐστίν p. ἴση
 ἐστὶν ἡ μὲν ΔB τῇ $B\Gamma$ ἡ δὲ ZB τῇ BA] P; om. Theon (BF
 Vbp). 5. δὴ] P; om. Theon (BFVbp). ΔB , BA] in ras.
 m. 2 V; AB , BA F, corr. m. 2; AB , $B\Delta$ b. 6. δυσὶ Bbp,
 δυσὶν V. BZ , $B\Gamma$ BFp, V m. 2. 7. $ZB\Gamma$] litt. ZB e
 corr. p. ἴση ἐστὶ V. 8. ἐστὶν ἴση] ἴση P; ἴση ἐστίν p.
 καί] comp. supra m. 1 b. 9. $AB\Delta$] $A\Delta B$ F. ἴσον ἐστίν
 V. 10. ἐστὶ] om. P. BA] $B\Delta$ F, et b, corr. m. 1.
 11. αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει p. ἔχουσιν P. τὴν] corr. ex τῇ

$BA, A\theta$ in eadem recta sunt [prop. XIV]. et quoniam

$\angle AB\Gamma = \angle B\Lambda$ (nam uterque
rectus est), communis adiiciatur

$\angle AB\Gamma$. itaque

$$\perp \Delta B A = Z B \Gamma [\kappa, \xi \nu \nu, 2].$$

et quoniam $\angle B = B\Gamma$,

$$ZB = BA \text{ [def. 22],}$$

duae rectae $\angle B, BA$ duabus $ZB, B\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle BBA = ZB\Gamma$. itaque

$A\Delta = Z\Gamma$, $\triangle AB\Delta = ZB\Gamma$ [prop. IV]. et

$$BA = 2 AB \Delta;$$

nam eandem basim habent $B\Delta$ et in iisdem parallelis sunt $B\Delta$, AA [prop. XLI]. et $HB = 2 ZB\Gamma$; nam rursus eandem basim habent ZB et in iisdem sunt parallelis ZB , $H\Gamma$. itaque¹⁾ $B\Delta = HB$. similiter ductis rectis AE , BK demonstrabimus, esse etiam $\Gamma A = \Theta\Gamma$. itaque $B\Delta E\Gamma = HB + \Theta\Gamma$ [κ . $\xi\nu\nu$. 2].

et $B \angle EF$ in $B\Gamma$ constructum est, HB , $\odot \Gamma$ autem

1) Ex comm. concept. 2; nam uerba τὰ δὲ τῶν ἰσων δι-
πλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν lin. 16 cum κ. ξυν. 5 interpolata
sunt; cfr. p. 91 not. 1.

m. 2 F. 12. εἰσι] ἔστι p. BΔ, ΑΑ τοῦ] mg. m. 1 P.
 13. HB] BH P. τετραγωνον] comp. b; supra hoc uerbum
 in F scr. παραλληλόγραμμον m. rec.; item lin. 17 et 20. 14.
 γὰρ γὰρ αὐτῶ p. ἔχουσι] ἔχουσιν PF; ἔχει p. 15. ZB]
 BZ p. εἰσι] ἔστι p; om. V; εἰσιν F; comp. b. 16. ἔστιν]
 εἰσιν V. 17. ἔστιν P. 18. δὴ] m. 2 P. 19. ΓΑ] ΑΑ,
 ut uidetur, F; corr. m. 2; ΔΓ V, corr. m. 2. 20. BΔΕΓ]
 ΔΕΒΓ p. θυσίη P. 21. ἴσον ἔστιν] PF, comp. b; ἔστιν
 ἴσον p; ἴσον ἐστὶ uulgo. καὶ ἔστιν P. 22. ΔΕΒΓ p.
 ἀναγεγράφ seq. ras. 2 litt. F, ἀναγεγραμμένον p. τὰ] supra
 F. 23. Ante HB ras. 1 litt. F. Ante BA ras. 2—3 litt. F.
 BA] BΔ φ (BA F).

ρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA , AG πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεिनούσης πλευρᾶς τετράγωνον
 5 ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μη'.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ἢ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ
 10 τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἢ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθὴ ἐστίν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ $ABΓ$ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς $BΓ$ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν BA , AG
 15 πλευρῶν τετραγώνοις· λέγω, ὅτι ὀρθὴ ἐστίν ἢ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία.

Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ A σημείου τῇ AG εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἢ AD καὶ κείσθω τῇ BA ἴση ἢ AD , καὶ ἐπέξυχθω ἢ $ΔΓ$. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ $ΔA$ τῇ AB , ἴσον
 20 ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΔA$ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς AG τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΔA$, AG τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA , AG τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $ΔA$, AG ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΓ$ ὀρθὴ
 25 γὰρ ἐστίν ἢ ὑπὸ $ΔAG$ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν BA , AG ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $BΓ$ · ὑπόκειται γὰρ τὸ ἄρα

XLVIII. Boetius p. 384, 26.

1. ἐστίν ἴσον F. ἐστίν P. $BA]$ $BΔ$ φ. 3. ἐν] ἐάν
 F; corr. m. rec. ὀρθογώνοις p. 4. ἐπιτεινούσης V; corr.

in BA , AF . itaque quadratum lateris BF aequale est quadratis laterum BA , AF .

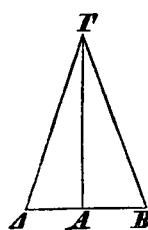
Ergo in triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis; quod erat demonstrandum.

XLVIII.

Si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est.

nam in triangulo ABF sit $BF^2 = BA^2 + AF^2$. dico, $\angle BAF$ rectum esse.

ducatur enim a puncto A ad rectam AF perpendicularis AD [prop. XI], et ponatur $AD = BA$, et



ducatur AF . iam quoniam $AD = AB$, erit¹⁾ etiam $AD^2 = AB^2$. commune adiciatur AF^2 . itaque

$$AD^2 + AF^2 = AB^2 + AF^2 \text{ [κ. ἐνν. 2].}$$

uerum $AD^2 = AD^2 + AF^2$; nam $\angle DAF$ rectus est [prop. XLVII]; et $BF^2 = BA^2$

$+ AF^2$; hoc enim suppositum est. itaque

1) Hoc ex definitione quadrati (22) sequitur.

m. 1. 5. ἐστίν PF. γωνίαν] om. PBF. 12. ἐστίν] PFV, Proclus, comp. b; ἐστι Bp. 15. Post πλευρῶν ras. 5—6 litt. b. 19. $\angle F$] $\angle$ in ras. b. ἐπεὶ] PBVb; ἐπεὶ οὖν Fp; καὶ ἐπεὶ P m. rec. ἐστίν] comp. supra m. 2 F. AD P. 20. ἐστίν P. τό] supra m. 1 b. AB] BA p. 21. κοινή B. 23. ἐστίν P. AF] om. φ. 24. ἐστίν P. $\angle F$] $\angle F$ τετράγωνον p. 25. $ΓAD$ P. BA] AB B. 26. ἐστίν P. ὑπόκειται φ, seq. ται m. 1.

ἀπὸ τῆς $\triangle Γ$ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Β Γ$
 τετραγώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ $\triangle Γ$ τῇ $Β Γ$ ἐστὶν ἴση·
 καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $\triangle Α$ τῇ $Α Β$, κοινὴ δὲ ἡ $Α Γ$,
 δύο δὲ αἱ $\triangle Α$, $Α Γ$ δύο ταῖς $Β Α$, $Α Γ$ ἴσαι εἰσὶν·
 5 καὶ βάσις ἡ $\triangle Γ$ βάσει τῇ $Β Γ$ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ
 $\triangle Α Γ$ γωνία τῇ ὑπὸ $Β Α Γ$ [ἐστὶν] ἴση. ὁρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ
 $\triangle Α Γ$ · ὁρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $Β Α Γ$.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τε-
 τράγωνον ἴσον ᾗ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
 10 δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ
 τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὁρθὴ ἐστὶν·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. ἐστὶν P.; τῷ] τὸ b; corr. m. 2. 4. δὴ] absumptum
 ob pergam. ruptum in F. δυσὶ B V b p, F m. 2. εἰσὶν]
 P F; comp. b; εἰσὶ uulgo. 5. τῇ] ἡ φ. ἴση] P B b p; ἴση
 ἐστὶν F; ἴση ἐστὶ V, sed ἐστὶ punctis del. m. 2. ἡ] supra P.
 ὑπό] om. P. 6. ἐστὶν] B F V b p; om. P. 8. τριγώνῳ p.
 10. In περιεχομένη ante χ ras. 1 litt. b. γωνία om. p.
 In fine: Εὐκλείδου στοιχείων α' P B; Εὐκλείδου στοιχείων τῆς
 Θέωνος ἐκδόσεως β' F.

$$AG^2 = BG^2 \text{ [}\kappa. \text{Ev. 1]}.$$

quare etiam $AG = BG$. et quoniam $AA = AB$, et communis est AG , duae rectae AA , AG duabus BA , AG aequales sunt; et basis AG basi BG aequalis est. itaque $\angle AAG = BAG$ [prop.VIII]. sed $\angle AAG$ rectus est. itaque etiam $\angle BAG$ rectus.

Ergo si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est; quod erat demonstrandum.

β'.

Ὅροι.

α'. Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περι-
έχεται λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περι-
εχουσῶν εὐθειῶν.

5 β'. Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν
περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμων ἐν
ὁποιοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων κα-
λείσθω.

α'.

10 Ἐὰν ᾧσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα
αὐτῶν εἰς ὅσαδηποῦν τμήματα, τὸ περι-
εχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν
ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπὸ τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἐκά-
στου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

15 Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ $A, B\Gamma$, καὶ τετμήσθω ἡ
 $B\Gamma$, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὰ Δ, E σημεία· λέγω, ὅτι τὸ
ὑπὸ τῶν $A, B\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ
τῷ τε ὑπὸ τῶν $A, B\Delta$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ
τῷ ὑπὸ τῶν $A, \Delta E$ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν $A, E\Gamma$.

Def. 1. Hero def. 57. Boetius p. 378, 8. Def. 2. Hero
def. 58. Proclus in Tim. 83d. Boetius p. 378, 11. Prop. I.
Eutocius in Archim. III p. 40, 29. 256, 7. Boetius p. 385, 4.

Εὐκλείδου στοιχείων δεύτερον Β; Εὐκλείδου ἐκ τῆς Θέω-
νος ἐκδόσεως στοιχείων δεύτερον V; Εὐκλείδου στοιχείων τῆς

II.

Definitiones.

1. Quoduis parallelogrammum rectangulum comprehendi dicitur duabus rectis rectum angulum comprehendentibus.

2. In quouis autem parallelogrammo spatio utrumvis parallelogrammorum circum diametrum positorum cum duobus supplementis gnomon uocetur.

I.

Si sunt duae rectae, et altera earum in quotlibet partes secatur, rectangulum duabus rectis comprehensum aequale est rectangulis recta non secta et singulis partibus comprehensis.¹⁾

Sint duae rectae A , $B\Gamma$, et secetur $B\Gamma$ utcumque in punctis Δ , E . dico, esse

$$A \times B\Gamma = A \times B\Delta + A \times \Delta E + A \times E\Gamma.$$

1) Arithmetice $a \times (b + c + d) = ab + ac + ad$.

Θέωνος ἐκδόσεως β F. 1. ὅροι] om. P[B F. Numeros om. PBF. 10. ἐάν] seq. ras. 2 litt. F. ὅσιν B. 13. ἐστίν P. τοῖς] corr. ex τῷ P. ὑπό τε] τε ὑπό P, τε ἀπό F. 14. περιεχομένοις ὀρθογωνίοις] corr. ex περιεχομένων ὀρθογωνίων P. 16. ἔτυχεν] PBF; ἔτυχε Vp. σημεία] supra m. 2 V. τό] in ras. V. 17. ἐστίν P. 18. τῷ] in ras. V. τε ὑπό] PF; ὑπό V; ὑπό τε Bp. 19. τῶν] PVp; F insert. m. 2; om. B, F m. 1. ἔτι] om. P. τῷ] corr. ex τῶν V.

"Ηχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ B τῇ $B\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἢ BZ , καὶ κείσθω τῇ A ἴση ἢ BH , καὶ διὰ μὲν τοῦ H τῇ $B\Gamma$ παράλληλος ἦχθω ἢ $H\Theta$, διὰ δὲ τῶν Δ , E , Γ τῇ BH παράλληλοι ἦχθωσαν αἱ ΔK , $E\Lambda$, $\Gamma\Theta$.

- 5 Ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ $B\Theta$ τοῖς BK , $\Delta\Lambda$, $E\Theta$. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν $B\Theta$ τὸ ὑπὸ τῶν A , $B\Gamma$ · περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὲρ τῶν HB , $B\Gamma$, ἴση δὲ ἢ BH τῇ A · τὸ δὲ BK τὸ ὑπὸ τῶν A , $B\Delta$ · περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν HB , $B\Delta$, ἴση δὲ ἢ BH τῇ A . τὸ δὲ $\Delta\Lambda$ τὸ ὑπὸ τῶν
10 A , ΔE · ἴση γὰρ ἢ ΔK , τουτέστιν ἢ BH , τῇ A . καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ $E\Theta$ τὸ ὑπὸ τῶν A , $E\Gamma$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν A , $B\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ A , $B\Delta$ καὶ τῷ ὑπὸ A , ΔE καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ A , $E\Gamma$.

- Ἐὰν ἄρα ὥσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐ-
15 τῶν εἰς ὁσαδοηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπὸ τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἐκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

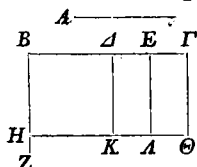
β'.

- 20 Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἐτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

- Εὐθεῖα γὰρ ἢ AB τετμήσθω, ὥς ἐτυχεν, κατὰ τὸ
25 Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ περιεχό-

1. BZ] corr. ex ZB V m. 2. 4. ΔK] $K\Delta$ B. 5. $\Delta\Lambda$] A e corr. m. 2 F. 6. τό] (alt.) in ras. V (supra τῷ m. rec.). 7. HB] BH p. 8. τό] τῷ PV. 9. Post A ras. paullo maior linea F. τό] (alt.) τῷ PV. 10. BH] in ras. m. 2 V. 11. τό] (alt.) τῷ PV. 12. ἐστὶν P. τῷ τε ὑπὸ] τοῖς ὑπὸ τε F; τῷ corr. ex τοῖς m. 2 et post ὑπὸ ras. V; τῷ τε ὑπὸ τῶν

ducatur enim a B ad rectam $B\Gamma$ perpendicularis BZ [I, 11], et ponatur $BH = A$, et per H rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $H\Theta$ [I, 31], per puncta autem Δ , E , Γ rectae BH parallelae ducantur ΔK , $E\Lambda$, $\Gamma\Theta$ [id.].



itaque $B\Theta = BK + \Delta\Lambda + E\Theta$. et $B\Theta = A \times B\Gamma$; nam rectis HB , $B\Gamma$ comprehenditur, et $BH = A$. sed $BK = A \times B\Delta$; nam rectis HB , $B\Delta$ comprehenditur, et $BH = A$. et $\Delta\Lambda = A \times \Delta E$; nam $\Delta K = BH$ [I, 34] $= A$. et praeterea similiter $E\Theta = A \times E\Gamma$. itaque

$$A \times B\Gamma = A \times B\Delta + A \times \Delta E + A \times E\Gamma.$$

Ergo si sunt duae rectae, et altera earum in quolibet partes secatur, rectangulum duabus rectis comprehensum aequale est rectangulis recta non secta et singulis partibus comprehensis; quod erat demonstrandum.

II.

Si recta linea utcumque secatur, rectangulum comprehensum tota et utraque parte aequale est quadrato totius.¹⁾

nam recta AB utcumque secetur in puncto Γ . dico, esse $AB \times B\Gamma + BA \times A\Gamma = AB^2$.

1) Arithmetice: si $b + c = a$, erit $ab + ac = a^2$.

p. τῷ] om. F, m. 2 V. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν p. 13. τῷ] m. 2 V, τοῖς F. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν p. EΓ] EΓ περιεχομένοις ὀρθογωνίοις FV. γρ. τῷ τε ὑπὸ A, BΔ καὶ τῷ ὑπὸ A, ΔE καὶ εἰ τῷ ὑπὸ A, EΓ F mg. m. 1. 14. ὡσιν P. 16. τοῖς] τῷ P. ὑπὸ τε] ὅ- in ras. p; τε ὑπὸ F. 17. περιεχομένων ὀρθογωνίων P. 20. ἔτυχε Vp. τό] P, F m. 1, V m. 1; τὰ Bp, F m. 2, V m. 2. 21. περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον] P, F m. 1, V m. 1; περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα Bp, PV m. 2; in F -ον ter eras. 24. ἔτυχε Vp.

μενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ BA , AG περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ
5 $A\Delta EB$, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ ὁποτέρῳ τῶν $A\Delta$, BE παράλληλος ἡ ΓZ .

Ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ AE τοῖς AZ , ΓE . καὶ ἐστὶ τὸ μὲν
 AE τὸ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον, τὸ δὲ AZ τὸ ὑπὸ
τῶν BA , AG περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται
10 μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΔA , AG , ἴση δὲ ἡ $A\Delta$ τῇ AB · τὸ
δὲ ΓE τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ · ἴση γὰρ ἡ BE τῇ AB .
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν BA , AG μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ
15 τῆς ὅλης καὶ ἐκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον
ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

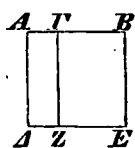
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ
20 ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περι-
εχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ
τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ
ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γὰρ ἡ AB τετμήσθω, ὥς ἔτυχεν, κατὰ τὸ
25 Γ · λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ περιεχόμενον ὀρ-
θογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν AG , ΓB περι-
εχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ τετραγώνου.

III. Pappus V p. 378, 8. 380, 14. 420, 11, 19. Eutocius in Archim. III p. 256, 5. Boetius p. 385, 9.

construatur enim in AB quadratum $A\Delta EB$ [I, 46], et ducatur per Γ utrique $A\Delta$, BE parallela ΓZ [I, 31].

itaque $AE = AZ + \Gamma E$. et $AE = AB^2$, et



$$AZ = BA \times A\Gamma;$$

nam comprehenditur rectis ΔA , $A\Gamma$, et $A\Delta = AB$ [I def. 23]. praeterea

$$\Gamma E = AB \times B\Gamma;$$

nam $BE = AB$. itaque

$$BA \times A\Gamma + AB \times B\Gamma = AB^2.$$

Ergo si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et utraque parte comprehensum aequale est quadrato totius; quod erat demonstrandum.

III.

Si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et alterutra parte comprehensum aequale est rectangulo partibus comprehenso et quadrato partis nominatae.¹⁾

recta enim AB utcumque secetur in puncto Γ . dico, esse $AB \times B\Gamma = A\Gamma \times \Gamma B + B\Gamma^2$.

1) Arithmetice: $(a + b)a = ab + a^2$.

8. AZ] ἀπὸ τῆς AZ F. 10. $A\Delta$] ΔA F. 13. ἐστὶν P.
 14. γραμμῇ] del. in P. ἔτυχε Vp. τό] τὰ Bp, F m. 2, V m. 2.
 15. περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα Bp, F m. 2, V m. 2.
 19. ἔτυχε Vp. 21. ἐστὶν P. τε] supra m. rec. F. 23. ἀπό] corr. ex ὑπό p. προειρημένον] προ- m. 2 V. 24. ἔτυχε Vp. 25. Γ σημείον Vp. 26. τε] om. Pp. $A\Gamma$] Γ in ras. V. περιεχομένων ὀρθογωνίων] om. Bp.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓB τετράγωνον τὸ $\Gamma \Delta E B$, καὶ διήχθω ἡ $E \Delta$ ἐπὶ τὸ Z , καὶ διὰ τοῦ A ὁποτέρᾳ τῶν $\Gamma \Delta$, $B E$ παράλληλος ἤχθω ἡ $A Z$. ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ $A E$ τοῖς $A \Delta$, ΓE . καὶ ἐστὶ τὸ μὲν $A E$
 5 τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B \Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν AB , $B E$, ἴση δὲ ἡ $B E$ τῇ $B \Gamma$. τὸ δὲ $A \Delta$ τὸ ὑπὸ τῶν $A \Gamma$, ΓB . ἴση γὰρ ἡ $\Delta \Gamma$ τῇ ΓB . τὸ δὲ ΔB τὸ ἀπὸ τῆς ΓB τετράγωνον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AB , $B \Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
 10 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $A \Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $B \Gamma$ τετραγώνου.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περι-
 15 εχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε
 20 ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

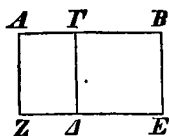
Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ AB τετμήσθω, ὥς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $A \Gamma$, ΓB τετραγώνοις καὶ
 25 τῷ δις ὑπὸ τῶν $A \Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ

IV. Theon in Ptolem. p. 184. Boetius p. 385, 13.

1. τῆς] τοῦ P. ΓB] $B \Gamma$ Fp. 2. $\Gamma \Delta B E B$, m. 2 V.
 7. ΓB] B e corr. p. γὰρ] corr. ex ἄρα m. 2 F. 8. ΓB]

construatur enim in ΓB quadratum ΓAEB [I, 46],
et educatur $E\Delta$ ad Z , et per A utrique ΓA , BE par-
allela ducatur AZ [I, 31]. itaque $AE = A\Delta + \Gamma E$.



et $AE = AB \times BE$; nam comprehen-
ditur rectis AB , BE , et $BE = BE$.
et $A\Delta = A\Gamma \times \Gamma B$; nam $\Delta\Gamma = \Gamma B$.
et $\Delta B = \Gamma B^2$. itaque

$$AB \times BE = A\Gamma \times BE + BE^2.$$

Ergo si recta linea utcumque secatur, rectangulum
tota et alterutra parte comprehensum aequale est rect-
angulo partibus comprehenso et quadrato partis no-
minatae; quod erat demonstrandum.

IV.

Si recta linea utcumque secatur, quadratum totius
aequale est quadratis partium et duplo rectangulo par-
tibus comprehenso.¹⁾

nam recta linea AB secetur utcumque in Γ . dico,
esse $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$.

construatur enim in AB quadratum $AAEB$ [I, 46],

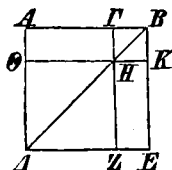
1) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

$B\Gamma F$. ΓB] e corr. p. 11. $B\Gamma$] ΓB Pp; corr. ex $A\Gamma F$
m. 2. 12. $\xi\tau\chi\epsilon\nu$] PF , B sed ν eras.; $\xi\tau\chi\epsilon$ Vp. 13. $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$]
 $\acute{\upsilon}$ - e corr. p. 15. $\pi\rho\omicron\sigma\iota\sigma\eta\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\nu$] $\pi\rho\omicron$ - m. 2 V. 18. $\xi\tau\chi\epsilon$
Vp, B e corr. 22. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] m. 2 F. $\xi\tau\chi\epsilon$ Vp, B e corr.
23. Γ $\sigma\eta\mu\acute{\epsilon}\iota\omicron\nu$ V. 24. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. $\tau\epsilon$] om. V. $\tau\epsilon\tau\rho\alpha\gamma\acute{\omega}$ -
 $\nu\omicron\iota\varsigma$ — 25. ΓB] mg. m. 1 P. 25. $\tau\acute{\omega}\nu$] om. P.

$A\Delta EB$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $B\Delta$, καὶ διὰ μὲν τοῦ Γ
 ὁποτέρᾳ τῶν $A\Delta$, EB παράλληλος ἦχθω ἡ ΓZ , διὰ
 δὲ τοῦ H ὁποτέρᾳ τῶν AB , ΔE παράλληλος ἦχθω ἡ
 ΘK . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓZ τῇ $A\Delta$, καὶ
 5 εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ $B\Delta$, ἡ ἐκτὸς γωνία ἰ ὑπὸ
 ΓHB ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ $A\Delta B$.
 ἀλλ' ἡ ὑπὸ $A\Delta B$ τῇ ὑπὸ $AB\Delta$ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ
 πλευρὰ ἡ BA τῇ $A\Delta$ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΓHB
 ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ HBF ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ
 10 ἡ BF πλευρᾷ τῇ GH ἐστὶν ἴση· ἀλλ' ἡ μὲν GB τῇ
 HK ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ GH τῇ KB · καὶ ἡ HK ἄρα τῇ
 KB ἐστὶν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓHKB . λέγω
 δὴ, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν
 ἡ ΓH τῇ BK [καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ
 15 GB], αἱ ἄρα ὑπὸ KBF , HGB γωνίαι δύο ὀρθαῖς
 εἰσιν ἴσαι. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ KBF · ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ
 ὑπὸ BGH · ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ ΓHK ,
 HKB ὀρθαῖ εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓHKB .
 ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν·
 20 καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς GB . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΘZ
 τετράγωνόν ἐστιν· καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΘH , τουτέστιν
 [ἀπὸ] τῆς AG · τὰ ἄρα ΘZ , $K\Gamma$ τετράγωνα ἀπὸ τῶν
 AG , GB εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ AH τῷ HE ,
 καὶ ἐστὶ τὸ AH τὸ ὑπὸ τῶν AG , GB · ἴση γὰρ ἡ $H\Gamma$
 25 τῇ GB · καὶ τὸ HE ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ AG , GB .
 τὰ ἄρα AH , HE ἴσα ἐστὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν AG , GB .

2. ΓZ] $Z\Gamma Z$ P. διὰ δέ] καὶ διὰ p. 3. AB] B in
 ras. p. Post παράλληλος in P est γραμμον punctis delet.
 4. ΓZ] corr. ex $Z\Gamma F$. 5. $B\Delta$] ΔB p. 7. ἀλλά Vp.
 10. ἀλλά P Vp. 11. KB] B e corr. p; BK P. 12.
 ἐστὶν ἴση] om. p. ἐστὶ] ἐστίν P. 13. δὴ] om. F. 14.

et ducatur $B\Delta$, et per Γ utrique $A\Delta$, EB parallela ducatur ΓZ [I, 30 et 31], per H autem utrique AB , ΔE parallela ducatur ΘK . et quoniam ΓZ rectae $A\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Delta$, angulus exterior $\Gamma H B$ aequalis est angulo interiori et opposito $A\Delta B$ [I, 29]. uerum $\angle A\Delta B = AB\Delta$, quoniam $BA = A\Delta$ [I, 5]. quare etiam $\angle \Gamma H B = HB\Gamma$. itaque etiam



$B\Gamma = \Gamma H$ [I, 6]. sed etiam $\Gamma B = HK$

[I, 34] et $\Gamma H = KB$ [id.]. quare etiam

$HK = KB$. itaque aequilaterum est

ΓHKB . dico, idem rectangulum esse.

nam quoniam ΓH rectae BK paral-

lela est, erunt $KB\Gamma + H\Gamma B$ duobus

rectis aequales [I, 29]. uerum $\angle KB\Gamma$

rectus est. itaque etiam $\angle B\Gamma H$ rectus. quare etiam

oppositi anguli ΓHK , HKB recti sunt [I, 34]. ergo

ΓHKB rectangulum est. sed demonstratum est, idem

aequilaterum esse. ergo quadratum est; et in ΓB con-

structum est. eadem de causa etiam ΘZ quadratum

est; et in ΘH , hoc est $A\Gamma$ [I, 34] constructum est.

itaque quadrata ΘZ , $K\Gamma$ in $A\Gamma$, ΓB constructa sunt.

et quoniam $AH = HE$ [I, 43], et $AH = A\Gamma \times \Gamma B$

καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεία ἡ ΓB] add. Theon? (BF Vp);
mg. m. 2 P. ἐμπέπτωκεν] euan. F; ἐνέπεσεν B. εὐθεία]

om. BF. 15. ΓB] B eras. p. $H\Gamma B$] $B\Gamma H$ P. δύο]

δυσὶν Vp. 16. ἴσαι εἶσιν Vp. 17. αὐ] (prius) om. F.

18. ἐστὶ] ἐστίν P. 19. ἐστίν] PF; ἐστὶ uulgo. 20. ΓB]

corr. ex $B\Gamma$ m. 2 V; $B\Gamma$ p. ΘZ] e corr. p. 21. ἐστίν]

(prius) PF; ἐστὶ uulgo. ΘH] $H\Theta$ F. 22. ἀπό] om. P;

in F eras. $K\Gamma$] ΓK Pp. 23. εἶσιν] F; ἐστίν P; εἶσαι

uulgo. ἐστὶ] ἐστίν P. 24. ἐστίν P. Ante $H\Gamma$ ras. 1

litt. F. 25. Post ἄρα ras. V. ἐστίν PF. $A\Gamma$] τῶν $A\Gamma$

Vp, F m. 2. 26. AH] corr. ex AB p. ἐστίν P.

ἔστι δὲ καὶ τὰ ΘZ , ΓK τετράγωνα ἀπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB .
 τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ ΘZ , ΓK , AH , HE ἴσα ἐστὶ τοῖς
 τε ἀπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ
 τῶν $A\Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ ΘZ ,
⁵ ΓK , AH , HE ὅλον ἐστὶ τὸ $A\Delta EB$, ὅ ἐστιν ἀπὸ
 τῆς AB τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον
 ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB τετραγώνοις καὶ
 τῷ δις ὑπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ
¹⁰ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμη-
 μάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων
 περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις
¹⁵ χωρίοις τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα τε-
 τράγωνα ἐστίν].

ε'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ
 ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων
²⁰ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
 μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ
 ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ AB τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ

IV. πόρ. De Proclo p. 304 u. ad IV, 15.
 p. 385, 17.

V. Boetius

1. ἔστιν P. τὰ] τό F; corr. m. 2. τετράγωνον F;
 corr. m. 2. 2. τὰ] (alt.) om. F. ἐστίν P. 3. τε] m. 2
 V. 4. ὀρθογώνια φ. τὰ] τὰ τέσσαρα P. ΘZ] Θ in
 ras. V; $Z\Theta$ B. 5. HE] H e corr. p. ἐστίν P. $A\Delta EB$

(nam $H\Gamma = \Gamma B$), erit etiam $HE = A\Gamma \times \Gamma B$. itaque $AH + HE = 2 A\Gamma \times \Gamma B$. uerum etiam quadrata ΘZ , ΓK in $A\Gamma$, ΓB constructa sunt. ergo $\Theta Z + \Gamma K + AH + HE = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$. sed $\Theta Z + \Gamma K + AH + HE = A\Delta EB = AB^2$. itaque $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$.

Ergo si recta linea utcumque secatur, quadratum totius aequale est quadratis partium et duplo rectangulo partibus comprehenso; quod erat demonstrandum.¹⁾

V.

Si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, rectangulum inaequalibus partibus totius comprehensum cum quadrato rectae inter sectiones positae aequale est quadrato dimidia.²⁾

nam recta quaelibet AB in aequales partes sece-

1) Etiam Campanus hic duas demonstrationes habet, quarum prior reiectae, altera neque huic neque reiectae similis est. de hac habet: „sed hac uia non patet correlarium, sicut uia praecedenti patet, unde prima est auctori magis consona.“ nam corollarium et ipse habet. itaque fortasse Theone antiquius est.

$$2) ab + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2.$$

τετράγωνον V. 6. AB τετράγωνον] (prius) mg. m. 2 V; in textu ras. 2—3 litt. τετράγωνον] mg. m. 2 F. 7. ἐστίν P. τε] om. p. τῶν] m. 2 F. 9. ἐνυχε] B; ἐνυχε uulgo. 10. ἐστίν P. τε] om. p. 12. Sequitur alia demonstratio, quam Augustum secutus in appendicem reieci. 13. πρόμα — 16. ἐστίν] add. Theon? (BFVp); mg. m. rec. P. 14. τούτων P. φανερόν ἐστίν V. 18. εἰς] supra m. 1 V. 19. εἰς ἄνισα p. 21. ἐστίν P.

τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν
 ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
 ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνον τὸ
 5 ΓΕΖΒ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ
 ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ, ΒΖ παράλληλος ἦχθω ἡ ΔΗ, διὰ
 δὲ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος πάλιν
 ἦχθω ἡ ΚΜ, καὶ πάλιν διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν
 ΓΑ, ΒΜ παράλληλος ἦχθω ἡ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ ἴσον
 10 ἐστὶ τὸ ΓΘ παραπλήρωμα τῷ ΘΖ παραπληρώματι,
 κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΜ ὅλῳ
 τῷ ΔΖ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΓΜ τῷ ΑΔ ἴσον ἐστίν,
 ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΔ ἄρα τῷ
 ΔΖ ἴσον ἐστίν. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ· ὅλον ἄρα
 15 τὸ ΑΘ τῷ ΜΝΞ γνώμονι ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΑΘ
 τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ ΔΘ τῇ ΔΒ·
 καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ.
 κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΗ, ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς
 ΓΔ· ὁ ἄρα ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΑΗ ἴσα ἐστὶ τῷ
 20 ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ
 ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ ΜΝΞ γνώμων καὶ
 τὸ ΑΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΓΕΖΒ τετραγώνον, ὃ ἐστὶν ἀπὸ
 τῆς ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρ-
 θογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ
 25 τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

3. ἐστίν P. τετραγώνῳ] om. B; comp. add. m. 2 F.

5. ΓΕΖΒ] in ras. p. ΒΕ] B in ras. F. 6. ΒΖ] ΖΒ F.

διὰ δέ] καὶ διὰ V. 7. πάλιν] om. p, m. 2 V. 8. καὶ πάλιν

— 9. ἡ ΑΚ] mg. m. rec. P. 10. ΘΖ] ΖΘ F. 12. ἴσον ἐστίν]

(alt.) ἐστὶν ἴσον V. 13. ἐπεὶ — ἴση] mg. m. 2 V (ἴση ἐστὶ).

14. ἐστὶν ἴσον V. ἐστίν] P, comp. m. 2 F; ἐστὶ Bp. 15.

Ἐὰν ἄρα εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα,
 τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον
 ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τε-
 τραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.
 5 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ
 δέ τις αὐτῇ εὐθεία ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς
 ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης
 10 περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
 ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
 συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσ-
 κειμένης τετραγώνῳ.

Εὐθεία γάρ τις ἡ AB τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ
 15 σημεῖον, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεία ἐπ' εὐθείας
 ἡ BA' · λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AA' , AB περιεχόμενον
 ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς GB τετραγώνου ἴσον
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς GA τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς GA τετράγωνον τὸ
 20 $GEZ\Delta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AE , καὶ διὰ μὲν τοῦ B
 σημείου ὁποτέρᾳ τῶν EG , ΔZ παράλληλος ἦχθω ἡ
 BH , διὰ δὲ τοῦ Θ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν AB , EZ
 παράλληλος ἦχθω ἡ KM , καὶ ἔτι διὰ τοῦ A ὁποτέρᾳ
 τῶν GA , ΔM παράλληλος ἦχθω ἡ AK .

25 Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AG τῇ GB , ἴσον ἐστὶ καὶ
 τὸ AA' τῷ $G\Theta$. ἀλλὰ τὸ $G\Theta$ τῷ ΘZ ἴσον ἐστίν. καὶ

VI. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 385, 22.

1. γραμμή P. εἰς ἄνισα p. 4. ἐστίν PV. 8. ἐπ'
 εὐθείας, τὸ ὑπό] in ras. V. 9. προσκειμένη] -σ- supra p.
 προσκειμένης V, et p sed corr. m. 1. 11. ἐστίν V. 12.
 προσκειμένης] -σ- insert. p. Post hoc uerbum legitur ὡς ἀπὸ

- τὸ $ΑΑ$ ἄρα τῷ $ΘΖ$ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω
τὸ $ΓΜ$. ὅλον ἄρα τὸ $ΑΜ$ τῷ $ΝΞΟ$ γνώμονι ἐστὶν
ἴσον. ἀλλὰ τὸ $ΑΜ$ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$. ἴση
γάρ ἐστὶν ἡ $ΔΜ$ τῇ $ΔΒ$. καὶ ὁ $ΝΞΟ$ ἄρα γνώμων
5 ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ [περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ]. κοινὸν προσκείσθω τὸ $ΑΗ$, ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ
ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$
περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $ΓΒ$ τε-
τραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ $ΝΞΟ$ γνώμονι καὶ τῷ $ΑΗ$.
10 ἀλλὰ ὁ $ΝΞΟ$ γνώμων καὶ τὸ $ΑΗ$ ὅλον ἐστὶ τὸ $ΓΕΖΔ$
τετράγωνον, ὃ ἐστὶν ἀπὸ τῆς $ΓΔ$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
 $ΑΔ$, $ΔΒ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ
τῆς $ΓΒ$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΓΔ$ τετρα-
γώνῳ.
15 Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ
δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν
τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἕκ τε τῆς ἡμισείας
20 καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ξ'.

- Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ
ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἐνὸς τῶν τμημάτων
τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις
25 ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περι-
εχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ
τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ $ΑΒ$ τετμήσθω, ὥς ἔτυχεν, κατὰ

itaque $AM = NΞO$. uerum $AM = AA \times AB$; nam $AM = AB$. quare etiam $NΞO = AA \times AB$. commune adiiciatur AH , quod est $BΓ^2$. itaque

$$AA \times AB + BΓ^2 = NΞO + AH.$$

sed $NΞO + AH = ΓEZΔ = ΓΔ^2$. erit igitur

$$AA \times AB + BΓ^2 = ΓΔ^2.$$

Ergo si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia quaedam recta ei in directum adiicitur, rectangulum tota cum adiecta et adiecta comprehensum cum quadrato dimidiaae aequale est quadrato in dimidia adiectaque descripto; quod erat demonstrandum.

VII.

Si recta linea utcunque secatur, quadratum totius et quadratum alterutrius partis simul sumpta aequalia sunt duplo rectangulo tota et parte nominata comprehenso cum quadrato reliquae partis.¹⁾

$$1) (a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2.$$

2. $ΓM$] in ras. V. $NΞO$] N in ras. V. $γνώμωνι$ F.
 3. $ἐστίν$ FV. 4. $ΔB$] B eras. V. $NΞO$] N corr. ex M V
 5. $ἐστίν$ V. $περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ$] om. Pp. 8. $ΓB$] $BΓ$ V. $τετραγώνῳ$ φ. 9. $ἐστίν$ FV. 10. $ἐστίν$ V.
 $ΓEZΔ$] Z in ras. V. 11. $ΓΔ$] in ras. V. 12. $ὀρθογωνίον$] $ὀρθο-$ in ras. m. 1 p. 13. $ΓB$] $BΓ$ Vp. $ἐστίν$ V.
 $ἀπὸ τῆς ΓΔ$] $ΓB$ φ seq. lacuna. 15. $γραμμῇ$] seq. ras. 4 litt. V. $προσθῇ$ P. 17. $προσκειμένη$] σ insert. m. 1 p, ut breui post et lin. 20. 19. $ἐστίν$ V. 20. Ante $τετραγώνῳ$ in Fp: $ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι$; idem post $τετραγώνῳ$ insert. in V m. 1? $ὅπερ ἔδει δεῖξαι$] :~ BF; om. V. 22. $ἐτυχε$ p. 24. $ἐστίν$ F. $τε$] $δέ$ P; corr. m. 1. 28. $ἐτυχε$ Fp.

τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ
5 ΑΔΕΒ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

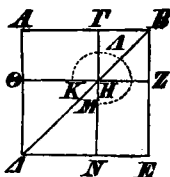
Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσ-
κείσθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ ὅλῳ τῷ ΓΕ ἴσον
ἐστίν· τὰ ἄρα ΑΖ, ΓΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ. ἀλλὰ
τὰ ΑΖ, ΓΕ ὁ ΚΑΜ ἐστι γνῶμων καὶ τὸ ΓΖ τετρά-
10 γωνον· ὁ ΚΑΜ ἄρα γνῶμων καὶ τὸ ΓΖ διπλάσιά
ἐστι τοῦ ΑΖ. ἐστὶ δὲ τοῦ ΑΖ διπλάσιου καὶ τὸ δις
ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΒΖ τῇ ΒΓ· ὁ ἄρα
ΚΑΜ γνῶμων καὶ τὸ ΓΖ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ
δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΗ, ὃ
15 ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· ὁ ἄρα ΚΑΜ γνῶμων
καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ
τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ ΚΑΜ γνῶμων καὶ τὰ
ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ καὶ τὸ ΓΖ,
20 ἃ ἐστὶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα· τὰ ἄρα ἀπὸ
τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ [τε] δις ὑπὸ τῶν
ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΑΓ τετραγώνου.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἐτυχεν, τὸ
25 ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συν-
αμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῆς ὅλης
καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ
καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

2. ἐστίν PFV. 3. ΓΑ] ΑΓ BV. 6. ἐπεὶ οὖν] Pp;
ἐπεὶ BF, V m. 1; καὶ add. V m. 2. 7. ἐστὶν ἴσον p. 8.

nam recta AB secetur utcumque in puncto Γ . dico,
esse $AB^2 + B\Gamma^2 = 2 AB \times B\Gamma + \Gamma A^2$.

construatur enim in AB quadratum $A\Delta EB$, et
describatur figura.¹⁾ iam quoniam $AH = HE$ [I, 43],
commune adiiciatur ΓZ . itaque $AZ = \Gamma E$. quare



$AZ + \Gamma E = 2 AZ$. uerum

$AZ + \Gamma E = KAM + \Gamma Z$.

itaque $KAM + \Gamma Z = 2 AZ$. sed
 $2 AB \times B\Gamma = 2 AZ$; nam $BZ = B\Gamma$.

itaque $KAM + \Gamma Z = 2 AB \times B\Gamma$.

commune adiiciatur ΔH , quod est $A\Gamma^2$.

itaque $KAM + BH + HA = 2 AB \times B\Gamma + A\Gamma^2$.

sed $KAM + BH + HA = A\Delta EB + \Gamma Z = AB^2 + B\Gamma^2$. erunt igitur

$$AB^2 + B\Gamma^2 = 2 AB \times B\Gamma + A\Gamma^2.$$

Ergo si recta linea utcumque secatur, quadratum
totius et quadratum alterutrius partis aequalia sunt
rectangulo tota et parte nominata comprehenso cum
quadrato reliquae partis; quod erat demonstrandum.

1) Sc. eadem, quae in praecedentibus propositionibus, ita
ut ducatur diametrus $B\Delta$ et per Γ rectis $A\Delta$, BE parallela
 ΓN , per H rectis AB , ΔE parallela ΘZ .

ἐστὶ B. τὰ] τό p. διπλάσιον p. ἐστὶν PV. AZ]
corr. ex BZ m. 1 p. 9. τὰ] τό p et post ras. 2 litt. F.
ἐστὶ] ἐστὶν V, supra m. 2 F. 10. διπλάσιον p. 11. ἐστὶν
FV. Post ἐστὶ 1 litt. eras. V. τοῦ] e corr. p. 12. BZ]
ZB p. 13. ἐστὶν V. τῷ] corr. ex τό m. 2 V. 14. BΓ]
BΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ p. 16. ἐστὶν FV. τε] δέ P;
corr. m. 1. 18. ἀλλ' F. 19. ἐστὶν V. 20. ᾧ] supra m. 1
F. ἀπό] τὰ ἀπό F. τῶν] τῆς comp. p. BΓ] om. P;
corr. m. rec. 21. ἐστὶν V (v eras). τε] om. P. 22.
περιεχόμενα φ. μετὰ τοῦ] καὶ τῷ p. 23. τετραγώνῳ p.
24. ἔτυχε p. 26. ἐστὶν V. 27. προειρημένον P.

η'.

Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἐτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ
5 λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Εὐθεία γάρ τις ἡ AB τεμησθῶ, ὥς ἐτυχεν, κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν AB ,
10 $B\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB , $B\Gamma$ ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας [τῇ AB εὐθείᾳ] ἡ $B\Delta$, καὶ κείσθω τῇ ΓB ἴση ἡ $B\Delta$, καὶ ἀναγεγράφθω
15 ἀπὸ τῆς $A\Delta$ τετράγωνον τὸ $A\epsilon Z\Delta$, καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΓB τῇ $B\Delta$, ἀλλὰ ἡ μὲν ΓB τῇ HK ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ $B\Delta$ τῇ KN , καὶ ἡ HK ἄρα τῇ KN ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΠP τῇ PO
20 ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ $B\Delta$, ἡ δὲ HK τῇ KN , ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΓK τῷ $K\Delta$, τὸ δὲ HP τῷ PN . ἀλλὰ τὸ ΓK τῷ PN ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ ΓO παραλληλογράμμου· καὶ τὸ $K\Delta$ ἄρα τῷ HP ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ
25 ΔK , ΓK , HP , PN ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. τὰ τέσ-

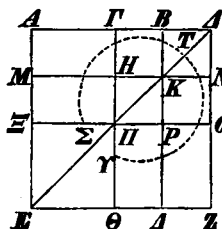
2. ἐτυχε p. 3. τετράκης V, corr. m. 2. 5. ἐστίν FV.
ἀπὸ τε] BV; τε ἀπὸ Pp; ἀπὸ F. 7. ἀναγραφέντι] -ti
postea add. F. 8. ἐτυχε p. 9. τετράκης V; corr. m. 2.
11. τετραγώνῳ p. ἐστίν V. 13. γάρ] om. F. τῇ AB
εὐθείᾳ] Theon? (BFVp; εὐθείᾳ B); m. rec. P. 14. ἴση τῇ
ΓB P. ΓB] BΓ F. BΔ] ΔB V; corr. m. 2. 17. ΓB]
BΓ P. ἀλλ' F. 18. BΔ] ΔB V, corr. m. 2. KN]

VIII.

Si recta linea utcunque secatur, quadruplum rectangulum tota et alterutra parte comprehensum cum quadrato reliquae partis aequale est quadrato in tota simul cum parte nominata constructo.¹⁾

nam recta AB utcunque secetur in puncto Γ . dico, esse $4 AB \times B\Gamma + A\Gamma^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

producatur enim in directum AB , ut fiat $B\Delta$, et ponatur $B\Delta = \Gamma B$, et in $A\Delta$ construatur quadratum $AEZ\Delta$, et figura duplex describatur.²⁾



iam quoniam $\Gamma B = B\Delta$, et $\Gamma B = HK$, $B\Delta = KN$, erit etiam $HK = KN$. eadem de causa etiam $\Pi P = PO$. et quoniam $B\Gamma = B\Delta$, $HK = KN$, erit $\Gamma K = K\Delta$, $HP = PN$. uerum $\Gamma K = PN$; nam supplementa sunt parallelogrammi ΓO [I, 43]. quare etiam $K\Delta = HP$. ergo quattuor ΔK , ΓK , HP , PN

VIII. Pappus V p. 428, 21.

1) $4(a+b)a + b^2 = [(a+b) + a]^2$.

2) H. e. ducta diametro ΔE , ducantur $B\Delta$, $\Gamma\Theta$ rectis ΔZ , AE parallelae, MN et ΣO rectis $A\Delta$, EZ ; u. p. 137 not. 1; sed ibi duae tantum parallelae ducuntur, hic quattuor; quare figura duplex uocatur.

KH V, corr. m. 2. HK] e corr. V. $\alpha\alpha$] PFp; om. BV. 19. KN] KH V; corr. m. 2. $\kappa\alpha\iota \eta \Pi P$] in ras. V. 20. η] $\eta \mu\acute{\epsilon}\nu$ Bp. $B\Gamma$] ΓB p. 21. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PFV. $\kappa\alpha\iota$] om. B. $\mu\acute{\epsilon}\nu$] om. P. $K\Delta$] $B\Delta$ P; in ras. est in V. 22. PN] (prius) NP Pp. Dein add. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ in ras. V. 23. $\gamma\acute{\alpha}\rho \acute{\epsilon}\lambda\omicron\iota$ p. 24. $\tau\acute{o}$] corr. ex $\tau\acute{o}$ F. $K\Delta$] $B\Delta$ P. $\alpha\alpha$] supra F. HP] PN p. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ p. $\tau\acute{\epsilon}\sigma\sigma\alpha\alpha$] om p. $\tau\acute{\alpha}$] om. p, $\tau\acute{o}$ B. 25. ΔK] ΓK Pp. ΓK] in ras. V; $K\Delta$ Pp. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ Bp; $\acute{\epsilon}\lambda\omicron\iota$ V.

σαρα ἄρα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. πάλιν ἐπεὶ ἴση
 ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΒΔ τῇ ΒΚ, τουτ-
 ἐστι τῇ ΓΗ ἴση, ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΗΚ, τουτέστι τῇ ΗΠ,
 ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ΓΗ ἄρα τῇ ΗΠ ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ
 5 ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΓΗ τῇ ΗΠ, ἡ δὲ ΠΡ τῇ ΡΟ; ἴσον
 ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ ΜΠ, τὸ δὲ ΠΔ τῷ ΡΖ.
 ἀλλὰ τὸ ΜΠ τῷ ΠΔ ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γάρ
 τοῦ ΜΔ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΑΗ ἄρα τῷ ΡΖ
 ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΑΗ, ΜΠ, ΠΔ, ΡΖ
 10 ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τοῦ ΑΗ ἐστὶ
 τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ ΓΚ, ΚΔ,
 ΗΡ, ΡΝ τοῦ ΓΚ τετραπλάσια· τὰ ἄρα ὀκτώ, ἃ περι-
 ἔχει τὸν ΣΤΤ γινώμονα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΚ.
 καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἐστὶν· ἴση γάρ
 15 ἡ ΒΚ τῇ ΒΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ
 τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΚ. ἐδείχθη δὲ τοῦ ΑΚ τε-
 τραπλάσιος καὶ ὁ ΣΤΤ γινώμων· τὸ ἄρα τετράκις
 ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΤ γινώμονι. κοι-
 νὸν προσκείσθω τὸ ΞΘ, ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ
 20 τετραγώνῳ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ περι-
 εχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου
 ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΤ γινώμονι καὶ τῷ ΞΘ. ἀλλὰ ὁ ΣΤΤ
 γινώμων καὶ τὸ ΞΘ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕΖΔ τετράγωνον,
 ὃ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ,
 25 ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΔ τετρα-
 γώνῳ· ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΒΓ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν
 ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ
 τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ, τουτέστι τῷ
 ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ ΒΓ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

1. ἐστι] ἐστιν PV; sicut p. 2. ΓΒ] ΒΓ F. ἀλλ' F.
 ΒΚ] supra scr. Δ m. 2 V; mg. ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΓΗ ἐστὶν ἴση V.

inter se aequalia sunt. ergo

$$\Delta K + \Gamma K + HP + PN = 4 \Gamma K.$$

rursus quoniam $\Gamma B = B\Delta$ et $B\Delta = BK = \Gamma H$ et $\Gamma B = HK = H\Pi$, erit etiam $\Gamma H = H\Pi$. et quoniam $\Gamma H = H\Pi$ et $\Pi P = PO$, erit etiam $AH = M\Pi$ [I, 36] et $\Pi\Delta = PZ$ [id.]. uerum $M\Pi = \Pi\Delta$; nam supplementa sunt parallelogrammi $M\Delta$ [I, 43]. quare etiam $AH = PZ$. itaque quattuor $AH, M\Pi, \Pi\Delta, PZ$ inter se aequalia sunt. quare $AH + M\Pi + \Pi\Delta + PZ = 4AH$. sed demonstratum est etiam

$$\Gamma K + K\Delta + HP + PN = 4 \Gamma K.$$

ergo octo spatia gnomonem ΣTT efficientia $= 4AK$. et quoniam $AK = AB \times B\Delta$ (nam $BK = B\Delta$), erit $4AB \times B\Delta = 4AK$. sed demonstratum est etiam $\Sigma TT = 4AK$. quare $4AB \times B\Delta = \Sigma TT$. commune adiiciatur $\Xi\Theta$, quod aequale est $A\Gamma^2$. itaque $4AB \times B\Delta + A\Gamma^2 = \Sigma TT + \Xi\Theta$. sed

$$\Sigma TT + \Xi\Theta = AEZ\Delta = A\Delta^2.$$

itaque $4AB \times B\Delta + A\Gamma^2 = A\Delta^2$. sed $B\Delta = B\Gamma$. itaque $4AB \times B\Gamma + A\Gamma^2 = A\Delta^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

3. ΓH] H eras. V. [$\iota\sigma\eta$] PF, $\iota\sigma\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B, $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\iota\sigma\eta$ p et in ras. V. $\tau\omicron\upsilon\tau\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\tau\eta$ $H\Pi$ $\iota\sigma\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ mg. m. 2 V. $\tau\omicron\upsilon\tau\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B. 4. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\iota\sigma\eta$ Vp. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] (alt.) $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ B. 6. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PV. $\mu\acute{\epsilon}\nu$] om. P. 9. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\iota\sigma\omicron\nu$ Vp. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] F; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ PB. $\tau\acute{\alpha}$] (alt.) $\tau\omicron$ P. 10. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ V; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ B. $\tau\epsilon\tau\omicron\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\acute{\alpha}$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ $\tau\omicron\upsilon$ AH p; $\tau\omicron\upsilon$ AH $\tau\epsilon\tau\omicron\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\acute{\alpha}$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 12. α $\pi\epsilon\tau\epsilon$ $\acute{\epsilon}\chi\omicron\upsilon\sigma\iota$ p; $\acute{\alpha}\pi\epsilon\tau\epsilon$ $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ F. 13. $\gamma\acute{\nu}\omega\mu\omicron\nu\alpha$ $\tau\acute{\alpha}$ FV. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P; om. V. AK $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. 14. $\acute{\upsilon}\pi\omicron$] $\acute{\alpha}\nu\omicron$ F. $B\Delta$] BK P. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] $\gamma\acute{\alpha}\rho$ $\kappa\alpha\iota$ V. 15. BK] KB P. 16. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PV; om. B. AK $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B. $\tau\epsilon\tau\omicron\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\omega\nu$ p. 18. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. $\tau\tilde{\omega}$] corr. ex $\tau\omicron$ m. 2 B. 21. $A\Gamma$] PB, F m. 1; $\tau\eta\varsigma$ $A\Gamma$ Vp, m. 2 F. 22. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ FV. $\tau\tilde{\omega}$] (alt.) corr. ex $\tau\omicron$ F. $\acute{\alpha}\lambda\lambda'$ F. 23. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PFV. 25. $A\Gamma$] $\tau\eta\varsigma$ $A\Gamma$ p. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. $A\Delta$] $\tau\eta\varsigma$ $A\Delta$ Vp. 27. $B\Gamma$] $B\Delta$ B, corr. m. 2. $A\Gamma$] $\tau\eta\varsigma$ $A\Gamma$ Vp, $\tau\eta\varsigma$ ϕ . 28. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PV. $\tau\omicron\upsilon\tau\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. 29. $\kappa\alpha\iota$] om. p.

Ἐὰν ἄρα εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ, ὥς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Εὐθεία γάρ τις ἡ AB τετμησθῶ εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ · λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν $A\Delta$, ΔB τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$ τετραγώνων.

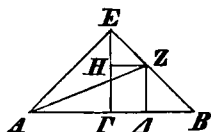
Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓE , καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρῃ τῶν $A\Gamma$, ΓB , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ EA , EB , καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ $E\Gamma$ παρὰ ἄλληλος ἦχθω ἡ ΔZ , διὰ δὲ τοῦ Z τῇ AB ἡ ZH , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AZ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $A\Gamma$ τῇ ΓE , ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ EAG γωνία τῇ ὑπὸ AEG . καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Γ , λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ EAG , AEG μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσὶν· καὶ εἰσιν ἴσαι· ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ GEA , GAE .

1. ἐὰν ἄρα — 6. τετραγώνῳ] om. p. 1. ἔτυχε V. 2. τετράκις] mg. m. 2 V. 4. ἐστὶν F. ἀπὸ τε] τε ἀπὸ PBV; ἀπὸ F. 5. προειρημένου P. 9. εἰς ἄνισα p. 10. ἐστὶν FV. τε] postea add. m. 2 F. ἡμισείας] corr. ex μεταξὺ m. 2 F. 11. καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ] om. F; corr. m. rec., sed euan. 15. ἐστὶν V. ἀπὸ τῶν] om. F. 18. τῶν] in

Ergo si recta linea utcunque secatur, quadruplum rectangulum tota et alterutra parte comprehensum cum quadrato reliquae partis aequale est quadrato in tota simul cum parte nominata descripto; quod erat demonstrandum.

IX.

Si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, quadrata in partibus inaequalibus totius descripta duplo maiora sunt quadrato dimidiaie cum quadrato rectae inter sectiones positae.¹⁾



nam recta aliqua AB in aequales partes secetur in Γ , in inaequales uero in Δ . dico, esse

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

ducatur enim a Γ ad rectam AB perpendicularis $E\Gamma$ [I, 11], et ponatur aequalis utrique $A\Gamma$, ΓB , et ducantur EA , EB , et per Δ rectae $E\Gamma$ parallela ducatur ΔZ , per Z autem rectae AB parallela ZH , et ducatur AZ . et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit etiam $\angle E\Gamma A = \angle A\Gamma E$ [I, 5]. et quoniam angulus ad Γ situs rectus est, reliqui $\angle E\Gamma A + \angle A\Gamma E$ uni recto aequales erunt [I, 32]. et sunt aequales. itaque uterque angulus

IX. Boetius p. 386, 3.

$$1) a^2 + b^2 = 2 \left[\left(\frac{a+b}{2} \right)^2 + \left(\frac{a+b}{2} - b \right)^2 \right].$$

ras. FV. ΓB] B eras. V, B e corr. F. 19. EA] AE P.
 20. AB] PBF ; AB παράλληλος ἡ $\chi\theta\omega$ Vp. ἡ ZH] om. F
 (lacun. 4—5 litt.). 22. ἐστὶ] ἐστὶν PFV. $E\Gamma A$] E
 supra scr. m. 1 V. γωνία] om. p. $A\Gamma E$] ΓEA p. 23.
 τῶ] τὸ F, corr. m. 2. 24. ἐστὶν] (prius) ἐστὶ BVp. 25. ἐνα-
 τέρα (in ras. V) ἄρα τῶν ὑπὸ $A\Gamma E$, $E\Gamma A$ ἡμίσειά ἐστιν ὁρ-
 θῆς Vp.

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ
 ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΒ ὀρθή
 ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς,
 ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ· ἴση γὰρ ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ
 5 ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΗ
 ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα [ἐστίν] ἡ ὑπὸ ΗΕΖ
 γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ
 ἐστίν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ Β γωνία ἡμίσειά
 ἐστίν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ· ἴση γὰρ πάλιν
 10 ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ
 ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΖΔ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ
 πρὸς τῷ Β γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΒ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ
 ΖΔ πλευρᾷ τῇ ΔΒ ἐστίν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
 ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ τῷ ἀπὸ ΓΕ·
 15 τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι
 τοῦ ἀπὸ ΑΓ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ ἴσον ἐστὶ
 τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ
 γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΑ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ
 τῆς ΑΓ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ, ἴσον
 20 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΖ· τὰ ἄρα ἀπὸ
 τῶν ΕΗ, ΗΖ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς
 ΗΖ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ τετρα-
 γώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον· τὸ ἄρα
 ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς
 25 ΗΖ. ἴση δὲ ἡ ΗΖ τῇ ΓΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ δι-
 πλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς ΕΑ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ
 τῶν ΑΕ, ΕΖ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν

1. διὰ τὰ — 2. ὀρθῆς] mg. in ras. V. 1. ὑπό] supra m. 2
 F. ΕΒΓ, ΓΕΒ p. 4. ἐστίν P; comp. supra V. 5. ἀπεναν-
 τίας p. 6. ἐστίν] om. P. 7. ΕΗ] ΗΕ p. τῇ] πλευρᾷ τῇ
 V p; πλευρᾷ add. mg. m. 1 F. 9. πάλιν ἐστὶ] ἐστὶ πάλιν P; ἐστὶ

ΓEA , ΓAE dimidius recti est. eadem de causa etiam uterque angulus ΓEB , $EB\Gamma$ dimidius est recti. quare $\angle AEB$ rectus est. et quoniam $\angle HEZ$ dimidius est recti, rectus autem est EHZ (nam aequalis est angulo interiori et opposito $E\Gamma B$ [I, 29]), reliquus $\angle EZH$ dimidius est recti. ergo $\angle HEZ = EZH$. quare etiam $EH = HZ$ [I, 6]. rursus quoniam angulus ad B situs dimidius est recti, angulus autem $Z\Delta B$ rectus (nam rursus angulo interiori et opposito $E\Gamma B$ aequalis est [I, 29]), erit reliquus angulus $BZ\Delta$ dimidius recti. itaque angulus ad B situs aequalis est angulo ΔZB . quare etiam $Z\Delta = \Delta B$ [I, 6]. et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit etiam $A\Gamma^2 = \Gamma E^2$. itaque $A\Gamma^2 + \Gamma E^2 = 2 A\Gamma^2$. sed $EA^2 = A\Gamma^2 + \Gamma E^2$ (nam $\angle A\Gamma E$ rectus est) [I, 47]. itaque $EA^2 = 2 A\Gamma^2$. rursus quoniam $EH = HZ$, erit etiam $EH^2 = HZ^2$. quare $EH^2 + HZ^2 = 2 HZ^2$. uerum $EZ^2 = EH^2 + HZ^2$ [I, 47]. itaque $EZ^2 = 2 HZ^2$. sed $HZ = \Gamma\Delta$ [I, 34]. itaque $EZ^2 = 2 \Gamma\Delta^2$. uerum etiam $EA^2 = 2 A\Gamma^2$. itaque $AE^2 + EZ^2 = 2 (A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$. sed $AZ^2 = AE^2 + EZ^2$

supra F. 11. $BZ\Delta$ ΔZB P. 12. ΔZB $BZ\Delta$ p. 13. $Z\Delta$ PF; ΔZ BVp. 14. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ om. B, supra F. $A\Gamma$ PB, F m. 1; $\tau\eta\varsigma A\Gamma$ Vp, F m. 2 (ΓA , sed corr.). ΓE] $\tau\eta\varsigma \Gamma E$ Vp, F m. 2. 15. $\tau\acute{\alpha} \acute{\alpha}\rho\alpha \acute{\alpha}\nu\theta\acute{o} \tau\omega\acute{n} A\Gamma$] $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\nu$ seq. lac. 3 litt. ϕ . $\tau\omega\acute{n}$] $\tau\eta\varsigma$ comp. p. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. 16. $A\Gamma$] $\tau\eta\varsigma A\Gamma$ Vp, F m. 2. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ FV. 17. $\tau\acute{o}$] om. F. EA] AE Pp. 18. $\acute{\alpha}\nu\theta\acute{o}$ $\acute{\epsilon}\nu\theta\acute{o}$ ϕ (non F). EA] AE P et V m. 1. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ PV. 19. $\tau\eta\varsigma$] om. P. EH] in ras. V. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$] PBF; $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ Vp. 20. EH] HE P et F, sed corr. 21. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. 22. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] supra V. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\nu$] PF; om. BVp. 23. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\nu$] punctus del. P. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. 24. HZ] Z in ras. m. 2 V. $\acute{\iota}\sigma\eta \delta\acute{\epsilon}$ — 26. $\Gamma\Delta$] mg. m. 2 V. $\acute{\iota}\sigma\eta \delta\acute{\epsilon} \eta HZ \tau\eta \Gamma\Delta$] $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha} \tau\acute{o} \acute{\alpha}\nu\theta\acute{o} \tau\eta\varsigma HZ \acute{\iota}\sigma\omicron\nu \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota \tau\acute{o} \acute{\alpha}\nu\theta\acute{o} \tau\eta\varsigma \Gamma\Delta$ P. 26. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. 27. EA] in ras. V; AE p. $\tau\omicron\upsilon$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ (comp.) $\tau\omicron\upsilon \phi$. 28. AE] inter A et E ras. 1 litt. F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V.

- $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΖ$ ἴσον
 ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΖ$ τετράγωνον· ὁρθὴ γὰρ ἐστὶν ἡ
 ὑπὸ $ΑΕΖ$ γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΑΖ$ τετράγωνον
 διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$. τῷ δὲ ἀπὸ
 5 τῆς $ΑΖ$ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΖ$ · ὁρθὴ γὰρ ἡ πρὸς
 τῷ $Δ$ γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΖ$ διπλάσιά
 ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ
 $ΔΖ$ τῇ $ΔΒ$ · τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ τετράγωνα
 διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων.
 10 Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα,
 τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα
 διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ
 τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

- 15 Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ
 δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς
 ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσ-
 κειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά
 ἐστὶ τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ
 20 τῆς συγκεimenῆς ἕκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς
 προσκειμένης ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τε-
 τραγώνου.

- Εὐθεῖα γὰρ τις ἡ $ΑΒ$ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ $Γ$,
 προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ $ΒΔ$.
 25 λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ τετράγωνα διπλάσιά
 ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων.

Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ $Γ$ σημείου τῇ $ΑΒ$ πρὸς ὁρθὰς

2. ἐστίν V. τετράγωνον] om. p. ἐστίν] om. B, supra
 m. 1 F. 4. ἐστίν V. τῶν] (alt.) τῆς BF. 5. ἴσα ἐστὶ p.
 $ΔΖ$] corr. ex $ΑΖ$ F. 7. ἐστίν FV. τῶν ἀπό] om. F.

(nam $A EZ$ rectus est) [I, 47]. ergo

$$AZ^2 = 2 (A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

uerum $A\Delta^2 + \Delta Z^2 = AZ^2$ (nam angulus ad Δ situs rectus est). itaque $A\Delta^2 + \Delta Z^2 = 2 (A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$.

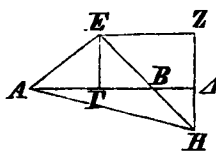
uerum $\Delta Z = \Delta B$. itaque

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2 (A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

Ergo si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, quadrata in partibus inaequalibus totius descripta duplo maiora sunt quadrato dimidiaie cum quadrato rectae inter sectiones positae; quod erat demonstrandum.

X.

Si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia recta ei in directum adiicitur, quadratum totius simul cum adiecta et quadratum adiectae simul sumpta duplo maiora sunt quadrato dimidiaie et quadrato rectae ex dimidia et adiecta compositae.¹⁾



nam recta aliqua AB in duas partes aequales secetur in Γ , et alia recta $B\Delta$ ei in directum adiicitur. dico, esse

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2 (A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

ducatur enim a puncto Γ ad rectam AB perpen-

X. Boetius p. 386, 7.

$$1) (2a + b)^2 + b^2 = 2 [a^2 + (a + b)^2].$$

8. ΔZ] Z in ras. V. 9. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. 12. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. $\tau\omicron\upsilon$] (alt.)
 add. m. 2 V. 18. $\tau\acute{\alpha}$] om. F. 19. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ PV. 20. $\tau\epsilon$] insert. m. 2 F.
 21. $\acute{\alpha}\nu\alpha\gamma\gamma\alpha\varphi\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$ $\tau\epsilon\tau\rho\alpha\gamma\omega\acute{\nu}\omega\varsigma$ P. 26. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V.

ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ
 ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε τῇ
 ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ, διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΓΕ
 παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους
 5 εὐθείας τὰς ΕΓ, ΖΔ εὐθείαι τις ἐνέπεσεν ἡ ΕΖ, αἱ
 ὑπὸ ΓΕΖ, ΕΖΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· αἱ
 ἄρα ὑπὸ ΖΕΒ, ΕΖΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ
 δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπί-
 πτουσιν· αἱ ἄρα ΕΒ, ΖΔ ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ Β, Δ
 10 μέρη συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτω-
 σαν κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση
 ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΓ
 τῇ ὑπὸ ΑΕΓ· καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Γ· ἡμίσεια ἄρα
 ὀρθῆς [ἐστίν] ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΑΓ, ΑΕΓ. διὰ τὰ
 15 αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσειά
 ἐστὶν ὀρθῆς· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ
 ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΒΓ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς
 καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΗ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ ὀρθή·
 ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· ἐναλλάξ γάρ· λοιπὴ ἄρα
 20 ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἡμίσειά ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΗΒ
 τῇ ὑπὸ ΔΒΗ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ
 πλευρᾷ τῇ ΗΔ ἐστὶν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ
 ἡμίσειά ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Ζ· ἴση γάρ
 ἐστὶ τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ Γ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ
 25 ΖΕΗ ἡμίσειά ἐστὶν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΖ
 γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΗΖ πλευρᾷ

3. τοῦ Δ τῇ ΓΕ] τοῦ Δ ΓΕ φ. ΓΕ] ΓΕ πάλιν P.
 4. ΖΔ] PF; ΔΖ BVp. 5. ΕΓ, ΖΔ] in ras. V, ΓΕ, ΔΖ p.
 7. ΖΕΒ] in ras. m. 2 F. ΕΖΔ] Δ in ras. V. ἐλάττονες
 p. 8. ἀπ'] PV; ἀπό BFp. 12. ἐστίν PV. ΕΑΓ] PB,
 in ras. V; ΑΕΓ p, in ras. F. 13. ΑΕΓ] PB, in ras. V;
 ΕΑΓ Fp. 14. ἐστίν] om. P, supra F. 16. ΑΕΒ] ΕΒ et

dicularis ΓE , et ponatur utrique $A\Gamma$, ΓB aequalis, et ducantur EA , EB . et per E rectae AA parallela ducatur EZ , per A autem rectae ΓE parallela ducatur ZA . et quoniam in rectas parallelas $E\Gamma$, ZA recta aliqua incidit EZ , anguli $\Gamma EZ + EZA$ duobus rectis aequales sunt [I, 29]. itaque $ZEB + EZA$ duobus rectis minores sunt. quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, educuntur rectae, concurrunt [alt. 5]. itaque EB , ZA ad partes B , A educatae concurrent. educantur et concurrant in H , et ducatur AH . et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit $\angle EAG = AEF$ [I, 5]. et angulus ad Γ positus rectus est. itaque uterque angulus EAG , AEF dimidius est recti [I, 32]. eadem de causa etiam uterque angulus ΓEB , EBF dimidius est recti. ergo $\angle AEB$ rectus est. et quoniam $\angle EBF$ dimidius recti est, etiam $\angle ABH$ dimidius est recti [I, 15]. sed $\angle BAH$ rectus est; nam aequalis est angulo $\angle \Gamma E$ (alternus enim est) [I, 29]. itaque qui relinquitur angulus $\angle HBA$ dimidius est recti. erit igitur $\angle AHB = ABH$; quare etiam $BA = HA$ [I, 6]. rursus quoniam $\angle EHZ$ dimidius recti est et angulus ad Z positus rectus (nam aequalis est opposito angulo ad Γ [I, 34]), erit, qui relinquitur, angulus $\angle ZEH$ dimidius recti [I, 32]. itaque $\angle EHZ = ZEH$. quare etiam $HZ = EZ$ [I, 6]. et quoniam

inter has litt. 1 litt. eras. F. 17. $\alpha\theta\alpha$] $\alpha\theta\alpha$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ p et supra F. 18. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. $\kappa\alpha\iota$] om. p. 19. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] supra m. 2 F. 20. $\angle H\Gamma B$] $\angle B\Gamma H$ V, corr. m. 2. $\eta\mu\iota\sigma\iota\sigma\iota\alpha$ — $\angle H\Gamma B$] om. P. $\angle H\Gamma B$] litt. $H\Gamma$ e corr. V. 21. $\angle B\Gamma H$] H e corr. V. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ p. $B\Gamma$] $\angle B$ p. 22. $H\Gamma$] $\angle H$ Pp. 24. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PFV. 25. $\angle EHZ$] $\angle ZEH$ p. 26. $\angle ZEH$] $\angle EHZ$ p. HZ] in ras. m. 2 V; ZE p et F m. 2.

- τῇ EZ ἔστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ [$ἴση$ ἔστιν ἡ $ΕΓ$ τῇ $ΓΑ$,]
 ἴσον ἔστι [$καὶ$] τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΓ$ τετραγώνου τῷ ἀπὸ
 τῆς $ΓΑ$ τετραγώνῳ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΕΓ$, $ΓΑ$ τετρά-
 γωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετραγώνου.
 5 τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΕΓ$, $ΓΑ$ ἴσον ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΑ$.
 τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΕΑ$ τετραγώνου διπλάσιόν ἐστι τοῦ
 ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετραγώνου. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ
 ZH τῇ EZ , ἴσον ἔστι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ZH τῷ ἀπὸ
 τῆς ZE . τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν HZ , ZE διπλάσιά ἐστι
 10 τοῦ ἀπὸ τῆς EZ . τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν HZ , ZE ἴσον
 ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς EH . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς EH διπλάσιόν
 ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς EZ . ἴση δὲ ἡ EZ τῇ $ΓΔ$. τὸ ἄρα
 ἀπὸ τῆς EH τετραγώνου διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς
 $ΓΔ$. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΑ$ διπλάσιον τοῦ
 15 ἀπὸ τῆς $ΑΓ$. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΗ$ τετράγωνα
 διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων.
 τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΗ$ τετραγώνοις ἴσον ἔστι τὸ
 ἀπὸ τῆς $ΑΗ$ τετραγώνου· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΑΗ$ δι-
 πλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς
 20 $ΑΗ$ ἴσα ἔστι τὰ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΗ$. τὰ ἄρα ἀπὸ
 τῶν $ΑΔ$, $ΔΗ$ [τετράγωνα] διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ
 τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ [τετραγώνων]. ἴση δὲ ἡ $ΔΗ$ τῇ $ΔΒ$.
 τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΒ$ [τετράγωνα] διπλάσιά ἐστι
 τῶν ἀπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΓΔ$ τετραγώνων.
 25 Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ
 τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης συν-
 τῇ προσκειμένη καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συν-
 αμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς

1. EZ] ZE P; ZH p et F m. 2. ἴση ἔστιν ἡ $ΕΓ$ τῇ
 $ΓΑ$] om. P. $ΕΓ$] $ΑΓ$ p. $ΓΑ$] in ras. m. 2 V; $ΓΕ$ p.
 2. ἔστιν V. καὶ] om. P. τῆς] om. P. $ΕΓ$] E in ras.

$E\Gamma^2 = \Gamma A^2$, erunt $E\Gamma^2 + \Gamma A^2 = 2 \Gamma A^2$. sed

$$EA^2 = E\Gamma^2 + \Gamma A^2 \text{ [I, 47].}$$

itaque $EA^2 = 2 \Gamma A^2$. rursus quoniam $ZH = EZ$, erit $ZH^2 = ZE^2$. itaque $HZ^2 + ZE^2 = 2 EZ^2$. sed $EH^2 = HZ^2 + ZE^2$ [I, 47]. itaque $EH^2 = 2 EZ^2$. uerum $EZ = \Gamma \Delta$ [I, 34]. ergo $EH^2 = 2 \Gamma \Delta^2$. et demonstratum est etiam $EA^2 = 2 \Gamma A^2$. itaque

$$AE^2 + EH^2 = 2 (\Gamma A^2 + \Gamma \Delta^2).$$

sed $AH^2 = AE^2 + EH^2$ [I, 47]. itaque

$$AH^2 = 2 (\Gamma A^2 + \Gamma \Delta^2).$$

sed $AH^2 = A\Delta^2 + \Delta H^2$ [id.]. ergo

$$A\Delta^2 + \Delta H^2 = 2 (\Gamma A^2 + \Gamma \Delta^2).$$

uerum $\Delta H = \Delta B$. itaque

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2 (\Gamma A^2 + \Gamma \Delta^2).$$

Ergo si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia recta ei in directum adiicitur, quadratum totius simul cum adiecta et quadratum adiectae simul

V; $A\Gamma$ p. τετράγωνον] om. p. 3. ΓA] ΓE p. τετράγωνον] om. p. $A\Gamma$, ΓE p. τετράγωνα] om. p. 4. ΓA] corr. ex $A\Gamma$ V; $A\Gamma$ p. 5. $E\Gamma$, ΓA] $A\Gamma$, ΓE p. EA] AE P; AE τετράγωνον p. 6. τῆς] τῶν F. EA τετράγωνον] AE p. ἐστίν V. 8. ZH] PF , V m. 2; HZ B, V m. 1; EZ p. EZ] ZE P; ZH p. ZH] HZ P, EZ p; ZH τετράγωνον V et m. 2 F (comp.). 9. ZE] ZH p, ZE τετράγωνον V et F m. 2 (comp.). HZ] PF , V m. 1; ZH B, V m. 2; EZ p. ZE] ZH τετράγωνα p. ἐστίν V. 10. EZ , ZH p. 11. EH τετράγωνον Vp, comp. supra F. 12. ἐστίν V. 13. τετράγωνον] om. p. ἐστίν V. 14. EA] corr. ex $E\Delta$ m. 1 P; AE p. 15. ἄρα ἀπό φ, seq. -πο m. 1 (del. φ). EH] HE F. τετράγωνα] om. p. 16. ἐστίν V. τετραγώνων] om. p. 17. τετραγώνοις] om. p. ἐστίν V. 18. τετράγωνον] om. p. 19. ἐστίν V. 20. ἐστίν V. 21. τετράγωνα] om. P. διπλασίον φ (non F). ἐστίν V. 22. $\Gamma \Delta$] in ras. V. τετραγώνων] om. P. 23. τετράγωνα] P; om. BFVp. ἐστίν V. 26. ἄλλης φ. 27. τὸ ἀπό] om. PB; m. 2 insert. F. 28. ἐστίν V.

ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἐκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὥς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

5 Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB . δεῖ δὴ τὴν AB
10 τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ $AB\Delta\Gamma$, καὶ τεμήσθω ἡ $A\Gamma$ δίχα κατὰ τὸ E σημείον, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ BE , καὶ διήχθω ἡ ΓA ἐπὶ
15 τὸ Z , καὶ κείσθω τῇ BE ἴση ἡ EZ , καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς AZ τετράγωνον τὸ $Z\Theta$, καὶ διήχθω ἡ $H\Theta$ ἐπὶ τὸ K . λέγω, ὅτι ἡ AB τέμνεται κατὰ τὸ Θ , ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν AB , $B\Theta$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
20 ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ τετραγώνῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ $A\Gamma$ τέμνεται δίχα κατὰ τὸ E , πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ZA , τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓZ , ZA περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς AE τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς EZ τετραγώνῳ. ἴση
25 δὲ ἡ EZ τῇ EB . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓZ , ZA μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς AE ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ EB . ἀλλὰ τῷ ἀπὸ

2. ἀναγραφέντος τετραγώνου] corr. ex ἀναγραφέντι τετραγώνῳ m. 1 P. Prop. XI cum praecedenti coniunxit V; corr. et numerum add. m. 2. 5. -σαν εὐθεῖ- in ras. p. 6. τμημάτων] seq. ras. 3 litt. V. 8. τετραγώνου F. 14. $AB\Delta\Gamma$]

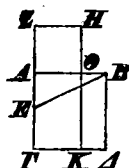
sumpta duplo maiora sunt quadrato dimidiaie et quadrato rectae ex dimidia et adiecta compositae; quod erat demonstrandum.

XI.

Datam rectam ita secare, ut rectangulum tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

Sit data recta AB . oportet igitur rectam AB ita secare, ut rectangulum tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

construatur enim in AB quadratum $AB\Gamma\Delta$ [I, 46], et $A\Gamma$ in duas partes aequales secetur in puncto E ,



et ducatur BE , et ΓA ad Z educatur, et ponatur $EZ = BE$, et construatur in AZ quadratum $Z\Theta$ [id.], et educatur $H\Theta$ ad K . dico, rectam AB ita sectam esse in Θ , ut faciat $AB \times B\Theta = A\Theta^2$.

nam quoniam recta $A\Gamma$ in duas partes aequales secta est in E , et ei adiecta est ZA , erit

$$\Gamma Z \times ZA + AE^2 = EZ^2 \text{ [prop. VI].}$$

sed $EZ = EB$. itaque $\Gamma Z \times ZA + AE^2 = EB^2$.

XI. Boetius p. 386, 15.

$AB\Gamma\Delta$ B, AB , insertis $\Gamma\Delta$ m. 2 F, $A\Gamma\Delta B$ p. 17. $Z\Theta$ $ZH\Theta A$ p; in FV post Z et post Θ 1 litt. eras. $\delta\iota\eta\chi\theta\omega$ $\delta\iota$ - supra m. 2 F. 20. $\pi\omega\iota\epsilon\iota\nu$] PF; $\epsilon\lambda\nu\alpha\iota$ Bp et post ras. 2 litt. V. $\tau\tilde{\omega}$] mg. m. 2 p. 24. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$] comp. supra m. 1 V. $\acute{\alpha}\pi\acute{o}$] φ , seq. $\pi\acute{o}$ m. 1. EZ] in ras. F. 25. ΓZ , ZA] in ras. F. seq. $\delta\epsilon\theta\theta\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\iota\omicron\nu$ φ , quod cum seq. $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$ in mg. transit. $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$] PB et sine dubio F m. 1; $\pi\epsilon\pi\epsilon\rho\acute{\iota}\mu\epsilon\nu\omicron\nu$ $\delta\epsilon\theta\theta\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\iota\omicron\nu$ $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$ Vp, et P m. 2. 26. $\acute{\alpha}\pi\acute{o}$ $\tau\eta\varsigma$] om. P. AE $\tau\epsilon\tau\pi\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\omicron\nu$ Vp, F m. 2. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ V. EB] PB, $\tau\eta\varsigma$ EB F, $\tau\epsilon\tau\pi\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\omicron\nu$ add. m. 2; $\tau\eta\varsigma$ EB $\tau\epsilon\tau\pi\alpha\gamma\acute{\omega}\nu\omicron\nu$ Vp.

EB ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν BA, AE . ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς
 τῷ A γωνία. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $\Gamma Z, ZA$ μετὰ τοῦ
 ἀπὸ τῆς AE ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BA, AE . κοι-
 νὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ τῆς AE . λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ
 5 τῶν $\Gamma Z, ZA$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ
 ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν
 $\Gamma Z, ZA$ τὸ ZK . ἴση γὰρ ἡ AZ τῇ ZH . τὸ δὲ ἀπὸ
 τῆς AB τὸ AD . τὸ ἄρα ZK ἴσον ἐστὶ τῷ AD . κοι-
 νὸν ἀφηγήσθω τὸ AK . λοιπὸν ἄρα τὸ $Z\Theta$ τῷ ΘA ἴσον
 10 ἐστίν. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΘA τὸ ὑπὸ τῶν $AB, B\Theta$. ἴση γὰρ ἡ
 AB τῇ $B\Delta$. τὸ δὲ $Z\Theta$ τὸ ἀπὸ τῆς $A\Theta$. τὸ ἄρα ὑπὸ
 τῶν $AB, B\Theta$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ
 ἀπὸ ΘA τετραγώνῳ.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB τέμνεται κατὰ τὸ
 15 Θ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν $AB, B\Theta$ περιεχόμενον ὀρθογώ-
 νιον ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς ΘA τετραγώνῳ. ὅπερ
 ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς
 τὴν ἀμβλείαν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς
 20 τετράγωνον μεῖζόν ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμ-
 βλείαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετρα-
 γώνων τῷ περιεχομένῳ δις ὑπὸ τε μιᾶς τῶν
 περὶ τὴν ἀμβλείαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος
 πίπτει, καὶ [τῆς ἀπολαμβανομένης] ἐκτὸς ὑπὸ
 25 τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Ἐστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον το $AB\Gamma$ ἀμβλείαν

1. τῆς EB Vp, F m. 2 (EB corr. ex $E\Delta$). ἐστίν V.
 3. ἐστίν V, comp. supra F. 4. τῆς AE τετράγωνον p. 5.
 ὀρθογώνιον] om. P. ἐστίν V. 6. ἐστίν V. 7. AZ] ZA
 p, et V sed corr. m. 2. 8. ἐστίν V. 9. ΘA] $\Delta\Theta$ B et V

sed $BA^2 + AE^2 = EB^2$; nam angulus ad A positus rectus est [I, 47]. itaque

$$\Gamma Z \times ZA + AE^2 = BA^2 + AE^2.$$

subtrahatur, quod commune est, AE^2 . itaque

$$\Gamma Z \times ZA = AB^2.$$

et $\Gamma Z \times ZA = ZK$; nam $AZ = ZH$. et $AB^2 = A\Delta$.

itaque $ZK = A\Delta$. subtrahatur, quod commune est,

AK . itaque $Z\Theta = \Theta\Delta$. et $\Theta\Delta = AB \times B\Theta$; nam

$AB = B\Delta$. et $Z\Theta = A\Theta^2$. itaque $AB \times B\Theta = \Theta A^2$.

Ergo data recta AB in Θ ita secta est, ut faciat

$$AB \times B\Theta = \Theta A^2.$$

quod oportebat fieri.

XII.

In triangulis obtusiangulis quadratum lateris sub obtuso angulo subtendentis quadratis laterum obtusum angulum comprehendentium maius est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum obtusum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum obtusum extrinsecus abscisa.

Sit triangulus obtusiangulus $AB\Gamma$ obtusum habens

XII. Boetius p. 386, 18.

e corr. m. 2. 10. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] FV, $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}$ uulgo; $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\epsilon\sigma\sigma\acute{o}\nu$ p. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}$] $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. $\Theta\Delta$ τὸ ὑπὸ — 11. τῆς $A\Theta$] $Z\Theta$ τὸ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ τὸ δὲ $\Theta\Delta$ τὸ ὑπὸ AB , $B\Theta$ P, Campanus; fort. recipiendum. 11. AB] BA p. 12. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. 13. ΘA] τῆς ΘA F, V (ΘA in ras.), τῆς $A\Theta$ p. 15. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] om. p. 16. ποιεῖν] PF; εἶναι Bp et post ras. 3 litt. V. ΘA] in ras. m. 2 V; $A\Theta$ p. τετραγώνω] om. p. 17. ποιεῖν] δεῖξαι p, corr. mg. m. 2. 20. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. 22. $\tau\epsilon$] insert. m. 1 F. 23. $\eta\gamma$] $\eta\gamma$ ἐκβληθεῖσαν p, et B m. recenti.

ἔχον τὴν ὑπὸ $ΒΑΓ$, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ $Β$ σημείου ἐπὶ τὴν $ΓΑ$ ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ $ΒΔ$. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετράγωνον μείζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΓ$ τετραγώνων τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ περι-
5 εχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ $ΓΔ$ τέμνεται, ὥς ἔτυχεν, κατὰ τὸ $Α$ σημεῖον, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΔΓ$ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω
10 τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΒ$. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $ΓΔ$, $ΔΒ$ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$, $ΔΒ$ τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ [περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ]. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $ΓΔ$, $ΔΒ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΒ$. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ $Δ$ γωνία. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΑΔ$,
15 $ΔΒ$ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΒ$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΓΒ$ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΒ$ τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΒ$ τετράγωνον τῶν ἀπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΒ$ τετραγώνων μείζον ἐστὶ τῷ δις ὑπὸ
20 τῶν $ΓΑ$, $ΑΔ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς τετράγωνον μεί-
ζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχου-
σῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δις ὑπό
25 τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. τῇν] bis P. $ΒΑΓ$ γωνίαν V. 2. ἐκβληθεῖσα p.
3. ἐστὶν V. 4. τῶν] om. B. 6. ἔτυχεν Vp. $ΔΓ$] $ΓΔ$ P
et V m. 1. 8. τῷ] τῶν V. 9. ὀρθογώνιον V; corr. m. 2.
10. $ΔΒ$] $ΒΔ$ F. ἐστὶν FV. 11. τετραγώνοις] om. BF.

angulum $B\Lambda\Gamma$, et ducatur a puncto B ad ΓA productam perpendicularis $B\Delta$. dico, esse

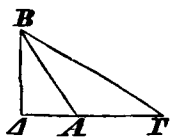
$$B\Gamma^2 = B\Lambda^2 + \Lambda\Gamma^2 + 2\Gamma\Lambda \times \Lambda\Delta.$$

nam quoniam recta $\Gamma\Delta$ utcumque secta est in puncto Λ , erit $\Delta\Gamma^2 = \Gamma\Lambda^2 + \Lambda\Delta^2 + 2\Gamma\Lambda \times \Lambda\Delta$ [prop. IV]. commune adiiciatur ΔB^2 . itaque

$$\Gamma\Delta^2 + \Delta B^2 = \Gamma\Lambda^2 + \Lambda\Delta^2 + \Delta B^2 + \Gamma\Lambda \times \Lambda\Delta.$$

sed $\Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2 + \Delta B^2$; nam angulus ad Δ positus rectus est [I, 47]. et

$$AB^2 = \Lambda\Delta^2 + \Delta B^2 \text{ [id.]}$$



itaque

$$\Gamma B^2 = \Gamma\Lambda^2 + AB^2 + 2\Gamma\Lambda \times \Lambda\Delta.$$

quare quadratum rectae ΓB quadratis rectarum $\Gamma\Lambda$, AB maius est duplo rectangulo rectis $\Gamma\Lambda$, $\Lambda\Delta$ comprehenso.

Ergo in triangulis obtusiangulis quadratum lateris sub obtuso angulo subtendentis quadratis laterum obtusum angulum comprehendentium maius est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum obtusum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum obtusum extrinsecus abscisa; quod erat demonstrandum.

12. περιεχομένην ὀρθογωνίῳ] om. P.

13. $\Gamma\Lambda$, $\Lambda\Delta$ φ.

ἐστίν V. 14. $\Lambda\Delta$] $\Gamma\Delta$ φ (non F).

15. ἴσον] PBF; ἴσον

ἐστίν V et p (ἐστί). AB] BA p.

ΓB] $B\Gamma$ p.

16. ἐστίν

V. 18. τετράγωνον μείζον ἐστι p.

19. μείζον ἐστι] om. p.

ἐστιν PV et B (ν in ras.).

21. ἐν] ἐάν φ.

τριγώνοις]

om. P. 22. γωνίαν] om. P.

23. ἐστιν V.

ἀπὸ τῶν]

supra F. 25. τε] insert. F.

ἢν ἐκβληθεῖσαν p.

26.

ἐκτός] ἐκτὸς τῆς φ.

ιγ'.

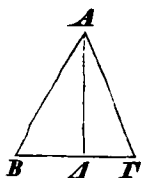
Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεिनούσης πλευρᾶς τετραγώνον ἑλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξείαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων
 5 τῷ περιεχομένῳ δις ὑπὸ τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

10 Ἐστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν, καὶ ἔχθω ἀπὸ τοῦ A σημείου ἐπὶ τὴν $B\Gamma$ κάθετος ἡ AA' . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ τετραγώνον ἑλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΓB , BA τετραγώνων τῷ δις ὑπὸ τῶν ΓB , BA περιεχομένῳ
 15 ὀρθογωνίῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΓB τέμνεται, ὥς ἐτυχεν, κατὰ τὸ A , τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓB , BA τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῶν ΓB , BA περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω
 20 τὸ ἀπὸ τῆς AA' τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓB , BA , AA' τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῶν ΓB , BA περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν AA' , $A\Gamma$ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν BA , AA' ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς AB . ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ A γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν AA' , $A\Gamma$ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$.
 25 τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓB , BA ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν ΓB , BA . ὥστε μόνον τὸ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ ἑλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΓB , BA τετραγώνων τῷ δις ὑπὸ τῶν ΓB , BA περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.
 30

XIII.

In triangulis acutiangulis quadratum lateris sub acuto angulo subtendentis quadratis laterum acutum angulum comprehendentium minus est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum acutum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum acutum intra abscisa.



Sit triangulus acutiangulus $AB\Gamma$ acutum habens angulum ad B positum, et ducatur ab A puncto ad $B\Gamma$ perpendicularis $ΑΔ$. dico, esse

$$A\Gamma^2 = \Gamma B^2 + B\Delta^2 \div 2 \Gamma B \times B\Delta.$$

nam quoniam recta ΓB utcumque secta est in Δ , erunt $\Gamma B^2 + B\Delta^2 = 2 \Gamma B \times B\Delta + \Delta\Gamma^2$ [pr^op. VII]. commune adiiciatur ΔA^2 . itaque

$$\Gamma B^2 + B\Delta^2 + \Delta A^2 = 2 \Gamma B \times B\Delta + \Delta A^2 + \Delta\Gamma^2.$$

sed $AB^2 = B\Delta^2 + \Delta A^2$; nam angulus ad Δ positus rectus est [I, 47]. et $A\Gamma^2 = \Delta A^2 + \Delta\Gamma^2$ [I, 47]. itaque $\Gamma B^2 + B\Delta^2 = A\Gamma^2 + 2 \Gamma B \times B\Delta$. quare

$$A\Gamma^2 = \Gamma B^2 + B\Delta^2 \div 2 \Gamma B \times B\Delta.$$

XIII. Pappus V p. 376, 21.

τῆς] om. P. 13. ἔλασσον F. ἔστιν V. τῶν ἀπὸ τῶν]
 τῶν ὑπὸ F; corr. m. 2; τῶν ἀπὸ B. 14. περιεχόμενον φ.
 16. ΓB] in ras. FV, $B\Gamma$ p. ἔτυχε Vp. 17. ἔστιν FV.
 19. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ p. τετραγώνων φ. 21. ἔστιν FV. 22.
 περιεχομένων φ. 23. τῶν] add. m. 2 F. 24. ἴσον ἔστιν V
 et p (ἔστ). 25. ἴσον ἔστιν Vφ, p (ἔστ). τό] om. φ.
 26. ἔστιν V. 27. τῶν] om. P. 28. ἔλασσον F. ἔστιν V.
 Post BA ras. unius fere lin. F. 29. $B\Delta$] BA φ.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξείαν γωνίαν ὑποτεينوῦσης πλευρᾶς τετράγωνον ἑλατόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξείαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δις ὑπὸ τε μιᾶς
 5 τῶν περὶ τὴν ὀξείαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ ἴσον τετράγωνον
 10 συστήσασθαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ A · δεῖ δὴ τῷ A εὐθύγραμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Συνεστιάτω γὰρ τῷ A εὐθύγραμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ $ΒΔ$ · εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν
 15 ἡ $ΒΕ$ τῇ $ΕΔ$, γερονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συνέσταται γὰρ τῷ A εὐθύγραμμῳ ἴσον τετράγωνον τὸ $ΒΔ$ · εἰ δὲ οὐ, μία τῶν $ΒΕ$, $ΕΔ$ μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ $ΒΕ$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Z , καὶ κείσθω τῇ $ΕΔ$ ἴση ἡ $ΕΖ$, καὶ τεμήσθω ἡ $ΒΖ$ δίχα κατὰ
 20 τὸ H , καὶ κέντρῳ τῷ H , διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν $ΗΒ$, $ΗΖ$ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ $ΒΘΖ$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $ΔΕ$ ἐπὶ τὸ $Θ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΗΘ$.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεία ἡ $ΒΖ$ τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ

1. ἐν] inter ε et ν ras. 1 litt. V. 2. ἔλασσον F. 3. ἐστὶν V. 4. τε] om. F. 6. ἐντὸς] om. P. 11. τὸ μὲν δοθέν p. 13. γάρ] om. p. 14. $ΒΔ$] $ΒΓΔΕ$ p; in ras. V. 15. συνέσταται] PBF, V m. 2; συνεστιάτω V m. 1; συνίσταται p. 17. οὐ] postea add. F. Post μία 1 litt. (?) eras. F. 18. ἐκβεβλήσθαι φ. 19. $ΕΖ$] $ΖΕ$ BF. 20. καὶ] postea add. F. κέντρῳ] PB, F m. 1; κέντρῳ μὲν Vp, F m. 2. $ΗΒ$] $ΒΗ$ BF. 23. οὖν] om. F. Seq. ras. 1 litt. V. $ΒΖ$] in ras. V. εἰς] -ς supra m. 1 V.

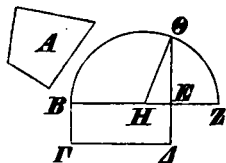
Ergo in triangulis acutiangulis quadratum lateris sub acuto angulo subtendentis quadratis laterum acutum angulum comprehendentium minus est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum acutum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum acutum intra abscisa; quod erat demonstrandum.

XIV.

Quadratum datae figurae rectilineae aequale construere.

Sit data figura rectilinea A . oportet igitur figurae rectilineae A aequale quadratum construere.

construatur enim figurae rectilineae A aequale parallelogrammum rectangulum $B\Delta$ [I, 45]. si igitur $BE = E\Delta$, effectum erit, quod propositum erat. constructum enim est quadratum $B\Delta$ datae figurae rectilineae A aequale. sin minus, alterutra rectarum



BE , $E\Delta$ maior est. sit maior BE , et producat ad Z , et ponatur $EZ = E\Delta$, et BZ in H in duas partes aequales secetur [I, 10], et centro H radio autem alterutra rectarum HB , HZ semicirculus describatur $B\Theta Z$, et producat ΔE ad Θ , et ducatur $H\Theta$.

iam quoniam recta BZ in partes aequales secta

XIV. Simplic. in Arist. de coel. fol. 101; id. in phys. fol. 12ⁿ; 14. Boetius p. 386, 23.

τὸ H , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ E , τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν BE , EZ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς EH τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς HZ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ HZ τῇ $H\Theta$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν BE , EZ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς HE ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $H\Theta$. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς $H\Theta$ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΘE , EH τετράγωνα. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν BE , EZ μετὰ τοῦ ἀπὸ HE ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΘE , EH . κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς HE τετράγωνον. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν BE , EZ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $E\Theta$ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν BE , EZ τὸ $B\Delta$ ἐστίν. ἴση γὰρ ἡ EZ τῇ $E\Delta$. τὸ ἄρα $B\Delta$ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘE τετραγώνῳ. ἴσον δὲ τὸ $B\Delta$ τῷ A εὐθυγράμμῳ. καὶ τὸ A ἄρα εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $E\Theta$ ἀναγραφησομένῳ τετραγώνῳ.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ A ἴσον τετράγωνον συνέσταται τὸ ἀπὸ τῆς $E\Theta$ ἀναγραφησόμενον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

1. τό] (tert.) supra m. 1 V. 2. EH] HE P. 3. ἴσον — 5. $H\Theta$] mg. m. 2 V; in textu ras. tertiae partis lineae. ἐστίν φ. 4. ὑπὸ τῶν BE , EZ] ὑπὸ τῶν BE , EZ ὀρθογώνιον in mg. transiens m. 1 F, seq. τῶν BE , EZ φ; τῶν BE , EZ περιεχόμενον ὀρθογώνιον p. 5. HE] HE τετραγώνου p; τετραγώνου add. comp. m. 1 F. δὲ ἀπὸ] euan. F. 6. ἐστίν V φ. EH] Pp; HE BF, in ras. V. 7. EZ περιεχόμενον ὀρθογώνιον p. HE] PB; τῆς HE V φ, τῆς EH p. 8. ἴσα] ἴσον φ. ἐστίν V. τοῖς] in ras. V. ΘE , EH] Pp; ΘE , HE BF, V in ras. 9. HE] EH p. τῶν] supra m. 2 V. 10. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] om. p. ἐστίν V. τῷ] τό φ. 11. τὸ $B\Delta$] BFVp, Campanus; τὸ ὑπὸ τῶν BE , $E\Delta$ P. 12. EZ] ZE P. 13. ἐστίν V. 14. καὶ] postea add. comp. F; om. V. A] insert. m. 1 p. 15. ἐστίν PV. ἀναγραφησομένῳ] PBF; ἀναγραφόμενῳ V, ἀναγραφέντι p. 18. συνέσταται] BF; συνέσταται Pp et V in ras. ἀναγραφέν

est in H in inaequales autem in E , erunt

$$BE \times EZ + EH^2 = HZ^2 \text{ [prop. V].}$$

sed $HZ = H\Theta$. itaque $BE \times EZ + HE^2 = H\Theta^2$.

uerum $\Theta E^2 + EH^2 = H\Theta^2$ [I, 47]. itaque

$$BE \times EZ + HE^2 = \Theta E^2 + EH^2.$$

subtrahatur, quod commune est, HE^2 . itaque

$$BE \times EZ = E\Theta^2.$$

uerum $BE \times EZ = B\Delta$; nam $EZ = E\Delta$. itaque $B\Delta = \Theta E^2$. sed $B\Delta = A$. itaque etiam figura rectilinea A quadrato, quod in $E\Theta$ construere poterit, aequale est.

Ergo datae figurae rectilineae A aequale quadratum constructum est, id quod in $E\Theta$ describi poterit; quod oportebat fieri.

p. 19. ποιῆσαι] δεῖξαι F V. Εὐκλείδου στοιχ. β B, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως β F, τέλος τοῦ δευτέρου στοιχείου τοῦ Εὐκλείδου τοῦ γεωμέτρου V.

γ'.

Ὅροι.

α'. Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι εἰσίν, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

β'. Εὐθεία κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις
5 ἀπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

γ'. Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται οἵτινες ἀπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

δ'. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου
10 εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτάς κάθεται ἀγόμεναι ἴσαι ᾧσιν.

ε'. Μειζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μειζων κάθεται πίπτει.

ς'. Τμήμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα
15 ὑπὸ τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

ζ'. Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπὸ τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

η'. Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ'

Def. 1. Hero def. 117, 3. Boetius p. 378, 15. 2. Hero def. 115, 1. Boetius p. 378, 17. 3. Hero ib. Boetius p. 378, 19. 4—5. Hero def. 117, 4. Boetius p. 379, 1. 6. Hero def. 33. Boetius p. 379, 5. 7. Boetius p. 379, 9. 8. Hero def. 34. Boetius p. 379, 6.

1. ὄροι] om. PBFp; numeros om. PBFV. 2. εἰσίν] om.

III.

Definitiones.

I. Aequales circuli sunt, quorum diametri aequales sunt, uel quorum radii aequales.

II. Recta circulum contingere dicitur, quaecunque circulum tangens et producta non secat circulum.

III. Circuli inter se contingere dicuntur, quicumque inter se tangentes non secant inter se.

IV. In circulo rectae aequali spatio a centro distare dicuntur, si rectae a centro ad eas perpendiculares ductae aequales sunt.

V. Maiore autem spatio distare ea dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

VI. Segmentum circuli est figura a recta aliqua et arcu circuli comprehensa.¹⁾

VII. Segmenti autem angulus is est, qui a recta et arcu circuli comprehenditur.

VIII. Angulus autem in segmento positus is est, qui sumpto in arcu segmenti puncto aliquo et ab eo

1) Cfr. not. crit. ad p. 6, 1.

p. 3. αλ] insert. m. 1 P. [σαι εἰσιν] εὐ...σιν intercedente ras.
10 litt. F. 5. τέμνη V, sed corr. 6. Post κύκλον add. ἐπὶ
μηδέτερά μέρη P; idem loco uocabuli οὐ Hero, Boetius, Cam-
panus. 7. Ante κύκλοι ras. 2 litt. V. 9. ἀπό] om. V, Hero.
11. ὥσι p. 12. ε'] cum def. 4 coniunxit p. 14. ἐστίν V.
15. Post περιφερείας p mg. m. 1 pro scholio add. ἡ μείζωνος
ἡμικυκλίου ἢ ἐλάττωτος ἡμικυκλίου; cfr. Hero. 19. ἀπ'] ἀπό P.

αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιξευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιξευχθεῖσων εὐθειῶν.

θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

ι'. Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

ια'. Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἥ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

α'.

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εἶρεῖν.

15 Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓ$. δεῖ δὴ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Διήχθω τις εἰς αὐτόν, ὥς ἔτυχεν, εὐθεῖα ἡ $ΑΒ$, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ $Δ$ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ $Δ$ τῇ $ΑΒ$ πρὸς ὀρθὰς ἡχθῶ ἡ $ΔΓ$ καὶ διήχθω ἐπὶ 20 τὸ $Ε$, καὶ τετμήσθω ἡ $ΓΕ$ δίχα κατὰ τὸ $Ζ$. λέγω, ὅτι τὸ $Ζ$ κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓ$ [κύκλου].

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ $Η$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΗΑ$, $ΗΔ$, $ΗΒ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΔΒ$, κοινὴ δὲ ἡ $ΔΗ$, δύο δὴ αἱ $ΑΔ$, $ΔΗ$ 25 δύο ταῖς $ΗΔ$, $ΔΒ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρω ἑκατέρω· καὶ βάσις ἡ $ΗΑ$ βάσει τῇ $ΗΒ$ ἐστὶν ἴση· ἐκ κέντρου γάρ·

Def. 9. Boetius p. 379, 10. 10. Hero def. 35. Boetius p. 379, 13. 11. Hero def. 118, 2. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 379, 16. I. Proclus p. 302, 5.

1. ἡ] PF; ἥτις BVp. ἐστὶν BV. 5. ἀπολαμβάνωσιν

rectis ad terminos ductis rectae, quae basis est segmenti, a rectis ductis comprehenditur.

IX. Ubi uero rectae angulum comprehendentes arcum aliquem abscindunt, angulus in eo consistere dicitur.

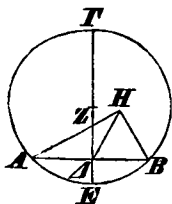
X. Sector autem circuli est figura, quae angulo ad centrum circuli constructo a rectis angulum comprehendentibus et arcu ab iis absciso continetur.

XI. Similia segmenta circulorum sunt, quae angulos aequales capiunt, uel in quibus anguli aequales sunt [cfr. def. 8].

I.

Dati circuli centrum inuenire.

Sit datus circulus $AB\Gamma$. oportet igitur circuli $AB\Gamma$ centrum inuenire.



producat in eum utcumque recta AB , et in puncto A in duas partes aequales secetur, et a A ad rectam AB perpendicularis ducatur AG [I, 11], et producat ad E , et GE in duas partes aequales secetur in Z . dico, Z centrum esse circuli ABG .

Ne sit enim, sed, si fieri potest, sit H , et ducantur HA , $H\Delta$, HB . et quoniam $A\Delta = \Delta B$, et ΔH communis est, duae rectae $A\Delta$, ΔH duabus $H\Delta$, ΔB aequales sunt altera alteri. et $HA = HB$; nam

V. ἐπ'] ἐπὶ B. 7. δέ] om. p. 11. κύκλων] PBp, Hero, Simplicius, Boetius; κύκλου Vφ. ἐστίν V. 17. ἡχθω P.
19. Post AB ras 1 litt. V. ΔΓ] ΓΔ P. 21. κύκλου] om. P. 22. ἐπιξεύχθωσαν P. 23. καί] om. φ. 25. δύο] δυοί Vp. HΔ, ΔB] ΔH, BΔ P. 26. ἴση ἐστίν V. γάρ] PB; γὰρ τοῦ H F Vp.

γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $A\Delta H$ γωνία τῇ ὑπὸ $H\Delta B$ ἴση ἐστίν.
 ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γω-
 νίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γω-
 νιῶν ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἐστίν ἡ ὑπὸ $H\Delta B$. ἐστὶ δὲ καὶ
 5 ἡ ὑπὸ $Z\Delta B$ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $Z\Delta B$ τῇ ὑπὸ
 $H\Delta B$, ἡ μείζων τῇ ἐλάττωι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
 οὐκ ἄρα τὸ H κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ Z .

Τὸ Z ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ [κύ-
 10 κλου].

Πόρισμα.

Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά
 τις εὐθεῖαν τινα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς
 τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. — ὅπερ ἔδει
 15 ποιῆσαι.

β'.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο
 τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιξεννυμένη
 εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.
 20 Ἔστω ἡ κύκλος ὁ $AB\Gamma$, καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας
 αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ A , B · λέγω,
 ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐν-
 τὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτὸς ὥς ἡ
 25 AEB , καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου, καὶ

Prop. I πόρ. Proclus p. 304 6. Simplicius in phys. fol. 14^v.

1. ἐστίν ἴση p. 3. ὀρθὴ ἐστίν p. ἴσων] om. P. 4.
 ἐστίν] om. p. $H\Delta B$] ΔHB φ. 6. $H\Delta B$] in ras. F.
 ἐλάττωι τῇ μείζονι P. 7. ἐστίν V. $AB\Gamma$] $HB\Gamma$ φ (non
 F). 8. οὐδ'] οὐδέ P. 9. ἄρα] om. F. ἐστίν PV.
 κύκλου] om. P. 11. πόρισμα] om. F. 12. τις εὐθεῖα V.

radii sunt. itaque $\angle A\Delta H = H\Delta B$ [I, 8]. ubi uero recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, uterque angulus aequalis rectus est [I def. 10]. itaque $\angle H\Delta B$ rectus est. sed etiam $\angle Z\Delta B$ rectus est. itaque $\angle Z\Delta B = H\Delta B$ maior minori; quod fieri non potest. quare H centrum non est circuli $AB\Gamma$. similiter demonstrabimus ne aliud quidem ullum punctum centrum esse praeter Z .

Ergo Z punctum centrum est circuli $AB\Gamma$.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si in circulo recta aliqua aliam rectam in duas partes aequales et ad angulos rectos secet, centrum circuli in recta secanti esse.¹⁾ — quod oportebat fieri.

II.

Si in ambitu circuli duo quaelibet puncta sumpta erunt, recta puncta coniungens intra circulum cadet.

Sit circulus $AB\Gamma$, et in ambitu eius duo quaelibet puncta sumantur A , B . dico, rectam ab A ad B ductam intra circulum casuram esse.

Ne cadat enim, sed, si fieri potest, cadat extra ut

1) Nam in $\Gamma\Delta$ in media AB perpendiculari erecta centrum erat positum; ceterum hoc corollarium quasi parenthetice ponitur, ita ut uerba $\delta\pi\epsilon\rho\ \epsilon\delta\epsilon\iota\ \pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$ lin. 14 ad ipsum problema I referuntur; cfr. III, 16, al.

14. $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. $\pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ P. $\delta\pi\epsilon\rho\ \epsilon\delta\epsilon\iota\ \pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] om.
p. 18. $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\alpha\ \tau\upsilon\chi\acute{o}\nu\tau\alpha$ p. $\tau\acute{\alpha}$] P Bp, V m. 1; $\tau\acute{\alpha}\ \alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}$ F,
V m. 2.

ἔστω τὸ Δ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΔA , ΔB , καὶ διήχθω ἡ ΔZE .

- Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔA τῇ ΔB , ἴση ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔAE τῇ ὑπὸ ΔBE · καὶ ἐπεὶ τριγώνου
 5 τοῦ ΔAE μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ AEB , μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔEB γωνία τῆς ὑπὸ ΔAE . ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔAE τῇ ὑπὸ ΔBE · μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔEB τῆς ὑπὸ ΔBE . ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΔB τῆς ΔE . ἴση δὲ ἡ ΔB
 10 τῇ ΔZ . μείζων ἄρα ἡ ΔZ τῆς ΔE ἡ ἐλάττω τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς περιφερείας· ἐντὸς ἄρα.
 15 Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

- Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθείᾳ τις διὰ τοῦ κέντρου
 20 εὐθείαν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ· καὶ ἂν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνῃ.

Ἔστω κύκλος ὁ $AB\Gamma$, καὶ ἐν αὐτῷ εὐθείᾳ τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ $\Gamma\Delta$ εὐθείαν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου

1. ΔA] $A\Delta$ V. 2. ΔZE] PBp; V m. 1; ΔZ ἐπὶ τὸ E V m. 2; in F post ΔZ eras. E et ἐπὶ τό supra scr. m. 2.
 3. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ P. 4. ἡ γωνία ἡ P. τριγώνου] in ras. comp. m. 2 V. 5. AEB] PB, p (ἡ A- in ras.); EB supra scr. A m. 2 F; AE ἐπὶ τὸ B V e corr. 10. τῇ] τῆς F.
 ἄρα καὶ p. 13. δῆ] corr. ex δέ m. 2 V. 14. ἄρα πεσεῖται P. 15. κύκλου ἄρα p. 16. σημεῖα τυχόντα p. τὰ]

AEB , et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit Δ , et ducantur ΔA , ΔB , et producat $\bar{u}$ r ΔZE .

iam quoniam $\Delta A = \Delta B$, erit

$$\angle \Delta AE = \angle BE \text{ [I, 5].}$$

et quoniam in triangulo ΔAE unum latus productum est AEB , erit

$$\angle \Delta EB > \angle AEB \text{ [I, 16].}$$

uerum

$$\angle \Delta AE = \angle BE.$$

itaque $\angle \Delta EB > \angle BE$. sub maiore autem angulo maius latus subtendit [I, 19]. itaque $\Delta B > \Delta E$. sed $\Delta B = \Delta Z$. itaque $\Delta Z > \Delta E$ minus maiore; quod fieri non potest. ergo recta ab A ad B ducta extra circulum non cadet. iam similiter demonstrabimus, ne in ipsum quidem ambitum eam cadere; intra igitur cadet.

Ergo si in ambitu circuli duo quaelibet puncta sumpta erunt, recta puncta coniungens intra circulum cadet; quod erat demonstrandum.

III.

Si in circulo recta aliqua per centrum ducta aliam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat. et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales secat.

Sit circulus $AB\Gamma$, et in eo recta aliqua per centrum ducta $\Gamma\Delta$ aliam rectam non per centrum ductam

$\tau\acute{\alpha} \alpha\upsilon\tau\acute{\alpha} \varphi$ (in mg. transit), V m. 2. 17. $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$] supra add. $\pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$ F m. 1. 21. $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$] P, $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ BFVp; sed cfr. p. 174, 19. 22. $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$] P; $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ BFVp.

τὴν AB δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ Z σημεῖον· λέγω, ὅτι καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ $ABΓ$ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ E , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ EA , EB .

- 5 Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZB , κοινὴ δὲ ἡ ZE , δύο δυσὶν ἴσαι [εἰσὶν]· καὶ βάσις ἡ EA βάσει τῇ EB ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ AZE γωνία τῇ ὑπὸ BZE ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφ-
 10 ἑξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ AZE , BZE ὀρθὴ ἐστίν. ἡ $ΓΔ$ ἄρα διὰ τοῦ κέντρου οὔσα τὴν AB μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαν δίχα τέμνουσα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

- Ἀλλὰ δὴ ἡ $ΓΔ$ τὴν AB πρὸς ὀρθὰς τεμνέτω· λέγω, ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει, τουτέστιν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZB .

- Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ EA τῇ EB , ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ EAZ τῇ ὑπὸ EBZ . ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ AZE ὀρθὴ τῇ ὑπὸ BZE ἴση· δύο ἄρα τριγωνα ἔστι τὰ EAZ , EZB τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν EZ ὑπο-
 20 τείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει· ἴση ἄρα
 25 ἡ AZ τῇ ZB .

2. τεμεῖ F. 5. ZB] corr. ex BZ m. 2 V; BZ B. 6.

δύο δὴ BVp , in B seq. »—~~Χ~~—« [εἰσὶν] om. P; εἰσὶ p.

EA] AE φ. 7. BZE] EZB P. 9. ὀρθὴ ἐστίν Bp.

10. ἐστίν] om. Bp; supra comp. m. 2 V. 10. ὀρθὴ ἄρα ἐστίν

ἑκατέρα τῶν ὑπὸ AZE , BZE P. AZE , BZE] in ras. F.

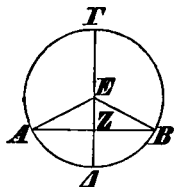
11. ἐστίν] comp. supra scr. F. $ΓΔ$] $Γ$ postea insert. V.

13. αὐτὴν τέμνει V. 14. δὴ καὶ V. $ΓΔ$] $Γ$ postea insert.

AB in duas partes aequales secet in puncto Z . dico, eandem eam ad rectos angulos secare.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit E , et ducantur EA , EB .

et quoniam $AZ = ZB$, communis autem est ZE , duae rectae duabus aequales sunt. et $EA = EB$. itaque $\angle AZE = BZE$ [I, 8]. ubi uero recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, uterque angulus aequalis rectus est [I def. 10]. itaque uterque angulus AZE , BZE rectus est. ergo ΓA per centrum ducta rectam AB non per centrum ductam in duas partes aequales secans eadem ad rectos angulos secat.



Uerum ΓA rectam AB ad rectos angulos secet. dico, eandem eam in duas partes aequales secare, h. e. esse $AZ = ZB$.

nam iisdem comparatis quoniam $EA = EB$, erit etiam $\angle EAZ = EBZ$ [I, 5]. uerum etiam $\angle AZE = BZE$, quia recti sunt. itaque¹⁾ duo trianguli sunt EAZ , EZB duos angulos duobus aequales habentes et unum latus uni lateri aequale EZ , quod commune est eorum, sub altero angulorum aequalium subtendens. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt [I, 26]. ergo $AZ = ZB$.

1) Cum $\alpha\phi\alpha$ lin. 20 in omnibus bonis codicibus omissum sit, fortasse potius pro $\iota\sigma\eta \epsilon\sigma\tau\iota \kappa\alpha\iota$ lin. 18 scribendum: $\iota\sigma\eta \delta\epsilon \kappa\alpha\iota$.

V. 18. $\epsilon\kappa \kappa\epsilon\upsilon\tau\epsilon\rho\upsilon$ mg. V (schol.).
litt. BZ in ras. V; corr. ex EZB F.
om. PBF; comp. supra scr. V m. 2.
B. $\epsilon\sigma\tau\iota$ V.

$\epsilon\sigma\tau\iota$ V. 19. EBZ
 $\epsilon\sigma\tau\iota$ V. 20. $\alpha\phi\alpha$
 $\tau\epsilon\lambda\iota\omega\nu\alpha$] $\gamma\omega\nu\alpha$ eras.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθείᾳ τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεϊάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνη, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνη, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

δ'.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεΐαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὐσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Ἔστω κύκλος ὁ $ABΓΔ$, καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεΐαι
10 αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ E μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὐσαι· λέγω, ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν $ΑΕ$ τῇ $ΕΓ$, τὴν δὲ $ΒΕ$ τῇ $ΕΔ$.
15 καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Z , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΖΕ$.

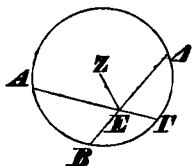
Ἐπεὶ οὖν εὐθείᾳ τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ $ΖΕ$ εὐθεϊάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν $ΑΓ$ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ
20 $ΖΕΑ$ · πάλιν, ἐπεὶ εὐθείᾳ τις ἡ $ΖΕ$ εὐθεϊάν τινα τὴν $ΒΔ$ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΖΕΒ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΖΕΑ$ ὀρθὴ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $ΖΕΑ$ τῇ ὑπὸ $ΖΕΒ$ ἢ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$ τέμ-
25 νουσιν ἀλλήλας δίχα.

1. ἐν κύκλῳ] om. p; κύκλῳ comp. V, ἐν add. m. 2. 2. εὐθεϊάν τινα — 4. τέμνει] καὶ τὰ ἐξῆς PBV. μὴ διὰ — 4. τέμνει] καὶ τὰ ἐξῆς F. 4. τέμνη] -μνη in ras. p. 10. E σημείον P. 13. εἰ γάρ — 14. τῇ $ΕΓ$] in ras. F. 14. εἶναι ἴσην p. 18. μὴ διὰ τοῦ κέντρου] Pp; om. BFV. 19. τέμνει] PBp; τεμεῖ V. ἐστὶ P. 20. ἐπεὶ] Pp; m. 2 supra

Ergo si in circulo recta aliqua per centrum ducta aliam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat; et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales secat; quod erat demonstrandum.

IV.

Si in circulo duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant.



Sit circulus $AB\Gamma\Delta$ et in eo duae rectae AG , $B\Delta$ non per centrum ductae inter se secant in E . dico, eas in duas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, in duas partes aequales inter se secant, ita ut sit $AE = E\Gamma$ et $BE = E\Delta$, et sumatur centrum circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. I], et sit Z , et ducatur ZE . iam quoniam recta per centrum ducta ZE aliam rectam non per centrum ductam AG in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat [prop. III]. itaque $\angle ZEA$ rectus est. rursus quoniam recta ZE aliam rectam $B\Delta$ in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat [id.]. itaque $\angle ZEB$ rectus est. sed demonstratum est, etiam $\angle ZEA$ rectum esse. quare

$$\angle ZEA = ZEB,$$

minor maiori; quod fieri non potest. itaque rectae AG , $B\Delta$ in duas partes aequales inter se non secant.

V; $\xi\pi'$ F, corr. m. 2; om. B. 21. $B\Delta \mu\eta \delta\iota\alpha \tau\omicron\upsilon \kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\omicron\upsilon$
 F, V m. 2. $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$ (alt.) PBVp; $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ F. 23. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omega\nu$
 F. . 24. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PBp; om. Vφ.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

5 Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ $ΑΒΓ$, $ΓΔΗ$ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ $Β$, $Γ$ σημεῖα. λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

10 Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ $Ε$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΕΓ$, καὶ διήχθω ἡ $ΕΖΗ$, ὥς ἐτυχεν. καὶ ἐπεὶ τὸ $Ε$ σημείον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΕΓ$ τῇ $ΕΖ$. πάλιν, ἐπεὶ τὸ $Ε$ σημείον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΓΔΗ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΕΓ$ τῇ $ΕΗ$. ἔδειχθη
15 δὲ ἡ $ΕΓ$ καὶ τῇ $ΕΖ$ ἴση· καὶ ἡ $ΕΖ$ ἄρα τῇ $ΕΗ$ ἐστὶν ἴση ἢ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ $Ε$ σημείον κέντρον ἐστὶ τῶν $ΑΒΓ$, $ΓΔΗ$ κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔστιν
20 αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

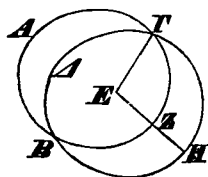
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

2. μὴ διὰ — δίχα] καὶ τὰ ἐξῆς BFV. 7. $ΓΔΗ$] $ΔΗ$
V. 8. $Β$, $Γ$] $Γ$, $Β$ p. 10. $ΕΓ$] $ΓΕ$ p. 11. ἐτυχε p.
12. ἐστίν V. τοῦ] bis P. 13. ἐστίν V. 14. $ΕΓ$] $ΓΕ$
P. 15. Post δέ 1 litt. eras. V. $ΕΖ$] (alt.) $ΖΕ$ P. 16.
ἴση ἐστίν p. ἐλάττων BVp. ἐστίν] om. V. 17. ἐστίν
V. 19. ἔσται Vp. 22. ἀλλήλων ἐντός V et F m. 2.

Ergo si in circulo duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant; quod erat demonstrandum.

V.

Si duo circuli inter se secant, non habebunt idem centrum.



nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta H$ inter se secant in punctis B, Γ . dico, eos idem centrum habituros non esse.

nam si fieri potest, sit E , et ducatur $E\Gamma$, et educatur EZH utcumque. et quoniam E punctum centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $E\Gamma = EZ$. rursus quoniam punctum E centrum est circuli $\Gamma\Delta H$, erit $E\Gamma = EH$. sed demonstratum est etiam $E\Gamma = EZ$. itaque etiam $EZ = EH$, minor maiori; quod fieri non potest. itaque punctum E centrum circulorum $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta H$ non est.

Ergo si duo circuli inter se secant, non habebunt idem centrum; quod erat demonstrandum.

VI.

Si duo circuli inter se contingunt, non habebunt idem centrum.¹⁾

1) Euclides eum casum, quo circuli intra contingunt, ut obscuriorem sibi demonstrandum sumpsit; nam ubi circuli extrinsecus se contingunt, propositio per se patet. ceterum demonstratio Euclidis de hoc quoque casu ualet. quare *ἐντός* lin. 22 mera interpolatio est, ut etiam e codicum ratione adparet (om. Campanus).

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $Z\Gamma$,
 5 καὶ διήχθω, ὥς ἔτυχεν, ἡ ZEB .

Ἐπεὶ οὖν τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $Z\Gamma$ τῇ ZB . πάλιν, ἐπεὶ τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $\Gamma\Delta E$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $Z\Gamma$ τῇ ZE . ἐδείχθη δὲ ἡ $Z\Gamma$ τῇ ZB ἴση· καὶ ἡ ZE ἄρα
 10 τῇ ZB ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15 ζ'.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαι ἅτινες, μεγίστη μὲν ἔσται, ἐφ' ἧς τὸ
 20 κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἑγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

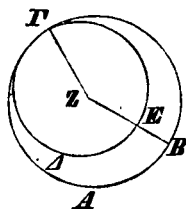
25 Ἔστω κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ $A\Delta$, καὶ ἐπὶ τῆς $A\Delta$ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ Z , ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, κέντρον δὲ τοῦ κύκλου

1. ἀπτεσθωσαν P et F m. 1 (corr. m. 2). 2. ἔσται] ἔστιν Vp. 6. ἐστίν V. 7. ZB] BZ P. πάλιν — 8. $\Gamma\Delta E$] in ras. p. 8. ἐστίν V. 9. δὲ καὶ p et F m. 2. 10. ἐλάσ-

nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ in puncto Γ inter se contingant. dico, eos idem centrum habituros non esse.

nam si fieri potest, sit Z , et ducatur $Z\Gamma$, et educatur ZEB utcunque. iam quoniam punctum Z centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $Z\Gamma = ZB$. rursus quoniam punctum Z centrum est circuli $\Gamma\Delta E$, erit $Z\Gamma = ZE$. sed demonstratum est $Z\Gamma = ZB$. quare etiam $ZE = ZB$ minor maiori; quod fieri non potest. itaque Z punctum centrum circulorum $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ non est.

Ergo si duo circuli inter se contingunt, non habebunt idem centrum; quod erat demonstrandum.



VII.

Si in diametro circuli punctum aliquod sumitur, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad circumulum rectae aliquot addidunt, maxima erit ea, in qua est centrum, minima autem reliqua, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum ducta est, remotiore maior est, et duae solae aequales ad circumulum addident a puncto illo in utraque parte minimae.

sit circulus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius sit $A\Delta$, et in $A\Delta$ sumatur punctum aliquod Z , quod non est centrum circuli, centrum autem circuli sit E , et a Z

σων Fp. ἐστίν] om. p. 11. ἐστίν V. 13. ἐφάπτιονται] ἐφ- add. m. 2 F. ἀλλήλων ἐντός V. 17. ἐστίν FV.
 19. τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἐτυχεν F. 20. δὲ ἡ] supra m. 2 F. δέ] δ' FV p. 21. ἐγγειον P. ἀπωτέρω P. 22. ἐστὶ PBp. εὐθείαι ἴσαι Bp, V m. 2. τοῦ αὐτοῦ BVp. 25. ὁ] postea add. V. δέ] om. p. ἔστω] om. p. 27. ἐστίν F. κέντρον] (pr.) in ras. p. δέ] insert. p.

ἔστω τὸ E , καὶ ἀπὸ τοῦ Z πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον
 προσπιπτεύωσαν εὐθεῖαι τινες αἱ ZB , $ZΓ$, ZH · λέγω,
 ὅτι μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ ZA , ἐλαχίστη δὲ ἡ $ZΔ$,
 τῶν δὲ ἄλλων ἡ μὲν ZB τῆς $ZΓ$ μείζων, ἡ δὲ $ZΓ$
 5 τῆς ZH .

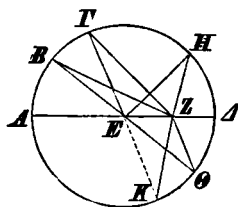
Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ BE , $ΓE$, HE . καὶ ἐπεὶ
 παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές
 εἰσιν, αἱ ἄρα EB , EZ τῆς BZ μείζονές εἰσιν. ἴση
 δὲ ἡ AE τῇ BE [αἱ ἄρα BE , EZ ἴσαι εἰσὶ τῇ AZ].
 10 μείζων ἄρα ἡ AZ τῆς BZ . πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
 BE τῇ $ΓE$, κοινὴ δὲ ἡ ZE , δύο δὴ αἱ BE , EZ δυσὶ
 ταῖς $ΓE$, EZ ἴσαι εἰσὶν. ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ BEZ
 γωνίας τῆς ὑπὸ $ΓEZ$ μείζων· βάσις ἄρα ἡ BZ βά-
 σεως τῆς $ΓZ$ μείζων ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ
 15 $ΓZ$ τῆς ZH μείζων ἐστίν.

Πάλιν, ἐπεὶ αἱ HZ , ZE τῆς EH μείζονές εἰσιν,
 ἴση δὲ ἡ EH τῇ $EΔ$, αἱ ἄρα HZ , ZE τῆς $EΔ$ μεί-
 ζονές εἰσιν. κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ EZ · λοιπὴ ἄρα ἡ HZ
 λοιπῆς τῆς $ZΔ$ μείζων ἐστίν. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ZA ,
 20 ἐλαχίστη δὲ ἡ $ZΔ$, μείζων δὲ ἡ μὲν ZB τῆς $ZΓ$, ἡ
 δὲ $ZΓ$ τῆς ZH .

Λέγω, ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ Z σημείου δύο μόνον ἴσαι
 προσπεσοῦνται πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον ἐφ' ἑκάτερα
 τῆς $ZΔ$ ἐλαχίστης. συνεστήτω γὰρ πρὸς τῇ EZ εὐ-
 25 θεία καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ E τῇ ὑπὸ HEZ
 γωνία ἴση ἡ ὑπὸ $ZEΘ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ZΘ$. ἐπεὶ

1. κύκλου φ. 3. ἐστίν] om. FV. $ZΔ$] φ (eras. $ZΔ$).
 4. $ZΓ$] corr. m. 2 ex $HΓ$ V; $ΓZ$ P. $ZΓ$] $ΓZ$ F et m. 2
 V. 5. τῇ φ. 8. εἰσιν, ἴση δὲ ἡ AE τῇ BE . αἱ ἄρα BE
 F. αἱ EB , EZ ἄρα P. τῆς BZ — 9. EZ] om. F. 9.
 AE] in ras. m. 2 V. αἱ ἄρα — AZ] mg. m. 2 P. εἰσὶν
 B. 10. Ante BZ ras. 1 litt. V. 11. δέ] om. PB. δυσί]

ad circulum $AB\Gamma\Delta$ adcidant rectae aliquot ZB , $Z\Gamma$, ZH . dico, maximam esse ZA , minimam autem $Z\Delta$, ceterarum autem esse $ZB > Z\Gamma$ et $Z\Gamma > ZH$.



ducantur enim BE , ΓE , HE . et quoniam cuiusvis trianguli duo latera reliquo maiora sunt [I, 20], erunt $EB + EZ > BZ$. sed

$$AE = BE.$$

quare $AZ > BZ$. rursus quoniam $BE = \Gamma E$, communis autem ZE , duae rectae BE , EZ duabus ΓE , EZ aequales sunt. uerum etiam $\angle BEZ > \Gamma EZ$. itaque $BZ > \Gamma Z$ [I, 24]. eadem de causa etiam

$$\Gamma Z > ZH.$$

rursus quoniam $HZ + ZE > EH$ [I, 20], et

$$EH = EA,$$

erunt $HZ + ZE > EA$. subtrahatur, quae communis est, EZ . itaque $HZ > ZA$.¹⁾ itaque ZA maxima est, $Z\Delta$ autem minima, et $ZB > Z\Gamma$, $Z\Gamma > ZH$.

dico etiam, duas solas aequales a puncto Z ad circulum $AB\Gamma\Delta$ adcidere in utraque parte rectae minimae $Z\Delta$. construatur enim ad rectam EZ et punctum eius E angulo HEZ aequalis $\angle ZE\Theta$ [I, 23],

1) Hoc Euclides ita demonstravit:

$$HZ + ZE = EA + x.$$

$EZ = EZ$. ergo $HZ = ZA + x$ [κ. ἐνν. 3], h. e. $HZ > ZA$.

ὁὐο FV. 14. ἐστίν] PBF; comp. p; ἐστὶ V. 15. ΖΗ] HZ P. ἐστίν] PFp; ἐστὶ BV. 18. εἰσιν] PF; εἰσι BVp. 19. λοιπῇ τῇ p. ZΔ] supra m. 1 V. ἐστίν] PF; ἐστὶ BVp. μέν] supra m. 1 F. 20. τῶν δ' ἄλλων μελῶν μὲν ἡ ΖΒ p. 21. τῇς] τῇ V. 22. ἴσαι] PF; εὐθεῖαι ἴσαι BVp. 23. ABΓΔ] Δ add. m. 2 V. 24. ZΔ] om. p.

οὖν ἴση ἐστὶν ἡ HE τῇ $E\Theta$, κοινὴ δὲ ἡ EZ , δύο
 δὴ αἱ HE , EZ δυοὶ ταῖς ΘE , EZ ἴσαι εἰσὶν· καὶ
 γωνία ἡ ὑπὸ HEZ γωνία τῇ ὑπὸ ΘEZ ἴση· βάσις
 ἄρα ἡ ZH βάσει τῇ $Z\Theta$ ἴση ἐστίν. λέγω δὴ, ὅτι τῇ
 5 ZH ἄλλη ἴση οὐ προσπесеῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ
 τοῦ Z σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω ἡ ZK .
 καὶ ἐπεὶ ἡ ZK τῇ ZH ἴση ἐστίν, ἀλλὰ ἡ $Z\Theta$ τῇ ZH
 [ἴση ἐστίν], καὶ ἡ ZK ἄρα τῇ $Z\Theta$ ἐστὶν ἴση, ἡ ἔγγιον
 τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῇ ἀπώτερον ἴση· ὅπερ ἀδύνατον.
 10 οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ Z σημείου ἑτέρα τις προσπесеῖται
 πρὸς τὸν κύκλον ἴση τῇ HZ · μία ἄρα μόνη.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι ση-
 μεῖον, ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ ση-
 μεῖου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινες,
 15 μεγίστη μὲν ἐστὶ, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ
 λοιπή, τῶν δὲ ἄλλων αἱ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέν-
 τρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον ἴσαι
 ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπесоῦνται πρὸς τὸν κύ-
 κλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

η'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ
 δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν
 εὐθεῖαι τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ
 δὲ λοιπαί, ὥς ἔτυχεν, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην
 25 περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη

2. HE] EH F. εἰσὶν] PBF; εἰσὶ Vp. 4. ἐστὶν ἴση
 p. ἐστίν] ἐστὶ V. δὴ] om. V (γὰρ add. m. 2), δέ F.
 5. ZH] H eras. V. 6. ἡ] ὥς ἡ BFP. 7. ἡ ZK] e
 corr. m. 1 V. ἐστὶν ἴση Pp. ἀλλά] ἀλλ' BF; ἀλλὰ μὴν
 καὶ P. ZH] corr. ex ZE V m. 1. 8. ἴση ἐστίν] om. P;
 ἴση F; ἐστὶν ἴση Vp. ἄρα] om. F. $Z\Theta$] ΘZ P. ἴση

et ducatur $Z\Theta$. iam quoniam $HE = E\Theta$, et EZ communis est, duae rectae HE , EZ duabus ΘE , EZ aequales sunt. et $\angle HEZ = \Theta EZ$. itaque $ZH = Z\Theta$. dico igitur, nullam aliam rectae ZH aequalem a puncto Z ad circulum adcidere. si enim fieri potest, adcidat ZK . et quoniam $ZK = ZH$ et $Z\Theta = ZH$, erit etiam $ZK = Z\Theta$, propior remotiori; quod fieri non potest [u. supra]. itaque a puncto Z nulla alia rectae HZ aequalis ad circulum adcidet. ergo una sola.

Ergo si in diametro circuli punctum aliquod sumitur, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot adcidunt, maxima erit ea, in qua est centrum, minima autem reliqua, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum ducta est, remotiore maior est, et duae solae aequales ad circulum adcident a puncto illo in utraque parte minimae; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si extra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot educuntur, quarum una per centrum, ceterae autem utcunque ductae sunt, earum rectarum, quae ad cauam partem am-

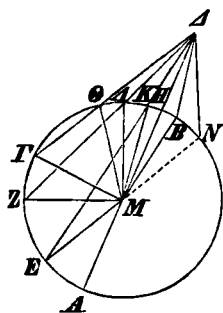
VIII. Eutocius in Apollon. p. 12.

$\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V. $\eta]$ om. F. $\epsilon\gamma\gamma\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ P. 9. $\tau\eta]$ $\tau\eta\varsigma$ PBV ϕ .
 $\iota\sigma\eta]$ del. August. $\alpha\delta\upsilon\nu\alpha\tau\omicron\nu$] hic seq. demonstratio alia, quam
in app. recepi. 10. $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] corr. ex $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\alpha$ m. 1 V. 11.
 $HZ]$ EZ F. 13. δ $\mu\eta$ — 19. $\epsilon\lambda\alpha\chi\iota\sigma\tau\eta\varsigma$] $\kappa\alpha\iota$ $\tau\acute{\alpha}$ $\epsilon\chi\eta\varsigma$ PBV
et F post ras. 1 litt. 16. $\delta\epsilon]$ δ' p. 17. $\alpha\pi\omega\tau\epsilon\rho\omega$ p.
 $\epsilon\sigma\tau\acute{\iota}$ p. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\iota$ $\iota\sigma\alpha\iota$ p. 19. $\delta\epsilon\iota\chi\epsilon\alpha\iota$] seq. $\epsilon\chi\eta\varsigma$ $\tau\acute{o}$ $\theta\epsilon\omega\rho\eta\mu\alpha$
V. 22 $\delta\iota\alpha\chi\theta\acute{\omega}\sigma\iota$ V. 24. $\epsilon\tau\upsilon\chi\epsilon$ Vp. $\kappa\omicron\lambda\lambda\eta\nu$] 1 eras. B;
 $\kappa\omicron\iota$ - in ras. m. 1 P.

- μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων αἰ
 ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον
 μείζων ἐστίν, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περι-
 φέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μὲν
 5 ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς δια-
 μέτρου, τῶν δὲ ἄλλων αἰ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλα-
 χίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων, δύο δὲ
 μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται
 πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἐκάτερα τῆς ἐλαχίστης.
- 10 Ἐστω κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, καὶ τοῦ $ΑΒΓ$ εἰλήφθω τι
 σημεῖον ἐκτὸς τὸ $Δ$, καὶ ἀπ' αὐτοῦ διήχθωσαν εὐ-
 θεῖαι τινες αἱ $ΔΑ$, $ΔΕ$, $ΔΖ$, $ΔΓ$, ἔστω δὲ ἡ $ΔΑ$
 διὰ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι τῶν μὲν πρὸς τὴν $ΑΕΖΓ$
 κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη
 15 μὲν ἐστὶν ἡ διὰ τοῦ κέντρου ἡ $ΔΑ$, μείζων
 δὲ ἡ μὲν $ΔΕ$ τῆς $ΔΖ$ ἢ δὲ $ΔΖ$ τῆς $ΔΓ$, τῶν
 δὲ πρὸς τὴν $ΘΑΚΗ$ κυρτὴν περιφέρειαν προσ-
 πιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ $ΔΗ$ ἢ
 μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς $ΑΗ$, αἰ

1. ἐστὶν] ἔσται B. Post κέντρου add. P: ἐλαχίστη δὲ ἡ
 μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου προσπίπτουσα; idem
 p, omisso προσπίπτουσα; del. m. 2; ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν (huc-
 usque φ) ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου F, supra
 scripto β m. 2; supra τῶν lin. 1 scr. α m. 2. δέ] δ' B. 2.
 ἔγγιον P. ἀπώτερον P, ἀπωτέρω p. 3. ἐστίν] PF; comp.
 p; ἐστὶ V; ἔσται B. 4. ἐλαχίστη — 5. διαμέτρου] mg. m. 2 P;
 om. p et F, supra εὐθειῶν est β m. 2. 5. ἐστὶν] PV, ἔσται
 B. 6. τῶν δὲ ἄλλων] om. p, add. m. 2 PF. δ' B.
 ἔγγιον P. 7. ἀπωτέρω Pp. ἐλάττων (in ras. m. 1) ἐστὶν
 p. ἐστὶν] ἔσται B. ἐλάσσων F. 8. ἴσαι] P m. 1, F;
 om. p; εὐθεῖαι ἴσαι B; ἴσαι εὐθεῖαι V, P m. 2. τοῦ] τοῦ
 αὐτοῦ B. 9. πρὸς] ἴσαι πρὸς p. 10. Post ἔστω ras. 1 litt.
 V. καὶ τοῦ $ΑΒΓ$] om. F. εἰλήφω φ. 12. τινες] P, F
 m. 1, V m. 1; τινες πρὸς τὸν κύκλον Bp, F m. 2, V m. 2.
 In ipsa propositione Augustus suo arbitrio ordinem uerborum

bitus adcidunt, maxima est, quae per centrum ducta est, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum est, remotiore maior est, rectarum autem ad conuexam partem ambitus adcidantium minima est, quae inter punctum et diametrum posita est, ceterarum autem proxima quaeque minimae remotiore minor, et duae solae rectae a puncto illo ad circulum adcidunt in utraque parte minimae.



Sit circulus $AB\Gamma$, et extra $AB\Gamma$ sumatur punctum aliquod A , et ab eo rectae aliquot educantur ΔA , ΔE , ΔZ , $\Delta \Gamma$, et ΔA per centrum ducta sit. dico, rectarum ad cauam partem ambitus $AEZ\Gamma$ adcidantium maximam esse eam, quae per centrum ducta sit, ΔA , et $\Delta E > \Delta Z$, $\Delta Z > \Delta \Gamma$, earum autem, quae ad conuexam partem ambitus ΘAKH adcidant, minimam esse ΔH , quae inter punctum et diametrum AH posita sit, et proximam

mutauit, sed parum recte; neque enim Euclides demonstrat ΔA maximam, ΔH minimam esse omnium rectarum a A adcidantium, quod tamen inde facile sequitur, quod rectae ad ΘAKH adcidentes omnino minores sunt ceteris. Campanus omisit p. 182 l. 23: ὧν μὲν — 25. εὐθειῶν, cetera ut nos praebet. Eutocius p. 182, 24—25 et p. 184, 3—4 ut nos legit.

15. Post ΔA add. ἐλάχιστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ A σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς AH BFV ; idem P (ΔH pro AH) et p addito $\tau\epsilon$ ante A et supra μεταξὺ scripto ἡ ΔH ; ἐλάχιστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς AH ed. Basil.

16. τῆς] (alt.) τῇ FV . 17. ΘAKH] K corr. ex $H V$ m. 1.

18. ἐλάχιστη — 19. AH] om. $PBFVp$, ed. Basil.; corr. Gregorius. 19. ἀεὶ] ἀλλ' F .

δὲ ἡ ἔγγιον τῆς ΔH ἐλαχίστης ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀπώ-
τερον, ἡ μὲν ΔK τῆς ΔA , ἡ δὲ ΔA τῆς $\Delta \Theta$.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου καὶ
ἔστω τὸ M · καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ME , MZ , $M\Gamma$, MK ,
5 MA , $M\Theta$.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AM τῇ EM , κοινὴ προσ-
κείσθω ἡ MA · ἡ ἄρα AA ἴση ἐστὶ ταῖς EM , MA .
ἀλλ' αἱ EM , MA τῆς EA μεζονές εἰσιν· καὶ ἡ AA
ἄρα τῆς EA μεζων ἐστίν. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
10 ME τῇ MZ , κοινὴ δὲ ἡ MA , αἱ EM , MA ἄρα ταῖς
 ZM , MA ἴσαι εἰσιν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ EMA γω-
νίας τῆς ὑπὸ ZMA μεζων ἐστίν. βάσις ἄρα ἡ EA
βάσεως τῆς ZA μεζων ἐστίν. ὁμοίως δὲ δείξομεν,
ὅτι καὶ ἡ ZA τῆς GA μεζων ἐστίν· μεγίστη μὲν
15 ἄρα ἡ AA , μεζων δὲ ἡ μὲν AE τῆς AZ , ἡ δὲ AZ
τῆς AG .

Καὶ ἐπεὶ αἱ MK , KA τῆς MA μεζονές εἰσιν, ἴση
δὲ ἡ MH τῇ MK , λοιπὴ ἄρα ἡ KA λοιπῆς τῆς HA
μεζων ἐστίν· ὥστε ἡ HA τῆς KA ἐλάττων ἐστίν·
20 καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ MAA ἐπὶ μιᾷ τῶν πλευρῶν
τῆς MA δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάθησαν αἱ MK ,
 KA , αἱ ἄρα MK , KA τῶν MA , AA ἐλάττονές εἰσιν·

1. δέ] om. PBFVp, ed. Basil.; corr. Gregorius. ἔγ-
γειον P, sed corr. ἐλάσσων ἐστίν PF. ἀπωτέρω p. 4.
 ME] corr. ex EM m. 2 V. $M\Gamma$] ME ? φ (non F). 7.
 ΔMP . ἐστίν P. ταῖς] corr. ex $\tau\acute{\alpha}$ m. 1 F. 8. ἀλλ' αἱ]
αἱ δέ P. τῆς] supra m. 1 P. εἰσιν] PBF; εἰσι Vp.
9. ἐστίν] PF; ἐστὶ uulgo. 10. EM τῇ ZM P. δέ] cum
Gregorio; προσκείσθω PBFVp. ἡ] om. V. 11. εἰσίν]
PBF; εἰσὶ Vp. καὶ γωνία] mutat. in γωνία δέ m. rec. F.
 EMA] E supra m. 1 F. 12. ἐστίν] comp. p; ἐστὶ uulgo.
13. ἐστὶ P. 14. AZ P. GA] A in ras. V. ἐστίν] P;
comp. p; ἐστὶ uulgo. 15. μὲν AE] litt. μὲν A in ras. p.
19. ὥστε καὶ p. ΔH τῆς ΔK P. ἐλάττων] ἐλαχίστη F;

quamque minimae ΔH remotiore minorem, $\Delta K < \Delta A$, $\Delta A < \Delta \Theta$.¹⁾

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit M . et ducantur ME , MZ , $M\Gamma$, MK , MA , $M\Theta$. et quoniam $AM = EM$, communis adiiciatur $M\Delta$. itaque $A\Delta = EM + M\Delta$. uerum

$$EM + M\Delta > E\Delta \text{ [I, 20].}$$

quare etiam $A\Delta > E\Delta$. rursus quoniam $ME = MZ$, et communis est $M\Delta$, erunt EM , $M\Delta$ et ZM , $M\Delta$ aequales.²⁾ et $\angle EM\Delta > ZM\Delta$. itaque $E\Delta > Z\Delta$ [I, 24]. similiter demonstrabimus, esse etiam $Z\Delta > \Gamma\Delta$. ergo maxima est ΔA , et $\Delta E > \Delta Z$, $\Delta Z > \Delta \Gamma$.

et quoniam $MK + K\Delta > M\Delta$ [I, 20], et

$$MH = MK,$$

erit $K\Delta > H\Delta$. quare etiam $H\Delta < K\Delta$. et quoniam in triangulo $M\Delta\Delta$ in uno latere $M\Delta$ duae rectae MK , $K\Delta$ intra constitutae sunt, erunt

$$MK + K\Delta < M\Delta + \Delta\Delta \text{ [I, 21].}$$

1) Ne hic quidem emendationes Augusti a mutationibus ab eodem in propositione factis pendentes recipiendas esse duxi, sed emendatione Gregorii leniore, quamquam et ipsa ob consensum codicum incertissima, usus uerba *ἐλαχίστη μὲν — διαμέτρον τῆς AH* transposui a p. 184, 16 ad lin. 19 et huic loco accommodaui. eodem ducit tenor et propositionis et demonstrationis. sine dubio et transpositio omnium codicum hoc loco et interpolatio nonnullorum p. 184, 1 (cfr. 4) satis antiquo tempore a mathematico imperito ad similitudinem prop. VII factae sunt, in quam rursus p. 178, 19 in F ex prop. VIII quaedam irrepserunt.

2) Lin. 10 error codicum iam ante Theonem ex lin. 6 ortus erat.

ἐλάσσων Bp. *ἐστὶ* B. PV; om. Bp, Augustus. *ἄρα MK, KΔ* ἄρα P. *ἐλάττωες* P, *ἐλάσσονες* F.

Post *ἐστὶν* add. *ἐλαχίστη ἄρα ἐστὶν* 21. *συννεστήμεσαν* p. 22. *αἱ* Ante *τῶν* in F lacun. 3 litt.

ἴση δὲ ἡ MK τῇ MA . λοιπὴ ἄρα ἡ ΔK λοιπῆς τῆς ΔA ἐλάττων ἐστίν. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΔA τῆς $\Delta \Theta$ ἐλάττων ἐστίν· ἐλαχίστη μὲν ἄρα ἡ ΔH , ἐλάττων δὲ ἡ μὲν ΔK τῆς ΔA ἢ δὲ ΔA τῆς $\Delta \Theta$.

- 5 Λέγω, ὅτι καὶ δύο μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ Δ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἐκάτερα τῆς ΔH ἐλαχίστης· συνεστάτω πρὸς τῇ MA εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ M τῇ ὑπὸ KMA γωνίᾳ ἴση γωνία ἡ ὑπὸ AMB , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AB . καὶ ἐπεὶ
- 10 ἴση ἐστίν ἡ MK τῇ MB , κοινὴ δὲ ἡ MA , δύο δὲ αἱ KM , MA δύο ταῖς BM , MA ἴσαι εἶσιν ἐκάτερα ἐκάτερα· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ KMA γωνία τῇ ὑπὸ BMA ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔK βάσει τῇ AB ἴση ἐστίν. λέγω [δὴ], ὅτι τῇ ΔK εὐθείᾳ ἄλλη ἴση οὐ προσπесεῖται
- 15 πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΔN . ἐπεὶ οὖν ἡ ΔK τῇ ΔN ἐστίν ἴση, ἀλλ' ἡ ΔK τῇ ΔB ἐστίν ἴση, καὶ ἡ ΔB ἄρα τῇ ΔN ἐστίν ἴση, ἡ ἑγγιον τῆς ΔH ἐλαχίστης τῇ ἀπώτερον [ἐστίν] ἴση· ὅπερ ἀδύνατον ἐδείχθη.
- 20 οὐκ ἄρα πλείους ἢ δύο ἴσαι πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐφ' ἐκάτερα τῆς ΔH ἐλαχίστης προσπεσοῦνται.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαι τινες,

25 ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου αἱ δὲ λοιπαί, ὡς ἔτυχεν,

1. ἴση δέ] PF; ὧν ἐστίν ἴση BV; ὧν p. MA] MA ἴση ἐστίν p. 2. ἐλάσσων F, ut lin. 3. 3. ΔH] ΔH τῆς ΔK Fp et V eras. 4. ἐλάσσων Bp. ἐλάττων δὲ ἡ μὲν] ἡ δέ F. 5. καί] om. Bp. ἴσαι] P, F m. 1; ἴσαι εὐθεῖαι V, F m. 2; εὐθεῖαι ἴσαι Bp. 7. γὰρ πρὸς F. 9. γωνία] om. p. 10. MK] BM B, MB p et V e corr. MB] MK Bp et V e corr. 11. δυοί BVP. ἐκάτερα] ἐκατέραι V. 13. ἴση]

uerum $MK = MA$. itaque $\angle K < \angle A$. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle A < \angle \Theta$. ergo minima est $\angle H$, et $\angle K < \angle A$, $\angle A < \angle \Theta$.

dico etiam, duas solas aequales a puncto A ad circulum adcidere in utraque parte minimae $\angle H$. construatur ad rectam MA et punctum eius M angulo KMA aequalis $\angle AMB$ [I, 23], et ducatur AB . et quoniam $MK = MB$, et communis est MA , duae rectae KM, MA duabus BM, MA aequales sunt altera alteri; et $\angle KMA = \angle MBA$. itaque $\angle K = \angle B$ [I, 4]. dico, rectae $\angle K$ aequalem aliam rectam non adcidere ad circulum a puncto A . nam, si fieri potest, adcidat et sit AN . iam quoniam $\angle K = \angle N$, et $\angle K = \angle B$, erit etiam $\angle B = \angle N$, propior minimae $\angle H$ remotiori; quod fieri non potest [u. supra]. quare plures quam duae aequales non adcident ad circulum $AB\Gamma$ a A puncto in utraque parte minimae $\angle H$.

Ergo si extra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot educun-

(prius) P, F m. 1, p; $\iota\sigma\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ V, F m. 2; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$ B. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$] P, comp. p, $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ uulgo. 14. $\delta\eta$] om. Pp. $\angle K$] K in ras. V, B Δ F; $\angle B$ ϕ . 15. $\pi\rho\acute{o}\varsigma$] post $\kappa\acute{\alpha}$ m. 1 $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ ϕ ; mg. ' $\gamma\rho$. $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$ F. 16. $-\pi\iota\pi\tau\acute{\epsilon}\tau\omega$ in ras. V. 17. $\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}$ P. $\angle K$] $K\Delta$ F. $\angle B$] B e corr. V. 18. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] supra comp. F m. 2. $\acute{\epsilon}\gamma\gamma\epsilon\iota\omicron\nu$ P, sed corr. 19. $\acute{\alpha}\pi\omega\tau\acute{\epsilon}\rho\omega$ p. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$] deleo; cfr. p. 182, 9. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$] om. p, August. $\acute{\epsilon}\delta\epsilon\lambda\chi\theta\eta$] om. B, August. Post hoc uerbum legitur alia demonstratio; u. append. 20. η $\delta\acute{\upsilon}\omicron$ $\iota\sigma\alpha\iota$] P et sine dubio F m. 1; $\acute{\alpha}\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\iota$ ϕ seq. ai m. 1 (pro $\acute{\alpha}\delta\acute{\upsilon}\nu$ habuit F η $\delta\acute{\upsilon}\omicron$), supra scr. $\mu\acute{o}\nu\omicron\nu$ $\acute{\epsilon}\nu\theta\epsilon\iota\alpha\iota$ m. 2; η $\delta\acute{\upsilon}\omicron$ $\mu\acute{o}\nu\omicron\nu$ $\acute{\epsilon}\nu\theta\epsilon\iota\alpha\iota$ $\iota\sigma\alpha\iota$ B, et V, sed $\mu\acute{o}\nu\omicron\nu$ m. 2 supra scr. est; η $\delta\acute{\upsilon}\omicron$ $\acute{\epsilon}\nu\theta\epsilon\iota\alpha\iota$ $\pi\rho\sigma\pi\epsilon\sigma\omicron\upsilon\nu\tau\alpha\iota$ p. $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ — 21. $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omicron\nu$] $\acute{\alpha}\pi\acute{o}$ $\tau\acute{o}\upsilon$ Δ $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omicron\nu$ $\pi\rho\sigma\pi\epsilon\sigma\omicron\upsilon\nu\tau\alpha\iota$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}\nu$ $AB\Gamma$ $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$ B. 21. $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$] m. 2 F. Δ] corr. ex Γ V. 22. $\pi\rho\sigma\pi\epsilon\sigma\omicron\upsilon\nu\tau\alpha\iota$] om. Bp. 23. $\acute{\alpha}\pi\acute{o}$ $\delta\acute{\epsilon}$ — p. 190, 9: $\acute{\epsilon}\lambda\alpha\chi\acute{\iota}\sigma\tau\eta\varsigma$] $\kappa\alpha\iota$ $\tau\acute{\alpha}$ $\acute{\epsilon}\xi\eta\varsigma$ PBFV. 25. $\acute{\epsilon}\tau\upsilon\chi\epsilon$ p.

τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν
 εὐθειῶν μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ
 ἄλλων ἀεὶ ἡ ἑγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώ-
 5 τερον μείζων ἐστίν, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέ-
 ρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ
 μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ
 ἄλλων ἀεὶ ἡ ἑγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν
 ἐλάττων, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσ-
 πεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης·
 10 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπο-
 δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι
 πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον
 15 κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Ἔστω κύκλος ὁ $AB\Gamma$, ἐντός δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ
 Δ , καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κύκλον προσπιπτε-
 τωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΔA , ΔB , $\Delta \Gamma$.
 λέγω, ὅτι τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου.
 20 Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ AB , $B\Gamma$ καὶ τετμήσθωσαν
 δίχα κατὰ τὰ E , Z σημεία, καὶ ἐπιξευχθεῖσαι αἱ $E\Delta$,
 $Z\Delta$ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ H , K , Θ , Λ σημεία.

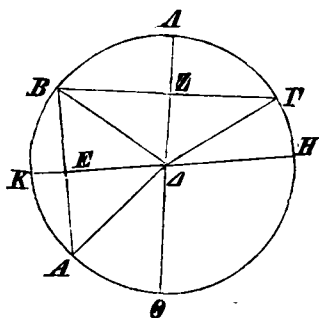
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AE τῇ EB , κοινὴ δὲ ἡ $E\Delta$,
 δύο δὲ αἱ AE , $E\Delta$ δύο ταῖς BE , $E\Delta$ ἴσαι εἰσὶν·
 25 καὶ βάσις ἡ ΔA βάσει τῇ ΔB ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ

2. τῶν δὲ ἄλλων — 10. δεῖξαι] καὶ τὰ ἐξῆς p. 13. προσ-
 πίπτωσι] προσπίπτουσι Vp. 14. εὐθεῖαι ἴσαι BV. 18.
 εὐθεῖαι ἴσαι BVp. 22. $Z\Delta$] PBF, V m. 2; ΔZ p, V m. 1.
 K , H , Λ , Θ P. 24. δυοί Bφp. εἰσὶν] PFV; εἰσὶ Bp.
 25. καί] m. 2 V. βάσις ἄρα V. ἴση] P et postea inserto
 ἐστὶ F; ἴση ἐστὶ V; ἐστὶν ἴση Bp.

tur, quarum una per centrum, ceterae autem utcunque ductae sunt, earum rectarum, quae ad eandem partem ambitus adcidunt, maxima est, quae per centrum ducta est, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum est, remotiore maior est, rectarum autem ad conuexam partem ambitus adcidantium minima est, quae inter punctum et diametrum posita est, ceterarum autem proxima quaeque minimae remotiore minor, et duae solae rectae a puncto illo ad circulum adcidunt in utraque parte minimae; quod erat demonstrandum.

IX.

Si intra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum plures quam duae rectae aequales ad circulum adcidunt, sumptum punctum centrum est circuli.



Sit circulus $AB\Gamma$, et intra eum punctum Δ , et a Δ ad $AB\Gamma$ circulum plures quam duae rectae aequales adcidant ΔA , ΔB , $\Delta \Gamma$. dico, punctum Δ centrum esse circuli $AB\Gamma$.

ducantur enim AB , $B\Gamma$ et secantur in duas partes aequales in punctis E , Z , et ductae $E\Delta$, $Z\Delta$ educantur ad puncta H , K , Θ , A .

iam quoniam $AE = EB$, et communis est $E\Delta$, duae rectae AE , $E\Delta$ duabus BE , $E\Delta$ aequales sunt. et $\Delta A = \Delta B$. itaque $\angle A E \Delta = \angle B E \Delta$ [I, 8]. itaque

ΑΕΔ γωνία τῇ ὑπὸ *ΒΕΔ* ἴση ἐστίν· ὁρθὴ ἄρα ἑκα-
 τέρα τῶν ὑπὸ *ΑΕΔ*, *ΒΕΔ* γωνιῶν· ἡ *ΗΚ* ἄρα τὴν
ΑΒ τέμνει δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ ἐπεὶ, ἐὰν ἐν κύ-
 κλῳ εὐθεΐά τις εὐθεΐαν τινα δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς
 5 τέμνη, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου,
 ἐπὶ τῆς *ΗΚ* ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. διὰ
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς *ΘΑ* ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ
ΑΒΓ κύκλου. καὶ οὐδὲν ἕτερον κοινὸν ἔχουσιν αἱ
ΗΚ, *ΘΑ* εὐθεΐαι ἢ τὸ *Α* σημεῖον· τὸ *Α* ἄρα σημεῖον
 10 κέντρον ἐστὶ τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ
 τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ
 δύο ἴσαι εὐθεΐαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ
 τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

ι'.

Κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα ση-
 μεῖα ἢ δύο.

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ *ΑΒΓ* κύκλον τὸν *ΔΕΖ*
 τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο τὰ *Β*, *Η*, *Ζ*, *Θ*,
 20 καὶ ἐπιξευχθεῖσαι αἱ *ΒΘ*, *ΒΗ* δίχα τεμνέσθωσαν κατὰ
 τὰ *Κ*, *Α* σημεία· καὶ ἀπὸ τῶν *Κ*, *Α* ταῖς *ΒΘ*, *ΒΗ*

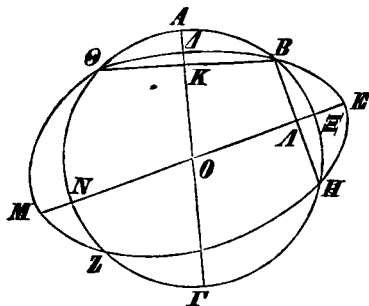
1. ἐστὶ V. ἄρα] PB, F in ras.; γὰρ p in ras., V m. 1;
 ἐστὶν ἄρα V m. 2. 2. ἢ] καὶ ἡ p. ἄρα] om. p. 3.
 τέμνει δίχα] P; δίχα τέμνει B, δίχα τέμνουσα V (sed -νουσα et
 seq. καὶ in ras.), p, F (δίχα τέμνουσι φ). ὀρθὰς] ὀρθὰς
 τέμνει Vp et F in ras. καὶ ἐπεὶ] in ras. F, seq. in mg.
 transeunt. καὶ ἐπεὶ — 5. τέμνη] mg. m. rec. P. τε] in
 fine lin., in mg. add. μνη m. 2 B. 6. τέμνη] τέμνει FV.
 τῆς] om. F? ἐστίν F. 6. ἐστίν B. 7. ἐστὶν P. 8.
ΑΒΓ] om. p. κύκλου] m. 2 F; om. B. 12. προσπίπτωσι
 — 14. κύκλου] καὶ τὰ ἑξῆς p. 12. -πίπτωσι in ras. F.
 13. εὐθεΐαι ἴσαι B. 14. Seq. alia demonstratio, de qua u.
 appendix. 15. ια' F, sed α eras. 18. *ΔΕΖ*] corr. ex

uterque angulus $AE\Delta$, $BE\Delta$ rectus est [I, def. 10]. ergo HK rectam AB et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat. et quoniam, si in circulo recta aliqua aliam rectam et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in secanti erit centrum circuli [prop. I coroll.], centrum circuli in HK erit. eadem de causa etiam in ΘA erit centrum circuli $AB\Gamma$. nec ullum aliud commune punctum habent HK , ΘA rectae ac Δ punctum. itaque Δ centrum est circuli $AB\Gamma$.

Ergo si intra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto plures quam duae rectae aequales ad circulum adcidunt, sumptum punctum centrum est circuli; quod erat demonstrandum.

X.

Circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus.



nam, si fieri potest, circulus $AB\Gamma$ circulum ΔEZ in pluribus secet punctis quam duobus B , H , Z , Θ , et ductae $B\Theta$, BH in punctis K , Δ in duas partes aequales secantur, et a K , Δ ad $B\Theta$, BH perpendicu-

ΔEH m. 2 V. 19. Z , Θ] corr. ex Θ , Z m. 2 V. 20. $B\Theta$, BH] P; $B\Theta$, HB F m. 1; BH , ΘB F m. 2; BH , $B\Theta$ BVp. $\tau\epsilon\tau\mu\eta\sigma\theta\omega\sigma\alpha\nu$ $\delta\acute{\iota}\lambda\chi\alpha$ p. $\tau\epsilon\tau\mu\eta\sigma\theta\omega\sigma\alpha\nu$ P. 21. $B\Theta$, BH] BF , V m. 2; BH , $B\Theta$ Pp, V m. 1.

πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ $KΓ$, $ΑΜ$ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ A , E σημεία.

Ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ $ΑΒΓ$ εὐθεία τις ἡ $ΑΓ$ εὐθεῖάν τινα τὴν $BΘ$ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, 5 ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου. πάλιν, ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ αὐτῷ τῷ $ΑΒΓ$ εὐθεία τις ἡ $NΞ$ εὐθεῖάν τινα τὴν $BΗ$ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς $NΞ$ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῆς $ΑΓ$, καὶ κατ' οὐδὲν 10 συμβάλλουσιν αἱ $ΑΓ$, $NΞ$ εὐθεῖαι ἢ κατὰ τὸ O . τὸ O ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ τοῦ $ΔΕΖ$ κύκλου κέντρον ἐστὶ τὸ O . δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τῶν $ΑΒΓ$, $ΔΕΖ$ τὸ αὐτὸ ἐστὶ κέντρον τὸ O . ὅπερ ἐστὶν 15 ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐν- 20 τὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιγεγνημένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ $ΑΒΓ$, $ΔΕ$ ἐφαπτέσθωσαν 25 ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ A σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ

1. $KΓ$, $ΑΜ$] litt. $Γ$, A in ras. m. 2 F; KA , $ΓM$ V, sed corr. m. 1. 2. A , E] in ras. p; $ΔE$, HA P. 3. τῷ] e corr. V m. 2. 4. δίχα τε BVp. καί] supra m. 2 F. 7. δίχα τέμνει καὶ πρὸς ὀρθὰς p. Ante ὀρθὰς ras. 1 litt. V. 8. τὸ κέντρον ἐστὶ BVp. 9. καί] (prius) m. 2 V. 10. εὐθεῖαι] om. p. ἦ] P, F m. 1; ἀλλήλαις ἦ BVp, F m. 2.

lares ducantur $K\Gamma$, AM et educantur ad A , E puncta. iam quoniam in circulo $AB\Gamma$ recta aliqua $A\Gamma$ aliam rectam $B\Theta$ in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in $A\Gamma$ erit centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I coroll.]. rursus quoniam in circulo eodem $AB\Gamma$ recta quaedam $N\Xi$ aliam rectam BH in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in $N\Xi$ erit centrum circuli $AB\Gamma$ [id.]. sed demonstratum est, idem in $A\Gamma$ esse, nec usquam concurrunt rectae $A\Gamma$, $N\Xi$ excepto puncto O . O igitur centrum est circuli $AB\Gamma$. similiter demonstrabimus, O etiam circuli ΔEZ centrum esse. itaque duo circuli inter se secantes $AB\Gamma$, ΔEZ idem habent centrum O ; quod fieri non potest [prop. V].

Ergo circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus; quod erat demonstrandum.

XI.

Si duo circuli intra contingunt inter se, et sumpta erunt centra eorum, recta centra eorum coniungens producta etiam¹⁾ in punctum contactus circulorum cadet.

nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Delta\Delta E$ intra contingant inter se in A puncto, et sumatur circuli $AB\Gamma$ cen-

1) Minus recte in B post *ἐκβαλλομένη* interpungitur; quamquam usus Euclidis potius *ἐκβαλλομένη καὶ* postulat; καὶ delevit Gregorius.

13. δύο ἄρα — 14. τὸ O] om. P. 14. ἐστίν] om. p. 17. ἢ δύο] om. P. Sequitur alia demonstratio, u. appendix. 18. $\alpha\alpha'$] om. φ. 19. ἐντός] mg. m. 1 P. 20. καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα] om. B. 21. καὶ] om. V. 22. πεσεῖται] litt. σεῖτ- in ras. m. 2 V. 24. ἀπτεσθῶσαν Theon (BF Vp).

μὲν $ΑΒΓ$ κύκλου κέντρον τὸ Z , τοῦ δὲ $ΑΔΕ$ τὸ H .
λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὸ Z ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα
ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ A πεσεῖται.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ὡς ἡ $ZHΘ$,
5 καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AZ , AH .

Ἐπεὶ οὖν αἱ AH , HZ τῆς ZA , τουτέστι τῆς $ZΘ$,
μείζονές εἰσιν, κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ZH . λοιπὴ ἄρα ἡ
 AH λοιπῆς τῆς $HΘ$ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ ἡ AH τῇ
 $HΔ$. καὶ ἡ $HΔ$ ἄρα τῆς $HΘ$ μείζων ἐστίν ἡ ἐλάττω
10 τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ
τοῦ Z ἐπὶ τὸ H ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται·
κατὰ τὸ A ἄρα ἐπὶ τῆς συναφῆς πεσεῖται.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐντός,
[καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα], ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν
15 ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα [καὶ ἐκβαλλομένη] ἐπὶ τὴν συνα-
φὴν πεσεῖται τῶν κύκλων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐκ-
τός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιξευγνυμένη διὰ
20 τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

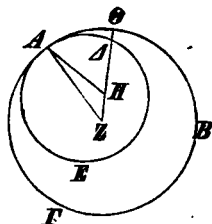
Δύο γὰρ κύκλοι οἱ $ΑΒΓ$, $ΑΔΕ$ ἐφαπτέσθωσαν
ἀλλήλων ἐκτὸς κατὰ τὸ A σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ
μὲν $ΑΒΓ$ κέντρον τὸ Z , τοῦ δὲ $ΑΔΕ$ τὸ H . λέγω,

1. μέν] om. B. τὸ κέντρον τό P. 3. Α σημεῖον FV,
P m. rec. 4. $ZHΘ$] $ZΘ$ F, H supra scr. m. 2. 6. αἱ] ἡ
P. ZA] in ras. m. 1 V. τῆς ZA] mg. m. 1 P. τουτέστιν
P. 7. εἰσιν] P; εἰσι uulgo. ZH] H in ras. V. 8. ἴση
δέ — 9. ἐστίν] mg. m. 2 B (ἐστι). ἴση δὲ ἡ AH τῇ $HΔ$] in
ras. p. AH] PB, F m. 1, V m. 1; $ΔH$ p, F m. 2, V m. 2.
9. $HΔ$] PB, F m. 1, V m. 1; $ΔH$ p, F m. 2, V m. 2. ἐλάσ-
σωον Fp. 10. ἐστίν] PF; om. BVp. ἡ] supra m. 1 P.
11. Post ἐκτός add. τῆς κατὰ τὸ A συναφῆς Theon (BFVp),

trum Z , circuli autem $A\Delta E$ centrum H [prop. I]. dico, rectam H, Z coniungentem productam in A casuram esse.

ne cadat enim, sed si fieri potest, cadat ut $ZH\Theta$ et ducantur AZ, AH . iam quoniam

$$AH + HZ > ZA \text{ [I, 20],}$$



h. e. $AH + HZ > Z\Theta$, subtrahatur, quae communis est, ZH . itaque $AH > H\Theta$. sed $AH = H\Delta$. itaque etiam $H\Delta > H\Theta$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque recta Z, H coniungens extra non cadet. quare in A in punctum contactus cadet.

Ergo, si duo circuli intra contingunt inter se, et sumpta erunt centra eorum, recta centra eorum coniungens producta etiam in punctum contactus circulo- rum cadet; quod erat demonstrandum.

XII.

Si duo circuli extrinsecus contingunt inter se, recta centra eorum coniungens per punctum contactus ibit.

nam duo circuli $AB\Gamma, A\Delta E$ extrinsecus contingant inter se in puncto A , et sumatur circuli $AB\Gamma$ centrum Z , circuli autem $A\Delta E$ centrum H [prop. I].

P m. rec. 12. κατὰ τὸ A ἄρα ἐπὶ τῆς συναφῆς πεσεῖται] P; ἐπ' αὐτῆς ἄρα p; ἐπ' αὐτῆς B, ἄρα add. m. 2; ἐπ' αὐτὴν ἄρα V; ἐπ' αὐτοῖς ἄρα F. 13. ἐφάπτονται] ἄπτονται PB, et F, sed ἐφ- supra m. 1. 14. καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα] mg. m. 2 F; om. PVp. 15. καὶ ἐκβαλλομένη] om. PFp. 16. τῶν κύκλων] om. p. Seq. alia demonstratio; u. appendix. 17. β'] om. φ. 18. ἄπτονται Theon (BFVp). 19. εὐθεῖα διὰ BV, F m. 2. 23. $AB\Gamma$] e corr. F. Dein κύκλον add. pφ, V m. 2.

ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ H ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ A ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἐρχέσθω ὡς ἡ $ZΓΔH$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ AZ , AH .

- 5 Ἐπεὶ οὖν τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ZA τῇ $ZΓ$. πάλιν, ἐπεὶ τὸ H σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΔΕ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ HA τῇ $HΔ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ZA τῇ $ZΓ$ ἴση· αἱ ἄρα ZA , AH ταῖς $ZΓ$, $HΔ$ ἴσαι εἰσὶν· ὥστε ὅλη ἡ ZH τῶν ZA , AH μείζων ἐστίν· ἀλλὰ καὶ ἐλάττων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ H ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ A ἐπαφῆς οὐκ ἐλεύσεται· δι' αὐτῆς ἄρα.
- 10 Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιξεννυμένη [εὐθεῖα] διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

- Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεία ἢ καθ' ἓν, εἴαν τε ἐντὸς εἴαν τε ἐκτός ἐφάπτηται.
- 20

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$ κύκλου τοῦ $ΕΒΖΔ$ ἐφαπτέσθω πρότερον ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεία ἢ ἓν τὰ $Δ$, B .

2. κατὰ τὸ A] supra m. 2 V. 4. AZ] ZA P. 6. ZA] $A V$. 8. AH F. Ante $HΔ$ 1 litt. eras. F. 9. $ZΓ$] $Z V$, corr. ex $Γ$ m. 1. $HΔ$] $ΔH$ P p. 10. ἐλάττων] ἐλάσσων F; ἡ ἐλάττων V. 11. ἐστίν] om. p. τοῦ] τό B. 12. H] $M φ$ (non F). 13. αὐτήν φ. ἄρα] om. B. 14. Ἐάν] ἄν V. 15. ἡ ἐπὶ] in ras. m. 2 V. εὐθεῖα διὰ] PBFV. 14. εἴαν ἄρα — 16. ἐλεύσεται] om. p. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :~ BF. 17. ιγ'] ιε' F; corr. m. 2.

dico, rectam Z, H coniungentem per punctum contactus A ire.

ne eat enim, sed si fieri potest, cadat ut $Z\Gamma\Delta H$, et ducantur AZ, AH . iam quoniam Z punctum centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $ZA = Z\Gamma$. rursus quoniam H punctum centrum est circuli $A\Delta E$, erit

$$AH = H\Delta.$$

sed demonstratum est, etiam

$$ZA = Z\Gamma. \text{ itaque}$$

$$ZA + AH = Z\Gamma + H\Delta.$$

quare $ZH > ZA + AH$. uerum etiam $ZH < ZA + AH$ [I, 20]; quod fieri non potest. itaque recta Z, H coniungens extra punctum contactus A non ibit. quare per A ibit.

Ergo si duo circuli extrinsecus contingunt inter se recta centra eorum coniungens per punctum contactus ibit; quod erat demonstrandum.

XIII.

Circulus circulum non contingit in pluribus punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit.

nam si fieri potest, circulus $AB\Gamma\Delta$ circulum $EBZ\Delta$ prius intra contingat in pluribus punctis quam

18. οὐκ] supra m. 2 PV. κατὰ τὰ V, sed corr. 19. ἐντός] ἐντός ἐφάπτεται P; ἐκτός B et V m. 2 (ἐντός m. 1). ἐκτός] ἐντός BV. 20. ἐφάπτεται] om. P. 21. $AB\Gamma\Delta$] $AB\Gamma$ lac. 1 litt. φ. 22. EZ, ZΔ P, corr. m. rec. ἀπρέσθω Bp et F m. 1 (corr. m. 2). 23. Δ, B] B, Δ Pp.

Καὶ εἰλίφθω τοῦ μὲν $ΑΒΓΔ$ κύκλου κέντρον τὸ H , τοῦ δὲ $ΕΒΖΔ$ τὸ $Θ$.

Ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὸ $Θ$ ἐπιζευγνυμένη ἐπὶ τὰ B , $Δ$ πεσεῖται. πιπτέτω ὡς ἡ $BHΘΔ$. καὶ ἐπεὶ τὸ
 5 H σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ BH τῇ $HΔ$. μείζων ἄρα ἡ BH τῆς $ΘΔ$. πολλῶ
 ἄρα μείζων ἡ $BΘ$ τῆς $ΘΔ$: πάλιν, ἐπεὶ τὸ $Θ$ σημεῖον
 κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΕΒΖΔ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $BΘ$ τῇ
 10 $ΘΔ$. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῶ μείζων· ὅπερ ἀδύ-
 νατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐντὸς κατὰ
 πλείονα σημεία ἢ ἓν.

Λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἐκτός.

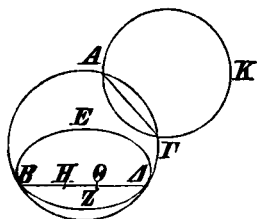
Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ $ΑΓΚ$ κύκλου τοῦ $ΑΒΓΔ$
 ἐφαπτέσθω ἐκτός κατὰ πλείονα σημεία ἢ ἓν τὰ A , $Γ$,
 15 καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΑΓ$.

Ἐπεὶ οὖν κύκλων τῶν $ΑΒΓΔ$, $ΑΓΚ$ εἴληπται ἐπὶ
 τῆς περιφερείας ἑκατέρου δύο τυχόντα σημεία τὰ A ,
 $Γ$, ἡ ἐπὶ τὰ σημεία ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς ἑκα-
 τέρου πεσεῖται· ἀλλὰ τοῦ μὲν $ΑΒΓΔ$ ἐντὸς ἐπεσεν,
 20 τοῦ δὲ $ΑΓΚ$ ἐκτός· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα κύκλος
 κύκλου ἐφάπτεται ἐκτός κατὰ πλείονα σημεία ἢ ἓν.
 ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐντός.

Κύκλος ἄρα κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα

1. $ΑΒΓΔ$] P, F in ras., V m. 2 ($Δ$ in ras.), p m. 2; $ΑΒΓ$
 B, V m. 1, p m. 1. 3. $Θ$] in ras. F. ἐπὶ] PB, F m. 1;
 εὐθεῖα ἐπὶ Vp, F m. 2. 4. πιπτέτω φ. 6. BH] (alt.)
 $ΔH$ P, corr. m. rec. τῆς] corr. ex τῇ m. 2 P. $ΘΔ$] post
 ras. 1 litt., $Δ$ postea insert. m. 1 V. 8. ἐστὶν ἴση V. 9.
 ὅπερ ἐστὶν F. 12. δὴ] m. 2 V. 13. δυνατόν γάρ p.
 $ΑΓΚ$] $ΑΚΓ$ Fp, $ΑΓΚΑ$ B, P m. 2. $ΑΒΔΓ$ Bp; $ΔΓ$ litt.
 in ras. V, eras. F. $ΑΓΚ$] $ΑΚΓ$ p, $ΑΓΚΑ$ B, P m. 2, V in
 ras. m. 2. 17. δύο] supra scr. m. 1 F. τὰ A — 18: ση-
 μεῖα] mg. m. 1 P. 18. ἡ ἄρα P. τὰ αὐτά B. 19. $ΑΒΔΓ$

uno Δ , B . et sumatur circuli $AB\Gamma\Delta$ centrum H , circuli autem $EBZ\Delta$ centrum Θ .



itaque recta H, Θ coniungens in B , Δ cadet [prop. XI]. cadat ut $BH\Theta\Delta$. et quoniam H punctum centrum est circuli $AB\Gamma\Delta$, erit $BH = H\Delta$. itaque $BH > \Theta\Delta$. quare multo magis $B\Theta > \Theta\Delta$.

rursus quoniam Θ punctum centrum est circuli $EBZ\Delta$, erit $B\Theta = \Theta\Delta$. sed demonstratum est, eandem multo maiorem esse; quod fieri non potest. itaque circulus circulum intra non contingit in pluribus punctis quam uno.

dico igitur, ne extrinsecus quidem hoc fieri. nam si fieri potest, circulus $A\Gamma K$ circulum $AB\Gamma\Delta$ extrinsecus contingat in pluribus punctis quam uno A , Γ , et ducatur $A\Gamma$. iam quoniam in ambitu utriusque circuli $AB\Gamma\Delta$, $A\Gamma K$ duo quaelibet puncta sumpta sunt A , Γ , recta ea coniungens intra utrumque cadet [prop. II]. sed intra circulum $AB\Gamma\Delta$ et extra circulum $A\Gamma K$ cecidit [def. 3]; quod absurdum est. itaque circulus circulum extrinsecus non contingit in pluribus punctis quam uno. demonstratum autem, ne intra quidem hoc fieri.

Ergo circulus circulum non contingit in pluribus

Fp. $\epsilon\pi\epsilon\sigma\sigma$ Vp. 20. $A\Gamma K$] K in ras. m. 1 P. 21. $\epsilon\phi\acute{\alpha}\psi\epsilon\tau\alpha\iota$ B, V supra scr. m. 2. 23. $\sigma\acute{\upsilon}\kappa$] supra scr. F. $\epsilon\phi\acute{\alpha}\psi\epsilon\tau\alpha\iota$ BF, V e corr. m. 2.

σημεῖα ἢ [καθ'] ἐν, ἐάν τε ἐντός ἐάν τε ἐκτός ἐφάπτηται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν
ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ
τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἐστω κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι εὐθεῖαι
ἔστωσαν αἱ AB , $\Gamma\Delta$ · λέγω, ὅτι αἱ AB , $\Gamma\Delta$ ἴσον
ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου.

10 Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου
καὶ ἔστω τὸ E , καὶ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὰς AB , $\Gamma\Delta$ κά-
θετοι ἤχθωσαν αἱ EZ , EH , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ
 AE , $E\Gamma$.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖαί τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ EZ εὐ-
15 θεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν AB πρὸς ὀρθὰς
τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει. ἴση ἄρα ἡ AZ τῇ ZB ·
διπλὴ ἄρα ἡ AB τῆς AZ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ $\Gamma\Delta$
τῆς EH ἐστὶ διπλὴ· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$ ·
ἴση ἄρα καὶ ἡ AZ τῇ EH . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AE
20 τῇ $E\Gamma$, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς AE τῷ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$.
ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς AE ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν AZ , EZ ·
ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Z γωνία· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$
ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν EH , $H\Gamma$ · ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ H
γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν AZ , ZE ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ

1. καθ'] om. PBFVp. ἐντός] ἐκτός BV. ἐκτός] ἐντός BV. Post ἐντός in F est ἡ. 2. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :~ BF, om. P. 3. ιδ'] ις' F; corr. m. 2. 4. ἐν] inter e et v 1 litt. eras. P. 7. $AB\Delta\Gamma$ p. 8. ὅτι αἱ AB , $\Gamma\Delta$] P; ὅτι Theon (BFVp). 10. $AB\Delta\Gamma$ p. 12. αἱ EZ —ἐπεξεύχθωσαν] mg. m. 1 P. 13. AE] litt. A in ras. m. 2 V. $E\Gamma$] ΓE Pp. 16. τέμνει] (alt.) τεμεῖ FV. ZB] BZ P, $Z\Theta$ φ (non F). 18. ἐστὶ]

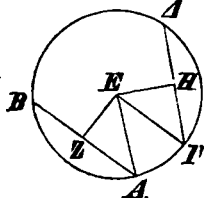
punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit; quod erat demonstrandum.

XIV.

In circulo aequales rectae aequali spatio a centro distant, et aequali spatio distantes a centro inter se aequales sunt.

Sit circulus $AB\Gamma A$, et in eo aequales rectae sint $AB, \Gamma A$. dico, $AB, \Gamma A$ aequali spatio a centro distare.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma A$ [prop. I], et sit E , et ab E ad $AB, \Gamma A$ perpendiculares ducantur EZ, EH , et ducantur $AE, E\Gamma$.



iam quoniam recta quaedam per centrum ducta EZ aliam rectam non per centrum ductam AB ad angulos rectos secat, etiam in duas partes aequales eam secat [prop. III]. itaque $AZ = ZB$. ergo $AB = 2 AZ$.

eadem de causa erit etiam $\Gamma A = 2 EH$. et

$$AB = \Gamma A.$$

itaque etiam $AZ = EH$.¹⁾ et quoniam $AE = E\Gamma$, erit $AE^2 = E\Gamma^2$. uerum $AZ^2 + EZ^2 = AE^2$ (nam angulus ad Z positus rectus est) [I, 47], et

$$EH^2 + H\Gamma^2 = E\Gamma^2$$

(nam angulus ad H positus rectus est) [id.]. quare

1) I $\kappa\omicron\iota\nu$. $\xi\nu\nu$. 6, quae cum genuina non sit, Euclides usus erat I $\kappa\omicron\iota\nu$. $\xi\nu\nu$. 3.

$\xi\sigma\iota\nu$ B. 19. $\xi\kappa\epsilon\iota$] $\xi\kappa\iota$ φ (non F). 20. AE] mutat. in ΓE V, m. 2, ΓE in ras. B; eras. F, in quo seq. $\gamma\alpha\nu\nu$ (post lacun.) $\tau\epsilon\gamma\alpha\nu\nu$. $E\Gamma$] AE B et e corr. V; in F euan. 21. $\mu\acute{\epsilon}\nu$] om. B. $\iota\sigma\alpha$ $\xi\sigma\iota$ B. EZ] ZE Pp. 23. $\iota\sigma\alpha$ $\xi\sigma\iota$ B. $H\Gamma$] corr. ex ΓH V. H] Z φ (non F). 24. $\xi\sigma\iota\nu$ P.

τῶν ΓΗ, ΗΕ, ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
 τῆς ΓΗ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· λοιπὸν ἄρα
 τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα
 ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. ἐν δὲ κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ
 5 κέντρου εὐθεῖται λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου
 ἐπ' αὐτάς κάθεται ἀγόμεναι ἴσαι ᾧσιν· αἱ ἄρα ΑΒ,
 ΓΔ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου.

Ἀλλὰ δὴ αἱ ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖται ἴσον ἀπεχέτωσαν ἀπὸ
 τοῦ κέντρου, τουτέστιν ἴση ἔστω ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. λέγω,
 10 ὅτι ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δει-
 ξομεν, ὅτι διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΑΖ, ἡ δὲ ΓΔ
 τῆς ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ
 τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ
 15 τῆς ΑΕ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΑ, τῷ δὲ ἀπὸ
 τῆς ΓΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν
 ΕΖ, ΖΑ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· ὧν τὸ ἀπὸ
 τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἐστὶν ἴσον· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ
 τῇ ΕΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ
 20 ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· καὶ ἐστὶ τῆς
 μὲν ΑΖ διπλῇ ἡ ΑΒ, τῆς δὲ ΓΗ διπλῇ ἡ ΓΔ· ἴση
 ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἴσαι εὐθεῖται ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ
 τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου
 25 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

3. τῷ] P, V m. 1; λοιπῷ τῷ BFP, V m. 2. Ante τῷ in
 V est ἴσον ἐστὶ. ἴσον ἐστίν] om. V, ἐστὶν ἴσον Pp. ἄρα
 καὶ ἡ P. 4. ΕΖ] ΖΕ P. 5. αἱ] om. p. 8. ἀλλὰ δὴ]
 πάλιν Bp. 9. ΕΖ] corr. ex ΑΖ m. 2 P. 10. ἐστίν P.
 11. ὁμοίως δὴ BFP. 13. ἐστὶ] om. BV, καὶ p, ἐστίν P.
 14. ἀλλά] m. 2 V. 15. ἐστίν P. 17. ἴσα] ἴσαι φ. ἐστίν
 P. τὸ ἀπὸ τῆς] mg. m. 2 V. 18. ΕΖ] P, F m. 1; ΕΗ
 Bp, F m. 2, V mg. m. 2. Deinde in p seq. ἴσον ἐστὶ. τῷ]

$$AZ^2 + ZE^2 = GH^2 + HE^2.$$

sed $AZ^2 = GH^2$; nam $AZ = GH$. itaque
 $ZE^2 = EH^2$.

quare $EZ = EH$. in circulo autem aequali spatio a centro distare dicuntur rectae, si rectae a centro ad eas perpendiculares ductae aequales sunt [def. 4]. ergo AB , $\Gamma\Delta$ aequali spatio distant a centro.

Uerum rectae AB , $\Gamma\Delta$ aequali spatio distent a centro, h. e. sit $EZ = EH$. dico, esse $AB = \Gamma\Delta$.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus esse $AB = 2 AZ$, $\Gamma\Delta = 2 GH$. et quoniam

$$AE = GE,$$

erit etiam $AE^2 = GE^2$. uerum

$$EZ^2 + ZA^2 = AE^2 \text{ [I, 47],}$$

et $EH^2 + H\Gamma^2 = GE^2$ [id.]. itaque

$$EZ^2 + ZA^2 = EH^2 + H\Gamma^2.$$

sed $EZ^2 = EH^2$; nam $EZ = EH$. itaque

$$AZ^2 = GH^2.$$

quare $AZ = GH$. et erat

$$AB = 2 AZ, \Gamma\Delta = 2 GH.$$

ergo $AB = \Gamma\Delta$.¹⁾

Ergo in circulo aequales rectae aequali spatio a centro distant, et aequali spatio distantes a centro inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

1) I $\kappa\omicron\upsilon\nu$. $\xi\nu\nu$. 5. Euclides ad I $\kappa\omicron\upsilon\nu$. $\xi\nu\nu$. 2 prouocare poterat.

corr. ex τό m. 2 V. EH] P, F m. 1; EZ BVp, F m. 2. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ $\lambda\sigma\omicron\nu$] PBF; om. p; $\lambda\sigma\omicron\nu$ $\xi\sigma\tau\iota$ V. Deinde seq. in V: $\tau\omega$ $\alpha\pi\omicron$ $\tau\eta\varsigma$ EH punctis deletum (itaque V a m. prima habuit idem quod P). EZ] ZE p. 19. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. 20. $\alpha\gamma\alpha$] corr. ex γάρ m. 2 V. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. 21. η] (prius) supra m. 1 V. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Delta$ φ (non F). 23. α] om. P. 25. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota\varsigma$ P.

ι ε'.

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἡ διάμετρος τῶν δὲ ἄλλων αἰὲς ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

5 Ἐστω κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ $ΑΔ$, κέντρον δὲ τὸ $Ε$, καὶ ἔγγιον μὲν τῆς $ΑΔ$ διαμέτρου ἔστω ἡ $ΒΓ$, ἀπώτερον δὲ ἡ $ΖΗ$. λέγω, ὅτι μεγίστη μὲν ἐστίν ἡ $ΑΔ$, μείζων δὲ ἡ $ΒΓ$ τῆς $ΖΗ$.

Ἦχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ $Ε$ κέντρου ἐπὶ τὰς $ΒΓ$, $ΖΗ$
 10 κάθετοι αἱ $ΕΘ$, $ΕΚ$. καὶ ἐπεὶ ἔγγιον μὲν τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ $ΒΓ$, ἀπώτερον δὲ ἡ $ΖΗ$, μείζων ἄρα ἡ $ΕΚ$ τῆς $ΕΘ$. κείσθω τῇ $ΕΘ$ ἴση ἡ $ΕΑ$, καὶ διὰ τοῦ $Α$ τῇ $ΕΚ$ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ $ΑΜ$ διήχθω ἐπὶ τὸ $Ν$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΜΕ$, $ΕΝ$, $ΖΕ$, $ΕΗ$.

15 Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΕΘ$ τῇ $ΕΑ$, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ $ΒΓ$ τῇ $ΜΝ$. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν $ΑΕ$ τῇ $ΕΜ$, ἡ δὲ $ΕΔ$ τῇ $ΕΝ$, ἡ ἄρα $ΑΔ$ ταῖς $ΜΕ$, $ΕΝ$ ἴση ἐστίν. ἀλλ' αἱ μὲν $ΜΕ$, $ΕΝ$ τῆς $ΜΝ$ μείζονές εἰσιν [καὶ ἡ $ΑΔ$ τῆς $ΜΝ$ μείζων ἐστίν], ἴση δὲ ἡ $ΜΝ$ τῇ $ΒΓ$.
 20 ἡ $ΑΔ$ ἄρα τῆς $ΒΓ$ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ $ΜΕ$, $ΕΝ$ δύο ταῖς $ΖΕ$, $ΕΗ$ ἴσαι εἰσίν, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΜΕΝ$ γωνίας τῆς ὑπὸ $ΖΕΗ$ μείζων [ἐστίν], βάσις ἄρα ἡ $ΜΝ$ βάσεως τῆς $ΖΗ$ μείζων ἐστίν, ἀλλὰ

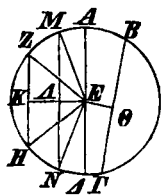
1. ι ε' eras. F. 2. μὲν ἐστίν BVp. 3. δέ] δ' Bp.
 ἔγγειον P, sed corr., ut lin. 6. 10. τῆς διὰ τοῦ V. ἀπώ-
 τέρω p. 5. ἔστω] om. p. 7. Post διαμέτρου ras. 3 litt. F.
 9. Ε] supra m. 2 V. 12. ΕΘ. κείσθω τῇ ΕΘ] mg. m. 2
 V. καὶ κείσθω B. ἴση ἡ ΕΑ] in ras. ante lacunam 4 litt.
 V. 14. ΕΜ BVp. ΕΖ p. ΗΕ P. 15. ἐστὶ] ἐστίν
 PBF. 16. μὲν] m. 2 V. 17. ΕΔ] Δ m. 2 V. ΕΝ]
 (alt.) N e corr. V m. 2. 18. ἀλλὰ P. μὲν] om. BVp.
 ΕΝ, ΕΜ F; ΕΜ, ΕΝ p. μείζονες p. εἰσιν] PBF; εἰσι
 Vp. 19. ἄρα τῆς p. ἐστὶ V. ἴση δὲ ἡ — 20: μείζων

XV.

In circulo maxima est diameter, ceterarum autem proxima quaeque centro remotiore maior est.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et diameter eius sit $A\Delta$, centrum autem E , et diametro $A\Delta$ propior sit $B\Gamma$, remotior autem ZH . dico, maximam esse $A\Delta$, et $B\Gamma > ZH$.

ducantur enim a centro E ad $B\Gamma$, ZH perpendiculares $E\Theta$, $E\kappa$. et quoniam $B\Gamma$ centro propior est, remotior autem ZH , erit $E\kappa > E\Theta$ [def. 4]. ponatur $EA = E\Theta$, et per A ad $E\kappa$ perpendicularis ducta AM educatur ad N , et ducantur ME , EN ,



ZE , EH . et quoniam $E\Theta = EA$, erit etiam $B\Gamma = MN$ [prop. XIV]. rursus quoniam $AE = EM$ et $E\Delta = EN$, erit $A\Delta = ME + EN$. sed

$$ME + EN > MN \text{ [I, 20],}$$

et $MN = B\Gamma$. itaque¹⁾ $A\Delta > B\Gamma$. et quoniam duae rectae ME , EN duabus ZE , EH aequales sunt, et

$$\angle MEN > \angle ZEH,$$

erit $MN > ZH$ [I, 24]. sed demonstrandum est

1) Cum ἀρα lin. 19 in deterrimo solo codice seruatum sit, coniecturae deberi uidetur; quare puto, uerba καὶ ἡ $A\Delta$ τῆς MN μείζων ἐστὶν glossema antiquum esse. idem de uerbis καὶ ἡ $B\Gamma$ τῆς ZH μείζων ἐστὶν p. 208, 1–2 iudico.

ἐστὶν] om. BVp.

20. τῆς] τῆ F.

21. ME] EM p.

ἐστὶν] PF; ἐστὶ uulgo.

22. ἐστὶν] om. P; comp. Fp; ἐστὶ

BV. 23. ἀλλ' F.

ἡ MN τῇ $BΓ$ ἐδείχθη ἴση [καὶ ἡ $BΓ$ τῆς ZH μείζων ἐστίν]. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ $ΑΔ$ διάμετρος, μείζων δὲ ἡ $BΓ$ τῆς ZH .

Ἐν κύκλῳ ἄρα μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, 5 τῶν δὲ ἄλλων αἰεὶ ἡ ἑγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ 10 εἰς τὸν μεταξὺ τόπον πῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἀπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων.

Ἐστω κύκλος ὁ $ΑΒΓ$ περὶ κέντρον τὸ $Δ$ καὶ 15 διάμετρον τὴν $ΑΒ$. λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ $Α$ τῇ $ΑΒ$ πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὥς ἡ $ΓΑ$, 20 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΔΓ$.

Ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΔΑ$ τῇ $ΔΓ$, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΔΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΓΔ$. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $ΔΑΓ$. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$. τριγώνου δὴ τοῦ $ΑΓΔ$ αἱ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΔΑΓ$, $ΑΓΔ$ δύο ὀρθαῖς 25 ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ

XVI. Eutocius in Apollonium p. 44. 59.

1. ἐδείχθη] in ras. V. $BΓ$] $ΓΒ$ B; $BΓ$ ἄρα p. 2.
ἐστὶ BV. μὲν] m. 2 V. 4. δέ] δ' BF. 5. αἰεὶ FV.
γγειον P, sed corr. τοῦ κέντρου] τῆς διαμέτρου P. 7.
] ιη' F; corr. m. 2. 9. ἀγομένη εὐθεῖα F et B m. rec.

$MN = B\Gamma$. itaque maxima est diameter AD , et
 $B\Gamma > ZH$.

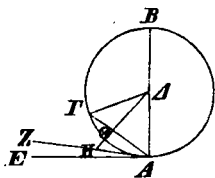
Ergo in circulo maxima est diameter, ceterarum autem proxima quaeque centro remotiore maior est; quod erat demonstrandum.

XVI.

Recta, quae ad diametrum circuli in termino perpendicularis erigitur, extra circulum cadet, nec in spatium inter rectam et ambitum ulla alia recta interponetur, et angulus semicirculi quouis acuto angulo rectilineo maior est, reliquus autem minor.

Sit circulus $AB\Gamma$ circum centrum D et diametrum AB descriptus. dico, rectam ad AB in A termino perpendicularem erectam extra circulum cadere.

ne cadat enim, sed, si fieri potest, intra cadat ut AG , et ducatur AD . quoniam $DA = DG$, erit etiam $\angle DAG = A\Gamma D$ [I, 5]. uerum $\angle DAG$ rectus est. itaque etiam $\angle A\Gamma D$ rectus. ergo trianguli $A\Gamma D$ duo anguli $\angle DAG + A\Gamma D$ duobus rectis aequales sunt; quod fieri non potest [I, 17]. itaque recta ad BA in



12. πάσης B. 13. ἐστίν] ἐσται in ras. V. 16. AB] (prius) inter A et B 1 litt. eras. in V. 19. ὧς] supra m. 2 F. AG p. 21. ἐπεὶ] ἐπεὶ οὖν p, ante ἐπεὶ add. καὶ m. 2 FV. ἴση ἐστὶ] om. P. γωνία] om. BVp. 22. $A\Gamma D$ ἐστὶν ἴση P. 23. $\angle DAG$] $\angle$ eras. p. ἄρα] om. B. ἡ] supra m. 1 F. τριγώνου δὴ τοῦ $A\Gamma D$ αἱ δύο γωνίαι αἱ] P ($A\Gamma$ pro $A\Gamma D$); αἱ ἄρα Theon? (BFVp; ἄρα et seq. ὑπὸ supra m. 2 F). 24. δυσὶν V. 25. εἰσὶν ἴσαι B. ἐστίν] om. p. τοῦ] om. V.

A σημείου τῇ *BA* πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἐπὶ τῆς περιφερείας· ἐκτὸς ἄρα.

Πιπτέτω ὡς ἡ *AE*· λέγω δὴ, ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ
5 τόπον τῆς τε *AE* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

Εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ *ZA*, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ *A* σημείου ἐπὶ τὴν *ZA* κάθετος ἡ *ΔΗ*. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ *AHΔ*, ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ
10 ὑπὸ *ΔAH*, μείζων ἄρα ἡ *AΔ* τῆς *ΔΗ*. ἴση δὲ ἡ *ΔA* τῇ *ΔΘ*· μείζων ἄρα ἡ *ΔΘ* τῆς *ΔΗ*, ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

15 Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τε τῆς *BA* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας ἀπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τε τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας καὶ τῆς *AE* εὐθείας ἀπάσης γωνίας ὀξείας
20 εὐθυγράμμου ἐλάττων ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἐστὶ τις γωνία εὐθύγραμμος μείζων μὲν τῆς περιεχομένης ὑπὸ τε τῆς *BA* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας, ἐλάττων δὲ τῆς περιεχομένης ὑπὸ τε τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας καὶ τῆς *AE* εὐθείας, εἰς τὸν
25 μεταξὺ τόπον τῆς τε *ΓΘΑ* περιφερείας καὶ τῆς *AE* εὐθείας εὐθεῖα παρεμπεσεῖται, ἣτις ποιήσει μείζονα μὲν τῆς περιεχομένης ὑπὸ τε τῆς *BA* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένην,

1. ἀπ' ἄκρας ἀγομένη p. 2. οὐδέ B F p. 4. δὴ] om. V.
4. *ΓΘΑ*] corr. ex *ΓΒΑ* m. 2 V. 6. οὐκ ἐμπεσεῖται F; παρ- add. m. 2. 7. παρεπιπτέτω, add. μ m. 1, F. ἡ]

A puncto perpendicularis erecta intra circulum non cadet. similiter demonstrabimus, eam ne in ambitum quidem cadere. extra igitur cadet.

cadat ut AE . dico, in spatium inter rectam AE et ambitum $\Gamma\Theta A$ aliam rectam interponi non posse.

nam, si fieri potest, interponatur ut ZA , et a A puncto ad ZA perpendicularis ducatur ΔH . et quoniam $\angle AHA$ rectus est, et $\angle HAH$ minor recto, erit $AA > \Delta H$ [I, 19]. sed $AA = A\Theta$. ergo $A\Theta > \Delta H$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque in spatium inter rectam et ambitum positum alia recta non interponetur.

dico etiam, angulum semicirculi recta BA et arcu $\Gamma\Theta A$ comprehensum quouis acuto angulo rectilineo maiorem esse, reliquum autem arcu $\Gamma\Theta A$ et recta AE comprehensum quouis acuto angulo rectilineo minorem esse.

nam si quis erit angulus rectilineus angulo comprehenso recta BA et arcu $\Gamma\Theta A$ maior, et idem minor angulo comprehenso arcu $\Gamma\Theta A$ et recta AE , in spatium inter arcum $\Gamma\Theta A$ et rectam AE positum recta interponetur, quae angulum efficiat rectis comprehensum maiorem angulo comprehenso recta BA et arcu $\Gamma\Theta A$ et alium minorem angulo comprehenso arcu

in ras. m. 2 V. 9. ἐλάσσων p. 10. ΔA] AA P. 11. $\tau\eta$] $\tau\eta\varsigma \varphi$. $\Delta\Theta$] Θ in ras. p. $\alpha\alpha$] $\alpha\alpha$ καὶ p. ἐλάσσων p. φ. 12. ἐστίν] om. Bp. 13. $\tau\epsilon$] om. V. 16. $\tau\epsilon$] om. BVp. $\Gamma\Theta A$] Γ om. B; m. 2 V. 17. ὀξείας γωνίας p. 18. η] (alt.) om. P, m. rec. B. $\tau\epsilon$] om. Bp. 19. ὀξείας γωνίας p. ὀξείας] om. B; m. 2 V. 21. ἐστίν P. $\tau\iota\varsigma$] om. p; m. rec. B. 22. $\tau\epsilon$] om. p. BA] AB p. 23. ἐλάσσων F. 24. $\tau\epsilon \tau\eta\varsigma$] om. B; $\tau\eta\varsigma$ p. 25. τόπον] supra m. 1 P. 26. εὐθεία] om. p; m. rec. B. εὐθεία, ἥτις p. 28. ὑπό] τὴν ὑπό B, ὑπό τε F (τε eras.). ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένην] om. p. περιεχομένην] -ν m. 2 V; περιελομένην P.

ἐλάττωνα δὲ τῆς περιεχομένης ὑπὸ τε τῆς $\Gamma\Theta A$ περι-
 φερείας καὶ τῆς AE εὐθείας. οὐ παρεμπίπτεται δέ·
 οὐκ ἄρα τῆς περιεχομένης γωνίας ὑπὸ τε τῆς BA
 εὐθείας καὶ τῆς $\Gamma\Theta A$ περιφερείας ἔσται μείζων ὅξεϊα
 5 ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένη, οὐδὲ μὴν ἐλάττων τῆς περι-
 εχομένης ὑπὸ τε τῆς $\Gamma\Theta A$ περιφερείας καὶ τῆς AE
 εὐθείας.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ
 10 κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐφάπτεται
 τοῦ κύκλου [καὶ ὅτι εὐθεῖα κύκλου καθ' ἓν μόνον
 ἐφάπτεται σημείον, ἐπειδήπερ καὶ ἡ κατὰ δύο αὐτῶ
 συμβάλλουσα ἐντὸς αὐτοῦ πίπτουσα ἐδείχθη]. ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

15 ιξ'.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ δοθέντος
 κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημείον τὸ A , ὁ δὲ δοθεὶς
 κύκλος ὁ $B\Gamma A$. δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ A σημείου τοῦ $B\Gamma A$
 20 κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ E , καὶ
 ἐπεζεύχθω ἡ AE , καὶ κέντρῳ μὲν τῷ E διαστήματι
 δὲ τῷ EA κύκλος γεγράφθω ὁ AZH , καὶ ἀπὸ τοῦ

XVI. πόρισμα. Simplicius in phys. fol. 12v.

1. ἐλάσσονα p. τε] m. 2 V. 3. τε] om. Br. 5. ἡ
 ὑπὸ V m. 2. οὐ μὴν οὐδέ F. 6. τε] om. p. 8. πόρισμα]
 comp. Br, V m. 2; om. PF, V m. 1. 9. τούτων p. ἡ]
 supra m. 1 P. 11. καὶ ὅτι — 14. δεῖξαι] mg. m. rec. P. 12.

$\Gamma\Theta A$ et recta AE . uerum non interponitur recta [u. supra]. itaque nullus angulus acutus rectis comprehensus maior erit angulo comprehenso recta BA et arcu $\Gamma\Theta A$ nec minor angulo comprehenso arcu $\Gamma\Theta A$ et recta AE .

Corollarium.

Hinc manifestum est, rectam ad diametrum circuli in termino perpendicularem erectam circulum contingere [def. 2].¹⁾ — quod erat demonstrandum.

XVII.

A dato puncto datum circulum contingentem rectam lineam ducere.

Sit datum punctum A , datus autem circulus $B\Gamma\Delta$. oportet igitur a puncto A circulum $B\Gamma\Delta$ contingentem rectam lineam ducere.

sumatur enim centrum circuli E , et ducatur AE , et centro E radio autem EA describatur circulus AZH ,

1) Pars altera corollarii, per se quoque suspecta, sine dubio a Theone addita est; om. praeter P m. 1 etiam Campanus. et re uera corollarium genuinum eodem redit. itaque e uerbis Simplicii concludi nequit, eum partem alteram legisse.

ἄπτεται FV. 13. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] postea insert. F. 15. εἰ'] εἰθ' F; corr. m. 2. 18. ἔστω — 20. ἀγαγεῖν] ἐλήφθω γὰρ τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ $B\Gamma\Delta$ τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ A , καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ E . V; in mg. m. 2: ἐν ἄλλῳ οὕτως γράφεται. ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ A ὃ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ $B\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ ἀπὸ δοθέντος σημείου τοῦ A τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ $B\Gamma\Delta$ ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν, et ita B, et p (ἀπὸ τοῦ δοθέντος). 19. A] om. φ. 21. ἐλήφθω — τὸ E] mg. m. 2 V. 22. κέντρον φ. 23. EA] P in ras. m. 1; F; AE BVp.

Δ τῇ EA πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔZ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ EZ , AB . λέγω, ὅτι ἀπὸ τοῦ A σημείου τοῦ $B\Gamma\Delta$ κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ AB .

Ἐπεὶ γὰρ τὸ E κέντρον ἐστὶ τῶν $B\Gamma\Delta$, AZH
 5 κύκλων, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν EA τῇ EZ , ἡ δὲ $E\Delta$
 τῇ EB . δύο δὲ αἱ AE , EB δύο ταῖς ZE , $E\Delta$ ἴσαι
 εἰσίν· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν πρὸς τῷ E .
 βάσεις ἄρα ἡ ΔZ βάσει τῇ AB ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΔEZ
 τρίγωνον τῷ EBA τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ
 10 γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $E\Delta Z$
 τῇ ὑπὸ EBA . ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $E\Delta Z$. ὀρθὴ ἄρα καὶ
 ἡ ὑπὸ EBA . καὶ ἐστὶν ἡ EB ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ
 τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγο-
 μένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ AB ἄρα ἐφάπτεται τοῦ
 15 $B\Gamma\Delta$ κύκλου.

Ἀπὸ τοῦ ἄρα δοθέντος σημείου τοῦ A τοῦ δο-
 θέντος κύκλου τοῦ $B\Gamma\Delta$ ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ
 ἦκται ἡ AB . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιη'.

20 Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
 τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιξευχθῇ τις εὐ-
 θεῖα, ἡ ἐπιξευχθεῖσα κάθετος ἐστὶ ἐπὶ τὴν
 ἐφαπτομένην.

Κύκλου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ
 25 ΔE κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον

XVIII. Simplicius in Aristot. de coelo fol. 131^u.

1. EA] AE p. 2. $B\Delta\Gamma$ F. 3. κύκλου] m. 2 post ἐφ-
 απτομένη F, sed add. β—α. 4. ἐστὶ] ἐντὶ P. AZH] Z e
 corr. F. 6. AE] EA F. δυοί V. ZE] EZ B et V
 m. 2. 7. εἰσίν] PF, εἰσί unlg. περιέχουσιν P. τῇ]

τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου τὸ Z , καὶ ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ Γ ἐπέξεύχθω ἡ $Z\Gamma$. λέγω, ὅτι ἡ $Z\Gamma$ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔE .

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὴν ΔE κάθετος
5 ἡ ZH .

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ $ZH\Gamma$ γωνία ὀρθή ἐστιν, ὁξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $Z\Gamma H$. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ $Z\Gamma$ τῆς ZH . Ἰση δὲ ἡ $Z\Gamma$ τῇ ZB . μείζων ἄρα καὶ ἡ ZB τῆς ZH
10 ἡ ἐλάττω τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ZH κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔE . ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς $Z\Gamma$. ἡ $Z\Gamma$ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔE .

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
15 τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιξευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιξευχθεῖσα κάθετος ἐστὶ ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
20 τῆς ἀφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς [γωνίας] εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Κύκλου γὰρ τοῦ $AB\Gamma$ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔE κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΔE πρὸς
25 ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓA . λέγω, ὅτι ἐπὶ τῆς AG ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

1. τὸ Z] καὶ ἔστω τὸ Z V.

6. ὑπό] supra m. 2 F.

7. $Z\Gamma H$] PB, $\tilde{Z}\tilde{\Gamma}\tilde{H}$ F; $H\Gamma Z$ Vp. Seq. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ZH\Gamma$ τῆς ὑπὸ $Z\Gamma H$ V et om. ἐστὶν F (in mg. transit); in V in ras. sunt $H\Gamma$ et ΓH .

9. καί] m. 2 V, om. p.

10. ἡ] postea add. V. ἐλάσσων F. ἐστὶν] om. p.

11. δῆ] corr. ex δεῖ m. 2 F.

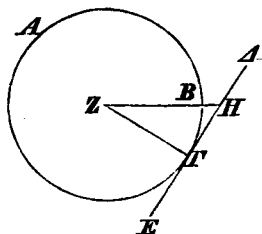
12. οὐδέ Bp.

13. τήν] τῆς F.

Γ , et sumatur circuli $AB\Gamma$ centrum Z , et a Z ad Γ ducatur $Z\Gamma$. dico, $Z\Gamma$ ad $\angle E$ perpendiculararem esse.

nam si minus, a Z ad $\angle E$ perpendicularis ducatur ZH .

iam quoniam $\angle ZH\Gamma$ rectus est, erit $\angle Z\Gamma H$ acutus [I, 17]. et sub maiore angulo maius latus subtendit [I, 19]. itaque $Z\Gamma > ZH$. uerum $Z\Gamma = ZB$.



itaque etiam $ZB > ZH$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque ZH ad $\angle E$ perpendicularis non est. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem perpendiculararem esse praeter $Z\Gamma$. itaque $Z\Gamma$ ad $\angle E$ perpendicularis est.

Ergo si recta circulum contingit, et a centro ad punctum contactus ducitur recta, ducta recta ad contingentem perpendicularis est; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si recta circulum contingit, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducitur recta linea, centrum circuli in ducta recta positum est.

nam circulum $AB\Gamma$ contingat recta $\angle E$ in puncto Γ , et a Γ ad $\angle E$ perpendicularis ducatur ΓA . dico, centrum circuli in $A\Gamma$ positum esse.

14. ἐφάπτεται φ, sed corr. 15. ἐπαφήν p. 16. ἀπομένην p.
 18. ιθ'] κ seq. ras. 1 litt. F. 20. τῆς] in ras. m. 1 p.
 γωνίας] Theon? (BFVp); om. P. 21. ἔσται] in ras. φ;
 antecedunt uestigia uocabuli ἔσται m. 1. 23. ἀπένεθω PB
 FVp; corr. Simson (Glasgae 1756. 4^o) p. 353. in V ἀ- in ras.
 est. 24. Ante τῆ ras. 1 litt. F.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχ-
θω ἡ ΓZ .

Ἐπεὶ [οὖν] κύκλου τοῦ $AB\Gamma$ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα
ἡ ΔE , ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπέξενεται
5 ἡ $Z\Gamma$, ἡ $Z\Gamma$ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔE . ὀρθὴ
ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $Z\Gamma E$. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $A\Gamma E$ ὀρθή.
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $Z\Gamma E$ τῇ ὑπὸ $A\Gamma E$ ἡ ἐλάττων
τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Z κέντρον
ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ'
10 ἄλλο τι πλὴν ἐπὶ τῆς $A\Gamma$.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
τῆς ἀφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα γραμμὴ
ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

κ'.

Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλα-
σίῳν ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν
αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Ἔστω κύκλος ὁ $AB\Gamma$, καὶ πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ
20 αὐτοῦ γωνία ἔστω ἡ ὑπὸ $BE\Gamma$, πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ
ἡ ὑπὸ $BA\Gamma$, ἐκέτωσαν δὲ τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βά-
σιν τὴν $B\Gamma$. λέγω, ὅτι διπλασίῳν ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BE\Gamma$
γωνία τῆς ὑπὸ $BA\Gamma$.

Ἐπιξενχθεῖσα γὰρ ἡ AE διήχθω ἐπὶ τὸ Z .

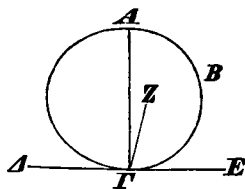
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ EA τῇ EB , ἴση καὶ γωνία
25 ἡ ὑπὸ EAB τῇ ὑπὸ EBA . αἱ ἄρα ὑπὸ EAB , EBA

1. ἔστω τὸ Z] in ras. F. 2. ΓZ] Z e corr. V; $Z\Gamma$ p.
3. οὖν] om. P. κύκλου] -λου in ras. F. 6. $Z\Gamma E$] $Z\Gamma\Delta$
P. ἐστὶν P. $A\Gamma\Delta$ P. ὀρθή — 7. $A\Gamma E$] mg. m. 1 P
(ἐστὶν om., $Z\Gamma\Delta$, $A\Gamma\Delta$). 7. $Z\Gamma E$] $Z\Gamma E\Gamma$ F m. 1, $E\Gamma$ eras.
ἐλάσσων p. 8. ἐστὶν] om. Bp. Z] Z σημείον V. 9.

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit Z , et ducatur ΓZ .

quoniam circulum $AB\Gamma$ contingit recta ΔE , et a centro ad punctum contactus ducta est $Z\Gamma$, $Z\Gamma$ ad ΔE perpendicularis est [prop. XVIII]. itaque $\angle Z\Gamma E$ rectus est. uerum etiam $\angle A\Gamma E$ rectus. quare

$$\angle Z\Gamma E = A\Gamma E,$$



minor maiori; quod fieri non potest. itaque Z centrum circuli $AB\Gamma$ non est. similiter demonstrabimus, ne aliud quidem ullum punctum extra $A\Gamma$ positum centrum esse.

Ergo si recta circulum contingit, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducitur recta linea, centrum circuli in ducta recta positum est; quod erat demonstrandum.

XX.

In circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si anguli eundem arcum basim habent.

Sit circulus $AB\Gamma$, et ad centrum eius angulus sit BEG , ad ambitum autem $BA\Gamma$, et eundem arcum basim habeant $B\Gamma$. dico, esse $\angle BEG = 2BA\Gamma$.

ducta enim AE ad Z educatur. iam quoniam

$$EA = EB,$$

erit $\angle EAB = EBA$ [I, 5]. itaque

$\delta\eta$] corr. ex $\delta\epsilon\iota$ m. rec. P. οὐδέ Bp. 10. $\acute{\epsilon}\pi\iota$] om. Bp.
 11. $\acute{\alpha}\pi\tau\eta\tau\alpha\iota$ F m. 1; corr. m. 2. 12. $\acute{\omicron}\phi\theta\acute{\alpha}\varsigma$ γωνίας Vp.
 15. $\kappa\beta'$ F. 16. $\pi\rho\acute{o}\varsigma$] $\acute{\epsilon}\nu$ p. 17. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B. 22. $B\Gamma$] ΓB
 F. BEG γωνία τῆς] $B\Gamma$ λέγω ὅτι seq. ras. 3 litt. φ. 24.
 $\gamma\acute{\alpha}\rho$] $\delta\acute{\epsilon}$ F; corr. m. 2. 25. $\acute{\iota}\sigma\eta$ καὶ] $\acute{\iota}\sigma\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ καὶ p.

γωνίαι τῆς ὑπὸ EAB διπλασίους εἰσίν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ BEZ ταῖς ὑπὸ EAB , EBA · καὶ ἡ ὑπὸ BEZ ἄρα τῆς ὑπὸ EAB ἐστὶ διπλῇ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ZEF τῆς ὑπὸ EAF ἐστὶ διπλῇ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ BEF ὅλης
 5 τῆς ὑπὸ BAF ἐστὶ διπλῇ.

Κεκλάσθω δὲ πάλιν, καὶ ἔστω ἐτέρα γωνία ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$, καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ ΔE ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ H . ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι διπλῇ ἐστὶν ἡ ὑπὸ HEF γωνία τῆς ὑπὸ $E\Delta\Gamma$, ὧν ἡ ὑπὸ HEB διπλῇ ἐστὶ τῆς
 10 ὑπὸ $E\Delta B$ · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ BEF διπλῇ ἐστὶ τῆς ὑπὸ $B\Delta\Gamma$.

Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίον ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν [αἱ γωνίαι]· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

κα'.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἐστω κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῷ $BAE\Delta$ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ $BA\Delta$, $BE\Delta$ ·
 20 λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ $BA\Delta$, $BE\Delta$ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Εἰλήφθω γὰρ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου τὸ κέντρον, καὶ ἔστω τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ BZ , $Z\Delta$.

Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ $BZ\Delta$ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ
 25 ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ $BA\Delta$ πρὸς τῇ περιφερείᾳ, καὶ ἔχουσι

1. διπλασίαι εἰσίν FV; in διπλασίαι ult. i e corr. V; εἰσι διπλασίαι p. 2. ἡ] om. p. 3. ἐστὶν P. διπλῇ ἐστὶ V. 4. $E\Delta\Gamma$] in ras. V; corr. ex $EZ\Gamma$ m. 2 F. ἐστὶν F. $BE\Gamma$] litt. BE in ras. F. 5. ἐστὶν P. 6. γωνία ἐτέρα Br. 8. ἡ ὑπὸ HEF — 9. ἐστὶ] mg. m. 1 P. 9. $E\Delta\Gamma$] $E\Delta\Gamma$ γωνίας F. ὧν] supra m. 2 F. HEB] e corr. V. 10.

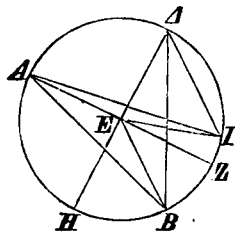
$$\angle EAB + EBA = 2 EAB.$$

sed $\angle BEZ = EAB + EBA$ [I, 32]. quare

$$\angle BEZ = 2 EAB.$$

eadem de causa etiam $\angle ZEF = 2 EAF$. itaque

$$\angle BEF = 2 BAF.$$



rursus infringatur recta, et sit alius angulus $B\Delta\Gamma$, et ducta ΔE producat ad H . similiter demonstrabimus, esse

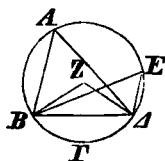
$$\angle HEG = 2 E\Delta\Gamma,$$

quorum $\angle HEB = 2 E\Delta B$. itaque $\angle BEG = 2 B\Delta\Gamma$.

Ergo in circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si anguli eundem arcum basim habent; quod erat demonstrandum.

XXI.

In circulo anguli in eodem segmento positi inter se aequales sunt.



Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eodem segmento $BAE\Delta$ anguli sint $BA\Delta$, $BE\Delta$. dico, esse $\angle BA\Delta = BE\Delta$.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma\Delta$, et sit Z , et ducantur BZ , $Z\Delta$.

et quoniam $\angle BZ\Delta$ ad centrum positus est, et $\angle BA\Delta$ ad ambitum, et eundem arcum $B\Gamma\Delta$ basim

ἔσται] comp. supra scr. F. 11. ὑπό] om. B; add. m. rec.
 12. διπλασίων] -ν supra scr. m. 1 P. 14. αἱ γωνίαι] m. rec.
 P; m. 2 V; om. B; in ras. F. 15. κα'] euan. F. 16. αἱ
 om. φ. 19. BAEΔ] E supra scr. P. 20. ἀλλήλαις ἐξόν
 ἴσαι F m. 1. 24. BZΔ] B om. φ, Z e corr. m. 2 V. 25.
 ἔχουσιν PB.

τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν $B\Gamma\Delta$, ἣ ἄρα ὑπὸ $BZ\Delta$ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $BA\Delta$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ὑπὸ $BZ\Delta$ καὶ τῆς ὑπὸ $BE\Delta$ ἐστὶ διπλασίων· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $BA\Delta$ τῇ ὑπὸ $BE\Delta$.

- 5 Ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

- 10 Ἐστω κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, καὶ ἐν αὐτῷ τετράπλευρον ἔστω τὸ $AB\Gamma\Delta$. λέγω, ὅτι αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

Ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$.

- Ἐπεὶ οὖν παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὲν
 15 ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, τοῦ $AB\Gamma$ ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓAB , $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓAB τῇ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσι τῷ $BA\Delta\Gamma$. ἡ δὲ ὑπὸ $\Delta\Gamma B$ τῇ ὑπὸ $A\Delta B$. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσι τῷ $A\Delta\Gamma B$.
 20 ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ ταῖς ὑπὸ $BA\Gamma$, $\Delta\Gamma B$ ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $AB\Gamma$. αἱ ἄρα ὑπὸ $AB\Gamma$, $BA\Gamma$, $\Delta\Gamma B$ ταῖς ὑπὸ $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$ ἴσαι εἰσὶν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ $AB\Gamma$, $BA\Gamma$, $\Delta\Gamma B$ δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. καὶ αἱ ὑπὸ $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$ ἄρα δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

XXII. Boetius p. 388, 3?

3. ἡ] om. p. $BZ\Delta$] corr. ex $\Gamma Z\Delta$ m. 1 V. 5. αἱ] αἱ εἰσὶν B. αὐτῷ] om. B; supra scr. m. rec. 6. εἰσὶν] om. B. 7. καδ' F, eras. 8. ἀπεναντίων P, sed corr. 11. Ante γωνίαι add. αὐτοῦ BVp, P m. rec. 13. $ΑΓ$, $ΒΔ$] litt. Γ , $B\Delta$ e corr. F. 14. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ p. 15. εἰσὶν Vp.

habent, erit [prop. XX] $\angle BZ\Delta = 2 B A \Delta$. eadem de causa etiam $\angle BZ\Delta = 2 B E \Delta$. quare

$$\angle B A \Delta = B E \Delta.$$

Ergo in circulo anguli in eodem segmento positi inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

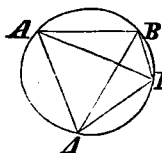
XXII.

In quadrilateris in circulis positis anguli oppositi duobus rectis aequales sunt.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eo quadrilaterum sit $AB\Gamma\Delta$. dico, angulos eius oppositos duobus rectis aequales esse.

ducantur $A\Gamma$, $B\Delta$. iam quoniam cuiusvis trianguli tres anguli duobus rectis aequales sunt [I, 32], trianguli $AB\Gamma$ tres anguli $\Gamma A B + A B \Gamma + B \Gamma A$ duobus rectis aequales sunt. sed $\angle \Gamma A B = B \Delta \Gamma$; nam in eodem sunt segmento $B A \Delta \Gamma$ [prop. XXI], et

$$\angle A \Gamma B = A \Delta B;$$



nam in eodem sunt segmento $A \Delta \Gamma B$.

quare $\angle A \Delta \Gamma = B A \Gamma + A \Gamma B$. communis adiiciatur $\angle A B \Gamma$. itaque

$$A B \Gamma + B A \Gamma + A \Gamma B = A B \Gamma + A \Delta \Gamma.$$

uerum $A B \Gamma + B A \Gamma + A \Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. quare etiam $A B \Gamma + A \Delta \Gamma$ duobus rectis sunt

τριγώνου] om. B. 16. γωνίαι δυοῖν ὀρθαῖς ἔσαι εἶναι αἱ ὑπὸ $\Gamma A B$, $A B \Gamma$, $B \Gamma A$ V. 17. εἶναι] euan. F. $\Gamma A B$] $\Gamma \Delta B$ P.

$B \Delta \Gamma$] $B A \Gamma$ P (ante Γ ras. 1 litt.). 18. εἶναι] PBF.

19. γὰρ] supra m. 2 euan. F. εἶναι] supra m. 2 euan. F;

εἶναι] PB. 20. εἶναι] PF; comp. p; εἶναι] BV. 21. Post προσ-

κεισθῶ in B add. ταῖς δύο ὁμοῦ τῇ πρὸς τὸ A καὶ Γ καὶ ᾗ-
 ρις τῇ μιᾷ τῇ πρὸς τὸ Δ . ὑπὸ] (alt.) om. φ, m. rec. B.

22. $A B \Gamma$] $B \Gamma$ e corr. V. εἶναι] B. ἀλλὰ] P. ἀλλ' αἱ —

23. εἶναι] om. B. 23. $B A \Gamma$, $A \Gamma B$] $B \Gamma A$, $\Gamma A B$ p. εἶναι]

PF; εἶναι] vulgo. 24. ἄρα] om. BFV.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ $ΒΑΔ$, $ΔΓΒ$ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Τῶν ἄρα ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει
5 δεῖξαι.

κγ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

10 Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς $ΑΒ$ δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συνεστάτω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ $ΑΓΒ$, $ΑΔΒ$, καὶ διήχθω ἡ $ΑΓΔ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΓΒ$, $ΔΒ$.

Ἐπεὶ οὖν ὁμοιόν ἐστι τὸ $ΑΓΒ$ τμήμα τῷ $ΑΔΒ$
15 τμήματι, ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΔΒ$ ἢ ἐκτὸς τῇ ἐντός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη·
20 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἐστῶσαν γὰρ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν $ΑΒ$, $ΓΔ$ ὅμοια
25 τμήματα κύκλων τὰ $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ΑΕΒ$ τμήμα τῷ $ΓΖΔ$ τμήματι.

1. αἱ] ἡ V, corr. m. 2. 2. εἰσίν] PFP; εἰσὶ BV. 6. κγ'] non liquet in F. 7. κύκλου F. 8. συσταθήσεται] PBFp; συσταθήσονται Vφ. ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] mg. m. 2 V. 11. ἄνισα] -σα eras. F. 12. ΑΓΒ] corr. ex ΑΒΓ p m. 1. 13. ΓΒ] corr. ex ΓΔ V m. 2. 14. ἐστίν P. 16.

aequales. similiter demonstrabimus, etiam

$$\angle BAA + \angle \Gamma B$$

duobus rectis aequales esse.

Ergo in quadrilateris in circulis positis anguli oppositi duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

In eadem recta duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construi nequeunt.

nam si fieri potest, in eadem recta AB duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construantur $\angle \Gamma B$, $\angle \Delta B$, et educatur $\angle \Gamma \Delta$, et ducantur ΓB , ΔB .



iam quoniam segmentum $\angle \Gamma B$ simile est segmento $\angle \Delta B$, similia autem segmenta circulorum sunt, quae aequales angulos capiunt [def. 11], erit $\angle \angle \Gamma B = \angle \Delta B$, exterior interiori; quod fieri non potest [I, 16].

Ergo in eadem recta duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construi nequeunt; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Similia segmenta circulorum in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt.

nam in aequalibus rectis AB , $\Gamma \Delta$ similia segmenta circulorum sint $\angle \Gamma B$, $\angle \Delta B$. dico, esse

$$\angle \Gamma B = \angle \Delta B.$$

[$\epsilon\sigma\alpha\varsigma$] seq. spatium 3 litt. F. [$\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] om. B. [$\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$] m. 2 V. 17. $\eta\ \acute{\epsilon}\nu\tau\omicron\varsigma\ \tau\eta\ \acute{\epsilon}\kappa\tau\omicron\varsigma$ p. [$\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] om. p. 24. $\gamma\acute{\alpha}\rho$] supra m. 2 F. [$\Gamma\Delta$] Δ e corr. m. 1 F. 25. $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$ φ . [$\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] P.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ $ΑΕΒ$ τμήματος ἐπὶ τὸ $ΓΖΔ$ καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν $Α$ σημείου ἐπὶ τὸ $Γ$ τῆς δὲ $ΑΒ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΓΔ$, ἐφαρμόσει καὶ τὸ $Β$ σημείον ἐπὶ τὸ $Δ$ σημείον διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν $ΑΒ$
 5 τῇ $ΓΔ$. τῆς δὲ $ΑΒ$ ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ ἐφαρμοσάσης ἐφαρμόσει καὶ τὸ $ΑΕΒ$ τμήμα ἐπὶ τὸ $ΓΖΔ$. εἰ γὰρ ἡ $ΑΒ$ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ ἐφαρμόσει, τὸ δὲ $ΑΕΒ$ τμήμα ἐπὶ τὸ $ΓΖΔ$ μὴ ἐφαρμόσει, ἦτοι ἐντὸς αὐτοῦ πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἢ παραλλάξει ὥς τὸ $ΓΗΔ$, καὶ κύκλος κύ-
 10 κλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς $ΑΒ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ οὐκ ἐφαρμόσει καὶ τὸ $ΑΕΒ$ τμήμα ἐπὶ τὸ $ΓΖΔ$. ἐφαρμόσει ἄρα, καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται.

Τὰ ἄρα ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων
 15 ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

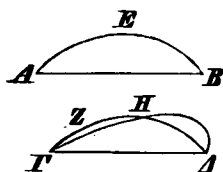
κε'.

Κύκλου τμήματος δοθέντος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὐπὲρ ἐστὶ τμήμα.

Ἔστω τὸ δοθὲν τμήμα κύκλου τὸ $ΑΒΓ$. δεῖ δὴ
 20 τοῦ $ΑΒΓ$ τμήματος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὐπὲρ ἐστὶ τμήμα.

1. ἐφαρμοζομένου B, sed corr.; alt. o in ras. V. 3. καί] om. B. 5. τῇ] τὴν V; corr. m. 2. ἐφαρμοσάσης δέ (δὴ B) τῆς $ΑΒ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ BFVp; sed in F ante ἐφαρμοσάσης legitur: ἡ δὲ $ΑΒ$ ἐπὶ τὴν $ΓΔ$; idem in mg. m. 1: εἰ δὲ τῆς $ΑΒ$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ ἐφαρμοσάσης καὶ τὸ $ΑΕ$ τμήμα ἐπὶ τὸ $ΓΖ$ μὴ ἐφαρμόσῃ. 6. $ΓΖΔ$] $ΖΔ$ in ras. F. εἰ] in ras. P. ἡ $ΑΒ$ εὐθεῖα — 8. $ΓΖΔ$] om. B. 7. $ΓΔ$] $Δ$ e corr. V m. 2. 8. τὸ $ΓΖΔ$] in ras. m. 1 p. ἐφαρμόσῃ PF. ἦτοι ἐντὸς αὐτοῦ πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἢ] P; ἀλλὰ Theon (BF Vp). 9. παραλλάξῃ F. καὶ κύκλος κύκλον τέμνει] P; κύκλος δὲ κύκλον οὐ τέμνει Theon (BFVp; in V δὲ supra scr. m. 1). Campanus hic prorsus aberrat. 10. δύο] P; δύο, ἀλλὰ καὶ τέμνει ὁ $ΓΗΔ$ τὸν $ΓΖΔ$ κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο

adplicato enim segmento AEB ad segmentum $\Gamma Z\Delta$ et posito A puncto in Γ , recta autem AB in $\Gamma\Delta$, etiam B punctum in Δ cadet, quia $AB = \Gamma\Delta$. adplicata autem recta AB rectae $\Gamma\Delta$ etiam segmentum AEB in $\Gamma Z\Delta$ cadet. nam si recta AB cum $\Gamma\Delta$ congruet, segmentum autem AEB cum $\Gamma Z\Delta$ non congruet,



aut intra id cadet aut extra¹⁾, aut excedet ut $\Gamma H\Delta$, et circulus circu-

lum in pluribus punctis quam duobus secabit; quod fieri non potest

[prop. X]. itaque recta AB cum $\Gamma\Delta$ congruente fieri non potest, quin etiam

segmentum AEB cum $\Gamma Z\Delta$ congruat. congruet igitur, et aequale ei erit [I κοιν. ἐνν. 8].

Ergo similia segmenta circulorum in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXV.

Segmento circuli dato circulum supplere, cuius est segmentum.

Sit datum segmentum circuli $AB\Gamma$. oportet igitur segmenti $AB\Gamma$ circulum supplere, cuius est segmentum.

1) Id quod ob prop. XXIII fieri non potest. et hoc adicere debuit Euclides; sed non dubito, quin ipse ita scripserit, ut praebet cod. P. nam haec ipsa forma imperfecta Theoni ansam dedit emendationis parum felicitis.

τὰ Γ, H, Δ Theon (BFVp; καὶ m. 2 V; ὁ e corr. p). ἐστίν] P; om. BV; πάλιν F; ἐστὶ πάλιν p. 13. τό] τήν p. $\Gamma Z\Delta$ ΓZ litt. in ras. V. Dein in FV add. τμήμα m. 2. αὐτό V. 14. τὰ ἄρα] ἄρα τὰ F; ante ἄρα m. 2 add. τὰ. τῶν ἴσων p. 16. κζ F; corr. m. 2. 18. τὸ τμήμα Fp. 19. τὸ δοθέν] om. B, m. 2 V. κύκλον τμήμα B. 21. τὸ τμήμα PF.

Τετμήσθω γὰρ ἡ $ΑΓ$ δίχα κατὰ τὸ $Δ$, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ $Δ$ σημείου τῇ $ΑΓ$ πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΔΒ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΒ$. ἡ ὑπὸ $ΑΒΔ$ γωνία ἄρα τῆς ὑπὸ $ΒΑΔ$ ἥτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἴση ἢ ἐλάττων.

- 5 "Ἐστω πρότερον μείζων, καὶ συνεστήτω πρὸς τῇ $ΒΑ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $Α$ τῇ ὑπὸ $ΑΒΔ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΒΑΕ$, καὶ διήχθω ἡ $ΔΒ$ ἐπὶ τὸ $Ε$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΕΓ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΒΕ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΑΕ$, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ
10 $ΕΒ$ εὐθεῖα τῇ $ΕΑ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΔΓ$, κοινὴ δὲ ἡ $ΔΕ$, δύο δὲ αἱ $ΑΔ$, $ΔΕ$ δύο ταῖς $ΓΔ$, $ΔΕ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΔΕ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΓΔΕ$ ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσεις ἄρα ἡ $ΑΕ$ βάσει τῇ $ΓΕ$ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ
15 ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΒΕ$ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ $ΒΕ$ ἄρα τῇ $ΓΕ$ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΕΓ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ὁ ἄρα κέντρον τῷ $Ε$ διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΕΓ$ κύκλος γραφόμενος ἦξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται προσαναγεγραμμένος.
20 κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος. καὶ δῆλον, ὥς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα ἐλαττόν ἐστὶν ἡμικυκλίου διὰ τὸ τὸ $Ε$ κέντρον ἐκτὸς αὐτοῦ τυγχάνειν.

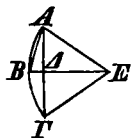
- Ὁμοίως [δὲ] καὶ ἡ ἡ ὑπὸ $ΑΒΔ$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ
25 $ΒΑΔ$, τῆς $ΑΔ$ ἴσης γενομένης ἑκατέρᾳ τῶν $ΒΔ$, $ΔΓ$ αἱ τρεῖς αἱ $ΔΑ$, $ΔΒ$, $ΔΓ$ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται,

1. γάρ] om. p. διήχθω F. 3. ἄρα γωνία p. τῆς] τῇ p. 7. Post $ΔΒ$ eras. καὶ V. 8. ἐστὶν] comp. supra F m. 2. 9. ὑπὸ $ΑΒΕ$ — 10. ἴση ἐστὶν ἡ] om. B. $ΒΑΕ$] B in ras. p. ἐστὶν F. 10. $ΕΒ$] $ΒΕ$ P. τῇ] εὐθείᾳ τῇ P. $ΕΑ$] P, F m. 1, V m. 1; $ΑΕ$ F m. 2, V m. 2, p. 11. δύο] (alt.) δυοί V. 14. βάσεις] P; καὶ βάσεις BVp; in F καὶ supra

nam AI in duas partes aequales secetur in Δ , et a Δ puncto ad AI perpendicularis ducatur AB , et ducatur AB . ergo $\angle BAB$ aut maior est angulo BAA aut aequalis aut minor.

Sit prius maior, et ad rectam BA et punctum eius A construatur $\angle BAE = \angle BAB$ [I, 23], et educatur AB ad E , et ducatur EI . iam quoniam

$$\angle ABE = \angle BAE,$$



erit etiam $EB = EA$ [I, 6]. et quoniam $\angle A\Delta = \angle I\Delta$, et ΔE communis est, duae rectae $A\Delta$, ΔE duabus $I\Delta$, ΔE aequales sunt altera alteri; et $\angle A\Delta E = \angle I\Delta E$; nam uterque rectus est. itaque $AE = IE$ [I, 4]. uerum demonstratum est, esse $AE = BE$. quare etiam $BE = IE$. itaque tres rectae AE , EB , EI inter se aequales sunt. ergo circulus centro E , radio autem qualibet rectarum AE , EB , EI descriptus etiam per reliqua puncta ibit et erit suppletus [prop. IX]. ergo dato segmento circuli suppletus est circulus; et adparet, segmentum $AB\Gamma$ minus esse semicirculo, quia centrum E extra id positum est.

Similiter si $\angle BAB = \angle BAA$, tres rectae ΔA , ΔB , ΔI inter se aequales erunt, cum $A\Delta = B\Delta$

scr. $\alpha\lambda\lambda\alpha$] P, V m. 1; $\alpha\lambda\lambda'$ F; $\alpha\lambda\lambda\alpha$ καὶ Bp, V m. 2. 15. AE] AB F. BE] (prius) bis F (semel m. 2). 16. $\iota\sigma\eta$ ἐστὶν p. EA P. $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$] om. V. 18. καὶ] om. P. 19. προσαναγεγραμμένος F; mg. m. 1: γρ. προσαναγεγραμμένος. 20. κύκλον] ὁ κύκλος. κύκλου P. In B mg. lin. 5: ἔλαττον ἡμικυκλίου, lin. 24: ἡμικύκλιον, p. 230, 3: μείζον ἡμικυκλίου. 21. ἔλαττον] mg. m. 1 P. 22. τὸ E] in ras. p; E P m. 1, B. 24. δὲ] in ras. V; om. P. καὶ ἑάν] καὶ ἑάν P; καὶ seq. ἡ in spat. 4 litt. φ. $AB\Delta$] corr. ex $AB\Gamma$ m. 1 P; $B\Delta$ in ras. V. $\iota\sigma\eta$ ἡ P. 25. ΔI] Δ in ras. p. 26. τρεῖς] P m. 1, F, V seq. ras.; τρεῖς ἄρα Bp, P m. rec.

καὶ ἔσται τὸ Δ κέντρον τοῦ προσαναπεπληρωμένου κύκλου, καὶ δηλαδὴ ἔσται τὸ $AB\Gamma$ ἡμικύκλιον.

Ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ $AB\Delta$ ἐλάττων ἢ τῆς ὑπὸ BAD , καὶ συστησώμεθα πρὸς τῇ BA εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ A τῇ ὑπὸ $AB\Delta$ γωνίᾳ ἴσην, ἐντὸς τοῦ $AB\Gamma$ τμήματος πεσεῖται τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς ΔB , καὶ ἔσται δηλαδὴ τὸ $AB\Gamma$ τμήμα μείζον ἡμικυκλίου.

Κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

10

κς'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἂν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἂν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκνύιαι.

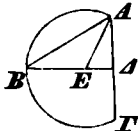
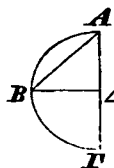
Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ BAG , $E\Delta Z$. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $BK\Gamma$ περιφέρεια τῇ $E\Delta Z$ περιφερείᾳ.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $B\Gamma$, EZ .

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὲ αἱ BH , $H\Gamma$ δύο ταῖς $E\Theta$, ΘZ ἴσαι· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ H γωνία

3. $AB\Delta$] seq. spatium 3 litt. φ. 4. συστησώμεθα P; συστησώμεθα BFVp; corr. B m. rec. πρὸς αὐτῇ] P; A Theon (BFVp). 5. τῷ A] P; om. Theon (BFVp). γωνίαν FVp. ἴσην] corr. ex ἴση m. rec. B. 6. ΔB] B in ras. p. Dein add. ὥς τὸ E mg. m. 2 P; ὥς τὸ Θ supra m. rec. B, mg. m. 2 V. 7. ἡμικυκλίου] seq. spat. 2 litt. φ. 8. κύκλου] om. Bp. τμήματος ἄρα Bp. προσ- om. BVp. 9. κύκλος

[I, 6] et $\angle A\Delta = \angle \Gamma$; et Δ centrum erit circuli suppleti, et $\Delta B\Gamma$ semicirculus erit.



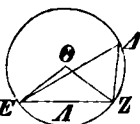
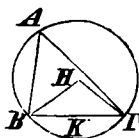
Sin $\angle AB\Delta < B\Delta\Delta$, et ad rectam BA et punctum eius A construimus angulum aequalem angulo $AB\Delta$ [I, 23], centrum in recta ΔB intra segmentum $AB\Gamma$ cadet, et segmentum $AB\Gamma$

maius erit semicirculo.

Ergo segmento circuli dato suppletus est circulus; quod oportebat fieri.

XXVI.

In aequalibus circulis aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt.



Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ , et in iis aequales anguli sint ad centra $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, aequales esse arcus $BK\Gamma$, $E\Delta Z$.

ducantur enim $B\Gamma$, EZ . et quoniam aequales sunt circuli $AB\Gamma$, ΔEZ , etiam radii aequales sunt. ergo duae rectae BH , $H\Gamma$ duabus $E\Theta$, ΘZ aequales sunt;

οὐπὲρ ἔστι τὸ τμήμα V. ποιῆσαι] δεῖξαι PF; in F mg. m. 1: γρ. ποιῆσαι. 10. κς'] sic φ. 13. ὅσιν B. 14. βεβηκνῖαι] postea add. m. 1 F; m. rec. P. 15. ἔτρωσαν γάρ P. καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις ἴσαι γωνίαι ἔτρωσαν P. 17. $BH\Gamma$] post ras. 1 litt. F. 22. BH] HB BVp. δύο] (alt.) δυοί V; δυοῖν p. 23. $E\Theta$] ΘE V, corr. m. 2. ἴσαι] P, F m. 1; ἴσαι εἰσὶ BVp, F m. 2. τῷ] τὸ B.

- τῇ πρὸς τῷ Θ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ
 ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ
 πρὸς τῷ Δ, ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΓ τμήμα τῷ ΕΔΖ
 τμήματι· καὶ εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν [τῶν ΒΓ, ΕΖ].
 5 τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὁμοια τμήματα κύκλων ἴσα
 ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα τὸ ΒΑΓ τμήμα τῷ ΕΔΖ.
 ἔστι δὲ καὶ ὁλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ
 ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΔΖ περι-
 φερεία ἐστὶν ἴση.
- 10 Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων
 περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν
 τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

κζ'.

- 15 Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περι-
 φερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν,
 ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς
 περιφερείαις ὥσι βεβηκυῖαι.
- Ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων
 20 περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ πρὸς μὲν τοῖς Η, Θ κέν-
 τροις γωνίαι βεβηκέτωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς
 δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω, ὅτι
 ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ
 ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση.

XXVII. Boetius p. 388, 5.

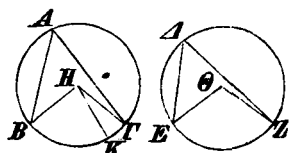
1. τῷ] τό Β. ἴση] PV, F m. 1; ἐστὶν ἴση Bp; ἴση ἐστὶ
 F m. 2. 2. τῷ] τό Β. 3. τῷ] (prius) τό Β. ἐστὶν P.
 4. τῶν ΒΓ, ΕΖ] mg. m. rec. P. 5. τὰ δέ — εὐθειῶν] mg.
 m. 1 P. 6. ΒΑΓ] litt. ΒΑ e corr. p. τῷ] τῷ seq. ras.
 1 litt. F. ΕΔΖ] mutat. in ΕΖΔ m. 2 V. 7. ἐστὶν PB.
 ΔΕΖ] E insert. m. 1 F; ΕΔΖ Bp; ΔΕΖ mg. m. 2 V.

et angulus ad H positus angulo ad Θ posito aequalis est. itaque $B\Gamma = EZ$ [I, 4]. et quoniam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est, segmentum $BA\Gamma$ segmento $E\Delta Z$ simile est [def. 11]. et in aequalibus rectis posita sunt. segmenta autem similia in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt [prop. XXIV]. itaque $BA\Gamma = E\Delta Z$. uerum etiam totus circulus $AB\Gamma$ toti circulo ΔEZ aequalis est. quare qui relinquitur arcus $BK\Gamma$ arcui $E\Delta Z$ aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis aequales anguli in aequalibus arcubus consistent, siue ad centra siue ad ambitus consistent; quod erat demonstrandum.

XXVII.

In aequalibus circulis anguli in aequalibus arcubus consistentes inter se aequales sunt, siue ad centra siue ad ambitus consistent.



nam in aequalibus circulis $AB\Gamma$, ΔEZ in aequalibus arcubus $B\Gamma$, EZ ad centra H , Θ anguli consistant $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, esse $\angle BH\Gamma = E\Theta Z$, et $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$.

$\kappa\acute{\nu}\lambda\omega$] in ras. m. 2 V. 8. $\tau\eta$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ \iota\sigma\eta\ \tau\eta$ P. $E\Delta Z$] litt. ΔZ in ras. V. 9. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ \iota\sigma\eta$] om. P. 10. $\epsilon\nu$] inter ϵ et ν 1 litt. eras. V. 12. $\acute{\omega}\sigma\iota\nu$ F. 14. $\kappa\acute{\xi}'$] sic φ . 18. $\acute{\omega}\sigma\iota\nu$ P. 19. $\kappa\alpha\iota\ \acute{\epsilon}\pi\acute{\iota}$ F. 23. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$] P; om. Theon (BFVp). $E\Theta Z$] corr. ex EBZ m. rec. P; $BH\Gamma$ φ . 24. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ \iota\sigma\eta$] P; om. Theon (BFVp).

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$,
 μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ $B\Gamma$,
 καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ $B\Gamma$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
 σημείῳ τῷ H τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$ γωνία ἴση ἡ ὑπὸ BHK .
 5 αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν,
 ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ᾧσιν· ἴση ἄρα ἡ BK περι-
 φέρεια τῇ EZ περιφερείᾳ. ἀλλὰ ἡ EZ τῇ $B\Gamma$ ἐστὶν
 ἴση· καὶ ἡ BK ἄρα τῇ $B\Gamma$ ἐστὶν ἴση ἡ ἐλάττων τῇ
 μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
 10 ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$. ἴση ἄρα. καὶ ἐστὶ
 τῆς μὲν ὑπὸ $B\Gamma$ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ A , τῆς δὲ ὑπὸ
 $E\Theta Z$ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ Δ . ἴση ἄρα καὶ ἡ πρὸς τῷ
 A γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ .

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφε-
 15 ρειῶν βεβηκνῆναι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε
 πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ᾧσι
 βεβηκνῆναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας
 20 περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μεί-
 ζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ , καὶ ἐν τοῖς
 κύκλοις ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ AB , ΔE τὰς μὲν
 $A\Gamma B$, ΔZE περιφερείας μείζονας ἀφαιροῦσαι τὰς δὲ

1. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$] PF; om. V; εἰ μὲν οὖν ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ ἴση ἐστὶ (ἐστὶν B) τῇ ὑπὸ $E\Theta Z$, φανερόν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ $B\Gamma$ ἴση ἐστὶ (ἐστὶν B, om. V) τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$. εἰ δὲ οὐ Bp; in V eadem mg. m. 2 exceptis εἰ δὲ οὐ, quae in textu sunt m. 1 (εἰ δ' οὐ). γρ. καὶ οὕτως· εἰ μὲν — $B\Gamma$ τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$ ἴση ἐστίν· εἰ δὲ οὐ, μία αὐτῶν μείζων ἡ ὑπὸ $B\Gamma$, καὶ συνεστάτω καὶ καθεξῆς ὡς ἐν τῷ κειμένῳ mg. m. rec. P. Campanus cum PF concordat. 2. μείζων ἐστίν] Bp; ἐστὶ μείζων FV; μείζων ἔσται P. ἔστω μείζων] om. F,

nam si $\angle B\hat{H}\Gamma$ angulo $E\hat{\Theta}Z$ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior $\angle B\hat{H}\Gamma$, et ad rectam BH et punctum eius H angulo $E\hat{\Theta}Z$ aequalis construatur BHK [I, 23]. et aequales anguli in aequalibus arcibus consistunt, si ad centra sunt positi [prop. XXVI]. ergo arc. $BK = EZ$. sed $EZ = B\Gamma$. quare etiam $BK = B\Gamma$, minor maiori; quod fieri non potest. itaque $\angle B\hat{H}\Gamma$ angulo $E\hat{\Theta}Z$ inaequalis non est; aequalis igitur. et angulus ad A positus dimidius est anguli $B\hat{H}\Gamma$, angulus autem ad Δ positus dimidius anguli $E\hat{\Theta}Z$ [prop. XX]. itaque angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis anguli in aequalibus arcibus consistentes inter se aequales sunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

In aequalibus circulis aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori, minorem autem minori.

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ , et in circulis aequales rectae sint AB , ΔE , arcus $A\Gamma B$, ΔZE

add. $\sim$, cui nunc nihil respondet. 3. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha$] om. p; mg. m. 2 V. 4. $E\hat{\Theta}Z$] in ras. m. 2 V. 7. $\alpha\lambda\lambda'$ Bp. $\iota\sigma\eta$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ Vp. 8. $B\Gamma$ $\tau\eta$ BK B m. 1, Fp, V m. 1. 10. $\epsilon\sigma\tau\iota$ P. 12. $\iota\sigma\eta$ $\alpha\gamma\alpha$ $\kappa\alpha\iota$ — 13. $\tau\omega$ Δ] om. F. 13. $\tau\omega$] $\tau\acute{o}$ B. 14. $\epsilon\upsilon$ $\alpha\gamma\alpha$] e corr. m. 2 V. 15. $\beta\epsilon\beta\eta\kappa\nu\iota\alpha\iota$ $\gamma\omega\nu\iota\alpha\iota$] φ , seq. ai m. 1; in P $\gamma\omega\nu\iota\alpha\iota$ supra scr. m. 1. 16. $\beta\epsilon\beta\eta\kappa\nu\iota\alpha\iota$ $\omega\sigma\iota\nu$ P. 18. λ' F. 19. $\iota\sigma\alpha\varsigma$] $\iota\sigma\alpha\iota$ φ (non F). 20. $\alpha\varphi\alpha\iota\rho\omicron\upsilon\sigma\iota\nu$ P, $\alpha\varphi\epsilon\rho\omicron\upsilon\sigma\iota$ φ . 21. $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\alpha$ $\tau\eta$ $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\iota$ V. 22. $\tau\omicron\iota\varsigma$ $\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\iota\varsigma$] P; $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$ Theon (BFVp). 23. AB , ΔE] P; $B\Gamma$, EZ Theon (BFVp). 24. $A\Gamma B$] P, F m. 1; $BA\Gamma$ Bvp, F m. 2. ΔZE] P; $E\Delta Z$ Bp, V e corr. m. 2; ΔZ inter duas ras. F. $\alpha\varphi\epsilon\rho\omicron\upsilon\sigma\alpha\iota$ P; $\varphi\epsilon\rho\omicron\upsilon\sigma\alpha\iota$ V, corr. m. 2.

AHB, $\Delta\Theta E$ ἐλάττονας· λέγω, ὅτι ἡ μὲν *ΑΓΒ* μείζων περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΔZE μείζονι περιφερείᾳ, ἡ δὲ *AHB* ἐλάττων περιφέρεια τῇ $\Delta\Theta E$.

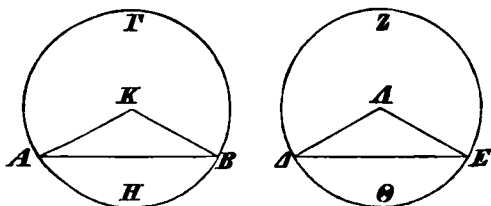
Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ *K*, *A*, καὶ
5 ἐπεξεύχθωσαν αἱ *AK*, *KB*, ΔA , ΔE .

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι κύκλοι εἰσὶν, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν
κέντρων· δύο δὲ αἱ *AK*, *KB* δυσὶ ταῖς ΔA , ΔE
ἴσαι εἰσὶν· καὶ βάσις ἡ *AB* βάσει τῇ ΔE ἴση· γωνία
ἄρα ἡ ὑπὸ *AKB* γωνία τῇ ὑπὸ $\Delta A E$ ἴση ἐστίν. αἱ δὲ
10 ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν
πρὸς τοῖς κέντροις ᾧσιν· ἴση ἄρα ἡ *AHB* περιφέρεια
τῇ $\Delta\Theta E$. ἐστὶ δὲ καὶ ὅλος ὁ *ΑΒΓ* κύκλος ὅλῳ τῷ
 $\Delta E Z$ κύκλῳ ἴσος· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ *ΑΓΒ* περιφέρεια
λοιπῇ τῇ $\Delta Z E$ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν.

15 Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας
περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι
τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. *AHB*] P; *BHΓ* BVp, F in ras. $\Delta\Theta E$] P; $E\Theta Z$ BFVp. *ΑΓΒ*] PF; *BAΓ* BVp. 2. ἐστὶ] om. B. ΔZE — 3. τῇ] om. B; τῇ $E\Delta Z$ μείζονι περιφερείᾳ ἡ δὲ *AHB* (euan.) ἐλάττων περιφέρεια ἴση τῇ mg. m. rec. ΔZE] PF; $E\Delta Z$ BVpφ. 3. *AHB*] P (B?); *BHΓ* Vp, F in ras. ἴση τῇ BFp, ἴση ἐστὶ τῇ V. $\Delta\Theta E$] P; $E\Theta Z$ ἐλάττονι Bp; $E\Theta Z$ ἐλάττονι περιφερείᾳ V, F ($E\Theta Z$ in ras.). 5. ἐπιεὐχθωσαν φ. *AK*] P; *KB* BV, F in ras., p (*K* in ras.). *KB*] P; *KΓ* BVp, F in ras. ΔA] P; ΔE V e corr. m. 2, F in ras.; $E A$ Bp. ΔE] P; ΔZ BVp, F in ras. 6. ἴσαι εἰσὶ] m. rec. P. αἱ] supra m. 1 P, m. 2 B. 7. *AK*, *KB*] P; *BK*, *KΓ* BVp, F in ras. δυσὶ] δύο F, corr. m. 2; δυσὶν p. ΔA , ΔE] P (ΔA corr. ex ΔA m. rec.); $E A$, ΔZ BVp, F in ras. 8. ἴσαι εἰσὶν] PF; ἴσαι εἰσὶ V et add. m. 2 Bp. *AB*] P; *BΓ* BFVp. ΔE] P; $E Z$ BVpφ. 9. ὑπὸ] om. Bp. *AKB*] P; *BKΓ* BVp, F in ras. $\Delta A E$] P; $E A Z$ BVp, F in ras. 11. *AHB*] *BHΓ* V, in ras. Fp; ὑπὸ *BHΓ* B, ὑπὸ del. περιφέρειᾳ] om. B; in ras. p. 12. $\Delta\Theta E$] P; $E\Theta Z$ p, post ras. V, in ras. F; ὑπὸ $E\Theta Z$, del. ὑπὸ et add. m. rec.

maiores abscindentes, $\angle H B$, $\angle \Theta E$ autem minores. dico, esse arc. $\angle \Gamma B = \angle Z E$, $\angle H B = \angle \Theta E$.



sumantur enim centra circulorum K , A , et ducantur AK , KB , AA , AE . et quoniam aequales circuli sunt, etiam radii aequales sunt [def. 1]. itaque duae rectae AK , KB duabus AA , AE aequales sunt; et $AB = AE$. itaque $\angle AKB = \angle AEA$ [I, 8]. sed aequales anguli in aequalibus arcibus consistunt, si ad centra sunt positi [prop. XXVI]. itaque arc.

$$\angle H B = \angle \Theta E.$$

uerum etiam totus circulus $AB\Gamma$ toti circulo $\angle EZ$ aequalis est. quare etiam qui relinquitur arcus $\angle \Gamma B$ reliquo arcui $\angle Z E$ aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori minorem autem minori; quod erat demonstrandum.

περιφερεία B. ἐστίν P. $AB\Gamma$] in ras. F. 13. $\angle EZ$] E
 supra m. 1 F; $EZ\angle$ P. ἴσος] insert. m. 2 F. καί] PF;
 om. BVp. $\angle \Gamma B$] F; $AB\Gamma$ P; $BA\Gamma$ BVp. περιφέρεια]
 om. V. 14. λοιπὴ τῇ] in mg. transit, antecedit ἴση in spatio
 plurium litt. φ. $\angle ZE$] scripsi; $\angle EZ$ PF; $E\angle Z$ BVp.
 15. [αὶ ἴσαι εὐθεῖαι] in ras. F. 16. ἀφαιρούσιν F, -φα- e
 corr. V m. 2. μέλλον] post lac. 8 litt. in mg. transiens φ.

κθ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ $ABΓ$, $ΔEZ$, καὶ ἐν αὐ-
 5 τοῖς ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ $BΗΓ$, $ΕΘΖ$,
 καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΒΓ$, $ΕΖ$ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἴση
 ἐστὶν ἡ $ΒΓ$ τῇ $ΕΖ$.

Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων, καὶ ἔστω
 τὰ K , $Λ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ BK , $KΓ$, $ΕΛ$, $ΛΖ$.

10 Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $BΗΓ$ περιφέρεια τῇ $ΕΘΖ$
 περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $BKΓ$ τῇ ὑπὸ
 $ΕΛΖ$. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ $ABΓ$, $ΔEZ$ κύκλοι, ἴσαι
 εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ BK , $KΓ$ δυοὶ
 ταῖς $ΕΛ$, $ΛΖ$ ἴσαι εἰσὶν· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν·
 15 βάσεις ἄρα ἡ $ΒΓ$ βάσει τῇ $ΕΖ$ ἴση ἐστίν.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας
 ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

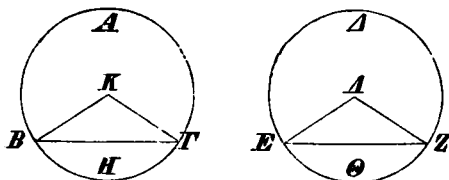
XXX. Proclus p. 272, 15. Boetius p. 388, 8.

1. λα' F; corr. m. 2. 2. ὑπὸ τὰς FV. 3. ἴσαι εὐ-
 θεῖαι] εὐθεῖαι V, ῥεῖαι F, quod in εὐθεῖαι corrigere conata
 est m. 2. ὑποτείνουσιν] ὑποτείνουσιν ἴσαι V; ὑποτείνουσι
 (in ras. m. 2, punctis del.) εὐθεῖαι ὑπο (mg. m. 2), dein τεί-
 νουσιν m. 1 F. 4. ἴσοι] supra m. 2 V. ἐν] ἀπειλήφθωσαν
 ἐν V. 5. ἴσαι περιφε- in mg. m. 2 post 7 litt. euan. F.
 ἀπειλήφθωσαν] om. V. 6. $BΓ$, $ΕΖ$ εὐθεῖαι] e corr. m. 2 F.
 7. $BΓ$] $BΓ$ εὐθεῖα BVp; εὐθεῖα in P add. m. rec., in F in
 mg. m. 1. $ΕΖ$ εὐθεῖα V m. 2. 8. εἰλήφθω — 9. $ΛΖ$] om.
 V. εἰλήφθωσαν p. καὶ ἔστω] P, ἔστω F (sed κύκλων re-
 nouatum); om. BVp. 10. καὶ ἐπεὶ] ἐπεὶ Bp; εἰ γάρ V m. 1,
 ἐπεὶ γάρ V m. 2. 11. ἐστίν P. $BKΓ$] K e corr. m. 2 V.

XXIX.

In aequalibus circulis sub aequalibus arcibus aequales rectae subtendunt.

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ , et in iis aequales arcus abscindantur $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, et ducantur rectae $B\Gamma$, EZ . dico, esse $B\Gamma = EZ$.



sumantur enim centra circulorum et sint K , A , et ducantur BK , $K\Gamma$, EA , AZ . et quoniam arc.

$$BH\Gamma = E\Theta Z,$$

erit etiam $\angle BKG = EAZ$ [prop. XXVII]. et quoniam circuli $AB\Gamma$, ΔEZ aequales sunt, etiam radii aequales sunt [def. 1]. itaque duae rectae BK , $K\Gamma$ duabus EA , AZ aequales sunt; et aequales angulos comprehendunt. itaque $B\Gamma = EZ$ [I, 4].

Ergo in aequalibus circulis sub aequalibus arcibus aequales rectae subtendunt; quod erat demonstrandum.

XXX.

Datum arcum in duas partes aequales secare.

13. εἰσὶν PF. αὐ] om. P. ἐκ] om. p. 14. εἰσὶν] PBF;
εἰσὶ Vp. ἴσας γωνίας Bp. περιέχουσιν] PB, περιέχουσι
pφ, περιφέρουσιν V. 16. ὑπὸ τὰς BFVp. 17. αὐ ἴσαι V,
ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 F. 18. λ'] non liquet F.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα περιφέρεια ἡ $A\Delta B$. δεῖ δὴ τὴν $A\Delta B$ περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

Ἐπεξεύχθω ἡ AB , καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ , καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ AB εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς
5 ἤχθω ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $A\Delta$, ΔB .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ τῇ ΓB , κοινὴ δὲ ἡ $\Gamma\Delta$, δύο δὴ αἱ $ΑΓ$, $\Gamma\Delta$ δυοὶ ταῖς $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ ἴσαι εἰσὶν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΓ\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ $A\Delta$ βάσει τῇ
10 ΔB ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττωνα τῇ ἐλάττωι· καὶ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν $A\Delta$, ΔB περιφερειῶν ἐλάττων ἡμικυκλίον· ἴση ἄρα ἡ $A\Delta$ περιφέρεια τῇ ΔB περιφερείᾳ.

15 Ἡ ἄρα δοθεῖσα περιφέρεια δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

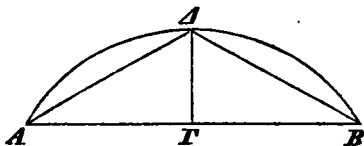
λα'.

Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθὴ ἐστίν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττωι τμήματι μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἐλάττων ὀρθῆς.

XXXI. [Euclid.] opt. 47 (Studien p. 122). Alexander Aphrod. in metaph. p. 318. Simplicius in phys. fol. 14^u. Philop. in anal. II fol. 85^u. Boetius p. 388, 10.

1. $A\Delta B$] litt. ΔB in ras. V; AB corr. ex $ΑΓ P$. 2. $AB\Delta Bp$; $AB P$. 3. $\deltaίχα$] ἡ AB $\deltaίχα$ V. 5. $\Gamma\Delta$] sic φ , e corr. m. 2 V. καί] om. φ . ΔB] B corr. ex Θ m. 1 F. 8. $\epsilonἰσὶν$] PBF; $\epsilonἰσὶ$ V p. 9. καὶ βάσις Bp , V m. 2. ἄρα] om. V. 10. $\epsilonἰσὶ$ V. δ' ἴσαι V. 11. ἀφαιροῦσιν B ; in

Sit datus arcus $A\Delta B$. oportet igitur arcum $A\Delta B$ in duas partes aequales secare.



ducatur AB et in duas partes aequales secetur in Γ [I, 10], et a puncto Γ ad rectam AB perpendicularis ducatur $\Gamma\Delta$, et ducantur $A\Delta$, ΔB . et quoniam $A\Gamma = \Gamma B$, et communis est $\Gamma\Delta$, duae rectae $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt; et

$$\angle A\Gamma\Delta = B\Gamma\Delta;$$

nam uterque rectus est. itaque $A\Delta = \Delta B$ [I, 4]. uerum aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori minorem autem minori [prop. XXVIII]. et uterque arcus $A\Delta$, ΔB minor est semicirculo. itaque arc. $A\Delta = \Delta B$.

Ergo datus arcus in duas partes aequales sectus est in puncto Δ ; quod oportebat fieri.

XXXI.

In circulo angulus in semicirculo positus rectus est, qui autem in segmento maiore positus est, minor recto, qui autem in segmento minore positus est, maior recto, et praeterea angulus segmenti maioris maior est recto, minoris autem segmenti angulus minor recto.

ras. m. 1 P.	12. ἐλάττωι P.	ἐκατέρων φ.	τῶν] τοῦ φ.
ΔB] om. F.	14. ΔB] in ras. V.	περιφερεία] om. V,	περι-
φέρειαν φ.	15. ἡ] in ras. V.	16. ποιῆσαι] δεῖξαι P.	
17. λγ' F.	18. ἐν] post ras. 1 litt. V.	22. γωνία] m. 2	
V.	23. ὀρθῆς] PF; ἐστὶν ὀρθῆς Bp; ὀρθῆς ἐστὶν V.		

Ἐστω κύκλος ὁ $ABΓΔ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ $ΒΓ$, κέντρον δὲ τὸ E , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΒΑ$, $ΑΓ$, $ΑΔ$, $ΔΓ$. λέγω, ὅτι ἡ μὲν ἐν τῷ $ΒΑΓ$ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ ὀρθή ἐστίν, ἡ δὲ ἐν τῷ $ΑΒΓ$ 5 μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ ἐλάττων ἐστίν ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ $ΑΔΓ$ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΔΓ$ μείζων ἐστίν ὀρθῆς.

Ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΕ$, καὶ διήχθω ἡ $ΒΑ$ ἐπὶ τὸ Z .

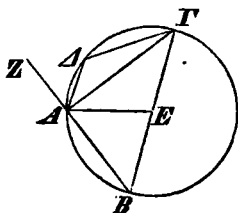
10 Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστίν ἡ $ΒΕ$ τῇ $ΕΑ$, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΒΕ$ τῇ ὑπὸ $ΒΑΕ$. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστίν ἡ $ΓΕ$ τῇ $ΕΑ$, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΕ$ τῇ ὑπὸ $ΓΑΕ$. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ δυσεὶ ταῖς ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΑΓΒ$ ἴση ἐστίν. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΖΑΓ$ ἐκτὸς τοῦ 15 $ΑΒΓ$ τριγώνου δυσεὶ ταῖς ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΑΓΒ$ γωνίαις ἴση. ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΖΑΓ$. ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρω. ἡ ἄρα ἐν τῷ $ΒΑΓ$ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ ὀρθή ἐστίν.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ 20 $ΑΒΓ$, $ΒΑΓ$ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$, ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς ἐστίν ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ γωνία· καὶ ἐστίν ἐν τῷ $ΑΒΓ$ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι.

Καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ $ΑΒΓΔ$,

1. ἔστω] (alt.) om. V. 2. Post δέ add. αὐτοῦ m. rec. P. E] supra hanc litt. eras. Γ V; seq. in F: καὶ (m. 1) ἐλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας (in ras. m. 2) δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Δ (in mg. transit m. 1); eadem omnia B mg. m. rec. καὶ—ΒΑ] in mg. transit m. 1 F. 3. ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ] φ, seq. nestig. Α m. 1. 4. ἡ ὑπὸ ΒΑΓ] P; om. Theon (BFVp). 5. μείζονι] -ονι in ras. V; corr. ex μείζων m. 2 B. 6. ΑΒΓ] Β in ras. V. 7. ἡ ὑπὸ ΑΔΓ] om. p; mg. m. rec. B. 10. ἐστὶ] ἐστίν P. 11. ΑΒΕ] P, F m. 1, V m. 1; ΕΑΒ Bp, F m. 2, V m. 2.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius sit $B\Gamma$, centrum autem E , et ducantur BA , $A\Gamma$, $A\Delta$, $\Delta\Gamma$. dico, angulum in $B\Delta\Gamma$ semicirculo positum $\angle B\Delta\Gamma$



rectum esse, qui autem in segmento $AB\Gamma$ maiore, quam est semicirculus, positus est, $\angle AB\Gamma$ minorem recto, qui autem in segmento $A\Delta\Gamma$ minore, quam est semicirculus, positus est, $\angle A\Delta\Gamma$ maiorem recto esse.

ducatur AE , et educatur BA ad Z . et quoniam $BE = EA$, erit etiam $\angle ABE = BAE$ [I, 5]. rursus quoniam $\Gamma E = EA$, erit etiam $\angle AGE = \Gamma AE$. ergo $\angle B\Delta\Gamma = AB\Gamma + A\Gamma B$. uerum etiam angulus exterior trianguli $AB\Gamma$, $\angle Z\Delta\Gamma = AB\Gamma + A\Gamma B$ [I, 32]. itaque $\angle B\Delta\Gamma = Z\Delta\Gamma$. rectus igitur est uterque [I, def. 10]. ergo angulus $B\Delta\Gamma$ in semicirculo $B\Delta\Gamma$ positus rectus est.

et quoniam trianguli $AB\Gamma$ duo anguli $AB\Gamma$, $B\Delta\Gamma$ duobus rectis minores sunt [I, 17], et $\angle B\Delta\Gamma$ rectus est, $\angle AB\Gamma$ minor est recto; et in segmento $AB\Gamma$ maiore, quam est semicirculus, positus est.

et quoniam in circulo quadrilaterum est $AB\Gamma\Delta$,

$B\Delta E$] P; EBA Bp, e corr. FV. 12. ΓE] P; AE F, V in ras. m. 2; EA Bp. EA] P; $E\Gamma$ Bp, in ras. m. 2 FV. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PB. $\kappa\alpha\iota$] om P. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$ η FV (supra $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$ in V ras. est). 13. ΓAE] in ras. m. 2 V. 15. $AB\Gamma$] (alt.) Γ in ras. m. 2 V. $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\iota\varsigma$] m. 2 V. 16. $\acute{\iota}\sigma\eta$] (prius) m. 2 F. 17. $AB\Gamma$ P. 18. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PB, comp. p; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ FV. 19. $\delta\upsilon\omicron$] supra add. $\alpha\iota$ m. 1 F. 20. $AB\Gamma$, $B\Delta\Gamma$] $AB\Gamma$ in spatio 6 litt. m. 2 F. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\acute{\epsilon}\varsigma$ FV. 21. $B\Delta\Gamma$] PFV; $B\Delta\Gamma$ $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$ Bp. $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu$ V.

τῶν δὲ ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον
γωνίαι δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν [αἱ ἄρα ὑπὸ $AB\Gamma$,
 $A\Delta\Gamma$ γωνίαι δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν], καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ
 $AB\Gamma$ ἐλάττων ὀρθῆς· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ γωνία
5 μείζων ὀρθῆς ἐστὶν· καὶ ἐστὶν ἐν τῷ $A\Delta\Gamma$ ἐλάττονι
τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι.

Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία
ἡ περιεχομένη ὑπὸ [τε] τῆς $AB\Gamma$ περιφερείας καὶ
τῆς $A\Gamma$ εὐθείας μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάτ-
10 τόνος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ [τε] τῆς
 $A\Delta\Gamma$ περιφερείας καὶ τῆς $A\Gamma$ εὐθείας ἐλάττων ἐστὶν
ὀρθῆς. καὶ ἐστὶν αὐτόθεν φανερόν. ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ
τῶν BA , $A\Gamma$ εὐθειῶν ὀρθή ἐστὶν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς
 $AB\Gamma$ περιφερείας καὶ τῆς $A\Gamma$ εὐθείας περιεχομένη
15 μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τῶν $A\Gamma$, AZ
εὐθειῶν ὀρθή ἐστὶν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς ΓA εὐθείας καὶ
τῆς $A\Delta\Gamma$ περιφερείας περιεχομένη ἐλάττων ἐστὶν
ὀρθῆς.

Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή
20 ἐστὶν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ
δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι [τμήματι] μείζων ὀρθῆς, καὶ ἐτι ἡ
μὲν τοῦ μείζονος τμήματος [γωνία] μείζων [ἐστὶν] ὀρθῆς,

2. αἱ ἄρα — 3. εἰσὶν] mg. m. rec. P. 3. γωνίαι] om.
Bp. εἰσὶν] BF; εἰσὶ P V p. 4. λοιπὴ] m. 2 F. γωνία]
PF; om. B V p. 5. ὀρθῆς ἐστὶν] PF; ὀρθῆς ἐστὶ V; ἐστὶν
ὀρθῆς Bp. ἐστὶν] (alt.) om. V (supra καὶ ἐν ras.). $A\Delta\Gamma$]
P, F, V (ras. supra); om. Bp. ἐλάττονι P. 7. ὅτι] P, F
m. 1; δὴ, ὅτι B V p, F m. 2 (euan.). 8. τε] P; om. B F V p.
 $AB\Gamma$] P; AHB P m. rec., BF, V m. 2, p m. 1; $AB\Gamma$ cum
ras. 1 litt. inter A et B V m. 1; Γ add. p m. rec. 9. $A\Gamma$]
 Γ in ras. m. rec. B. μείζων] μείζ- in ras. m. rec. B. 10.
τε] P; om. B F V p. 11. $A\Delta\Gamma$] Γ insert. m. 1 F. ἐλάττων]
in ras. m. rec. B. 12. ἡ] ἡ περιεχομένη γωνία V. 13.
ὀρθή] P F V (in F ante ὀρθή inser. περιεχομένη γωνία mg. m.

et in quadrilateris in circulis positis oppositi anguli duobus rectis aequales sunt [prop. XXII], et angulus $AB\Gamma$ minor est recto, reliquus angulus $A\Delta\Gamma$ maior est recto; et in $A\Delta\Gamma$ segmento minore, quam est semicirculus, positus est.

dico etiam, angulum maioris segmenti arcu $AB\Gamma$ et recta $A\Gamma$ comprehensum maiorem esse recto, minoris autem segmenti angulum arcu $A\Delta\Gamma$ et recta $A\Gamma$ comprehensum minorem esse recto. et hoc statim adparet. nam quoniam angulus rectis BA , $A\Gamma$ comprehensus rectus est, angulus arcu $AB\Gamma$ et recta $A\Gamma$ comprehensus maior est recto. rursus quoniam angulus rectis $A\Gamma$, AZ comprehensus rectus est, angulus recta ΓA et arcu $A\Delta\Gamma$ comprehensus minor est recto.

Ergo in circulo angulus in semicirculo positus rectus est, qui autem in segmento maiore positus est, minor recto, qui autem in segmento minore positus est, maior recto, et praeterea angulus segmenti ma-

1; idem mg. m. rec. P); περιεχομένη ὀρθὴ γωνία Bp. 14. $AB\Gamma$] $AH\Gamma$ P; AHB BF, V m. 2, p m. 1; Γ add. p m. rec., $AB\Theta$ cum ras. inter A et B V m. 1. $A\Gamma$] Γ in ras. m. rec. B. 15. μέλζων] μειζ- in ras. m. rec. B. 16. $A\Gamma$] ΓA V. εὐθειῶν περιεχομένη in ras. m. 2 V. 17. $A\Delta\Gamma$] $A\Delta$ P. ἐλάττων] e corr. B m. rec., praeced. ε m. 1; post ras. 1 litt. V. 20. ἐλάττων ἐστίν BV. 21. τμήματι] om. PB FVp. μέλζων ἐστίν BVp. 22. γωνία] om. P, m. 2 F. ἐστίν] om. P; m. 2 F.

ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος [γωνία] ἐλάττων ὀρθῆς·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν [ἡ] μία γωνία τρι-
5 γώνου ταῖς δυσὶν ἴση ᾗ, ὀρθὴ ἐστὶν ἡ γωνία διὰ
τὸ καὶ τὴν ἐκείνης ἐκτὸς ταῖς αὐταῖς ἴσην εἶναι· ἐὰν
δὲ αἱ ἐφεξῆς ἴσαι ᾧσιν, ὀρθαὶ εἰσιν.]

λβ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφαπτήται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
10 τῆς ἀφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα
τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ
ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλάξ
τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Κύκλου γὰρ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα
15 ἡ EZ κατὰ τὸ B σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ B σημείου
διήχθω τις εὐθεῖα εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον τέμνουσα
αὐτὸν ἡ $B\Delta$. λέγω, ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ $B\Delta$ μετὰ
τῆς EZ ἐφαπτομένης, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλ-
λάξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις, τουτέστιν, ὅτι ἡ μὲν
20 ὑπὸ $ZB\Delta$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ $BA\Delta$ τμήματι
συνισταμένῃ γωνίᾳ, ἡ δὲ ὑπὸ $EB\Delta$ γωνία ἴση ἐστὶ
τῇ ἐν τῷ $\Delta\Gamma B$ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ.

Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ B τῇ EZ πρὸς ὀρθὰς ἡ BA ,

XXXII. Boetius p. 388, 16.

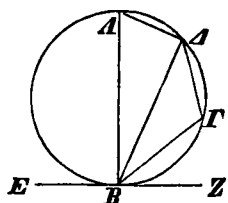
1. γωνία] om. PBFVp. 2. Seq. alia demonstratio; u.
appendix. 3. πόρισμα — 7. εἰσιν] mg. m. 1 PFb; eras. V.
4. ὅτι] /. F. ἡ] om. P. τριγώνου ἡ μία γωνία Bp. 5.
δύο P. ἐστὶ B. ἡ γωνία] Pb; om. BFp. 6. καὶ] e corr.
F. ἐκτός] Pb, B m. rec.; ἐφεξῆς Fp, B m. 1. ἐάν] Pb; ὅταν
FBp. 7. αἱ] om. Pb. γωνίαι ἴσαι F. 8. λδ' F; corr.
m. 2. 9. ἐφ- m. 2 F. 10. εἰς τὸν κύκλον] om. FV.

ioris maior est recto minoris autem segmenti angulus minor recto; quod erat demonstrandum.¹⁾

XXXII.

Si recta circulum contingit, et a puncto contactus in circulum producit recta secans circulum, anguli, quos haec cum contingenti efficit, aequales erunt angulis in alternis segmentis circuli positis.

nam circulum $AB\Gamma\Delta$ contingat recta EZ in puncto B , et a B puncto recta $B\Delta$ circulum $AB\Gamma\Delta$ secans



in eum producat. dico, angulos, quos $B\Delta$ cum contingenti EZ efficiat, aequales fore angulis in alternis segmentis circuli positis, h. e. $\angle ZB\Delta$ aequalem esse angulo in segmento $B\Delta\Delta$ constructo, et $\angle EB\Delta$ angulo in segmento $\Delta\Gamma B$

constructo aequalem.

ducatur enim a B ad EZ perpendicularis BA , et

1) Corollarium per se parum necessarium hic prorsus prae collocatur, cum minime e propositione pendeat. si Euclides id adiciere uoluisset, post I, 32 ponere debuit. etiam collocatio uerborum $\delta\pi\epsilon\rho\ \xi\delta\epsilon\iota\ \delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ et ratio codicum interpolatorem arguunt; omisit Campanus. post Theonem demum additum esse uidetur.

$\delta\iota\alpha\chi\theta\eta$] - α - in ras. V. 11. $\tau\eta\eta\ \xi\varphi\alpha\pi\tau\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\eta\eta$ V; corr. m. 2.
17. $\alpha\upsilon\tau\acute{o}\ \varphi$. 18. $\xi\varphi\alpha\pi\tau\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\eta\varsigma$] -s postea add. F. 19. $\tau\omicron\upsilon\ \kappa\acute{\upsilon}\lambda\lambda\omicron\nu\ \tau\eta\mu\acute{\eta}\mu\alpha\sigma\iota$ V. $\tau\eta\mu\acute{\eta}\mu\alpha\sigma\iota\eta$ P. $\delta\tau\iota$] om. p. 20. $ZB\Delta$] ΔBZ F; corr. m. 2. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. Bp. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. $\xi\nu\ \tau\tilde{\omega}$] in ras. V m. 2. $BA\Delta$] PF, V e corr. m. 2; ΔAB Bp.
21. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] seq. $\tau\tilde{\eta}\ \upsilon\pi\omicron\ \Delta AB$, sed eras. V. $EB\Delta$] Δ in ras. V; ΔBE F, corr. m. 2. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] PF, V in ras. m. 2; om. Bp. $\xi\sigma\tau\iota\nu$ P. 22. $\Delta\Gamma B$] Γ e corr. m. 2 V. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] seq. $\tau\tilde{\eta}\ \upsilon\pi\omicron\ \Delta\Gamma B$ V (eras.), idem mg. m. 2 F.

καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $B\Delta$ περιφερείας τυχὸν σημεῖον
τὸ Γ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $A\Delta$, $\Delta\Gamma$, ΓB .

Καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ $AB\Gamma\Delta$ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα
ἡ EZ κατὰ τὸ B , καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἥκται τῇ ἐφ-
5 ἀπτομένη πρὸς ὀρθὰς ἡ BA , ἐπὶ τῆς BA ἄρα τὸ
κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου. ἡ BA ἄρα διάμε-
τρος ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου· ἡ ἄρα ὑπὸ $A\Delta B$ γω-
νία ἐν ἡμικυκλίῳ οὕσα ὀρθή ἐστίν. λοιπαὶ ἄρα αἱ
ὑπὸ $B\Delta\Delta$, $AB\Delta$ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν. ἐστὶ δὲ καὶ
10 ἡ ὑπὸ ABZ ὀρθή· ἡ ἄρα ὑπὸ ABZ ἴση ἐστὶ ταῖς
ὑπὸ $B\Delta\Delta$, $AB\Delta$. κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ ὑπὸ $AB\Delta$.
λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔBZ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐν-
αλλάξ τμήματι τοῦ κύκλου γωνία τῇ ὑπὸ $B\Delta\Delta$. καὶ
ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta$, αἱ ἀπ-
15 εναντίον αὐτοῦ γωνίαι δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ
δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΔBZ , ΔBE δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα
ὑπὸ ΔBZ , ΔBE ταῖς ὑπὸ $B\Delta\Delta$, $B\Gamma\Delta$ ἴσαι εἰσίν,
ὧν ἡ ὑπὸ $B\Delta\Delta$ τῇ ὑπὸ ΔBZ ἐδείχθη ἴση· λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΔBE τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τοῦ κύκλου τμή-
20 ματι τῷ $\Delta\Gamma B$ τῇ ὑπὸ $\Delta\Gamma B$ γωνία ἐστὶν ἴση.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτεται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ
τῆς ἀφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα
τὸν κύκλον, ἅς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένη,
ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλάξ τοῦ κύκλου τμήμασι
25 γωνίαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. $B\Delta$] in ras. m. 1 P; inter B et Δ insert. Γ m. 2 F.

2. $\Delta\Gamma$, ΓB] litt. $\Gamma\Gamma B$ in ras. m. 2 p. 4. καὶ ἀπὸ] ἀπὸ δὲ
P. τῆς] P; τῆς κατὰ τὸ B Theon (BFVp). 5. $\bar{B}\Delta$] (bis)
 AB F. 6. ἐστίν P. 6. ἡ BA — 7. κύκλου] om. Bp. 7.
ἐστίν P, ut lin. 9. 10. 12. 14. ἡ ἄρα ἡ V. 8. ἐστίν] PV,
comp. p; ἐστὶ BF. 9. μιᾷ ὀρθῇ] mg. P. 14. αἱ] καὶ αἱ
FV. 15. γωνίαι] post hoc uocabulum in FV mg. m. 2 add.

in arcu $BA\Delta$ sumatur quodlibet punctum Γ , et ducantur $A\Delta$, $\Delta\Gamma$, ΓB . et quoniam circulum $AB\Gamma\Delta$ contingit recta EZ in B , et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducta est BA , in BA centrum erit circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. XIX]. itaque BA diametrus est circuli $AB\Gamma\Delta$. quare $\angle A\Delta B$, qui in semicirculo positus est, rectus est [prop. XXXI]. ergo reliqui

$$BA\Delta + AB\Delta$$

uni recto aequales sunt [I, 32]. uerum etiam $\angle ABZ$ rectus est. itaque $\angle ABZ = BA\Delta + AB\Delta$. subtrahatur, qui communis est, $\angle AB\Delta$. itaque

$$\angle \Delta BZ = BA\Delta,$$

qui in alterno segmento circuli positus est. et quoniam quadrilaterum in circulo positum est $AB\Gamma\Delta$, oppositi anguli eius duobus rectis aequales sunt [prop. XXII]. sed etiam $\angle \Delta BZ + \Delta BE$ duobus rectis sunt aequales [I, 13]. itaque

$$\Delta BZ + \Delta BE = BA\Delta + B\Gamma\Delta,$$

quorum $\angle BA\Delta = \Delta BZ$, ut demonstratum est. itaque $\angle \Delta BE = \Delta\Gamma B$, qui in alterno segmento circuli $\Delta\Gamma B$ positus est.

Ergo si recta circulum contingit, et a puncto contactus in circulum producitur recta secans circulum, anguli, quos haec cum contingenti efficit, aequales erunt angulis in alternis segmentis circuli positis; quod erat demonstrandum.

$\alpha\iota$ ὑπὸ $BA\Delta$, $\Delta\Gamma B$. 15. εἰς δὲ — 16. ἵσαι] P ($\epsilon\iota\sigma\iota\nu$); om. Theon (BFVp). 17. ΔBZ] litt. ΔB e corr. m. 1 F. In p seq. mg. m.1: $\alpha\iota$ εἰς διὸς ὁρθαῖς ἵσαι διὰ τὸ εὐθείαν τὴν ΔB ἐπ' εὐθείαν (-αν non liquet) τὴν EZ ὥς ἐτυχε εἶσταναι. 24. τοῖς] insert. m. 2 F.

λγ'.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμήμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

- 5 Ἔστω ἡ δοθείσα εὐθεῖα ἡ AB , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Γ . δεῖ δὲ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς AB γράψαι τμήμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ .

- Ἡ δὲ πρὸς τῷ Γ [γωνία] ἥτοι ὀξεῖά ἐστίν ἢ ὀρθή
 10 ἢ ἀμβλεία· ἔστω πρότερον ὀξεῖα, καὶ ὥς ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς συνεστιάτω πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τῷ A σημείῳ τῇ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ BAA . ὀξεῖα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ BAA . ἤχθω τῇ AA πρὸς ὀρθὰς ἡ AE , καὶ τετμήσθω ἡ AB δίχα κατὰ τὸ Z , καὶ
 15 ἤχθω ἀπὸ τοῦ Z σημείου τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ ZH , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ HB .

- Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZB , κοινὴ δὲ ἡ ZH , δύο δὲ αἱ AZ , ZH δύο ταῖς BZ , ZH ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ AZH [γωνία] τῇ ὑπὸ BZH ἴση·
 20 βάσεις ἄρα ἡ AH βάσει τῇ BH ἴση ἐστίν. ὁ ἄρα κέντρον μὲν τῷ H διαστήματι δὲ τῷ HA κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ B . γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ABE , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ EB . ἐπεὶ οὖν ἀπ' ἁκρας τῆς AE διαμέτρου ἀπὸ τοῦ A τῇ AE πρὸς ὀρθὰς ἐστίν

XXXIII. [Euclid.] opt. 47 (Studien p. 122). Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 388, 20—21?

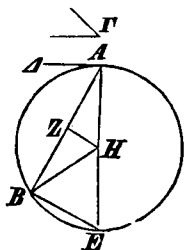
1. λ ε' F. 5. ἡ] (primum) om. p. 8. τῷ] τῇ PF. Γ] P; Γ γωνία Theon (BFVp). 9. δὲ] scripsi; δέ P; ἄρα m. 2 FV; γὰρ Bp, F m. 1. γωνία] P; om. BFVp; in F add. m. rec. ἡ] supra scr. m. 2 V. 10. πρότερον] πρώτον V. καὶ ὥς] P, F (καὶ del. m. 2); ὥς Bp, e corr. V.

XXIII.

In data recta segmentum circuli construere, quod
angulum capiat aequalem dato angulo rectilineo.

Sit data recta AB , et datus angulus rectilineus is, qui ad Γ positus est. oportet igitur in data recta AB segmentum circuli construere, quod angulum capiat aequalem angulo ad Γ posito.

angulus igitur ad Γ positus aut acutus est aut rectus aut obtusus. sit prius acutus, et, ut in prima



figura, ad AB rectam et punctum A construat^{ur} angulus aequalis angulo ad Γ posito $\angle BAA'$ [I, 23]. itaque $\angle BAA'$ acutus est. ducatur ad A' perpendicularis AE , et AB in duas partes aequales secetur in Z , et a Z puncto ad AB perpendicularis ducatur ZH , et ducatur HB .

et quoniam $AZ = ZB$, et communis est ZH , duae rectae AZ , ZH duabus BZ , ZH aequales sunt; et $\angle AZH = BZH$. itaque $AH = BH$ [I, 4]. quare circulus centro H radio autem HA descriptus etiam per B ueniet. describatur et sit ABE , et ducatur EB . iam quoniam ab A termino diametri AE ad AE per-

11. καταστροφῆς φ. και συννεσιᾶτω Bpφ; και om. P, m. 2
V. 12. Α σημείω] πρὸς αὐτῇ σημείω τῷ Α V. 13. ἐστὶν
PF. και ἦχθω Bp. ΔΑ] ΑΔ ΒVp. Dein add. ἀπὸ
τοῦ Α σημείου Bp, P m. rec. 14. ΑΕ] Ε in ras. V. και
τετμήσθω ἡ ΑΒ] mg. m. 2 F. 18. δύο] (alt.) δυοί Vp.
ΒΖ] ΖΒ Bp, FV m. 2. εἰσὶ Vp. 19. γωνία] P; om. BFVp.
ΒΖΗ] P; ΗΖΒ Bp, V (sed H et B in ras.); ΖΒ supra scr.
H m. 1 F. ἴση ἐστὶ V. 20. ΒΗ] ΗΒ F. 23. ΕΒ] ΒΕ P.

ἡ $ΑΔ$, ἡ $ΑΔ$ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ $ΑΒΕ$ κύκλου· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ $ΑΒΕ$ ἐφάπτεται τις εὐθεΐα ἡ $ΑΔ$, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ $Α$ ἀφῆς εἰς τὸν $ΑΒΕ$ κύκλον διῆκται τις εὐθεΐα ἡ $ΑΒ$, ἡ ἄρα ὑπὸ $ΔΑΒ$ γωνία ἴση ἐστὶ
 5 τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΑΕΒ$. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $ΔΑΒ$ τῇ πρὸς τῷ $Γ$ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ πρὸς τῷ $Γ$ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΑΕΒ$.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς $ΑΒ$ τμήμα κύκλου γέγραπται τὸ $ΑΕΒ$ δεχόμενον γωνίαν τὴν ὑπὸ
 10 $ΑΕΒ$ ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ πρὸς τῷ $Γ$.

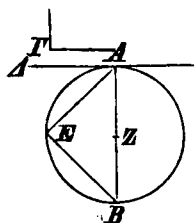
Ἀλλὰ δὴ ὀρθὴν ἔστω ἡ πρὸς τῷ $Γ$ · καὶ δέον πάλιν ἔστω ἐπὶ τῆς $ΑΒ$ γράψαι τμήμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ $Γ$ ὀρθῇ [γωνίᾳ]. συνεστήτω
 [πάλιν] τῇ πρὸς τῷ $Γ$ ὀρθῇ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$,
 15 ὥς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ τετμήσθω ἡ $ΑΒ$ δίχα κατὰ τὸ $Ζ$, καὶ κέντρῳ τῷ $Ζ$, διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν $ΖΑ$, $ΖΒ$, κύκλος γεγράφθω ὁ $ΑΕΒ$.

Ἐφάπτεται ἄρα ἡ $ΑΔ$ εὐθεΐα τοῦ $ΑΒΕ$ κύκλου
 20 διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ $Α$ γωνίαν. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ γωνία τῇ ἐν τῷ $ΑΕΒ$ τμήματι· ὀρθὴ γὰρ καὶ αὐτὴ ἐν ἡμικυκλίῳ οὐσα. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ τῇ πρὸς τῷ $Γ$ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ἐν τῷ $ΑΕΒ$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ $Γ$.

1. $ΑΕΒ$] om. Bp; supra est ras. in V. ἐπεὶ οὖν] PFV (γρ. καὶ ἐπεὶ F mg.), καὶ ἐπεὶ Bp. 2. τοῦ $ΑΒΕ$ κύκλου Bp. $ΑΒΕ$] $ΑΕΒ$ e corr. V. 4. ἐστὶν PB. 5. ἐν τῷ] om. P. 6. ἀλλά P. $ΔΑΒ$] litt. $ΔΑ$ in ras. m. 1 P, dein add. τῇ ὑπὸ $ΑΕΒ$, del. m. 1. 7. ἐστὶν P. 8. ἐπὶ] -i e corr. m. 2 V. · $ΑΒ$] $Α$ eras. p. τμήμα κύκλου F. 9. $ΕΑΒ$ F. 10. τῇ] (alt.) om. F. 11. ἔστω πάλιν P. 13. γωνίᾳ] P; om. BFVp. 14. πάλιν] F; om. P; γὰρ πάλιν BVp. 16. μὲν τῷ V. 19. $ΑΒΕ$] corr. ex $ΑΒΓ$ m. 1 P. 20. γωνίαν]

pendicularis ducta est $A\Delta$, recta $A\Delta$ circulum ABE contingit [prop. XVI πρόφ.]. iam quoniam circulum ABE contingit recta $A\Delta$, et ab A puncto contactus in circulum ABE producta est recta AB , erit $\angle \Delta AB = AEB$, qui in alterno segmento circuli positus est [prop. XXXII]. uerum $\angle \Delta AB$ angulo ad Γ posito aequalis est. itaque angulus ad Γ positus angulo AEB aequalis est. ergo in data recta AB segmentum circuli AEB descriptum est, quod angulum capiat AEB angulo dato, qui ad Γ positus est, aequalem.

iam uero angulus ad Γ positus rectus sit. et rursus propositum sit, ut in recta AB segmentum circuli describatur, quod capiat angulum recto angulo ad Γ



posito aequalem. construatur rursus angulus $BA\Delta$ recto angulo ad Γ posito aequalis, ut in secunda figura factum est, et AB in Z in duas partes aequales secetur, et centro Z radio autem alterutra rectarum ZA, ZB circulus describatur AEB . itaque recta

$A\Delta$ circulum ABE contingit, quia angulus ad A positus rectus est [prop. XVI πρόφ.]. et $\angle B\Delta\Delta$ angulo in segmento AEB posito aequalis est; nam hic et ipse rectus est, quia in semicirculo positus est [prop. XXXI]. uerum $\angle B\Delta\Delta$ etiam angulo ad Γ posito aequalis est. ergo etiam angulus in segmento AEB positus aequalis est an-

m. 2 V. [ση] PF; om. BVp. 21. τμήματι ση BVp; supra τμήματι in F duae litt. eras. (γω?). 22. εν] m. rec. P. καί] PF; om. BVp. 23. εστιν ση BVp. καί — 24. τω Γ] om. Bp; supra est ras. in V. 24. AEB] in ras. m. 2 V. Dein add. τμήματι P m. rec. ση εστί] P (εστίν); om. V; ras. 6 litt. F. Γ] P, F m. 1; ση εστίν add. F m. 2; Γ εστιν ση V.

Γέγραπται ἄρα πάλιν ἐπὶ τῆς AB τμήμα κύκλου τὸ AEB δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ .

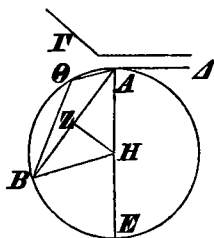
Ἀλλὰ δὴ ἡ πρὸς τῷ Γ ἀμβλεία ἔστω· καὶ συν-
εστιάτω αὐτῇ ἴση πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τῷ A ση-
5 μείῳ ἡ ὑπὸ $BA\Delta$, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς,
καὶ τῇ $A\Delta$ πρὸς ὀρθὰς ἤχθῳ ἡ AE , καὶ τετμήσθῳ
πάλιν ἡ AB δίχα κατὰ τὸ Z , καὶ τῇ AB πρὸς ὀρθὰς
ἤχθῳ ἡ ZH , καὶ ἐπεξεύχθῳ ἡ HB .

Καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZB , καὶ κοινὴ
10 ἡ ZH , δύο δὴ αἱ AZ , ZH δύο ταῖς BZ , ZH ἴσαι
εἰσὶν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ AZH γωνία τῇ ὑπὸ BZH
ἴση· βάσις ἄρα ἡ AH βάσει τῇ BH ἴση ἐστίν· ὁ ἄρα
κέντρον μὲν τῷ H διαστήματι δὲ τῷ HA κύκλος γρα-
φόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ B . ἐρχέσθῳ ὡς ὁ AEB .
15 καὶ ἐπεὶ τῇ AE διαμέτρῳ ἀπ' ἄκρας πρὸς ὀρθὰς ἐστὶν
ἡ $A\Delta$, ἡ $A\Delta$ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ AEB κύκλου. καὶ
ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ A ἐπαφῆς διηκται ἡ AB · ἡ ἄρα ὑπὸ
 $BA\Delta$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τοῦ κύκλου
τμήματι τῷ $A\Theta B$ συνισταμένη γωνία. ἀλλ' ἡ ὑπὸ
20 $BA\Delta$ γωνία τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ἐν τῷ
 $A\Theta B$ ἄρα τμήματι γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Γ .

Ἐπὶ τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς AB γέγραπται
τμήμα κύκλου τὸ $A\Theta B$ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ
πρὸς τῷ Γ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

2. ABE P. Γ ὀρθῇ V, F m. rec. 4. ἴση] m. rec. P.
A] ἐπ' αὐτῇ m. 2 supra scr. F. 9. ZB] in ras. F. καὶ
κοινῇ] κοινὴ δέ FV. 10. ZH] (alt.) H in ras. m. 1 B.
δύο] PB, δύο F m. 1; δύο V p. 11. εἰσὶ V[p. 12. Post
ἴση add. ἐστὶ V, F m. 2. 13. HA] corr. ex A m. rec. P.
15. ἐπεὶ] corr. ex ἐπὶ m. 2 F. ἐστὶν] P; cfr. p. 250, 24;
ἡκται Theon (BFVp). 16. AEB] litt. EB in ras. F. 17. ἡ]
(prius) in ras. m. 2 V. 18. ἐστὶν P. 19. $A\Theta B$] litt. ΘB

gulo ad Γ posito. ergo rursus in AB segmentum circuli descriptum est AEB , quod angulum capiat aequalem angulo ad Γ posito.



iam uero angulus ad Γ positus obtusus sit, et ad rectam AB et punctum A ei aequalis construat^r $\angle BAA'$, ut in tertia figura factum est, et ad AA' perpendicularis ducatur AE , et rursus AB in Z in duas partes aequales secetur, et ad AB perpendicularis ducatur ZH , et ducatur HB . et quoniam rursus $AZ = ZB$, et ZH communis est, duae rectae AZ , ZH duabus BZ , ZH aequales sunt; et $\angle AZH = BZH$. itaque $AH = BH$ [I, 4]. itaque circulus centro H et radio HA descriptus etiam per B ueniet. cadat ut AEB . et quoniam ad diametrum AE in termino perpendicularis ducta est AA' , recta AA' circulum AEB contingit [prop. XVI πρόρ.]. et ab A puncto contactus producta est AB . itaque $\angle BAA'$ angulo in alterno segmento circuli, $A\theta B$, constructo aequalis est [prop. XXXII]. sed $\angle BAA'$ angulo ad Γ posito aequalis est. quare etiam angulus in $A\theta B$ segmento positus angulo ad Γ posito aequalis est.

Ergo in data recta AB segmentum circuli constructum est $A\theta B$, quod angulum angulo ad Γ posito aequalem capiat; quod oportebat fieri.

in ras. m. 2 V. συνεσταμένη PF. αλλά P. 20. ἐστὶ V.
 21. γωνία] om. V. ἐστὶν P. 22. ἄρα δοθείσης] PF;
 δοθείσης ἄρα BVp. AB] in ras. FV. 23. δεχόμενον] corr.
 ex ἐχόμενον m. 1 P.

λδ'.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμήμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμω.

- 5 Ἐστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $AB\Gamma$, ἡ δὲ δοθείσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Δ . δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου τμήμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμω τῇ πρὸς τῷ Δ .

- 10 Ἦχθω τοῦ $AB\Gamma$ ἐφαπτομένη ἡ EZ κατὰ τὸ B σημείον, καὶ συνεστιάτω πρὸς τῇ ZB εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ B τῇ πρὸς τῷ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ZB\Gamma$.

- Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ $AB\Gamma$ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα ἡ EZ , καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ B ἐπαφῆς διῆκται ἡ $B\Gamma$,
15 ἡ ὑπὸ $ZB\Gamma$ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ $B\Delta\Gamma$ ἐναλλὰξ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $ZB\Gamma$ τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ἐν τῷ $B\Delta\Gamma$ ἄρα τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Δ [γωνίᾳ].

- Ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα κύκλου τοῦ $AB\Gamma$ τμήμα
20 ἀφήρηται τὸ $B\Delta\Gamma$ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμω τῇ πρὸς τῷ Δ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

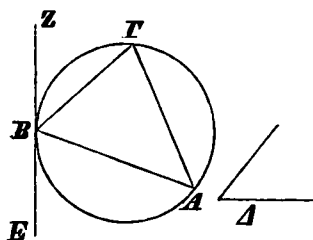
λε'.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλή-
λας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχό-

1. λς' F. 6. δεῖ δὴ — 7. ἀφελεῖν] om. F; add. m. 2 mg. 7. γωνία φ. τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμω] P; om. Theon (BFVp). 8. Δ] Δ γωνία Bp, F m. 2, V m. 2. 9. $AB\Gamma$ κύκλου V, sed κύκλου punctis notat. ἡ] εὐθεῖα ἡ V, F m. rec. B] corr. ex Γ m. 2 F. 10. ZB] BZ P. 11. τῷ] (alt.) τῇ p; corr. m. 2. 13. $AB\Gamma$ κατὰ τὸ B V, F m. rec. τις] m. 2 F. 15. γωνία] om. Bp. ἴση ἐστὶ] om.

XXXIV.

A dato circulo segmentum auferre, quod angulum capiat dato angulo rectilineo aequalem.



Sit datus circulus $AB\Gamma$, et datus angulus rectilineus is, qui ad Δ positus est. oportet igitur a circulo $AB\Gamma$ segmentum circuli auferre, quod capiat angulum aequalem dato angulo rectilineo, qui ad Δ positus est.

ducatur EZ circulum $AB\Gamma$ contingens in puncto B , et ad rectam ZB et punctum eius B angulo ad Δ posito aequalis construatür $ZB\Gamma$ [I, 23].

iam quoniam circulum $AB\Gamma$ contingit recta EZ , et a puncto contactus B producta est $B\Gamma$, $\angle ZB\Gamma$ aequalis est angulo in $B\Gamma A$ alterno segmento constructo [prop. XXXII]. uerum $\angle ZB\Gamma$ angulo ad Δ posito aequalis est. quare etiam angulus in segmento $B\Gamma A$ positus aequalis est angulo ad Δ posito.

Ergo a dato circulo $AB\Gamma$ segmentum ablatum est $B\Gamma A$, quod capiat angulum aequalem dato angulo rectilineo, qui ad Δ positus est; quod oportebat fieri.

XXXV.

Si in circulo duae rectae inter se secant, rectan-

V. $B\Gamma A$] BA e corr. m. 2 V; $AB\Gamma$ F. 16. συνεσταμένη
F. γωνία ίση έστιν V. τῇ] γωνία ίση έστι τῇ V. 17. έστιν
ίση] om. V. τμήματι] P; τμήματι γωνία Theon (BFV p. 17)
18. έστιν P. γωνία] P; om. BFV p. 19. τοῦ] (alt.)
F. τμήμα τι V et corr. ex τμήματι F. 22. λε] eius

μενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς
ἐτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν γὰρ κύκλῳ τῷ $ΑΒΓΔ$ δύο εὐθεῖαι αἱ $ΑΓ$,
 $ΒΔ$ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ $Ε$ σημεῖον· λέγω,
5 ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΔΕ$, $ΕΒ$ περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ.

Εἰ μὲν οὖν αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$ διὰ τοῦ κέντρου εἰσὶν
ὥστε τὸ $Ε$ κέντρον εἶναι τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, φανε-
10 ρόν, ὅτι ἴσων οὐσῶν τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$, $ΔΕ$, $ΕΒ$ καὶ τὸ
ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ
τῷ ὑπὸ τῶν $ΔΕ$, $ΕΒ$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Μὴ ἔστωσαν δὲ αἱ $ΑΓ$, $ΔΒ$ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ
εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἔστω τὸ $Ζ$, καὶ
15 ἀπὸ τοῦ $Ζ$ ἐπὶ τὰς $ΑΓ$, $ΔΒ$ εὐθείας κάθετοι ἤχθωσαν
αἱ $ΖΗ$, $ΖΘ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΖΒ$, $ΖΓ$, $ΖΕ$.

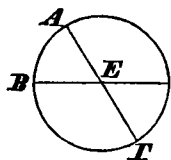
Καὶ ἐπεὶ εὐθεία τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ $ΗΖ$ εὐ-
θεϊάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν $ΑΓ$ πρὸς ὀρθὰς
τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἴση ἄρα ἡ $ΑΗ$ τῇ $ΗΓ$.
20 ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ $ΑΓ$ τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ
 $Η$, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ $Ε$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$
περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $ΕΗ$ τε-
τραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΗΓ$ · [κοινὸν] προσ-
κεισθῶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΗΖ$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$
25 μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν $ΗΕ$, $ΗΖ$ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
 $ΓΗ$, $ΗΖ$. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν $ΕΗ$, $ΗΖ$ ἴσον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΖΕ$, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν $ΓΗ$, $ΗΖ$ ἴσον

3. γὰρ] γὰρ τῷ BFVp. $ΑΓ$, $ΒΔ$] litt. $Γ$, $Β$ in ras. m. 2 V;
 $Γ$, $ΒΔ$ in ras. m. 1 B; $ΑΓ$, $ΔΒ$ F. 6. τῶν] om. P. 8. $ΒΔ$]
 $ΔΒ$ F. εἰσὶν] ὥσιν V. 10. $ΕΓ$] in ras. m. 2 V. 13. μὴ
ἔστωσαν δὲ] P, F (mg. m. 2: γρ. ἔστωσαν δὲ); ἔστωσαν δὲ BVp.
 $ΑΓ$, $ΔΒ$] litt. $Γ$, $ΔΒ$ in ras. m. 2 V. διὰ] PF, V m. 1, p

gulum comprehensum partibus alterius aequale est rectangulo comprehenso partibus alterius.

nam in circulo $AB\Gamma\Delta$ duae rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se secant in E puncto. dico, esse

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB.$$

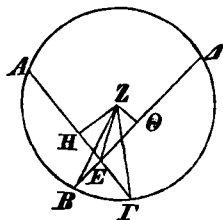


iam si $A\Gamma$, $B\Delta$ per centrum ductae sunt, ita ut E centrum sit circuli $AB\Gamma\Delta$, manifestum est, esse

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB,$$

cum aequales sint AE , $E\Gamma$, ΔE , EB .

ne sint igitur $A\Gamma$, ΔB per centrum ductae. et sumatur centrum circuli $AB\Gamma\Delta$, et sit Z , et a Z ad rectas $A\Gamma$, ΔB perpendiculares ducantur ZH , $Z\Theta$ et ducantur ZB , $Z\Gamma$, ZE . et quoniam recta per centrum ducta HZ aliam rectam $A\Gamma$



non per centrum ductam ad rectos angulos secat, eadem eam in duas partes aequales secat [prop. III]. itaque $AH = H\Gamma$. iam quoniam recta $A\Gamma$ in partes aequales diuisa est in H , in inaequaliss autem in

E , erit $AE \times E\Gamma + HE^2 = H\Gamma^2$ [II,5]. commune adiiciatur HZ^2 . itaque

$$AE \times E\Gamma + HE^2 + HZ^2 = H\Gamma^2 + HZ^2.$$

uerum $ZE^2 = EH^2 + HZ^2$ et

m. 1; $\mu\eta$ διά B, V m. 2, p m. 2. $\kappa\alpha\iota$] mg. m. 2 F. 14. $AB\Gamma\Delta$] litt. $\Gamma\Delta$ in ras. m. 2 V. Dein add. $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$ P m. rec., F postea insert., V m. 2. 17. HZ] ZH P. 18. $\mu\eta$] postea insert. F. 19. $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$] (alt.) $P\Gamma V$; $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ Bp (F m. 2). 22. HE V m. 1, corr. m. 2. 23. $H\Gamma$ $\tau\epsilon\tau\rho\alpha\gamma\omega\acute{\nu}\omega$ V. $\kappa\omicron\iota\nu\acute{o}\nu$] om. P, post $\pi\rho\omicron\sigma\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$ add. m. rec. 25. HE , HZ] alt. H e corr. m. 2 V; ZH , HE P (ZH corr. ex ZE m. rec.). $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PB.

ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ZΓ$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ μετὰ
 τοῦ ἀπὸ τῆς $ΖΕ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ZΓ$. ἴση δὲ
 ἡ $ZΓ$ τῇ ZB · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ μετὰ τοῦ
 ἀπὸ τῆς EZ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ZB . διὰ τὰ
 5 αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΔΕ$, $ΕΒ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
 $ΖΕ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ZB . ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ
 ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $ΖΕ$ ἴσον τῷ
 ἀπὸ τῆς ZB · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ
 τῆς $ΖΕ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΔΕ$, $ΕΒ$ μετὰ τοῦ
 10 ἀπὸ τῆς $ΖΕ$. κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ τῆς $ΖΕ$ ·
 λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$ περιεχόμενον ὀρ-
 θογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΔΕ$, $ΕΒ$ περιεχο-
 μένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖαι δύο τέμνωσιν ἀλλήλας,
 15 τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθο-
 γώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἐτέρας τμημάτων
 περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ
 20 ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο
 εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνη τὸν κύκλον,
 ἡ δὲ ἐφάπτεται, ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνού-
 σης καὶ τῆς ἐκτός ἀπολαμβανομένης μεταξὺ
 τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας
 25 ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Κύκλου γὰρ τοῦ $ΑΒΓ$ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτός
 τὸ $Δ$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Δ$ πρὸς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον προσ-

6. ἐδείχθη δέ] ὥστε P; mg. m. rec.: γρ. ἐδείχθη δέ.
 ἐδείχθη — 8. ZB] om. p. 11. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] mg.
 m. 2 V. 12. τῷ] τό φ. 15. ὑπὸ τῆς μιᾶς τῶν P. 16.

$$Z\Gamma^2 = \Gamma H^2 + HZ^2 \text{ [I, 47].}$$

itaque $AE \times E\Gamma + ZE^2 = Z\Gamma^2$. sed $Z\Gamma = ZB$.
itaque $AE \times E\Gamma + ZE^2 = ZB^2$. eadem de causa¹⁾
erit $AE \times EB + ZE^2 = ZB^2$. sed demonstratum est
etiam $AE \times E\Gamma + ZE^2 = ZB^2$. itaque

$$AE \times E\Gamma + ZE^2 = AE \times EB + ZE^2.$$

subtrahatur, quod commune est, ZE^2 . itaque

$$AE \times E\Gamma = AE \times EB.$$

Ergo si in circulo duae rectae inter se secant,
rectangulum comprehensum partibus alterius aequale
est rectangulo comprehenso partibus alterius; quod
erat demonstrandum.

XXXVI.

Si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad
circulum adcidunt duae rectae, et altera harum circu-
lum secat, altera contingit, rectangulum comprehensum
tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punc-
tum et partem ambitus conuexam abscisa aequale erit
quadrato contingentis.

Nam extra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum Δ ,
et a Δ ad circulum $AB\Gamma$ adcidant duae rectae $\Delta\Gamma A$,

1) $B\Theta = \Theta\Delta$ (prop. III). $BE \times E\Delta + E\Theta^2 = B\Theta^2$ (II, 5).

$$BE \times E\Delta + E\Theta^2 + Z\Theta^2 = B\Theta^2 + Z\Theta^2 = BZ^2$$

$$= BE \times E\Delta + ZE^2 \text{ (I, 47).}$$

τμημάτων] τῶν τμημάτων p. 17. ὅπερ εἶδει δεῖξαι] ὅπερ φ.

18. λη' F; corr. m. 2. 20. προσπίπτωσιν P. 22. ἔσται]

om. FV. τῆς ὅλης τῆς p, F m. 2. 24. περιφερείας] PBFp;

add. περιεχόμενον ὀρθογώνιον V, F mg. m. 1. 25. ἴσον

ἔστί FV.

πιπτεύωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ $\Delta\Gamma[A]$, ΔB · καὶ ἡ μὲν $\Delta\Gamma A$ τεμνέτω τὸν $AB\Gamma$ κύκλον, ἡ δὲ $B\Delta$ ἐφαπτεύσθω· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔB τετραγώνῳ.

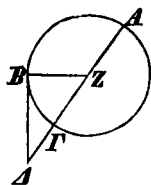
- 5 Ἡ ἄρα $[\Delta]\Gamma A$ ἦτοι διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ οὐ· ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω τὸ Z κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ZB · ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ZB\Delta$. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ $A\Gamma$ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Z , πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ $\Gamma\Delta$, τὸ
- 10 ἄρα ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $Z\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$. ἴση δὲ ἡ $Z\Gamma$ τῇ ZB · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ZB ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ZB , $B\Delta$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ μετὰ
- 15 τοῦ ἀπὸ τῆς ZB ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ZB , $B\Delta$. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ZB · λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔB ἐφαπτομένης.

- ἀλλὰ δὴ ἡ $\Delta\Gamma A$ μὴ ἔστω διὰ τοῦ κέντρου τοῦ
- 20 $AB\Gamma$ κύκλου, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ E , καὶ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν $A\Gamma$ κάθετος ἦχθω ἡ EZ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ EB , $E\Gamma$, $E\Delta$ · ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $EB\Delta$. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ EZ εὐθεϊάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν $A\Gamma$ πρὸς ὀρ-
- 25 θὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἡ AZ ἄρα τῇ $Z\Gamma$ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ $A\Gamma$ τέτμηται δίχα

1. $\Delta\Gamma A]$ $\Delta\Gamma F$, P (postea insert. A). 2. $\Delta B B$. 3. $A\Delta]$ in ras. p; Δ in ras. m. 2 V, insert. m. 2 B, m. rec. P. $\Delta\Gamma]$ ΓF ; corr. m. 2; $\Gamma\Delta$ in ras. p. 5. ἄρα] om. BFVp. $\Delta\Gamma A]$ ΓA P, $\Delta A\Gamma F$, sed corr. 8. $A\Gamma]$ Γe corr. m. 2 V. 10. $A\Delta]$ Δ in ras. m. 2 V. $\Delta\Gamma]$ supra m. 2 F; ΓP , corr. m. rec. τοῦ ἀπὸ τῆς] τὸ ὑπὸ F; corr. m. 2. 11. $Z\Delta]$ $ZA F$?

$\triangle B$, et $\triangle \Gamma A$ circulum $AB\Gamma$ secet, $B\Delta$ autem contingat. dico, esse $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$.

recta $\Delta\Gamma A$ igitur aut per centrum ducta est aut non per centrum. sit prius per centrum ducta, et centrum circuli $AB\Gamma$ sit Z , et ducatur ZB . itaque $\angle ZB\Delta$ rectus est [prop. XVIII]. et quoniam recta $A\Gamma$ in Z in duas partes aequales diuisa est, et ei adiecta est $\Gamma\Delta$, erit



$A\Delta \times \Delta\Gamma + Z\Gamma^2 = Z\Delta^2$ [II, 6]. sed $Z\Gamma = ZB$. quare

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + ZB^2 = Z\Delta^2.$$

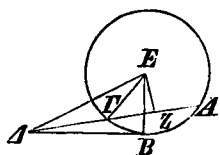
est autem $Z\Delta^2 = ZB^2 + B\Delta^2$ [I, 47].

itaque $A\Delta \times \Delta\Gamma + ZB^2 = ZB^2 + B\Delta^2$.

subtrahatur, quod commune est, ZB^2 .

itaque $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$.

iam ne sit $\Delta\Gamma A$ per centrum ducta circuli $AB\Gamma$, et sumatur centrum E , et ab E ad $A\Gamma$ perpendicularis ducatur EZ , et ducantur EB , $E\Gamma$, $E\Delta$. itaque $\angle EB\Delta$ rectus est [prop. XVIII]. et quoniam recta per centrum ducta EZ rectam non per centrum ductam $A\Gamma$ ad rectos angulos secat,



eadem eam in duas partes aequales secat [prop. III]. quare $AZ = Z\Gamma$.

et quoniam recta $A\Gamma$ in duas partes aequales secta est in Z puncto et ei adiecta est $\Gamma\Delta$, erit

12. $\Delta\Gamma$] in ras. m. 2 V. ZB] $Z\Gamma$ P, corr. m. rec. 13. $\tau\omega$ $\delta\epsilon$] P; $\iota\sigma\alpha\nu \delta\epsilon \tau\acute{o}$ Theon (BFVp). $\iota\sigma\alpha \epsilon\sigma\tau\iota \tau\acute{\alpha}$] P; $\tau\omega\iota\varsigma$ Theon (BFVp). 14. ZB , $B\Delta$] ΔB , ZB P. Post $B\Delta$ Theon add. $\delta\epsilon\theta\eta \gamma\alpha\rho \eta \upsilon\pi\acute{o} ZB\Delta$ (BVp et F, ubi Δ postea insertum est). 20. $\tau\acute{o}$] (pr.) m. 2 F. 22. EB] corr. ex EZ F. 23. $\delta\iota\acute{\alpha}$] $\eta \delta\iota\acute{\alpha}$ BV. 25. $\tau\acute{\epsilon}\mu\mu\epsilon\iota$] (alt.) $\tau\epsilon\mu\epsilon\iota$ Bp. 26. $Z\Gamma$] in ras. m. 2 V; ΓZ F.

κατὰ τὸ Z σημεῖον, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ $\Gamma\Delta$, τὸ
 ἄρα ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $Z\Gamma$ ἴσον
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ
 τῆς ZE . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ μετὰ τῶν ἀπὸ
 5 τῶν ΓZ , ZE ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν $Z\Delta$, ZE . τοῖς
 δὲ ἀπὸ τῶν ΓZ , ZE ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$. ὁρθὴ
 γὰρ [ἐστίν] ἡ ὑπὸ $EZ\Gamma$ [γωνία]. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΔZ ,
 ZE ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς $E\Delta$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $A\Delta$,
 $\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $E\Delta$.
 10 ἴση δὲ ἡ $E\Gamma$ τῇ EB . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ με-
 τὰ τοῦ ἀπὸ τῆς EB ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $E\Delta$. τῷ
 δὲ ἀπὸ τῆς $E\Delta$ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν EB , $B\Delta$. ὁρθὴ
 γὰρ ἡ ὑπὸ $EB\Delta$ γωνία. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$
 μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς EB ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν EB ,
 15 $B\Delta$. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς EB . λοιπὸν ἄρα
 τὸ ὑπὸ τῶν $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔB .

Ἐὰν ἄρα κύκλον ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ'
 αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ
 ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτεται,
 20 ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνουσῆς καὶ τῆς ἐκτός ἀπο-
 λαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς
 περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λξ'.

25 Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ
 δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι
 δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύ-

1. σημεῖον] om. Bp. 2. $Z\Gamma$] ΓZ P. 4. τό] corr. in
 τὰ m. 1 B, τὰ p. $A\Delta$] in ras. m. 2 V. 5. τῶν] (prius) τῆς
 F. ἴσον] P; ἴσα BFVp. ἐστίν F. ἀπὸ τῶν] insert. m. 1

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + Z\Gamma^2 + Z\Delta^2 \text{ [II, 6].}$$

commune adiiciatur ZE^2 . quare

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + \Gamma Z^2 + ZE^2 = Z\Delta^2 + ZE^2.$$

sed $E\Gamma^2 = \Gamma Z^2 + ZE^2$ [I, 47]; nam $\angle EZ\Gamma$ rectus est. et $E\Delta^2 = \Delta Z^2 + ZE^2$ [id.]. itaque

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + E\Gamma^2 = E\Delta^2.$$

sed $E\Gamma = EB$. quare $A\Delta \times \Delta\Gamma + EB^2 = E\Delta^2$.

sed $EB^2 + B\Delta^2 = E\Delta^2$ [I, 47]; nam $\angle EB\Delta$ rectus est. itaque $A\Delta \times \Delta\Gamma + EB^2 = EB^2 + B\Delta^2$. subtrahatur, quod commune est, EB^2 . itaque

$$A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2.$$

Ergo si extra circum punctum sumitur, et ab eo ad circum adcidunt duae rectae, et altera harum circum secatur, altera contingit, rectangulum comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa aequale erit quadrato contingentis; quod erat demonstrandum.

XXXVII.

Si extra circum punctum sumitur, et ab eo ad circum adcidunt duae rectae, et altera harum circum secatur, altera adcidit tantum, et rectangulum

F. $Z\Delta$] ΔZ P. τοῖς δὲ] ἀλλὰ τοῖς P. 6. ΓZ] P; ΔZ F; $Z\Delta$ BVp. $E\Gamma$] P; ΓE p m. 1; $E\Delta$ BFV, p e corr. 7. ὁρθὴ γὰρ — 8. τῆς $E\Delta$] mg. p. 7. ἐστίν] P, om. BFVp. $EZ\Gamma$] supra Γ scr. Δ m. 2 V. γωνία] P; om. BFVp. ΔZ] P; ΓZ BFVp. 8. ἐστὶ] om. V. $E\Delta$] P; ΓE BFVp. 9. τῶ] F, τό φ. 10. $E\Gamma$] ΓE F. 11. ἐστίν P, ut lin. 12. $E\Delta$] E corr. in A m. rec. F. 12. τῶν] ins. m. rec. F. 13. γωνία] m. 2 V. 17. καὶ ἀπ' αὐτοῦ — 22. τετραγώνω] καὶ τὰ ἐξῆς PBFV. 20. τῆς ὁλῆς τῆς p. 24. λθ' F. 27. τέμνει F, corr. m. 1.

κλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ἡ δὲ τὸ ὑπὸ [τῆς] ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβάνομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσ-
5 πίπτουσα ἐφάπεται τοῦ κύκλου.

κύκλου γὰρ τοῦ $ΑΒΓ$ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ $Δ$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Δ$ πρὸς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον προσπιπτέωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ $ΔΓΑ$, $ΔΒ$, καὶ ἡ μὲν $ΔΓΑ$ τεμνέτω τὸν κύκλον, ἡ δὲ $ΔΒ$ προσπιπτέτω, ἔστω
10 δὲ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΓ$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $ΔΒ$. λέγω, ὅτι ἡ $ΔΒ$ ἐφάπτεται τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου.

Ἦχθω γὰρ τοῦ $ΑΒΓ$ ἐφαπτομένη ἡ $ΔΕ$, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ $Ζ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΖΕ$, $ΖΒ$, $ΖΔ$. ἡ ἄρα ὑπὸ $ΖΕΔ$
15 ὀρθή ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἡ $ΔΕ$ ἐφάπτεται τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου, τέμνει δὲ ἡ $ΔΓΑ$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΔΕ$. ἣν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ$, $ΔΓ$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $ΔΒ$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $ΔΕ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΔΒ$. ἴση ἄρα ἡ $ΔΕ$ τῇ $ΔΒ$.
20 ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $ΖΕ$ τῇ $ΖΒ$ ἴση· δύο δὲ αἱ $ΔΕ$, $ΕΖ$ δύο ταῖς $ΔΒ$, $ΒΖ$ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσεις αὐτῶν κοινὴ ἡ $ΖΔ$. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔΕΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΒΖ$ ἐστίν ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $ΔΕΖ$. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΒΖ$. καὶ ἐστίν ἡ $ΖΒ$ ἐκβαλλομένη διάμετρος· ἡ δὲ
25 τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγο-

1. τῆς] deleo; m. 2 V. ὅλ- in ras. m. 2 V. 2. τῆς] (prius) PF, V in ras., B m. rec.; om. p. 6. κύκλου] supra m. 1 F. 10. $ΑΔ$] $Α$ F m. 1, V m. 1; $Δ$ supra scr. FV m. 2. $ΔΓ$] Γ P; corr. m. rec. 13. κέντρον] P, F m. 1, post ras. V; Ζ κέντρον Bp, F m. 2 (euan.). κύκλου] m. 2 V. καὶ ἔστω τὸ Ζ] PFV; om. Bp. 14. ὑπό] ἡ ὑπό V, del. ἡ m. 1. 15. ἐστι V. 17. ἣν δὲ καὶ] P; ὑπόκειται δέ Theon (BFVp).

μένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ ΔB ἄρα ἐφάπτεται τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, καὶ τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς $A\Gamma$ τυγχάνη.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ
 5 τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐ-
 θεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσ-
 πίπτῃ, ἣ δὲ τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς
 ἐκτός ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ
 τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτού-
 10 σης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάπεται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει
 δεῖξαι.

1. τοῦ] τοῦ $AB\Gamma$ Vp, F m. 2. τοῦ κύκλου· ἡ ΔB ἄρα
 ἐφάπτεται] mg. m. 1 B; item P, addito καὶ ante τοῦ. ἡ ΔB
 — 2. κύκλου] om. p; mg. m. 2 V. 2. δὴ] δέ V, corr. m. 2.
 3. $A\Gamma$] Γ in ras. m. 1 B. τυγχάνει P, corr. m. 1. 4. ἀπὸ
 δὲ — 10. κύκλου] καὶ τὰ ἐξῆς PBFVp. 11. Εὐκλείδου στοι-
 χείων γ PB, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως γ F.

termino perpendicularis ducta est, circulum contingit [prop. XVI πρόφ.]. itaque $\triangle B$ circulum $AB\Gamma$ contingit. similiter demonstrabitur, etiam si centrum in $A\Gamma$ cadit.

Ergo si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad circulum addidunt duae rectae, et altera harum circulum secat, altera addidit tantum, et rectangulum comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa aequale est quadrato addidentis, recta addicens circulum continget; quod erat demonstrandum.

δ'.

Ὅροι.

α'. Σχήμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἐκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἐκάστης πλευρᾶς τοῦ, 5 εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἄπτηται.

β'. Σχήμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἐκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἐκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἄπτηται.

10 γ'. Σχήμα εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἐκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἄπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

δ'. Σχήμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἐκάστη πλευρὰ τοῦ 15 περιγραφομένου ἐφάπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ε'. Κύκλος δὲ εἰς σχῆμα ὁμοίως ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἐκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἄπτηται.

20 ς'. Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἐκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἄπτηται.

1. ὅροι] om. BFP.
post ras. 1 litt. V.

Numeros om. PBF.
8. περιγράφεται] inter ι et γ 2 litt.

4. γωνιῶν]

IV.

Definitiones.

1. Figura rectilinea in figuram rectilineam inscribi dicitur, cum singuli anguli figurae inscriptae singula latera eius, in quam inscribitur, tangunt.

2. Similiter figura circum figuram circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptae singulos angulos eius, circum quam circumscribitur, tangunt.

3. Figura rectilinea in circulum inscribi dicitur cum singuli anguli inscriptae ambitum circuli tangu.

4. Figura autem rectilinea circum circulum circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptae ambitum circuli contingunt.

5. Similiter autem circulus in figuram inscribi dicitur, cum ambitus circuli singula latera eius, in quam inscribitur, tangit.

6. Circulus autem circum figuram circumscribi dicitur, cum ambitus circuli singulos angulos eius, circum quam circumscribitur, tangit.

Def. 1. Boetius p. 379, 19.

2. Boetius p. 379, 22.

eras. F. 11. ἐπιγραφόμενον P. 15. ἐφάπτεται] Bp; ἐφάπτεται P; ἄπτεται FV. 17. δέ] δὲ ὁμοίως p. ὁμοίως] PB; om. p; εὐθύγραμμον, supra scr. ὁμοίως m. 2, FV. 20. σχῆμα εὐθύγραμμον FV.

ξ'. Εὐθεία εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ἢ τοῦ κύκλου.

α'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὕσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Ἐστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεία μὴ μείζων τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἡ $Δ$. δεῖ δὴ εἰς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον τῇ $Δ$ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν 10 ἐναρμόσαι.

Ἦχθω τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου διάμετρος ἡ $ΒΓ$. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $ΒΓ$ τῇ $Δ$, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· ἐνήρμοσται γὰρ εἰς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον τῇ $Δ$ εὐθείᾳ ἴση ἡ $ΒΓ$. εἰ δὲ μείζων ἐστὶν ἡ $ΒΓ$ τῆς $Δ$, 15 κείσθω τῇ $Δ$ ἴση ἡ $ΓΕ$, καὶ κέντρῳ τῷ $Γ$ διαστήματι δὲ τῷ $ΓΕ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $ΕΑΖ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΓΑ$.

Ἐπεὶ οὖν το $Γ$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΕΑΖ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΓΑ$ τῇ $ΓΕ$. ἀλλὰ τῇ $Δ$ ἡ $ΓΕ$ 20 ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ $Δ$ ἄρα τῇ $ΓΑ$ ἐστὶν ἴση.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τὸν $ΑΒΓ$ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ $Δ$ ἴση ἐνήρμοσται ἡ $ΓΑ$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

I. Boetius p. 388, 23. II. Boetius p. 388, 26.

1. εἰς] e corr. m. 2 P. ἐναρμόζεσθαι] ἐν- m. 2 V.
2. ἐπὶ τῆς περιφερείας ἢ τοῦ κύκλου] PBr, V mg. m. rec.;
συμβάλλῃ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ F, V m. 1. 8. μή] ἡ Δ

"Εστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, τὸ δὲ δοθὲν τριγώνον τὸ $ΔΕΖ$. δεῖ δὴ εἰς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον τῷ $ΔΕΖ$ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

"Ηχθω τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ $ΗΘ$ κατὰ
5 τὸ $Α$, καὶ συνεστιάτω πρὸς τῇ $ΑΘ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $Α$ τῇ ὑπὸ $ΔΕΖ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΘΑΓ$, πρὸς δὲ τῇ $ΑΗ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $Α$ τῇ ὑπὸ $ΔΖΕ$ [γωνίᾳ] ἴση ἡ ὑπὸ $ΗΑΒ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΒΓ$.

10 Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ $ΑΒΓ$ ἐφάπτεται τις εὐθεῖα ἡ $ΑΘ$, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ $Α$ ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον διηκται εὐθεῖα ἡ $ΑΓ$, ἡ ἄρα ὑπὸ $ΘΑΓ$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΑΒΓ$. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $ΘΑΓ$ τῇ ὑπὸ $ΔΕΖ$ ἐστὶν ἴση.
15 καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΕΖ$ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ τῇ ὑπὸ $ΔΖΕ$ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $ΕΔΖ$ ἐστὶν ἴση [ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον τῷ $ΔΕΖ$ τριγώνῳ, καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον].
20 Εἰς τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγέγραπται ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

γ'.

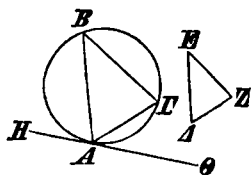
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

III. Boetius p. 388, 28.

1. δέ] m. rec. F. 3. $ΔΕΖ$] Z postea insert. m. 1 F.
4. $ΗΘ$] P (H in ras.), F, V m. 1; $ΗΑΘ$ Bp, V m. 2. 5.
πρὸς] πρὸς μὲν Bp. $ΑΘ$] $ΗΘ$ F. 6. $ΔΕΖ$] $Δ$ in ras. P.
ὑπό] m. 2 F. 7. πρὸς δέ] πάλιν πρὸς P. $ΑΗ$] $ΗΑ$ P.
8. γωνία] om. P. 10. ἄπτεται BV. 11. $ΑΘ$] P; $ΗΑΘ$ F
et V (H in ras.); $ΘΑ$ Bp. καὶ ἀπό] ἀπὸ δέ Bp. κατὰ

Sit datus circulus $AB\Gamma$, datus autem triangulus $\triangle EZ$. oportet igitur in $AB\Gamma$ circulum triangulo $\triangle EZ$ aequiangulum triangulum inscribere.

ducatur circulum $AB\Gamma$ in A contingens $H\Theta$ [III, 17], et ad $A\Theta$ rectam et punctum eius A angulo $\triangle EZ$ aequalis construat $\angle \Theta A\Gamma$, et ad AH rectam et punctum eius A angulo $\triangle ZE$ aequalis $\angle HAB$ [I, 23], et ducatur $B\Gamma$.



iam quoniam circulum $AB\Gamma$ contingit recta $A\Theta$, et ab A puncto contactus in circulum producta est recta $A\Gamma$, erit $\angle \Theta A\Gamma = \angle AB\Gamma$, qui in alterno segmento positus est [III, 32]. sed $\angle \Theta A\Gamma = \angle EZ$. quare etiam $\angle AB\Gamma = \angle EZ$. eadem de causa etiam

$$\angle A\Gamma B = \angle ZE.$$

itaque etiam $\angle B A \Gamma = \angle E Z$ [I, 32]. itaque triangulus $AB\Gamma$ aequiangulus est triangulo $\triangle EZ$, et in circulum $AB\Gamma$ inscriptus est.

Ergo in datum circulum dato triangulo aequiangulus triangulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

III.

Circum datum circulum dato triangulo aequiangulum triangulum circumscribere.

τὸ A ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον] ἀφῆς Bp. 12. εὐθεῖα] τις Bp.
 Post $\Theta A\Gamma$ in B ins. γωνία m. rec. 14. ἀλλὰ P. 15.
 ἄρα γωνία] in ras. m. 2 V; γωνία ἄρα F. $\triangle EZ$] litt. $\triangle E$
 in ras. m. 2 V. 16. διὰ τὰ αὐτά — 17. ἴση] mg. m. 1 F.
 16. $A\Gamma B$] ΓB e corr. m. 1 p. $\triangle ZE$] E in ras. m. 2 V. 17.
 λοιπῇ] m. 2 V. $E\angle Z$] E ins. m. 1 p; $\triangle EZ$ F. 18. ἴση
 ἔστιν Bfp. ἰσογώνιον — 19. κύκλον] om. P. 21. ἰσόγων
 von F; corr. m. 1. ποιῆσαι] δεῖξαι BV; ἐν ἄλλῃ· δεῖξαι m.
 1 mg. F.

Ἐστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ $ΔΕΖ$. δεῖ δὴ περὶ τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον τῷ $ΔΕΖ$ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

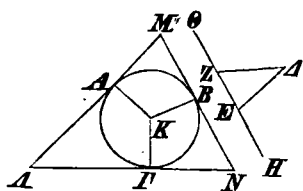
Ἐκβεβλήσθω ἡ $ΕΖ$ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη κατὰ
 5 τὰ $Η, Θ$ σημεία, καὶ εἰλήφθω τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου κέντρον
 τὸ $Κ$, καὶ διήχθω, ὥς ἐτυχεν, εὐθεῖα ἡ $ΚΒ$, καὶ συνε-
 στάτω πρὸς τῇ $ΚΒ$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ
 τῷ $Κ$ τῇ μὲν ὑπὸ $ΔΕΗ$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $ΒΚΑ$, τῇ
 δὲ ὑπὸ $ΔΖΘ$ ἴση ἡ ὑπὸ $ΒΚΓ$, καὶ διὰ τῶν $Α, Β, Γ$
 10 σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου αἱ
 $ΑΑΜ, ΜΒΝ, ΝΓΑ$.

Καὶ ἐπεὶ ἐφάπτονται τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου αἱ $ΑΜ,$
 $ΜΝ, ΝΑ$ κατὰ τὰ $Α, Β, Γ$ σημεία, ἀπὸ δὲ τοῦ $Κ$
 κέντρον ἐπὶ τὰ $Α, Β, Γ$ σημεία ἐπεζευγμένα εἰσὶν
 15 αἱ $ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ$, ὁρθαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς $Α, Β,$
 $Γ$ σημείοις γωνίαι. καὶ ἐπεὶ τοῦ $ΑΜΒΚ$ τετραπλεύ-
 ρου αἱ τέσσαρες γωνίαι τέτρασιν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσὶν,
 ἐπειδὴπερ καὶ εἰς δύο τρίγωνα διαιρεῖται τὸ $ΑΜΒΚ$,
 καὶ εἰσὶν ὁρθαὶ αἱ ὑπὸ $ΚΑΜ, ΚΒΜ$ γωνίαι, λοιπαὶ
 20 ἄρα αἱ ὑπὸ $ΑΚΒ, ΑΜΒ$ δυὸν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.
 εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $ΔΕΗ, ΔΕΖ$ δυὸν ὁρθαῖς ἴσαι.
 αἱ ἄρα ὑπὸ $ΑΚΒ, ΑΜΒ$ ταῖς ὑπὸ $ΔΕΗ, ΔΕΖ$
 ἴσαι εἰσὶν, ὧν ἡ ὑπὸ $ΑΚΒ$ τῇ ὑπὸ $ΔΕΗ$ ἐστὶν ἴση.
 λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΜΒ$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $ΔΕΖ$ ἐστὶν
 25 ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΝΒ$

1. δέ] om. p, supra F. 4. κατὰ] PBFp; ἐπὶ V. 5. $Η, Θ$] in ras. P; $Η$ in ras. m. 2 V. 6. $ΚΒ$] $ΒΚ$ F. 8. $ΒΚΑ$] litt. $ΚΑ$ in ras. m. 2 V. 9. ἴση] m. 2 V. 13. $ΜΝ$] $Ν$ add. m. 2 post ras. V. $ΝΑ$] $Α$ add. m. 2 post ras. V. σημεία] supra F; om. Bp. ἀπὸ δὲ τοῦ — 14. σημεία] καὶ P. 14. ἐπεζευγμένα] P; ἐπιζευγνόμεναι BFVp. 19. καὶ εἰσὶν ὁρθαί] P; τετράπλευρον, ὧν Theon (BFV; corr. ex τετράγωνον ὧν m. 1 p). αἱ] supra m. 1 P. $ΜΑΚ$ P.

Sit datus circulus $AB\Gamma$, datus autem triangulus $\triangle EZ$; oportet igitur circum $AB\Gamma$ circumcircum triangulo $\triangle EZ$ aequiangulum triangulum circumscribere.

educatur EZ in utramque partem ad puncta H , Θ , et sumatur K centrum circuli $AB\Gamma$, et producatut utcumque recta KB , et ad rectam KB et punctum eius K angulo $\triangle EKH$ aequalis construatur $\angle BKA$,



angulo autem $\angle Z\Theta$ aequalis $\angle BKG$ [I, 23]. et per puncta A , B , Γ ducantur circuli $AB\Gamma$ contingentes AM , MBN , $N\Gamma A$ [III, 17]. et quoniam AM , MN , NA

circulum $AB\Gamma$ contingunt in punctis A , B , Γ et a centro K ad puncta A , B , Γ ductae sunt KA , KB , $K\Gamma$, anguli ad A , B , Γ puncta positi recti sunt [III, 18]. et quoniam quadrilateri $AMBK$ quattuor anguli quattuor rectis aequales sunt, quoniam $AMBK$ in duos triangulos diuiditur [cfr. I, 32], et anguli KAM , KBM recti sunt, reliqui $\angle AKB + \angle AMB$ duobus rectis aequales sunt. uerum etiam $\angle EKH + \angle EZ$ duobus rectis aequales sunt [I, 13]. itaque

$$\angle AKB + \angle AMB = \angle EKH + \angle EZ,$$

quorum $\angle AKB = \angle EKH$. quare $\angle AMB = \angle EZ$. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle ANB = \angle ZE$.

γωνίαι] P; γωνίαι δύο ὁρθαί εἰσιν B et p (εἰσι); γωνίαι δύο ὁρθαῖς ἴσαι εἰσιν F et V (δυσὶν et εἰσι). λοιπαί — 20. εἰσὶν] bis F. 20. εἰσιν ἴσαι p. 21. εἰσὶ] εἰσὶν P. εἰσὶ δέ — ἴσαι] mg. m. 2 V. 23. ἴσαι εἰσὶν, ὧν ἡ ὑπό] in ras. m. 1 B. 25. δὴ] δέ F (corr. m. 1), V (corr. m. 2). $\angle ANB$] Bp; $\angle N\Gamma B$] P; $\angle ANM$] V (N corr. ex H); $\angle ANB$] F seq. spatio 2 litt.; A corr. m. 2 ex A.

τῇ ὑπὸ ΔZE ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ MAN [λοιπῇ] τῇ ὑπὸ $E\Delta Z$ ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ AMN τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ· καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν $AB\Gamma$ κύκλον.

- 5 Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ'.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

- 10 Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ · δεῖ δὴ εἰς τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

- Τετμήσθωσαν αἱ ὑπὸ $AB\Gamma$, $ΑΓΒ$ γωνίαι διῆχα ταῖς $B\Delta$, $\Gamma\Delta$ εὐθείαις, καὶ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἥχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰς
15 AB , $B\Gamma$, $\GammaΑ$ εὐθείας κάθετοι αἱ ΔE , ΔZ , ΔH .

- Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AB\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Gamma B\Delta$, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $BE\Delta$ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ $BZ\Delta$ ἴση, δύο δὴ τρίγωνα ἐστὶ τὰ $EB\Delta$, $ZB\Delta$ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν
20 πλευρὰν μὲν πλευρὰ ἴσην τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν κοινὴν αὐτῶν τὴν $B\Delta$ · καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξουσιν· ἴση ἄρα ἡ ΔE τῇ ΔZ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔH τῇ ΔZ ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΔE ,

IV. Pappus VII p. 646, 7. Boetius p. 389, 1?

1. ΔZE] ΔEZ F. 2. λοιπῇ] om. P; γωνία λοιπῇ FV.
 $E\Delta Z$] ΔEZ F. ἐστὶν P. 12. $ΑΓΒ$] PF, V m. 2; $B\Gamma A$ Bp, V m. 1. 13. συμβαλλέτωσαν] alt. 1 supra m. 1 P.
15. ΓA] A in ras. p, corr. ex ΔB . 16. $AB\Delta$] B in ras. P.
17. $\Gamma B\Delta$] ΓAB , corr. m. 2 in ΔBZ P. τέτμηται γὰρ διῆχα mg. p. ἐστὶν B. 18. ἐστὶ] ἐστὶν P; εἰσι V. $ZB\Delta$] PF, V m. 2 in ras.; ΔBZ Bp. 19. ταῖς] mg. m. 2 F; om. Bp.

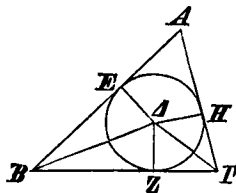
quare etiam $\angle MAN = \angle EZ$. itaque triangulus AMN triangulo $\triangle EZ$ aequiangularus est; et circum $AB\Gamma$ circulum circumscriptus est.

Ergo circum datum circulum dato triangulo aequiangularus triangulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

IV.

In datum triangulum circulum inscribere.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$. oportet igitur in triangulum $AB\Gamma$ circulum inscribere.



secentur enim anguli $AB\Gamma$, $\angle \Gamma B$ in duas partes aequales rectis $B\Delta$, $\Gamma\Delta$ [I, 9], quae concurrant in Δ puncto [I *alt.* 5], et a Δ ad rectas AB , $B\Gamma$, ΓA perpendiculares ducantur ΔE , ΔZ , ΔH . et quoniam

$$\angle AB\Delta = \angle \Gamma B\Delta,$$

et $\angle BE\Delta = \angle BZ\Delta$, quia recti sunt, duo trianguli $EB\Delta$, $ZB\Delta$ duos angulos duobus angulis aequales habent, et unum latus uni lateri aequale, quod sub altero aequalium angulorum subtendit commune utriusque $B\Delta$. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt [I, 26]. itaque $\Delta E = \Delta Z$. eadem de causa etiam $\Delta H = \Delta Z$.¹⁾ ergo tres rectae ΔE , ΔZ , ΔH inter se aequales sunt. itaque qui centro

1) Nam $\angle \Delta \Gamma H = \angle \Delta \Gamma Z$, $\angle H\Gamma\Delta = \angle Z\Gamma\Delta$, $\Delta \Gamma = \Delta \Gamma$; tum u. I, 26.

ἔχοντες V, corr. m. 2. 20. τήν] om. Bp. 24. τῇ] seq. ras. 1 litt. B. Post ἴση add. Theon: ὥστε καὶ ἡ ΔE τῇ ΔH ἴσιν ἴση (Bfp et om. ἴσιν V); om. P, Campanus. αὐτῶς — 280, 1: ἀλλήλαις εἶσιν] om. p; mg. m. rec. B. εὐθεῖαι] om. V.

ΔZ , ΔH ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρον τῷ Δ
καὶ διαστήματι ἐνὶ τῶν E , Z , H κύκλος γραφόμενος
ἦξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἐφάπεται τῷ
 AB , $B\Gamma$, ΓA εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς
5 τοῖς E , Z , H σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ τεμεῖ αὐτάς,
ἔσται ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ'
ἄκρας ἀγομένη ἐντὸς πίπτουσα τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτο-
πον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ὁ κέντρον τῷ Δ διαστήματι δὲ
ἐνὶ τῶν E , Z , H γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς AB ,
10 $B\Gamma$, ΓA [εὐθείας· ἐφάπεται ἄρα αὐτῶν, καὶ ἔσται ὁ
κύκλος ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον. ἐγγε-
γράψθω ὡς ὁ ZHE .

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ κύκλος ἐγγε-
γραπταὶ ὁ EZH · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

15

ε'.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περι-
γράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ · δεῖ δὲ περὶ
τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ κύκλον περιγράψαι.

20 Τετμήσθωσαν αἱ AB , $A\Gamma$ εὐθεῖαι διχα κατὰ τὰ
 Δ , E σημεία, καὶ ἀπὸ τῶν Δ , E σημείων ταῖς AB ,
 $A\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΔZ , EZ · συμπεσοῦνται
δὴ ἦτοι ἐντὸς τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου ἢ ἐπὶ τῆς $B\Gamma$ εὐ-
θείας ἢ ἐκτὸς τῆς $B\Gamma$.

V. Pappus VII p. 646, 7. Simplicius in phys. fol. 14^u.

1. ἴσαι] εὐθεῖαι ἴσαι V. εἰσί V. 2. καί] m. 2 V.
ἐνί] δὲ ἐνί V et m. rec. B. E , Z , H] PBr; ΔH , ΔZ , ΔE
in ras. V et, ut uidetur, F; γρ. καί· καὶ ἐνὶ τῶν ΔH , ΔZ , ΔE
mg. m. rec. B. γραφόμεμενος P. 5. γωνίας] m. 2 V.
τέμνη B. 6. ἀπ'] litt. ἀ- in ras. m. 2 V. 7. ὅπερ ἐστίν Vp.
8. ἐδείχθη] P, B m. rec.; om. Vp; καὶ ἐδείχθη F. ὁ] om. P.

Δ et radio qualibet rectarum ΔE , ΔZ , ΔH ¹⁾ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et rectas AB , $B\Gamma$, ΓA continget, quia recti sunt anguli ad puncta E , Z , H positi. nam si eas secat, recta ad diametrum circuli in termino perpendicularis ducta intra circulum cadet; quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro Δ et radio qualibet rectarum ΔE , ΔZ , ΔH descriptus rectas AB , $B\Gamma$, ΓA non secabit. itaque eas continget, et circulus in triangulum $AB\Gamma$ inscriptus erit. inscribatur ut ZHE .

Ergo in datum triangulum $AB\Gamma$ circulus inscriptus est EZH ; quod oportebat fieri.

V.

Circum datum triangulum circulum circumscribere.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$. oportet igitur circum datum triangulum $AB\Gamma$ circulum circumscribere.

secentur rectae AB , $A\Gamma$ in duas partes aequales in punctis Δ , E [I, 10], et a punctis Δ , E ad AB , $A\Gamma$ perpendiculares ducantur ΔZ , EZ . concurrent igitur aut intra triangulum $AB\Gamma$ aut in recta $B\Gamma$ aut ultra $B\Gamma$.

1) Graecam locutionem satis miram et negligentem saepius (p. 280, 9. 282, 8. 290, 22. 292, 3) praebent boni codd., quam ut corrigere audeam.

9. E , Z , H] PBFVp, ed. Basil.; ΔE , ΔZ , ΔH Gregorius.
 δ κύκλος P. $τεμεί]$ PV, F m. 2; $τέμνει$ Bp, F m. 1. 10.
 ΓA] $\Gamma \Delta$ e corr. m. 2 V. δ] om. Bp. 11. $\acute{\epsilon}\gamma\gamma\epsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\theta\omega$ $\acute{\omega}\varsigma$
 δ ZHE] P; om. Theon (BFVp). 13. $\epsilon\iota\varsigma$] $\sigma\sigma$ post ras. 2 litt.
F; corr. m. 1. $\delta\omicron\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$ P, corr. m. 1. $\gamma\acute{\epsilon}\gamma\gamma\rho\alpha\pi\tau\alpha\iota$ F.
14. δ] om. P. 20. AB] BA P. $\tau\acute{\alpha}]$ $\tau\acute{o}$ F, sed corr. 22.
 $A\Gamma$] A e corr. P; $A\Gamma$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha\iota\varsigma$ F m. rec. EZ] ZE P.
23. $\delta\eta$] P; $\delta\acute{\epsilon}$ BFVp. η] supra m. 1 F.

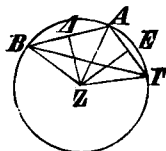
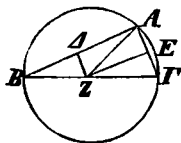
Συμπιπτέωσαν πρότερον ἐντὸς κατὰ τὸ Z, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ZB, ZΓ, ZA. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AΔ τῇ ΔB, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔZ, βάσις ἄρα ἡ AZ βάσει τῇ ZB ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓZ τῇ AZ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ZB τῇ ZΓ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ZA, ZB, ZΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. ὁ ἄρα κέντρον τοῦ Z διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν A, B, Γ κύκλος γραφόμενος ἦξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων, καὶ ἔσται περιγεγραμμένος ὁ κύκλος περὶ τὸ ABΓ τρίγωνον. περιγεγράφθω ὡς ὁ ABΓ.

ἀλλὰ δὴ αἱ ΔZ, EZ συμπιπτέωσαν ἐπὶ τῆς BΓ εὐθείας κατὰ τὸ Z, ὥς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AZ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι τὸ Z σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ περὶ τὸ ABΓ τριγώνου περιγεγραμμένου κύκλου.

Ἀλλὰ δὴ αἱ ΔZ, EZ συμπιπτέωσαν ἐκτὸς τοῦ ABΓ τριγώνου κατὰ τὸ Z πάλιν, ὥς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ AZ, BZ, ΓZ. καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ AΔ τῇ ΔB, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔZ, βάσις ἄρα ἡ AZ βάσει τῇ BZ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓZ τῇ

1. συμπίπτωσαν F. πρότερον ἐντός] οὖν ἐντὸς πρότερον P. 2. ZΓ] litt. Z in ras. m. 2 V, in Γ mutat. m. 2 F. 3. ΔB] BΔ P. ΔZ] AZ? F. 4. ZB] in ras. p. ἐστὶν ἴση] PF; ἴση ἐστὶν BV p. 5. ΓZ] ZΓ Bp. 6. ἐστὶν] om. V. Post ἴση ras. 6 litt. F. 8. A, B, Γ] P; ZA, ZB, ZΓ Theon (BFV p). καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων] om. p; mg. m. rec. B. 9. ὁ] insert. m. 1 V. 10. καὶ περιγεγράφθω V; καὶ etiam in F add. m. 2 (euan.). 12. BΓ] AΓ F; corr. m. 2. 14. AZ] Z in ras. p. 19. AZ] AZ F. BZ, ΓZ] P; BZ, ΓZ F; ZB, ZΓ BV p. 20. καὶ] eras. V. 22. BZ] PF, V m. 1; ZB Bp, V m. 2. ΓZ] ZΓ P.

prius igitur intra concurrant in Z , et ducantur ZB , $Z\Gamma$, ZA . et quoniam $\angle A = \angle B$, communis autem et perpendicularis $\angle Z$, erit $AZ = ZB$ [I, 4].¹ similiter demonstrabimus, esse etiam $\Gamma Z = AZ$; quare etiam $ZB = Z\Gamma$. ergo tres rectae ZA , ZB , $Z\Gamma$ inter se aequales sunt. itaque qui centro Z et radio quolibet rectarum ZA , ZB , $Z\Gamma$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et erit circum triangulum $AB\Gamma$ circumscriptus. circumscribatur ut $AB\Gamma$.



iam uero $\angle Z$, EZ in recta $B\Gamma$ concurrant in Z , sicut factum est in figura altera, et ducatur AZ . similiter demonstrabimus, punctum Z centrum esse circuli circum triangulum $AB\Gamma$ circumscripti.¹)

iam uero $\angle Z$, EZ ultra triangulum $AB\Gamma$ concurrant²) in Z , sicut factum est in figura tertia, et ducantur AZ , BZ , ΓZ . et quoniam rursus $\angle A = \angle B$, et $\angle Z$ communis est et perpendicularis, erit [I, 4] $AZ = BZ$. similiter demonstrabimus, esse etiam $\Gamma Z = AZ$.

1) Hunc casum segregauit Euclides, quia hic sola AZ duenda est.

2) Quamquam offensionis non nihil habet inconstantia, qua modo *ἐντὸς τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου* (p. 282, 17. 284, 15) scribitur modo *ἐντὸς τῆς $B\Gamma$* (p. 280, 24), tamen *τῆς $B\Gamma$* contra codices p. 280, 24 uix cum Gregorio in *τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου* corrigendum est (p. 282, 15 iam ex $\dot{P}$ correctum est), cum optime intellegi possit, modo *ἐντὸς* uertamus: ultra.

AZ . ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ BZ τῇ $ZΓ$ ἐστὶν ἴση· ὁ ἄρα [πάλιν] κέντρον τῷ Z διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν
 • ZA , ZB , $ZΓ$ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοι-
 πῶν σημείων, καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ τὸ $ABΓ$
 5 τρίγωνον.

Περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τρίγωνον κύκλος περιγέγραπται·
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

[Πόρισμα.]

Καὶ φανερόν, ὅτι, ὅτε μὲν ἐντὸς τοῦ τριγώνου
 10 πίπτει τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία ἐν
 μείζονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα ἐλάττων
 ἐστὶν ὀρθῆς· ὅτε δὲ ἐπὶ τῆς $BΓ$ εὐθείας τὸ κέντρον
 πίπτει, ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ τυγχάνουσα
 ὀρθή ἐστίν· ὅτε δὲ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐκτὸς
 15 τοῦ τριγώνου πίπτει, ἡ ὑπὸ $BAΓ$ ἐν ἐλάττονι τμή-
 ματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς.
 [ὥστε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγχάνῃ ἡ διδομένη
 γωνία, ἐντὸς τοῦ τριγώνου πεσοῦνται αἱ AZ , EZ ,
 ὅταν δὲ ὀρθή, ἐπὶ τῆς $BΓ$, ὅταν δὲ μείζων ὀρθῆς,
 20 ἐκτὸς τῆς $BΓ$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.]

ε'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγ-
 γράψαι.

VI. Boetius p. 389, 3.

1. AZ] in ras. m. 2 V. BZ] ZB P. $ZΓ$] $ΓZ$ BFp. Post ἴση in F insert. in ras. αἱ τρεῖς ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν; idem B mg. m. rec. 2. πάλιν] om. P. 5. Post τρίγωνον Theon add. περιγεγράφθω ὡς ὁ $ABΓ$ (BFVp; γεγράφθω F m. 1, p; καὶ γεγράφθω V, F m. 2; ἡ $ABΓ$ F, corr. m. 2). 8. πό-

quare etiam $BZ = Z\Gamma$. itaque qui centro Z et radio qualibet rectarum ZA , ZB , $Z\Gamma$ describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet, et circum triangulum $AB\Gamma$ circumscriptus erit.

Ergo circum datum triangulum circulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

Et adparet, si centrum circuli intra triangulum ceciderit, angulum $B\Lambda\Gamma$ in segmento maiore, quam est semicirculus, positum minorem esse recto, sin centrum in recta $B\Gamma$ ceciderit, angulum $B\Lambda\Gamma$ in semicirculo positum rectum esse, sin centrum circuli ultra triangulum ceciderit, angulum $B\Lambda\Gamma$ in segmento minore, quam est semicirculus, positum maiorem esse recto¹⁾ [III, 31].

VI.

In datum circulum quadratum inscribere.

1) Finem (lin. 17—20) genuinum esse uix putauerim; parum enim necessarius uidetur, et ἡ διδομένη γωνία lin. 17 falsum est, ut obseruauit Simsonus p. 353, cui obsecuti locum corrigere conati sunt Gregorius et Augustus. haec uerba ideo quoque suspecta sunt, quod speciem corollarii efficiunt, cum tamen uerba lin. 9 sqq. non corollarium sint, sed additio ei similis, quam in III, 25 inuenimus; nam neque in optimis codd. titulum *πρόσσμα* habent, neque a Proclo ut corollarium agnoscere uidentur (u. ad IV, 15 *πρόσσμα*).

ρισμα] om. P; mg. m. 2 BF; mg. m. 1 Vp. 9. *ἔτι, ὅτε*] *ὅταν* F. 10. *πίπτει*] *πίπτει* F; *πίπτει* P. *γωνία*] m. 2 V. 12. *εὐθείας* — 13. *γωνία*] P; om. Theon (BFVp). 14. *ἔστιν*] P, F supra m. 1; *ἔσται* BVp. *τὸ κέντρον τοῦ κύκλου*] P; om. Theon (BFVp). 15. *τοῦ τριγώνου*] August; *τριγώνου* P; *τῆς B\Gamma εὐθείας τὸ κέντρον* BVp; *τοῦ B\Gamma τὸ κέντρον*, postea addito *εὐθείας* et *τοῦ* in *τῆς* mutato m. 2 F. *πίπτει* F. Post *B\Lambda\Gamma* in BFp add. *γωνία*; idem V m. 2. 18. *τοῦ*] om. F. *πισσοῦνται*] P; *συμπεσοῦνται* BVp, et F, sed del. *συμ-*. 20. *ποιῆσαι*] PF; *δείξαι* BVp; *γε. δείξαι* mg. m. 1 F.

"Εστω ἡ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$. δεῖ δὴ εἰς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

"Ηχθωσαν τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΒ$,
5 $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΑ$.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΒΕ$ τῇ $ΕΔ$. κέντρον γὰρ τὸ $Ε$. κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΕΑ$, βάσεις ἄρα ἡ $ΑΒ$ βάσει τῇ $ΑΔ$ ἴση ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν $ΒΓ$, $ΓΔ$ ἑκατέρα τῶν $ΑΒ$, $ΑΔ$ ἴση ἐστίν.
10 ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔ$ τετράπλευρον. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ $ΒΔ$ εὐθεῖα διάμετρος ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΒΑΔ$. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΑΔ$ γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$, $ΓΔΑ$ ὀρθή
15 ἐστίν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔ$ τετράπλευρον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγέγραπται τὸ $ΑΒΓΔ$. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

20

ξ'.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον περιγράψαι.

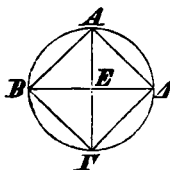
"Εστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$. δεῖ δὴ περὶ τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον τετράγωνον περιγράψαι.

25 "Ηχθωσαν τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$, καὶ διὰ τῶν $Α$, $Β$, $Γ$, $Δ$

3. ἢ ἡχθωσαν p. τοῦ] γὰρ τοῦ Bp; εἰς τόν F. κύκλον F. δύο] om. BVp. 5. $ΔΑ$] corr. ex $ΓΑ$ m. 1 F. 7. ἄρα] om. Bp. 8. ἐστίν] F; comp. p; ἐστὶ PVB. 10. ἐστίν P, comp. p. 12. ἐστὶ] ἐστίν P. 13. γωνία] m. 2 V. 16. ἐστίν] P, comp. p; ἐστὶ BFV. 18. ἄρα] om. V. δο-

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma\Delta$ quadratum inscribere.

ducantur circuli $AB\Gamma\Delta$ duae diametri inter se perpendiculares $A\Gamma$, $B\Delta$, et ducantur AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA .



et quoniam $BE = E\Delta$ (nam E centrum est), et EA communis est et perpendicularis, erit $AB = A\Delta$ [I, 4]. eadem de causa $B\Gamma = AB$ et $\Gamma\Delta = A\Delta$. itaque quadrilaterum $AB\Gamma\Delta$ aequilaterum est. dico, idem rectangulum esse.

nam quoniam recta $B\Delta$ diametrus est circuli $AB\Gamma\Delta$, semicirculus est $B\Delta\Delta$. itaque $\angle B\Delta\Delta$ rectus est [III, 31]. eadem de causa etiam singuli anguli $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ recti sunt. itaque rectangulum est quadrilaterum $AB\Gamma\Delta$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse. itaque quadratum est [I def. 22]. et in circulum $AB\Gamma\Delta$ inscriptum est.

Ergo in datum circulum quadratum inscriptum est $AB\Gamma\Delta$; quod oportebat fieri.

• VII.

Circum datum circulum quadratum circumscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta$ circulum quadratum circumscribere.

ducantur circuli $AB\Gamma\Delta$ duae diametri inter se perpendiculares $A\Gamma$, $B\Delta$. et per A , B , Γ , Δ puncta du-

$\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha$] $AB\Gamma\Delta$ Bp; $\delta\omicron\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ V. Post $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$ add. $\tau\omicron\nu$ $AB\Gamma\Delta$ V et F m. 2. 19. $\kappa\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] in ras. p. 24. $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\kappa\lambda\epsilon\nu\rho\omicron\nu$ P. 25. $\gamma\acute{\alpha}\rho$ $\tau\omicron\upsilon$ Bp. $\delta\acute{\upsilon}\omicron$] om. p. 26. $\alpha\acute{\iota}$] om. P.

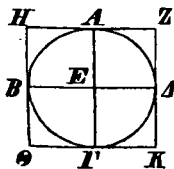
σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου αἱ ZH , $H\Theta$, ΘK , KZ .

Ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ ZH τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ E κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ A ἐπαφήν
 5 ἐπέξενκται ἡ EA , αἱ ἄρα πρὸς τῷ A γωνίαι ὀρθαί
 εἰσιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς B , Γ , Δ
 σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ
 ὑπὸ AEB γωνία, ἐστὶ δὲ ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ EBH ,
 παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $H\Theta$ τῇ AG . διὰ τὰ αὐτὰ
 10 δὴ καὶ ἡ AG τῇ ZK ἐστὶ παράλληλος. ὥστε καὶ ἡ
 $H\Theta$ τῇ ZK ἐστὶ παράλληλος. ὁμοίως δὴ δείξομεν,
 ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν HZ , ΘK τῇ $BE\Delta$ ἐστὶ παρὰλ-
 ληλος. παραλληλόγραμμα ἄρα ἐστὶ τὰ HK , $H\Gamma$, AK ,
 ZB , BK . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν HZ τῇ ΘK , ἡ δὲ
 15 $H\Theta$ τῇ ZK . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AG τῇ $B\Delta$, ἀλλὰ
 καὶ ἡ μὲν AG ἑκατέρα τῶν $H\Theta$, ZK , ἡ δὲ $B\Delta$ ἑκα-
 τέρα τῶν HZ , ΘK ἐστὶν ἴση [καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν
 $H\Theta$, ZK ἑκατέρα τῶν HZ , ΘK ἐστὶν ἴση], ἰσόπλευρον
 ἄρα ἐστὶ τὸ $ZH\Theta K$ τετράπλευρον. λέγω δὴ, ὅτι
 20 καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι
 τὸ $HBEA$, καὶ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ AEB , ὀρθὴ ἄρα
 καὶ ἡ ὑπὸ AHB . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ
 πρὸς τοῖς Θ , K , Z γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον
 ἄρα ἐστὶ τὸ $ZH\Theta K$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

2. KZ] in ras. F; mutat. in ZK m. 2 V. 4. ἐπαφήν] ἐπιφάνειαν p et B m. 1 (corr. m. rec.). 5. τῷ] τό B. 6. εἰσι BVP. 7. εἰσι VP. 8. AEB] B in ras. F. EBH] B in ras. F. 10. παράλληλος ἐστὶν V. ὥστε — 11. παρ-
 ἄλληλος] Pp (in ZK litt. Z in ras. p); om. V; mg. m. 1 F, m. 2 B; habet Campanus. 13. Post παράλληλος add. ὥστε καὶ ἡ HZ τῇ ΘK ἐστὶ παράλληλος Fp, B m. rec. HK] eras. F. 14. ZB] in ras. F; B e corr. m. 2 V. BK] in ras. F. 15. ἀλλὰ καί] P; ἀλλ' BFVP. 16. ZK] ZK ἐστὶν ἴση

cantur circulum $AB\Gamma\Delta$ contingentes ZH , $H\Theta$, ΘK , KZ [III, 17].

iam quoniam ZH circulum $AB\Gamma\Delta$ contingit, et ab E centro ad punctum contactus A ducta est EA , anguli ad A positi recti sunt [III, 18]. eadem de causa anguli ad puncta B , Γ , Δ positi recti sunt. et quoniam $\angle AEB$ rectus est, et $\angle EBH$ et ipse rectus, erit $H\Theta$ rectae $A\Gamma$ parallela [I, 29]. eadem de causa etiam $A\Gamma$ rectae ZK parallela est. quare etiam $H\Theta$ rectae ZK parallela est [I, 30]. similiter demonstrabimus, etiam utramque HZ , ΘK rectae $BE\Delta$ paral-



lelam esse. itaque parallelogramma sunt HK , $H\Gamma$, AK , ZB , BK . itaque [I, 34]

$$HZ = \Theta K, H\Theta = ZK.$$

et quoniam $A\Gamma = B\Delta$, et

$$A\Gamma = H\Theta = ZK$$

et $B\Delta = HZ = \Theta K$ [I, 34], aequilaterum est quadrilaterum $ZH\Theta K$. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam parallelogrammum est $HBEA$, et $\angle AEB$ rectus est, etiam $\angle AHB$ rectus est [I, 34]. similiter demonstrabimus, etiam angulos ad Θ , K , Z , positos rectos esse. itaque $ZH\Theta K$ rectangulum est. et demonstratum est, idem aequilaterum esse. ergo

BFVp. 17. καὶ ἐκατέρα — 18. ἴση] om. P. 17. καὶ] om. p. ἄρα] supra F. 18. $H\Theta$] Θ e corr. p. 20. ἐστὶ] ἐστὶν P. 21. $HBEA$] $H\Delta EA$, sed Δ e corr. m. 1 F. AEB] B in ras. F. $\delta\phi\theta\eta$ — 22. AHB] mg. m. 1 P. 22. AHB] B in ras. F. 23. Θ , Z , K F. 24. ἐστὶν PB, comp. p. τὸ $ZH\Theta K$] P, F m. 1; om. Bp; τὸ $ZH\Theta K$ τετράπλευρον V, F m. 2.

τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον.

Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τετράγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

5

η'.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ $ΑΒΓΔ$ · δεῖ δὴ εἰς τὸ $ΑΒΓΔ$ τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Τετμήσθω ἑκατέρα τῶν $ΑΔ$, $ΑΒ$ δίχα κατὰ τὰ
 10 $Ε$, $Ζ$ σημεία, καὶ διὰ μὲν τοῦ $Ε$ ὁποτέρᾳ τῶν $ΑΒ$, $ΓΔ$ παράλληλος ἤχθω ὁ $ΕΘ$, διὰ δὲ τοῦ $Ζ$ ὁποτέρᾳ τῶν $ΑΔ$, $ΒΓ$ παράλληλος ἤχθω ἡ $ΖΚ$ · παραλληλό-
 γραμμον ἄρα ἐστὶν ἕκαστον τῶν $ΑΚ$, $ΚΒ$, $ΑΘ$, $ΘΔ$, $ΑΗ$, $ΗΓ$, $ΒΗ$, $ΗΔ$, καὶ αἱ ἀπεναντίον αὐτῶν πλευ-
 15 ραὶ δηλονότι ἴσαι [εἰσίν]. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΑΒ$, καὶ ἐστὶ τῆς μὲν $ΑΔ$ ἡμίσεια ἡ $ΑΕ$, τῆς δὲ $ΑΒ$ ἡμίσεια ἡ $ΑΖ$, ἴση ἄρα καὶ ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΑΖ$ ·
 ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον· ἴση ἄρα καὶ ἡ $ΖΗ$ τῇ $ΗΕ$.
 ἰμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν $ΗΘ$, $ΗΚ$
 20 ἑκατέρᾳ τῶν $ΖΗ$, $ΗΕ$ ἐστὶν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ $ΗΕ$, $ΗΖ$, $ΗΘ$, $ΗΚ$ ἴσαι ἀλλήλαις [εἰσίν]. ὁ ἄρα κέντρον μὲν τῷ $Η$ διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν $Ε$, $Ζ$, $Θ$, $Κ$ κύκλος γραφόμενος ἤξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων·
 καὶ ἐφάπεται τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΑ$ εὐθειῶν διὰ
 25 τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς $Ε$, $Ζ$, $Θ$, $Κ$ γωνίας·
 εἰ γὰρ τεμεῖ ὁ κύκλος τὰς $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΑ$, ἡ τῇ

VIII. Boetius p. 389, 5.

1. ἐστίν] comp. p; ἐστὶ PBFV. 5. η'] m. 2 V. 12.
 ἡ $ΖΚ$ ἤχθω p. 13. $ΚΒ$] B mutat. in E m. 2 F; BK Bp.
 14. BH , $HΔ$] e corr. F. 15. εἰσίν] F; εἰσὶ BVp; om. P.

quadratum est [I, def. 22]. et circum $AB\Gamma\Delta$ circulum circumscriptum est.

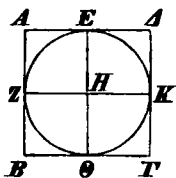
Ergo circum datum circulum quadratum circumscriptum est; quod oportebat fieri.

VIII.

In datum quadratum circulum inscribere.

Sit datum quadratum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in $AB\Gamma\Delta$ quadratum circulum inscribere.

secetur utraque $A\Delta$, AB in duas partes aequales in E , Z punctis, et per E utrique AB , $\Gamma\Delta$ parallela ducatur $E\Theta$ [I, 31 et 30], per Z autem utrique $A\Delta$, $B\Gamma$ parallela ducatur ZK . itaque parallelogramma sunt



AK , KB , $A\Theta$, $\Theta\Delta$, AH , $H\Gamma$, BH , $H\Delta$, et latera eorum opposita inter se aequalia sunt [I, 34]. et quoniam $A\Delta = AB$, et $AE = \frac{1}{2} A\Delta$, $AZ = \frac{1}{2} AB$, erit $AE = AZ$. ergo etiam opposita. quare $ZH = HE$. similiter demon-

strabimus, etiam esse $H\Theta = ZH$, $HK = HE$. itaque quattuor rectae HE , HZ , $H\Theta$, HK inter se aequales sunt. quare qui centro H radio autem qualibet rectarum HE , HZ , $H\Theta$, HK describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet. et rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA continget, quia recti sunt anguli ad E , Z , Θ , K positi. nam si circulus rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA secabit, recta ad diametrum circuli in termino

16. AB] B in ras. F. 18. $\acute{\alpha}\nu\epsilon\alpha\nu\alpha\rho\iota\tau\omicron\nu$] P; $\acute{\alpha}\nu\epsilon\alpha\nu\alpha\rho\iota\tau\omicron\nu$ $\iota\varsigma\alpha\iota$ F (sed $\iota\varsigma\alpha\iota$ postea insert. comp.); $\acute{\alpha}\nu\epsilon\alpha\nu\alpha\rho\iota\tau\omicron\nu$ $\iota\varsigma\alpha\iota$ $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ BVp. $\iota\varsigma\eta$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$] in ras. m. 2 seq. lacuna 3 litt. F. HE] EH F, et V corr. m. 2 ex HE. 20. ZH] HZ F. $\alpha\iota$] (alt.) seq. ras. 2 litt. F. 21. $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$] om. P. 22. HE, HZ, HΘ, HK Gregorius. 24. ΔA] mutat. in $\Delta\Gamma$ m. 2 FV. 26. $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\eta$ B.

διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρον τῷ H διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν E, Z, Θ, K κύκλος γραφόμενος τεμεῖ τὰς $AB, BG, \Gamma\Delta, \Delta A$ 5 εὐθείας. ἐφάπεται ἄρα αὐτῶν καὶ ἔσται ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνον.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

θ'.

10 Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον περιγράφαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ $AB\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ περὶ τὸ $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνον κύκλον περιγράφαι.

Ἐπιξενχθεῖσαι γὰρ αἱ $ΑΓ, ΒΔ$ τεμνέτωσαν ἀλ- 15 λήλας κατὰ τὸ E .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔA τῇ AB , κοινὴ δὲ ἡ $ΑΓ$, δύο δὴ αἱ $\Delta A, ΑΓ$ δυσὲ ταῖς $BA, ΑΓ$ ἴσαι εἰσὶν· καὶ βάσεις ἡ $\Delta Γ$ βάσει τῇ $BΓ$ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\Delta ΑΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $BAΓ$ ἴση ἐστίν· ἡ, ἄρα ὑπὸ 20 ΔAB γωνία δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς $ΑΓ$. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι καὶ ἐκάστη τῶν ὑπὸ $ABΓ, BΓ\Delta, \Gamma\Delta A$ δίχα τέμνεται ὑπὸ τῶν $ΑΓ, \Delta B$ εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔAB γωνία τῇ ὑπὸ $ABΓ$, καὶ ἔστι τῆς μὲν ὑπὸ ΔAB ἡμίσεια ἡ ὑπὸ EAB , τῆς

2. ἐδείχθη] PF; om. BVp. 3. κέντρον μὲν P. HE, HZ, HΘ, HK ed. Basil. 4. Post K add. σημείων F m. rec. τεμεῖ] PF; τέμνει BVp. ΔA] $\Delta\Delta$ P. 6. $AB\Gamma P$. 7. ἄρα τὸ δοθὲν] P; τὸ δοθὲν ἄρα Theon (BFVp). 9. θ'] om. φ; θ' et litt. initialis postea add. in V, ut in sequentibus semper fere. 14. ἐπιξενχθεῖσαι Vp; ἐπιξενχθῆσαι φ. BΔ] ΔB P. 15. E] Θ P. 16. ΔA] $\Delta\Delta$ F. 18. εἰσὶν] PF; εἰσί BVp. Dein mg. in V add. ἐκατέρα ἐκατέρα. καὶ βάσεις]

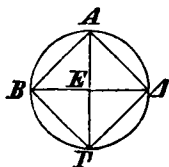
perpendicularis intra circulum cadet; quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro H et radio qualibet rectarum HE , HZ , $H\Theta$, HK descriptus rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA non secabit. quare eas continget, et in quadratum $AB\Gamma\Delta$ inscriptus erit.

Ergo in datum quadratum circulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

IX.

Circum datum quadratum circulum circumscribere.

Sit datum quadratum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta$ quadratum circulum circumscribere.



ductae enim $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se secant in E . et quoniam $\Delta A = AB$, et $A\Gamma$ communis est, duae rectae ΔA , $A\Gamma$ duabus BA , $A\Gamma$ aequales sunt; et $\Delta\Gamma = B\Gamma$.

itaque $\angle \Delta A\Gamma = B A\Gamma$. ergo $\angle \Delta A B$ recta $A\Gamma$ in duas partes aequales diuisus est. similiter demonstrabimus, etiam angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ rectis $A\Gamma$, ΔB in duas partes aequales diuisos esse. et quoniam $\angle \Delta A B = AB\Gamma$, et $\angle E A B = \frac{1}{2} \Delta A B$, $\angle E B A = \frac{1}{2} AB\Gamma$,

$\xi\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$ in ras. m. 2 F, supra scr. $\xi\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$ $\xi\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$ m. 1 F.
 $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\iota\sigma\eta$ FV. 19. $\dot{\upsilon}\pi\acute{o}$] (tert.) m. 2 F. 20. $\Delta A B$] B in ras.
m. 2 V. 21. $AB\Gamma$] P m. 1, F m. 2, V (Γ in ras. m. 2), p (Γ in
ras.); AB , $B\Gamma B$, P m. 2, F m. 1. $B\Gamma\Delta$] P m. 1, F m. 2,
V (B in ras. m. 2), p (B in ras.); $B\Gamma$, $\Gamma\Delta B$ (punctis del. m. 2;
 $B\Gamma$ in ras. m. 1); $\Gamma\Delta$ P m. 2, F m. 1. $\Gamma\Delta A$] Γ in ras. m.
2 V, Γ insert. Fp; ΓA P m. 1; ΔA P m. 2; $\Gamma\Delta$, $\Delta A B$; in B
mg. m. rec. $\gamma\epsilon$. $\kappa\alpha\iota$ $\dot{\upsilon}\pi\acute{o}$ $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$. 22. ΔB] ΔB
 ϕ (non F). 24. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ P. $\Delta A B$] $\Delta A B$ F. $\eta\mu\iota\varsigma$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$
corr. m. 1. $E A B$] litt. AB e corr. m. 2 V; $A E B$ P; c

δὲ ὑπὸ $ABΓ$ ἡμίσεια ἢ ὑπὸ EBA , καὶ ἢ ὑπὸ EAB
 ἄρα τῇ ὑπὸ EBA ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἢ
 EA τῇ EB ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ
 5 $EΔ$ ἴση ἐστίν. αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ $EA, EB, EΓ, EΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρον τῷ E καὶ
 διαστήματι ἐνὶ τῶν $A, B, Γ, Δ$ κύκλος γραφόμενος
 ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγε-
 γραμμένος περὶ τὸ $ABΓΔ$ τετράγωνον. περιγεγράφθω
 10 ὡς ὁ $ABΓΔ$.

Περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τετράγωνον κύκλος περιγέ-
 γραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι ἔχον ἑκα-
 15 τέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα
 τῆς λοιπῆς.

Ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἢ AB , καὶ τετμήσθω κατὰ
 τὸ $Γ$ σημεῖον, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν $AB, BΓ$ περιεχό-
 μενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετρα-
 20 γώνῳ· καὶ κέντρῳ τῷ A καὶ διαστήματι τῷ AB κύ-
 κλος γεγράφθω ὁ $BΔE$, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς τὸν $BΔE$
 κύκλον τῇ $ΑΓ$ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ $BΔE$
 κύκλου διαμέτρου ἴση εὐθεῖα ἢ $BΔ$ · καὶ ἐπεξέχθωσαν

X. Proclus p. 204, 1.

1. ἡμίσεια] e corr. m. 2 P. EAB] EBA F. 2. ἄρα] om. p. ὥστε καὶ πλευρὰ] καὶ Bp. 3. EA] A in ras. m. 2 V; AE F; EB ἄρα Bp. Post EA in V add. πλευρὰ; idem F m. 2. EB] B in ras. m. 2 V; EA Bp. 4. EA, EB] P, F m. 2, V in ras. m. 2; $EΓ, EΔ$ B, F m. 1, p. εὐθειῶν] γ. P. $EΓ, EΔ$] P, F m. 2, V in ras. m. 2; EA, EB B,

αὐτὰ $ΑΔ$, $ΔΓ$, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ $ΑΓΔ$ τρίγωνον κύκλος ὁ $ΑΓΔ$.

- Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$, ἴση δὲ ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΒΔ$, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$. καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ $ΑΓΔ$ εἰληπταί τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ $Β$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Β$ πρὸς τὸν $ΑΓΔ$ κύκλον προσπεπτώκασι δύο εὐθεῖαι αἱ $ΒΑ$, $ΒΔ$, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνει, ἡ δὲ προσπίπτει, καὶ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$, ἡ $ΒΔ$ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ $ΑΓΔ$ κύκλου. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ $ΒΔ$, ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ το $Δ$ ἐπαφῆς διῆκται ἡ $ΔΓ$, ἡ ἄρα ὑπὸ $ΒΔΓ$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΔΑΓ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΔΓ$ τῇ ὑπὸ $ΔΑΓ$, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ $ΓΔΑ$. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΒΔΑ$ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ὑπὸ $ΓΔΑ$, $ΔΑΓ$. ἀλλὰ ταῖς ὑπὸ $ΓΔΑ$, $ΔΑΓ$ ἴση ἐστὶν ἡ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ $ΒΓΔ$. καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΔΑ$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $ΒΔΑ$ τῇ ὑπὸ $ΓΒΔ$ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΑΒ$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΒΑ$ τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$ ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ $ΒΔΑ$, $ΔΒΑ$, $ΒΓΔ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΔΒΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΒΓΔ$, ἴση ἐστὶ καὶ πλευρὰ ἡ $ΒΔ$ πλευρᾷ τῇ $ΔΓ$. ἀλλὰ ἡ $ΒΔ$ τῇ $ΓΑ$ ὑπόκειται

1. $ΑΔ$] in ras. m. 2 V. $ΔΓ$] $ΓΔ$ P. $ΑΓΔ$] $ΓΔ$ in ras. m. 1 B, ut etiam supra quaedam. 3. $ΑΒΓ$ PB Fp, in PFp m. 1 insert. B. 4. τῆς $ΑΓ$ — 5. τῷ ἀπό] bis P, sed corr. 4. Post prius $ΑΓ$ in F add. □ m. 2 et in mg. τετραγώνω m. 1. $ΒΔ$] $ΔΒ$ F. $ΑΒ$, $ΒΓ$] Pp, prius B m. 2 in ras. V; $ΑΒΓ$ B, corr. m. 2; F, corr. m. 1. 6. τὸ B] corr. ex τῇ B seq. ras. 8 litt. V. 7. προσπεπτώκασιν B. 8. $ΒΑ$] P; $ΒΓΑ$ Bp, V ($Α$ in ras. m. 2), F ($ΓΑ$ in ras. intercedente ras. 1 litt.). 9. ἐστὶν P. τῶν] om. P. $ΑΒ$, $ΒΓ$] alt. B

et ducantur AA , $\Delta\Gamma$, et circum $A\Gamma\Delta$ triangulum circumscribatur circulus $A\Gamma\Delta$ [prop. V].

et quoniam $AB \times B\Gamma = A\Gamma^2$, et $A\Gamma = B\Delta$, erit $AB \times B\Gamma = B\Delta^2$. et quoniam extra circulum $A\Gamma\Delta$ sumptum est punctum quoddam B , et a B ad circulum $A\Gamma\Delta$ addidunt duae rectae BA , $B\Delta$, et altera earum secat, altera addidit tantum, et $AB \times B\Gamma = B\Delta^2$, recta $B\Delta$ contingit circulum $A\Gamma\Delta$ [III, 37]. iam quoniam $B\Delta$ contingit, et a Δ puncto contactus producta est $\Delta\Gamma$, erit $\angle B\Delta\Gamma = \Delta A\Gamma$, qui in alterno segmento positus est [III, 32]. iam quoniam

$$\angle B\Delta\Gamma = \Delta A\Gamma,$$

communis adiiciatur $\angle \Gamma\Delta A$. itaque

$$\angle B\Delta A = \Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma.$$

sed $\Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma = B\Gamma\Delta$ extrinsecus posito [I, 32].

quare etiam $\angle B\Delta A = B\Gamma\Delta$. uerum

$$\angle B\Delta A = \Gamma B\Delta,$$

quia $AA = AB$ [I, 5]. quare etiam $\angle \Delta B A = B\Gamma\Delta$.

itaque tres anguli $B\Delta A$, $\Delta B A$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt. et quoniam $\angle \Delta B \Gamma = B\Gamma\Delta$, erit etiam

$$B\Delta = \Delta\Gamma \text{ [I, 6].}$$

in ras. m. 2 V; $AB\Gamma$ PB (corr. m. 2), Fp (corr. m. 1). 10. $B\Delta$ Δ e corr. F. η $B\Delta$ supra m. rec. F. 11. $\epsilon\pi\epsilon\iota$ $\omicron\upsilon\nu$ $\kappa\alpha\iota$ $\epsilon\pi\epsilon\iota$ P. $\mu\acute{\epsilon}\nu$] PF (τοῦ κύκλου η $B\Delta$ εὐθεία κατὰ τὸ Δ mg. F); om. V; τοῦ κύκλου Bp. 12. $\acute{\alpha}\phi\eta\varsigma$ Theon (BFVp). 13. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. $\tau\eta$ $\acute{\epsilon}\nu$] m. 2 V. 14. $B\Delta\Gamma$] P, V m. 1; $\Gamma\Delta B$ Bp, V m. 2, F in ras. 15. $\Delta A\Gamma$] Γ in ras. m. 2 V. 16. $B\Delta A$] $B\Delta$ in ras. m. 1 B. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ P. 16. $\Delta A\Gamma$] $\Delta A\Gamma$ ϕ (non F). 17. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ η] in ras. m. 1 p. $\acute{\epsilon}\kappa\tau\acute{o}\varsigma$] om. p. 18. $\kappa\alpha\iota$ η] η $\acute{\alpha}\rho\alpha$ P. $B\Delta A$] $\Delta\Delta B$ P. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] om. P, m. rec. F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ $\iota\sigma\eta$ F. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ PB. $\acute{\alpha}\lambda\lambda$, FV. 19. $\Gamma B\Delta$] V m. 1; $AB\Delta$ V m. 2. $\iota\sigma\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ BFp. 20. $\iota\sigma\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ p. $\Delta B A$] $B\Delta A$ P, F m. 1 (corr. m. 2). 22. $\acute{\epsilon}\iota\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PF; $\acute{\epsilon}\iota\sigma\tau\acute{\iota}$ BVp. 23. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ V, sed ν eras. 24. $\pi\lambda\epsilon\upsilon\sigma\acute{\alpha}$] om. p., m. 2 B. $\acute{\alpha}\lambda\lambda$ F.

ἴση· καὶ ἡ ΓA ἄρα τῇ $\Gamma \Delta$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ γωνία
 ἡ ὑπὸ $\Gamma \Delta A$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Delta A \Gamma$ ἐστὶν ἴση· αἱ ἄρα
 ὑπὸ $\Gamma \Delta A$, $\Delta A \Gamma$ τῆς ὑπὸ $\Delta A \Gamma$ εἰσι διπλασίους.
 ἴση δὲ ἡ ὑπὸ $B \Gamma \Delta$ ταῖς ὑπὸ $\Gamma \Delta A$, $\Delta A \Gamma$ · καὶ
 5 ἡ ὑπὸ $B \Gamma \Delta$ ἄρα τῆς ὑπὸ $\Gamma A \Delta$ ἐστὶ διπλῇ. ἴση
 δὲ ἡ ὑπὸ $B \Gamma \Delta$ ἑκατέρω τῶν ὑπὸ $B \Delta A$, $\Delta B A$ · καὶ
 ἑκατέρω ἄρα τῶν ὑπὸ $B \Delta A$, $\Delta B A$ τῆς ὑπὸ $\Delta A B$
 ἐστὶ διπλῇ.

Ἴσοσκελὲς ἄρα τρίγωνον συνέσταται τὸ $AB \Delta$ ἔχον
 10 ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ ΔB βάσει γωνιῶν διπλασίονα
 τῆς λοιπῆς· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ια'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσό-
 πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

15 Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $AB \Gamma \Delta E$ · δεῖ δὴ εἰς τὸν
 $AB \Gamma \Delta E$ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσο-
 γώνιον ἐγγράψαι.

Ἐκκείσθω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ $ZH \Theta$ διπλασίονα
 ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τοῖς H , Θ γωνιῶν τῆς πρὸς
 20 τῷ Z , καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν $AB \Gamma \Delta E$ κύκλον τῷ
 $ZH \Theta$ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον τὸ $A \Gamma \Delta$, ὥστε
 τῇ μὲν πρὸς τῷ Z γωνίᾳ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ $\Gamma A \Delta$,
 ἑκατέραν δὲ τῶν πρὸς τοῖς H , Θ ἴσην ἑκατέρω τῶν

XI. Boetius p. 889, 10.

1. ΓA] $P\phi$, V in ras. m. 2; $A \Gamma$ Bp. 2. γωνίᾳ] om. V.
 3. $\Delta A \Gamma$] (alt.) P, F (supra m. 2: $\Gamma \Delta A$), V in ras. m. 2; $\Gamma A \Delta$
 Bp. διπλάσιοι F. 4. δέ] δὲ καὶ V. ἡ] supra m. 2 P.
 $\Gamma \Delta A$] $P\phi$; in ras. m. 2 V; $\Gamma A \Delta$ Bp. $\Delta A \Gamma$] $\Gamma \Delta A$ Bp.
 καὶ] διπλῇ ἄρα Bp. 5. ἄρα] om. Bp. $\Gamma A \Delta$] in ras. V,
 Γ e corr. F. ἐστὶν PB, comp. p. διπλῇ] om. Bp. 6.
 καὶ] om. P. 7. $\Delta A B$] $B A \Delta$ P. 9. συνίσταται V. $AB \Delta$]

uerum supposuimus, esse $B\Delta = \Gamma A$. itaque etiam

$$\Gamma A = \Gamma \Delta;$$

quare etiam $\angle \Gamma \Delta A = \Delta A \Gamma$ [I, 5]. itaque

$$\Gamma \Delta A + \Delta A \Gamma = 2 \Delta A \Gamma.$$

sed $B\Gamma \Delta = \Gamma \Delta A + \Delta A \Gamma$. itaque etiam

$$B\Gamma \Delta = 2 \Gamma A \Delta.$$

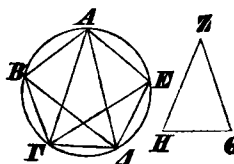
sed $B\Gamma \Delta = B\Delta A = \Delta B A$. ergo uterque $B\Delta A$, $\Delta B A$ duplo maior est angulo $\Delta A B$.

Ergo triangulus aequicurius constructus est $AB\Delta$ utrumque angulum ad ΔB basim positum duplo maiorem habens reliquo; quod oportebat fieri.

XI.

In datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma\Delta E$ quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.



construatur triangulus aequicurius $ZH\Theta$ utrumque angulum ad H , Θ positum duplo maiorem habens angulo ad Z posito [prop. ΘX], et in circulum $AB\Gamma\Delta E$ triangulo $ZH\Theta$ aequiangulus inscribatur triangulus $A\Gamma\Delta$, ita ut sit $\angle \Gamma A \Delta$ angulo ad Z posito aequalis, uterque autem $A\Gamma \Delta$, $\Gamma \Delta A$ utrique angulorum ad

B p φ; V m. 2; $A\Delta B$ P. 10. $B\Delta$ p. 15. $\xi\sigma\tau\omega$ — 17. $\acute{\epsilon}\gamma\gamma\rho\acute{\alpha}\psi\alpha\iota$] om. P. 19. $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\nu$] om F. $\pi\rho\acute{o}\varsigma\ \tau\omicron\iota\varsigma\ H$, $\Theta\ \gamma\omega\nu\iota\omega\acute{\nu}$] $\lambda\omicron\iota\pi\omega\acute{\nu}$ P. 20. $\tau\tilde{\omega}$] (prius) $\tau\acute{o}$ B, F m. 1 (corr. m. 2). 22. $\tau\tilde{\omega}$] $\tau\acute{o}$ B. 23. $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\nu$] $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ (α in ras.) p, $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ P. $\tau\tilde{\omega}\nu$] in ras. p; $\tau\eta\nu$ B. $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$] $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\nu$ P et e corr. p. $\tau\tilde{\omega}\nu$] φ, $\acute{\alpha}\rho\alpha\ \tau\tilde{\omega}\nu$ F.

ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΓΔΑ$ · καὶ ἑκατέρω ἄρα τῶν ὑπὸ $ΑΓΔ$,
 $ΓΔΑ$ τῆς ὑπὸ $ΓΑΔ$ ἐστὶ διπλῇ. τετμήσθω δὲ ἑκα-
 τέρα τῶν ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΓΔΑ$ δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν
 $ΓΕ$, $ΔΒ$ εὐθειῶν, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$,
 5 $[ΓΔ]$, $ΔΕ$, $ΕΑ$.

Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρω τῶν ὑπὸ $ΑΓΔ$, $ΓΔΑ$ γωνιῶν
 διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $ΓΑΔ$, καὶ τετμημέναι εἰσὶ
 δίχα ὑπὸ τῶν $ΓΕ$, $ΔΒ$ εὐθειῶν, αἱ πέντε ἄρα γω-
 νίαι αἱ ὑπὸ $ΔΑΓ$, $ΑΓΕ$, $ΕΓΔ$, $ΓΔΒ$, $ΒΔΑ$ ἴσαι ἀλ-
 10 λήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν
 βεβήκασιν· αἱ πέντε ἄρα περιφέρειαι αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$,
 $ΓΔ$, $ΔΕ$, $ΕΑ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας
 περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· αἱ πέντε ἄρα
 εὐθεῖαι αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΕ$, $ΕΑ$ ἴσαι ἀλλήλαις
 15 εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔΕ$ πεντάγωνον.
 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ $ΑΒ$ περι-
 φέρεια τῇ $ΔΕ$ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω
 ἡ $ΒΓΔ$ · ὅλη ἄρα ἡ $ΑΒΓΔ$ περιφέρεια ὅλη τῇ $ΕΔΓΒ$
 περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς $ΑΒΓΔ$
 20 περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ $ΑΕΔ$, ἐπὶ δὲ τῆς $ΕΔΓΒ$
 περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΑΕ$ · καὶ ἡ ὑπὸ $ΒΑΕ$
 ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ $ΑΕΔ$ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ
 δὴ καὶ ἐκάστη τῶν ὑπὸ $ΑΒΓ$, $ΒΓΔ$, $ΓΔΕ$ γωνιῶν
 ἑκατέρω τῶν ὑπὸ $ΒΑΕ$, $ΑΕΔ$ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον
 25 ἄρα ἐστὶ τὸ $ΑΒΓΔΕ$ πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ
 ἰσόπλευρον.

1. Post $ΓΔΑ$ mg. m. 2 add. γωνιῶν F. 2. τῆς ὑπὸ $ΓΑΔ$] om. p. δὴ] om. Bp. 3. ἑκατέρας] mg. m. 2 V. 4. $ΓΕ$] E e corr. F. $ΔΒ$] $ΔΕ$ F; corr. m. rec. 5. $ΓΔ$] om. V. 7. ἐστὶν P. εἰσίν P. 9. $ΕΓΔ$] $Δ$ in ras. m. 2 P. $ΓΔΒ$] in ras. F; $Γ$ in ras. m. 2 P. $ΒΔΑ$] in ras. F, e corr. m. 2 V. ἀλλήλαις εἰσίν] ἄλλη in ras. F, reliqua absumpta ob per-

H , $\odot$ positorum aequalis [prop. II]. quare etiam

$$\angle A\Gamma\Delta = \Gamma\Delta A = 2\Gamma A\Delta.$$

iam $\angle A\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ rectis ΓE , ΔB in binas partes aequales secantur. [I, 9], et ducantur AB , $B\Gamma$, ΔE , EA .¹⁾ iam quoniam anguli $A\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ duplo maiores sunt angulo $\Gamma A\Delta$ et rectis ΓE , ΔB in binas partes aequales secti sunt, erit $\Delta A\Gamma = A\Gamma E = E\Gamma\Delta = \Gamma\Delta B = B\Delta A$. et anguli aequales in aequalibus arcibus consistunt [III, 26]. itaque quinque arcus AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA inter se aequales sunt. et sub aequalibus arcibus aequales rectae subtendunt [III, 29]. itaque quinque rectae AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA inter se aequales sunt. itaque quinquangulum $AB\Gamma\Delta E$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam arc. $AB = \Delta E$, communis adiciatur arc. $B\Gamma\Delta$. itaque arc. $AB\Gamma\Delta = E\Delta\Gamma B$. et in arcu $AB\Gamma\Delta$ angulus $AE\Delta$ consistit, in $E\Delta\Gamma B$ autem $\angle BAE$. quare etiam $\angle BAE = AE\Delta$ [III, 27]. eadem de causa etiam singuli anguli $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ utrique angulo BAE , $AE\Delta$ aequales sunt. quare aequiangulum est quinquangulum $AB\Gamma\Delta E$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse.

1) Lin. 5 videtur delendum esse $\Gamma\Delta$ cum Gregorio.

gam. ruptum. 10. $\delta\epsilon]$ δ' BV. 12. $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu]$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 16. $\lambda\sigma\omega\nu\iota\omicron\nu]$ litt. $\lambda\sigma\omega-$ in ras. m. 2 V. 17. $\tau\eta\ \Delta E\ \pi\epsilon\rho\iota\varphi\epsilon\rho\epsilon\iota\alpha]$ om. F, supra m. 2: $\tau\eta\ E\Delta\ \pi\epsilon\rho\iota\varphi\epsilon\rho\epsilon\iota\alpha$. 18. $\lambda\sigma\eta\ \epsilon\sigma\tau\iota\nu$ V. 19. $\lambda\sigma\eta\ \epsilon\sigma\tau\iota$ V. 20. $E\Delta\Gamma B]$ $B\Gamma\Delta E$ F. 21. $\eta\ \upsilon\pi\omicron\ \angle BAE]$ mg. m. 2 F. $\kappa\alpha\iota]$ comp. supra scr. m. 2 F. 22. $\gamma\omega\nu\iota\alpha\ \acute{\alpha}\rho\alpha$ V. 23. $\lambda\alpha\iota]$ om. BV. 25. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ PF.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράφεται· ὅπερ ἔδει
ποιῆσαι.

ιβ'.

5 Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓΔΕ$ · δεῖ δὲ περὶ
τὸν $ΑΒΓΔΕ$ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ
ἰσογώνιον περιγράψαι.

10 Νενοήσθω τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου τῶν
γωνιῶν σημεῖα τὰ $A, B, Γ, Δ, E$, ὥστε ἴσας εἶναι
τὰς $ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ$ περιφερείας· καὶ διὰ
τῶν $A, B, Γ, Δ, E$ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι
αἱ $HΘ, ΘΚ, ΚΑ, ΑΜ, ΜΗ$, καὶ εἰλήφθω τοῦ $ΑΒΓΔΕ$
15 κύκλου κέντρον τὸ Z , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ZB, ZK,$
 $ZΓ, ZΔ, ZΔ$.

Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν $ΚΑ$ εὐθεῖα ἐφάπτεται τοῦ $ΑΒΓΔΕ$
κατὰ τὸ $Γ$, ἀπὸ δὲ τοῦ Z κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ
 $Γ$ ἐπαφὴν ἐπέξενκται ἡ $ZΓ$, ἡ $ZΓ$ ἄρα κάθετός ἐστιν
20 ἐπὶ τὴν $ΚΑ$ · ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρω τῶν πρὸς τῷ
 $Γ$ γωνιῶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς $B, Δ$
σημείοις γωνίαι ὀρθαὶ εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ
ὑπὸ $ZΓΚ$ γωνία, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ZK ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ
τῶν $ZΓ, ΓΚ$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
25 $ZB, ΒΚ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ZK · ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν

XII. Boetius p. 389, 8.

1. κύκλον] corr. ex κύκλος m. 2 F. 2. τε] om. V. 3.
ποιῆσαι] δεῖξαι V; γρ. δεῖξαι mg. m. 2 F. 7. $ΑΒΓΔΕ$] E
in ras. m. 2 V. 8. $ΑΒΓΔΕ$] E in ras. m. 2 V. 11. ση-
μεῖα] -α in ras. m. 2 V. 13. $ΑΒ, ΓΔ, ΔΕ$ P. 14. $ΜΗ$]
 MN F; corr. m. 2. 15. ZB] B e corr. m. 2 F. ZK] ZH

Ergo in datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscriptum est; quod oportebat fieri.

XII.

Circum datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribere.

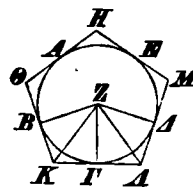
Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta E$ circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribere.

figamus, puncta angulorum quinquanguli inscripti [prop. XI] esse A, B, Γ, Δ, E , ita ut arcus $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E, EA$ inter se aequales sint; et per A, B, Γ, Δ, E circulum contingentes ducantur $H\Theta, \Theta K, KA, AM, MH$ [III, 17], et sumatur circuli $AB\Gamma\Delta E$ centrum Z [III, 1], et ducantur $ZB, ZK, Z\Gamma, ZA, Z\Delta$.

et quoniam recta KA circulum $AB\Gamma\Delta E$ contingit in Γ , et a Z centro ad Γ punctum contactus $Z\Gamma$ ducta est, $Z\Gamma$ ad KA perpendicularis est [III, 18]. itaque uterque angulus ad Γ positus rectus est. eadem de causa etiam anguli ad B, Δ puncta positi recti sunt. et quoniam $\angle Z\Gamma K$ rectus est, erit

$$ZK^2 = Z\Gamma^2 + \Gamma K^2 \text{ [I, 47].}$$

eadem de causa etiam $ZK^2 = ZB^2 + BK^2$. quare



φ. $Z\Gamma$] Γ in ras. F. $Z\Delta$] ZA φ. 17. η] $\epsilon\iota$ φ, supra η m. 2. Post $AB\Gamma\Delta E$ add. $\kappa\acute{\alpha}\lambda\omicron\nu$ V, supra P (comp.), F. 20. $\tau\eta\nu$] $\tau\acute{\omega}\nu$ comp. V. Post KA in F add. m. 2: $\epsilon\acute{\upsilon}\theta\epsilon\iota\alpha\nu$. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$] PF; om. BVp. 21. $\kappa\alpha\iota$] m. 2 V. 23. $Z\Gamma K$] K m. 2, ante Z ras. 1 litt. V. $\tau\eta\varsigma$] om. Bp. 24. $\tau\acute{\omega}\nu$] $\tau\eta\varsigma$ comp. V. $Z\Gamma, \Gamma K$] Γ prius et K m. 2 V. 25. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] om. V. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ F. ZK $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ V. $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$ $\tau\acute{\alpha}$] PF; $\tau\acute{\alpha}$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ BVp. $\tau\acute{\omega}\nu$] om. Bp; $\tau\eta\varsigma$ V.

ΖΓ, ΓΚ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΚ ἐστὶν ἴσα, ὥν τὸ
 ἀπὸ τῆς ΖΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἐστὶν ἴσον· λοιπὸν
 ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ ἐστὶν ἴσον. ἴση
 ἄρα ἡ ΒΚ τῇ ΓΚ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ,
 5 καὶ κοινὴ ἡ ΖΚ, δύο δὲ αἱ ΒΖ, ΖΚ δυσὲ ταῖς ΓΖ,
 ΖΚ ἴσαι εἰσὶν· καὶ βάσις ἡ ΒΚ βάσει τῇ ΓΚ [ἐστὶν]
 ἴση· γωνία ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΚ [γωνία] τῇ ὑπὸ
 ΚΖΓ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΚΖ τῇ ὑπὸ ΖΚΓ·
 διπλῇ ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ, ἡ δὲ ὑπὸ
 10 ΒΚΓ τῆς ὑπὸ ΖΚΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ μὲν
 ὑπὸ ΓΖΔ τῆς ὑπὸ ΓΖΑ ἐστὶ διπλῇ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΑΓ
 τῆς ὑπὸ ΖΑΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια
 τῇ ΓΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ τῇ ὑπὸ ΓΖΔ.
 καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ διπλῇ, ἡ
 15 δὲ ὑπὸ ΔΖΓ τῆς ὑπὸ ΑΖΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ
 ΚΖΓ τῇ ὑπὸ ΑΖΓ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΓΚ γωνία
 τῇ ὑπὸ ΖΓΑ ἴση. δύο δὲ τρίγωνά ἐστι τὰ ΖΚΓ,
 ΖΑΓ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὲ γωνίαις ἴσας ἔχοντα
 καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινήν αὐτῶν
 20 τὴν ΖΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς
 πλευραῖς ἴσας ἔξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ
 γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΚΓ εὐθεῖα τῇ ΓΑ, ἡ δὲ ὑπὸ
 ΖΚΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ

2. ΖΓ] ΖΒ P. ΖΒ] ΖΓ P. 3. τῆς ΓΚ] in ras. V;
 Γ in ras. F; τῆς ΚΓ B. Ante τῷ in F add. m. 2: λοιπῷ.
 ΒΚ] B in ras. F. ἴσον ἐστὶν V. 4. ΒΚ] ΓΚ P. ΓΚ]
 ΒΚ P. 5. δυσὲ] δύο P; δυσὶν V. 6. εἰσὶ BVP. ΓΚ]
 ante Γ ras. 1 litt., K m. 2 V; ΚΓ P. ἐστὶν] om. P. 7.
 μὲν] m. 2 V. ΒΖΚ] P; ΒΚΖ Bp et FV (sed ΚΖ in ras.).
 γωνία] om. P. 8. ΚΖΓ] e corr. P m. 2; ΓΚΖ Bp; ΖΚΓ
 in ras. FV. ΒΚΖ] P; ΒΖΚ Bp et e corr. FV. ΖΚΓ]
 P; ΓΖΚ Bp, e corr. FV. 9. ΚΖΓ] K in ras. F; K et Γ

$$Z\Gamma^2 + \Gamma K^2 = ZB^2 + BK^2,$$

quorum $Z\Gamma^2 = ZB^2$. itaque $\Gamma K^2 = BK^2$. itaque

$$BK = \Gamma K.$$

et quoniam $ZB = Z\Gamma$, et ZK communis est, duae rectae BZ , ZK duabus ΓZ , ZK aequales sunt; et $BK = \Gamma K$. itaque $\angle BZK = KZ\Gamma$ [I, 8]; et

$$\angle BKZ = ZK\Gamma$$
 [I, 32].

itaque $\angle BZ\Gamma = 2 KZ\Gamma$, $\angle BK\Gamma = 2 ZK\Gamma$. eadem de causa etiam $\angle \Gamma Z\Delta = 2 \Gamma Z\Lambda$, $\angle \Delta\Lambda\Gamma = 2 Z\Lambda\Gamma$. et quoniam arc. $B\Gamma = \Gamma\Delta$, erit etiam

$$\angle BZ\Gamma = \Gamma Z\Delta$$
 [III, 27].

et $\angle BZ\Gamma = 2 KZ\Gamma$, $\angle \Delta Z\Gamma = 2 \Lambda Z\Gamma$. itaque

$$\angle KZ\Gamma = \Lambda Z\Gamma.$$

uerum. etiam $\angle Z\Gamma K = Z\Gamma\Lambda$. itaque duo trianguli $ZK\Gamma$, $Z\Lambda\Gamma$ duos angulos duobus angulis aequales habent, et unum latus uni lateri aequale, quod utriusque commune est $Z\Gamma$; itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt et reliquum angulum reliquo angulo [I, 26]. itaque

$$K\Gamma = \Gamma\Lambda, \angle ZK\Gamma = Z\Lambda\Gamma.$$

in ras. m. 2 V. 10. $BK\Gamma$ $\tau\eta\varsigma$] litt. $K\Gamma$ $\tau\eta\varsigma$ in ras. m. 1 B.
 11. $\Gamma Z\Lambda$] Λ in ras. m. 2 P. $\Delta\Lambda\Gamma$] in ras. m. 2 V; Λ in ras. m. 2 P. 12. $Z\Lambda\Gamma$] in ras. m. 2 V. 13. Post $\Gamma\Delta$ in F m. 2 add. $\pi\epsilon\rho\iota\phi\epsilon\rho\epsilon\lambda\alpha$. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. $BZ\Gamma$] in ras. ϕ .
 14. $BZ\Gamma$] in ras. F; $BZ\Gamma$ $\delta\iota\pi\lambda\eta$ p. $\delta\iota\pi\lambda\eta$] om. p. 15. $\Delta Z\Gamma$] in ras. V; $\Gamma Z\Delta$ $\delta\iota\pi\lambda\eta$ Bp; $\delta\iota\pi\lambda\eta$ in F add. m. 2. $\Lambda Z\Gamma$] ΛZ in ras. m. 1 p. 16. $KZ\Gamma$] KZ in ras. P; $KZ\Gamma$ $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ BFp, V m. 2. $\tau\eta$] $\tau\eta\varsigma$ P. $\Lambda Z\Gamma$] Λ et Γ in ras. m. 2 V. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ $\delta\epsilon$ — 17. $\iota\sigma\eta$] P; om. Theon (BFVp). 17. $Z\Gamma\Lambda$] Λ in ras. P. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$] om. P. 18. $Z\Lambda\Gamma$] $\Gamma Z\Lambda$ P; $Z\Gamma\Lambda$ F. $\delta\upsilon\sigma\iota$] $\delta\upsilon\sigma\iota\nu$ V, $\delta\upsilon\sigma\iota$ B. Post $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\alpha$ hab. V: $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\nu$ $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$, idem F mg. m. 1. 19. $\mu\iota\tilde{\alpha}$ $\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\tilde{\alpha}$] supra m. 1 F. 22. $\Gamma\Lambda$] $\Lambda\Gamma$ P. 23. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. p. Post $Z\Lambda\Gamma$ ras. 1 litt. V, $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ supra scr. m. 2 F.

$K\Gamma$ τῇ ΓA , διπλῇ ἄρα ἡ $K A$ τῆς $K\Gamma$. διὰ τὰ αὐτὰ
 δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ΘK τῆς BK διπλῇ. καὶ ἐστὶν
 ἡ BK τῇ $K\Gamma$ ἴση· καὶ ἡ ΘK ἄρα τῇ $K A$ ἐστὶν ἴση.
 ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐκάστη τῶν ΘH , $H M$,
 5 $M A$ ἑκατέρα τῶν ΘK , $K A$ ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ
 τὸ $H \Theta K A M$ πεντάγωνον. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἰσογώνιον.
 ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $Z K \Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $Z A \Gamma$,
 καὶ ἐδείχθη τῆς μὲν ὑπὸ $Z K \Gamma$ διπλῇ ἡ ὑπὸ $\Theta K A$,
 τῆς δὲ ὑπὸ $Z A \Gamma$ διπλῇ ἡ ὑπὸ $K A M$, καὶ ἡ ὑπὸ
 10 $\Theta K A$ ἄρα τῇ ὑπὸ $K A M$ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχ-
 θήσεται καὶ ἐκάστη τῶν ὑπὸ $K \Theta H$, $\Theta H M$, $H M A$
 ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $\Theta K A$, $K A M$ ἴση· αἱ πέντε ἄρα
 γωνίαι αἱ ὑπὸ $H \Theta K$, $\Theta K A$, $K A M$, $A M H$, $M H \Theta$
 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $H \Theta K A M$
 15 πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον, καὶ περι-
 γράπεται περὶ τὸν $A B \Gamma A E$ κύκλον.

[Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον πεντάγωνον ἰσό-
 πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράφεται]· ὅπερ ἔδει
 ποιῆσαι.

20

ιγ'.

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευ-
 ρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ
 ἰσογώνιον τὸ $A B \Gamma A E$. δεῖ δὴ εἰς τὸ $A B \Gamma A E$ πεντά-
 25 γωνον κύκλον ἐγγράψαι.

XIII. Proclus p. 172, 11.

1. $K\Gamma$] (prius) ΓK F. 2. δειχθήσεται] notat. punctis F.
 καί] om. p. Ante διπλῇ m. 2 add. ἐστὶν F. ἐστὶν] P;
 ἐπεὶ ἐδείχθη ἴση Theon (BFVp). 3. ἴση] P; καὶ ἐστὶ διπλῇ
 ἡ μὲν $K A$ τῆς $K \Gamma$ ἡ δὲ ΘK τῆς $B K$ Theon (BFVp). τῇ]
 τῆς comp. p. 4. Ante καί in F add. ὅτι m. 2. ΘH] P;

et quoniam $K\Gamma = \Gamma A$, erit $K\Lambda = 2 K\Gamma$. eadem ratione demonstrabimus, esse etiam $\Theta K = 2 BK$. et $BK = K\Gamma$. quare etiam $\Theta K = K\Lambda$. similiter demonstrabimus, esse etiam singulas rectas ΘH , HM , MA utrique ΘK , $K\Lambda$ aequales. itaque quinquangulum $H\Theta K\Lambda M$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam $\angle ZK\Gamma = \angle A\Gamma$, et demonstratum est, esse $\angle \Theta K\Lambda = 2 \angle ZK\Gamma$, et $K\Lambda M = 2 \angle A\Gamma$, erit etiam $\angle \Theta K\Lambda = K\Lambda M$. similiter demonstrabimus, etiam singulos angulos $K\Theta H$, ΘHM , HMA utrique angulo $\Theta K\Lambda$, $K\Lambda M$ aequales esse. itaque quinque anguli $H\Theta K$, $\Theta K\Lambda$, $K\Lambda M$, ΛMH , $MH\Theta$ inter se aequales sunt. itaque aequiangulum est quinquangulum $H\Theta K\Lambda M$. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse, et circum circulum $AB\Gamma\Delta E$ circumscriptum est.

Ergo circum datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circumscriptum est; quod oportebat fieri.

XIII.

In datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulum inscribere.

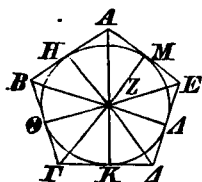
Sit datum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur in quinquangulum $AB\Gamma\Delta E$ circulum inscribere.

ΘH F; $H\Theta$ BVp. 5. MA] M in ras. m. 2 V. Ante $\iota\sigma\eta$ add. F m. 2: $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ P. 9. η] (prius) om. p. 10. $\acute{\alpha}\rho\alpha$] $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$, supra scr. $\acute{\alpha}\rho\alpha$ m. 2 F. $\tau\eta$] $\tau\eta\varsigma$ Bp. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$] om. F. 11. Ante $\kappa\alpha\iota$ F m. 2 ins. $\acute{\omicron}\tau\iota$. $K\Theta H$] e corr. F; litt. ΘH in ras. m. 2 V; $\Theta K\Lambda$ P. 12. Ante $\iota\sigma\eta$ insert. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ F m. 2. 15. $\pi\epsilon\pi\iota\gamma\acute{\epsilon}\gamma\gamma\alpha\pi\tau\alpha\iota$] om. Bp. 17. $\pi\epsilon\pi\iota$ — 18. $\pi\epsilon\pi\iota\gamma\acute{\epsilon}\gamma\gamma\alpha\pi\tau\alpha\iota$] om. codd.; add. Augustus. 23. Post $\pi\epsilon\pi\iota\gamma\acute{\alpha}\gamma\omega\gamma\alpha\sigma\iota\nu$ add. $\acute{\omicron}$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ BVp, F m. 2. 24. $\epsilon\iota\varsigma$ $\tau\acute{o}$] seq. ras. 1 litt. P.

Τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓZ , ΔZ εὐθειῶν· καὶ ἀπὸ τοῦ Z σημείου, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ ΓZ , ΔZ εὐθεῖαι, ἐπεξεύχθωσαν αἱ ZB , ZA , ZE εὐθεῖαι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῇ $\Gamma\Delta$, κοινὴ δὲ ἡ ΓZ , δύο δὴ αἱ $B\Gamma$, ΓZ δυσεῖ ταῖς $\Delta\Gamma$, ΓZ ἴσαι εἰσὶν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $B\Gamma Z$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Delta\Gamma Z$ [ἐστὶν] ἴση· βάσις ἄρα ἡ BZ βάσει τῇ ΔZ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ $B\Gamma Z$ τρίγωνον τῷ $\Delta\Gamma Z$ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓBZ γωνία τῇ ὑπὸ $\Gamma\Delta Z$. καὶ ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ τῆς ὑπὸ $\Gamma\Delta Z$, ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ τῇ ὑπὸ $AB\Gamma$, ἡ δὲ ὑπὸ $\Gamma\Delta Z$ τῇ ὑπὸ ΓBZ , καὶ ἡ ὑπὸ $\Gamma B A$ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓBZ ἐστὶ διπλῇ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ABZ γωνία τῇ ὑπὸ $ZB\Gamma$. ἰ ἄρα ὑπὸ $AB\Gamma$ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς BZ εὐθείας. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ BAE , $AE\Delta$ δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ZA , ZE εὐθειῶν. ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ τοῦ Z σημείου ἐπὶ τὰς AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA εὐθείας κάθετοι αἱ ZH , $Z\Theta$, ZK , $Z\Lambda$, ZM . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $\Theta\Gamma Z$ γωνία τῇ ὑπὸ $K\Gamma Z$, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $Z\Theta\Gamma$ [ὀρθῇ] τῇ ὑπὸ $ZK\Gamma$ ἴση, δύο δὴ τριγωνα ἐστὶ τὰ $Z\Theta\Gamma$, $ZK\Gamma$ τὰς δύο γωνίας δυσεῖ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν $Z\Gamma$ ὑπο-

2. ὑπό] om. φ. ΔZ] $Z\Delta$ Bp, V in ras. m. 2. 6. ἴσαι — 8. ἴση (prius)] mg. m. 1 F. 7. εἰσὶν] P; εἰσὶ BFVp. 8. ἐστὶν ἴση] F in textu m. 1, Bp; ἴση ἐστὶ V, F mg.; ἴση P. ΔZ] $\Delta\Theta$ F, corr. m. rec. 9. $B\Gamma Z$] in ras. V. $\Delta\Gamma Z$] $\Delta Z\Gamma$ P. ἴσον ἐστὶ V. 12. ΓBZ] $B\Gamma Z$ p; ΓBZ F m. 1, ABZ φ, corr. m. rec. διπλῇ] om. V. 13. $\Gamma\Delta Z$ διπλῇ seq. ras. 2 litt.

secetur enim uterque angulus $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ in binas partes aequales utraque recta ΓZ , ΔZ , et a Z puncto, in quo rectae ΓZ , ΔZ inter se concurrunt, ducantur rectae ZB , ZA , ZE . et quoniam $B\Gamma = \Gamma\Delta$, et ΓZ communis est, duae rectae $B\Gamma$, ΓZ duabus $\Delta\Gamma$, ΓZ aequales sunt; et $\angle B\Gamma Z = \angle \Gamma Z\Delta$. itaque $BZ = \Delta Z$



[I, 4], et $\triangle B\Gamma Z = \triangle \Gamma Z\Delta$ [id.], et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera subtendunt [id.]. itaque

$$\angle \Gamma BZ = \angle \Gamma \Delta Z.$$

et quoniam $\angle \Gamma \Delta E = 2 \angle \Gamma \Delta Z$, et $\angle \Gamma \Delta E = \angle AB\Gamma$, $\angle \Gamma \Delta Z = \angle \Gamma BZ$, erit etiam $\angle \Gamma B A = 2 \angle \Gamma B Z$. itaque $\angle ABZ = \angle ZB\Gamma$.¹⁾ itaque $\angle AB\Gamma$ recta BZ in duas partes aequales diuisus est. similiter demonstrabimus, etiam utrumque angulum BAE , $AE\Delta$ utraque recta ZA , ZE in binas partes aequales diuisum esse. ducantur igitur a Z puncto ad rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA perpendiculares ZH , $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM . et quoniam

$$\angle \Theta \Gamma Z = \angle K \Gamma Z,$$

et $\angle Z\Theta \Gamma = \angle ZK \Gamma$, quia recti sunt, duo trianguli $Z\Theta \Gamma$, $ZK \Gamma$ duos angulos duobus angulis aequales habent et unum latus uni lateri aequale, quod utriusque commune est $Z\Gamma$ sub altero aequalium angulorum sub-

1) $\angle AB\Gamma = 2 \angle \Gamma BZ$, $\angle \Gamma BZ = \angle \Gamma BZ$, tum subtrahendo $\angle ABZ = \angle \Gamma BZ$.

V. 17. BZ] ZB e corr. F. 18. $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$] supra F. 21. ZH] e corr. m. 2 V. 22. ZA] in ras. F. $\Theta \Gamma Z$] in ras. p. 23. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ B. $\acute{o}\phi\theta\eta$] om. P; $\acute{o}\phi\theta\eta$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ V ($\acute{\alpha}\rho\alpha$ eras.). 24. $Z\Theta \Gamma$] Γ in ras. B. 25. $\tau\alpha\iota\varsigma$ $\delta\nu\sigma\iota$ V.

τείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοι-
 πὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔξει· ἴση
 ἄρα ἡ $Z\Theta$ κάθετος τῇ ZK καθέτῳ. ὁμοίως δὴ δειχ-
 θήσεται, ὅτι καὶ ἐκάστη τῶν $Z\Lambda$, ZM , ZH ἐκατέρα
 5 τῶν $Z\Theta$, ZK ἴση ἐστίν· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ
 ZH , $Z\Theta$, ZK , $Z\Lambda$, ZM ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα
 κέντρον τῷ Z διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν H , Θ , K , Λ , M
 κύκλος γραφόμενος ἦξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων
 καὶ ἐφάπεται τῶν AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA εὐθειῶν
 10 διὰ τὸ ὁρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς H , Θ , K , Λ , M
 σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ οὐκ ἐφάπεται αὐτῶν, ἀλλὰ
 τεμεῖ αὐτάς, συμβήσεται τὴν τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου
 πρὸς ὁρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένην ἐντὸς πίπτειν τοῦ
 κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρον τῷ
 15 Z διαστήματι δὲ ἐνὶ τῶν H , Θ , K , Λ , M σημείων
 γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE ,
 EA εὐθείας· ἐφάπεται ἄρα αὐτῶν. γεγράφθω ὡς ὁ
 $H\Theta K\Lambda M$.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευ-
 20 ρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει
 ποιῆσαι.

ιδ'.

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσό-
 πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευρόν
 25 τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ $AB\Gamma\Delta E$ · δεῖ δὴ περὶ τὸ $AB\Gamma\Delta E$
 πεντάγωνον κύκλον περιγράψαι.

4. ZH] MH P. 5. ἐστὶν ἴση V. 7. H] m. 2 V. ZH ,
 $Z\Theta$, ZK , $Z\Lambda$, ZM Gregorius. 10. M] om. P. 11. σημεί-
 οισ] om. Bp. 12. τῇν] ἡ Bp. 13. ἀγομένη Bp. 14.
 ἐδείχθη] om. Bp. 15. καὶ διαστήματι ἐνὶ Bp. ZH , $Z\Theta$,

tendens. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt. itaque $Z\Theta = ZK$. similiter demonstrabimus, etiam singulas rectas ZA , ZM , ZH utrique $Z\Theta$, ZK aequales esse. itaque quinque rectae ZH , $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM inter se aequales sunt. itaque qui centro Z radio autem qualibet rectarum ZH , $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA continget, quia anguli ad puncta H , Θ , K , A , M positi recti sunt. nam si non continget, sed eas secabit, accidet, ut recta ad diametrum circuli in termino perpendicularis ducta intra circulum cadat, quod demonstratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus centro Z radio autem qualibet rectarum ZH , $Z\Theta$, ZK , ZA , ZM descriptus rectas AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EA non secabit; ergo eas continget. describatur ut $H\Theta KAM$.

Ergo in datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

XIV.

Circum datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulum circumscribere.

Sit datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur circum $AB\Gamma\Delta E$ quinquangulum circulum circumscribere.

ZK , ZA , ZM εὐθειῶν Gregorius. 16. κύκλος] m. 2 V.

17. γεγράφθω ὥς] καὶ ἐστὶ ἐγγεγραμμένος ὥς in ras. m. 2 F.
 ὁ $H\Theta KAM$] in ras. F; litt. $H\Theta$ e corr. m. 1 p. 20. γέ-
 γραπται V, ἐπιγράφεται F. 24. ὅ ἐστιν] om. Bp. 26.
 πεντάγωνον] mg. m. 1 F.

Τετμήσθω δὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓZ , ΔZ , καὶ ἀπὸ τοῦ Z σημείου, καθ' ὃ συμβάλλουσιν αἱ εὐθεῖαι, ἐπὶ τὰ B , A , E σημεία ἐπεξεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ZB , ZA ,
 5 ZE . ὁμοίως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ $\Gamma B A$, $B A E$, $A E \Delta$ γωνιῶν δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκάστης τῶν ZB , ZA , ZE εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$, καὶ ἐστὶ τῆς μὲν ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ $Z\Gamma\Delta$, τῆς
 10 δὲ ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ $\Gamma\Delta Z$, καὶ ἡ ὑπὸ $Z\Gamma\Delta$ ἄρα τῇ ὑπὸ $Z\Delta\Gamma$ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ $Z\Gamma$ πλευρᾶ τῇ $Z\Delta$ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ZB , ZA , ZE ἑκατέρα τῶν $Z\Gamma$, $Z\Delta$ ἐστὶν ἴση· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ZA ,
 15 ZB , $Z\Gamma$, $Z\Delta$, ZE ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. ὁ ἄρα κέντρον τῷ Z καὶ διαστήματι ἐνὶ τῶν ZA , ZB , $Z\Gamma$, $Z\Delta$, ZE κύκλος γραφόμενος ἦξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγεγραμμένος. περιγεγράφθω καὶ ἔστω ὁ $AB\Gamma\Delta E$.

20 Περὶ ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

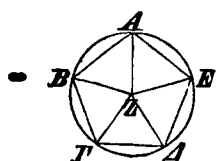
ι ε'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἐξάγωνον ἰσόπλευ-
 25 ρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta EZ$. δεῖ δὴ εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta EZ$ κύκλον ἐξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

1. $B\Gamma\Delta$] $AB\Delta$ in ras. F, seq. uestig. Δ . 2. ΔZ] in ras. m. 2 V; ΔZ εὐθείαν F (εὐθείαν m. 2 in mg. transit). ἀπό] corr. in ὑπό m. rec. F. 4. B, A, E] "A, 'B, E'" F. 5. τῷ]

secetur igitur uterque angulus $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ in binas partes aequales utraque recta ΓZ , ΔZ , et a puncto Z , in quo rectae concurrunt, ad puncta B , A , E ducantur rectae ZB , ZA , ZE . iam eodem modo, quo in praecedenti propositione demonstrabimus [p. 308, 16], etiam singulos angulos ΓBA , BAE , AED singulis rectis ZB , ZA , ZE in binas partes aequales diuidi. et quoniam $\angle B\Gamma\Delta = \Gamma\Delta E$, et $\angle Z\Gamma\Delta = \frac{1}{2} B\Gamma\Delta$, $\angle \Gamma\Delta Z = \frac{1}{2} \Gamma\Delta E$, erit etiam $\angle Z\Gamma\Delta = \angle Z\Delta\Gamma$. quare etiam $Z\Gamma = Z\Delta$ [I, 6]. similiter demonstrabimus,



etiam singulas rectas ZB , ZA , ZE utrique rectae $Z\Gamma$, $Z\Delta$ aequales esse. itaque quinque rectae ZA , ZB , $Z\Gamma$, $Z\Delta$, ZE inter se aequales sunt. quare qui centro Z et radio qualibet rectarum ZA , ZB , $Z\Gamma$, $Z\Delta$, ZE describitur circulus, etiam per reliqua puncta ueniet, et erit circumscriptus. circumscribatur et sit $AB\Gamma\Delta E$.

Ergo circum datum quinquangulum, quod aequilaterum et aequiangulum est, circulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

XV.

In datum circulum sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

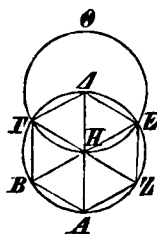
Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta EZ$. oportet igitur in circulum $AB\Gamma\Delta EZ$ sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscribere.

τό B. καί] om. Bp. 7. ZB , ZA , ZE] Pp; $Z\tilde{A}$, $Z\tilde{B}$, $Z\tilde{\Gamma}$ ($Z\tilde{\Gamma}$ eras.) F; BZ , ZA , ZE BV. 9. εστιν P. 15. $Z\Delta$, ZE] om. P; corr. m. rec. 16. καί] comp. insert. m. 1 F. δε ενί F. 20. ἄρα] PV et F, sed punctis notat.; om. Bp. δοθέν ἄρα Bp, in F ἄρα insert. m. 2. 24. κύκλο F. 27. ἐξάγωνον] mg.

Ἦχθω τοῦ $ΑΒΓΔΕΖ$ κύκλου διάμετρος ἡ $ΑΔ$, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ $Η$, καὶ κέντρω μὲν τῷ $Δ$ διαστήματι δὲ τῷ $ΔΗ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $ΕΗΓΘ$, καὶ ἐπιγευχθεῖσαι αἱ $ΕΗ$, $ΓΗ$ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ $Β$, $Ζ$ σημεία, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΔ$, $ΔΕ$, $ΕΖ$, $ΖΑ$. λέγω, ὅτι τὸ $ΑΒΓΔΕΖ$ ἑξάγωνον ἰσοπλευρόν τε ἐστὶ καὶ ἰσογώνιον.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ $Η$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΑΒΓΔΕΖ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΗΕ$ τῇ $ΗΔ$. πάλιν, ἐπεὶ τὸ $Δ$ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $ΗΓΘ$ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ $ΔΕ$ τῇ $ΔΗ$. ἀλλ' ἡ $ΗΕ$ τῇ $ΗΔ$ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ $ΗΕ$ ἄρα τῇ $ΕΔ$ ἴση ἐστίν· ἰσοπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΕΗΔ$ τρίγωνον· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αὐτοῦ γωνίαι αἱ ὑπὸ $ΕΗΔ$, $ΗΔΕ$, $ΔΕΗ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπει-
 15 δῆπερ τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· καὶ εἰσιν αἱ τρεῖς τοῦ τριγώνου γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ἡ ἄρα ὑπὸ $ΕΗΔ$ γωνία τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΗΓ$ τρίτον δύο ὀρθῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ $ΓΗ$
 20 εὐθεῖα ἐπὶ τὴν $ΕΒ$ σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ $ΕΗΓ$, $ΓΗΒ$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΓΗΒ$ τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν· αἱ ἄρα ὑπὸ $ΕΗΔ$, $ΔΗΓ$, $ΓΗΒ$ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὥστε καὶ αἱ κατὰ κορυφὴν αὐταῖς αἱ ὑπὸ $ΒΗΑ$,

1. $ΑΒΓΔ Β$. $ΑΔ$] e corr. m. rec. F. 2. $Η$] post ras.
 1 litt. F. 3. $Δ$] non liquet ob ras. in F. $ΔΗ$] $Δ$ e corr. m.
 rec. F. 4. $ΕΗΓΘ$] e corr. m. rec. F. $ἐπιγευχθῶσαι$ F,
 corr. m. 1. 5. $Β$] in ras. m. 2 FV. 6. Post $λέγω$ add. $δῆ$
 m. rec. F. 8. $ΑΒΓΔ Βρ$. 9. $Δ$] $Ε$ F. 10. $ΗΓΘ$] P;
 $ΗΘΚ$ F; $ΕΗΓΘ$ BVp; in V seq. ras. 1 litt. 11. $ΔΕ$] $ΕΔ$
 F. $ΔΗ$] $ΕΗ$ F. $ἀλλὰ$ P. 12. $ἄρα$] m. 2 V. $ἐστὶν$
 $ἴση$ Vp. $ἐστὶ$] $ἐστίν$ PF. 15. $ἰσοπλευρῶν$ F, sed corr.
 $αἱ$] αἱ τρεῖς αἱ F. 16. $εἰσίν$] $εἰσί$ V. καὶ $εἰσίν$] om. B



ducatur circuli $AB\Gamma\Delta EZ$ diametrus AD , et sumatur H centrum circuli, et centro A radio autem AH circulus describatur $EH\Gamma\Theta$, et ductae EH , ΓH ad puncta B , Z educantur, et ducantur AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EZ , ZA . dico, sexangulum $AB\Gamma\Delta EZ$ aequilaterum et aequiangulum esse.

nam quoniam punctum H centrum est circuli $AB\Gamma\Delta EZ$, erit $HE = HA$. rursus quoniam A punctum centrum est circuli $EH\Gamma\Theta$, erit $AE = AH$. sed demonstratum est, esse $HE = HA$. itaque etiam $HE = EA$. itaque triangulus $EH\Delta$ aequilaterum est. quare etiam tres anguli eius $EH\Delta$, $H\Delta E$, ΔEH inter se aequales sunt, quia in triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt [I, 5]. et tres simul anguli trianguli duobus rectis aequales sunt [I, 32]. itaque $\angle EH\Delta$ tertia pars est duorum rectorum. similiter demonstrabimus, etiam $\angle AH\Gamma$ tertiam partem duorum rectorum esse. et quoniam recta ΓH in EB constituta angulos deinceps positos $EH\Gamma$, ΓHB duobus rectis aequales efficit [I, 13], etiam reliquus $\angle \Gamma HB$ tertia pars est duorum rectorum. quare anguli $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, ΓHB inter se aequales sunt; quare etiam qui ad uertices eorum sunt,

(add. m. rec., sed *είσιν* eras); *ἀλλά* p. 17. *ἵσται* *είσιν* Bp.
 $\alpha\alpha\alpha$] $\alpha\alpha\alpha$ η , sed η del. m. 1 F. 18. *τρίτον*] *ἴση* φ . 19.
 $\Delta H\Gamma$] Γ in ras. p. *τρίτον* P. 20. *σταθεῖσαν*, sed ν del.
F. 22. *τρίτον* P. *ἴσιν* PF. 24. *αἱ*] om. B. *αὐτὰς*
 φ ; *ἐαυταῖς* B.

AHZ , ZHE ἴσαι εἰσὶν [ταῖς ὑπὸ $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, ΓHB].
 αἱ ἔξ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, ΓHB , BHA ,
 AHZ , ZHE ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι
 ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· αἱ ἔξ ἄρα περιφέρειαι
 5 αἱ AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EZ , ZA ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν.
 ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτεί-
 νουσιν· αἱ ἔξ ἄρα εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ἰσό-
 πλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta EZ$ ἑξάγωνον. λέγω δὴ,
 ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ZA περι-
 10 φέρεια τῇ $E\Delta$ περιφερείᾳ, κοινὴ προσκείσθω ἡ $AB\Gamma\Delta$
 περιφέρεια· ὅλη ἄρα ἡ $ZAB\Gamma\Delta$ ὅλη τῇ $E\Delta\Gamma BA$
 ἐστὶν ἴση· καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς $ZAB\Gamma\Delta$ περι-
 φερείας ἡ ὑπὸ $ZE\Delta$ γωνία, ἐπὶ δὲ τῆς $E\Delta\Gamma BA$
 περιφερείας ἡ ὑπὸ AZE γωνία· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ AZE
 15 γωνία τῇ ὑπὸ ΔEZ . ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ
 αἱ λοιπαὶ γωνίαι τοῦ $AB\Gamma\Delta EZ$ ἑξαγώνου κατὰ μίαν
 ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ AZE , $ZE\Delta$ γωνιῶν· ἰσο-
 γώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $AB\Gamma\Delta EZ$ ἑξάγωνον. ἐδείχθη
 δὲ καὶ ἰσόπλευρον· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta EZ$
 20 κύκλον.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν
 τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

1. ἴσαι ἀλλήλαις V, sed ἀλλήλαις del. m. 2; habet ed. Basil. εἰσὶν] εἰσι BVP. ταῖς ὑπὸ $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, ΓHB] mg. m. 2 V; om. ed. Basil., Augustus. $EH\Delta$] Δ e corr. F. Post $\Delta H\Gamma$ ras. 3 litt. V. 2. αἱ ἔξ — 3. ἀλλήλαις εἰσὶν] mg. m. 2 V, om. ed. Basil. 4. αἱ ἔξ ἄρα] in ras. m. 2 V. 5. EZ] $EZZEZ$ P, sed corr. m. 1. 6. δέ] supra m. 1 F. αἱ] om. V. Post εὐθεῖαι F mg. m. 1: αἱ AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EZ , ZA ; idem coni. Augustus. 8. ἐστὶ] om. Bp. δὴ] supra m. 1 P. 9. γάρ] postea insert. in F. ZA] PF; AZ BVP. 11. $ZAB\Gamma\Delta$] pro B in P m. 1 est Z; corr. m. 2. Seq. in F περιφέρεια supra scr. m. 1. Post $E\Delta\Gamma BA$ in F

BHA , AHZ , ZHE aequales sunt [I, 15]. itaque sex anguli $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, ΓHB , BHA , AHZ , ZHE inter se aequales sunt. aequales autem anguli in aequalibus arcibus consistunt [III, 26]. itaque sex arcus AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE , EZ , ZA inter se aequales sunt. et sub aequalibus arcibus aequales rectae subtendunt [III, 29]. quare sex rectae inter se aequales sunt. ergo sexangulum $AB\Gamma\Delta EZ$ aequilaterum est. dico, idem aequiangulum esse. nam quoniam arc. $ZA = E\Delta$, communis adiiciatur arcus $AB\Gamma\Delta$. itaque $ZAB\Gamma\Delta = E\Delta\Gamma BA$. et in arcu $ZAB\Gamma\Delta$ consistit $\angle ZE\Delta$, in $E\Delta\Gamma BA$ autem arcu $\angle AZE$. itaque $\angle AZE = \angle EZ\Delta$ [III, 27].

similiter demonstrabimus, etiam reliquos angulos sexanguli $AB\Gamma\Delta EZ$ singulos aequales esse utrique angulo AZE , $ZE\Delta$. itaque sexangulum $AB\Gamma\Delta EZ$ aequiangulum est. demonstratum autem, idem aequilaterum esse; et in circulum $AB\Gamma\Delta EZ$ inscriptum est.

Ergo in datum circulum sexangulum aequilaterum et aequiangulum inscriptum est; quod oportebat fieri.

supra scr. m. 1: $\pi\sigma\kappa\iota\varphi\sigma\epsilon\iota\alpha$.

Γ in ras. V; B postea add. Bp.

m. 2.

15. ΔEZ] $ZE\Delta$ P.

17. $ZE\Delta$] ΔEZ F.

12. $ZAB\Gamma\Delta$] seq. ras. 1 litt.,

14. AZE] ΔZE F; corr.

Post $\kappa\alpha\iota$ in P del. s m. 1.

18. $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ F.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τοῦ εξαγώνου πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου ἔαν διὰ τῶν κατὰ
 5 τὸν κύκλον διαιρέσεων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγά-
 γωμεν, περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον ἐξαγώνον
 ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἀκολουθῶς τοῖς ἐπὶ τοῦ
 πενταγώνου εἰρημένοις. καὶ ἔτι διὰ τῶν ὁμοίων τοῖς
 ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις εἰς τὸ δοθὲν ἐξαγώνον
 10 κύκλον ἐγγράφομεν τε καὶ περιγράφομεν· ὅπερ ἔδει
 ποιῆσαι.

ις'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

15 Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$ · δεῖ δὴ εἰς τὸν
 $ΑΒΓΔ$ κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ
 ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἐγγεγράφθω εἰς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον τριγώνου μὲν
 ἰσοπλεύρου τοῦ εἰς αὐτὸν ἐγγραφομένου πλευρὰ ἡ

XV πόρισμα. Simplicius in phys. fol. 15; cfr. p. 319 not. 1.

1. πόρισμα] m. 2 V. 3. ἐστὶ] om. p. 4. ὁμοίως — 10. περιγράφομεν] non habuit Campanus; sed u. p. 320, 14 sq.
 4. ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου] P; καὶ Theon (BFV p). κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων] P; Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ σημείων Theon (BFV p); Γ in ras. V. 5. τόν] scripsi; om. P. ἐφαπτομένας B. Ante ἀγάγωμεν in F add. & (in fin. lin.) ἢ (in init. sequentis). 8. ὁμοίως Bp. 10. κύκλον] supra m. 1 F. τε καὶ περιγράφομεν] om. P. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι] mg. F, in quo omissis numero quattuor prima uerba prop. 16 cum antecedentibus coniuncta sunt, ita ut Π pro litt. initiali sit; postea corr. m. 1 uel 2. 13. πεντεκαιδεκάγωνον P, ut lin. 16. 18. ἐγγεγράφθω] PF; γεγράφθω BVp; ἐνηρημόσθω Augustus. 19. τοῦ] om. P. αὐτόν] corr. ex αὐτό m. 1 F.

Corollarium.¹⁾

Hinc manifestum est, latus sexanguli aequale esse radio circuli.

Et eodem modo, quo²⁾ in quinquangulo, si per puncta diuisionis in circulo posita rectas circum contingentes duxerimus, circum circum sexangulum aequilaterum et aequiangulum circumscribetur secundum ea, quae in quinquangulo explicauimus [prop. XII]. et praeterea simili ratione ei, quam in quinquangulo explicauimus [prop. XIII—XIV], in datum sexangulum circum inscribemus et circumscribemus; quod oportebat fieri.

XVI.

In datum circum figuram quindecim angulorum aequilateram et aequiangulam inscribere.³⁾

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in $AB\Gamma\Delta$ circum figuram quindecim angulorum aequilateram et aequiangulam inscribere.

inscribatur⁴⁾ in $AB\Gamma\Delta$ circum $A\Gamma$ latus trianguli aequilateri in eum inscripti [prop. II], et AB latus

1) Huc refero Procli uerba p. 304, 2: τὸ δὲ ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ κείμενον (sc. πρόρισμα) προβλήματος; nam cum neque cum II, 4 πρό., quod theorematis est et insuper subditium, concordent neque cum alio ullo — τὸ enim ostendit, in eo libro, de quo agitur, unum solum corollarium fuisse —, pro δευτέρῳ scribendum δ', h. e. τετάρτῳ. hinc sequitur, Proclum IV, 5 [πρό.] pro corollario non habuisse.

2) Mutauit Theon, quia cum lin. 7 sq. synonyma esse putauit; quod secus est; dicit enim: si ut in quinquangulo contingentes duxerimus, eodem modo demonstrabimus cet.

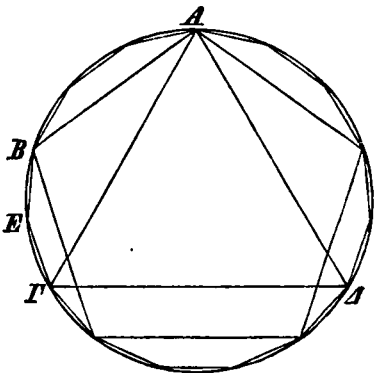
3) Cfr. Proclus p. 269, 11.

4) Ἐγγεγράφθω ideo ferri posse uidetur, quod latus trianguli in circum aptamus triangulum inscribendo.

ΑΓ, πενταγώνου δὲ ἰσοπλεύρου ἡ ΑΒ· οἷων ἄρα
 ἐστὶν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἴσων τμημάτων δεκαπέντε,
 τοιούτων ἡ μὲν ΑΒΓ περιφέρεια τρίτον οὔσα τοῦ
 κύκλου ἔσται πέντε, ἡ δὲ ΑΒ περιφέρεια πέμpton οὔσα
 5 τοῦ κύκλου ἔσται τριῶν· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ τῶν ἴσων
 δύο. τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε· ἑκατέρω ἄρα
 τῶν ΒΕ, ΕΓ περιφερειῶν πεντεκαιδεκάτὸν ἔστι τοῦ
 ΑΒΓΔ κύκλου.

Ἐὰν ἄρα ἐπιξεύξαντες τὰς ΒΕ, ΕΓ ἴσας αὐταῖς κατὰ
 10 τὸ συνεχὲς εὐθείας ἐναρμόσωμεν εἰς τὸν ΑΒΓΔ[Ε]
 κύκλον, ἔσται εἰς αὐτὸν ἐγγεγραμμένος πεντεκαιδεκά-
 γωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον· ὅπερ ἔδει ποι-
 ῆσαι.

Ὅμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ
 15 τοῦ πενταγώνου ἔαν διὰ
 τῶν κατὰ τὸν κύκλον
 διαιρέσεων ἐφαπτομέ-
 νας τοῦ κύκλου ἀγά-
 γωμεν, περιγραφήσεται
 20 περὶ τὸν κύκλον πεντε-
 καιδεκάγωνον ἰσόπλευ-
 ρόν τε καὶ ἰσογώνιον.
 ἔτι δὲ διὰ τῶν ὁμοίων
 τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώ-



25 νου δείξεων καὶ εἰς τὸ δοθὲν πεντεκαιδεκάγωνον κύκλον
 ἐγγράψομεν τε καὶ περιγράψομεν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

5. ἔσται] -αι in ras. V. ἄρα] om. P; m. 2 V, supra F.
 ΒΓ] Γ in ras. F. 6. δύο] β' P. 7. ἔστι] om. Bp; ἔσται
 P. 9. ΕΓ] P; ΕΓ εὐθείας Theon (BFVp). αὐταῖς] corr.
 ex αὐτάς m. 2 B. 10. ΑΒΓΔ p, ed. Basil. 11. πεντεκαι-
 δεκάγωνον] mg. B. 12. ποιῆσαι] δεῖξαι BVp. 14—26
 habuit Campanus IV, 16. 16. τόν] om. P. 18. τοῦ] τὰς τοῦ F.

quinquanguli aequilateri. itaque si $AB\Gamma\Delta$ circulus quindecim partibus aequalibus aequalis ponitur, earum quinque aequalis erit arcus $AB\Gamma$, qui tertia pars est circuli, arcus autem AB , qui quinta pars est circuli, tribus. itaque reliquus arcus $B\Gamma$ duabus partium aequalium aequalis est. secetur arc. $B\Gamma$ in duas partes aequales in E [III, 30]. itaque uterque arcus BE , $E\Gamma$ quinta decima pars est circuli $AB\Gamma\Delta$. itaque si ductis rectis BE , $E\Gamma$ semper deinceps rectas aequales in circulum $AB\Gamma\Delta$ aptauerimus [prop. I], in eum inscripta erit¹⁾ figura quindecim angulorum aequilatera et aequiangula; quod oportebat fieri.

Eodem autem modo, quo in quinquangulo, si per puncta diuisionis in circulo posita rectas circulum contingentes duxerimus, figura quindecim angulorum aequilatera et aequiangula circum circulum circumscribetur [prop. XII]. et praeterea per demonstrationes similes iis, quibus in quinquangulo usi sumus, etiam in datam figuram quindecim angulorum circulum inscribemus et circumscribemus [prop. XIII—XIV]; quod oportebat fieri.

1) Aequilaterum fore figuram inscriptam, patet. tum eandem aequiangulam esse, simili ratione demonstrabimus, qua usus est Euclides p. 316, 9 sq. — memorabilis est in hac propositione usus uocabuli *κύκλος*, quod contra I def. 15 pro *περιφέρεια* ponitur (p. 320, 2. 4. 5. 8.).

23. $\xi\tau\iota$] in ras. V. $\delta\epsilon$] m. 2 V. $\tau\omega\upsilon\upsilon\ \delta\mu\omicron\iota\omega\upsilon\upsilon$] corr. ex $\tau\omicron\ \delta\mu\omicron\iota\omicron\upsilon$ m. 2 B. 25. $\kappa\alpha\iota$] postea insert. F. Post $\pi\epsilon\upsilon\tau\epsilon\kappa\alpha\iota\delta\epsilon\kappa\alpha\gamma\omega\upsilon\upsilon\upsilon$ add. Theon: $\delta\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\upsilon\ \acute{\iota}\sigma\omicron\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\omicron\upsilon\ \tau\epsilon\ \kappa\alpha\iota\ \acute{\iota}\sigma\omicron\gamma\omega\acute{\nu}\iota\omicron\upsilon$ (BFVp; $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\upsilon$ p), sed cfr. p. 318, 9. 26. $\acute{\epsilon}\gamma\gamma\gamma\alpha\phi\omega\mu\epsilon\upsilon\upsilon$ P. $\pi\epsilon\gamma\gamma\gamma\alpha\phi\omega\mu\epsilon\upsilon\upsilon$ P. $\delta\pi\epsilon\omicron\ \acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota\ \pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota$] P; om. Theon (BFVp).

In fine: $E\upsilon\kappa\lambda\epsilon\iota\delta\omicron\upsilon\ \sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\iota\omega\upsilon\upsilon\ \delta'$ P et B; $E\upsilon\kappa\lambda\epsilon\iota\delta\omicron\upsilon\ \sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\iota\omega\upsilon\upsilon$ $\tau\eta\varsigma\ \Theta\acute{\epsilon}\omega\upsilon\varsigma\ \acute{\epsilon}\kappa\delta\omicron\sigma\epsilon\omega\varsigma\ \delta'$ F. In fig. $\iota\zeta'$ P, $\iota\varsigma'$ F.



APPENDIX.

DEMONSTRATIONES ALTERAE.

1.

Ad lib. II prop. 4.

"Ἀλλως.

Λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν AG , GB τετραγώνοις καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν AG , GB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

- 5 Ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ BA τῇ $A\Delta$, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $AB\Delta$ τῇ ὑπὸ $A\Delta B$ · καὶ ἐπεὶ πάντος τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὲν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, τοῦ $A\Delta B$ ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ $A\Delta B$, $BA\Delta$, ΔBA δυσὲν ὀρ-
- 10 θαῖς ἴσαι εἰσὶν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $BA\Delta$ · λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ $AB\Delta$, $A\Delta B$ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσὶ· καὶ εἰσιν ἴσαι· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ $AB\Delta$, $A\Delta B$ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $B\Gamma H$ · ἴση γὰρ ἐστὶ τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ A · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\Gamma H B$ ἡμί-
- 15 σεία ἐστὶν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $\Gamma B H$ γωνία τῇ ὑπὸ $\Gamma H B$ · ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ $B\Gamma$ τῇ ΓH ἐστὶν ἴση. ἀλλ'

Addidit Theon (BFVp); mg. m. rec. P; de Campano u. p. 129 not. 1.

1. καὶ ἄλλως P. 3. τε] m. 2 p. AG] corr. ex AB F.
 6. BA] AB p. ἐστὶ] om. V. 7. ἐπεὶ] non liquet in F.
 8. εἰσὶ PB. τοῦ $A\Delta B$ — 10. εἰσὶν] mg. m. 2 Vp. 8. $A\Delta B$] $AB\Delta$ Pp. 9. $A\Delta B$] $AB\Delta$ Pp. $BA\Delta$] $A\Delta B$ P, ΔBA p.

II, 4.

Aliter.¹⁾

Dico, esse $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$.

nam in eadem figura [p. 127], quoniam $BA = A\Delta$, erit etiam $\angle AB\Delta = \angle A\Delta B$ [I, 5]. et quoniam cuiusvis trianguli tres anguli duobus rectis aequales sunt, erunt tres anguli trianguli $A\Delta B$, scilicet

$$\angle A\Delta B + \angle B\Delta\Delta + \angle \Delta B A$$

duobus rectis aequales [I, 32]. uerum $\angle B\Delta\Delta$ rectus est. itaque reliqui $\angle AB\Delta + \angle A\Delta B$ uni recto aequales sunt. et inter se aequales sunt. itaque uterque $\angle AB\Delta$, $\angle A\Delta B$ dimidius est recti. rectus autem $\angle B\Gamma H$. nam aequalis est opposito, ei qui ad A positus est [tum u. I, 31]. itaque reliquus $\angle \Gamma H B$ dimidius est recti [I, 32]. itaque $\angle \Gamma H B = \angle \Gamma B H$. quare etiam

$$B\Gamma = \Gamma H \text{ [I, 6].}$$

1) Haec demonstratio parum differt a genuina; nam praeter initium demonstrationis, qua ostenditur, ΓK quadratum esse, cetera eadem.

$\angle B A \Delta$] $B A \Delta$ Pp. 11. $\epsilon\iota\sigma\iota$] non liquet in F. $\kappa\alpha\iota \epsilon\iota\sigma\iota\nu \iota\sigma\alpha\iota$] om. F. 12. $\angle A \Delta B$, $\angle A B \Delta$ p. 13. $\acute{\alpha}\nu\epsilon\nu\alpha\nu\tau\iota\alpha\varsigma$ p. 14. $\tau\tilde{\omega}$] corr. ex $\tau\acute{o}$ V. 15. $\angle \Gamma B H$] $\angle \Gamma H B$ P, F e corr., V sed corr., p. $\gamma\omega\nu\iota\alpha$] om. p. 16. $\angle \Gamma H B$] B, F eras., V corr. ex $\angle \Gamma B H$ m. 2; $\angle \Gamma B H$ Pp. $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}$ p.

ἡ μὲν ΓB τῇ HK ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΓH τῇ BK . ἰσό-
 πλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓK . ἔχει δὲ καὶ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ
 $\Gamma B K$ γωνίαν· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓK · καὶ ἐστὶν
 ἀπὸ τῆς ΓB . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ $Z\Theta$ τετράγωνόν
 5 ἐστὶ, καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς AG . τὰ ἄρα ΓK ,
 ΘZ τετράγωνά ἐστι, καὶ ἐστὶν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν AG ,
 ΓB . καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ AH τῷ HE , καὶ ἐστὶ τὸ
 AH τὸ ὑπὸ τῶν AG , ΓB . ἴση γὰρ ἡ ΓH τῇ ΓB .
 καὶ τὸ EH ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν AG , ΓB . τὰ
 10 ἄρα AH , HE ἴσα ἐστὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν AG , ΓB . ἐστὶ
 δὲ καὶ τὰ ΓK , ΘZ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν AG , ΓB . τὰ
 ἄρα ΓK , ΘZ , AH , HE ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν
 AG , ΓB καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν AG , ΓB . ἀλλὰ τὰ ΓK ,
 ΘZ καὶ τὰ AH , HE ὅλον ἐστὶ τὸ AE , ὃ ἐστὶν ἀπὸ
 15 τῆς AB τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον
 ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν AG , ΓB τετραγώνοις καὶ
 τῷ δις ὑπὸ τῶν AG , ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ·
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2.

Ad lib. III prop. 7.

Ἡ καὶ οὕτως. ἐπεζεύχθω ἡ EK . καὶ ἐπεὶ ἴση
 20 ἐστὶν ἡ HE τῇ EK , κοινὴ δὲ ἡ ZE , καὶ βάσις ἡ ZH
 βάσει τῇ ZK ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ HEZ γωνία τῇ
 ὑπὸ KEZ ἴση ἐστὶν. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ HEZ τῇ ὑπὸ ΘEZ
 ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΘEZ ἄρα τῇ ὑπὸ KEZ ἐστὶν
 ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

III, 7. Insertum inter ἀδύνατον et οὐκ p. 182, 9 PBFVp.

1. ἐστίν] comp. supra scr. F. 2. καί] absumptum ob rupt.
 pergam. F. 3. ἐστίν] ἐστὶ τό F. 4. ΓB] $B\Gamma$ Fp. $Z\Theta$]
 ΘZ Pp. ἐστὶ τετράγωνον p. 5. ἐστὶ] ἐστὶν F; om. P; in

uerum $\Gamma B = HK$ [I, 34] et $\Gamma H = BK$ [id.]. itaque aequilaterum est ΓK . habet autem etiam $\angle \Gamma BK$ rectum. itaque quadratum est ΓK ; et in ΓB constructum est. eadem de causa etiam $Z\Theta$ quadratum est; et aequale est $A\Gamma^2$. ergo ΓK , ΘZ quadrata sunt et aequalia sunt $A\Gamma^2$ et ΓB^2 . et quoniam $AH = HE$ [I, 43] et $AH = A\Gamma \times \Gamma B$ (nam $\Gamma H = \Gamma B$), erit etiam $EH = A\Gamma \times \Gamma B$. itaque

$$AH + HE = 2 A\Gamma \times \Gamma B.$$

uerum etiam $\Gamma K + \Theta Z = A\Gamma^2 + \Gamma B^2$. ergo
 $\Gamma K + \Theta Z + AH + HE = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B$.
 sed $\Gamma K + \Theta Z + AH + HE = AE = AB^2$. ergo

$$AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2 A\Gamma \times \Gamma B;$$

quod erat demonstrandum.

III, 7.

Uel etiam ita: ducatur EK . et quoniam

$$HE = EK,$$

et ZE communis est, et $ZH = ZK$, erit etiam

$$\angle HEZ = KEZ \text{ [I, 8].}$$

uerum $\angle HEZ = \Theta EZ$. quare etiam

$$\angle \Theta EZ = KEZ,$$

minor maiori; quod fieri non potest [u. fig. p. 181].

ras. V. τῶ] τό B et V (corr. m. 2). 6. ἐστὶ] ἐστὶν F.
 7. τῶ] mg. m. 2 F. HE] EH B et FV m. 2. 8. ὑπό]
 corr. ex ἀπό p. ἴση ἐστὶ γάρ P. 9. EH] HE p. ἄρα]
 om. P. ὑπό] ἀπό P. 12. ΓΚ] om. F (ras.). HE] EH
 F. τε] supra m. 1 p. 13. ΑΓ] ΓΑ F (prius). 14. ΑΕ]
 in ras. p. 19. mg. ἄλλως p. 20. HE] in ras. φ, EH p.
 ZE] EZ P. ZH] PF; HZ BV p. 21. γωνία] om. B.
 22. ἐστὶν ἴση Bp. ἀλλ' FV. HEZ] corr. ex EEZ m. 1
 F; corr. ex EZ P. ΘEZ] ZEΘ P. Post hoc uerbum in
 FV m. 2 insert. γωνία comp. 23. ΘEZ] ZEΘ P. 24. ἡ
 ἐλάττων τῇ μείζονι] in ras. V. ἐλάσσων F. ἐστὶν] om. p.

3.

Ad lib. III prop. 8.

Ἡ καὶ ἄλλως. ἐπεξεύχθω ἡ MN . ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ KM τῇ MN , κοινὴ δὲ ἡ MA , καὶ βάσις ἡ AK βάσει τῇ AN ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ KMA γωνία τῇ ὑπὸ AMN ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ ὑπὸ KMA τῇ ὑπὸ BMA
 5 ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ BMA ἄρα τῇ ὑπὸ NMA ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μεζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

4.

Ad lib. III prop. 9.

Ἄλλως.

Κύκλου γὰρ τοῦ $ABΓ$ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τὸ A , ἀπὸ δὲ τοῦ A πρὸς τὸν $ABΓ$ κύκλον προσ-
 10 πιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ AA , AB , AG . λέγω, ὅτι τὸ ληφθὲν σημεῖον τὸ A κέντρον ἐστὶ τοῦ $ABΓ$ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ E , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ AE διήχθω ἐπὶ τὰ Z , H σημεία. ἡ ZH
 15 ἄρα διάμετρος ἐστὶ τοῦ $ABΓ$ κύκλου. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ $ABΓ$ ἐπὶ τῆς ZH διαμέτρου εἰληπταί τι σημεῖον, ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, τὸ A , μεγίστη μὲν ἐστὶ ἡ AH , μεζων δὲ ἡ μὲν AG τῆς AB , ἡ δὲ AB τῆς AA . ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
 20 οὐκ ἄρα τὸ E κέντρον ἐστὶ τοῦ $ABΓ$ κύκλου. ὁμοίως

III, 8. Insertum inter ἐδείχθη et οὐκ p. 188, 20 in PBFVp.
 III, 9. Post genuinam PBFVp; om. Campanus.

1. ἐπεὶ οὖν p. 2. MA] AMB . 3. ἐστὶν ἴση p.
 KMA] $KAMF$; corr. m. 2. γωνία] om. p. 4. AMN] NMA P. ἴση ἐστὶν BV; ἐστὶ ἴση φ. ἀλλὰ P. 5. ἄρα]

III, 8.

Uel etiam aliter: ducatur MN . quoniam

$$KM = MN,$$

et $\angle A$ communis est, et $\angle K = \angle N$, erit

$$\angle KMA = \angle MNA \text{ [I, 8].}$$

uerum $\angle KMA = \angle BMA$. quare etiam

$$\angle BMA = \angle NMA,$$

minor maiori; quod fieri non potest [u. fig. p. 185].

III, 9.

Nam intra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum Δ , et a Δ ad circulum $AB\Gamma$ plures quam duae rectae aequales adcidant ΔA , ΔB , $\Delta \Gamma$. dico, sumptum punctum Δ centrum esse circuli $AB\Gamma$.

Ne sit enim, sed, si fieri potest, sit E , et ducta

ΔE producat ad puncta Z , H .

ergo ZH diametrus est circuli

$AB\Gamma$. iam quoniam in circulo

$AB\Gamma$ in diametro ZH sumptum

est punctum quoddam Δ , quod

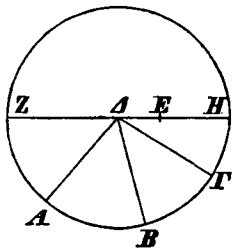
non est centrum circuli, maxima

erit ΔH , et

$\Delta \Gamma > \Delta B$, $\Delta B > \Delta A$ [prop. VII].

uerum etiam aequales sunt; quod fieri non potest. ergo

punctum E centrum circuli $AB\Gamma$ non est. similiter



om. P, supra scr. comp. m. 2 BF. 6. ἐλάσσων Fp. ἐστίν] om. p. 7. ἄλλως] mg. m. 1—2 F, qui in mg. habet ε', sed eras. In B ante ἄλλως ras. 1 litt. 8. Post γὰρ ras. 5 litt. F. 10. ἴσαι] supra m. 2 F. εὐθεῖαι ἴσαι V. ΔA] PBF; ΔA e corr. m. 2 V, p. p. 12. ἐστίν] om. B. 14. Z, H] H, Z V. 15. ἐστίν] ἐστίν FV. 16. Post $AB\Gamma$ in P del. κύκλου. τῆς] ε eras. F. 17. σημεῖον τὸ Δ P. τὸ Δ] om. P. 18. ἴσαι] in ras. m. 2 V.

δὴ δεῖξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ Δ · τὸ Δ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5.

Ad lib. III prop. 10.

Ἄλλως.

5 Κύκλος γὰρ πάλιν ὁ $AB\Gamma$ κύκλον τὸν ΔEZ τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο τὰ B, H, Θ, Z καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου τὸ K , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ KB, KH, KZ .

Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΔEZ εἰληπταί τι σημεῖον
10 ἐντός τὸ K , καὶ ἀπὸ τοῦ K πρὸς τὸν ΔEZ κύκλον προσπεπτώκασι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ KB, KZ, KH , τὸ K ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔEZ κύκλου. ἐστὶ δὲ καὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου κέντρον τὸ K ·
15 ἐστὶ τὸ K · ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6.

Ad lib. III prop. 11.

Ἀλλὰ δὴ πιπτέτω ὡς ἡ $HZ\Gamma$, [καὶ] ἐκβεβλήσθω

III, 10. Post genuinam PBFVp; om. Campanus.

III, 11. Post genuinam PBFVp; non habet Campanus.

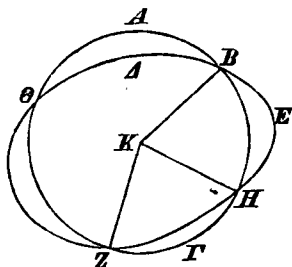
1. οὐδέ V. 2. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] Pp; :~ B; om. FV.
4. ιβ' mg. F, sed eras. 6. $\Theta, Z]$ Z, Θ BVp. 9. $\Delta EZ]$
in ras. V. τι] m. 2 F. 10. ἐντός] om. F. 11. προσ-
πεπτώκασιν P. εὐθεῖαι ἴσαι P. 12. $KZ, KH]$ KH, KZ
F m. 1, V m. 1; corr. m. 2. ἄρα K F. 13. ἐστὶν P. 14.
ἀλλήλων P; corr. m. rec. 15. ἐστὶν] om. p. 16. τέμνει]

demonstrabimus, ne aliud quidem ullum centrum esse praeter Δ . ergo Δ punctum centrum est circuli $AB\Gamma$; quod erat demonstrandum.

III, 10.

Nam rursus circulus $AB\Gamma$ circulum ΔEZ in pluribus quam duobus secet punctis B, H, Θ, Z , et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$ et sit K , et ducantur KB, KH, KZ .

iam quoniam intra circulum ΔEZ sumptum est punctum K , et a K ad circulum ΔEZ plures quam duae rectae aequales ad circulum ΔEZ accidunt KB, KZ, KH , punctum K centrum erit circuli ΔEZ [prop. IX]. uerum K etiam circuli $AB\Gamma$ centrum est. ergo duo circuli inter se secantes idem centrum habent K ; quod fieri non potest [prop. V]. ergo circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus; quod erat demonstrandum.



III, 11.

Uerum cadat ut $HZ\Gamma$, et producat ΓZH in directum ad Θ punctum, et ducantur AH, AZ .¹⁾

1) Haec demonstratio casus alterius post genuinam parum necessaria est.

τέμνει F; om. p. τέμνει σημεία p. ἡ δύο] supra m. 2 V.
 17. ἄλλως add. V p, mg. m. 2 F. Post δὲ ras. 2 litt. F.
 ἡ] supra m. 2 V. HZΓ] litt. H in ras. F, om. p; Γ in ras. p. καί] om. P (F?). προσεβεβλήσθω BV p (F?).

ἐπ' εὐθείας ἡ ΓΖΗ ἐπὶ τὸ Θ σημεῖον, καὶ ἐπεξεύχ-
θωσαν αἱ ΑΗ, ΑΖ.

Ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΗ, ΗΖ μείζους εἰσὶ τῆς ΑΖ, ἀλλὰ ἡ
ΖΑ ἴση[ἐστὶ] τῇ ΖΓ, τουτέστι τῇ ΖΘ, κοινὴ ἀφηγήσθω
5 ἡ ΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῆς τῆς ΗΘ μείζων ἐστίν,
τουτέστιν ἡ ΗΔ τῆς ΗΘ, ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁμοίως, καὶ ἐκτὸς ἡ τοῦ μι-
κροῦ τὸ κέντρον τοῦ μείζονος κύκλου, δείξομεν [το]
ἄτοπον.

7.

Ad lib. III prop. 31.

10

Ἄλλως

ἡ ἀπόδειξις τοῦ ὀρθοῦ ἐῖναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ·
ἴση γὰρ δυοῖν ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· ἐστὶ δὲ καὶ
ἡ ὑπὸ ΑΕΒ διπλῇ τῆς ὑπὸ ΕΑΓ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ,
15 ΑΕΓ διπλασίονές εἰσι τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἀλλ' αἱ ὑπὸ
ΑΕΒ, ΑΕΓ δυοῖν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ
ὀρθὴ ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

III, 31. Insert. p. 246, 2 post δεῖξαι in PBFVp.

1. ἡ] in ras. F. HZΓ P; ΓHZ B. 3. μείζονες p.
εἰσιν PF. ἀλλ' F. 4. ΖΑ] PF; ΑΖ BVp. ἐστὶ] om.
P. τῇ] τῆς B. ΖΓ] PF; ΓΖ BVp. τουτέστιν P.
5. ἐστὶ P. 6. ἐλάττων Pp. 7. ἐστὶν] om. p. καὶ]
in ras. V. 8. τό] om. P; corr. in αὐτό m. 2 F; αὐτό B; τὸ
αὐτό p. 9. ἄτοπον] ἀτοπώτερον F. In fine: ὅπερ ἔδει
δεῖξαι P. 12. ΑΕΓ] corr. ex ΕΑΓ F. 13. ἐστὶν P.
14. ΕΑΓ] ΑΕΓ F; corr. m. 2. 15. εἰσιν P. ἀλλὰ P.
17. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] in mg. transit φ. δεῖξαι] ποιῆσαι BV.

